

# Chapter 1

## La Mecánica Cuántica

Amamos los secretos! La Naturaleza tiene algunos que son fascinantes. ¿Has oído hablar del código genético? Se trata de un secreto cuidadosamente guardado por la naturaleza, se trata del gran plan, de cómo se "fabrica" todo. De como se fabrica una naranja, una zanahoria, un chimpancé, un hombre. ¿Cómo se hace una molécula de la lengua de un hombre? La respuesta está en el código genético. Ese secreto ha sido descubierto ya por los científicos. Genial, ¿verdad?

Una característica del ser humano es tener secretos. En las cortes de la Edad Media, se usaban mucho. Una romántica historia la constituyen los *Tres Mosqueteros* quienes ayudaron a la reina a guardar importantes secretos. La historia fue novelada por Alejandro Dumas Padre<sup>1</sup> en un clásico que se ha leído por muchas generaciones.

En las guerras, la necesidad de pasar información sin que se enterase el enemigo, fue (y sigue siendo) fundamental. Así nació la necesidad de "encriptar", es decir de transmitir información usando un código. Durante la Segunda Guerra Mundial, los americanos utilizaron indios navajos para enviar mensajes secretos ya que su idioma era muy difícil de descifrar, por esa época. Hoy en día, encriptar es una rama de las matemáticas que está muy desarrollada y descubrir el código en que está escrito un mensaje secreto es parte de ella.

¿De qué se trata? Una persona recibe un mensaje codificado que nadie entiende, lo descifra y lo revela. Lo que importa es el mensaje. No importa que el general no entienda el código en que está encriptado. Lo que voy a hacer a continuación, se parece a eso. Yo haré un poco el papel de indio navajo y tu, lector, el de general. Te voy a mostrar las ecuaciones que tienen encriptados los datos "secretos" de cómo es el mundo en que vivimos. Algunos aspectos del Mundo en el que tu y yo vivimos. Son datos muy interesantes. Nuestro entorno no sería igual si no hubiésemos podido "descifrar" esos datos. Cuando el Hombre se dió cuenta del mensaje que contenían algunos experimentos logró encriptarlos en un lenguaje que lo resume todo, todo completo. Se trata del mundo del átomo. De verdades tan dramáticas como la bomba atómica, o el avión moderno, o la televisión, o los satélites, o una fábrica de robots, o un celular, o el internet. Todo está "encriptado" allí.

Dije que te voy a mostrar las ecuaciones porque el "secreto" viene en ecuaciones.

---

<sup>1</sup>Escritor francés (1802-1870), autor de varias novelas de ambiente histórico. *El Conde de Montecristo* y *El Collar de la Reina* son dos de ellas. Su hijo, Alejandro Dumas hijo, también un gran escritor (1824-1895), es autor de la célebre *Dama de las Camelias*, novela que inspiró al famoso compositor italiano Giuseppe Verdi (1813-1901) el argumento de su ópera *La Traviata*. Su concepto sobre la música rivalizó con el del alemán, el gran Richard Wagner (1812-1883) en una polémica que fue histórica. Wagner, autor del *Anillo de los Nibelungos*, fue usado por el fascismo alemán como uno de sus símbolos, hecho que podría no expresar correctamente su pensamiento. Una idea fascista sería contradictoria, por ejemplo, con su controvertida unión con Cosima, la hija de ese gigante del piano que fue el húngaro Franz Litz.

Las ecuaciones son como Tablas de la Verdad.. Te las voy a mostrar porque son muy importantes, porque son apasionantes, porque son reveladoras. Cuando uno las resuelve, las ecuaciones revelan el secreto que tienen guardado. Y éso es lo que importa: el secreto que tienen guardado. Y ese secreto es algún aspecto del mundo en que estamos viviendo. Yo voy a hacer el papel de indio navajo. Te voy a mostrar cómo viene el mensaje y te voy a decir qué es lo que dice. Te voy a mostrar las ecuaciones y te voy a decir que es lo que nos dicen del mundo, de nuestro mundo. Ahora que si el lector sabe trabajar las ecuaciones que voy a proponer, entonces es un gran lector, está capacitado para hacer de indio navajo y de general, al mismo tiempo. El juego seguirá siendo igual de divertido. Ya lo verás.

## 1.1 La Mecánica

Cuando hablamos de "Mecánica" hablamos de la descripción de un movimiento. Por ejemplo, podemos decir, "*una piedra lanzada desde el borde de un precipicio en una montaña cae haciendo una curvita*". Podríamos decirlo en italiano, o en checo, o en inglés o en francés o en ruso. Tal vez no podríamos decirlo usando señales de humo porque ese lenguaje es muy primitivo y no está suficientemente elaborado para expresar ideas complejas como la que hemos enunciado. Pero si lo podríamos decir en Náhuatl (uno de los idiomas hablado por los Aztecas, México) o en Quechua (idioma hablado por los Quechuas, Perú y Bolivia). Pero para una descripción precisa, breve y concisa de ese tipo de ideas, los idiomas comunes no están suficientemente desarrollados. La realidad es que "*una piedra lanzada desde el borde de un precipicio describe una figura geométrica llamada parábola*". Y, si queremos hablar con exactitud, el idioma común no basta, no está suficientemente desarrollado para describir los detalles del movimiento. Por éso usamos ecuaciones. Por éso no saber de ecuaciones es vivir privado de la verdad expresada con toda precisión. Y éso es triste. Sólo el lenguaje de la matemáticas nos permite ser claros y precisos en casos como éste. Las ecuaciones tienen escondido el mensaje. Hay que resolverlas. La frase anterior, usando el lenguaje exacto de las matemáticas, se "dice" así:

$$a(t) = a_0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1.1)$$

$$d(t) = v_0t \quad (1.2)$$

La primera ecuación te dice a qué altura estará el cuerpo en cada instante después de haberlo enviado.  $a$  es la altura,  $t$  el tiempo,  $a_0$  es la altura del precipicio desde el que enviaste la piedra,  $g$  es la aceleración gravitacional en la superficie de la tierra que es una constante igual a  $9.8 \text{ m/sec}^2$ . Esta constante dice con qué fuerza un cuerpo es atraído por la Tierra. Para hacer más sencillo nuestro cálculo vamos a usar el valor de  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ . No te preocupes. Dios nos perdona (si existe) por el desorden que le introducimos en el Universo al hacer esa aproximación. El Hombre ha hecho ya tantos desórdenes! Bueno, sigamos.  $v_0$  es la velocidad horizontal que tenía la piedra cuando la lanzaste y  $d$  es la distancia horizontal desde el borde del precipicio (mide qué tanto se aleja la piedra del borde del precipicio). Esas dos ecuaciones tienen una enorme cantidad de información. Ellas pueden revelar, por ejemplo, que la misma fuerza que mantiene la Luna girando alrededor de la Tierra, mantiene a la Tierra girando alrededor del Sol y hace caer la piedra desde el precipicio hacia abajo. La misma fuerza. Esos datos están encriptados en esas ecuaciones. Yo soy el indio navajo y tu el general. Por eso te las estoy descifrando, para que

conozcas el mensaje. Estamos hablando de "Mecánica", estamos describiendo un movimiento. Veámos las cosas más en detalle.

¿Que pasa cuando lanzo una piedra desde un precipicio? Vamos a precisar. Si suponemos que lanzamos la piedra desde el borde de un precipicio en una montaña muy alta a 500 metros de altura y que la velocidad con que la lanzamos hacia afuera del precipicio ( $v_0$ ) es de 5 metros por segundo<sup>2</sup>, la historia nos va a ser muy difícil de contar en palabras, nos va a ser difícil narrar exactamente cómo cayó la piedra. Pero las ecuaciones sí nos pueden contar esa historia con toda exactitud, en forma muy sencilla. Las que escribimos arriba, para que nuestra historia concreta sea transmitida con toda precisión, se escriben así:

$$a(t) = 500 - 5t^2 \quad (1.3)$$

$$d(t) = 5t \quad (1.4)$$

Y ahora todo lo que tienes que hacer para saber exactamente qué fue lo que pasó, segundo a segundo, es reemplazar  $t$  por su valor en segundos: 1,2,3,4,5, etc...Para verlo claramente, puedes dibujar en un papel, para cada tiempo,  $t$ , en el eje horizontal la distancia desde el precipicio  $d(t)$  y la altura correspondiente en el eje vertical  $a(t)$ , cuidando de que cada punto se dibuje con los datos del mismo tiempo,  $t$ . Verás una parábola aparecer delante de tí. Antes de dibujar conviene hacer una Tabla de valores (yo sólo la hice para tres tiempos, 0 segundos, 1 segundo y 2 segundos pero conviene hacerla hasta los 10 segundos, verás por qué):

$t$	$t^2$	$a$	$d$
0	0	500	0
1	1	495	5
2	4	480	10

Luego trazas una línea horizontal y una vertical en una hoja de papel que se unan en el borde de arriba izquierdo de la hoja. Ese será el punto  $d = 0$  y  $a = 500$  que está diciendo que cuando lanzaste la piedra ( $t = 0$ ) estabas parado al borde del precipicio (a 500 metros de altura) con la piedra en la mano (y por lo tanto al borde del precipicio:  $d = 0$ ). La lanzas hacia adelante (adquiere una velocidad horizontal de 5 metros por segundo) y se comienza a alejar del precipicio. Simultáneamente, atraída por la gravedad terrestre, comienza a caer y los valores de la altura,  $a$ , se hacen más pequeños (la altura desde el suelo disminuye). Al pasar el tiempo (aumentar  $t$ ), la piedra se aleja del precipicio más y más (aumenta  $d$ ) y sigue cayendo (disminuye  $a$ ) hasta que la piedra cae al suelo ( $a = 0$ ). Si la dibujas verás que "una piedra lanzada desde un precipicio cae al suelo formando una parábola. Además, en las condiciones que especificamos, tarda 10 segundos en caer y toca el suelo a 50 metros del precipicio". Todo éso está encriptado. Si lo desarrollas siguiendo los pasos descritos, habrás descrito el movimiento en el lenguaje de las matemáticas!!!

¿Quieres jugar? Viene un mal político corriendo a 3 m/s (con esas panzotas, ¿cómo van a poder más rápido?) hacia el sitio donde, tu ya sabes, que va a caer la piedra. Tomas un tomate y lo lanzas exactamente igual que la piedra. El político va en línea recta hacia el sitio de la caída. ¿A qué distancia tiene que estar el político, cuando lances el tomate para que le des? Fácil! El político recorre 3 metros en un

---

<sup>2</sup>No es mucho. Es igual a 18 Kms por hora, es decir, a la velocidad de un paseo en bicicleta o de una persona corriendo. ¿Crees que un balón de futbol alcanza a correr a 100 Kms/h durante un partido?

segundo (va a 3m/s de velocidad). El tomate tarda 10 segundos en caer. Por lo tanto el político tiene que correr 10 segundos antes de llegar al sitio de la caída (que tú ya conoces por que lo calculaste). En 10 segundos el político recorre 30 metros. Cuando el político está a 30 metros, lanzas tu tomate, esperas 10 segundos y zas! Le diste, porque le diste! Las matemáticas no fallan.

De manera similar. cuando hablamos de Mecánica Cuántica, hablamos de un lenguaje que describe el movimiento de cierto tipo de cuerpos físicos como los electrones en los átomos o dentro de un cristal. No es desde siempre que el hombre descubrió que necesitaba la Mecánica Cuántica. Fue cuando vió que no podía describir ciertos fenómenos físicos usando el lenguaje acostumbrado, usando ecuaciones como las que utilizamos arriba. Cuando usamos para describir el movimiento ecuaciones como las de arriba, hablamos de Mecánica Clásica. Esta fue establecida por el gran genio de Isaac Newton en el siglo XVII. La gente se interesaba en la descripción del movimiento de los planetas. Buscaba un lenguaje preciso para describir la forma cómo se mueven los planetas alrededor del Sol. Ya Galileo<sup>3</sup> había descubierto el telescopio, tiempo atrás, y había reportado observaciones muy importantes<sup>4</sup>. Las Ecuaciones de Newton fueron la respuesta. Pero el tiempo pasó, el Hombre siguió indagando acerca de los fenómenos naturales, quiso seguir comprendiéndolo todo. Aprendió a medir muchas más cosas y a hacerlo en forma cada vez más fina. Y sucedió que las famosas Ecuaciones de la Mecánica Clásica, las Ecuaciones de Newton, ya no pudieron describir algunos fenómenos que el hombre aprendió a medir hacia finales del Siglo XIX (dos siglos después). Y fue, tratando de explicarse el por qué del desacuerdo entre los resultados de sus teorías y los de sus experimentos, que se dió cuenta que necesitaba otra mecánica, la Mecánica Cuántica. Esta quedó establecida hace relativamente poco, hacia 1926. Es una historia fascinante, uno de los pasos hacia el "dominio" de la naturaleza más relevantes que haya dado el Hombre jamás. Fue una época muy interesante. Es imposible comprender nuestro mundo sin entender lo que pasó entonces. Te contaré algo de esa historia. Las cosas sucedieron así.

## 1.2 El Origen

Max Planck fue un gran científico alemán. Un problema que suscitó particular interés, a final del siglo XIX, en física, fue la explicación de la *Radiación de Cuerpo Negro*. La razón es que las leyes de la física conocidas hasta entonces no podían explicar ese fenómeno. Pero el hecho, en un comienzo, se llegó a considerar un simple "detallito". *La física ha explicado ya todos los fenómenos naturales*, declaró Sir Raleigh hacia finales del siglo XIX, *sólo faltan algunos detalles que pronto recibirán su explicación*. Esos "detallitos" cambiarían toda la física incluyendo nuestros conceptos de espacio y de tiempo que permanecían intocados desde los tiempos de

<sup>3</sup>Galileo Galilei (1564-1642). Físico, astrónomo, matemático italiano de gran relevancia. Uno de los más grandes sabios de la Era Moderna. Descubrió la Ley de la caída de los cuerpos, inventó la balanza hidrostática, el termómetro y construyó el primer telescopio. Sus observaciones del sistema solar lo llevaron a la casi total ceguera, por un lado y a defender, por el otro, con mucho ahínco la teoría de que la Tierra da vueltas alrededor del Sol, condenada por entonces por la Iglesia como hereje. Fue obligado, ya viejo, a viajar (a pie) hasta Roma y a abdicar allí de sus teorías para salvar su vida. El actual Papa Juan Pablo II, a nombre de la Iglesia Romana se excusó, en años recientes, por esta vergonzosa actuación de la tristemente célebre Sagrada Inquisición.

<sup>4</sup>Es imposible no nombrar, al menos, a Nicolás Copérnico (1473-1543, polaco), a Tycho Brahe (1546-1601, danés) y a Juan Kepler (1571-1630, alemán). El primero demostró que los planetas realizan dos tipos de movimiento, uno alrededor de sí mismos (rotación) y otro alrededor del Sol (translación), el segundo realizó observaciones muy detalladas del sistemas solar, fundamentalmente, y el tercero formuló las importantes *Leyes de Kepler* en las cuales enuncia, entre otras cosas, que los planetas describen elipses alrededor del Sol. El trabajo de Copérnico, Brahe, Galileo y Kepler abrió el camino por el cual el genio de Newton formuló las leyes de la Mecánica Clásica, las *Leyes de Newton*.

Newton. Habría dos direcciones nuevas de desarrollo, dicho en forma esquemática. Una es el mundo atómico y la otra el mundo del espacio de las estrellas, de las galaxias, en una palabra, el Universo. La descripción del movimiento de las partículas en el mundo atómico dió lugar a la Mecánica Cuántica y la descripción del movimiento de las galaxias en el espacio sideral, dió lugar a la Relatividad. Todo cambió. Aquí nos ocuparemos de la Mecánica Cuántica. Todo comenzó por el estudio de la *Radiación de Cuerpo Negro*. Max Planck<sup>5</sup> tuvo una participación muy importante en la comprensión de ese problema.



**Don Kan Dido:** Qué chistoso. Un cuerpo es negro porque no tiene color. En la oscuridad no se vé. Entonces ¿qué radía? O sea, por "radía" yo entiendo que le sale luz y por "negro", pues... pues, éso...que no se ve porque no le sale luz. Claro que el color negro se puede distinguir pero a la luz, no en la oscuridad...radiación del cuerpo negro...eso me parece un poco oscuro, sabe...

**Dr. Wolter:** Espera un poco Kan Dido. Primero, no es radiación del cuerpo negro sino de cuerpo negro. "De cuerpo negro" actúa como adjetivo en esta frase. Es decir describe o califica el tipo de radiación del que estamos hablando. Y, segundo, es de sabios escuchar antes de hablar.

**Don Kan Dido:** ¿Los sabios nunca preguntan, siempre lo entienden todo?

**Dr. Wolter:** No, no. Toda persona genuinamente interesada en algo, pregunta mucho.

**Don Kan Dido:** Pregunto: ¿Qué es negro?

**Dr. Wolter:** Excelente pregunta, Kan Dido.

**Don Kan Dido:** Obvio!

**Dr. Wolter:** Kan Dido, tus reflexiones son, a veces, impertinentes.

**Don Kan Dido:** ¿Qué es negro?

**Dr. Wolter:** La primera cualidad de un cuerpo negro es que no refleja nada.

**Don Kan Dido:** Entonces no se ve!

**Dr. Wolter:** La primera impresión puede ser ésa, es decir que no se ve. Pero espera un poco, debemos analizar más el problema.

**Don Kan Dido:** Pero entonces cual es el sentido de estudiar la radiación de algo que no se ve?

**Dr. Wolter:** Vamos despacio. ¿Has oído hablar de un *hoyo negro*?

**Don Kan Dido:** ¿hoyo negro?...sí y no...

---

<sup>5</sup>Max Planck (1858-1947) puso "el dedo en el ventilador" cuando postuló que la materia y la radiación intercambian energía por medio de "cuantos" o paquetes de energía. Es como comprar con monedas. La más pequeña es de 5 centavos. No podemos comprar algo que valga un centavo y cerrar la operación. Tendríamos que comprar 5. La materia (un cristal, por ejemplo) absorbe radiación (luz, por ejemplo) únicamente en números enteros de una cierta cantidad (paquetes de energía). Los cuantos ("las monedas de 5 centavos", en este caso) tienen energía, igual a una constante,  $\hbar$ , multiplicada por la frecuencia de la radiación (la luz es radiación),  $E=\hbar\omega$ . En esta expresión, la constante,  $\hbar$ , que recibe el nombre de *Constante de Planck*, es igual a  $1.05457266 \times 10^{-34}$  Js (Julios Segundo). **Es pequeñísima!** Max Planck ganó el Premio Nobel de Física en 1918. Su explicación inició una etapa de la historia del pensamiento científico (*los treinta años que cambiaron el mundo*), que revolucionó toda nuestra concepción del Universo. La Constante de Planck es universal, es decir, que determina las características del Universo en que vivimos. En este caso, determina la escala a la que los fenómenos cuánticos se presentan. La velocidad de la luz en el vacío,  $c$ , también es una constante universal. Hay más. Si fuesen diferentes, nuestro Universo sería diferente. Es como tu nombre y tus dos apellidos. Otro nombre y otros apellidos identifican a otra persona, no a tí. Las constantes universales identifican nuestro Universo y, por ende, a nosotros mismos. Hay muchos fenómenos cuánticos dentro de nosotros. Es un descubrimiento moderno de la biología.

**Dr. Wolter:** Kan Dido, en el universo hay cuerpos que concentran tal cantidad de materia que la atracción gravitacional que producen no deja escapar prácticamente nada y por eso no se ven.

**Don Kan Dido:** ¿Y cómo sabe que existen? ¡No existen!

**Dr. Wolter:** Se puede saber que existen por la influencia que tienen sobre los cuerpos cercanos como una galaxia, por ejemplo. La materia de una galaxia cercana se ve alargada hacia el hoyo negro que la está atrayendo.

**Don Kan Dido:** Entonces sí se ve. Se ve su efecto, **sí se ve!**

**Dr. Wolter:** Exactamente. En ese sentido sí se vé. Podríamos decir que se ve su campo gravitacional.

**Don Kan Dido:** **Sí se ve!**

**Dr. Wolter:** Tienes razón, Kan Dido, en ese sentido podemos decir que sí se ve.

**Don Kan Dido:** Y ésa es la radiación de cuerpo negro de que hablaban a finales del siglo...de qué siglo dijo?

**Dr. Wolter:** Los científicos, los físicos, estaban interesados en la radiación de cuerpo negro hacia finales del siglo XIX.

**Don Kan Dido:** ¿Esa es la radiación?

**Dr. Wolter:** La radiación en la que estaban interesados es la electromagnética, que, en el rango del visible, son los colores.

**Don Kan Dido:** Usted siempre lleva la discusión a algo que yo no sé para que no le pueda dar mi opinión.

**Dr. Wolter:** No es éso Kan Dido, es que trato de darte información que aun no conoces para que veas lo interesante que es la física. La radiación electromagnética, como los rayos X, por ejemplo, que fueron descubiertos de una manera muy divertida, por cierto, se caracteriza por su frecuencia. Entre ciertas frecuencias el ojo humano la capta en diferentes colores. Esencialmente, del rojo, al naranja, del naranja al amarillo, al verde, al azul, al violeta. Pero en otras frecuencias no las capta directamente, no las ve. Es el caso de los rayos X.

**Don Kan Dido:** ¡Es como el arcoiris!

**Dr. Wolter:** Sí, como el arcoiris. La frecuencia de la radiación visible va creciendo del rojo al violeta. Entre mayor sea la frecuencia, mayor la energía de la luz. Un láser verde puede cortar cosas que un láser rojo no puede.

**Don Kan Dido:** ¿Con un láser verde me quemo más?

**Dr. Wolter:** Exactamente, el láser verde tiene más energía que el rojo. Aquí has dado en el punto que es clave de todo.

Sí, Don Kan Dido ha dado en la clave. Pero ordenemos bien las ideas antes de entrar en ese punto. Llamaremos *cuerpo negro* a todo cuerpo que no refleje, esencialmente, ninguna radiación. Por esa razón, la radiación que emite revela la existencia de un proceso interno, propio. Hablaremos de radiación visible, de luz, por simplicidad. Pero ésto de ninguna manera es una limitante a nuestra discusión. Toda la luz que emane del cuerpo tiene que venir de alguna "combustión interna". Ejemplo: un horno. Cuando está apagado no se ve nada adentro. Cuando lo prendemos, con cualquier combustible (leña o carbón, por ejemplo), vemos la luz de la combustión **adentro**. La radiación que sale es de "algo" que sucede adentro. Pensemos ahora en el Sol. La radiación que refleja el Sol, en comparación con la que emite, es, prácticamente, cero. Pero la que produce por efecto de reacciones en su interior es enorme, de ella depende la vida en la Tierra!

**Don Kan Dido:** ¿El Sol es un cuerpo negro?

**Dr. Wolter:** Sí, Kan Dido, el sol es un cuerpo negro.

**Don Kan Dido:** Yo lo veo amarillo. ¿Usted lo ve negro?

**Dr. Wolter:** No, Kan Dido, lo veo amarillo. Un cuerpo negro se llama así, no por su color, que puede ser cualquiera, sino porque su radiación es el fruto de procesos internos, de lo que pasa por dentro de él.

**Don Kan Dido:** ¿Y yo? ¿yo soy un cuerpo negro?

**Dr. Wolter:** Qué buena pregunta!

**Don Kan Dido:** Qué buena pregunta... qué buena pregunta... ¿soy o no soy?

**Dr. Wolter:** Calma. Vamos a aprender más sobre lo que es el cuerpo negro y luego tú mismo lo vas a ver.

**Don Kan Dido:**...

¿Para qué sirve el concepto de cuerpo negro? Hagamos un experimento pensado. Calentemos una plancha. Se ve gris al comienzo. La miras de perfil para ver el aire a su alrededor y no notas nada extraño. Acercas la mano. No sientes nada especial. ¿La tocas? ¿Por qué no tocarla? Es seguro que está fría. Pero luego ves que al acercar la mano sientes un poquito de calor (eso es porque llega a tí la radiación infrarroja). Te mojas los dedos y la tocas para ver si la plancha está caliente, verdad? Continúa calentándose. Comienzas a ver unas franjitas en el aire que está alrededor. Seguimos calentando. En el caso de un bloque de hierro en una herrería, por ejemplo, éste pasa al rojo, al anaranjado, etc., hasta al azul. Es más, en una acería un buen operador puede decirte la temperatura del bloque, en forma aproximada, nada más con mirarlo. Te la dice por el color. ¿Cuando está más caliente, cuando está rojo o cuando está azul?

**Don Kan Dido:** ¡Pues cuando está azul!

**Dr. Wolter:** Exactamente. A medida que sube la temperatura vemos que va cambiando el color. No es que haya un único color, sino que hay uno que se ve más.

El Sol, por ejemplo, se ve bastante amarillo, pero si descomponemos en un prisma la luz solar, vemos que los demás colores también están ahí, pero con menos intensidad. La distribución de intensidades aparece en la Fig.1.1. El color que domina aparece con intensidad máxima, obviamente, su frecuencia es la máxima en la curva. En el caso de la radiación solar, el máximo de la curva aparecerá en el amarillo.

Por el color de máxima intensidad podemos determinar la temperatura. El hierro es primero rojizo, luego amarillo, luego azul, a medida que su temperatura va aumentando. Es decir que el máximo se va corriendo pero la forma de la curva no cambia. La forma siempre es la misma.

Un bloque de hierro está constituido por átomos de hierro, obviamente. La radiación que nos llega, la luz, es radiación electromagnética. Esta radiación se produce dentro de los átomos por procesos internos que se disparan con la temperatura. Por eso cambia el color a medida que la temperatura sube cuando calentamos el bloque. Todo ésto, dicho en un lenguaje más preciso, se puede enunciar así: los átomos de hierro emiten radiación electromagnética en la frecuencia del visible la cual va siendo más energética entre mayor sea la temperatura.

Sabemos que podemos, por experiencia directa, hablar de "más caliente" y "más frío", al observar el bloque de hierro con ojos expertos. Pero... ¿podremos determinar la temperatura del cuerpo de una manera cuantitativamente precisa? La respuesta es sí. La información está en la curva. Esta se corre con la temperatura. La fórmula de esa curva es, entonces, la clave para que pueda usarse como se usa un termómetro. La gran ventaja es que se puede medir la temperatura a una gran

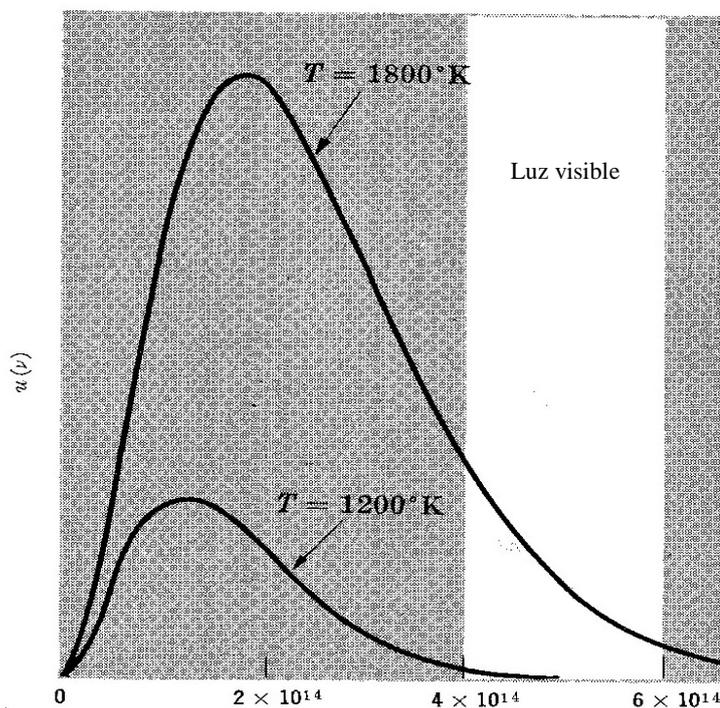


Figure 1.1: La intensidad de la radiación del cuerpo negro en función de la frecuencia. El máximo se desplaza dependiendo de la temperatura.

distancia. La de la superficie del Sol, por ejemplo. La fórmula que describe la curva que medimos detectando la intensidad de la luz que llega del Sol a diferentes frecuencias, contiene, como parámetro, la temperatura de la superficie del Sol. En la fórmula tiene que aparecer la temperatura. Ahí es donde entra Max Planck. El fue el primero en descifrar el mensaje secreto acerca de cómo podemos medir, desde aquí, la temperatura de la superficie del Sol. ¡Y sin quemarnos!

**Don Kan Dido:** ¿Soy o no soy un cuerpo negro?

**Dr. Wolter:** Está bien, te voy a contestar ahora mismo. ¿reflejas la luz?

**Don Kan Dido:** Pues sí, pues por eso es que me ve. ¿No me estoy quemando por dentro, verdad?

**Dr. Wolter:** Vamos por partes. Reflejas la luz que recibes del Sol<sup>6</sup>, por lo general, ya sea directa o reflejada desde otro cuerpo. La intensidad de esa luz para el ojo humano es mayoritaria. Todos te vemos por luz reflejada.

Vemos un color diferente del amarillo porque tu cuerpo o tu vestido han absorbido el resto del espectro y reflejado el que recibimos en nuestros ojos. Pero por ser un espectro reflejado, que no es producto de tus procesos internos, no podemos decir, juzgando por esa luz, a qué temperatura estás al igual que no podríamos decir al ver la luz reflejada desde la superficie de un metal, a qué temperatura está. También es el caso de la Luna. No es un cuerpo negro. La vemos porque la luz del Sol se refleja en su superficie. En cambio el Sol sí lo es.

<sup>6</sup>O de una fuente artificial de luz lo cual no cambia nada en la discusión que nos ocupa.



**Dr. Wolter:** En la oscuridad no te vemos porque no radías en el visible, pero bajo la luz del Sol, sí, porque reflejas esa luz. Sin embargo tu cuerpo siempre está a 36.5C cuando no estás enfermo, claro está. Sólo cuando la que viene de dentro, es decir, cuando la radiación que recibimos es la producida por procesos interiores, o sea es radiación de cuerpo negro, entonces sí podemos caracterizar tu temperatura midiendo el espectro de intensidades<sup>7</sup>. Ya veremos cómo, exactamente. Planck nos enseñó a hacerlo correctamente.

**Don Kan Dido:** Entonces no soy un cuerpo negro.

**Dr. Wolter:** Yo no dije éso. Depende de la medida que hagas porque depende de la radiación que mires. Si yo te miro a través de un filtro que sólo deje pasar los rayos infrarrojos, entonces voy a recibir información de la radiación que viene de dentro de tí. Voy a ver que sí te estas quemando.

**Don Kan Dido:¿QUÉE?**

**Dr. Wolter:** No te asustes, dentro de tu cuerpo tienen lugar reacciones químicas que producen calor y es a éso a lo que me refiero. Producen radiación, mayoritariamente, en el infrarrojo porque el calor no es grande pero sí es suficiente para mantener tu cuerpo a 36.5 C. Si capto esa radiación, si la aílo de la reflejada (la puedo captar en total oscuridad), podré establecer tu temperatura. Y, entonces, bajo un filtro que sólo capte tu radiación en el infrarrojo, tu sí eres un cuerpo negro<sup>8</sup>.

**Don Kan Dido:** Entonces, sí me estoy quemando! No sé si me gusta o no me gusta.

**Dr. Wolter:** Tal vez sí te gusta Kan Dido, por éso es que se enfrían los muertos, porque los procesos que dan calor al cuerpo, dejan de tener lugar.

**Don Kan Dido:** Qué manera de poner las cosas usted! O me estoy quemando o me estoy pudriendo...No! No sé si me gusta o no me gusta todo ésto...

### 1.3 Un genio en vacaciones:

La historia de cómo se descubrió la fórmula de la radiación de cuerpo negro es muy simpática. Resulta que la teoría clásica, al aplicarse al problema de la radiación de cuerpo negro, da como resultado dos fórmulas diferentes. Una de ellas vale para frecuencias por debajo del máximo (o sea, en el caso del Sol, para las frecuencias del color naranja y rojo, es decir las más bajas) y la otra para frecuencias por encima del máximo (para el Sol, el verde, el azul y el violeta), es decir las que están hacia el violeta. Ambas fórmulas tienden a infinito en el máximo. Terrible, una catástrofe!

El experimento dice, con toda claridad, que la radiación se puede describir por una curva que se parece al perfil de un cono, como algunos volcanes. El máximo de la curva es el punto más alto, sería el cráter en el caso del volcán. El experimento dice que la curva es finita en el máximo, es decir que la cantidad de calor (radiación) que nos llega con la frecuencia del color amarillo, en el caso del Sol, es finita. Eso

<sup>7</sup>El espectro de intensidades nos dice qué tanta energía se emite en cada color, o, en forma más general, en cada frecuencia.

<sup>8</sup>Los lentes para ver en la oscuridad captan la radiación infrarroja (calor) que emiten los cuerpos vivos. Aunque una ciudad esté totalmente a oscuras, puedo saber donde se encuentra por el calor que emiten sus habitantes. A comienzos de la Segunda Guerra Mundial se usaban los apagones para que los aviones bombarderos no vieran donde estaba exactamente el blanco. Una vez descubierto cómo captar la luz infrarroja ya no tiene sentido hacer éso. El calor delata igual que la luz visible. ¡Otro "secreto" descryptado: cómo ver en la oscuridad!

es obvio, claro está. La curva experimental ya la conocemos de la Fig. 1.1. Pero el problema era, como acabo de decir, que la teoría clásica produce fórmulas tales que la intensidad de la radiación es infinita en el máximo. Si las fórmulas teóricas fuesen correctas (si la cantidad de calor en el amarillo que vienen del Sol fuese infinita), estaríamos achicharrados. Literalmente toda la vida en la Tierra hubiese desaparecido, o mejor, nunca hubiese aparecido. Peor aun, esas fórmulas no pueden tener sentido porque fabricarían una cantidad infinita de energía (radiación infinita en el máximo) de un proceso de intercambio finito de energía.

**Don Kan Dido:** ¿Pero cómo va a fabricar una fórmula energía? Sale usted con cada cosa!

**Dr. Wolter:** Kan Dido, quiero decir que si la fórmula fuese cierta, la naturaleza estaría fabricando una cantidad infinita de energía desde una energía finita.

**Don Kan Dido:** Yo no le entiendo.

**Dr. Wolter:** Déjame explicarte. Un proceso podría ser así, por ejemplo. Me como una hamburguesa.

**Don Kan Dido:** ¿Una hamburguesa? ¿A usted le gusta la hamburguesa? A mí me gustan los tacos.<sup>9</sup> Allá usted!

**Dr. Wolter:** A mí también me gustan los tacos. Se me vino a la cabeza una hamburguesa, no sé por qué.

**Don Kan Dido:** ¿No sabe por qué?

**Dr. Wolter:** Ya olvídale. Mejor me como un taco, de chuleta para ser específico, con el fin de mantener todas mis funciones vitales y, como consecuencia, mi cuerpo a 36.5C. Mi cuerpo va a procesar la energía (**finita**) recibida y como testimonio de los procesos internos de transformación que en él ocurren, durante un cierto tiempo (después del cual requiero más comida), voy a radiar con máximo en el infrarrojo, una cantidad **obviamente finita** de energía. Sin embargo la teoría dice que la energía radiada en el máximo debe ser infinita. Si esto fuera cierto se produciría una cantidad infinita de energía desde una cantidad finita (el taco). Absurdo. Terrible, simplemente terrible. Una verdadera catástrofe teórica!

**Don Kan Dido:** ¡Qué calamidad!

Planck se daba perfecta cuenta de que las fórmulas no podían estar bien. Pero no sabía cómo remediarlo. Tomó unas vacaciones y se fue a la playa. Había nadado un poco. Conservaba aun su traje de baño, uno de esos que se usaban por allá a comienzos del Siglo XX, cuando cayó la tarde. Qué fresco delicioso...la brisa le golpeaba la cara de vez en cuando, y lo hacía tomar una bocanada de aire lleno de oxígeno del borde del mar, un aire delicioso. Pasó una chica con un traje de baño negro. El negro se consideraba muy elegante por entonces. Se imaginó la chica con todas sus protuberancias (los máximos de ellas) yendo a infinito...Espantoso! No puede ser...Y la idea le llegó en ese preciso momento... Hay que cortar el máximo pensó...¡Es cuestión de hacer que una curva vaya a la otra! Las curvas no cierran, es decir tienen mal la segunda derivada<sup>10</sup>, pensó. Planck era muy bueno en matemáti-

<sup>9</sup>El "taco" es, quizás, la comida más popular en México. Feliciano Sánchez, un excelente y muy conocido físico del CINVESTAV, en cuyo grupo de investigación se realizaron muy detallados estudios de las propiedades de conducción de calor de esta masa con fines industriales, dice que su origen es precolombino. Existe también el taco árabe. Difieren pero son similares. Probablemente, no lo sé, las dos culturas lo inventaron independientemente. En ambas existe hasta nuestros días. El taco consiste de una "tortilla" que es un cilindro (15 cms de diámetro por 1mm de altura, típicamente) muy delgado de masa de maíz con 25% de cal que es lo que le da las propiedades características y la hace diferente de la arepa antioqueña colombiana o de la venezolana, por ejemplo, que no contienen cal. Sobre este cilindro muy delgado, casi plano, se coloca una chuleta picada en trozos pequeños y se enrolla. El taco se puede hacer, prácticamente, de cualquier sustancia sólida alimenticia. Un taco bien preparado es una delicia.

<sup>10</sup>Tener mal la segunda derivada significa que la curvatura está mal. Es como dibujar una montaña. En la cima la curvatura tiene el "nido" hacia abajo para que quede un máximo. Imagínate

cas. Se le ocurrió interpolar las segundas derivadas para que una curva fuese a la otra y el máximo quedara finito. Y lo logró. Obtuvo la fórmula que aparece a continuación:

$$I(\nu) = (8\pi h/c^3)(\nu^2)/[\exp(h\nu/kT) - 1] \quad (1.5)$$

¿Qué dice la fórmula 1.5? Dice que la forma de la curva que da la intensidad de la luz (la cantidad de luz),  $I$ , que se recibe de un cuerpo negro tiene la misma forma para diferentes temperaturas,  $T$ , pero que el máximo queda en una frecuencia diferente. Eso ya lo sabíamos de la Fig.1.1. Dice también que la intensidad de la radiación (la cantidad de luz),  $I$ , es diferente para diferentes frecuencias (para diferentes colores),  $\nu$ . La función "exp" (exponencial), es bien conocida y las demás constantes que aparecen ya nos son familiares (la constante de Planck y la velocidad de la luz). Planck comprobó que su fórmula coincidía con la de la Fig. 1.1. Excelente!<sup>11</sup>

Planck escribió la fórmula con una sonrisa entre triunfante e incierta en una tarjeta postal y se acercó a la barra del bar para pedirle a un mesero que le vendiera unas estampillas para enviar la tarjeta a su laboratorio. El buzón de correo estaba cerca. Metió la tarjeta postal. En quince días estaría allá. No existía aun el correo electrónico porque no se había descubierto la Mecánica Cuántica. La postal llegaría casi al tiempo con él. Alzó los ojos. Vió a la chica "del cuerpo negro". Estaba sola en una mesa cercana disfrutando la noche aun muy joven y aun ligeramente caliente. Nadie sabe qué pasó después. Planck no escribía versos como Pablo Neruda. En un encuentro similar, pudimos averiguar lo que pasó porque Neruda le escribió a la chica, durante el tiempo que duró el encuentro, durante un viaje en barco atravesando el Atlántico<sup>12</sup>, tantos versos que hoy constituyen el libro llamado "Los versos del Capitán" que apareció como anónimo y que éste no reconoció como suyo sino pocos años antes de su muerte. Ella misma los envió a un editor, presintiendo que tenía en sus manos los versos de un gran poeta<sup>13</sup>. De Planck no sabemos nada, no sabemos qué pasó. Planck no escribía versos. Regresó a su laboratorio al cabo de dos semanas.<sup>14</sup>

---

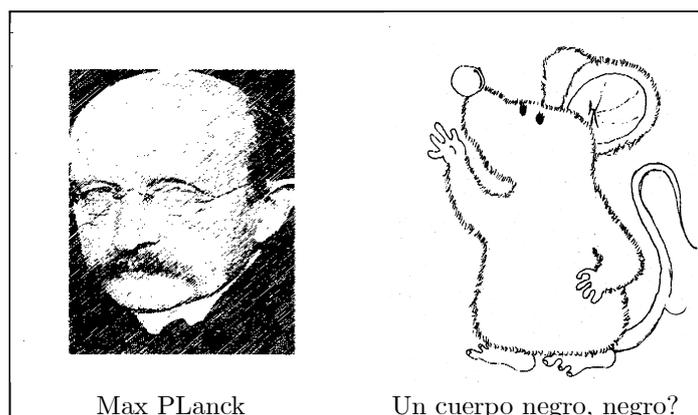
que los bordes de la montaña están bien dibujados pero hacia el centro, cuando suben, no doblan sino se siguen, es decir no hacen el "nido" invertido sino que crecen formando una especie de aguja muy larga, larguísima, en la cima de la montaña. Entonces la curvatura está mal porque el perfil sube en vez de comenzar a descender para quedar horizontal y formar la cima de la montaña. Matemáticamente lo expresamos diciendo que tiene mal la segunda derivada.

<sup>11</sup>Por si te interesa saber, el máximo de una curva se calcula poniendo la primera derivada igual a cero. Esa es la forma como se "devela el secreto". Uno aprende a sacar derivadas estudiando cálculo diferencial. Es mucho más fácil que el navajo, te aseguro. Si aun no sabes, aprende matemáticas, son muy divertidas.

<sup>12</sup>Hacia finales de la década de los sesentas y comienzos de los setentas del siglo pasado (el Siglo XX), terminaron los viajes entre América y Europa en trasatlánticos. Los barcos fueron un transporte de pasajeros muy usado para estos viajes y la convivencia obligada durante los mismos, entre 5 y 25 días, dependiendo del sitio de partida y de llegada, daba lugar a una gran cantidad de experiencias de acercamiento humano de las cuales quedan algunos testimonios aun. Hoy existen los cruceros pero esa es otra idea.

<sup>13</sup>El chileno Nefalí Ricardo Reyes (1904-1973) llamado Pablo, tomó el seudónimo de Neruda del poeta checo Jan Neruda. En la hermosísima ciudad de Praga existe, en "La Ciudad Vieja", una calle en honor de Jan, la "Nerudová Ulice". Sin embargo fue Pablo Neruda, el chileno, quien se convirtió en una de las grandes figuras de las letras universales y ganó el Premio Nobel de Literatura en 1971.

<sup>14</sup>Esta es una versión muy libre de una anécdota que lo único que parece tener de real es que Planck tomó, en efecto, vacaciones, y, aparentemente, durante ellas, encontró la fórmula y la envió en una postal a sus colegas del laboratorio..



## 1.4 ¿Qué significa esa fórmula?: ¡No sé!

¿Qué significa, físicamente hablando, esa fórmula 1.5? Es verdad que reproduce el experimento, pero...¿por qué? Todos preguntaban con gran ansiedad.

Planck, flemático, serio, contestó: ¡No tengo ni idea!

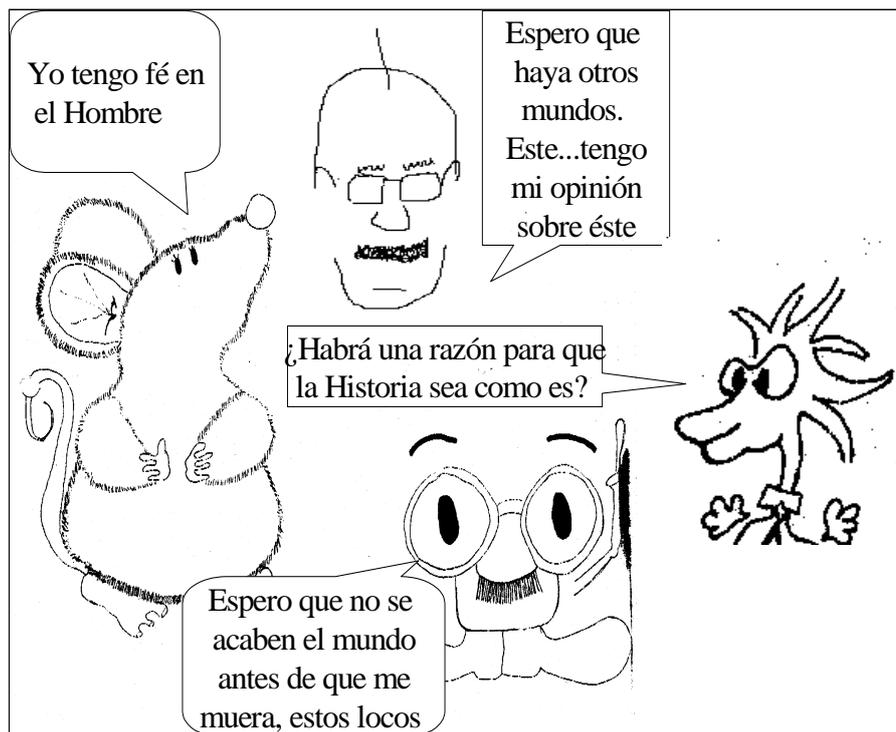
En efecto, no lo sabía. Algún tiempo después se sabría que había comenzado una de las revoluciones más impactantes del pensamiento humano en toda su historia. La fórmula implicaba la cuantización de la energía! *Cuantización*, una palabra que entró al siglo XX destruyendo violentamente todo lo que encontró a su paso como el "malo" de esas horribles películas que se denominan "del oeste". La mente del hombre fue sacudida como nunca y todos sus conocimientos en física fueron puestos en duda. Un barco en una tormenta, un martirio intelectual que no dejó, literalmente, dormir a muchos, muchos meses, muchos años. A la cuantización se le agregó la relatividad de Einstein<sup>15</sup>, rompiendo todos los conceptos de tiempo y espacio que habían permanecido intactos desde el siglo XVII, desde Newton. Así mismo lanzó al aire muchos de los análisis profundos de la "nueva y triunfal" filosofía, ese movimiento de racionalidad que arrancó con Descartes (1596-1650), siguió con Hegel (1770-1831) y Schopenhauer (1788-1860)<sup>16</sup>, se coronó con Emmanuel Kant (1724-1804) cuyas antonomias basadas, unas, en los conceptos de espacio y tiempo de Newton, saltaban por los aires, movimiento filosófico sobre el cual montarían el suyo Karl Marx (1818-1883) y Federico Engels (1820-1895) cuya influencia durante la segunda mitad del Siglo XIX y casi todo el Siglo XX fue enorme.

Pero al salir de "los treinta años que cambiaron el mundo", el intelecto humano había subido cualitativamente lo que nunca había soñado. Su conocimiento era superior. Se abrió la posibilidad de usar el Estado Sólido en la vida del Hombre. En su vida cotidiana con el radio, la televisión, el internet, etc..la electrónica al servicio del Hombre. Se amplió inmensamente el conocimiento. La sociedad cambió totalmente debido al encuentro con la ciencia que, desde el conocimiento básico inaccesible al "hombre de la calle", generó miles de instrumentos nuevos y las pal-

<sup>15</sup> Albert Einstein (1879-1955) es quizás el científico más conocido fuera del mundo de los físicos. Las popularizaciones de su teoría de la relatividad tejieron alrededor de él una imagen de mito. Einstein es, sin duda, uno de los físicos que más contribuyó a la configuración del concepto moderno del Universo con su Teoría General de la Relatividad, una descripción revolucionaria del espacio-tiempo. Recibió el Premio Nobel en 1905 por haber explicado la razón por la cual salen electrones de los metales cuando se les ilumina con cierta radiación (luz). Por ejemplo, cuando se ilumina un bloque de Sodio con luz de color violeta, se puede registrar una corriente procedente de la superficie del metal, compuesta por electrones que escapan de éste. Este hecho se conoce como *Efecto Fotoeléctrico* y es totalmente cuántico.

<sup>16</sup> La enemistad que existió entre ellos es famosa. Ambos enseñaban en la misma universidad a la misma hora. Schopenhauer prefirió cerrar su cátedra por falta de alumnos, antes de cambiar el horario para permitir que algunos asistieran a las dos clases.

abras "estado sólido" ("solid state") entraron a todas las familias para instalarse en las casas y volverse tan comunes como el perro. El Estado Sólido modula la sociedad. El estado de avance de la ciencia básica, toma contacto con el "hombre de la calle" a través del Estado Sólido. En la casa, en el auto, en la medicina, en el banco, en el celular, en el laboratorio, en el transporte público, en la libreta de apuntes (computadora portátil), en la agenda (Palm), etc... Pero el conocimiento es también poder. Y poder es control. Poderes nuevos se desarrollaron, formas nuevas de controlar, de espiar, de matar. Pero también de trabajar, de construir. Siempre la historia del Ser Humano ha sido la síntesis de su poder de destrucción derrotado por su poder de construcción: Nuestro dramático y grandioso destino! Subir, conocer más, comprender más. Parecería como si el destino del Hombre fuese llegar a comprenderlo todo, a saberlo todo, a ser el canal por el cual el Universo se contempla a sí mismo, un destino similar al de construir, en él, a un Dios tangible y real. Parecería, digo...Y lo digo porque el único parámetro que siempre crece en la Historia del Hombre es **el conocimiento** de la Naturaleza en sus miles y miles de facetas y lenguajes. El Hombre es el gran escudriñador, el gran contemplador. Si el Hombre desaparece, Dios pierde porque nadie se ocuparía de él! Pero, por primera vez en la Historia, el Hombre se está asomando a un dilema esencial. O introduce la ética como una necesidad objetiva de supervivencia, o se destruye. Porque si bien es cierto que si el Hombre desaparece, Dios pierde, sí!, pero el Hombre habrá perdido todo, todo, habrá desaparecido por lo menos aquí, en la faz de la Tierra, en el único lugar donde tenemos la absoluta certeza de que existen seres inteligentes!.



**Don Kan Dido:** ¡Pero ya basta! ¿Qué es todo ésto? Yo no entiendo. Qué escándalo. Esto se sale de la discusión!

**Dr. Wolter:** ¡Qué te importa! Kan Dido, Comenzaban los 30 años que estremecieron al mundo. Todos nuestros conceptos fueron echados por tierra, revisados, corregidos. Todo cambió Kan Dido! Nació la Mecánica Cuántica, la Relatividad. El Hombre avanzó hacia el conocimiento de la naturaleza como nunca antes, quizás. ¿Comprendes?

**Don Kan Dido:** Sí, si ... si usted quiere, yo comprendo, pero cálmese, cálmese...

**Dr. Wolter:** Esos años, a comienzos del siglo XX, que terminan con la escritura de la *Ecuación de Schrodinger*, la base de la Mecánica Cuántica, fueron de una intensidad pasmosa. Hubo tres congresos científicos, los tres congresos de Solvey, donde todas estas ideas se comunicaron con pasión incluso. De allí nació la polémica entre Einstein y Bohr, famosísima, nunca resuelta totalmente, acerca de la interpretación de la Mecánica Cuántica. Qué episodio del pensamiento humano, de la ciencia y qué consecuencias para la tecnología. Todo el mundo fue diferente, en todo. Y todo ese comienzo culminó cuando se escribió la Ecuación de Schrodinger. Y cuando Einstein escribió en unas cuantas letras la dramática ecuación :  $E=mc^2$ . Ambas forjaron la historia del siglo XX. Estas dos ecuaciones penetraron, sin permiso, en todos los aspectos de nuestra vida diaria y la historia de cómo lo hicieron, dramática, apasionada, astuta, inmoral muchas veces, es la historia misma del Siglo XX y sus consecuencias se extienden hasta los comienzos del Siglo XXI, hasta hoy.

**Don Kan Dido:** *Este ya se emocionó...yo creo que mejor me callo...*

La excitación del Dr. Wolter es muy comprensible. Una revolución del pensamiento científico como la que ocurrió a comienzos del Siglo XX, es algo muy singular, muy especial. Pero volvamos a la cuantización de la energía. Qué es lo que la fórmula que escribió Planck, la fórmula que describe correctamente la radiación de cuerpo negro, introdujo?

Supón que tienes un vaso de agua. Tu amiga te dice que le des un poco. Tomas su vaso y le viertes las  $4/5$  partes del contenido de tu vaso. Ella te dice, gracias, pero no quería tanto. Te regresa un poquito. Es más, mira el vaso y decide regresarte un poquito más, hasta que tu vaso y el de ella queden iguales. Eso le pareció justo. Pero hé aquí que, de pronto, el agua, la misma cantidad, se vuelve hielitos. 25 hielitos iguales, para ser exactos. De pronto el mundo se vuelve así, vamos a suponer. Nadie toma agua líquida sino en hielitos. En ese nuevo mundo, la misma experiencia ocurre. Tu amiga te dice que le des un poco de tu agua. Tu le echas  $4/5$  partes (20 hielitos) ella decide que lo justo es mitad y mitad, pero no se puede: Los hielitos no se pueden romper en ese mundo. Uno tendrá 12 y otro 13. No existe la forma de que se repartan por mitad! El agua se ha cuantizado, es decir, sólo la podemos tomar en números enteros de ciertas cantidades y éso hace que ciertas operaciones sean imposibles, como la de repartir el vaso de agua en dos partes iguales. Eso es cuantizar! Planck descubrió que la energía en el mundo atómico estaba cuantizada. ¿Que quiere decir éso? ¿Qué consecuencias puede tener?

## 1.5 La cuantización de la energía.

Cuando dos cuerpos intercambian energía por "paquetes" es decir por números enteros de una cierta cantidad definida e invariable, hablamos de cuantización de la energía. Empleamos el término *cuanto de energía*. Eso es lo que le da el nombre a la Mecánica Cuántica. Por ejemplo, el cuanto de un rayo de luz visible es diferente para cada color. Tiene una energía diferente. El cuanto de luz verde es de mayor energía que el cuanto de luz roja. La energía en forma de luz se intercambia por "paquetes", por cuantos que se llaman *fotones*. Si un cuerpo recibe 20 cuantos de luz verde se puede quemar. Si un cuerpo recibe 20 cuantos de energía roja, podría sólo calentarse. Depende del cuerpo. Y es que el cuanto de energía roja representa una energía menor que el cuanto de luz verde.

La cantidad de energía contenida en un cuanto de luz verde es  $\hbar\omega$  donde  $\omega$  es la frecuencia correspondiente al color verde, la frecuencia de la onda electromagnética que produce en nuestros ojos la sensación que calificamos de "verde".

$$E = \hbar\omega \quad (1.6)$$

La *longitud de la onda* (usamos la letra griega lambda,  $\lambda$ ) electromagnética que llamamos verde es  $\lambda = 5500\text{\AA}$ <sup>17</sup> Se define un *vector de onda* por medio de la relación

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.7)$$

que, en nuestro caso, será<sup>18</sup>  $0.00114239 \text{\AA}^{-1}$ . Si utilizamos una unidad que se llama *micra* ( $\mu\text{m}$ )<sup>19</sup>  $k = 11.4239\mu\text{m}^{-1} = 11.4\mu\text{m}^{-1}$ , aproximadamente. La  $\hbar$  define lo que es cuántico en la vida real. Tiene unidades de energía por tiempo, es decir, de acción, según la definición acostumbrada. Define lo cuántico en el sentido de que es indicativa de la magnitud de las cantidades físicas que permiten la observación de fenómenos donde es necesario aplicar la Mecánica Cuántica para dar cuenta de su dinámica. Define la escala de lo cuántico. No es extraño que se le conozca como *constante de Planck*.

**Don Kan Dido:** (*parece que ya se calmó..*) Usted dijo que un vector tenía dirección. Su  $k$  para donde apunta?

**Dr. Wolter:** Excelente pregunta!

**Don Kan Dido:** *otra vez...*

**Dr. Wolter:** Cuando alumbro con una linterna un objeto en un cuarto oscuro, Kan Dido, uno puede verlo. Si la apago ya no ves el objeto. La luz viaja desde la linterna al objeto. Tiene velocidad y dirección. La dirección es la que determina que  $k$  sea un vector. La dirección hacia donde viaja la luz es la dirección del vector  $k$ . Por eso también se le llama *vector de propagación*.

La gente habla de que el exponerse al Sol puede causar problemas de la piel, incluso cáncer. Antes no se hablaba tanto de ello. Es por dos razones. Una porque se conocía menos el problema y la otra porque no se había destruido tanto la capa de ozono que absorbe la radiación ultravioleta (UV, muy energética) que viene también del Sol. Esta capa detenía una buena parte de la radiación UV. Al dejarla pasar se nos comunica a nosotros. El cuanto de energía ultravioleta es más energético que cualquier cuanto del espectro visible. Puede quemarnos o causar heridas serias a nuestra piel. Por eso se venden ahora muchos protectores de radiación UV.

La radiación de cuerpo negro está cuantizada. Eso implica la fórmula de Planck. Por lo tanto absorbemos un número entero de cuantos ultravioleta de la luz del sol. No podemos asolearnos 2,27 cuantos de luz. Tiene que ser un número entero. Como con los cubitos de hielo.

<sup>17</sup>Amstrong.  $1\text{\AA}=10^{-8}$  cms, es decir  $\frac{1\text{cm}}{100000000}$ . Imagínate que si fuera un millón de pesos y hubiera que repartirlo entre  $10^8$  personas, tocaría de a 1 centavo por persona! El amstrong es realmente una unidad muy pequeñita, comparada con las unidades que encontramos en la vida diaria, comparada con un centímetro. Pero esa es la unidad que encuentran en "la vida diaria" los átomos. Es un mundo microscópico. Es el mundo de la Mecánica Cuántica. La longitud de onda nos da una medida del espacio que ocupan los cuantos a que he hecho referencia.

<sup>18</sup>Este número lo obtuve dividiendo  $2\pi$ , o sea algo más que 6.2 por 5500. La unidades  $\frac{1}{\text{\AA}}$  se escriben también como  $\text{\AA}^{-1}$ .

<sup>19</sup>La micra es muy utilizada para dar datos experimentales en el mundo del Estado Sólido. Es la millonésima parte de un metro.  $1\mu\text{m}=10^{-6}\text{m} = 10^{-4}\text{cm} = 10^4\text{\AA}$ .

**Don Kan Dido:** Pero usted dijo que iba a dar la energía de un cuanto. ¿Qué tan grande es? ¿Puedo freír un huevo con éso?

**Dr Wolter:** La frecuencia de la luz está relacionada con el vector de propagación por medio de una relación dinámica. No es una definición. Una definición se hace por conveniencia. Defino un litro porque me conviene para vender leche, por ejemplo. Pero el material del recipiente que contiene un litro depende de las propiedades (de la densidad) del líquido. Para almacenar un litro de mercurio no usaría una bolsa de plástico delgado como se hace en algunas presentaciones de la leche. Así es con la relación frecuencia-vector de onda. La relación entre el vector de onda  $\mathbf{k}$  y la frecuencia  $\omega$ , depende de las propiedades de la luz misma y del medio en que se propague. Para la radiación electromagnética en el vacío, vale

$$\omega = ck \quad (1.8)$$

donde  $c$  es la velocidad de propagación de la luz en el vacío. Su valor es  $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ .<sup>20</sup>

**Don Kan Dido:** Pero usted dijo que iba a dar la energía de un cuanto.

**Dr. Wolter:** Tienes toda la razón. Eso dije. La energía de un cuanto es  $\hbar\omega$ .  $\hbar$  es, precisamente, la llamada constante de Planck, en su honor. Es otra constante universal como la velocidad de la luz y caracteriza también al Universo del que formamos parte. Sus unidades energía x tiempo definen el cuanto de acción como ya había mencionado.  $\hbar = 6.5821220 \times 10^{-16} \text{ eV s}$ .

**Don Kan Dido:** Pero usted dijo que iba a dar la energía de un cuanto. Eso ya lo había dicho. ¿Para qué lo repite?

**Dr. Wolter:** Sí, sí, es cierto. Estoy tratando de montar las bases para ese cálculo. Escucha un poco.

**Don Kan Dido:** Pero si todo el tiempo el que ha hablado es usted!

**Dr. Wolter:**  $\omega = ck$ , ¿verdad?.

El Dr. Wolter presentó a Don Kan Dido este cálculo.<sup>21</sup>

$$\omega \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \times 11.424 \mu\text{m}^{-1}.$$

Ahora, expresando los metros en micras, tenemos:

$$\omega \approx 3 \times 10^{14} \mu\text{m s}^{-1} \times 11.424 \mu\text{m}^{-1} \approx 3.427 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}. \quad (1.9)$$

Para obtener la energía, simplemente multiplicamos por  $\hbar$ , es decir,

$$\hbar\omega \approx 6.58 \times 10^{-16} \text{ eV s} \times 3.427 \times 10^{15} \text{ s}^{-1} \approx 2.25 \text{ eV}.$$

$$\hbar\omega \approx 2.25 \text{ eV} \quad (1.10)$$

<sup>20</sup>Tu puedes recorrer un metro en un segundo, pero no 300 millones de metros en un segundo. La luz va rápido! Un avión comercial viaja a unos 800 kilómetros por hora, es decir, a unos 220 metros por segundo. Más lento que el sonido, obviamente, que viaja a unos 300 metros por segundo (si, en una tempestad, oyes el trueno, el rayo ya no te cayó, puedes relajarte: el sonido siempre llega después de la luz. Viaja mucho más lento).

<sup>21</sup>El signo  $\approx$  significa "aproximadamente". Quiere decir que a algunas cantidades se les ha redondeado para facilitar el cálculo y porque la precisión con muchos decimales no es necesaria para la exposición aquí. Suele hacerse en ocasiones cuando uno sólo requiere un orden de magnitud de la cantidad calculada.  $\text{s}^{-1} = \frac{1}{\text{s}}$ , s es segundo, como bien tu sabes.

**Dr. Wolter:** Y ahí está la energía de un cuanto de radiación electromagnética que se ve como luz verde.

**Don Kan Dido:** ah!, pues sí... pero... ¿Puedo freir un huevo con eso?

Para contestar a Don Kan Dido, podemos hacer un experimento. Lo que yo hice fue tomar una parrilla eléctrica con resistencia que consume un kilovatio por unidad de tiempo conectada a una toma de 110 voltios. Viene marcado en la parrilla (como en los focos). Puse un sartén, le eché un poco de mantequilla y conecté la parrilla. Cuando se derritió la mantequilla, le agregué el huevo. Quedó bien (de acuerdo a **mi** definición de "huevo bien".) en 6 minutos. ¿Cuanta energía gasté? La décima parte de un kilovatio-hora! Un kilovatio-hora<sup>22</sup> es equivalente a  $3.6 \times 10^6$  Julios, 1 Julio es igual a  $6.25 \times 10^{18}$  eV. Entonces, para freir un huevo se necesita la décima parte de un kilowatt-hora que en unidades de Julios es igual a:  $\frac{3.6}{10} \times 10^6$  Julios. Esta cantidad la tengo que multiplicar por  $6.25 \times 10^{18}$  para obtener el resultado en eV porque sé que 1 Julio es igual a esa cantidad en eV. Realizando todo lo anterior, el cálculo queda así:  $\frac{3.6 \times 6.25}{10 \times 2.25} \times 10^{24} = 10^{24}$  cuantos de luz verde. Para freir un huevo necesito  $10^{24}$  cuantos de luz verde.

**Don Kan Dido:** ¿Y si me equivoco en un cuanto se me quemará el huevo? ¡Qué interesante pregunta he hecho! Nótese quien hace las preguntas interesantes aquí.

**Dr. Wolter:** No, obviamente ni se va a quemar ni nadie se va a dar cuenta. Y, en efecto Kan Dido, lo que has señalado es muy interesante. La cuantización tiene importancia en el mundo microscópico, atómico. En nuestro mundo del diario vivir, para la mayor parte de los intercambios de energía entre los cuerpos podemos ignorar la cuantización porque el cuanto es muy pequeño comparado con la energía intercambiada y entonces se puede considerar que la energía es continua y no discreta.

El punto del Dr. Wolter puede pensarse así. Es como si los escalones de una escalera se hiciesen tan bajitos que ya no puedo distinguir bien entre una rampa y una escalera. Cuando vale "la rampa", la energía puede tomar cualquier valor y vale la Mecánica Clásica (la altura sobre el suelo varía de manera continua). Cuando los escalones son grandes en comparación con la energía intercambiada, cuando se trata de "una escalera" (la altura varía en unidades de un peldaño), vale la mecánica que comenzó con el descubrimiento de Planck, de la fórmula que describe correctamente la intensidad de la radiación del cuerpo negro, vale la Mecánica Cuántica<sup>23</sup>. Lo interesante es que la diferencia implica un comportamiento totalmente diferente en algunos casos. Por ejemplo, si una pelota no adquiere la energía para elevarse por encima de una pared (el niño no tiene aun la fuerza para golpearla tan fuerte), la probabilidad de encontrarla en la casa del vecino es cero. Siempre va a rebotar en la pared. Sin embargo, hay un fenómeno cuántico que se llama tunelaje y que consiste, empleando la misma figura, que la pelota tiene una cierta probabilidad de pasar a la casa del vecino aunque el niño no le de la energía necesaria para elevarse por encima de la pared. Este interesante fenómeno está a la base del transistor.

El tunelamiento o tunelaje es un fenómeno completamente cuántico y tienen enorme importancia en las aplicaciones electrónicas, por ejemplo. Precisamente, es

<sup>22</sup>Lo que voy a hacer es convertir las unidades de energía todas a eV. Es decir expresar los kilowatt-hora en eV para poder comparar con la energía de un cuanto que, como ya sabemos es de 2.25 eV. Voy a convertir kilowatts-hora a Julios y Julios a eV. Es exactamente lo mismo que convertir Euros a dólares y dólares a pesos para poder comparar mi salario con el de un amigo español.

<sup>23</sup>Sería interesante ahora averiguar cual es la densidad de la radiación solar por unidad de superficie que llega a la Tierra, para determinar qué tanto debo concentrarla (dos veces? tres veces?) para que me permita freir un huevo en un tiempo similar (calentadores solares).

en ese sentido que la constante de Planck caracteriza el universo del que formamos parte. Si la constante de Planck fuese más grande, los fenómenos cuánticos se presentarían a escalas más cercanas de nuestra vida cotidiana. Por ser tan pequeña, sólo se presentan en el mundo atómico, en el mundo microscópico. Eso no quita que, más adelante, hablemos de la superconductividad como un fenómeno cuántico macroscópico. Eso le da un interés especial. Ya veremos.

**Don Kan Dido:** ¿En serio? ¿Si cambian esas constantes, cambia el universo?

**Dr. Wolter:** Sí! Exactamente éso es lo que sucedería. Si la velocidad de la luz fuese más pequeña y la constante de Planck más grande (hay más constantes universales), el universo que observaríamos sería diferente, tan distinto como grande fuese el cambio en esas constantes.

**Ramoncito:** Y cuando uno dice un láser verde, ¿ tiene algo que ver con mecánica cuántica?

**Dr. Wolter:** Sí, sí, Ramoncito, si tiene que ver. En ese caso no se usan metales sino semiconductores. La brecha<sup>24</sup> de esos semiconductores tiene que tener ese valor, es decir 2.25 eV, para que sea verde. Es una forma especial de intercambio cuántico de energía la que permite que la radiación sea de un solo color. Es deseable fabricar láseres de todos los colores. Y claro que el hombre, poco a poco, ha venido resolviendo los problemas necesarios para hacerlo.

---

<sup>24</sup>Los semiconductores se distinguen porque los electrones permanecen ligeramente atados a los iones que se encuentran en las posiciones regulares que forman la red. Estos electrones son los que tienen, en el átomo, mayor energía. Se les conoce como *los electrones de valencia*. Por éso hablamos de "la banda de valencia" para describir los estados energéticos en que se encuentran esos electrones dentro de los semiconductores. No hay electrones libres a muy baja temperatura (cero grados estrictamente) en un semiconductor. Todos los electrones se encuentran ligeramente atados. Expresamos este hecho diciendo que *la banda de valencia está totalmente ocupada* (todos los electrones están atados) y la de *conducción* totalmente desocupada (no hay electrones libres dentro del espacio entre iones como en el caso de los metales). Esto a muy baja temperatura, repito. Se puede extraer un electrón de un ión por medio de energía (radiación de un láser, o por medio de calor, por ejemplo) en cuyo caso queda libre como para moverse por el espacio determinado por la red igual a como sucede con muchos electrones en el caso de los metales. Esta posibilidad se expresa diciendo que las dos bandas están separadas por una cantidad de energía que se llama "la brecha". Esta energía es característica de cada semiconductor. Cuando liberamos un electrón del ión al que está atado, hay que dar, como mínimo, la energía necesaria para "arrancar" al electrón (se puede más pero no menos), es decir, el valor de la brecha. Decimos que hemos "pasado al electrón de la banda de valencia a la banda de conducción".

## 1.6 La Mecánica Cuántica.

### 1.6.1 ¿Cómo describimos un cuerpo en Mecánica Clásica?

La Mecánica Clásica del inglés Sir Isaac Newton (1642-1727) constituye uno de los pilares de la concepción del Hombre acerca del Universo en que vivimos y tuvo una gran influencia sobre filósofos como Kant, por ejemplo.

He descrito, al comienzo del capítulo, la caída de una piedra desde un precipicio usando la Mecánica Clásica. Más formalmente, la Mecánica Clásica es un fantástico sistema cerrado de lógica estricta. Sus postulados fundamentales son las tres Leyes de Newton. Y tienen el mérito de describir excelentemente el movimiento en la escala de nuestro diario vivir. La dinámica está determinada por la Segunda Ley que es la del movimiento:  $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$ , es decir que la fuerza es igual a la masa por la aceleración. Con esta ecuación puedo calcular todo lo que quiero saber acerca del movimiento de un cuerpo, siempre y cuando yo conozca la fuerza que da lugar a él. La fuerza es un vector, es decir, tiene dirección y magnitud. De esta ecuación puedo deducir las dos que usé anteriormente para describir el movimiento de la piedra enviada desde un precipicio. Puedo también, por ejemplo, dado que conozco la fórmula para la fuerza gravitacional, calcular la trayectoria de los planetas o la de un meteorito para saber si caerá o no sobre la Tierra. Se calcula que cada 100 millones de años, en promedio, un meteorito grande choca con la Tierra<sup>25</sup>. Durante el año 2001, se detectó uno que se creyó que podría impactarnos. Tiene 2 kilómetros de diámetro. El impacto sería terrible. Se atribuye la desaparición de los dinosaurios en la Tierra a un impacto de ese tipo que levantó una nube de polvo que la cubrió toda no dejando pasar la luz del sol por un periodo largo y eliminando las fuentes de comida de aquellos habitantes prehistóricos. Es una de las teorías acerca de la súbita desaparición de los dinosaurios.

Pero cálculos precisos han establecido más recientemente (agosto 2002) que esto no sucederá y que el meteorito pasará suficientemente lejos de la Tierra y no tenemos que inquietarnos. Claro ha causado mucha emoción. ¿Podremos destruirlo antes de que se acerque a la Tierra? ¡Son 2 kms de diámetro! Sería una experiencia muy aleccionadora para el futuro. Pero volvamos a la pregunta original: ¿cómo describimos un cuerpo en Mecánica Clásica, la que describe los eventos de nuestro diario vivir? Esto es muy importante, recordémoslo: **En Mecánica Clásica describimos el movimiento de un cuerpo determinando su trayectoria.** Esto es, diciendo, en cada momento, en dónde está y a qué velocidad y en qué dirección avanza el cuerpo que describimos. Eso fue lo que hicimos con nuestra piedra lan-

<sup>25</sup> Eso lo escuché en Radio UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México) que transmite muy buenos programas de divulgación. En algunos de ellos interviene Julieta Fierro, investigadora en astrofísica de esa Universidad y excelente divulgadora de la ciencia, entre otras personas.

zada desde un precipicio. La velocidad es un vector, tiene dirección y magnitud. Así describimos el movimiento de un ciclista, de un auto, de un planeta, etc...El movimiento se usa para medir el tiempo. Un calendario no hace más que medir el tiempo del recorrido de la Tierra a lo largo de su trayectoria completa alrededor del Sol (un año) en unidades de tiempo determinadas por la duración de un giro sobre sí misma (un día). Como podemos constatar, la medición del tiempo se hace utilizando un movimiento periódico (día, año) y subdivisiones de éstos (hora, minuto, segundo). Como la Tierra no da un número entero de vueltas (días) mientras recorre su órbita alrededor del Sol (año) sino que da 365 vueltas y un cuarto, cada año nuestro (365 días) falta el tiempo necesario para que la Tierra de un cuarto de giro alrededor de sí misma, para terminar la vuelta completa al rededor del Sol. Al cabo de cuatro años va a faltar un giro entero (un día) para completar la vuelta alrededor del Sol. Por éso es necesario, cada cuatro años, ajustar las cosas introduciendo un día más (el año bisiesto). Repitamos ésto, **en Mecánica Clásica describimos el movimiento de un cuerpo, determinando su trayectoria.**

### 1.6.2 ¿Y en Mecánica Cuántica?

Un átomo puede ser considerado y, de hecho así fue históricamente, como un microscópico sistema planetario. Puedo aplicar la Segunda Ley de Newton puesto que conozco la fuerza. La fuerza atractiva es la fuerza de Coulomb en este caso, es decir, la que actúa entre dos cargas. En el caso del átomo, entre el núcleo positivo y el electrón negativo. Su forma analítica es similar a la gravitacional, lo cual quiere decir que ambas dependen del inverso de la distancia,  $d$ , al cuadrado ( $1/d^2$ ). Por lo tanto, si aplico las ecuaciones de Newton, obtengo órbitas para los electrones girando alrededor del núcleo atómico, en total analogía con los planetas alrededor del Sol. Todo perfecto!

Pero, aquí hay un "pero" que hace muy diferente el movimiento de las cargas y de los planetas. Las cargas sometidas a una aceleración (a una fuerza) radían. Esa radiación es la que observamos en las auroras boreales cuando las cargas sufren una desaceleración (una aceleración negativa) al entrar a la atmósfera. Vemos lucecitas en el cielo. A veces se ven preciosas cascadas de luz cayendo hacia la tierra. Las cargas, al radiar, dan energía en forma de luz. Al ceder energía, la pierden, obviamente. En el caso de los electrones dentro del átomo, si pierden energía, van a caer hacia el núcleo central. Si caen, el átomo se destruiría. Es decir no sería estable, se deshace. En el caso del Sistema Solar, la analogía sería como si todos los planetas cayesen hacia el sol en algunos días! Se acabaría el sistema solar. En el caso de los átomos no existirían ni segundos, según las leyes de Newton y de Maxwell<sup>26</sup>, es decir, según las leyes clásicas.

En la realidad, los experimentos demuestran que los átomos sí radían, y lo hacen de acuerdo a las leyes clásicas, pero no se desintegran, afortunadamente (nuestro cuerpo está compuesto de átomos!). El proceso se detiene. Eso es lo que no tiene explicación alguna dentro de las leyes clásicas. El electrón pasa de un estado con una cierta energía a otro con una menor, hasta que llega a un estado de mínima energía, al estado base, y allí deja de radiar. El estado base es totalmente estable. El electrón no pierde más energía.

La radiación se produce en frecuencias (colores, en el visible) típicas. En algunos elementos uno ve algunos colores. Uno podría ver, por ejemplo, el anaranjado. Esto es lo que uno observa si "quema" sodio. Si examinas la radiación con un aparato fino para medir las frecuencias de todos los colores (de toda la radiación) que sale

<sup>26</sup>Las Ecuaciones de Maxwell describen los fenómenos de la electricidad y el magnetismo. Estas ecuaciones son de capital importancia para describir nuestro mundo. James Clerk Maxwell (1831-1879) fue un brillante físico británico que unificó la electricidad y el magnetismo como expresiones de una misma realidad física. También contribuyó al desarrollo de la termodinámica.

de un gas de átomos (Oxígeno, O, por ejemplo), encuentras algo muy interesante. Verás más de un color (varias frecuencias). Y claro uno quiere saber si hay relación entre ellos, entre los colores que salen del átomo de Sodio, Na, para ser específico. Mirando con mucho cuidado (indio navajo en acción) vas a caer en cuenta que forman una serie. Varios investigadores se dieron cuenta de ello y así lo reportaron a la comunidad científica.

Más exactamente, encontraron que las frecuencias forman varias series. El valor de esas frecuencias se determina con la fórmula (otro secreto de la Naturaleza)  $\omega = S(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2})$ , donde S es una constante que tiene dimensiones de frecuencia y es característica de cada átomo, y,  $l$  y  $k$  son enteros naturales pero siempre vale  $k > l$  ( $k$  es más grande que  $l$ ). Cada serie se forma tomando un número fijo para  $l$ , digamos 1, y variando  $k = 2, 3, 4, 5, \text{etc.}$  ¿Cómo explicar estos colores que identifican cada átomo ya que las series son diferentes para cada átomo porque S es diferente para cada átomo? Estas fórmulas se conocían bien para el hidrógeno, H, cuando Norman estudió la radiación proveniente del Sol para establecer la existencia de este gas, del hidrógeno, y para asegurar que había "algo más" allá, dando lugar al descubrimiento del Helio (pág. ??). Había series de colores que se ordenaban de acuerdo a la fórmula pero si se usaba otro valor de S. Es otro átomo intuyó. Pero no sabía por qué podía concluirlo. La pregunta se hizo mortificante: ¿Cómo explicar estos colores, esta radiación? Aquí, otra vez, se necesitaba "un indio navajo", alguien que descifrara el mensaje de la Naturaleza. ¿por qué cada átomo radía diferente?

¿Qué es un átomo? Hubo que empezar por ahí. Hubo que empezar por identificar a los electrones, establecer su carga, su masa<sup>27</sup>. Todo éso sucedió durante los últimos años del Siglo XIX y los primeros del XX. El Hombre ya estaba preparado para descifrar los mensajes del átomo. Las Tablas de la Ley en entregas. La Historia del Hombre, la apasionante Historia nuestra, tuya y mía, incluídas. Fue sólo hasta 1913 cuando Lord Rutherford<sup>28</sup>, "el indio navajo" del problema, estableció que existía un núcleo muy pesado (casi toda la materia está allí) dentro del átomo y que su carga era positiva lo cual explicaba que fuese neutral aun conteniendo electrones de carga negativa. Sólo entonces se pudo decir que el átomo era como un sistema planetario. Antes no había razón alguna para elaborar tal idea, Hubiese parecido una locura. De hecho, el primer modelo atómico que se hizo se parecía a una gelatina con pasas adentro. La gelatina sería la carga positiva, regada por todo el espacio que ocupa el átomo, y, los electrones serían las pasas. Así se explicaba que el átomo fuese neutro. Rutherford estableció que no era así. ¿Cómo lo hizo? Imagínate que todo está oscuro, no se vé nada. Hay una esfera de hierro colgada de un cable delgado. Empiezas a mandar pelotas de beisbol. Casi todas van a pasar derecho. Pero, de pronto, algunas se van a desviar y, unas pocas se van a regresar (si le pegas de frente a la esfera) directito hacia tí y "te van a dar en las narices" (un evento que no va a ser muy frecuente como puedes imaginar) . Por el golpe que recibes, vas a poder concluir: "aquí hay un objeto muy pesado". Eso hizo Rutherford para establecer la existencia del núcleo atómico. Envió partículas sobre nucleos de oro, Au. Estudió, con mucho cuidado hacia donde rebotaban y, en

<sup>27</sup>Te invito a leer, si quieres saber más, el libro de George Gamow la "Biografía de la Física". Seguro que ya conoces el refinado libro "El Ascenso del Hombre" de Bronowski y "El Cosmos" de Charles Sagan. Sobre el tema que estamos tocando, puedes leer "El ABC de la Mecánica Cuántica" de V. Rydник. Hay muchos y muy buenos libros de divulgación. La colección que edita el Fondo de Cultura que se llamó "La ciencia desde México", en un comienzo y se llama ahora "La ciencia para todos" tiene títulos que te van a divertir e ilustrar muchísimo. Próximo a aparecer está "Materia Oscura" (un tema de gran interés actual) de Tonatiuh Matos, investigador en Cosmología, un destacado colega mio.

<sup>28</sup>Ernest Rutherford nació en Nueva Zelandia en 1877 y murió en Cambridge en 1937. Utilizó en 1919, rayos alfa para provocar la primera transmutación de un átomo en otro hecha por el hombre, la del nitrógeno en oxígeno. Demostró la existencia del núcleo atómico como el sitio donde se ubica casi toda la masa del átomo cuyo diámetro es la diezmilésima parte del del átomo. Recibió en 1908 el Premio Nobel de Química.

especial, las que rebotaban hacia atrás. Y concluyó: casi toda la masa del átomo está en un pequeñísima zona, en el núcleo. El modelo "de las pasas" no es cierto.

Para explicar las series era necesario partir de un modelo de átomo correcto. Hubo, como es obvio, muchos intentos de explicar las series utilizando las leyes ya conocidas, las leyes clásicas. El trabajo de Niels Bohr<sup>29</sup> es digno de destacar, aunque no fue el único. El modelo planetario se conoce también como "átomo de Bohr". Pero el modelo caía en contradicciones y se fue haciendo evidente que eran las leyes fundamentales las que estaban amenazadas. Son momentos de un dramatismo, de un suspenso que honrarían a Edgar Allan Poe. Imagínatelo. Es como descubrir que tú no te llamas como te llamas, que no naciste en el país donde crees haber nacido y que ya no sabes quiénes son tus padres. ¿No es dramático? Así estaba la cosa. Así se llegó a la conclusión de que se necesitaba una nueva ecuación, una nueva mecánica para describir lo que sucede en el mundo atómico.

Más tarde, el mismo Bohr haría la interpretación de las ecuaciones de la Mecánica Cuántica que fue usada ampliamente durante todo el Siglo XX y hasta nuestros días, aunque debe decirse que no hay aun un acuerdo definitivo sobre la interpretación correcta de esas ecuaciones. También debe decirse que no hay duda ni de su validez, ni de lo que quieren decir sus resultados. La duda es, más bien, conceptual. El Hombre aprendió a usarlas muy rápida y efectivamente. Es la historia del Siglo XX!

Fueron muchos años de apasionante confusión los que llevaron a la idea de que las leyes de Newton no podían describir correctamente el mundo atómico. En el año de 1926, Erwin Schrodinger<sup>30</sup> reveló la ecuación que está a la base de la nueva mecánica, la Mecánica Cuántica, la *Ecuación de Schrodinger!* El siguiente capítulo de la Ley de Dios. Esta es la que "cuenta", con toda precisión, cómo suceden las cosas en el mundo atómico. Es más complicada que las anteriores porque contiene más secretos. Ya verás. Mirémosla primero un poco para familiarizarnos con ella. Es la "Ley de Dios"! Héla aquí:

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial z^2} \right] + V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}, t) \quad (1.11)$$

donde  $\mathbf{r}$  es un vector que indica la posición de la partícula en el espacio de tres dimensiones,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  y  $t$  es el tiempo.

**Don Kan Dido:** Qué cosa tan horrible. ¿qué es éso? Puros garabatos. A mí me gustaba lo del modelo planetario con su pequeño núcleo central y los electroncitos dando vueltas alrededor. Pero ¿ésto? ¿La ecuación de qué es éso?

**Dr. Wolter:** Esa es la Ecuación de Schrodinger, Kan Dido. Mírala bien. Ella gobierna nuestras vidas. Rige muchos procesos en el Universo. Ella es la base del Estado Sólido, de la Electrónica, de muchos procesos biológicos, según se ha venido descubriendo, entre otras muchas cosas. Incluso las interacciones de los átomos dentro de una molécula de DNA son cuánticas.

<sup>29</sup>Niels Bohr (1885-1962) es un físico muy brillante. Su interpretación del significado de la función de onda, la solución de la ecuación fundamental de la mecánica cuántica (la interpretación de Copenhague), constituyó la base para el uso práctico de la misma. Einstein se manifestó en desacuerdo con ella desde el principio en uno de los Congresos de Solvey. La discusión nunca terminó y persiste aun entre los investigadores. Bohr fue galardonado con el Premio Nobel de Física en 1922.

<sup>30</sup>La confusión que causó en algunos la llegada de los nuevos conceptos en la física fue tal que se le atribuye a Schrodinger haber dicho: "Si yo hubiera sabido que se iba a causar tanta confusión, jamás hubiese publicado mi ecuación". Erwin Schrodinger (1887-1961), austriaco, publicó cuatro artículos en 1926 donde formaliza sus conclusiones sobre la Mecánica Cuántica y, en particular la ecuación fundamental que lleva su nombre. Recibió el Premio Nobel de Física en 1933, mismo año en el que se descubrió el *Efecto Meisner*, tan importante en superconductividad, y la existencia del neutrón y en el que Hitler ascendió al cargo de canciller de Alemania, comenzando su ascenso al poder de tan tristes consecuencias y recuerdos, poder que terminó con su suicidio, al final de la Segunda Guerra Mundial.

**Don Kan Dido:** ¿Qué es  $V$ ? ¿Está en navajo?

**Dr. Wolter:** Ah, sí. Es el potencial.  $m$  es la masa del electrón. En mecánica cuántica no describimos el movimiento de un cuerpo sometido a una fuerza, como en las ecuaciones de Newton (Mecánica Clásica), sino a un potencial. Están relacionados, claro está.

**Ramoncito:** En Mecánica Clásica describimos el movimiento por medio de una trayectoria. Si vamos en un auto, podemos predecir en donde estaremos en una hora si sabemos cómo cambia la posición en el tiempo, o sea la trayectoria.

**Don Kan Dido:** Eso ya lo sabemos, genio.

**Prof. Bogno Dan:** Si  $d(t) = vt$  describe la trayectoria y vamos a una velocidad  $v = 100$  kilómetros por hora, entonces en una hora ( $t = 1$ ) estaremos a  $d = 100 \frac{kms}{hora} 1hora = 100kms$ , es decir a 100 kilómetros de distancia.

**Don Kan Dido:** Mama mia, puros genios. Yo me voy de aquí. No se les vaya a soltar el freno...

**Dr. Wolter:** Por favor, Kan Dido, esto es muy serio.

**Don Kan Dido:** Pero si con la trayectoria está todo bien, ¿para qué esa ecuación horrible?

**Dr. Wolter:** Excelente pregunta Kan Dido.

**Don Kan Dido:** Soy DON Kan Dido...

**Dr. Wolter:** ¿Dijiste algo?

**Don Kan Dido:** No, no. Estoy pensando.

Don Kan Dido ha hecho una pregunta muy importante. ¿Qué ganamos con la descripción cuántica que no tengamos con la descripción clásica? Esa es, en esencia su pregunta y es fundamental. Ya conocemos parte de la respuesta, pero antes de contestar más en detalle, familiaricémosnos con la ecuación 1.11 un poco más.

La expresión  $\frac{\partial}{\partial t}$  y  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ , etc... significan "primera derivada parcial con respecto al tiempo y segunda derivada parcial con respecto a la coordenada  $x$ ". Son operaciones matemáticas que se estudian en cálculo diferencial. Es un tema especializado y no lo vamos a tratar aquí. No es necesario para entender el mensaje secreto que revela la ecuación. Simplemente, lo menciono por si no lo sabías ya. La función  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  se llama *función de onda* y puede escribirse como un producto de la forma

$$\Psi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z)e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \quad (1.12)$$

siempre que el potencial,  $V$ , no dependa del tiempo,  $t$ , lo cual ocurre en muchos casos (también en Mecánica Clásica hay muchas fuerzas que no dependen del tiempo, la atracción gravitacional sobre la superficie de la Tierra es un ejemplo).  $E$  es la energía. Para el átomo de hidrógeno, la energía asociada al electrón que "gira" alrededor del núcleo, puede tomar varios valores, es igual a (aquí te revelo un secreto más)

$$E_n = -\frac{CONST}{n^2} \quad (1.13)$$

CONST es una constante. Esto lo sé cuando resuelvo la ecuación 1.11 para el caso del potencial de Coulomb que es el que describe la atracción entre el núcleo y el electrón circundante. El estado base se obtiene con  $n = 1$ . El signo menos indica que el electrón está confinado y que necesita adquirir energía para quedar libre de la influencia del potencial del núcleo (como la Luna necesitaría energía para escapar de la órbita de la Tierra).

Y ahora viene el secreto que estábamos buscando. ¿Por qué radía cada átomo de la manera como vimos que lo hace? La energía que radia el átomo es la diferencia

entre dos estados con diferente  $n$ . Por eso las frecuencias que se miden cumplen con la fórmula que mencionamos antes. Son el resultado de que un electrón decae (pasa) de un estado con energía mayor (más cercano a cero,  $n$  grande) a otro con energía menor (más cercano al estado base). La diferencia en energía entre los dos estados electrónicos es la que sale en forma de onda electromagnética (de un color, de radiación, en general). Cuando un átomo choca con otro, la energía del choque puede hacer que el electrón de uno de ellos que estaba en el estado base ( $n=1$ ), pase a un estado de mayor energía ( $n=2$ , por ejemplo). En muy poco tiempo, el electrón regresará al estado base y saldrá (emitirá) radiación (luz) de una frecuencia (color) igual a la diferencia en energía entre los dos estados atómicos:  $DIF = E_2 - E_1 = -\frac{CONST}{2^2} - (-\frac{CONST}{1^2}) = CONST(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}) = CONST(1 - \frac{1}{4}) = CONST\frac{3}{4}$ . Y la radiación tiene la forma  $CONST(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2})$  que concuerda con la fórmula de arriba si  $l = 1$  y  $k = 2$ . Vemos también que  $S = CONST$ . Es decir que ya sabemos cual es el origen de la constante  $S$  (otro secreto). Además, estos valores son diferentes para cada átomo porque el valor de  $CONST$  es diferente para cada átomo. Ésto lo averiguo estudiando en más detalle la Ec. 1.11, la ecuación de Schrodinger. Por lo tanto, podemos identificar los diferentes átomos por su radiación y esa energía tiene la forma determinada por la fórmula 1.13, es decir, es de la forma  $\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2}$ , donde  $l$  y  $k$  son enteros naturales y  $k > l$ . En esta forma, la Mecánica Cuántica explica las frecuencias observadas que no podían ser explicadas por la Mecánica Clásica. Hemos develado el secreto! Pero esa ecuación contiene un número inimaginable de secretos más.

**Ramoncito:** Y esas frecuencias forman series? ¿Por qué series?

**Prof. Bogno Dan:** Ya te lo dijeron! Porque para cada  $l$ , digamos  $l = 2$ , va a existir una serie de frecuencias (colores) de radiación (luz) cuya energía va a tomar los valores:  $CONST(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2})$ , donde  $k$  es un entero natural y  $k > 2$ . Vamos a observar una frecuencia (se dice también una línea espectral) para cada valor de  $k$ . Si considero otro estado diferente, por ejemplo  $l = 1$ , obtengo una serie diferente:  $CONST(1 - \frac{1}{k^2})$  donde ahora  $k > 1$ . ¿Entendiste?

**Ramoncito:** eh...

**Don Kan Dido:** Se quedó lelo, el hermano Lelo...

**Dr. Wolter:** Claro que sí entiendes. Fíjate, esta última serie, la de  $l = 1$ , la puedo escribir, en unidades de  $CONST$  como:  $3/4$  ( $k = 2$ ),  $8/9$  ( $k = 3$ ),  $15/16$  ( $k = 4$ ),  $24/25$  ( $k = 5$ ), etc...Mientras que la serie anterior, la de  $l = 2$ , sería, en las mismas unidades ( $CONST=1$ ):  $(1/4-1/9)=\frac{5}{36}$  ( $k = 3$ ),  $(1/4-1/16)=\frac{3}{16}$  ( $k=4$ ), etc...Y, por lo tanto las series son diferentes. Se forman cuando el electrón decae a un estado diferente. Claro que lo más común es que regrese al estado base ( $l = 1$ ) y por éso esa serie es la más fácil de observar y la mayoría de las veces decae desde el estado inmediato de energía mayor. Es decir, el color más intenso será siempre de frecuencia igual a  $CONST(1 - \frac{1}{2^2}) = CONST(\frac{3}{4})$ .

**¿Cómo sabemos que hay hidrógeno en el Sol?** Porque si excitamos (calentando, por ejemplo) hidrógeno en la tierra vamos a observar un color intenso en la frecuencia igual a  $CONST(\frac{3}{4})$ . Ese color será diferente del que observemos para otro átomo ya que, como dijimos antes, el valor de  $CONST$  depende del material. Por éso vamos a observar una diferente línea espectral (color) para diferentes materiales. Por ejemplo el Sodio emite una línea anaranjada y el hidrógeno una amarilla. Pero claro, para identificar un átomo, debemos tener evidencia no sólo de que su serie principal ( $l = 1$ ) se emite, sino también de que radía formando varias de sus series propias. Así la identificación no es equívoca.

**Prof. Bogno Dan:** Por éso, al observar las varias líneas espectrales emitidas por el Sol y al compararlas con las del hidrógeno aquí en la Tierra, podemos saber

que "el Sol es una bola de hidrógeno quemándose<sup>31</sup>".

**Dr. Wolter:** En efecto. Y todo esto lo revela la Ecuación de Shrodinger. No sale de las Ecuaciones de Newton. Por eso necesitamos de la Mecánica Cuántica para explicar el mundo en que vivimos.

**Don Kan Dido:** *Entre la Josefina y la Mecánica Cuántica, yo no tengo duda de cual necesito más...*

Observemos un poco más la ecuación 1.11.

La función  $\Phi(x, y, z)$ , que, por sencillez, llamamos también la función de onda, es tal que su valor absoluto al cuadrado da la probabilidad de encontrar el electrón en la posición  $(x, y, z)$ . Esa es la interpretación que generó el trabajo de Bohr. Esa es la llamada *interpretación de Copenhagen* de la Mecánica Cuántica. En el caso del átomo de hidrógeno, al calcular la función de onda de la ecuación de Schrodinger, su valor absoluto al cuadrado, reproduce las órbitas esperadas en el sentido de que la posición más probable del electrón dentro del átomo (proyectada sobre un plano) forma un círculo o una elipse alrededor del núcleo. El radio de estos círculos crece como  $n^2$ . Es decir, lo más probable es encontrar al electrón en un sitio que está dentro de una trayectoria como la de los planetas. Hay varias trayectorias. Cada estado (cada  $n$ ), tiene una trayectoria y una energía bien definidas. Hablo ahora de trayectoria en el sentido probabilístico, en el sentido de que lo más probable es que un electrón se encuentre a una cierta distancia del núcleo, distancia que (en algunos casos, para algunos estados electrónicos) es constante en todas las direcciones. Es decir, forma un círculo. Pero el movimiento de los electrones dentro del átomo es más complejo y sutil. **Una trayectoria como tal, es decir, como la definimos en Mecánica Clásica, no se puede definir.** Sólo una probabilidad. Esta es una diferencia radical entre las dos mecánicas. No hay trayectorias en Mecánica Cuántica, sólo las hay en Mecánica Clásica. En el mundo atómico no podemos definir una trayectoria porque no podemos determinar la posición y la velocidad de una partícula simultáneamente, es decir al mismo tiempo (Otro secreto. Se le conoce como *Principio de Incertidumbre*). En el mundo atómico, no podemos medir, al mismo tiempo, la posición y la velocidad. Para un autobús, por el contrario, lo hacemos trivialmente. El mundo visto por la experiencia del diario vivir es diferente al mismo mundo visto desde lo que sucede a escala atómica. Por eso es necesaria la Mecánica Cuántica. Por eso es fundamental a nuestro mundo la Ecuación de Schrodinger 1.11. Por eso esta ecuación es parte de "La Ley de Dios".

Hay varias características del mundo atómico que no tienen analogía clásica, es decir, que no ocurren en el mundo de nuestro diario vivir pero que influyen mucho en la dinámica de las partículas a escala atómica. Es el caso del espín del electrón. Para tener una idea, uno podría pensar en una analogía con la rotación de los planetas que puede ser en un sentido u en otro<sup>32</sup> y decir que el electrón gira de dos maneras diferentes (que tiene dos valores del espín). Pero esto resulta ser sólo una caricatura. No resulta ser cierto a la luz de los experimentos. De manera general, la gama de fenómenos se enriquece, son necesarios nuevos conceptos, nuevas formas de ver el mundo que nos rodea. Y no siempre podemos utilizar figuras porque nada parece corresponder a ello. En el caso del electrón, lo único que podemos decir es que responde de dos maneras diferentes a la influencia de un campo magnético. Eso no depende de la posición. Esas diferentes respuestas se caracterizan numerándolas. Se usan números para hacerlo, se les llama *números cuánticos*, como es obvio.

---

<sup>31</sup>Por eso radía.

<sup>32</sup>Venus, por ejemplo, gira en un sentido contrario al que gira la Tierra.

El espín del electrón se caracteriza por dos números cuánticos  $+\frac{1}{2}$  y  $-\frac{1}{2}$ . Es así como advertimos "si el electrón está en el estado  $+\frac{1}{2}$ , va a reaccionar de una cierta manera". En el caso contrario, reaccionará de la otra. Y estamos también diciendo que sólo reacciona de dos maneras posibles ante ciertos experimentos. Para expresar estas situaciones usamos las matemáticas. No hemos podido expresar las cosas más que en un lenguaje abstracto. Es la misma situación del arte. Es la misma situación del surrealismo, por ejemplo. Cuando en 1924, el escritor Albert Breton publicó el *Manifiesto Surrealista*, la idea era "pintar" las expresiones del subconciente. Hubo necesidad de otro lenguaje. En literatura, en pintura, en escultura. Así, en física, para describir el mundo en que vivimos tuvimos que aceptar que, a veces, podemos describir el comportamiento de los átomos sólo en el lenguaje abstracto de las matemáticas. Si quieres, podemos decir que la Ecuación de Schrodinger es la expresión del surrealismo en la física. Nadie lo ha dicho pero y qué? Claro que la precisión contenida en estas ecuaciones cambió totalmente el mundo, éso hay que tomarlo en cuenta. Reformuló totalmente la relación Hombre-Naturaleza.

Así es como la Mecánica Cuántica profundizó nuestro conocimiento. En los sólidos, por ejemplo, antes sólo comprendidos por su forma y por propiedades externas que sólo podían describirse pero no comprenderse, se presentaron, al ser examinados con la nueva lupa de la Mecánica Cuántica, un lujo de posibilidades nacidas de la comprensión de las soluciones obtenidas con la nueva ecuación, de la ecuación 1.11. Por ejemplo, se pudo entender por qué unos sólidos conducen la electricidad con facilidad (metales) y otros no (aislantes). Se generó la posibilidad de entender la superconductividad. Nació el semiconductor (con todas las consecuencias tecnológicas conocidas). Pudimos entender el mundo de las superficies como diferente al del volumen y aprovechar sus propiedades en nuestro beneficio. Se abrió el camino de la física nuclear, de la comprensión del mundo de las partículas elementales (los pilares últimos desde los cuales se forma todo lo que existe en el Universo). En pocas palabras, para dar una visión clara del cambio que produjo la Mecánica Cuántica, **para el Hombre de finales del Siglo XIX, el Hombre de finales del Siglo XX es ciencia ficción. Eso significó la Mecánica Cuántica<sup>33</sup>!**

¿Cómo es la solución de la Ecuación de Schrodinger para un sólido? ¿Qué secretos revela?

### 1.6.3 La solución de la Ecuación de Schrodinger para sólidos.

La Ec. 1.11, la ecuación de Schrodinger, describe correctamente lo que sucede dentro de los sólidos. Para el átomo de hidrógeno, como ya vimos, la ecuación nos dice cuáles son los estados posibles, es decir, cuál es la energía de los electrones que están alrededor del núcleo y cómo es la probabilidad de encontrar un electrón con una cierta energía (en un cierto estado) a una cierta distancia del núcleo. Para los sólidos la información que obtenemos tiene el mismo carácter. Sólo que allí hay más fenómenos. Vamos a poder obtener información acerca de la forma como vibran los iones alrededor de sus posiciones de equilibrio. Recordemos que un sólido cristalino está formado por iones que están en posiciones definidas en forma de red y que vibran alrededor de ellas. Vibran un poquito. No se salen mucho si se compara con la distancia entre dos iones. Sólo se desplazan, a lo máximo, una pequeña fracción de la distancia al vecino más cercano. Pero lo interesante es que vibran formando un patrón colectivo. Si los miras, se ven como formando una ondita entre todos. Y

<sup>33</sup>Y la relatividad.

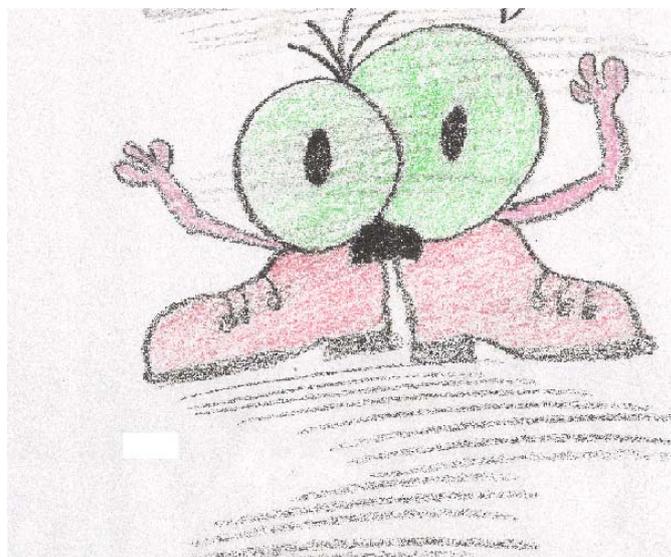


Figure 1.2: ¿Me cuanticé?

esa ondita se va desplazando a medida que la vibración de cada uno (localmente) va ocurriendo. Es como "la ola" en los estadios. Igualito. La "ola" va a veces más rápido y otras veces más despacio. Pero la gente no se desplaza de su sitio, sólo se levanta y se sienta en forma rítmica. Exactamente igual pasa con los iones en los sólidos. Hay diferentes tipos de "ola", las rápidas y las lentas. También en los sólidos hay diferentes formas de vibrar colectivamente. Se distinguen porque tienen diferente energía asociada (igual que la "ola" tiene estados con diferente velocidad asociada). En el sólido cristalino, hablamos de los "*estados vibracionales*" de los iones o, mejor, de la red. Tienen diferente energía, como ya dijimos. Si el cristal pasa de vibrar de una manera a otra (de un estado a otro) ¿qué pasa con la diferencia de energía? No se puede perder. La energía siempre se conserva. A la diferencia en energía entre dos estados vibracionales los llamamos *fonón*. Volveremos a esto en el capítulo siguiente.

De la misma Ec. 1.11 obtenemos los estados energéticos de los electrones. Simplemente hay que reemplazar otro potencial,  $V$ , en ella. Y puede suceder que un electrón adquiera la energía que representa un fonón pasando a un estado electrónico más energético, mientras los iones pasan a un estado vibracional menos energético. Se dice que *el electrón absorbió un fonón*. O puede suceder lo contrario, que los iones tomen energía de un electrón (éste pasa a un estado de menor energía) y pasen a un estado vibracional de mayor energía. Se dice que *la red absorbió un fonón*. Y esto tiene que ver con la resistencia de los materiales y con la superconductividad. Ya veremos cómo.

Siempre vamos a hablar de sólidos cristalinos, es decir, repito, de arreglos de átomos en forma regular formando lo que llamamos red. Supongamos que dibujamos en una hoja de papel cuadrados de un centímetro y los cubrimos toda de esa forma. Habremos construido una red de dos dimensiones. Imaginemos ahora que dibujamos cubos de un centímetro de lado y cubrimos todo un espacio. Habremos dibujado una red cristalina. Un cristal real, un cristal de vanadio, por ejemplo, es así. Tiene átomos de vanadio en todos los vértices de los cubos y en el centro de cada uno de ellos. La presencia cercana de un átomo igual origina que algunos electrones

se suelten y se mantengan "paseando" por el espacio entre los átomos (en realidad iones, porque han perdido carga). Éso es un cristal de vanadio. Y es un metal porque tiene electrones sueltos, libres. Por éso conduce la corriente con facilidad.

Para funciones como controlar una corriente (lo cual es necesario en electrónica), necesitamos conocer la energía que tienen esos electrones que se pasean libremente y la energía de los estados a los cuales pueden ir ya sea al recibir o al dar energía. Esta información determina cuales son los procesos posibles y cuales no. Esos datos los obtenemos resolviendo la ecuación de Schrodinger 1.11. Imaginarse por qué no todos los procesos son posibles, es muy sencillo. Se debe a la cuantización de la energía. Supongamos que tenemos peldaños de 1 metro de altura. Y te digo, súbete 50 centímetros y quédate ahí un rato. Me vas a contestar "¿cómo quieres que me sostenga ahí?". Y tienes razón. Éso no se puede. Ése proceso no es posible. Eso es similar a lo que pasa con los electrones en los metales.

### Estados energéticos de los iones y los electrones en los sólidos.

Para resolver la ecuación 1.11, es necesario introducir el potencial,  $V$ , que sienten los electrones. Como es natural, este potencial será periódico, atendiendo al arreglo de los átomos que constituyen la red. Al resolver la ecuación, obtenemos las energías de los posibles estados electrónicos y sus funciones de onda. Estos datos nos permiten calcular todas las propiedades electrónicas que queramos del metal en estudio. Otro secreto contenido en esa ecuación.

Si resolvemos la ecuación introduciendo el potencial que sienten los iones y los mantiene oscilando alrededor de sus posiciones de equilibrio, obtenemos los modos de vibración colectivos que resultan del movimiento de cada ión en forma coordinada con los demás y las funciones de onda. Estos nuevos datos nos permitirán calcular las propiedades vibracionales del metal, del semiconductor o del aislante.

**Los electrones** Lo que obtenemos de la Ec. 1.11 en el caso de los electrones, es la relación dinámica entre la energía y la variable que caracteriza cada estado posible. Es el análogo del caso del átomo que ya vimos en la Ec. 1.13. Allí, los diferentes estados se enumeran con el número cuántico  $n$ . Este número puede ser  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ , etc...En caso del sólido cristalino, los estados se enumeran por un vector, denominado el vector de onda,  $\mathbf{k}$ . No tiene nada de extraño, es como contar las naranjas de un árbol. La que está "allí" la numero como 1, la de "más abajito" como 2, la de "allá" como 3, etc...Estoy señalando posiciones en el árbol, es decir, posiciones en tres dimensiones. Es lo mismo con los estados electrónicos. Sólo que, como ya hemos dicho, el lenguaje común no está lo suficientemente desarrollado para expresar con exactitud ciertas cosas. Es lo mismo que las señales de humo no lo están para escribir "Cien Años de Soledad"<sup>34</sup>. Por eso para decir exactamente "allí", tenemos que dar la altura y la dirección. Eso es lo que hacemos cuando levantamos el dedo y decimos "allí". Eso se expresa matemáticamente, definiendo un vector. Y en el caso de los electrones en el metal, en vez de decir "el de allí", decimos el que tiene vector de onda  $\mathbf{k}$ .

Es muy importante saber cuantos vectores diferentes,  $\mathbf{k}$ , hay. Es igual con el árbol. Es importante no contar la misma naranja dos veces. Por éso definimos una porción del espacio donde está definido el vector  $\mathbf{k}$ . La llamamos *Primera Zona de Brillouin*. Es equivalente a decir: "Sólo contamos las naranjas que están en este árbol, las del de junto son cuenta aparte".

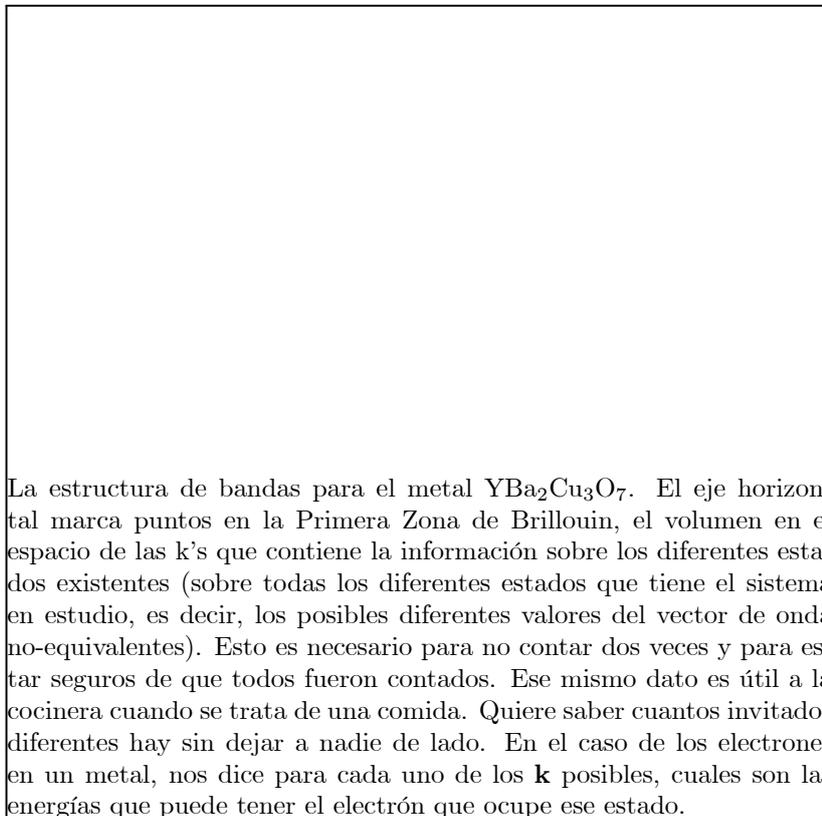
A la función de onda que obtenemos resolviendo la ecuación de Schrodinger 1.11, se le llama, para un electrón en un potencial cristalino, *onda de Bloch*. Se trata

<sup>34</sup>La famosa novela del Premio Nobel de literatura, el colombiano Gabriel García Márquez.

obviamente de una onda que tiene el periodo del cristal. ¿Qué quiere decir esto? Es como las locetas (baldocines) de un baño. Me fijo en una de ellas y describo lo que veo alrededor. Si me muevo la distancia del tamaño del ancho de una de ellas y describo cómo es el alrededor, voy a constatar que es igual. Ésto lo voy a expresar diciendo que "mi descripción tiene el periodo de la loceta". La función de onda dará el mismo valor siempre que cambien las coordenadas (el vector  $\mathbf{r}$ ) de tal manera que vaya de la posición de un ión a la posición del siguiente.

La relación entre el vector de onda  $\mathbf{k}$  y la energía,  $\epsilon$ , que corresponde a esa función de onda, a ese estado de Bloch, se presenta en la forma de una serie de curvas que corresponden a los posibles estados energéticos (valores posibles de la energía para los electrones). Esa curva nos cuenta cuanta energía tiene cada electrón. Es como una Tabla en una carrera. "Después de 20 vueltas, Montoya va de primero con un tiempo de 15'22", Schumacher de tercero a 20", etc...", nos dice a qué velocidad promedio está corriendo cada uno, cada vuelta. Ese mismo tipo de información aparece en la curva que da la relación entre  $\mathbf{k}$ , el vector de onda, y  $\epsilon$ , la energía. Nos dice qué energía,  $\epsilon$ , tiene cada electrón "numerado" con el vector de onda,  $\mathbf{k}$ . Esta aparece en la Fig.?? y se conoce como *estructura electrónica de bandas*. Hay una diferencia, sin embargo, y es que para cada  $\mathbf{k}$ , hay varios valores de la energía. Pero esto no representa ningún problema. En vez de naranjas individuales tenemos uvas, racimos de uvas, y varias pertenecen al mismo racimo. Así, para un solo valor de  $\mathbf{k}$ , hay varios valores de la energía porque hay varios electrones con ese vector de onda. En total analogía como si dijéramos "Bájeme las uvas de allí, el racimo de allí". Hay varias uvas que están "allí".

**La Estructura Electrónica de Bandas para el  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ .** Analicemos lo mencionado, usando la Fig. ??.



Este caso es para un metal, el  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ . Se trata de un superconductor de gran interés como veremos más adelante. Los diferentes valores de  $\mathbf{k}$  que representan estados electrónicos distintos, forman un volumen que se conoce como *Primera Zona de Brillouin* (PZB), como acabo de decir. Este volumen tiene forma variada. A veces parece un cubo, pero la mayoría de las veces no. Más tarde regresaremos a este tema. Las letras  $\Gamma$ , X, S, representan valores del vector  $\mathbf{k}$  en la PZB que tienen propiedades especiales. Se llaman *puntos de alta simetría*. Para atribuir una energía a un estado electrónico usando la Fig. ??, tengo que definir primero qué estado quiero estudiar, es decir cual es el valor del vector de onda  $\mathbf{k}$  que me interesa (eje horizontal en la figura). Para un sólo valor de  $\mathbf{k}$  (eje de las "x") puedo encontrar varias energías (todas los valores de las curvas que corta una recta paralela al eje de las "y", trazada desde el punto  $\mathbf{k}$  estudiado,  $\Gamma$ , X, o cualquier otro). Como puede verse hay varios electrones con el mismo vector de onda  $\mathbf{k}$  pero con diferentes energías<sup>35</sup> dentro de un sólido cristalino.

**Don Kan Dido:** ¿Y para qué me sirve esa información? Cuando quiero ir al cine con la Josefina, compro el periódico para informarme qué películas dan y dónde las dan y a qué hora las dan. Eso tiene sentido. Pero éste relajo, ¿para qué sirve?

**Ramoncito:** No hay tal relajo. Todo está claro. Mira. Cuando tu quieres ir al cine con la Josefina, tú compras el periódico para adquirir información que necesitas para planear tu acción, verdad?

**Don Kan Dido:** Obvio, dinosaurio frustrado!

**Ramoncito:** A la Humanidad le interesa el progreso, no quiere arar con burros sino con tractores, no quiere transportarse con coches de caballos sino con autos, aviones, naves interplanetarias, no quiere comunicarse con señales de humo sino con celulares, con internet, por teleconferencias. Para ello, la Humanidad necesita adquirir información. En su momento, necesitó saber cómo es, físicamente, un metal, un semiconductor, un aislante. Eso fue lo importante. Hoy, otras cosas son importantes. Pero la idea es la misma. Entonces, fue necesario resolver la ecuación de Schrodinger para describir metales. En los metales hay electrones libres. Los electrones libres pueden tener algunas energías específicas, no cualquier energía y éso es importante. Y para decir cual electrón tiene qué energía se define la Primera Zona de Brillouin, el espacio de las  $\mathbf{k}$ 's. A cada  $\mathbf{k}$  le corresponde varias energías. Hay varios electrones con el mismo  $\mathbf{k}$ . ¿Qué es lo confuso? Eso es lo que he aprendido aquí!

**Don Kan Dido:** Voy a poner una trampa para ratones. Le conecto una pila. Le agrego un transistor que eleve el voltage de la pila unas mil veces y así, cuando caiga un ratón, el chicharrón que quede se lo echo a los puercos de la granja de mi Tío Pepe... Así los puercos tendrán más información...

**Ramoncito:** ¿Qué dijo?

**Don Kan Dido:** Estoy estudiando la posibilidad de pasarle información a los cerdos.

**Ramoncito:** ¿A los cerdos? ¡Qué interesante!

**Dr. Wolter:** Veo que has aprendido mucho en nuestras charlas, Ramoncito. Estoy seguro de que Kan Dido también, sólo que a él le gusta mucho poner en duda las cosas y obligarnos a justificarlo todo. Es su manera de ser.

**Los iones** La solución para estados vibracionales se obtiene también como solución de la Ec. 1.11, la ecuación de Schrodinger. Hay que definir el potencial correspondiente. No es un cálculo trivial pero existen muchos investigadores que han dedicado parte de su tiempo a estudiar la forma de hacerlo y existen hoy programas que calculan el potencial y solucionan la ecuación de Schrodinger para el caso de los

<sup>35</sup>No hay nada extraño en ello. En un edificio puedo encontrar varias personas caminando a la misma velocidad, en la misma dirección, pero en diferente piso (están a diferente altura).

estados vibracionales de un sólido cristalino, de un metal como el  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  que mencioné arriba. Pero no creas que esto se hace desde hace mucho tiempo. Los cálculos ya aceptados como correctos para el espectro fonónico de este material datan del año 2002. Son secretos que están siendo develados, hoy. Claro que soluciones de la ecuación de Schrodinger para encontrar los fonones de metales como niobio, Nb, o vanadio, V, datan de la década de los setentas del siglo pasado.

Como ya mencioné, los iones no están libres, éstos están fijos en posiciones determinadas formando una figura periódica, un patrón periódico, en forma de red. Los iones no están libres pero pueden vibrar una pequeña distancia alrededor de sus posiciones fijas, de sus posiciones de equilibrio, en la red. Aquí lo que interesa es cómo vibran. Como veremos en el próximo capítulo, en más detalle, lo hacen en forma coordinada colectivamente. Vibran formando entre todos una ondita como las moléculas de agua cuando se tira una piedra a un pozo. Ellas vibran localmente de tal manera que uno ve una ondita que se mueve hacia afuera. Las moléculas se mueven hacia arriba y hacia abajo, pero la ondita se mueve por la superficie del agua. Así vibran los iones en un sólido cristalino como un metal, por ejemplo. Ya habíamos descrito el movimiento arriba cuando lo comparábamos con el de "la ola" en los estadios.

Y para fines de calcular cosas como la resistencia, interesa saber qué energías pueden recibir los iones de los electrones o dar a éstos. Este paso de energía entre unos y otros (sistema de electrones y sistema de iones) es también el responsable de que se atenúe el sonido que corre por un metal, un secreto más. Como la energía se conserva, una vez introducido sonido a un metal<sup>36</sup>, esta energía debe transformarse en otra para que el sonido desaparezca. Se puede transformar en calor, por ejemplo, subiendo la temperatura del material. El sonido representa una cierta cantidad de energía. Más tarde volveremos a todo esto.



Ahora quisiera plantear una pregunta: Ya sabemos cuales son los estados posibles de un electrón en un metal. Lo sabemos al obtener la solución de la *Ecuación de Schrodinger* para el caso. Para el vanadio, por ejemplo, reemplazamos en la Ec.1.11 el potencial  $V(\mathbf{r})$  que describe los electrones de conducción dentro del metal vanadio<sup>37</sup>. De la solución de la misma (la estructura de bandas) podemos saber cuales son los estados **posibles**. De forma análoga, averiguamos lo mismo para los iones que forman el metal vanadio. Pero, una vez que sabemos cuales son los estados posibles, tanto de los iones como de los electrones, **¿Cómo sabemos cuales están ocupados y cuales no?** Esto quiere decir, ¿cómo sabemos qué energía, de todas las posibles tienen los electrones y los iones en el pedazo de metal que tengo entre mis manos? ¿Cómo sabemos cual es la función de onda, de todas las soluciones posibles, las que debemos usar, las que describen los electrones que existen, realmente, en nuestra muestra<sup>38</sup>? Esto es muy importante porque toda la

<sup>36</sup>El ferrocarril introduce sonido en los rieles y uno puede poner su oído sobre ellos y saber si viene el tren un tiempo antes de verlo.

<sup>37</sup>Calcular  $V(\mathbf{r})$  es toda una rama del Estado Sólido y buscar la solución de la Ec. 1.11 para sólidos cada vez más complejos es otra especialidad que es actual, aunque las primeras soluciones datan de la década de los sesentas, quizás.

<sup>38</sup>Que son las que tenemos que usar para calcular las propiedades termodinámicas.

termodinámica depende de ello. La energía del sistema como un todo depende de ello<sup>39</sup>, por ejemplo. En el próximo capítulo regresaremos a este punto.

**Don Kan Dido:** Pero... ¿cómo está eso? Usted dijo que la Ecuación de Schrodinger daba la solución de todos los sistemas dinámicos cuánticos. Y ahora dice que no sabe qué estados están ocupados. Entonces, ¿qué es lo que sí sabe?

**Dr. Wolter:** No hay nada misterioso Kan Dido. Lo mismo es con el Sistema Solar. Las ecuaciones de Newton nos permiten saber cuales son las órbitas cerradas, pero no nos garantizan que estén ocupadas, que haya, realmente, planetas en todas las órbitas posibles<sup>40</sup>. O también, por ejemplo, la Tierra podría tener otra luna desde el punto de vista de las Leyes de Newton porque su fuerza de atracción gravitacional tiene más soluciones. Pero, simplemente, no la tiene.

**Ramoncito:** Lo he escuchado con mucha atención. Estudiar Mecánica Cuántica me parece fantástico. Supongo que se necesitan muchas matemáticas, verdad...

**Dr. Wolter:** Las matemáticas se desarrollaron como un medio para expresar verdades en forma exacta, concreta. Son abstractas porque es la única forma de compactar y manejar tanta información. Imagínate que existiese una ecuación de movimiento para cada autobus sobre la Tierra. Sería la locura, verdad? Sin ellas hubiese sido imposible avanzar más allá del dibujo. Cuando tu cuentas vacas, por ejemplo, y ves que hay 21 en un potrero y 31 en el otro, tu simplemente sumas  $21+31=52$ . Haces caso omiso de que son vacas. Harías la misma operación si fuesen ovejas (cuidando de no revolver, éso sí). Eso es un paso de abstracción. La abstracción puede llegar más lejos. El espín es una forma de comportamiento del electrón. No hay nada en nuestro diario vivir, en nuestro mundo clásico, macroscópico, que manifieste espín. Es una propiedad cuántica. La estudiamos con símbolos matemáticos, pero es tan real como mi mano. Ahora, si tomo en cuenta que el tiempo es una dimensión del espacio, entonces necesito cuatro dimensiones para trabajar la mecánica (sería relativista, entonces). Dónde voy a dibujar una trayectoria? Pero el mundo real es así! Los experimentos lo demuestran. Que la gravedad del Sol curva el espacio inmediatamente vecino a él y que la luz dobla su trayectoria, en consecuencia, al pasar cerca del Sol, tal y como fue predicho por Einstein, fue demostrado experimentalmente durante un eclipse de Sol visible en el Sahara, hace ya muchos años. El mundo real es así! Por éso la descripción requiere matemáticas. Podemos incluso decir que, hoy en día, un buen filosofo tiene que saber matemáticas para entender con precisión la descripción del mundo en el que vivimos y cuyos aspectos fundamentales él desea sintetizar. Sin las matemáticas la verdad se aleja, nos quedamos en una soledad divagante con "un ¿por qué? atorado en la garganta"<sup>41</sup>. El conocimiento de las matemáticas genera un camino nítido de comprensión entre el Ser y la Naturaleza. No hay otro camino si el ser desea ganar control sobre la Naturaleza. Y éste, parafraseando al poeta Machado<sup>42</sup>, también se "hace al andar".

**Don Kan Dido:** Tiene sucia esa mano...¿Está seguro que su índice no es más largo que su dedo cordal o es que me parece?

**Prof. Bogno Dan:** La falta de una contribución humanística en el progreso tecnológico ha dado esta catástrofe. El hombre tiene un gran poder sobre la Naturaleza en manos de seres hipnotizados por un deseo incontenible de dominio y destrucción. En fin, para qué pierdo el tiempo diciéndoles lo que pienso de este

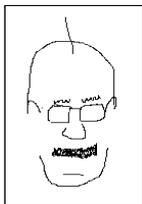
<sup>39</sup>Es exactamente como el dueño de muchos apartamentos. El sabe cuantos tiene y donde están pero lo que recibe mensualmente depende de cuantos de ellos estén rentados, de cuantos estén ocupados!

<sup>40</sup>Podríamos decirlo así: Nos dice lo que Dios (si existe) hubiese podido hacer, pero no lo que hizo.

<sup>41</sup>Verso del "Poema de las Escalinatas" del colombiano Jorge Zalamea.

<sup>42</sup>Antonio Machado fue un gran poeta nacido en Sevilla (España) en 1875. Murió en el año de 1939, asilado, en el sur de Francia, despues de haber intervenido en la Guerra Civil española que culminó con la instauración de la dictadura de Franco.

mundo...



Insisto. Hay dos aspectos adicionales que ver, una vez que hemos resuelto la Ecuación de Schrodinger<sup>43</sup>. El primero es la ocupación en el *estado base* o de *mínima energía*. ¿Qué energía tienen los electrones? Hay muchos electrones en un pedazo de metal. ¿Todos tienen la del estado de más baja energía, según la solución de la Ecuación de Schrodinger? ¿O no? ¿Cómo puedo contar cuantos son? (Otro secreto interesante, verdad, ¿cuantos electrones hay en un centímetro cúbico de hierro?)

Pero es necesario saber más para describir lo que pasa en un metal. ¿Cómo están vibrando los iones realmente, entre todas las formas posibles? Este es un primer aspecto<sup>44</sup>. El otro es ¿qué pasa cuando sube la temperatura, ¿cuáles son los estados que se desocupan y los nuevos que se ocupan<sup>45</sup> para configurar ese estado que tiene más energía puesto que recibió calor (subió su temperatura)? Ese es otro aspecto<sup>46</sup>. Hablaremos de ello en el próximo capítulo.

---

<sup>43</sup>El libro de Mecánica Cuántica de Manuel de Llano está bien escrito y tiene una buena cantidad de problemas incluidos. De Llano ha desarrollado un punto de vista muy interesante sobre la superconductividad de alta Tc. Busca demostrar que el fenómeno puede explicarse como una condensación de Bose, fundamentalmente. Más adelante hablaremos un poco acerca de lo que esto significa.

<sup>44</sup>El problema es similar a tener que acomodar 7 familias en apartamentos. Si el criterio de ocupación es pagar la renta más baja posible, se meten todas en el apartamento más barato. Pero si impongo la condición de que sólo se puede instalar una familia por departamento, entonces la ocupación y uso del edificio va a ser muy diferente. Poner un criterio es importante. El que he mencionado es obvio, pero ¿cual es el que hay que poner para los iones y para electrones? ¿es el mismo? Lo veremos más adelante.

<sup>45</sup>Es una manera de hablar que se usa mucho en física. Cuando subimos una escalera, a cada paso, desocupamos un peldaño y ocupamos otro. Cada peldaño representa una cierta altura (una cierta energía potencial) y al ocupar el siguiente peldaño vamos adquiriendo más altura (más energía potencial). El lenguaje es el mismo aquí. Cuando un sistema recibe calor, algunos de sus elementos (electrones, por ejemplo) tienen que recibir energía. Lo hacen desocupando estados con menor energía y ocupando estados con mayor energía. Uno puede imaginar que lo mismo pasa en un gas cuando subimos la temperatura. Con el aire, por ejemplo. Al subir la temperatura, las moléculas de aire adquieren un mayor velocidad promedio. Para ello es necesario que unas moléculas "desocupen" estados con valores bajos de la velocidad y "ocupen" estados con valores más grandes de la velocidad.

<sup>46</sup>Este aspecto es estadístico como ya veremos. En este caso de Estadística Cuántica.