



Secretaria de
Educação

PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO



Técnico em Administração

Matemática Financeira

Benôni Cavalcanti Pereira

2014



e-Tec
Brasil



PDE | PRONATEC

PROGRAMA NACIONAL DE ACESSO AO
ENSINO TÉCNICO E EMPRESARIAL

Ministério da
Educação

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA



Presidenta da República

Dilma Vana Rousseff

Governador do Estado de Pernambuco

Eduardo Henrique Accioly Campos

Vice-presidente da República

Michel Temer

Vice-governador do Estado de Pernambuco

João Soares Lyra Neto

Ministro da Educação

Aloizio Mercadante Oliva

Secretário de Educação

José Ricardo Wanderley Dantas de Oliveira

**Secretário de Educação Profissional e
Tecnológica**

Marco Antônio de Oliveira

Secretário Executivo de Educação Profissional

Paulo Fernando de Vasconcelos Dutra

Diretor de Integração das Redes

Marcelo Machado Feres

Gerente Geral de Educação Profissional

Luciane Alves Santos Pulça

Coordenação Geral de Fortalecimento

Carlos Artur de Carvalho Arêas

Gestor de Educação a Distância

George Bento Catunda

Coordenação do Curso

Cícera Zeferino

Coordenação de *Design* Instrucional

Diogo Galvão

Revisão de Língua Portuguesa

Letícia Garcia

Diagramação

Izabela Cavalcanti





Sumário

INTRODUÇÃO.....	3
1.COMPETÊNCIA 01 COMPREENDER OS CONCEITOS DE JUROS (SIMPLES E COMPOSTOS) E CAPITAL.....	9
1.1 Juros Simples.....	13
1.2. Juros Compostos	19
1.3 Taxa Nominal e Real.....	24
2.COMPETÊNCIA 02 CONHECER OS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE E SISTEMA FRANCÊS (PRICE).....	28
2.1 Sistemas de Amortização	28
2.2 Sistema de Pigment Único	30
2.3 Sistema de Pagamentos Variáveis.....	31
2.4 Sistema de Amortização Constante (SAC).....	32
2.5 Sistema de Amortização Francês (Price).....	34
3.COMPETÊNCIA 03 CALCULAR JUROS, VALOR FUTURO, VALOR PRESENTE E PRESTAÇÃO A PARTIR DO USO DE INSTRUMENTOS DE CALCULADORA	37
3.1 Fazendo Uso da HP-12C	39
3.2 Realizando Os Cálculos Financeiros Básicos.....	42
3.3 Amortização na Hp.....	50
4.COMPETÊNCIA 04 CALCULAR JUROS, VALOR FUTURO, VALOR PRESENTE E PRESTAÇÃO A PARTIR DO USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS	55
4.1 Uma Breve Introdução do Excel.....	56
4.2 Aplicação em Juros Simples	65
4.3 Aplicação em Juros Compostos.....	69
REFERÊNCIAS.....	78



INTRODUÇÃO

Olá pessoal. Espero que estejam todos bem!!!

Externo a minha alegria de poder participar do processo de aprendizagem de todos. Muitos se perguntam acerca da utilidade da matemática financeira e o desafio que é seu estudo. A intenção é proporcionar a todos os conhecimentos práticos necessários ao cotidiano do profissional da área administrativa.

O objetivo da disciplina é navegar e aprofundar nos conceitos matemáticos em torno das finanças, construindo competências e desenvolvendo habilidades para realizar cálculos básicos imprescindíveis na vida de qualquer empresa, avançando no uso da calculadora financeira e de editores de planilhas.

Os conteúdos programáticos da disciplina estão postos de forma atender seu objetivo e perspectivados em competências, na seguinte ordem:

1. Na primeira competência, temos como objetivo compreender os conceitos de **juros** (simples e compostos) e **capital**;
2. Na segunda competência, iremos conhecer os **Sistemas de Amortização Constante (SAC) e Sistema Francês (Price)**;
3. Na terceira competência, a missão é calcular juros, valor futuro, valor presente e prestação, a partir do uso de instrumentos de calculadora;
4. Por fim, a quarta competência desenvolverá a habilidade de calcular juros, valor futuro, valor presente e prestação a partir do uso de planilhas eletrônicas.

Você já imaginou o que seria do mundo dos negócios sem a matemática financeira? Você já se deparou com situações financeiras em que se viu sem alternativa de negociar, pois não sabia por onde começar os cálculos?

Você perceberá como as finanças influenciam nas decisões administrativas e



está presente no nosso cotidiano, quer seja pessoal ou profissionalmente. Notará, também, a importância de dominar estes conteúdos matemáticos, essenciais para um técnico em administração, descobrindo potencialidades e projetando o futuro.

No atual contexto econômico em que vivemos, fazer uso de ferramentas financeiras básicas na administração, passa a ser condição primordial para qualquer tipo de estabelecimento comercial, quer seja oferecendo ou demandando produtos/serviços no mercado competitivo e dinâmico.

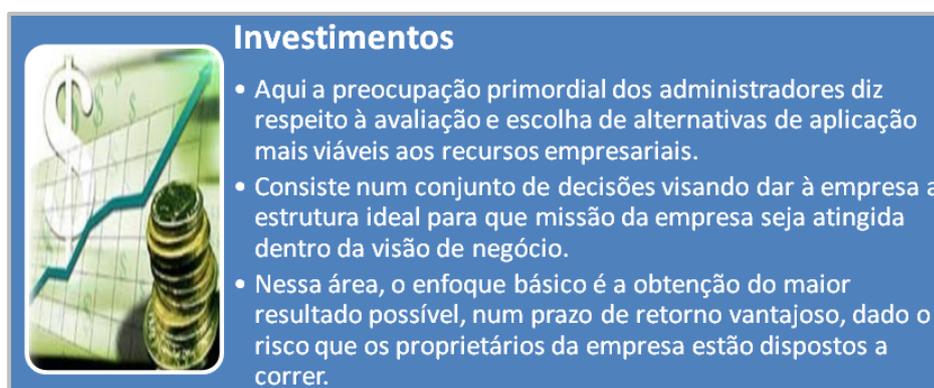


Figura 1

Fonte: www.abimaq.org.br/site.aspx/intencaoinvestimento

Você perceberá como as finanças influenciam nas decisões administrativas e está presente no nosso cotidiano, quer seja pessoal ou profissionalmente. Notará, ainda, a importância de dominar estes conteúdos matemáticos, essenciais para um técnico em administração, descobrindo potencialidades e projetando o futuro.

Vamos encontrar também os quadros informativos que trazem temáticas indispensáveis à compreensão e desenvolvimento da competência de cada módulo.

Vamos começar pela obviedade maior: a de conceituar matemática financeira. De uma forma bem objetiva, você pode afirmar que é “o ramo da matemática que tem como objeto de estudo o comportamento das finanças,



num determinado espaço de tempo ou ao longo dele”. Mas, será que ficou claro? Que tal reforçar o conceito no parágrafo seguinte?

No seu livro de Matemática Financeira, Lapponi (2006) aponta para o estudo dos problemas financeiros e suas soluções matemáticas, a partir dos conceitos e relações aprendidos, não se limitando apenas a fórmulas e procedimentos de calculadora, mas à compreensão de temas tradicionais como juros simples, composto, taxas e financiamentos.

Dito isso, é importante entender a maneira como a moeda, ou o dinheiro, como queiram, está sendo ou será empregado, de maneira a maximizar o resultado esperado. Ora, não é disso que as empresas procuram? Só não se esqueçam, por favor, da atual importância do negócio sustentável, preocupando-se com o social e o planeta, certo?

Bem, com as ferramentas adequadas, podemos comparar entre duas ou mais alternativas, aquela que trará mais benefícios ou menos prejuízo no âmbito das contas.



Figura 2

Fonte: <http://fincasfinancas.hd1.com.br>

E finanças, especificamente, do que se trata?

Se formos pesquisar no dicionário Aurélio, obtemos a seguinte definição:

Finanças é uma palavra que se origina do Francês [Do fr. Financer] e significa:



1. Situação financeira;

2. A ciência e a profissão do manejo do dinheiro, particularmente do dinheiro do Estado.

Nos seus estudos, Gitman (2002) afirma que as finanças podem ser definidas como uma técnica ou ciência de administrar fundos. Praticamente, todas as pessoas, sejam físicas ou jurídicas, obtêm receitas ou levantam fundos, gastam ou investem.

Estes são conceitos bem consolidados na literatura. Aventurando-se na internet, acharemos no Wikipédia - a enciclopédia livre cujos conhecimentos são construídos de forma colaborativa e não acadêmica - teremos a seguinte definição:

Finanças são a arte e a ciência da gestão de ativos financeiros. O campo de estudo de instituições financeiras, dos mercados financeiros e do funcionamento dos sistemas financeiros.

Enfim, perceba que, no mundo dos negócios, as finanças consideradas empresariais, tratam da vida financeira das empresas e possuem um corpo de conhecimento bem definido. Em sua origem, as empresas se formam a partir das contribuições financeiras dos sócios para a formação do capital social. Essa entrada, em geral, costuma ser aumentada pela obtenção de financiamento. As empresas, quando estão em funcionamento, têm a sua principal fonte de recursos nas vendas de seus produtos.

No cotidiano das empresas e nas famílias, também ocorre este fenômeno, discute-se cada vez mais o último índice geral de preços (IGP), a inflação ou deflação, a taxa de juros básica da economia, conhecida com **Taxa Selic**, debatida e estabelecida após as famosas reuniões do Comitê de Política Monetária, o tão falado **Copom**.



O Copom foi instituído em 20 de junho de 1996, com o objetivo de estabelecer as diretrizes da política monetária do país e de definir sua taxa de juros.

Saiba mais em:
www.bcb.gov.br/?COPOMHIST



Enfim, números, índices e taxas fazem parte do nosso convívio e indispensáveis para qualquer indivíduo ou empresa, e como eles, a estatística, contabilidade e matemática financeira.



Figura 3

Fonte: <http://rizzolot.wordpress.com/2011/09/06/corte-dos-juros-e-turbulencia-a-vista/>

Convido você imaginar a seguinte situação:

- Um pai decide que é está na hora de adquirir um veículo para a família e analisa as opções:

1. Comprar o veículo financiado, que custa R\$ 26.000,00, sem entrada, em 60x com uma taxa de juros de 2,36% a.m.;
2. Retirar R\$ 7.800,00 da poupança e oferecer de entrada, financiando o restante em 36x, ficando a parcela em R\$ 699,00.

Pense comigo:

1. Quais os custos envolvidos nessa decisão?
2. Como avaliar financeiramente a decisão?

Vejamos, então, quantas pessoas já não passaram por situações como esta, importantes para a saúde financeira. Tudo pode parecer simples, e **será**, se você possuir alguns conhecimentos básicos, na área de finanças.

Assim, a matemática financeira se ocupa em estudar e fornecer as tais ferramentas, adequadas para a tomada de decisão, com a maior precisão

possível, tanto para indivíduos quanto para empresas. É importante refletir que, decisões como estas, nos afetarão por um bom tempo. Imagine, também, na vida de uma empresa, cujo faturamento, na maioria das vezes, é bastante superior à renda de uma família. Note que as decisões são, basicamente, as mesmas. O que muda é a complexidade das ações, seus efeitos e o grau de precisão com que os cálculos devem ser feitos.

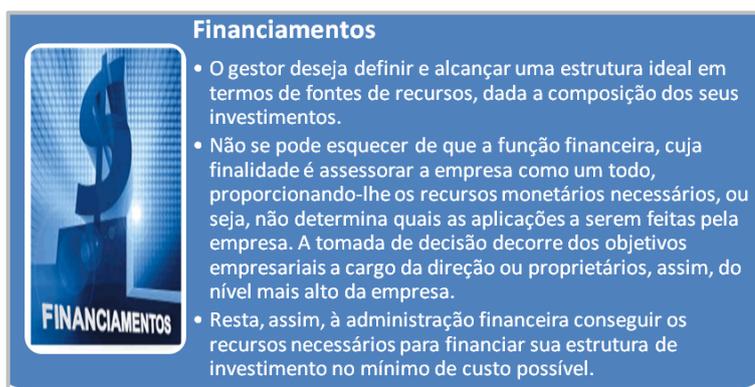


Figura 4 –

Fonte: www.emasterelevadores.com.br/financiamento.htm

Então, preparem-se para abrir seus horizontes e conhecer um pouco do mundo dos cálculos financeiros. Espero que todos vocês aproveitem ao máximo a proposta de estudo e exercícios e, em breve, apliquem os conhecimentos nas tomadas de decisões adequadas, no futuro cotidiano profissional de todos!

Sucesso e ótimo estudo!

Professor Benôni Cavalcanti Pereira



1.COMPETÊNCIA 01 | COMPREENDER OS CONCEITOS DE JUROS (SIMPLES E COMPOSTOS) E CAPITAL

Olá a todos!

Estamos iniciando a aprendizagem de nossa primeira competência. O que vocês acham de pagar “juros”? Nada legal, não é? Vamos entender mais essa questão importantíssima e base para nossa disciplina. Lidar com os juros é básico para administradores, desde que se ganhe.

Como comentamos nos textos introdutórios, a matemática financeira é uma ferramenta indispensável para análise e decisões sobre alternativas de investimentos e financiamentos. A ideia básica é simplificar a operação financeira. Mais a frente, vamos aprender a fazer uso da calculadora financeira e planilhas que facilitam nossa vida.

Vamos começar por conceitos fundamentais para cálculos financeiros. Leiam com bastante atenção, para que possamos avançar, mais efetivamente, nas competências seguintes. Estão preparados?

Antes de entrar nos conceitos propriamente ditos, vamos refletir um pouco:

- Você acredita que seria possível chegarmos até hoje sem ninguém cobrar nada por emprestar dinheiro a alguém?
- Se uma pessoa estivesse devendo o aluguel de uma casa de sua propriedade, há mais de 02 (dois) meses, seria justo quitar o débito sem qualquer compensação financeira?

Observe que, em todas as indagações acima, percebemos a influência de duas variáveis: **tempo e valor**.



“A origem dos bancos remonta à antiguidade, pois na Babilônia já existiam pessoas que emprestavam, tomavam emprestado e guardavam dinheiro de outros. Tendo certo caráter sagrado, o dinheiro era confiado aos sacerdotes nos templos. Mas, segundo estudiosos de arqueologia, foram os fenícios os primeiros a realizar operações bancárias. Os romanos deram o nome hoje universal à instituição: banco vem do italiano, significando a mesa que os cambistas utilizavam para suas operações monetárias.”
Fonte:
www.eps.ufsc.br/disserta/maristela/cap4/cp4_mor.htm



Mas, então, vamos trabalhar a primeira competência. Em termos de cálculos de finanças, diversas aplicações são comuns no atual sistema econômico, algumas situações estão presentes na nossa vida diária, tais como financiamentos de casa e carros, realizações de empréstimos, compras a crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras e investimentos em geral. Todas as movimentações financeiras são baseadas na estipulação prévia de taxas de juros. Ao realizarmos um financiamento, a forma de pagamento é feita através de prestações mensais acrescidas de juros, isto é, o valor de quitação do empréstimo é superior ao valor inicial do empréstimo, a essa diferença damos o nome de **juros**.

Obrigado, é sempre uma viagem no conhecimento esta nossa mascote. Todavia, hoje, os juros compostos são as bases do nosso sistema financeiro, regendo as transações comerciais presentes em faturas, recibos, notas promissórias, operações de crédito, vendas em geral. Esses juros são caracterizados por somar o capital a cada período, mas isso será bem debatido mais a frente.

As aplicações financeiras, diagramas e as análises de retorno de investimentos são outros importantes exemplos de utilizações dos cálculos financeiros, no âmbito da administração, seja ela individual ou de porte empresarial, na busca de ganhos de rendimentos ou maximização dos investimentos.

Vamos agora para conceitos fundamentais em torno dos assuntos que trataremos daqui por diante:

1) Capital (C)

- Valor aplicado através de alguma operação financeira.
- É o dinheiro ou investimento financeiro envolvido no negócio.
- Conhecido também por: Principal (P); Valor Presente (VP).



Leia sobre a origem da Moeda:
www.bcb.gov.br/?O
RIGEMOEDA



“O conceito de juros surgiu no momento em que o homem percebeu a existência de uma afinidade entre o dinheiro e o tempo.

As situações de acúmulo de capital e desvalorização monetária davam a ideia de juros, pois isso acontecia devido ao valor momentâneo do dinheiro.”

Fonte:
www.brasilescola.com/matematica/matematica-financeira.htm

2) Juros (J)

- É a remuneração pelo uso do capital de terceiros, empregado em alguma atividade financeira ou produtiva.
- Podem ser capitalizados de duas formas: simples ou composto.

3) Montante (M)

- É o valor acumulado após um determinado período, referente a uma operação financeira.
- Conhecido como Valor Futuro (VF), é justamente a soma do Capital (C) e dos Juros (J).
- Portanto, será simples ou composto, dependendo da forma de capitalização dos Juros.

Como JURO é a remuneração obtida a partir do capital de terceiros, para os administradores, essa remuneração pode ocorrer sob duas visões:

- **Quem paga** - despesa financeira, custo ou prejuízo



Figura 5

Fonte: www.call-construtora.com.br/blog/arquivos/seu-bolso-voce-ja-pensou-o-que-vai-fazer-com-o-seu-13%C2%BA/



- **Quem recebe** - rendimento, receita financeira ou ganho de capital.



Figura 6

Fonte: <http://depositomaia.blogspot.com.br/2007/08/o-lucro-dos-bancos-e-da-petrobrs.html>

Taxa de juros (i)

É o coeficiente obtido da relação dos juros (**J**) com o capital (**C**), que pode ser representado em forma percentual ou unitária.

Atenção! Fiquem espertos! Essas letrinhas aparecerão ao longo dos cálculos, abaixo estão algumas delas:

C	CAPITAL OU VALOR PRESENTE
N	PERÍODO OU TEMPO
J	JUROS
i	TAXA DE JUROS
M	MONTANTE OU VALOR FUTURO
*	SINAL DE MULTIPLICAÇÃO

Tabela 1

Fonte: O autor

- **Exemplo**

Um empreendedor tinha um capital de R\$2.400,00, gerou-se, ao final de um mês, um juro no valor de R\$ 90,00, qual a foi a taxa?

$$C = 2400 \quad J = 90 \quad i = J / C = 90 / 2400 \quad i = 0,0375 \quad \text{ou} \quad * 100 = 3,75\%$$



NOTE: Como a aplicação foi num período de 01 mês, temos 3,75% a.m.

Período (n) ou Tempo

Também conhecido por período ou prazo, é o tempo necessário para que um capital (**C**), aplicado a uma taxa (**i**), produza um montante (**M**).

importante perceber que o período considerado pode ser inteiro ou fracionário, observe:

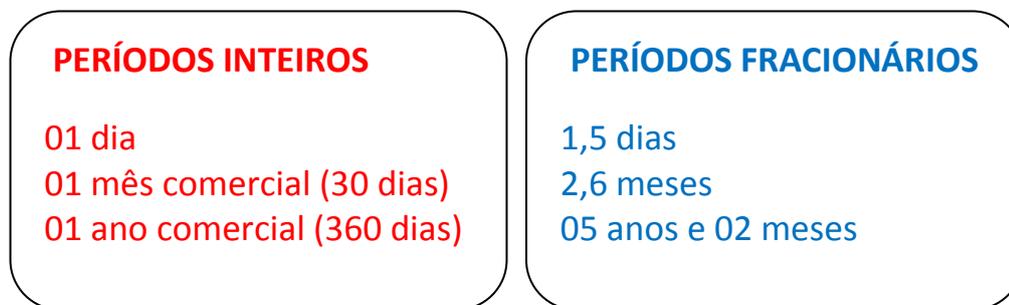


Figura 7
Fonte: o autor

Equivalência da taxa de juros e períodos

Observe que, para fins de cálculos financeiros, se a taxa de juros for mensal, trimestral ou anual, os períodos deverão ser respectivamente, mensais, trimestrais ou anuais, de modo que os conceitos de taxas de juros e períodos sejam compatíveis. Nos cálculos de juros simples e compostos, realizaremos exercícios em que deveremos fazer as devidas conversões de unidades.

1.1 Juros Simples

Bem, podemos deduzir, então, que “Juros Simples” é o cálculo do rendimento do capital por meio de uma taxa de juros estabelecida num período de tempo considerado. Este regime era mais utilizado nas situações de curto prazo, hoje os juros compostos são os mais presentes.

Competência 01



Os cálculos são baseados na utilização da fórmula extraída do conceito, não se esqueça das letrinhas do quadro anterior, certo?

$$J = C * i * n$$

Vamos aos exercícios resolvidos:

1) Um empréstimo de R\$ 15.000,00 é contraído pelo prazo de 06 meses. Tudo ficou acertado com uma taxa de juros de 2,5% ao mês. Qual o juro correspondente?

- **Cálculos:**

$$J = C * i * n \quad C = 15000 \quad i = 2,5\% \text{ a.m} = 0,025$$

$$n = 06 \text{ meses}$$

$$J = ?$$

$$J = 15000 * 0,025 * 6$$

$$J = 15000 * 0,15$$

$$J = 2250$$

RESPOSTA: O juro correspondente ao empréstimo foi R\$ 2.250,00

2) Sabendo que um determinado capital rendeu, após 14 meses de aplicação, os juros da ordem de R\$ 1.344,00, a uma taxa de 36% ao ano, descubra qual o valor aplicado.

- **Cálculos:**

$$J = 1344 \quad i = 36 \text{ a.a} = 36/12 \text{ a.m} = 3 \text{ a.m} = 0,03 \quad n = 14 \text{ meses}$$

$$C = ? \quad J = C * i * t$$

$$1344 = C * 0,03 * 14$$

$$C = 1344 / 0,42 \quad C = 3200$$

RESPOSTA: O capital aplicado foi R\$ 3.200,00

Note: A questão exigia a equivalência entre a taxa e o tempo de aplicação.

Competência 01



3) Em 135 dias, a empresa deverá ter recebido um juro de R\$ 9.787,50. Calcule quanto deverá ser aplicado hoje com taxa de juros de 15% ao ano comercial no regime de juros simples.

- **Cálculos:**

$$J = 9787,50 \quad i = 15 \text{ a.a} = 0,15$$

$$n = 135 \text{ dias} = 135/360 = 0,375 \text{ ano}$$

$$C = ? \quad (\text{Como } i \text{ e } t \text{ na mesma unidade, } J = C * i * t)$$

$$9787,50 = C * 0,15 * 0,375 \quad C = 9787,50 / 0,05625 \quad \mathbf{C = 174000}$$

RESPOSTA: A empresa deverá ter aplicado R\$ 174.000,00

Calculando o montante

Já sabemos que:

- 1) Montante é o valor acumulado após um determinado período, referente a uma operação financeira, é também conhecido como Valor Futuro (VF);
- 2) É justamente a soma do Capital (C) e dos Juros (J).

Preste atenção, agora:

$$M = C + J$$

Onde, M = Montante; C = Capital; J = Juros

EXERCÍCIOS

1) Uma aplicação obteve um rendimento líquido de R\$ 78,25, durante um determinado tempo. Qual foi o valor resgatado, sabendo-se que a importância aplicada foi de R\$ 1.568,78?

- **Cálculos:**



$$J = 78,25 \quad C = 1.568,78$$

$$M = ?$$

$$M = C + J \quad M = 1.568,78 + 78,25 \quad \mathbf{M = 1.647,03}$$

RESPOSTA: O Valor resgatado foi R\$ 1.647,03

2) Que montante será produzido por um capital de R\$ 600,00, aplicado no sistema simples de juros, considerando uma taxa mensal de 2%, durante 05 meses?

- **Cálculos:**

$$J = ? \quad C = 600 \quad i = 2\% \text{ a.m} = 0,2$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$J = C * i * n \quad J = 600 * 0,02 * 5 \quad \mathbf{J = 60}$$

Como, $M = C + J$, temos que: $M = 600 + 60 = 660$

RESPOSTA: O montante produzido, então, será R\$ 660,00.

3) Considere um capital de R\$2.000,00, aplicado a uma taxa de juros simples, estipulada de 3% ao mês, durante 10 meses. Construa uma tabela que demonstre os montantes a cada mês, até o final da aplicação, respondendo qual o montante final e os juros envolvidos.

- **Cálculos:**

$$M = C + J \quad C = 2000 \quad i = 3\% \text{ a.m.} = 0,03 \quad n = \text{cada mês}$$

$$J = C * i * n = 2000 * 0,03 * n = 60 * n$$



Competência 01

MÊS	CAPITAL APLICADO (R\$)	JUROS ACUMULADO (60*N)	MONTANTE ACUMULADO (R\$)
1	2.000,00	60,00	2.060,00
2	2.000,00	120,00	2.120,00
3	2.000,00	180,00	2.180,00
4	2.000,00	240,00	2.240,00
5	2.000,00	300,00	2.300,00
6	2.000,00	360,00	2.360,00
7	2.000,00	420,00	2.420,00
8	2.000,00	480,00	2.480,00
9	2.000,00	540,00	2.540,00
10	2.000,00	600,00	2.600,00

Tabela 2

Fonte: O autor

RESPOSTA: Ao final do período, o montante final foi R\$ 2.600,00 e os Juros correspondentes a R\$ 600,00.

Regime de Capitalização

No sistema de capitalização com juros simples, os juros são calculados conforme o capital envolvido, a taxa de juros e o tempo de aplicação, formando o montante no prazo estabelecido, chamado também de valor futuro. Podemos chegar a uma fórmula única, observe:

$$J = C * i * n$$

Já vimos que $M = C + J$, ou seja, o montante (valor futuro) é a soma do capital (valor presente) e o juro, assim, observando a tabela do exercício 3 de Juros Simples, quanto mais juro no período considerado, maior o montante, portanto:

$M = C + J_1 + J_2 + \dots + J_n$, onde n é a quantidade de vezes.

Como: $J = C * i * n$, com $t = 1$, temos:

$$M = C + (C * i) + (C * i) + \dots + (C * i)$$

$$M = C + (1 + i + i + \dots + i)$$

Se agruparmos as parcelas, teremos:



$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

Vamos ao exemplo para ficar mais fácil de entender? Acompanhem os exercícios resolvidos que se seguem:

1) Calcule o resgate de uma aplicação financeira de uma pequena empresa na ordem de R\$5.000,00 durante 08 meses seguidos com taxa de juros constante de 1,2% ao mês, considerando o regime de juros simples.

- **Cálculos:**

$$M = ? \quad C = 5000 \quad i = 1,2\% \text{ a.m} = 0,012$$

$$n = 8 \text{ meses}$$

$$\text{Assim, } M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$M = 5000 \cdot (1 + 0,012 \cdot 8) \quad M = 5000 \cdot (1 + 0,096) \quad \mathbf{M = 5480}$$

RESPOSTA: O resgate desta aplicação será R\$ 5.480,00

2) Se a taxa de uma aplicação é de 150% ao ano, quantos meses serão necessários para dobrar um capital aplicado através de capitalização simples?

- **Cálculos:**

$$i = 150\% \text{ a.a} = 1,5 \quad M = 2 \cdot C \quad n = ?$$

Detalhe: Perceba que a taxa está em ano, devemos convertê-la no início, ou obter o resultado em anos, e depois converter para meses (opção escolhida no exercício).

$$\text{Assim, } M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$2C = C \cdot (1 + 1,5 \cdot n)$$

$$1 = 1,5 \cdot n$$

$$2C / C = 1 + 1,5 \cdot n$$

$$n = 1 / 1,5$$

$$2 = 1 + 1,5 \cdot n$$

$$\mathbf{n = 2 / 3 \text{ anos}}$$

Competência 01



Convertendo para meses, $2/3 * 12 = 8$ meses

RESPOSTA: Serão necessários 08 meses para dobrar o capital aplicado.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 1) Qual o valor do investimento que gerou um resgate de R\$ 1.500,00, sabendo-se que o rendimento deste investimento foi de R\$ 378,25?
- 2) Um empresário decide emprestar um capital de R\$ 1.500,00 a outro empresário, a juros simples, por um período de 45 dias e, considerando uma taxa de juros de 2% a.m, qual o valor de juros a que terá direito?
- 3) Quanto de capital preciso investir para ter um rendimento de R\$ 120,00 no trimestre, sabendo que a taxa mensal de juros do investimento corresponde a 2,5%?
- 4) Qual o tempo necessário para manter o capital de R\$ 7.000,00, pertencente a um sócio, no regime de capitalização simples, que tem a taxa em 1,5% a.m, para que obtenha um montante de R\$ 8.260,00?
- 5) Considere a compra de uma geladeira. Como não se podia comprá-la à vista, optou-se por crediário para pagá-la. Ao final do crediário, foi efetuado o pagamento de R\$ 3.325,00, no regime de capitalização mensal simples. Só de juros foi pago R\$ 825,00. A taxa foi de 36% a.a. Qual o preço da geladeira sem os juros? Qual o prazo de pagamento?

1.2. Juros Compostos

O capital aplicado, como já sabemos, é remunerado, a partir dos juros que vão se acumulado, ao longo período considerado. Já trabalhamos com os juros simples, no qual somente o principal rende juros. Vamos observar, agora, o que muda:



Juros compostos

- Nestes juros, após cada período, eles são incorporados ao valor inicial e passam, por sua vez, a render juros.
- Eles são conhecidos popularmente como "juros sobre juros".

Figura 8

Fonte: o autor

Para facilitar as construções, vamos ilustrar a diferença entre o crescimento de um capital através de juros simples e de juros compostos. Que tal? Lembre-se de que:

$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$, assim na tabela simularemos cada período, ficando $n=1$, teremos: $M = C \cdot (1 + i)$, ou seja, **$C + C \cdot i$** .

Suponha que R\$1.000,00 são empregados a uma taxa de 10% a.m, assim, teremos:

CAPITAL (R\$100,00) MÊS	JUROS SIMPLES MONTANTE SIMPLES	JUROS COMPOSTO MONTANTE COMPOSTO
1	$1000 + 0,1 \cdot 1000 = 1.100,00$	$1000 + 0,1 \cdot 1000 = 1.100,00$
2	$1100 + 0,1 \cdot 1000 = 1.200,00$	$1100 + 0,1 \cdot 1100 = 1.210,00$
3	$1200 + 0,1 \cdot 1000 = 1.300,00$	$1210 + 0,1 \cdot 1210 = 1.331,00$

Tabela 3

Fonte: O autor

Podemos observar nos detalhes de amarelo, que o crescimento do capital, segundo juros simples, é simplesmente linear, enquanto que o crescimento, segundo juros compostos, é exponencial, o que implica em ganhos maiores.

Por esse motivo, as empresas e os indivíduos da sociedade preferem investir seu capital em aplicações financeiras, que praticam os juros compostos.

O sistema financeiro atual utiliza esse regime de juros, por ser o mais lucrativo tipo do sistema capitalista. Aqui, temos a capitalização dos juros sobre o valor principal a cada período de tempo considerado. É importante perceber que a variável tempo é fundamental.



Quando usamos juros simples e juros compostos?

A maioria das operações envolvendo dinheiro utiliza juros compostos. Estão incluídas compras a médio e longo prazo, compras com cartão de crédito, empréstimos bancários, aplicações financeiras usuais como Caderneta de Poupança e aplicações em fundos de renda fixa, etc.

Raramente, encontramos uso para o regime de juros simples, caso das operações de curtíssimo prazo, e do processo de desconto simples de duplicatas.

Fonte:
www.somatematica.com.br/emedio/finan.php

Competência 01



No sistema de capitalização com juros compostos, os juros são também calculados conforme o capital envolvido, a taxa de juros e o tempo de aplicação, formando o montante no prazo estabelecido, chamado também de valor futuro. Podemos chegar a uma fórmula única, observe:

Consideremos a tabela anterior, onde capital inicial era R\$1.000,00, aplicado a uma taxa mensal de juros compostos na casa dos 10% a.m. Vamos novamente calcular os montantes, OK?

- 1) Após o 1º mês, teremos: $M_1 = 1000 \times 1,1 = 1100 = 1000(1 + 0,1)$;
- 2) Após o 2º mês, teremos: $M_2 = 1100 \times 1,1 = 1210 = 1000(1 + 0,1)^2$;
- 3) Após o 3º mês, teremos: $M_3 = 1210 \times 1,1 = 1331 = 1000(1 + 0,1)^3$.

Após três meses de capitalização, temos:

$$1^\circ \text{ mês: } M = C \cdot (1 + i)$$

$$2^\circ \text{ mês: } M = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$$

$$3^\circ \text{ mês: } M = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$$

Simplificando, obtemos a fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

NOTE: Quando estiverem pesquisando o assunto, é normal encontrar o montante (M) na capitalização com juros composto representado pela letra (S), contudo, para fins didáticos, continuaremos com (M).

Perceba que, no exemplo considerado, após “n” meses, teremos:

$$M = 1000 \cdot (1 + 0,1)^n$$



EXERCÍCIOS

Agora, vejamos no exercício abaixo, similar ao realizado em juros simples, contudo, agora com juros compostos:

1) Que montante será produzido por um capital de R\$ 600,00, aplicado no sistema composto de juros, considerando uma taxa mensal de 2%, durante 05 meses?

- **Cálculos:**

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$C = 600$$

$$i = 2\% \text{ a.m. ou } 0,2$$

$$n = 05 \text{ meses}$$

$$M = 600 \cdot (1 + 0,02)^n$$

$$M = 600 \cdot (1,02)^5$$

$$M = 600 \cdot 1,1040808032$$

$$M = \mathbf{662,45}$$

RESPOSTA: O montante produzido, então, será R\$ 662,45.

Que tal outros exemplos para ficar mais fácil de entender? Acompanhem os exercícios resolvidos que se seguem:

2) Calcule quanto deveria aplicar hoje um jovem empreendedor que precisará de R\$ 4.000,00, daqui a 04 meses, considerando a taxa de juros constante de 2,2% a.m, no regime de juros composto, para abrir seu pequeno negócio?

- **Cálculos:**

$$M = 4000 \quad i = 2,2\% \text{ a.m.} = 0,022$$

$$n = 04 \text{ meses}$$

$$\text{Assim, com } M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$4000 = C \cdot (1 + 0,022)^4 \quad 4000 = C \cdot (1,022)^4$$

$$C = 4000 / 1,090946826256 \quad C = \mathbf{3666,54}$$

Competência 01



RESPOSTA: O jovem precisará aplicar R\$ 3.666,54 para ter a quantia em 04 meses.

3) Suponhamos que um sócio tome emprestado com emprestador, a juro composto, a importância de R\$ 2.000,00 para fazer uma reforma no setor de arquivos da empresa, pelo prazo de 04 meses, sob a taxa de 5% ao mês. Qual será o valor a ser pago como juros, decorrido este prazo?

- **Cálculos:**

$$J = ? \quad M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 2000 \cdot (1 + 0,05)^4$$

$$\text{Como } M = C + J$$

$$M = 2000 \cdot (1,21550625)$$

$$2431,01 = 2000 + J$$

$$M = 2431,01$$

$$J = \mathbf{431,01}$$

RESPOSTA: O sócio desembolsaria a quantia de R\$ 431,01 a ser pago de juros por esse empréstimo.

4) Se uma empresa tem acesso a um investimento no mercado de capitais que lhe rende 48% ao semestre, quantos meses serão necessários para triplicar seu capital, considerando a capitalização mensal composta?

- **Cálculos:**

$$i = 48\% \text{ a.s} = 48/6 \text{ a.m} = 8\% = 0,08 \quad M = 3 \cdot C \quad n = ?$$

Detalhe: Perceba que a taxa está em ano, devemos convertê-la no início (opção escolhida), ou obter o resultado em semestres e depois converter para meses.

$$\text{Assim, } M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$3C = C \cdot (1 + 0,08)^n$$

$$3C / C = (1,08)^n$$

$$3 = (1,08)^n$$



A partir daqui, a resolução só se dá por logaritmo ou Calculadora Financeira. Se fôssemos explorar esses tipos de questões, seria necessário fornecer os valores dos logaritmos ou trabalharmos com calculadora. Contudo, a resolução foi desenvolvida para entender a lógica construtiva.

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

- 1) Tendo decidido manter um capital de R\$ 7.000,00, aplicado num fundo de investimento, durante 07 meses, pertencente a um sócio, no regime de capitalização COMPOSTA, que tem sua taxa em 3% a.m, qual montante deverá obter ao final da aplicação?
- 2) Um empresário decide emprestar um capital de R\$ 1.500,00 a outro empresário a juros COMPOSTOS, por um período de 75 dias, ficou definida uma taxa de juros de 6% a.m, qual o valor de juros a que terá direito?
- 3) Quanto de capital foi preciso investir para ter um montante de R\$ 1.960,78, no período de um trimestre, sabendo que a taxa mensal de juros do investimento corresponde a 2%, na capitalização composta?

No apêndice (ao final das competências), vocês encontrarão as TABELAS FINANCEIRAS, as quais trazem os cálculos das potências a juros definidos (1 a 10%), em até 36 meses.

1.3 Taxa Nominal e Real

Sei que a cabeça está repleta de juros, mas precisamos avançar. Vamos agora entender estas taxas:

1. Taxa Nominal - É relativa a uma operação financeira, pode ser calculada pela divisão dos juros pagos pelo valor nominal do empréstimo.

Calma, vamos para o exemplo:



Nomenclaturas das
taxas:

ia = taxa de juros
anual

is = taxa de juros
semestral

im = taxa de juros
mensal

id = taxa de juros
diária



- Se uma empresa retira um empréstimo de R\$10.000,00 e deve ser quitado ao final de um ano pelo valor monetário de R\$15.000,00, qual é a taxa de juros nominal (i_n)?

$$J = 15000 - 10000 = 5000$$

$$i_n = 5000 / 10000 = 0,50 (*100) = \mathbf{50\%}$$

Assim, temos que a taxa nominal nesse caso chegou a 50%.

2. Taxa Real - É relativa a uma operação financeira, pode ser calculada pela divisão dos juros pagos pelo valor nominal do empréstimo, só que ela considera o efeito da inflação. Assim, podemos ter, inclusive, taxas negativas, que tal?

Deu vontade de encontrar uma relação entre as taxas de juros nominal e real. O que acham? Para isto, vamos supor que um determinado capital (C) é aplicado por um período de tempo **unitário**, a uma taxa nominal i_n .

Já sabemos que o montante (M_1) assume a expressão: $M_1 = C*(1 + i_n)$.

Nesta mesma linha de raciocínio, durante o mesmo período, pensem que a taxa de inflação foi igual a “ j ”. Assim, o capital aplicado por essa taxa geraria o seguinte montante: $M_2 = C *(1 + j)$. Estamos chegando...

A taxa real de juros, indicada por r , será aquela que, aplicada ao montante M_2 , produzirá o montante M_1 . Poderemos então escrever: $M_1 = M_2 *(1 + r)$

Substituindo M_1 e M_2 , temos:

$$C*(1 + i_n) = (1 + r)*C*(1 + j)$$

$$(1 + i_n) = (1+r)*(1 + j)$$

Observe que, se $j = 0$, ou seja, taxa de inflação nula, teremos uma coincidência



Competência 01

entre taxas nominal e real. Vamos para o exemplo?

Numa operação financeira com taxas pré-fixadas, um banco empresta R\$12.000,00 para ser pago em um ano com R\$15.000,00. Sendo a inflação durante o período do empréstimo igual a 10%, pede-se calcular as taxas nominal e real desse empréstimo.

Teremos que a taxa nominal será igual a:

$$i_n = (15.000 - 12.000)/12.000 = 3.000/12.000 = 0,25 = 25\%$$

Portanto $i_n = 25\%$

Como a taxa de inflação no período é igual a $j = 10\% = 0,10$, substituindo na fórmula anterior:

$$(1 + i_n) = (1+r)*(1 + j)$$

$$(1 + 0,25) = (1 + r)*(1 + 0,10)$$

$$1,25 = (1 + r)*1,10$$

$$1 + r = 1,25/1,10 = 1,1364$$

Resultado: $r = 1,1364 - 1 = 0,1364 = 13,64\%$

Vamos testar uma situação comentada acima? Pense:

Se, numa hipótese, a taxa de inflação no período considerado fosse correspondente a 30%, teríamos para a taxa real de juros:

$$(1 + 0,25) = (1 + r)*(1 + 0,30)$$

$$1,25 = (1 + r)*1,30$$

$$1 + r = 1,25/1,30 = 0,9615$$

Resultado: $r = 0,9615 - 1 = -,0385 = -3,85\%$ (TAXA NEGATIVA)

Competência 01



Vamos praticar?

A quantia de R\$10.000,00 foi emprestada para ser quitada no valor de R\$15.000,00, ao final de um ano. Considera a inflação deste período como 20%, qual a taxa real do empréstimo?

2.COMPETÊNCIA 02 | CONHECER OS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE E SISTEMA FRANCÊS (PRICE)

Olá!

Como foi trabalhar com o cálculo dos Juros, Montante e Capital?

Perceberam a importância (e o peso) de dominar esse conhecimento na área administrativo-financeira, a qual precede qualquer análise financeira?



Figura 9

Fonte: www.inesc.org.br/noticias/noticias-gerais/2011/maio/financas-discute-equidade-do-sistema-tributario/image/image_view_fullscreen

Agora, vamos conhecer os Sistemas de Amortizações mais comuns no âmbito do mercado de financiamento. Podemos dar o pontapé inicial?

Sabendo das dificuldades que, normalmente, os discentes que estudam matemática financeira têm, quando o assunto é sistemas de amortização, vamos reforçar os exercícios e os conceitos, sempre que possível.

2.1 Sistemas de Amortização

Bem, pessoal, como agora o tema é AMORTIZAÇÃO, vamos aprofundar o conceito do Dicionário Aurélio?



o que vem a ser amortização?
Segundo o Dicionário Aurélio, amortização significa "extinguir a dívida aos poucos ou em prestações", ou, "abater dívidas, efetuando o pagamento correspondente".



A amortização é comumente definida como um processo de extinção de uma dívida através de pagamentos periódicos. Eles são realizados em função de um planejamento, de forma que cada prestação corresponde à soma do reembolso do capital ou do pagamento dos juros do saldo devedor, podendo ser o reembolso de ambos, sendo que os JUROS são sempre calculados sobre o saldo devedor.

Sempre que pagamos determinada dívida, estamos, portanto, saldando-a, quitando-a, ou seja, amortizando-a. Perceba que sua própria raiz - termo **amortização** – propõe-se a fazer "morrer" determinada obrigação ou dívida.

Há diversos métodos de quitação de dívidas, ou seja, de sistemas de amortização. Desde os simples, até outros um pouco mais complexos, entretanto, nota-se que o objetivo de todos é o **pagamento do valor principal**, isto é, de um determinado valor contraído em “empréstimo ou financiamento”.

Na busca da construção desta competência, vamos conhecer e exercitar os dois dos mais conhecidos sistemas de amortizações no mercado e no sistema bancário: Sistema de Amortização Francês (Price) e Sistema de Amortização Constante (SAC).

Antes disso, é importante saber que é preciso conhecer outros dois mais simples a fim de consolidar a compreensão do conceito, os quatro estão listados abaixo:

- 1) Sistema de pagamento único: um único pagamento no final.
- 2) Sistema de pagamentos variáveis: vários pagamentos diferenciados.
- 3) Sistema de amortização constante (SAC): a amortização da dívida é constante e igual em cada período.
- 4) Sistema francês (PRICE): os pagamentos (prestações) são iguais.

Muito complicado? Calma, vamos utilizar os cálculos em forma de tabela para



descomplicar, você verá como é fácil entender...

É importante perceber que os juros são pagos antecipadamente com prestações iguais, exceto o primeiro pagamento que corresponde aos juros cobrados no momento da operação.

Sim, em todos os sistemas de amortização, cada pagamento é a soma do valor amortizado com os juros do saldo devedor, isto é:

$$\text{Pagamento} = \text{Amortização} + \text{Juros}$$

Podemos começar os cálculos? Antes, vamos combinar o seguinte:

- Em todas as amortizações, faremos uso de um mesmo capital, no valor de R\$300.000,00, sendo pago em 05 meses e com uma taxa de 4% a.m, isso facilitará a comparação e análises, OK?

Observe a tabela básica para aplicação no Sistema de Amortização que utilizaremos a seguir:

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO				
N	JUROS	AMORTIZAÇÃO DO SALDO	PAGAMENTO	SALDO DEVEDOR
0	0,00	0,00	0,00	300.000,00
1				
2				
3				
4				
5				0,00
TOTAL				300.000,00

Tabela 4

Fonte: O autor

2.2 Sistema de Pagamento Único

No sistema de pagamento único, o devedor simplesmente paga o valor do



montante (recordam que é soma do capital e dos juros?), na forma composta de juros, em um único pagamento ao final do período (tempo).

Lembram-se do cálculo do montante?

$$M = C (1+i)^n$$

Basta calcular cada montante a partir dos dados propostos. Vamos à tabela?

N	JUROS	SISTEMA DE PAGAMENTO ÚNICO		
		AMORTIZAÇÃO DO SALDO DEVEDOR	PAGAMENTO	SALDO DEVEDOR
0	0,00	0,00	0,00	300.000,00
1	12.000,00	0,00	0,00	312.000,00
2	12.480,00	0,00	0,00	324.480,00
3	12.979,20	0,00	0,00	337.459,20
4	13.498,37	0,00	0,00	350.957,57
5	14.038,30	300.000,00	364.995,87	0,00
TOTAIS	64.995,87	300.000,00	364.995,87	

Tabela 5

Fonte: O autor

2.3 Sistema de Pagamentos Variáveis

Neste sistema de pagamento, o devedor paga, periodicamente, valores variáveis, conforme sua condição e de acordo com o combinado inicialmente.

Como nessa modalidade de amortização, o devedor poderá pagar o valor desejado dentro do prazo estipulado anteriormente, os juros irão recair sempre sobre o montante devido, evidentemente, deduzindo os pagamentos anteriores.

A grande estratégia desse sistema é permitir ao cliente desenvolver seus pagamentos de acordo com sua real capacidade de pagamento da dívida. Já que o pagamento dos juros é feito sempre ao final de cada período, observe



abaixo como fica a tabela, considerando os dados propostos (valor de R\$300.000,00, sendo pago em 05 meses e com uma taxa de 4% a.m):

N	JUROS	SISTEMA DE PAGAMENTOS VARIÁVEIS			SALDO DEVEDOR
		AMORTIZAÇÃO DO SALDO DEVEDOR	PAGAMENTO		
0	0,00	0,00	0,00	300.000,00	
1	12.000,00	30.000,00	42.000,00	270.000,00	
2	10.800,00	45.000,00	55.800,00	225.000,00	
3	9.000,00	60.000,00	69.000,00	165.000,00	
4	6.600,00	75.000,00	81.600,00	90.000,00	
5	3.600,00	90.000,00	93.600,00	0,00	
TOTAIS	42.000,00	300.000,00	342.000,00		

Tabela 6

Fonte: O autor

2.4 Sistema de Amortização Constante (SAC)

O SAC é um plano de amortização de financiamentos em, no mínimo, duas parcelas, onde se considera que a **amortização do principal** ocorrerá em parcelas iguais, daí o nome **constante**.

Vamos exercitar um pouco para visualizar melhor antes de aplicar na nossa tabela padrão?

Para facilitar a compreensão, considere como referência um determinado financiamento de R\$ 10.000,00, em 05 prestações mensais, considerando juros compostos e efetivos de 2% ao mês e observe na construção da tabela abaixo (seta) a amortização constante:



Competência 02



PERÍODO	PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0				10.000,00
1	2.200,00	200,00	2.000,00	8.078,42
2	2.160,00	160,00	2.000,00	6.118,41
3	2.120,00	120,00	2.000,00	4.119,20
4	2.080,00	80,00	2.000,00	2.060,00
5	2.040,00	40,00	2.000,00	0,00
6	10.600,00	607,92	10.000,00	

Tabela 7

Fonte: O autor

Observe que, no SAC, há o mencionado comportamento constante no valor das amortizações. Já os valores das prestações são decrescentes, assim como nos juros, devido ao processo de amortização do principal.

O sistema SAC é relativamente prático. Como a amortização deve ser constante, basta dividir o saldo devedor inicial pelo número de prestações para, a partir daí, montarmos a planilha.

Este sistema - o **SAC** - é amplamente utilizado para financiamentos bancários de longo prazo de imóveis, especialmente os da Caixa Federal.

Agora, vamos aos nossos dados e tabela, reforçando que no sistema de amortização constante, o devedor paga o valor principal em cinco pagamentos, só que as amortizações são sempre constantes e iguais. Perceba que isso é muito comum no Sistema Financeiro de Habitação. Vejamos como fica a tabela neste sistema:

N	SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE(SAC)			
	JUROS	AMORTIZAÇÃO DO SALDO DEVEDOR	PAGAMENTO	SALDO DEVEDOR
0	0,00	0,00	0,00	300.000,00
1	12.000,00	60.000,00	72.000,00	240.000,00
2	9.600,00	60.000,00	69.600,00	180.000,00
3	7.200,00	60.000,00	67.200,00	120.000,00
4	4.800,00	60.000,00	64.800,00	60.000,00
5	2.400,00	60.000,00	62.400,00	0,00
TOTAIS	36.000,00	300.000,00	336.000,00	

Tabela 8

Fonte: O autor



NOTA: Para calcular o valor da prestação da amortização, basta dividir o **Valor Principal** (R\$300.000,00) pela quantidade de parcelas (05 vezes). No caso proposto, amortização de R\$ 60.000,00 mensais.

2.5 Sistema de Amortização Francês (Price)

Este sistema de amortização é dito Francês, pois a França foi o primeiro país a utilizar este sistema do ponto de vista comercial. É também conhecido como Price, sendo um plano de amortização de financiamentos em, no mínimo, duas parcelas, onde se considera que as **prestações ou pagamentos** ocorrerão em parcelas iguais.

Vamos exercitar da mesma forma do SAC, para visualizar melhor antes de aplicar na nossa tabela padrão?

Para facilitar a compreensão, considere como referência um determinado financiamento de R\$ 10.000,00, em 05 prestações mensais, considerando juros compostos e efetivos de 2% ao mês e observe na construção da tabela abaixo (seta) a prestação constante:

PERÍODO	PRESTAÇÃO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0				10.000,00
1	2.121,58	200,00	1.921,58	8.078,42
2	2.121,58	161,57	1.960,01	6.118,41
3	2.121,58	122,37	1.999,21	4.119,20
4	2.121,58	82,38	2.039,20	2.060,00
5	2.121,58	41,60	2.079,98	0,00
6	10.607,90	607,92	10.000,00	

Tabela 9

Fonte: O autor

Note que, no Sistema Price, as prestações são calculadas segundo uma série uniforme de pagamentos, de forma a terem o mesmo valor, por isso o valor amortizado é crescente ao longo do tempo, ao contrário dos juros, que decrescem proporcionalmente ao saldo devedor.

Competência 02



Normalmente este sistema é mais utilizado para financiamentos de carros, eletrodomésticos, empréstimos bancários de prazo menores.

Vamos comparar, agora: qual a vantagem em utilizar um sistema ou outro? Bem, em linhas gerais, não há muita vantagens na escolha. Se, por um lado, no SAC iniciamos pagando prestações maiores, no Price há diminuição com o tempo. No que se refere aos juros pagos, apesar de ser maior no Price, é praticamente o mesmo que no SAC.

A grande questão na escolha é, portanto, o planejamento financeiro de quem paga procurar esse tipo de negócio. Assim, as partes interessadas, o tomador do empréstimo e o financiador entram em acordo.

Agora, vamos aos nossos dados e tabela, lembrando de que esse sistema é muito utilizado em financiamento de bens de consumo, caracterizando-se por ter valores iguais ao longo de todas as parcelas de pagamentos. Vamos para a tabela de cálculos, considerando o valor de R\$ 67.388,13 para parcela constante:

SISTEMA PRICE				
N	JUROS	AMORTIZAÇÃO DO SALDO	PAGAMENTO	SALDO DEVEDOR
0	0,00	0,00	0,00	300.000,00
1	12.000,00	55.388,13	67.388,13	244.611,87
2	9.784,47	57.603,66	67.388,13	187.008,21
3	7.480,32	59.907,81	67.388,13	127.100,40
4	5.084,01	62.304,12	67.388,13	64.796,28
5	2.591,85	64.796,28	67.388,13	0,00
TOTAIS	36.940,65	300.000,00	336.940,65	

Tabela 10
Fonte: O autor

NOTA: Caso não seja informada a parcela constante, para se chegar aos valores das parcelas iguais, torna-se necessário lançar mão do cálculo do coeficiente (K) e depois multiplicá-lo pelo valor principal, a fórmula é a seguinte:



$$K = i(1+i)^n$$
$$(1+i)^n - 1$$

Bom, espero ter passado de forma sucinta algo sobre um tema que afeta tão profundamente a vida do brasileiro comum. Afinal, quem ultimamente não parcela ou parcelou seu imóvel ou ainda nunca financiou parte do valor de algum veículo? Ou, pelo menos, um eletrodoméstico? Não podemos deixar de dispor desses conhecimentos sobre finanças, caso contrário, sofreremos as consequências de decisões financeiras menos favoráveis às pretensões pessoais ou profissionais.

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

1) Tendo estudado as amortizações, faça as tabelas no Sistema Constante (SAC) e no Francês (Price). Considere um débito comercial no valor de R\$20.000,00, sendo pago em 04 meses e com uma taxa de 3% a.m. Compare os resultados



3.COMPETÊNCIA 03 | CALCULAR JUROS, VALOR FUTURO, VALOR PRESENTE E PRESTAÇÃO A PARTIR DO USO DE INSTRUMENTOS DE CALCULADORA

Oi pessoal, tudo tranquilo?

Depois de tantos cálculos realizados, literalmente, no “braço”, é chegada a hora de fazê-los usando a Calculadora Financeira, tendo optado pela HP-12C no nosso curso, pois já se tornou parte do “elegante uniforme executivo de negócios” e se distingue facilmente dos outros modelos. Talvez também porque forneça as funções mais apropriadas às competências já trabalhadas, de forma apropriada e, para quem deseja adquirir, pelo preço mais justo possível.



Figura 10

Fonte: www.submarino.com.br/produto/282291/calculadora-financeira-platinum-12c-hp?menuId=

A diferença entre uma calculadora HP-12C e as convencionais está na forma de entrada dos dados, pois enquanto as convencionais executam cálculos de uma forma direta, isto é, obedecendo a sequência lógica da Matemática, A HP-12C opera com o sistema de entrada de dados RPN (Notação Polonesa Reversa), onde introduzimos primeiro os dados, separados pela tecla “**ENTER**” e depois as operações, o que tornam os cálculos extensos muito mais rápidos e simples.

Competência 03



De modo geral, as principais características destas calculadoras poderiam ser representadas por sua durabilidade e simplicidade, pois, após se acostumar, é fácil de operar, possuindo as principais funções necessárias em matemática financeira.

Na HP-12C, não tente achar a tecla igual (=), pois não há mesmo. Isso não torna a calculadora mais difícil, apenas diferente.

Antes de começar a desenvolver esta competência, vejamos como é fácil e prático fazer cálculos financeiros com sua HP-12C ou emulador. Ao observar o exemplo abaixo não se preocupe em aprender instantaneamente como usar a calculadora; abordaremos esse assunto ao longo deste capítulo.

Caso Prático:

Um pai deseja garantir o pagamento do curso superior de seu filho, que tem ainda 14 anos de estudos antes de ingressar na Universidade. Considere que a estimativa de custo anual será de R\$6.000,00, aproximadamente, isto é, R\$500 por cada mês de estudo no ensino superior, durante os 04 anos que se seguirão. Assim, sabe-se que ele resgatará os R\$500,00 de uma caderneta de poupança no início de cada mês. Quanto você precisará depositar nessa mesma conta, se a remuneração é 6% ao ano, contudo, com capitalização mensal?

Esse é um exemplo prático de um cálculo de juros compostos. Todo cálculo desse tipo inclui pelo menos três dos seguintes valores:

- 1) **[n]** - número de períodos de capitalização.
- 2) **[i]** - taxa de juros por período de capitalização.
- 3) **[PV]** - valor presente do capital.
- 4) **[PMT]** - valor do pagamento periódico.
- 5) **[FV]** - valor futuro do capital.

Competência 03



Neste caso:

[n] = 04 anos, como temos 12 meses (períodos) por ano = 48 períodos.

[i] = 6% ao ano, como temos 12 meses (períodos) (\div) por ano = 0,5% por período (capitalização)

[PV] = valor a ser calculado (o valor presente no início da operação financeira).

[PMT] = R\$500,00

[FV] = zero

3.1 Fazendo Uso da HP-12C

Perceba na prática tabela construída abaixo as teclas e informações básicas mais comuns para realizar cálculos financeiros básicos:

TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
[f] CLEAR [reg] [f] 2	0,00	Apaga os dados anteriores da memória da calculadora e configura o mostrador para exibir duas casas decimais.
4 [g] [12x]	48,00	Calcula e armazena o número de períodos de capitalização.
6 [g] [12 \div]	0,50	Calcula e armazena a taxa de juros periódica.
500 [PMT]	500,00	Armazena o valor do pagamento periódico.
[g] [BEG]	500,00	Configura o modo de vencimento para o início de cada período.
[PV]	-21.396,61	Valor que precisa ser depositado (por isso o sinal)

Tabela 11

Fonte: O autor



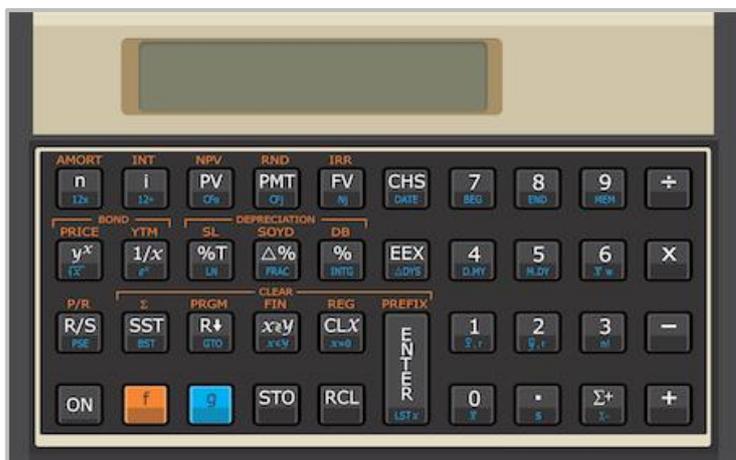


Figura 11

Fonte: <http://epx.com.br/ctb/hp12c.php>

Perceba imagem anterior que uma mesma tecla pode ter até 03 funções distintas, reconhecidas pelos caracteres impressos e pelas cores:

- Em branco (face superior da tecla) ;
- Em **azul** (abaixo da tecla) ;
- Em **dourado** (acima da tecla) .

Por exemplo, procure a tecla “FV”. Ela tem as seguintes funções:

- **IRR** - função dourada. Serve para calcular a taxa interna de retorno;
- **FV** - função branca. Serve para calcular o valor futuro;
- **Nj** - função azul. Serve para entrada de fluxo de caixa.

Assim, mesmo com formato pequeno, a HP-12C é capaz de fazer vários tipos de operações. Para utilizarmos as funções alternativas dourada ou azul de determinada tecla, basta pressionarmos antes as teclas de prefixo correspondentes **[f]** (dourada) e **[g]** (azul).

A HP-12C tem cinco registros especiais para cálculos financeiros. Esses registros são denominados [n], [i], [PV], [PMT], e [FV]. As primeiras cinco teclas na primeira linha da calculadora são usadas para armazenar um número



Mais sobre a HP-12c...

Ainda hoje, a calculadora HP-12C é uma referência. A tecnologia foi aprimorada, mas o layout e as funções continuam as mesmas, o que demonstra o avançado padrão de inovação do produto, que se manteve perfeitamente atualizado em relação ao desenvolvimento tecnológico e à globalização do setor, ocorridos nas últimas três décadas.

www.hp.com/latam/br/40anoshp/notas/HP-12C.htm

Os registros financeiros da HP-12C



mostrado no registro correspondente, para calcular o valor financeiro correspondente e armazenar o resultado no registro correspondente, ou para exibir o número armazenado no registro correspondente.

Armazenamento de Números nos Registros Financeiros

Para armazenar um número em um registro financeiro, digite o número e aperte a tecla correspondente ([n], [i], [PV], [PMT] ou [FV]).



Figura 12
Fonte: o autor

- Para selecionar a função secundária impressa em letra dourada acima de uma tecla, aperte a tecla de prefixo dourada (f) e, em seguida, a tecla de função.
- Para selecionar a função primária impressa na face superior de uma tecla, aperte somente a tecla.
- Para selecionar a função secundária impressa em azul na face inferior de uma tecla, aperte a tecla de prefixo azul (g) e, em seguida, a tecla de função.

[n]	Calcula o número de períodos
[i]	Calcula a taxa de juros
[PV]	Calcula o valor presente
[PMT]	Calcula a prestação
[FV]	Calcula o valor futuro
[CHS]	Troca o sinal



Limpendo as operações na HP-12C

Observe abaixo as teclas e os tipos de limpeza dos dados:

[CLX]	Limpa os valores contidos no visor
[f] CLEAR REG	Limpa “tudo”, exceto a memória de programação
[f] CLEAR	Limpa os registros estatísticos, os registros da pilha operacional e o visor.
[f] CLEAR FIN	Limpa os registros financeiros
[f] CLEAR PRGM	Limpa a memória de programação (quando no modo PRGM)

Como fixar o número de casas decimais?

Simple, após ter inserido o número ou resultado, basta pressionarmos a tecla de prefixo [f] e o número de casas decimais que desejamos após a vírgula.

Ex: Fazendo a seguinte operação matemática básica na HP-12C:

Divisão de 18 e 3

17 [enter] 4 (÷)

Resultado no mostrador:

4,25

[f] 2 – Fixa duas casas decimais após a vírgula

[f] 4 – Fixa quatro casas decimais após a vírgula

3.2 Realizando Os Cálculos Financeiros Básicos

A HP-12C é uma calculadora financeira programável, utilizada na execução de cálculos financeiros, envolvendo juros compostos, taxas de retorno,

Competência 03



amortização. A HP-12C utiliza método RPN e introduziu o conceito de fluxo de caixa nas calculadoras, utilizando sinais distintos para entrada e saída de recursos.

Para a realização de cálculos financeiros básicos com a HP-12C, (cálculos de juros simples ou compostos) é preciso estar ciente das seguintes teclas (Vamos massificar estas informações, pois são fundamentais, ok?):

[n]

Indica o prazo que deve ser considerado. Pode ser dado em dias, meses, trimestres, anos, desde que de acordo com a taxa de juros.

[i]

Significa interest (juros, em inglês). Indica a taxa de juros usada no trabalho com o capital. Deve estar de acordo com o indicador de tempo.

[PV]

Significa Present Value (valor presente, em inglês). É o capital inicial sobre o qual os juros, prazos e amortizações serão aplicados.

[FV]

Significa Future Value (valor futuro, em inglês). É o montante final resultante da soma dos juros acumulados com o Capital inicial, descontados os pagamentos, caso existam.

[PMT]

Significa Periodic Payment Amount (valor do pagamento periódico, em inglês). É o valor de uma parcela que pode ser adicionada ou subtraída do montante a cada período.

Para realizar cálculos nessa modalidade, é necessário informar pelo menos três questões iniciais. Estão lembrando? Com isso, obteremos uma das outras duas informações como resposta.

Competência 03

**PERNAMBUCO**

GOVERNO DO ESTADO

É importante ressaltar, também, um detalhe importantíssimo. Vamos prestar bem atenção, certo?

[PV] e [FV] terão sempre valores com sinais opostos, pois se um representar um pagamento (ou comumente dito como saída de caixa), o outro será um recebimento (ou comumente dito como entrada de caixa).

Caso o cálculo exija que sejam inseridos [PV] e [FV], simultaneamente, para a obtenção de [i], [n] ou [PMT], deve ser pressionado [CHS] – que significa mudança de sinal ou chang signal) antes da inserção de um dos dois dados.

Sigam por este exemplo prático:

Uma família tem disponível no seu orçamento, o capital de R\$ 1.500,00, para ser aplicado na poupança. Pelo seu controle de gastos, estima que pode dispor de R\$ 100,00 todos os meses durante os próximos 10 anos (120 meses), quanto vou ter no final do período considerado, sabendo que a taxa de poupança é 0,5% a.m.?

Bem, usando a HP-12C, devem-se digitar os valores e apertar os botões indicados abaixo:

- 1) Insira 1500 e tecla [CHS] [PV], observe que o sinal negativo com a mudança de sinal se justifica por se tratar de pagamento pela família;
- 2) Agora a prestação, 100 e depois, [CHS] [PMT];
- 3) Continue inserindo, a taxa de poupança, 0,5 seguido de [i]
- 4) Por fim, o período, 120 seguido de [n];
- 5) Tecla [FV] para o resultado aparecer no visor.

O Resultado será o resgate de R\$ 19.117,03, ao final no período considerado. Perceba que o importante é colocar o sinal de acordo com o ponto de vista de quem recebe ou quem paga, ok?



Cálculo de Juros Simples

Para obter resultados de cálculos de juros simples, usamos as seguintes teclas da HP-12C:

- [n]** Calcula o número de dias
- [i]** Calcula a taxa de juros anual
- [PV]** Calcula o valor presente
- [f] [i]** Calcula o juros simples
- [CHS]** Troca o sinal

$$J = C * i * n$$

Observe que você também poderia aplicar a fórmula e resolver realizando as multiplicações, mas vamos em frente com o exemplo usando as teclas financeiras da HP-12c:

• Exemplo prático

Um indivíduo dispõe de R\$ 15.000,00 e aplica a juros simples por 120 dias, com taxa anual de 15% ao ano. Quanto deverá receber de juros e qual será o montante correspondente?

TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
[f] CLEAR [fin]	0,00	Apagar os registros financeiros
15000 [CHS] [PV]	-15.000,00	Armazena o valor presente
15 [i]	15	Armazena a taxa de juros anual.
120 [n]	120	Armazena o período de 120 dias
[f] INT		Calcula os juros.
[+]		Calcula o Montante.

Tabela 12

Fonte: O autor

Cálculo de Juros composto

Primeiramente, pessoal, é importante relembrar da especificação do número

Competência 03



de períodos de capitalização e a taxa de juros periódica. Geralmente, a taxa de juros é fornecida como uma taxa anual (também denominada a taxa nominal): quer dizer, a taxa de juros por ano.

Entretanto, problemas com juros compostos, a taxa armazenada no registro “i” deve sempre ser expressa em termos do período de capitalização básico, que pode ser em anos, meses, dias ou qualquer outra unidade de tempo.

Por exemplo, se um problema tiver uma taxa anual de 6% com capitalização trimestral por 05 anos, [n] — o número de trimestres — seria $05 \times 04 = 20$ e [i] — a taxa de juros por trimestre — seria $06 \div 04 = 1,5\%$.

Se, ao contrário, os juros fossem capitalizados mensalmente, [n] seria $05 \times 12 = 60$ e [i] seria $6\% \div 12 = 0,5\%$. Vamos ver mais na frente que há teclas específicas na HP-12C para esta conversão específica.

Se você utilizar a calculadora para multiplicar o número de anos pelo número de períodos de capitalização por ano, pressionando [n] o resultado é armazenado em [n]. O mesmo é válido para [i]. Desta forma, os valores de [n] e [i] são calculados e armazenados diretamente.

Como havia dito acima, se os juros forem com capitalização mensal, você pode fazer uso de um atalho fornecido pela calculadora para calcular e armazenar [n] e [i], vejamos:

- Para calcular e armazenar [n] insira o número de anos no mostrador e aperte [g] [12x].
- Para calcular e armazenar [i] insira a taxa anual no mostrador e aperte [g] [12÷].

Observe que essas teclas não só multiplicam ou dividem o número no mostrador por 12, como também armazenam automaticamente o resultado no registro correspondente.



Cálculo do Número de Pagamentos ou Períodos de Capitalização

Vamos nos habituar a seguir uma sequência lógica para os cálculos. Este processo vai ganhando celeridade com o passar do tempo. Fique tranquilo! É como jogar videogame ou dirigir, você se acostuma:

- 1) Aperte [f] CLEAR [reg] para zerar os registros financeiros;
- 2) Informe a taxa periódica utilizando [i] ou [g] [12÷];
- 3) Informe pelo menos dois dos seguintes valores:
 - Valor presente, utilizando [PV];
 - Valor do pagamento, utilizando [PMT];
 - Valor futuro, utilizando [FV].
- 4) Aperte [n] para calcular o número de pagamentos ou períodos.

Cálculo do valor presente

Observe novamente a sequência da inserção dos dados:

- 1) Aperte [f] CLEAR [reg] para zerar os registros financeiros;
- 2) Informe o número de pagamentos ou períodos usando [n] ou [g] [12x];
- 3) Informe a taxa periódica utilizando [i] ou [g] [12÷];
- 4) Informe um ou dois dos seguintes valores:
 - Valor do pagamento, utilizando [PMT];
 - Valor futuro, utilizando [FV].
- 5) Aperte [PV] para calcular o valor presente.

Vamos ao exercício resolvido?

Uma empresa resolve contrair um empréstimo de uma instituição financeira, para comprar um veículo novo para sua frota, a uma taxa de 15% ao ano, com capitalização mensal durante 04 anos. Se a empresa deseja realizar pagamentos mensais de R\$150,00 e dispuser de uma entrada de R\$1.500,00, qual é o preço máximo que pode pagar por um carro?



Observação
IMPORTANTE: Não se esqueça de seguir a convenção para sinais: para pagamento (sinal negativo) e para recebimento (sinal positivo).



TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
[f] CLEAR [fin]	0,00	Apagar os registros financeiros
4[g] [12x]	48	Calcula e armazena n.
15 [g] [12÷]	1,25	Calcula e armazena i.
150[CHS] [PMT]	-1,50	Armazena PMT (como um número negativo - pagamento)
[PV]	5.389,72	Valor máximo do empréstimo.
1500[+]	6.889,72	Preço de compra máximo.

Tabela 13

Fonte: O autor



Observação
IMPORTANTE: Não se esqueça de seguir a convenção para sinais: para pagamento (sinal negativo) e para recebimento (sinal positivo).

Perceberam a simplicidade e rapidez dos cálculos?

Cálculo do Valor Futuro

Observe agora a sequência para o cálculo do valor futuro:

- 1) Aperte [f] CLEAR [reg] para zerar os registros financeiros.
- 2) Informe o número de pagamentos ou períodos usando [n] ou [g] [12x].
- 3) Informe a taxa periódica utilizando [i] ou [g] [12÷].
- 4) Informe um ou dois dos seguintes valores:
 - Valor presente, utilizando [PV].
 - Valor do pagamento, utilizando [PMT].
- 5) Aperte [FV] para calcular o valor futuro.

Vamos a outro exercício resolvido:

Considere o cálculo da prestação de R\$524,00 no pagamento de um hipoteca no valor total de R\$43.400,00, por 29 anos, cujos juros foram de 14,25% ao ano. Se o vendedor exigisse o pagamento do saldo devedor no final de 05 anos, qual seria o valor desse último pagamento?



TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
[f] CLEAR [fin]	0,00	Apagar os registros financeiros
5[g] [12x]	60	Calcula e armazena n.
14,25 [g] [12÷]	1,19	Calcula e armazena i.
43400 [PV]	43.400,00	Armazena o principal
523,99[CHS] [PMT]	-524,00	Armazena PMT (como um número negativo - pagamento)
[g] [end]	-524,00	Configura o modo de vencimento para o final de cada período.
[FV]	-42.651,50	Valor do pagamento final

Tabela 14

Fonte: O autor

Que tal alguns exemplos com cálculos de aplicação direta de [i] e [n] para fixar ainda melhor? Vou ser mais prático nas respostas, ok?

1) Um investidor aplicou R\$6.000,00 por seis meses a uma taxa composta igual a 8% a.m. Calcule o valor do resgate ao final da aplicação.

- **Use a sequência:**

[f] CLEAR [reg]
6000 [CHS] [PV]
6 [n]
8 [i]
[FV] R\$9.521,25

2) E se a aplicação se desse ao longo de 6 meses, no valor mensal de R\$1.000,00, considerando os mesmos 8% a. m. (juros compostos). Qual seria o valor de resgate ao final do período?

- **Use a sequência:**

[f] CLEAR [reg]
1000 [CHS] [PMT]



6 [n]

8 [i]

[FV] R\$7.335,93

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 1) Calcular o valor necessário para resgatar um título de R\$ 1.200,00, aplicado por 90 dias, com taxa de 48% ao ano, no regime de juros simples.
- 2) Qual o valor de resgate de uma aplicação de R\$3.500,00, remunerada por 05 meses à taxa de 5% ao mês, no regime de juros compostos.
- 3) Calcular o valor necessário para resgatar um título de R\$ 1.200,00, aplicado por 03 meses, com taxa de 4% ao mês, no regime de juros composto.

3.3 Amortização na Hp

A HP-12C permite o cálculo da parte de um pagamento usado para pagar o principal e da parte de um pagamento usado para pagar juros. Para um pagamento ou vários pagamentos, permitindo também o cálculo do saldo remanescente do empréstimo depois dos pagamentos.

Como faço para obter uma tabela de amortização?

- **Vamos lá, então, para as sequências:**

- 1) Aperte [f] CLEAR [reg] para zerar os registros financeiros.
- 2) Informe a taxa periódica utilizando [i] ou [g] [12÷];
- 3) Informe o valor do principal usando [PV];
- 4) Informe o pagamento periódico e aperte [CHS] [PMT] (lembre-se do sinal negativo devida a convenção para pagamento e recebimento).
- 5) Aperte [g] [beg] ou [g] [end] para configurar o vencimento no início ou no fim do período.
- 6) Digite o número de pagamentos a serem amortizados.

Competência 03



- **Agora, preste atenção:**

- 1) Aperte [f] [amort] para exibir a parte dos pagamentos usada para pagar juros.
- 2) Aperte [x>y] para exibir a parte dos pagamentos usada para pagar o principal.
- 3) E, para exibir o número de pagamentos que acabaram de ser amortizados, aperte [R↓][R↓].

- **Por fim, temos:**

- 1) [RCL] [PV] para exibir o saldo devedor remanescente;
- 2) [RCL] [n], para mostrar o número total de pagamentos amortizados.

É preciso exercitar isso, não acham?

Para uma casa que você está prestes a comprar, é possível obter uma hipoteca de R\$50.000,00 por 25 anos a uma taxa anual de 13,25%. O empréstimo exige pagamentos de R\$573,35 (ao fim de cada mês). Calcule as partes dos pagamentos do primeiro ano direcionadas ao pagamento dos juros e aquelas direcionadas à amortização do principal.

TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
[f] CLEAR [fin]	0,00	
13,25 [g] [12÷]	1,10	Registra a taxa de juros
50000 [PV]	50.000	Registra o principal
573,35[CHS] [PMT]	-524,00	Registra os pagamentos (sinal negativo por se tratar de dinheiro pago).
12 [f] [amort]	-6.608,89	Parte dos pagamentos do primeiro ano (nos doze meses) direcionada a pagar os juros.
[x>y]	-271,31	Parte dos pagamentos do primeiro ano direcionada a amortizar o principal.
[RCL] [PV]	49.728,69	Saldo remanescente depois de um ano.
[RCL] [n]	12	Número total de pagamentos amortizados

Tabela 15

Fonte: O autor

Competência 03



O número de pagamentos inseridos antes de [f] é interpretado como sendo o número de pagamentos já amortizados. Então, se você pressionar 12 [f] agora, sua HP-12C calculará os juros e o principal amortizados no segundo ano (quer dizer, os segundos doze meses):

TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
12 [f] [amort]	-6.570,72	Pagamentos do segundo ano direcionada a amortização dos juros.
[x>y]	-309,48	Pagamentos do segundo ano direcionada a amortização do principal.
12		Número de pagamentos que acabaram de ser amortizados.
[RCL] [PV]	49.419,21	Saldo remanescente depois de dois anos.
[RCL] [n]	24	Número total de pagamentos amortizados.

Tabela 16

Fonte: O autor

Especificidades no Sistema PRICE

Para contextualizar ainda mais a parte da amortização, vamos ver como fica o Sistema Price. Para obter resultados neste sistema, além das comentadas, usamos as seguintes teclas da HP-12C:

[g] [END]	Configura pagamento para final do período
[g] [BEG]	Configura pagamento para começo do período

Tabela 17

Fonte: O autor

Vamos direto ao exemplo para clarificar o uso:

Uma empresa comprou um terreno por R\$103.000,00 em 06 prestações mensais e iguais, a uma taxa de 2,3% a.m. Qual é o valor de cada prestação?

Competência 03



- Use a sequência:

[f] CLEAR [reg]
 [f] [2] [g] [END]
 103000 [CHS] [PV]
 2,3 [i]
 6 [n]
 [PMT] 18.574,76

Para obter os resultados das amortizações pelo Sistema Price, além das comentadas acima, também faz uso das seguintes teclas da HP-12C:

[f] [amort]	Configura juros do pagamento
[x>y]	Configura amortização do pagamento
[RCL] [PV]	Calcula o saldo devedor

Tabela 18
 Fonte: O autor

Vamos avançar agora na complexidade dos cálculos e simplicidade da HP-12C, ok?

Para isso, vejamos este exemplo prático:

A compra de uma solução de TI custa R\$25.000,00 a uma empresa, será financiada à taxa de 3% ao mês em quatro pagamentos mensais e iguais. Obtenha o valor do pagamento, dos juros em cada um deles e o saldo devedor mensal.





Competência 03

TECLAS	MOSTRADOR	INFORMAÇÃO
[f] CLEAR [fin]	0,00	Apaga os registros financeiros
[g] [END]	0,00	Configura o pagamento para final
25000 [CHS] [PV]	-25.000,00	Armazena o principal
4 [n]	4,00	Armazena o período de pagamento
6 [i]	3,00	Armazena a taxa de juros
[PMT]	7.214,79	Calcula o valor de cada prestação
1 [f] [amort]	1.500,00	Prestação 1 – Juros
[x>y]	5.714,79	Prestação 1 – Amortização
[RCL] [PV]	-19.285,21	Saldo Devedor após Prestação 1
1 [f] [amort]	1.157,11	Prestação 2 – Juros
[x>y]	6.057,68	Prestação 2 – Amortização
[RCL] [PV]	-13.227,53	Saldo Devedor após Prestação 2

Tabela 19

Fonte: O autor

Ufa, até a próxima com a última competência (usando agora o Excel), aproveitem as atividades e sucesso!



4.COMPETÊNCIA 04 | CALCULAR JUROS, VALOR FUTURO, VALOR PRESENTE E PRESTAÇÃO A PARTIR DO USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS

E aí pessoal, tudo bem? Preparados para última etapa?

A proposta desta competência é aplicar os cálculos de juros, valor presente e futuro, usando as planilhas eletrônicas. Adotamos nesse curso o editor de planilhas conhecido como Excel - programa integrante dos produtos Microsoft Office® - por entender que é o mais comum no mercado.

Assim como outros editores, permite ao usuário realizar cálculos rapidamente, podendo ser usado para controlar, desde despesas simples, até tabelas complexas de custos e despesas industriais.

Um programa de planilha tem como uma de suas funções básicas a de fazer cálculos, desde os mais simples até aqueles que envolvem cálculos sofisticados. A planilha eletrônica está para uma calculadora, assim como um processador de texto está para uma máquina de escrever.

As planilhas são muito usadas quando se necessita fazer cálculos, operações matemáticas, análise de tendências, gráficos ou qualquer tipo de operação que envolva números atrelados ao uso do computador ou outro periféricos similares.

Você perceberá que uma das vantagens da planilha é que você pode tratar com um variado número de informações, de forma fácil e rápida. Entretanto, crédito como grande vantagem planilha a praticidade, especialmente, se houver necessidade de alterar algum número das fórmulas relacionadas, pois serão automaticamente atualizadas.



E se tratando de matemática financeira, o editor de planilhas é uma ferramenta que facilita a execução de muitos dos cálculos financeiros, uma vez que já possui diversas funções previamente programadas para o desenvolvimento dos cálculos.

Vamos nos aventurar?

4.1 Uma Breve Introdução do Excel

Uma planilha é um conjunto de linhas e colunas. A interseção de uma linha com uma coluna é o que se denomina de “célula” – local onde se armazenam os dados. Cada célula possui seu endereço correspondente. Na figura abaixo, temos uma planilha aberta do editor da Microsoft (Excel) cuja célula indicada pela seta corresponde a D4 (observe a linha D e coluna 4).

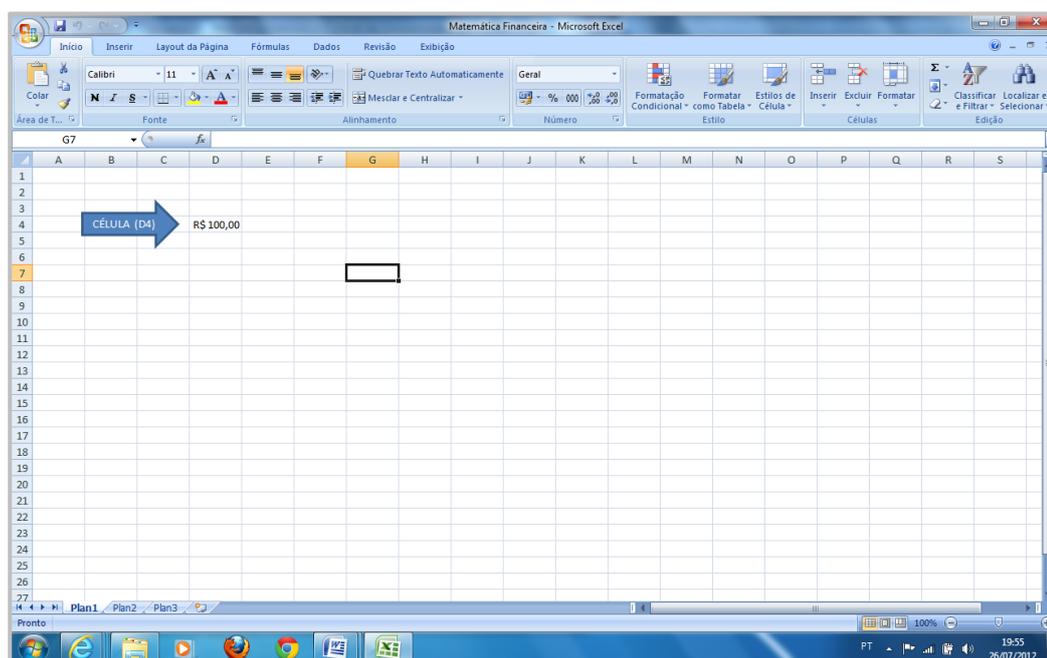


Figura 13

Fonte: o autor

Observe na parte superior, a **barra de título** com o nome do arquivo seguido do programa (Matemática Financeira – Microsoft Excel). Logo abaixo, as



barras de menus e a de ferramentas, as quais são muito úteis para executar rapidamente os comandos correspondentes.

Antes das linhas e colunas, temos a **barra de fórmulas**, perceba que a primeira parte dela (lado esquerdo) indica o endereço atual da célula marcada – na planilha acima a “G7”, destacados de laranja – enquanto a que consta informação é a D4. Na parte seguinte, aparece a função e as informações inseridas na célula – na célula marcada acima G7, como não temos nada digitado, está em branco. Isso foi de propósito para que perceba a diferença.

O Excel irá classificar o que está sendo digitado segundo as seguintes categorias:

- 1) Número;
- 2) Texto;
- 3) Fórmula;
- 4) Comando.

Formatando a Célula

Pelo que vimos anteriormente, célula é o nome dado aquele retângulo da planilha, composto pela linha e coluna correspondente. Cada célula tem seu “endereço” correspondente.

Para inserir as informações numa célula, é preciso que esteja ativa, bastando clicar em cima dela.

Observe na planilha anterior a célula em destaque (G7), com a borda mais escura. Lembre-se de que a digitação aparecerá também na barra de fórmula.

Para formatar o conteúdo inserido na planilha do Excel – parte importante para ajustar os números na forma que se deseja aplicar os resultados dos cálculos – proceda da seguinte forma:

Competência 04



- 1) Clique na célula correspondente na planilha com o lado direito do “mouse” e escolha a opção “formatar célula” (ou procure o ícone correspondente na barra de ferramentas);
- 2) Agora, escolha a opção número na primeira aba de opções;
- 3) Decida pela quantidade de casas decimais;
- 4) Marque a opção de separador milhares;
- 5) Por fim, opte pela formatação dos números negativos.

Observe a planilha abaixo:

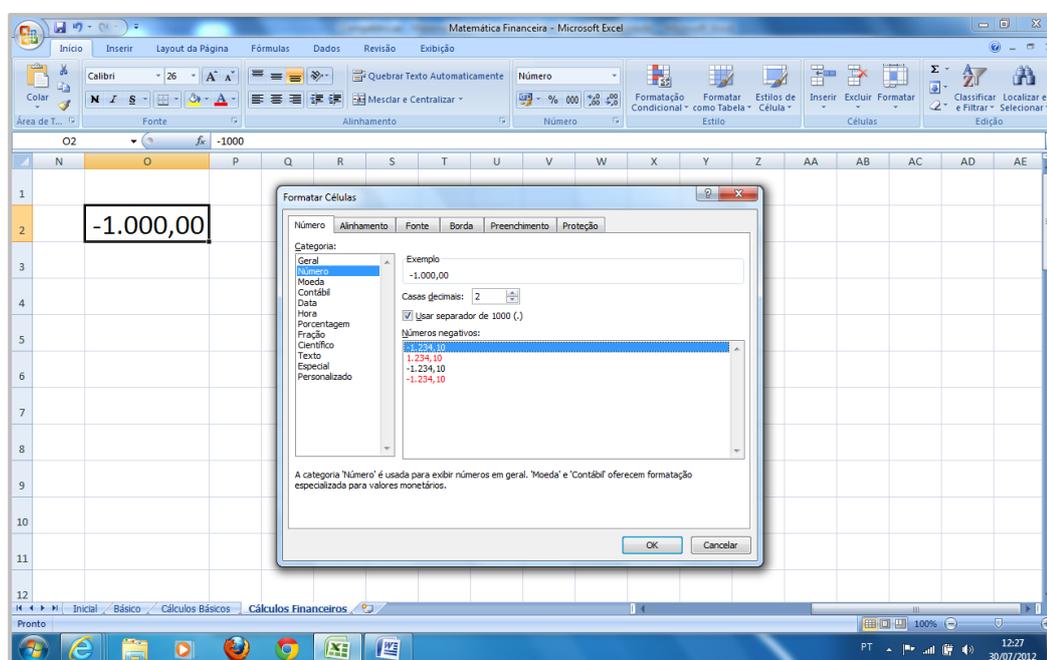


Figura 14

Fonte: o autor

Acredito ser importante exercitar isso tudo, que tal?





Então, Construa a planilha abaixo como exercício:

MÊS	PESSOAL	ALIMENTAÇÃO	MATERIAL
JANEIRO	2.100,00	390,00	1.230,00
FEVEREIRO	2.100,00	390,00	1.190,00
MARÇO	2.100,00	390,00	1.450,00
ABRIL	2.800,00	520,00	1.830,00
MAIO	2.800,00	520,00	1.750,00
JUNHO	2.800,00	520,00	1.680,00

Figura 15

Fonte: o autor

Note os seguintes detalhes:

- 1) Se for necessário corrigir uma digitação, basta posicionar na célula e digitar novamente, ou posicionar no conteúdo na barra de fórmula ou ainda clicando na tecla de atalho “f2” para editar as informações digitadas.
- 2) Já para alterar a largura da célula, posicione o “cursor ou mouse” na moldura da planilha entre as colunas desejadas, ou ainda pela barra de ferramentas, na formatação de colunas. Já a altura, repita a operação acima na linha.

Introdução ao Uso de Fórmulas

Inicialmente, é importante entender que, obrigatoriamente, toda fórmula começa com um sinal de “igual”, ou seja, (=). Assim, em termos matemáticos. Uma fórmula analisará os dados inseridos numa planilha por meio de uma

Competência 04



equação, efetuando operações como adição, multiplicação e comparação em valores da planilha, além disso, podem combinar valores. As fórmulas podem referir-se a outras células na mesma planilha utilizando, para isso, o endereço da célula (A1, B8, F12,...).

= (A1+B8)/F12

Exemplo:

Perceba que o cálculo da fórmula resulta da soma das células A1 e B8, seguida da divisão do resultado obtido pela célula F12. Se os dados inseridos nas células fossem, respectivamente, 12, 8, 4, o resultado ao clicar em “**enter**” seria o número 5.

Faça o teste para confirmar...

Abaixo, temos a tabela dos sinais que representam as operações matemática:

SINAL	FUNÇÃO
+	SOMAR
-	SUBTRAIR
*	MULTIPLICAR
/	DIVIDIR
^	POTENCIAR

Tabela 20
Fonte: O autor

Digite um valor nas células A1, B1 e C1, após isso, crie uma fórmula usando o sinal de igual (=) e um dois dos sinais da tabela acima, separando uma das operações com o parêntese, assim como exemplo anterior.

Competência 04



Para consolidar essa prática básica no Excel, exercite conforme orientação da tabela e planilha abaixo preencha as células com os dados e fórmula a seguir resultados da planilha:

OPERADOR	DESCRIÇÃO	FÓRMULA	CÉLULA/FÓRMULA
+	Adição	=B2+B3+B4	B5
+	Adição	=C2+C3+C4	C5
-	Subtração	=B2-C2	D2
-	Subtração	=B3-C3	D3
-	Subtração	=B4-C4	D4
*	Multiplicação	=B7*C7	D7
/	Divisão	=B8/C8	D8
^	Potência	=B9^C9	D9
%	Porcentagem.	=B10*C10	D10

Tabela 21

Fonte: O autor

Observe o exemplo abaixo para comparar com sua planilha, e note que - ao dar um “**enter**”- o resultado é calculado, conforme indicado nas células:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1				Subtração												
2		20	4	16												
3		8	2	6												
4		12	3	9												
5	SOMA	40	9													
6																
7	Multiplicação	25	7	175												
8	Divisão	325	5	65												
9	Potência	13	3	2197												
10	Porcentagem	1200	20%	240												
11																
12																
13																
14																
15																

Figura 16

Fonte: o autor



Usando as Funções

As funções no Excel na mais são do que as fórmulas pré-definidas que efetuam cálculos específicos, retornando na célula, o resultado da operação. Ou seja, uma função trabalha com determinados números realizando cálculos e devolve sua resolução.

O Excel tem centenas de funções para ajudá-lo a executar cálculos especializados com facilidade. Uma função de planilha é uma fórmula especial que executa uma determinada operação nos valores propostos.

Alguns exemplos de funções básicas do Microsoft Excel que se pode usar nas planilhas:

FUNÇÃO	REPRESENTAÇÃO
Adição	=SOMA()
Média Aritmética	=MÉDIA()

Tabela 22
Fonte: O autor

Vamos exemplificar melhor?

Se o desejo é calcular a soma entre o intervalo da célula B14 até a célula B18, poderia usar a seguinte fórmula:

=(B14+B15+B16+B17+B18)

O Excel facilita sua vida e resume na seguinte função na barra de fórmula que fornece o mesmo resultado da anterior:

=SOMA(B14:B18)



Observe a planilha abaixo:

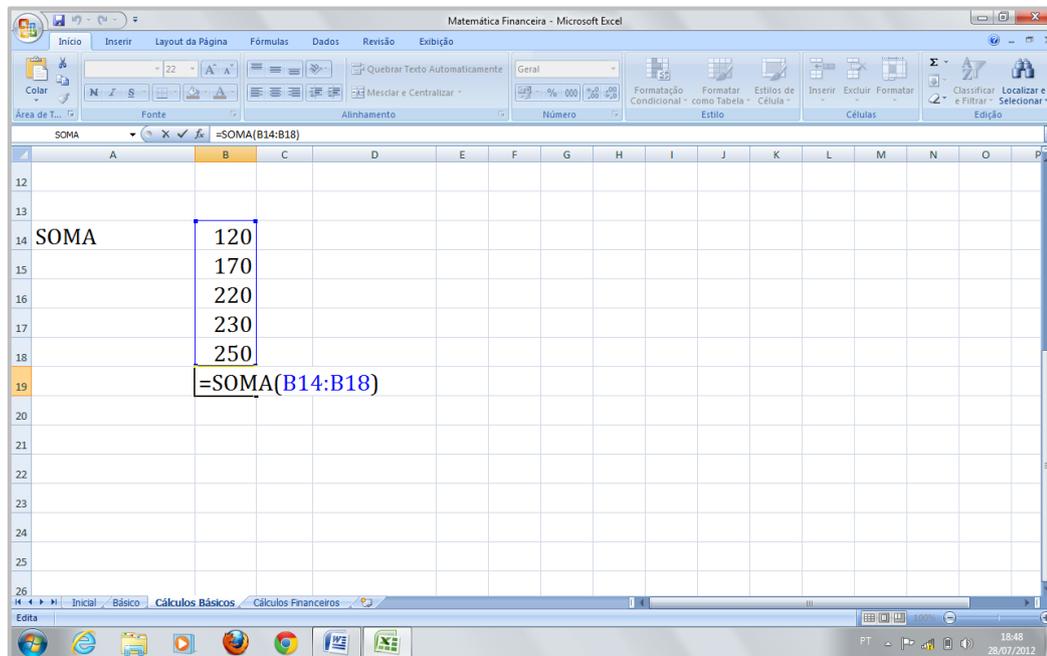


Figura 17
Fonte: o autor

Note: ao clicar na tecla “enter”, o resultado aparecerá em seguida.

Outro exemplo, uma fórmula para calcular a média da soma de um grupo de números de várias células. Suponha agora que queremos calcular a média entre este intervalo da célula C22 até a célula C26, o que poderia nos levar a usar a seguinte fórmula:

$$=(C22+C23+C24+C25+C26)/5$$

Note: Primeiro soma o que está entre parênteses, depois divide pelo número de valores que existe na soma.

Como falamos anteriormente, o Excel facilita sua vida e resume na seguinte função na barra de fórmula que fornece o mesmo resultado da anterior:



=MÉDIA(C22:C26) ,

Observe a planilha abaixo:

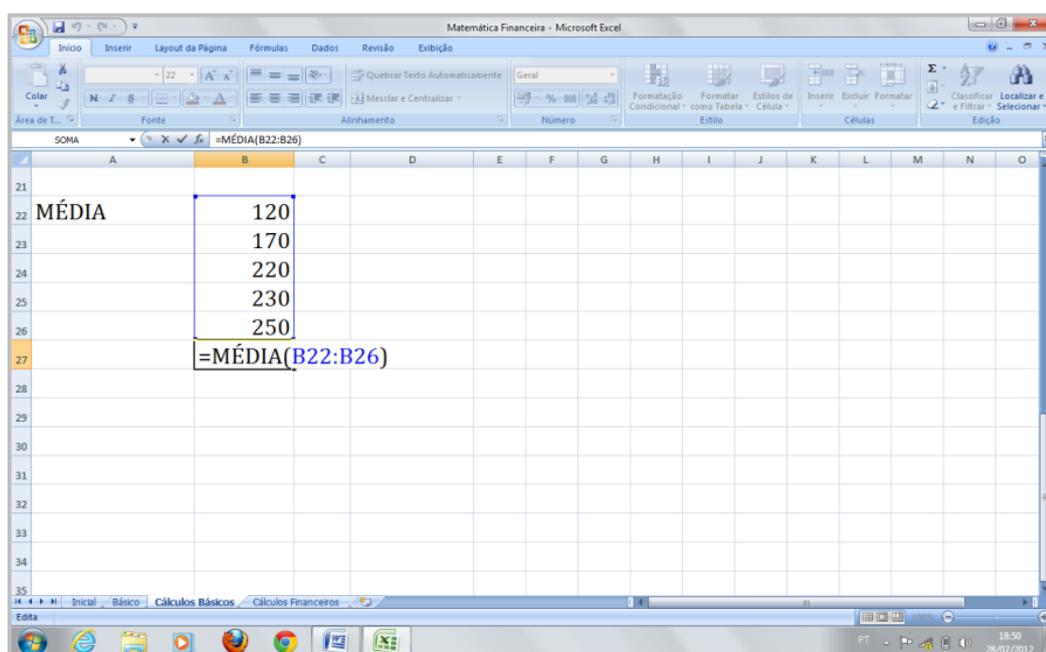


Figura 18

Fonte: o autor

Efetando Diversos Cálculos na Mesma Fórmula.

Como já foi mencionada no início, uma fórmula é uma equação que analisa e faz cálculos com os dados em uma planilha e efetuam as mais diversas operações, tais como adição, multiplicação, divisão e comparação em valores da planilha; além disso, podem combinar valores.

As fórmulas podem referir-se a outras células na mesma planilha (por exemplo: A1, C25, Z34, entre outras), a células em outras planilhas da mesma pasta de trabalho ou a células em planilhas em outras pastas de trabalho.

O exemplo a seguir, adiciona o valor da célula B4 e 25 e divide o resultado pela soma das células D5, E5 e F5



Observe que neste exemplo, estamos utilizando a função **SOMA**:

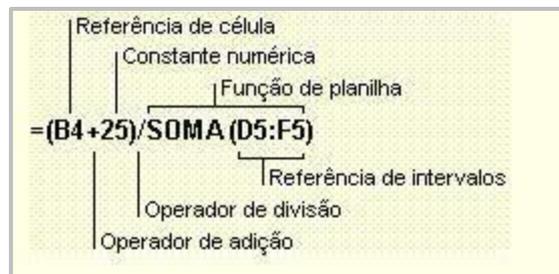


Figura 19
Fonte: o autor

4.2 Aplicação em Juros Simples

Lembre-se de que seu fundamento é no regime de capitalização simples, no qual o crescimento do capital se dá sem o conhecido juros sobre juros. Lembram-se das fórmulas?

$$J = C * i * n$$

$$M = C * (1 + i * n)$$

Os cálculos dos juros simples possuem a característica de que a taxa de juros incide sempre sobre o capital inicial, dessa forma em uma operação financeira o valor dos juros serão iguais em todos os períodos.

No Excel, as nomenclaturas comuns à matemática financeira são:

- 1) **VF** = Valor Futuro (resgatado);
- 2) **VP** = Valor Presente (aplicado);
- 3) **TAXA** = Taxa de Juros (negociada);
- 4) **NPER** = Número de períodos (prazo).

Competência 04



Assim,

$$VF=VP*(1+TAXA*NPER)$$

Vamos pensar no seguinte exemplo para calcularmos na planilha do Excel:

1. Suponha uma aplicação de R\$ 1.000,00 durante dois meses a uma taxa de 5% a.m.:

1º. Mês: $1.000,00 \times 0,05 = 50,00$

2º. Mês: $1.000,00 \times 0,05 = 50,00$

Resultado: $1.000,00 + 100,00 = 1.100,00$

Nos próximos exercícios, utilizaremos diretamente a fórmula geral de juros simples para solução dos cálculos, sempre seguido de uma descrição e imagem da planilha.

EXERCÍCIOS JUROS SIMPLES UTILIZANDO COM EXCEL

1) Um Capital de R\$ 10.000,00 foi aplicado a taxa de 10% a.m. durante 05 meses. Qual será o valor do resgate?

Cálculo no Excel - Aplicação direta da fórmula

$$VF=VP*(1+TAXA*NPER)$$

Taxa = 10% ou 0,10

Nper = 5

VP = 10.000,00

Ou seja,

$$VF = 10.000,00 \times (1 + 0,10 \times 5)$$



$$VF = 10.000,00 \times 1,50$$

$$VF = 15.000,00$$

Observe a planilha abaixo:

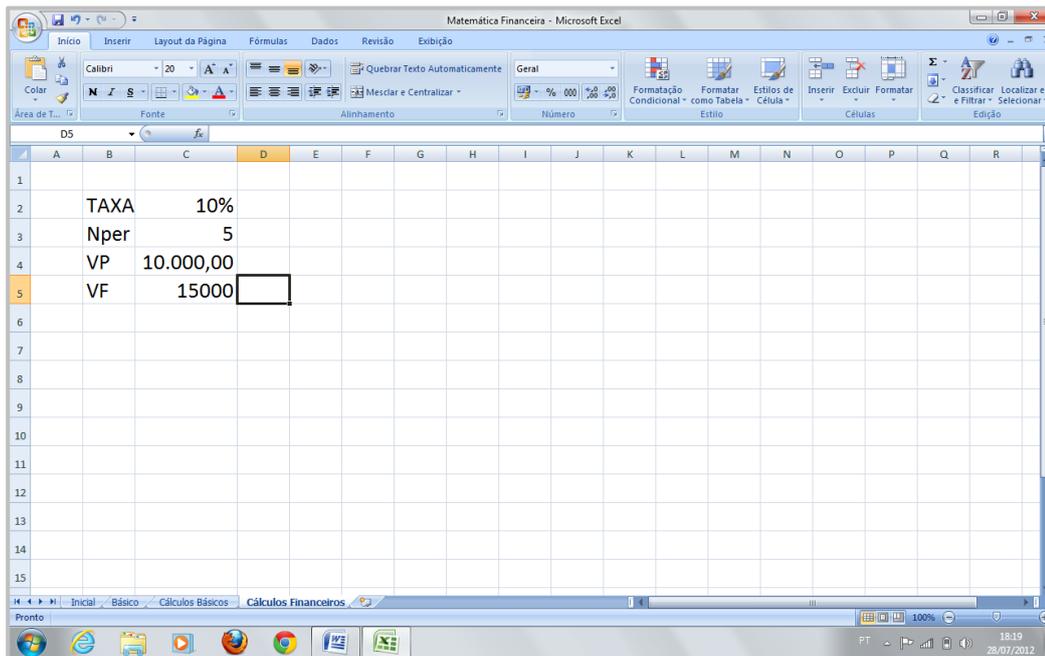


Figura 20

Fonte: o autor

Note: A célula C5 não está formatada, por isso os dados numéricos estão num formato diferente.

2) Resgatei R\$ 30.000,00 de uma aplicação feita há 06 meses a uma taxa de juros simples de 3,0% a.m. Qual era o valor da minha aplicação?

Cálculo no Excel - Ajuste Matemático em Função do VP para:

$$VP = VF / (1 + TAXA * NPER)$$

$$\text{Taxa} = 3,0\% \text{ ou } 0,03$$

$$Nper = 6$$

$$VF = 30.000,00$$



Competência 04

Ou seja,

$$30.000,00 = VP \times (1 + 0,03 \times 6); \text{ ou,}$$

$$VP = 30.000 / (1 + 0,18)$$

$$VP = 25.423,73$$

Consegue fazer a planilha?

3) Apliquei R\$ 25.000,00 durante 10 meses e resgatei R\$ 28.750,00. Que taxa de juros remunerou meu capital?

Fórmula no Excel: TAXA=(VF-VP)/(VP*NPER)

$$VF = 27.750,00$$

$$Nper = 10$$

$$VP = 25.750,00$$

Ou seja,

$$TAXA = 3750 / (25000 \times 10)$$

$$TAXA = 3750,00 / 250000$$

$$TAXA = 0,1500$$





Observe a planilha abaixo:

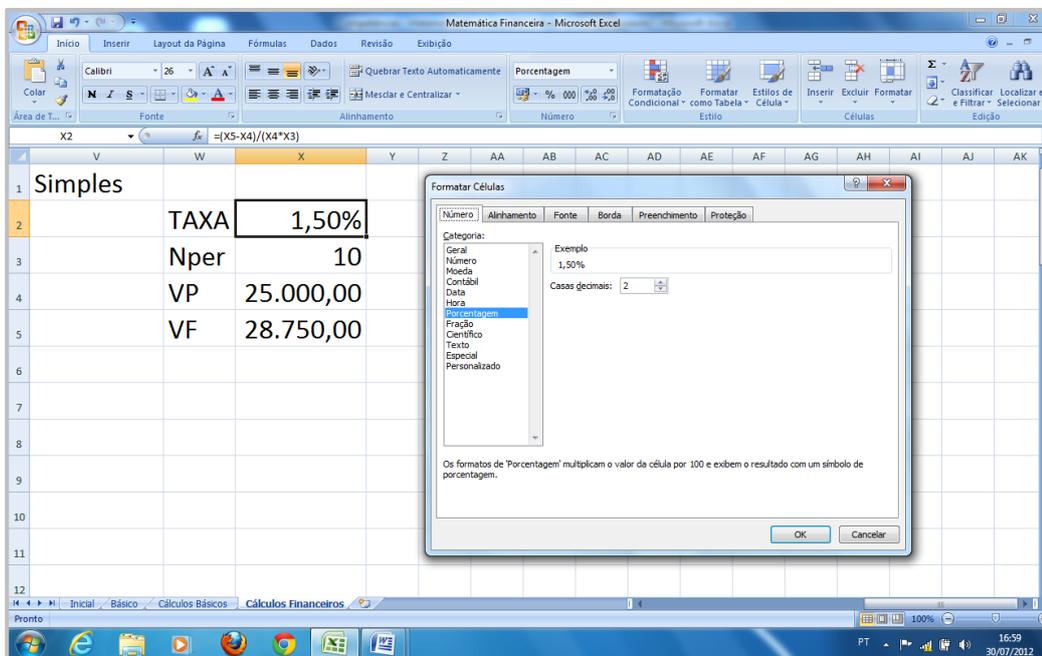


Figura 21

Fonte: o autor

Note: A formatação da célula para “porcentagem” e duas casas decimais, assim, o resultado já é apresentado com a devida conversão.

4) Apliquei R\$ 50.000,00 a uma taxa de 3,0% a.m.. Sabendo-se que o resgate será de R\$ 57.500,00, pede-se o período pelo qual o capital foi aplicado.

Exercite a organização dos cálculos do Excel e a planilha, tomando por base as fórmulas e os exercícios anteriores, ok?

4.3 Aplicação em Juros Compostos

Como aprendemos, ao contrário dos simples, os juros compostos são aqueles em cujos valores gerados a cada período são adicionados ao montante original (juros sobre juros), sendo assim o juro do período anterior passa a

Competência 04



render juros no período seguinte e assim sucessivamente. Lembra-se da fórmula do montante?

$$M = C * (1 + i)^n$$

Por isso, os juros compostos são conhecidos por estabelecerem cálculos exponenciais (com potência). Fixou as nomenclaturas no Excel comuns à matemática financeira?

VF = Valor Futuro (resgatado);

VP = Valor Presente (aplicado);

TAXA = Taxa de Juros (negociada);

NPER = Número de períodos (prazo).

Assim,

$$VF = VP \times (1 + TAXA)^{NPER}$$

Veja o mesmo exemplo anterior dos juros simples, mas agora com juros compostos, logo abaixo:

1. Suponhamos uma aplicação de R\$ 1.000,00 durante dois meses a uma taxa de 5% a.m.:

1º. Mês : $1.000,00 \times 0,05 = 50,00$

2º. Mês : $1.050,00 \times 0,05 = 52,50$

Resultado: $1.000,00 + 102,50 = 1.102,50$



EXERCÍCIOS JUROS COMPOSTOS

Nos exercícios a seguir utilizaremos o Assistente de Função do Excel para resolução dos cálculos, sempre seguido de uma descrição e imagem da planilha, com a barra de fórmula exibindo a função correspondente:

1) Pretende-se fazer uma aplicação de R\$ 2.800,00 por 3 meses a uma taxa de 2,50% a.m. Qual o valor que você irá **resgatar**?

Neste primeiro caso, aplicaremos a **função VF**. Como desejamos saber do resgate, preenchemos os argumentos da função com os seguintes dados:

Utilizando o Assistente de Função: VF

- **Argumentos:**

Taxa: C8

Nper: C9

Pgto: Não tem

Vp : C10

Tipo: Não tem





Observe a planilha abaixo:

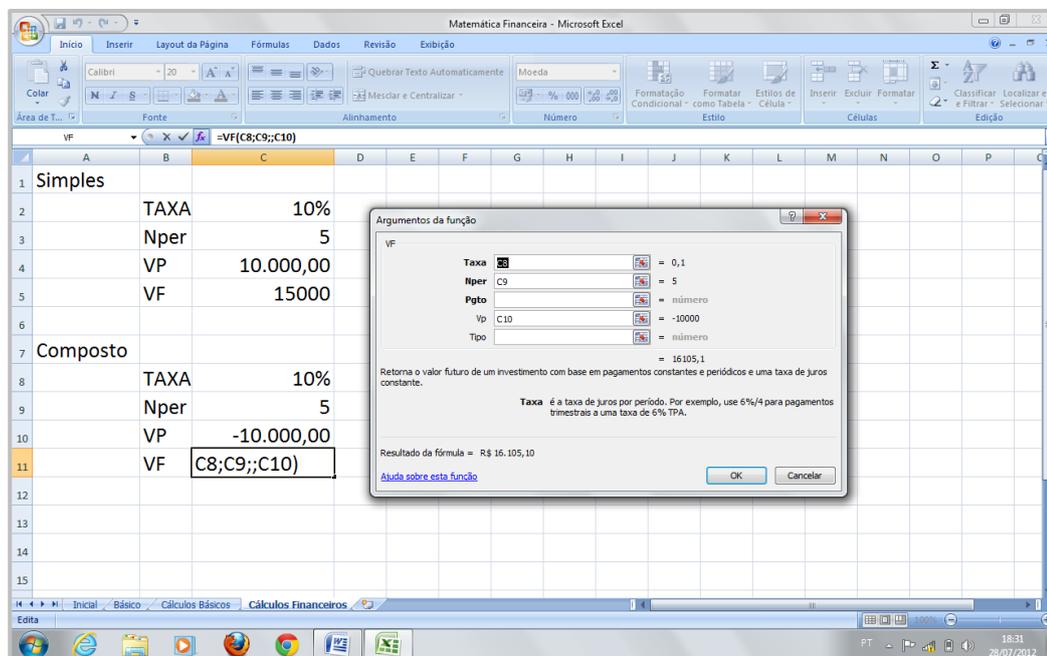


Figura 22

Fonte: o autor

Note: Na função **VF**, o valor de VP deve ser acrescido do sinal **negativo**, já que se trata de saída de capital.

2) Resgatei R\$ 30.000,00 de uma aplicação feita há 6 meses a uma taxa de 3,00% a.m. Qual era o **valor de minha aplicação**?

Utilizando o Assistente de Função: VP

- **Argumentos:**

Taxa: C8

Nper: C9

Pgto: Não tem

Vp : C11

Tipo: Não tem



Observe a planilha abaixo:

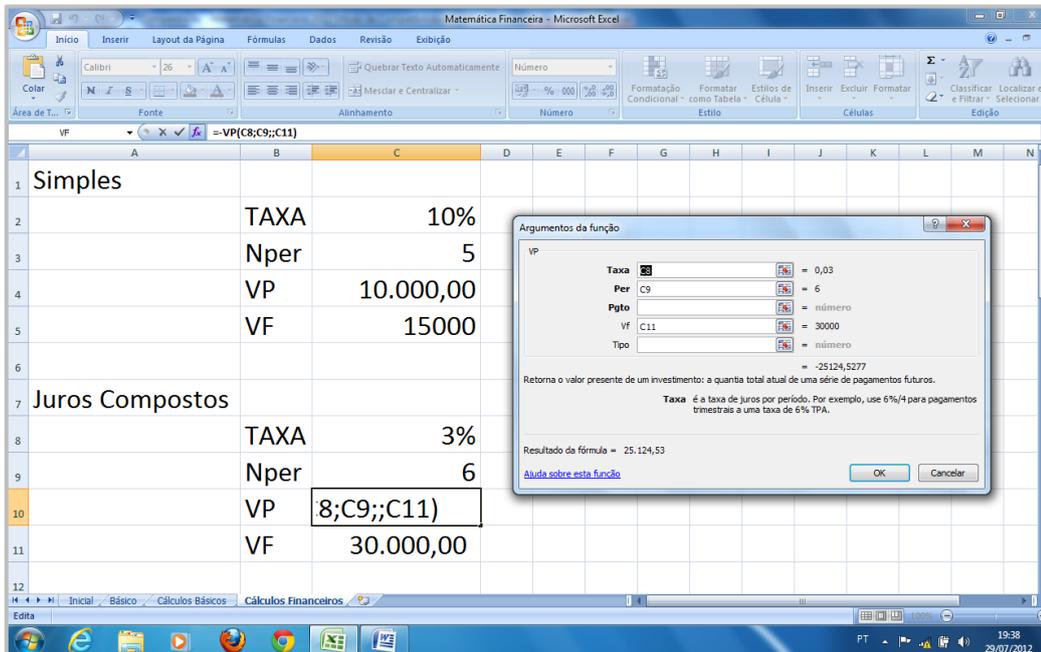


Figura 23

Fonte: o autor

Note: Na barra de fórmula, a função **VP** já possui um sinal **negativo**, por isso a resposta, após o “enter”, está sem o sinal negativo.

3) Apliquei R\$ 25.000,00 durante 10 meses e resgatei R\$ 30.000,00. Que taxa de juros remunerou meu capital?

4)

Utilizando o Assistente de Função: TAXA

- **Argumentos:**

Nper: C16

Pgto: Não tem

Vp: C17

Vf: C18

Tipo: Não tem



Observe a planilha abaixo:

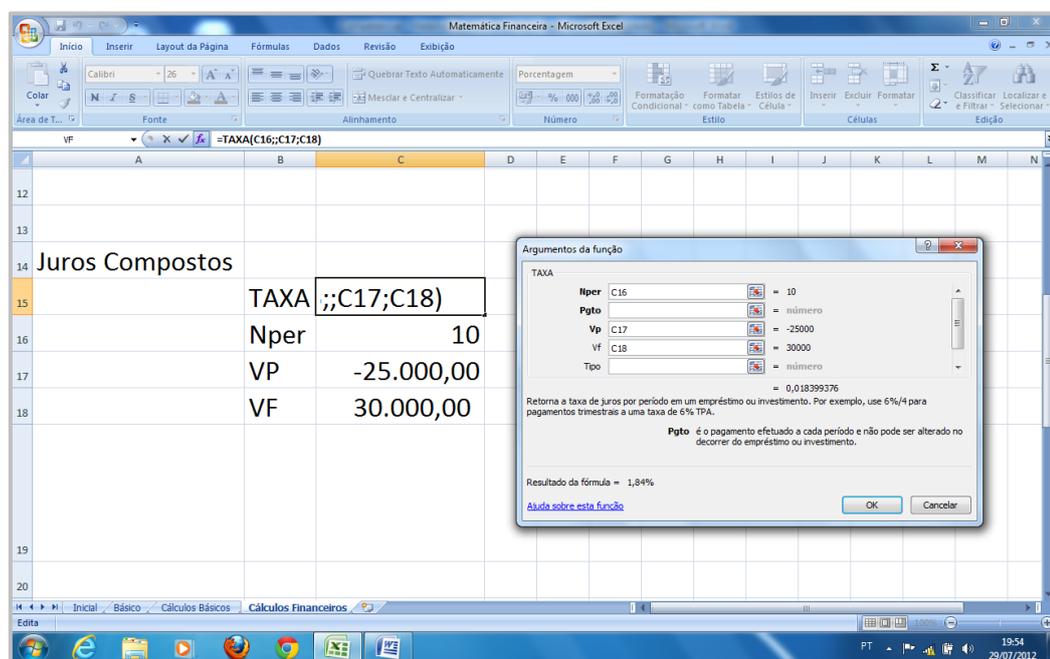


Figura 24

Fonte: o autor

Note: Na função **TAXA**, o valor de VP deve ser acrescido do sinal **negativo**, já que se trata de saída de capital, enquanto VF é resgate, então, é entrada.

5) Apliquei R\$ 50.000,00 a uma taxa de 3,00% a.m. Sabendo-se que o resgate será de R\$ 57.963,70. Pede-se o **período** pelo qual o capital foi aplicado.

Utilizando o Assistente de Função: NPER

- **Argumentos:**

Taxa: C22

Pgto: Não tem

Vp: C24

Vf: C25

Tipo: Não tem

Observe a planilha abaixo:

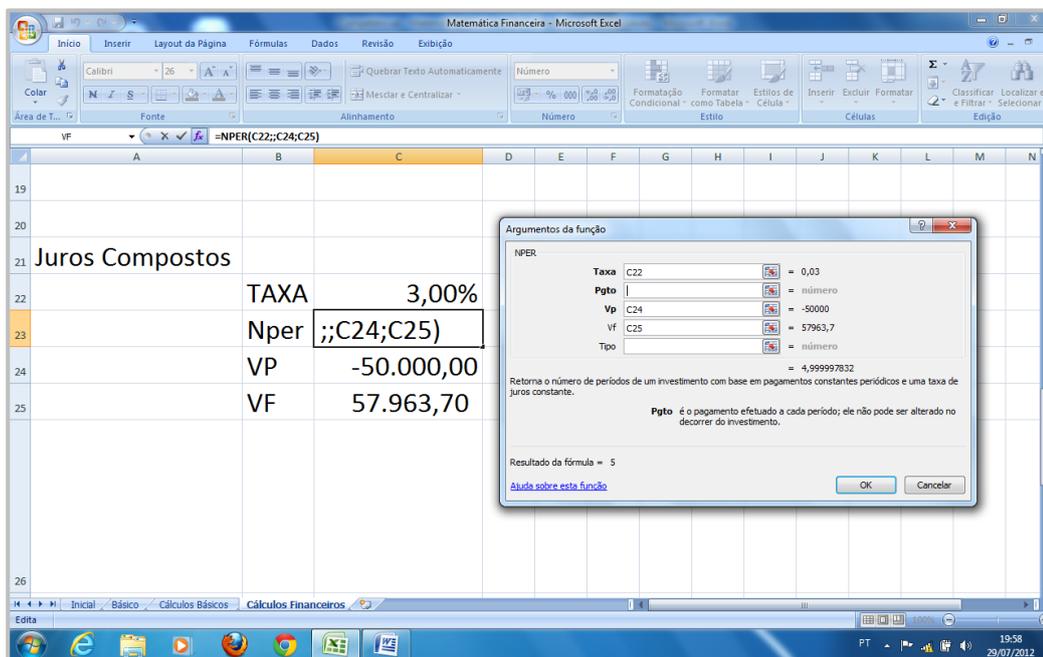


Figura 25

Fonte: o autor

Note: Na função **NPER**, deve ser respeitada a lógica do sinal negativo para saída (aplicação) de capital, enquanto resgate, então, entrada, o positivo.

Função para Cálculo da Prestação

Muitas vezes, necessitamos do valor da prestação, tendo o VF (valor futuro) ou VP (valor presente) de uma operação financeira, na qual possui sua taxa e seu período na composição do problema.

Desta maneira, poderemos utilizar uma fórmula no Excel, conhecida como **PGTO**. Vamos ao exercício?

6) Comprando-se um veículo à vista, o valor é de R\$ 35.000,00. Considerando a oportunidade da taxa de juros composto o patamar de 1% e o prazo de 36 meses para financiar o pagamento, calcule o valor da parcela.



Utilizando o Assistente de Função: PGTO

- Argumentos:

Taxa: C28

Nper: C29

Vp: C30

Vf: Não tem

Tipo: Não tem

Observe a planilha abaixo:

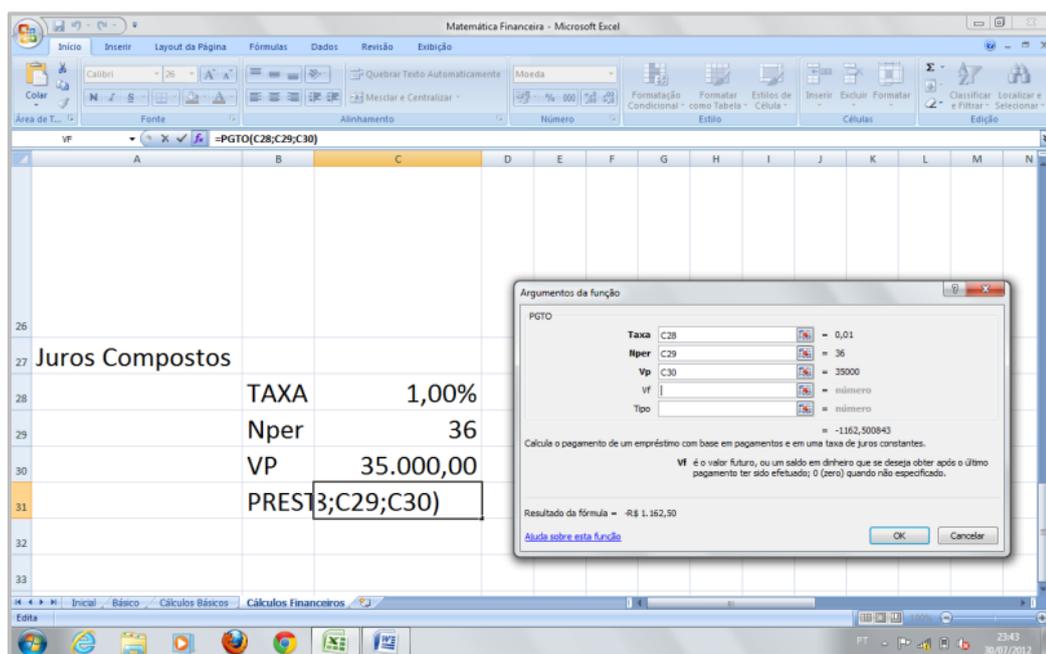


Figura 26

Fonte: o autor



EXERCÍCIOS PROPOSTOS PARA APLICAÇÃO EM PLANILHAS ELETRÔNICAS:

- 1) Fazendo-se uma aplicação de R\$ 5.500,00 por 07 meses a uma taxa de 1,50% a.m. Qual será o valor do resgate?
- 2) Considerando a aplicação na ordem de R\$ 35.000,00 durante 15 meses e sabendo que fora resgatado ao final do prazo o valor de R\$48.000,00. Com que taxa de juros foi remunerado meu capital?
- 3) Adquirindo um imóvel no valor é de R\$ 175.000,00 e, considerando que fora efetuada uma entrada de R\$52.000,00, o que possibilitou o financiamento do restante a uma taxa de juros compostos de 7% a.a. no prazo de 10 anos para pagamento, calcule o valor da parcela no financiamento.

Que alegria!!! Chegamos ao final da última competência. Foi um grande prazer estar com todos e poder contribuir no processo de aprendizagem na modalidade de ensino a distância.

Sucesso a tod@s!!!

Professor Benôni Cavalcanti Pereira



REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas aplicações**. São Paulo: Atlas, 2009.

CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática Financeira Fácil**. São Paulo: Saraiva, 2009.

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de Administração Financeira**. São Paulo: Harbra, 2002.

LAPPONI, Juan Carlos. **Matemática Financeira: redesenho organizacional para o crescimento e desempenho máximos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

SAMANEZ, Carlos Patrício. **Matemática Financeira: aplicações à análise de investimentos**. São Paulo: Prentice-Hall, 2010.

