Sérgio Carvalho
Weber Campos

RACIOCÍNIO LÓGICO
Simplificado

Volume 1

2ª edição • Revista, atualizada e ampliada

Material Complementar

PRINCIPAIS CONCEITOS, REGRAS E FÓRMULAS
DO LIVRO RACIOCÍNIO LÓGICO SIMPLIFICADO - Vol. 1

EDITORA JusPODIVM
www.editorajuspodivm.com.br

SUMÁRIO

PRINCIPAIS CONCEITOS, REGRAS E FÓRMULAS DO LIVRO RACIOCÍNIO LÓGICO SIMPLIFICADO Vol. 1

PROPOSIÇÃO

- **Proposição** é uma sentença declarativa a qual se pode atribuir um valor lógico: verdadeiro (**V**) ou falso (**F**).

- **Não são proposições:** sentenças exclamativas, sentenças interrogativas, sentenças imperativas, sentenças sem verbo, sentenças abertas e sentenças paradoxais.

- **Proposição Simples** não pode ser subdividida em partes menores tais que algumas delas seja uma nova proposição.

- **Proposição composta** é formada por duas ou mais proposições simples interligadas pelos conectivos.

CONECTIVOS LÓGICOS

E ($\wedge$)

OU ($\vee$)

Ou exclusivo ($\underline{\vee}$)

Se... então ($\rightarrow$)

se e somente se ($\leftrightarrow$)

- **Tabela-Verdade dos Conectivos Lógicos:**

A	B	A e B	A ou B	A $\underline{\vee}$ B	A $\rightarrow$ B	A $\leftrightarrow$ B
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

Quadro dos conectivos com as condições em que o valor lógico é verdade e em que é falso:

Estrutura lógica	É verdade quando	É falso quando
A $\wedge$ B	A e B são, ambos, verdade	um dos dois for falso, ou ambos
A $\vee$ B	um dos dois for verdade, ou ambos	A e B, ambos, são falsos
A $\underline{\vee}$ B	A e B tiverem valores lógicos diferentes	A e B tiverem valores lógicos iguais
A $\rightarrow$ B	nos demais casos	A é verdade e B é falso
A $\leftrightarrow$ B	A e B tiverem valores lógicos iguais	A e B tiverem valores lógicos diferentes

- **Formas equivalentes da condicional A → B :**

1) Se A, B.	*5) A implica B.*
2) B, se A.	*6) A é condição suficiente para B.*
3) Quando A, B.	*7) B é condição necessária para A.*
4) Todo A é B.	*8) A somente se B.*

- **A Bicondicional é uma conjunção de duas condicionais:** A ↔ B = (A → B) e (B → A)

- **Formas equivalentes da Bicondicional A ↔ B :**

*1) A **se e só se** B.*

*2) **Se** A **então** B **e** **se** B **então** A.*

*3) A **somente se** B **e** B **somente se** A.*

*4) **Todo** A é B **e** **todo** B é A.*

*5) A é **condição suficiente e necessária** para B.*

*6) B é **condição suficiente e necessária** para A.*

- **Modificador NÃO:**

O símbolo que representa a negação é uma pequena *cantoneira* (¬) ou um sinal de til (**~**). Indicando uma proposição por **A**, sua negação será representada por **~A**, que se lê: **não A**.

A negação da proposição "Lógica é fácil" pode ser enunciada de diversas formas, como:

→ Lógica **não** é fácil;

→ **Não é verdade que** Lógica é fácil;

→ **É falso que** Lógica é fácil.

A tabela-verdade da *negação*:

A	~A
V	F
F	V

- **Negação dos principais símbolos matemáticos:**

→ Negação de x>y é x≤y;
→ Negação de x<y é x≥y;
→ Negação de x≥y é x<y;
→ Negação de x=y é x≠y, ou ainda: (x<y ou x>y);
→ Negação de x≠y é x=y.

- **Ordem de precedência dos conectivos:**

Começaremos sempre trabalhando com o que houver **dentro dos parênteses**. Só depois, passaremos ao que houver fora deles. Em ambos os casos, obedeceremos sempre à seguinte ordem:

1º) Faremos as **negações** (**~**);
2º) Faremos as **conjunções (E)**
3º) Faremos as **disjunções (OU)**;
4º) Faremos a **condicional (SE...ENTÃO...)**;

5º) Faremos a **bicondicional (...SE E SOMENTE SE...)**.

- **Nº de Linhas da Tabela-Verdade de uma proposição composta = $2^{\text{Nº de prop. simples}}$**

UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA PODE SER CLASSIFICADA COMO:

1) Tautologia: é uma proposição que é **sempre verdadeira**, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem.

2) Contradição: é uma proposição que é **sempre falsa**, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem.

3) Contingência: é a proposição que não é tautologia nem contradição. Este tipo de proposição assume valores F e V.

EQUIVALÊNCIAS

- **Equivalências da Condicional:**

1) $A \rightarrow B$ = $\sim B \rightarrow \sim A$

2) $A \rightarrow B$ = $\sim A$ ou B

3) A ou B = $\sim A \rightarrow B$

- **Equivalência entre NENHUM e TODO:**

1) Nenhum A não é B = Todo A é B

2) Todo A não é B = Nenhum A é B

- **Lei da dupla negação:**

Ao negar duas vezes seguidas, acaba-se desfazendo a negação: ~(~A) = A.

- **Leis comutativas:**

1) A e B = B e A

2) A ou B = B ou A

3) $A \leftrightarrow B = B \leftrightarrow A$

- **Leis associativas:**

1) (A e B) e C = A e (B e C)

2) (A ou B) ou C = A ou (B ou C)

- **Leis distributivas:**

1) A e (B ou C) = (A e B) ou (A e C)

2) A ou (B e C) = (A ou B) e (A ou C)

- **Equivalências que simplificam:**

1) A ou (A e B) = A (Lei de Absorção)

2) A e (A ou B) = A (Lei de Absorção)

3) (A → C) ou (B → C) = (A e B) → C

4) (A → C) e (B → C) = (A ou B) → C

NEGAÇÃO

Negação de uma Proposição Conjuntiva: ~(A e B) = ~A ou ~B (1ª Lei de *De Morgan)*

Negação de uma Proposição Disjuntiva: ~(A ou B) = ~A e ~B (2ª Lei de *De Morgan)*

Negação da condicional: ~(A→B) = A e ~B

Negação da bicondicional: 1ª forma) ~(A↔B) = ~(A→B e B→A) = (A e ~B) ou (B e ~A)

2ª forma) ~(A↔B) = A $\underline{v}$ B

REGRAS DE SIMPLIFICAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA:

1) A ou A = A (Lei idempotente)
2) A e A = A (Lei idempotente)
3) A ou ~A = V (tautologia!)
4) A e ~A = F (contradição!)
5) A ou V = V (na disjunção, o V é quem manda!)
6) A ou F = A (na disjunção, o F é elemento neutro!)
7) A e V = A (na conjunção, o V é elemento neutro!)
8) A e F = F (na conjunção, o F é quem manda!)
9) A ↔ A = V (tautologia!)
10) A ↔ ~A = F (contradição!)

A condicional pode ser transformada numa disjunção (A→B = ~A ou B), a partir daí pode-se tentar usar uma das regras acima.

NEGAÇÃO DOS TERMOS TODO, NENHUM E ALGUM

Proposição	Negação da proposição
Algum	**Nenhum**
Nenhum	**Algum**
Todo	**Algum... não**
Algum... não	**Todo**

PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

Todo A é B não significa o mesmo que **Todo B é A.**

Nenhum A é B é logicamente equivalente a dizer que **Nenhum B é A.**

Algum A é B é logicamente equivalente a dizer que **Algum B é A.**

Algum A é B = Pelo menos um A é B = Existe um A que é B.

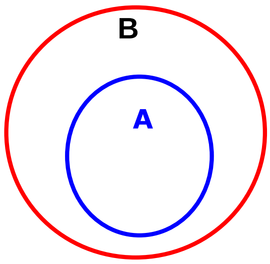
Algum A não é B não significa o mesmo que **Algum B não é A.**

Representação das Proposições Categóricas

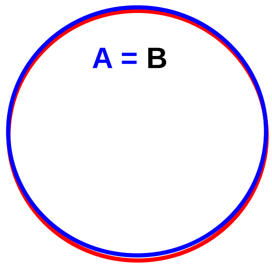
1. Representação gráfica de **"Todo A é B"**

Lembremos que **Todo A é B** significa em termos de conjunto que **todo elemento de A também é elemento de B**, ou seja, **A está contido em B**. Portanto, teremos **duas** representações possíveis:

a O conjunto **A** dentro do conjunto **B**



b conjunto **A** é igual ao conjunto **B**



Em ambas as representações acima, observe que **A está contido em B**; daí, as duas representações são válidas para a proposição "**Todo A é B**".

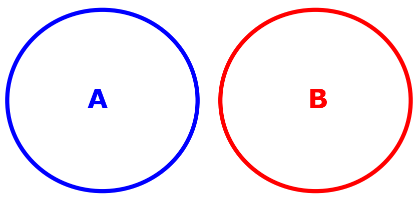
→ Quando "**Todo A é B"** é **verdadeira**, os valores lógicos das outras proposições categóricas serão os seguintes:

Nenhum A é B	é necessariamente **falsa** (pois é falsa nas duas representações).
Algum A é B	é necessariamente **verdadeira** (pois é verdadeira nas duas representações).
Algum A não é B	é necessariamente **falsa** (pois é falsa nas duas representações).

2. Representação gráfica de "**Nenhum A é B**"

Lembremos que **Nenhum A é B** significa em termos de conjunto que **A e B não têm elementos em comum**. Portanto, haverá **somente** uma representação:

a Não há intersecção entre **A** e **B**



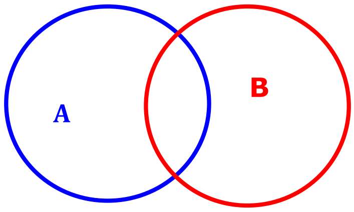
→ Quando "**Nenhum A é B"** é **verdadeira**, os valores lógicos das outras proposições categóricas serão os seguintes:

Todo A é B	é necessariamente **falsa** (pois é falsa no desenho acima).
Algum A é B	é necessariamente **falsa** (pois é falsa no desenho acima).
Algum A não é B	é necessariamente **verdadeira** (pois é verdadeira no desenho acima).

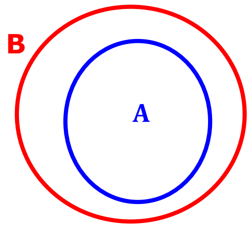
3. Representação gráfica de "**Algum A é B"**

Lembremos que **Algum A é B** significa em termos de conjunto que **o conjunto A tem *pelo menos* um elemento em comum com o conjunto B**, ou seja, **há intersecção entre os círculos A e B**. Portanto, teremos **quatro** representações possíveis:

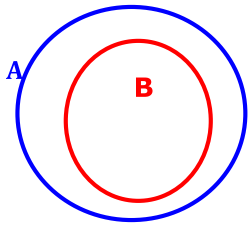
a Os dois conjuntos possuem uma parte dos elementos em comum.



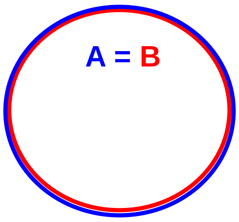
b Todos os elementos de **A** estão em **B**.



c Todos os elementos de **B** estão em **A**.



d O conjunto **A** é igual ao conjunto **B**



Em todas as quatro representações acima, observe que os círculos A e B possuem intersecção; daí, todas as quatro representações são válidas para a proposição "**Algum A é B**".

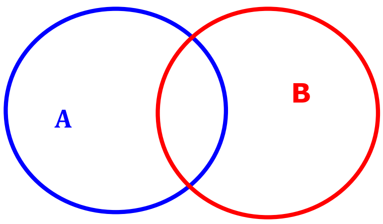
→ Quando "**Algum A é B**" é **verdadeira**, os valores lógicos das outras proposições categóricas serão os seguintes:

Nenhum A é B	é necessariamente **falsa** (pois é falsa nas quatro representações).
Todo A é B	é **indeterminada**, pois pode ser **verdadeira** (em *b* e *d*) e pode ser **falsa** (em *a* e *c*).
Algum A não é B	é **indeterminada**, pois pode ser **verdadeira** (em *a* e *c*) e pode ser **falsa** (em *b* e *d*).

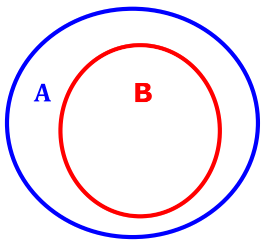
4. Representação gráfica de "**Algum A não é B**"

Lembremos que **Algum A não é B** significa em termos de conjunto que **o conjunto A tem *pelo menos* um elemento que não pertence ao conjunto B**. Isso pode ser obtido em até **três** representações possíveis:

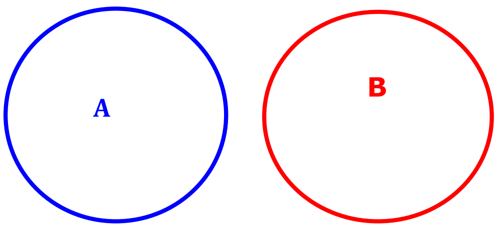
a Os dois conjuntos possuem uma parte dos elementos em comum.



b Todos os elementos de **B** estão em **A**.



c Não há elementos em comum entre os dois conjuntos.



Em todas as três representações acima observe que **o conjunto A tem *pelo menos* um elemento que não pertence ao conjunto B**; daí, todas as três representações são válidas para a proposição "**Algum A não é B**".

→ Quando "**Algum A não é B"** é **verdadeira**, os valores lógicos das outras proposições categóricas serão os seguintes:

Todo A é B	é necessariamente **falsa** (pois é falsa nas três representações).
Nenhum A é B	é **indeterminada**, pois pode ser **verdadeira** (em *c*) e pode ser **falsa** (em *a* e *b*).
Algum A é B	é **indeterminada**, pois pode ser **verdadeira** (em *a* e *b*) e pode ser **falsa** (em *c*).

ARGUMENTO

Trata-se o *argumento* de uma construção lógica, formada por proposições iniciais (chamadas de premissas), que redundam em uma conclusão.

Dizemos que um argumento é **válido** (ou ainda **legítimo** ou **bem construído**), **quando a sua conclusão é uma conseqüência obrigatória do seu conjunto de premissas**.

Dizemos que um argumento é **inválido** – também denominado **ilegítimo**, **mal construído, falacioso** ou **sofisma** – **quando a verdade das premissas não é suficiente para garantir a verdade da conclusão**.

TABELA COMPARATIVA DOS MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA VALIDADE DE UM ARGUMENTO

Se aplicarmos dois métodos diferentes num mesmo argumento, eles certamente conduzirão a um mesmo resultado. Contudo, muitas vezes haverá um método mais adequado para testar a validade de um determinado argumento.

Na sequencia, um quadro que resume os quatro métodos, e quando se deve lançar mão de um ou de outro, em cada caso.

	Deve ser usado quando...	**O argumento é válido quando...**
1º Método *Diagramas Lógicos*	pudermos representar as premissas por meio de diagramas lógicos.	verificarmos que a conclusão é uma consequência obrigatória das premissas, ou seja, a conclusão é necessariamente verdade.

	Deve ser usado quando...	**O argumento é válido quando...**
2º Método ***Premissas Verdadeiras***	houver uma **premissa** que seja uma **proposição simples** ou que esteja na forma de uma ***conjunção***.	o valor encontrado para a conclusão é necessariamente verdade.
3º Método ***Tabela-Verdade***	em qualquer caso, mas **preferencialmente** quando o argumento tiver **no máximo três proposições simples**.	em todas as linhas da tabela em que os valores lógicos das premissas têm valor **V,** os valores lógicos da coluna da conclusão forem também **V**.
4º Método ***Conclusão Falsa***	for inviável a aplicação dos métodos anteriores. Também é necessário que a **conclusão** seja uma **proposição simples** ou uma ***disjunção*** ou uma ***condicional***.	não for possível a existência simultânea de **conclusão falsa** e **premissas verdadeiras.**

IMPLICAÇÕES LÓGICAS

A maneira de resolver a questão dependerá da estrutura lógica das premissas, assim, dividiremos as questões de implicações lógicas em dois tipos:

1º) Implicações Lógicas do tipo 1: quando houver, nas premissas trazidas no enunciado da questão, uma proposição simples ou uma conjunção. Assim, teremos uma sentença apropriada para ser o ponto de partida da resolução. E por que isso? Porque tais tipos de sentença só têm uma forma de ser verdadeira!

2º) Implicações Lógicas do tipo 2: simplesmente, aquelas que não são do tipo 1, ou seja, que não aparece, entre as premissas, uma proposição simples ou uma conjunção.

Resolução de implicação lógica do tipo 1:

Esse tipo de implicação lógica será resolvido facilmente através do **segundo método** (Premissas Verdadeiras) de verificação da validade do argumento.

Baseando-se no segundo método do Argumento, realizaremos os seguintes passos:

1º passo: considerar as premissas verdadeiras, e com o conhecimento das *tabelas-verdade* dos conectivos, descobrir os valores lógicos das proposições simples presentes nas premissas.

2º passo: Substituir os valores lógicos das proposições simples, encontrados no passo anterior, em cada uma das opções de resposta. Aquela que for necessariamente verdadeira é a opção correta da questão.

Resolução de implicação lógica do tipo 2:

- **Quando as opções de resposta forem proposições que não são condicionais nem disjunção nem bicondicional, resolva da seguinte forma:**

Nas soluções das questões de Implicação Lógica feitas anteriormente, o **1º passo** consistia em somente considerar as **premissas** como **verdadeiras**. Acrescentaremos a este 1º passo, os seguintes procedimentos:

→ Atribuiremos um valor lógico (**V** ou **F**) para uma das proposições simples.

→ Finalmente, substituiremos este valor lógico (escolhido acima) nas premissas e verificaremos, mediante a aplicação das *tabelas-verdade* dos conectivos, se está correto, ou seja, se não vai se observar alguma **contradição** entre os resultados obtidos.

- **Quando pelo menos uma das opções de resposta trouxer uma proposição que é condicional, disjunção ou bicondicional, resolva através dos métodos:**

  - Método da Tabela-Verdade: usar de preferência se houver apenas duas proposições simples no conjunto das premissas. (Nº de linhas da tabela-verdade do argumento = $2^{\text{Nº de proposições simples}}$)
  - Método da Conclusão Falsa: atribuir o valor lógico falso a uma das opções de resposta (a qual será considerada como conclusão do argumento) e considerar as premissas verdadeiras. Sendo possível existir essa situação (premissas verdadeiras e conclusão falsa), então a alternativa testada não é resposta, uma vez que a alternativa testada pode ser falsa. Caso contrário (não sendo possível construir a situação: premissas verdadeiras e conclusão falsa), a alternativa testada será a resposta, uma vez que ela não é falsa (ou seja, é verdadeira).
  - Método do Encadeamento Lógico: por primeiro, as premissas devem ser transformadas em condicionais e depois montar o dominó.

CONJUNTOS

1) Relações de Pertinência

Relacionam elemento com conjunto. E a indicação de que o elemento pertence ou não pertence a um conjunto é feita pelos símbolos: $\in$ (pertence) e $\notin$ (não pertence).

2) Relações de Inclusão

Relacionam um conjunto com outro conjunto. Temos a seguinte simbologia de inclusão: $\subset$ (está contido), $\not\subset$ (não está contido), $\supset$ (contém) e $\not\supset$ (não contém).

3) Conjunto das Partes de um Conjunto

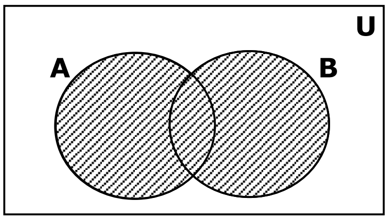
O número de partes (subconjuntos) de um conjunto A é dado por $\mathbf{2^n}$, em que n é o número de elementos de A.

5) Operações com Conjuntos

Considerando os conjuntos A, B e o conjunto-universo U, daremos a definição de cada operação com conjuntos:

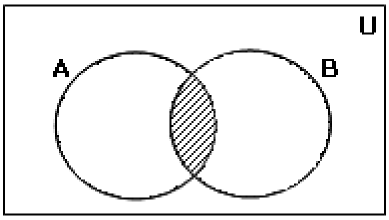
a) **União** ($\cup$)

A união entre dois conjuntos, $A \cup B$, é o conjunto formado pela reunião dos elementos de A e de B. Simbolicamente: $A \cup B = \{x \mid x \in A$ **ou** $x \in B\}$.



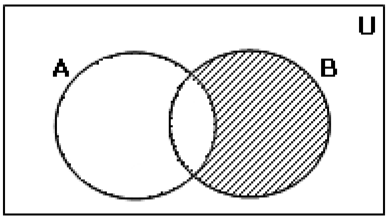
b) **Interseção** (∩)

A intersecção entre dois conjuntos, A∩B, é o conjunto formado pelos elementos que são comuns aos dois conjuntos. Simbolicamente: A∩B = {x | x∈A **e** x∈B}.



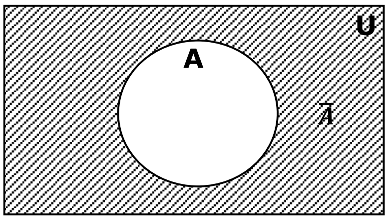
c) **Diferença** (–)

A diferença entre dois conjuntos, B–A, é o conjunto formado pelos elementos de B que não pertencem a A. Simbolicamente: B–A = {x | x∈B e x∉A}.



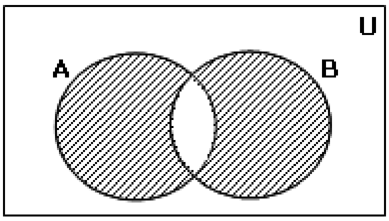
d) **Complementar** ($\bar{A}$)

O complementar do conjunto A, simbolizado por $\bar{A}$, é o conjunto formado pelos elementos do conjunto universo (U) que não pertencem a A. Simbolicamente: $\bar{A}$={x∈U|x∉A}.



e) **Diferença simétrica entre dois conjuntos** (Δ)

A diferença simétrica entre dois conjuntos é definida por: AΔB = (A∪B)–(A∩B).



f) Fórmula da União

Existe uma fórmula que relaciona o número de elementos da união, da intersecção e dos conjuntos individuais. A fórmula é dada por:

→ $\mathbf{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$

Se forem três conjuntos a fórmula será:

→ $\mathbf{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$

QUANTIFICADORES

O Quantificador Universal

O quantificador universal é indicado pelo símbolo ∀ que se lê: **para todo**, **para cada**, **qualquer que seja**.

O Quantificador Existencial

O quantificador existencial é indicado pelo símbolo ∃ que se lê: **existe pelo menos um**, **existe um**, **existe**, **para algum**.

Há outro quantificador que deriva do quantificador existencial, ele é chamado de **quantificador existencial de unicidade**, simbolizado por ∃**|** que se lê: **existe um único**, **existe um e um só**.

Negação do Quantificador Universal

- A **negação de (∀x)(P(x))** é a sentença **(∃x)(¬P(x))**. Onde P(x) representa a sentença aberta.

Negação do Quantificador Existencial

- A **negação de (∃x)(P(x))** é a sentença **(∀x)(¬P(x))**. Onde P(x) representa a sentença aberta.

Também é possível fazer a negação do quantificador existencial de outra forma: a negação de **Existe** pode ser **Não existe**, que simbolizamos por **~**∃. Por esta forma de negar o quantificador existencial, não é preciso negar a sentença aberta. Exemplos:

1) proposição: $(\exists x)(x \in R)(x^2 \geq x)$
   negação: $(\sim\exists x)(x \in R)(x^2 \geq x)$

2) proposição: $(\exists x)(x \in Q)$(1/x é um número natural)
   negação: $(\sim\exists x)(x \in Q)$(1/x é um número natural)

Representação Simbólica das Proposições Categóricas

Proposição Categórica	Representação Simbólica
Todo A é B	$(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$
Algum A é B	(∃x)(A(x) e B(x))
Nenhum A é B	(~∃x)(A(x) e B(x))
Algum A não é B	(∃x)(A(x) e ~B(x))