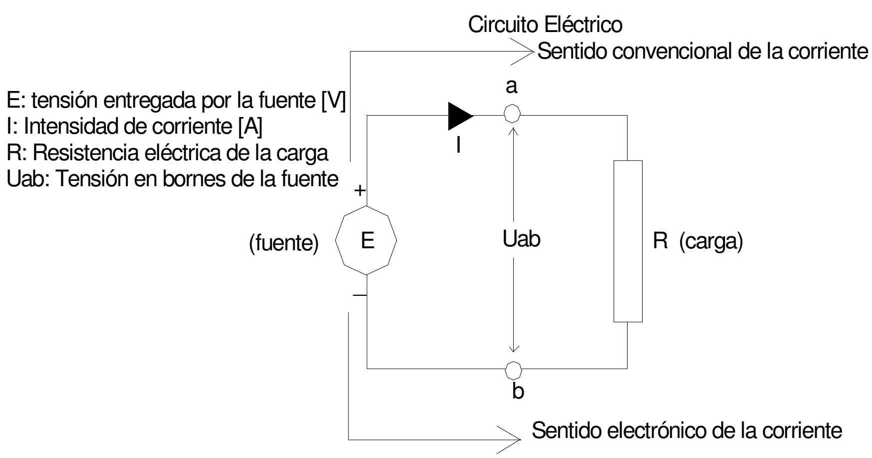
Circuitos Eléctricos

- **Corriente, tensión y resistencia eléctrica.**
- **Ley de Ohm.**
- **Resistencia y temperatura.**
- **Conexiones de resistencias: serie, paralelo y mixto.**
- **Energía y potencia eléctrica.**
- **Corriente alterna.**
- **Representación vectorial de magnitudes alternas.**
- **Impedancia.**
- **Capacidad eléctrica.**
- **Condensadores.**
- **Conexiones de condensadores: serie, paralelo y mixto.**
- **Constante de tiempo de un capacitor.**
- **Reactancia capacitiva de un condensador.**
- **Corriente y Campo Magnético.**
- **Inductores y bobinas.**
- **Reactancia inductiva de una bobina.**
- **Potencia en un circuito de C.A.**
- **Factor de potencia.**
- **Transformadores.**

Fundamentos de la Teoría de los Circuitos Eléctricos.

CORRIENTE ELÉCTRICA

La **corriente eléctrica** es un flujo de electrones en un conductor que sirve como medio para transportar energía desde el generador al consumidor. Para que exista una corriente de electrones es necesario que los conductores formen un circuito cerrado entre la fuente de energía y el consumidor o carga.



Efectos de la Corriente

La corriente eléctrica en la materia produce unos fenómenos característicos:

- El paso de corriente eléctrica por los conductores produce calor: *efecto calorífico*. Ej: cocinas eléctricas, calentador, soldador, fusibles.
- Entre los polos de un imán y un conductor por el que circula corriente eléctrica se manifiestan fuerzas de atracción o repulsión, según sea el sentido de la corriente: *efecto electromagnético*. Ej: electroimanes, relés, aparatos de medida, teléfono, altavoz.
- El paso de corriente eléctrica por gases enrarecidos (a muy baja presión) emite luz, como en los tubos de neón: *efecto lumínico*. Ej: tubos fluorescentes, tubos de descarga, diodos luminosos.
- El paso de corriente eléctrica a través de una solución química mediante electrodos sumergidos en la misma, produce reacciones químicas: *efecto electroquímico*. Ej: recubrimientos galvánicos, electrólisis, acumuladores, pilas eléctricas.
- El paso de corriente a través del cuerpo humano y de los animales, produce electrocución: *efecto electrofisiológico*. Ej: aparatos de electromedicina, sacrificio por electroshock del ganado.

Intensidad de la corriente eléctrica

Es el número de electrones que pasa por una sección transversal del conductor en un segundo. Este número es muy grande, por lo que resultaría poco práctico su uso como unidad de medida. Si consideramos la carga neta *q* que pasa por esa sección en un tiempo *t* la corriente eléctrica, supuesta constante, es:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{Coul}{s} = [A]$$

Si *q* se expresa en culombios y *t* en segundos, la *Intensidad* se expresará en amperios. Recordemos que la carga que posee un electrón vale 1.6 x 10^{-19} Coulombs [C] y que 1 Coulomb contiene 6.25×10^{18} electrones.

<u>Diferencia de potencial</u>

También llamada tensión eléctrica, es el trabajo necesario para desplazar una carga positiva unidad de un punto a otro en el interior de un campo eléctrico; en realidad se habla de diferencia de potencial entre ambos puntos (VA - VB). La unidad de diferencia de potencial es el voltio (V). Véase Electricidad.

Un generador de corriente eléctrica permite mantener una diferencia de potencial constante y, en consecuencia, una corriente eléctrica permanente entre los extremos de un conductor. Sin embargo, para una determinada diferencia de potencial, los distintos conductores difieren entre sí en el valor de la intensidad de corriente obtenida, aunque el campo eléctrico sea el mismo. Existe una relación de proporcionalidad, dada por la ley de Ohm, entre la diferencia de potencial entre los extremos de un conductor y la intensidad que lo recorre. La constante de proporcionalidad se denomina resistencia del conductor y su valor depende de su naturaleza, de sus dimensiones geométricas y de las condiciones físicas, especialmente de la temperatura.

La diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito se mide con un voltímetro, instrumento que se coloca siempre en derivación entre los puntos del circuito cuya diferencia de potencial se quiere medir.

Fuerza electromotriz

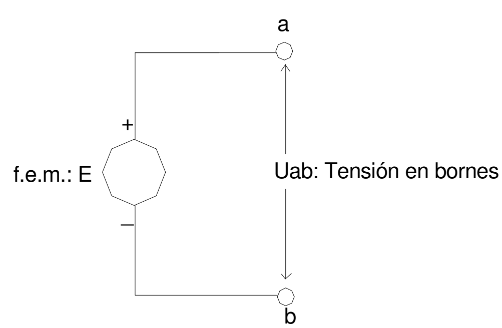
El trabajo realizado para mover la carga eléctrica en un conductor recibe el nombre de fuerza electromotriz, abreviadamente **fem**.

La fem es el trabajo que tiene que realizar el generador para que se muevan las cargas a través del circuito. Sea *q* las cargas que pasan por cualquier sección del circuito en un intervalo de tiempo determinado, y *T* el trabajo realizado por el generador; la fem viene dada por:

$$E = \frac{T}{q} = \frac{Julio}{Coul} = [V]$$

La unidad de la fem es el *voltio*, o sea que 1 voltio es el trabajo de 1 julio / 1 culombio. La fem es la causa del movimiento de las cargas dentro del propio generador, mientras que la diferencia de potencial es la causa del movimiento de las cargas en el resto del circuito.

Por lo tanto, un generador o fuente de energía de una determinada fem es un dispositivo que transforma energía química, mecánica, etc. en energía eléctrica. Esta se presenta manteniendo constante una diferencia de potencial entre los bornes del generador. Esta diferencia se denomina **tensión**, sobre todo en el estudio de circuitos eléctricos y se simboliza por *U*.

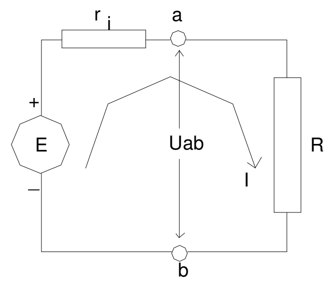


En una fuente ideal de tensión, E = U_{ab}, es decir que la fem entregada por el generador es igual a la tensión medida en bornes, independientemente de la intensidad de corriente del circuito cuando se coloque una carga. En una fuente real, U_{ab} < E en un circuito cerrado, debido a una caída de tensión interna propia de la fuente, cuyo valor depende de la naturaleza del generador, siendo de valor constante en las máquinas eléctricas que usan devanados o bobinas y variable con el tiempo y en aumento en el caso de las pilas o acumuladores.

Por lo tanto, para una fuente real se cumple que:

$$U_{ab} = E - I.r_i$$

donde E es la fem, I la intensidad de corriente del circuito y r_i la resistencia interna de la fuente. La figura muestra el sector de la fuente y de la carga R formando un circuito cerrado en el que se establece una intensidad de corriente I con su sentido de circulación convencional saliendo del polo positivo y retornando por el negativo, regenerándose luego por el interior de la fuente desde el borne negativo al positivo.



Ejemplo: determinar la tensión en bornes de un generador que tiene una fem de 12 Voltios, si posee una resistencia interna de 0.1 Ω y por el circuito se establece una intensidad de corriente de 1 Amper.

$$U_{ab} = E - I.r_i = 12\ [V] - 1\ [A].\ 0.1\ [\Omega] = 12\ [V] - 1\ [A].\ 0.1\ [V/A] = 11.9\ [V]$$

Si el circuito estaría abierto, I = 0, por lo tanto E = U_{ab} = 12 [V]. Se dice entonces que el generador o fuente está trabajando sin carga o en vacío. Para una fuente ideal r_i = 0 [Ω].

RESISTENCIA ELÉCTRICA

Propiedad de un objeto o sustancia que hace que se resista u oponga al paso de una corriente eléctrica. La resistencia de un circuito eléctrico determina —según la llamada ley de Ohm— cuánta corriente fluye en el circuito cuando se le aplica un voltaje determinado. La unidad de resistencia es el ohmio, que es la resistencia de un conductor si es recorrido por una corriente de un amperio cuando se le aplica una tensión de 1 voltio. La abreviatura habitual para la resistencia eléctrica es R, y el símbolo del ohmio es la letra griega omega, $[\Omega]$. En algunos cálculos eléctricos se emplea el inverso de la resistencia, 1/R, que se denomina conductancia y se representa por G. La unidad de conductancia es siemens, cuyo símbolo es S. Aún puede encontrarse en ciertas obras la denominación antigua de esta unidad, denominada también mho.

La Resistencia Eléctrica, R, es el grado de dificultad que presentan los distintos materiales al paso de la corriente eléctrica en función de su estructura y de su constitución. Tiene por unidad en el SI (Sistema Internacional de medidas) el ohmio que se simboliza con la letra griega minúscula omega $[\Omega]$. Así materiales con una resistencia pequeña serán buenos conductores, mientras que materiales con elevados valores de resistencia serán malos conductores eléctricos. Ejemplos de elementos de baja resistencia constituyen los conductores metálicos como el oro, la plata, el cobre, el aluminio, etc., mientras que los de alta resistencia se denominan aisladores o aislantes tales como el vidrio, las cerámicas, la porcelana, la mica, etc. Existen otros elementos resistivos de valor intermedio denominados semiconductores que se utilizan para la fabricación de dispositivos electrónicos como ser diodos, transistores y circuitos integrados que tienen como elemento de base el germanio o silicio, a los que se le agregan otros elementos para modificar o controlar su resistividad.

Resistencia de un conductor

La resistencia de un conductor viene determinada por una propiedad de la sustancia que lo compone, conocida como conductividad, por la longitud por la superficie transversal del objeto, así como por la temperatura. A una temperatura dada, la resistencia es proporcional a la longitud del conductor e inversamente proporcional a su conductividad y a su superficie transversal. Generalmente, la resistencia de un material aumenta cuando crece la temperatura.

El término resistencia también se emplea cuando se obstaculiza el flujo de un fluido o el flujo de calor. El rozamiento crea resistencia al flujo de fluido en una tubería, y el aislamiento proporciona una resistencia térmica que reduce el flujo de calor desde una temperatura más alta a una más baja.

La resistencia de un conductor está definida por la siguiente expresión:

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad [\Omega]$$

donde rho [ρ]se denomina coeficiente de resistividad del material y está definido en tablas para cada tipo de material, su dimensión física es [Ω.m], si la longitud del conductor se mide en metros y su sección normal al eje longitudinal en m^2. En algunos manuales, el valor de ρ se da como [Ω.m^2 /m], para l en metros y s en mm^2. De la fórmula, se infiere que la resistencia de un conductor es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección o área transversal.

Ejemplo: determinar la resistencia de un conductor de cobre de 100 metros de longitud y una sección de 1 mm^2.

El coeficiente de resistividad del cobre a una temperatura de 20º C vale 1.7241 x 10^{-8} [Ω.m].

$R = \rho \frac{l}{s}$ [Ω] = 1.7241 x 10^{-8} [Ω.m].100 [m]/ 10^{-6}[m^2]= 1.7241 [Ω]

Si este conductor fuera reemplazado por uno de aluminio puro, su resistencia valdría 2.66 Ω.

Ley de Ohm

Es la ley fundamental en el estudio de los distintos circuitos eléctricos, y recibe este nombre en honor del físico alemán George Simon Ohm (1787 – 1854).

Esta ley debe su importancia a que relaciona las tres magnitudes fundamentales de un circuito eléctrico: tensión, intensidad y resistencia eléctrica, y se expresan como:

$$R = \frac{U}{I} \; ; \; U = I.R \; ; \; I = \frac{U}{R}$$

- *U*, tensión en voltios [*V*].
- *R*, resistencia en ohmios [Ω].
- *I*, intensidad en amperios [*A*].

Esta ley permite, a partir de dos magnitudes conocidas, obtener la tercera. La primera ecuación puede expresarse como que la resistencia eléctrica de un elemento es proporcional a su tensión eléctrica aplicada e inversamente proporcional a la intensidad de corriente que lo atraviesa. La segunda, que la caída de tensión sobre un elemento es proporcional al valor óhmico del elemento y a la intensidad de corriente que los atraviesa.

La tercera, que la intensidad de corriente es función directa de la tensión aplicada al elemento e inversamente proporcional al valor óhmico de su resistencia eléctrica.

Resistencia Eléctrica y Temperatura

Se observa experimentalmente que la resistencia de un conductor depende de su temperatura ambiente en ºC y de su incremento o decremento de temperatura ΔT. La variación de la resistencia con la temperatura viene dada por la ecuación:

$$R_f = R_0(1+\alpha\Delta T)$$

Que nos da el valor final de la resistencia para un incremento de temperatura $\Delta T = T_f - T_i$ de un conductor si conocemos su valor inicial y final en ºC. R_0 es la resistencia a la temperatura inicial y α el coeficiente de corrección de temperatura que depende de la naturaleza del conductor [1/ºC].

El signo del coeficiente de temperatura α, nos indica en que sentido varía la resistencia. Si α es positivo, *R* aumenta o disminuye con el incremento o decremento de la temperatura, y si α es negativo *R* disminuye al aumentar la temperatura y viceversa. Estos tipos de resistores variables con coeficiente negativo de temperatura se denominan resistores no óhmicos, ya que no siguen la ley de Ohm.

Resistencias en Serie y en Paralelo

Por razones prácticas, cuando varias resistencias están interconectadas entre sí de cualquier forma, el conjunto se comporta como si fuese solamente una que se denomina **resistencia equivalente**, y se define como una resistencia tal que al aplicarle la misma diferencia de potencial que a dicha asociación es recorrida por la misma intensidad de corriente.

Se consideran dos formas de asociación de resistencias: **en serie** y **en paralelo**.

Dos o más resistencias están conectadas en serie cuando la corriente que circula por todas ellas es la misma, y que están conectadas en paralelo cuando todas ellas están sometidas a la misma diferencia de potencial.

Para calcular la resistencia equivalente al conjunto de resistencias de la figura de conexión en serie basta aplicar la siguiente fórmula:

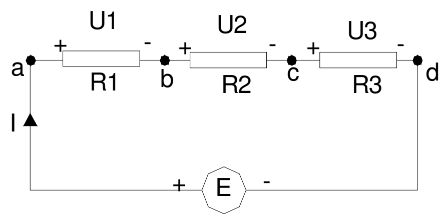
La resistencia equivalente de un sistema de resistencias conectadas en serie, se puede demostrar a partir de la Ley de Ohm que es igual a la suma de todas ellas.

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$$

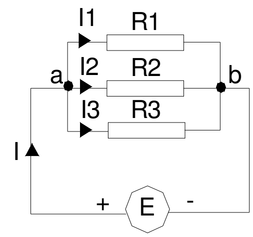
Para calcular la resistencia equivalente al conjunto de resistencias de la figura de conexión en paralelo aplicamos la siguiente fórmula:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

La inversa de la resistencia equivalente de un sistema de resistencias conectadas en paralelo se puede demostrar a partir de la Ley de Ohm, que es igual a la suma de las inversas de cada una de sus componentes. A partir de esta fórmula se puede encontrar la R equivalente, cuyo valor absoluto es menor que el valor de cualquiera de ellas.



Circuito con resistencias en serie



Circuito con resistencias en paralelo

Características de una conexión serie:

a La intensidad de corriente se mantiene constante por todo el circuito ya que:

$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = cons\tan te$; por otra parte, si R=R1+R2+R3, $I = \frac{E}{R}$, siendo E la fem de la fuente y R la resistencia equivalente de la serie.

b La suma de las caídas de tensión en cada una de las resistencias que se observa en la figura, es igual a la caída total sobre toda la serie o sea que: U = U1+U2+U3, donde U1 = I.R1, U2 = I.R2, U3 = I.R3 y U = E. Esta configuración es aprovechada en los circuitos eléctricos para diseñar divisores de tensión resistivos.

Ejemplo: Si el circuito anterior tiene una E = 100 Voltios, R1 = 50 Ohms, R2 = 30 Ohms y R3 = 20 Ohms, se pide determinar:

a La resistencia equivalente del circuito.

b La intensidad de corriente del circuito.

c Las caídas de tensión en cada una de las resistencias.

Desarrollo:

a R = R1+R2+R3 = 100 [Ω]

b $I = \frac{E}{R} = \frac{100[V]}{100[\Omega]} = 1[A]$

c $U_1 = I.R_1 = 1[A].50[\Omega] = 50[V]; U_2 = I.R_2 = 1[A].30[\Omega] = 30[V]$;
$U_3 = I.R_3 = 1[A].20[\Omega] = 20[V]$. Si sumamos todas estas caídas de tensión, comprobaremos que $E = U_1 + U_2 + U_3 = 100[V]$, lo cual demuestra que el circuito serie es un divisor de tensiones (Segunda Ley Kirchoff de las tensiones para una malla cerrada).

Características de una conexión en paralelo:

1. La tensión sobre todas las resistencias del paralelo se mantiene constante ya que: $U = I_1.R_1 = I_2.R_2 = I_3.R_3 = cons\tan te$, siendo U = E.

2. La suma de las intensidades de corriente sobre cada una de las resistencias que se observa en la figura, es igual a la intensidad de corriente total I sobre el nodo de

unión de las tres resistencias o sea: $I = I_1 + I_2 + I_3$; donde $I_1 = \frac{U}{R_1}$, $I_2 = \frac{U}{R_2}$, $I_3 = \frac{U}{R_3}$, $I = \frac{U}{R}$, siendo U = E y R la resistencia equivalente del paralelo de resistencias. Esta configuración es también aprovechada en los circuitos eléctricos para el diseño de divisores de corriente resistivos.

Ejemplo: Se tiene una conexión en paralelo de 3 resistencias cuyos valores son 50 Ω, 30 Ω y 20 Ω respectivamente, las que están conectadas a una fuente de 100 voltios. Se pide determinar:

a La resistencia equivalente de la conexión.

b La intensidad total de corriente del circuito.

c Las intensidades de corriente en cada una de las resistencias.

Desarrollo:

a
$$R = \frac{R_1.R_2.R_3}{R_1.R_2 + R_2.R_3 + R_1.R_3} = \frac{50x30x20[\Omega^3]}{50x30[\Omega^2] + 30x20[\Omega^2] + 50x20[\Omega^2]} =$$
$$\frac{30000[\Omega^3]}{1500[\Omega^2] + 600[\Omega^2] + 1000[\Omega^2]} = \frac{30000[\Omega^3]}{3100[\Omega^2]} = 9.67[\Omega]$$

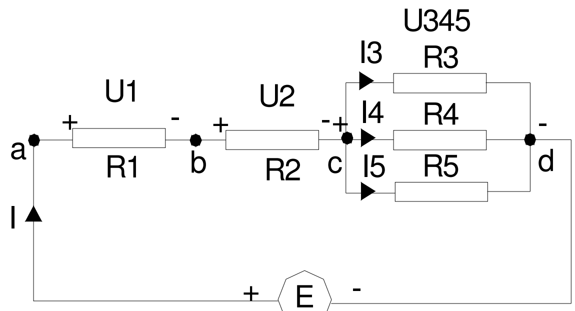
b
$$I = \frac{E}{R} = \frac{100[V]}{9.67[\Omega]} = 10.34[A]$$

c
$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{100[V]}{50[\Omega]} = 2[A]; I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{100[V]}{30[\Omega]} = 3.33[A]; I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{100[V]}{20[\Omega]} = 5[A]$$

Si sumamos todas estas corrientes, comprobaremos que $I = I_1 + I_2 + I_3 = 10.34[A]$ (por aproximación) que verifica la primera Ley de Kirchoff de las corrientes en un nodo de unión de dos o más elementos y la división de las corrientes. Además, el valor de la resistencia equivalente del paralelo es menor que el valor de cualquiera de ellas.

Circuitos Mixtos

Se denominan así los circuitos semejantes al de la figura siguiente, que tienen conexiones en serie y en paralelo.



Circuito mixto

Para hallar la resistencia equivalente *R* del circuito mixto, se calcula primero *R'* equivalente del sistema en paralelo (R_3, R_4, R_5) y esta *R'* sumada con las R_1, R_2 que están conectadas en serie con ella nos dan la *R* buscada.

Ejemplo: si en el circuito anterior R1 = 50 Ω, R2 = 30 Ω y R3 = R4 = R5 = 60 Ω y la fem E = 100 V. Determinar:

a La resistencia equivalente del circuito.

b La intensidad de corriente total del circuito.

c Las caídas de tensión sobre cada una de las resistencias.

d Las corrientes en R3, R4 y R5.

Desarrollo:

a Para determinar el equivalente total, separamos el circuito en dos partes, encontramos primero el equivalente serie de R1 con R2 que denominaremos R_{12} y luego el equivalente paralelo de R3 con R4 y R5 que denominaremos R_{345}.

R_{12} = R1 + R2 = 80 Ω; R_{345} = R3/3 = 60 Ω/3 = 20 Ω por ser las tres iguales en paralelo.

Finalmente, R = R_{12} + R_{345} = 100 Ω por ser una serie.

b $I = \dfrac{E}{R} = \dfrac{100[V]}{100[\Omega]} = 1[A]$

c $U_1 = I.R_1 = 1[A].50[\Omega] = 50[V]$; $U_2 = I.R_2 = 1[A].30[\Omega] = 30[V]$; $U_{345} = I.R_{345} = 1[A].20[\Omega] = 20[V]$ que es la tensión sobre cada una de las resistencias del equivalente paralelo formado por R3, R4 y R5, por lo tanto, $U_3 = U_4 = U_5 = 20[V]$. Se verifica que $E = U_1 + U_2 + U_{345} = 100[V]$

d $I_3 = \dfrac{U_3}{R_3} = \dfrac{20[V]}{60[\Omega]} = 0.33[A]$; $I_3 = I_4 = I_5 = 0.33[A]$. Se verifica que $I = I_3 + I_4 + I_5 = 1[A]$ (por aproximación).

ENERGÍA Y POTENCIA DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

El principio de conservación de la energía aparece de nuevo si consideramos la producción de calor cuando la corriente eléctrica circula por un conductor.

Sabemos que al dejar caer libremente una piedra en el vacío, ésta va aumentando su velocidad de tal manera que la pérdida de energía potencial es igual al incremento de energía cinética.

Sin embargo, si realizamos esta experiencia en el agua observamos que a partir de una velocidad determinada (velocidad límite) la energía cinética permanece constante.

Podríamos pensar que al descender la piedra en el seno del agua, aunque disminuye su energía potencial no aumenta su energía cinética, por consiguiente en este caso no se cumple el principio de conservación de la energía. Pero lo que sucede realmente es que la energía potencial perdida se transforma íntegramente en calor y por tanto se verifica el principio de conservación de la energía.

En un conductor eléctrico sucede algo parecido, pues los electrones se mueven a velocidad constante. La energía potencial que van perdiendo los electrones al moverse por un conductor se transforma íntegramente en calor al chocar éstos con los iones de las moléculas que constituyen el conductor. El calor que desprende este conductor es la manifestación externa de que en su interior están vibrando con mayor amplitud los iones.

Expresión de la Energía y de la Potencia Eléctrica

Si consideramos a la fuerza electromotriz (fem) y la diferencia de potencial (tensión) (ddp), respectivamente, como una causa y su efecto, podemos decir que un generador posee una fem (causa) si a circuito abierto da lugar a una ddp (efecto) entre sus terminales.

Por tanto, afirmamos que entre los electrodos terminales de una pila (generador estático) aparece una ddp porque existe en ella una fem que la produce, provocando en un borne un exceso de cargas y en el otro un defecto que se simbolizan como positivo y negativo.

En un generador de corriente eléctrica, cuantitativamente, se define la fem como el cociente entre la energía τ que produce y la cantidad de electricidad Q que por él circula, o bien el trabajo sobre las cargas.

$$E = \frac{T}{Q} = \frac{J}{Coul} = [V]$$

La fem de una fuente se mide en voltios [V] y 1[V] = 1[J]/1[C].

Como $Q = I.t$, por lo tanto la potencia cedida por el generador será: $P = \frac{T}{t} = E.I$, siendo E la fem en Voltios e I la intensidad de corriente en Amperes que demanda el circuito, o bien:

$$P = \frac{T}{t} = \frac{J}{s} = [W] \text{ ; También: } P = U.I = V.A = [W]$$

Para la potencia de la carga o receptor que sería una potencia absorbida.

Otras formas de expresar la potencia a partir de la Ley de Ohm son:

$P = I^2.R$ y $P = \frac{U^2}{R}$ respectivamente. La potencia se expresa siempre en vatios en homenaje al físico James Watt [W], la energía en julios [J] y el tiempo en segundos y 1 [W] = 1 [J]/1[s].

La energía eléctrica consumida por un dispositivo se define también como: $\varepsilon = \tau$ ya que la energía es equivalente al trabajo realizado por el dispositivo.

$$\varepsilon = P.t = U.I.t \text{ [J]}$$

donde la energía de 1 Julio es también la potencia desarrollada o consumida de 1 vatio durante 1 segundo. Existen otras unidades prácticas como el [Kw-h] para medir la energía consumida por un dispositivo, mediante instrumentos denominados contadores de energía eléctrica.

En un circuito cerrado se verifica que la potencia suministrada por el generador es igual a la suma de las potencias de todos los consumidores o cargas independientemente que se encuentren en serie o en paralelo, es decir:

$$P_G = P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n \text{ [W]}$$

Para el ejemplo del circuito serie, determinar la potencia del generador y de los consumidores.

$P_G = E.I = 100[V].1[A] = 100[W]$; $P_1 = I^2.R_1 = 1x1[A^2].50[\Omega] = 50[W]$

$P_2 = I^2.R_2 = 1x1[A^2].30[\Omega] = 30[W]$; $P_3 = I^2.R_3 = 1x1[A^2].20[\Omega] = 20[W]$

Se verifica que $P_G = P_1 + P_2 + P_3 = 100[W]$

CORRIENTE ALTERNA

La energía eléctrica llega a nuestros hogares es en forma de corriente alterna: sus magnitudes, tensión e intensidad, cambian de sentido *f* veces por segundo. A *f* se le llama **frecuencia** y se mide en ciclos/segundo (hertzios Hz). Los valores de la tensión y de la intensidad de corriente varían a lo largo de un ciclo y el valor que tienen en cada instante recibe el nombre de **valor instantáneo** de la tensión y la corriente, los cuales vienen dados para una onda sinusoidal como:

$$i(t) = I_m sen(2\pi ft)$$
$$u(t) = U_m sen(2\pi ft)$$

donde I_m y U_m son los **valores máximos** de la intensidad y de la tensión alterna. Este hecho se debe a que los alternadores, o sea las máquinas que nos proporcionan la energía eléctrica, no son otra cosa que bobinas girando en un campo magnético.

Toda la problemática que aparece en el estudio de la corriente alterna se debe a que las magnitudes eléctricas varían con el tiempo. El instrumento de medida que nos proporciona los valores instantáneos es el osciloscopio de rayos catódicos, mientras que los aparatos de medida de bobina móvil en circuitos, de corriente alterna, dan la medida en **valores eficaces** o **efectivos**, que se designan por *I* y por *U*.

Diremos que una corriente alterna tiene una intensidad de corriente efectiva de 1ª, cuando una resistencia situada en su recorrido disipa la misma potencia que una corriente continua de 1ª.

Los valores efectivos se calculan hallando el promedio cuadrático en un ciclo [rms], su valor es de 1/√2 del valor máximo. Este valor está calculado para una corriente alterna sinusoidal, si cambia la forma de la onda tendremos que cambiar el factor de conversión. Para la corriente:

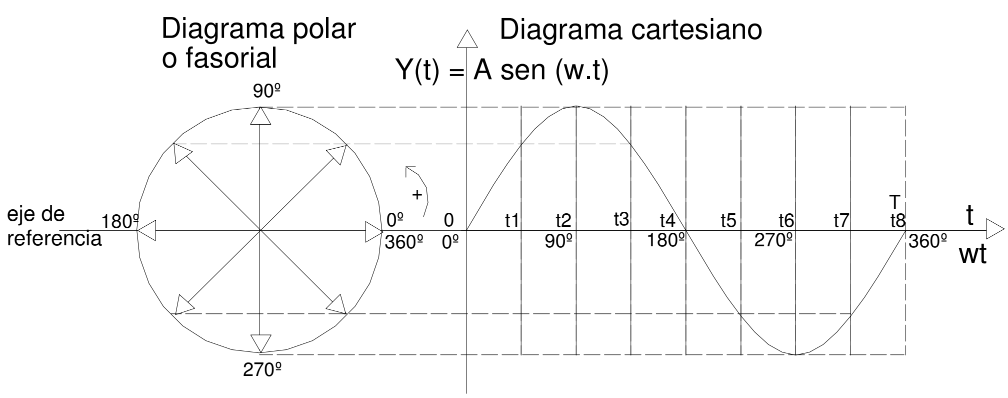
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

y para la tensión:

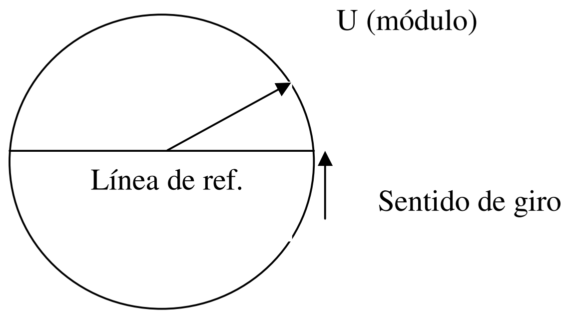
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

Representación Vectorial de magnitudes alternas

Supongamos que un vector *A* con su origen fijo en un punto *O* gira en sentido antihorario (sentido positivo) con velocidad constante omega mayúscula ϖ (ver figura). La componente (y) del vector en un instante t_1, viene dada por y_{A1}=A.senϖ.t_1, y en otro instante distinto t_2, vendra dada por y_{A2}=A.sen ϖ.t_2, por tanto, la magnitud de la proyección será distinta. En la figura, podemos observar que en el eje x, el ángulo $\varphi = \varpi . t$, donde $\varpi = 2\pi . f = \frac{2\pi}{T}$, siendo $\underline{\varpi}$ la pulsación angular en [radianes/segundo], f la frecuencia en Hertz y T el período de la onda en segundos. El valor arbitrario de t representa la variable independiente en el tiempo de la función. Podemos representar la magnitud sinusoidal por la proyección en una línea fija del vector rotativo o fasor que gira a velocidad constante ϖ instante a instante sobre el eje y. De igual manera, procediendo a la inversa, es decir dada una función sinusoidal f(t) representada en el tiempo podemos prescindir de la misma tomando solamente su valor máximo o eficaz (rms) y el ángulo de fase inicial de la función para representar sus valores característicos a través de una representación vectorial o polar con un módulo de valor U_{max} o U efectivo y un argumento φ que representa la fase inicial de la función, tomada como positiva en el sentido antihorario y negativa en el sentido horario, a partir de una línea horizontal o vertical de referencia. Lo mismo vale para representar la corriente i(t) de un circuito de corriente alterna. Una magnitud de tensión alterna se puede expresar como u = U_m $\underline{/\varphi}$, o bien u = U $\underline{/\varphi}$ (la barra no tiene el significado de división, sino de separación de dos parámetros diferentes).



En la siguiente figura, se representa una magnitud de tensión alterna en forma polar con su módulo y argumento respecto a una línea de referencia en sentido anti horario donde se considera el punto de arranque de la onda y el círculo de rotación representado por su amplitud máxima. Este vector rotatorio gira a una velocidad angular constante de valor ω.



Esta representación es de gran utilidad para efectuar operaciones vectoriales de multiplicación o división de magnitudes alternas, ya que simplemente se opera en forma aritmética con los módulos y en forma separada con los argumentos. Para el caso de la multiplicación se suman los argumentos, y en la división se restan. También es aplicable en la representación de impedancias cuando se mantiene constante la frecuencia de trabajo del circuito y por consiguiente, cuando se opera con la Ley de Ohm.

Por ejemplo $\vec{U} = 100|45^o$ [V] significa un vector tensión eficaz de módulo 100 y fase inicial de 45º tomando como referencia una línea horizontal y un sentido de giro contrario a las agujas de un reloj. Esta representación vectorial es equivalente a expresar: $u(t) = U_m.sen(2\pi.f.t + \pi/4) = \sqrt{2}.100.sen(2\pi.f.t + \pi/4)$ en una representación cartesiana de la tensión alterna en función del tiempo.

Impedancia

La impedancia es la resistencia que ofrece un circuito eléctrico a la corriente alterna y se representa con la letra Z, siendo su unidad el ohmio $[\Omega]$. Recordemos que para la corriente continua, la resistencia, mediante la ley de Ohm se define como $R = \frac{U}{I}$. Supongamos que para la corriente alterna el máximo valor de la tensión en un circuito es U_m y que el máximo valor de la corriente en dicho circuito es I_m. La impedancia Z del circuito está definida por la relación:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$$

donde U e I son los valores eficaces. Las unidades en que se expresa la relación anterior son:

$$Z[\Omega] = \frac{U[V]}{I[A]}$$

Conviene notar que:

a Z tiene el mismo papel en el circuito de corriente alterna que R en el circuito en corriente continua, esto es, ofrecer una oposición al paso de la corriente alterna.

b Debido a que los valores máximos de la tensión U_m y de la corriente, I_m se dan, generalmente, en instantes distintos, no es cierto que $Z = \frac{u}{i}$, donde *u*, e *i* son los valores instantáneos.

c Z depende de la frecuencia y de los valores de los componentes del circuito: es decir, de la resistencia (*R*), de la autoinducción (*L*) y de la capacidad (*C*).

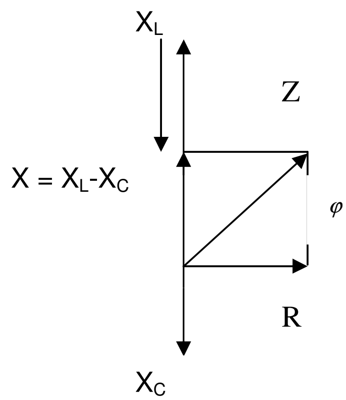
d Siempre se verifica que $Z>=R$.

e Z puede representarse en forma polar o vectorial como:

$$\vec{Z} = |Z| \angle \varphi \ \ [\Omega]$$

onde el módulo vale: $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$, X = X_L- X_C, $X_L = 2\pi.f.L$ y $X_C = \dfrac{1}{2\pi.f.C}$.

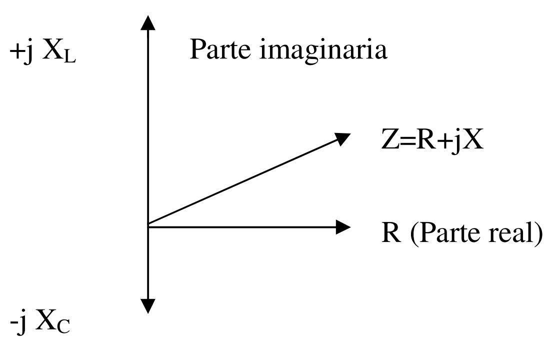
y el argumento: $\varphi = \pm arctg \dfrac{X}{R}$



- Z puede representarse también como una variable compleja expresada como:

$$\vec{Z} = R \pm jX \ \ [\Omega]$$

donde R (parte real) representa la parte resistiva del circuito $[\Omega]$ y j X (parte imaginaria) representa la parte reactiva del circuito $[\Omega]$: X = X_L-X_C . Es positiva si $X_L > X_C$, negativa si $X_L < X_C$ y cero si $X_L = X_C$. La reactancia inductiva se denomina X_L $[\Omega]$ y es función directa de la frecuencia de trabajo [Hz] y del coeficiente L (Henrios:[Hy]) de autoinducción del inductor o bobina. La reactancia capacitiva se denomina X_C $[\Omega]$ y es función inversa de la frecuencia de trabajo [Hz] y de la capacidad C [F] del condensador.



Ejemplo: una carga RLC tiene los siguientes valores: R = 50 Ω, $X_L = 100\Omega$, $X_C = 50\Omega$. Representar la impedancia de carga con el módulo y argumento de la función y como un número complejo.

a Representación vectorial o polar:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{50^2 + 50^2} = 70.7\Omega$$

$\varphi = \pm arctg \dfrac{X_L - X_C}{R} = \pm arctg(1) = +45^o = +\pi / 2$ adopto el signo + por ser XL>XC

$$\vec{Z} = 70.7 \ |45^o [\Omega]$$

b Representación como una magnitud compleja:

$\vec{Z} = R \pm jX = 50 + j50 \ [\Omega]$ donde: $X = X_L - X_C$

LA CAPACIDAD ELÉCTRICA

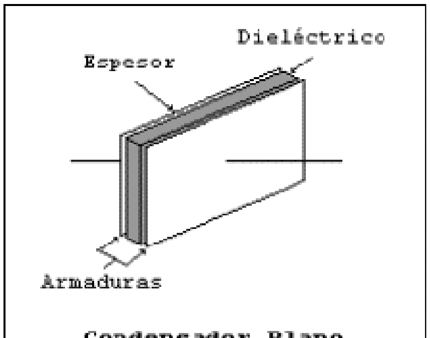
El descubrimiento del condensador fue casual, como gran parte de los adelantos científicos.

Cúneus, en 1746, quiso electrizar el agua de una botella, para lo cual introdujo el polo positivo de una máquina electrostática dentro de la botella, mientras que con la otra mano sostenía la misma.

Se generó corriente eléctrica y al intentar sacar el polo positivo experimentó una violenta conmoción.

Capacidad de un Condensador

Un **condensador** es un componente metálico, separado por un aislante o dieléctrico, que sirve para almacenar una gran cantidad de electricidad sobre una superficie relativamente pequeña.



Condensador Plano

También se pueden definir los condensadores como dispositivos formados por dos placas o láminas conductoras separadas por un dieléctrico, construidos especialmente para ofrecer una capacidad determinada.

El modelo más representativo es el condensador plano, que consta de dos láminas metálicas llamadas armaduras, colocadas paralelamente y separadas por un dieléctrico, como se ve en la figura anterior. Su capacidad, en función de los elementos constitutivos está definida como:

$$C = \varepsilon_0 . \varepsilon_r . \frac{A}{d}$$

Donde C es su capacidad medida en Faradios [F], ε_0 es una constante física que vale 8.9 x 10^{-12} [F/m] que se denomina constante de permitividad del vacío, ε_r se denomina constante de permitividad del medio respecto al vacío y tiene diferentes valores para cada tipo de dieléctrico (para el aire un valor aproximado a uno, y para otros medios aislantes, mayor que uno), A es el área de enfrentamiento de las placas en m^2 y d la separación de las placas en metros.

Ejemplo: calcular la capacidad de un condensador de placas planas que tiene un área de 1 m^2 y una separación de 1 mm si tiene un dieléctrico de aire.

$$C = \varepsilon_0 . \varepsilon_r . \frac{A}{d} = 8.9x10^{-12}[\frac{F}{m}].1.1.[\frac{m^2}{10^{-3}m}] = 8.9x10^{-9}[F] = 8.9[nF]$$

Si a este capacitor se le coloca un dieléctrico por ejemplo de mica, la capacidad del mismo se duplica ya que $\varepsilon_r = 2$.

Se define la **capacidad eléctrica de un condensador** como el cociente entre la carga de una de las armaduras y la tensión o diferencia de potencial que existe entre las mismas. Es decir:

$$C = \frac{Q}{U}$$

en la cual: C = capacidad (F), Q = carga [C] y U = ddp entre las placas [V].

Unidades de Capacidad

De la ecuación $C = \frac{Q}{U}$ se deduce que la capacidad en el SI se expresa en Culombios / voltios. La capacidad de un culombio por voltio se denomina **faradio** en honor a Michael Faraday.

Se dice que la capacidad de un condensador es un faradio cuando al aplicar entre sus armaduras una diferencia de potencial de un voltio la carga transmitida de una a otra es de un columbio.

Como el faradio es una unidad muy grande, en la práctica se utilizan submúltiplos del mismo, siendo las más usuales:

- 1µF (microfaradio) = 10^{-6} F.
- 1nF (nanofaradio) = 10^{-9} F.
- 1pF (picofaradio) = 10^{-12} F.

Ejemplo: determinar la capacidad eléctrica de un condensador que almacena la carga de 1 μC si entre las placas hay una diferencia de potencial de 1000 voltios.

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1[\mu C]}{1000[V]} = 10^{-3}[\mu F]$$

Conexión de capacitores

Los capacitores se pueden conectar en serie, paralelo y mixto, según las necesidades del circuito. En el caso de una conexión serie, se puede demostrar que la recíproca de la capacidad equivalente, es igual a la suma de las recíprocas de cada una de las capacidades individuales:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+...+\frac{1}{C_n}$$

Para el caso de la conexión en paralelo de condensadores, también se puede demostrar que la capacidad equivalente es igual a la suma de las capacidades individuales de cada condensador.

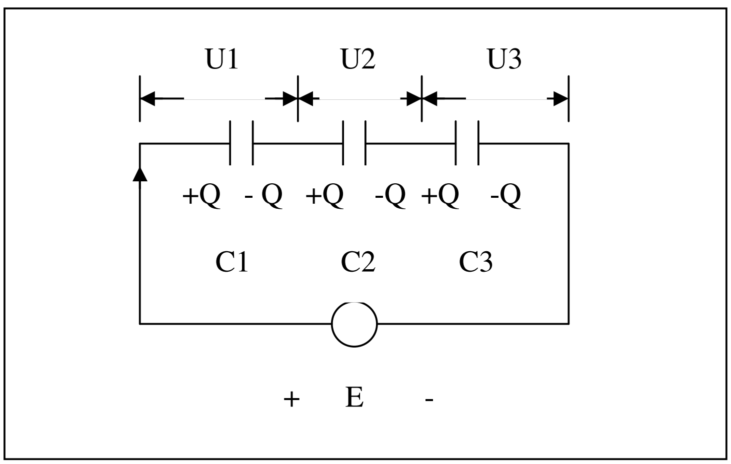
$$C=C_1+C_2+C_3+...+C_n$$

Como se puede observar, estas fórmulas no son similares al agrupamiento de resistores,, debido al comportamiento físico de los condensadores en el circuito durante los procesos de carga y polarización de los mismos.

Ejemplo 1: se tiene 3 condensadores conectados en serie cuyas capacidades son 50 μF , 30 μF y 20 μF respectivamente a una fuente de 1000 voltios. Se pide determinar:

1. La capacidad equivalente de la serie.
2. La carga eléctrica del circuito equivalente.
3. Las tensiones en cada uno de los capacitores de la serie.

Desarrollo: primero presentaremos el circuito y luego vamos a sacar conclusiones.



Al cerrar el circuito se establece una corriente que sale convencionalmente del borne positivo de la fuente y carga simultáneamente a C1, C2 y C3 y retorna por el borne negativo de la misma. Esta corriente, hasta que se extingue, luego de un tiempo largo, polariza a cada uno de los condensadores con una carga neta Q que se mantiene constante en toda la serie. Esta carga neta Q se presenta en la primera placa del condensador C1 como +Q y en la última placa del condensador C3 como –Q. En las placas conectadas eléctricamente entre C1 y C2, aparece una carga +Q y –Q que se neutralizan y lo mismo ocurre entre las placas unidas entre C2 y C3 que también se neutralizan. En consecuencia, existe solamente una diferencia de potencial en cada uno de los condensadores cuyo valor dependerá de la capacidad de cada uno de ellos. La suma de estas diferencias de potencial serán igual a la fem de la fuente, por lo que el circuito se comporta como un divisor de tensión capacitivo.

1. $C = \dfrac{C_1.C_2.C_3}{C_1.C_2 + C_2.C_3 + C_1.C_3} = \dfrac{50x30x20[\mu F]^3}{50x30[\mu F]^2 + 30x20[\mu F]^2 + 50x20[\mu F]^2}$

$= \dfrac{30000[\mu F]^3}{1500[\mu F]^2 + 600[\mu F]^2 + 1000[\mu F]^2} = \dfrac{30000[\mu F]^3}{3100[\mu F]^2} = 9.67\mu F$

2. $Q = C.E = 9.67[\mu F].1000[V] = 9670\mu C$

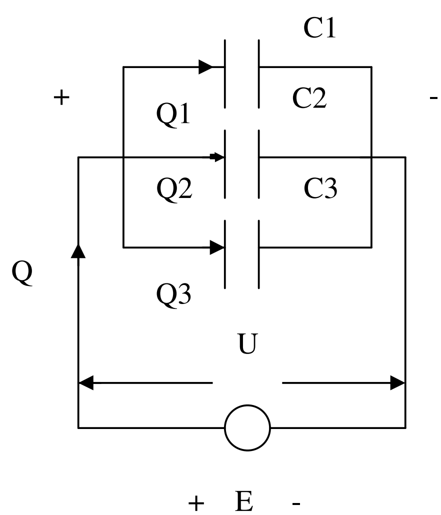
3. $U_1 = \dfrac{Q}{C_1} = \dfrac{9670[\mu C]}{50[\mu F]} = 193.4[V]$; $U_2 = \dfrac{Q}{C_2} = \dfrac{9670[\mu C]}{30[\mu F]} = 322.33[V]$

$U_3 = \dfrac{Q}{C_3} = \dfrac{9670[\mu C]}{20[\mu F]} = 483.5[V]$; se verifica que $E = U_1 + U_2 + U_3 = 1000[V]$ por aproximación.

Ejemplo 2: se tiene una conexión en paralelo de condensadores, cuyos valores son C1= 50 μF , C2 = 30 μF y C3 = 20 μF respectivamente conectados a una fuente 1000 voltios. Se desea determinar:

1. La capacidad equivalente de la conexión.
2. La carga total del equivalente.
3. Las cargas en cada uno de los capacitores.

Desarrollo: presentaremos primero el circuito y luego sacaremos conclusiones.



Cuando se cierra el circuito, se establece una corriente que carga simultáneamente a los tres capacitores a través de un punto común de unión o nodo indicado por las flechas.

De esta manera, cada uno de los condensadores queda polarizado con las polaridades de la fuente y con una diferencia de potencial U = E.

La carga que toma cada uno de ellos por efecto de la corriente, es proporcional a sus respectivas capacidades y a la tensión aplicada que es común a todos. Por lo tanto, la carga total Q será igual a la suma de las cargas requeridas por cada uno de los condensadores.

1. $C = C_1 + C_2 + C_3 = 50[\mu F] + 30[\mu F] + 20[\mu F] = 100\mu F$

2. $Q = C.U = 100[\mu F].1000[V] = 10^5 \, \mu C$

3. $Q_1 = C_1.U = 50[\mu F].1000[V] = 50000\mu C$
$Q_2 = C_2.U = 30[\mu F].1000[V] = 30000\mu C$
$Q_3 = C_3.U = 20[\mu F].1000[V] = 20000\mu C$
$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 100000\mu C$

De esta manera, se verifica que un circuito en paralelo de condensadores se utiliza como divisor de cargas, de manera similar a los divisores de corriente resistivos,

Constante de tiempo de un capacitor

Se define la constante de tiempo de un condensador como el tiempo que necesita para alcanzar una determinada carga Q [C]. Ese tiempo está condicionado por la resistencia eléctrica que ofrece el circuito. Se expresa como:

$$\tau = C.R \quad [\frac{Coul}{V}.\frac{V}{A}] = [\frac{A.s}{A}] = [s]$$

siendo τ el tiempo en segundos, C = capacidad [F] y R = resistencia [Ω].

La carga del condensador está definida por una función exponencial de la forma:

$$Q = Q_0(1 - e^{-(t/\tau)})$$

siendo Q_0 = C.U, C la capacidad [F] y U la ddp entre las placas [V]; $\tau = C.R$ y t la variable independiente de tiempo. Obsérvese que para t = 0, Q $\to$ 0 y para t $\to \infty$, $Q \to Q_0$.

De igual manera, la descarga del condensador también está dada por una función exponencial de la forma:

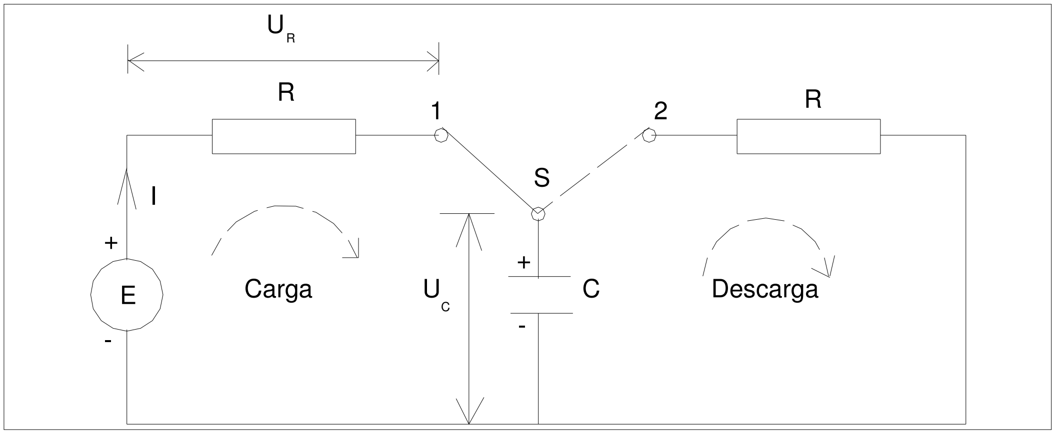
$$Q = -Q_o.e^{-(t/\tau)}$$

donde: para t = 0, Q = - Q_0 y para $t \to \infty$, $Q \to 0$.

En la práctica, para t = 4.τ se alcanza el 99 % de la carga final C.U en el proceso de carga del condensador. De igual manera, para t = 4.τ se alcanza casi la descarga total del condensador en el proceso de descarga.

Lo expresado anteriormente, puede resumirse en el siguiente esquema de circuito y los gráficos de funciones.

Durante el proceso de carga, la llave conmutadora “S” que se encuentraba en la posición 2, pasa a la posición 1. Si el condensador C inicialmente estaba totalmente descargado, se



i

inicia el proceso de carga a través de una corriente de la forma:

$$I = I_0.e^{-(t/\tau)}$$

donde I_0= E / R = U_R / R, teniendo en cuenta que inicialmente U_C = 0. A medida que transcurre el tiempo, para $t \to \infty$, $I \to 0$, el condensador ha alcanzado su plena carga Q = C.E, y por tanto su máxima tensión entre placas ya que $U_C \to E$ y $U_R \to 0$ cuando I = 0.

El proceso de descarga se inicia cuando pasamos ahora a “S” a la posición 2. El condensador está ahora cargado con una carga Q = Q_{max} = C.E y una diferencia de potencial entre sus placas de U_C = E. Como el valor de R es el mismo para ambas ramas del circuito respecto al condensador, el tiempo de descarga es igual al tiempo de carga. La corriente de descarga del condensador es ahora:

$$I = -I_0.e^{-(t/\tau)}$$

Ejemplo: un circuito RC tiene una resistencia de 1000 Ω y un capacitor de 1 μF conectados en serie a una fuente de tensión 1000 voltios, si inicialmente el condensador estaba totalmente descargado, se quiere determinar:

1. La constante de tiempo del circuito.
2. El valor de Q para t = 0, t = τ , t = 4τ y t $\to \infty$.
3. El valor de I para t = 0, t = τ , t = 4τ y t $\to \infty$.

Desarrollo:

1. τ = R.C = 1000 [Ω].10-6[F]= 10-3[s]
2. $Q = Q_0(1-e^{-(t/\tau)}) = C.E(1-e^{-(t/\tau)}) = 10^{-3}(1-e^{-(t/\tau)})$ [C]

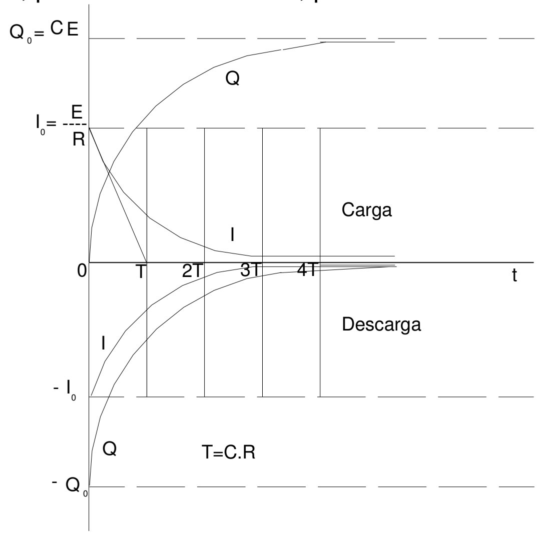
   para t = 0, Q = 0; para t = τ $Q = 10^{-3}(1-\frac{1}{e}) = 0.63x10^{-3}[C]$ el condensador alcanza el 63% de su carga total.

   para t = 4τ $Q = 10^{-3}(1-\frac{1}{e^4}) = 0.98x10^{-3}C$ el condensador alcanza el 98% de su carga total.

   para t $\to \infty$ $Q = Q_0 = 10^{-3}C$ el condensador alcanza el 100% de su carga total.

3. $I = I_0.e^{-(t/\tau)} = \frac{E}{R}.e^{-(t/\tau)} = \frac{1000[V]}{1000[\Omega +}.e^{-(t/\tau)} = 1.e^{-(t/\tau)}[A]$

para t =0 $I = 1A$; para t = τ $I = 0.36A$; para t = 4τ $I = 0.01A$; para t $\rightarrow \infty$ $I = 0A$



REACTANCIA CAPACITIVA DE UN CONDENSADOR

Si en un circuito de corriente alterna se coloca un capacitor la intensidad de corriente es proporcional a la capacidad del condensador y a la velocidad de variación del voltaje en el mismo. Por tanto, por un capacitor cuya capacidad es de 2 microfaradios pasará el doble de intensidad que por uno de 1 microfaradio. En un capacitor ideal, el voltaje está totalmente desfasado con la intensidad. Cuando el voltaje es máximo no fluye corriente, porque la velocidad de cambio de voltaje es nula. La intensidad de corriente es máxima cuando el voltaje es nulo, porque en ese punto la velocidad de variación del voltaje es máxima. A través de un capacitor circula corriente de una determinada intensidad, aunque no existe una conexión eléctrica directa entre sus placas, porque el voltaje de una placa induce una carga opuesta en la otra. Este desfasaje de la corriente alterna a través del condensador, respecto a la tensión alterna aplicada se mantiene constante en un valor de 90º o de $\pi / 2$ radianes, provocando un adelanto de la función corriente en el circuito respecto a la función tensión. Estos fenómenos de carga y descarga del condensador provocados por la corriente, ocurren cada cuarto de ciclo del período de la tensión y durante medio ciclo, polarizando el condensador desde cero a un valor máximo durante el proceso de carga y provocando la descarga desde un valor máximo a cero. Para el otro medio ciclo, la tensión se invierte, polarizando el condensador desde un valor cero a un valor máximo negativo durante el proceso inverso de carga y desde un valor máximo negativo a un valor cero durante la descarga.

Si la tensión aplicada es de la forma :

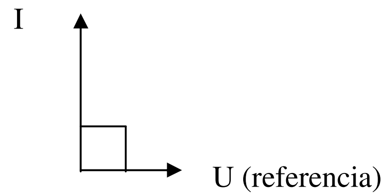
$$u(t) = U_m sen\omega.t \text{ e } i(t) = C\frac{du(t)}{dt} = \omega.C.U_m \cos\omega.t = \frac{U_m}{X_C}\cos\omega.t$$

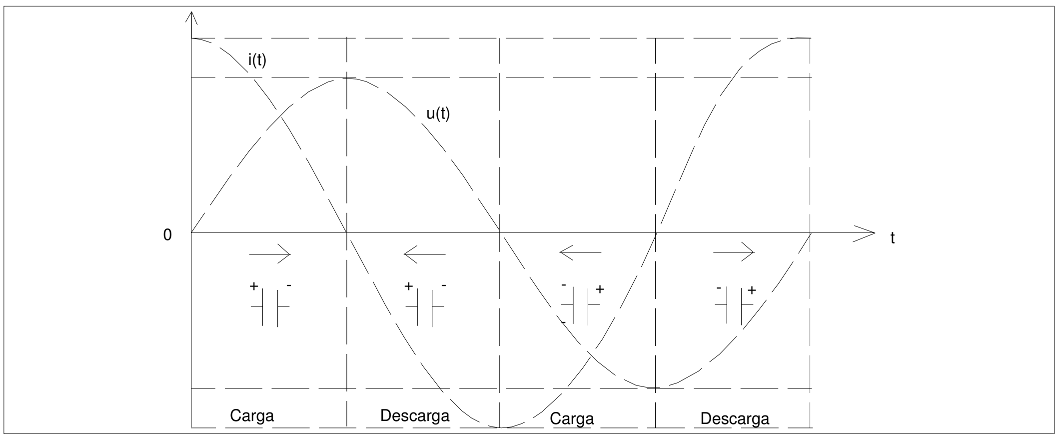
$$i(t) = \omega.C.U_m sen\omega.t + \pi / 2 = I_m sen\omega..t + \pi / 2 \text{ [A]}$$

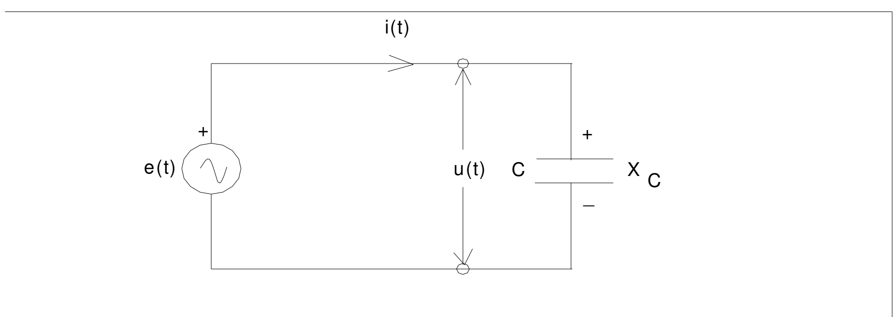
$\omega = 2\pi.f$ [RADIANES/SEGUNDO] Y $X_C = \dfrac{1}{\omega.C}$ **[Ω]** se denomina reactancia capacitiva del condensador en C.A.

En el gráfico siguiente se muestran las funciones u(t) e i(t) en el condensador donde se observa el desfasaje entre ambas y los procesos de carga y descarga en cada cuarto de ciclo del período de la tensión.

En el siguiente gráfico polar se observa el adelanto de la corriente en el capacitor en un circuito de C.A respecto a la tensión aplicada. Sentido antihorario.







Ejemplo: para el circuito capacitivo puro anterior determinar la intensidad de corriente si C = 1 μF , U = 220V y f = 50Hz.

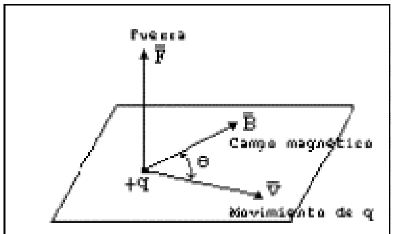
Desarrollo: aplicando la ley de Ohm para un circuito de C.A. tenemos que la tensión arranca con fase cero y la reactancia capacitiva, como ya vimos, se representa con fase negativa de valor $-\pi/2$. Los módulos de la función tensión y función reactancia se dividen y los argumentos se restan. Esta operatoria es muy útil para la aplicación directa de la Ley de Ohm.

$I = \frac{|U||0}{|X_C||-\pi/2} = \frac{|U|}{|X_C|}\Big|0-(-\pi/2) = \frac{220}{3183}\big|\pi/2 = 0.069\big|\pi/2[A]$, o sea que la corriente adelanta respecto a la tensión aplicada en un valor $\pi/2 = 90^o$ tal como lo demostramos anteriormente. $X_C = \dfrac{1}{2\pi.f.C} = \dfrac{1}{2\pi.50.1x10^{-6}}$ donde C se expresa en Faradios y la frecuencia en Hertz.

CORRIENTE Y CAMPO MAGNÉTICO

Es un hecho experimental que siempre que una corriente *I* se encuentra en un campo magnético, actúa sobre ella una fuerza magnética.

Fuerza Magnética sobre una carga en movimiento



Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

Consideremos una partícula de carga *+q* con velocidad *v* que penetra en una región donde existe un campo magnético, *B*, como aparece en la figura. Experimentalmente se observa que:

- Sobre las partículas cargadas actúan una fuerza *F*, perpendicular a *v*.
- El sentido de *F* depende del signo de la carga.
- El módulo de *F* es proporcional al módulo de *v*.
- *F=0* para una determinada dirección de *v* (dirección del campo magnético).
- El módulo de *F* es proporcional a *v.sen* θ, que es la componente normal de *v* respecto de *B*, y donde θ es el ángulo entre los vectores *v* y *B*.

Estos resultados se pueden resumir en la siguiente fórmula:

$$F = Q\ v\ B\ sen\ \theta$$

En la forma vectorial se puede escribir:

$$\overline{F} = Q\left[\overline{v} \times \overline{B}\right]$$

El módulo de este vector está dado por la primera ecuación, la dirección y el sentido están determinados por la regla de la mano izquierda, ver figura anterior. Se debe notar que mediante la aplicación de esta regla se obtiene el mismo resultado que aplicando la regla del tornillo de Maxwell, considerando el giro que va del primer vector al segundo: de *v* a *B*. Cuando la partícula es negativa se considera el sentido opuesto de *F* (en la figura sería hacia abajo).

Esta fuerza pone en evidencia la existencia de un campo magnético en una región del espacio, y podemos considerarla como definición de *B*.

Corrientes Alternas

Cuando se hace oscilar un conductor en un campo magnético, el flujo de corriente en el conductor cambia de sentido tantas veces como lo hace el movimiento físico del conductor. Varios sistemas de generación de electricidad se basan en este principio, y producen una forma de corriente oscilante llamada corriente alterna. Esta corriente tiene una serie de características ventajosas en comparación con la corriente continua, y suele utilizarse como fuente de energía eléctrica tanto en aplicaciones industriales como en el hogar. La característica práctica más importante de la corriente alterna es que su voltaje puede cambiarse mediante un sencillo dispositivo electromagnético denominado transformador. Cuando una corriente alterna pasa por una bobina de alambre, el campo magnético alrededor de la bobina se intensifica, se anula, se vuelve a intensificar con sentido opuesto y se vuelve a anular. Si se sitúa otra bobina en el campo magnético de la primera bobina, sin estar directamente conectada a ella, el movimiento del campo magnético induce una corriente alterna en la segunda bobina. Si esta segunda bobina tiene un número de espiras mayor que la primera, la tensión inducida en ella será mayor que la tensión de la primera, ya que el campo actúa sobre un número mayor de conductores individuales. Al contrario, si el número de espiras de la segunda bobina es menor, la tensión será más baja que la de la primera.

La acción de un transformador hace posible la transmisión rentable de energía eléctrica a lo largo de grandes distancias. Si se quieren suministrar 200.000 vatios de potencia a una línea eléctrica, puede hacerse con un voltaje de 200.000 voltios y una corriente de 1 amperio o con un voltaje de 2.000 voltios y una corriente de 100 amperios, ya que la potencia es igual al producto de tensión y corriente. La potencia perdida en la línea por calentamiento es igual al cuadrado de la intensidad de la corriente multiplicado por la resistencia. Por ejemplo, si la resistencia de la línea es de 10 ohmios, la pérdida de potencia con 200.000 voltios será de 10 vatios, mientras que con 2.000 voltios será de 100.000 vatios, o sea, la mitad de la potencia disponible.

Autoinducción de un inductor o bobina

Michael Faraday en 1830 estableció la relación que existe entre la intensidad de la corriente eléctrica en un conductor y el campo magnético que rodea al mismo mediante demostraciones físicas y matemáticas. Encontró que el campo magnético alrededor de un conductor aislado, recto y largo, por el que circula una corriente, tiene la forma de un conjunto de círculos concéntricos perpendiculares al eje del conductor y que se encuentran contenidos en un plano también perpendicular al conductor. Si a dicho conductor le provocamos una deformación helicoidal, tenemos formado lo que se denomina un solenoide o bobina recta. En este caso, las líneas de campo magnético sufren también una deformación, dando lugar ahora a un conjunto de líneas cerradas ovales que pasan por el núcleo interior de la bobina y se cierran por el exterior, determinando un electroimán con un polo norte y sur respectivamente en los extremos de la bobina. La posición de los polos en la bobina dependerá del sentido de circulación de la corriente eléctrica.

De esta manera, cada una de las espiras de la bobina generará N enlaces de flujo magnético (medidos en Webers) que pasan a través de toda la bobina. Si se conocen la cantidad total de líneas de campo magnético en función de la forma geométrica de la bobina y de la intensidad de corriente que provoca dicho campo, el coeficiente de autoinducción de una bobina, se define como la relación entre:

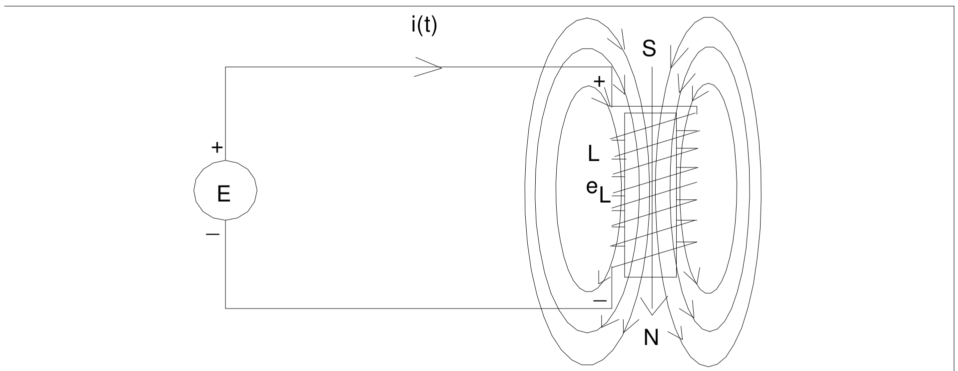
$$L = \frac{N.\phi}{I} \text{ [Hy]}$$

Donde L es el coeficiente de autoinducción medido en Henrios [Hy], N es el número de enlaces de flujo producido por cada amper de corriente, ϕ el flujo del campo magnético medido en Webers [Wb] e I la intensidad de la corriente en amperes [A].

Por otra parte, cuando se trata de establecer una corriente por una bobina, la misma reacciona estableciendo una fuerza contra electro motriz que se opone a la causa que la provoca (fem) dada por:

$$e_L = -L\frac{di}{dt} \text{ [V]}$$

Que se conoce como ley de Faraday de la tensión autoinducida en una bobina. Es decir que la fem autoinducida en una bobina es directamente proporcional al coeficiente de autoinducción de la bobina y a la velocidad de variación de la corriente en el tiempo. El signo menos es para indicar la oposición a la causa que la provoca.



Inductancia de una bobina

Existen diversas fórmulas para calcular el coeficiente de autoinducción o inductancia de una bobina ya que depende de la forma geométrica de la misma y de la disposición de su devanado. Para una bobina larga, como la que se muestra en el dibujo, su inductancia L se calcula como:

$$L = \mu_0.\mu_r.N^2.\frac{A}{l} \text{ [Hy]}$$

donde $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ [Hy/m] es una constante física que se denomina constante de permeabilidad del vacío, μ_r se denomina constante de permeabilidad del medio respecto al vacío y tiene un valor aproximado a uno para el aire o los aislantes, menor que uno en el caso de algunos metales o aleaciones como el cobre o el bronce respectivamente y mucho mayor que uno para los metales ferromagnéticos o ferritas. N es el número de espiras de la bobina, A es el área transversal al eje de la bobina en m^2 (circular, cuadrada, etc.) y l es el largo longitudinal de la bobina en metros.

Ejemplo: calcular la inductancia de una bobina que tiene un largo de 10 cm, arrollada sobre un material aislante de 2 cm^2 de sección transversal y N = 100 espiras.

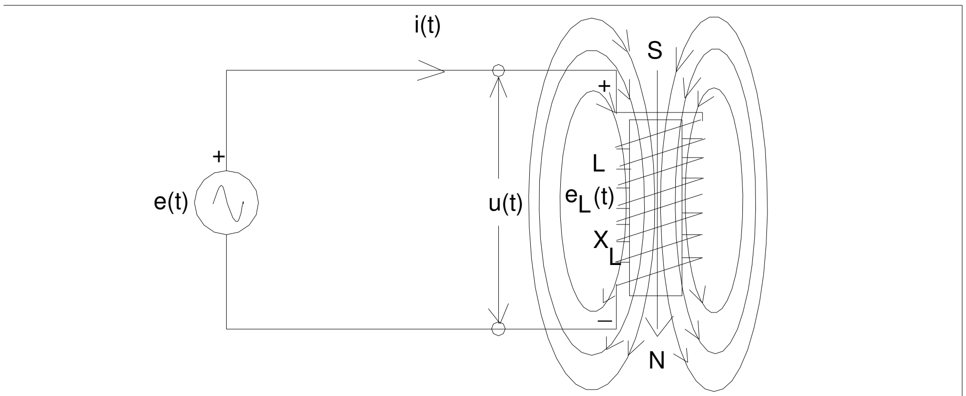
$$L = \mu_0.\mu_r.N^2.\frac{A}{l}$$

$$= 4\pi.10^{-7[}[Hy/m].1.100^2.2x10^{-4}[m^2]/10x10^{-2}[m] = 25.12x10^{-6}\,Hy = 25.12\mu Hy$$

Reactancia inductiva de una bobina

En un circuito de corriente alterna, el campo magnético en torno a una bobina varía constantemente, y la bobina obstaculiza continuamente el flujo de corriente en el circuito debido a la autoinducción. La relación entre el voltaje aplicado a una bobina ideal (es decir, sin resistencia) y la intensidad que fluye por dicha bobina es tal que la intensidad es nula cuando el voltaje es máximo, y es máxima cuando el voltaje es nulo. Además, el campo magnético variable induce una diferencia de potencial en la bobina de igual magnitud y sentido opuesto a la diferencia de potencial aplicada. En la práctica, las bobinas siempre presentan resistencia y capacidad residual además de autoinducción.

En la figura, se muestra un circuito de C.A. con una bobina ideal de carga donde se observan los efectos de la corriente eléctrica en un instante de tiempo, la polarización y de la fem autoinducida y el campo magnético instantáneo que se produce.



En consecuencia, si e(t) = u(t) y si u(t) = e_L(t) (fem autoinducida), sabiendo que

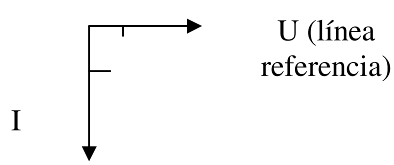
$e_L(t) = -L\dfrac{di(t)}{dt}$ → $di(t) = -\dfrac{1}{L}.e_L(t).dt = -\dfrac{1}{L}.u(t).dt$. Integrando m. a m.

nos queda: $i(t) = -\dfrac{1}{L}\int u(t).dt = -\dfrac{1}{L}\int U_m.sen\omega.t.dt = -\dfrac{U_m}{\omega.L}.\cos\omega.t$

$i(t) = \dfrac{U_m}{X_L}.sen\omega.t - \pi/2 = I_m.sen\omega.t - \pi/2$, donde $X_L = \omega.L$ se denomina reactancia inductiva de la bobina y se mide en Ohms.

Concluimos entonces que el desfasaje entre la tensión aplicada y la corriente se mantiene constante en un valor $-\pi/2$ en una bobina. Es decir que la corriente está retrasada respecto a la tensión en un ángulo de fase de $-\pi/2$ o sea en un cuarto de período de la onda de tensión.

En el siguiente gráfico polar se observa el retraso de la corriente en una bobina, respecto a la tensión tomada como referencia en un circuito de C.A. (sentido antihorario).



Ejemplo: determinar la intensidad de corriente de un circuito inductivo puro que tiene una bobina de 10 Hy, conectado a una fuente de 220 voltios 50 Hz.

$$\vec{I} = \frac{|U|\underline{|0}}{|X_L|\underline{|\pi/2}} = \frac{|U|}{|X_L|}\underline{|0-\pi/2} = \frac{220}{3141.6}\underline{|-\pi/2} = 0.07\underline{|-\pi/2}[A]$$

Recordemos que $X_L = 2\pi.f.L$, donde XL se mide en ohmios.

La bobina retrasa la corriente con una fase de -$\pi/2$ radianes respecto a la tensión.

Ejemplo: determinar la intensidad de corriente de un circuito RLC serie que tiene R=100Ω, L=10 Hy y C=1 μF, si está conectado a una fuente de 220 voltios 50 Hz.

Como se trata de un circuito compuesto por R, L y C, vamos a determinar primero la impedancia que ofrecen estos elementos conectados en serie.

$$\vec{Z} = |Z|\underline{|\varphi} \;;$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{100^2 + (3141.6 - 3183)^2} = \sqrt{10^4 + (-41.4)^2} = \sqrt{10^4 + 1783.96}$$

$$|Z| = \sqrt{11783.96} = 108.55\Omega \;;\; \varphi = \pm arctg\frac{X_L - X_C}{R} = \pm arctg\frac{-41.4}{100} = -22.48º$$

$\vec{Z} = 108.55\underline{|-22.48º}$ [Ω] ; observamos un predominio de la reactancia capacitiva por el signo.

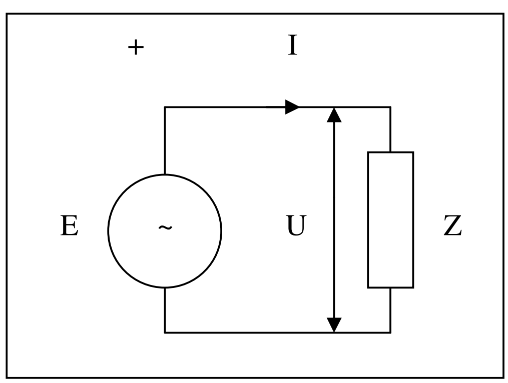
Ahora estamos en condiciones de aplicar la ley de Ohm en C.A.:

$$\vec{I} = \frac{|U|\underline{|0º}}{|Z|\underline{|\varphi}} = \frac{220\underline{|0º}}{108.55\underline{|-22.48º}} = 2.02\underline{|0º-(-22.48º)} = 2.02\underline{|22.48º} \text{ [A]}$$

La corriente adelanta respecto a la tensión un ángulo de fase de 22.48º.
La impedancia puede ser expresada también como un número complejo de la forma:

$\vec{Z}$ = 10 – j 41.4 [Ω]

E, U, I y Z en el circuito representan vectores con sus respectivos módulos y argumentos.



Potencia en C.A.

De los efectos indicados se deduce que si se aplica un voltaje alterno a una bobina o capacitor ideal, no se consume teóricamente potencia. No obstante, en todos los casos prácticos los circuitos de corriente alterna presentan resistencia además de autoinducción y capacidad, y se consume potencia. Esta potencia consumida depende de la proporción relativa de las tres magnitudes en el circuito, es decir de las resistencias y reactancias capacitivas e inductivas respectivamente.

Si se mueve el polo de un imán introduciéndolo y sacándolo de una bobina con movimiento armónico simple, el corte de líneas magnéticas va a generar una *fem. alterna*. Cada electrón oscila en torno a una posición media.

Si se tiene un generador simple, la fuerza electromotriz inducida en la bobina que gira con rapidez constante, ésta cambia de manera sinusoidal con el tiempo. Si le conectamos un trozo de alambre que obre como una resistencia pura, esto es, su autoinducción y su capacidad son muy pequeños, el voltaje entre los extremos del alambre y la corriente que pasan por él varían.

Se pueden escribir ecuaciones para la corriente i y el voltaje u en un tiempo cualquiera t como:

$$i(t) = I_m.sen\left[\frac{2\pi}{T}\right]t = I_m.sen2\pi.f.t$$

$$u(t) = U_m.sen\left[\frac{2\pi}{T}\right]t = U_m.sen2\pi.f.t$$

siendo I_m la amplitud máxima de la corriente, U_m la amplitud máxima del voltaje, T el período de rotación del generador y f la frecuencia del generador ya que T = 1/f.

Cuando la corriente y el voltaje están en fase, la corriente y el voltaje instantáneos están relacionados por la ley de Ohm:

$I_m = U_m/R$ e $I = U/R$ (cuando solamente hay Resistencia)

Siendo U e I los valores eficaces de la tensión y de la corriente respectivamente.

La corriente efectiva I y el voltaje efectivo U están relacionados con la potencia del circuito. Estas magnitudes son cantidades que se miden con amperímetros y voltímetros de corriente alterna donde $I = 0.707\ I_m$ y $U = 0.707\ U_m$.

Un ampere efectivo (en corriente alterna) es aquella corriente alterna que calienta un conductor con la misma rapidez que un ampere de corriente directa.

Un ampere efectivo es la fuerza electromotriz alterna en un circuito tal, que la corriente efectiva es de un ampere cuando la resistencia del circuito es de un ohm.

Factor de Potencia

Cuando la reactancia total de un circuito es cero, su adelanto o retraso de fase es cero, y su impedancia es igual al valor de sus resistencias. Al aumentar la reactancia inductiva, aumenta el retraso de la corriente.

Si la corriente y el voltaje de un circuito de corriente alterna están en fase, la potencia se calcula con la formula

$$P = U.I\ [W]$$

Si no están en fase el máximo voltaje y la corriente ocurren en momentos diferentes en cada ciclo. La potencia no esta dada entonces por el producto del voltaje y la corriente, sino por:

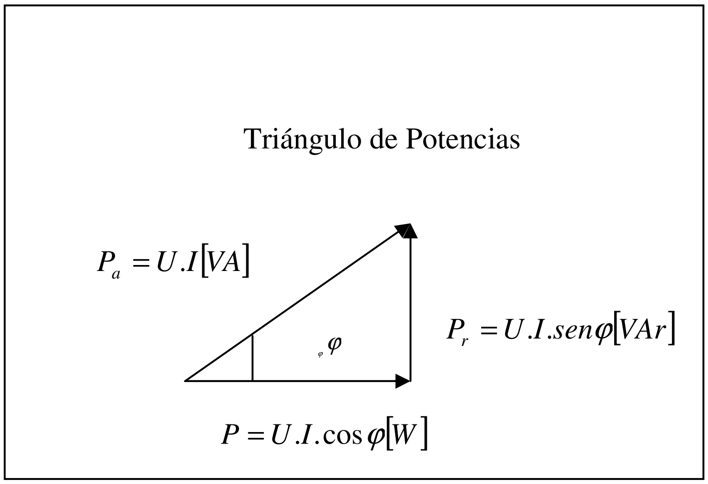
$$P = U.I.\cos\varphi$$

que se denomina Potencia activa y se mide vatios [W] (φ es el ángulo de fase).

La relación entre la potencia "verdadera" dada por la ecuación previa, y la potencia aparente U.I, se llama factor de potencia.

Teniendo en cuenta los efectos de la corriente y de la tensión en la parte resistiva y reactiva de una carga real, se pueden representar las potencias mediante el producto entre ambas que están puestas en juego en el circuito, lo que determina un triángulo rectángulo de potencias.

$$F.P. = \frac{P}{P_a} = \cos\varphi = \frac{R}{Z}$$



$P_r = U.I.sen\varphi$ se denomina Potencia reactiva y se mide en volt-amper reactivos [VAr]. La potencia aparente Pa se mide en volt-amper [VA] y es la que suministra el generador o fuente para cubrir los requerimientos de la carga determinados por P y Pr, de lo que se deduce que que φ debe ser los más pequeño posible (en el caso ideal igual a cero), haciendo que Pr disminuya en magnitud. Es por ello la importancia del factor de potencia en un circuito de C.A.

Cualquier sistema de distribución de electricidad requiere una serie de equipos suplementarios para proteger los generadores, transformadores y las líneas de transmisión. Suelen incluir dispositivos diseñados para regular la tensión que se proporciona a los usuarios y corregir el factor de potencia del sistema.

En muchas zonas del mundo las instalaciones están conectadas formando una red que permite que la electricidad generada en un área se comparta con otras zonas. Estas redes son operados por grupos diversos pero aumentan el riesgo de un apagón generalizado, ya que si un pequeño cortocircuito se produce en una zona, por sobrecarga en las zonas cercanas puede transmitirse en cadena a todo el país. Muchos hospitales y edificios públicos tienen sus propios generadores para eliminar el riesgo de apagones.

Las largas líneas de transmisión presentan inductancia, capacitancia y resistencia al paso de la corriente eléctrica. El efecto de la inductancia y de la capacitancia de la línea es la variación de la tensión si varía la corriente, por lo que la tensión suministrada varía con la carga acoplada. Se utilizan muchos tipos de dispositivos para regular esta variación no deseada. La regulación de la tensión se consigue con reguladores de la inducción y motores síncronos de tres fases. Ya que la inductancia y la capacitancia tienden a anularse entre sí, cuando la carga del circuito tiene mayor reactancia inductiva que la potencia suministrada para una tensión y corriente determinada, se colocan cargas capacitivas iguales a las inductivas. Como las pérdidas en las líneas de transmisión son proporcionales a la intensidad de corriente, se aumenta la capacitancia para que el factor de potencia tenga un valor lo más cercano posible a 1. Por esta razón se suelen instalar grandes condensadores en los sistemas de transmisión de electricidad.

Ejemplo. Con los datos del ejercicio anterior, determine:

1. El factor de potencia del circuito.
2. La potencia activa, reactiva y aparente.

Desarrollo:

1. $F.P. = \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{100}{108.55} = 0.92$
2. $P = U.I.\cos\varphi = 220x2.02x0.92 = 408.84W$

$sen\varphi = \frac{X}{Z} = \frac{41.4}{108.55} = 0.38$; $P_r = U.I.sen\varphi = 220x2.02x0.38 = 168.87$ [VAr]

3. Pa = U.I = 220x2.02 = 444.4 [VA]

Como puede observarse, para un factor de potencia de 0.92 la potencia activa se aproxima al valor de la potencia aparente comparada con la potencia reactiva.

Transformadores

Un transformador logra cambiar fácilmente el voltaje de la corriente alterna. Un transformador es simple, no tiene partes mecánicas que se muevan y puede ser muy eficiente.

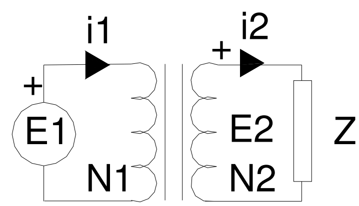
El transformador consta de un núcleo de hierro por el cual van enrolladas bobinas separadas. Cuando conectamos una de las bobinas a una fuente de C.A., se crean líneas magnéticas que van por el núcleo de hierro hacia la otra bobina. El cambio de flujo magnético inducirá una fem en la segunda bobina, la que durará sólo el tiempo que esté cambiando el campo. Si abrimos el circuito, desaparece el campo. Se inducirá entonces una fuerza contraelectromotriz. Si conectamos la primera bobina a una fuente de corriente alterna, la corriente que pasa por la bobina se invertirá repetidas veces, dependiendo de la frecuencia de la corriente alterna; las líneas magnéticas serán obligadas a pasar por la segunda bobina repetidas veces. En las bobinas se producirá una fem ¿Pero de qué magnitud en cada una?

Según la cantidad de vueltas de las dos bobinas se determinará que tipo de transformador es el que tenemos entre nuestras manos. Un transformador donde las bobinas de salida tienen más vueltas que las bobinas de entrada, se llama transformador elevador. Un transformador donde las bobinas de salida tienen menos vueltas, se llama transformador reductor.

Según el principio de inducción electromagnética, las fuerzas electromotrices de las dos bobinas son:

$$E_1 = -N_1 \frac{d\varphi_1}{dt}$$

$$E_2 = -N_2 \frac{d\varphi_2}{dt}$$



Si el núcleo de hierro está bien diseñado todas las líneas magnéticas producidas por el primario pasarán por el secundario. Por consiguiente $\frac{d\varphi_1}{dt}$ será igual que $\frac{d\varphi_2}{dt}$.

Dividiendo miembro a miembro las dos ecuaciones anteriores tenemos:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Que se denomina relación de transformación de tensión del transformador, o sea por la relación entre el número de espiras del primario y el secundario. Para una dada fem E_1 , la fem E_2 del secundario será:

$$E_2 = \frac{N_2}{N_1} E_1 = k.E_1 \text{ [V]}$$

Si k > 1 se denomina transformador elevador de tensión. Si k < 1 se denomina transformador reductor de tensión y si k = 1, transformador separador de tensión.

Un transformador no puede crear corriente; por consiguiente, la potencia calculada y diseñada de la salida no puede ser mayor que la potencia de entrada. Si un transformador de tensión aumenta los requerimientos de corriente en el secundario por el consumo de las cargas, la potencia suministrada por el primario también debe aumentar, y si el transformador no ha sido diseñado para proporcionar esa potencia, se producirá un daño irreversible en el mismo.

Transformadores de Potencia

Son grandes dispositivos usados en los sistemas de generación y transporte de electricidad y en pequeñas unidades electrónica. Los transformadores de potencia industriales y domésticos, pueden ser monofásicos o trifásicos y están diseñados para trabajar con voltajes y corrientes elevados. Para que el transporte de energía resulte rentable es necesario que en la planta productora de electricidad un transformador eleve los voltajes, reduciendo con ello la intensidad. Para la transmisión de energía eléctrica a larga distancia se utilizan voltajes elevados con intensidades de corriente reducidas. En el extremo receptor los transformadores reductores reducen el voltaje, aumentando la intensidad, y adaptando la corriente a los niveles requeridos. Los transformadores de potencia deben ser muy eficientes y deben disipar la menor cantidad posible de energía en forma de calor durante el proceso de transformación. Las tasas de eficacia se encuentran normalmente por encima del 99% y se obtienen utilizando aleaciones especiales de acero para acoplar los campos magnéticos inducidos entre las bobinas primaria y secundaria. Una disipación de tan sólo un 0,5% de la potencia de un gran transformador genera enormes cantidades de calor, lo que hace necesario el uso de dispositivos de refrigeración. Los transformadores de potencia convencionales se instalan en contenedores sellados que disponen de un circuito de refrigeración que contiene. El aceite circula por el transformador y disipa el calor mediante radiadores exteriores.

Transformadores en Electrónica

En el campo de la electrónica se suelen utilizar con más frecuencia transformadores con capacidades de alrededor de 1 kilovatio antes de los rectificadores, que a su vez proporcionan corriente continua (CC) al equipo. Estos transformadores electrónicos de energía se fabrican normalmente con bloques de láminas de aleación de acero, llamadas laminaciones, alrededor de las cuales se instalan las bobinas de hilo de cobre. Los transformadores a niveles de entre 1 y 100 vatios se usan principalmente como transformadores reductores, para acoplar circuitos electrónicos a los altavoces de equipos de radio, televisión y alta fidelidad. Conocidos como transformadores de audio, estos dispositivos utilizan sólo una pequeña fracción de su potencia nominal para la producción de señales en las frecuencias audibles, con un nivel de distorsión mínimo. Los transformadores se valoran según su capacidad de reproducción de frecuencias de ondas audibles (entre 20 Hz y 25 KHz) con distorsiones mínimas a lo largo de todo el espectro de sonido.

A niveles de potencia por debajo de un milivatio, los transformadores se utilizan sobre todo para acoplar frecuencias extremadamente elevadas (UHF), frecuencias muy altas (VHF), frecuencias de radio (RF) y frecuencias intermedias (IF), así como para aumentar su voltaje. Estos transformadores de alta frecuencia operan por lo general en circuitos en los que se utiliza la sintonización para eliminar ruidos eléctricos no deseados cuyas frecuencias se encuentran fuera del rango de transmisión deseado.