

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Situação

A Geodésia tem por objeto o estudo da forma e dimensões da Terra. De uma maneira geral, diríamos que a Geodésia se propõe a representar uma grande parte, ou mesmo, toda superfície terrestre. Tais representações são os mapas ou cartas geográficas.

Para executar essas representações a Geodésia considerará a superfície da Terra como um elipsóide de revolução ou mesmo uma esfera, determinando as posições dos pontos a representar por intermédio da Trigonometria Esférica.

Freqüentemente, entretanto, o homem tem necessidade de representar mais detalhadamente parte bem menor dessa superfície. Essa porção será tal, que não haverá necessidade de se considerar a forma da Terra, determinando-se as posições dos pontos a representar por Geometria e Trigonometria Plana.. Tal é o campo de ação da Topografia, conjunto de métodos ou processos de representação em projeção plana de parte da Terra, que assim poderá ser considerada um capítulo ou caso particular da Geodésia.

Objeto e Definição

O homem tem necessidade de representar, graficamente e em proporções reduzidas, uma porção da superfície da Terra, com todos os acidentes ali existentes, que lhe pareçam importantes: acidentes naturais (montanhas, vales, rios, lagos, serras, etc.) e artificiais (casas, estradas, divisas, povoados, pontes, etc.).

Se esta porção de superfície a representar for de tal extensão que não se necessite considerar a forma da Terra, tal constitui o objeto da Topografia. A própria origem (grega) do nome significa "descrição de um lugar".

Poderíamos dizer que o objetivo da Topografia é tirar "closes" da superfície da Terra. Essa imagem é, no entanto, imperfeita, pois não se pretende "fotografar" tudo, senão aqueles acidentes julgados necessários para os fins a que se destina a representação.

Podemos então definir a Topografia como um conjunto de métodos ou processos destinados a representar gráfica e detalhadamente uma porção da superfície terrestre.

Divisão da Topografia

Quando se fala em superfície da Terra, fica subentendido crosta terrestre. Isto é, haverá necessidade de representar pontos situados não só sobre a superfície como no seu interior

(caso de minas, galerias, túneis, etc). De acordo com o que se pretenda representar, pontos situados sobre a superfície ou sob a mesma teríamos: Topografia Superficial e Topografia Subterrânea, sendo esta última um caso particular da primeira.

Importância da Topografia e suas aplicações

É de importância básica, fundamental, a contribuição da Topografia em qualquer obra de Engenharia, Arquitetura e outros ramos de atividades. No que se refere à Engenharia e Arquitetura, de um modo sumário, é indispensável um correto estudo e conhecimento do terreno onde será implantada a futura obra. Deste conhecimento e de seu bom aproveitamento decorrerão conseqüências econômicas, técnicas e estéticas da obra: de um melhor conhecimento do terreno resultará uma obra mais barata, mais perfeita e mais bela. Mesmo posteriormente, durante a fase de execução da obra, são indispensáveis os conhecimentos topográficos no seu acompanhamento.

Listaremos abaixo, resumidamente, algumas contribuições da Topografia nas várias especialidades da Engenharia e Arquitetura.

Na Engenharia da Eletricidade:

- levantamento da faixa de domínio;
- locação das linhas de transmissão;
- instalação dos equipamentos das casas de força.

Na Engenharia Mecânica:

- instalação das maquinarias e controle periódico.

Na Engenharia de Minas:

- levantamento e locação das jazidas, galerias e poços.

Na Engenharia Sanitária e Urbanismo:

- levantamentos para execução de redes de água e esgotos
- drenagens e retificações de cursos d'água;
- levantamento de uma área para urbanização;
- cadastro de cidades.

Na Engenharia Civil e Arquitetura:

Estradas

- reconhecimento, exploração e locação da futura estrada e das obras de arte;

- controle de execução e medições;
- escavações de túneis.

Aeroportos

- controle permanente das pistas sob o tráfego (abatimentos).

Hidráulica

- estudo do potencial hidráulico (batimetria);
- bacias de acumulação;
- adutoras;
- canais de irrigação;
- controle das cheias;
- locação e controle do nível na construção de barragens.

Geologia

- levantamento e demarcação de jazidas;
- na prospecção de galerias;
- na fotogeologia (interpretação geológica baseada em aerofotogrametria).

Portos

- levantamentos hidrográficos e locações das obras portuárias;
- controle das marés;
- estudo dos canais.

Materiais de Construção

- levantamento, avaliação e demarcação de jazidas de diversos materiais e matérias primas.

Construção Civil

- levantamento do terreno;
- demarcação da obra;
- verificações durante a construção;
- nivelamentos de obras construídas, sob efeito de deslocamentos;
- cálculos dos volumes de terra a escavar, etc.

Citamos apenas aplicações da Topografia em diversos ramos da Engenharia e Arquitetura, deixando de nos estender sobre outros ramos de atividade.

CAPÍTULO II

NOÇÕES FUNDAMENTAIS

Plano Topográfico; Planimetria; Altimetria; Levantamento Topográfico; Planta Topográfica; Escala; Alinhamento; Limite de Aplicação do Plano Topográfico e Materialização do Ponto Topográfico.

Vimos que o objetivo da Topografia é representar gráfica e detalhadamente uma porção da superfície da Terra, com todos os acidentes julgados importantes. Se a superfície terrestre fosse plana e horizontal, como um gigantesco campo de futebol, a representação dos acidentes seria fácil: bastaria referi-los a um sistema de eixos, medir essas coordenadas e representar em escala. No entanto, tal não acontece: além de não ser plana, a superfície da Terra é particularmente irregular, além de sua curvatura geral.

A fim de representar uma porção dessa superfície, faz-se uso de um artifício: todos os acidentes importantes da área a representar são projetados verticalmente (segundo a direção da vertical do lugar) num plano horizontal de referência. Evidentemente, que assim projetados os acidentes, suas projeções conservarão entre si as mesmas distâncias horizontais existentes no terreno. Isto equivale a obter uma imagem do terreno num espelho gigantesco e plano.

É evidente que somente esta projeção não nos bastaria para uma representação exata do terreno, pois, seu relevo não estaria caracterizado (isto é, as distâncias verticais entre os vários acidentes). Para completar a representação é necessário determinar a distância vertical de cada acidente a esse plano horizontal fixo de referência, chamado **Plano Topográfico**.

A representação completa do terreno compreende, duas partes:

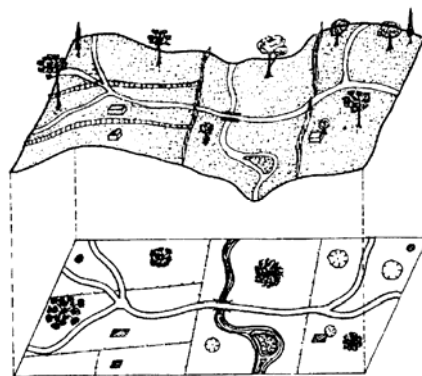


Fig. II-1

- **Planimetria** - Conjunto de processos para obtenção da projeção horizontal ou representação plana do terreno.
- **Altimetria** - Conjunto de processos para determinação das alturas de todos os acidentes em relação ao plano topográfico, ou seja, para obtenção, do relevo do terreno.

É chamado **Levantamento Topográfico** ou **Levantamento Plani-Altimétrico** a operação completa de se determinar a projeção plana e o relevo do terreno, ou seja, o conjunto de operações realizadas no terreno com o objetivo de se determinar as distâncias horizontais e verticais entre os pontos que caracterizam o modelado do terreno. Pode-se executar somente um levantamento planimétrico, o que não é possível é um levantamento somente altimétrico do terreno.

Para posterior representação gráfica basta transportar o plano de projeção para o papel, guardando uma relação constante entre todas as distâncias medidas. É evidente que não se faria o transporte em verdadeira grandeza, pois se obteriam um desenho com as dimensões do terreno em projeção horizontal.

Ao desenho resultante do levantamento plani-altimétrico do terreno chamamos **Planta Topográfica**.

A relação constante entre as distâncias medidas no terreno e na planta, chamamos **Escala da Planta**.

Da mesma forma que ocorre com o levantamento, pode-se executar somente a **Planta Planimétrica** que seria o desenho, em escala, da projeção plana do terreno. Evidentemente, não é possível uma planta somente altimétrica: forçosamente deveriam ser determinadas as posições relativas (localização) dos pontos no plano.

É importante também conceituar o que se entende por **alinhamento** em Topografia.

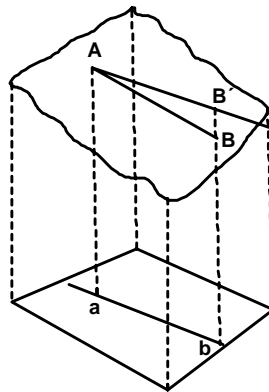


Fig. II-2

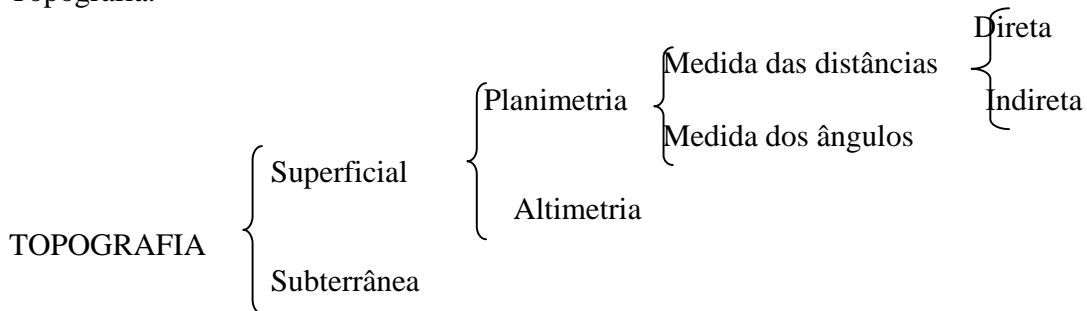
Alinhamento de dois pontos, A e B, no terreno é a direção ab determinada por suas respectivas projeções, a e b, num plano horizontal. É claro que sendo alinhamento uma direção na horizontal, pode-se ter o mesmo alinhamento, tirado a partir de A, paralelo a ab, resultando a horizontal AB'.

Assim, a **distância horizontal** ou **distância reduzida** entre dois pontos é medida segundo o alinhamento estabelecido por eles.

As distâncias horizontais podem ser medidas direta ou indiretamente, conforme o operador necessite ou não de percorrê-las, comparando-as com a unidade.

Finalmente, convém deixar bem claro que quando se fala em determinar posições de pontos projetados num plano horizontal estamos nos referindo a pontos que definam a forma ou o contorno de acidentes do terreno, julgados importantes ou representáveis.

Do que foi exposto até aqui, pode-se elaborar o seguinte quadro das divisões e subdivisões da Topografia.



Limite de Aplicação do Plano Topográfico

Quando usamos do artifício de projetar verticalmente uma parte da superfície da Terra num plano horizontal supomos que todas as verticais (projetantes) são paralelas. Isto não é rigorosamente exato pois as verticais, na realidade, são convergentes ao centro da Terra.

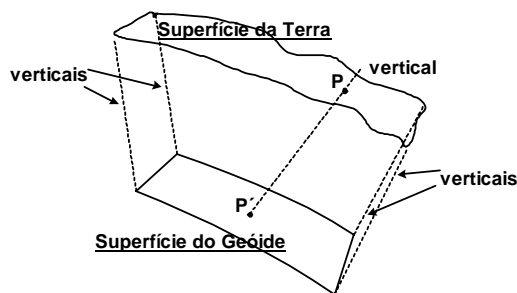


Fig. II-3

Assim, se a superfície a ser projetada fosse muito extensa, como a da figura acima, teríamos que considerar sua projeção não num plano horizontal mas numa superfície tal que, partindo de um ponto do nível médio dos mares, fosse sempre normal à qualquer vertical V tirada num ponto P qualquer da superfície da Terra. Esta superfície ideal se chama Geóide (superfície de nível). Ora, se a Topografia, para realizar seu objetivo, projeta os acidentes do terreno num plano, resta determinar até quando isto é válido, isto é, até quando não se comete erro apreciável. O problema, então, se resume em determinar o erro da substituição da superfície do Geóide pelo Plano Topográfico.

Visualizemos a figura a seguir, um corte da superfície da Terra segundo um plano vertical que contenha os pontos C (centro da Terra) e P e Q sobre a superfície. Um plano topográfico, tangente à superfície em P , conterá a projeção do ponto Q , segundo o pé da vertical CQ , ou seja, Q' . O erro que se comete ao substituir a superfície pelo plano equivale à diferença entre o

arco \widehat{PQ} e a tangente de $\overline{PQ'}$.

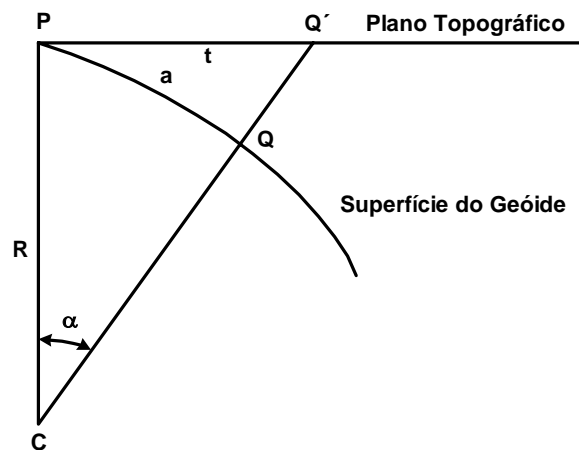


Fig. II-4

Calculando-se a expressão dessa diferença:

$$e = \overline{PQ'} - \widehat{PQ} = t - a.$$

Ora, sabe-se que:

$$\overline{CP} = \overline{CQ} = R = \text{raio da Terra} \cong 6.370.000\text{m};$$

Sendo $\alpha = \widehat{PCQ}$ = ângulo central que subtende o arco $\widehat{PQ} = a$, temos:

$$t = R \operatorname{tg} \alpha \text{ e } \frac{a}{\alpha} = \frac{R}{180}$$

Logo, a expressão do erro será:

$$e = R \operatorname{tg} \alpha - \alpha \frac{\pi R}{180}$$

Arbitrando diversos valores para o ângulo central encontraríamos:

	$t = R \cdot \operatorname{tg}$	$a = \alpha \pi R / 180$	erro absoluto	erro relativo
5'	9.267,796 m	9.264,789 m	0,007 m	1: 1.300.00
10'	18.529,631 m	18.529,579 m	0,052 m	1: 360.000
15'	27.794,540 m	27.794,370 m	0,170 m	1: 160.000
20'	37.059,580 m	37.059,160 m	0,420 m	1: 90.000
25'	46.324,760 m	46.323,950 m	0,810 m	1: 60.000
30'	55.590,000 m	55.588,700 m	1,300 m	1: 40.000

Pelo exame do quadro anterior, pode-se concluir:

1 - Como a máxima precisão que se alcança, nas mais aperfeiçoadas medidas topográficas (fio invar, medidores eletrônicos) é da ordem de 1 : 1.000.000, é evidente que num raio de alcance inferior a 10 km ($a < 10$ km), é perfeitamente lícito substituir a superfície curva da Terra pelo plano topográfico: o erro relativo dessa substituição seria menor que o erro da medida.

2 - Como a grande maioria dos levantamentos topográficos exige uma precisão bem menor, da ordem de 1 : 200.000, poderemos, normalmente, estender esse raio de ação ou alcance a cerca de 25 km.

3 - Em casos específicos, nos quais se exija maior precisão ou se tolere menor erro, podemos nos orientar, segundo o quadro acima, pela correspondência entre o erro relativo que será acarretado por determinado limite de distância.

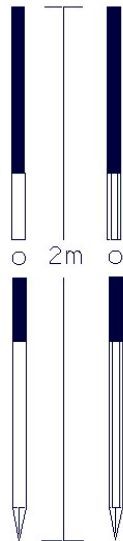
4 - No caso de termos que efetuar levantamento de tal extensão que o erro relativo supere a precisão exigida, teremos dois recursos: usar planos topográficos consecutivos, não tomando medidas que ultrapassem o raio de alcance correspondente à precisão fixada ou recorrer a Geodésia que considera a curvatura da Terra. O primeiro recurso é o comumente usado, por

exemplo, nos estudos preliminares para construção de estradas quando se deverá levantar faixa estreita e extensa de terreno. O segundo é usado quando se deve levantar com grande precisão área mais extensa da superfície da Terra.

Materialização do Ponto Topográfico no Terreno

Os pontos que caracterizam os acidentes julgados importantes ou o próprio contorno do terreno a representar, são materializados no terreno pela baliza, haste de madeira ou metal, com cerca de 2m de comprimento, pintada alternadamente com as cores vermelho e branco (para dar contraste sobre os fundos do céu e da vegetação). A baliza termina em ponta que se apoia sobre o ponto a se assinalar(quando esta é de madeira possui ponta metálica). Como não poderíamos deixar uma baliza cravada em cada ponto visado, para assinalar sua posição no terreno, cravamos de antemão uma pequena estaca de madeira, toscamente lavrada, com dimensões de acordo com a natureza do terreno chamada piquete. Em terrenos bastante firmes o piquete tem de 15 a 20 cm, em terrenos frágeis ou alagadiços os piquetes têm o comprimento necessário a dar rigidez, podendo atingir até 2 metros.

A posição exata do ponto topográfico poderá ser assinalada no topo do piquete por uma tachinha ou prego. Sobre o mesmo colocaremos, verticalmente, a ponta da baliza. A fim de nos dar uma indicação de sua localização, colocamos próxima ao piquete, cerca de 80 cm, outra estaca maior, mais visível, chamada estaca testemunha.



BALIZAS
Fig. II-5

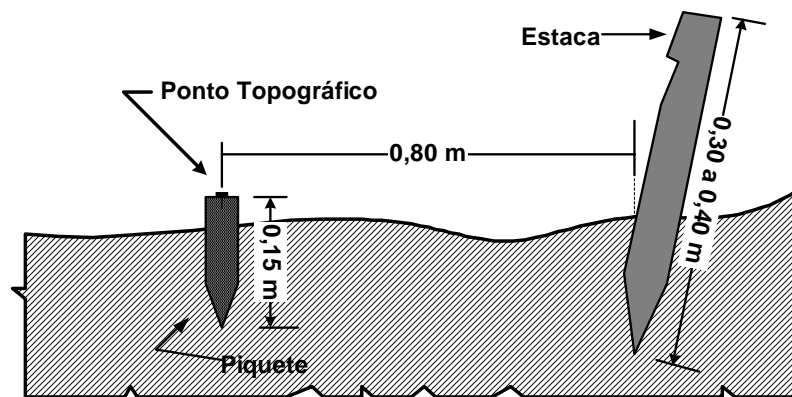


Fig. II-6

CAPÍTULO III

MEDIDA DIRETA DAS DISTÂNCIAS

A medição direta das distâncias é aquela na qual o medidor percorre a distância, comparando-a com um padrão tomado como unidade (metros, milhas, pés, centímetros, etc.).

1. Instrumentos de Medição

Os mais usados, dependendo das especificações ou circunstâncias, são os seguintes:

- Passo humano
- Trenas
- Fio invar

1.1- Passo Humano

Usado com frequência para avaliação de distância onde não se exija maior precisão. Sua pouca precisão decorre das várias causas que influem em sua variação. Circunstâncias que dependem do próprio operador tais como a velocidade de sua marcha, sua estatura, estado de fadiga, sobrecarga, idade, etc; circunstâncias que dependem do terreno como maior ou menor inclinação, aderência e circunstâncias várias tais como obstáculos, vento, temperatura, etc.

Das causas citadas, algumas apresentam uma relação de proporcionalidade. Tal é o caso da inclinação do terreno, velocidade de marcha e estatura do medidor.

A inclinação do terreno além da redução do passo normal, ocasiona a medição de uma distância inclinada e não da horizontal, que é o que se pretende na Topografia.

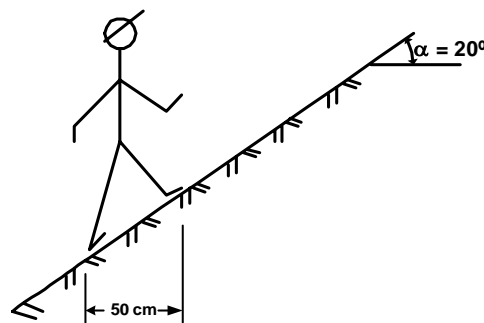


Fig. III-1

O quadro a seguir apresenta medidas de uma pessoa com 77 cm de passo normal em terreno plano, e demonstra como geralmente se altera o tamanho do passo na subida e na descida, nesta menos que na primeira.

INCLINAÇÃO DO TERRENO	COMPRIMENTO DO PASSO NA SUBIDA (cm)	COMPRIMENTO DO PASSO NA DESCIDA (cm)
0°	77	77
5°	70	74
10°	62	72
15°	56	67
20°	50	65
25°	45	60
30°	38	50

A variação da marcha do medidor também acarreta uma variação proporcional no comprimento médio do passo. Assim, de acordo com observações feitas:

TIPO DE PASSO	PASSO/ MIN.	VELOCIDADE	COMPRIMENTO APROX. (m)
Passo de estrada (forçado)	100	4,800 km/h	0,80
Passo acelerado	110	4,290 km/h	0,65
Passo geométrico	105	4,727 km/h	0,75

Outra causa que influi, é a estatura do medidor. Pesquisas foram feitas no sentido de estabelecer uma relação entre a estatura do medidor e o comprimento de seu passo, não havendo contudo uma correspondência exata.

Apesar de todas essas variações, um observador que tenha feito uma boa avaliação de seu próprio passo e em condições ideais, poderá conseguir uma precisão de até 2%, sendo considerada boa uma precisão de ordem de 5%.

Daí a necessidade de cada um fazer uma boa avaliação do seu passo médio para poder contar, nas eventualidades, com este instrumento natural de medição, sempre tendo em vista a baixa precisão alcançada.

Para evitar que o medidor tenha que guardar mentalmente o número de passos percorridos, foram construídos instrumentos conta-passos automáticos, chamados podômetros ou passômetros.

Tais são semelhantes a relógios de bolso, destinados a indicar, por meio de oscilações de um pêndulo, a distância percorrida. Esses instrumentos, geralmente presos à roupa (calça) do operador, à cada movimento de um passo, por meio da oscilação do pêndulo, transmitida por uma série de delicadas engrenagens, registram ou o número de oscilações (e portanto, de passos) ou o valor já convertido em metros. No primeiro caso temos os passômetros e no segundo, os podômetros. Nesse último caso dever-se-á regular o podômetro para o passo do operador, fazendo-o percorrer uma distância previamente medida e ajustando para que indique a distância correspondente. A aproximação dos podômetros e passômetros é a mesma da avaliação pelo passo humano, já que estes apenas facilitam a contagem, estando a medição, portanto, sujeita às mesmas causas de variação do seu valor médio. Estes aparelhos têm sua principal aplicação nos reconhecimentos de estradas, a fim de evitar que a atenção do operador fique concentrada na contagem de passos.

1.2- Trena

São os instrumentos mais comumente utilizados nos trabalhos topográficos de precisão média. Em síntese é uma fita de 10 a 15 mm de largura, que se enrola em estojo de couro ou plástico. Esta fita pode ser constituída de lona, com fios de aço internos, de aço propriamente dito e, modernamente, de fibra de vidro. Seu comprimento é variável (a mais usual é a de 20 metros), sendo graduada de um lado em metros e, normalmente, do outro em polegadas. A face graduada em metros é subdividida em dm e cm. A trena de lona deforma-se e se estraga com muita facilidade. As de aço exigem cuidados de limpeza e de olear depois do uso, além de se partirem e cortarem as mãos com facilidade. As de fibra de vidro, mais leves e resistentes, exigem apenas cuidados de limpeza e são as mais indicadas para uso comum. Existem trenas de fibra de vidro enroladas em estojo aberto, as quais apresentam algumas vantagens.

Atualmente estão sendo fabricadas trenas em aço carbono recoberto com nylon e resina lavável, aliando durabilidade, resistência, leveza e precisão uma vez que, devido ao recobrimento, a constante de dilatação é praticamente nula.

Um cuidado que precisa ser tomado na medição com as trenas é observar se o início da graduação se dá na ponta da fivela ou na parte interna da fita.

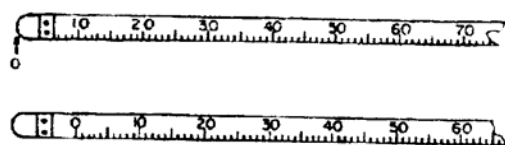


Fig. III-2

O erro médio comum na medição com a trena é de 0,08m em 100m, ou seja, 0,08%, sendo o erro máximo tolerável o triplo desse valor, 0,24%.

1.3- Fio Invar

É usado unicamente para medições de alta precisão, geralmente bases de triangulação geodésicas. É constituído de um fio formado por uma liga de ferro (64%) e de níquel (36%), com dilatação quase nula (daí o nome invar, de invariável). O fio tem 1,5 mm de diâmetro e comprimento de 24 m ou múltiplos desse comprimento até 192 m. Na sua empunhadura há um dinamômetro que regula a força do esticamento, exemplificando, no comprimento de 24 m deve ser esticado com força de 10 Kg. Tem como complementos de medida um fio de 8 m e uma fita graduada em mm de 4 m, ambos de invar, para as medidas complementares de 24 m. O fio de invar se enrola num só sentido num tambor e deverá ser periodicamente untado de vaselina afim de impedir a oxidação. Na ocasião da medição o fio é apoiado em dois suportes, sua horizontalidade é controlada por níveis de luneta e deve ser esticado convenientemente. Para maior precisão, são feitas várias leituras entre os pontos, deslocando-se o fio nos suportes, medida a temperatura, além de outros cuidados. Posteriormente às leituras, são feitas as correções da temperatura, da catenária, inclinação sobre a horizontal, redução ao nível do mar, etc. A aproximação das medidas com o fio invar é da ordem de 1:1.000.000 do comprimento medido. Atualmente para distâncias médias ou grandes é preferível empregar os medidores eletrônicos de distância que dão melhor precisão com muito mais rapidez, ficando a utilização do fio invar bem restrita.

2. Processos de Medição

Na planimetria a medida das distâncias é sempre feita na horizontal, pela própria definição de alinhamento. Assim, dois casos podem ocorrer: terreno plano e horizontal ou terreno acidentado.

2.1- Em Terreno Plano e Horizontal

Além de obstáculos eventuais (árvores, mato, cursos d'água, etc.) não há maiores problemas.

Vai-se esticando sucessivamente a trena horizontalmente segundo o alinhamento determinado pelos 2 pontos extremos, A e B, coincidindo o início de uma medida com o término da anterior até se completar o comprimento total a ser medido.

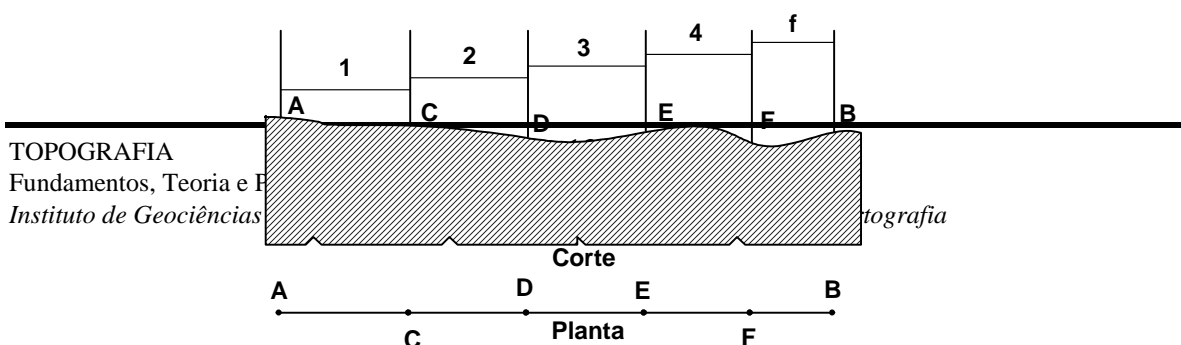


Fig. III-3

No caso da figura anterior o comprimento entre A e B será igual a 4 treçadas + fração, por exemplo, $4 \times 20,00 \text{ m} + 8,60 \text{ m} = 88,60 \text{ m}$.

Para se assegurar que se está medindo na direção AB, coloca-se um auxiliar com uma baliza em B. Um dos medidores se coloca antes de outra baliza em A e um terceiro operador coloca a baliza verticalmente em C, tal que C seja colinear com A e B.

Depois dessa primeira medida, o operador que estava em A se desloca com a baliza e a coloca verticalmente em D. O operador em C verifica se as balizas em C, D e B estão colineares. E assim sucessivamente, sempre se esticando o instrumento de medir horizontalmente entre os pontos intermediários até a medida final.

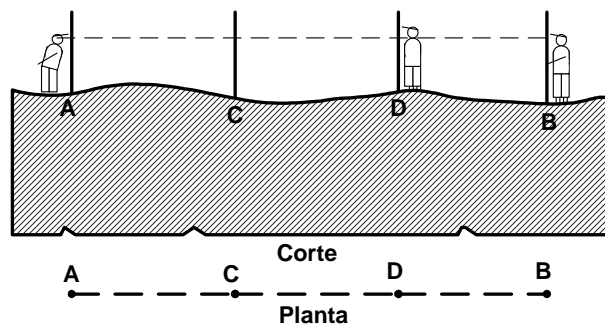


Fig. III-4

2.2- Em Terreno Acidentado

Usam-se dois processos: medição por degraus e reduzindo a distância inclinada à horizontal.

2.2.1 - Medição por degraus: Estica-se o instrumento de medir horizontalmente entre as balizas colocadas verticalmente entre os pontos A e C, C e D, D e E, E e F e finalmente F e B, sendo que C, D, E e F são colineares com A e B.

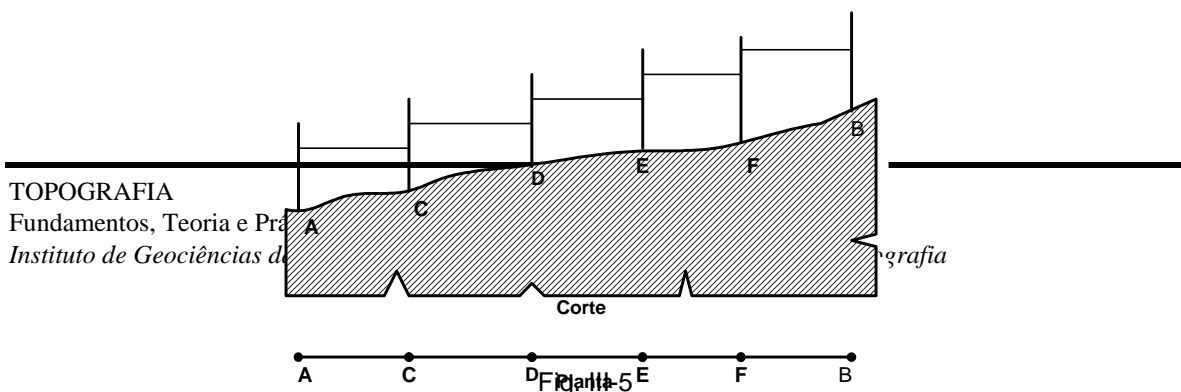
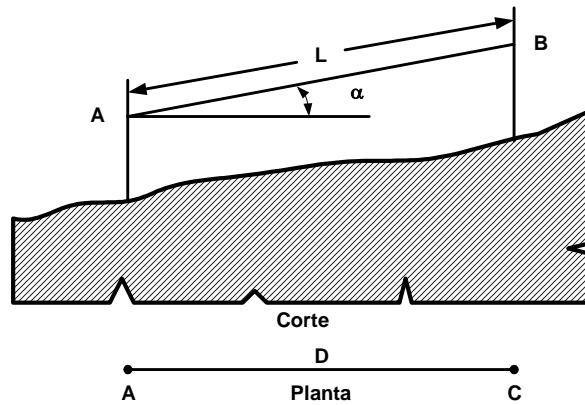


Fig. III-5

Fig. III-5

2.2.2- Redução da distância inclinada à horizontal

Mede-se a distância inclinada entre A e B e o ângulo de inclinação alfa de AB com a horizontal (a medição desse ângulo veremos mais adiante). A distância horizontal entre A e B será:



$$D = AC = AB \cos\alpha = L \cos\alpha$$

Observe-se que para medir a distância inclinada entre A e B deve-se colocar uma baliza verticalmente em A e outra em B, esticando-se o instrumento de medir à mesma altura do chão, isto é, paralelamente ao terreno.

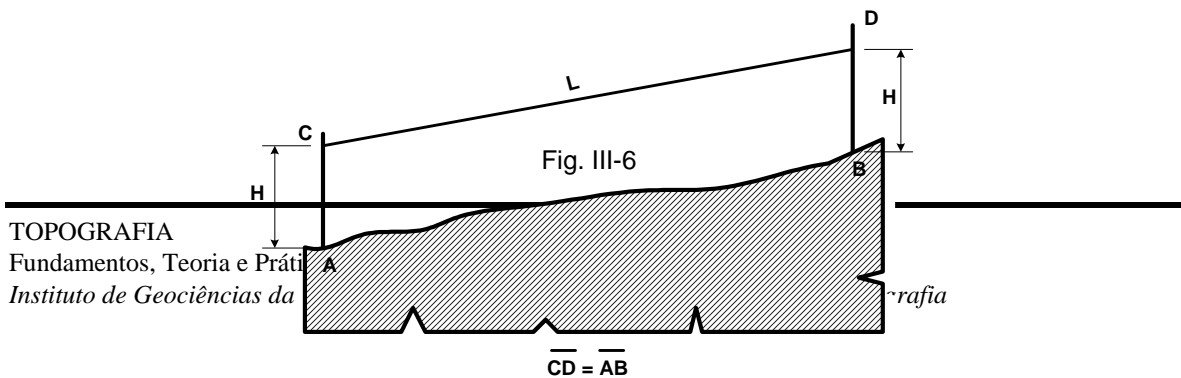


Fig. III-7

A medição por degraus é mais precisa e por isso recomendada.

3. Tipos de Erros Cometidos

Além de erros grosseiros, como por exemplo engano de leitura ou do início da trena, há causas quase inevitáveis que influem mais ou menos na medição com esses instrumentos.

3.1- Falta de horizontalidade dos instrumentos de medir

Para uma inclinação de 30 cm de uma trena de 20 m, por exemplo, medir-se-ia uma distância de 19,997 m ou seja, haveria um erro de 3 mm em cada "trenada".

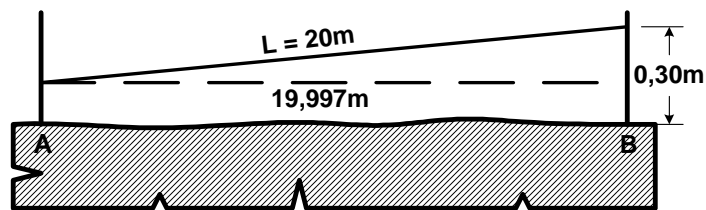


Fig. III-8

3.2- Desvio na direção do alinhamento

Para medir a distância entre os pontos A e B com uma trena de 20 m, para um desvio de 30 cm na direção AB teríamos medido menos 3 mm em cada trenada, isto é, cometeríamos um erro anotando 40 m em vez de 39,994 m.

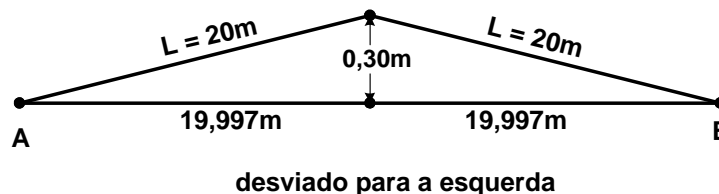


Fig. III-9

3.3- Erro de catenária

Resultante da curva ou "barriga" do instrumento de medir entre 2 balizas. Este erro é mais pronunciado nos instrumentos mais pesados como a cadeia do agrimensor ou na fita de aço com maior comprimento. Para uma medida de 20 m e flecha de 20 cm o erro é de 5,3 mm, isto é, mede-se um comprimento real de 19,9947 m em vez dos 20 m anotados.

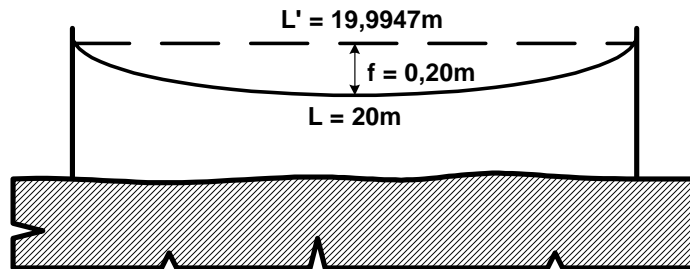


Fig. III-10

3.4 - Falta de verticalidade das balizas

Este problema, geralmente, é o que provoca maior erro na medição direta: na tentativa de bem esticar os instrumentos de medida o operador tende a deslocar a baliza da vertical, produzindo com a inclinação um erro que pode ser bastante grosseiro, muito superior aos 3 anteriores. Este é o erro que deverá preocupar mais os medidores, pois pode-se errar até 10cm numa medida de 20 m, o que seria um erro absurdo.

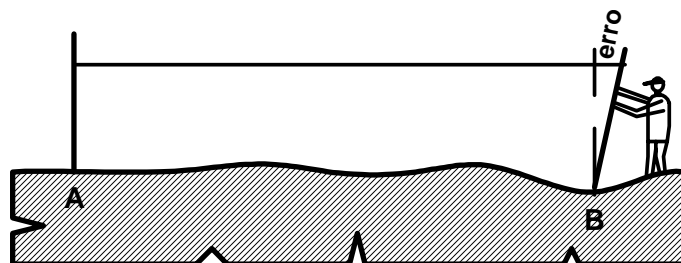


Fig. III-11

4.0 - Limites para Erros na Medição Direta

Para maior precisão, a distância deverá sempre ser medida em ambos sentidos. A média dos resultados será o valor provável da distância medida. A diferença entre o valor provável (a média) e qualquer das medidas é o chamado erro da medida.

Esse erro não deve ultrapassar certos limites especificados para cada instrumento de medir. Assim, para medição com trenas:

Erro médio provável = 0,08 m / 100 m.

Erro máximo tolerável = 0,24 m / 100 m, em terrenos bem acidentados.

- Em terrenos planos ou quase planos, onde é possível se executar trenadas de 20m: $e \leq 0,015 \sqrt{L}$, onde L é a média aritmética das medidas efetuadas;
- Em terrenos acidentados: $e \leq 0,020 \sqrt{L}$;
- Em terrenos muito acidentados: $e \leq 0,025 \sqrt{L}$.

Sendo L a distância real.

CAPÍTULO IV

MEDIDA DOS ÂNGULOS

Pode-se dividir os ângulos utilizados em topografia em dois tipos: *os ângulos horizontais*, tais como a $\hat{o} b$, resultantes da projeção num plano horizontal das direções OA e OB (Fig. IV-1) e *os ângulos verticais* ou contidos num plano vertical.

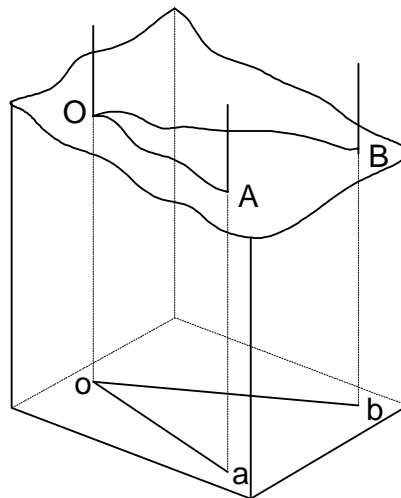


Fig. IV-1

A medição dos ângulos horizontais é necessária para se determinar a posição dos pontos importantes do terreno na planimetria. E, através dos ângulos verticais, determinam-se distâncias horizontais e verticais - altura de um ponto em relação a outro.

Na realidade, os aparelhos não medem os ângulos alfa e beta, Fig. IV-2, propriamente ditos, mas os arcos a e b por eles subtendidos num mesmo círculo, baseados na equivalência entre ângulos e arcos.

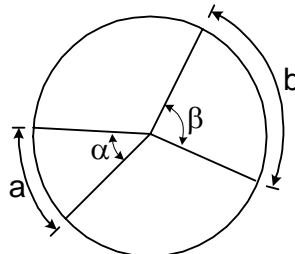


Fig. IV-2

1 - Instrumentos de medir ângulos

Os instrumentos destinados a medir ângulos são chamados, genericamente, *goniômetros* e existem dos mais primitivos ou arcaicos até os mais sofisticados, precisos e modernos.

Entre os primeiros, mais primitivos e arcaicos, nos quais a visada se faz a olho nu, poderíamos citar a bússola comum, a bússola com pínulas, o esquadro de agrimensor, o pantômetro, a prancheta e o esquadro de reflexão. Todos esses aparelhos podem ser usados para assinalar ângulos horizontais entre duas direções quando não se necessite grande precisão. Por exemplo, para assinalar seções transversais ao eixo de uma futura estrada: pode-se usar um dispositivo chamado "esquadro", conforme Fig. IV-3.

Duas peças de madeira pregadas em cruz com preguinhos assinalando o ângulo de 90° e colocadas, sobre outra peça suporte; tudo isso é colocado verticalmente sobre cada piquete do eixo da futura estrada. Coincidindo-se uma direção com o eixo, por intermédio de visada e uma baliza, outra visada nos dará a direção da seção transversal a 90° com o eixo.

Há ainda os que utilizam o processo rudimentar de serrar 2 cortes a 90° num toco de madeira com o mesmo objetivo, isto é, assinalar duas direções perpendiculares para assim determinar rapidamente seções transversais (Fig. IV-4).

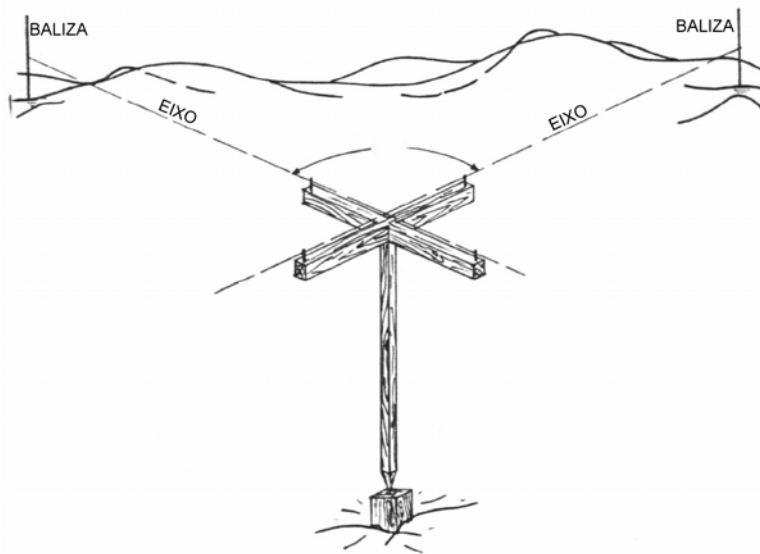


Fig. IV-3

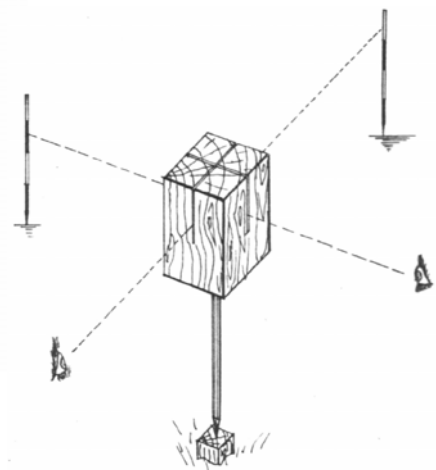


Fig. IV-4

Evidentemente que todos esses processos são primitivos, de pouca precisão, e só se aplicam a circunstâncias especiais.

Na realidade, para se obter maior precisão, deverão ser utilizados os goniômetros de luneta.

Antigamente havia dois tipos de goniômetros de luneta: os que mediam somente os ângulos verticais - eclímetros e os que mediam somente os ângulos horizontais - trânsitos.

Atualmente só se fabricam goniômetros de luneta que meçam os dois tipos de ângulos: os teodolitos e as estações totais. A seguir serão apresentados os teodolitos. As estações totais serão objetos do próximo capítulo por medirem eletronicamente, além de ângulos, distâncias.

1.1 - Teodolitos mecânicos e ótico-mecânicos

1.1.1 - Esquema Geral

Como há vários tipos e marcas descreveremos um teodolito genérico.

Um teodolito se compõe, essencialmente, das seguintes partes (Fig. IV-5):

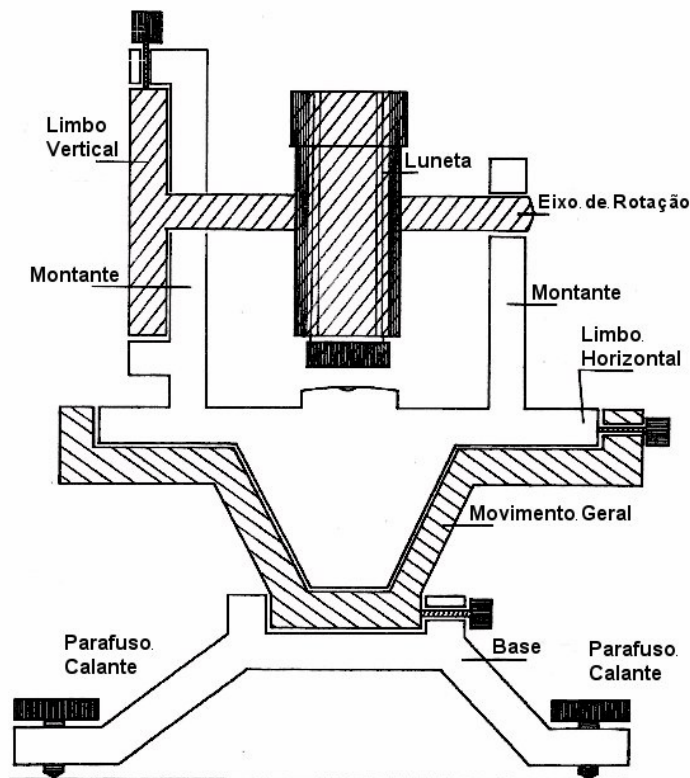


Fig. IV-5

A *luneta* gira segundo o eixo horizontal de rotação, o qual é solidário com um disco graduado chamado *limbo vertical*. Este conjunto, que é chamado *alidade*, se apoia, por intermédio do seu eixo em dois *montantes* que são solidários a um disco graduado horizontal, chamado *limbo horizontal*, terminado inferiormente em tronco de cone. O *limbo horizontal* gira, internamente, por meio de esferas, sobre um peça que chamamos *movimento geral*. Finalmente, esta gira, internamente também, em torno da última parte que chamamos de *base* fixa, do teodolito. Esta última parte, base do teodolito, se apoia na parte superior de um tripé por intermédio de 3 parafusos chamados *parafusos calantes*.

O *tripé*, que é um complemento indispensável do teodolito, é composto pela parte superior, prato, onde se apoiará o teodolito, e 3 pés de madeira escamoteáveis que permitem que se regule a altura do aparelho de acordo com a altura do operador. Na parte inferior do prato há um parafuso que fixa o teodolito, propriamente dito, ao tripé (Fig. IV-6).

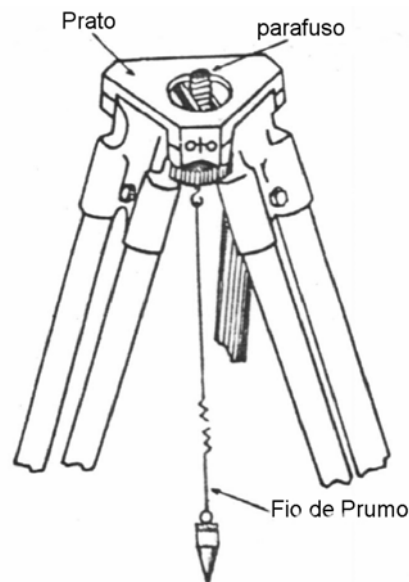


Fig. IV-6

1.1.2 - Partes Principais e suas Funções

Serão descritas genericamente sem se ater a características de determinadas marcas ou modelos de Teodolito.

- **Lunetas**

As lunetas constituem o órgão de visada dos teodolitos.

De maneira geral, de acordo com o sistema ótico, as lunetas podem ser: *astronômicas* - dão imagem melhor porém, invertidas ou *terrestres* - dão imagem direta. Estas últimas, embora proporcionem imagem direta, possuem menor alcance e luminosidade, razão pela qual são preteridas em favor das astronômicas nos modelos de maior precisão.

O aumento da imagem, visualizada através da luneta, é de cerca de 30 vezes.

As lunetas possuem em seu interior (Fig. IV-7) um sistema de lentes convergentes que recebe o nome de *sistema objetivo* (por estar do lado do objeto visado) e outro sistema de lentes, também convergentes, que recebe o nome genérico de *ocular* (por estar do lado do olho do observador). Na realidade, o 2º sistema serve de lupa em relação à imagem do 1º sistema. Todo conjunto é montado no interior de um tubo cilíndrico, dentro do qual existe um sistema de variação de distâncias - lente de focagem interna - que permite, por meio de uma cremalheira, uma focagem em função da distância do objeto observado.

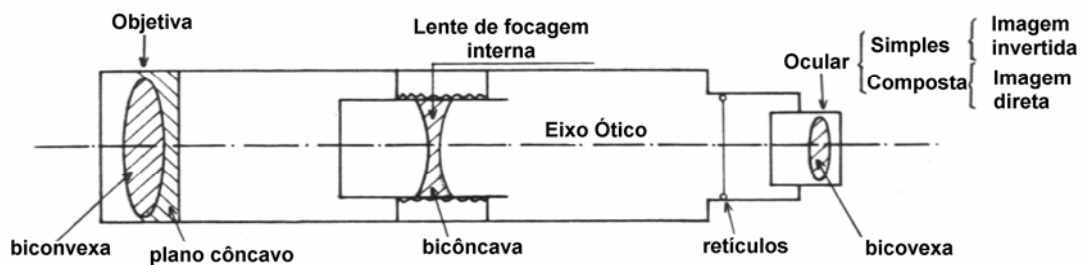
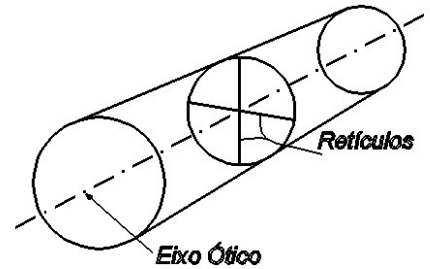
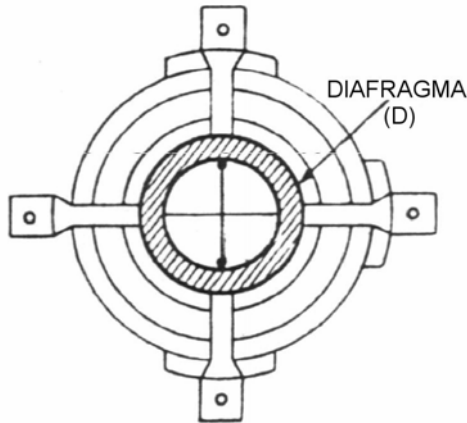


Fig. IV-7

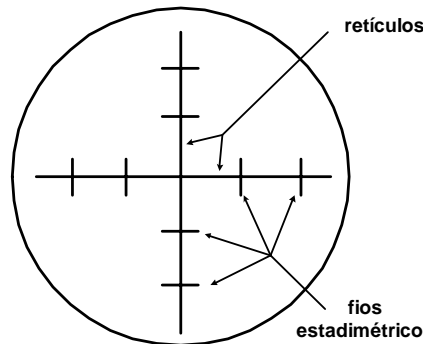
Existe ainda, no interior do tubo, um diafragma anular metálico (teodolitos mais antigos) onde estão fixados, perpendicularmente entre si, 2 fios finíssimos de seda ou platina (Fig. IV-8). Atualmente, este dispositivo foi substituído por um disco de cristal e os fios substituídos por gravações no cristal.

Tais fios ou traços são chamados *retículos*. Além de serem perpendiculares por construção, seu cruzamento deverá coincidir com o eixo ótico ou eixo de colimação da luneta, estabelecido pelo sistema de lentes (Fig. IV-9).



Assim, quando o eixo óptico estiver horizontal o retículo vertical será vertical e, por consequência, o retículo horizontal também será horizontal.

Os retículos não devem ser confundidos com os outros pares de fios equidistantes, chamados *fios estadimétricos*, que são utilizados na medição indireta das distâncias (Fig. IV-10).



Quando o teodolito está em perfeitas condições de funcionamento, estando o mesmo instalado e "nivelado" (como veremos adiante), além do cruzamento dos retículos ser coincidente com o centro do eixo óptico da luneta, o retículo vertical deverá coincidir com um fio de prumo visado à distância, isto é, o retículo vertical deverá estar rigorosamente na vertical. Quando estas duas condições não ocorrem o teodolito está desretificado (Fig. IV-11).

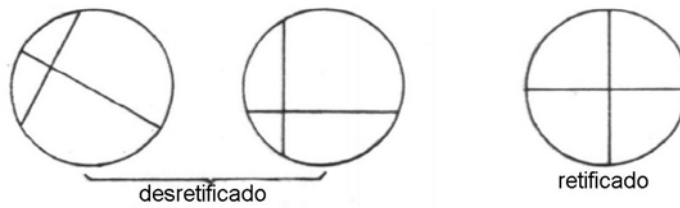


Fig. IV-11

Ao se visar uma baliza muito distante, sua dimensão transversal (diâmetro), poderia ser inferior à do retículo vertical dificultando a visada. Para contornar este problema os fabricantes dos teodolitos substituíram a metade inferior do retículo vertical por 2 traços paralelos e eqüidistantes (Fig. IV-12).

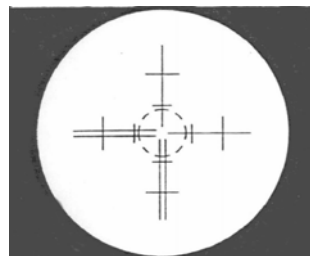


Fig. IV-12

Finalmente, ainda sobre a luneta, existem duas roscas para controle ou regulagem da focagem interna (distância do objeto visado) e dos fios do retículo, ambas no próprio corpo da luneta.

A regulagem do foco dos retículos (sistema ocular) é, geralmente, na parte mais próxima da vista e varia para cada pessoa ou para cada vista. A outra regulagem, de focagem interna, varia com a distância do objeto visado e não varia de pessoa para pessoa (Fig. IV-13). Nos teodolitos antigos, esta regulagem é um botão colocado no montante à direita do operador.

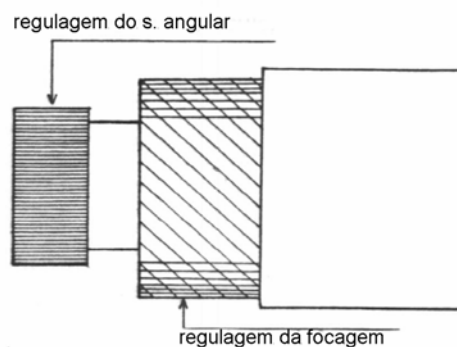


Fig. IV-13

▪ **Níveis de Bolha e Parafusos Calantes**

Qualquer teodolito tem 3 eixos principais perpendiculares entre si (Fig. IV-14). O eixo ótico OO' , ou eixo de colimação da luneta, é perpendicular ao eixo de rotação HH' , que por sua vez gira com a luneta nos montantes e é também, por construção, perpendicular ao eixo VV' de rotação do aparelho.

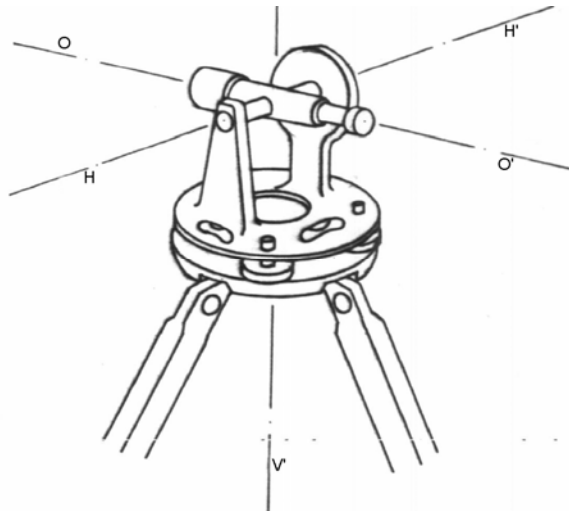


Fig. IV-14

Para se assegurar, no entanto, que o eixo de rotação VV' seja vertical é preciso garantir a horizontalidade da parte inferior do teodolito, à qual o eixo VV' é perpendicular. Esta parte, onde fica o disco graduado ou limbo horizontal, contém um ou dois *níveis de bolha*. O plano tangente ao centro do nível de bolha é um plano paralelo ao plano do limbo horizontal (Fig. IV-15).

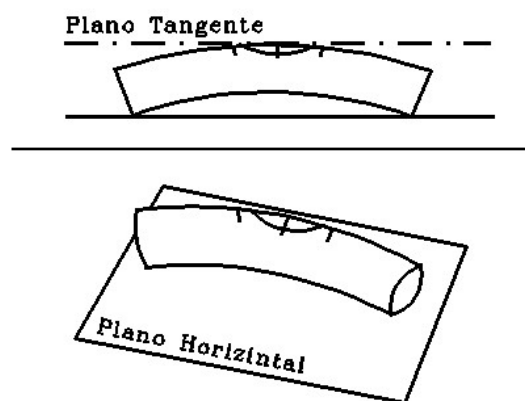


Fig. IV-15

Assim, se a bolha do nível ficar centrada em duas direções, significa que o plano do disco graduado ou limbo contém duas horizontais, ou por outra, é um plano horizontal. Neste caso, o chamado limbo horizontal está realmente na horizontal.

Estas considerações preliminares foram necessárias para justificar o fato de que todas as vezes que formos utilizar o teodolito termos antes, obrigatoriamente, que "nivelá-lo".

"Nivelá-lo", em outras palavras, é tornar o plano do limbo horizontal realmente horizontal. Para tanto o teodolito se apoia na parte superior do tripé por meio de três (os antigos eram quatro) parafusos de rosca grossa chamamos calantes.

Como foi dito, para tornar o plano do limbo realmente horizontal, basta centrar a bolha do nível em duas direções, de preferência perpendiculares (Fig.IV-16).

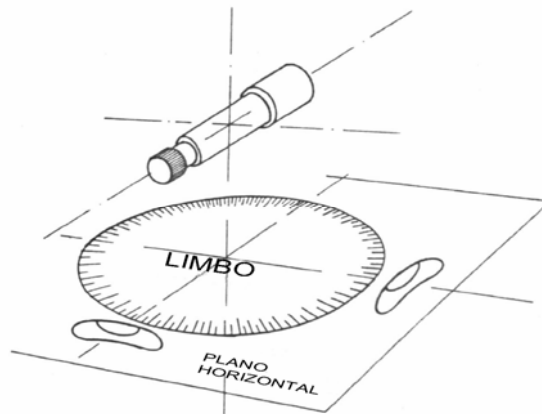


Fig. IV-16

Esta operação (nivelamento) é feita da seguinte maneira:

- 1- Girando o teodolito, colocar o eixo XX' do nível de bolha paralelo à direção determinada por 2 calantes, portanto $XX' // AB$. Agindo nos dois calantes em sentidos opostos, centramos a bolha do nível (Fig.IV-17a).

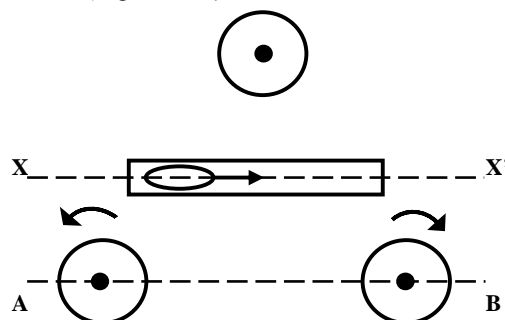


Fig. IV-17a

- 2- Caso haja um 2º nível de bolha, perpendicular ao 1º, basta girar o 3º calante no sentido horário ou anti-horário até centrar a bolha nesse 2º nível (Fig. IV-17b).

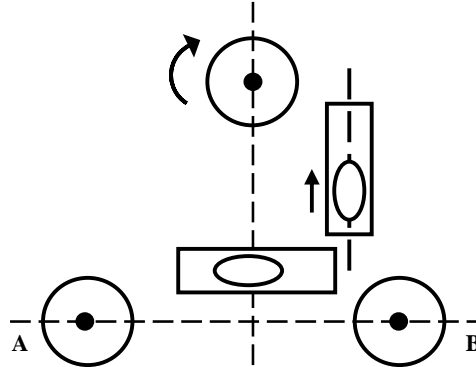


Fig. IV-17b

- 3- Caso não haja esse 2º nível de bolha, tornar a girar o teodolito de modo que o eixo do nível de bolha agora fique perpendicular à direção dos dois calantes A e B, isto é, XX' perpendicular a AB. Então, girando no sentido horário ou anti-horário o 3º calante, centraremos a bolha nessa nova direção (Fig. IV-17c)

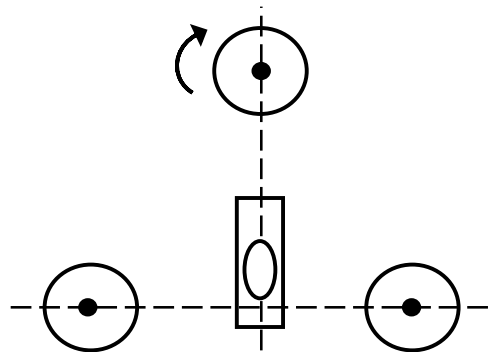


Fig. IV-17c

Desde que o tripé esteja bem firme e o aparelho não tenha folgas, com esta operação, ele estará "nivelado", isto é, o plano do limbo da parte inferior realmente será horizontal, o eixo da luneta será horizontal e o eixo da rotação do teodolito será vertical.

Devemos ainda observar que os teodolitos antigos se apoiavam em 4 parafusos calantes, contendo 2 níveis de bolha cujo eixo era paralelo à direção de 2 calantes opostos. Seu nivelamento se dava agindo em 2 calantes opostos, em sentido contrário, até centrar a bolha nos 2 níveis (Fig. IV-18).

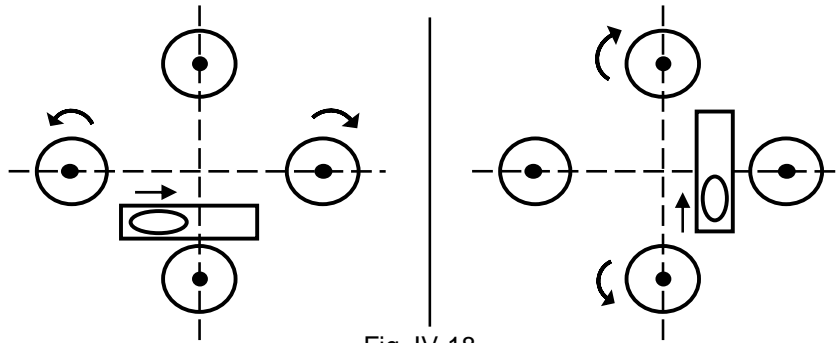


Fig. IV-18

Finalmente, é preciso lembrar que o curso dos parafusos calantes é limitado. Assim, antes de se iniciar a operação do nivelamento deve-se, agindo nas pernas do tripé (reguláveis), tentar tornar a parte superior do tripé (onde se apoia o teodolito), a mais horizontal possível. Se assim não for feito, o curso dos calantes será insuficiente para conseguir o nivelamento do limbo horizontal (Fig. IV-19).

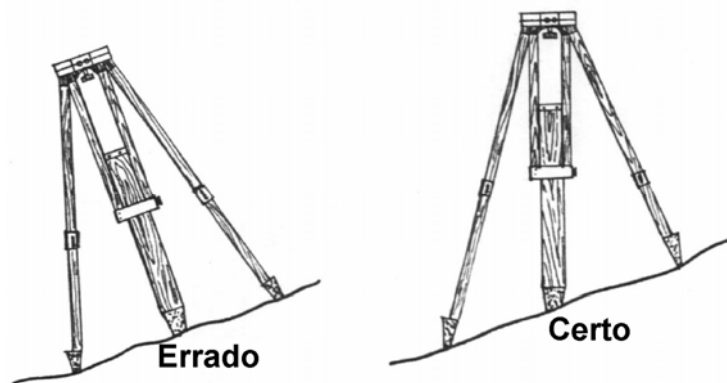


Fig. IV-19

▪ Parafusos de Pressão e de Aproximação

Vimos no esquema geral do teodolito que o mesmo é constituído de várias partes móveis superpostas: a luneta, solidária com o eixo horizontal, gira em torno de 2 montantes; o conjunto da luneta com os montantes pode girar em torno do eixo de rotação do teodolito; finalmente, todas as partes descritas podem girar em torno do eixo vertical.

Para prender ou soltar as peças a fim de possibilitar esses movimentos há dois tipos de parafusos em qualquer teodolito:

a) Parafusos de pressão, de topo ou radiais, que prendem totalmente ou soltam totalmente o movimento entre duas peças (Fig. IV-20).

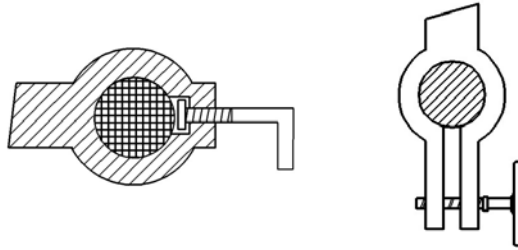


Fig. IV-20

b) Parafusos tipo rosca sem fim ou parafusos de aproximação que só funcionam quando os de pressão respectivos estão apertados. Tais parafusos são de roscas milimétricas e destinados a pequeníssimos deslocamentos, daí seu nome. Os parafusos de aproximação são, em geral, tangenciais à peça que movimentam (Fig. IV-21).

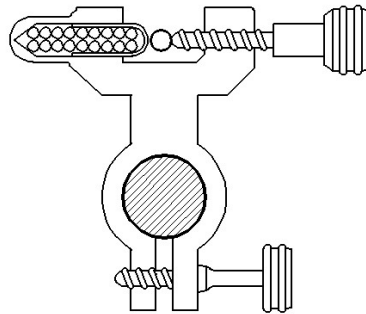


Fig. IV-21

Fio de prumo ou Prumo ótico

Todos os teodolitos têm dispositivo que permite deslocá-los ligeiramente sobre o prato do tripé até que o eixo vertical VV' , em relação ao qual ele gira, coincida com a vertical que passa sobre o ponto topográfico P, vértice do ângulo que se deseja medir.

Para se fazer a coincidência rigorosa do eixo vertical do teodolito com a vertical do ponto – operação chamada instalação no ponto – os teodolitos dispõem, na sua parte inferior, de um gancho ao qual se prende um fio de prumo.

Por construção, a direção do fio de prumo, preso ao gancho, coincide com o eixo vertical de rotação do teodolito. Assim, quando deslocamos, ligeiramente, o teodolito fazendo coincidir a ponta do prumo com o ponto topográfico, o eixo vertical do teodolito coincidirá com a vertical do ponto P (Fig. IV-22).

Nos teodolitos de maior precisão, em vez de fio de prumo, há um sistema de prisma chamado prumo ótico, que o substitui: uma pequena luneta na base do teodolito permite a visualização do ponto topográfico para que se possa fazer a coincidência da vertical do teodolito com o mesmo (Fig. IV-23).

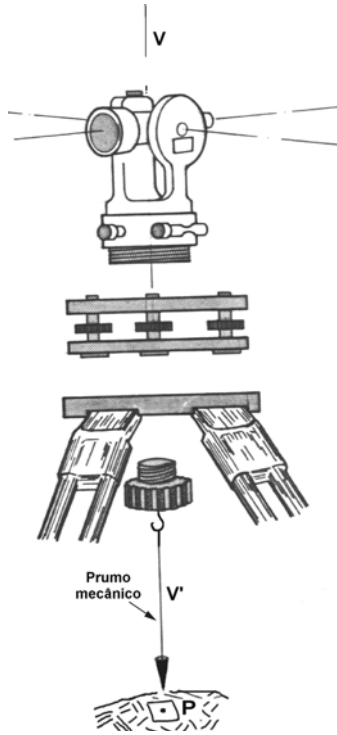


Fig. IV-22

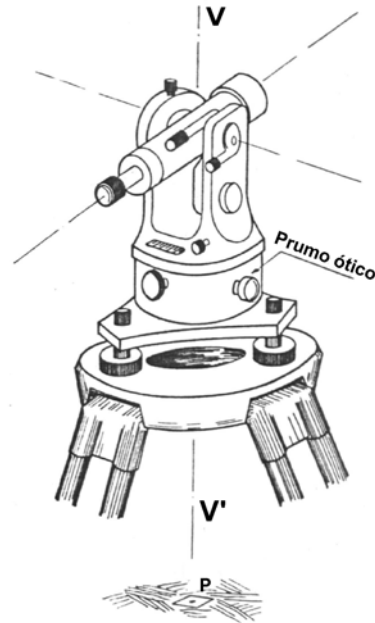


Fig. IV-23

- **Círculos Graduados ou Limbos**

Os ângulos são medidos nos teodolitos pelos arcos respectivos, os quais são materializados por intermédio de círculos graduados chamados limbos: conforme o limbo se destine a medir o ângulo horizontal ou vertical, se chama, respectivamente, limbo horizontal e vertical.

A Fig. IV-24 exemplifica a medição do ângulo horizontal $A\hat{O}B$ segundo sua projeção no plano horizontal materializado pelo limbo.

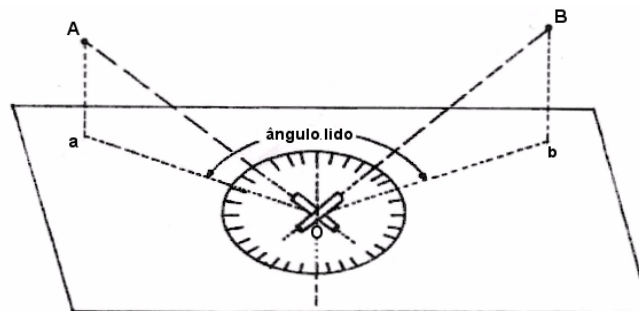


Fig. IV-24

Na realidade, o teodolito materializa nos limbos, horizontal e vertical, a projeção do arco descrito pela luneta ao girar de um ponto para o outro, entre os quais se deseja medir o ângulo. Estando o teodolito nivelado, o limbo horizontal estará realmente na horizontal e, por construção, o limbo vertical estará contido num plano exatamente perpendicular, isto garante que o ângulo medido seja sempre o menor ângulo entre os pontos.

As graduações dos limbos podem ser feitas em graus ou grados, estas menos comuns entre nós.

Geralmente, os limbos horizontais são graduados de 0 a 360° nos 2 sentidos, havendo as numerações em duas cores ou superpostas, para não confundir (Fig. IV-25).

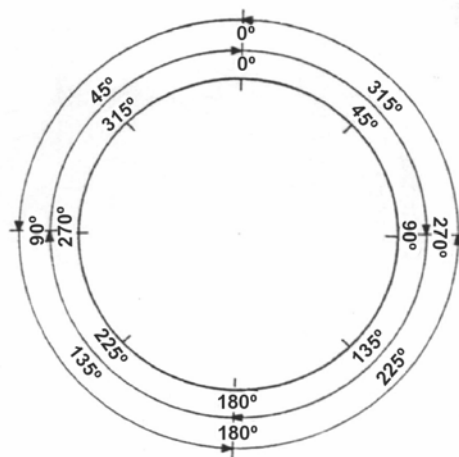


Fig. IV-25

A fim de não aumentar exageradamente as dimensões dos teodolitos, os diâmetros dos limbos não poderiam ultrapassar uns 10 ou 15 cm. Daí, resulta que se tornaria materialmente muito difícil dividir uma circunferência de no máximo 15 cm de diâmetro em 360 partes e cada uma dessas 360 partes em 60, para não se falar em precisão de segundos. Mesmo contornada esta dificuldade mecânica, a leitura dessas pequenas divisões se tornaria impossível a olho nu.

Para superar este obstáculo e conseguir maior precisão na graduação dos limbos, sem aumento de suas dimensões, usam-se alguns artifícios:

- nos teodolitos antigos, mecânicos, onde a leitura é feita diretamente nos limbos foram adicionados aos limbos verniers ou nônios circulares;
- nos teodolitos óticos a leitura dos ângulos é realizada com auxílio de microscópio ótico (micrômetros óticos).

Verniers ou Nônios Circulares

O princípio do nônio ou vernier se baseia na seguinte relação: dividimos o mesmo arco de círculo em m divisões de mesmo comprimento x e n divisões de mesmo comprimento l , sendo $l > x$ (Fig.IV-26).

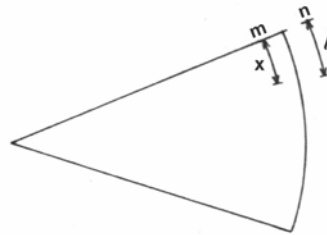


Fig. IV-26

$$\text{Logo, } m x = l n \quad \text{e} \quad x = \frac{l n}{m}$$

A diferença de comprimentos entre as divisões, a , será:

$$a = l - x = l - \frac{l n}{m} = \frac{l (m - n)}{m}$$

Se fizermos $m = n + 1$, a diferença a entre as divisões ficará:

$$a = \frac{l}{m} \rightarrow \text{comprimento de uma divisão maior}$$
$$\frac{l}{m} \rightarrow \text{número de divisões menores}$$

Aplicando na prática: se tivermos um arco graduado e lhe juntarmos um arco concêntrico de tal modo que, a um determinado comprimento do 1º arco corresponda o mesmo comprimento do 2º arco mas, com uma divisão a mais, é possível calcular analiticamente a diferença de comprimentos entre suas divisões (Fig. IV-27).

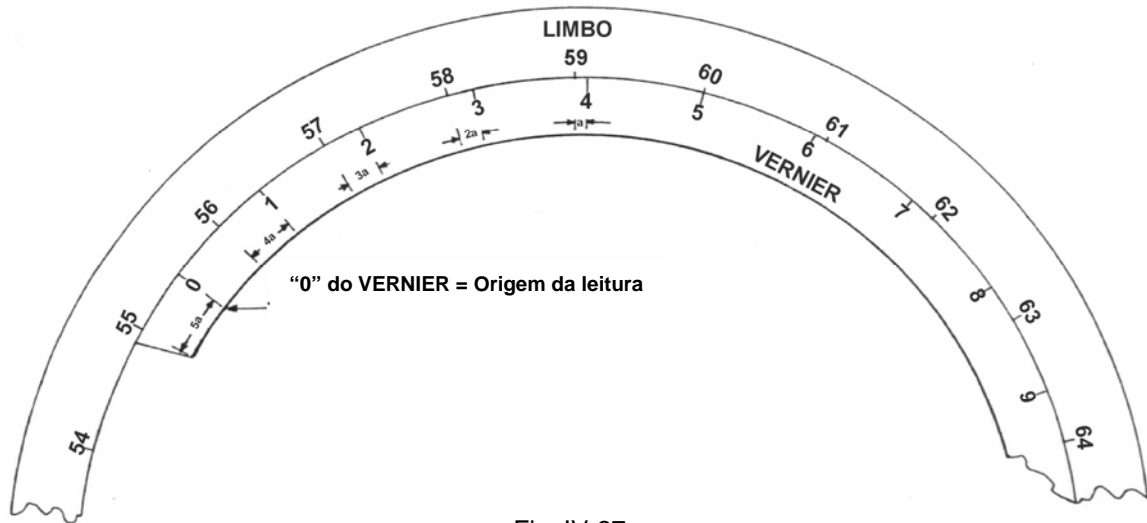


Fig. IV-27

Assim, suponhamos que de um arco graduado, como o da Fig. IV-27 (limbo graduado em graus), se tome o comprimento de 9 divisões, se divida este comprimento em 10 partes iguais e torne-o um arco suplementar e concêntrico ao primeiro. Ora, de acordo com o que foi deduzido, o valor da diferença entre os comprimentos será:

$$a = \frac{l}{m} \rightarrow \text{comprimento de uma divisão maior} = 1^\circ = 60'$$
$$m \rightarrow \text{número de divisões menores} = 10$$

$$\text{ou seja, } a = \frac{60'}{10} = 6'$$

Isto é, a diferença de comprimentos entre uma divisão maior e menor é igual a 6'.

Suponhamos agora que se mediu um ângulo e que o valor seja o indicado pelo zero, "0", do vernier (Fig. IV-27). Ou seja, o valor será 55° e mais uma fração. Esta fração será facilmente calculada observando-se em qual divisão do vernier, a partir do "0", há coincidência com a divisão do limbo. Observa-se na figura que há coincidência da 5ª divisão do vernier com a divisão do limbo.

Se já temos o valor da diferença de comprimentos, é claro que:

- a divisão 4 do vernier distará da divisão 59ª do limbo de $1 \times a$
- a divisão 3 do vernier distará da divisão 58ª do limbo de $2 \times a$
- a divisão 2 do vernier distará da divisão 57ª do limbo de $3 \times a$
- a divisão 1 do vernier distará da divisão 56ª do limbo de $4 \times a$

e, finalmente, o "0" do vernier distará da divisão 55^a do limbo de $5 \times \alpha$. Assim, o valor da medida do ângulo indicado pelo "0" do vernier, na figura é de $55^{\circ} 30'$.

Por intermédio desse dispositivo os fabricantes de teodolitos, há vários anos conseguiram aumentar a precisão e facilidade de leitura, adicionando um arco concêntrico aos círculos graduados horizontal e vertical dos mesmos. Tomaram um determinado número de divisões do limbo, (19, 29, 39), dividiram em $n + 1$ partes (20, 30 e 40, respectivamente), num arco concêntrico com o limbo, e com isso conseguiram avaliar uma fração menor que a menor divisão em que o limbo fora graduado.

Por isso, ao se manejar um teodolito, cujos limbos disponham de verniers, deve-se preliminarmente calcular sua aproximação.

Por exemplo:

Um limbo graduado em graus, subdividido em meio grau e com um vernier de 30 divisões:

$$\text{aproximação} = \frac{\text{menor div. limbo}}{\text{n}^{\circ} \text{ div. do vernier}} = \frac{30'}{30} = 1' \text{ (1 minuto)}$$

Um limbo graduado em graus, subdividido em 3 partes e com um vernier de 40 divisões:

$$a = \frac{1/3 \times 60'}{40} = \frac{20'}{40} = 1/2' = 30''$$

Limbo graduado em graus subdividido em 6 partes, e com vernier de 10 divisões

$$a = \frac{1/6 \times 60'}{10} = \frac{10'}{10} = 1'$$

Em vista do exposto, podemos estabelecer o procedimento de se efetuar uma leitura de limbo equipado com vernier como se segue:

1. Calcular de antemão a aproximação α do mesmo
2. Anotar o valor da leitura até a menor divisão anterior ou inferior
3. Procurar o traço de coincidência entre o vernier e o limbo a partir do "0" (zero) do vernier e anotar seu n° de ordem
4. Multiplicar o n° de ordem pelo valor calculado da aproximação α
5. O ângulo indicado será o valor da leitura efetuada e anotada no item 2 e mais o valor obtido em 4.

O exemplo ilustrado pela Fig. IV-28 esclarece melhor.

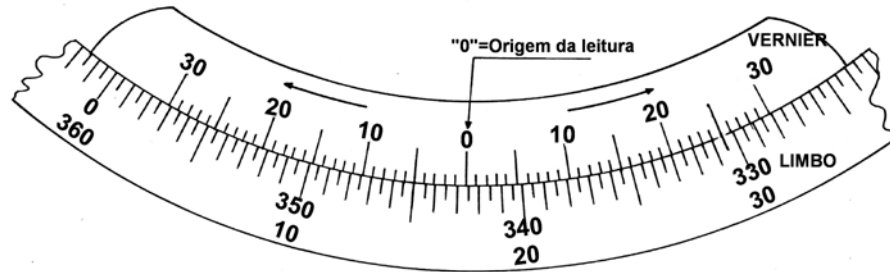


Fig. IV-28

Conforme se verifica, o limbo (parte inferior) é graduado em duas direções, sendo que no sentido horário na parte interna e no sentido anti-horário na parte externa.

O vernier (parte superior) também tem duas graduações a partir do “0”, uma no sentido horário e outra no anti-horário, que acompanham as graduações respectivas do limbo (horário e anti).

Seguindo o que foi explicado anteriormente e supondo que se esteja medindo um ângulo no sentido horário, teríamos:

1 - aproximação do limbo:

$$a = \frac{\text{menor divisão do limbo}}{\text{n}^\circ \text{ de divisões do vernier}} = \frac{1/2^\circ = 30'}{30} = 1'$$

2 - Valor da leitura até a menor divisão anterior ao “0”, no mesmo sentido (horário), ou seja 342° 30'

3 - Traço de coincidência do vernier com o limbo, a partir do “0” do vernier, no mesmo sentido (horário): é o 5° traço.

4 - Multiplicar o número de ordem do traço pelo valor da aproximação: 5 x 1' = 5'

5 - Ângulo indicado = 342° 30' + 5' = 342° 35'

Caso estivéssemos lendo na graduação feita no sentido anti-horário, teríamos:

1 - Aproximação é a mesma 1'

2 - Valor da leitura do limbo no sentido anti-horário, até o 0 do vernier: 17°

3 - Traço de coincidência (no sentido anti-horário): 25°

4 - Número de ordem x traço de coincidência 25 x 1' = 25'

5 - Ângulo indicado: 17° + 25' = 17° 25'

Microscópios óticos

Nos teodolitos óticos-mecânicos a leitura dos limbos, horizontal e vertical, é feita por intermédio de um microscópio colocado ao lado da luneta. O transporte das imagens dos círculos graduados ao campo ótico do microscópio é conseguido por um sistema de prismas. Assim, sem necessidade de se deslocar de posição, o observador ao terminar de focalizar o ponto topográfico na luneta, move ligeiramente a cabeça e olha no campo focal do microscópio ótico a imagem dos limbos horizontal e vertical. Em alguns aparelhos mais sofisticados a imagem do limbo horizontal ou vertical não se apresenta ao mesmo tempo e sim alternativamente, bastando girar um botão de controle apropriado. Além disso, uma das imagens aparece em cor (amarelo luminoso) para evitar engano por parte do observador.

A seguir, para exemplificar, são apresentadas algumas imagens de limbos de teodolitos.

Nos limbos do DKM2 Kern a leitura direta é de 1" e, por estimativa, de 0,1". A leitura do limbo horizontal, Fig. IV-29, é $214^{\circ} 25' 37,6''$. Para realizar a leitura com a máxima precisão, através de um dispositivo próprio para regulagem, encaixa-se a linha de indicação da leitura no centro da dupla graduação e lê-se os segundos na janela de baixo. Desta forma, apesar de visualizarmos o limbo vertical, não é possível fazer uma leitura precisa.

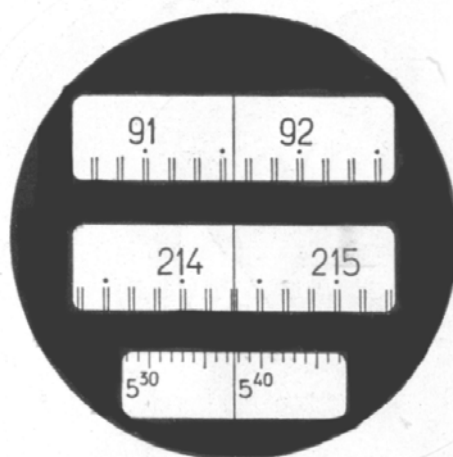


Fig. IV-29

Na Fig. IV-30, imagem do limbo horizontal de um Wild T1-A, cuja leitura é $H_z = 5^{\circ} 13' 30''$. A leitura também é feita segundo o princípio da dupla graduação.

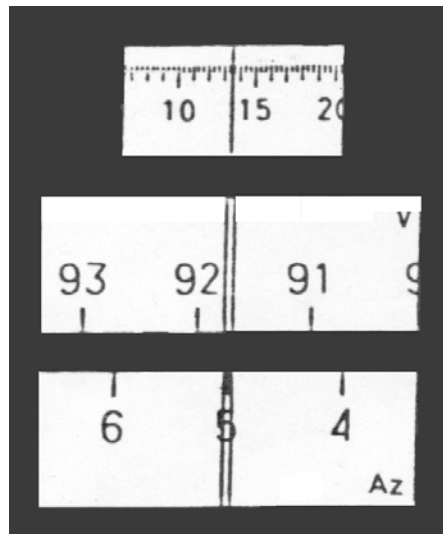


Fig. IV-30

Na Fig. IV-31, imagens de limbos de um Wild T1. Como se percebe, lê-se diretamente de 6 em 6 segundos. À direita, leitura do limbo horizontal $H_z = 327^{\circ}59'36''$ e, à esquerda do limbo vertical $V = 87^{\circ}27'0''$.

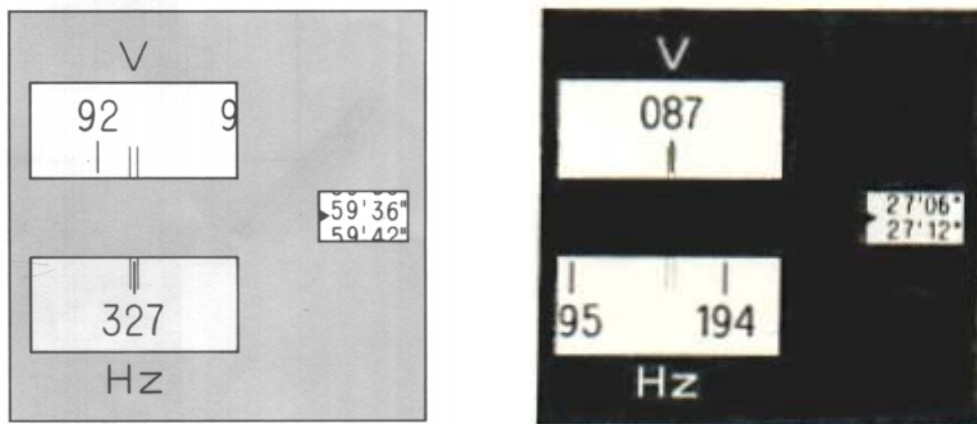


Fig. IV-31

No Wild T2, lê-se diretamente com aproximação de $1''$ e estima-se $1/10''$. A Fig. IV-32 exemplifica a leitura do limbo horizontal $H_z = 265^{\circ}47'23,6''$.

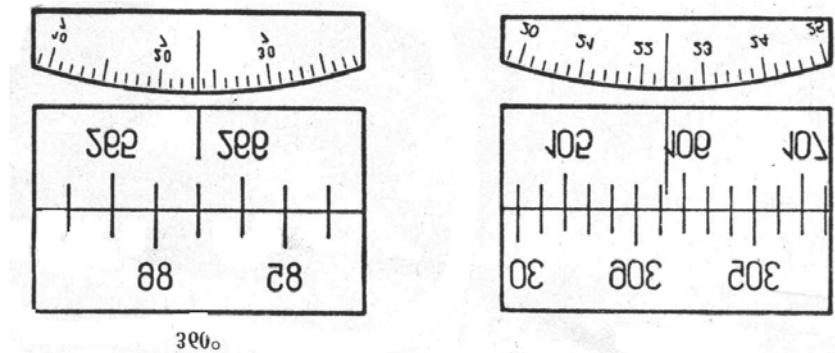


Fig. IV-32

Na Fig. IV-33 , imagens dos limbos horizontal e vertical de um THEO 020A da Zeiss. A precisão é de 1' e as leituras são $H_z=120^{\circ}05'$ (graduação inferior sentido horário) e $V=271^{\circ}05'$.

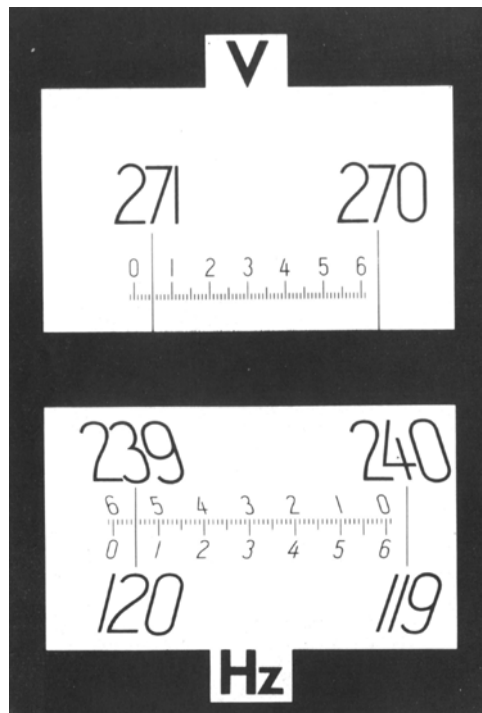


Fig. IV-33

No THEO 080 Zeiss os limbos são graduados de 5' em 5', a leitura de 1' é feita por estimativa visual. Na Fig. IV-34 lê-se no limbo horizontal $H_z=359^{\circ}29'$ e no vertical $96^{\circ}04'$.

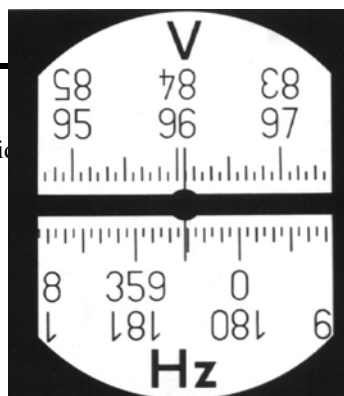


Fig. IV-34

1.1.3 – Apresentação de Teodolitos

A seguir são apresentados alguns modelos com indicação das partes descritas.

- **THEO 080 A Zeiss**

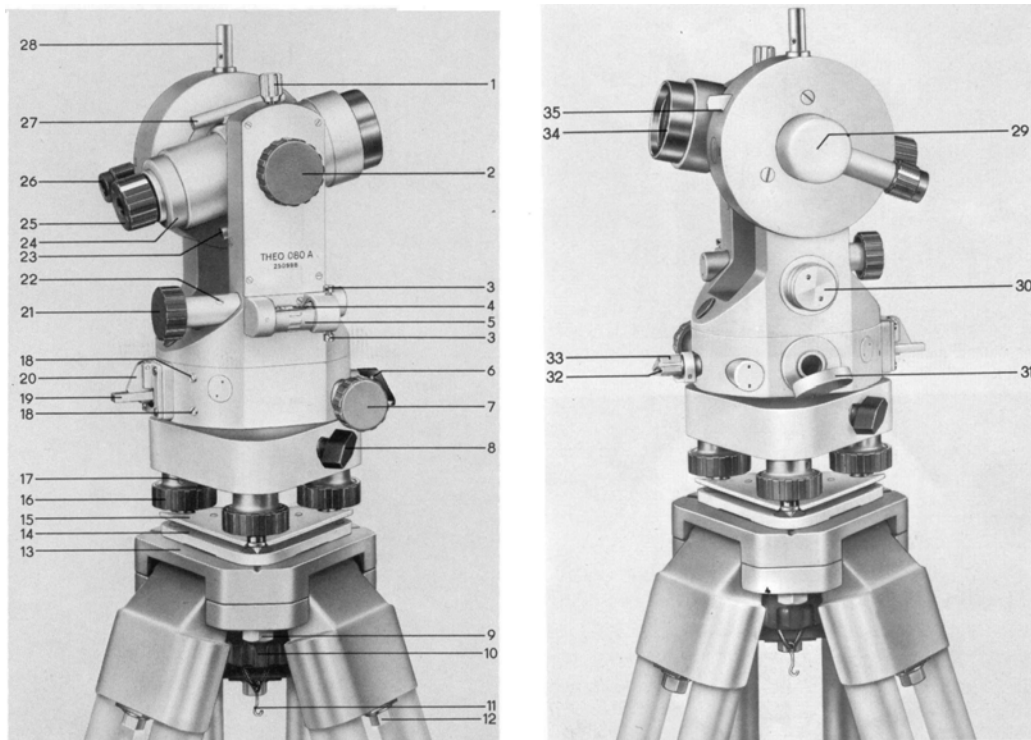


Fig. IV-35

- 1 - Parafuso de pressão do movimento vertical
- 2 - Parafuso de focalização
- 3 - Parafuso de retificação do nível de bolha

- 4 - Nível tubular
- 5 - Protetor do nível tubular - Alavanca de pressão do horizontal
- 7 - Parafuso micrométrico de chamada do movimento horizontal
- 8 - Alavanca que fixa a alidade à base
- 9 - Parafuso de regulagem do tripé
- 10 - Parafuso que prende o instrumento ao tripé
- 11 - Suporte do prumo mecânico
- 12 - Parafuso de regulagem do tripé
- 13 - Prato do tripé
- 14 - Chapa inferior do instrumento
- 15 - Chapa inferior do instrumento
- 16 - Parafuso calantes
- 17 - Parafuso de regulagem do calante
- 18 - Parafuso para retificação do aparelho
- 19 - Chaves de pressão do limbo horizontal
- 20 - Chaves de pressão do limbo horizontal
- 21 - Parafuso micrométrico de chamada do movimento vertical
- 22 - Parafuso de regulagem do anterior
- 23 - Mira de pontaria
- 24 - Suporte da ocular
- 25 - Regulagem da ocular (retículos)
- 26 - Regulagem ocular do micrômetro ótico para leitura de ângulos
- 27 - Mira de pontaria
- 28 - Suporte para bússola
- 29 - Bojo dos prismas de leitura
- 30 - Parafuso para retificação
- 31 - Espelho de iluminação do campo ótico
- 32 - Alavanca de pressão do movimento horizontal
- 33 - Alavanca de pressão do movimento horizontal
- 34 - Objetiva
- 35 - Suporte da bússola

• **WILD T1A**

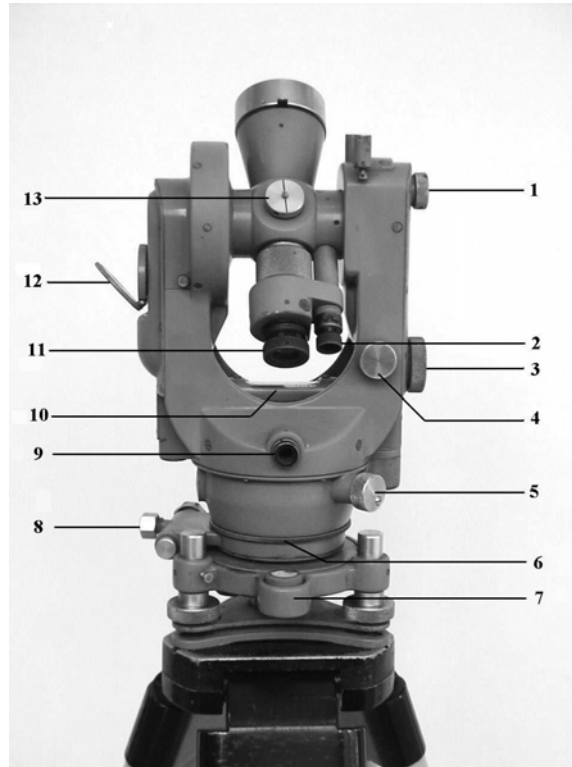


Fig. IV-36

Parafuso de pressão do movimento vertical

1. Ocular do microscópio de leitura
2. Parafuso micrométrico ótico
3. Parafuso de chamada vertical
4. Parafuso de pressão do movimento horizontal
5. Disco de movimento do limbo horizontal (para "zerar")
6. Nível de bolha esférico
7. Parafuso de pressão do movimento geral
8. Ocular do prumo ótico
9. Nível tubular
10. Regulagem da ocular
11. Espelho de iluminação dos campos óticos
12. Botão para regular a iluminação dos retículos

• THEO 020 A Zeiss

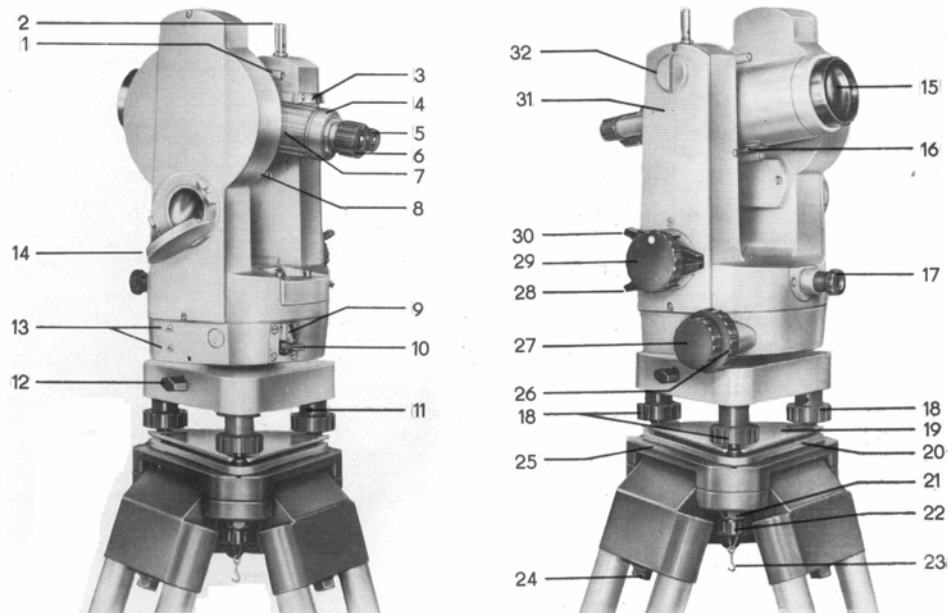


Fig. IV-37

- 1 - Mira de pontaria
- 2 - Suporte para bússola
- 3 - Suporte para bússola
- 4 - Suporte da ocular
- 5 - Regulagem ocular do micrômetro ótico para leitura de ângulos
- 6 - Regulagem da ocular (retículos)
- 7 - Regulagem do foco do objeto
- 8 - Mira de pontaria
- 9 - Chaves de pressão do limbo horizontal
- 10 - Chaves de pressão do limbo horizontal
- 11 - Parafuso de regulagem do calante
- 12 - Alavanca que fixa a alidade à base
- 13 - Parafuso para retificação do aparelho
- 14 - Espelho de iluminação do campo ótico
- 15 - Objetiva
- 16 - Suporte da mira de pontaria

- 17 - Prumo ótico
- 18 - Parafuso calantes
- 19 - Chapa inferior do instrumento
- 20 - Chapa inferior do instrumento
- 21 - Parafuso de regulação do tripé
- 22 - Parafuso que prende o instrumento ao tripé
- 23 - Suporte do prumo mecânico
- 24 - Parafuso de regulação do tripé
- 25 - Prato do tripé
- 26 - Parafuso micrométrico de chamada do movimento vertical
- 27 - Parafuso micrométrico de chamada do movimento horizontal
- 28 - Alavanca de pressão do movimento vertical
- 29 - Chave para visualização do limbo vertical
- 30 - Alavanca de pressão do movimento horizontal
- 31 - Ponto indicativo da altura do eixo que passa pelo centro da luneta e do limbo
- 32 - Tampa de acesso da regulação do suporte da bússola

• **DKM1**

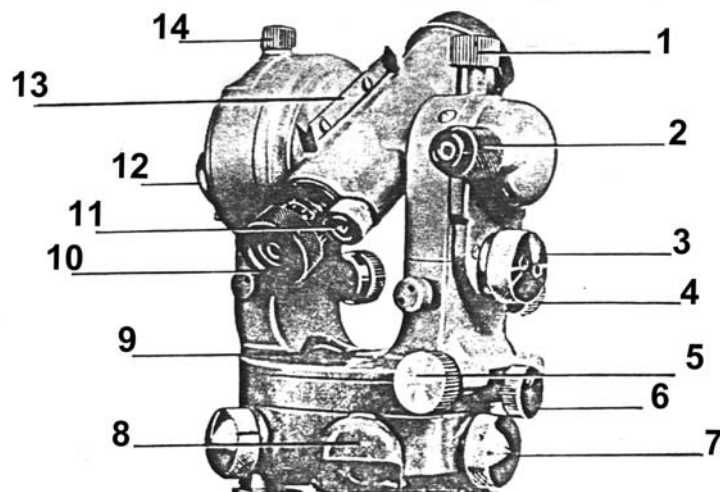


Fig. IV-38

- 1. Parafuso de pressão do movimento vertical
- 2. Ocular do microscópio de leitura
- 3. Parafuso do micrômetro ótico

4. Parafuso de coincidência vertical
5. Parafuso de coincidência horizontal
6. Parafuso de pressão do movimento horizontal
7. Calantes
8. Parafuso de movimento do limbo horizontal (para "zerar")
9. Nível tubular
10. Regulagem da ocular
11. Parafuso de focagem da luneta (s. ocular)
12. Espelho de iluminação
13. Dispositivo de pontaria
14. Prisma para observação do nível do círculo vertical

1.2 - Teodolitos eletrônicos

Os teodolitos eletrônicos são instrumentos basicamente com as mesmas características construtivas dos teodolitos já descritos, mas que permitem a medição eletrônica dos ângulos horizontal e vertical, sendo portanto mais precisos.

A medida eletrônica dos ângulos é baseada na leitura digital de um círculo codificado, realizada através de feixe de luz, e os valores medidos são apresentados diretamente em um visor de cristal líquido. (Fig. IV-39)



Fig. IV-39

A precisão do instrumento varia segundo o processo eletrônico de medição. Na leitura do círculo graduado em forma binária obtém-se uma resolução de aproximadamente 1 segundo, nesta categoria estão incluídos, por exemplo, os modelos T1010 (3'') e T1610 (1,5'') da Wild (Fig. IV-40) e o DT2 e DT6 da Sokkia (Fig. IV-41).

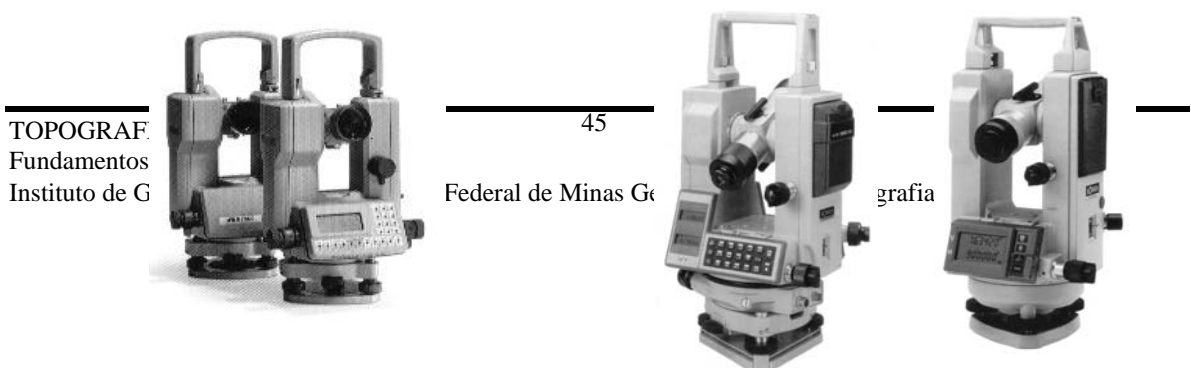


Fig. IV-40

Fig. IV-41

Já no método dinâmico, onde é utilizado um disco em rotação e a medida angular é transformada em medida de tempo, chega-se a obter uma resolução da ordem de décimos de segundos, por exemplo, os teodolitos eletrônicos T2002 e T3000 também da Wild.

Uma outra característica do teodolito eletrônico que o diferencia dos instrumentos ótico-mecânicos e aumenta ainda mais a sua precisão é a existência de um compensador eletrônico, ou seja, um dispositivo eletrônico que permite corrigir automaticamente possíveis erros de calagem do eixo vertical do aparelho. (Fig. IV-42)

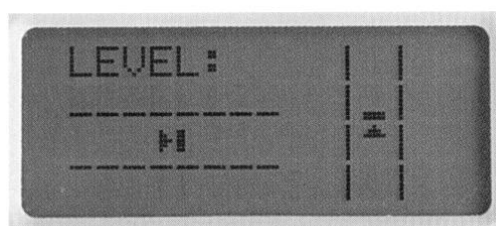


Fig. IV-42

2 - Medição do Ângulo Horizontal

Suponhamos 3 pontos A, B e C no terreno e que se deseje medir o ângulo que o alinhamento dos pontos A e B faz com o alinhamento dos pontos C e B, ou seja, o ângulo abc (Fig.IV-43). O problema se resume, pois, em medir o ângulo que o plano vertical AaBb faz com o plano BbCc.

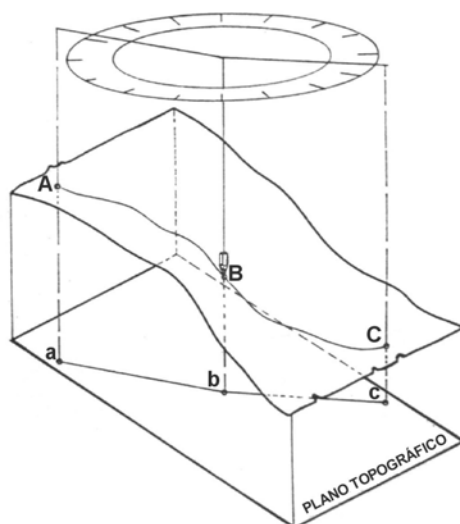


Fig. IV-43

Ora, se instalarmos o teodolito em B, isto é, coincidirmos seu eixo vertical (fio de prumo, prumo ótico) com a vertical de B, e nivelarmos seu limbo horizontal, basta visar com a luneta qualquer ponto da vertical de A para materializarmos no aparelho o plano vertical AaBb. Da mesma forma, visando qualquer ponto da vertical de C, materializamos o plano vertical BbCc.

Na 1ª visada (vertical de A) teremos materializado no limbo do teodolito o alinhamento ab e na 2ª visada (vertical de C) o alinhamento bc, já que o limbo nivelado é um plano topográfico materializado.

A explicação acima é necessária para a compreensão de como se procede para se medir o ângulo que o alinhamento de A e B faz com o alinhamento de B e C, sendo A, B e C pontos do terreno: na prática, instala-se o teodolito em B e visa-se uma baliza verticalmente em A e depois a baliza em C (Fig. IV-44).

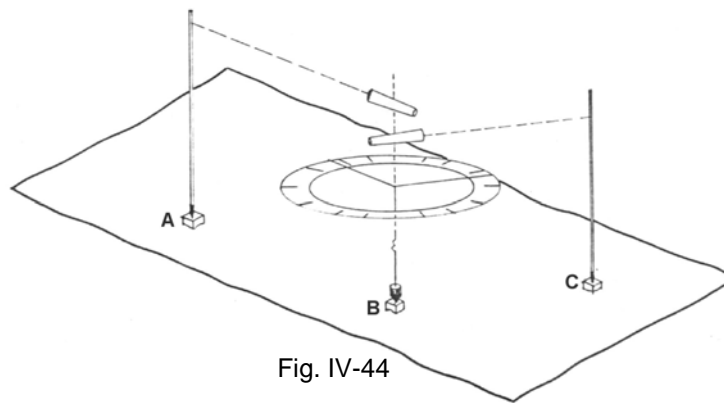
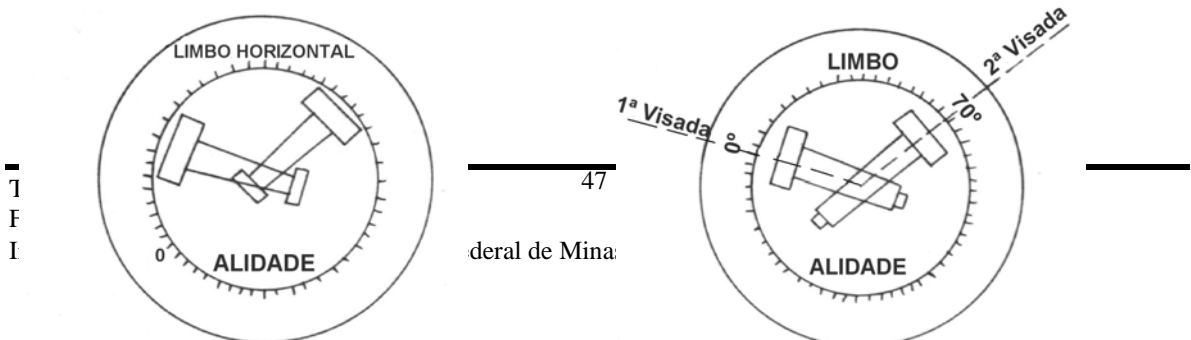


Fig. IV-44

O limbo horizontal fica fixo bastando ler o valor do arco descrito pela luneta entre a 1ª e 2ª visada. A parte interna, que gira com a luneta, se chama *alidade*.

Na realidade, para facilitar ainda mais a operação evitando a leitura de 2 valores (um valor na 1ª visada e outro na 2ª) e a conta (subtração dos 2 valores), o que se faz na prática é coincidir o “0” (zero) da graduação do limbo com a direção da 1ª visada, fixando o limbo nessa direção e girando então só a parte interna, isto é, aquela que tem a luneta, na direção da 2ª visada, bastando então anotar o valor indicado (Fig. IV-45).



—
T
F
I

— 47 —
deral de Mina:

Fig. IV-45

Esta prática, que consiste em coincidir a direção do 0 (zero) do limbo com a 1ª visada se chama "zerar" o limbo.

2.1 - Processos de Medição de Precisão

Quando se necessita maior precisão na medida de um ângulo horizontal é adequado o uso de teodolito eletrônico. No caso da utilização de teodolito ótico-mecânico, para obtenção de maior precisão na medição, é usado um dos dois processos clássicos seguintes:

a - Processo de Repetição ou de Borda

Este processo consiste em se medir várias e sucessivas vezes o mesmo ângulo AÔB (Fig. IV-46), mas tomando como origem de cada arco a extremidade da medida anterior. Assim, por exemplo, visa-se o ponto A e em seguida o ponto B, estando indicado 81°31' no limbo horizontal. Visa-se, novamente o ponto A, mas em vez de "zerar" o limbo, iniciando com 81°31', visando, em seguida o ponto B, obtendo, por exemplo, então 163°03' e assim sucessivamente. Neste processo basta dividir o ângulo acumulado final pelo número de medições.

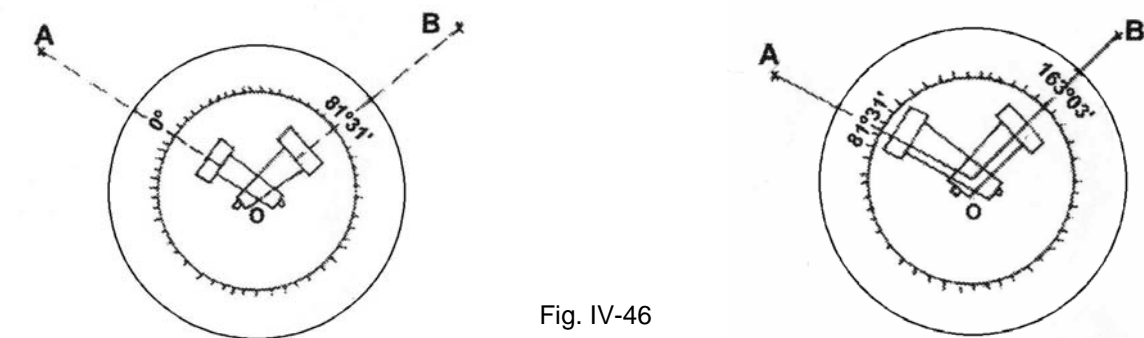


Fig. IV-46

(É preciso atenção ao fato que o limbo é graduado de 0 a 360°. Se o ângulo final ultrapassar o giro completo tem que se somar ao ângulo indicado 360° tantas vezes quantos giros efetuados).

b - Processo de Reiteração ou de Bessel

Neste processo se mede o mesmo ângulo também várias vezes mas, tomando-se origens diferentes no círculo graduado do limbo horizontal. Em outras palavras, tomam-se várias medidas independentes umas das outras, anotando-se os vários valores. O valor do ângulo será o valor da média obtida.

Teoricamente poderia se concluir que o 1º processo de repetição é mais preciso pois implica menos leituras.

No entanto esse processo sempre ocasiona o "arrastamento" do limbo, sendo o 2º, de reiteração, o preferido nas medições mais rigorosas. Daí, os teodolitos de média a alta precisão serem "reiteradores" e não "repetidores", não possuindo o parafuso do movimento geral que permite "zerar" o aparelho (Fig. IV-47).

ESQUEMA DA PARTE INFERIOR DOS TEODOLITOS

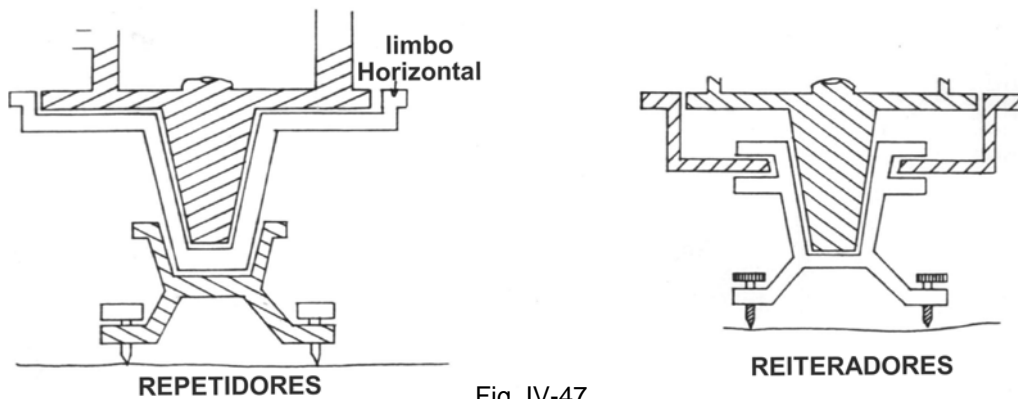


Fig. IV-47

2.2 - Precisão na Medida de Ângulos

Encerrando o que refere a Medição dos Ângulos, seriam oportunas as seguintes observações quanto à precisão das medidas.

I - Não se pode fixar um determinado valor, como no caso da medição com trena, como erro máximo tolerável. Isto vai depender, naturalmente, da finalidade da medida e, evidentemente, da precisão do teodolito empregado. É claro que a precisão que se pode admitir ao se operar com um T2 da Wild, que dá décimos de segundos, não é a mesma a se esperar numa medição com um Vasconcelos que dá aproximação de minutos.

II - Lembrando que a tangente do ângulo de $1' = 0,0003$, concluímos que o desvio para o ângulo de $1'$ a uma distância de 100 m será 0,03m ou 3 cm (Fig. IV-48). É bom que se lembre, portanto, que a imprecisão ou erro de leitura de $1'$ na medição de um ângulo acarreta esse desvio para se julgar se isso é importante ou não, em cada caso.

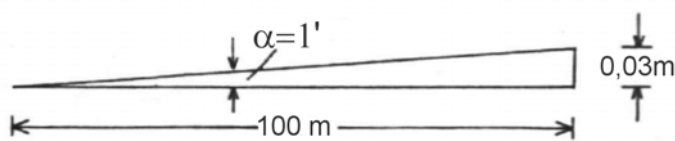


Fig. IV-48

III - Relacionamos a seguir algumas causas de erros na medição dos ângulos:

- Colocação inexata sobre o ponto (má instalação do aparelho);
- aparelho mal nivelado;
- aparelho mal assentado no terreno, isto é, os pés do tripé não estão firmes;
- exposição exagerada ao sol por falta de proteção, o que provoca variações na temperatura;
- falta de claridade para as leituras;
- refração atmosférica nas horas mais quentes do dia.

Além dessas causas, podem ocorrer falhas do operador tais como:

- focagem imperfeita (paralaxe);
- erros de leitura como por exemplo: leituras no sentido contrário do nônio.

3 - Medição do Ângulo Vertical

O limbo vertical é fixo (solidário aos montantes) e a luneta, gira juntamente com seu eixo apoiado nos referidos montantes. O ângulo vertical é medido segundo a projeção do eixo OO' da luneta no limbo vertical (Fig. IV-49). Assim, para que o ângulo medido, seja realmente vertical, é preciso que o teodolito esteja "nivelado", já que, por construção, o eixo de rotação da luneta (HH') é paralelo ao plano da base e perpendicular ao limbo vertical (Fig. IV-50). Portanto, é indispensável preliminarmente se "nivelar" o teodolito.

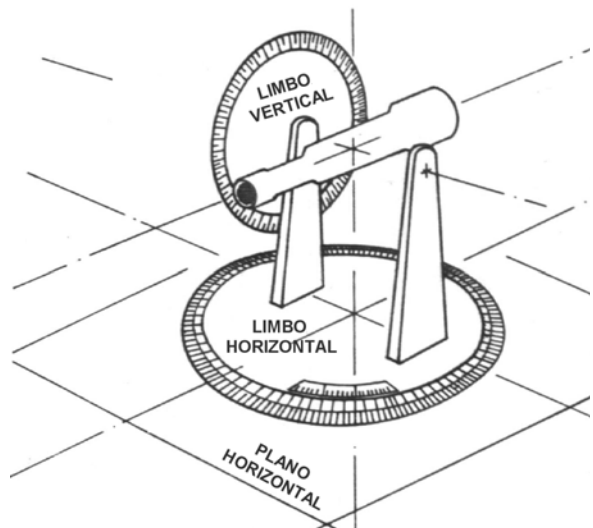
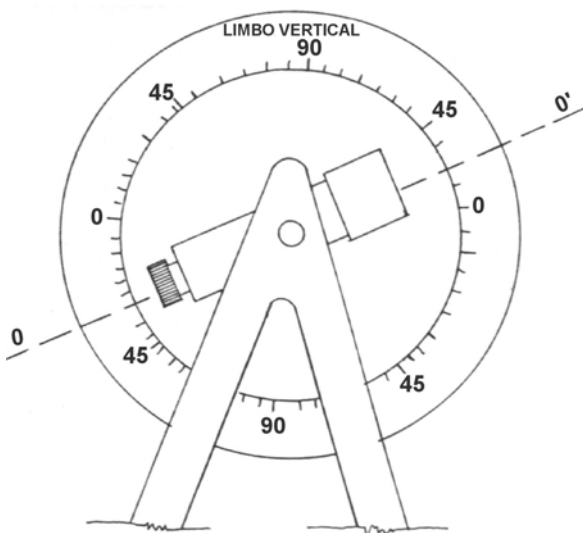


Fig. IV-49

Fig. IV-50

Os ângulos recebem nomes especiais de acordo com a origem de sua medição, ou seja, conforme posição do “0” zero do limbo, vertical superior, vertical inferior e horizontal, tem-se o tipo de ângulo vertical medido.

Os ângulos verticais medidos a partir do plano horizontal são chamados de *inclinação* e podem ser de *elevação*, arcos materializados acima do eixo horizontal, e de *depressão* arcos materializados abaixo do eixo. São chamados *zenitais* os ângulos verticais tomados a partir do zênite, ou seja, a partir da vertical superior. Já os ângulos tomados a partir do Nadir, vertical inferior, são chamados *nadirais* (Fig. IV-51).

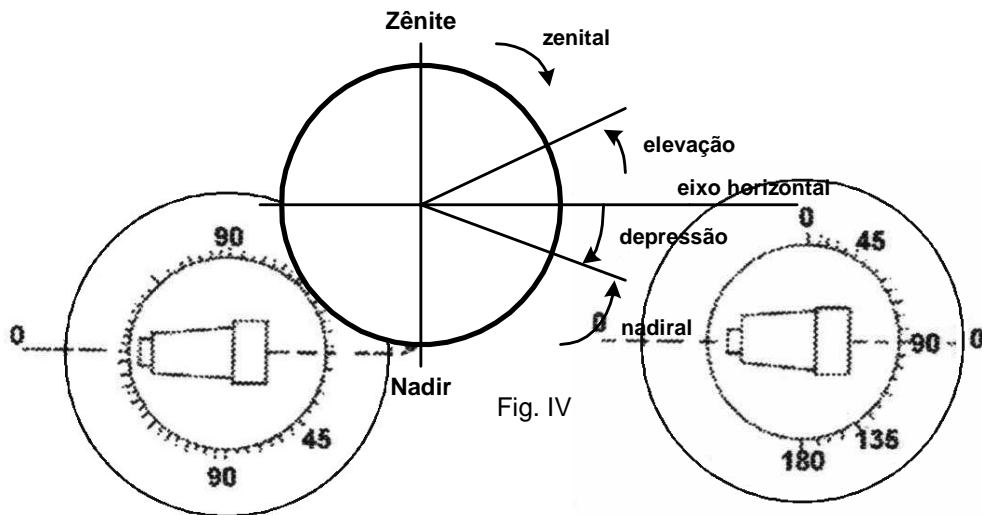


Fig. IV

É preciso atenção ao medir ângulos verticais com um teodolito no sentido de verificar como o limbo é graduado. Há aqueles que estando o eixo da luneta na horizontal o ângulo é 0° , ou seja, medir-se-ão diretamente ângulos de inclinação, enquanto outros indicam 90° nesta posição, neste caso os aparelhos são chamados zenitais (Fig. IV-52).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

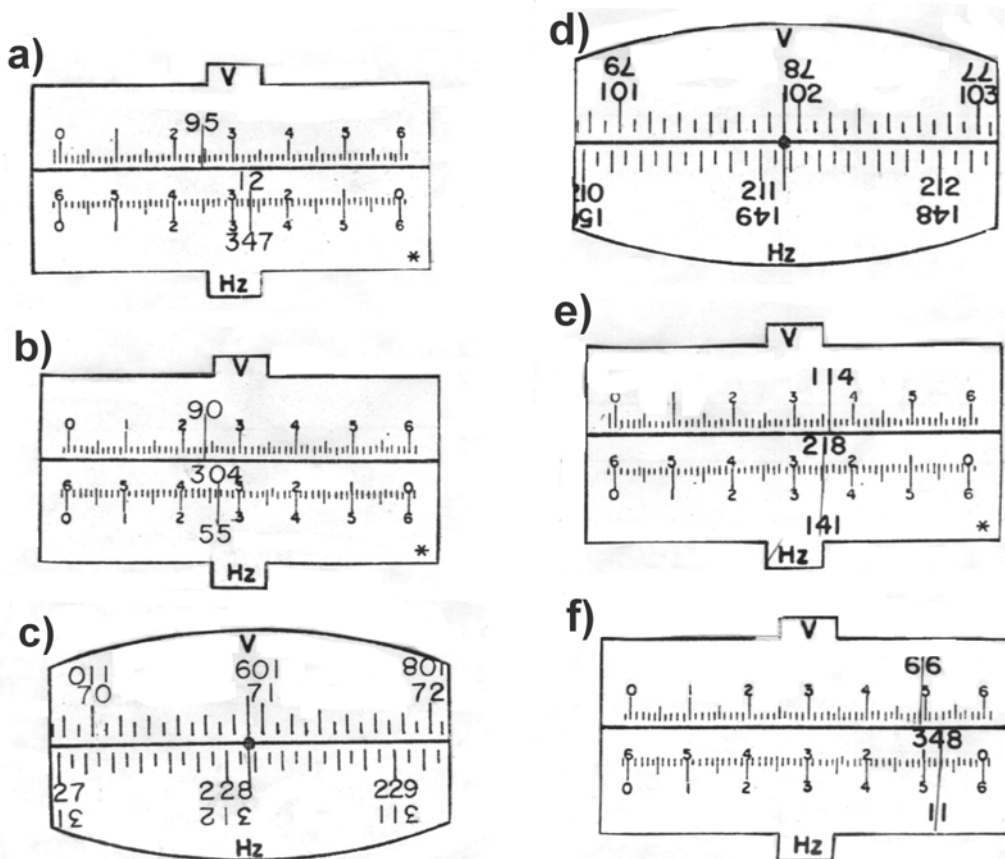
CAPÍTULO IV - Medida dos Ângulos

1. Seja um limbo graduado em meio grau e que disponha de um vernier dividido em 60 partes iguais. Qual será a aproximação dada por esse vernier?

2. Deseja-se construir o vernier do problema anterior. Qual será o comprimento do arco?

3. Seja um limbo graduado de 20' em 20' e que disponha de um vernier dividido em 20 partes iguais. Qual é a aproximação dada por esse vernier e qual o comprimento do seu arco?

4. Faça as leituras dos ângulos (horizontal e vertical) indicados nos limbos abaixo.



TOP

Fundamentos, Teoria e Prática

Instituto de Geociências da Universidade Federal de Minas Gerais, Dept°. de Cartografia

RESPOSTAS:

1)- 30"

2)- 6°

CAPÍTULO V

MEDIDA INDIRETA DAS DISTÂNCIAS

Os processos de medida indireta das distâncias são aqueles nos quais o medidor não necessita efetuar o percurso comparativo.

Podemos citar os seguintes processos:

- Estadimetria ou distanciômetro de luneta
- Distanciômetro de prisma
- Distanciômetro de ângulo paralático variável
- Distanciômetro de variações de inclinação
- Telêmetros
- Medidores eletrônicos de distância
- Posicionamento por satélites

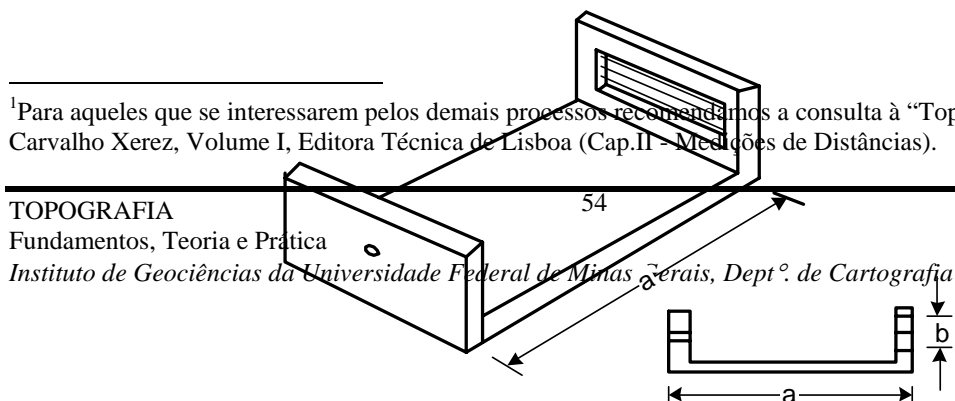
Descreveremos mais minuciosamente o primeiro processo e mais ligeiramente sobre os Medidores eletrônicos e Posicionamento por Satélites, já que estes processos são os que apresentam mais largo emprego atualmente.¹

1. Estadimetria

Cálculo da Distância Horizontal

O nome deriva da palavra "estádio", unidade antiga de medida grega.

Primitivamente, a estadia era executada por intermédio de um dispositivo simples, como o da Fig. V-1: 3 réguas ligadas em C sendo que uma das laterais possui um pequeno "orifício" oposto a uma "janela" com 3 fios horizontais equidistantes que fica na outra lateral.



¹Para aqueles que se interessarem pelos demais processos recomendamos a consulta à "Topografia Geral" de Carvalho Xerez, Volume I, Editora Técnica de Lisboa (Cap.II - Medições de Distâncias).

Fig. V-1

As 2 réguas laterais têm um afastamento = a e a distância entre os fios superior e inferior = b .

Para determinar a distância horizontal D , entre 2 pontos P e Q do terreno, bastaria ao observador se colocar na vertical de P e dirigir um raio visual perpendicular a uma régua graduada colocada, verticalmente, sobre o ponto distante Q .

O raio visual, passando pelo orifício O , iria ver sobre a régua graduada a imagem dos 3 fios horizontais. Os 2 fios extremos (superior e inferior) iriam então interceptar sobre a régua um segmento = $LM = \mathbf{l}$.

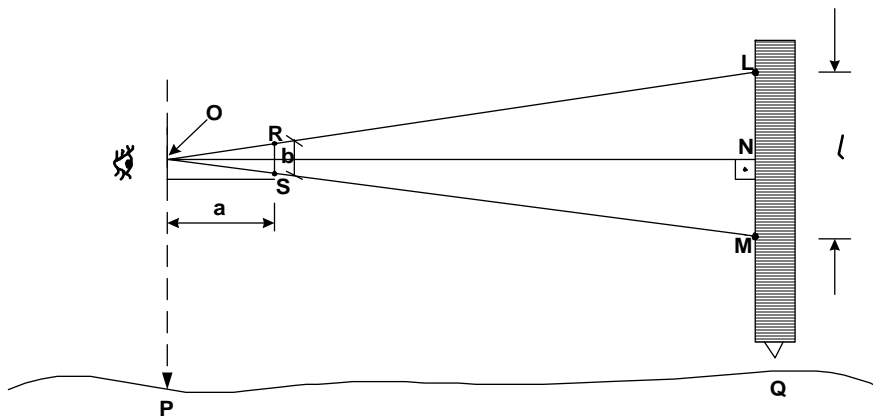


Fig. V-2

Como os triângulos OLM e OSR são semelhantes:

$$\frac{ON}{OT} = \frac{LM}{RS}$$

Logo:

$$\frac{D}{a} = \frac{\mathbf{l}}{b} \quad \text{ou} \quad D = \mathbf{l} \frac{a}{b}$$

Como a/b é uma constante do dispositivo igual a g , tem-se: $D = g \cdot \mathbf{l}$

Assim, para se calcular a distância entre 2 pontos, bastaria multiplicar a constante g pelo segmento interceptado na régua graduada no ponto distante (segmento entre as imagens dos 2 fios extremos).

O dispositivo descrito se chama *estadia simples*, é de construção primitiva e aproximação grosseira: pode-se imaginar a dificuldade de leitura na régua graduada depois de certa distância. A própria espessura dos fios cobre uma boa parte na imagem da régua distante.

As régua graduadas que são colocadas nos pontos distantes são chamadas de *miras falantes* ou simplesmente de *miras*. Podem ser diretas ou invertidas, conforme a imagem que se avista nas lunetas seja uma imagem direta ou invertida (isto é, o sistema óptico da luneta seja terrestre ou astronômico, como já se aludiu). Em ambos os casos, a subdivisão das miras é a mesma, apenas nas miras invertidas os algarismos são pintados invertidos para a imagem ser vista direta. As miras mais comuns têm 4 metros de comprimento, divididas em 3 partes, sendo as 2 superiores escamoteáveis.

O princípio da estadia serviu de base para os modernos *estadímetros de luneta*. Os fabricantes de teodolito perceberam que poderiam aproveitar a ampliação proporcionada pelas lunetas (até 30 vezes) com a finalidade de efetuar medidas indiretas de distâncias. Colocando-se no interior de uma luneta num plano perpendicular ao seu eixo óptico, 2 fios fixos horizontais, a imagem desses fios seria vista superposta à imagem da mira, colocada verticalmente sobre um ponto distante. Neste caso, poder-se-ia calcular a distância horizontal D entre o ponto de instalação do teodolito e o ponto distante onde fora colocada a mira, desde que o ponto de instalação do teodolito (vertical) coincidisse com o vértice O do triângulo estadimétrico OLM .

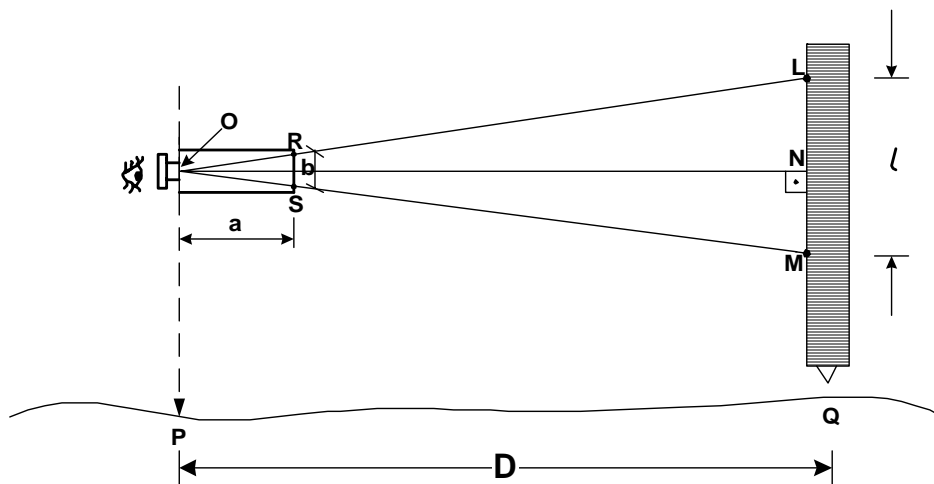


Fig. V-3

Isto foi conseguido acrescentando-se ao disco anular que já continha os 2 retículos (horizontal e vertical), mais 2 fios horizontais e equidistantes do retículo horizontal, chamados fios estadimétricos superior e inferior (Fig. V-4).

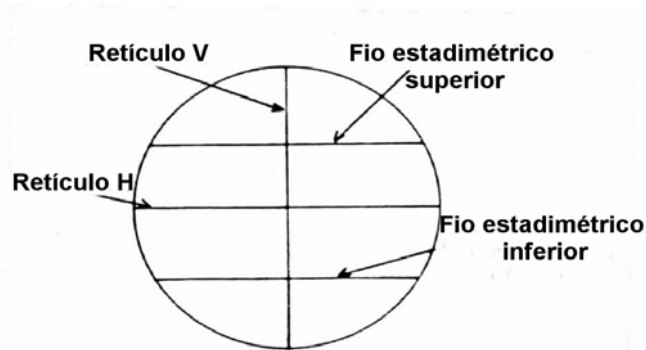


Fig. V-4

Os construtores de teodolitos, para maior facilidade de cálculo, chegaram a colocar 2 pares de fios estadimétricos, sendo que para os mais próximos do retículo horizontal a relação a/b , conhecida como número gerador “g” é igual a 100 e para os 2 mais afastados g é igual a 50 (Fig. V-5).

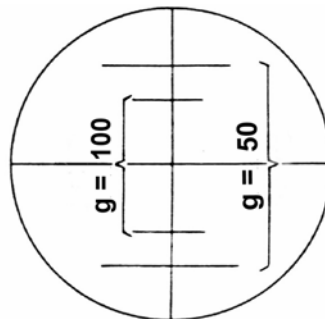


Fig. V-5

Acontecia, contudo, que se os fios estadimétricos estivessem colocados no mesmo plano dos retículos, o vértice do triângulo estadimétrico não coincidiria com a vertical do aparelho.

Além disso, nos aparelhos antigos a posição do vértice do triângulo estadimétrico, era variável, já que o foco do sistema óptico variava com a distância do objeto visado (lunetas aláticas, isto é, variáveis) como na Fig. V-6.

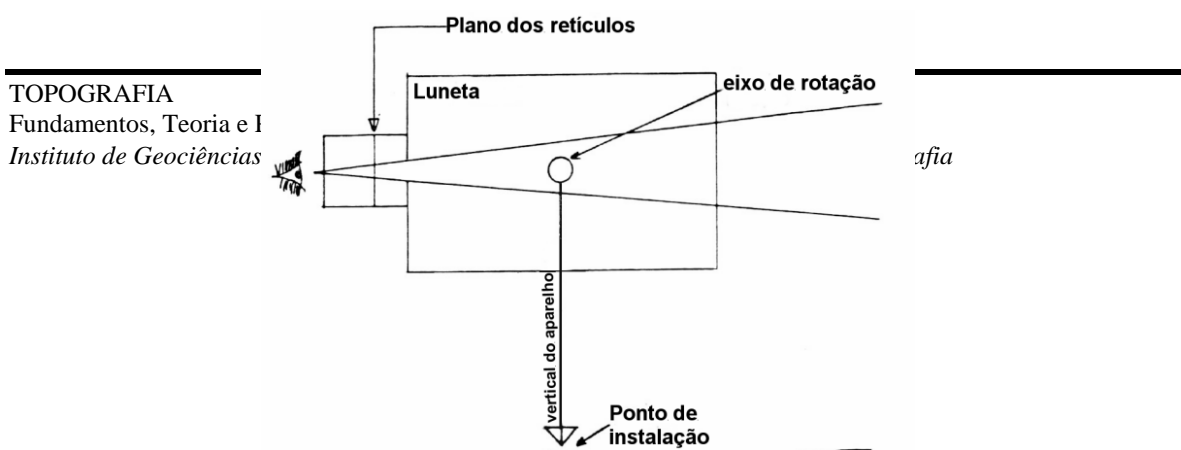
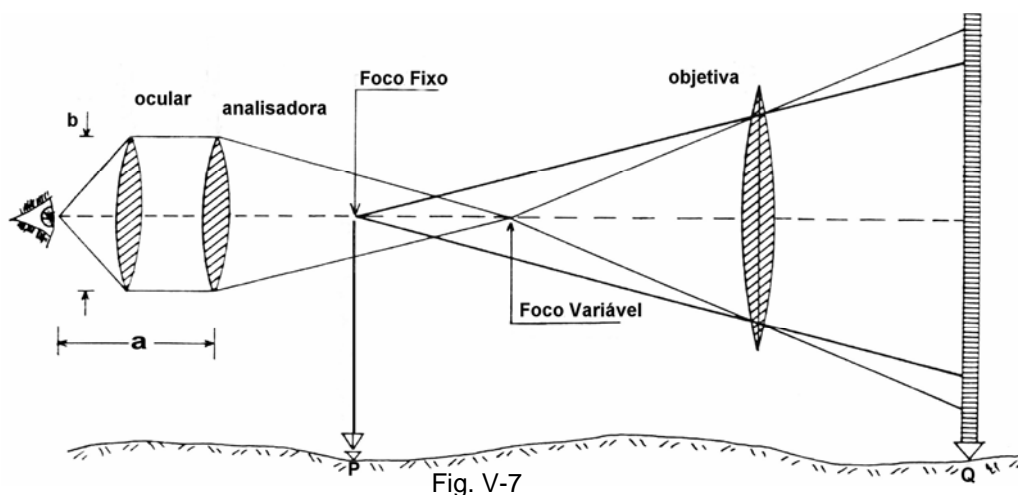


Fig. V-6

Isto foi contornado nas lunetas modernas com a inclusão de mais uma lente, chamada analisadora, graças à qual, a posição do foco do sistema passou a ser fixo, imutável: tais lunetas são chamadas por isso de analíticas, imutáveis (Fig. V-7).



Desta forma, os fios stadimétricos são colocados, juntamente com os retículos, no sistema ocular e, o foco fixo, (centro de analatismo), coincide com a vertical do teodolito, que passa pelo ponto de instalação. Neste caso, com o raio visual incidindo perpendicularmente na mira, a distância que se calcula é, realmente a distância D horizontal entre o ponto de instalação do teodolito e o ponto distante.

O valor dessa distância é $D = \mathbf{l}g$ (como deduzido anteriormente), sendo \mathbf{l} o valor do segmento interceptado na mira pela imagem dos fios stadimétricos e $g = 100$ ou 50 .

Observamos, contudo, que deduzimos o valor da distância para o caso do raio visual ou eixo ótico incidir perpendicularmente à régua no ponto distante (Fig. V-8).

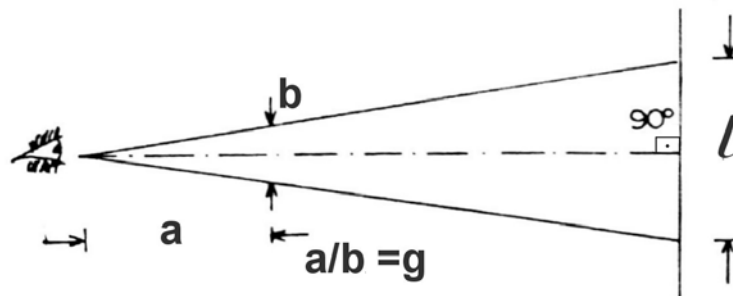


Fig. V-8

Vejam agora o caso geral, isto é, para o eixo ótico incidir com qualquer ângulo sobre a mira distante. Suponhamos que se deseje medir a distância horizontal D entre os pontos P e Q do terreno (Fig. V-9). Instalamos o teodolito com seu eixo vertical (prumo) coincidindo com o ponto P e visamos a régua graduada colocada verticalmente no ponto distante Q . O eixo de colimação da luneta faz um ângulo α qualquer com a horizontal.

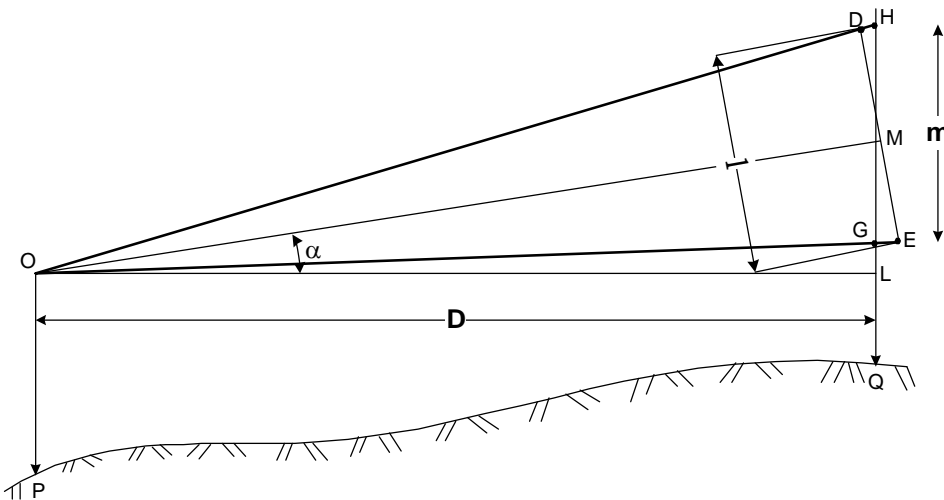


Fig. V-9

Seja $HG = m$, o segmento interceptado na régua pelos fios estadiométricos. Tirando-se do ponto M , centro de HG , a perpendicular ao eixo de colimação OM , teremos que DE seria o valor interceptado na régua se esta estivesse perpendicular ao eixo de colimação. Isto é, se

inclinássemos a régua até que ela ficasse perpendicular ao eixo OM, o segmento interceptado seria $DE = l$.

Pretende-se calcular $D = OL$, sendo $OL = OM \cos \alpha$

Ora, já havíamos calculado a distância no caso do eixo incidir perpendicularmente. Assim sabemos que:

$$OM = lg,$$

Sendo: $g =$ constante do aparelho a/b

$$l = \text{segmento interceptado} = DE$$

Logo,

$$D = OL = OM \cos \alpha = lg \cos \alpha = DE g \cos \alpha = (DM + ME)g \cos \alpha \quad (1)$$

Ora, nos triângulos HDM e GEM, DM e ME são muito pequenos em relação a OD e OG, respectivamente, então podemos considerar estes triângulos retângulos em D e E, respectivamente (os ângulos HMD e GME são iguais a alfa por terem os lados respectivamente perpendiculares).

$$\text{Então: } DM = HM \cos \alpha$$

$$ME = GM \cos \alpha$$

$$\text{Somando: } DM + ME = (HM + GM) \cos \alpha$$

$$\text{Levando em (1): } D = (HM + GM) \cos \alpha g \cos \alpha = (HM + GM) g \cos^2 \alpha$$

Chamando, $HM + GM = HG$ de m segmento interceptado na régua entre os fios superior e inferior, temos, finalmente:

$$D = mg \cos^2 \alpha$$

Esta é a fórmula estadimétrica para a determinação da distância horizontal entre 2 pontos.

"Alfa" é o ângulo de inclinação do eixo da luneta em relação à horizontal. Quando a luneta estiver voltada para cima, por convenção, "alfa" é positivo, e para baixo negativo. Geralmente, os limbos verticais dos teodolitos tem o zero na vertical superior (Zênite) e indicam, o ângulo Zenital "Z". Quando este é menor do que 90° então "alfa" é positivo, do contrário "alfa" será negativo (Fig. V-10).

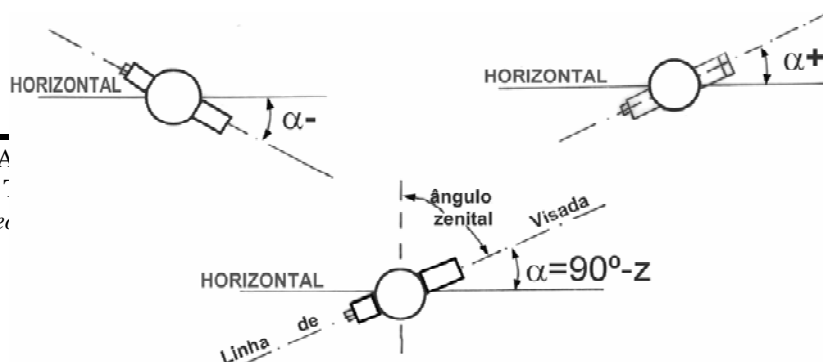


Fig. V-10

Pode-se utilizar diretamente o ângulo vertical lido “Z”, evitando o cálculo de “ α ”. Substituindo “ α ” por “Z” a fórmula da distância D será:

$$D = mg$$

Pode-se também substituir: $m = FS - FI$ e $g = 100$, tem-se então:

$$D = 100(FS - FI) \text{sen}^2 Z$$

Cálculo da Distância Vertical

Seja determinar a distância vertical entre os pontos P e Q do terreno, conforme corte esquemático da Fig. V-11:

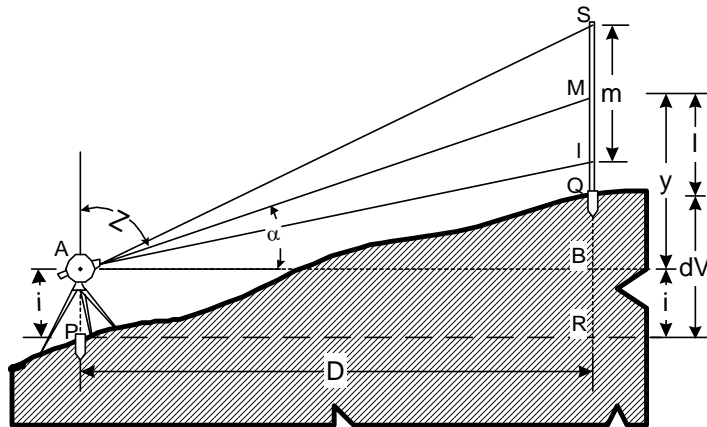


Fig. V-11

Chamemos:

- $AP = BR = i =$ distância do eixo de rotação da luneta ao ponto P, chamado também de "altura do instrumento";

- $SI = m =$ segmento interceptado pela imagem dos fios estadiométricos sobre a mira colocada em Q (Fio Superior - Fio Inferior);
- $MQ = \mathbf{l} =$ distância que vai do Fio Médio (ou retículo horizontal) ao ponto Q, chamado de "leitura do Fio Médio";
- $D =$ distância horizontal entre P e Q = $PR = D = mg \cos^2 \alpha$ ou $D = mg \sin^2 Z$;
- $dv =$ distância vertical entre P e Q = $QR = MB + BR - MQ$.

Substituindo: BR e MQ

Tem-se: $dv = MB + i - \mathbf{l}$

Do triângulo ABM tem-se: $MB = AB \operatorname{tg} \alpha$

Como, $AB = PR = D = mg \cos^2 \alpha$

Logo, $MB = mg \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha$

Levando em (1): $dv = mg \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha + i - \mathbf{l}$

$$dv = mg \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + i - \mathbf{l}$$

$$dv = mg \frac{\operatorname{sen} 2 \alpha}{2} + i - \mathbf{l}$$

A fórmula final da distância vertical entre dois pontos, deduzida acima pode também ser escrita de outras formas:

$$dv = mg \frac{\operatorname{sen} 2Z}{2} + i - \mathbf{l}$$

$$dv = D \frac{1}{\operatorname{tg} Z} + i - \mathbf{l}$$

$$dv = 50 (FS - FI) \operatorname{sen} 2\alpha + i - FM$$

$$dv = D \operatorname{cotg} Z + i - \mathbf{l}$$

$$dv = 50 (FS - FI) \operatorname{sen} 2Z + i - FM$$

$$dv = D \operatorname{tg} \alpha + i - \mathbf{l}$$

Observações:

1. O sinal que se obtiver, no final, para dv , indicará a posição do ponto visado (Q) em relação ao ponto de instalação do aparelho (P). Assim, um dv positivo indica que o ponto visado está acima do ponto de instalação, da mesma forma que sendo o dv negativo o ponto visado está abaixo do de instalação (Fig. V-12).

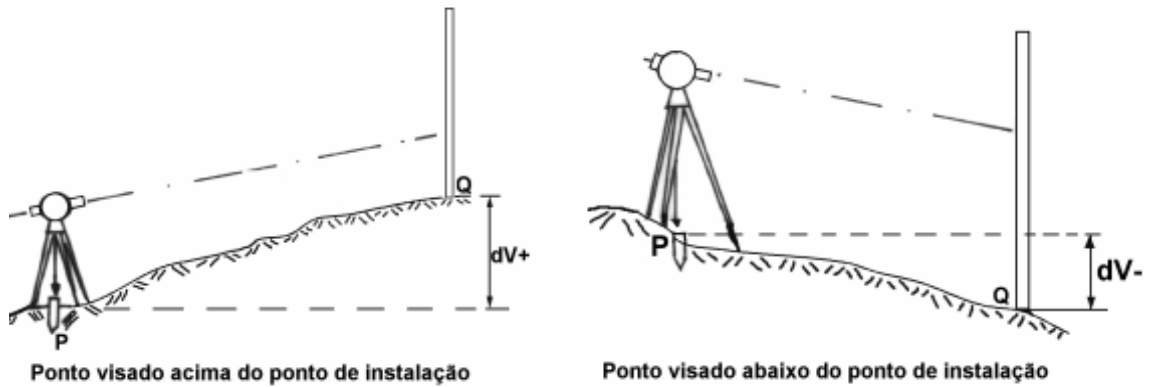


Fig. V-12

2. Normalmente, quando alfa é positivo a expressão dv , será positiva. Isto, contudo, não é regra geral, pois em terrenos de fraca declividade ao se mirar um ponto muito alto na mira pode acontecer do sinal de dv ser contrário ao de alfa. Não se deve intuir, portanto, que o ponto visado esteja acima ou abaixo apenas pela observação de alfa, somente o sinal de dv indicará isso (Fig. V-13).

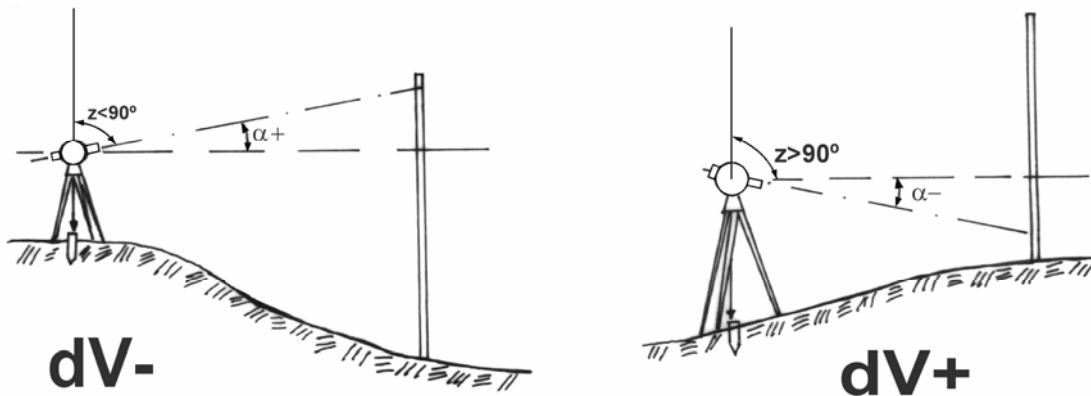


Fig. V-13

3. Alguns topógrafos usam visar um ponto na mira (Fio médio) igual à altura do instrumento. Isto permite se igualar "l" a "i" e a fórmula para o cálculo de dv passa a ser:

$$dv = mg \frac{\text{sen}2 \alpha}{2}$$

ou

$$dv = mg \frac{\text{sen}2 Z}{2}$$

Julgamos, contudo, ser melhor fazer coincidir o fio inferior com uma leitura inteira, sendo a leitura do fio médio usada como conferência, já que esta deve ser a média aritmética das 2 outras leituras.

Leitura de Mira

As miras são graduadas em metros, decímetros e centímetros. Há algarismos para identificação do valor em metro e decímetro. Os centímetros são assinalados por divisões pintadas alternadamente em preto e branco ou vermelho e branco, sem numeração. Os milímetros são avaliados por estima visual.

Observe na Fig. V-14 que não há diferença entre as graduações das miras direta e invertida, apenas os algarismos da mira invertida são pintados de cabeça para baixo para se ter na imagem posição correta.

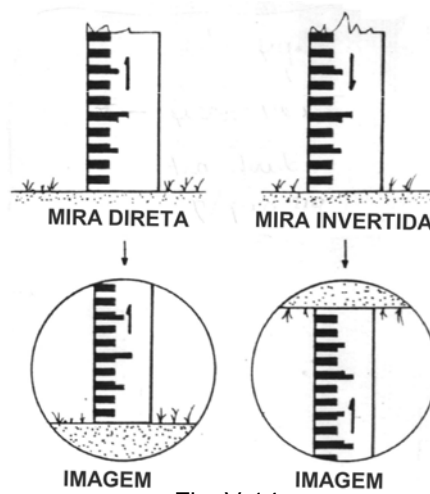


Fig. V-14

Existem duas formas mais comuns de se assinalar as graduações e os algarismos na mira, elas são apresentadas na Fig. V-15. Observe que, na mira A, a metragem vem expressa em algarismo, já na mira B, o valor em metros inteiro (1m, 2m, 3m) é assinalado por algarismos romanos, e a identificação da metragem, nos valores intermediários, é feita através do número de bolinhas colocadas acima do algarismo que assinala os decímetros (1 bolinha = 1 metro, 2 bolinhas = 2 metros, etc.)

Note também que, a marcação do decímetro inteiro na mira A é feita faceando a divisão colorida por baixo. Há, inclusive, um traço fazendo esta indicação. Assim, quando o fio cair sobre uma divisão colorida a leitura dos centímetros será um número par. Na mira B, quando a leitura for em decímetro inteiro, o fio estará faceando uma divisão colorida por cima. Para identificação, esta divisão colorida é maior do que as demais e com uma quebra por baixo o que deixa a parte de cima maior. Neste tipo de mira então, ocorre o oposto, quando o fio estiver sobre uma divisão colorida o valor em centímetros será um número ímpar.

Para esclarecer melhor estas diferenças, na Fig. V-15, são indicados os valores correspondentes a várias leituras nos dois tipos de mira.

Na estadimetria dever-se-á efetuar a leitura não só dos fios superior e inferior (cuja diferença nos dará o valor de m da fórmula) como também o valor do fio médio: este valor servirá de conferência da leitura dos 2 anteriores já que é a média aritmética de ambos.

É prática na leitura estadimétrica fazer coincidir o fio inferior com um divisão inteira (1,000 m; 1,200; 1,500; etc.) para maior facilidade de leitura: neste caso será necessário se avaliar somente o fio superior. No caso de luneta com a imagem invertida, coincide-se o fio superior com a divisão inteira.

Na Fig. V-16 são apresentados mais exemplos de leituras de mira para determinação da distância horizontal e vertical na estadimetria.

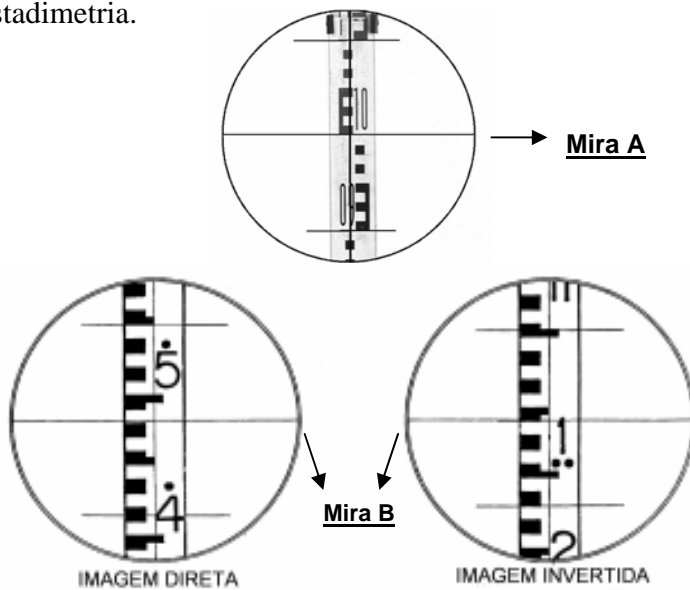


Fig. V-16

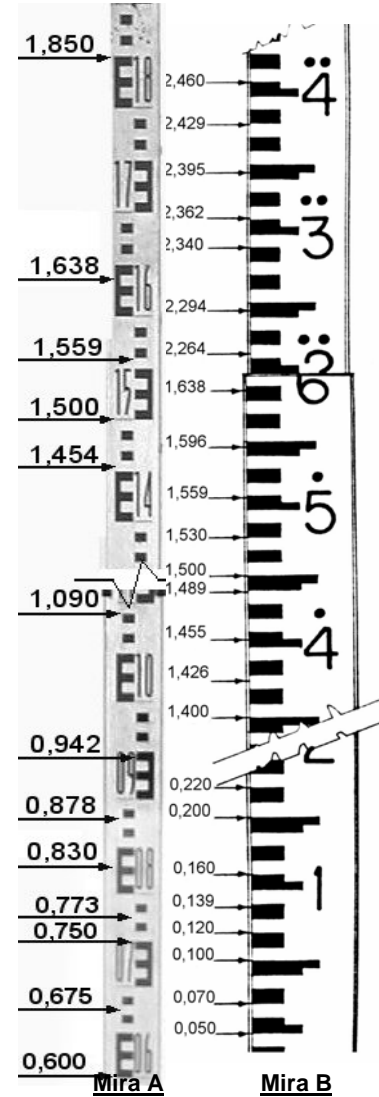


Fig. V-15

Interpretação da Fig. V-16:

Mira B		Mira A
Fio Superior = 1,550	Fio Inferior = 2,220	Fio Superior = 1,100
Fio Inferior = 1,414	Fio Superior = 2,096	Fio Inferior = 0,900

Diferença = 0,136 m	Diferença = 0,124 m	Diferença = 0,200
Fio Médio = 1,482	Fio Médio = 2,158	Fio Médio = 1,000

Observações ao uso da mira na estadiometria:

a - As fórmulas deduzidas, para cálculo das distâncias, referem-se à mira colocada *verticalmente* sobre o ponto distante, sendo \underline{m} o segmento interceptado entre os fios estadiométricos (Fig. V-17). A rigorosa verticalidade da mira pode ser conseguida adaptando-se à mesma um nível esférico de bolha.

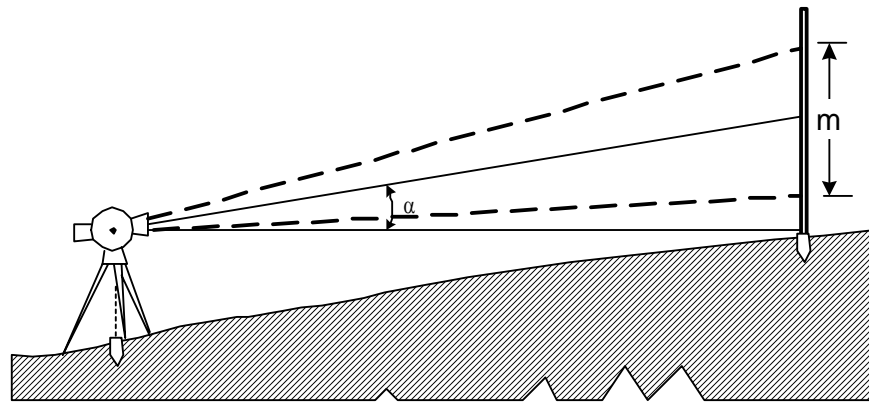
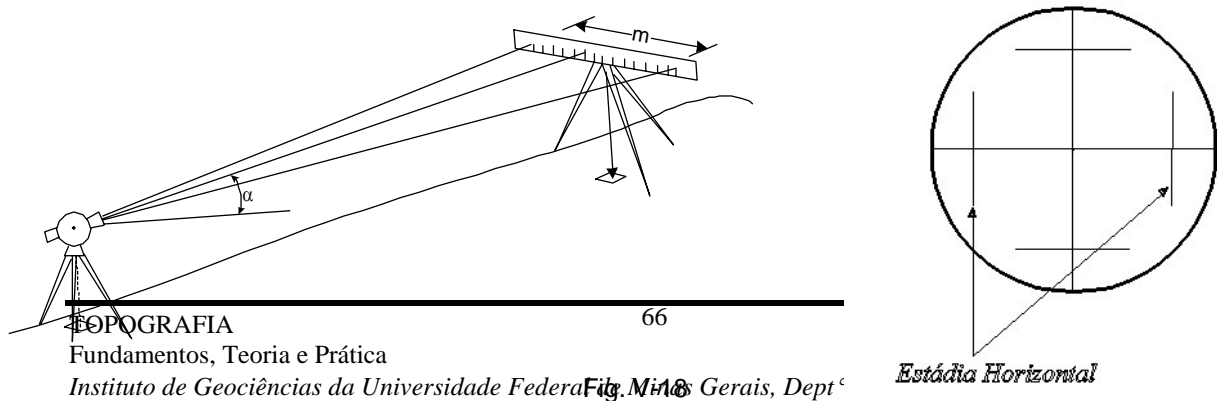


Fig. V-17

b - Com menor frequência usa-se também a mira na posição horizontal e normal ao eixo de colimação da luneta, o que é conseguido por meio de um visor no centro da mira. No caso da mira horizontal a fórmula da estadiometria será $D = mg \cos \alpha$, sendo \underline{m} ainda o segmento interceptado na mira pelos 2 fios estadiométricos "horizontais", isto é, colocados equidistantes do fio vertical (Fig. V-18). Este é o motivo, aliás, dos teodolitos terem fios estadiométricos no sentido vertical e horizontal.



c - Em alguns países usa-se também a estadiometria com a mira inclinada de tal modo que o eixo da luneta seja perpendicular à mira. Neste caso, a fórmula seria $D = mg \cos \alpha$. Esta prática obriga a uma correção, pois o que se mede, na realidade, não é a distância horizontal entre P e Q e sim entre P e Q' (Fig. V-19).

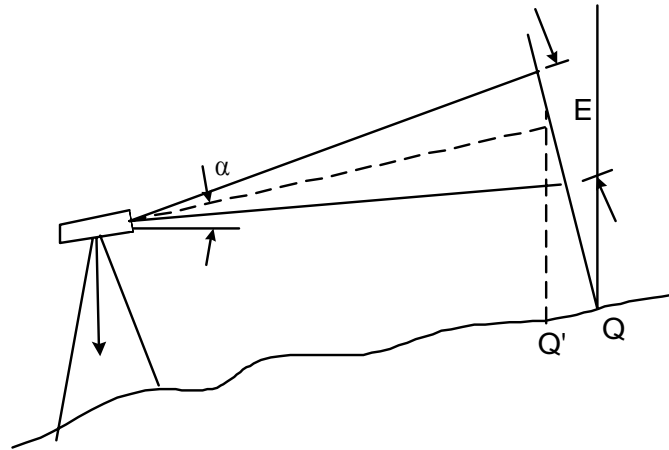


Fig. V-19

d - Para medidas de grande precisão e pequenas distâncias pode-se usar a *estadia de ínvar*, a qual consiste em se visar no ponto distante uma barra horizontal de ínvar de 2 m (Fig. V-20).

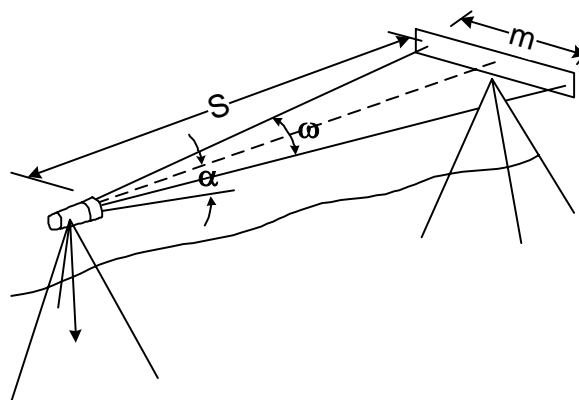


Fig. V-20
Fig. V-20

A barra é observada através de um teodolito com precisão de segundos, com o qual se mede os ângulos α e ω .

A distância reduzida será: $D = S \cos \alpha$

Sendo:

S = distância da normal à barra de ínvar = $m/2 \cotg(\omega/2)$

α = ângulo de inclinação do eixo da luneta em relação à horizontal.

Erros e Precisão da estadimetria

Os erros mais comuns na estadimetria são provenientes de:

- a- Erro de centragem (prumo do aparelho não coincidente com o ponto) e nivelamento do teodolito;
- b- Erro de leitura ou de falta de precisão na leitura. Não se aludindo a erros grosseiros de confusão da graduação, observe-se que a diferença de avaliação de 1 mm na estima visual ocasiona uma diferença de 10 cm no cálculo da distância, já que o valor apreciado (mm) é multiplicado por 100 (no caso de $g = 100$). Ora, é perfeitamente possível a diferença de 1mm na avaliação por estima visual;
- c- Erro de paralaxe, decorrente da focalização imperfeita;
- d- Erro de refração, decorrente do aquecimento ou resfriamento das camadas de ar rentes ao solo e que desviam o raio visual. Daí ser sempre aconselhável se evitar as horas mais quentes do dia ou se visar um ponto mais elevado da mira. Más é preciso, neste caso se evitar o erro seguinte;
- e- Erro de trepidação da mira devido a ventos ou mesmo do auxiliar que a maneja. Neste caso, quanto mais elevado o ponto visado maior a variação;
- f- Falta de verticalidade da mira na estadia vertical, ou falta de perpendicularidade na estadia horizontal. No caso da estadia vertical, como já assinalamos, esta deficiência pode ser sanada com o uso de um nível de bolha acoplado à mira.

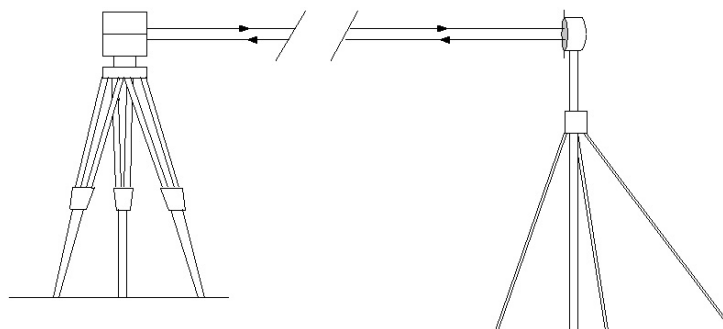
De todas estas causas se depreende que a estadimetria é sujeita a muitos erros, alguns difíceis ou quase impossíveis de se evitar. Daí se estimar que o erro médio, em condições normais, é da ordem de 0,25%, isto é 25 cm em 100 metros.

Pelo exposto, a estadimetria não é recomendável para distâncias maiores que 200 metros.

2- Medidores Eletrônicos de Distâncias

O aparecimento dos medidores eletrônicos de distâncias, além de facilitar as medições e torná-las rápidas, proporcionou, principalmente, um aumento significativo na sua precisão.

O princípio de funcionamento de um medidor eletrônico de distâncias é baseado na emissão e recepção de sinais luminosos ou de microondas que atingem um anteparo ou refletor instalado no outro extremo (Fig. V-21). A distância entre o emissor/receptor e o anteparo/refletor (metade do percurso feito pela onda) é calculada, automaticamente, pelo aparelho levando em consideração o tempo, comprimento da onda, a frequência e a



velocidade de sua propagação.

2.1- Trena eletrônica

É o mais simples e menos preciso deles, funciona com emissão e recepção de pulsações ultrassônicas, feixe de luz infravermelho ou laser. A distância calculada como já explicado, em função do tempo que o sinal emitido leva para atingir o alvo, ser refletido e recebido de volta sendo que sua frequência e comprimento de onda são conhecidos pelo dispositivo, é apresentada num visor de cristal líquido.

O alcance depende do modelo. Normalmente para distâncias superiores a 50 metros, é necessário um alvo eletrônico como refletor para correta devolução do sinal.

Algumas trenas eletrônicas processam também cálculos como áreas e volumes, por exemplo. A Fig. V-22 mostra uma trena da Leica modelo Disto Pro, laser, com teclado alfa-numérico, funções de calculadora, capacidade de armazenar texto (atributos) junto aos valores medidos e saída para conexão com PC, a precisão é de $\pm 1,5\text{mm}$.



Fig. V-22

Estes instrumentos se adequam mais a medição de distâncias internas de edificações, pela existência natural do anteparo para reflexão e pelas dimensões, normalmente, não muito grandes.

2.2- Distanciômetro Eletrônico

É um equipamento para medição, exclusivamente, de distâncias.

O primeiro distanciômetro eletrônico foi desenvolvido pelo sueco E. Bergstrand e surgiu em 1943, mas só passou a ser comercializado a partir de 1950 com o nome de Geodimeter NASM-2. Atualmente, existem no mercado uma grande variedade de equipamentos deste tipo, sendo que a precisão e o alcance variam de acordo com o modelo.

O distanciômetro, usado normalmente acoplado a um teodolito (Fig. V-23), emite um sinal que deve ser refletido na mesma direção em que foi recebido. A determinação das distâncias (horizontal, vertical e inclinada) é feita em poucos segundos e os valores são apresentados no visor. Até bem pouco tempo para reflexão do sinal era, necessariamente, usado um prisma, mas, a mais recente inovação, são os distanciômetros eletrônicos que operam sem unidade refletora.



Fig. V-23

O prisma é um espelho circular, de faces cúbicas utilizado acoplado a uma haste de metal graduada e de altura ajustável. A haste deve ser posicionada exatamente na vertical, o que pode ser conseguido com auxílio de um nível de bolha circular e, se necessário, um bipé. Para trabalhos de maior precisão a haste deverá ser substituída por um tripé com prumo ótico ou laser. O alcance do equipamento pode ser aumentado com a utilização de um conjunto de prismas no lugar de um único. A Fig. V-24 a seguir apresenta estes acessórios.

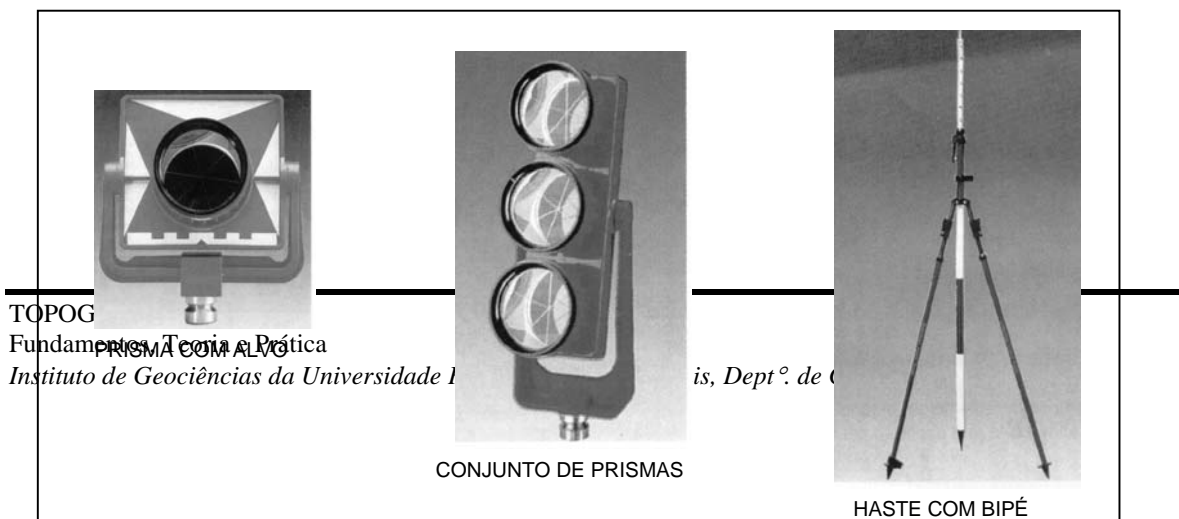


Fig. V-24

O distanciômetro eletrônico modelo DI3000s da Leica (Fig. V-25), por exemplo, tem alcance entre 500m e 20.000m, dependendo do número de prismas utilizados para reflexão do sinal e das condições atmosféricas.



Fig. V-25

2.3- Estação Total

A combinação do teodolito e do distanciômetro eletrônicos, em um único aparelho, acrescido de um microprocessador que monitora automaticamente seu funcionamento, é o que se denominou Estação Total. Assim, as estações totais medem eletronicamente ângulos e distâncias (infravermelho), mantendo as características de funcionamento e precisão do teodolitos e distanciômetros eletrônicos, com a facilidade de serem operadas em um controle único (Fig. V-26). Além disso, processam e disponibilizam no visor outras informações como: condições de nivelamento e altura do aparelho, número, altitude, coordenadas UTM ou geográficas dos pontos medidos.



Fig. V-26

Os valores obtidos no levantamento podem ser anotados em cadernetas de campo convencionais, armazenados em coletores de dados ou, ainda, armazenados em módulos específicos incorporados ao próprio aparelho.

O coletor de dados, também chamado de caderneta eletrônica (Fig. V-27), é um dispositivo adicional que pode ser usado com teodolitos convencionais (os dados são inseridos manualmente no teclado), acoplado a teodolitos ou a um distanciômetro eletrônico ou, ainda, a estações totais, caso o modelo não tenha internamente um módulo próprio.



Fig. V-27

Os coletores de dados são, na verdade, pequenos computadores capazes de operar programas aplicativos, guardar e processar as informações do levantamento de campo e, atualmente, chegam a ter 2 Mb de memória. Posteriormente, as informações são descarregadas em um computador através de cabos

Quando a estação total possui o coletor integrado, seu próprio teclado tem, também, a função do controle de registro de dados. Conforme o modelo, os dados são transferidos conectando-se a própria estação total ao computador ou são gravados em módulo removível ou cartão especial (tipo PCMCIA), através dos quais são transferidos para o computador.

2.4- Nível Digital

O nível é instrumento para medição de distâncias, sendo basicamente utilizado para distâncias verticais ou diferenças de nível.

O primeiro nível digital, ou eletrônico, foi lançado no mercado em 1990. Este tipo de instrumento não mede ângulos e é utilizado, essencialmente, em nivelamentos convencionais (obtenção de diferenças de níveis entre pontos). Seu princípio de funcionamento é o processamento digital de imagens. Um sistema eletrônico processa a leitura de um código de barras impresso na mira colocada verticalmente sobre o ponto que se deseja efetuar a

medição, e registra, automaticamente, a distância. A Fig. V-28 ilustra a mira cuja graduação é o código de barras (escala binária), que pode ser feita de alumínio, fibra de vidro ou invar.

Na Fig. V-29 é apresentado um nível digital da marca Leica, seu alcance é de 1 km e sua precisão pode chegar a 0,9 mm.



Fig. V-28



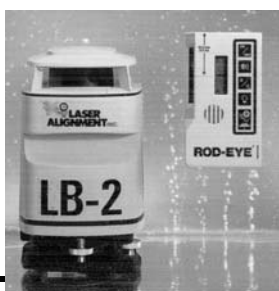
Fig. V-29

O alcance e a precisão das medidas variam conforme o modelo, mira, e condições ambientais (luz, calor, vibrações, etc.).

2.5- Nível a Laser

O nível a laser é um instrumento de nivelamento automático. Seu funcionamento baseia-se em planos horizontal ou vertical de referência gerados por um raio laser. Alguns modelos permitem que o raio laser mantenha-se estático definindo assim alinhamentos na vertical ou na horizontal. Este tipo de instrumento é de grande utilidade no alinhamento e/ou nivelamento de formas estruturais, assentamento de tubulações de esgoto ou drenagem, concretagem, colocação de pisos, controle preciso de greide e escavações em geral, etc. Para medição de distâncias faz-se necessário a utilização de um conjunto de detector laser que é montado sobre a mira.

A Fig. V-30 ilustra um nível laser (à esquerda) e um receptor (à direita) que colocado junto à mira possibilita o cálculo da distância.



Erros na medição eletrônica

Vários erros que ocorrem na medição indireta por estadimetria ocorrem também na medição com equipamentos eletrônicos, como a falta de centralização do aparelho sobre o ponto, erro de calagem ou nivelamento (aqui com menos frequência uma vez que a maioria dos instrumentos tem um compensador automático) e a falta de verticalidade bastão/refletor (da mira na estadimetria). Podem ocorrer ainda erros de pontaria, quando o centro do retículo não coincide com o centro do prisma e de operação do aparelho decorrente da falta de experiência do operador.

Fig. V-30

3- Posicionamento por Satélites

O atual Sistema de Posicionamento Global NAVSTAR-GPS (Navigation Satellite Time and Ranging - Global Positioning System) surgiu, em 1973, de projetos de geoposicionamento desenvolvidos pela Marinha e Força Aérea Americana. O objetivo básico é determinar, instantaneamente, as coordenadas de qualquer ponto na superfície terrestre a partir de pontos de coordenadas conhecidas no espaço (satélites)

O Sistema GPS consiste em três segmentos: *o segmento espacial* que envolve os satélites, com seus sinais transmitidos; *o segmento de controle* responsável pela monitoração, geração, correções e avaliação de todo sistema e *o segmento de usuários*, voltado para todos os tipos de aplicações, métodos de posicionamento, formas de recepção, processamento dos sinais e todos os tipos de receptores.

Segmento Espacial: Composto por 24 satélites ativos descrevendo órbitas elípticas (quase circulares) em volta da terra, com um período de revolução de 12 horas, a uma altitude média de 22.200 Km. Os satélites são distribuídos em seis planos orbitais inclinados de 55° em relação ao Equador, intervalados longitudinalmente de 60° . Cada órbita suporta portanto 4 satélites, defasados entre si de 90° (Fig. V-31).

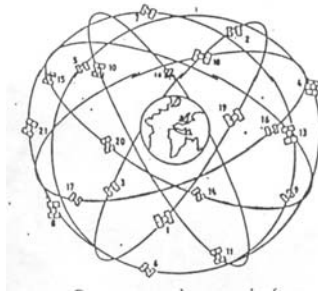


Fig. V-31

Esta distribuição e cobertura permite que, em qualquer parte do globo, incluindo os pólos, existam no mínimo 4 satélites visíveis com elevação acima de 15° em relação ao horizonte, vinte e quatro horas por dia. Os sinais dos Satélites GPS, ou seja, a seqüência de dados que

informam sua posição é transmitida por osciladores atômicos estáveis em duas frequências na faixa UHF (Ultra High Frequency): portadoras L1 (1575.42 Mhz) e L2 (1227.60 Mhz).

Segmento de Controle Operacional: Responsável pela operação e manutenção do sistema. Assim, suas principais funções são: a determinação precisa da órbita de cada satélite, determinação por modelagem matemática da predição destas órbitas, sincronização permanente dos sistemas e relógios dos satélites, controle da degradação do sinal, correção do posicionamento dos satélites por controle de Terra e controle de lançamento de novos satélites para manutenção da constelação. Consiste de uma estação de controle mestra (Colorado – EUA), cinco estações de monitoramento mundial e estações de controle de campo.

Segmento do Usuário: Constituído por todos os equipamentos usados para recepção dos sinais GPS e conseqüente determinação de posição, velocidade ou tempo. Os receptores GPS são constituídos por uma antena, um pré-amplificador e uma unidade receptora onde estão integrados todos os elementos eletrônicos necessários ao controle, registro e visualização dos dados.

Precisão dos dados:

A precisão dos dados obtidos varia com o tipo de receptor utilizado.

Os receptores de mão são os mais simples, de menor custo e, conseqüentemente, de menor precisão (Fig. V-32), permitem uma aproximação da ordem de 10 a 20m. É importante observar que, com relação a altitude, coordenada Z, o erro pode ser maior. São usados isoladamente.

Os modelos de GPS de maior precisão, diferenciais ou relativos (Fig. V-33), trabalham segundo o chamado Posicionamento Relativo: há uma estação fixa de coordenadas conhecidas, tomada como referência, para determinação da posição das estações móveis, que são os pontos do terreno que se deseja determinar as coordenadas. Dependendo do método empregado a precisão é subcentimétrica. Estes são os aparelhos empregados em topografia e geodésia.

A vantagem do uso do GPS está na independência entre os pontos, (não é necessário que eles sejam intervisíveis) e na rapidez no levantamento. Por outro lado, a dificuldade de comunicação com os satélites por barreiras físicas ou por problemas técnicos pode prejudicar a realização dos trabalhos.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Calcule as distâncias horizontais e verticais, considere a altura do teodolito 1,52m.

P.V.	LEITURA DE MIRA			ÂNGULO LIDO(Z)	DISTÂNCIA HORIZ.	DIST. VERT. OU DIF. NÍVEL
	Fio inferior	Fio médio	Fio superior			
1	1,000	1,400	1,800	98°33'		
2	1,000	1,249	1,498	79°43'		
3	0,800	1,272	1,744	87°13'		
4	1,100	Fig. V-32	1,498	78°38'	Fig. V-33	
5	1,000	2,213	3,426	89°31'		
6	1,500	2,173	2,846	93°45'		
7	1,100	2,170	3,240	115°44'		
8	2,000	2,948	3,896	93°45'		
9	0,519	2,000	3,481	75°27'		
10	1,000	1,722	2,444	86°37'		

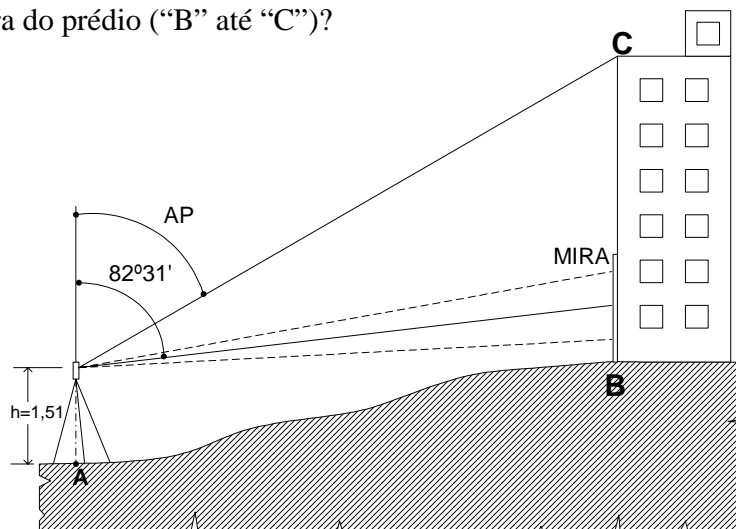
2) Com o teodolito instalado em "A" (ver croquis), foram feitas as seguintes leituras:

Em "B": leitura de mira FI= 1,000; FM=1,335; FS= 1,670 Âng. zenital(Z) = 82°31'

Em "C": ângulo vertical AP = 51°42'

Sabendo-se que a altitude do ponto "A" é 798,65m, pergunta-se:

- Qual a altitude da entrada do prédio (em "B")?
- Qual a altura do prédio ("B" até "C")?



3) Foram visados, a partir do ponto “A”, os pontos “B” e “C” e feitas as seguintes leituras:

Em “B”: FI = 2,000 FM=2,534 FS = 3,068 Ângulo zenital(Z) = 88°54’

Em “C”: FI = 1,000 FM= 1,478 FS = 1,956 Ângulo zenital(Z) = 87°48’

Sabendo-se que a altura do teodolito era 1,51m, calcule:

- a- As distâncias horizontais entre A e B e entre A e C;
- b- O valor máximo e mínimo que pode ter a distância horizontal entre os pontos B e C;
- c- As diferenças de nível ou distâncias verticais entre A e B, A e C, e entre B e C.

Respostas:

1- DH=78,23m, dv= -11,64m; 2- DH =48,21m, dv= 9,02m; 3- DH=94,18m, dv=4,83m;

4- DH=38,25m, dv=7,91m; 5- DH=242,58m,dv=1,35m; 6- DH=134,02m, dv= -9,44m;

7- DH = 173,66m, dv = -84,35m; 8- DH=188,79m, dv = -13,80m;

9- DH = 277,51m, dv = 71,55m; 10- DH= 143,90m, dv=8,31m;

2) a) 807,480m b)44,69m

3) a) 106,76m e 95,46m b)11,30m e 202,22m c) 1,03m; 3,70m e 2,67m

CAPÍTULO VI

ORIENTAÇÃO

Toda planta topográfica, planimétrica, ou mesmo croquis de terreno, deve ser orientada segundo a direção Norte-Sul, que pode ser geográfica ou magnética.

A direção Norte-Sul Geográfica é dada pelo meridiano que passa por um determinado ponto da superfície e pelos pólos norte e sul geográficos sendo, portanto, imutável uma vez que estes pólos são fixos. Como a Topografia desconsidera a curvatura da pequena parte da superfície terrestre a representar, considerando a mesma plana, pode-se desprezar também o efeito de convergência dos meridianos. Sendo assim, os meridianos geográficos, no plano topográfico, são paralelos entre si, e são conhecidos também como Meridianos Verdadeiros.

Já a direção Norte-Sul Magnética é variável, pois os pólos magnéticos não são fixos. Estes descrevem uma trajetória próxima dos pólos geográficos. Portanto, ao se medir um ângulo entre um alinhamento e o Meridiano Magnético é imprescindível que se registre a data da medição.

Sempre que possível, é preferível relacionar um alinhamento à direção Norte-Sul Verdadeira, porque o ângulo não sofre alterações, estando, a orientação, sempre correta.

Azimute e Rumo

Os ângulos horizontais tomados a partir da direção Norte - Sul recebem nomes especiais de acordo com a posição da origem da contagem. É chamado *Azimute* o ângulo contado a partir do Norte até o alinhamento, no sentido horário. Se este ângulo é contado a partir da direção mais próxima, Norte ou Sul, recebe o nome de *Rumo*.

Supondo um observador colocado no ponto O visando os pontos A, B, C e D do terreno os quais determinam os alinhamentos OA, OB, OC e OD (Fig. VI-1), definimos:

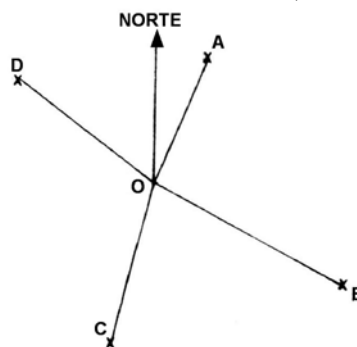
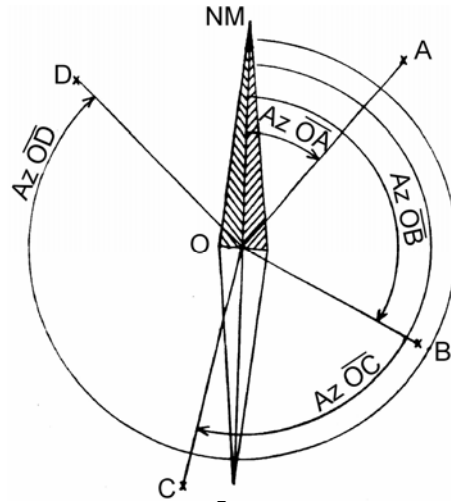


Fig. VI-1

Azimute, dos alinhamentos OA, OB, OC e OD aos ângulos que estes alinhamentos fazem com a direção Norte, de 0 a 360° e no sentido horário (Fig. VI-2). Assim, por exemplo, os azimutes dos alinhamentos seriam:

- Azimute de OA = 37°
- Azimute de OB = 113°
- Azimute de OC = 190°
- Azimute de OD = 315°



Quando o azimute é relacionado à direção Norte Magnética, ou seja, tomado a partir da ponta norte da agulha da bússola (Fig. VI-2) é chamado *Azimute Magnético*, se a direção Norte-Sul considerada for a verdadeira -NV-, diz-se *Azimute Verdadeiro*.

Os *Rumos* dos mesmos alinhamentos são os ângulos que estes fazem a direção mais próxima Norte ou Sul. Assim, os rumos variam de 0° a 90° em cada quadrante, e podem ter sentido horário (do norte para o leste e do sul para oeste) ou anti-horário (do norte para oeste e do sul para leste). Da mesma forma que o Azimute, tem-se também *Rumos Verdadeiros e Magnéticos* conforme a direção considerada.

Supondo estes ângulos tomados em relação à direção N-S Magnética tem-se os seguintes rumos magnéticos (Fig. VI-3):

- Rumo OA = $NM \hat{O} A = 37^\circ$ NE
- Rumo OB = $SM \hat{O} B = 67^\circ$ SE
- Rumo OC = $SM \hat{O} C = 10^\circ$ SW
- Rumo OD = $NM \hat{O} D = 45^\circ$ NW

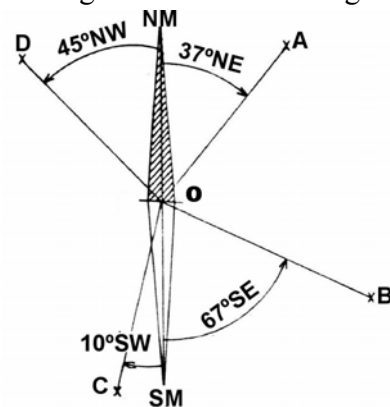
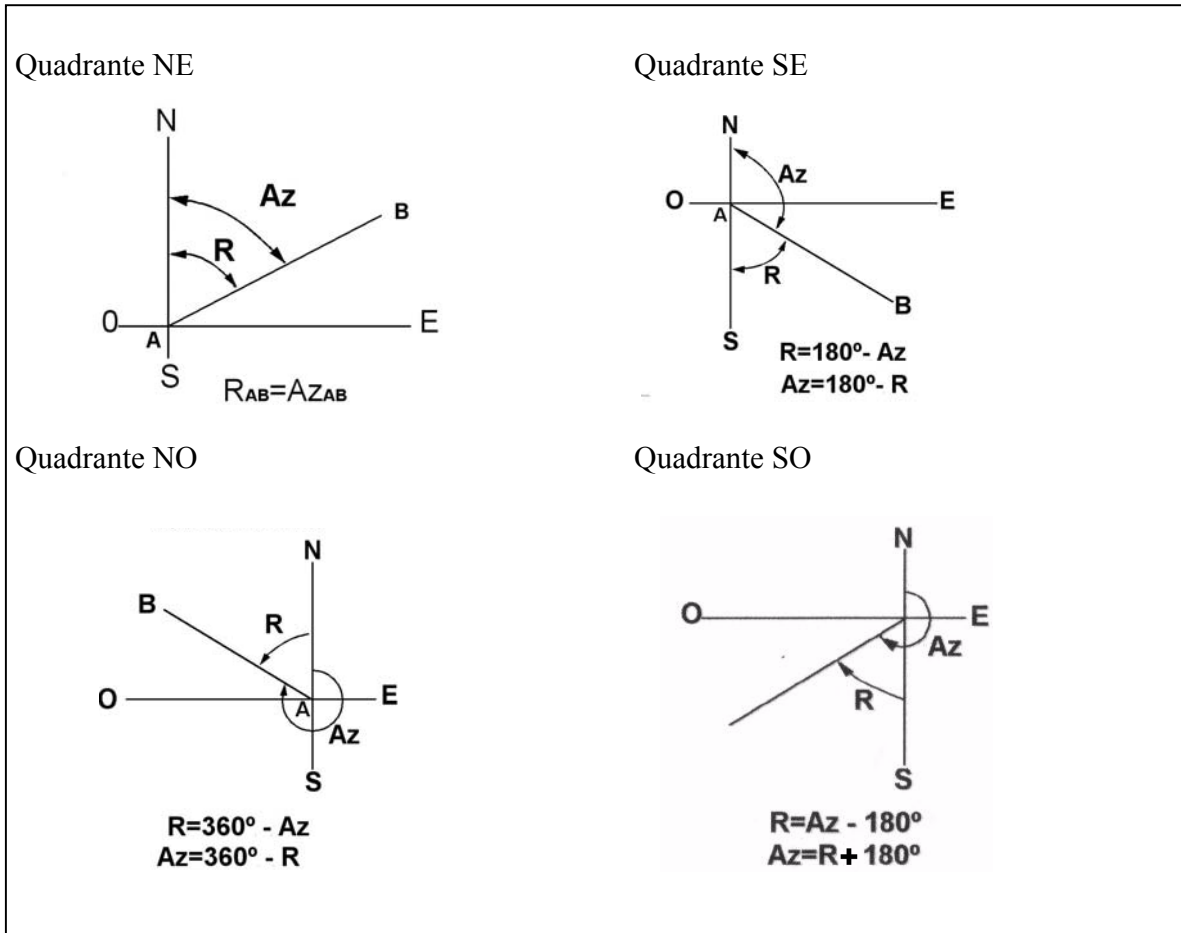


Fig. VI-3

Observe que, como seu valor varia de 0° a 90°, é imprescindível especificar o quadrante para se ter realmente a posição do alinhamento em relação a direção Norte-Sul.

Relação Rumo - Azimute

Como os dois tipos ângulos de orientação, rumo e azimute, estão relacionados à direção Norte-Sul, é simples estabelecer uma relação entre eles.



(Fig. VI-4)

Determinação do Meridiano Magnético

Sabemos que, devido ao magnetismo terrestre, uma agulha imantada terá sempre uma de suas pontas apontada para o Norte Magnético. Este é o princípio construtivo da bússola, instrumento que nos permite relacionar qualquer alinhamento do terreno à direção Norte-Sul Magnética.

Bússolas

Consta de uma agulha imantada, em forma de losango, apoiada num pino, também de aço, terminado em bisel. A agulha gira livremente no interior de uma circunferência graduada que é o limbo da bússola. O limbo se mantém fixo enquanto a agulha gira até encontrar a direção Norte-Sul Magnética.

O limbo da bússola pode ser graduado de 0° a 360°, nos dois sentidos, ou 0° a 90° em cada quadrante. A Fig. VI-5 exemplifica o primeiro caso (limbo graduado de 0° a 360°, sentido anti-horário) onde o ângulo lido será o azimute do alinhamento. Nas graduações 0° e 180°, respectivamente, estão assinaladas as letras N (Norte) e S (Sul), e esta linha é conhecida como linha de fé, na graduação de 90° a letra E (Leste) e, na de 270°, O ou W (Oeste ou West).

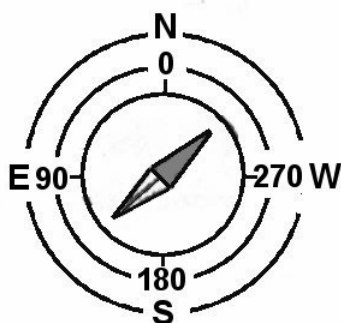


Fig. VI-5

No segundo tipo, a bússola é graduada por quadrante, ou seja, de 0° a 90°, a partir do norte e do sul, crescendo nos dois sentidos, leste e oeste (Fig. VI-6), logicamente, o ângulo lido será o rumo do alinhamento. Neste caso, dever-se-á, sempre, especificar o quadrante, porque o valor por se só, ao contrário da graduação de 0° a 360°, não define a posição do alinhamento.

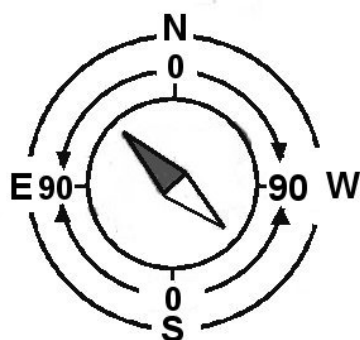


Fig. VI-6

Observando a Fig. VI-5 e Fig. VI-6 nota-se que, nos dois tipos de graduação, há uma inversão das posições dos pontos cardeais, Leste (E) e Oeste(W), em relação às suas verdadeiras posições. A maioria das bússolas apresenta esta inversão a qual se deve seguinte fato: ao se

medir o ângulo que um alinhamento qualquer faz com a direção N-S, faz-se a coincidência da linha N-S do limbo ($0^{\circ} - 180^{\circ}$) com o alinhamento, enquanto a agulha, evidentemente, tomará a direção N-S Magnética (Fig. VI-7).

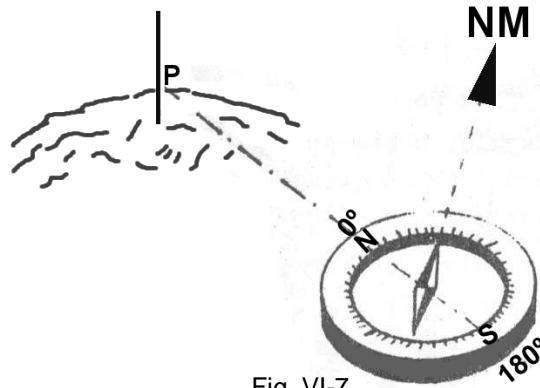


Fig. VI-7

Se as direções, Leste e Oeste, fossem assinaladas em suas reais posições, ter-se-ia o ângulo correto mas o quadrante lido estaria trocado. Observe que o alinhamento está à esquerda do NM, ou seja, está entre a linha materializada pelo eixo da agulha que é, realmente, a direção N-S Magnética e a direção oeste (Fig.VI-8). Em outras palavras, o alinhamento está no quadrante NW, a noroeste, e seria indicado no limbo nordeste (NE). Assim, trocando-se no limbo as posições de E e W (Fig.VI-9) lê-se, na ponta da agulha, o ângulo correto e o quadrante no qual realmente está situado o alinhamento.

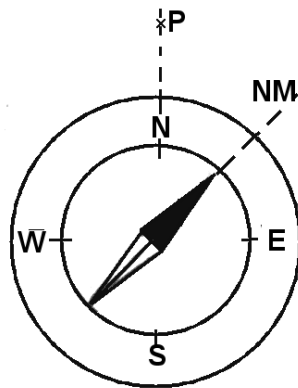


Fig. VI-8

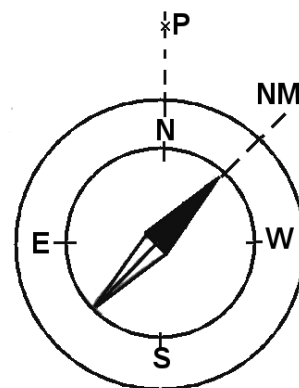


Fig. VI-9

A utilização da bússola é muito comum em trabalhos de pouca precisão como levantamentos topográficos expeditos. Nestes casos, onde o objetivo é fazer um croquis aproximado terreno, os ângulos são medidos à bússola e as distâncias podem ser, inclusive, avaliadas a passo.

Assim, se o operador pretende determinar o ângulo que um alinhamento faz com outro, basta relacionar os dois à direção do NM através da bússola (Fig. VI-10 e Fig. VI-11).

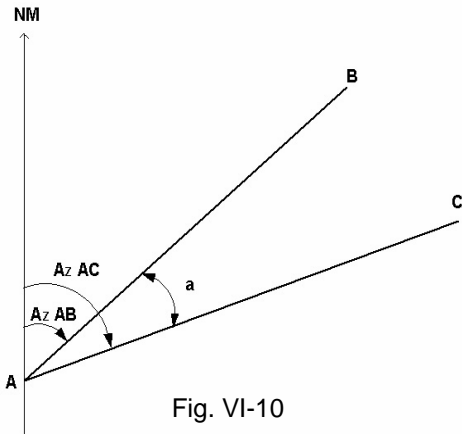


Fig. VI-10

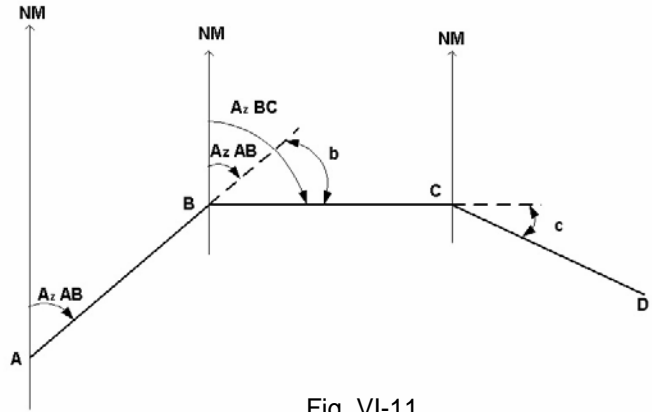


Fig. VI-11

A bússola pode ser construída em caixa própria para bolso, de luneta ou de pínulas (janelas). Visando as direções dos alinhamentos através das 2 pínulas opostas (Fig. VI-12), a ponta da agulha da bússola, a qual gira em torno do limbo graduado, assinalará os ângulos desejados (Fig. VI-13).

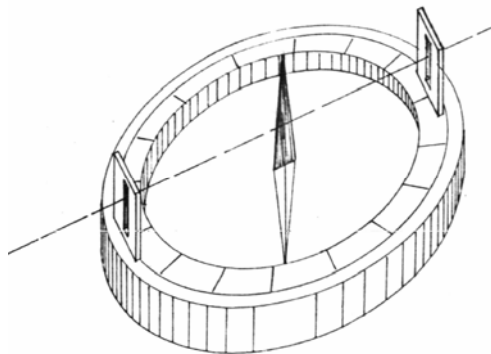


Fig. VI-12

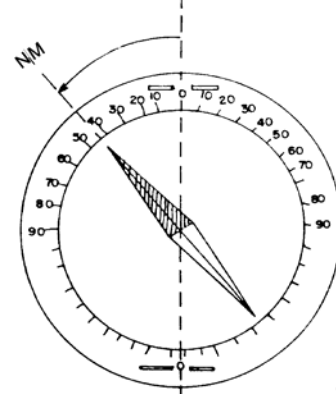
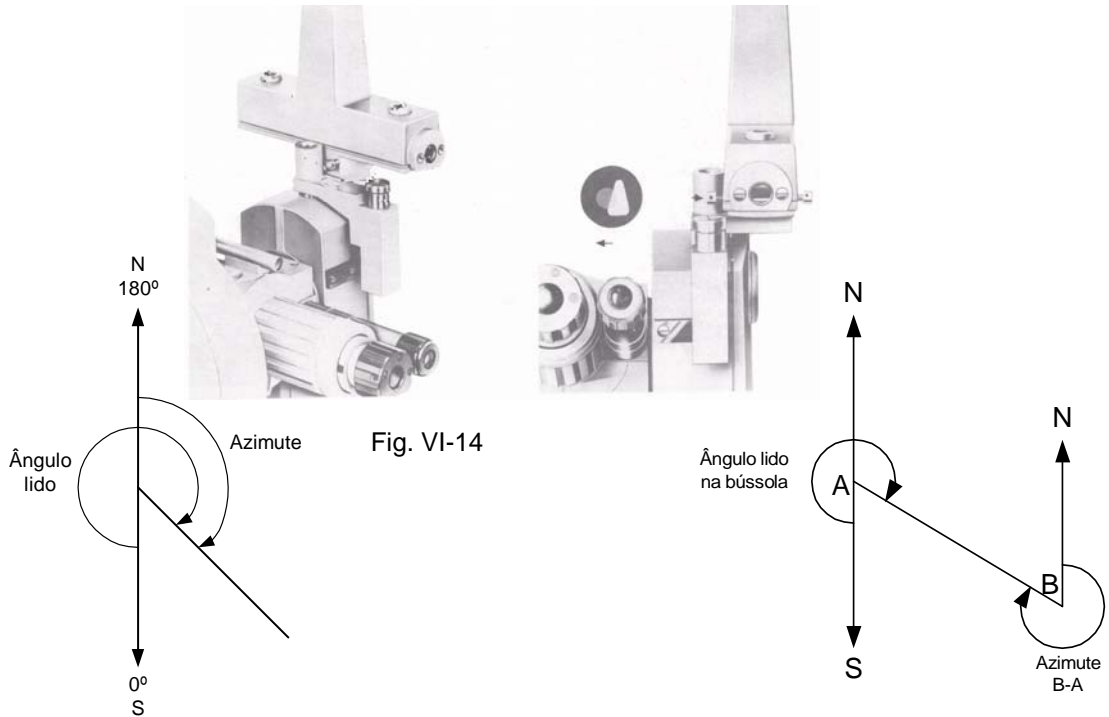


Fig. VI-13

Quando o objetivo é a orientação do trabalho topográfico é usada uma bússola acoplada ao teodolito. Normalmente, a bússola é montada sobre o eixo da luneta ou sobre o limbo horizontal e, a graduação, varia conforme o fabricante do teodolito e mesmo de modelo para modelo.

Exemplificando, a bússola que acompanha o Zeiss Theo 080A não tem limbo graduado, na verdade observa-se, através do visor, as imagens de um triângulo e um círculo (Fig. VI-14). Quando as duas figuras geométricas estiverem exatamente sobrepostas, ou seja, quando o círculo estiver inscrito no triângulo, o plano vertical que passa pelo eixo longitudinal da luneta é a direção N-S Magnética. Para avaliação do ângulo que um alinhamento qualquer faz com a direção N-S Magnética usa-se o limbo horizontal do próprio teodolito.



Já bússola de Theo 020 A, também da Zeiss, é graduada de 0° a 360° a partir do Sul. Como o azimute é contado a partir do norte, logicamente, haverá uma diferença de 180° entre a leitura da bússola e o azimute do alinhamento (Fig. VI-15). Na verdade, o valor lido na bússola é o azimute do alinhamento no sentido contrário, também conhecido como contra azimute. Assim, estando o teodolito instalado em A, ao se visar o ponto B, a leitura da bússola será o azimute de B para A (Fig. VI-16), ou o contra azimute AB.

Assim sendo, para se ter o azimute no sentido AB basta subtrair 180° do ângulo lido na bússola, ou então, ler o ângulo na bússola com o aparelho instalado no ponto B visando o A.

Determinação do Norte Verdadeiro

Para se assinalar a direção do Norte Verdadeiro num determinado ponto da superfície existem processos mais e menos rigorosos. Uma forma bem precisa de se determinar a direção N-S Verdadeira é através da altura absoluta de um astro de primeira grandeza. A observação feita no campo é bem simples, mas os cálculos para a determinação da direção N-S envolvem dados astronômicos, correções e resoluções de triângulos esféricos¹.

¹Para maiores detalhes ver Topografia de Lélis Espartel, 918, “Determinação da meridiana e das coordenadas geográficas”. Ou ainda a apostila “Meridiana verdadeira e sua determinação” do Prof. Ariclo Pulinho Pires de Almeida - edição IGC/UFMG - 1986.

Uma outra solução que vem sendo adotada com frequência é o uso do GPS (Global Positioning System)*². A direção do Meridiano ou Norte Verdadeiro é determinada a partir das coordenadas Geográficas ou UTM de dois pontos da área, obtidas com auxílio de um GPS. A precisão da determinação é função direta da precisão do GPS utilizado.

Os processos menos rigorosos baseiam-se na observação da trajetória descrita pelo sol de manhã e à tarde e são conhecidos como *Processo do Estilete Vertical* e *Processo das Alturas Correspondentes do Sol*. Estes processos supõem que o sol percorre arcos iguais antes e depois do meio dia. Como isto não é exato, pois o sol atravessa obliquamente o meridiano, perde-se em precisão. A exceção ocorre na época dos solstícios (próximo aos dias 23 de junho e 23 de dezembro), quando a obliquidade desaparece e os arcos se tornam praticamente iguais. Contudo, mesmo nas demais épocas do ano, os erros decorrentes da obliquidade da trajetória do sol não causam transtorno para as aplicações topográficas.

Processo do Estilete Vertical

Este processo é bem simples, mas bastante rudimentar. Sobre uma mesa bem plana e horizontal fixa-se, no seu centro, um estilete vertical de preferência bem fino. Com o centro no ponto de fixação do estilete à mesa (O), traçam-se sobre a mesa, previamente forrada de papel branco, 2 ou 3 arcos de círculo. Observando-se a sombra do estilete sobre a mesa no período da manhã, marcam-se os pontos 1, 2, e 3 no momento do encontro da extremidade da sombra do estilete com os vários arcos concêntricos. Prosseguindo o sol em sua marcha, a ponta da sombra do estilete (Sol da tarde) irá encontrar as mesmas circunferências, sucessivamente, nos pontos 3', 2' e 1'(Fig. VI-17).

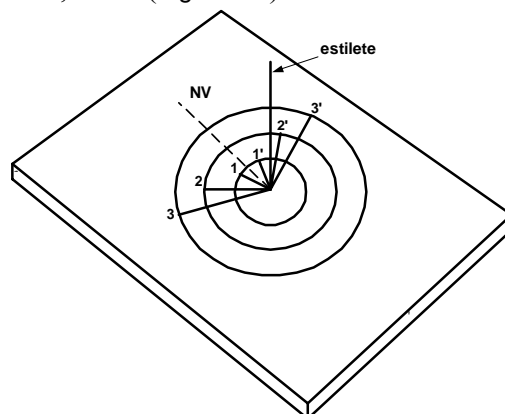


Fig. VI- 17

² Vide Capítulo V. Esclarecimentos detalhados são encontrados na bibliografia a seguir:

BLIZKOW, D. & SÁ, N. C. *NAVSTAR/GPS – Situação presente e perspectivas futuras*. XII Congresso Brasileiro de Cartografia. Brasília.

BERALDO, P. & SORES, S. M. *GPS – Introdução e aplicações práticas*. Ed. Luana, Criciúma/SC, 1996, 182p.

DOTTORI, M. & NEGRAES, R. *GPS Global Positioning System*. São Paulo/SP, 1997, 63p.

As bissetrizes dos ângulos $1\hat{O}1'$, $2\hat{O}2'$ e $3\hat{O}3'$, que devem ser coincidentes, correspondem à direção do Norte Verdadeiro. É evidente que bastaria se traçar um arco de círculo para se estabelecer, pela bissetriz do ângulo, a direção do Norte Verdadeiro. Traça-se mais de um arco para se obter uma direção média.

Determinada a direção Norte-Sul Verdadeira, esta deve ser transferida para o chão e marcada. Este procedimento é feito do seguinte modo: estica-se um barbante ou linha, maior do que a mesa, exatamente sobre a direção determinada, coloca-se uma baliza nas extremidades do barbante e, nos pontos do terreno assinalados pelas pontas da balizas, são cravados piquetes. Este processo pode ser feito diretamente no chão, sem a mesa, usando-se uma vara de mais ou menos dois metros de altura em vez de estilete. Deve-se tomar o cuidado de cravar a vara bem na vertical e numa parte do terreno que seja plana, horizontal e limpa.

Processo das Alturas Correspondentes do Sol

Instala-se o teodolito num ponto A, qualquer do terreno, onde seja possível observar o sol de manhã e à tarde. Zera-se o limbo horizontal do aparelho e visa-se um ponto P, bem definido do terreno (pode ser inclusive materializado por um piquete), o qual será a origem da contagem dos ângulos horizontais medidos durante o processo.

Na parte da manhã, por exemplo às 9 horas, visa-se com a luneta o disco solar. Como este não é um ponto, para evitar erro devido à dificuldade de coincidir exatamente centro do círculo solar com o cruzamento dos retículos, a visada é feita de modo que a circunferência solar tangencie os 2 retículos (horizontal e vertical) no quadrante superior direito. Faz-se a leitura do ângulo vertical alfa e do ângulo horizontal beta (Fig. VI- 18).

Na parte da tarde, na hora correspondente (9 horas→15 horas) procura-se visar o disco solar com a mesma inclinação alfa da luneta, de modo que agora a circunferência do disco solar tangencie os 2 retículos do quadrante superior esquerdo.

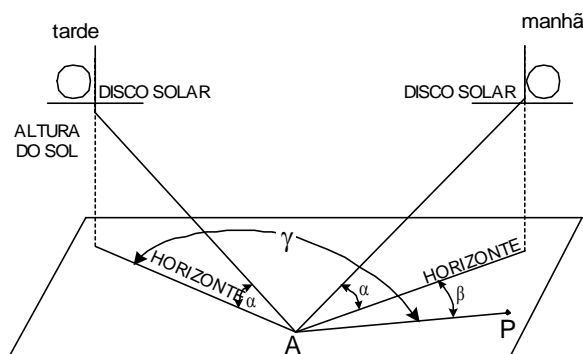


Fig. VI- 18

No limbo horizontal se faz, nesta ocasião, a leitura do ângulo gama da luneta (alidade) com o ponto P já visado pela manhã.

A bissetriz da diferença dos ângulos $\gamma - \beta$ será a direção do Norte Verdadeiro.

Algumas observações necessárias:

1. Não se faz a visada ao disco solar a olho nu. Ou se usam filtros especiais ou, mais simples, se coloca um anteparo de papel a cerca de um palmo da ocular da luneta apontada em direção ao Sol (inversão da luneta). No papel aparecerão as imagens do disco e dos retículos. Basta agir nos parafusos de focagem e nos de aproximação para se conseguir o tangenciamento. Como o Sol está em constante movimento deve-se agir rapidamente.
2. Na realidade, é feita uma série de observações pela manhã e outras tantas à tarde, anotando os ângulos 1, 2, 3, de inclinação da luneta, nas horas respectivas. Geralmente se fazem observações de meia em meia hora, já se preparando o teodolito na hora correspondente da tarde com a mesma inclinação, focalizando-se os retículos alguns minutos antes, a fim de não perder a passagem do ponto de tangência.

A direção Norte-Sul Verdadeira pode ainda ser obtida a partir da direção Norte-Sul Magnética, bastando apenas que se conheça o ângulo entre estas duas direções no local e hora determinados.

Declinação Magnética

O ângulo formado pela direção do Norte Verdadeiro ou Geográfico com a do Norte Magnético num determinado ponto da superfície da Terra (Fig. VI-19), se chama *Declinação Magnética* do ponto.

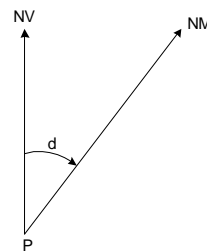


Fig. VI- 19

Quando a ponta norte da agulha estiver situada a leste do Norte Verdadeiro chamamos a declinação de positiva ou oriental. Quando a oeste, de negativa ou ocidental (Fig. VI- 20).

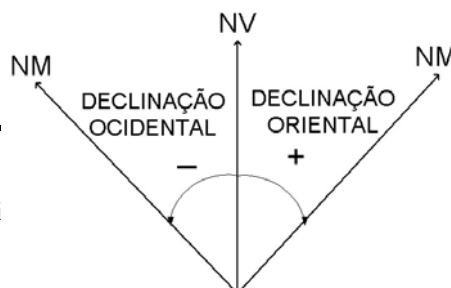


Fig. VI- 20

A declinação magnética varia de local para local da superfície terrestre, uma vez que a dimensão deste ângulo depende da posição geográfica que é observado. O que não impede que existam vários locais com mesma declinação num determinado momento. Mas, num mesmo local, a declinação sofre variações com o tempo, já que os pólos magnéticos estão em constante movimentação em torno dos pólos geográficos. A declinação, portanto, varia não só de lugar para lugar como sofre variações no mesmo lugar.

A variação de lugar para lugar é comumente denominada geográfica. Já as variações da declinação com o tempo são classificadas segundo o período de observação, podem ser seculares, anuais, mensais e até diurnas.

Existem ainda variações chamadas acidentais e locais; estas são na verdade perturbações sofridas pela agulha da bússola. No primeiro caso são alterações repentinas provocadas, por exemplo, por tempestades magnéticas. As variações são locais, como o próprio nome indica, ocorrem devido a circunstâncias do lugar, como presença de minério de ferro ou linha de transmissão.

Os observatórios astronômicos, em função de observação da declinação em vários locais, publicam, periodicamente, mapas com dois tipos de linhas, as *isogônicas* que são linhas que ligam pontos que tiveram a mesma declinação num determinado momento e as *isopóricas* que são linhas que ligam pontos que tiveram a mesma variação de declinação durante um ano. Através desses mapas é possível calcular a declinação atual provável num determinado local com razoável aproximação.

Na maioria das vezes o local desejado não está sobre uma linha isogônica ou sobre uma linha isopórica. Torna-se então necessário interpolar, entre as linhas existentes, o valor para o local desejado. Assim, por exemplo, na carta magnética do Observatório Nacional de 1990 (Fig. VI-21 e Fig. VI-22), Belo Horizonte está situada entre as linhas isogônicas de -20° e -21° (declinação). Logo, para obtermos a declinação de Belo Horizonte para o ano da carta (1990,0 = janeiro de 1990) é necessário fazer uma interpolação gráfica. Com uma régua mede-se a menor distância “D” entre estas linhas -20° e -21° passando por BH e a menor distância “d” entre a linha -20° e BH, como apresentado no croquis abaixo (Fig. VI-23).

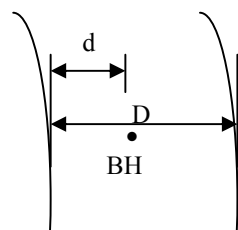


Fig. VI- 23

Assim tem-se em milímetros, respectivamente, $D=19,5\text{mm}$ e $d=8\text{mm}$ (Fig. VI-22).

A distância de 19,5 mm equivale a 60', então para calcular a distância angular correspondente à distância de 8mm tem-se:

$$\frac{19,5}{8} = \frac{60}{a} \therefore 8 \times 60 \div 19,5 = 24,6' \text{ ou } 24' 37''$$

Logo, a declinação de BH em 1990.0 = -20° 24' 37" ou 20° 24' 37" ocidental

Seria igualmente possível calcular a declinação medindo-se a distância entre BH e a linha de -21°, logicamente o seu valor é 11,5mm (19,5mm – 8mm), assim teríamos:

$$\frac{19,5}{11,5} = \frac{60}{x} \therefore 11,5 \times 60 \div 19,5 = 35,4' \text{ ou } 35' 23''$$

Carta Magnética do Brasil – 1990.0 Mapa com linhas que unem os pontos de mesma declinação magnética (isogônicas) para uma determinada data e linhas que unem os pontos de mesma variação anual de declinação (isopóricas).

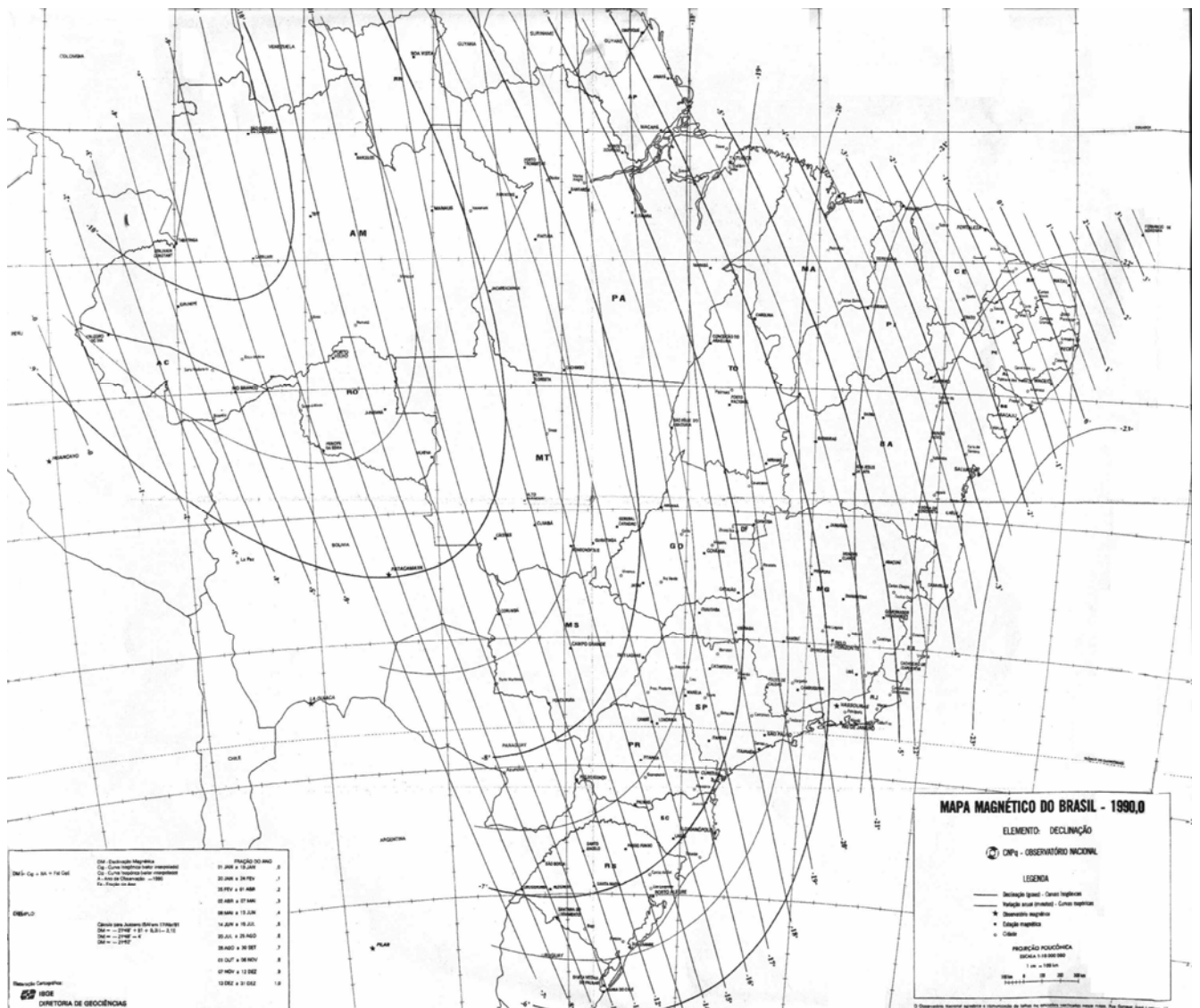


Fig. VI-21

Zoom do Mapa Magnético da Fig. VI-21

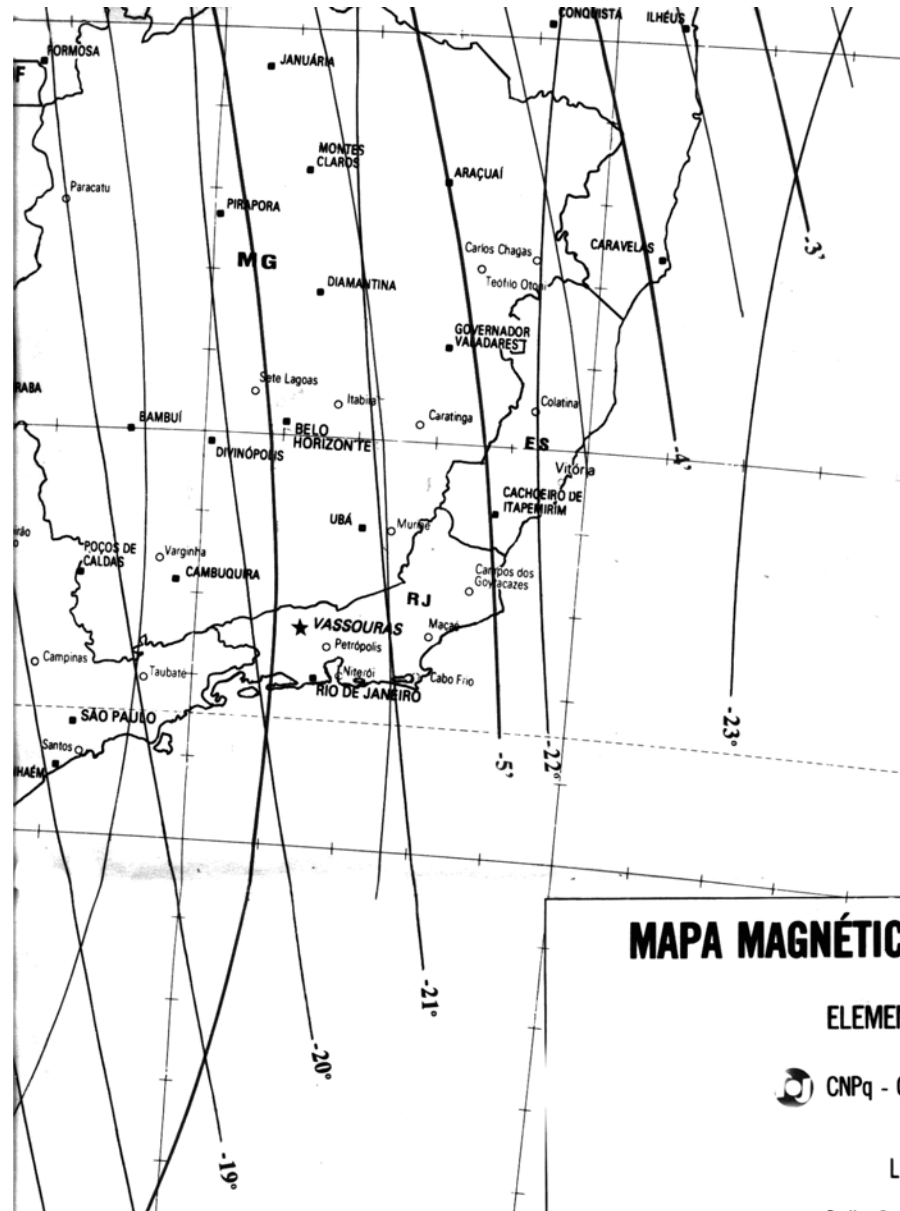


Fig. VI-22

Observação: Como as linhas, isogônicas e isopóricas, tem o mesmo peso, para diferenciá-las basta observar a unidade do seu valor. As isogônicas são dadas em graus e as isopóricas em minutos, uma vez que os valores são pequenos por serem de variação.

O cálculo agora é feito subtraindo-se a distância angular encontrada de -21° , valor da linha tomada como referência.

Logo, $-21^{\circ} + 35' 23'' = -20^{\circ} 24' 37''$ ou $20^{\circ} 24' 37''$ ocidental, obviamente o mesmo valor já encontrado anteriormente.

Utilizando as linhas isopóricas, pode-se calcular a variação anual da declinação em Belo Horizonte. Para este cálculo procede-se da mesma maneira. Belo Horizonte encontra-se entre as isopóricas $-6'$ e $-5'30''$, a menor distância entre elas, passando por BH, é de 15mm e, a distância angular é igual a $30''$. A distância entre a menor isopórica ($-5'30''$) e BH é de 13mm (Fig. VI-23).

Então tem-se: $\frac{30''}{15} = \frac{X}{13} \therefore X = 26''$

Logo, a variação anual será $-5'56''$.

De posse destes valores, *declinação magnética em 1990.0 e variação anual*, pode-se calcular para qualquer data, a declinação para Belo Horizonte.

Por exemplo, para setembro de 2000, tem-se:

A diferença em anos de setembro de 2000 para janeiro de 1990 é igual a 10.75 anos, valor calculado da seguinte maneira: de janeiro de 1990 a janeiro de 2000 são 10 anos e para transformar os nove meses entre janeiro e setembro de 2001 procedeu-se a seguinte regra de três: 1 ano = 12 meses, logo 9 meses = x, resolvendo, tem-se $x = 0,75$.

Variação total no período: $10,75 \times -5'56'' = -63'47'' = -1^{\circ} 3'47''$

Declinação para BH em 2000.75 = $-20^{\circ} 24' 37'' - 1^{\circ} 3'47'' = -21^{\circ} 28' 24''$ ou $21^{\circ} 28' 24''$ ocidental. Isto quer dizer que a agulha da bússola forma com a meridiana verdadeira um ângulo a esquerda desta de $21^{\circ} 28' 24''$.

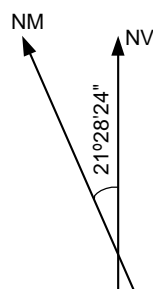


Fig. VI-24

Obs. : Como a variação anual da declinação não é constante, se tivéssemos mapas anuais observaríamos uma variação gradual de seu valor. Na medida que a consideramos constante no período entre a data da carta magnética usada para o cálculo e a data que se quer a declinação, o valor encontrado é aproximado mesmo que não se faça qualquer arredondamento nos cálculos. Assim sendo, muitos consideram preciosismo fazer cálculos considerando a contagem de meses e a consideração da medida de segundos na declinação calculada.

Devemos lembrar que a ponta da agulha num determinado local, com o correr dos anos, vai se deslocando lentamente para um dos lados da direção do Norte Verdadeiro até atingir um máximo de amplitude, quando inicia o lento deslocamento em sentido contrário.

Não possuímos no Brasil gráficos do deslocamento da agulha com prazo anterior a 1670, motivo pelo qual não se conhece a verdadeira amplitude da declinação. As observações de Paris, contudo, datam de 1580 e permitem se avaliar que o máximo de amplitude se deu em 1814 com a declinação ocidental de $22^{\circ}30'$ (Fig. VI-25)

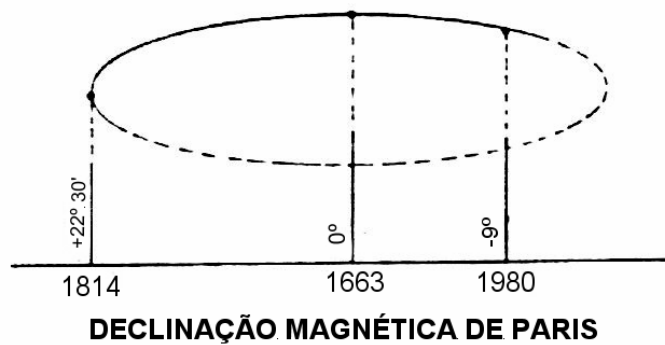


Fig. VI- 25

Comparando os valores da variação anual da declinação em Belo Horizonte obtidos nas cartas isopóricas do Observatório Nacional de 1965.0 e de 1990.0, aproximadamente $10'$ e $6'$ ocidental respectivamente, observa-se que está havendo redução no valor da variação. Isto significa, logicamente, que a declinação em Belo Horizonte está crescendo cada vez menos no sentido ocidental, e, por conseguinte, que estamos próximos de passar por uma variação zero e começar uma variação crescente no sentido oriental. Lembrando da amplitude máxima observada em Paris – $22^{\circ}30'$ – e do cálculo anterior que nos levou a declinação de quase $-21^{\circ}30'$ em set/2000, é provável, portanto, que se esteja próximo da declinação ocidental máxima em Belo Horizonte.

Reafirmando, se na execução de um levantamento se relaciona a direção de um alinhamento à do Norte Magnético, é aconselhável transformar o ângulo medido, azimute ou rumo

magnético, em verdadeiro através do cálculo da declinação. Este procedimento permite que se desenhe a planta topográfica com uma orientação imutável.

Exemplificando, suponhamos que foi realizado um levantamento topográfico em setembro de 2001 na cidade de Belo Horizonte (para ser usada a declinação calculada anteriormente) e foi medido um Azimute Magnético igual a $47^{\circ}34'$. Como a declinação é negativa, $-21^{\circ}28'24''$, o norte magnético está à esquerda do norte verdadeiro, assim o ângulo que o alinhamento faz com o norte verdadeiro, é menor do que o que ele faz com o norte magnético (Fig. VI-26). Logo, o valor do Azimute Verdadeiro do alinhamento é o valor do Azimute Magnético menos a declinação no local: $47^{\circ}34' - 21^{\circ}28'24'' = 26^{\circ}05'36''$ ou, simplesmente, $26^{\circ}05'$.

Quando a declinação é positiva, ocorre o inverso, o norte magnético está a direita do norte verdadeiro, logo o azimute verdadeiro é maior do que o azimute magnético (Fig. VI- 27).

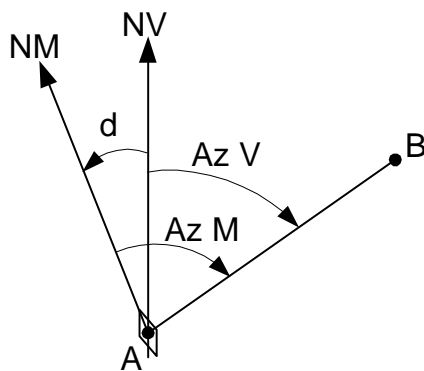


Fig. VI-26

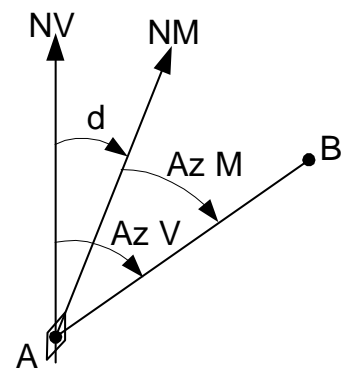


Fig. VI- 27

Resumindo, quando a declinação é ocidental ou negativa o azimute verdadeiro é obtido subtraindo a declinação do azimute magnético e, quando a declinação é positiva, deve-se somá-la ao azimute magnético para se obter o azimute verdadeiro.

No caso de se trabalhar com rumo deve-se observar o quadrante para se calcular o verdadeiro a partir do magnético conforme mostrado na Fig. VI- 28 a seguir:

QUADRANTE NE

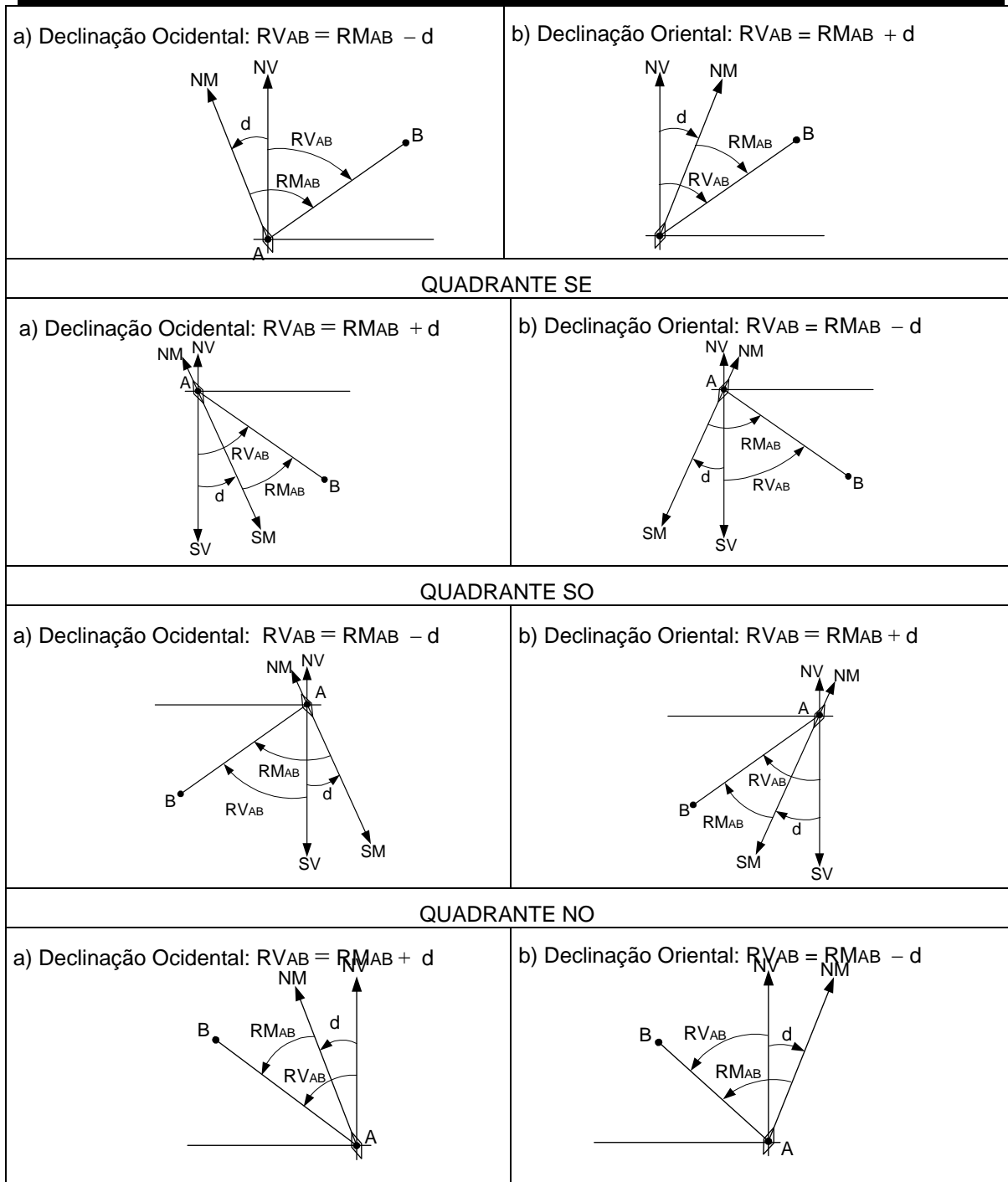


Fig. VI-28

Se o procedimento de transformar a orientação Magnética em Verdadeira antes do desenho da planta topográfica não for adotado, ou seja, se a planta tiver orientação magnética, torna-

se necessário, ao consultá-la anos depois, atualizar esta direção, uma vez que ela é variável. A esta operação chamamos "aviventação".

Aviventação de Azimute e Rumo Magnéticos

A atualização ou "aviventação" de um Azimute ou Rumo Magnético é feita subtraindo-se ou somando-se ao seu valor a variação da declinação no período entre a data que a planta foi feita e a data da consulta. O primeiro passo então, é o cálculo da variação anual da declinação no local (linhas isopóricas), depois multiplica-se o valor encontrado pelo período em anos. De posse da variação total basta observar o sentido do deslocamento da variação para efetuar a operação de adição ou subtração e obter o rumo ou azimute magnético na data desejada.

A seguir exemplos de aviventação:

1. O Azimute Magnético do alinhamento 1-2, assinalado em levantamento topográfico realizado em Belo Horizonte em agosto de 1984 era de $109^{\circ}34'$. Qual seria o Azimute Magnético deste alinhamento em janeiro de 2002?

Solução

A variação anual da declinação em Belo Horizonte, como já calculado pela carta magnética de 1990.0, é $-5'56''$.

O período entre o levantamento e a data da atualização é de 17 anos e 5 meses ou 17,42 anos.

A variação total no período é $17,42 \times -5'56'' = -1^{\circ}43'$

Como a declinação foi no sentido ocidental, logo o azimute magnético do alinhamento 1-2 em 2002 é maior do que em 1984 (Fig. VI – 29).

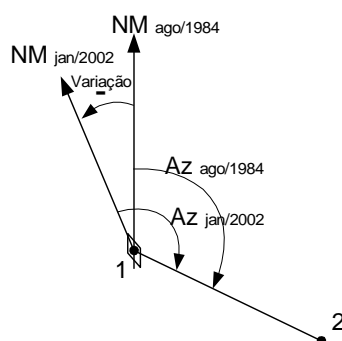


Fig. VI – 29

Azimute Magnético do alinhamento 1-2 em 2002.0 é $= 109^{\circ}34' + 1^{\circ}46' = 111^{\circ}20'$.

Assim ao se atualizar Azimutes Magnéticos tem-se:

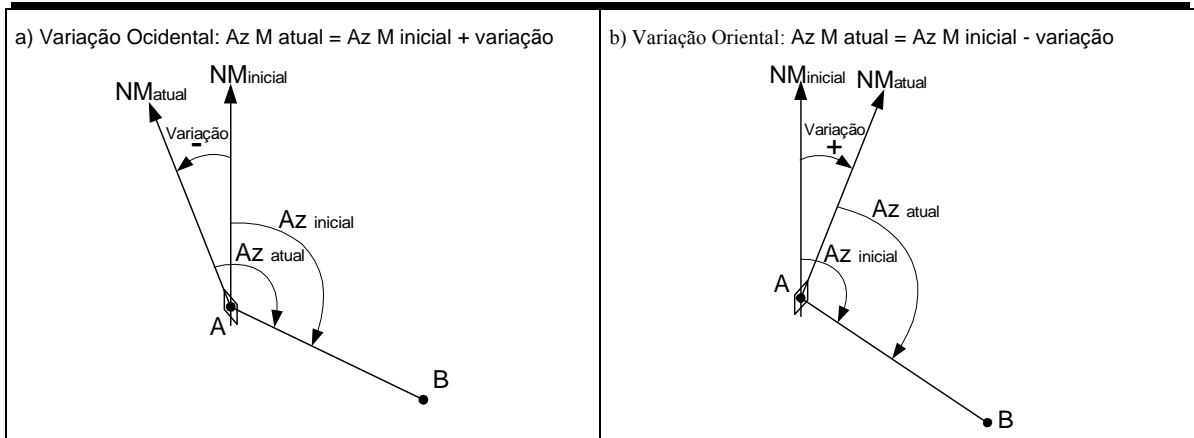


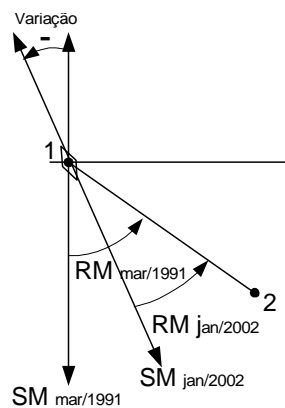
Fig. VI - 30

2) Seja o Rumo Magnético do alinhamento 1-2 assinalado em levantamento executado Belo Horizonte em março de 1991 igual a $75^{\circ}42'$ SE, qual seria o valor deste Rumo Magnético em janeiro de 2002?

A variação anual da declinação em Belo Horizonte, como já calculado pela carta magnética de 1990.0, é $-5'56''$.

O período entre o levantamento e a data da atualização é de 11 anos e 10 meses ou 10,83 anos. A variação total no período é $10,83 \times -5'56'' = -1^{\circ}04'$

Como a declinação foi no sentido ocidental, logo o rumo magnético do alinhamento 1-2 em 2002 é menor do que em 1991 (Fig. VI - 31). $RM_{1-2\ 2002.0} = 75^{\circ}42' - 1^{\circ}04' = 74^{\circ}38'$ SE



Ao se atualizar rumos magnéticos têm-se:

QUADRANTE NE

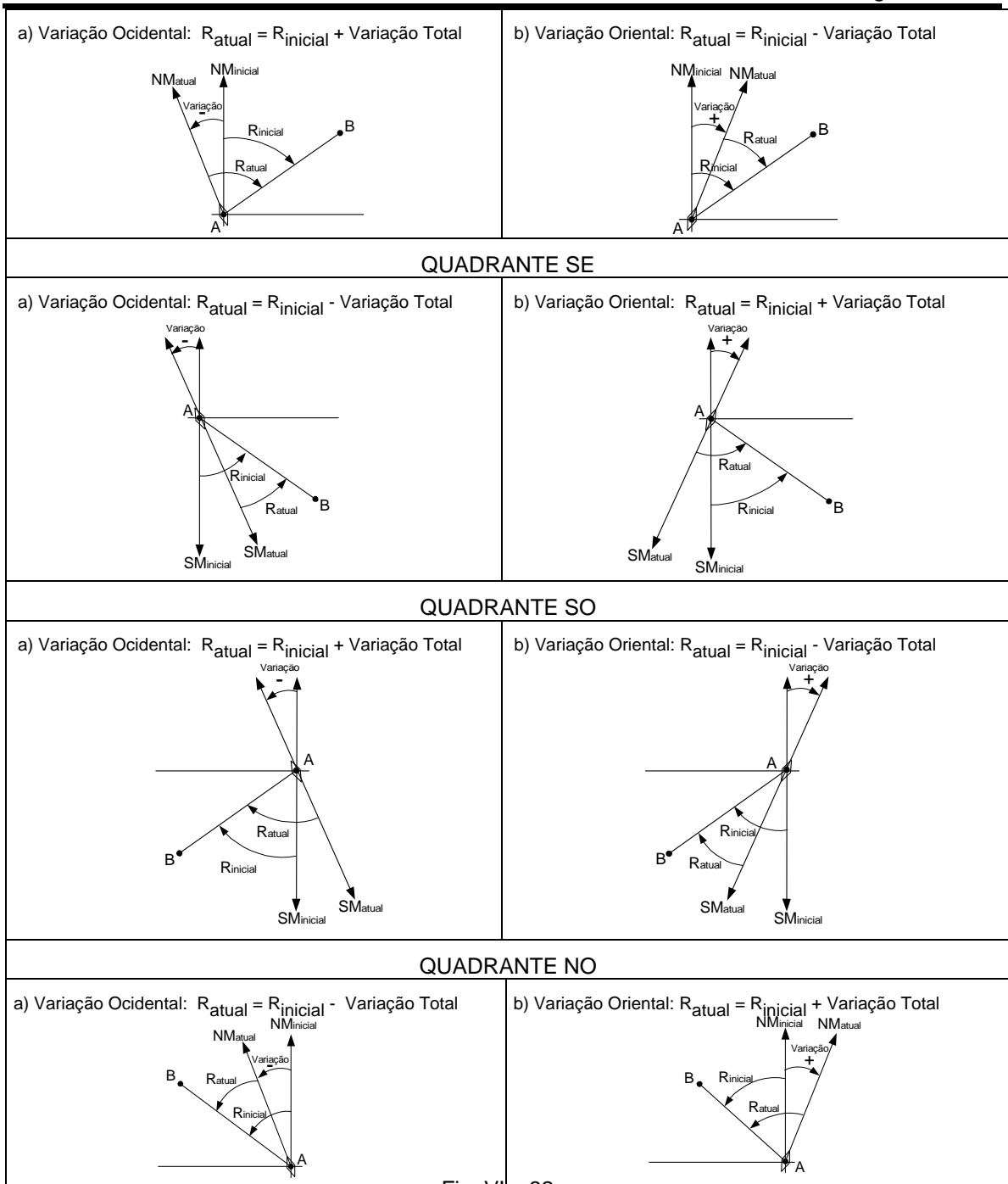


Fig. VI - 32

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

CAPÍTULO VI - Orientação

1. Foi realizado na cidade de Diamantina – MG, um levantamento topográfico em maio de 1990. Usando a carta magnética da Fig. VI-22, resolva as questões abaixo:

a – Se foi assinalado um Azimute Magnético de $178^{\circ}32'$, calcule:

- O valor do Azimute Verdadeiro?
- Qual o valor deste Azimute Magnético em janeiro de 2002?

b – Se foi assinalado um Rumo Magnético $10^{\circ}20'SO$, calcule:

- O valor do Rumo Verdadeiro?
- Qual o valor deste Rumo Magnético em janeiro de 2002?

2. Transformar em rumos os azimutes:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. $27^{\circ}38'45''$ | b. $92^{\circ}35'02''$ |
| c. $272^{\circ}05'30''$ | d. $215^{\circ}50'00''$ |
| e. $329^{\circ}20'10''$ | f. $115^{\circ}15'05''$ |
| g. $71^{\circ}22'18''$ | h. $208^{\circ}07'00''$ |
| i. $160^{\circ}10'00''$ | j. $254^{\circ}25'20''$ |

3. Transformar em azimutes os rumos:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a. $34^{\circ}37'04''$ NO | b. $66^{\circ}20'15''$ SE |
| c. $45^{\circ}18'00''$ NE | d. $16^{\circ}20'08''$ SO |
| e. $81^{\circ}45'50''$ SE | f. $62^{\circ}47'14''$ NE |
| g. $29^{\circ}11'46''$ SO | h. $07^{\circ}25'35''$ NO |
| i. $53^{\circ}08'20''$ SE | j. $71^{\circ}37'52''$ SO |

RESPOSTAS

1. a – $AzV = 157^{\circ}46'$ $AzM = 179^{\circ}38'$
b – $RV = 10^{\circ}26' SE$ $RM = 11^{\circ}26' SO$

2. a. $27^{\circ}38'45''$ NE | c. $87^{\circ}54'30''$ NO | e. $30^{\circ}39'50''$ NO | g. $71^{\circ}22'18''$ NE | i. $19^{\circ}50'00''$ SE
b. $87^{\circ}24'58''$ SE | d. $35^{\circ}50'00''$ SO | f. $64^{\circ}44'55''$ SE | h. $28^{\circ}07'00''$ SO | j. $74^{\circ}25'20''$ SO

3. a. $325^{\circ}22'56''$ | c. $45^{\circ}18'00''$ | e. $98^{\circ}14'10''$ | g. $209^{\circ}11'46''$ | i. $126^{\circ}51'40''$
b. $113^{\circ}39'45''$ | d. $196^{\circ}20'08''$ | f. $62^{\circ}47'14''$ | h. $352^{\circ}34'25''$ | j. $251^{\circ}37'52''$

CAPÍTULO VII

LEVANTAMENTO PLANIMÉTRICO

Sumariamente, o objetivo da Topografia, representar graficamente uma porção limitada do terreno, é conseguido através de 3 etapas:

- a. Materializando um eixo de referência no terreno ao qual serão amarrados todos os pontos que caracterizem os acidentes julgados importantes.
- b. Determinando a posição desses pontos no terreno através de medições de distâncias e ângulos.
- c. Transportando as relações obtidas, em escala, para o desenho.

As duas primeiras etapas constituem a operação chamada Levantamento Topográfico. Quando se pretende apenas a representação plana do terreno, são executadas operações visando somente a localização dos acidentes, ou seja, o levantamento planimétrico.

Trataremos aqui, de levantamentos de pequenas áreas (superfícies que não excedam a um círculo de 10 km de raio), uma vez que, para maiores extensões, teríamos que considerar a curvatura da Terra. No caso de trechos estreitos e longos (estradas, faixas de domínio de linhas de transmissão, etc.), teríamos vários levantamentos distintos interligados.

Finalidade do Levantamento e Reconhecimento

Antes de se iniciar a operação do Levantamento propriamente dito, devemos nos inteirar de qual a sua finalidade. Isto é, a entidade que encomendou o serviço deverá definir qual o intuito do levantamento: se vamos levantar uma porção do terreno para determinar sua área, se se pretende levantar o terreno para representar os acidentes importantes ali existentes ou, ainda, se se deseja tudo isto, ou seja, efetuar um levantamento completo do terreno incluindo suas divisas ou limites e também todos acidentes importantes ali existentes.

Definida essa "intenção" pelo proprietário ou entidade que encomenda o serviço, ainda nesta etapa, o cuidado seguinte será tomar conhecimento direto com o terreno, tomando-se conhecimento das suas peculiaridades, dificuldades a vencer, conformação, vegetação, mentalizando os acidentes e classificando os que devam ser representados. Nesta fase ainda, caso se pretenda também efetuar o levantamento dos limites, dever-se-á verificar a exatidão das escrituras e, se necessário, confrontar os dados com as informações de moradores locais.

Lançamento da Poligonal

É óbvio que não se poderia descrever um determinado levantamento, pois cada um tem sua finalidade, suas características, vegetação, natureza do terreno, tipo de acidentes, precisão

requerida e outras peculiaridades. Vai se descrever, pois, um levantamento genérico. Seja o terreno da Fig.VII-1 que se pretenda levantar para efeito do cálculo da área e também representação dos acidentes importantes existentes.

O cálculo da área será possível mediante o levantamento das divisas, quer sejam cercas, rio, estrada, etc. Quanto aos acidentes julgados importantes, já o foram selecionados anteriormente: casas, estradas, cercas, córregos, nascentes, bosque, ponte, pedreiras, árvores de madeira de lei, postes de luz, matas, brejos, etc.

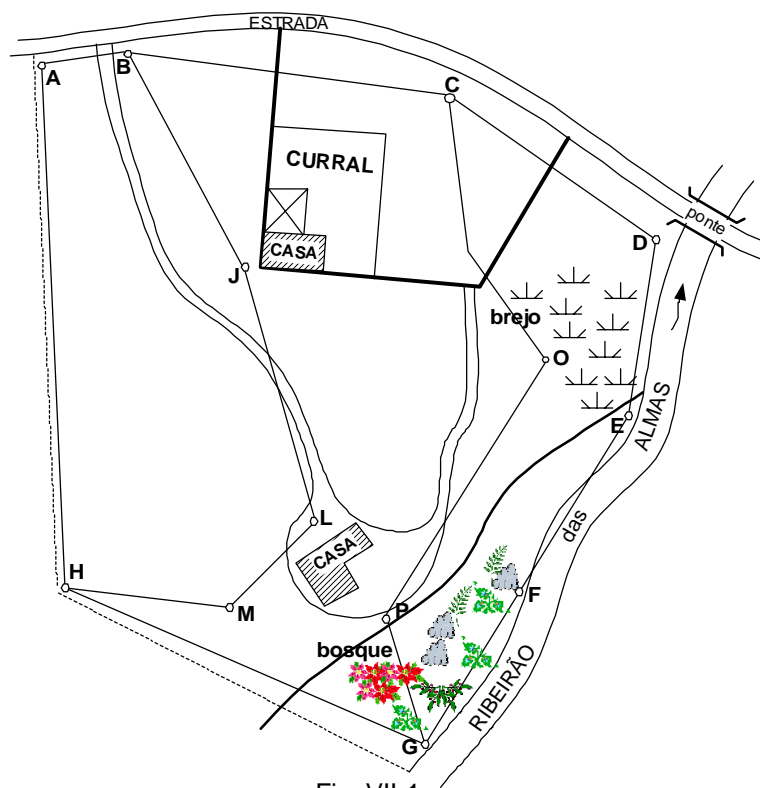


Fig. VII-1

Inicialmente é estabelecido no terreno um eixo (quebrado) de referência, chamado caminhamento, em relação ao qual determinaremos as posições dos vários acidentes que se desejam representar .

Primeiramente, objetivando o levantamento dos pontos que caracterizam os limites do terreno, o responsável pelo trabalho percorrerá seu contorno cravando piquetes os pontos A, B, C, D,H (Fig. VII-1). Estes piquetes deverão ser intervisíveis e em menor número

possível. A fim de serem achados posteriormente e identificados, deverão ser cravados ao seu lado estacas testemunhas.

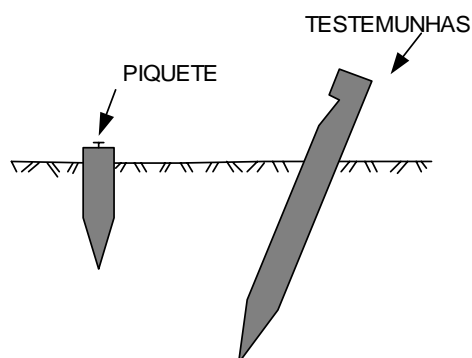


Fig. VII-2

No caso de nem todos acidentes, a serem representados, serem visualizados dos piquetes “de contorno” ou estarem por demais distantes, outros piquetes deverão ser cravados no interior do terreno a fim de viabilizar a medição desses acidentes e sua futura representação. Para o levantamento do terreno do nosso exemplo, além dos piquetes que acompanham aproximadamente as divisas do terreno, deverão ser cravados piquetes nos pontos J, L, M, N, P, O e P (Fig. VII-1) mais próximos dos acidentes internos a representar.

Estes eixos quebrados estabelecidos pelos piquetes, na realidade, serão poligonais de referência.

As poligonais, sempre que possível, deverão ser fechadas, uma vez que apresentam uma grande vantagem sobre as poligonais abertas na medida que permitem a verificação da precisão dos trabalhos executados.

Assim, teremos a poligonal de contorno A B C D E F G H A, e as poligonais internas ou auxiliares tais como B J L M H e C N O P G.

Materializadas no terreno as poligonais de referência, passa-se às etapas seguintes: execução do caminhamento (medições de lados e ângulos das poligonais) e amarração dos acidentes, ou seja, relacionar à poligonal os pontos que caracterizem os acidentes representáveis. Na realidade estas duas operações são executadas simultaneamente.

Descreveremos primeiramente os métodos para medição da poligonal e os processos de amarração dos “detalhes” e, em seguida, apresentaremos a seqüência dos procedimentos de execução das duas operações em conjunto.

Levantamento da Poligonal – Execução do caminhamento

Os lados da poligonal podem ser medidos por qualquer dos processos de medida: a trena, por estadia, ou medidores eletrônicos de distância. Em serviços nos quais se exija mais precisão usa-se a trena, ou mesmo medidores eletrônicos de distância. Comumente, dispondo-se de um teodolito, os lados da poligonal são medidos por estadimetria.

No caso de locação de faixa estreita e comprida, como eixos de estradas ou adutoras, o sistema usado é se medirem os lados à trena de 20 em 20 metros, cravando-se piquetes e numerando-os segundo a série natural dos números.

A medição dos ângulos, que os lados consecutivos da poligonal fazem entre si, pode ser efetuada por dois métodos distintos: medindo-se os ângulos consecutivos do polígono ou se medindo o suplemento desses ângulos. O primeiro é chamado "caminhamento pelos ângulos do polígono", o segundo, "caminhamento pelas deflexões".

Método dos Ângulos da Poligonal

Os ângulos que os lados consecutivos da poligonal A-B, B-C... G-H, H-A fazem entre si são medidos, em todos os vértices, no mesmo sentido: ou sempre horário (o que normalmente se faz) ou sempre anti-horário. Em verdade, pode-se girar a alidade no sentido horário ou anti-horário, indiferentemente: os ângulos é que devem ser lidos sempre na mesmo sentido de graduação do limbo.

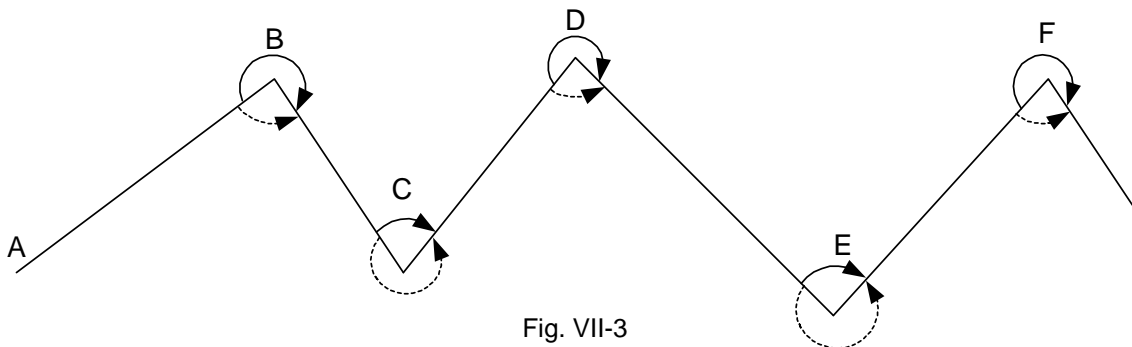


Fig. VII-3

A operação de medição de cada ângulo é a seguinte: instalado o teodolito no vértice, o operador "zera" o limbo e com ele zerado visa a baliza no vértice anterior. Em seguida soltando a alidade gira-se a mesma, esquerda ou direita (não importa o sentido do giro, a leitura é que deve ser sempre feita na mesma graduação), até visar a baliza do vértice seguinte onde se lê o ângulo horizontal.

Deve-se sempre procurar lançar poligonais fechadas, pois, como já foi dito, pode-se verificar a exatidão do trabalho executado. A verificação é feita através da soma dos ângulos do polígono.

Se a poligonal fechada é percorrida no campo no sentido horário e a leitura do limbo é sempre feita na graduação horária, os ângulos medidos serão sempre externos. Pela geometria tem-se a soma dos ângulos externos de um polígono:

Se $S_e = (n + 2) \times 180^\circ$, onde "n" é o número de lados.

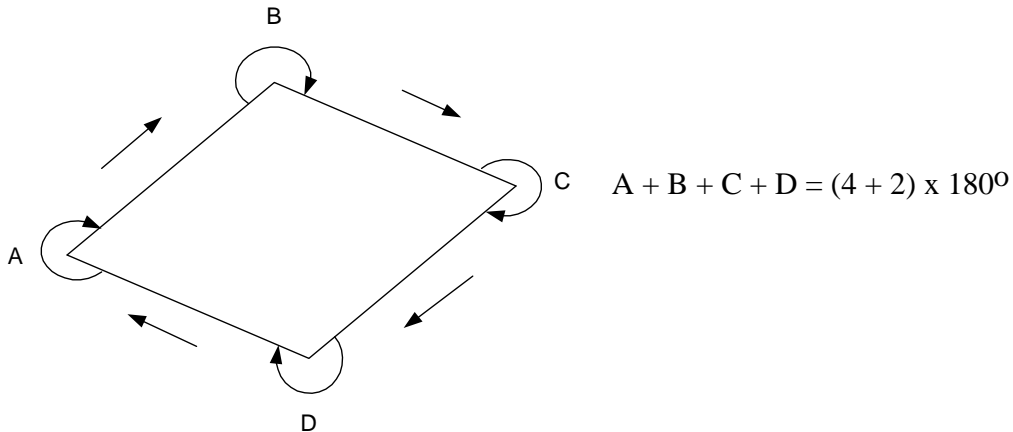


Fig. VII-4

Se ao contrário, se percorre a poligonal no sentido anti-horário os ângulos horizontais medidos serão internos se lidos sempre na graduação horária e a somatória destes deverá ser igual a:

$S_i = (n - 2) \times 180^\circ$.

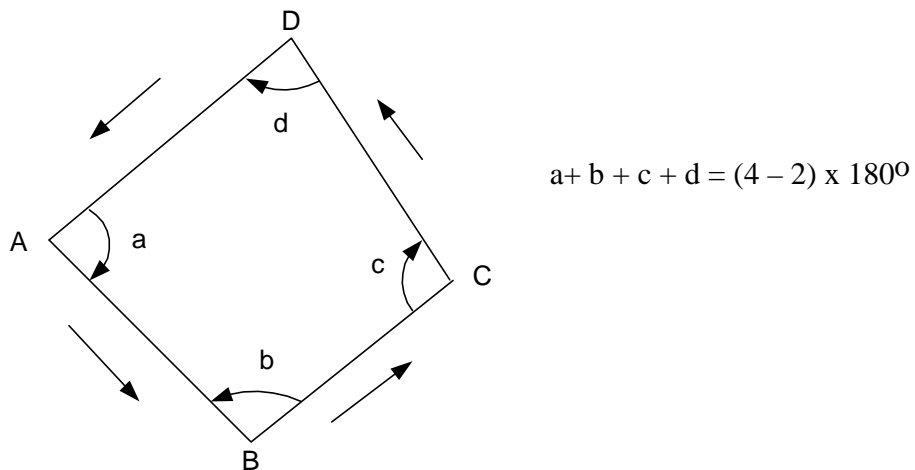


Fig. VII-5

Método das Deflexões

Chamamos deflexão o ângulo que o prolongamento do alinhamento anterior faz com o seguinte. As deflexões variam de 0° a 180° e podem ser à direita ou esquerda.

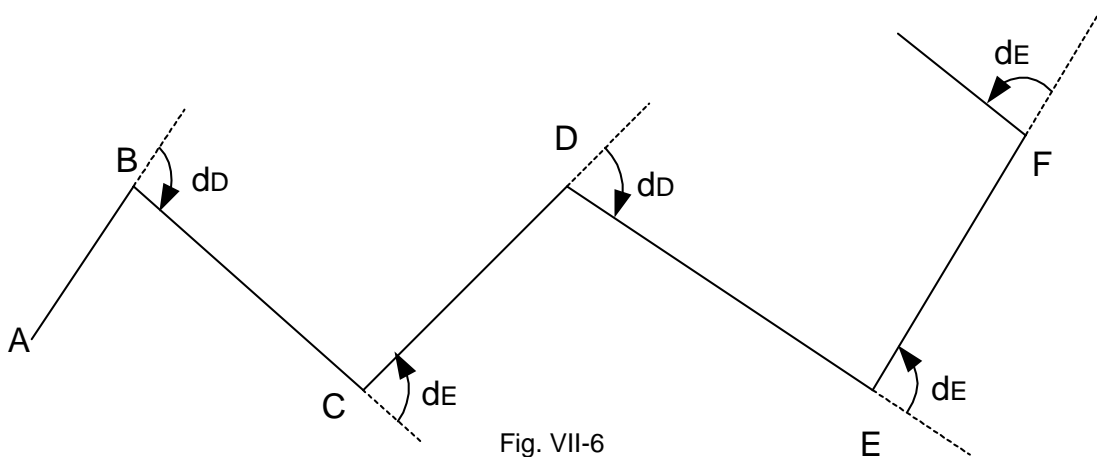


Fig. VII-6

Neste processo medem-se em cada vértice, a deflexão, ou seja, o ângulo que o prolongamento do lado anterior faz com o lado seguinte, conforme indicado pelas setas (Fig. VII-6). Os ângulos são horários ou anti-horários, dependendo se os lados seguintes são à direita ou à esquerda do prolongamento do lado anterior. (Estamos admitindo, portanto, um sentido no caminhamento, de A para B, de B para C, etc.).

A operação de medição de cada deflexão é a seguinte: instalado o teodolito em um vértice, ao invés de zerar o limbo horizontal do aparelho ajusta-se o mesmo em 180° e visa-se a baliza no vértice anterior. Desta forma fez-se coincidir o zero do limbo com a direção do prolongamento do lado anterior. Solta-se o movimento da alidade e girando a luneta até visar a baliza do vértice seguinte, faz-se a leitura do ângulo. Se a deflexão for à direita o seu valor é o próprio ângulo lido (Fig. VII-7).

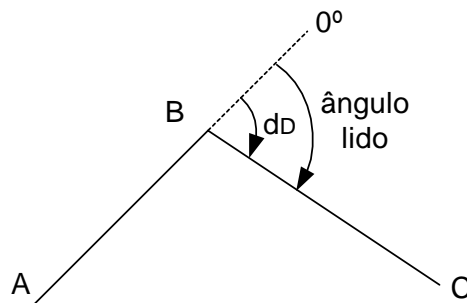


Fig. VII-7

Se o ângulo lido for maior do que 180° a deflexão será esquerda e o seu valor igual a 360° menos o ângulo lido (Fig. VII-8).

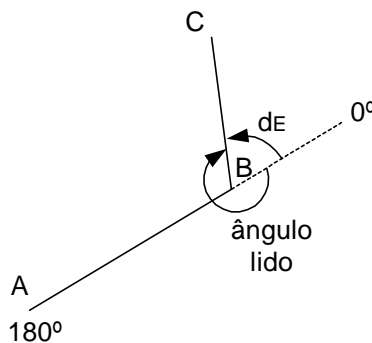


Fig. VII-8

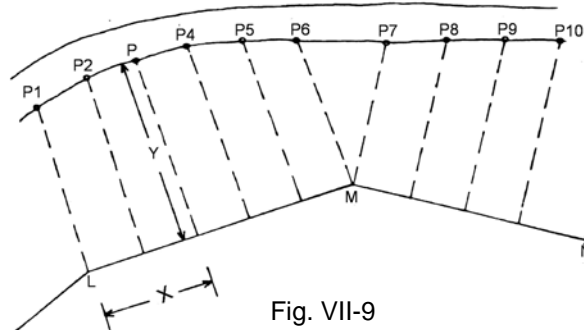
Um outro procedimento adotado para medir a deflexão é o da inversão da luneta. Instalado o teodolito num vértice, zera-se o limbo horizontal e visa-se, o anterior com a luneta invertida. Em seguida, bascula-se a luneta em torno de seu eixo horizontal, isto é, "desinverte-se" a luneta, de modo que o zero do limbo coincida com a direção do prolongamento do alinhamento anterior. Feito isso, solta-se o movimento da alidade e girando-se a luneta, para a direita ou esquerda, até visar a baliza no vértice seguinte faz-se a leitura do ângulo. Neste caso os valores das deflexões são obtidos da mesma forma que no primeiro procedimento já descrito pois, em ambos, o zero do limbo horizontal coincide com a direção do prolongamento do alinhamento anterior.

Levantamento de Detalhes - Amarração

Materializado no terreno um eixo de referência (que é exatamente a poligonal do caminhamento), fica bastante simples relacionar a ele detalhes importantes do terreno. O problema, na verdade se resume em determinar, em relação a um segmento de reta, a posição de pontos que bem caracterizem os acidentes, ou detalhes, que serão representados. Há 4 processos distintos usados para se determinar a posição desses pontos em relação aos lados da poligonal, ou seja, há 4 processos usuais de "amarração":

Amarração por Ordenadas

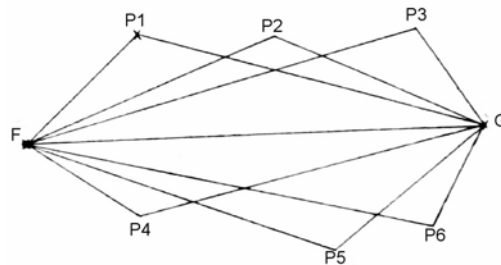
A posição de vários pontos P_1, P_2, P_3, P_4 , etc. fica determinada se medirmos sua ordenada y e abscissa x em relação a um eixo LM que no caso é um lado da poligonal (Fig. VII-9). Este processo pode ser utilizado quando se tem que determinar um contorno irregular ou curvo como a margem de um rio, estradas, cercas, etc. São estabelecidos intervalos constantes no lado da poligonal, de 20 em 20 m, ou de 10 em 10 m, por exemplo, e, a partir daí, basta tirar perpendiculares ao lado em cada piquete e medir a distância até o contorno que se quer representar.



Também neste processo usa-se freqüentemente a trena na medição das ordenadas, embora possa também se usar a estadia. Este processo é pouco utilizado.

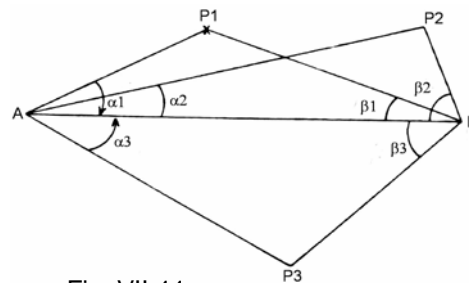
Amarração por Intercessão de lados

A posição de quaisquer pontos $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$, etc. (Fig. VII-10), que caracterizem acidentes, fica determinada se medirmos as distâncias P_1F, P_1G, P_2F e P_2G, P_3F, P_3G , etc., destes pontos a 2 vértices consecutivos da poligonal.



Amarração por intercessão de ângulos

A posição de qualquer ponto tal como P_1, P_2, P_3 , etc. fica determinada medindo-se os ângulos α_1 e β_1, α_2 e β_2 , etc. que os alinhamentos P_1A, P_1B , etc. fazem com um lado da poligonal (Fig. VII-11).



Amarração por Irradiação

A posição de qualquer ponto $P_1, P_2, P_3, \dots, P_6$ fica determinada pela medição das distâncias $R P_1, R P_2, R P_3$, etc. de um vértice da poligonal ao ponto e mais o ângulo $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$ etc. que estas direções fazem com o lado RS (Fig. VII-12).

Este processo é o mais usado nos levantamentos pelo fato de se visar o ponto de apenas um vértice. Na verdade, o inconveniente dos processos de intercessão de lados ou ângulos é exatamente este, a obrigatoriedade do ponto ter que ser visualizado de dois vértices, o que, na maioria das vezes, aumenta sobremaneira o número de vértices da poligonal.

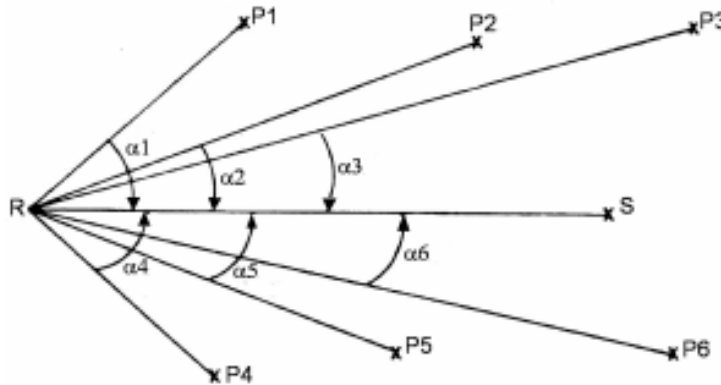


Fig. VII-12

Seqüência de procedimentos

As operações de um levantamento são, normalmente, efetuadas em 2 etapas: o reconhecimento do terreno e a materialização dos vértices da poligonal, usando piquetes, na etapa inicial e a execução do caminhamento (medições de lados e ângulos da poligonal) simultaneamente à amarração dos acidentes numa só e segunda etapa.

Descreveremos os procedimentos para execução de um levantamento a estadia, utilizando o método dos ângulos da poligonal e amarração de detalhes por irradiação, que é o que ocorre com maior freqüência se o equipamento que se tem é um teodolito.

Em seguida a materialização da poligonal, instala-se o teodolito no primeiro vértice:

- zera-se o limbo horizontal e visa-se uma baliza no vértice anterior, como estamos no primeiro vértice o anterior é o último;

- desprende-se o limbo do movimento da alidade, o zero fica fixo coincidente com a direção do vértice anterior;
- substitui-se a baliza por uma mira, fazem-se as leituras dos fios inferior, médio e superior e do ângulo zenital;
- visa-se a baliza no vértice seguinte onde se lê o ângulo horizontal, lembrando que não importa o sentido do giro, a leitura é que deverá ser feita sempre na graduação do sentido horário;
- substitui-se novamente a baliza por uma mira, faz-se as leituras dos fios inferior, médio e superior e do ângulo zenital.

Com estes procedimentos mediu-se a poligonal no primeiro vértice: a visada da baliza objetiva a medida do ângulo horizontal e a da mira a obtenção dos dados necessários ao cálculo das distâncias. Antes de continuar o levantamento da poligonal aproveita-se o teodolito neste vértice para proceder a amarração dos acidentes dele visualizados.

Para a amarração por irradiação:

- coloca-se a mira nos pontos que caracterizem os acidentes a serem representados e faz-se a leitura dos fios inferior, médio e superior e ângulos zenital;
- faz-se leitura do ângulo horizontal visando a própria mira, a não ser que o ponto visado seja muito importante na representação e esteja muito bem definido no campo, o que justificaria a colocação da baliza.

Visados todos os pontos de interesse, instala-se o teodolito no segundo vértice repete-se todos os procedimentos e assim também em todos os demais até o último, concluindo o levantamento.

Orientação da planta

É preciso que se refira a poligonal a uma direção para efeito de orientação da planta.

Esta direção, de preferência, deve ser a do Norte Verdadeiro. Neste caso, faz-se a determinação da direção do Norte Verdadeiro logo no início do lançamento da poligonal. Na impossibilidade de determinação desta direção, basta que se determine o azimute ou rumo magnético de um dos lados com auxílio de uma bússola, normalmente, o primeiro.

Registro das Operações de Levantamento - Caderneta de Campo

O registro das operações de um levantamento planimétrico, ou planialtimétrico, é efetuado por intermédio do preenchimento da chamada "Caderneta de Campo".

A seguir o exemplo de uma "Caderneta" muito utilizada para levantamento por estadiometria.

Estaç. e h	Ponto Visado	Ângulo Horiz.	Leitura de Mira			Ângulo Zenital	Distância Horizon.	Difer. Nível	Cota	Observações e Croquis
			F.I.	F.M.	F.S.					
E - 0 h=1,50	E- 4	0° 00'	1,000	2,080	3,160	85°47'	214,83	+15,26		
	E- 1	269°03'	1,000	1,647	2,294	90°30'	129,39	-1,28		Ver Croquis no final
	1	12°05'	1,000	1,137	1,274	96°10'	27,08	-2,56		N.A.C.
	2	39°18'	1,000	1,269	1,538	91°14'	53,78	-0,93		N.A.C.
	3	48°50'	1,000	1,418	1,836	89°55'	83,60	+0,20		N.A.C.
	4	332°11'	1,500	1,622	1,744	97°30'	23,98	-3,28		N.A.C.
	5	280°41'	1,500	1,741	1,982	94°27'	47,91	-3,97		N.A.C.
	6	281°06'	1,000	1,358	1,716	90°34'	71,59	-0,57		Poste 2
	7	347°55'	0,500	0,830	1,160	88°29'	65,95	+2,42		Poste 3
8	15°07'	1,000	1,642	2,284	89°22'	128,38	+1,28		Poste 4	
E-1 h=1,45	E-0	0°00'	1,000	1,647	2,294	89°20'	129,38	+1,31		Ver croquis no final
	E-2	244°21'	1,000	1,787	2,574	86°26'	156,79	+9,44		
	9	3°25'	1,500	1,802	2,104	93°10'	60,22	-3,68		N.A. Rep.
	10	9°30'	1,500	1,750	2,000	93°43'	49,79	-3,53		Poste 1
	11	26°28'	1,000	1,209	1,418	95°27'	41,42	-3,71		Barragem
	12	19°31'	1,000	1,187	1,374	96°06'	36,98	-3,69		Barragem
	13	33°38'	1,500	1,670	1,840	96°25'	33,58	-4,00		N.A.C.
	14	91°26'	1,500	1,641	1,782	99°14'	2747	-4,66		N.A.C.
	15	129°30'	1,500	1,712	1,924	95°16'	42,04	-4,14		N.A.C. e Cerca
	16	175°32'	1,200	1,403	1,606	88°12'	40,56	+1,32		Cerca
	17	222°32'	1,200	1,577	1,954	87°01'	75,20	+3,79		C. Coberta
	18	233°35'	1,200	1,508	1,816	86°25'	61,36	+3,78		C. Coberta
	19	249°05'	1,000	1,235	1,470	85°37'	46,73	+3,80		C.Casa
	20	258°16'	1,000	1,221	1,442	85°22'	43,91	+3,79		C. Casa
21	308°50'	1,000	1,161	1,322	84°14'	31,87	+3,51		C. Casa	
22	312°00'	0,600	0,824	1,048	88°55'	44,78	+1,47		C. Casa	

Estaç. e h	Ponto Visado	Ângulo Horiz.	Leitura de Mira			Ângulo Zenital	Distância Horizon.	Difer. Nível	Cota	Observações e Croquis
---------------	-----------------	------------------	-----------------	--	--	-------------------	-----------------------	-----------------	------	-----------------------

			F.I.	F.M.	F.S.				
E-2	E-1	0°00'	0,500	1,287	2,074	93°28'	156,82	-9,39	
h=1,40	E-3	308°14'	1,000	1,639	2,278	90°25'	127,79	-1,17	Ver croquis no final
	23	57°03'	1,000	1,232	1,464	93°57'	46,18	-3,02	Cerca
	24	122°30'	1,000	1,235	1,470	88°25'	46,96	+1,46	C. Cerca
	25	288°32'	0,500	0,686	0,872	89°59'	37,20	+0,72	C. Cerca
	26	288°28'	1,000	1,441	1,882	95°16'	8746	-8,10	Árvore
	27	320°53'	0,500	0,958	1,416	92°16'	9146	-3,18	Árvore
	28	34144	0,500	1,044	1,588	9257	108,51	5,24	Árvore
	29	12°16'	1,000	1,385	1,770	93°53'	76,65	-5,19	Árvore
	E-3	E-2	0°00'	1,000	1,639	2,278	89°21'	127,78	+1,19
h=1,38	E-4	114°19'	1,000	1,635	2,270	86°08'	126,42	+8,29	
	30	67°05'	0,500	0,776	1,052	84°36'	5471	+5,78	Cerca Porteira
	31	73°52'	0,500	0,775	1,050	85°00'	54,58	+5,38	Cerca Porteira
	32	73°20'	0,500	0,734	0,968	84°48'	46,42	+4,87	E.E. = Eixo Estrada
	33	109°00'	0,500	0,620	0,740	86°24'	23,91	+2,26	E.E.
	34	177°04'	0,700	0,805	0,910	89°49'	21,00	+0,14	E.E.
	35	216°10'	0,700	0,856	1,012	91°55'	31,17	-0,52	E.E.
	36	249°04'	1,000	1,257	1,514	92°13'	51,32	-1,86	E.E.
	37	259°24'	1,000	1,335	1,670	92°27'	66,88	-2,82	E.E.
	38	270°00'	1,500	1,904	2,308	92°25'	80,66	-3,93	E.E.
	39	160°15'	1,000	1,325	1,650	90°00'	65,00	+0,06	ÁRVORE
	40	187°31'	1,000	1,536	2,072	92°18'	107,03	-4,45	ÁRVORE
E-4	E-3	0°00'	1,000	1,635	2,270	93°39'	126,49	-8,27	
h=1,43	E-0	324°03'	1,000	2,078	3,156	93°52'	214,62	-15,15	
	41	9°31'	1,500	1,741	1,982	93°05'	48,06	-2,90	CERCA
	42	310°29'	1,200	1,318	1,436	97°43'	23,17	-3,03	C.CERCA
	43	322°02'	1,200	1,463	1,726	95°42'	52,08	-5,23	ÁRVORE

A Fig. VII-13 apresenta o croquis mencionado na caderneta.

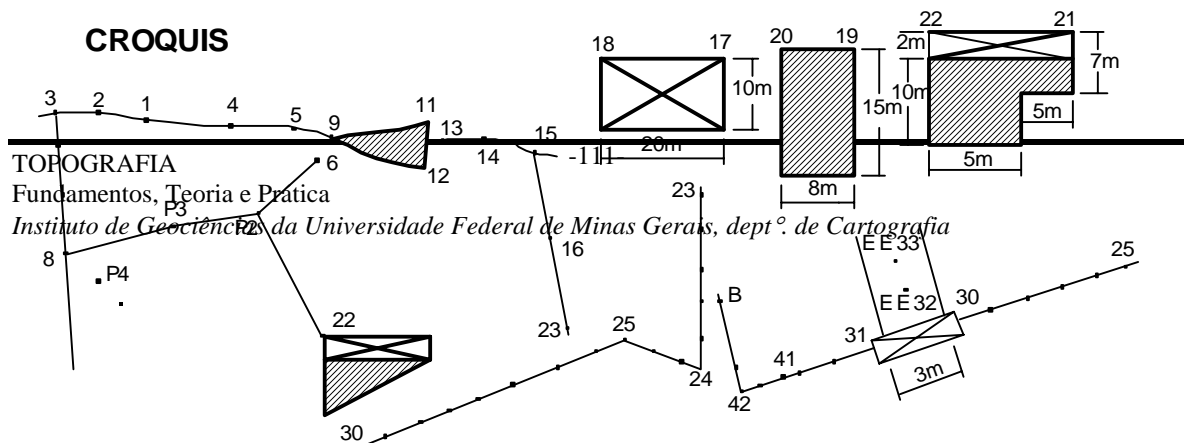


Fig. VII-13

A seguir explicamos como se procedeu o levantamento e preenchimento da caderneta dada. Trata-se de um levantamento à estadia e, conforme a Fig. VII-14, a poligonal base constou de 5 vértices, chamados na caderneta de estações: E0, E1, E2, E3 e E4.

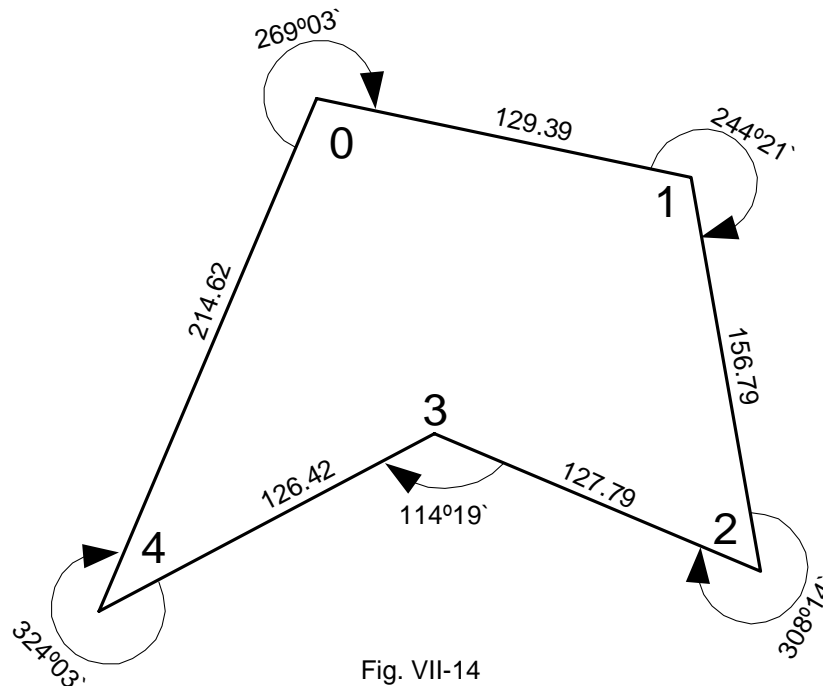


Fig. VII-14

A 1ª Coluna, *Estações*, se refere à instalação do instrumento nas 5 estações. As letras h indicam a "altura do instrumento", em cada uma dessas instalações e servirão no cálculo estadimétrico da distância vertical.

A 2ª Coluna, *Ponto Visado*, se refere aos pontos visados a partir das instalações do aparelho nas estações mencionadas, assim, tanto são visados os vértices anteriores e seguintes como os pontos de amarração. Vê-se, pois, que com o aparelho instalado em E-0, visaram-se tanto as

estações anteriores e seguintes, E-4 e E-1, como pontos de amarração, 1, 2, 3, ... 7, 8. Estes pontos são especificados na última coluna (Observações e croquis) a que se referem. O operador geralmente usa abreviaturas mais ou menos consagradas para os acidentes mais freqüentes. Tais como:

- Cb - Crista do Barranco
- Pb - Pé de barranco
- Cc - Canto de casa
- Na - Nível d'água
- NaD - Nível d'água na margem direita
- NaE - Nível d'água na margem esquerda
- NaC - Nível d'água córrego
- PM - Pé de morro
- CT - Corte ou Talude
- PT - Pé de talude
- C cerca - Canto de cerca
- EE - Eixo de estrada

A 3^a Coluna, Ângulo Horizontal, se refere aos ângulos horizontais medidos em cada vértice.

Assim, instalado em E-0, visando E-4 e "zerando-se" o limbo, tem-se que o ângulo horizontal é 0°00'. Ainda instalado em E-0 e girando a alidade até visar E-1, o ângulo medido foi 269°03'. Ainda estacionado em E-0 e visando-se os pontos amarrados 1, 2, etc., medem-se os ângulos que estas visadas fazem com a direção E-0 - E-4, os quais são anotados nesta mesma coluna.

Depois de visados todos os pontos desejados a partir da estação E-0, instala-se o aparelho na estação E-1 e daí, zerando-se na visada a E-0, anotam-se os ângulos horizontais das visadas a E-2 e também aos pontos amarrados 9 a 22.

Assim, sucessivamente, em todas as "estações" até a última E-4: visa-se E-3, zerando-se o limbo e em seguida visa-se novamente E-0 e os pontos a amarrar, 41, 42, 43, sempre se anotando os ângulos horizontais, a partir da direção E-4 - E-3.

As 4^a, 5^a e 6^a Colunas - Leituras de Mira se referem às leituras dos fios estadimétricos inferior (F.I.), médio (F.M.) e superior (F.S.), correspondentes à colocação da mira nos pontos visados em cada estação. A necessidade de sua leitura se justifica para o cálculo das

distâncias horizontais e verticais pela estadiometria, isto é, para o cálculo das distâncias entre a "estação" e os pontos visados, sejam esses pontos outras estações ou pontos de amarração.

Observe que sempre colocamos o fio inferior estadiométrico numa divisão inteira, se possível 1,000. Isto, para facilitar não só a leitura como o cálculo do valor de $m = F.S. - F.I.$

A 7ª Coluna - Ângulo Zenital, se refere ao ângulo lido no limbo vertical para cada visada.

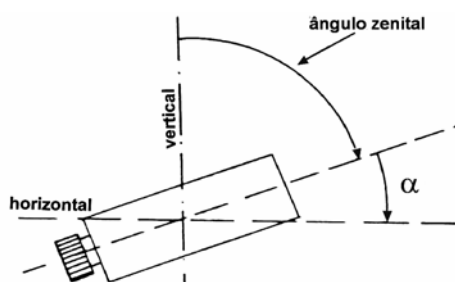


Fig. VII-15

A 8ª Coluna - Distância Horizontal, é para ser preenchida posteriormente ao levantamento no campo. Se destina ao resultado do cálculo da distância horizontal entre o ponto da estação e o ponto visado.

Conforme visto, a fórmula é $D = mg \text{ sen}^2 Z$, onde $g = 100$ e $m = F.S. - F.I.$

No exemplo da caderneta mostrado, os valores das Distâncias Horizontais já estão calculados.

Como se verifica, a medição dos lados da poligonal foi feita duas vezes. Assim, por exemplo, quando se estacionou o aparelho em E-0 e visou E-1 obteve-se a distância de 129,39 m.

Posteriormente de E-1 para E-0 obteve-se 129,38. Para maior precisão, toma-se a média das duas medidas.

A 9ª Coluna - Diferença de Nível, também para ser preenchida posteriormente à operação de campo, se destina ao cálculo da diferença de nível ou distância vertical entre os pontos de estação e os pontos visados. Estes dados são calculados no caso de levantamento planialtimétrico; através deles se determina o relevo, como se verá na parte da Altimetria. Também no exemplo de caderneta mostrado, a coluna já está preenchida.

Da mesma forma que os lados da poligonal, as distâncias verticais entre os vértices foram calculadas duas vezes, de "ré para vante" e de "vante para ré".

A 10^a Coluna - Cota, também se refere à determinação do relevo, a ser vista na parte da Altimetria. Poderíamos, contudo, adiantar que seu preenchimento se baseia na cota inicial mais as diferenças de nível calculadas.

A 11^a Coluna - Observações e Croquis, como já foi aludido se destina não só a especificar a natureza dos pontos de amarração (Ver 2^a Coluna), como a, se possível, apresentar um croquis elucidativo.

Erro Angular de Fechamento da Poligonal

No caso do caminhamento pelo método dos ângulos consecutivos do polígono a diferença entre o valor medido no campo e os valores teóricos obtidos pelas fórmulas geométricas $S_i = 180^\circ (n - 2)$, para caminhamento pelos ângulos internos e $S_e = 180^\circ (n + 2)$, no caso de serem medidos os ângulos externos, é o erro angular de fechamento cometido.

Também avalia-se o erro cometido no levantamento pelo método das deflexões comparando-se o valor medido com o dado pelas fórmulas geométricas.

Sabe-se que num polígono qualquer, a diferença entre a somatória das deflexões num sentido e no outro deve ser igual a 360° .

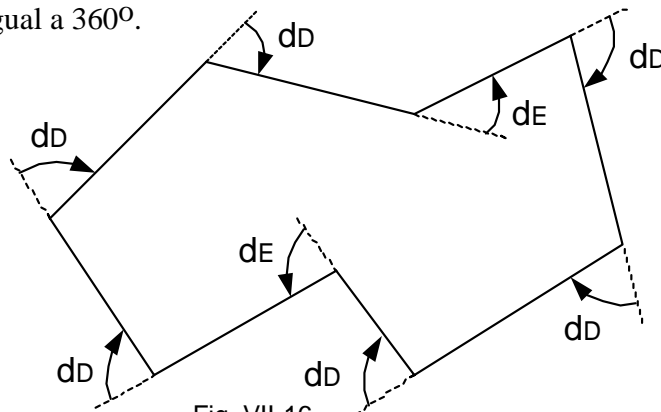


Fig. VII-16

Concluída pois a poligonal, somamos as deflexões à direita e à esquerda, subtraindo uma somatória da outra. A diferença entre o valor encontrado e 360° é, portanto, o erro angular cometido.

O erro angular cometido deve ser apreciado em função da precisão especificada para o serviço. De maneira geral admite-se que o erro angular deve ser menor ou igual a $2e\sqrt{n}$ sendo "n" o número de lados e " e " o erro médio admissível na leitura de cada ângulo. Assim, por exemplo, se se faz o levantamento de uma poligonal de 16 lados com um teodolito com precisão de 1 segundo, pode-se tomar $e = 2''$; então, o erro angular deverá ser menor $\sqrt{16}$ ou igual a $2 \times 2''$, ou seja, $16''$. Pode-se também adotar como limite para o erro angular simplesmente a precisão do aparelho multiplicado pelo número de vértices.

Azimutes e rumos dos lados da poligonal

Todos os cálculos no sentido de obter o desenho da planta são feitos a partir dos azimutes ou rumos dos lados da poligonal. Então, a partir do azimute obtido no campo, calculam-se os demais.

Cálculo dos azimutes

Os azimutes dos lados são obtidos a partir da relação entre os azimutes e os ângulos horizontais da poligonal. Sejam os alinhamentos 1-2, 2-3 e 3-4 da Fig. VII-17, a seguir:

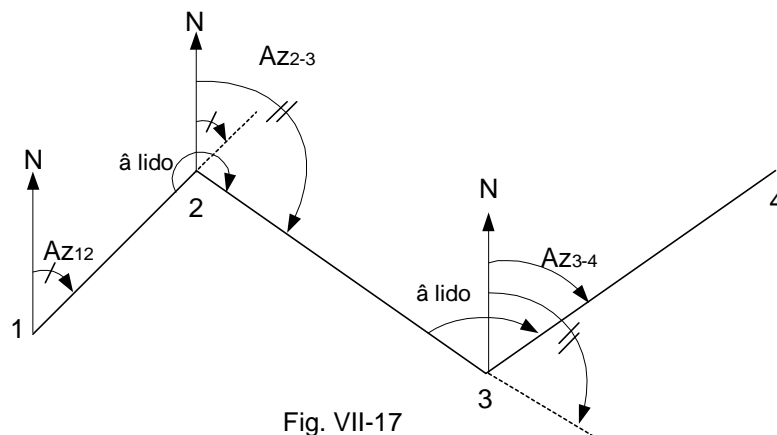


Fig. VII-17

Conhecido o Azimute inicial 1-2 e o ângulo horizontal lido no vértice 2, no sentido horário, tem-se: $Az\ 2-3 = Az\ 1-2 + \hat{a}\ lido - 180^\circ$

Da mesma forma tem-se: $Az\ 3-4 = Az\ 2-3 - (180^\circ - \hat{a})$ ou $Az\ 3-4 = Az\ 2-3 + \hat{a} - 180^\circ$

Então: $Az\ seguinte = Azimute\ anterior + \hat{a}\ horiz.\ (sent.\ hor.)\ no\ vértice\ seguinte - 180^\circ$
Como, $\hat{a}\ lido - 180^\circ$ é igual a deflexão à direita e, $180^\circ - \hat{a}\ lido$, é igual a deflexão à esquerda, pode-se escrever também:

$$Az\ 2-3 = Az\ 1-2 + dD$$

$$Az\ 3-4 = Az\ 2-3 - dE$$

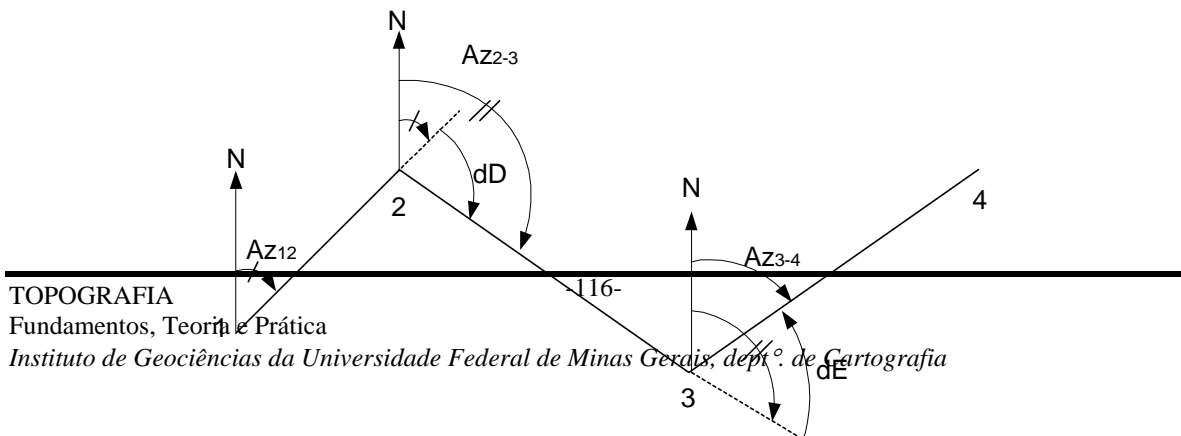


Fig. VII-18

Assim, para se calcular o azimute seguinte (Fig. VII-18) tem-se:

- dD, soma-se ao Az anterior
- dE, subtrai-se do Az anterior

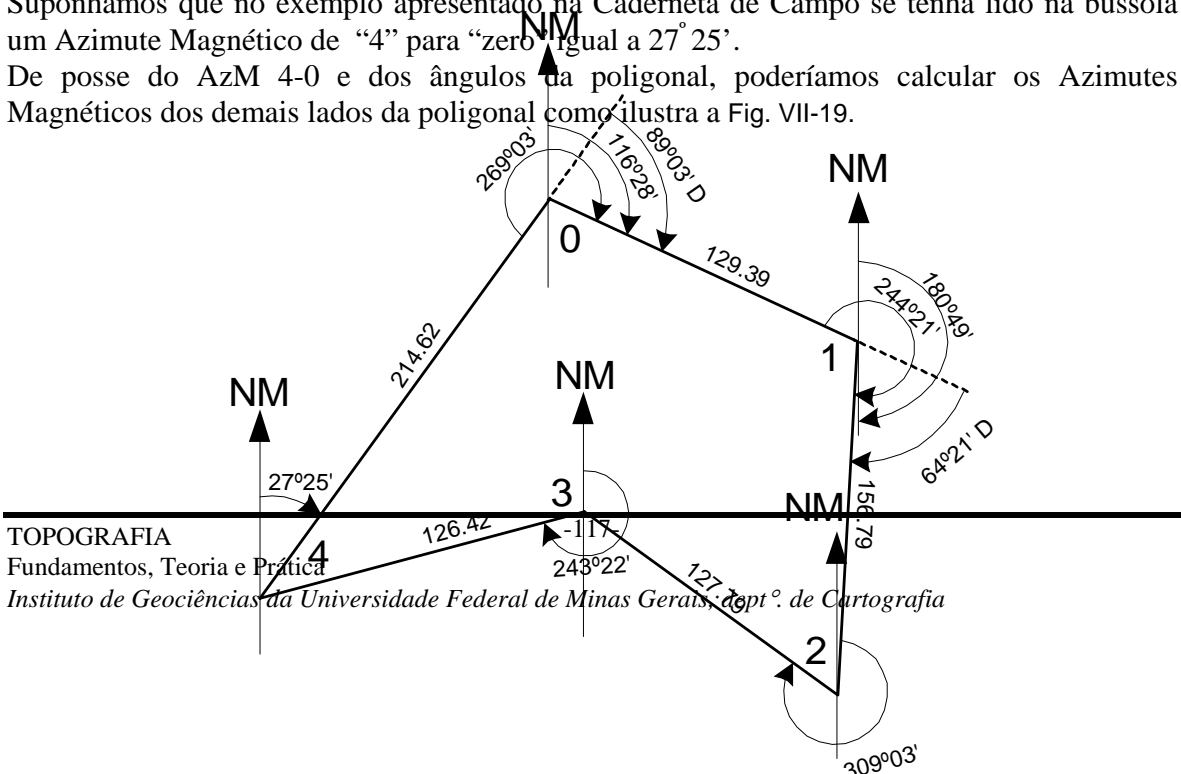
Observação:

Ao se fazerem estes cálculos podem ser encontrados valores maiores que 360° , ou ainda, negativos para o azimute. Como, por definição, o azimute varia de 0° a 360° no sentido horário deve-se adequar a resposta, exemplificando:

- Az 1-2 = $306^\circ 35'$ e ângulo horizontal lido (sent. hor.) no vértice 2 = $287^\circ 23'$
Logo, Az 2-3 = $306^\circ 35' + 287^\circ 23' - 180^\circ = 413^\circ 58' \Rightarrow \text{Az } 2-3 = 413^\circ 58' - 360^\circ = 53^\circ 58'$
Ou, pela deflexão, obviamente, com a mesma resposta:
 $\hat{\alpha} \text{ lido} > 180^\circ \Rightarrow dD = \hat{\alpha} \text{ lido} - 180^\circ = 287^\circ 23' - 180^\circ = 107^\circ 23'$
 $dD \Rightarrow \text{somar}$, logo: Az 2-3 = $306^\circ 35' + 107^\circ 23' = 413^\circ 58' \Rightarrow 53^\circ 58'$
- Az 1-2 = $33^\circ 41'$ e ângulo horizontal lido (sent. hor.) no vértice 2 = $86^\circ 16'$
Logo, Az 2-3 = $33^\circ 41' + 86^\circ 16' - 180^\circ = -60^\circ 03' \Rightarrow \text{Az } 2-3 = 360^\circ - 60^\circ 03' = 299^\circ 57'$
Da mesma forma pela deflexão:
 $\hat{\alpha} \text{ lido} < 180^\circ \Rightarrow dE = 180^\circ - \hat{\alpha} \text{ lido} = 180^\circ - 86^\circ 16' = 93^\circ 44'$
 $dE \Rightarrow \text{subtrair}$, logo: Az 2-3 = $33^\circ 41' - 93^\circ 44' = -60^\circ 03' \Rightarrow 299^\circ 57'$

Suponhamos que no exemplo apresentado na Caderneta de Campo se tenha lido na bússola um Azimute Magnético de “4” para “zero” igual a $27^\circ 25'$.

De posse do AzM 4-0 e dos ângulos da poligonal, poderíamos calcular os Azimutes Magnéticos dos demais lados da poligonal como ilustra a Fig. VII-19.



Mas, como é recomendável uma orientação imutável, transformaremos o Azimute Magnético em Verdadeiro para só depois procedermos os cálculos dos Azimutes dos demais lados da poligonal

Como o levantamento foi feito no município de Belo Horizonte, em jan/2002, deve-se calcular a declinação de BH para esta data.

Tem-se, pelo apresentado no Capítulo VI, pág 84:

Declinação de BH em 1990.0 = $- 20^{\circ} 24' 37''$ e Variação anual de declinação em BH = $- 5' 56''$

Então,

Declinação BH 2002.0 = Declinação BH 1990.0 + variação no período

d BH 2002.0 = $- 20^{\circ} 24' 37'' + (12 \times -5' 56'') = - 21^{\circ} 35'$

Logo,

AzV 4-0 = $27^{\circ} 25' - 21^{\circ} 35' = 5^{\circ} 50'$

Assim, os azimutes verdadeiros dos demais lados da poligonal já podem ser calculados:

Vértices	Ângulos Horiz. Lidos	Azimutes Verdadeiros
4 - 0	-----	$5^{\circ} 50'$
0 - 1	$269^{\circ} 03'$	$5^{\circ} 50' + 269^{\circ} 03' - 180^{\circ} = 94^{\circ} 53'$
1 - 2	$244^{\circ} 21'$	$94^{\circ} 53' + 244^{\circ} 21' - 180^{\circ} = 159^{\circ} 14'$
2 - 3	$308^{\circ} 14'$	$159^{\circ} 14' + 308^{\circ} 14' - 180^{\circ} = 287^{\circ} 28'$
3 - 4	$114^{\circ} 19'$	$287^{\circ} 28' + 114^{\circ} 19' - 180^{\circ} = 221^{\circ} 47'$
4 - 0	$324^{\circ} 03'$	$221^{\circ} 47' + 324^{\circ} 03' - 180^{\circ} = 5^{\circ} 50'$

Da mesma forma pode-se calcular pelas deflexões:

Vértices	Ângulos Horiz. Lidos	Deflexões	Azimutes Verdadeiros
4 - 0	-----	-----	$5^{\circ} 50'$
0 - 1	$269^{\circ} 03'$	$89^{\circ} 03' \text{ D}$	$5^{\circ} 49' + 89^{\circ} 03' = 94^{\circ} 53'$
1 - 2	$244^{\circ} 21'$	$64^{\circ} 21' \text{ D}$	$94^{\circ} 53' + 64^{\circ} 21' = 159^{\circ} 14'$
2 - 3	$308^{\circ} 14'$	$128^{\circ} 14' \text{ D}$	$159^{\circ} 14' + 128^{\circ} 14' = 287^{\circ} 28'$
3 - 4	$114^{\circ} 19'$	$65^{\circ} 41' \text{ E}$	$287^{\circ} 28' - 65^{\circ} 41' = 221^{\circ} 47'$
4 - 0	$324^{\circ} 03'$	$144^{\circ} 03' \text{ D}$	$221^{\circ} 47' + 144^{\circ} 03' = 5^{\circ} 50'$

Cálculo dos Rumos

Normalmente, quando se trabalha com rumo, primeiro são calculadas as deflexões e, a partir delas e do ângulo de orientação obtido no campo (azimute ou rumo), os demais rumos.

Conhecidos o rumo do alinhamento inicial (R_{12}) e a deflexão do alinhamento seguinte (2-3), obtém-se o rumo do alinhamento seguinte (R_{23}).

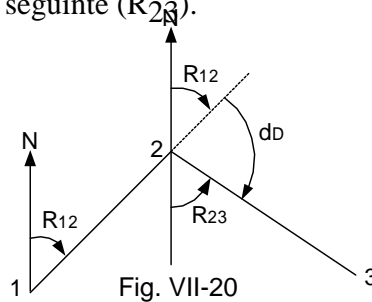


Fig. VII-20

A seguir os cálculos para cada um dos quadrantes:

QUADRANTE NE	
Deflexão à direita: $R_{2-3} = R_{1-2} + d_D$	Deflexão à esquerda: $R_{2-3} = R_{1-2} - d_E$
QUADRANTE SE	
Deflexão à direita: $R_{2-3} = R_{1-2} - d_D$	Deflexão à esquerda: $R_{2-3} = R_{1-2} + d_E$
QUADRANTE SO	
Deflexão à direita: $R_{2-3} = R_{1-2} + d_D$	Deflexão à esquerda: $R_{2-3} = R_{1-2} - d_E$

QUADRANTE NO	
Deflexão à direita: $R_{2-3} = R_{1-2} - d_D$	Deflexão à esquerda: $R_{2-3} = R_{1-2} + d_E$

Quadro Resumo para o Cálculo do Rumo Fig. VII-21

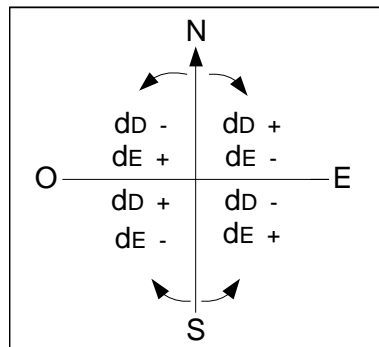


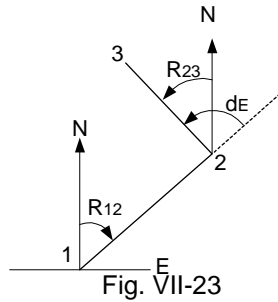
Fig. VII-22

Observação sobre o Quadrante do Rumo Calculado

Dependendo do valor da deflexão, o rumo do alinhamento seguinte pode não estar no mesmo quadrante do rumo inicial. Para definição do quadrante do rumo calculado é importante lembrar que o rumo, por definição, varia de 0° a 90° e é contado, em cada quadrante, a partir da direção mais próxima N ou S.

Assim, quando os resultados das operações forem ângulos maiores do que 90° ou valores negativos os rumos deverão ser contados a partir do outro extremo da linha N-S que, obviamente, será a direção mais próxima, exemplificando:

- No quadrante NE, $R_{2-3} = R_{1-2} - d_E$, se $d_E > R_{1-2}$ o resultado é negativo (Fig. VII-23). Portanto, R_{2-3} será o módulo do valor encontrado e estará no quadrante NO.



- No quadrante SE, $R_{23} = R_{12} - d_D$, se $d_D > R_{12}$ o resultado é negativo, logo R_{2-3} estará no Quadrante SO (Fig. VII-24).

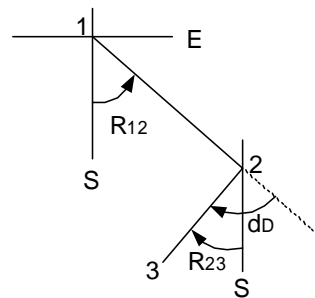


Fig. VII-24

- No quadrante SO, $R_{23} = R_{12} + d_D$, nas Figuras VII-25 e VII-26 abaixo $R_{12} + d_D > 90^\circ$

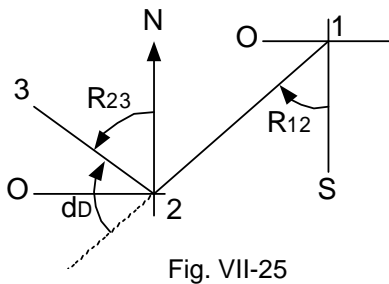


Fig. VII-25

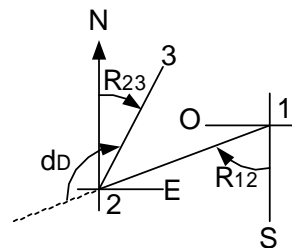


Fig. VII-26

Portanto, o rumo de 2 para 3 deverá ser contado a partir do Norte e dependendo do valor da deflexão poderá ser NO ou NE. Seu valor será a diferença entre o resultado da equação do quadrante SO e 180° .

No exemplo da Caderneta apresentada, supuzemos Azimute Magnético de “4” para “zero” igual a $27^{\circ} 25'$, e calculamos o Azimute Verdadeiro $5^{\circ} 50'$, então o Rumo Verdadeiro de 4 para 0 é $5^{\circ} 50'$ NE.

A partir daí pode-se calcular os Rumos dos demais lados da poligonal:

VÉRTICES	ÂNGULOS HORIZONTAIS LIDOS	DEFLEXÕES	RUMOS
4 - 0	-----	-----	$5^{\circ} 50'$ NE
0 - 1	$269^{\circ} 03'$	$89^{\circ} 03'$ D	$85^{\circ} 07'$ SE
1 - 2	$244^{\circ} 21'$	$64^{\circ} 21'$ D	$20^{\circ} 46'$ SE
2 - 3	$308^{\circ} 14'$	$128^{\circ} 14'$ D	$72^{\circ} 32'$ NO
3 - 4	$114^{\circ} 19'$	$65^{\circ} 41'$ E	$41^{\circ} 47'$ SO
4 - 0	$324^{\circ} 03'$	$144^{\circ} 03'$ D	$5^{\circ} 50'$ NE

Desenho do Caminhamento e Correção gráfica

Em certos casos especiais, como o de levantamentos expeditos onde se exige pouca precisão, a poligonal do caminhamento é desenhada diretamente pelas coordenadas polares levantadas (ângulo e distância).

Pode-se exemplificar com o levantamento expedito de uma jazida, feito à bússola e passo, efetuado freqüentemente por geólogos. Neste caso, desenham-se diretamente no papel os lados medidos a passo AB, BC, etc. e os ângulos, medidos à bússola em cada vértice, ou seja, os rumos magnéticos dos lados da poligonal (Fig. VII-27).

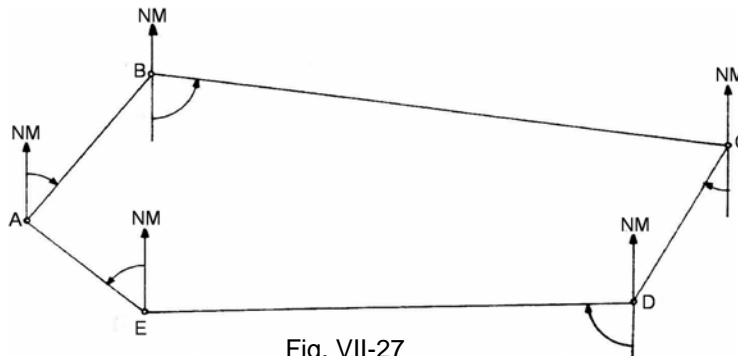


Fig. VII-27

Acontece que, devido à imprecisão das medidas, quando se vai desenhlar a poligonal fechada ABCDEA levantada no campo, geralmente o vértice final não coincide com o inicial A, como deveria: chega-se a um vértice A'. A distância AA' é o erro gráfico de fechamento do polígono. Desde que esse erro não seja exagerado, faz-se a sua distribuição gráfica (Fig. VII-28) como se segue:

- Divide-se o segmento AA' em tantas divisões quanto o número de lados do polígono.

- Toma-se em cada vértice, numa direção paralela a AA', tantas divisões quanto o número de lados que o antecede (assim, no vértice B, 1 divisão, no C, 2 divisões, etc.).
- Com isto obtém-se um novo polígono AB'C'D'E'A indicado pelo tracejado, que é o novo polígono corrigido.

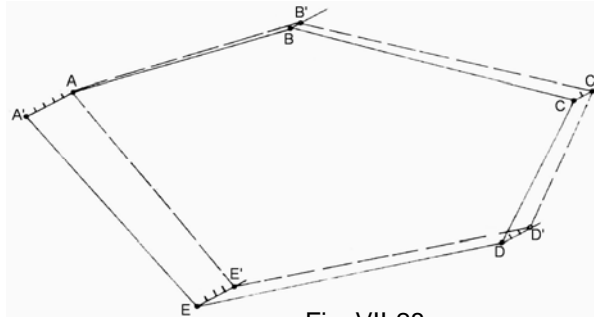


Fig. VII-28

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Dados os ângulos horizontais abaixo, obtidos visando-se a ré com 0°00' e sentido horário, calcule as deflexões:

a. 105°30'15"	e. 276°00'50"	i. 81°41'20"
b. 320°22'05"	f. 51°46'30"	j. 77°38'00"
c. 248°11'00"	g. 192°57'10"	k. 66°10'00"
d. 45°36'40"	h. 322°26'25"	l. 246°05'30"

2. Calcular o rumo ou azimute do alinhamento 2 - 3 conhecendo-se o rumo ou azimute do alinhamento 1 - 2 e a deflexão de 2 para 3.

a. R ₁₋₂ = 57°32' SO	d ₂₋₃ = 142°30' D	f. Az ₁₋₂ = 19°06'	d ₂₋₃ = 91°14' D
b. R ₁₋₂ = 29°07' NE	d ₂₋₃ = 75°28' E	g. Az ₁₋₂ = 321°24'	d ₂₋₃ = 164°30' E
c. R ₁₋₂ = 43°13' NO	d ₂₋₃ = 179°04' D	h. Az ₁₋₂ = 251°40'	d ₂₋₃ = 143°50' D
d. R ₁₋₂ = 08°21' SE	d ₂₋₃ = 49°27' E	i. Az ₁₋₂ = 49°16'	d ₂₋₃ = 101°48' E
e. R ₁₋₂ = 54°37' SO	d ₂₋₃ = 102°51' D	j. Az ₁₋₂ = 152°08'	d ₂₋₃ = 63°18' D

3. Calcular os azimutes do polígono 0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 0, conhecendo-se o azimute inicial e os ângulos horizontais. Caso exista erro angular de fechamento, qual o seu valor?

Vértices	Ângulos Horizontais	Azimute Lido	Azimutes Calculados
----------	---------------------	--------------	---------------------

6 - 0	-----	139° 25' 00"	
0 - 1	296° 40' 00"		
1 - 2	253° 20' 45"		
2 - 3	150° 30' 15"		
3 - 4	281° 57' 15"		
4 - 5	345° 38' 35"		
5 - 6	132° 42' 10"		
6 - 0	159° 11' 15"		

4. Com os dados de campo fornecidos pela caderneta abaixo, calcular as deflexões e os rumos ou azimutes do polígono 0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 0, sabendo-se que o vértice anterior (ré) foi visado 0°00'00".

Vértices	Ângulos Horizontais	Deflexões	Rumo Lido	Rumos ou Azimutes Calculados
6 - 0	-----	-----	40° 16' NO	-----
0 - 1	253° 20'		-----	
1 - 2	150° 31'		-----	
2 - 3	281° 57'		-----	
3 - 4	344° 38'		-----	
4 - 5	132° 43'		-----	
5 - 6	160° 12'		-----	
6 - 0	296° 39'		-----	

5. Conhecendo-se os rumos dos alinhamentos 1 - 2 e 2 - 3, calcular a deflexão de 2 para 3 e o ângulo lido ao se visar "3", estando o teodolito instalado em 2 e tendo visado "1" com 0°00'.

<p>a. $R_{1-2} = 53^{\circ}30' \text{ NE}$ e $R_{2-3} = 40^{\circ}20' \text{ NO}$</p> <p>b. $R_{1-2} = 87^{\circ}48' \text{ SE}$ e $R_{2-3} = 48^{\circ}31' \text{ NE}$</p>		<p>c. $R_{1-2} = 26^{\circ}15' \text{ NO}$ e $R_{2-3} = 20^{\circ}02' \text{ NE}$</p> <p>d. $R_{1-2} = 75^{\circ}22' \text{ SO}$ e $R_{2-3} = 11^{\circ}20' \text{ SE}$</p>
---	--	---

6. Conhecendo-se os azimutes dos alinhamentos 1 - 2 e 2 - 3, calcular a deflexão de 2 para 3 e o ângulo lido ao se visar "3", estando o teodolito instalado em 2 e tendo visado "1" com $0^{\circ}00'$.

a. $Az_{1-2} = 216^{\circ}51'$ e $Az_{2-3} = 298^{\circ}18'$

b. $Az_{1-2} = 116^{\circ}53'$ e $Az_{2-3} = 201^{\circ}58'$

c. $Az_{1-2} = 14^{\circ}32'$ e $Az_{2-3} = 261^{\circ}40'$

d. $Az_{1-2} = 330^{\circ}02'$ e $Az_{2-3} = 177^{\circ}24'$

RESPOSTAS

- | | | |
|--|---|--|
| <p>1. a. $74^{\circ}29'45''$ E
b. $140^{\circ}22'05''$ D
c. $68^{\circ}11'00''$ D
d. $134^{\circ}23'20''$ E</p> | <p>e. $96^{\circ}00'50''$ D
f. $128^{\circ}13'30''$ E
g. $12^{\circ}57'10''$ D
h. $142^{\circ}26'25''$ D</p> | <p>i. $98^{\circ}18'40''$ E
j. $102^{\circ}22'00''$ E
k. $113^{\circ}50'00''$ E
l. $66^{\circ}05'30''$ D</p> |
| <p>2. a. $R_{2-3} = 20^{\circ}02'$ NE
b. $R_{2-3} = 46^{\circ}21'$ NO
c. $R_{2-3} = 44^{\circ}09'$ SE
d. $R_{2-3} = 57^{\circ}48'$ SE
e. $R_{2-3} = 22^{\circ}32'$ NO</p> | <p>f. $Az_{2-3} = 110^{\circ}20'$
g. $Az_{2-3} = 156^{\circ}54'$
h. $Az_{2-3} = 35^{\circ}30'$
i. $Az_{2-3} = 307^{\circ}28'$
j. $Az_{2-3} = 215^{\circ}26'$</p> | |

3.

Vértices	Azimutes Calculados
6 - 0	-----
0 - 1	$256^{\circ}05'00''$
1 - 2	$329^{\circ}25'45''$
2 - 3	$299^{\circ}56'00''$
3 - 4	$416^{\circ}53'15''$
4 - 5	$207^{\circ}31'50''$
5 - 6	$160^{\circ}14'00''$
6 - 0	$139^{\circ}25'15''$

e=15"

4.

Vértices	Deflexões	Rumos ou Azimutes calculados
6 - 0	-----	-----
0 - 1	$73^{\circ}20'$ D	$33^{\circ}04'$ NE / $33^{\circ}04'$
1 - 2	$29^{\circ}29'$ E	$3^{\circ}35'$ NE / $3^{\circ}35'$
2 - 3	$101^{\circ}57'$ D	$74^{\circ}28'$ SE / $105^{\circ}32'$
3 - 4	$164^{\circ}38'$ D	$89^{\circ}50'$ NO / $270^{\circ}10'$
4 - 5	$47^{\circ}17'$ E	$42^{\circ}53'$ SO / $222^{\circ}53'$
5 - 6	$19^{\circ}48'$ E	$23^{\circ}05'$ SO / $203^{\circ}05'$
6 - 0	$116^{\circ}39'$ D	$40^{\circ}16'$ NO / $319^{\circ}44'$

- | | |
|---|--|
| <p>5. a- $d_{2-3} = 93^{\circ}50'$ E âng. Lido = $86^{\circ}10'$
b- $d_{2-3} = 43^{\circ}41'$ E âng. Lido = $136^{\circ}19'$</p> | <p>c- $d_{2-3} = 46^{\circ}17'$ D âng. Lido = $226^{\circ}17'$
d- $d_{2-3} = 86^{\circ}42'$ E âng. Lido = $93^{\circ}18'$</p> |
| <p>6. a- $d_{2-3} = 81^{\circ}27'$ D âng. Lido = $261^{\circ}27'$
b- $d_{2-3} = 85^{\circ}05'$ D âng. Lido = $265^{\circ}05'$</p> | <p>c- $d_{2-3} = 112^{\circ}52'$ E âng. Lido = $67^{\circ}08'$
d- $d_{2-3} = 152^{\circ}38'$ E âng. Lido = $27^{\circ}22'$</p> |

CAPÍTULO VIII

CÁLCULO DE COORDENADAS PLANAS ORTOGONAIS

Encerrado o levantamento propriamente dito, antes de se passar à etapa seguinte, confecção da planta, resta executar algumas tarefas complementares: cálculo das distâncias horizontais, no caso da planta ser apenas planimétrica, também das distâncias verticais ou diferenças de nível se o levantamento é planialtimétrico, cálculo do Azimute Verdadeiro se mediu o Magnético e se deseje uma orientação imutável, e ainda a transformação das coordenadas polares (ângulo e distância) obtidas no campo para cada ponto em coordenadas planas ortogonais ou retangulares. Na verdade, usa-se determinar coordenadas retangulares daqueles pontos que se deseje precisão no seu posicionamento na planta uma vez que se consegue marcar distância com mais rigor do que ângulo. Assim, além de pontos importantes do terreno como, por exemplo, no caso de um lote, suas quinas, devem-se calcular as coordenadas planas retangulares também para os vértices da poligonal de referência uma vez que seu posicionamento deve ser feito da maneira mais rigorosa possível, porque a partir deles serão assinalados todos os outros pontos irradiados no campo.

Vantagens da Utilização das Coordenadas

O emprego das coordenadas retangulares dos vértices possibilita o rigor necessário. As vantagens abaixo relacionadas justificam esta afirmação:

- a. As coordenadas dos vértices podem ser determinadas com a precisão desejada (quantas decimais se deseje);
- b. Eliminam-se erros relativos à marcação de ângulos, já que só distâncias são assinaladas; além disso o erro fica limitado à quadrícula onde a coordenada se situa;
- c. O erro de fechamento é calculado analiticamente e distribuído proporcionalmente ao comprimento das projeções dos lados da poligonal;
- d. Permite o cálculo analítico da área interna da poligonal de modo simples, rápido e muito mais preciso.

Considerações Preliminares

O processo de se determinar analiticamente as coordenadas dos vértices da poligonal baseia-se em referir a poligonal a um sistema ortogonal de eixos, fazendo coincidir o eixo dos YY com a direção Norte e o eixo dos XX com a direção leste situando a poligonal no quadrante superior direito (Fig.VIII-1) .

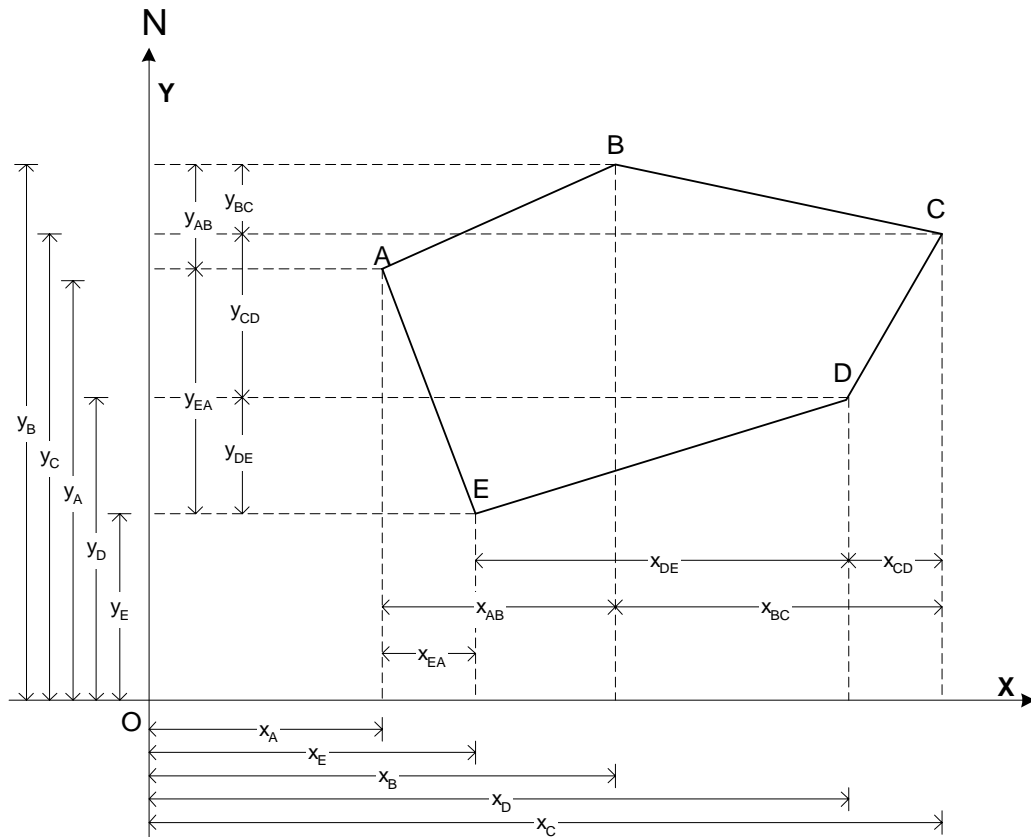


Fig. VIII-1

São chamadas de coordenadas absolutas as coordenadas contadas a partir da origem 0 dos eixos.

E de coordenadas relativas de cada vértice aquelas contadas a partir das coordenadas do vértice anterior.

Assim conforme Fig.VIII-1, teríamos:

Vértices	A	B	C	D	E
Coordenadas Absolutas	X_A Y_A	X_B Y_B	X_C Y_C	X_D Y_D	X_E Y_E
Coordenadas Relativas	X_{EA} Y_{EA}	X_{AB} Y_{AB}	X_{BC} Y_{BC}	X_{CD} Y_{CD}	X_{DE} Y_{DE}

Cálculo das Coordenadas Relativas

Ora, se fizemos coincidir o eixo dos YY com a direção do Norte poderemos calcular as coordenadas relativas de cada vértice em função do rumo ou azimute de cada lado.

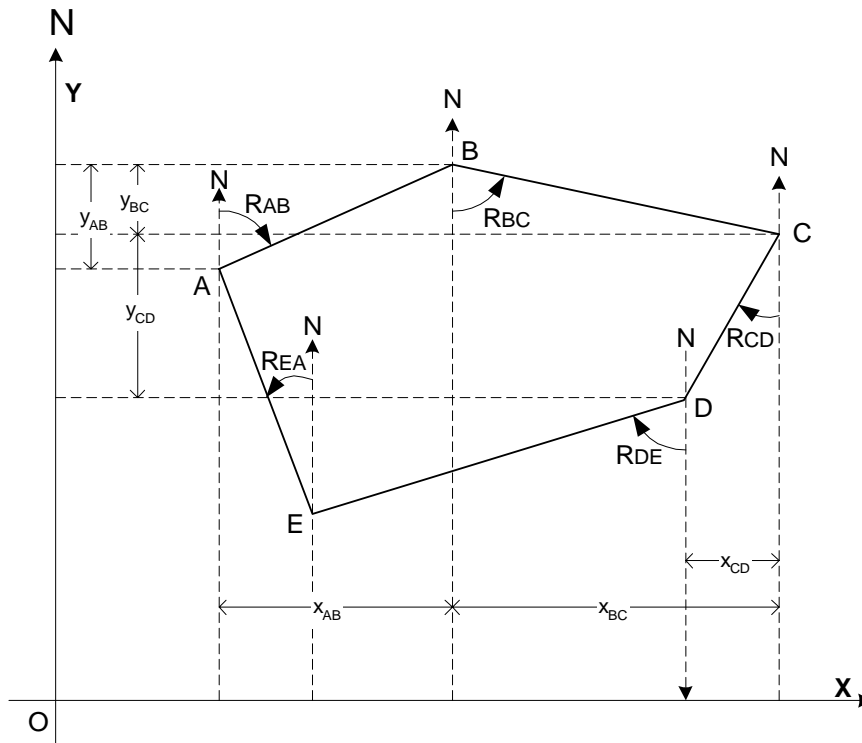


Fig. VIII-2

É óbvio que a projeção do lado da poligonal sobre o eixo X é a própria abscissa relativa.

Da mesma maneira, a projeção do lado sobre o eixo Y é a ordenada relativa.

De acordo com a trigonometria tem-se:

$$| X_{AB} = AB \operatorname{sen} R_{AB} \quad | X_{BC} = BC \operatorname{sen} R_{BC} \quad | X_{CD} = CD \operatorname{sen} R_{CD}$$

$$| Y_{AB} = AB \operatorname{cos} R_{AB} \quad | Y_{BC} = BC \operatorname{cos} R_{BC} \quad | Y_{CD} = CD \operatorname{cos} R_{CD}$$

e assim por diante...

Genericamente, sendo LM o lado de uma poligonal e, x e y, as coordenadas relativas de M em relação a L (Fig.VIII-3), tem-se:

$$x = LM \operatorname{sen} R$$

$$y = LM \operatorname{cos} R$$

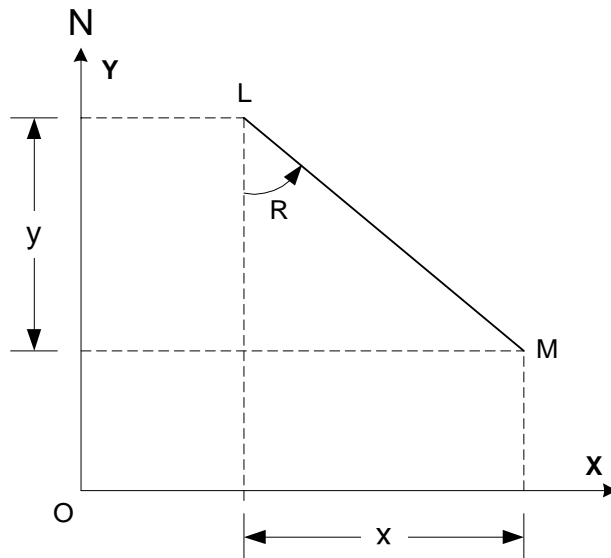


Fig. VIII-3

Sendo a poligonal fechada, o ponto de partida deve coincidir com o ponto final, logo as coordenadas relativas têm sentido (Fig. VIII- 4) e sua soma algébrica é nula. Assim:

$$X_{AB} + X_{BC} - X_{CD} - X_{DE} - X_{EA} = 0$$

$$Y_{AB} - Y_{BC} - Y_{CD} - Y_{DE} + Y_{EA} = 0$$

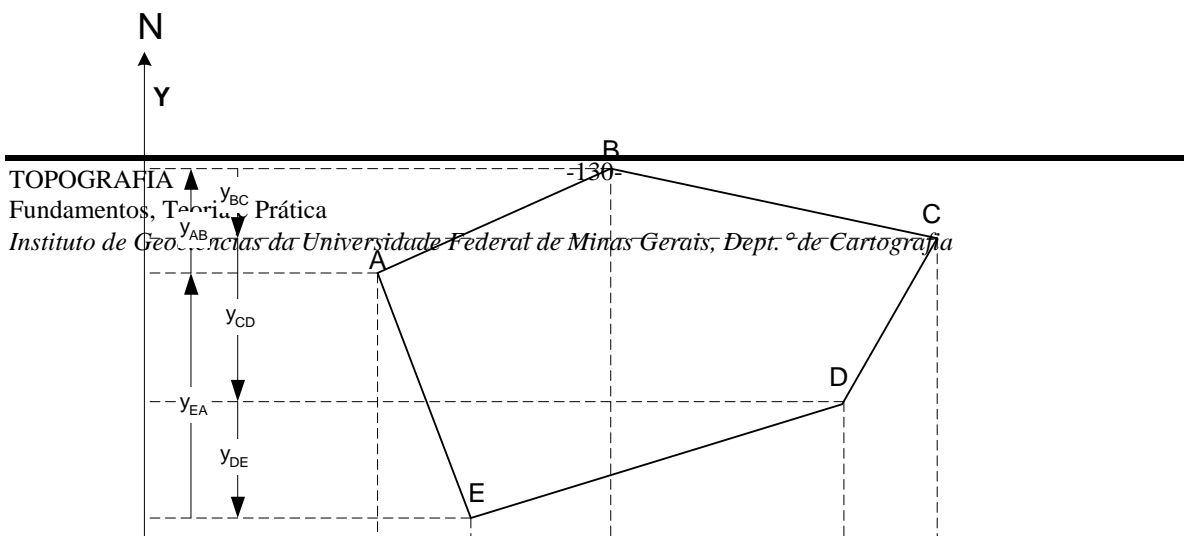


Fig. VIII- 4

Observando os quadrantes dos rumos dos lados da poligonal tem-se:

- { Rumos NE e SE têm abcissas relativas positivas
- { Rumos SO e NO têm abcissas relativas negativas
- { Rumos NE e NO têm ordenadas relativas positivas
- { Rumos SE e SO têm ordenadas relativas negativas

Pode-se resumir esta observação assim:

- { Lados com Rumos Leste (E) têm abcissas positivas
- { Lados com Rumos Norte (N) têm abcissas positivas

Quando se usa **azimute**, ao invés de rumo, o sentido do lado, positivo ou negativo, aparece automaticamente já que o ângulo varia de 0° a 360° . Exemplificando:

Rumo 30° NE = Azimute $30^\circ \Rightarrow$ sen + e cos +, abcissa positiva e ordenada positiva

Rumo 30° SE = Azimute $150^\circ \Rightarrow$ sen + e cos -, abcissa positiva e ordenada negativa

Rumo 30° SO = Azimute $210^\circ \Rightarrow$ sen - e cos -, abcissa positiva e ordenada negativa

Rumo 30° NO = Azimute $330^\circ \Rightarrow$ sen - e cos +, abcissa positiva e ordenada positiva

Cálculo Analítico do Erro de Fechamento do Polígono

Calculadas as coordenadas relativas do polígono, teríamos:

$$\begin{cases} X_{AB} + X_{BC} - X_{CD} - X_{DE} - X_{EA} = 0 \\ Y_{AB} - Y_{BC} - Y_{CD} - Y_{DE} + Y_{EA} = 0 \end{cases}$$

Acontece contudo que, devido à imperfeição inevitável nas medidas, o vértice final não coincide com o vértice inicial. Ou seja, a diferença aritmética entre a soma das coordenadas positivas e negativas não é nula. É o que se chama de erro de fechamento do polígono.

Assim, se fôssemos calculando as coordenadas relativas dos vértices, encontraríamos um vértice final A_1 não coincidente com o inicial A , isto é, as coordenadas absolutas de A_1 não coincidiriam com as de A .

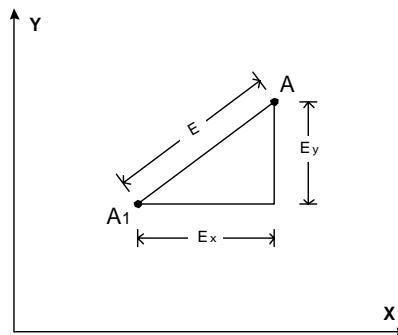


Fig. VIII-5

Este erro, que graficamente

seria representado por $A_1 A$

(Fig. VIII-5), analiticamente pode ser expresso por:

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2 \quad \text{ou} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

Em outras palavras, a expressão do erro de fechamento de um polígono tem dois componentes:

- A componente em x é a diferença entre as abcissas positivas e negativas, $\Sigma+x - \Sigma-x \neq 0$;
- A componente em y é a diferença entre as ordenadas positivas e negativas, $\Sigma+y - \Sigma-y \neq 0$.

Distribuição do Erro de Fechamento

Inicialmente deve-se verificar se o mesmo é aceitável, isto é, se está dentro dos limites de precisão especificados para o trabalho em pauta. São comuns os seguintes critérios:

Nos caminhamentos à estádia admite-se que o erro de fechamento seja inferior a 1/1000 do perímetro do polígono.

Nos caminhamentos à trena de aço, o erro deve ser inferior a 1/2000 do perímetro.

Finalmente, nos caminhamentos a medidores eletrônicos (distânciômetros) o erro varia em função do aparelho utilizado, podendo variar de 1/20.000 a 1/60.000 do perímetro do polígono de referência.

Dependendo da aparelhagem de medição e critérios especificados do levantamento, verificado que o erro está dentro dos limites de tolerância, temos que distribuí-lo proporcionalmente aos comprimentos de cada lado do polígono.

Como a expressão analítica desse erro E tem dois componentes (Ex e Ey), dividimos a componente em x (Ex), pela soma, em valor absoluto, das abcissas relativas:

$$\frac{E_x}{\Sigma x} = C_x$$

Da mesma forma, dividimos a componente em y (Ey) pela soma, em valor absoluto das ordenadas relativas:

$$\frac{E_y}{\Sigma y} = C_y$$

Cx e Cy, evidentemente, são os erros cometidos por metro em X e Y respectivamente. Então, para procedermos a correção basta multiplicarmos Cx e Cy, com sinal trocado, respectivamente pelas abcissas e ordenadas relativas em valor absoluto anulando desta forma o erro.

Os resultados serão as abcissas e ordenadas relativas corrigidas.

Cálculos das Coordenadas Absolutas

No caso de existir, próximo a área levantada, um marco de triangulação topográfica, determinam-se as coordenadas do 1º vértice a partir do mesmo. Pode-se também usar um GPS para se determinar as coordenadas de um vértices. Caso não seja possível efetuar nenhum desses procedimentos, arbitram-se as coordenadas do vértice inicial e obtêm-se as coordenadas absolutas dos demais vértices somando ou subtraindo as respectivas coordenadas relativas.

A abscissa e ordenada do vértice inicial devem ser arbitradas de tal maneira que ao se proceder os cálculos dos demais vértices não se obtenham coordenadas negativas, vale dizer todos os vértices deverão estar no 1º Quadrante. Finalmente, se os cálculos estiverem corretos, as coordenadas do vértice final serão as mesmas do vértice inicial.

Exemplo do cálculo completo das Coordenadas Planas Ortogonais dos vértices de um polígono

Vamos aproveitar como exemplo o polígono da Caderneta de Campo do capítulo anterior. Trata-se de um polígono de 5 vértices, E-0 a E-4, tendo sido os lados medidos a estadia.

Já havíamos, como complemento do preenchimento da Caderneta de Campo, determinado as deflexões e os azimutes e rumos verdadeiros.

O cálculo se apresenta, normalmente, sob a forma de uma planilha. Serão apresentados dois modelos mais usuais de planilhas e, após cada um, a explicação de seu preenchimento.

Primeiramente será utilizado o modelo que apresenta os cálculos da forma mais detalhada.

Planilha de Cálculo das Coordenadas Planas Ortogonais

Vért.	Deflexões	Azimutes ou Rumos	Dist.	Projeções – Coordenadas Relativas								Coord. Relativas Corrigidas		Coordenadas Absolutas	
				Seno	+ x	Δx	- x	Coseno	+ y	Δy	-y	x	y	x	y
4-0		5°50' / 5°50' NE												500,00	300,00
0-1	89°03' D	94°53' / 85°07' SE	129,38	0,99637	128,91	- 0,06		0,08513		- 0,00	11,01	+ 128,85	- 11,01	628,85	288,99
1-2	64°21' D	159°14' / 20°46' SE	156,81	0,35456	55,60	- 0,02		0,93503		- 0,01	146,62	+ 55,58	- 146,63	684,43	142,36
2-3	128°14' D	287°28' / 72°32' NO	127,78	0,95389		- 0,05	121,89	0,30015	38,35	- 0,00		- 121,94	+ 38,35	562,49	180,71
3-4	65°41' E	221°47' / 41°47' SO	126,46	0,66632		- 0,04	84,26	0,74567		- 0,01	94,30	- 84,30	- 94,31	478,19	86,40
4-0	144°03' D	5°50' / 5°50' NE	214,72	0,10164	21,82	- 0,01		0,99482	213,61	- 0,01		+ 21,81	+ 213,60	500,00	300,00
Somas			755,15		+206,33	- 0,18	-206,15		+251,96	- 0,03	-251,93	0,00	0,00		

Ex = Componente do erro segundo x = 206,33 - 206,15 = -0,18 m

Ey = Componente do erro segundo y = 251,96 - 251,93 = -0,03 m

$$E = \text{Erro Linear} = \sqrt{Ex^2 + Ey^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,03^2} = 0,18 \text{ m}$$

$$E = 0,18 < 1/1000 \text{ do perímetro} = \frac{755,15}{1000} = 0,75$$

Coefficientes de correção

$$C_x = - \frac{0,18}{206,33 + 206,15} = - 0,000436385$$

$$206,33 + 206,15$$

$$C_y = - \frac{0,03}{251,96 + 251,93} = - 0,000059537$$

$$251,96 + 251,93$$

Preenchimento da Planilha:

A 1ª Coluna - Vértices, se refere aos vértices da poligonal. Na 1ª linha anotou-se o vértice inicial 0 com o objetivo de se arbitrar suas coordenadas absolutas, e as demais linhas se referem aos lados formados pelos vértices, 0-1, 1-2, etc.

A 2ª Coluna - Deflexões, se refere às deflexões dos lados do polígono. Logicamente, na 1ª linha, correspondente ao vértice 0, não há deflexão. Nas demais linhas os dados foram transcritos da Caderneta de Campo preenchida anteriormente.

A 3ª Coluna - Azimuthes ou Rumos, da mesma maneira, se refere aos azimuthes ou rumos dos lados do polígono já determinados anteriormente.

A 4ª Coluna - Distâncias, se refere aos comprimentos dos lados do polígono, valor da média das 2 medições.

A 5ª Coluna - Projeções, "Coordenadas relativas". Obtém-se as coordenadas x e y relativas de cada vértice, multiplicando o lado anterior a este vértice pelo seno e cosseno, respectivamente, do Azimute ou Rumos deste lado.

Assim, nas colunas "Seno" e "Cosseno", anotamos os valores correspondentes aos Azimutes ou Rumos.

As colunas "+ x" e "- x" são os resultados das multiplicações dos lados pelos senos respectivos e "+ y" e "- y" pelos cossenos. Conforme sejam positivos ou negativos vão para a coluna + x ou - x e + y ou - y. Lembrando que usando azimuth o sinal indicando o sentido é automático, no caso de se usar o rumo, como o resultado é sempre positivo porque varia de 0° a 90°, deve-se observar o quadrante: abcissas positivas para rumos E e ordenadas positivas para rumos N e, inversamente...

Assim, na linha correspondente ao lado 0-1, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{abscissa relativa} = 129,38 \times 0,99637 = 128,91 \\ \text{ordenada relativa} = 129,38 \times 0,08513 = -11,01. \end{array} \right.$$

Somente consideramos 2 casas decimais uma vez que o levantamento é a estadia, aproximação de cm.

Preenchidas as colunas + x, - x, + y e - y (que na realidade são as coordenadas relativas não corrigidas), efetuamos suas somas.

Como há sempre um erro de fechamento, obtemos as expressões analíticas desse erro:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Componente em } x = \text{diferença entre as abcissas positivas e negativas} \\ \text{Componente em } y = \text{diferença entre as ordenadas positivas e negativas.} \end{array} \right.$$

O sinal dessas componentes do erro linear será o do maior valor absoluto.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = \text{componente em } x = 206,33 - 206,15 = +0,18 \text{ m} \\ E_y = \text{componente em } y = 251,96 - 251,93 = +0,03 \text{ m} \end{array} \right.$$

Antes de efetuar a correção, deve-se verificar se o erro está dentro dos limites de tolerância.

$$\text{Conforme visto } E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,03^2} = 0,18\text{m}$$

Ora, este erro é inferior a 1/1000 do valor do perímetro, 0,001 de 755,15, já que o polígono foi lançado a estadia (Este limite de tolerância poderia ser fixado em cada caso, não sendo obrigatórios os valores já citados).

Já que o erro é aceitável, prossegue-se calculando os coeficientes de correção. O coeficiente de correção das abcissas será o quociente de E_x pela soma (em valor absoluto) das abcissas, ou projeções em x . E o coeficiente das ordenadas será o quociente de E_y pela soma (em valor absoluto) das ordenadas, ou projeções em y .

Ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x = \frac{-0,18}{206,33 + 206,15} = -0,000436385 \\ C_y = \frac{-0,03}{251,96 + 251,93} = -0,000059537 \end{array} \right.$$

Observe que o sinal encontrado em E_x e E_y foi invertido, pois pretende-se eliminar o erro, isto é, diminuir as coordenadas positivas e aumentar as negativas.

Finalmente, multiplicando estes coeficientes (C_x e C_y), respectivamente, pelos valores das abcissas ($+x$ e $-x$) e ordenadas ($+y$ e $-y$), obtemos as 2 colunas Δx e Δy (correções) as quais devem coincidir com o valor dos componentes E_x e E_y . Isto é, a soma da coluna Δx deve coincidir com o valor de E_x com o sinal trocado. Da mesma forma, a soma da coluna Δy deve coincidir com o valor de E_y com o sinal trocado.

As Colunas Corrigidas - (13^a e 14^a) se referem às coordenadas corrigidas.

São o resultado da soma algébrica das colunas $+x$ ou $-x$ com Δx e de $+y$ ou $-y$ com Δy . Assim, por exemplo, as coordenadas do vértice 1 serão:

- abscissa corrigida: $128,91 - 0,06 = +128,85$
- ordenada corrigida: $-11,01 + 0,00 = -11,01$

e assim por diante...

Se os cálculos estiverem corretos, a soma algébrica de cada uma dessas colunas é nula, pois a soma algébrica das coordenadas relativas de um polígono é nula.

As Colunas Coordenadas Absolutas - (15^a e 16^a), são finalmente, as coordenadas absolutas dos vértices obtidas a partir das coordenadas do vértice inicial (0) e das coordenadas relativas de cada vértice.

Para que o polígono fique situado no quadrante superior direito e se evitar coordenadas negativas, arbitram-se coordenadas suficientemente "grandes" de modo que não se obtenham números negativos.

No caso do exemplo, arbitramos para o vértice inicial 0,

$$X = 500,00 \text{ m}$$

$$Y = 300,00 \text{ m}$$

Em função desses números, deduzimos as demais coordenadas como se segue:

Coordenadas absolutas de 1:

$$X_1 = 500,00 + 128,85 = 628,85$$

$$Y_1 = 300,00 - 11,01 = 288,99$$

E assim por diante...

Se o cálculo está correto, evidentemente as coordenadas absolutas do último vértice serão as mesmas do 1^o , pois a poligonal é fechada e ambos são coincidentes.

Tem-se, a seguir, a apresentação de um outro modelo de planilha para o cálculo de coordenadas planas ortogonais dos vértices de um polígono. Os dados utilizados para o cálculo são os mesmos usados no modelo anterior.

Nesta planilha o cálculo é feito a partir das coordenadas absolutas sem correção, aqui chamadas de coordenadas absolutas preliminares.

Vertice	Azimute	Distância Plana	Coordenadas Absolutas Preliminares		Correções		Coordenadas Absolutas Ajustadas	
			Coord. X'	Coord. Y'	Corr. X'	Corr. Y'	X	Y
			$X' = X'i + Dp\text{SenAz}$	$Y' = Y'i + Dp\text{CosAz}$	$Cx = - Pp(Ex/Pt)$	$Cy = - Pp(Ey/Pt)$	$X = X' + \text{CorrX}'$	$Y = Y' + \text{CorrY}'$
0			500,00	300,00			500,00	300,00
1	94° 53'	129,38	628,91	288,99	- 0,03	- 0,00	628,88	288,99
2	159° 14'	156,81	684,51	142,37	- 0,07	- 0,01	684,44	142,36
3	287° 28'	127,78	562,62	180,72	- 0,10	- 0,02	562,52	180,70
4	221° 47'	126,46	478,36	86,42	- 0,13	- 0,02	478,23	86,40
0	5°50'	214,72	500,18	300,03	- 0,18	-0,03	500,00	300,00
Pt (perímetro total)		755,15	Erro X	Erro Y				
Erros			$Ex = Xf - Xi$	$Ey = Yf - Yi$				

Erro total ou linear: $Et = (Ex^2 + Ey^2)^{1/2} = 0,18$

Erro Relativo: $Er = 1: Pt/Et \therefore 1: 755,15/ 0,18 \quad Er = 1: 4195$

Coord. Absolutas Preliminares:

O cálculo é feito a partir dos valores arbitrados para o primeiro vértice. Como já visto, e também explicitado pela fórmula na planilha, a coordenada absoluta preliminar de um vértice (X' e Y') é a coordenada preliminar do vértice anterior mais a projeção do lado (Proj X=D senAz e Proj Y=Dcos Az). A diferença entre os valores, X e Y, arbitrados e os calculados para o primeiro vértice são os erros, respectivamente, em X e Y.

Correções:

A correção é feita proporcional ao comprimento dos lados usando-se o perímetro. Os valores das correções devem ser cumulativos uma vez que serão corrigidas as coordenadas absolutas dos vértices. Ao se dividir o erro (Ex ou Ey) pelo perímetro total (Pt), obtém-se o erro por metro. A correção acumulada é calculada multiplicando-se o erro/metro pelo perímetro parcial (Pp = soma dos comprimentos dos lados até o vértice considerado), invertendo-se o sinal já que se pretende eliminar o erro.

Obviamente, a correção do último vértice deve ser igual ao erro total com o sinal invertido.

Exemplo: Correção em X e Y do vértice 3

$$Cx = - (128,38 + 156,81 + 127,78) \times (0,18 / 755,15) = - 0,10$$

$$Cy = - (128,38 + 156,81 + 127,78) \times (0,03 / 755,15) = - 0,02$$

Coordenadas Absolutas Ajustadas ou Corrigidas:

De posse das coordenadas preliminares e de suas respectivas correções, basta efetuar a soma algébrica.

Observação:

A pequena discrepância entre os valores das coordenadas absolutas dos vértices, calculados nas duas planilhas apresentadas, deve-se a forma de cálculo das correções. Na primeira planilha a correção foi calculada em função da somatória das projeções e, na segunda planilha, função do perímetro.

Poligonal Auxiliar

Imaginemos que, para completar o levantamento, foram lançados mais três vértices no interior do terreno E5, E6, e E7, conforme FIG. VIII-6, formando a poligonal auxiliar E0, E1, E2, E5, E6, E7, E4 e E0, ou E2, E5, E6, E7, E4, E3 e E2.

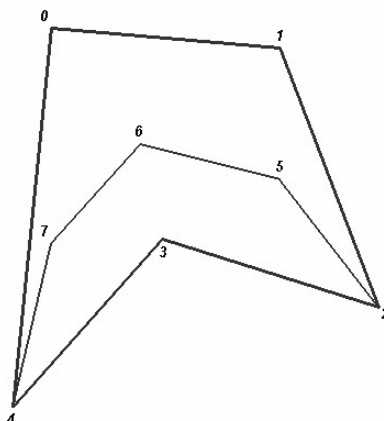


Fig. VIII- 6

Após calculadas as coordenadas dos vértices da poligonal principal, ou de contorno, procede-se o cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal auxiliar. Na verdade, só falta calcular as coordenadas dos vértices E5, E6, e E7 porque os demais vértices também pertencem a poligonal de contorno e suas coordenadas já foram calculadas e não se pode alterá-las, uma vez que seus valores fecham esta poligonal.

Assim, diferentemente do cálculo das coordenadas dos vértices da poligonal de contorno, onde volta-se ao vértice de partida, o cálculo das coordenadas dos vértices internos é feito partindo-se de um vértice e chegando-se a outro, ambos de coordenadas conhecidas. Conseqüentemente, a diferença entre a somatória das abcissas e ordenadas, positivas e negativas, não deverá ser nula e sim a diferença entre as coordenadas do vértice de partida e chegada (Fig. VIII- 7).

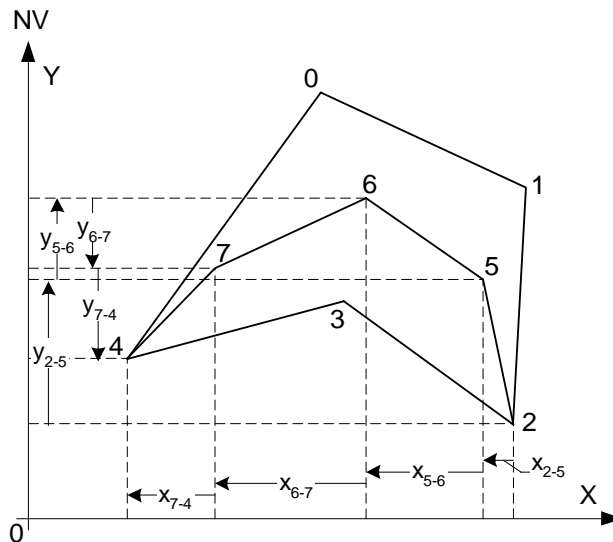


Fig. VIII- 7

Logo, os dois componentes da expressão do erro de fechamento serão:

- Componente em x: abcissa de saída – abcissa de chegada $\neq \sum+x - \sum-x$
- Componente em y: ordenada de partida – ordenada de chegada $\neq \sum+y - \sum-y$

Serão corrigidos os lados existentes entre os vértices de partida e chegada usados no cálculo.

Para maior clareza, a seguir são apresentados os cálculos das coordenadas dos vértices 5, 6 e 7.

Primeiramente é apresentada a caderneta estadimétrica referente ao levantamento desses três vértices, da qual serão extraídos os dados necessários ao cálculo.

Estaç. e h	Ponto Visado	Ângulo Horiz.	Leitura de Mira			Ângulo Zenital	Distância Horizon.	Difer. Nível	Cota	Observações e Croquis
			F.I.	F.M.	F.S					
E - 2 h=1,60	E- 1	0° 00'	0,700	1,487	2,274	93°28'	156,82	-9,39		
	E- 5	343°22'	1,000	1,456	1,912	90°28'	91,19	-0,60		
E - 5 h=1,60	E - 2	0° 00'	1,000	1,456	1,912	89°42'	91,20	+0,62		
	E - 6	141°20'	1,000	1,405	1,810	88°52'	80,97	+1,80		
E - 6 h=1,56	E - 5	0° 00'	1,000	1,405	1,810	91°18'	80,96	-1,68		
	E - 7	118°08'	1,000	1,376	1,752	88°25'	75,14	+2,26		
E - 7 h=1,60	E - 6	0° 00'	1,000	1,376	1,752	91°52'	75,12	-2,22		
	E - 4	151°04'	1,000	1,473	1,946	87°50'	94,46	+3,70		
E - 4 h=1,53	E - 7	0° 00'	1,000	1,473	1,946	92°18'	94,45	-3,74		
	E - 0	352°42'	1,000	2,078	3,156	93°53'	214,61	-15,12		

Planilha de Cálculo das Coordenadas Planas Ortogonais (modelo1)

Vért.	Deflexões	Azimutes ou Rumos	Dist.	Projeções – Coordenadas Relativas								Coord. .Relativas Corrigidas		Coordenadas Absolutas	
				Seno	+ x	Δ x	- x	Coseno	+ y	Δ y	-y	x	y	x	y
1-2		159°14' / 20°46' SE												684,43	142,36
2-5	163°22' D	322°26' / 37°34' NO	91,19	-0,60968		- 0,07	55,60	0,79264	72,28	- 0,01		-55,67	+ 72,27	628,76	214,63
5-6	38°40' E	283°56' / 76°04' NO	80,97	-0,97078		- 0,09	78,60	0,24079	19,50	- 0,00		- 78,69	+ 19,50	550,07	234,13
6-7	'61°52' E	222°04' / 42°04' SO	75,13	-0,66999		- 0,06	50,34	-0,74237		- 0,01	55,77	- 50,40	- 55,78	499,67	178,35
7-4	28°56' E	193°08' / 13°08' SO	94,41	-0,22722		- 0,03	21,45	-0,97384		- 0,01	91,94	- 21,48	- 91,95	478,19	86,40
Soma			341,70		0,00	- 0,25	-205,99		+91,78	- 0,03	-147,71	-206,24	-58,96		

Ex = Componente do erro segundo x = (478,19 - 684,43) - (0,00 - 205,99) = -0,25 m

Ey = Componente do erro segundo y = (86,40 - 142,36) - (91,78 - 147,71) = -0,03 m

E = Erro Linear = $\sqrt{Ex^2 + Ey^2} = \sqrt{0,25^2 + 0,03^2} = 0,25$ m

E = 0,25 < 1/1000 do perímetro = $\frac{341,70}{1000} = 0,34$

Coefficientes de correção

C x = $-\frac{0,25}{0,00 + 205,66} = + 0,001215599$

C y = $-\frac{0,03}{91,78 + 147,71} = + 0,000125266$

Planilha de Cálculo das Coordenadas Planas Ortogonais (modelo2)

Vertice	Azimute	Distância Plana	Coordenadas Absolutas Preliminares		Correções		Coordenadas Absolutas Ajustadas	
			Coord. X'	Coord. Y'	Corr. X'	Corr. Y'	X	Y
			$X' = X'i + Dp\text{SenAz}$	$Y' = Y'i + Dp\text{CosAz}$	$Cx = - Pp(\text{Ex}/Pt)$	$Cy = - Pp(\text{Ey}/Pt)$	$X = X' + \text{Corr}X'$	$Y = Y' + \text{Corr}Y'$
2	159° 14'		684,44	142,36			684,44	142,36
5	322° 26'	91,19	628,84	214,64	0,06	0,01	628,78	214,63
6	283° 56'	80,97	550,25	234,14	0,12	0,01	550,13	234,13
7	222° 04'	75,13	499,91	178,37	0,17	0,01	499,74	178,36
4	193° 08'	94,41	478,46	86,42	0,23	0,02	478,23	86,40
Pt (perímetro total)			Erro X	Erro Y				
Erros			$Ex = 478,23 - 478,46$	$Ey = 86,40 - 86,42$				

Erro total ou linear: $Et = (Ex^2 + Ey^2)^{1/2} = (0,23^2 + 0,02^2)^{1/2} = 0,23$

Erro Relativo: $Er = 1: Pt/Et \therefore 1: 341,70/0,23 \quad Er = 1: 1.486$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS - CAPÍTULO VIII

Observação: Para obtenção dos resultados apresentados use senos e cossenos até a 5^a casa decimal, distâncias e correções até a 2^a casa decimal e Cx e Cy até a 6^a casa decimal.

1. Calcular as coordenadas dos vértices do polígono definido na planilha abaixo:
Coordenadas absolutas do vértice 1 (1.000,00; 500,00)

Vértices	Deflexões	Azimutes	Distâncias
0 - 1		296° 34'	
1 - 2	99° 41' D		92,95
2 - 3	45° 00' D		131,60
3 - 4	138° 02' D		71,28
4 - 5	102° 43' E		89,40
5 - 0	130° 49' D		129,85
0 - 1	49° 11' D		111,88

2. Um levantamento topográfico realizado pelo método do caminhamento poligonal fechada, passando sobre os quatro cantos de um terreno (P1, P2, P3 e P4) produziu as seguintes notas de campo:

Vértice	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância Plana (m)	Azimute Verdadeiro
P1	P4	0° 00'	120,30	110° 00'
	P2	99° 33'	200,30	
P2	P1	0° 00'	200,30	
	P3	85° 01'	160,20	
P3	P2	0° 00'	160,20	
	P4	84° 03'	210,50	
P4	P3	0° 00'	210,50	
	P1	91° 27'	120,30	

Sendo dadas as coordenadas planas retangulares de **P1**: $X_{P1}=1000,00\text{m}$ e $Y_{P1}=2000,00\text{m}$, pede-se:

- O erro de fechamento angular da poligonal;
- Os ângulos internos compensados da poligonal;
- Os azimutes, rumos e deflexões dos alinhamentos da poligonal;
- O erro de fechamento linear da poligonal (erro em x, erro em y, erro linear);

- e- Verificar se a precisão relativa do fechamento da poligonal é melhor que 1:500;
- f- As coordenadas absolutas corrigidas dos 4 vértices da poligonal;
- g- A escala adequada para desenhar o polígono do terreno em papel formato A4.

3. Um levantamento topográfico feito pelo método do caminhamento partindo do ponto M1 e chegando em M2, ambos de coordenadas planas retangulares conhecidas, produziu as seguintes notas de campo:

Vértice	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância Horizontal (m)
M1	Norte Verdadeiro	0°00'	
	1	100°20'	193,42
1	M1	0°00'	193,42
	2	168°32'	126,19
2	1	0°00'	126,19
	3	239°37'	189,02
3	2	0°00'	189,02
	4	116°05'	208,77
4	3	0°00'	208,77
	5	208°41'	165,51
5	4	0°00'	165,51
	M2	148°22'	133,86

Sendo as coordenadas de **M1**: $X_{M1} = 5.231,15\text{m}$; $Y_{M1} = 2214,50\text{m}$ e de **M2**: $X_{M2} = 6.138,50\text{m}$; $Y_{M2} = 1994,70$, pede-se:

- a) Os azimutes, rumos e deflexões dos alinhamentos do caminhamento;
- b) O erro de fechamento linear da poligonal (erro em X, erro em Y e erro total);
- c) Verificar se a precisão relativa do fechamento do caminhamento é melhor do que 1:500;
- d) As coordenadas absolutas compensadas dos 5 vértices;
- e) A escala adequada para desenhar o caminhamento do terreno em papel formato A4.

4. Calcular o comprimento e os azimutes ou rumos dos lados da poligonal cujos vértices são definidos pelas coordenadas da planilha abaixo.

Vértices	Coord. Absolutas	
	x	y
0	300,00	300,00
1	420,00	390,00
2	475,00	320,00
3	350,00	270,00

RESPOSTAS:

1.

Vértices	Coord. Absolutas	
	X	Y
0	1100,06	449,95
1	1000,00	500,00
2	1054,97	574,98
3	1185,06	595,01
4	1139,93	539,85
5	1219,90	499,88

2. a) 4'

b)

Alinhamento	Ângulos Compensados
P1-P2	99°32'
P2-P3	85°00'
P3-P4	84°02'
P4-P1	91°26'

c)

Alinhamentos	Azimutes	Rumos	Deflexões
P1-P2	209°32'	29°32' SO	80°28' E
P2-P3	114°32'	65°28' SE	95°00' E
P3-P4	18°34'	18°34' NE	95°58' E
P4-P1	290°00'	70°00' NO	88°34' E

d) Erro X = +0,98 ; Erro Y = - 0,10; Erro Linear = + 0,99

e) O erro é melhor que 1:500.

f)

Vértices	Coord. Absolutas	
	X	Y
P1	1000,00	2000,00
P2	901,04	1825,77
P3	1046,44	1759,26
P4	1113,31	1958,84

g) Escala: 1:1200

3. a)

Alinhamentos	Azimutes	Rumos	Deflexões
M1-1	100°20'	79°40' SE	79°40' E
1-2	88°52'	88°52' NE	11°28' E
2-3	148°29'	31°31' SE	59°37' D
3-4	84°34'	84°34' NE	63°55' E
4-5	113°15'	66°45' SE	28°41' D
5-M2	81°37'	81°37' NE	31°38' E

b) Erro X= + 0,24; Erro Y= + 0,43; Erro Linear = +0,49.

c) O erro é melhor que 1:500.

d)

Vértices	Coord. Absolutas	
	X	Y
1	5421,38	2179,76
2	5547,52	2182,26
3	5646,30	2020,89
4	5854,08	2040,63
5	6006,11	1975,21

e) Escala: 1:3500.

4.

Alinhamentos	Azimutes	Comprimentos
0-1	53°07'48,37"	150,00
1-2	141°50'33,9"	89,02
2-3	248°11'54"	134,63
3-0	300°57'49,5"	58,31

CAPÍTULO IX

A PLANTA PLANIMÉTRICA

A execução da Planta Planimétrica se distingue da Planta Topográfica pois não inclui a representação do relevo.

Vamos, a seguir, relacionar alguns aspectos de importância, sobre a Planta Planimétrica, no que se refere a Topografia.

Aparelhagem

Atualmente é muito comum se desenhar através do computador. Existem vários softwares de desenho que atendem a topografia e outros tantos softwares específicos da área que viabilizam objetivos que vão muito além do desenho da planta topográfica. Estes softwares disponibilizam, por exemplo, ferramentas para produção de modelo digital de elevação (relevo do terreno em 3D), execução de projetos de terraplanagem, estradas, entre outros. É difícil dizer qual o melhor software porque na maioria das vezes eles são sub-utilizados por falta de preparo do usuário.

Como ainda não se desenha exclusivamente por computador vamos falar da aparelhagem que deverá dispor o executor da planta planimétrica, que é a mesma de um desenhista comum, especializado em desenho técnico. Isto inclui desde prancheta, régua, jogos de esquadro, transferidor, escalas, estojo de desenho, até borracha e lápis.

Uma vez que os vértices da poligonal de apoio são definidos por coordenadas planas e ortogonais, usa-se quadricular o papel no qual se vai executar o desenho para facilitar a marcação dos mesmos. A fim de garantir a equidistância das linhas horizontais e verticais, bem como, a ortogonalidade no cruzamento das mesmas é utilizada uma chapa metálica de invar com furos geometricamente dispostos formando quadrados de 5 cm de lado. O papel é colocado sob a chapa e sua marcação é feita com auxílio de um punção que é encaixado nos furos da chapa e pressionado.

O outro instrumento utilizado é o chamado Coordenatógrafo Polar (Fig. IX-1), que consiste num transferidor em forma de C, ao qual se adapta uma régua.

Este instrumento é vendido no comércio com 6 régua distintas, geralmente nas seguintes escalas:

1/100 (serve também, para 1/1000)

1/200 (serve também, para 1/2000)

1/500 (serve também, para 1/50 e 1/5000)

1/600

1/1.250

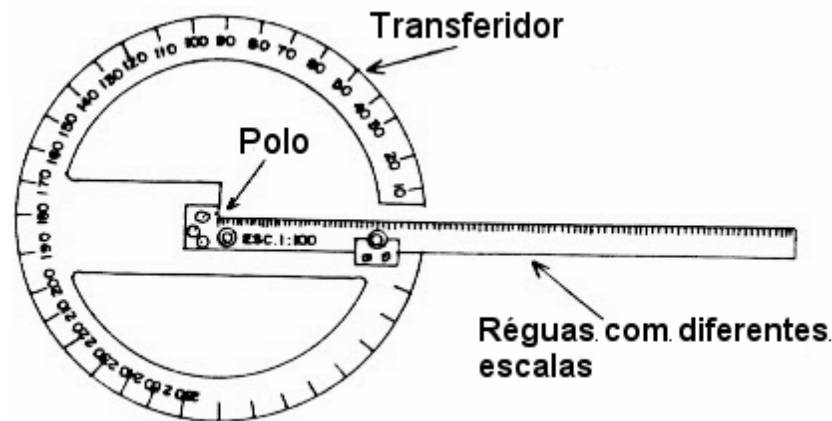


Fig. IX-1

A finalidade do Coordenatógrafo polar é "locar" rapidamente no desenho pontos do terreno amarrados por irradiação. Assim, depois de marcados no desenho os vértices da poligonal, cuja posição é determinada pelo cálculo, usa-se o Coordenatógrafo para se assinalarem os pontos "irradiados" em cada vértice. O desenhista adapta ao transferidor a régua na escala correspondente, coincidindo com a direção de um lado da poligonal e vai passando da Caderneta de Campo direto, já para o desenho, a posição dos pontos irradiados.

O papel usado para o rascunho da planta planimétrica deverá ser branco e encorpado, do tipo Canson (de 200 g por m²), sendo posteriormente copiado num papel transparente. Se este papel for vegetal, deverá ser o menos deformável possível, sob efeitos de temperatura e umidade. Atualmente preferem-se para cópias, papéis Poliéster ou Vegefilme.

Formatos

A planta planimétrica, como qualquer desenho técnico, deverá apresentar uma das dimensões recomendadas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). A ABNT prescreve um quadro de formatos de papel, todos derivados de um formato básico ou padrão, denominado A0, com as dimensões de 841 x 1189 mm = 1 m², conforme apresentado a seguir.

Observe-se que os formatos se referem à "área de corte", isto é, ao papel propriamente dito.

Série	Formato (mm)	Área (m ²)
2 A0	1189 x 1682	2 M ²
A 0	841 x 1189	1 M ²
A 1	594 x 841	0,5000
A 2	420 x 594	0,2500
A 3	297 x 420	0,1250
A 4	210 x 297	0,0625
A 5	148 x 210	0,0313

Seja qual for o formato escolhido, adequado para o tamanho da planta a ser desenhada, deverá-se deixar uma margem igual nos 3 lados de 5 a 15 mm conforme figura a seguir. A margem "vertical" esquerda deverá ser maior, de 25 a 30 mm, para permitir o arquivamento.

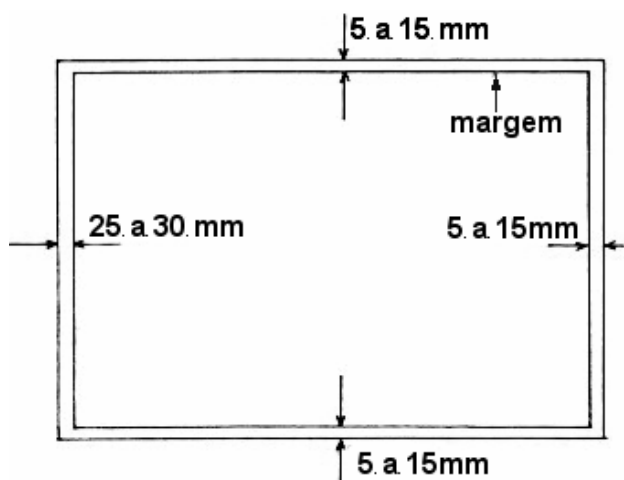


Fig. IX-2

Escritos e Cores

Os escritos da planta devem ser claros e de maneira que não obriguem, para sua leitura, o deslocamento da planta ou do leitor. O tipo de letra deve ser coerente, isto é, mesmos acidentes deverão ser designados pelo mesmo tipo de letra. Os tamanhos de letras deverão ser proporcionais ao tamanho ou importância do acidente.

Quanto às cores, quando o original é colorido, estas são mais ou menos consagradas, como se segue:

- Azul - todos acidentes hidrográficos, como cursos d'água, lagoas, brejos, represas, curvas de nível do fundo de baías, etc.
- Vermelho - caminhamentos, estradas de rodagem, caminhos, vias em geral.
- Sépia ou Terra de Siena - cortes, aterros, túneis, curvas de nível.
- Amarelo - achureado de construções em geral.
- Preto - eixos e contornos em geral, ferrovias, pontes de alvenaria e tudo o mais.
- Verde - geralmente empregada para indicar vegetação (árvores, pomar, cultura, etc.)

Convenções

Seria impraticável se representar em planta, principalmente quando a escala é reduzida, certos acidentes importantes do terreno. Nestes casos, representar em escala correta torna sua representação praticamente despercebida ou inviável. Por isso usa-se representar certos acidentes importantes na posição correta mas por intermédio de figuras convencionais, fora de escala, ou sejam, as convenções.

Não existem convenções obrigatórias, mas há aquelas mais ou menos consagradas em plantas topográficas.

Em seguida relacionamos as mais usuais acompanhadas de algumas explicações.

Vegetações

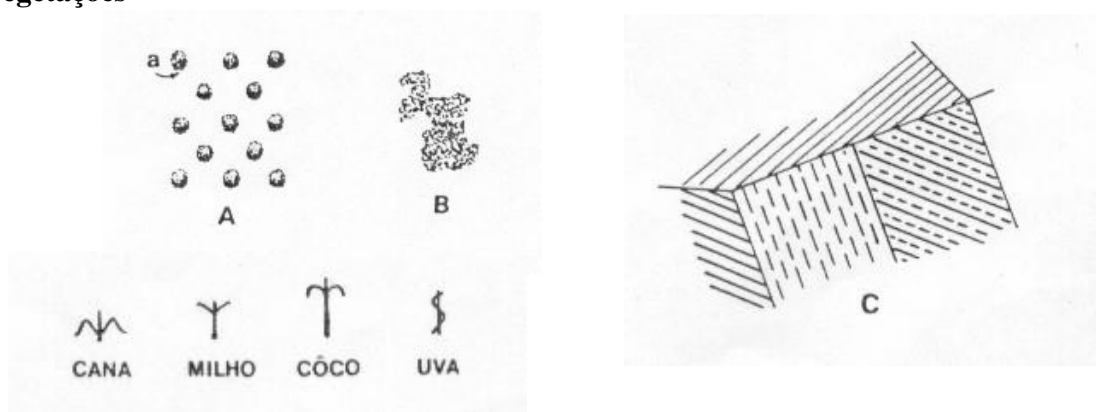


Fig. IX-3

As árvores são representadas por suas projeções horizontais (a).

Um pomar será simbolizado por um grupo de árvores dispostas ordenadamente (A).

Um bosque terá o mesmo símbolo com os elementos dispostos desordenadamente (B).

Os campos não são representados por nenhum símbolo especial.

As culturas são representadas por vários símbolos, como indicado em (C): quando a cultura não precisa ser discriminada, usa-se hachura reta paralela, variando-se o tipo de linha ou direção para indicar culturas ou proprietários diferentes.

Edificações

As edificações são representadas pela planta baixa, como em a e b. Mas quando a escala é reduzida, ou é necessário assinalar sua importância, usam-se símbolos como na figura (Fig. IX-4).

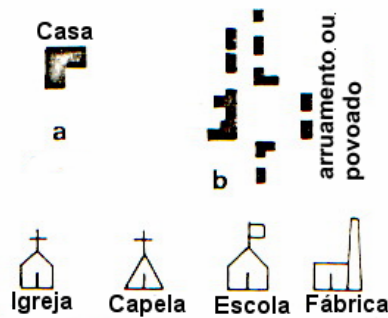


Fig. IX-4

Em seguida, convenções usuais diversas:

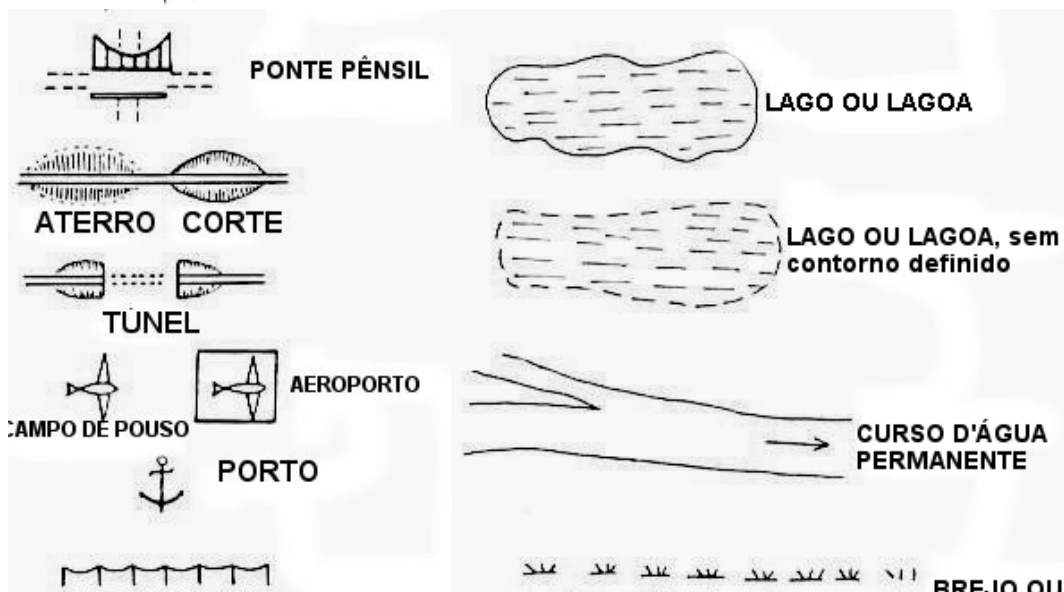
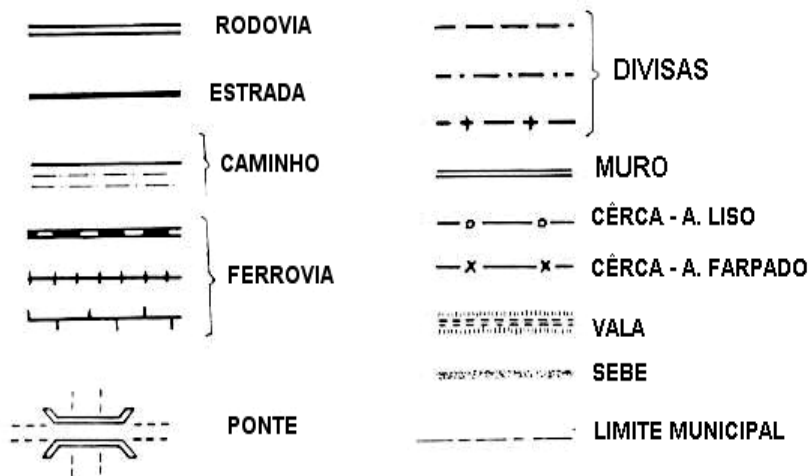


Fig. IX-5

Orientação da Planta

Toda planta topográfica deverá estar orientada, ou em relação ao Norte Verdadeiro (caso tenha sido determinado) ou ao Norte Magnético. Esta direção do Norte deverá constar da planta, de preferência coincidindo com a direção da margem vertical direita e colocado sobre o "selo" ou "carimbo". No caso de constar o Norte Magnético deverá figurar também a data na qual o mesmo foi determinado. Igualmente, no caso de figurar o NV e o NM, deverá constar quando foi verificada a declinação indicada.

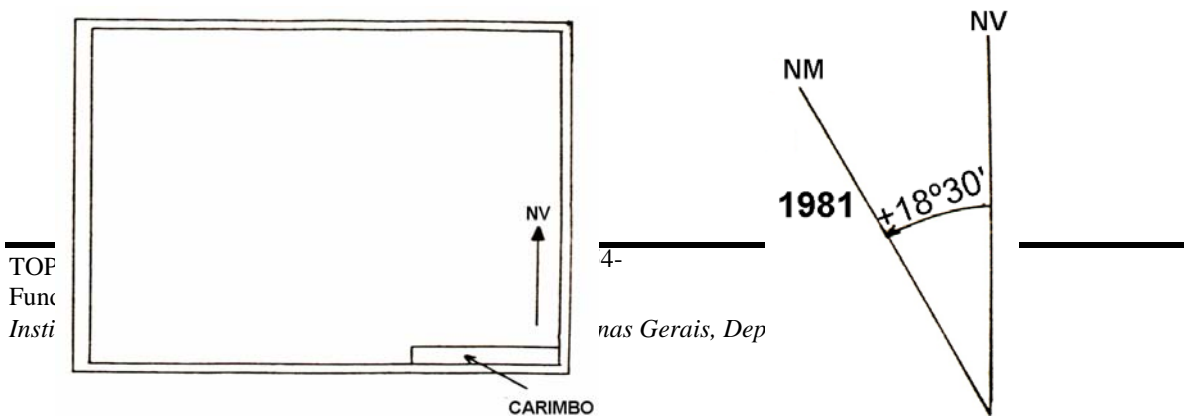


Fig. IX-6

Eixos de Coordenadas

Toda planta topográfica deverá se referir a um eixo de coordenadas.

Os furos ou intercessões dos eixos das coordenadas são assinalados com auxílio da chapa ínvar também chamada Chapa de Coordenadas. Normalmente são traçadas malhas de 10 cm de lado.

Os eixos são numerados em função da escala adotada. Assim, se adotou a escala 1/500 (Fig. IX-7), a distância entre cada ordenada ou abcissa, valerá 50 m, isto é, 10 cm correspondem a 50 metros. Desenhados e numerados os eixos, passamos a marcar as posições dos vértices da poligonal. Esta marcação deve ser bastante precisa, apesar de um pequeno erro ou deslocamento ficar restrito ao quadrado dos eixos respectivos.

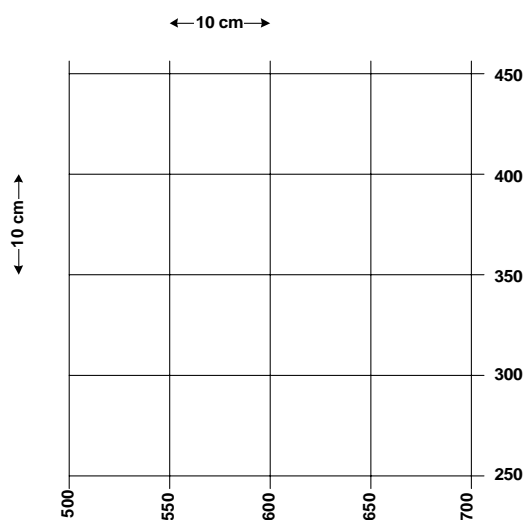


Fig. IX-7

Posteriormente, já se pode desenhar a poligonal, ligando os vértices consecutivos.

Finalmente, estamos em condições de transportar para o desenho todos os pontos amarrados por qualquer dos processos descritos. Nesta ocasião, é muito útil o coordenatógrafo polar, caso os pontos tenham sido amarrados por irradiação. Usa-se também o transferidor comum, para o caso de amarração por intercessão.

Transferência de Distância - Escalas

Se os ângulos medidos são transferidos como se descreveu, já para as distâncias usa-se uma relação constante ou escala. Assim, a escala é a relação constante entre as medidas de comprimento no terreno e no desenho.

As escalas usuais na construção civil variam até 1/200. Já na topografia, as usuais variam de 1/500 até 1/1000 em levantamentos urbanos e até 1/10.000 em levantamentos rurais ou fazendas.

As mais comuns são:

- Levantamentos urbanos: 1/500 e 1/1000
- Levantamentos suburbanos e rurais: 1/1000, 1/2000 e 1/5000

Como se verifica, nas escalas usuais os denominadores são fatores de 2 e 5. Isto se explica pela maior facilidade de conversão de comprimentos para planta e vice versa.

As escalas são chamadas maiores quanto menores os denominadores, isto é: $1/500 > 1/1000 > 1/2000$ etc.

Antes de iniciar o traçado de uma planta planimétrica deve-se decidir em que escala será executada, caso esta não tenha sido estabelecida previamente. Na escolha da escala deverão ser analisados três fatores tendo em vista a finalidade da planta:

Minúcia de detalhes a figurar no trabalho;

O espaço disponível ou conveniente para o desenho;

A "limitação gráfica", ou seja, a extensão mínima a ser representada com exatidão.

A menor dimensão gráfica que se pode apreciar a olho nu é de um quinto do milímetro - 0,20 mm - ficando assim estabelecida a "limitação gráfica". Exemplificando: se a planta vai ser executada na escala 1:1000 a dimensão mínima de um detalhe do terreno para que este possa ser representado será de 20 cm (1/5 mm equivale a 1/5 de 1 metro, ou seja, 20 cm). Da mesma forma, na escala 1:2500, a menor dimensão do terreno possível de ser representada seria de 0,50 m ou 50 cm.

O raciocínio pode ser inverso, isto é, se temos no terreno uma edificação de 12 x 4 m e esta deverá constar em planta a menor dimensão (4m) determina a escala, assim:

$$1/5 \text{ mm} = 4 \text{ m}$$

$$1 \text{ mm} = 20 \text{ m}$$

$$1 \text{ mm} = 20,000 \text{ m}$$

Portanto, a escala poderá ser 1:20.000 ou qualquer outra maior do que esta. Para a escolha final deveremos analisar os demais fatores citados tais como a dimensão conveniente para o desenho.

Selo ou Carimbo

Cada folha desenhada deve levar no canto inferior direito um quadro chamado, comumente, de Selo ou Carimbo. Nele devem constar as seguintes indicações, além de outras que se julgarem necessárias: nome da repartição, firma ou empresa; título do desenho; escalas; data; nome do responsável técnico, do desenhista e indicação dos registros dos profissionais.

Quando a entidade que encomenda o serviço não especificar o modelo do selo ou a firma executora não tiver um modelo padrão, este poderá ter a disposição que mais convier à natureza do respectivo desenho. Seu comprimento porém, tanto quanto possível, não deverá ultrapassar 165 mm. Assim, ao se efetuar a dobra da cópia heliográfica do desenho (185 mm), o retângulo destinado à legenda ficará totalmente visível.

Exemplo

Para exemplificar o desenho de uma planta planimétrica tomaremos os dados da caderneta de campo apresentada no Capítulo VII e, conseqüentemente, a planilha de coordenadas calculada no Capítulo VIII.

1º Passo: Calcular a escala - De acordo com as coordenadas absolutas dos vértices da poligonal, calculadas no capítulo VIII, podemos definir a escala de desenho para a área útil do papel. Como a planta planimétrica vai ser feita numa página A4, excluindo as margens, cabeçalho e rodapé, a área disponível para o desenho é de 130x195 mm:

$$\text{Amplitude em X: Maior valor (684,43) - Menor Valor (478,19) = 206,24 m}$$

$$\text{Amplitude em Y: Maior valor (300,00) - Menor Valor (86,40) = 213,60 m}$$

Para cálculo da escala compara-se o maior valor necessário com o maior valor disponível, e o menor valor necessário com o menor disponível, para melhor aproveitamento da área disponível para o desenho. O maior valor encontrado determinará a escala.

Como escala é uma proporção, todas as dimensões comparadas devem estar na mesma unidade. Tem-se então, que: 206240mm — 195 mm

$$X \quad \text{—} \quad 1 \quad \therefore \quad X = 1057,64$$

$$213600\text{mm} \quad \text{—} \quad 130\text{mm}$$

$$Y \text{ mm} \quad \text{—} \quad 1 \quad \therefore \quad Y = 1643,08$$

A escala adotada será 1:2000, primeiro porque trabalhamos com com escalas inteiras para facilitar. Depois, porque o cálculo foi feito considerando as dimensões da poligonal e, normalmente, há pontos externos a ela.

2º Passo: Lançar no papel as margens e malhas de coordenadas e estabelecer seus valores (Fig. IX-8). Devido ao pequeno espaço disponível para o desenho, optou-se por malhas de 5cm x 5cm de dimensão.

3º Passo: Marcar os vértices do polígono (Fig. IX-9), ligá-los e conferir a dimensão e os azimutes dos lados do polígono.

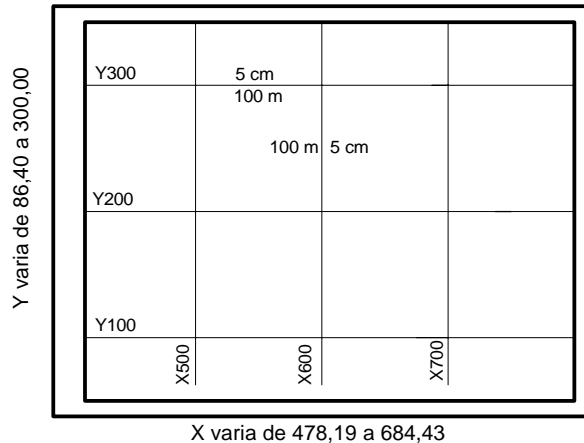


Fig. IX-8

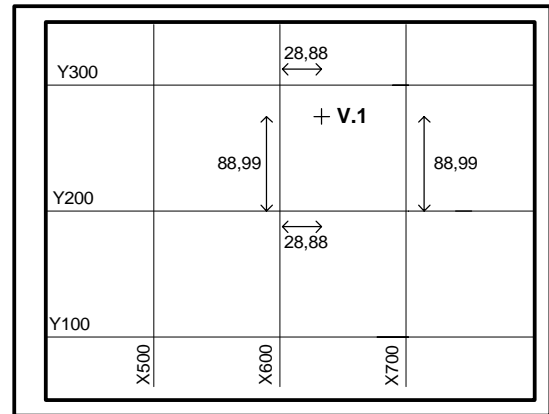


Fig. IX-9

4º Passo: A partir dos vértices marcados, irradiar os pontos levantados e ligá-los, conforme observações constantes na caderneta, construindo a planimetria.

5º Passo: Orientar a planta, indicando a direção Norte, informando se verdadeiro ou magnético.

6º Passo: Construir a legenda

7º Passo: Desenhar e preencher o carimbo, onde deve constar: tipo de planta (planimétrica ou planialtimétrica), denominação da propriedade levantada, local, data, escala do desenho e nome e assinatura do responsável pelo trabalho, bem como o número do seu registro profissional.

A planta planimétrica do terreno levantado é apresentada a seguir na Fig. IX-10.

Fig. IX-10

EXERCÍCIOS PROPOSTOS - CAPÍTULO IX

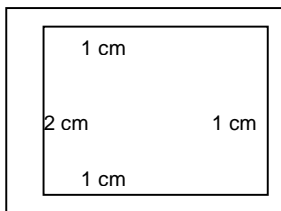
1. Dada a poligonal de vértices 0 (500,00; 1000,00), 1 (556,11; 1210,42), 2 (632,14; 1118,58) e 3 (590,58; 983,38) especifique os formatos de papel adequados para o desenho nas escalas:

a. 1:1000 b. 1:500 c. 1:2500

2. Qual deve ser a dimensão mínima de um detalhe para que este possa ser representado em planta nas escalas:

a. 1:500 b. 1:2000 c. 1:25000

3. Sabendo-se que um terreno levantado no campo tem dimensões aproximadas de 590m X 810 m e se deseja fazer o desenho no formato A3 (297mm X 420mm), qual a escala apropriada? Considere margens conforme croquis.



4. Sabendo-se que os pontos 1, 2, 3 e 4, cujas coordenadas absolutas são apresentadas abaixo, são os vértices da pista de um aeroporto, calcule:

VÉRTICES	X	Y
1	744,04	761,48
2	719,04	804,78
3	2995,71	2061,48
4	2970,71	2104,78

a- As dimensões da pista (largura e comprimento):

b- A escala apropriada para fazer a planta da pista no formato A4:

Respostas:

1 a- A4 b- A2 c- A5

2 a- 10 cm b- 40 cmc- 5,0 m

3 a- 1:2.500

4 a- Comp: 2600,00 m larg: 50,00 m b- 1:10.000

CAPÍTULO X

AVALIAÇÃO DE ÁREAS

Muitas vezes é de grande importância e até mesmo indispensável a avaliação quantitativa da área levantada.

Vários são os processos empregados, descreveremos a seguir os mais usuais.

1- Processo Analítico

É o processo mais preciso, embora somente empregado para se determinar a área de um polígono cujos vértices tenham coordenadas retangulares conhecidas.

Sejam (X_A, Y_A) , (X_B, Y_B) e (X_C, Y_C) as coordenadas dos vértices da poligonal ABC.

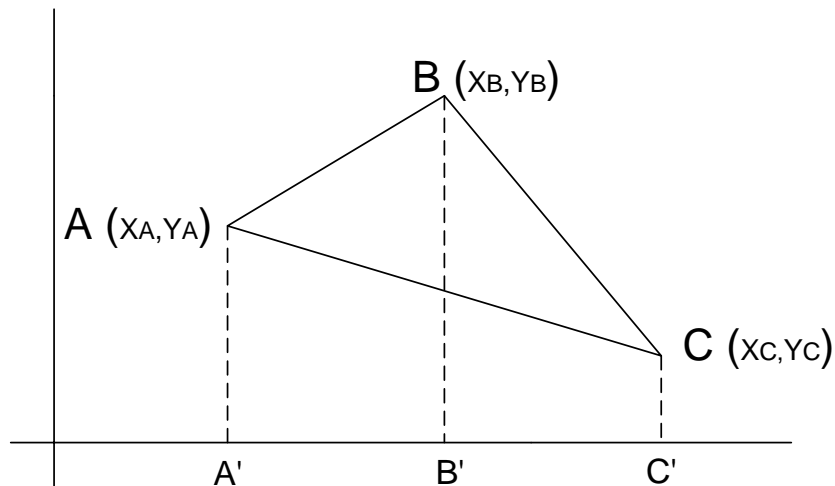


Fig. X-1

A área do polígono ABC é dada por:

$$S_{ABC} = S_{AA'BB'} + S_{BB'CC'} - S_{AA'CC'}$$

Substituindo pelas coordenadas de cada vértice, tem-se:

$$S_{ABC} = \frac{(Y_A + Y_B)(X_B - X_A)}{2} + \frac{(Y_B + Y_C)(X_C - X_B)}{2} - \frac{(Y_A + Y_C)(X_C - X_A)}{2}$$

$$\therefore 2 S_{ABC} = (Y_A + Y_B)(X_B - X_A) + (Y_B + Y_C)(X_C - X_B) - (Y_A + Y_C)(X_C - X_A)$$

Como $(X_B - X_A)$, $(X_C - X_B)$ e $(X_C - X_A)$ são as abscissas relativas de $B \rightarrow A$, $C \rightarrow B$ e $A \rightarrow C$, respectivamente, então o dobro da área do polígono é igual a soma algébrica dos produtos das abscissas relativas pela soma binária das ordenadas absolutas. O inverso também é verdadeiro, o dobro da área é igual a soma algébrica dos produtos das ordenadas relativas pela soma binária das abscissas absolutas (Teorema de Gauss).

Desenvolvendo a expressão da dupla área:

$$2 S_{ABC} = (Y_A + Y_B)(X_B - X_A) + (Y_B + Y_C)(X_C - X_B) - (Y_A + Y_C)(X_C - X_A)$$

Tem-se:

$$2 S_{ABC} = Y_A X_B - Y_A X_A + Y_B X_B - Y_B X_A + Y_B X_C - Y_B X_B + Y_C X_C - Y_C X_B - Y_A X_C + Y_A X_A - Y_C X_C + Y_C X_A$$

$$2 S_{ABC} = Y_A X_B - Y_B X_A + Y_B X_C - Y_C X_B - Y_A X_C + Y_C X_A$$

Seja a matriz abaixo cujos elementos são as coordenadas dos vértices do polígono.

A diferença, em módulo, entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária fornece expressão idêntica à deduzida da dupla área do polígono.

$$\begin{array}{l} | X_A \quad Y_A | \\ | X_B \quad Y_B | \\ | X_C \quad Y_C | \\ | X_A \quad Y_A | \end{array}$$

$$2 S_{ABC} = Y_A X_B + Y_B X_C + Y_C X_A - Y_B X_A - Y_C X_B - Y_A X_C$$

Ou seja, o dobro da área interna à poligonal é igual ao determinante de 2ª ordem associado à matriz.

2- Processos Geométricos

• Divisão da Área em Figuras Geométricas

Se a área a calcular está inscrita num polígono irregular, mesmo que os vértices não tenham as coordenadas conhecidas, é possível se calcular graficamente a área total.

O processo consiste em se dividir, ou decompor, o polígono irregular em várias figuras geométricas de áreas conhecidas, retângulos, trapézios, triângulos.

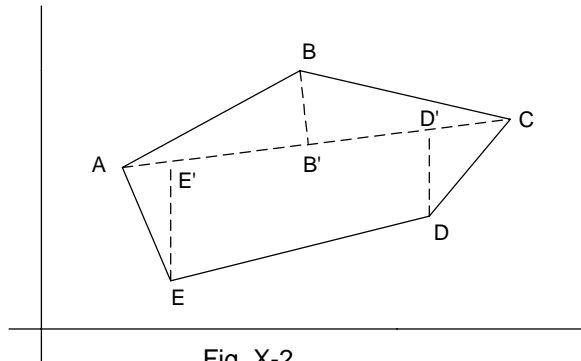


Fig. X-2

$$\text{Área total ABCDEA} = \text{ABB}' + \text{BB}'\text{C} + \text{CD}'\text{D} + \text{DD}'\text{EE}' + \text{EE}'\text{A}$$

Para evitar erro na avaliação da área proveniente da construção imperfeita das figuras geométricas (lados não exatamente iguais em tamanho, ou não paralelos ou não ortogonais quando deveriam ser) pode-se dividir o polígono irregular somente em triângulos e utilizar a fórmula de área de um triângulo qualquer: $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, onde “a”, “b” e “c” são os lados do triângulo e “s” é o seu semiperímetro, ou seja, $a + b + c$ dividido por dois.

Este processo tem um rigor relativo uma vez que o menor segmento possível de se avaliar à vista desarmada é de 1/5 mm conforme já foi aludido.

• Fórmulas dos Trapézios

Há muitos casos em que o contorno da área é irregular, como a margem de um rio ou o eixo de uma estrada ou um caminho. Há casos ainda nos quais a poligonal do caminhamento acompanha internamente a divisa ou os limites da área que se pretende calcular.

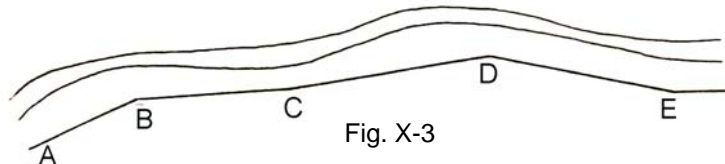


Fig. X-3

Nestes casos, para avaliação da área do terreno, pode-se inscrever um polígono como o retângulo ABCD (Fig. X-4) cuja área se determina facilmente. Também pode-se separar a área de contorno irregular e dividir o restante em figuras geométricas ((Fig. X-5). Restará, contudo, em ambos, os casos as áreas marginais de contorno irregular.

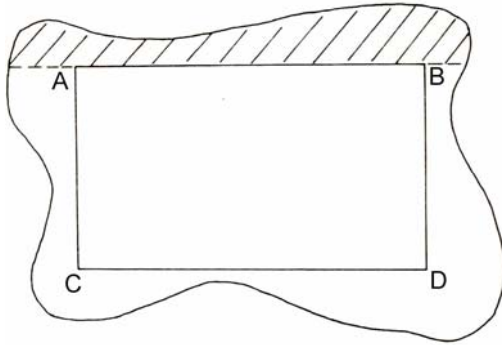


Fig. X-4

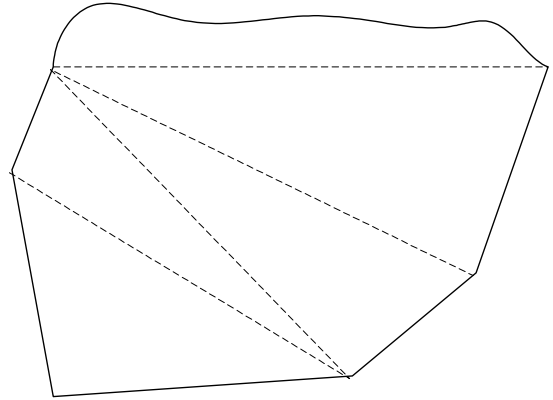


Fig. X-5

As áreas destas figuras irregulares podem ser determinadas por fórmulas empíricas, sendo que as mais utilizadas são as fórmulas dos trapézios de Bezout e de Simpson.

A fórmula de Bezout se baseia na divisão da figura em n trapézios de mesma altura d .

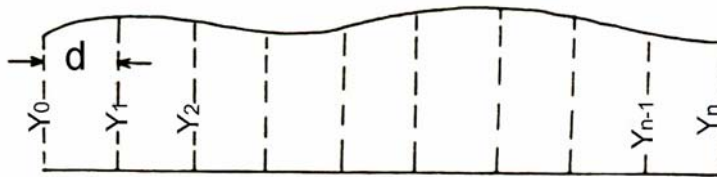


Fig. X-6

As áreas parciais serão dadas por:

$$A_1 = (Y_0 + Y_1) \cdot d/2$$

$$A_2 = (Y_1 + Y_2) \cdot d/2$$

$$A_3 = (Y_2 + Y_3) \cdot d/2$$

$$A_n = (Y_{n-1} + Y_n) \cdot d/2$$

A área total A , será igual à soma das áreas parciais

$$A = (Y_0 + Y_1) \cdot d/2 + (Y_1 + Y_2) \cdot d/2 + (Y_2 + Y_3) \cdot d/2 + \dots + (Y_{n-1} + Y_n) \cdot d/2$$

$$A = d/2 (Y_0 + Y_1 + Y_1 + Y_2 + Y_2 \dots + Y_n)$$

$$a = d/2 [Y_0 + Y_n + 2 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{n-1})]$$

Chamando "E" a soma das ordenadas extremas e "I" a soma das ordenadas internas, tem-se:

$$A = d/2 (E + 2I) \quad \text{ou} \quad A = d (E/2 + I)$$

No caso particular, como exemplificado na Fig. X-7, onde $y_0 = y_n = 0$ a fórmula será:

$$A = d (y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) \quad \text{ou} \quad A = d \sum y$$



Fig. X-7

A fórmula de Simpson se baseia na divisão da figura irregular num número par de trapézios de mesma altura d e cujas "ordenadas" sejam $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$

A área será

$$A = 1/3 d (E + 2I + 4P)$$

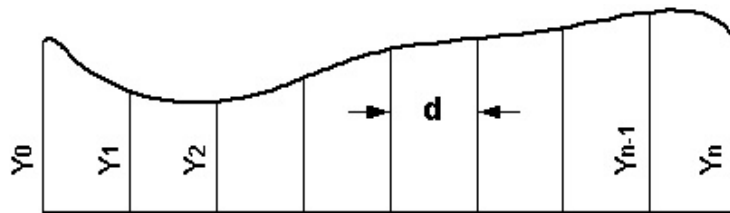


Fig. X-8

Sendo:

$$E = y_0 + y_n \quad (\text{soma das ordenadas extremas})$$

$$P = y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2} \quad (\text{soma das ordenadas de ordem par})$$

$$I = y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1} \quad (\text{soma das ordenadas de ordem ímpar})$$

(observe que em P e I não estão incluídas as extremas y_0 e y_n , já incluídas em E).

No caso de uma figura como a abaixo, a fórmula será:

$$A = 1/3 d (2I + 4P)$$

(já que o $y_0 = y_n = 0$)

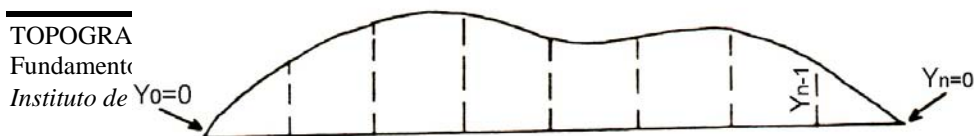


Fig. X-9

Planímetros ou Integradores de Área

Mais práticos e mais precisos que as fórmulas empíricas, são os instrumentos denominados planímetros.

Trata-se de um instrumento avaliador de áreas, inventado por Amsler em 1856. Consta, essencialmente, de duas hastes metálicas articuladas. Na extremidade de uma delas há uma ponta fina chamado pólo, na extremidade da outra haste tem um traçador, destinado a percorrer o perímetro da área que se pretende avaliar.

Existem duas espécies de planímetros: àqueles nos quais o pólo é fixo, chamados planímetros polares e outros, nos quais o pólo é deslocado para o infinito - planímetros lineares. Para as finalidades da Topografia, interessam somente os planímetros polares, já que os lineares são empregados para medir áreas de diagramas ou figuras muito longas.

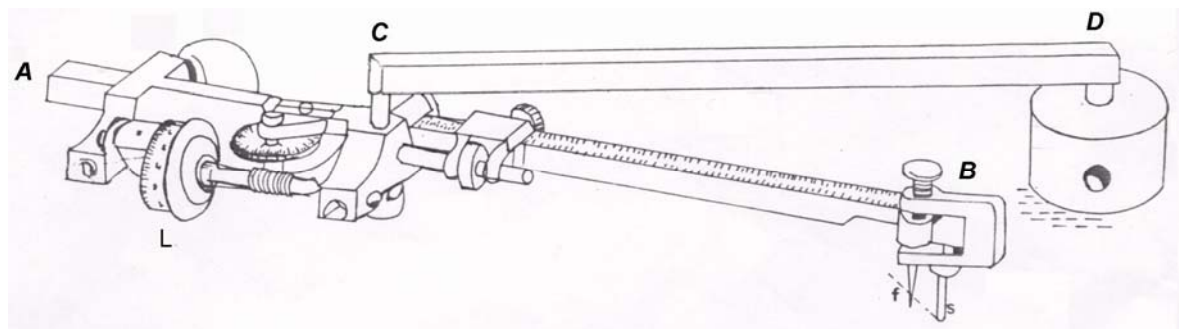


Fig. X - 10

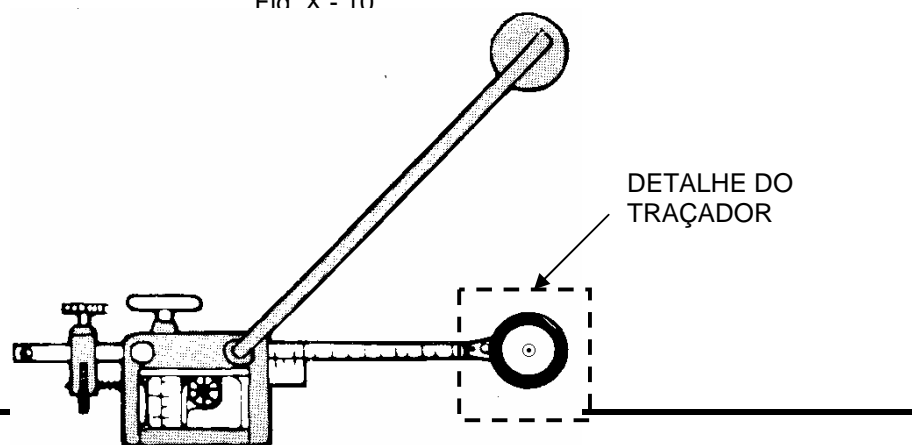


Fig. X - 11

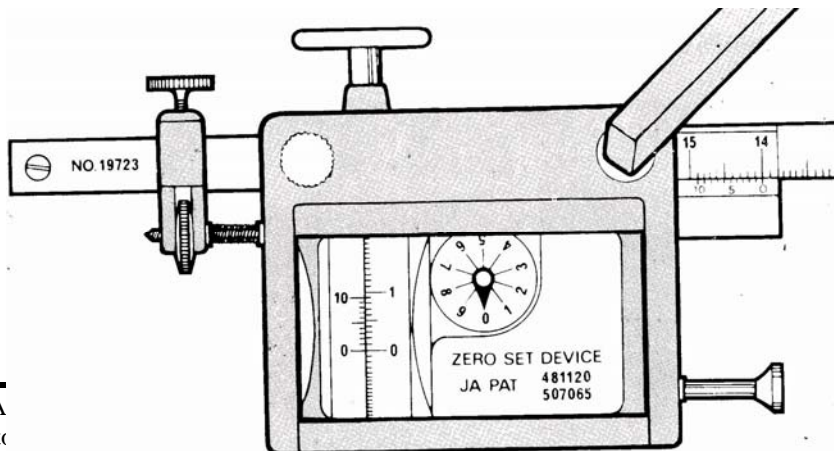
Como foi dito então, o planímetro polar é composto por duas hastes, a principal ou traçadora AB e a polar CD, Fig. X-10. Em B está situado o traçador, elemento que vai permitir ao operador percorrer o contorno da superfície a ser avaliada, pode ser uma ponta (f) com um apoio (s) ou um pequeno ponto situado no centro de uma lente (Fig. X-11). Na extremidade D está o pólo, materializado por uma agulha sob um peso que, uma vez fixada no ponto escolhido do papel do desenho, servirá de eixo de rotação do instrumento. A articulação entre as duas hastes é feita encaixando-se o joelho esférico existente na extremidade C da haste polar na cavidade esférica localizada numa bainha solidária à haste principal ou traçadora.

Nesta bainha, existente na zona de articulação do instrumento, também se encontra o órgão registrador. Este é composto por um tambor móvel (L), de maneira que à medida que o traçador percorre o contorno da figura o tambor gira. Ligado ao tambor, por uma cremalheira, existe um pequeno disco graduado em dez partes que registra o número de voltas dadas: para cada giro completo do tambor, o disco gira de uma divisão. A parte fracionária de uma volta é lida no próprio tambor, tendo como referência o zero do vernier adaptado à sua frente, e ainda a leitura do próprio vernier. Assim, a leitura do planímetro é sempre constituída por um número de quatro algarismos na seguinte ordem:

A leitura do planímetro é feita na seguinte ordem (4 algarismos):

- 1º algarismo - no disco (algarismo anterior à ponta indicativa)
- 2º algarismo - nº de divisões inteiras no tambor, anteriores ao 0 (zero) do vernier
- 3º algarismo - nº de divisões intermediárias no tambor, anteriores ao 0 (zero) do vernier
- 4º algarismo - nº de ordem do traço de coincidências, no vernier.

Na Fig. X-12, visualiza-se o órgão registrador zerado.



Para exemplificar uma leitura consideremos o croquis da Fig. X-13.

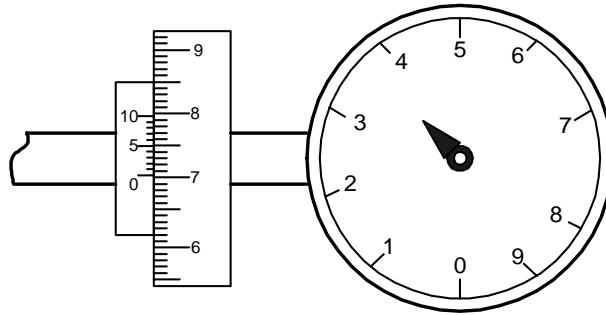


Fig. X - 13

O ponteiro do disco está entre os algarismos 3 e 4, então o primeiro algarismo será 3. Tomando como referência o zero do vernier é possível ler no tambor os algarismos 7 e 0. A parte fracionária do tambor é avaliada no vernier, tem-se o algarismo 5 que é o traço coincidente.

A haste principal ou traçadora AB é graduada e pode deslizar pela bainha, adicionada a ela existe um vernier, o que permite o ajuste exato de seu comprimento. O comprimento da haste traçadora determina a unidade de área, ou seja, o número que deve ser multiplicado pela leitura do planímetro para obtenção da área do terreno.

Acompanha o planímetro uma tabela, fornecida pelo fabricante, indicando a unidade de área em função do comprimento da haste traçadora e da escala do desenho como, por exemplo, a apresentada a seguir:

No. de série:		
Comprimento da haste	149,5 cm	116,2 cm
Escala	Unidade de Área	Unidade de Área
1:1	0,1 cm ²	0,08 cm ²
1:10	10 cm ²	8,00 cm ²
1:50	250 cm ²	0,08 m ²
1:100	0,1 m ²	0,32 m ²
1:200	0,4 m ²	0,50 m ²
1:250	0,625 m ²	0,72 m ²
1:300	0,9 m ²	1,28 m ²

1:400	1,6 m ²	2,00 m ²
1:500	2,5 m ²	2,88 m ²
:	:	:
1:2500	62,5 m ²	50 m ²
1:3000	90 m ²	72 m ²
:	:	:
1:50.000	25000 m ²	20000 m ²

Considerando uma leitura igual a 7352, feita a partir de um desenho na escala 1:200, com haste traçadora no comprimento de 149,5 cm, a área do terreno seria:

$$A = 7352 \times 0,4 \text{ m}^2 = 2940,8 \text{ m}^2$$

Pode-se facilmente obter a área sem ficar consultando a tabela a todo momento.

Se utilizarmos a haste traçadora no comprimento que determina a unidade de área igual a 0,1cm² para a escala 1:1, podemos obter a área do terreno para qualquer escala. Na verdade, o que faremos é calcular rapidamente o fator multiplicador correspondente à escala.

Suponhamos uma leitura no planímetro igual a 3456, consideremos a escala 1:1, a área seria:

$$A = 3456 \times 0,1 \text{ cm}^2 = 345,6 \text{ cm}^2, \text{ ou } 3,456 \text{ dm}^2 \text{ ou ainda } 0,03456 \text{ m}^2.$$

O que se obteve acima foi a área do desenho, uma vez que a escala considerada para o cálculo foi 1:1. Para calcular a área do terreno basta verificar quanto vale 1cm² ou 1dm² na escala do desenho e fazer a multiplicação. Exemplificando:

Na escala 1: 2500, 1cm no desenho equivale a 25 m no campo, logo 1cm² equivale a 625 m². Se a área do desenho é 345,6 cm², a área do terreno será 345,6 x 625 m² = 216.000 m². Da mesma forma tem-se: 3,456 dm² x (250)² m² = 216.000 m², ou ainda, 0,0345 x (2500)² m² = 216.000m².

Observações Complementares:

1. As graduações do tambor são crescentes para o movimento horário do traçador, isto é, deve-se sempre percorrer o perímetro no sentido horário.
2. O desenho deverá ser fixado numa superfície plana e horizontal. O movimento do traçador deverá ser firme e constante, de maneira que o tambor se apoie sobre o papel sem deslizar.
3. Antes de iniciar a avaliação da área deve-se experimentar se a localização do pólo permite que o traçador percorra todo o perímetro.

4. Marca-se com um sinal o ponto inicial do perímetro a ser percorrido, o qual deverá ser o ponto final do percurso. Zera-se o tambor e disco ao se iniciar a leitura, ou se anota o valor da leitura inicial, neste caso a leitura inicial deve ser subtraída da final para obtenção do resultado. Como conferência da operação pode-se, efetuado o percurso, desfazer o mesmo em sentido contrário: no fim do percurso inverso, a leitura deverá ser a mesma inicial (aproximadamente).

5. Para se obter um resultado mais rigoroso, deve-se efetuar o contorno pelo menos duas vezes e tomar a média das duas leituras. Ao iniciar novalmente o contorno, ao invés de zerar o órgão registrador outra vez, pode-se também continuar o percurso no mesmo sentido, isto é, ir se "acumulando" a leitura. Dividindo a leitura final pelo número de repetições processadas tem-se a leitura deseja.

6. O instrumento possui um parafuso micrométrico para pequenas regulagens do comprimento da haste do traçador. Quando há um erro comprovado para mais ou para menos na leitura, aumenta-se ou diminui-se o comprimento da haste.

7. Em alguns modelos, a articulação das duas hastes é regulável para as diversas escalas usuais. A haste que possui o traçador contém as várias escalas usuais gravadas, devendo a articulação ser regulada (por intermédio de um parafuso de pressão) para a escala correspondente à da planta em questão. Em outros modelos, contudo a articulação é fixa, havendo uma tabela de conversão para as diversas escalas da planta utilizadas.

8. Para se avaliar a exatidão do instrumento, desenha-se, com todo rigor, um quadrado com, por exemplo, 10 cm de lado. Supondo que tal quadrado seja a planta de uma área na escala de 1:1000, regulamos a articulação das hastes para a escala de 1:1000 e executamos a operação com o máximo de cuidado (o traçado deverá ser dirigido por régua). A leitura, conforme indicado, deverá ser um número muito próximo de 1000 (998 a 1002) o qual, multiplicado por 10 m^2 corresponda a 10.000 m^2 , valor correto de uma área quadrada com 100 m de lado.

9. Se a área a avaliar for muito grande, de maneira que não possa ser percorrido seu perímetro com uma só fixação do pólo, dever-se-á subdividi-la em outras menores, que serão calculadas parceladamente, somando-se os resultados.

10. O ideal é que se coloque o pólo de fixação fora da área a se avaliar, desde que o traçador percorra todo o perímetro. Caso o pólo fique situado dentro da área, deverão ser feitos cálculos de conversão.

A avaliação de áreas pelo planímetro é bastante rigorosa, desde que o aparelho seja preciso e o operador competente. A experiência mostra que, para áreas pequenas, a precisão do planímetro chega a mais ou menos 1% e, em áreas maiores, a 0,15, pois o erro relativo diminui quando aumenta a extensão da área determinada. No entanto, em trabalhos de grande precisão, a avaliação pelo planímetro servirá apenas como comprovação ou um cálculo prévio de valor exato a ser obtido por meios analíticos, que lhe são superiores.

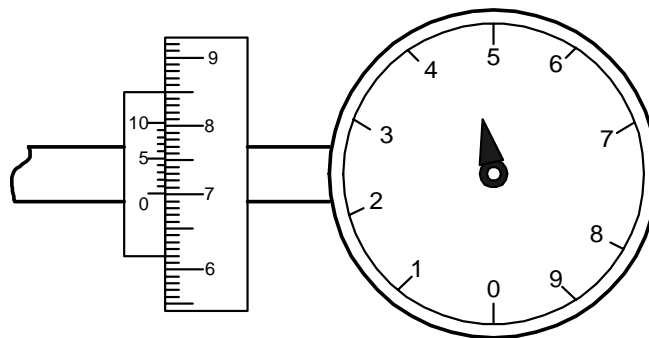
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

CAPÍTULO X - Avaliação de Áreas

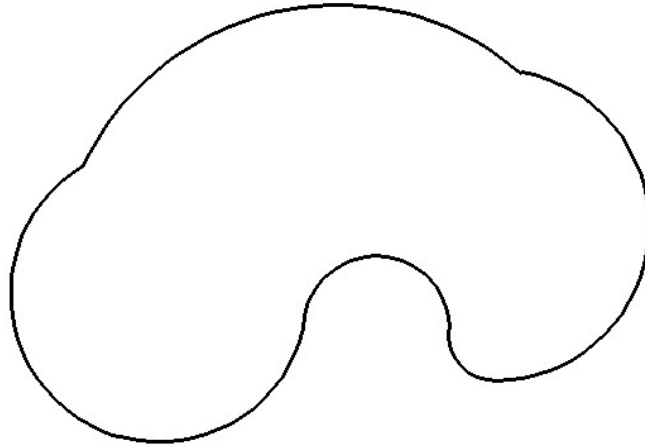
1. Qual a área do polígono cujos vértices são definidos pelas seguintes coordenadas:

Vértices	X	Y
1	400,00	600,00
2	501,32	656,43
3	719,74	480,05
4	629,68	410,37

2. Qual a área obtida com um Planímetro Polar cuja leitura é a indicada na figura abaixo sendo a escala de desenho 1:1000.



3. Calcule o volume de água gasto para encher a piscina abaixo sabendo-se que sua profundidade é de 1,50 m e a escala do desenho é 1:75:



4. Dado a caderneta estadimétrica abaixo, que representa as quinas de um lote, calcule sua área:

Lembrete: Leis dos Cosenos $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot C \cdot B \cdot \cos(\hat{A})$:

VERT	P.V.	Â. HOR.	F.I	F.M	F.S	Â. ZEN.	D. H.
A	1	0°0'	1,000	1,160	1,320	89°15'	
	2	82°13'	1,000	1,141	1,281	92°27'	
	3	181°05'	1,000	1,158	1,315	91°53'	
	4	269° 15'	1,000	1,154	1,308	88°30'	

5. O cálculo geométrico da área de um terreno é $312,25 \text{ cm}^2$, sabendo-se que a escala em que foi desenhado o terreno é 1:500, qual a área do terreno em m^2 ?

Respostas:

1 – 31.639,22 m²

2 – 47.020,00 m²

3 – 19,28 m²

4 – 1.856,89 m²

5 – 7.806,25 m²