Índice

1 Introducción

El pdf-curso tiene dos partes , la primera parte son los enunciados y los enlaces de los ejercicios y tutoriales , que tenemos en abierto del canal de youtube y el blog del profesor10demates .

La segunda parte son contenidos exclusivos de este curso , con horas de ejercicios , para ser unas auténticas máquinas de los límites.

2 Límite de una función

2.1 Limites Indeterminaciones

Caso 1 $\left(\frac{0}{0}\right)$ factorizamos el numerador y el denominador (ruffini)

Caso 2 $\left(\frac{k}{0}\right)$

Caso 3 $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ **En estos videos resolveremos esta indeterminación por el método de infinitos , (para mí es sin duda el mejor método) si vuestro profesor lo realiza dividiendo por la x de mayor grado en el punto 6 limites de funciones ejercicios , tienes varios ejercicios resueltos por ese método**

Caso 4 $(\infty - \infty)$ **sin raíces**

Caso 5 $(\infty - \infty)$ **con raíces** Multiplicamos y dividimos por el conjugado de la raíz

Caso 6 $\left(\frac{0}{0}\right)$ **con raíces** 1. Multiplicamos y dividimos por el conjugado de la raíz 2.factorizamos el numerador y el denominador (ruffini)

2.2.Ejercicios de límites .

a) $\lim_{x\to 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$

b) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{1-\sqrt{1-x}}$

c) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{1-x}$

d) $\lim_{x\to a} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$

e) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{2x^2+3x-2} - \sqrt{2x^2+2}$

Caso 7 $(\mathbf{1}^{\infty})$

Ejercicio resuelto

$$\text{a)}\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{1+x}$$

2.3 Limites cuando x tiende a menos infinito

Antes de empezar este tema os aconsejo que repaséis estos videos

[03Vídeo explicativo indeterminación (infinito/infinito)]

[05Vídeo explicativo indeterminación (infinito menos infinito) con raíces]

Empezamos

Ejercicio resuelto 01

Calcular los siguientes límites de funciones

$$a)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2-2x+3}{x^2-6x-2}$$

$$b)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x^3+x^2-3x+2}{x^2-3x+1}$$

$$c)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-2x-3}{x^3-x^2-6x-2}$$

$$d)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{3x^3+2x^2-3x+5}{x^3-x^2+2x+2}$$

Ejercicio resuelto 02

Calcular los siguientes límites de funciones

$$a)\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{\sqrt{4x^2+x}-x}$$

$$b)\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+2}{\sqrt{x^2+3}-x}$$

Ejercicio resuelto 03

Calcular los siguientes límites de funciones

$$a)\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-3x}+x$$

$$b)\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+x}+2x$$

3. Asíntotas de una función

Las asíntotas se suelen dar en el tema de representación de funciones , pero como algunos profesores las dan en este tema os las he añadido también

3.1 Asíntotas funciones racionales.

3.1.1.Asíntotas verticales x=a

Las posibles asíntotas verticales están en los puntos de No dominio .

Si calculamos el límite cuando x tiende a esos puntos de no dominio pueden ocurrir dos cosas

a) Que el límite de infinito , luego hay asíntota vertical en ese punto

b) Que el límite No de infinito , luego no hay asíntota vertical en ese punto

Ejercicios resueltos 01 Calcular las asíntotas verticales de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x+3}{x^2-2x}}$$

Ejercicios resueltos 02

Calcular las asíntotas verticales de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x+5}{x^2+1} \; y \; g(x) = \frac{2x+3}{x}}$$

Ejercicios resueltos 03 Calcular las asíntotas verticales de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x}{x^2+3x}}$$

3.1.2.Asíntotas horizontales y=b ver explicación

Calculamos el límite cuando x tiende a infinito de una función , si este límite da un número (**ojo** el cero es un número) , ese número es una asíntota horizontal

$$\boldsymbol{Si\ \lim_{x\to\pm\infty} f(x) = b\ \Rightarrow\ y = b\ es\ una\ asíntota\ horizontal}$$

Ejercicios resueltos 01

Calcular las asíntotas horizontales de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x+3}{x^2-3}}$$

Ejercicios resueltos 02

Calcular las asíntotas horizontales de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{2x+5}{x+4}\ y\ g(x) = \frac{x^2}{x+3}}$$

3.1.3.Asíntotas oblicuas **Vamos a aprender a calcular las asíntotas oblicuas por las fórmulas (que para mí es el mejor método) si tu profesor calcula las asíntotas de funciones racionales , por la división de polinomios , en el punto 10 y 11 tienes varios ejercicios resueltos**

Si una función tiene asíntotas horizontales no tiene asíntotas oblicuas

y=mx+n

Siendo

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx]$$

Ejercicios resueltos 01

Calcular las asíntotas oblicuas de :

$$f(x) = \frac{x^2}{x+3}$$

Ejercicios resueltos 02

Calcular las asíntotas oblicuas de :

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$$

3.1.4. Ejercicios resueltos de asíntotas

Ejercicios resueltos 01

Calcular las asíntotas de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x^2}{x-1}}$$

Ejercicios resueltos 02

Calcular las asíntotas de :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{3x}{x^2-2}}$$

3.2 Asíntotas de funciones irracionales

En ciencias sociales estas asíntotas no se suelen dar , pero por si vuestro profesor os la da ahí os dejo un par de ejemplos

Ejercicios resueltos 01 Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

Ejercicios resueltos 02 Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x$$

4.Continuidad y discontinuidad de una función.

Antes de empezar este tema os aconsejo que repaséis las funciones definidas a trozos y las funciones con valor absoluto

4.1 Tipos de discontinuidad. Salto finito, salto infinito y discontinuidad de primera especie evitable

En los siguientes vídeos vamos a ver tres ejemplos resueltos en vídeo donde veremos y explicaremos las discontinuidades de primera espacie de salto finito e infinito y la discontinuidad evitable

Ejemplos resueltos 01

Estudiar la continuidad de f(x)

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & si\ \ x\leq 0 \\ 2x-1 & si\ \ 0<x\leq 2 \\ x+5 & si\ \ x\geq 2 \end{cases}$$

Ejemplos resueltos 02

Estudiar la continuidad de f(x)

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x}{x^2-1} & si\ \ x<0 \\ 3x+1 & si\ \ x\geq 0 \end{cases}$$

Ejemplos resueltos 03

Estudiar la continuidad de f(x)

$$f(x)=\frac{x+1}{x^2-1}$$

Ejercicios resueltos 01

Halla el valor de k para que la siguiente función sea continúa en todo R

$$f(x)\begin{cases} -x^2+2 & si\; x \leq -2 \\ kx & si\;\; x > -2 \end{cases}$$

Ejercicios resueltos 02

Halla el valor de a para que la siguiente función sea continúa en todo R

$$f(x)\begin{cases} x^2+ax+a-1 & si\; x \leq 2 \\ L(x-1) & si\;\; x > 2 \end{cases}$$

5 Teoremas de continuidad

En matemáticas aplicadas a las ciencias sociales estos teoremas no se suelen dar, pero como algunos profesores si los dan los he incluido en el curso

5.1Teorema de Bolzano

$$\left.\begin{array}{r} f(x)\,continúa\ en\ [a,b] \\ Signo\ f(a) \neq Signo f(b) \end{array}\right\} existe\ al\ menos\ un\ c\ perteneciente\ \ (a,b) tal\ que\ f(c) = 0$$

TRUCO , CONSEJO

Utilizaremos el teorema de Bolzano ,cuando me pregunten , que demuestre , pruebe , que existe alguna (al menos una), solución, raíz , cero ,punto de corte ,…..

Ejercicio 1

Demostrar que la ecuación $x^3+x-5=0$ tiene al menos una solución en el intervalo (1,2)

Ejercicio 2

Probar que la ecuación $x^{2009}-e^x+2=0$ tiene alguna solución.

Ejercicio 3

Probar que las curvas f(x)=senx y g(x)=1/x se cortan en algún punto de (2π ,5π/2)

Ejercicio 4

Probar que las gráficas $f(x)=e^x$ y g(x)=1/x se cortan en algún punto x>0

5.2 Teorema de los valores intermedios , propiedad (regla) de Darboux

$$\left.\begin{array}{c} f(x) \, continúa \; en \; [a,b] \\ \\ Sea \; \lambda \; un \; número \\ comprendido \; entre \; f(a) \; y \; f(b) \end{array}\right\} existe \; al \; menos \; un \; c \; perteneciente \;\; (a,b) \; / \; f(c) = \lambda$$

Teorema de los valores intermedios , propiedad (regla) de Darboux Ejercicios resueltos

Ejercicios resueltos 01

Sea la función f(x)= 2x + 1. ¿Se puede afirmar que la función toma todos los valores del intervalo [1,5]?

5.3 Teorema de Weierstrass

Hay dos formas de expresar el teorema de Weierstrass , pero ambas expresan lo mismo

Forma 1 Si f(x) es continúa en [a,b] entonces f(x) está acotada en dicho intervalo

Forma 2 Si f(x) es continúa en [a,b] entonces f(x) alcanza sus máximos y mínimos absolutos en dicho intervalo

Ejercicios resueltos Teorema de Weierstrass

Justifica si las siguientes funciones están acotadas en el intervalo correspondiente

$a) f(x) = \frac{4}{x} \quad en\ [1,3]$

$b) f(x) = \frac{3x}{x-2} \quad en\ [0,3]$

Ejercicios exclusivos del curso

A partir de este punto solo tendrán acceso , los alumnos que estén apuntados al curso de ………………………………… del profesor10demates

6 Límites de una función

Ejercicio 1 Calcula

a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+1}{x-1}$ b) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-x+2}{x^2}$

Ejercicio 2 Calcula

a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-x}{x^3-x^2+x-1}$ b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{2x^2-3x-2}$

Ejercicio 3 Calcula

a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

Los ejercicios del 4 al 9 vamos a resolverlos por 2 métodos , el **METODO 1** será por el orden de infinitud , que es sin duda el más fácil y el más práctico (si vuestro profesor no os dice nada utilizar este) luego también haré estos ejercicios por el **METODO 2** , este método lo veo poco útil , pero como algunos profesores exigen este método , también voy a realizar los ejercicios

RECOMENDACIÓN Importante Aunque vuestro profesor os exija el método 2 yo os recomiendo que estudiéis también el método 1 ya que es mucho más fácil y siempre sabréis la solución de antemano , Si utilizáis el método 1 no miréis el método 2 , ya que no os aportara nada y os puede liar .

Ejercicio 4 Calcula

a) $\lim_{x\to \infty} \frac{3x^4-2x}{2x^3-2x^2+x}$

b) $\lim_{x\to \infty} \frac{3x^2-2x+5}{4x^2+3x-2}$

c) $\lim_{x\to \infty} \frac{-3x+8}{x^2+2x-2}$

Ejercicio 5 Calcula

a) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x}}{2x+3}$

b) $\lim_{x\to\infty}\frac{5x+2}{\sqrt{x^3+2x-2}}$

c) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x+5}{\sqrt{9x^2+x-1}}$

d) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x+5}{\sqrt{5x^4-2x^2+2x}}$

Ejercicio 6 Calcula

a) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x}}{2x+3}$

b) $\lim_{x\to-\infty}\frac{5x+2}{\sqrt{x^3+2x-2}}$

c) $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+5}{\sqrt{9x^2+x-1}}$

d) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2-2x+5}{\sqrt{5x^4-2x^2+2x}}$

Ejercicio 7 Calcula

a) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{x^2}{x-2}\right)$

b) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2}{x+3}-2x\right)$

Ejercicio 8 Calcula

a) $\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-4x}\right)$

b) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+5}-\sqrt{x^2+3x}\right)$

Ejercicio 9 Calcula

a) $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+3}+2x\right)$

Ejercicio 10 Calcula

a) $\lim_{x\to0}\left(\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}\right)$

b) $\lim_{x\to3}\left(\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}\right)$

Ejercicio 11 Calcula

a) $\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1}{2-\sqrt{x+3}}\right)$

Ejercicio 12 Calcula

a) $\lim_{x\to4}\left(\frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{x+5}}\right)$

ACLARACIÓN

Ahora vamos ha resolver unos ejercicios con la indeterminación 1 elevado a infinito Estos ejercicios los podemos resolver por dos métodos . el **METODO 1** que será por la fórmula (es el método más fácil) y el **METODO 2** que es por la definición del número e , método un poco más complicado , pero una vez que le cogemos el ritmillo vemos que también es sencillo .Si vuestro profesor os exije un método estudiar el método correspondiente , sino a mi parecer es más sencillo el METODO 1 , de todas formas estudiar solo un método

Recordemos la formula

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = (1^{\infty}) = e^{\lim_{x\to a}[f(x)-1]\cdot g(x)}$$

Ejercicio 13 Calcula

a) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x+2}\right)^{x}$

b) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2+5x}{1+5x}\right)^{2x-12}$

Ejercicio 14 Calcula

a) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2+1}{3x-1}\right)^{\frac{x+1}{x-1}}$

b) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^{\frac{2x}{x-2}}$

7 Ejercicios de continuidad de funciones

Continuidad de una función ejercicio 01 Estudia la continuidad de

$$f(x) = \begin{cases} x & si\ x < -1 \\ 1 - x^2 & si\ -1 \leq x \leq 2 \\ -3 & si\ x > 2 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 02 Estudia la continuidad de

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & si\ x \leq 0 \\ \dfrac{x}{x^2 - 1} & si\ x > 0 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 03 Estudia la continuidad de

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - x}$$

Continuidad de una función ejercicio 04 Calcular k para que la función f(x) sea continúa en x=1

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & si\ x \leq 0 \\ x^2 + k & si\ x > 0 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 05 Calcular k para que la función f(x) sea continúa en x=3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + kx & si\ x < 3 \\ \ln(x-2) & si\ x \geq 3 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 06 Calcular a y b para que la función f(x) sea continúa

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & si\ x < -2 \\ ax^2 + bx & si\ -2 \leq x \leq 4 \\ x-4 & si\ x > 4 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 07 Calcular a y b para que la función f(x) sea continúa

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & si\ x < 0 \\ x - a & si\quad 0 \leq x \leq 4 \\ \dfrac{a}{x} + b & si\ x > 4 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 08 Calcular k para que la función f(x) sea continúa en x=2

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x}{x-2} & si\ x \neq 2 \\ \mathrm{k} & si\ x = 2 \end{cases}$$

Continuidad de una función ejercicio 09 Calcular k para que la función f(x) sea continúa en R

$$f(x) = \begin{cases} x+5 & si\ x \leq k \\ \\ x^2+3 & si\ x > k \end{cases}$$

8 Continuidad de una función con valor absoluto

Continuidad de una función con valor absoluto 01

Expresa f(x) como una función definida a trozos y estudia su continuidad

$$f(x) = |x^2 - 4|$$

Continuidad de una función con valor absoluto 02

Expresa f(x) como una función definida a trozos y estudia su continuidad

$$f(x) = |x + 3| + |x - 1| + 2$$

Continuidad de una función con valor absoluto 03

Expresa f(x) como una función definida a trozos y estudia su continuidad

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{|x - 1|}$$

Continuidad de una función con valor absoluto 04

Expresa f(x) como una función definida a trozos y estudia su continuidad

$$f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

Continuidad de una función con valor absoluto 05

Estudia la continuidad de

$$f(x) = \begin{cases} |x| & si\ x \leq 1 \\ x \cdot e^{1-x} & si\ x > 1 \end{cases}$$

9 Asíntotas oblicuas de funciones racionales ejercicios

Como las asíntotas oblicuas son las más complicadas vamos a trabajarlas un poco más.

Para el cálculo de asíntotas oblicuas hay dos métodos , voy a hacer los ejercicios por los dos métodos , ya que dependiendo del profesor , se da un método u otro .

METODO 1

Utilizamos la fórmula y=mx+n siendo

$$\boldsymbol{m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}} \qquad \boldsymbol{y} \qquad \boldsymbol{n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx]}$$

METODO 2 Por división de polinomios

Asíntotas oblicuas de funciones racionales ejercicio 01

Calcular las asíntotas oblicuas de

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

Asíntotas oblicuas de funciones racionales ejercicio 02

Calcular las asíntotas oblicuas de

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$$

Asíntotas oblicuas de funciones racionales ejercicio 03

Calcular las asíntotas oblicuas de

$$f(x) = \frac{2x^2}{x+1}$$

10 Asíntotas de funciones racionales ejercicios

Asíntotas de funciones racionales ejercicio 01

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2}$$

Asíntotas de funciones racionales ejercicio 02

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 4x}$$

Asíntotas de funciones racionales ejercicio 03

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$$

Asíntotas de funciones racionales ejercicio 04

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 9}$$

11 Posición de la gráfica respecto las asíntotas de funciones racionales

La posición , de la gráfica respecto de la asíntota , respecto a la gráfica es algo que yo nunca hago (excepto en las asíntotas verticales , que lo hacemos siempre , cuando estudiamos el límite del numero por la derecha y por la izquierda para ver si da más o menos infinito) Pero como sé que muchos profesores lo piden y también muchos de vosotros me lo habéis preguntado , pues voy a hacer varios ejercicios . Si vuestro profesor no os lo pide pasar de este apartado, ya que es algo lioso y NO aporta nada a la función

Posición de la gráfica respecto las asíntotas de funciones racionales ejercicio 01

Calcular las **asíntotas horizontales** y la posición de la gráfica respecto de esa asíntota de

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

Posición de la gráfica respecto las asíntotas de funciones racionales ejercicio 02

Calcular las **asíntotas horizontales** y la posición de la gráfica respecto de esa asíntota de

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$$

Posición de la gráfica respecto las asíntotas de funciones racionales ejercicio 03

Calcular las **asíntotas horizontales** y la posición de la gráfica respecto de esa asíntota de

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

Los siguientes problemas los cálculos de las asíntotas oblicuas , haremos dos vídeos , uno realizado por el método 1 y otro por el método 2

Posición de la gráfica respecto las asíntotas de funciones racionales ejercicio 04

Calcular las **asíntotas oblicuas** y la posición de la gráfica respecto de esa asíntota de

$f(x) = \frac{x^2}{x+2}$

Posición de la gráfica respecto las asíntotas de funciones racionales ejercicio 05

Calcular las **asíntotas oblicuas** y la posición de la gráfica respecto de esa asíntota de

$$f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$$

12 Asíntotas de funciones definidas a trozos

Asíntotas de funciones definidas a trozos ejercicio 01

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & si\ x \leq 1 \\ \dfrac{x}{x^2-4} & si\ x > 1 \end{cases}$$

Asíntotas de funciones definidas a trozos ejercicio 02

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x+2} & si\ x \leq 0 \\ \dfrac{2x+3}{x+4} & si\ x > 0 \end{cases}$$

Asíntotas de funciones definidas a trozos ejercicio 03

Calcular las asíntotas de

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+5}{x-3} & si\ x \leq -1 \\ \dfrac{x-1}{x^2-4} & si\ x > -1 \end{cases}$$

13 Teoremas de continuidad ejercicios

Teoremas ejercicio 01

Demuestre que la ecuación $cox = x^2 - 1$ tiene alguna solución positiva

Teoremas ejercicio 02

Dada la función f(x) = x^3, estudiar si está acotada superiormente e inferiormente en el intervalo [1, 5] e indica si alcanza sus valores máximos y mínimo

Teoremas ejercicio 03

Sea la función:

$$f(x) = \frac{x-3}{x+2}$$

¿Se puede afirmar que f(x) está acotada en el intervalo [1,4]?

Teoremas ejercicio 04

Probar que la ecuación x + sen x − 1 =0 tiene al menos una solución real

Teoremas ejercicio 05

La función f(x) =tgx toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo [π/4 , 3π/4] y sin embargo no se anula en él ¿contradice f(x) el teorema de Bolzano?

Teoremas ejercicio 06

Se puede aplicar el teorema de Bolzano a la función $f(x) = \frac{1}{cosx}$ en el intervalo [0, π]? Razona tu respuesta

Teoremas ejercicio 07

¿Se puede asegurar que la función $f(x) = \sqrt[3]{x} - 1$ toma todos los valores del intervalo [-1,1]?

Teoremas ejercicio 08

Si el término independiente de un polinomio es -2 y el polinomio en x=3 toma el valor 5 , razona que hay algún punto c del intervalo [0,3] , en el que el polinomio toma el valor 2 .

Teoremas ejercicio 09

Sean f y g dos funciones continuas en [a, b] y tales que f(a) > g(a) y f(b) < g(b). Demostrar que $\exists$ c $\in$ (a, b) tal que f(c) = g(c).

Teoremas ejercicio 10

Si f(x) es una función continúa para todo valor de x y se sabe que f(-1) ≥ -1 y f(1) ≤ 1 demuestra que existe un punto c $\in$ (-1,1) con la propiedad que f(c)= c

14 Problemas de límites en las ciencias sociales

Problemas de límites en las ciencias sociales 01

Un grupo de jabalíes huye de una fuerte sequía y comienza un peregrinaje para encontrar agua en el instante t=0 , el número de individuos sigue esta ley $f(t)=140-4t-t^2$, donde t se mide en meses

a) ¿cuántos jabalíes había al principio de la huída?

b) Al final no encontraron agua ¿Cuando desapareció la población totalmente?

Problemas de límites en las ciencias sociales 02

Se ha estimado que la población de un barrio de una gran ciudad evolucionará siguiendo el modelo $f(t)=\frac{240+20t}{16+t}$ en miles de habitantes, donde t indica los años transcurridos desde su creación en 2005

a) que población tenía el barrio en 2005?

b) Que población tenía en 2015?

c) A largo plazo la población se estabilizará?

Problemas de límites en las ciencias sociales 03

El número de nacimientos (en cientos) en una ciudad a partir de un determinado año viene dado por la función .

$$N(t)=\begin{cases} t^2-4t-3 & si\ 0\leq x< 6 \\ 10-\dfrac{3}{\mathrm{t}-3} & si\ x\geq 6 \end{cases}$$

a) comprueba que dicha función es continúa

b) ¿cuál es la tendencia de la natalidad en dicha población?

15 Autoevaluación

Autoevaluación ejercicio 01

Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$

b) $\lim_{x\to \infty} \left(\frac{3x^2}{x+3} - 3x\right)$

c) $\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{9x^2+3} - 3x\right)$

d) $\lim_{x\to 4} \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}\right)$

Autoevaluación ejercicio 02

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & si\ x < 1 \\ \dfrac{ax+b}{x} & si\ 1 \le x \le 2 \\ \sqrt{x^3+1} & si\ x > 2 \end{cases}$$

Determine los valores de a y b para que f(x) sea continúa en x=1 y x=2

Autoevaluación ejercicio 03

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-x+b}{x-2} & si\ x \le -1 \\ \dfrac{x^2+6x+5}{x^2+4x+3} & si\ x > -1 \end{cases}$$

a) Calcular para que valores de b , f(x) es continúa en x= -1

b) Calcular las asíntotas de f(x)

Autoevaluación ejercicio 04

Calcular las asíntotas de f(x)

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x(x-2)}$$

Autoevaluación ejercicio 05

Expresa f(x) como una función definida a trozos y estudia su continuidad

$$f(x) = |-x+3| + 1$$

Autoevaluación ejercicio 06

Un comerciante vende un producto . Por cada unidad del producto cobra 5 euros . No obstante si le compran más de 10 unidades decide disminuir el precio por unidad , por cada x unidades cobra la siguiente cantidad

$$f(x) = \begin{cases} 5x & si\ 0 < x \leq 10 \\ \sqrt{ax^2+500} & si\ \ x > 10 \end{cases}$$

a) calcula a para que el precio varíe de forma continúa

b) A cuanto tiende el precio de una unidad cuando se compran muchísimas