Introducción

Antes de empezar con el tema de diagonalización de matrices es muy importante que dominéis ciertos temas como :rangos por matrices , determinantes, ecuaciones de 2 grado y Ruffini y sobre todo , resolución de sistemas compatibles indeterminados por Gauss , os dejo los enlaces para que lo trabajéis, DIAGONALIZACIÓN conocimientos previos

Diagonalización de matrices en R

Pasos a seguir

1 Calculamos el polinomio característico de A

2 Calculamos los valores propios o autovalores, con su multiplicidad algebraica (Si todos son reales la matriz puede ser diagonalizable)

3 Calculamos los vectores propios o autovectores , de los subespacios propios con su multiplicidad geométrica .

4 Si la multiplicidad algebraica de los valores propios o autovalores es igual a la multiplicidad geométrica la matriz A es diagonalizable

5 Si la matriz A es diagonalizable calculamos las matrices D y P

Siendo D la matriz diagonal semejante a A y P la matriz de paso

Propiedad

Si la multiplicidad algebraica de un autovalor es uno ; la multiplicidad geométrica también será uno

Matrices 2x2

Diagonalización de matrices 2x2 Ejercicio 01 Determinar si la matriz A es diagonalizable y en caso afirmativo determinar la matriz D y P

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Matrices 3x3

Diagonalización de matrices 3x3 Ejercicio 01 Determinar si la matriz es diagonalizable y en caso afirmativo determinar la matriz D y P

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Diagonalización de matrices 3x3 Ejercicio 02 Determinar si la matriz es diagonalizable y en caso afirmativo determinar la matriz D y P

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

PROPIEDAD

Si una matriz es de dimensión nxn , la multiplicidad geométrica de cualquier autovalor o valor propio , SIEMPRE es menor que n.

Diagonalización de matrices 3x3 Ejercicio 03 Determinar si la matriz es diagonalizable y en caso afirmativo determinar la matriz D y P

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES 4X4

Diagonalización de matrices 4x4 Ejercicio 01 Determinar si la matriz es diagonalizable y en caso afirmativo determinar la matriz D y P

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -14 \\ 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Matrices simétricas

Propiedades

Todos los autovalores son reales

Toda matriz simétrica es Diagonalizable

Diagonalización de matrices simétricas ejercicio 01

Determinar si la matriz es diagonalizable y en caso afirmativo determinar la matriz D y P

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Propiedad Sea λ_1 un autovalor de la matriz A y v_1 un autovector asociado a dicho autovalor , entonces se cumple que :

$$\mathbf{(A-\lambda_1 I)v_1=0 \rightarrow A \cdot v_1= \lambda_1 \cdot v_1}$$

Problema de Diagonalización

Sea $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ -2 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y v(-1 , 0 , 1) un vector propio de A , calcular su valor propio correspondiente

DIAGONALIZACIÓN CON PARÁMETROS

Diagonalización de matrices 2x2 con 1 parámetro

Discutir para que valores de a la matriz es diagonalizable

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Diagonalización de matrices 3x3 con 1 parámetro ejercicio 01

Discutir para que valores de a la matriz es diagonalizable

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Diagonalización de matrices 3x3 con 1 parámetro ejercicio 02

Discutir para que valores de a la matriz es diagonalizable

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & a & 1-a \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$$

DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES 3X3 CON 2 PARÁMETROS

Diagonalización de matrices 3x3 con 2 parámetros ejercicio 01

Discutir para que valores de a y b la matriz es diagonalizable

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & b-1 \\ 3 & 0 & a \end{pmatrix}$$

Potencia de una matriz por diagonalización

Sea la matriz diagonalizable A y D su matriz diagonal entonces :

$$\mathbf{A^n=PD^nP^{-1}}$$

Potencia de una matriz por diagonalización ejercicio 01

Dada $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ calcular A^{15} , A^{2000} ,A^n

PROBLEMAS DE DIAGONALIZACIÓN

Problema de diagonalización con parámetros

Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$ calcular a y b para que el vector (-2,1) sea un autovector asociado al autovalor 5

b) Calcular el otro autovalor de la matriz

Problema de Diagonalización

Sea $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ -2 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y v(-1 , 0 , 1) un vector propio de A , calcular su valor propio correspondiente

Ojo en muchos temarios este apartado no entra mirarlo antes de estudiarlo

DIAGONALIZACION DE ENDOMORFISMOS (DIAGONALIZACION DE MATRICES ASOCIADAS A UNA APLICACIÓN LINEAL)

Sea f : $R^3 \rightarrow R^3$ una aplicación lineal (endomorfismo) definido por f(x,y,z)=(x+y+z,2y+z,2y+3z) , estudia si f es diagonalizable , y en caso afirmativo calcular D y P