CAPITOLO 3

DIMENSIONAMENTO IDRAULICO DELLE CONDOTTE

I sistemi di condotte di adduzione caratterizzati dalla presenza di una unica fonte di alimentazione e da vari punti di arrivo sono del tipo ramificato aperto. Esistono, ma sono sempre più rari nelle nuove realizzazioni, anche adduttori unicursali nei quali è presente un solo punto di presa ed un solo punto di consegna. I sistemi ramificati sono costituiti dall'insieme di più tronchi ognuno dei quali è caratterizzato dalla lunghezza, dalla portata di esercizio, dal diametro e dal tipo di materiale delle tubazioni, dalle pressioni di esercizio, dal costo per unità di sviluppo.
In un sistema ramificato costituito da un solo punto di immissione della portata complessiva addotta, n tronchi ed m estremi di erogazione il numero dei nodi del sistema risulta pari a n-m .

La perdita di carico δ_i nel generico tronco i-esimo della rete è funzione di:

$\delta_i = f\ (Q_i^2, L_i, D_i, k_i)$

- Q_i portata del tronco i-esimo
- L_i lunghezza del tronco i-esimo
- k_i coefficiente di scabrezza della tubazione del tronco i-esimo
- D_i diametro del tronco i-esimo

PROBLEMI DI VERIFICA *:*

Sono noti per ogni tronco Q_i, L_i, D_i ed k_i che consentono di determinare il correlato valore della perdita di carico δ_i.

PROBLEMI DI PROGETTO:

Sono noti per ogni tronco Q_i, L_i ed k_i ; inoltre sono prestabilite le quote piezometriche del punto S e degli m estremi di erogazione rappresentate dalle quote di sfioro e, pertanto, risultano noti i dislivelli piezometrici Δy tra il punto S e gli estremi del sistema di adduzione. Detti dislivelli sono il carico motore disponibile per addurre l'acqua da S agli m punti estremi. Restano incogniti i diametri D_i .

Vale la relazione $$\delta_i = 10{,}2936\ Q_i^2\, k_i^{-2}\, D_i^{-5{,}33}\, L_i \qquad [1]$$

con δ_i perdite di carico delle singole condotte realizzanti il percorso che porta da S ad un estremo di erogazione. Le uniche equazioni idrauliche indipendenti che possono essere scritte sono $\Delta y = \Sigma\delta_i$ di numero pari al numero degli estremi m, cui l'insieme dei diametri D_i, di numero pari a n, deve soddisfare. Pertanto, n sono le incognite (i diametri degli n tronchi), m sono le equazione ed n - m sono le incognite sovrabbondanti. Le sole equazioni dell'idraulica non sono sufficienti per la determinazione univoca dei diametri del sistema adduttore.

ADDUTTORE RAMIFICATO CON DUE PUNTI DI CONSEGNA

Nella Figura 1 sono riportati il profilo e la planimetria di un sistema ramificato elementare, con unico punto di presa, S, e due distinti punti di consegna, A e B.
La rete risulta costituita da soli tre tronchi, SC, CA,CB e da un unico nodo di diramazione C.

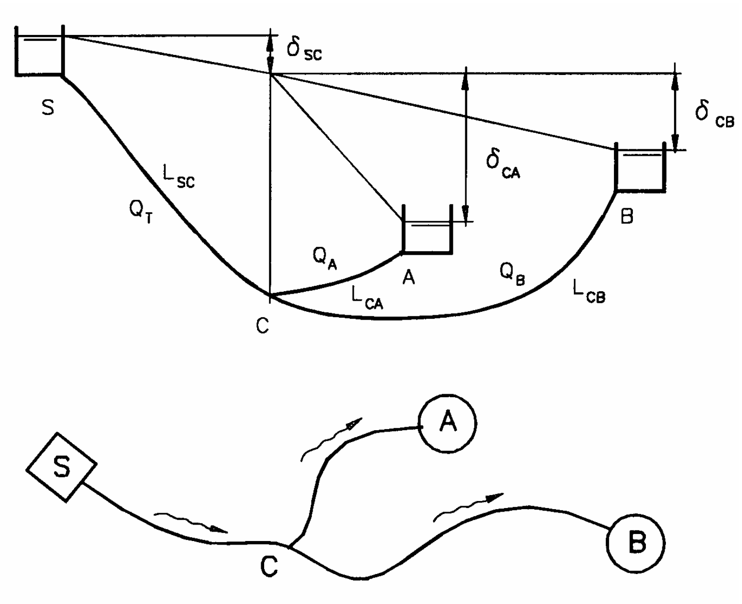


Figura 1. Schema adduttore ramificato con due tronchi

Indicando con δ la perdita di carico caratteristica di tronco, si possono scrivere per il sistema solo due equazioni idrauliche indipendenti

$$\begin{aligned} \Delta_{SA} &= \delta_{SC} + \delta_{CA} \\ \Delta_{SB} &= \delta_{SC} + \delta_{CB} \end{aligned} \qquad [a]$$

L'equazione della continuità idraulica nodale, essendo la rete aperta, risulta a priori soddisfatta:

$$\Sigma Q_i = 0$$

Noti pertanto:

- le portate transitanti nei tre tronchi
- le lunghezze dei tre tronchi
- i materiali delle tubazioni adottate
- i dislivelli Δ_{SA} , Δ_{SB}

le due equazioni idrauliche indipendenti non risultano sufficienti per la determinazione univoca dei diametri dei tre tronchi della rete di adduzione. Un primo metodo di risoluzione, detto *euristico* [1], consente la determinazione dei tre diametri fissando, arbitrariamente, il valore dell'incognita sovrabbondante.
Questa può essere individuata :

- assegnando , per uno dei tre tronchi, un diametro commerciale ;
- assumendo, nel nodo di diramazione, un valore arbitrario Y della quota piezometrica, compreso nell'intervallo tra la quota del serbatoio che alimenta e quello alimentato più alto ;

[1] *procedimento atto alla ricerca di nuovi risultati*

Nell'uno o nell'altro caso si perviene alla determinazione di un valore Y della quota piezometrica nel nodo C in modo tale che risulti inferiore al valore della quota piezometrica in S e superiore al valore della quota piezometrica sia in A che in B,

Definita la cadente J=Y/L, per ognuno dei tre tronchi, a mezzo della $J = 10{,}2936\, Q^2 k^{-2} D^{-5,33}$ si perviene alla determinazione dei diametri teorici D_i ($D_1 \Rightarrow$ SC, $D_2 \Rightarrow$ CA e $D_3 \Rightarrow$ CB), a ciascuno dei quali verranno sostituiti, come detto precedentemente, due diametri commerciali DN_1 e DN_2 immediatamente inferiori e superiori a D_i.

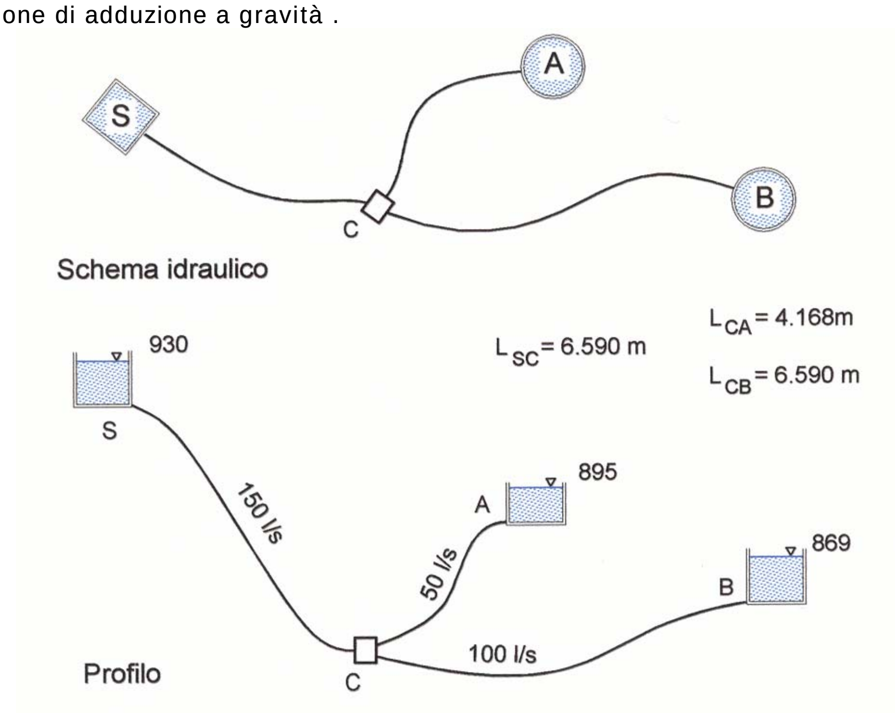
$$D_1 = \left(\frac{10{,}2936\ k_1^{-2}\, Q_1^2\, L_1}{\delta_{SC}}\right)^{\frac{1}{5,33}}$$

$$D_2 = \left(\frac{10{,}2936\ k_2^{-2}\, Q_2^2\, L_2}{\delta_{CA}}\right)^{\frac{1}{5,33}} \qquad [b]$$

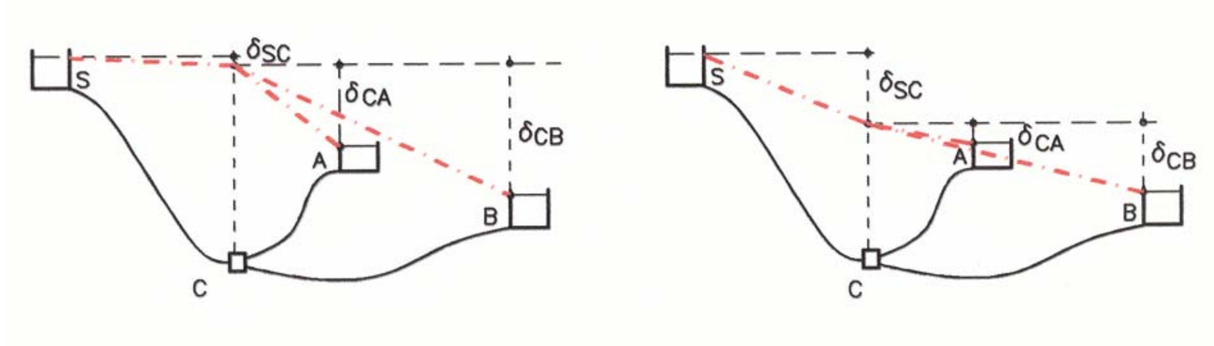
$$D_3 = \left(\frac{10{,}2936\ k_3^{-2}\, Q_3^2\, L_3}{\delta_{CB}}\right)^{\frac{1}{5,33}}$$

ESEMPIO n.5

Determinare, per il sistema riportato in figura, la distribuzione di diametri commerciali che soddisfino la condizione di adduzione a gravità .



Le soluzioni idraulicamente possibili sono tutte quelle ricomprese tra il minimo e massimo valore della perdita di carico δ_{SC} che soddisfino la condizione di adduzione a gravità.



a.Definizione dei diametri ammissibili per ciascun tronco

Preliminarmente vengono determinati diametri commerciali, idraulicamente compatibili, fissando a priori le velocità minime e massime ammissibili : 0,5 m/s e 3,5 m/s.

Tabella I

Tronco	Portata	Vmin	Dmax	DN max	Vmax	Dmin	DN min
	l/s	m/s	m		m/s	m	
SC	150	0,5	0,618	**600**	3,5	0,234	**250**
CA	50	0,5	0,357	**350**	3,5	0,135	**125**
CB	100	0,5	0,505	**500**	3,5	0,191	**200**

b. Costo delle tubazioni

Poiché il costo dell'intervento dipendente in massima parte dalla fornitura delle tubazioni si rilevano, da listini aggiornati, i prezzi a metro lineare dei tubi di acciaio saldati :

Tabella II [2]

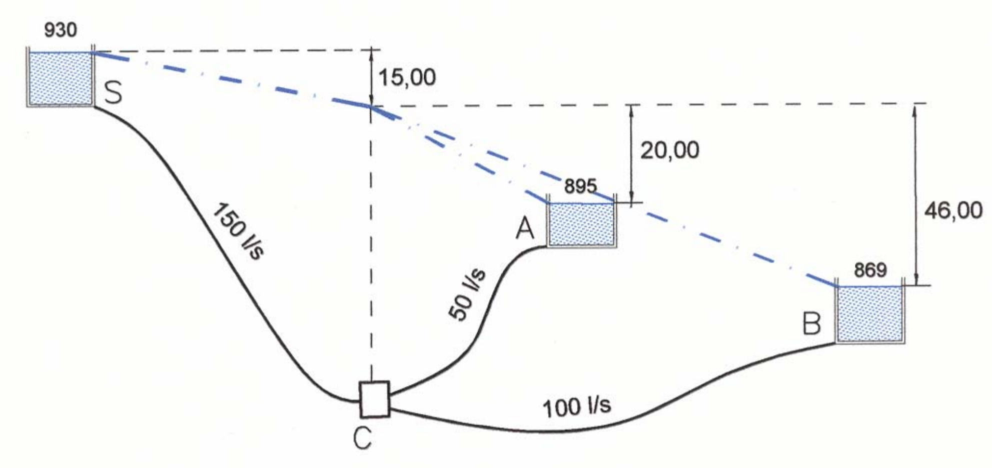
DN	€/m	DN	€/m	DN	€/m
125	*26,80*	**300**	*92,60*	**500**	*155,80*
150	*32,40*	**350**	*108,60*	**600**	*187,60*
200	*52,80*	**400**	*124,40*		
250	*73,80*	**450**	*140,00*		

c. Determinazione dei diametri

Nelle seguenti tabelle III - IV e V sono riportati i risultati di tre elaborazioni relative a tre esempi, nei quali, pur variando le condizioni iniziali, è stata controllata la condizione che sul nodo di diramazione deve sussistere : $q_S > q_C > q_A$.

Il coefficiente di scabrezza assunto k=70 è riferito alla condizione di tubazione usata .

c.1. **Viene fissata la quota piezometrica in C, pari a 915,00 m s.m.** .Resta definito sia il valore della perdita di carico δ_{SC}=15 m (tra il serbatoio S ed il nodo C) e sia δ_{CA}=20 m (dal nodo C al serbatoio A), sia δ_{CB}= 46 m (dal nodo C al nodo B)



[2] *I prezzi riportati nella Tabella II sono di esempio per lo svolgimento dell'esercizio, pertanto, nella realtà progettuale dovranno essere acquisiti prima di ogni elaborazione.*

Tabella III

δ SC=	15,00	m LSC=	5.607,00	m QT=	0,150	m^3/s	Costo unitario	Costo Totale
k=	75							
				DN[500]	0,495	[X]	155,80	
J=	0,00268	Di=	0,457					
				DN[450]	0,444	[Y]	140,00	
J[X]=	0,00175	X=	1815,42	m	3,17	m		282.841,89
J[Y]=	0,00312	Y=	3791,58	m	11,83	m		530.821,69
		L=	5607,00	m	15,00	m		
δCA=	20,00	m LCA=	4.168,00	m QA=	0,050	m^3/s		
				DN[300]	0,312	[X]	92,60	
J=	0,00480	Di=	0,271					
				DN[250]	0,262	[Y]	73,80	
J[X]=	0,00227	X=	1154,08	m	2,62	m		106.867,63
J[Y]=	0,00577	Y=	3013,92	m	17,38	m		222.427,44
		L=	4168,00	m	20,00	m		
	Quota nodo C	915,00						
δ CB=	46,00	m LCB=	6.590,00	m QB=	0,100	m^3/s		
				DN[350]	0,343	[X]	108,60	
J=	0,00698	Di=	0,328					
				DN[300]	0,312	[Y]	92,60	
J[X]=	0,00549	X=	3859,42	m	21,18	m		419.133,17
J[Y]=	0,00909	Y=	2730,58	m	24,82	m		252.851,57
		L=	6590,00	m	46,00	m		
							€	1.814.943,39

c.2. **Viene assegnato il diametro DN 250 , unico per la tratta CA**. Calcolata la perdita di carico δ_{CA} , restano definite sia la quota piezometrica sul Nodo C , la perdita δ_{CB} e la perdita δ_{SC} . Infine si determinano i diametri commerciali e le rispettive lunghezze tali da realizzare le perdite di carico precedentemente ricavate.

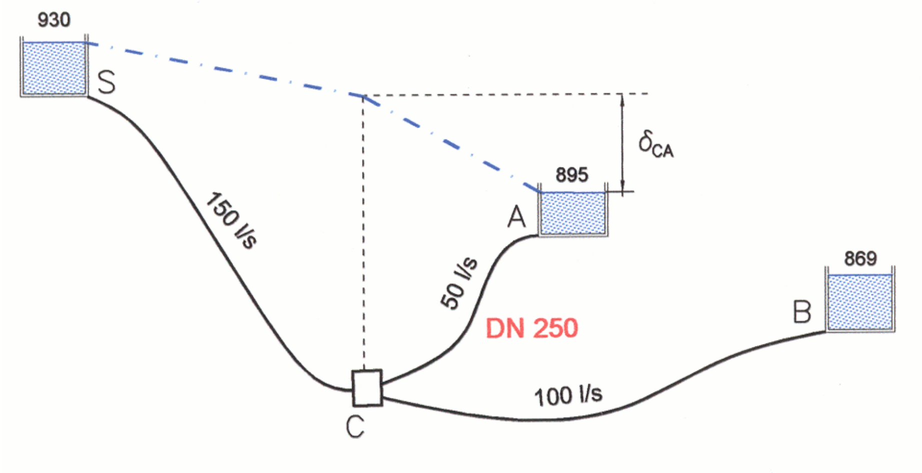


Tabella IV

				DN[250]	0,262		73,80	
J=	0,00577			δ CA=	24,03	m		
		L=	4168,00	m	24,03	m		307.598,40
	Quota Nodo C	919,03						
δ SC=	10,97	m LSC=	5.607,00	m QT=	0,150	m^3/s		
				DN[500]	0,495	[X]	155,80	
J=	0,00196	Di=	0,485					
				DN[450]	0,444	[Y]	140,00	
J[X]=	0,00175	X=	4753,29	m	8,31	m		740.563,31
J[Y]=	0,00312	Y=	853,71	m	2,66	m		119.518,75
		L=	5607,00	m	10,97	m		
δ CB=	50,03	m LCB=	6590,00	m QB=	0,100	m^3/s		
				DN[350]	0,343	[X]	108,60	
J=	0,00759	Di=	0,323					
				DN[300]	0,312	[Y]	92,60	
J[X]=	0,00549	X=	2740,90	m	15,04	m		297.661,94
J[Y]=	0,00909	Y=	3849,10	m	34,99	m		356.426,49
		L=	6590,00	m	50,03	m		
							€	1.821.768,88

c.3. Si dimensiona la tratta CB con una condotta ad unico diametro DN 350. In modo analogo a quanto descritto al precedente punto c.2. si risale alla distribuzione di diametri commerciali ed agli sviluppi delle condotte che realizzano le perdita di carico conseguenti.

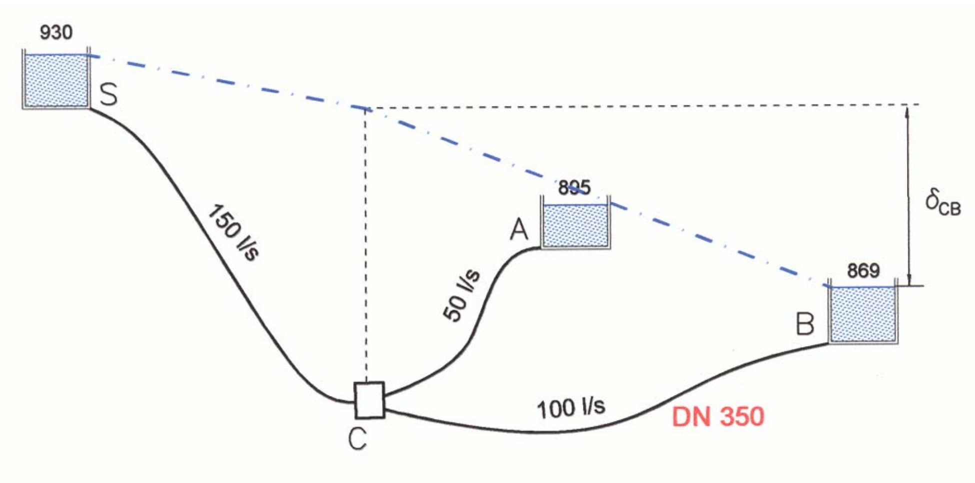


Tabella V

		LCB=	6590,00	m QB=	0,100	m³/s	Costo Unitario	Costo Totale
				DN[350]	0,343		108,60	
J=	0,00549			δCB=	36,16	m		
		L=	6590,00	m	36,16	m		715.674,00
	Quota Nodo C	905,16						
δCA=	10,16	m LCA=	4.168,00	m QA=	0,050	m³/s		
				DN[300]	0,312	[X]	92,60	
J=	0,00244	Di=	0,308					
				DN[250]	0,262	[Y]	73,80	
J[X]=	0,00227	X=	3971,46	m	9,03	m		367.757,50
J[Y]=	0,00577	Y=	196,54	m	1,13	m		14.504,41
		L=	4168,00	m	10,16	m		
δ SC=	24,84	m LSC=	5607,00	m QT=	0,150	m³/s		
				DN[450]	0,444	[X]	140,00	
J=	0,00443	Di=	0,416					
				DN[400]	0,394	[Y]	124,40	
J[X]=	0,00312	X=	2960,90	m	9,24	m		414.526,00
J[Y]=	0,00590	Y=	2646,10	m	15,60	m		329.174,84
		L=	5607,00	m	24,84	m		
							€	1.841.636,75

Dalla comparazione dei costi delle tre soluzioni proposte, tutte idraulicamente soddisfatte, si evince che la soluzione di minore costo ***tra quelle esaminate*** *è la prima ma non lo è in assoluto .*

SOLUZIONE DI MINIMO COSTO

In presenza di sistemi ramificati, l'applicazione a tutti i nodi del criterio indicato nel paragrafo precedente, ben difficilmente, anche in presenza di progettisti esperti, può portare a soluzioni che rivestono carattere di economicità massima.

Il dimensionamento idraulico di una rete ad incognite sovrabbondanti può essere conseguito considerando, unitamente alle equazioni di carattere idraulico $\Delta y = \Sigma\delta_i$, equazioni di carattere economico, idonee al conseguimento della soluzione di minimo costo.

Va comunque tenuto presente che nel caso di sistemi ramificati limitatamente complessi le soluzione alle quali si perviene adottando i criteri di massima economia comportano risparmi che raramente superano il 5%÷10% rispetto a soluzioni conseguite con metodi meramente euristici. Con riferimento alla Figura 2 si fissi l'attenzione sul nodo di diramazione C inteso come punto di ingresso e di uscita non più di portate ma di flussi economici dipendenti dai costi di costruzione C_i di ciascun tronco . L'ulteriore equazione da associare alle due equazioni idrauliche indipendenti

$$\begin{aligned} \Delta_{SA} &= \delta_{SC} + \delta_{CA} \\ \Delta_{SB} &= \delta_{SC} + \delta_{CB} \end{aligned} \qquad [a]$$

deriverà da un bilanciamento dei costi minimi C', entrante ed uscenti dai nodi di diramazione, in modo tale che sia soddisfatta la relazione :

$$C'_{SC} = C'_{CA} + C'_{CB} \qquad [b]$$

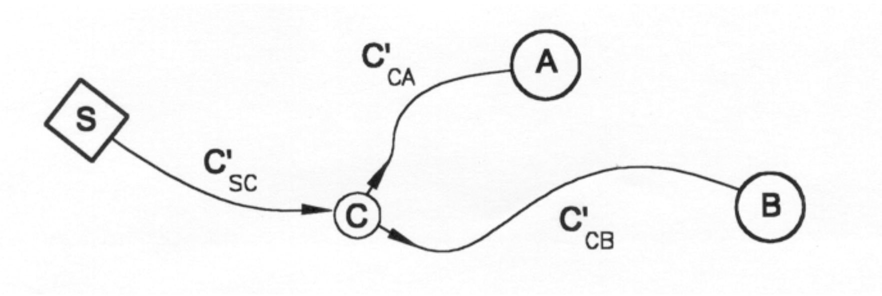


Figura 2. Bilanciamento dei costi minimi

Nel costo unitario di ciascun tronco concorrono vari elementi quali la fornitura delle tubazioni, gli scavi per la realizzazione della posa, il montaggio e la posa in opera delle condotte, il costo di opere complementari (ancoraggi, attraversamenti, pozzetti, ecc.) Alcuni di questi elementi sono indipendenti dalle dimensioni della tubazione altri, invece, dipendono in modo proporzionale al peso, funzione dello spessore e del diametro della condotta . Pertanto la funzione costo totale C della rete è esprimibile dalla somma dei costi di ciascun tronco C_i realizzato con una condotta di diametro DN_i

$$C = \Sigma C_i(DN_i) \qquad [c]$$

Ricordato che per un'assegnata portata Q ad un diametro DN_i corrisponde, a parità di coefficiente di scabrezza k e lunghezza della condotta L_i, un unico valore della perdita di carico δ_i

$$\delta_i = J_i \cdot L_i = 10{,}2936 \cdot Q^2 \cdot DN_i^{-5,33} \cdot k^{-2} \cdot L_i \qquad [d]$$

il legame univoco espresso dalla [d] porta a riscrivere la [c] come :

$$C = \Sigma C_i(DN_i) = \Sigma C_i(\delta_i) \qquad [e]$$

con sostituzione della variabile DN_i (diametro della generica condotta i-esima) con la variabile δ_i (corrispondente perdita di carico).

Qualora si procedesse alla ricerca della massima economia al sistema costituita dalle tre relazioni:

$$\frac{\partial C_1(\delta_1)}{\partial \delta_1} = 0 \qquad \frac{\partial C_2(\delta_2)}{\partial \delta_2} = 0 \qquad \frac{\partial C_3(\delta_3)}{\partial \delta_3} = 0$$

conseguirebbero la soluzione $\delta_1=\delta_2=\delta_3=0$, ossia, $D_1=D_2=D_3=0$

La soluzione viene conseguita ricorrendo alla procedura detta del "minimo condizionato" o di Lagrange, che fa riferimento all'equazione di costo ψ in cui compaiono ***moltiplicatori indeterminati*** λ_A e λ_B di somme tutte pari a zero.

$$\psi = C_{SC}(\delta_{SC}) + C_{CA}(\delta_{CA}) + C_{CB}(\delta_{CB}) + \lambda_A(\delta_{SC} + \delta_{CA} - \Delta_{SA}) + \lambda_B(\delta_{SC} + \delta_{CB} - \Delta_{SB}) \qquad [f]$$

Il costo assumerà il minimo valore in corrispondenza dell'annullamento della derivata prima della funzione ψ rispetto alle 3 variabili δ_i

$$\frac{\partial\psi}{\partial\delta_{SC}} = C'_{SC}(\delta_{SC}) + \lambda_A + \lambda_B = 0$$
$$\frac{\partial\psi}{\partial\delta_{CA}} = C'_{IA}(\delta_{CA}) + \lambda_A = 0 \qquad [g]$$
$$\frac{\partial\psi}{\partial\delta_{CB}} = C'_{CB}(\delta_{CB}) + \lambda_B = 0$$

Eliminando le variabili λ si ottiene in definitiva:

$$C'_{SC}(\delta_{SC}) = C'_{CA}(\delta_{CA}) + C'_{CB}(\delta_{CB}) \qquad [h]$$

Per la determinazione della funzione $C_i(\delta_i)$ dovranno essere svolte, tronco per tronco, analisi di costo relative ad un gruppo di diametri distribuiti nel presumibile campo di utilizzazione .
Un criterio da seguire è quello di definire, per un'assegnata portata Q_i, i valori minimi e massimi di velocità; restano pertanto definiti gli estremi del campo di variazione delle probabili tubazioni commerciali da utilizzare. A queste corrisponderanno, oltre il costo per metro, perdite di carico δ_i per assegnati valori della portata, della scabrezza k_i e lunghezza L_i di ogni tronco.
A titolo di esempio nella seguente Tabella I per la portata di 250 l/s, ammessa una velocità in condotta compresa tra 1÷3,5 m/s, sono riportati, rispettivamente, i diametri commerciali DN , i diametri interni, le sezioni bagnate, i valori delle velocità, le perdite di carico di un tronco unitario di condotta(in uso corrente - scabrezza k=90) ed infine il costo per metro

Tabella I

DN	Di	ω	V	*Perdite δ_i*	*Costo*
	mm	m^2	m/s	*m*	*€/m*
300	312	0,0764	3,3	0,158	92,60
350	343	0,0924	2,7	0,095	108,60
400	394	0,1219	2,1	0,046	124,40
450	444	0,1548	1,6	0,024	140,00
500	495	0,1923	1,3	0,013	155,80
600	597	0,2798	0,9	0,005	187,60

Riportando in un sistema di assi coordinati ***costi – perdite*** i valori determinati e riassunti nella precedente Tabella I, risultano interpolabili con un'equazione polinomiale intera del secondo ordine : $c_i = r_i\,\delta_i^2 + s_i\,\delta_i + t_i$ [i]

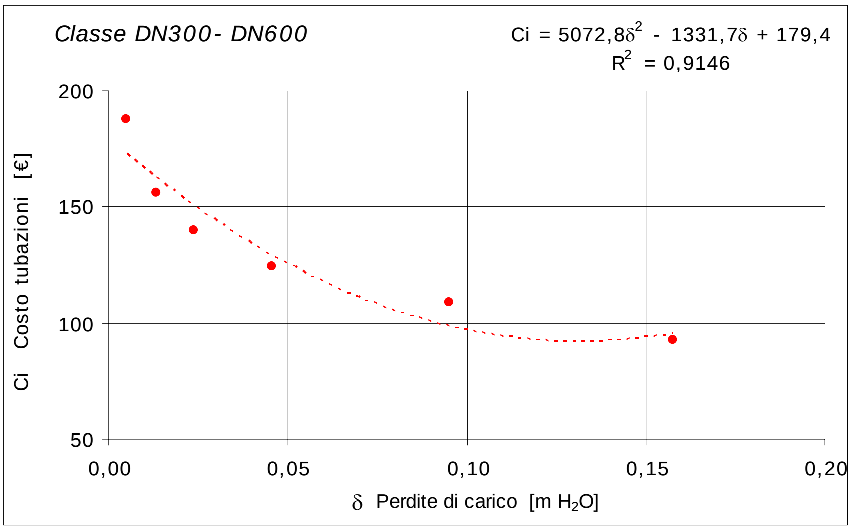


Figura 3. Andamento della funzione $c_i(\delta_i)$ costo/metro – perdite

La derivata prima della [i], che ne esprime il minimo, risulta:

$$c_i' = 2r_i\delta_i + s_i = 2 \cdot 5072{,}8\,\delta - 1331{,}7 \qquad [l]$$

questa sostituita nella precedente [i] fornisce una nuova forma della equazione economica:

$$2r_{SC}\,\delta_{SC} + s_{SC} = 2r_{CA}\,\delta_{CA} + s_{CA} + 2r_{CB}\,\delta_{CB} + s_{CB} \qquad [m]$$

Pertanto associando alle due equazioni idrauliche [a] l'equazione economica [m] si realizza un sistema di tre equazioni nelle tre incognite δ_i .

$$\begin{aligned} \Delta_{SA} &= \delta_{SC} + \delta_{CA} \\ \Delta_{SB} &= \delta_{SC} + \delta_{CB} \\ 2r_{SC}\,\delta_{SC} + s_{SC} &= 2r_{CA}\,\delta_{CA} + s_{CA} + 2r_{CB}\,\delta_{CB} + s_{CB} \end{aligned} \qquad [n]$$

Non resta che ricercare il modo per esplicitare la funzione $2r_i\,\delta_i + s_i$.

CASO DELLE CONDOTTE METALLICHE

In presenza di condotte metalliche (acciaio e ghisa) la dipendenza del peso per unità di sviluppo del tronco i-esimo w_i [kg/m] con il diametro D_i viene espresso con la relazione interpolare :

$$w_i = a_i\, D_i^{\nu_i} \qquad [o]$$

con a_i e ν_i, parametri facilmente determinabili una volta note le caratteristiche di peso delle tubazioni, desumibili dai bollettini commerciali dei produttori. (Figura 4)

Riportati i valori del peso w_i (kg/m) in funzione dei correlati diametri commerciali D(m), riconosciuta per l'espressione [o] la funzione interpolatrice di potenza, per la determinazione dei coefficienti a_i e ν_i, è possibile o seguire il procedimento analitico o grafico riconducendo la [o] su un piano bilogaritmico. Per ogni retta interpolatrice di una serie di valori è possibile definire una relazione del tipo:

$$\log w_i = \log a_i + \nu_i \log D_i$$

- il valore del coefficiente **a** verrà letto in corrispondenza del prolungamento della retta interpolatrice sulla verticale per DN=1 m.
- Il coefficiente ν, pari alla pendenza della retta, è ricavabile o graficamente dalla figura o scrivendo per gli estremi di questa

$$\begin{aligned} \log w_1 &= \log a + \nu \log D_1 \\ \log w_2 &= \log a + \nu \log D_2 \end{aligned}$$

ed eseguendone la differenza: $\log\left(\dfrac{w_1}{w_2}\right) = \nu \log\left(\dfrac{D_1}{D_2}\right)$

Fissato il costo per unità di peso del materiale Γ_i [€/kg] , il costo per unità di lunghezza del tronco i-esimo risulta :

$$c_i = \Gamma_i w_i = \Gamma_i a_i D_i^{\nu_i} \qquad [p]$$

Il costo del tronco i-esimo lungo L_i risulta: $C_i = \Gamma_i L_i = \Gamma_i\, w_i\, L_i = \Gamma_i\, a_i\, D_i^{\nu_i}\, L_i$ [q]

La perdita di carico δ_i è data da: $\delta_i = J \cdot L = \beta\, D_i^{-\mu}\, Q_i^2\, L_i$ [r]

dalla quale si esplicita il diametro D_i $\Rightarrow$ $D_i = \left(\frac{\beta\, Q_i^2\, L_i}{\delta_i} \right)^{\frac{1}{\mu}}$

con β = 10,2936 k^{-2}

k , coefficiente di scabrezza di Strickler

μ =5,33

$\delta_i = J_i\, L_i$

Pertanto il costo della tubazione del tronco i-esimo risulta

$$C_i = \Gamma_i\, a_i\, L_i \left(\frac{\beta\, Q_i^2\, L_i}{\delta_i} \right)^{\frac{\nu_i}{5,33}} = \Gamma_i\, a_i\, L_i \left(\frac{\beta\, Q_i^2 \frac{L_i}{L_i}}{\frac{\delta_i}{L_i}} \right)^{\frac{\nu_i}{5,33}} = \Gamma_i\, a_i\, L_i \left(\frac{\beta\, Q_i^2}{J_i} \right)^{\frac{\nu_i}{5,33}} \qquad [s]$$

Tubi senza saldatura
Dimensioni - Massa teorica - Dati statici e di calcolo - Caratteristiche di fabbricazione

DIAMETRO Nominale DN	DIAMETRO Esterno d (mm)	DIAMETRO Interno (mm)	Spessore normale s (mm)	Massa lineica teorica del tubo liscio grezzo (kg/m)	Area della sezione metallica (cm²)	Area della sezione di passaggio (cm²)	Superficie esterna lineica (m²/m)	Modulo di resistenza (cm³)	Tipo di acciaio	Tipo di giunto a bicchiere per saldatura	Profondità del bicchiere l (mm)
40	48,3	43,1	2,6	2,93	3,73	14,6	0,152	4,05	Fe 35	cilindrico	40
50	60,3	54,5	2,9	4,11	5,23	23,3	0,189	7,16			40
65	76,1	70,3	2,9	5,24	6,67	38,8	0,239	11,8			50
80	88,9	82,5	3,2	6,76	8,62	53,5	0,279	17,8			50
100	114,3	107,1	3,6	9,83	12,5	90,1	0,359	33,6			60
125	139,7	131,7	4	13,4	17,1	136	0,439	56,2	Fe 52-1		60
150	168,3	160,3	4	16,2	20,6	202	0,529	82,8		sferico	25
200	219,1	209,1	5	26,4	33,6	343	0,688	176			30
250	273	261,8	5,6	36,9	47,0	538	0,858	308			35
300	323,9	312,1	5,9	46,3	58,9	765	1,02	460			35
350	355,6	343	6,3	54,3	69,1	924	1,12	593			40
400	406,4	393,8	6,3	62,2	79,2	1218	1,28	780			45
450	457	444,4	6,3	70,0	89,2	1551	1,45	991			50
500	508	495,4	6,3	77,9	99,3	1928	1,60	1230			50
(550)	(559)	546,4	6,3	85,9	109	2345	1,76	1495			55
600	610	597,4	6,3	93,8	119	2803	1,92	1785			60
(650)	(660)	645,8	7,1	114	146	3276	2,08	2352			65
700	711	696,8	7,1	123	157	3813	2,23	2736			70
(750)	(762)	747,8	7,1	132	168	4392	2,39	3149			70
800	813	798,8	7,1	141	180	5011	2,55	3590			75
(850)	(864)	848	8	169	215	5648	2,71	4562			75
900	914	896,4	8,8	196	250	6311	2,87	5609			80

Nota: Devono essere impiegati di preferenza i tubi i cui diametri non sono indicati tra parentesi.

Figura 4. Dimensioni e peso per unità di lunghezza di tubi di acciaio

La derivata della funzione costo rispetto alla perdita di carico δ risulta

$$\frac{\partial C_i}{\partial \delta_i} = \frac{L_i \cdot \partial c_i}{L_i \cdot \partial J_i} = -\frac{\nu_i}{5{,}33}\Gamma_i a_i \left(\frac{\beta_i Q_i^2}{J_i}\right)^{\frac{\nu_i}{5{,}33}} \frac{1}{J_i}$$

ricavato J dall'espressione [r] e sostituendo nella precedente

$$\frac{\partial C_i}{\partial \delta_i} = -\frac{\nu_i}{5{,}33}\Gamma_i a_i \left(\frac{\beta_i Q_i^2}{\beta_i Q_i^2 D_i^{-5{,}33}}\right)^{\frac{\nu_i}{5{,}33}} \frac{1}{\beta_i Q_i^2 D_i^{-5{,}33}}$$

con le dovute sostituzioni e vista la [l]: $C_i^{'} = -\dfrac{\Gamma_i\ \nu_i\ a_i}{5{,}33\ \beta\ Q_i^2} D_i^{\nu_i + 5{,}33} = 2r_i\delta_i + s_i$ [t]

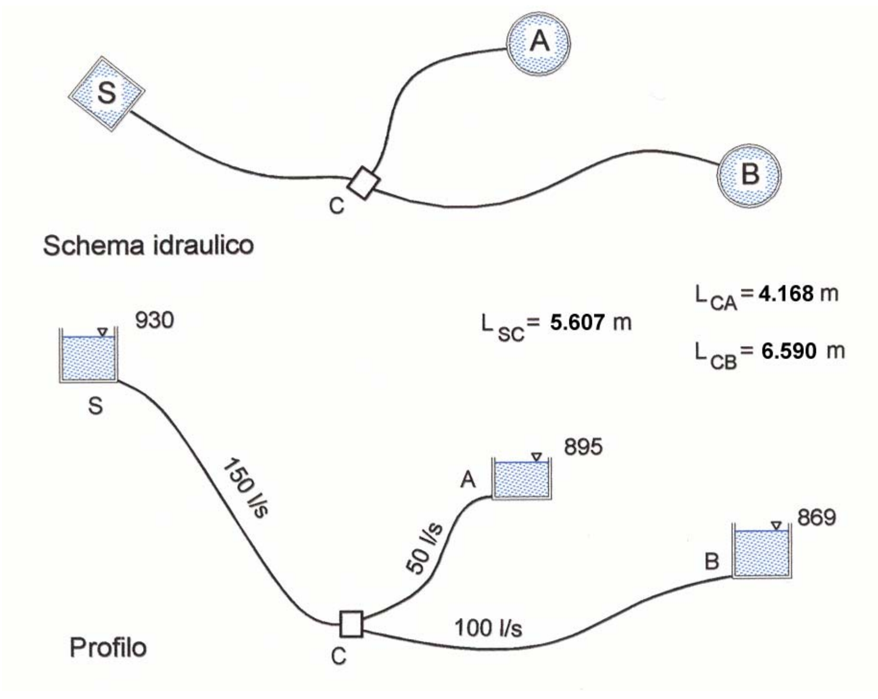
Operativamente, fissata una serie di diametri D_i possibili per il tronco i-esimo, con la relazione [t] $C_i^{'} = -\dfrac{\Gamma_i\ \nu_i\ a_i}{5{,}33\ \beta\ Q_i^2} D_i^{\nu_i + 5{,}33}$ si calcolano i corrispondenti valori della funzione derivata $C_i^{'}$ e con la relazione [r] $\delta_i = J_i \cdot L_i = \beta_i\ D_i^{-\mu}\ Q_i^2\ L_i$ si calcolano le correlate perdite di carico δ_i.

Associando valori, in tal modo determinati, vengono interpolati con legge lineare pervenendo alla definizione della costante s_i e del coefficiente angolare $2r_i$ caratteristici di ciascun tronco. A questo punto è risolvibile il sistema [n] nelle tre **incognite D_i**

Per la soluzione completa del problema dovranno determinarsi le distribuzioni dei diametri commerciali tali da soddisfare, per ogni tronco, le relazioni : $L = L_1 + L_2$ $\Delta Y = \delta_1 + \delta_2$

ESEMPIO n.6

Determinare, per il sistema riprodotto in figura, la distribuzione di diametri commerciali che soddisfino la condizione di minimo costo .



Per la serie dei diametri precedentemente individuati (Esempio 4) e con l'ausilio della Tabella riprodotta nella Figura A è possibile determinare graficamente i coefficienti a_i e ν_i della funzione :

$$w_i = a_i D_i^{\nu_i} \quad .$$

Riportati su un cartogramma bilogaritmico, Figura A, i valori del peso w_i (kg/m) in funzione dei correlati diametri commerciali D(m) si evidenziano tre rette interpolatrici per classi di diametri variabili tra DN 125 ÷ 250   DN 300 ÷ 600   DN 700 ÷ 900 .

Per ogni retta interpolatrice è possibile definire una relazione del tipo: $\log w_i = \log a_i + \nu_i \log D_i$

- il valore del coefficiente **a** verrà letto in corrispondenza del prolungamento della retta interpolatrice sulla verticale per DN=1 m.
- Il coefficiente ν pari alla pendenza della retta è ricavabile o graficamente dalla figura o scrivendo per gli estremi di questa

$$\log w_1 = \log a + \nu \log D_1$$
$$\log w_2 = \log a + \nu \log D_2$$

ed eseguendone la differenza $\log\left(\frac{w_1}{w_2}\right) = \nu \log\left(\frac{D_1}{D_2}\right)$

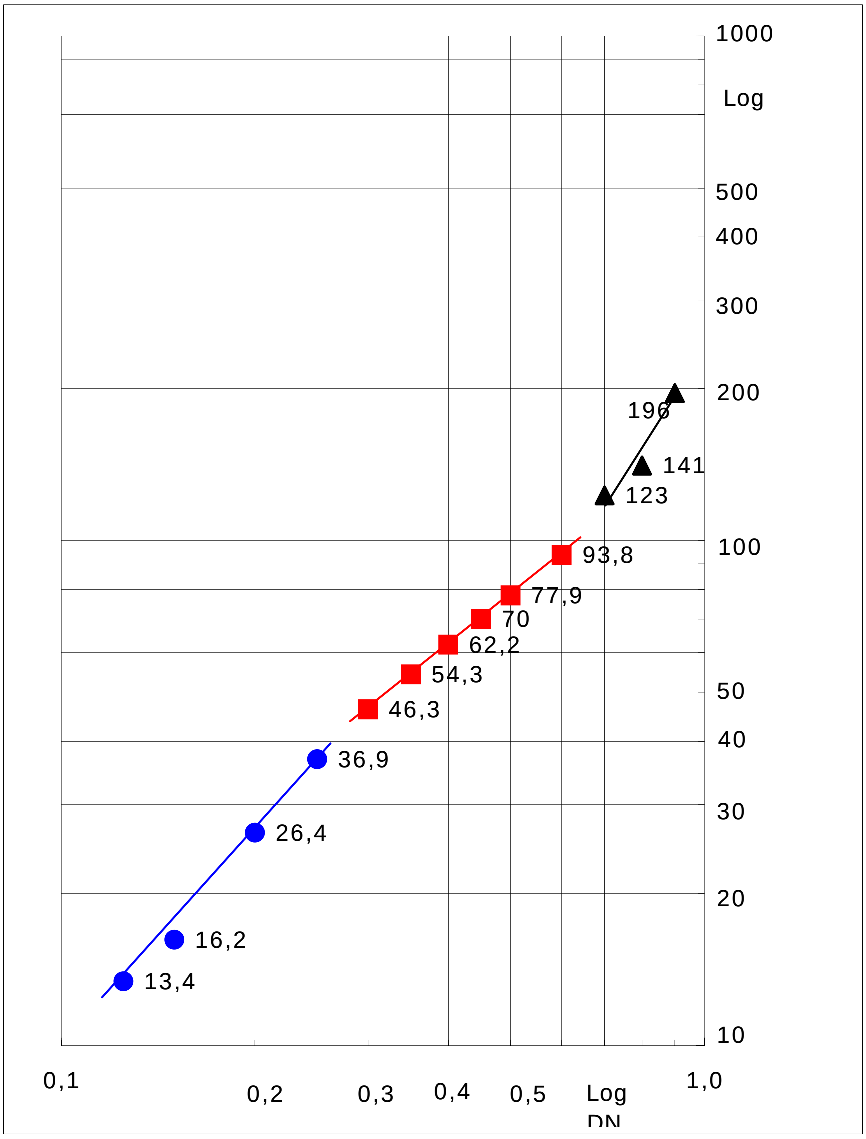
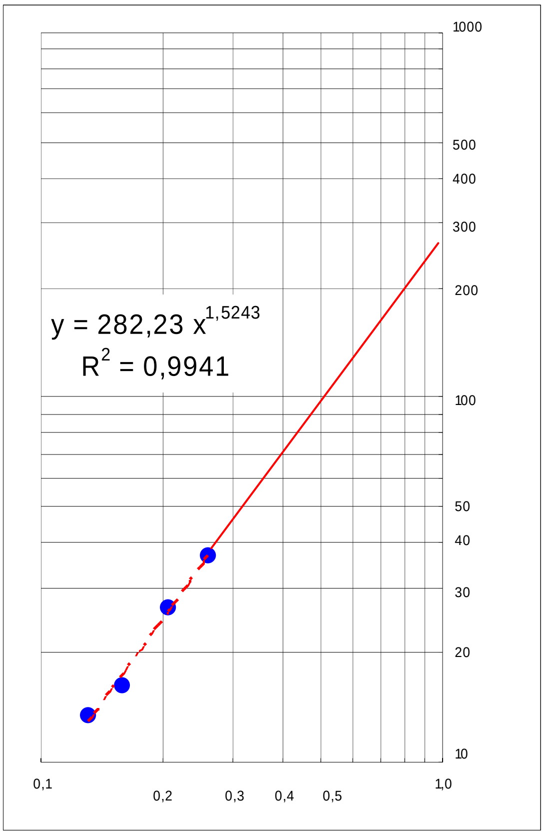
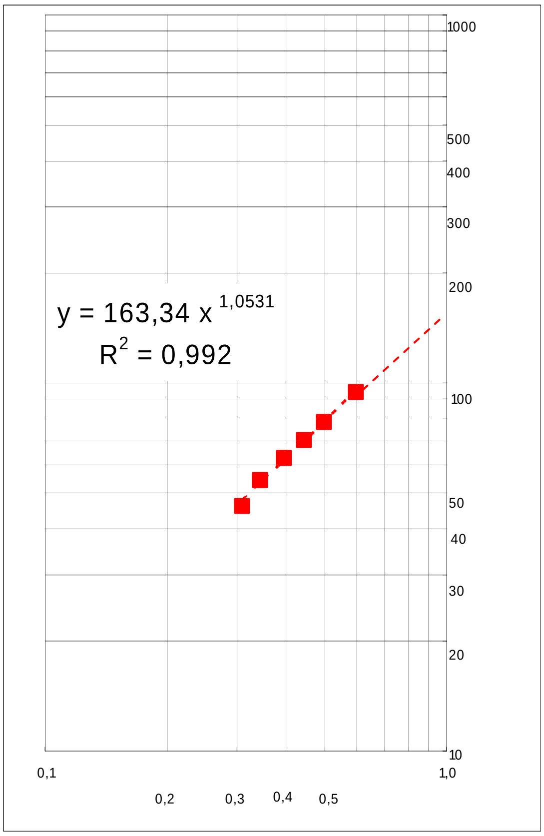
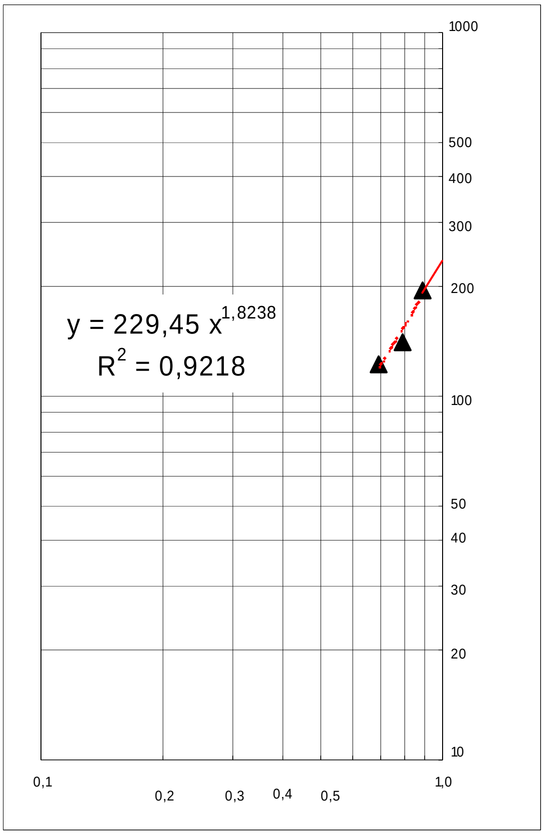


Figura A. w∫(DN) . Peso w [kg] per unità di lunghezza delle condotte di acciaio in funzione del diametro nominale DN [m]

Nella Figura B sono riportati, per classi di diametri nominali DN, i valori dei suddetti parametri, determinati analiticamente.







DN	a_i	ν_i
125-250	282,23	1,5243
300-600	163,34	1,0168
700-900	229,45	1,8238

Figura B. Determinazione analitica dei coefficienti a e ν

Determinazione delle leggi $C_i'=2r_i\ \delta_i + s_i$

Ricordato che

- le perdite di carico δ_i sono espresse dalla : $\delta_i = \beta_i\ D_i^{-\mu}\ Q_i^2\ L_i$
- la condizione di minimo costo è rappresentato dalla espressione

$$C_i' = -\frac{\Gamma_i\ \nu_i\ a_i}{5{,}33\beta\ Q_i^2} D_i^{\nu_i+5{,}33} = 2r_i\,\delta_i + s_i$$

per ***ciascun tronco***:

1. noti i valori di Q_i, k_i
2. assunta una successione di diametri compatibili DN_i (almeno tre)
3. rilevati graficamente (Figura B) o analiticamente (Tabella I) i corrispondenti valori di a_i e ν_i
4. si determinano coppie di valori correlati $\delta_i \div C_i'$ (nel caso di condotte omogenee Γ_i [€/kg] risulta costante al pari di β = 10,2936 k^{-2}) .
5. La costante s_i ed il coefficiente $2r_i$ possono essere determinati analiticamente utilizzando un qualsiasi programma di regressione lineare (nel caso in oggetto è stato utilizzato Excel x Windows).

$$C'_{SC} = 2r_{SC}\ \delta_{SC} + s_{SC}$$

Tronco S-C β= 10,2936*K^{-2} = 0,00183

Portata Q=150 l/s Lunghezza L 5607 m

Γ= 2,00 €/kg

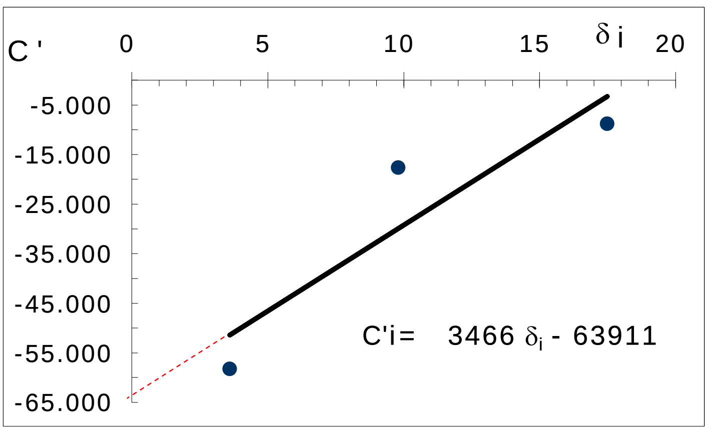
DN	Di	a_i	υ_i	δ_i	C'_i	s_{SC}	$2*r_{SC}$
[600]	0,597	163,34	1,0531	3,61	-58.244,26		
[500]	0,495	163,34	1,0531	9,80	-17.614,32	-63.911,29	3.465,49
[450]	0,444	163,34	1,0531	17,49	-8.799,17		

Output della regressione:

Costante	-63.911,29	s_{SC}
Errore standard della stima di	18113,296	
R al quadrato	0,84	R= 0,91
Coefficiente/i X	3.465,49	$2r_{SC}$

6. Oppure seguendo un procedimento grafico; riportati in un diagramma X (δ_i) Y (C_i'), i valori determinati si interpolano i punti con una retta di equazione del tipo X= A + BY ovvero $C_i'=2r_i\ \delta_i+s_i$ essendo A = s_i il valore dell'intercetta sull'asse delle C_i' [Y] e B=$2r_i$ valore della pendenza della retta ottenuto dal rapporto $\Delta C_i/\Delta\delta_i$.

δ i	C'i
3,61	-58.244
9,8	-17.614
17,49	-8.799

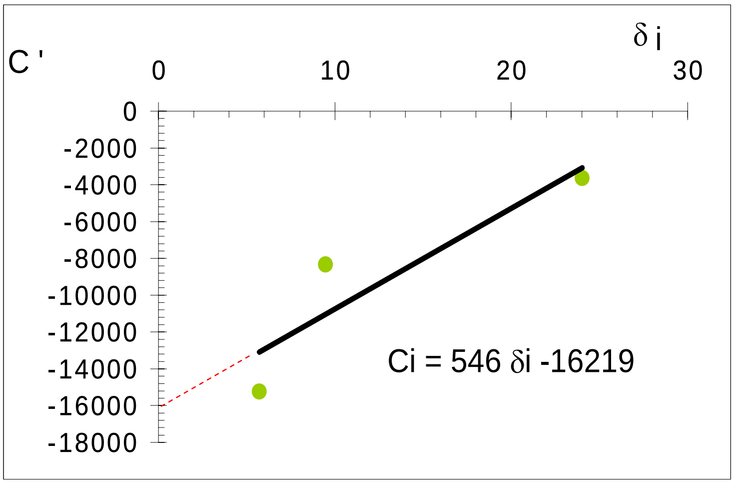


$$C'_{CA}=2r_{CA}\,\delta_{CA}+s_{CA}$$

Tronco	C-A		β= 10,2936*K^{-2}= 0,00183				
Portata Q=50		l/s	Lunghezza L 4168		m		
Γ=	2,00 €/kg						
DN	Di	ai	υ i	δ i	C'i	s_{CA}	2*r_{CA}
[350]	0,343	163,34	1,0531	5,72	-15.247,89		
[300]	0,312	163,34	1,0531	9,47	-8.329,37	-16.219,77	546,83
[250]	0,262	282,23	1,5243	24,03	-3.634,53		

Output della regressione:			
Costante		-16.219,77	**s_{CA}**
Errore standard della stima di		3915,428396	
R al quadrato	0,82		R= 0,91
Coefficiente/i X	546,83	**$2r_{CA}$**	

δ i	Ci'
5,72	-15247,9
9,47	-8329,37
24,03	-3634,53

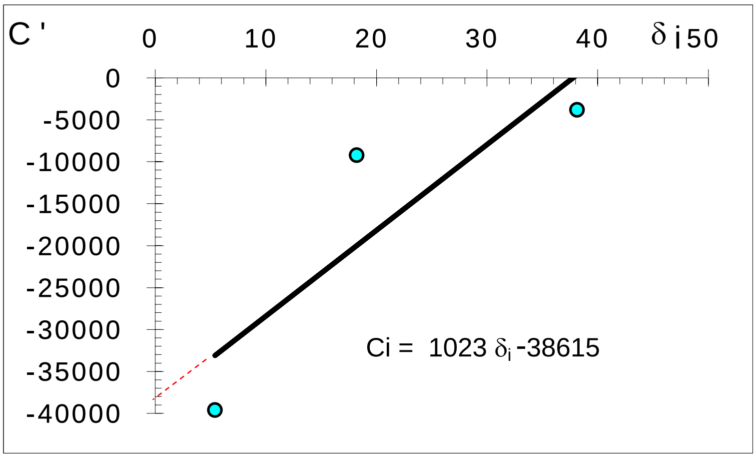


$$C'_{CB}=\ +2r_{CB}\,\delta_{CB}+s_{CB}$$

Tronco	C-B		b= 10,2936*K^{-2}= 0,00183				
Portata Q=100		l/s	Lunghezza L= 6950		m		
Γ=	2,00 €/kg						
DN	Di	ai	υ i	δ i	C'i	s_{CB}	2*r_{CB}
[500]	0,495	163,34	1,0531	5,40	-39632,21		
[400]	0,394	163,34	1,0531	18,22	-9234,76	-38.615,08	1.022,98
[350]	0,343	163,34	1,0531	38,13	-3811,97		

Output della regressione:			
Costante		-38.615,08	**s_{CB}**
Errore standard della stima di		13985,49715	
R al quadrato	0,76		R= 0,87
Coefficiente/i X	1.022,98	**$2r_{CB}$**	

δ_i	C'_i
5,4	-39632,2
18,22	-9234,76
38,13	-3811,97



Quindi, noti tutti gli elementi, è possibile risolvere il sistema costituito dalle due equazioni idrauliche e dall'equazione di minimo costo:

$$\delta_{SC} + \delta_{CA} = \Delta_{SA}$$
$$\delta_{SC} + \delta_{CB} = \Delta_{SB}$$
$$2r_{SC}\,\delta_{SC} + s_{SC} = 2r_{CA}\,\delta_{CA} + s_{CA} + 2r_{CB}\,\delta_{CB} + s_{CB}$$

$$\delta_{SC} + \delta_{CA} = 35$$
$$\delta_{SC} + \delta_{CB} = 61$$
$$3.465{,}49 \cdot \delta_{SC} - 63911{,}29 = 546{,}83 \cdot \delta_{CA} - 16219{,}77 + 1022{,}98 \cdot \delta_{CB} - 38615{,}08$$

$$\delta_{SC} + \delta_{CA} = 35$$
$$\delta_{SC} + \delta_{CB} = 61$$
$$3.465{,}49 \cdot \delta_{SC} - 546{,}83 \cdot \delta_{CA} - 1022{,}98 \cdot \delta_{CB} = 9076{,}44$$

Operando per sostituzione si ottengono i valori finali delle perdite di carico per ciascun tronco

δ_{SC} = 18 m
δ_{CA} = 17 m
δ_{CB} = 43 m

Infine si determinano i diametri commerciali ed i loro relativi sviluppi (Tabella VIII).

Tabella VIII

δ_{SC}=	18,00	m L_{SC}=	5.607,00	m Q_{SC}=	0,150	m^3/s	Costo tubo €/m	Costo Tratta
				DN[450]	0,444	[X]		
J=	0,00321	Di=	0,442					
				DN[400]	0,394	[Y]		
J[X]=	0,00312	X=	5423,72	m	16,92	m	140,00	759.321,50
J[Y]=	0,00590	Y=	183,28	m	1,08	m	124,40	22.799,41
		L=	5607,00	m	18,00	m		
δ_{CA}=	17,00	m L_{CA}=	4.168,00	m Q_{CA}=	0,050	m^3/s		
				DN[300]	0,312	[X]		
J=	0,00408	Di=	0,280					
				DN[250]	0,262	[Y]		
J[X]=	0,00227	X=	2012,97	m	4,57	m	92,60	186.400,78
J[Y]=	0,00577	Y=	2155,03	m	12,43	m	73,80	159.041,41
		L=	4168,00	m	17,00	m		
δ_{CB}=	43,00	m L_{CB}=	6.590,00	m Q_{CB}=	0,100	m^3/s		
				DN[350]	0,343	[X]		
J=	0,00653	Di=	0,332					
				DN[300]	0,312	[Y]		
J[X]=	0,00549	X=	4691,85	m	25,74	m	108,60	509.534,64
J[Y]=	0,00909	Y=	1898,15	m	17,26	m	92,60	175.768,92
		L=	6590,00	m	43,00	m	€	1.812.866,66

In sintesi:

Soluzione A €. 1.814.943,39
Soluzione B €. 1.821.129,88
Soluzione C €. 1.841.636,75
Soluzione Max.Economia €. 1.812.866,66

C. ADDUTTORE RAMIFICATO CON PIU' PUNTI DI CONSEGNA

Anche nel caso di reti complesse, costituite da un numero elevato di tronchi, con l'estensione a tutti i nodi del criterio indicato al punto precedente si perviene alla soluzione della determinazione dei diametri D_i considerando, unitamente alle equazioni a carattere idraulico, equazioni economiche idonee alla individuazione della soluzione ottima. Nella Figura 5 è riportato lo schema di un adduttore con un unico punto di presa S e tre distinti punti di consegna : A, B e C.

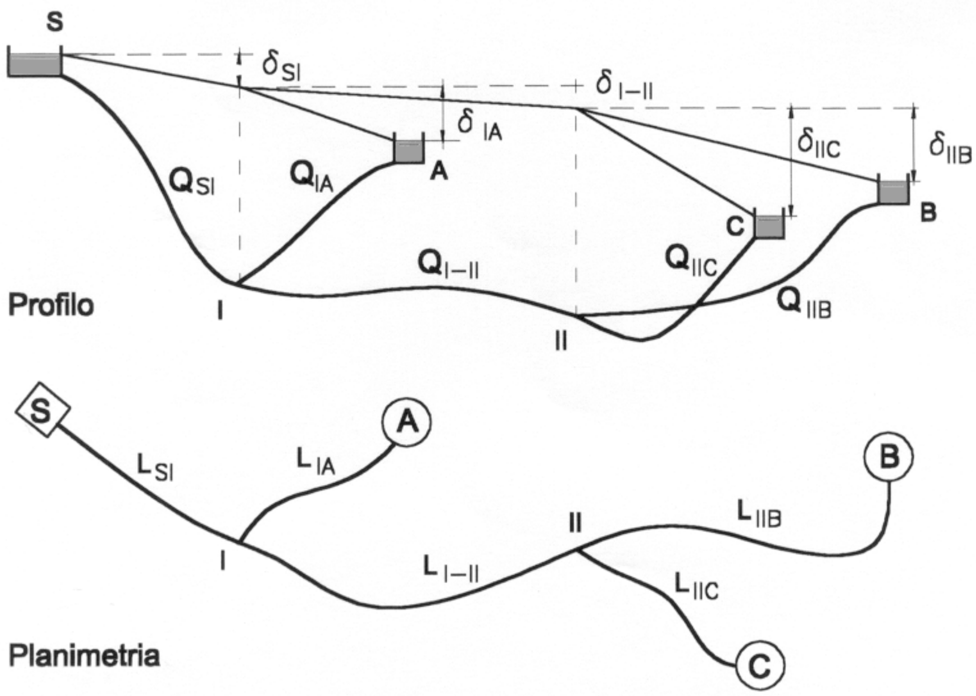


Figura 5. Adduttore con più diramazioni

La rete è caratterizzata da due nodi di diramazione (I e II) , tre punti di consegna (SA, SB ed SC) e cinque tratte (S I, I II, I A, II B e II C). Risultano noti: la differenze di carico tra i serbatoi estremi, le portata, le lunghezze e le scabrezze delle condotte , restano da determinare i diametri ed i carichi piezometrici corrispondenti ai nodi I e II. Per ciascun percorso che collega S ai serbatoi è possibile scrivere l'equazioni delle perdite di carico δ_i come differenza tra i carichi estremi (quote note dei serbatoi) :

$$\begin{aligned} \Delta_{SA} &= \delta_{SI} + \delta_{IA} \\ \Delta_{SB} &= \delta_{SI} + \delta_{I-II} + \delta_{IIB} \\ \Delta_{SC} &= \delta_{SI} + \delta_{I-II} + \delta_{IIC} \end{aligned} \qquad [a]$$

Le tre precedenti equazioni idrauliche non sono sufficienti per la determinazione univoca dei diametri dei cinque tratti costituenti la rete di adduzione .

Per conseguire la determinazione del sistema è possibile seguire

- Metodi euristici fissando i valori delle incognite sovrabbondanti (le quote piezometriche sui nodi di diramazione o i diametri o le velocità in un numero di tratti pari al numero delle incognite sovrabbondanti) [3]
- Soluzioni di tipo economico che conducano ad un bilanciamento dei costi minimi C' entranti ed uscenti dai nodi di diramazione

[3] *Al crescere del numero dei nodi le soluzioni conseguenti tendono a discostarsi sempre più dalla soluzione di minimo costo.*

$$C'_{SI} = C'_{IA} + C'_{I-II}$$
$$C'_{I-II} = C'_{IIB} + C'_{IIC} \qquad [b]$$

Per quanto detto nel precedente paragrafo le [b] sono riconducibili ad equazioni del tipo

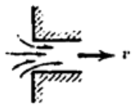
$$2r_{SI}\,\delta_{SI} + s_{SI} = 2r_{IA}\,\delta_{IA} + s_{IA} + 2r_{I-II}\,\delta_{I-II} + s_{I-II} \qquad [C]$$
$$2r_{I-II}\,\delta_{I-II} + s_{I-II} = -2r_{II\,B}\,\delta_{II\,B} + s_{II\,B} + 2r_{II\,C}\,\delta_{II\,C} + s_{II\,C}$$

queste associate alle [a] consentono di risolvere il sistema .

D. PERDITE DI CARICO SINGOLARI O LOCALIZZATE

L'introduzione lungo una condotta di pezzi speciali, dispositivi di controllo e misura, apparecchiature di regolazione ecc. producono delle perturbazioni locali della corrente con diminuzione o aumento della velocità (correlata all'aumento o diminuzione di pressione).

L'espressione generale delle perdite di carico dovute a punti singolari si scrive: $\Delta H = k\dfrac{V^2}{2g}$ con V velocità media e k un coefficiente tabellato, funzione del tipo di discontinuità inserito nella condotta (Figura 6).

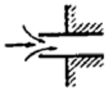


Perpendicular square entrance:

$k = 0.50$ if edge is sharp.

Perpendicular rounded entrance:

$R/d =$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
$k =$	0.25	0.17	0.08	0.05	0.04



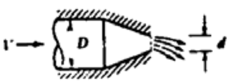
Perpendicular reentrant entrance:

$k = 0.8$

Additional loss due to skewed entrance:

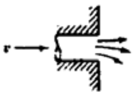
$k = 0.505 + 0.303 \sin\alpha + 0.226 \sin^2\alpha$

Confusor outlet:



$d/D =$	0.5	0.6	0.8	0.9
$k =$	5.5	4	2.55	1.1

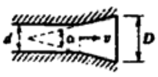
(By Mostkov)



Exit from pipe into reservoir:

$k = 1.0$

Diffusor outlet for $D/d > 2$:



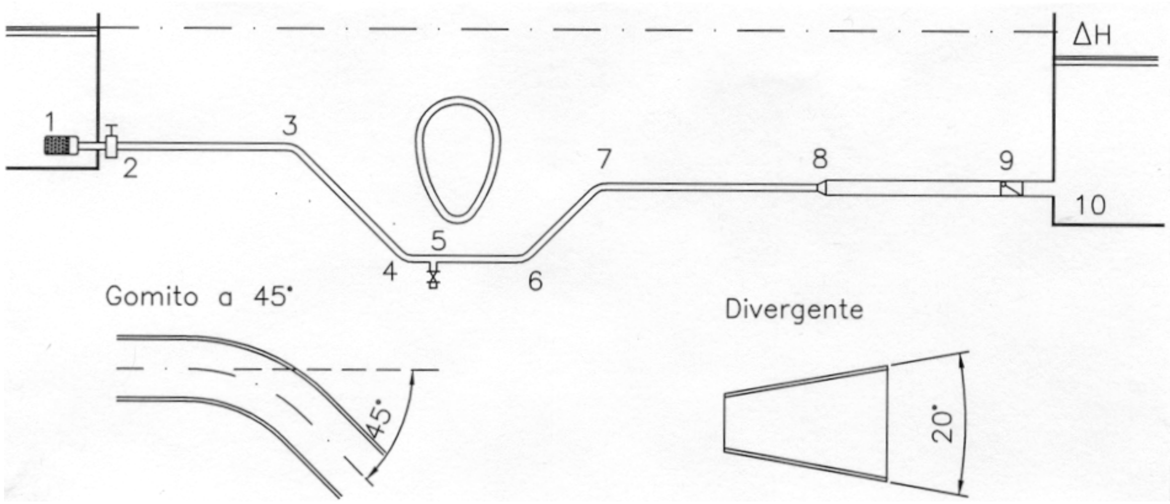
$\alpha° =$	8	15	30	45
$k =$	0.05	0.18	0.5	0.6

(By Mostkov)

Figura 6. Alcuni tipi di dispositivi con i relativi valori del coefficiente k

ESEMPIO N.6

Due serbatoi sono collegati da una condotta di acciaio, costituita da due tronchi DN 100 e DN 200 lunghi rispettivamente 110 m e 35 m.
Causa l'intersezione con un grosso collettore fognario la condotta subisce un approfondimento realizzato con quattro gomiti con deviazione angolare di 45° ; il passaggio dal DN 100 al DN 200 è realizzato con un divergente con angolo di apertura $\vartheta=20°$.
Determinare la quota del serbatoio di monte tenuto conto che il livello del serbatoio di valle è mantenuto a quota fissa +10 m sul fondo e la portata transitante è pari a 24 l/s.



Oltre le perdite di carico δ ripartita lungo la condotta, sono presenti apparecchiature e valvolismi causa di perdite concentrate ΔH_i per le quali è valida l'espressione $\Delta H = k\frac{V^2}{2g}$ con i seguenti valori di k :

1. *Valvola di fondo (Sugheruola) k=1,5*
2. *Saracinesca k=0,25*
3. *4.6.7. Gomito a 45° k=0,35*
5. *Giunzione a T di uguale DN k=0,50*
8. *Divergente per ϑ=20° k=0,40*
9. *Valvola unidirezionale k=0,30*
10. *Sbocco nel serbatoio k=1,00*

Perdite di carico distribuite : k = 80

tronco 2-8 $\delta_{2-8} = 10,2936 \cdot 0,024^2 \cdot 0,107^{-5,33} \cdot 80^{-2} \cdot 110 = 15,16\ m$

tronco 8-9 $\delta_{8-9} = 10,2936 \cdot 0,024^2 \cdot 0,209^{-5,33} \cdot 80^{-2} \cdot 35 = 0,14\ m$

Perdite di carico concentrate :

Determinazione delle velocità nei tronchi 2-8 e 8-9

$$V_{2-8} = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,024}{\frac{\pi\, 0,107^2}{4}} = 2,67\ m/s \qquad V_{8-9} = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,024}{\frac{\pi\, 0,209^2}{4}} = 0,70\ m/s$$

1. Cipolla di presa (Sugheruola) **k=1,5**

$$\Delta H_1 = k_1 \frac{V^2}{2g} = 1,5 \cdot \frac{2,67^2}{19,62} = 0,55\,m$$

2. Saracinesca **k=0,25**

$$\Delta H_2 = k_2 \frac{V^2}{2g} = 0,25 \cdot \frac{2,67^2}{19,62} = 0,09\,m$$

3. 4.6.7. Gomito a 45° **k=0,35**

$$\Delta H_3 = k_3 \frac{V^2}{2g} = 0,35 \cdot \frac{2,67^2}{19,62} = 0,13\,m$$

5. Giunzione a T di uguale DN **k=0,50**

$$\Delta H_5 = k_5 \frac{V^2}{2g} = 0,50 \cdot \frac{2,67^2}{19,62} = 0,18\,m$$

8. Divergente per ϑ=20° **k=0,40**

$$\Delta H_8 = k_8 \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = 0,40 \cdot \frac{(2,67 - 0,7)^2}{19,62} = 0,08\,m$$

9. Valvola unidirezionale **k=0,30**

$$\Delta H_9 = k_9 \frac{V^2}{2g} = 0,30 \cdot \frac{0,7^2}{19,62} = 0,007\,m$$

10. Sbocco nel serbatoio **k=1,00**

$$\Delta H_{10} = k_{10} \frac{V^2}{2g} = 1 \cdot \frac{0,7^2}{19,62} = 0,025\,m$$

$$\Sigma\Delta H_i = 0,55 + 0,09 + 4 * 0,13 + 0,18 + 0,08 + 0,007 + 0,025 = 1,45\,m$$

$$\Delta H = \delta_{2-8} + \delta_{8-10} + \Sigma\Delta H_i = 15,16 + 0,14 + 1,45 = 16,75\,m$$

Pertanto la quota del serbatoio di monte dovrà essere +16,75 m rispetto la quota di superficie libera del serbatoio di valle.