

# Dynamique multi-échelle et extrêmes dans les ratios stœchiométriques mesurés en Manche orientale: MAREL Carnot et SOMLIT

François G. Schmitt, Sylvie Brizard Zongo,  
Alain Lefebvre

## Résumé

Nous considérons dans cette étude la dynamique multi-échelle des ratios stœchiométriques en utilisant deux techniques différentes de surveillance. La première série de données provient du programme SOMLIT (Service d'Observation de l'Environnement du littoral). Les prélèvements d'échantillons d'eau sont faits en pleine mer et les échantillons sont transportés au laboratoire pour analyse. La deuxième série de données provient du système automatisé MAREL Carnot.

Nous considérons dans cette étude la dynamique des ratios stœchiométriques N/P, Si/N et Si/P. Nous montrons que ces ratios sont fortement variables, que les valeurs moyennes dépendent de la résolution des mesures, et que leurs distributions de probabilité mettent en évidence des événements extrêmes obéissant à des lois hyperboliques.

## Introduction

### Données utilisées, provenant des programmes MAREL et SOMLIT

La Manche orientale est une mer peu profonde, tempérée et froide, mégatidale<sup>1</sup>. Les masses d'eau sont transportées vers l'est<sup>2</sup>, et de forts courants de marée ont été mis en évidence, parallèles à la côte, formant un « fleuve côtier »<sup>3</sup>. Différentes études ont considéré la variabilité de certains paramètres biogéochimiques dans cette zone, se focalisant sur la variabilité spatiale des nutriments et du phytoplancton<sup>4</sup>, la variabilité

temporelle du nitrate<sup>5</sup>, et du ratio nitrate sur phosphate<sup>6</sup>, et des nutriments en général (N, P, Si et les ratios)<sup>7</sup>.

Ici nous nous focalisons sur la variabilité temporelle des macro-nutriments, via leurs rapports stœchiométriques, utilisant des données recueillies en point fixe, dans la zone côtière de la Manche orientale, près de Boulogne-sur-mer. La première base de données provient du programme de surveillance SOMLIT. Les échantillons d'eau sont collectés en un point fixe (point C) près de Boulogne-sur-mer, et les analyses sont effectuées au laboratoire. Le réseau

1. DAUVIN J. C., « The main characteristics, problems and prospects for Western European coastal seas », *Marine Pollution Bulletin*, 57, 2008, p. 22-40.

2. PINGREE R., MADDOCK L., « Tidal residual in the English Channel », *Journal of the Marine Biological Association of the UK*, 55, 1977, p. 975-992.

3. BRYLINSKI J. M., LAGADEUC Y., GENTILHOMME V., DUPONT J. P., LAFITE R., DUPEUBLE P. A., HUAULT M. F., AUGER Y., PUSKARIC E., WARTEL M., CABIOCH L., « Le fleuve côtier, un phénomène hydrologique important en Manche orientale, exemple du Pas de Calais », *Oceanologica Acta, Special Issue*, 1, 1991, p. 197-203.

4. BENTLEY D., LAFITE R., MORLEY N. H., JAMES R., STAHAM P. J., GUARY J.C., « Flux de nutriments entre la Manche et la Mer du Nord, situation actuelle et évolution récente depuis dix ans », *Earth Science Review*, 51, 1993,

p. 109-135 ; GENTILHOMME V., LIZON F., « Seasonal cycle of nitrogen and phytoplankton biomass in a well-mixed coastal system (Eastern English Channel) », *Hydrobiologia*, 361, 1998,

p. 191-199 ; LEFEBVRE A., « Seasonal trends of the *Phaeocystis* sp. and nutrients dynamics in the eastern English Channel », *Journal of Research Oceanography*, 28, 2004, p. 57-61.

5. SEURONT L., GENTILHOMME V., LAGADEUC Y., « Small-scale nutrient patches in tidally mixed coastal waters », *Marine Ecology Progress Series*, 232, 2002, p. 29-44.

6. JORDAN M. B., JOINT I., « Seasonal Variation in Nitrate:Phosphate ratios in the English Channel 1923-1987 », *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 46, 1998, p. 157-164.

7. LEFEBVRE A., GUISELIN N., BARBET F., ARTIGAS F. L., Long-term hydrological and phytoplankton monitoring (1992-2007) of three potentially eutrophic systems in the eastern English Channel and the Southern Bight of the North Sea, *ICES Journal of Marine Science: Journal du Conseil*, 68, 2011, p. 2029-2043.

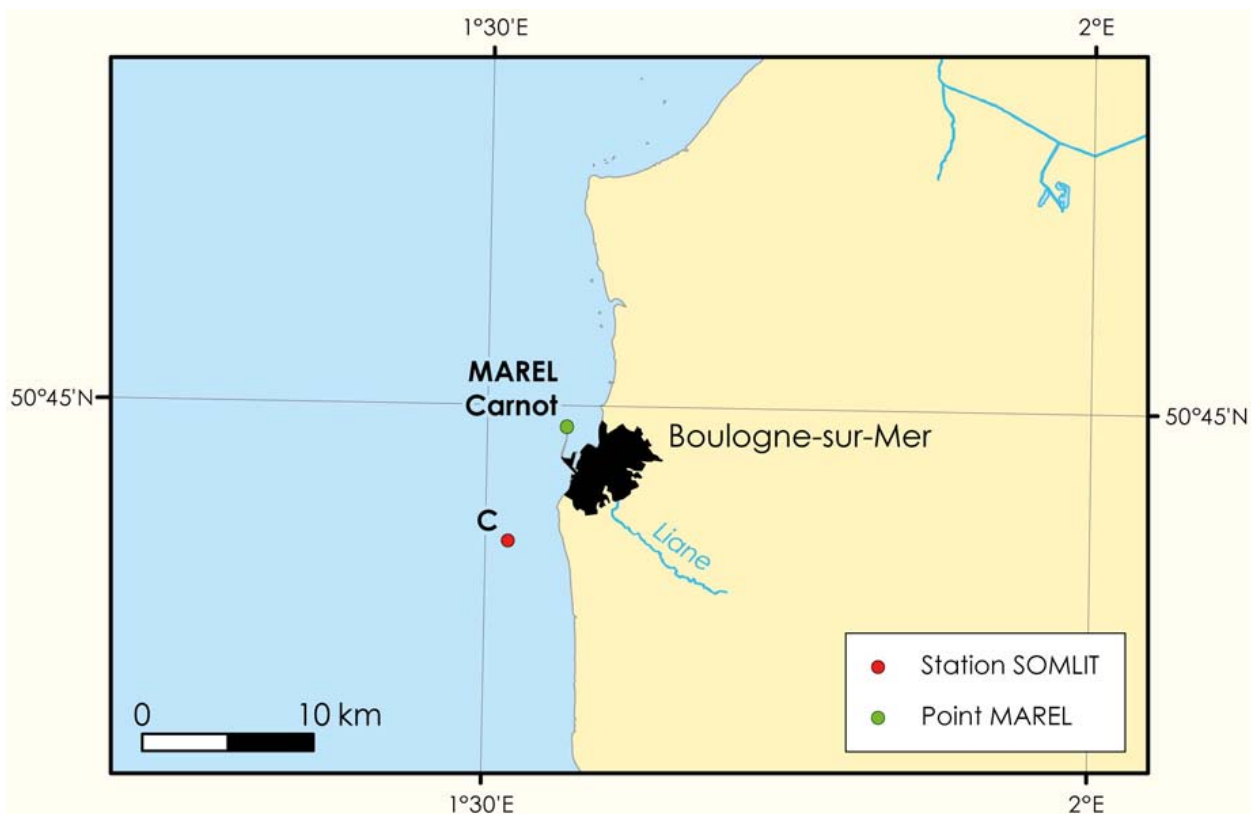


Figure II.1.1 Localisation des sites de mesure des stations SOMLIT (point C) et MAREL Carnot, séparés de 6 miles.

SOMLIT a mis au point une procédure de contrôle de qualité et des outils développés permettent de maîtriser et de quantifier la qualité des mesures faites. Les données sont accessibles au public sur le site web SOMLIT<sup>8</sup>. Les résultats issus de ce programme « basse fréquence » sont comparés aux résultats obtenus à partir des données haute résolution provenant de la station MAREL Carnot. En Manche orientale, le programme SOMLIT a débuté en 1997 et coordonne les activités d'observation des laboratoires marins et stations marines sur l'ensemble des trois façades maritimes françaises : le programme a déjà été présenté dans plusieurs articles de ce volume.

En ce qui concerne les données MAREL, nous analysons ici les données présentées dans ce volume et analysées dans plusieurs articles (voir une présentation dans le premier article de ce volume). Les deux points de mesure (point C de SOMLIT/Wimereux et MAREL Carnot) sont situés à une distance de 6 miles nautiques l'un de l'autre (figure II.1.1), permettant une comparaison des résultats.

Les séries temporelles biogéochimiques communes considérées dans cette étude sont les nutriments : le nitrate, le phosphate et l'acide silicique. La longueur des séries de sels nutritifs considérée ici varie de

250 données environ pour le programme SOMLIT (de novembre 1997 à juillet 2015) tandis que le programme MAREL, avec une fréquence de 12 h pour les mesures de sels nutritifs, fournit environ 2500 valeurs entre janvier 2005 et décembre 2009.

### Les rapports stœchiométriques de Redfield

Nous nous intéressons aux rapports stœchiométriques de Redfield. Rappelons qu'il s'agit de rapports molaires C:N:P qui ont été mesurés au sein du phytoplancton et du zooplancton, et constatés comme étant assez universels au sein des organismes<sup>9</sup>. À la suite de ceci, les rapports molaires dans l'eau de mer ont été étudiés dans de nombreux travaux : puisque les éléments sont puisés dans l'eau de mer pendant la photosynthèse, il est fait l'hypothèse que la valeur des

8. <http://somalit.epoc.u-bordeaux1.fr/fr>.

9. REDFIELD A. C., « The biological control of chemical factors in the environment », *American Scientist*, 46, 1958, p. 205-221 ; REDFIELD A.C., KETCHUM B.H., RICHARDS F.A., « The influence of organisms on the composition of sea-water », dans M.N. HILL (ed.), *The Sea. Ideas and observations on progress in the study of the seas. Volume 2. The composition of sea-water. Comparative and descriptive oceanography*, New York, Wiley J. & Sons, 1963, p. 26-77.

rappports au sein du phytoplancton reflète les besoins moyens pour la croissance algale. En fait, ces rapports au sein de l'eau de mer ne sont pas aussi stables et universels qu'au sein du phytoplancton. Mais les valeurs mesurées dans le milieu peuvent être comparées à la valeur moyenne « à l'équilibre » au sein du phytoplancton, indiquant une limitation potentielle de la production primaire par certains éléments.

Nous considérons ici tout particulièrement les ratios stœchiométriques des nutriments N/P, Si/N et Si/P des eaux côtières. Les ratios à « l'équilibre » généralement utilisés comme référence sont N/P=16, Si/N=1, Si/P=16<sup>10</sup>. Le silicate est lié aux diatomées, qui en ont besoin pour la construction des parois de leurs cellules. Elles demandent, de façon optimale, des rapports Si/N=1 et Si/P=16. Lorsque les rapports sont plus petits que ces valeurs optimales, il n'y a pas assez de silicate dans le milieu et les diatomées sont désavantagées par rapport à d'autres espèces. D'autre part, un rapport N/P=16 indique quels sont les besoins moyens en phosphate et azote pour la croissance algale ; lorsque le ratio est plus grand, il y a une déficience en phosphate correspondant à une limitation de la production primaire par le phosphate, et lorsque N/P<16, il y a une limitation par l'azote.

Dans la littérature, on peut trouver des études portant sur la variation spatiale des rapports N/P ou Si/N<sup>11</sup>, et aussi des études concernant leur variabilité saisonnière<sup>12</sup>. Ces travaux indiquent que dans la plupart des situations, le milieu marin connaît une limitation en azote<sup>13</sup>, tandis que dans les estuaires, dans le sud-ouest de la mer Jaune, dans les eaux côtières de la mer de Chine, et dans la mer Méditerranée, on

trouve une limitation en phosphate<sup>14</sup>. Notre approche ici ne consiste pas en la considération des variations spatiales de ces ratios, mais plutôt concerne l'étude de la dynamique temporelle, en un point fixe, de ces ratios. Ici nous nous intéressons aux fluctuations de ces rapports, à leur distribution de probabilité, et à l'influence de l'échelle de mesure sur les valeurs moyennes et les distributions de probabilité de ces rapports.

## Analyse des données

### Fortes fluctuations dans les ratios stœchiométriques

La figure II.1.2 représente à titre d'exemple l'évolution du rapport N/P au cours du temps, pendant dix jours, pour les données MAREL Carnot. Une forte variabilité apparaît dans les valeurs de ce rapport. Globalement, sur l'ensemble des séries considérées, les rapports N/P de SOMLIT et de MAREL varient entre 0,03 et 220, et entre  $1,3 \cdot 10^{-3}$  et 2200, soit des variations sur plus de 4 ordres de grandeur pour les données SOMLIT, et 6 ordres de grandeur pour les données MAREL. Ceci montre que, localement, les concentrations en sels nutritifs sont loin de l'équilibre théorique indiqué ci-dessus : le transport turbulent génère de très fortes fluctuations dans les concentrations des différents sels nutritifs, et leur rapport l'est encore plus ; en conséquence on peut constater que l'équilibre théorique, s'il existe, n'est pas installé aux petites et micro-échelles.

Le fait de prendre un rapport entre deux quantités étant une opération non-linéaire, pour des quantités possédant de fortes fluctuations la question se pose de l'échelle à laquelle considérer le rapport stœchiométrique. Ceci est illustré en Tableau II.1.1. Ce tableau recense les moyennes estimées des différents sels nutritifs via les deux systèmes de mesure, ainsi que les rapports des moyennes, et les moyennes des rapports. On constate, d'une part, que l'estimation du ratio pour un système donné (par exemple SOMLIT) n'est pas le même selon qu'on considère le rapport des moyennes (18,44 pour le rapport N/P) ou la moyenne des rapports (22,07 pour le rapport N/P). Ceci est valable pour tous les rapports ; la différence est particulièrement marquée pour le rapport Si/N, qui varie de 0,64 à 7,23, soit un rapport supérieur à 10, selon que l'on considère le rapport des moyennes ou la moyenne des rapports. Ceci se retrouve également à partir des données MAREL.

10. REDFIELD A. C., 1958, *op. cit.* ; BRZEZINSKI M. A., « The Si:C:N ratio of marine diatoms, interspecific variability and the effect of some environmental variables », *Journal of Phycology*, 21, 1985, p. 347-357.

11. WANG B., WANG X., ZHAN R., « Nutrient conditions in the Yellow Sea and the East China Sea », *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 58, 2003, p. 127-136 ; LI Y.H., PENG T.H., « Latitudinal change of remineralization ratios in the oceans and its implication for nutrient cycles », *Global Biogeochemical Cycles*, 16, 2002, p. 1130-1145 ; KUCUKSEZGIN F., KONTAS A., ALTAY O., ULUTURHAN E., « Elemental composition of particulate matter and nutrient dynamics in the Izmir Bay (Eastern Aegean) », *Journal of Marine Systems*, 56, 2005, p. 67-84 ; LEFEBVRE *et al.*, 2011, *op. cit.*

12. JORDAN ET JOINT, 1998, *op. cit.* ; KRESS N., HERUT B., « Spatial and seasonal evolution of dissolved oxygen and nutrients in the Southern Levantine Basin (Eastern Mediterranean Sea): chemical characterization of the water masses and inferences on the N: P ratios », *Deep-Sea Research I*, 48, 2001, p. 2347-2372 ; KUCUKSEZGIN *et al.*, 2005, *op. cit.*

13. WANG *et al.*, 2003, *op. cit.* ; LI ET PENG, 2002, *op. cit.*

14. WANG *et al.*, 2003, *op. cit.* ; KUCUKSEZGIN *et al.*, 2005, *op. cit.*

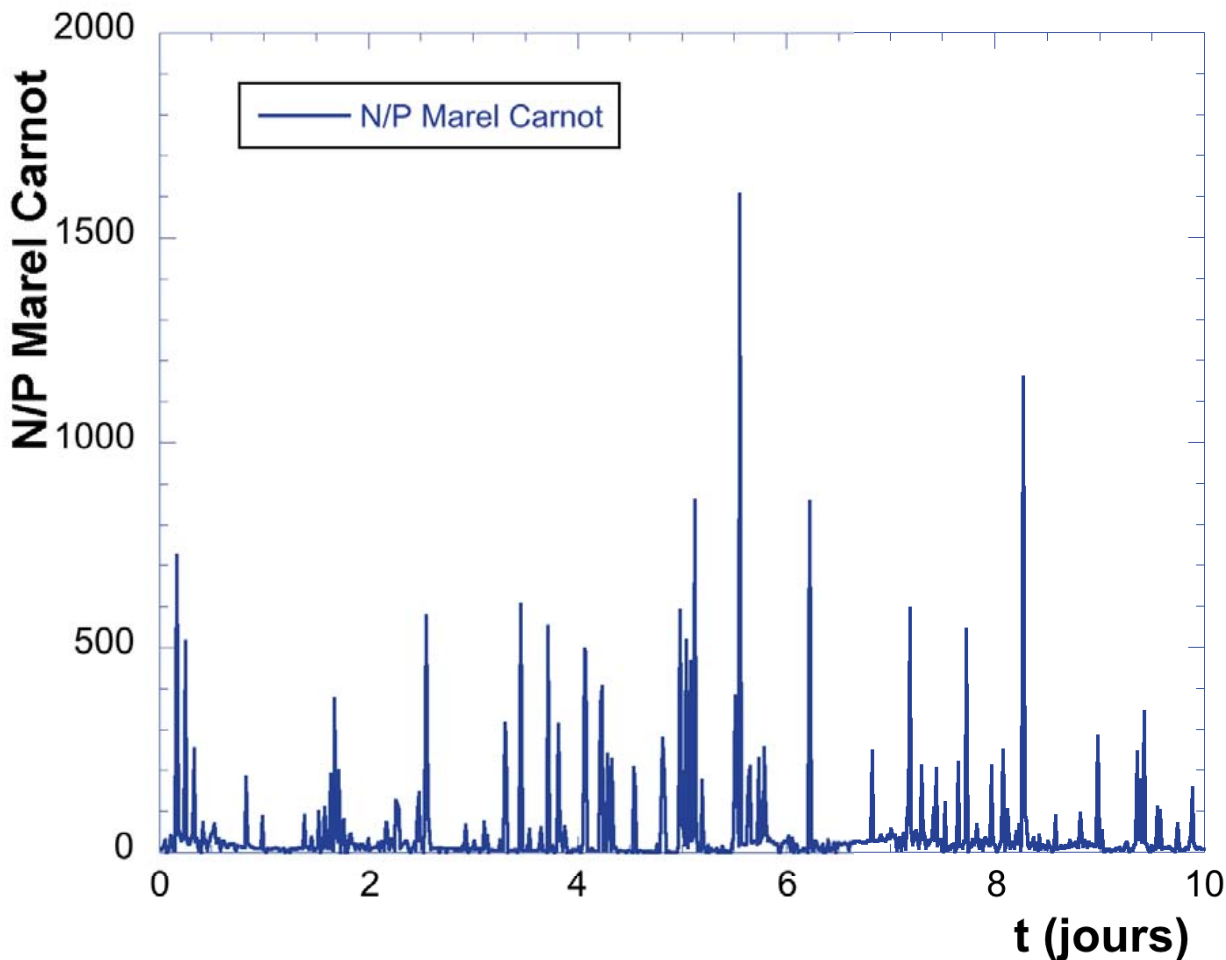


Figure II.1.2. Evolution du rapport N/P au cours du temps, pendant 10 jours, montrant la forte variabilité de ce rapport (données MAREL Carnot).

	SOMLIT	MAREL	Ratio Redfield théorique
Moy(N) ( $\mu\text{mol/l}$ )	6,27	18,24	
Moy(P) ( $\mu\text{mol/l}$ )	0,34	2,04	
Moy(Si) ( $\mu\text{mol/l}$ )	4,03	5,88	
Moy(N)/Moy(P)	18,44	8,96	16
Moy(N/P)	22,07	38,0	1
Moy(Si)/Moy(N)	0,64	0,32	
Moy(Si/N)	7,23	0,72	16
Moy(Si)/Moy(P)	11,85	2,89	
Moy(Si/P)	19,74	12,29	

Table II.1.1. Valeurs moyennes des différents ratios, estimée de deux façons différentes, pour les données SOMLIT et MAREL.

### Caractérisation de la variabilité

Le ratio instantané de deux concentrations est tellement fluctuant que la notion d'écart-type n'a plus de signification. En effet, pour chacun des ratios,

aussi bien pour les séries SOMLIT que MAREL, l'écart-type est supérieur à la moyenne. Ainsi par exemple pour le rapport N/P pour la série MAREL, la moyenne est de 38,0 et l'écart type de 116. La notation  $N/P=38\pm 116$  n'a pas de sens, car le ratio ne peut

		N/P	Si/N	Si/P
SOMLIT	Moyenne	22,07	7,23	19,74
	Intervalle 68 %	[1,16, 36,94]	[0,227, 11,7]	[3,07, 29,65]
	Intervalle 95 %	[0,115, 133,5]	[0,033, 50,0]	[0,327, 102,34]
MAREL	Moyenne	38,0	0,72	12,29
	Intervalle 68 %	[5,32, 52,17]	[0,115, 0,80]	[1,30, 14,99]
	Intervalle 95 %	[0,44, 195,5]	[0,02, 3,0]	[0,145, 55,1]

Table II.1.2. Valeurs moyennes et intervalles à 68 % et 95 % des valeurs, pour les 3 ratios stœchiométriques, estimés pour les séries SOMLIT et MAREL.

pas être négatif. Rappelons que cette notation sous-entend que la distribution d'une variable aléatoire est normale, et dans ce cas la notation  $X=m\pm s$  signifie que 68 % des valeurs de  $X$  est situé dans l'intervalle  $[m-s, m+s]$  (intervalle d'un « sigma ») ; alternativement ceci peut également signifier que 95 % des valeurs de  $X$  sont situées dans l'intervalle  $[m-2s, m+2s]$  (intervalle de « deux sigma »).

Pour une variable positive, lorsque l'écart-type est supérieur à la moyenne, on peut déduire que la variable aléatoire étudiée n'est pas gaussienne. Dans ce cas la notation  $m\pm s$  n'a plus de sens, et une alternative serait de considérer les quantiles  $q_1$  et  $q_2$ , tels que l'intervalle  $[q_1, q_2]$  contient 68 % des valeurs. Ceci est possible en considérant les quantiles 0,16 et 0,84. Alternativement, si on veut considérer l'équivalent de l'intervalle « deux sigma », on prendra les quantiles  $q_4$  et  $q_5$  tels que l'intervalle  $[q_4, q_5]$  contient 95 % des valeurs. Le tableau II.1.2 donne les quantiles 0,16, 0,84, 0,023 et 0,977 pour les ratios issus des séries SOMLIT et MAREL. Ceci indique les variations des quantités considérées, et illustre le fait que les ratios peuvent avoir des valeurs très élevées.

## Distribution de probabilité et extrêmes

Les valeurs recensées dans le tableau II.1.2 montrent que les ratios présentent une très forte variabilité. L'estimation de leur distribution de probabilité sous la forme de la « fonction de survie »  $F(x)=\Pr(X>x)$  met en évidence la fréquence de ces extrêmes. Les figures II.1.3 à II.1.5 représentent respectivement les fonctions de survie pour les ratios N/P, Si/N et Si/P pour les données SOMLIT et MAREL superposées, en représentation log-log. On constate que les extrêmes de toutes ces distributions de probabilité obéissent à une loi de puissance d'équation :

$$\Pr(R>x)=c.x^{-(\alpha-1)} \quad (1)$$

où  $R$  est le ratio et  $\alpha>0$  l'indice de la loi hyperbolique (tel que la densité de probabilité s'exprime comme

$p_R(x)=C.x^{-\alpha}$ ). Pour ce type de loi, plus l'exposant  $\alpha$  est faible, plus les extrêmes sont fréquents. Le tableau II.1.3 recense les valeurs estimées de cet exposant. On constate (1) que ce type de loi est vérifié pour toutes les données ; (2) que les exposants sont relativement stables pour chaque base de données, autour de 2 pour MAREL et autour de 2,6 pour SOMLIT ; (3) pour chaque quantité, les exposants et les fonctions de distribution obtenues sont différents pour les données SOMLIT et MAREL, indiquant que la résolution ici a une influence.

	N/P	Si/N	Si/P
SOMLIT	2,70	2,60	2,57
MAREL	2,00	1,89	1,97

Table II.1.3. Valeurs des exposants  $\alpha$  estimés pour les extrêmes des ratios stœchiométriques, pour les données SOMLIT et MAREL.

D'autre part, il est connu dans la littérature mathématique, que le ratio de variables aléatoires peut donner lieu à des extrêmes fréquents : par exemple, le ratio de deux variables normales, indépendantes ou possédant certaines dépendances, a une densité de probabilité de type Cauchy<sup>15</sup>. Rappelons que la densité de probabilité d'une loi de Cauchy de paramètre de position  $x_0$  et paramètre d'échelle  $a>0$  s'écrit<sup>16</sup> :

$$p(x) = \frac{a}{\pi} \frac{1}{(x - x_0)^2 + a^2} \quad (1)$$

15. MARSAGLIA G., « Ratios of normal variables and ratios of sums of uniform variables », JASA, 60, 1965, p. 163-204 ; SPRINGER M. D., The algebra of random variables, John Wiley & Sons, 1978 ; CEDILNIK A., KOSMELJ K., BLEJEC A., « The distribution of the ratio of jointly normal variables », Metodoloski zvezki, 1(1), 2004, p. 99-108 ; PHAM-GIA T., TURKKAN N., MARCHAND E., « Density of the ratio of two normal random variables », Communications in Statistics, Theory and Methods, 35(9), 2006, p. 1569-1591.

16. BALAKRISHNAN N., NEVZOROV V.B., A primer on statistical distributions, Wiley, 2003.

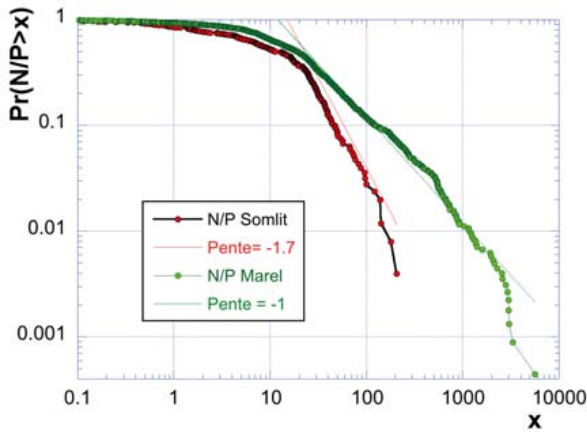


Figure II.1.3. Fonction de survie  $\Pr(\text{Ratio}>x)$  pour le ratio N/P, pour les données Somlit et Marel, avec des ajustements en loi de puissance pour les extrêmes.

Ce type de loi est connu pour avoir de très fortes fluctuations, avec des extrêmes si fréquents que la variance, et la moyenne des variables aléatoires n'est pas définie (la moyenne diverge). Ici, pour les densités de probabilité trouvées expérimentalement, on constate que les valeurs de  $\alpha$  obtenues pour les données MAREL sont très proches de 2, correspondant à une loi de Cauchy. Pour les données SOMLIT, on n'a pas une loi de Cauchy, mais il s'agit toujours de lois hyperboliques pour lesquelles le moment d'ordre  $\alpha-1=1,7$  diverge. Ceci indique que pour ces données, la moyenne est définie, mais pas la variance.

Les résultats théoriques existant pour le rapport de variables aléatoires confirment donc nos résultats expérimentaux et indiquent que la moyenne des ratios est une quantité mal définie : en théorie cette quantité diverge, et en pratique l'estimation de la moyenne va dépendre de l'échantillonnage considéré. Plus le nombre de points qui sera pris en compte pour l'estimation de la moyenne des ratios sera grand, plus la moyenne expérimentale obtenue sera élevée. Ce nombre augmente indéfiniment.

## Conclusions

Nous avons considéré ici la dynamique des ratios mesurés dans les eaux côtières en Manche orientale par deux techniques d'échantillonnage, réalisées à basse fréquence (SOMLIT/Wimereux) et à haute fréquence (ici 12 heures : MAREL Carnot, Ifremer Boulogne-sur-mer), en des sites séparés par une distance de 6 miles nautiques. Plusieurs résultats ont été obtenus : tout d'abord les rapports stœchiométriques N/P, Si/N et Si/P ont été considérés pour les données SOMLIT

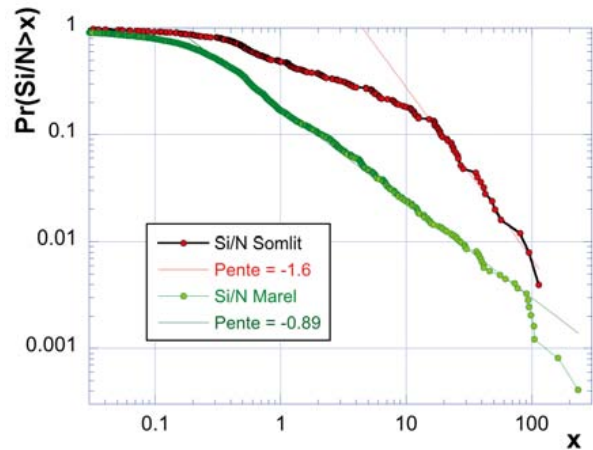


Figure II.1.4. Fonction de survie  $\Pr(\text{Ratio}>x)$  pour le ratio Si/N, pour les données Somlit et Marel, avec des ajustements en loi de puissance pour les extrêmes.

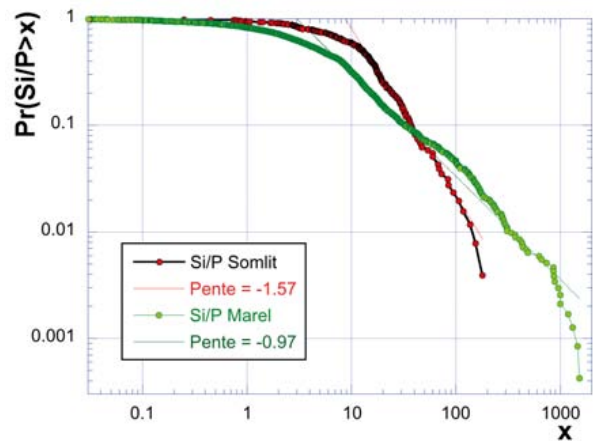


Figure II.1.5. Fonction de survie  $\Pr(\text{Ratio}>x)$  pour le ratio Si/P, pour les données Somlit et Marel, avec des ajustements en loi de puissance pour les extrêmes.

et MAREL. On a pu constater que, pour ces données très variables, la moyenne des ratios n'était pas identique au ratio des moyennes, ce qui pose la question de la façon d'estimer les ratios stœchiométriques. D'autre part, de nombreuses valeurs extrêmes sont obtenues, ce qui fait que l'écart-type des ratios en tant que variables aléatoires, est toujours supérieur à la moyenne. Ceci indique que l'écart-type est une notion non valide dans ce contexte. Ces résultats nous ont incités à considérer les distributions de probabilité des ratios stœchiométriques. Les extrêmes ont systématiquement été modélisés à l'aide d'une loi hyperbolique caractérisée par un exposant  $\alpha>0$ . On a pu ainsi constater que (i) les exposants sont relativement stables pour chaque base de données, autour de 2 pour MAREL et autour de 2,6 pour SOMLIT ; (ii) pour chaque

quantité, les exposants et les fonctions de distribution obtenues sont différents pour les données SOMLIT et MAREL, indiquant que la résolution ici a une influence. D'autre part des résultats mathématiques indiquant que le rapport de variables normales produit des distributions de probabilité de type loi de Cauchy caractérisées par un exposant  $\alpha=2$ . Ceci fournit une explication théorique aux résultats obtenus empiriquement, surtout pour les données MAREL.

Ces résultats, confirmés par un cadre théorique explicatif, expliquent la difficulté à trouver une valeur stable pour les moyennes des ratios : pour une loi de Cauchy, la moyenne n'est pas définie : la moyenne mathématique diverge, et la moyenne empirique dépend du nombre de points utilisés pour faire l'estimation statistique. Cette propriété peut-être universelle des ratios stœchiométriques dans le milieu ouvert, sujet à de fortes fluctuations induites en particulier par la turbulence, nous amène à suggérer que le concept de ratio stœchiométrique n'est peut-être pas adapté dans de telles situations. Il s'agit d'un concept qui a plus de sens au laboratoire, en milieu contrôlé et homogène, à l'équilibre. Dans un milieu fluctuant fortement, les ratios peuvent prendre des valeurs tellement extrêmes que leurs statistiques peuvent paraître « pathologiques ».

## Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier les équipes du programme SOMLIT/LOG et du programme Ifremer MAREL pour leurs soutiens techniques, ainsi que l'Agence de l'Eau Artois Picardie pour son soutien financier.

## Références bibliographiques

- BALAKRISHNAN N., NEVZOROV V.B., A primer on statistical distributions, Wiley, 2003.
- BENTLEY D., LAFITE R., MORLEY N. H., JAMES R., STAHAM P. J., GUARY J.C., « Flux de nutriments entre la Manche et la Mer du Nord, situation actuelle et évolution récente depuis dix ans », *Earth Science Review*, 51, 1993, p. 109-135.
- BRYLINSKI J. M., LAGADEUC Y., GENTILHOMME V., DUPONT J. P., LAFITE R., DUPEUBLE P. A., HUAULT M. F., AUGER Y., PUSKARIC E., WARTEL M., CABIOCH L., « Le fleuve côtier, un phénomène hydrologique important en Manche orientale, exemple du Pas de Calais », *Oceanologica Acta, Special Issue*, 1, 1991, p. 197-203.
- BRZEZINSKI M. A., « The Si:C:N ratio of marine diatoms, interspecific variability and the effect of some environmental variables », *Journal of Phycology*, 21, 1985, p. 347-357.
- CEDILNIK A., KOSMELJ K., BLEJEC A., « The distribution of the ratio of jointly normal variables », *Metodoloski zvezki*, 1(1), 2004, p. 99-108.
- DAUVIN J. C., « The main characteristics, problems and prospects for Western European coastal seas », *Marine Pollution Bulletin*, 57, 2008, p. 22-40.
- GENTILHOMME V., LIZON F., « Seasonal cycle of nitrogen and phytoplankton biomass in a well-mixed coastal system (Eastern English Channel) », *Hydrobiologia*, 361, 1998, p. 191-199.
- JORDAN M. B., JOINT I., « Seasonal Variation in Nitrate: Phosphate ratios in the English Channel 1923-1987 », *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 46, 1998, p. 157-164.
- KRESS N., HERUT B., « Spatial and seasonal evolution of dissolved oxygen and nutrients in the Southern Levantine Basin (Eastern Mediterranean Sea): chemical characterization of the water masses and inferences on the N:P ratios », *Deep-Sea Research I*, 48, 2001, p. 2347-2372.
- KUCUKSEZGIN F., KONTAS A., ALTAY O., ULUTURHAN E., « Elemental composition of particulate matter and nutrient dynamics in the Izmir Bay (Eastern Aegean) », *Journal of Marine Systems*, 56, 2005, p. 67-84.
- LEFEBVRE A., « Seasonal trends of the *Phaeocystis* sp. and nutrients dynamics in the eastern English Channel », *Journal de Recherches Oceanographiques*, 28, 2004, p. 57-61.
- LEFEBVRE A., GUISELIN N., BARBET F., ARTIGAS F. L., Long-term hydrological and phytoplankton monitoring (1992-2007) of three potentially eutrophic systems in the eastern English Channel and the Southern Bight of the North Sea, *ICES Journal of Marine Science: Journal du Conseil*, 68, 2011, p. 2029-2043.
- LI Y.H., PENG T.H., « Latitudinal change of remineralization ratios in the oceans and its implication for nutrient cycles », *Global Biogeochemical Cycles*, 16, 2002, p. 1130-1145.
- MARSAGLIA G., « Ratios of normal variables and ratios of sums of uniform variables », *JASA*, 60, 1965, p. 163-204.
- PHAM-GIA T., TURKKAN N., MARCHAND E., « Density of the ratio of two normal random variables », *Communications in Statistics, Theory and Methods*, 35(9), 2006, p. 1569-1591.
- PINGREE R., MADDOCK L., « Tidal residual in the English Channel », *Journal of the Marine Biological Association of the UK*, 55, 1977, p. 975-992.
- REDFIELD A. C., « The biological control of chemical factors in the environment », *American Scientist*, 46, 1958, p. 205-221.
- REDFIELD A.C., KETCHUM B.H., RICHARDS F.A., « The influence of organisms on the composition of sea-water », dans M.N. HILL (Ed.), *The Sea. Ideas and observations on progress in the study of the seas. Volume 2. The composition of sea-water. Comparative and descriptive oceanography*, New York, Wiley J. & Sons, 1963, p. 26-77.
- SEURONT L., GENTILHOMME V., LAGADEUC Y., « Small-scale nutrient patches in tidally mixed coastal waters », *Marine Ecology Progress Series*, 232, 2002, p. 29-44.
- SPRINGER M. D., *The algebra of random variables*, John Wiley & Sons, 1978.
- WANG B., WANG X., ZHAN R., « Nutrient conditions in the Yellow Sea and the East China Sea », *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 58, 2003, p. 127-136.

**François G. Schmitt**

Laboratoire d'Océanologie et de Géosciences, UMR LOG  
8187, Université de Lille 1, CNRS, Université du Littoral Côte  
d'Opale, 28 av. Foch, 62930 Wimereux, France.

**Sylvie Brizard Zongo**

Laboratoire d'Océanologie et de Géosciences, UMR LOG  
8187, Université de Lille 1, CNRS, Université du Littoral Côte  
d'Opale, 28 av. Foch, 62930 Wimereux, France.  
Université des Sciences et Techniques de Masuku,  
Faculté des Sciences, Département de Biologie, BP : 943  
Franceville, Gabon.

**Alain Lefebvre**

Ifremer, Laboratoire Environnement et Ressources,  
150 quai Gambetta, BP 699, 62321 Boulogne sur Mer, France.