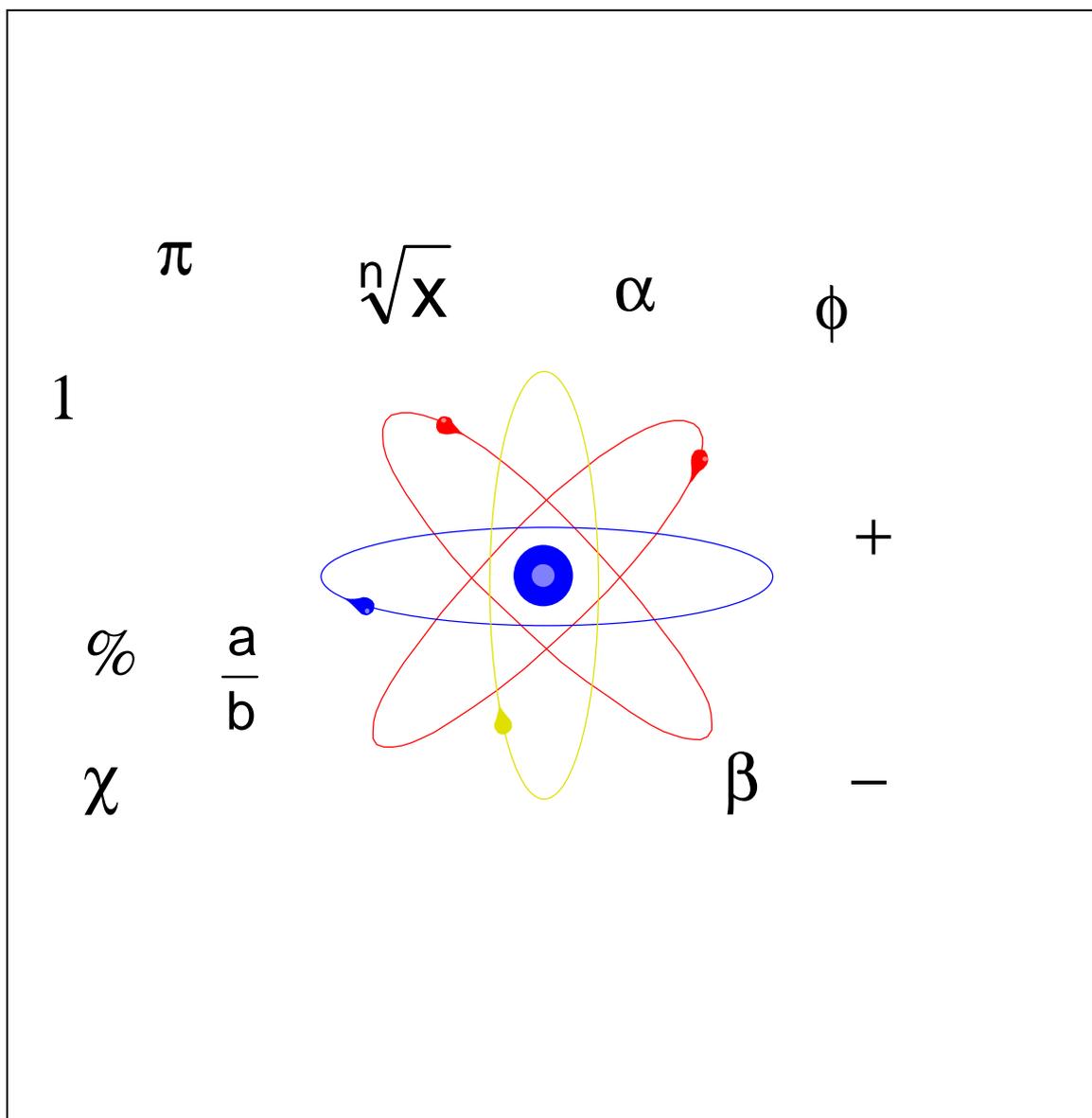


CPM - Programa de Certificação de Pessoal de Manutenção

Elétrica

Matemática Básica



Matemática Básica - Elétrica

© SENAI - ES, 1996

Trabalho realizado em parceria SENAI / CST (Companhia Siderúrgica de Tubarão)

SENAI - Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
DAE - Divisão de Assistência às Empresas
Departamento Regional do Espírito Santo
Av. Nossa Senhora da Penha, 2053 - Vitória - ES.
CEP 29045-401 - Caixa Postal 683
Telefone: (027) 325-0255
Telefax: (027) 227-9017

CST - Companhia Siderúrgica de Tubarão
AHD - Divisão de Desenvolvimento de Recursos Humanos
AV. Brigadeiro Eduardo Gomes, s/n, Jardim Limoeiro - Serra - ES.
CEP 29160-972
Telefone: (027) 348-1322
Telefax: (027) 348-1077

Sumário

| | |
|--|----|
| Números Inteiros..... | 03 |
| • Números Naturais..... | 03 |
| • Operações Fundamentais com Números Naturais | 03 |
| • Exercícios | 05 |
| Mínimo Múltiplo Comum..... | 09 |
| • Múltiplos e Divisores..... | 09 |
| • Exercícios | 14 |
| Frações..... | 17 |
| • Números Racionais | 17 |
| • Números Mistos..... | 21 |
| • Extração de Inteiros..... | 21 |
| • Transformação de Números Mistos em Frações Impróprias | 22 |
| • Simplificação de Frações..... | 23 |
| • Comparação de Frações | 25 |
| • Exercícios | 29 |
| Números Decimais..... | 41 |
| • Conceito e Leitura..... | 41 |
| • Operações com Números Decimais | 43 |
| • Exercícios | 46 |
| Medidas de Comprimento | 51 |
| • Conceito de Medida..... | 51 |
| • Exercícios | 53 |
| Proporcionalidade | 57 |
| • Razão | 57 |
| • Proporção..... | 59 |
| • Grandezas proporcionais..... | 61 |
| • Exercícios | 62 |
| Regra de Três | 65 |
| • Regra de Três Simples..... | 65 |

| | |
|---|-----|
| • Regra de Três Composta | 67 |
| • Exercícios | 70 |
| Porcentagem..... | 73 |
| • Exercícios | 74 |
| Números Inteiros Relativos | 77 |
| • Números Opostos ou Simétricos | 77 |
| • Valor Absoluto | 78 |
| Operações com números Inteiros Relativos..... | 78 |
| • Expressões com números Inteiros Relativos..... | 79 |
| • Multiplicação com mais de dois números Relativos | 81 |
| • Exercícios | 82 |
| Potenciação e Radiação | 83 |
| • Radiação | 85 |
| • Raiz Quadrada de Números Racionais..... | 86 |
| Exercícios | 86 |
| Figuras Espaciais, Volume..... | 91 |
| • Introdução | 91 |
| • Exercícios | 93 |
| • Exercícios | 101 |
| Tópicos Especiais | 105 |
| • Teorema de Pitágoras | 105 |
| • Exercícios | 106 |
| • Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo | 107 |
| • Exercícios | 114 |

Números Inteiros

Números Naturais

Desde os tempos mais remotos, o homem sentiu a necessidade de verificar quantos elementos figuravam em um conjunto.

Antes que soubessem contar, os pastores verificavam se alguma ovelha de seus rebanhos se havia extraviado, fazendo corresponder a cada uma delas uma pedrinha que colocavam na bolsa. Na volta do rebanho, a última ovelha devia corresponder à última pedrinha. Tinham assim, a noção dos números naturais, embora não lhes dessem nomes nem os representassem por símbolos.

Nos dias de hoje, em lugar das pedrinhas, utilizam-se, em todo o mundo, os símbolos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O conjunto dos números naturais é representado pela letra \mathbf{IN} e escreve-se:

$$\mathbf{IN} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Operações Fundamentais Com Números Naturais

Adição

É a operação que permite determinar o número de elementos da união de dois ou mais conjuntos:

$$\begin{array}{r} 1.004 \\ 577 \\ 12 \\ + 4 \\ \hline 1.597 \end{array} \left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{ parcelas} \\ \rightarrow \text{ total ou soma} \end{array} \right\}$$

Subtração

É a operação que permite determinar a diferença entre dois números naturais:

$$837 \rightarrow \text{Minuendo}$$

- 158 → Subtraendo

679 → Resto ou diferença

Multiplicação

A multiplicação é muitas vezes definida como uma adição de parcelas iguais:

Exemplo: $2 + 2 + 2 = 3 \times 2$ (três parcelas iguais a 2)

| | | | | |
|--------------|---|---------------|---|---------|
| 381 | → | Multiplicando | } | Fatores |
| <u>x 23</u> | → | Multiplicando | | |
| 1143 | | | | |
| <u>+ 762</u> | | | | |
| 8763 | → | Produto | | |

Atenção:

Qualquer número natural multiplicado por zero é zero.

Exemplo: $4 \times 0 = 0$

Divisão

É a operação que permite determinar o quociente entre dois números.

A divisão é a operação inversa da multiplicação.

Exemplo: $18 \times 4 = 72 \rightarrow 72 \div 4 = 18$

Termos Da Divisão:

| | | | | | | |
|-----------|---|-------------|--|-----|---|-----------|
| Dividendo | → | 4051 | | 8 | → | Divisor |
| | | <u>- 40</u> | | 506 | → | Quociente |
| | | 051 | | | | |
| | | <u>- 48</u> | | | | |
| | | 03 | | | → | Resto |

Atenção:

Quando o dividendo é múltiplo do divisor, dizemos que a divisão é exata.

Exemplo: $16 \div 8 = 2$

Quando o dividendo não é múltiplo do divisor, dizemos que a divisão é aproximada ou inexata.

Exemplo: $16 \div 5 = 3$ (resto = 1)

Numa divisão, em números naturais, o divisor tem de ser sempre diferente de zero, isto é, não existe divisão por zero no conjunto de números naturais (**\mathbb{N}**).

Números Naturais - Exercícios

1) Complete as sucessões numéricas seguintes:

Exemplo: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

a) 7, 14, 21,,,,

b) 9, 18, 27,,,,

c) 11, 22, 33,,,,

d) 12, 24, 36,,,,

e) 15, 30, 45,,,,

2) Resolva:

a) $4 + 577 + 12 + 1.004 =$

b) $285 + 122 + 43 + 8 + 7.305 =$

c) $7.815 + 427 + 2.368 + 864 =$

3) Escreva as denominações dos termos e do resultado da adição:

$$\begin{array}{r} 623 \\ + 321 \\ \hline 944 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

4) Complete as sucessões numéricas seguintes:

Exemplo: 50, 46, 42, 38, 34, 30, 26, 22...

a) 50, 45,,,,

b) 50, 44,,,,

c) 80, 72,,,,

d) 108, 96,,,,

5) Efetue as subtrações:

a) $196 - 74 =$

b) $937 - 89 =$

c) $4.800 - 2.934 =$

d) $100.302 - 97.574 =$

e) $1.301.002 - 875.037 =$

- 6) Em uma subtração, o subtraendo é 165 e o resto é 428.
Qual é o minuendo?
- 7) Qual é o número que somado a 647 é igual a 1.206?
- 8) De 94.278 subtraia 62.574. Tire a prova.
- 9) Efetue mentalmente:
- a) $7 \times 1 =$
 - b) $810 \times 1 =$
 - c) $8 \times 10 =$
 - d) $72 \times 10 =$
 - e) $1.705 \times 10 =$
 - f) $9 \times 100 =$
 - g) $81 \times 100 =$
 - h) $365 \times 100 =$
 - i) $5 \times 1000 =$
 - j) $12 \times 1000 =$
 - k) $170 \times 100 =$
 - l) $3.800 \times 1000 =$
- 10) Complete:
- a) Um produto é sempre uma adição de
iguais.

g) $1.419 \div 87 =$

h) $4.056 \div 68 =$

16) Resolva os problemas:

a) Um reservatório contém 400 litros de água e efetuamos, sucessivamente, as seguintes operações:

- retiramos 70 litros
- colocamos 38 litros
- retiramos 193 litros
- colocamos 101 litros
- colocamos 18 litros

Qual a quantidade de água que ficou no reservatório?

b) Em uma escola estudam 1.920 alunos distribuídos igualmente em 3 períodos: manhã, tarde e noite. Pergunta-se:

- Quantos alunos estudam em cada período?
- Quantos alunos estudam em cada sala, por período, se há 16 salas de aula?

Mínimo Múltiplo Comum

Múltiplos e Divisores

Múltiplos de um Número

Múltiplo de um número natural é o produto desse número por um outro número natural qualquer.

Exemplo:

M (2) { 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... }

M (5) { 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, ... }

Atenção:

- Zero é múltiplo de todos os números.
- Qualquer número natural é múltiplo de si mesmo.
- O conjunto de múltiplos de um número é infinito.

Divisores de um Número

Um número é divisor de outro quando está contido neste outro certo número de vezes.

Um número pode ter mais de um divisor. Por Exemplo, os divisores do número 12 são:

1, 2, 3, 4, 6, e 12.

O conjunto dos divisores de 12 representamos assim:

D (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Se um número é múltiplo de outro, ele é "**divisível**" por este outro.

Atenção:

- Zero não é divisor de nenhum número.
- Um é divisor de todos os números.

CrITÉRIOS de Divisibilidade

Sem efetuarmos a divisão podemos verificar se um número é divisível por outro. Basta saber alguns critérios de divisibilidade:

a) Por 2:

Um número é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6, ou 8. Ou seja, quando ele é par.

Exemplo: 14, 356, ...

b) Por 3:

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3.

Exemplo: 252 é divisível por 3 porque $2 + 5 + 2 = 9$ e 9 é múltiplo de 3.

c) Por 4:

Um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos forem 0 ou formarem um número divisível por 4.

Exemplo: 500, 732, 812

d) Por 5:

Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Exemplo: 780, 935

e) Por 6:

Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exemplo: 312, 732

f) Por 9:

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 9.

Exemplo: 2.538, 7.560

g) Por 10:

Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

Exemplo: 1.870, 540, 6.000

Mínimo Múltiplo Comum

Chama-se Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números ao menor dos múltiplos comuns a esses números e que seja diferente de zero.

Exemplo:

Consideremos os números 3 e 4 e escrevamos alguns dos seus múltiplos. Teremos:

$$M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, \dots\}$$

$$M(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, \dots\}$$

Observamos que há elementos comuns entre esses dois conjuntos. Portanto a interseção entre eles será:

$$M(3) \cap M(4) = \{0, 12, 24, 36, \dots\}$$

$$m.m.c. (3, 4) = 12$$

12 é o menor múltiplo comum de 3 e 4.

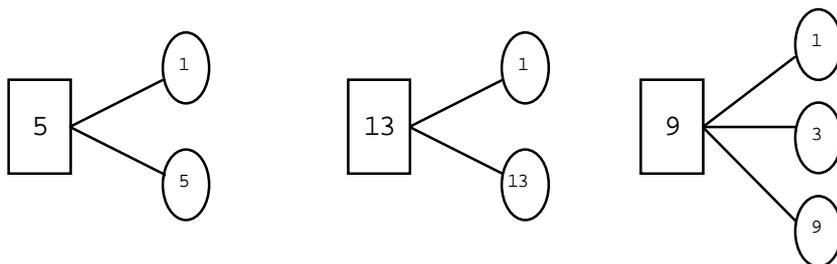
São processos práticos para o cálculo do **m.m.c.** de dois ou mais números:

- Decomposição em Fatores Primos e
- Decomposição Simultânea.

Antes, porém, de calcular o **m.m.c.** de algum número, vamos ver o que é NÚMERO PRIMO.

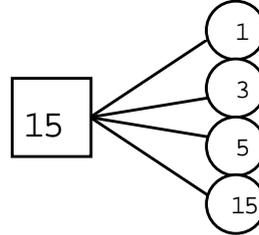
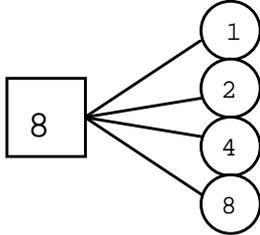
Número Primo é todo número que possui somente dois divisores: a unidade (1) e ele mesmo.

Exemplo:



- O número 5 é primo, porque tem apenas dois divisores:
- a unidade (1) e ele mesmo (5)
- O número 13 é primo, porque tem apenas dois divisores:
- a unidade (1) e ele mesmo (13).
- O número 9 não é primo, porque tem mais de 2 divisores: 1, 3 e 9.

Observe agora, os Exemplos:



1 é o único divisor comum a **8** e **15**, por isso dizemos que **8** e **15** são primos entre si.

Dois ou mais números são primos entre si, quando só admitem como divisor comum a unidade.

Agora, vamos recordar o que é decompor um número em fatores primos.

A decomposição em fatores primos é feita através de divisões sucessivas por divisores primos.

Exemplo:

| | | | |
|----|---|----------------------------------|------------|
| 30 | 2 | o menor divisor primo de 30 é 2: | $30 : 2 =$ |
| 15 | 3 | 15 | |
| 5 | 5 | o menor divisor primo de 15 é 3: | $15 : 3 =$ |
| 1 | | 5 | |
| | | o menor divisor primo de 5 é 5: | $5 : 5 =$ |
| | | 1 | |

Para decompor um número em seus fatores primos:

- 1º) Dividimos o número pelo seu menor divisor primo;
- 2º) Dividimos o quociente pelo seu menor divisor primo;
- 3º) E assim sucessivamente, até encontrarmos o quociente 1.

1º Processo:

Para determinar o m.m.c. através da decomposição em fatores primos ou fatoração, procedemos da seguinte forma:

1. Decompomos em fatores primos os números apresentados.

Exemplo: 15 e 20

| | |
|----|---|
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| | |
|----|---|
| 20 | 2 |
| 10 | 2 |
| 5 | 5 |

2. Multiplicamos os fatores primos comuns e não comuns com seus maiores expoentes.

$$15 = 3 \times 5 \quad - \quad 20 = 2^2 \times 5$$

3. O produto será o m.m.c. procurado:

$$\mathbf{m.m.c.} = (15, 20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 60$$

2º Processo:

Podemos também determinar o m.m.c. através da decomposição simultânea (fatoração dos números ao mesmo tempo).

Exemplo:

- a) Calcular o m.m.c. (12, 18).

Solução: decompondo os números em fatores primos, teremos:

$$\begin{array}{r|l} 12 - 18 & 2 \\ 6 - 9 & 2 \\ 3 - 9 & 3 \\ 1 - 3 & 3 \\ 1 - 1 & \end{array}$$

$$\text{Portanto: m.m.c.} = 2^2 \times 3^2 \text{ ou} \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

- b) Determinar o m.m.c. (14, 45, 6)

$$\begin{array}{r|l} 14 - 45 - 6 & 2 \\ 7 - 45 - 3 & 3 \\ 7 - 15 - 1 & 3 \\ 7 - 5 - 1 & 5 \\ 7 - 1 - 1 & 7 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array}$$

$$\text{Portanto: m.m.c.} = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \text{ ou} \\ 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$$

Atenção:

O **m.m.c.** de números primos entre si é igual ao produto desses números.

Mínimo Múltiplo Comum - Exercício

1) Escreva até 6 múltiplos dos números:

a) $M(3) = \dots\dots\dots$

b) $M(4) = \dots\dots\dots$

c) $M(5) = \dots\dots\dots$

d) $M(10) = \dots\dots\dots$

e) $M(12) = \dots\dots\dots$

2) Escreva os divisores dos números dados:

a) $D(8) = \dots\dots\dots$

b) $D(12) = \dots\dots\dots$

c) $D(36) = \dots\dots\dots$

d) $D(15) = \dots\dots\dots$

e) $D(24) = \dots\dots\dots$

3) Escreva um algarismo para que o número fique divisível por 3:

a) 134

b) 73

4) Risque os números divisíveis:

a) por dois:

7120 - 621 - 162 - 615 - 398 - 197 - 1009 - 74

b) por três:

4414 - 173 - 315 - 222 - 302 - 706 - 207

c) por cinco:

217 - 345 - 1642 - 700 - 325 - 801 - 12434 - 97

d) por dez:

153 - 140 - 1000 - 315 - 304 - 12360 - 712

5) Escreva, no quadrado, um algarismo conveniente para que o número formado seja divisível por:

a) dois e três: 4 0

b) cinco: 5 7

c) cinco e dez: 8 4

d) dois e cinco: 1 5

6) Determine usando a fatoração:

a) m.m.c. (12, 15) =

b) m.m.c. (6, 12, 15) =

c) m.m.c. (36, 48, 60) =

7) Calcule:

a) m.m.c. (5, 15, 35) =

b) m.m.c. (54, 72) =

c) m.m.c. (8, 28, 36, 42) =

d) m.m.c. (4, 32, 64) =



Frações

Números Racionais

Consideremos a operação $4 : 5 = ?$ onde o dividendo não é múltiplo do divisor. Vemos que não é possível determinar o quociente dessa divisão no conjunto dos números porque não há nenhum número que multiplicando por 5 seja igual a 4.

A partir dessa dificuldade, o homem sentiu a necessidade de criar um outro conjunto que permite efetuar a operação de divisão, quando o dividendo não fosse múltiplo do divisor. Criou-se, então, o conjunto dos Números Racionais.

Número racional é todo aquele que é escrito na forma $\frac{a}{b}$ onde a e b são números inteiros e b é diferente de zero.

São exemplos de números racionais:

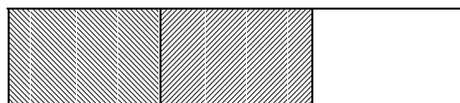
$$\frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{10}{5}, \frac{12}{24}, \frac{36}{18}$$

A seguir, estudaremos o conjunto dos números racionais fracionários, também chamados de frações.

Conceito de Fração:

Se dividirmos uma unidade em partes iguais e tomarmos algumas dessas partes, poderemos representar essa operação por uma fração.

Veja:



A figura foi dividida em três partes iguais. Tomamos duas partes.

Representamos, então, assim: $\frac{2}{3}$

E lemos: dois terços.

O número que fica embaixo e indica em quantas partes o inteiro foi dividido, chama-se DENOMINADOR.

O número que fica sobre o traço e indica quantas partes iguais foram consideradas do inteiro, chama-se NUMERADOR.

Leitura e Classificações das Frações

Numa fração, lê-se, em primeiro lugar, o numerador e, em seguida, o denominador.

- a) Quando o denominador é um número natural entre 2 e 9, a sua leitura é feita do seguinte modo:

$$\frac{1}{2} - \text{um meio} \quad \frac{1}{3} - \text{um terço} \quad \frac{1}{4} - \text{um quarto}$$

$$\frac{1}{5} - \text{um quinto} \quad \frac{1}{6} - \text{um sexto} \quad \frac{1}{7} - \text{um sétimo}$$

$$\frac{1}{8} - \text{um oitavo} \quad \frac{1}{9} - \text{um nono}$$

- b) Quando o denominador é 10, 100 ou 1000, a sua leitura é feita usando-se as palavras décimo(s), centésimo(s) ou milésimo(s).

$$\frac{1}{10} - \text{um décimo} \quad \frac{7}{100} - \text{sete centésimos}$$

$$\frac{20}{1000} - \text{vinte milésimos}$$

- c) Quando o denominador é maior que 10 (e não é potência de 10), lê-se o número acompanhado da palavra "avos".

$$\frac{1}{15} - \text{um quinze avos} \quad \frac{3}{29} - \text{três vinte e nove avos}$$

$$\frac{13}{85} - \text{treze oitenta e cinco avos}$$

Frações Ordinárias e Frações Decimais

As frações cujos denominadores são os números 10, 100, 1000 (potências de 10) são chamadas Frações Decimais. As outras são chamadas Frações Ordinárias.

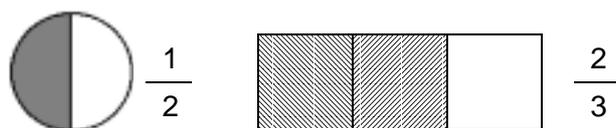
Exemplos:

$$\frac{3}{10}, \frac{5}{100}, \frac{23}{1000} \quad \text{são frações decimais}$$

$$\frac{1}{5}, \frac{8}{17}, \frac{10}{41} \quad \text{são frações ordinárias}$$

Frações Próprias

Observe as frações abaixo:

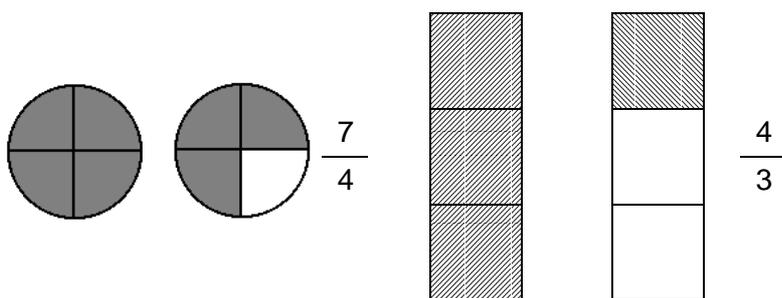


Essas frações são menores do que a unidade. São chamadas Frações Próprias.

Nas frações próprias, o numerador é menor do que o denominador.

Frações Impróprias

Observe as frações abaixo:

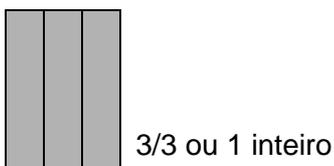
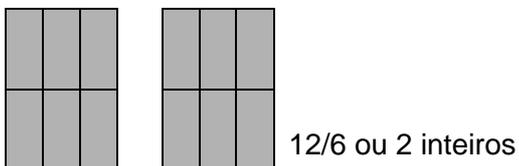


Essas frações são maiores que o inteiro, portanto são Frações Impróprias.

Nas frações impróprias, o numerador é maior que o denominador.

Frações Aparentes

Observe:



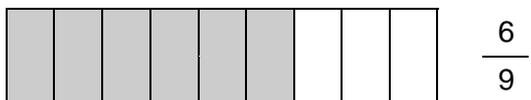
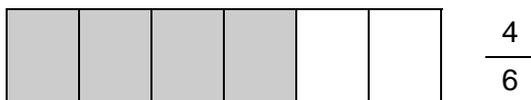
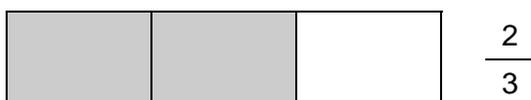
As frações acima representam inteiros. Elas são chamadas Frações Aparentes.

Nas frações aparentes, o numerador é sempre múltiplo do denominador, isto é, o numerador é divisível pelo denominador.

Uma fração aparente é também imprópria, mas nem toda fração imprópria é aparente.

Frações Equivalentes/Classe de Equivalência.

Observe as figuras:



As frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes. Estas frações são denominadas Frações Equivalentes.

Para obtermos uma fração equivalente a outra, basta multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número (diferente de zero).

Exemplo:

$$\frac{2}{5} \text{ é igual a } \frac{10}{25}, \text{ pois } \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{10}{25}$$

$$\frac{18}{21} \text{ é igual a } \frac{6}{7}, \text{ pois } \frac{18 \div 3}{21 \div 3} = \frac{6}{7}$$

O conjunto de frações equivalentes a uma certa fração chama-se CLASSE DE EQUIVALÊNCIA.

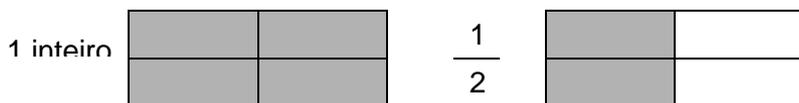
Exemplo:

Classe de equivalência de

$$\frac{1}{2} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12} \dots \right\}$$

Números Mistos

Os números mistos são formados por uma parte inteira e uma fração própria.

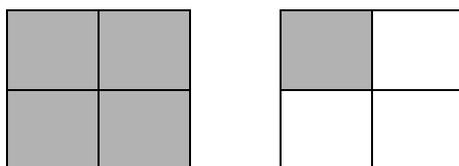


Representamos assim: $1 \frac{1}{2}$ E lemos: um inteiro e um meio

Extração de Inteiros

É o processo de transformação de fração imprópria em número misto.

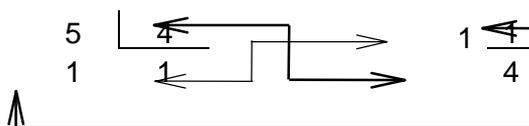
Observe a figura:



Podemos representar essa fração de duas maneiras:

$$1 \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4}$$

Para transformar $\frac{5}{4}$ em número misto, ou seja, para verificar quantas vezes $\frac{4}{4}$ cabe em $\frac{5}{4}$, procede-se assim:



É só dividir o numerador pelo denominador. O quociente será a parte inteira. O resto será o numerador e conserva-se o mesmo denominador.

Transformação de Números Mistos em Frações Impróprias.

Observe o exemplo e a ilustração:

Transformar $1 \frac{1}{4}$ em fração imprópria.

Solução: Consiste em transformar 1 em quartos e juntar com o outro quarto.

$$1 \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$1 + \frac{1}{4}$$

$$1 \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4}$$

Resumidamente, procede-se assim:

Multiplica-se a parte inteira pelo denominador e adiciona-se o numerador ao produto obtido, mantendo-se o denominador.

$$1 \frac{1}{4} = \frac{(1 \times 4 + 1)}{4} = \frac{5}{4}$$

Simplificação de Frações

Simplificar uma fração significa transformá-la numa fração equivalente com os termos respectivamente menores.

Para isso, divide-se o numerador e o denominador por um mesmo número natural

(diferente de 0 e de 1).

Exemplo:

$$\begin{aligned} \text{Simplificar } \frac{8}{16} \\ \frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Quando uma fração não pode mais ser simplificada, diz-se que ela é **IRREDUTÍVEL** ou que está na sua forma mais simples. Nesse caso, o numerador e o denominador são primos entre si.

Redução de Frações ao mesmo Denominador

Reduzir duas ou mais frações ao mesmo denominador significa obter frações equivalentes às apresentadas e que tenham todas o mesmo número para denominador.

Exemplo:

As frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ são equivalentes a $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$ respectivamente.

Para reduzirmos duas ou mais frações ao mesmo denominador, seguimos os seguintes passos:

- 1º - Calcula-se o m.m.c. dos denominadores das frações que será o menor denominador comum.
- 2º - Divide-se o m.m.c. encontrado pelos denominadores das frações dadas.

3º - Multiplica-se o quociente encontrado em cada divisão pelo numerador da respectiva fração. O produto encontrado é o novo numerador.

Exemplo:

Reduzir ao menor denominador comum as frações:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{6}$$

Solução:

1º - m.m.c. (2, 4, 6) = 12 é o denominador.

$$\begin{array}{r|l} 2, 4, 6 & 2 \\ 1, 2, 3 & 2 \\ 1, 1, 3 & 3 \\ \hline 1, 1, 1 & 12 \end{array}$$

2º - $12 \div 2 = 6$

$12 \div 4 = 3$

$12 \div 6 = 2$

3º - $\frac{1 \times 6}{12} = \frac{6}{12}$ $\frac{3 \times 3}{12} = \frac{9}{12}$ $\frac{7 \times 2}{12} = \frac{14}{12}$

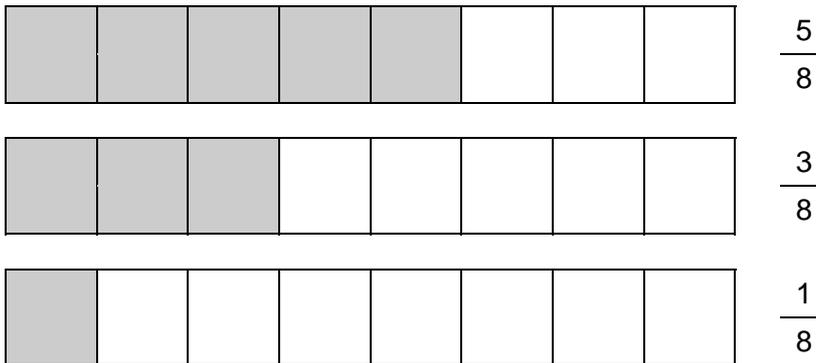
Portanto: $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{14}{12}$ é a resposta.

Comparação de Frações

Comparar duas frações significa estabelecer uma relação de igualdade ou desigualdade entre elas.

Frações com o mesmo Denominador

Observe:

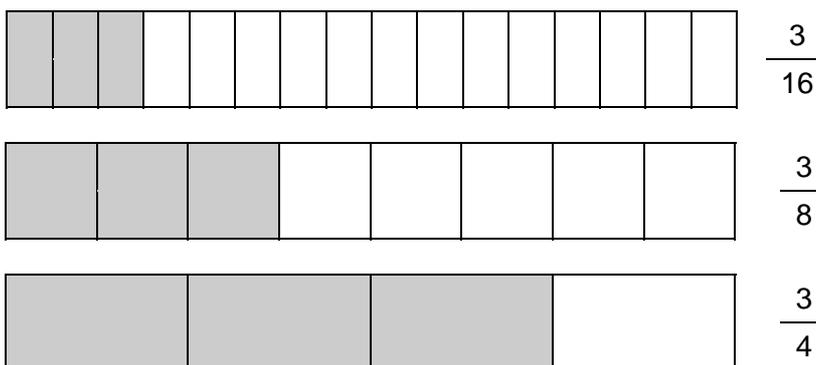


Percebe-se que : $\frac{5}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$ Então:

Se duas ou mais frações tem o mesmo denominador, a maior é a que tem maior numerador.

Frações com o Mesmo Numerador

Observe:



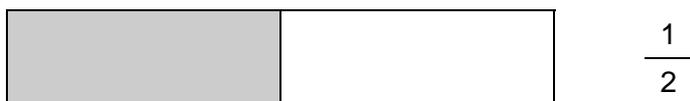
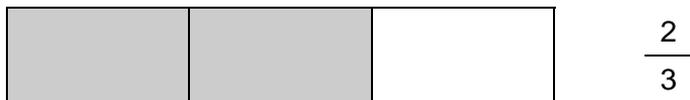
Percebemos que: $\frac{3}{16} < \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$

Então:

Se duas ou mais frações tem o mesmo numerador, a maior é a que tem menor denominador.

Frações com os Numeradores e Denominadores Diferentes

Observe:



Para fazer a comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes, reduzem-se as frações ao mesmo denominador.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \\ \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \\ \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3, 2, 4 & 2 \\ 3, 1, 2 & 2 \\ 3, 1, 1 & 3 \\ \hline 1, 1, 1 & 12 \end{array}$$

Já aprendemos que comparando frações com denominadores iguais a maior fração é a que tem o maior numerador.

Daí, $\frac{9}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{6}{12}$.

Então: $\frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

Adição e Subtração de Frações

A soma ou diferença de duas frações é uma outra fração, obtida a partir do estudo dos seguintes "casos":

1º As Frações tem o mesmo Denominador.

Adicionam-se ou subtraem-se os numeradores e repete-se o denominador.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$$

2º As Frações tem Denominadores diferentes.

Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e procede-se como no 1º caso.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

| | |
|------|----|
| 3, 4 | 2 |
| 3, 2 | 2 |
| 3, 1 | 3 |
| 1, 1 | 12 |

3º Números Mistos.

Transformam-se os números mistos em frações impróprias e procede-se como nos 1º e 2º casos.

Exemplo:

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{4} = \frac{28}{12} + \frac{15}{12} = \frac{43}{12} = 3 \frac{7}{12}$$

Atenção:

Nas operações com frações, é conveniente simplificar e extrair os inteiros do resultado sempre que possível.

Multiplicação de Frações

A multiplicação de duas ou mais frações é igual a uma outra fração, obtida da seguinte forma:

O numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores.

Numa multiplicação de frações, costuma-se simplificar os fatores comuns ao numerador e ao denominador antes de efetua-la.

Exemplo:

$$\frac{2}{3_1} \times \frac{3^1}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{6^2}{5^1} \times \frac{10^2}{3_1} \times \frac{6^2}{9^3} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

Divisão de Frações Ordinárias

O quociente da divisão de duas frações é uma outra fração obtida da seguinte forma:

Multiplica-se a primeira pela fração inversa da segunda.

Para isso, exige-se:

3º - Transformar os números mistos em frações impróprias.

4º - Transformar os números inteiros em frações aparentes.

5º - Simplificar.

6º - Multiplicar os numeradores entre si e os denominadores entre si.

7º - Extrair os inteiros.

Exemplo:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20} = 1 \frac{1}{20}$$

$$8 \frac{1}{4} \div 3 = \frac{33}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{33^{11}}{4} \times \frac{1}{3_1} = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4}$$

Atenção:

Quando houver símbolo de polegada ou de outra unidade em ambos os termos da fração, esse símbolo deve ser cancelado.

Exemplo:

$$\frac{3''}{4} \div \frac{4''}{3} = \frac{3''}{4} \times \frac{3}{4''} = \frac{9}{16}$$

Partes Fracionárias de um Número

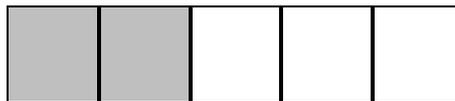
Observe:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 15 = \frac{2}{3_1} \times \frac{15^5}{1} = 10$$

Para determinar partes fracionárias de um número, devemos multiplicar a parte fracionária pelo número dado.

Frações - Exercícios

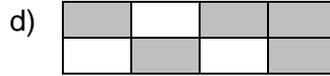
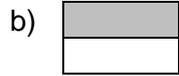
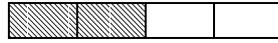
1) Observando o desenho, escreva o que se pede:



- a) O inteiro foi dividido em partes iguais.
- b) As partes sombreadas representam partes desse inteiro.
- c) A fração representada é:
- d) O termo da fração que indica em quantas partes o inteiro foi dividido é o
- e) O termo da fração que indica quantas dessas partes foram tomadas é o

2) Escreva as frações representadas pelos desenhos:





3) Represente com desenho as seguintes frações:

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

4) Complete com a palavra correta:

- a) Frações próprias são frações cujo numerador é que o denominador.
- b) Frações próprias representam quantidades que a unidade.
- c) Frações impróprias são frações cujo numerador é que o denominador.
- d) Frações impróprias representam quantidades que a unidade.

5) Numa pizzaria, Luís comeu $\frac{1}{2}$ de uma pizza e Camila comeu $\frac{2}{4}$ da mesma pizza.

- a) Quem comeu mais?.....
- b) Quanto sobrou da pizza?

6) Assinale V (VERDADEIRO) ou F (FALSO):

- a) () Toda fração imprópria é maior do que 1.
- b) () Toda fração imprópria pode ser representada por um número misto.
- c) () $\frac{1}{3}$ é uma fração.

d) () $\frac{3}{1}$ é uma fração.

7) Faça a leitura de cada uma das frações seguintes:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{100}$

8) Classificar as frações seguintes em própria, imprópria ou aparente:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{8}{4}$

d) $\frac{12}{15}$

e) $\frac{24}{6}$

9) Circule as frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{20}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{6}{15}$

b) $\frac{6}{7} = \frac{2}{5}$ $\frac{18}{21}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{30}{35}$ $\frac{1}{7}$

10) Numere a 2ª coluna de acordo com a 1ª:

1. fração ordinária
2. fração decimal

() $\frac{1}{2}$ () $\frac{7}{10}$ () $\frac{359}{1000}$ () $\frac{6}{35}$

11) Transforme os números mistos em frações impróprias:

a) $2\frac{7}{9} =$ b) $3\frac{1}{2} =$ c) $5\frac{7}{13} =$
d) $1\frac{1}{8} =$ e) $12\frac{3}{4} =$

12) Extraia os inteiros das frações:

a) $\frac{17}{5} =$
b) $\frac{38}{7} =$
c) $\frac{87}{4} =$
d) $\frac{25}{13} =$
e) $\frac{42}{19} =$

13) Simplifique as frações, tornando-as irredutíveis:

a) $\frac{4}{6} =$
b) $\frac{6}{15} =$
c) $\frac{8}{14} =$
d) $\frac{14}{28} =$

e) $\frac{9}{36} =$

14) Reduza as frações ao mesmo denominador:

a) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6} =$

b) $\frac{1}{8}, \frac{3}{16} =$

c) $\frac{3}{5}, \frac{6}{8} =$

d) $\frac{1}{2}, \frac{5}{16}, \frac{3}{12} =$

e) $\frac{3}{4}, \frac{6}{16}, \frac{3}{5} =$

15) Compare as frações, escrevendo-as em ordem crescente:

a) $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{10}{4};$

b) $\frac{3}{6}, \frac{3}{10}, \frac{3}{2}, \frac{3}{1}, \frac{3}{12};$

c) $\frac{1}{10}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{15};$

d) $1\frac{5}{16}, 1\frac{1}{8}, \frac{5}{6}, 1\frac{1}{5};$

Compare as frações apresentadas em cada item, escrevendo, entre elas, os sinais $<$ ou $>$ ou $=$:

a) $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$

b) $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{3}$

c) $\frac{5}{2}$ $\frac{4}{3}$

d) $\frac{6}{4}$ $\frac{7}{5}$

e) $\frac{3}{9}$ $\frac{1}{9}$

f) $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$

g) $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{4}$

h) $\frac{2}{7}$ $\frac{2}{15}$

i) $\frac{7}{11}$ $\frac{3}{5}$

j) $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{35}$

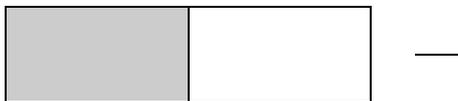
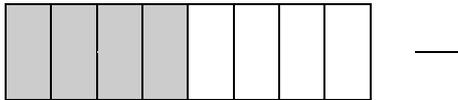
17) Circule a maior fração:

- a) $\frac{3}{5}$ ou $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{9}$
c) $\frac{3}{4}$ ou $\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{10}$ ou $\frac{3}{6}$

18) Circule as frações menores do que um inteiro:

- $\frac{1}{3}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{5}$

19) Observe as figuras e escreva as frações representadas:



Complete:

Essas frações representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes.

Essas frações são denominadas

20) Numere a 2ª coluna de acordo com a fração equivalente na 1ª.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (a) $\frac{6}{9}$ | () $\frac{28}{32}$ |
| (b) $\frac{1}{2}$ | () $\frac{25}{40}$ |
| (c) $\frac{7}{8}$ | () $\frac{16}{64}$ |
| (d) $\frac{1}{4}$ | () $\frac{2}{3}$ |

(e) $\frac{5}{8}$

() $\frac{8}{16}$

21) Torne as frações irredutíveis:

a) $\frac{24}{32} =$

b) $\frac{100}{128} =$

c) $\frac{12}{15} =$

d) $\frac{4}{32} =$

e) $\frac{48}{64} =$

f) $\frac{25}{100} =$

22) Circule as frações irredutíveis:

$\frac{1}{3}, \frac{4}{6}, \frac{12}{15}, \frac{12}{13}, \frac{7}{8}, \frac{18}{24}, \frac{1}{8}$

23) Determine a soma:

a) $\frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \frac{7}{16}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{8} + \frac{7}{16} + \frac{15}{32}$

24) Efetue as adições e simplifique o resultado quando possível:

a) $2 + \frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} =$

b) $d\frac{13}{16} + 1 + 5\frac{1}{8} =$

c) $\frac{25}{3} + 1\frac{1}{4} + 1 =$

d) $2\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$

25) Quanto falta a cada fração para completar a unidade?

Exemplo:

$$\frac{5}{8} \rightarrow \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $\frac{5}{32}$

d) $\frac{17}{64}$

26) Efetue as subtrações indicadas:

a) $\frac{15}{10} - \frac{3}{10} =$

b) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} =$

c) $\frac{8}{5} - \frac{2}{7} =$

d) $3\frac{4}{13} - 1\frac{1}{2} =$

e) $5\frac{2}{3} - \frac{1}{8} =$

27) Resolva:

a) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} =$

b) $\frac{2}{5} \times \frac{9}{7} \times \frac{14}{27} =$

c) $\frac{5}{21} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{15} =$

d) $\frac{3}{4} \times 2 \times \frac{2}{5} =$

e) $3\frac{1}{2} \times \frac{5}{16} \times \frac{3}{5} =$

28) Qual o comprimento resultante da emenda de 16 barras em sentido longitudinal medindo cada uma $5\frac{3''}{4}$?

29) Calcule:

a) $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} =$

b) $3\frac{1}{2} \div 2\frac{3}{5} =$

c) $4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{2} =$

d) $6\frac{1}{3} \div 5\frac{1}{2} =$

e) $\frac{15}{16} \div 5 =$

f) $2\frac{1}{3} \div 7 =$

g) $\frac{3}{10} \div \frac{1}{5} =$

h) $\frac{2}{4}$ de 32 =

i) $\frac{5}{7}$ de 350 =

j) $\frac{1}{3}$ de 930 =

30) Leia com atenção os problemas e resolva:

a) Um carro percorre 8 Km com 1 litro de gasolina.

Quantos quilômetros percorrerá com $10 \frac{1}{2}$ litros?

b) Um vendedor tinha 4.850 parafusos e vendeu $\frac{3}{5}$ deles.

Ele quer colocar o restante, igualmente em 10 caixas.
Quanto deve colocar em cada caixa?

c) Coloquei $\frac{6}{12}$ de minhas ferramentas em uma caixa, $\frac{2}{4}$
em outra caixa e o restante deixei fora das caixas.
Pergunta-se: Que parte de ferramentas ficou fora das
caixas?

d) João encheu o tanque do seu carro. Gastou $\frac{2}{5}$ da gasolina para trabalhar e $\frac{1}{5}$ para passear no final de semana. Quanto sobrou de gasolina no tanque?

e) Numa oficina havia 420 veículos, $\frac{1}{4}$ eram caminhões. Quantos caminhões havia na oficina?

f) Em uma caixa, os lápis estão assim distribuídos: $\frac{1}{2}$ correspondem aos lápis vermelhos, $\frac{1}{5}$ são lápis azuis e $\frac{1}{4}$ são pretos. Que fração corresponde ao total de lápis na caixa?



Números Decimais

Conceito e Leitura

Já estudamos que uma fração é decimal, quando o seu denominador é o número 10 ou potência de 10.

Exemplos:

$$\frac{5}{10} \quad \text{Lê-se cinco décimos}$$

$$\frac{45}{1000} \quad \text{Lê-se quarenta e cinco milésimos}$$

As frações decimais podem ser representadas através de uma notação decimal que é mais conhecida por "número decimal".

Exemplos:

$$\frac{1}{10} = 0,1 \quad \text{Lê-se um décimo}$$

$$\frac{1}{100} = 0,01 \quad \text{Lê-se um centésimo}$$

$$\frac{1}{1000} = 0,001 \quad \text{Lê-se um milésimo}$$

Essa representação decimal de um número fracionário obedece ao princípio da numeração decimal que diz: "Um algarismo escrito à direita de outro representa unidades dez vezes menores que as desse outro.

| ...Milhar | Centena | Dezena | Unidade Simples | Décimo | Centésimo | Milésimo... |
|-----------|---------|--------|-----------------|--------|-----------|-------------|
| ... 1000 | 100 | 10 | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001... |

Em um número decimal:

- Os algarismos escritos à esquerda da vírgula constituem a parte inteira.
- Os algarismos que ficam à direita da vírgula constituem a parte decimal.

Exemplo:

Parte inteira \rightarrow 12,63 \leftarrow Parte decimal

Lê-se doze inteiros e sessenta e três centésimos.

Para fazer a leitura de um número decimal, procede-se da seguinte maneira:

- 1- Enuncia-se a parte inteira, quando existe.
- 2- Enuncia-se o número formado pelos algarismos da parte decimal, acrescentando o nome da ordem do último algarismo.

Exemplos:

- a) 0,438 - Lê-se: quatrocentos e trinta e oito milésimos.
- b) 3,25 - Lê-se: três inteiros e vinte cinco centésimos.
- c) 47,3 - Lê-se: quarenta e sete inteiros e três décimos.

Observações:

- 1- O número decimal não muda de valor se acrescentarmos ou suprimirmos zeros à direita do último algarismo.

Exemplo: $0,5 = 0,50 = 0,500$

- 2- Todo número natural pode ser escrito na forma de número decimal, colocando-se a vírgula após o último algarismo e zero (s) a sua direita.

Exemplo: $34 = 34,000$ $1512 = 1512,00$

Transformação de Fração Decimal em Número Decimal

Para escrever qualquer número fracionário decimal, na forma de "Número Decimal", escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Exemplos:

a) $\frac{25}{10} = 2,5$

b) $\frac{43}{1000} = 0,043$

c) $\frac{135}{1000} = 0,135$

e) $\frac{2343}{100} = 23,43$

Transformação de Número Decimal em Fração Decimal

Para se transformar um número decimal numa fração decimal, escrevem-se no numerador os algarismos desse número e no denominador a potência de 10 correspondente à quantidade de ordens (casas) decimais.

Exemplos:

$$\text{a) } 0,34 = \frac{34}{100}$$

$$\text{b) } 5,01 = \frac{501}{100}$$

$$\text{c) } 0,01 = \frac{1}{100}$$

$$\text{d) } 21,057 = \frac{21057}{1000}$$

Operações com Números Decimais

Adição e Subtração

Para adicionar ou subtrair dois números decimais, escreve-se um abaixo do outro, de tal modo que as vírgulas se correspondam (numa mesma coluna) e adicionam-se ou subtraem-se como se fossem números naturais.

Observações:

Costuma-se completar as ordens decimais com zeros à direita do último algarismo.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 3,97 + 47,502 = 51,472 \\ 3,970 \\ + 47,502 \\ \hline 51,472 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 4,51 - 1,732 = 2,778 \\ 4,510 \\ - 1,732 \\ \hline 2,778 \end{array}$$

No caso de adição de três ou mais parcelas, procede-se da mesma forma que na de duas parcelas.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 4,310 \\ 5,200 \\ + 17,138 \\ \hline 26,648 \end{array}$$

Multiplicação

Para multiplicar números decimais, procede-se da seguinte forma:

- 1º Multiplicam-se os números decimais, como se fossem naturais;
- 2º No produto, coloca-se a vírgula contando-se da direita para a esquerda, um número de ordens decimais igual à soma das ordens decimais dos fatores.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 0,012 \times 1,2 = \quad 0,012 \quad \quad \quad 3 \text{ ordens decimais} \\ \quad \quad \quad \underline{\times 1,2} \quad \quad \quad + 1 \text{ ordem decimal} \\ \quad \quad \quad 0024 \\ + \quad \underline{0012} \\ \quad \quad \quad 0,0144 \quad \quad \quad 4 \text{ ordens decimais} \end{array}$$

Para multiplicar um número decimal por 10, 100, 1000 ..., desloca-se a vírgula para a direita tantas ordens quantos forem os zeros do multiplicador.

Exemplos:

- a) $2,35 \times 10 = 23,5$
- b) $43,1 \times 100 = 4310$
- c) $0,3145 \times 1000 = 314,5$

Para multiplicar três ou mais fatores, multiplicam-se os dois primeiros; o resultado obtido multiplica-se pelo terceiro e assim por diante até o último fator.

Exemplo:

$$0,2 \times 0,51 \times 0,12 = 0,01224$$

Divisão

Para efetuarmos a divisão entre números decimais procedemos do seguinte modo:

- 1) igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor acrescentando zeros;
- 2) eliminamos as vírgulas;
- 3) efetuamos a divisão entre os números naturais obtidos.

Atenção:

Se a divisão não for exata, para continua-la colocamos um zero à direita do novo dividendo e acrescenta-se uma vírgula no quociente.

1º Exemplo: $3,927 \div 2,31 = 1,7$

$$\begin{array}{r} 3,927 \quad | \quad 2,310 \\ 16170 \quad | \quad 1,7 \\ \hline 0000 \end{array}$$

2º Exemplo: $47,76 \div 24 = 1,99$

$$\begin{array}{r} 47,76 \quad | \quad 24,00 \\ 237 \quad | \quad 1,99 \\ \hline 216 \\ 00 \end{array}$$

Para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000 ..., desloca-se a vírgula no dividendo para a esquerda tantas ordens quantos forem os zeros do divisor.

Exemplos:

- a) Dividir 47,235 por 10, basta deslocar a vírgula uma ordem para esquerda.

$$47,235 \div 10 = 4,7235$$

- b) Dividir 58,4 por 100, basta deslocar a vírgula duas ordens para a esquerda.

$$58,4 \div 100 = 0,584$$

Quando a divisão de dois números decimais não é exata, o resto é da mesma ordem decimal do dividendo original.

Exemplo:

$$39,276 \div 0,7 = 56,108 \quad \text{resto } 0,004$$

$$\begin{array}{r} 39,276 \quad | \quad 0,700 \\ 42 \quad | \quad 56,108 \\ \hline 07 \end{array}$$

060
0,004

Números Decimais - Exercícios

1) Escreva com algarismos, os seguintes números decimais:

- a) Um inteiro e três décimos
- b) Oito milésimos
- c) Quatrocentos e cinquenta e nove milésimos
- d) Dezoito inteiros e cinco milésimos
- e) Vinte cinco inteiros e trinta e sete milésimos

2) Represente em forma de números decimais:

- a) 97 centésimos =
- b) 8 inteiros e 5 milésimos =
- c) 2 inteiros e 31 centésimos =
- d) 475 milésimos =

3) Observe os números decimais e complete com os sinais:



- a) 1,789 2,1
- b) 3,78 3,780
- c) 4,317 43,27
- d) 42,05 42,092
- e) 8,7 8,512

4) Escreva em forma de número decimal as seguintes frações decimais:

- a) $\frac{36}{100} =$
- b) $\frac{5}{1000} =$

c) $3\frac{8}{10} = \dots\dots\dots$

5) Escreva na forma de fração decimal:

a) $0,5 = \dots\dots\dots$

f) $8,71 = \dots\dots\dots$

b) $0,072 = \dots\dots\dots$

g) $64,01 = \dots\dots\dots$

c) $0,08 = \dots\dots\dots$

h) $347,28 = \dots\dots\dots$

d) $0,481 = \dots\dots\dots$

i) $0,12 = \dots\dots\dots$

e) $1,3 = \dots\dots\dots$

j) $0,201 = \dots\dots\dots$

6) Arme e efetue as adições:

a) $0,8 + 6,24 =$

b) $2,9 + 4 + 5,432 =$

c) $6 + 0,68 + 1,53 =$

d) $19,2 + 2,68 + 3,062 =$

7) Arme e efetue as subtrações:

a) $36,45 - 1,2 =$

b) $4,8 - 1,49 =$

c) $9 - 2,685 =$

d) $76,3 - 2,546 =$

8) Arme, efetue e tire a prova:

a) $650,25 \times 3,8 =$

b) $48 \div 2,4 =$

c) $0,60 \div 0,12 =$

d) $6,433 + 2 + 1,6 =$

e) $9 - 2,5 =$

9) Resolva:

a) $36,4 + 16,83 + 2,308 =$

b) $93,250 - 1,063 =$

c) $67403 \times 6,9 =$

d) $204,35 \div 48 =$

10) Atenção! Efetue sempre antes o que estiver dentro dos parênteses:

a) $(0,8 - 0,3) + 0,5 =$

b) $(1,86 - 1) + 0,9 =$

c) $(5 - 1,46) + 2,68 =$

d) $(1,68 + 3,2) - 2,03 =$

e) $(0,8 - 0,5) + (6,5 \times 3) =$

f) $0,4 - (0,2 \times 0,35) =$

11) Arme e efetue as operações:

a) $0,471 + 5,9 + 482,23 =$

b) $6,68 \times 5,986 =$

c) $5,73 \times 6,8 =$

d) $24,8 \div 6,2 =$

12) Calcule:

a) $0,0789 \times 100 =$

b) $0,71 \div 10 =$

c) $0,6 \div 100 =$

d) $8,9741 \times 1000 =$

13) Torne:

a) 3,85 dez vezes maior =

b) 42,6 dez vezes menor =

c) 0,153 dez vezes maior =

d) 149,2 cem vezes menor =

e) 1,275 mil vezes maior =

14) Resolva o problema:

Jorge pintou um carro em 2 dias. Sabendo-se que ele pintou 0,4 do carro no 1º dia, quanto ele pintou no 2º dia?

15) Relacione os elementos por igualdade:

a)

b)

Observe os elementos dos conjuntos acima e marque as sentenças que são verdadeiras:

- a) Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1.
- b) Todos os elementos de A são maiores que zero.
- c) Nenhum elemento de B é menor que 1.
- d) Todos os elementos de B são menores que 10.

16) a)

b)

a) Relacione os elementos dos conjuntos A e B e escreva verdadeiro ou falso.

- () 1 - Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1.
- () 2 - Todos os elementos de B são maiores que zero.
- () 3 - Nenhum elemento de B é menor do que 1.
- () 4 - Todos os elementos de A são maiores que 10.

17) Arme e efetue as operações abaixo:

a) $3 \div 0,05 =$

b) $6,52 \times 38 =$

c) $26,38 + 2,953 + 15,08 =$

d) $7,308 - 4,629 =$

e) $63,50 \div 4,9 =$

18) Calcule os quocientes abaixo com duas casas decimais:

a) $2,4 \div 0,12 =$

b) $5,85 \div 0,003 =$

c) $0,3 \div 0,008 =$

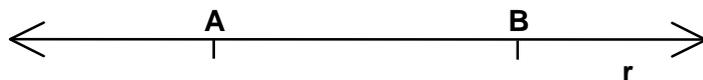
d) $48,6 \div 0,16 =$

Medidas de Comprimento

Conceito de Medida

Medir uma grandeza é compará-la com outra da mesma espécie tomada como unidade.

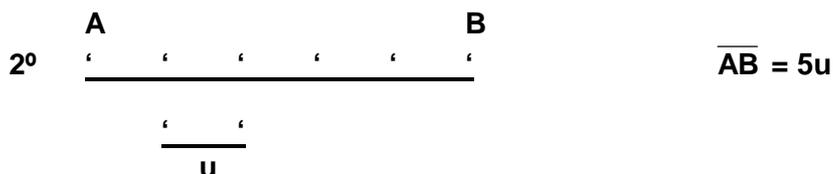
Exemplo: Consideremos dois pontos quaisquer de uma reta r , aos quais daremos as letras **A** e **B**.



A parte de reta compreendida entre os pontos **A** e **B** é chamada **segmento de reta**.

Para medir o segmento de reta \overline{AB} , escolhemos um segmento unitário u que será a unidade de medida.

Exemplo:



Qualquer segmento pode ser escolhido para unidade de comprimento. Porém se cada pessoa pudesse escolher livremente uma unidade de comprimento para medir um

segmento \overline{AB} , este apresentaria diferentes medidas, dependendo da unidade usada.

Assim, existe a necessidade de se escolher uma unidade padrão de comprimento, isto é, uma unidade de comprimento conhecida e aceita por todas as pessoas.

Medidas de Comprimento

A unidade padrão de comprimento é o metro.

O metro é o comprimento assinalado sobre uma barra metálica depositada no Museu Internacional de Pesos e Medidas, na cidade de Sèvres (França).

O metro com seus múltiplos forma o **Sistema Métrico Decimal** que é apresentado no seguinte quadro:

| Unidade | Quilômetro | Hectômetro | Decâmetro | Metro | Decímetro | Centímetro | Milímetro |
|---------|------------|------------|------------|----------|-----------|------------|-----------|
| Símbolo | km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| Valor | 1.000m | 100m | 10m | 1m | 0,1m | 0,01 | 0,001m |

Leitura de Comprimentos

Cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior:

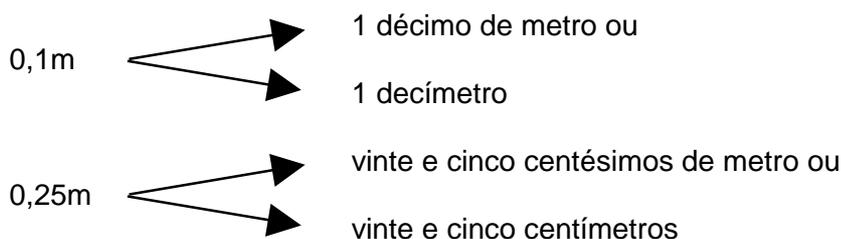
$$\begin{array}{lll}
 1\text{km} = 10\text{hm} & 1\text{hm} = 10\text{dam} & 1\text{dam} = 10\text{m} \\
 1\text{m} = 10\text{dm} & 1\text{dm} = 10\text{cm} & 1\text{cm} = 10\text{mm}
 \end{array}$$

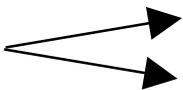
Em conseqüência, cada unidade de comprimento é igual a 0,1 da unidade imediatamente superior:

$$\begin{array}{lll}
 1\text{hm} = 0,1\text{km} & 1\text{dam} = 0,1\text{hm} & 1\text{m} = 0,1\text{dam} \\
 1\text{dm} = 0,1\text{m} & 1\text{cm} = 0,1\text{dm} & 1\text{mm} = 0,1\text{cm}
 \end{array}$$

A leitura e a escrita de um número que exprime uma medida de comprimento (número seguindo do nome da unidade) é feita de modo idêntico aos números decimais.

Veja como você deve ler alguns comprimentos:



6,37m  seis inteiros e trinta e sete centésimos de metro ou 63,7 decímetros

Mudanças de Unidade

Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 10, ou seja, devemos deslocar a vírgula um algarismo para a direita.

Exemplos:

$$3,72\text{dam} = (3,72 \times 10)\text{m} = 37,2\text{m}$$

$$5,89\text{dam} = (5,89 \times 10)\text{m} = 58,9\text{m}$$

Para passar de uma unidade imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 10, ou seja, devemos deslocar a vírgula de um algarismo para esquerda.

Exemplos:

$$389,2\text{cm} = (389,2 : 10)\text{dm} = 38,92\text{dm}$$

$$8,75\text{m} = (8,75 : 10)\text{dam} = 0,875\text{dam}$$

Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivamente uma das regras anteriores:

Exemplos:

a) $3,584\text{km} = 35,84\text{hm} = 358,4\text{dam} = 3584\text{m}$

b) $87,5\text{dm} = 8,75\text{m} = 0,875\text{dam} = 0,0875\text{hm}$

Exercícios - Medidas de Comprimento

1) Escreva a unidade mais adequada quando você quer medir:

- a) O comprimento da sala de aula:
- b) A distância entre Vitória e Rio:
- c) A largura de um livro:
- d) A folga de virabrequim:.....

2) Escreva as medidas:

- a) 8 hectômetros e 9 decâmetros:
- b) 3 metros e 5 milímetros:
- c) 27 metros e 5 milímetros:

- d) 1 metro e 17 centímetros:.....
e) 15 decímetros e 1 milímetro:

3) Transforme cada medida apresentada para a unidade indicada:

- a) 527m =cm
b) 0,783m =mm
c) 34,5dam =cm
d) 0,8m =mm
e) 22,03m =dm

4) Reduza para a unidade indicada:

- a) 5m =dm
b) 6m =cm
c) 7m =mm
d) 9dm =cm
e) 12dm =mm
f) 18cm =mm
g) 0,872m =mm

5) Como se lêem as medidas:

- a) 38,65m =
b) 1,50m =
c) 13,08km =
d) 2,37hm =
e) 9,728m =

6) Marque as afirmativas com **V** ou **F**:

- a) () A unidade 100 vezes menor que o metro é o centímetro.
b) () O metro é a medida usada para medir comprimento.
c) () A abreviatura de decâmetro é dm.
d) () 1m = 10cm.

- e) () 1000mm corresponde a 1 metro.
a) () As unidades de comprimento variam de 10 em 10.

7) Com base na tabela , represente:

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

- a) oito hectômetros e cinco metros.
b) doze decâmetros e sete centímetros.
c) cinqüenta e um metros e nove milímetros.
d) vinte e cinco hectômetros e dezenove decímetros.
e) dois metros e cinco milímetros.
- 8) Descubra as medidas representadas no quadro e a seguir, escreva por extenso:

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|----|----|----|----|
| | 1 | 0, | 0 | 3 | | |
| | | | 4, | 5 | | |
| | | | | 2, | 1 | 6 |
| | | | 3, | 0 | 0 | 7 |
| | | 1 | 6, | 0 | 5 | |

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)
- 9) Resolva os problemas com toda a atenção:
- a) Júlio tem 1,72m de altura e Paulo tem 1,58m. Qual a diferença de altura dos dois meninos?

- b) Alice que colocar o rodapé na sala. A sala tem forma retangular com medidas iguais 3,5m e 4,2m. Quantos metros de rodapé serão colocados nesta sala?
- c) Um vendedor tinha uma peça de tecido com 6,5m. Ontem, vendeu 2,4m deste tecido a uma freguesa e hoje vendeu mais 1,3m da mesma fazenda. Quantos metros sobraram?
- d) Uma barra de ferro com 8m será repartida em 32 pedaços do mesmo tamanho.
Quanto medirá cada pedaço?
- e) Um lote de forma quadrada será cercado com 3 voltas de arame. Quantos metros de arame serão gastos, se o lado do lote tem 22,5m?

Proporcionalidade

Razão

Na linguagem do dia a dia, costuma-se usar o termo razão com o mesmo significado da matemática, ou seja, da divisão indicada de dois números.

Assim, tem-se, por exemplo:

- A quantidade de litros de álcool adicionado à gasolina está na razão de 1 para 4 ou $(1/4)$. Isso quer dizer que adiciona-se 1 litro de álcool a cada 4 litros de gasolina.
- Em cada 10 carros de um estacionamento, 6 são de marca X ou $10/6$

A partir da análise desses 2 tipos de situações, apresentamos a seguinte definição:

Razão entre dois números é o quociente do primeiro pelo segundo.

Representa-se uma razão entre dois números a e b ($b \neq 0$) por a/b ou $a : b$ (lê-se: "a está para b").

Exemplos:

- A razão entre os números 3 e 5 é $3/5$ ou $3 : 5$ (lê-se: "3 está para 5").
- A razão entre os números 1 e 10 é $1 : 10$ (lê-se: "1 está para 10").
- A razão entre os números 7 e 100 é $7/100$ ou $7 : 100$ (lê-se: "7 está para 100").

Os termos da RAZÃO são:

| | | | | | | |
|----------------|---|-------------|----|-------------|---|-------------|
| $\frac{12}{2}$ | → | antecedente | ou | 12 | : | 12 |
| | | conseqüente | | ↓ | | ↓ |
| | | | | antecedente | | conseqüente |

Atenção:

- O conseqüente (o divisor) deve ser sempre diferente de zero.

- Para determinar o valor de uma razão, basta dividir o antecedente pelo conseqüente.

Inversa de uma razão

A inversa de uma razão é determinada trocando-se a posição dos termos da razão considerada.

Exemplo: a inversa da razão $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$

Logo, duas razões são inversas, quando o antecedente de uma é igual ao conseqüente da outra.

Cálculo de uma razão

- a) O valor da razão é um número inteiro.

Exemplo:

$$3 : 1,5 = 2 \quad \begin{array}{r} 3,0 \quad | \quad 1,5 \\ \underline{0 \quad 2} \end{array}$$

- b) O valor da razão é uma fração.

Exemplo:

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \quad \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2} \times \frac{4^2}{3} = \frac{2}{3}$$

- c) O valor da razão é um número decimal.

Exemplo:

$$16 : 5 = 3,2 \quad \begin{array}{r} 16 \quad | \quad 5 \\ \underline{10 \quad 3,2} \\ 0 \end{array}$$

- d) Para determinar a razão de duas medidas diferentes, é necessário fazer a conversão para uma mesma unidade. No caso, reduziremos a cm:

Exemplo:

$$\frac{2\text{m}}{25\text{cm}} = \frac{200\text{cm}}{25\text{cm}} = 8$$

Proporção

Chama-se proporção à igualdade entre duas razões.

De um modo genérico, representa-se uma proporção por uma das formas:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ou} \quad a : b :: c : d$$

Lê-se "a está para b, assim como c está para d".

$$(b \neq 0 \quad \text{e} \quad d \neq 0)$$

Exemplos:

a) As razões $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ formam a proporção $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

b) As razões $3 : 2$ e $9 : 6$ formam a proporção $3 : 2 :: 9 : 6$

Observação: Uma proporção representa uma equivalência entre duas frações.

Os números que se escrevem numa proporção são denominados termos, os quais recebem nomes especiais: o primeiro e o último termo recebem o nome de extremos e os outros dois recebem o nome de meios

Exemplo:

| extremo | meio | meios |
|----------------|---------------|-------------------|
| ↓ | ↓ | ↓ |
| $\frac{9}{12}$ | $\frac{6}{8}$ | $9 : 12 :: 6 : 8$ |
| ↑ | ↑ | ↑ |
| meio | extremo | ↖ extremos ↗ |

Propriedade fundamental das proporções

Observe a proporção $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ e examine o que ocorre com os produtos dos termos do mesmo nome.

$$\begin{aligned} \text{produto dos meios} &= 8 \times 9 && \text{—————} && 72 \\ \text{produto dos extremos} &= 6 \times 12 && \text{—————} && 72 \end{aligned}$$

Com isso, podemos concluir que:

O produto dos *meios* é igual ao produto dos *extremos*.

Se numa proporção, três termos forem conhecidos e um desconhecido pode-se determiná-lo aplicando a propriedade fundamental das proporções.

Exemplos:

na proporção $\frac{a}{2} = \frac{3}{6}$, determinar o valor de a.

a) $\frac{a}{2} = \frac{3}{6}$, tem-se: $6.a = 2.3$

$$6a = 6$$

$$a = \frac{6}{6}$$

$$a = 1$$

b) Determinar o valor de x na proporção $\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{9}, \text{ tem-se: } 2.9 = 3.x \qquad 3.x = 2.9$$

$$18 = 3x \qquad 3x = 18$$

$$\frac{18}{3} = x \qquad x = \frac{18}{3}$$

$$6 = x \qquad x = 6$$

Importante: Nas proporções, costuma-se guardar o lugar do termo desconhecido pelas letras a, x, y, z ou qualquer outro símbolo.

Se forem desconhecidos os dois meios ou os dois extremos caso sejam iguais, deverá multiplicar os termos conhecidos e extrair a raiz quadrada do produto obtido.

Exemplo:

Calcular o valor de y na proporção $\frac{9}{y} = \frac{y}{4}$

$$y \cdot y = 9 \cdot 4 \therefore y^2 = 36 \therefore y = \sqrt{36} \therefore y = 6$$

Grandezas proporcionais

Na matemática, entende-se por *GRANDEZA* tudo que é suscetível de aumento ou diminuição. Duas ou mais grandezas podem ser diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Grandezas diretamente proporcionais

Suponhamos que um parafuso custe Cr\$ 10,00 e observamos que, aumentando-se a quantidade de parafusos, aumentará o custo da quantidade, ou seja:

1 parafuso custa R\$ 10,00
2 parafusos custam R\$ 20,00
3 parafusos custam R\$ 30,00

Diz-se que essas grandezas "quantidade de um produto" e "custo" são diretamente proporcionais porque ao dobro de uma corresponde o dobro da outra, ao triplo de uma, corresponde o triplo da outra e assim sucessivamente.

Desse modo afirma-se que:

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra aumenta na mesma proporção.

Grandezas inversamente proporcionais

Suponhamos que a distância entre duas cidades é de 240 Km e que um automóvel faz este percurso em 4 horas, a uma velocidade de 60 Km por hora (60 Km/h). Observemos que, aumentando-se a velocidade, diminuirá o tempo gasto no percurso, ou diminuindo a velocidade, aumentará o tempo.

Exemplo:

| | | |
|---------|---------|-----|
| 30 Km/h | gastará | 8 h |
| 40 Km/h | gastará | 6 h |
| 60 Km/h | gastará | 4 h |

Pode-se observar que essas grandezas "velocidade" e "tempo de percurso" são inversamente proporcionais porque, quando a velocidade duplica, o tempo se reduz à metade e assim por diante.

Desse modo afirma-se que:

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra diminui na mesma proporção.

Para formar a proporção correspondente, deve-se considerar o inverso da razão relativa às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo:

| VELOCIDADE | TEMPO | RAZÕES | PROPORÇÃO CORRESPONDENTE |
|-----------------------|------------|---------------------------------|--|
| a) 30 Km/h 60 Km/h | 8 h 4 h | $\frac{30}{60}$ e $\frac{8}{4}$ | $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ ou $\frac{30}{60} = \frac{4}{8}$ |
| b) 40 Km/h 60 Km/h | 6 h 4 h | $\frac{40}{60}$ e $\frac{6}{4}$ | $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{40}{60} = \frac{4}{6}$ |

Exercícios - Proporcionalidade

1) Escreva a razão entre cada um dos pares de números seguintes:

- a) 3 e 5
- b) 7 e 4
- c) 1 e 8
- d) 2 e 2
- e) 6 e 9

2) Escreva a razão inversa de cada uma das razões seguintes:

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{5}{2}$
- c) $\frac{7}{10}$
- d) 4 : 7
- e) 9 : 5

3) Identifique quais são os extremos e quais são os meios nas proporções:

a) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

b) $5 : 3 :: 15 : 9$

4) Determine a razão entre as medidas:

a) 5 cm e 25 cm

b) 6 cm e 6 m

c) 1 dm e 0,4 m

d) $\frac{3''}{4}$ e $\frac{5''}{8}$

e) 2 mm e 5 cm

5) Uma chapa retangular tem de comprimento 1,20 m e de largura 80 cm. Calcular:

a) A razão entre a largura e o comprimento.

b) A razão entre o comprimento e a largura.

6) Determine o valor das razões entre:

a) 0,35 e 0,7

b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

7) Coloque o nome dos termos da razão:

$$\frac{5}{9} \rightarrow \dots \quad \text{ou} \quad 5 : 9$$

$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \dots \\ \leftarrow \dots \end{array} \right\} \dots$

8) Coloque o nome dos termos da proporção:

$$\dots \leftarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{6} \rightarrow \dots$$

9) Complete:

a) a) A igualdade entre duas razões é chamada

.....

b) Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos

c) Em toda proporção, a diferença entre os antecedentes está para a diferença dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para seu.....

.....

10) Determine o valor de x em cada uma das proporções seguinte

a) $\frac{x}{2} = \frac{8}{4}$

b) $\frac{6}{x} = \frac{12}{8}$

c) $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$

d) $\frac{8}{3} = \frac{8}{x}$

e) $\frac{x}{5} = \frac{2}{10}$

Regra de Três

Uma *regra de três* é uma regra prática que permite resolver problemas através de proporções, envolvendo duas ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais. Uma regra de três é comumente classificada em simples ou composta.

Regra de Três Simples

Uma regra de três é simples quando envolve apenas duas grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Para resolver uma regra de três simples, segue-se a seguinte orientação:

- escrever, numa mesma linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem;
- escrever, numa mesma coluna, as grandezas de mesma espécie;
- determinar quais são as grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais;
- formar a proporção correspondente;
- resolver a equação obtida.

Observação: Ao formar a proporção, deve-se considerar o inverso da razão correspondente às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplos:

- a) Se três limas custam R\$ 144,00, quanto se pagará por 7 limas iguais às primeiras?

Para resolver o problema, procede-se assim:

1º) Organizam-se as sucessões com elementos da mesma espécie. É comum organizar as sucessões verticalmente para depois calcular:

| | |
|-------|-------|
| limas | R\$ |
| ↓ 3 | 144 ↓ |
| ↓ 7 | x ↓ |

2º) Valendo-se do seguinte raciocínio: "se três limas custam R\$ 144,00, aumentando as limas, aumentarão os cruzeiros, logo, a regra é simples.

3º) A proporção correspondente será:

$$\frac{3}{7} = \frac{144}{x}$$

4º) De acordo com a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$3 \cdot x = 144 \cdot 7$$

5º) Resolvendo a equação formada, tem-se:

$$x = \frac{144 \cdot 7}{3}$$

$$x = 336$$

RESPOSTA: O preço das limas será R\$ 336,00

a) Um automóvel, em velocidade constante de 80 Km/h, percorre uma certa distância em 6 horas. Em quantas horas fará o mesmo percurso se diminuir a velocidade para 60 Km/h?

SOLUÇÃO: As grandezas são inversamente proporcionais, pois, diminuindo a velocidade, aumentará o tempo de percurso. Daí escreve-se:

| | |
|----------|------|
| ↓ 80km/h | 6h ↑ |
| ↓ 60km/h | x ↑ |

• Logo, a proporção correspondente será:

$$\frac{80}{60} = \frac{1}{\frac{x}{6}} \quad \text{ou} \quad \frac{80}{60} = \frac{x}{6}$$

• Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$60 \cdot x = 6 \cdot 80$$

$$x = \frac{6 \cdot 80}{60^{10}} = 8$$

- Resolvendo-se a equação formada:

$$x = 8$$

RESPOSTA: O automóvel fará o percurso em 8 horas.

Vimos que a sucessão que contém (x) serve de base para saber se qualquer uma outra é direta ou inversa. Se é direta, recebe as setas no mesmo sentido e se inversa, em sentidos opostos.

Regra de Três Composta

Uma regra de três é composta, quando envolve três ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Para se resolver uma regra de três composta, seguem-se os seguintes passos:

- escrever, numa mesma linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem;
- escrever, numa mesma coluna, as grandezas de mesma espécie;
- determinar quais são as grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, considerando-se separadamente, duas a duas, as colunas das grandezas envolvidas, uma das quais deve ser, sempre a coluna que contém a incógnita;
- formar a proporção correspondente;
- resolver a equação formada.

Observação: Ao formar a proporção, deve-se considerar o inverso da razão correspondente às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo:

- a) Quatro operários, em 6 dias, montam 48 bicicletas. Quantas bicicletas do mesmo tipo são montadas por 10 operários em 9 dias?

SOLUÇÃO: escrevendo-se as linhas e as colunas:

| OPERÁRIOS | DIAS | BICICLETAS |
|-----------|------|------------|
| 4 | 6 | 48 |
| 10 | 9 | x |

- Comparando cada grandeza com a que tem o termo desconhecido:
 - As grandezas "operários" e "bicicletas" são diretamente proporcionais (aumentando uma, aumentará a outra), logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

| OPERÁRIOS | DIAS | BICICLETAS |
|-----------|------|------------|
| ↓ 4 | 9 | ↓ 48 |
| ↓ 10 | 6 | ↓ x |

- As grandezas "dias" e "bicicletas" são diretamente proporcionais, logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

| OPERÁRIOS | DIAS | BICICLETAS |
|-----------|------|------------|
| ↓ 4 | ↓ 6 | ↓ 48 |
| ↓ 10 | ↓ 9 | ↓ x |

- As razões correspondentes a essas grandezas são:

$$\frac{4}{10} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{48}{x}$$

- Uma vez que as grandezas envolvidas são todas diretamente proporcionais, tem-se que:

$\frac{48}{x}$ é proporcional a $\frac{6}{9}$ e, ao mesmo tempo, é proporcional a $\frac{4}{10}$, logo, será proporcional ao produto $\frac{6}{9} \cdot \frac{4}{10}$.

- Portanto, para escrever a proporção correspondente, deve-se igualar a razão que tem o termo desconhecido, com o produto das razões relativas às outras grandezas. Escreve-se:

$$\frac{48}{x} = \frac{6}{9} \cdot \frac{4}{10} \text{ ou } \frac{48}{x} = \frac{24}{90}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$24 \cdot x = 48 \cdot 90$$

$$x = \frac{48^2 \cdot 90}{24^1}$$

- Resolvendo-se essa equação, vem:

$$x = 180$$

- RESPOSTA: serão montadas 180 bicicletas.

- b) Se 8 operários constroem, em 6 dias, um muro com 40 m de comprimento, quantos operários serão necessários para construir um outro muro com 70 m, trabalhando 14 dias?

SOLUÇÃO: Escrevendo-se as linhas e as colunas:

| OPERÁRIOS | DIAS | BICICLETAS |
|-----------|------|------------|
| 8 | 6 | 40 |
| x | 14 | 70 |

- Comparando-se cada grandeza com a que tem o termo desconhecido:

- As grandezas "operários" e "metros" são diretamente proporcionais (aumentando uma, aumentará a outra), logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

| OPERÁRIOS | DIAS | BICICLETAS |
|-----------|------|------------|
| ↓ 8 | 6 | ↓ 70 |
| ↓ x | 14 | ↓ 40 |

- As grandezas "operários" e "dias" são inversamente proporcionais (aumentando uma, diminuirá a outra), logo, as setas devem ter sentido contrário, ou seja:

| OPERÁRIOS | DIAS | BICICLETAS |
|-----------|------|------------|
| ↓ 8 | ↑ 6 | ↓ 40 |
| ↓ x | ↑ 14 | ↓ 70 |

- As razões relativas a essas grandezas são:

$$\frac{8}{x} \qquad \frac{6}{14} \qquad \frac{70}{40}$$

- Para escrever a proporção correspondente, deve-se igualar a razão da grandeza desconhecida no produto do inverso das razões relativas às grandezas inversamente proporcionais:

$$\frac{8}{x} = \frac{1}{6} \cdot \frac{40}{70} \qquad \text{ou} \qquad \frac{8}{x} = \frac{14}{6} \cdot \frac{40}{70} \qquad \text{ou}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{560}{420}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções:

$$560 \cdot x = 8 \cdot 420$$

$$x = \frac{8^1 \cdot 420}{560^7}$$

$$x = 6$$

- RESPOSTA: Serão necessários 6 operários.

Exercícios - Regra de Três

- 1) Um automóvel percorreu em 5 h uma estrada de 325 Km. Na mesma velocidade, quantas horas precisará para percorrer 520 Km?
- 2) Um volante gira dando 180 rotações em 30 segundos. Em quantos segundos dará 120 rotações?
- 3) 18 máquinas produzem 2.400 peças se trabalharem 8 horas. Quantas horas deverão trabalhar 36 máquinas iguais às primeiras para produzirem 7.200 peças?
- 4) Dispondo de uma engrenagem de 60 mm de diâmetro com 30 dentes, determinar o diâmetro que deve ter outra engrenagem com 12 dentes, a fim de utilizá-la numa transmissão.
- 5) Uma polia de 20 mm de diâmetro tem de circunferência 62,8 mm. Qual é a circunferência de outra com 50 mm de diâmetro?
- 6) Uma bomba eleva 180 litros de água em 6 minutos. Quantos litros elevará em 1 hora e 15 minutos?

- 7) Um automóvel gasta 6 litros de gasolina para percorrer 65 Km. Quantos litros gastará num percurso de 910 Km?
- 8) Nove pedreiros constroem uma casa em 8 dias, trabalhando 5 horas por dia. Em quantos dias 12 pedreiros, trabalhando 6 horas por dia, poderiam construir a mesma casa?



Porcentagem

Você já deve, muitas vezes, ter ouvido falar na expressão "*por cento*".

Por exemplo:

- O preço da gasolina aumentou trinta por cento.
- Esta roupa tem vinte por cento de desconto.
- Quinze por cento dos alunos não compareceram à escola hoje.

Para a expressão "*por cento*" usamos o símbolo %.

"*Por cento*" quer dizer uma determinada quantidade em cada cem.

Se, por exemplo, numa avaliação de matemática de 100 questões, Paulo acertou 70, isto quer dizer que ele acertou 70% das questões dadas, isto é, acertou 70 em 100.

Você percebeu que:

O "*cento*" é uma maneira diferente de dizer "*centésimos*":

$$70 \text{ em } 100 = \frac{70}{100} = 0,70 = 70\%$$

Há diversos modos de calcular porcentagem. Vejamos alguns:

Calcular 30% de Cr\$ 800,00.

$$1) \quad 30\% = \frac{30}{100}$$

$$\frac{30}{100} \text{ de } 800 = \frac{300}{100} \times \frac{800}{1} = \frac{24.000}{100} = 240$$

$$2) \quad 800 \times 30 = 24.000$$

$$24.000 : 100 = 240$$

Exercícios - Porcentagem

- 1) Observe a forma fracionária dada e represente-a sob a forma de porcentagem:

a) $\frac{2}{100}$

b) $\frac{100}{100}$

c) $\frac{49}{100}$

- 2) Represente a porcentagem dada sob a forma de fração:

a) 99%

b) 42%

c) 50%

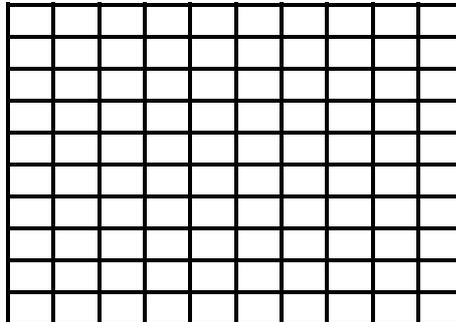
- 3) Calcule:

a) 20% de 800 =

b) 10% de 350 =

c) 18% de 1.400 =

- 4) Observe o quadro abaixo dividido em 100 partes iguais e marque 38%:



AGORA RESPONDA:

a) Quantos quadradinhos você marcou?.....

b) Quantos sobraram?.....

- c) Qual a porcentagem que sobrou?.....
- 5) Num colégio, 40% dos alunos são meninos. Qual é a porcentagem de meninas?
- 6) Uma cidade tem 987.500 habitantes, 36% são crianças com menos de 12 anos de idade. Quantas crianças tem a cidade?



Números Inteiros Relativos

No estudo das operações com números naturais, você aprendeu que a subtração não pode ser efetuada quando o minuendo é menor do que o subtraendo.

$$5 - 9 = ? \qquad 1 - 2 = ? \qquad 3 - 8 = ?$$

Para que a subtração seja sempre possível foi criado o conjunto dos números inteiros negativos.

-1, -2, -3, -4,.....

Esses números negativos, reunidos com zero e com os números inteiros positivos, formam o *conjunto dos números inteiros relativos*, cujo conjunto é representado por **Z**.

$$\mathbf{Z} = \{ \dots -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

a) Conjunto dos números inteiros não negativos.

$$\mathbf{Z}_+ = \{ 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

b) Conjunto dos números inteiros negativos.

$$\mathbf{Z}_- = \{ 0, -1, -2, -3, \dots \}$$

O número *zero* (0) não é negativo nem positivo

Números Opostos ou Simétricos

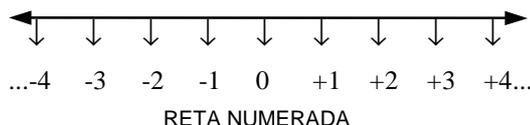
Observe:

O oposto de + 1 é - 1

O oposto de + 2 é - 2

O oposto de + 3 é - 3

O oposto de + 4 é - 4



Na reta numerada, os números opostos estão a uma mesma distância do zero.

Observação: O oposto de **zero** é o próprio **zero**.

Valor Absoluto

Valor absoluto de um número inteiro relativo é o número natural que o representa, sem o sinal.

Exemplos:

| | Indicação: |
|-----------------------------|------------|
| O valor absoluto de + 5 é 5 | $ +5 = 5$ |
| O valor absoluto de - 5 é 5 | $ -5 = 5$ |
| O valor absoluto de - 8 é 8 | $ -8 = 8$ |

O valor absoluto de **zero** é **zero**

Verifique:

1) -3 está à esquerda de +1 $-3 < +1$
Então, -3 é *menor* que +1

2) +2 está à direita de -3 $+2 > -3$
Então + 2 é *maior* que -3

Outros Exemplos:

a) $-2 < +2$ b) $0 > -4$ c) $-1 > -3$

Operações com números Inteiros Relativos

Adição

1) Adição de números positivos
Observe os exemplos:

a) $(+2) + (+5) = +7$

b) $(+1) + (+4) = +5$

c) $(+6) + (+3) = +9$

Verificando os resultados anteriores, podemos concluir que:
A soma de dois números positivos é um número positivo.

2) Adição de números negativos
Observe os exemplos:

a) $(-2) + (-3) = -5$

b) $(-1) + (-1) = -2$

c) $(-7) + (-2) = -9$

Verificando os resultados acima, podemos concluir que:

A soma de dois números negativos é um número negativo.

3) Adição de números com sinais diferentes

Observe os exemplos:

a) $(+6) + (-1) = +5$

b) $(+2) + (-5) = -3$

c) $(-10) + (+3) = -7$

Observe que o resultado da adição tem o mesmo sinal que o número de maior valor absoluto.

Conclusão:

A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os valores absolutos dando-se o sinal do número que tiver maior valor absoluto.

Subtração

A operação de subtração é uma operação inversa da adição.

Exemplos:

a) $(+8) - (+4) = (+8) + (-4) = +4$

b) $(-6) - (+9) = (-6) + (-9) = -15$

c) $(+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +7$

Conclusão:

Para subtrairmos dois números relativos, basta que adicionemos ao primeiro o simétrico do segundo.

Expressões com números Inteiros Relativos

Lembre-se que os sinais de associação são eliminados, obedecendo à seguinte ordem:

1º- Parênteses 2º- Colchetes 3º- Chaves

Exemplos:

1) $+10 - (-4+6)$ 2) $(+7-1) + (-3+1-5)$ 3) $10 + [-3+1-(-2+6)]$

$+10 - (+2)$ $(+6) + (-7)$ $10 + [-3+1-(+4)]$

$+10 - 2 = +8$ $+6 - 7 = -1$ $10 + [-3+1-4]$

$$10 + [-6]$$

$$10 - 6 = +4$$

Multiplicação

Consideremos os seguintes casos:

1) Multiplicação de dois números positivos:

a) $(+5) \cdot (+2) = +10$

$$(+) \cdot (+) = +$$

b) $(+3) \cdot (+7) = +21$

$$(-) \cdot (-) = +$$

$$(+) \cdot (-) = -$$

$$(-) \cdot (+) = -$$

Conclusão:

O produto de dois números positivos é um número positivo.

2) Multiplicação de dois números negativos:

a) $(-3) \cdot (-5) = +15$

b) $(-8) \cdot (-2) = +16$

c) $(-7) \cdot (-1) = +7$

Conclusão:

O produto de dois números negativos é um número positivo.

3) Multiplicação de dois números de sinais diferentes:

a) $(+3) \cdot (-2) = -6$

b) $(-5) \cdot (+4) = -20$

c) $(+6) \cdot (-5) = -30$

d) $(-1) \cdot (+7) = -7$

Conclusão:

O produto de dois números inteiros de sinais diferentes é um número negativo.

Multiplicação com mais de dois números Relativos

Multiplicamos o primeiro número pelo segundo. O produto obtido pelo terceiro e, assim, sucessivamente, até o último fator.

Exemplos:

$$\begin{array}{l} \text{a) } (+3) \cdot (-2) \cdot (+5) \\ \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \quad \downarrow \\ \quad (-6) \cdot (+5) = -30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } (-5) \cdot (+4) \cdot (-9) \\ \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \quad \downarrow \\ \quad (-20) \cdot (-9) = +180 \end{array}$$

Divisão

Você sabe que a divisão é a operação inversa da multiplicação.

Observe:

$$\text{a) } (+12) : (+4) = (+3) \quad \text{porque } (+3) \cdot (+4) = +12$$

$$\text{b) } (-12) : (-4) = (+3) \quad \text{porque } (+3) \cdot (-4) = -12$$

$$\text{c) } (+12) : (-4) = (-3) \quad \text{porque } (-3) \cdot (-4) = +12$$

$$\text{d) } (-12) : (+4) = (-3) \quad \text{porque } (-3) \cdot (+4) = -12$$

Divisão

$$(+): (+) = + \quad (-): (-) = + \quad (+): (-) = - \quad (-): (+) = -$$

Observações:

1) *A divisão nem sempre é possível em \mathbb{Z}*

$$(+9) : (-2) = \quad \quad \quad (\notin \mathbb{Z})$$

2) *O zero nunca pode ser divisor*

$$(+5) : 0 \quad \text{é impossível}$$

$$(-2) : 0 \quad \text{é impossível}$$

Exercícios:

Calcule:

a) $(+5) + (-3) - (+2) + (-1) =$

b) $10 + \{5 - (-3 + 1)\} =$

c) $23 - \{1 + [5 - (+3 - 2 + 1)]\} =$

d) $(+5 - 3) : (-1 + 3) =$

e) $(-16 : -8) \cdot (+3 \cdot -4) =$

Potenciação e Radiciação

Seja:

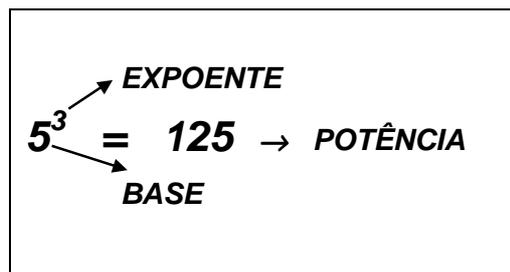
$$5 \times 5 \times 5$$

Essa multiplicação tem todos os fatores iguais. Podemos escrevê-la assim:

$$5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$$

Lê-se: "cinco à terceira potência ou cinco ao cubo".

No exemplo:



5 é a *base* (fator que se repete)

3 é o *expoente* (indica o número de fatores iguais)

125 é a *potência*

O resultado da potenciação chama-se *potência*.

Casos Particulares

1) Todo número elevado ao expoente 1 é igual ao próprio número.

Exemplos:

$$8^1 = 8$$

$$3^1 = 3$$

$$15^1 = 15$$

2) Todo número elevado ao expoente zero é igual a 1.

Exemplos:

$$7^0 = 1$$

$$4^0 = 1$$

$$20^0 = 1$$

Propriedades das Potências

1) Multiplicação de Potências de Mesma Base.

Observe:

$$3^2 \times 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$$

Logo:

$$3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

Conclusão:

Conservamos a base e somamos os expoentes.

No exemplo:

$$(-4)^3 = -64$$

- a base é - 4
- o expoente é 3
- a potência (resultado) é - 64

Propriedades:

Para as operações com potências indicadas de mesma base, valem as mesmas propriedades já estudadas no conjunto \mathbf{IN} .

1ª) Observe:

$$5^3 \cdot 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7$$

Você notou que:

$$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

De um modo geral:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2ª) Observe:

$$6^5 \div 6^2 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6} = 6^3$$

Você notou que:

$$6^5 \div 6^2 = 6^{5-2} = 6^3$$

De um modo geral:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

3ª) Observe:

$$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 5^{2+2+2} = 5^6$$

De um modo geral:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Radiciação

Vamos perguntar:

Qual o número que elevado ao *quadrado* é igual a 9 ?

$$(\quad)^2 = 9 \quad \text{Solução: } (3^2 = 9)$$

Essa operação é a operação inversa da potenciação e é chamada *radiciação*.

Representa-se:

$$3^2 = 9 \Leftrightarrow \sqrt[2]{9} = 3 \quad \text{Lê-se: raiz quadrada de 9 é 3}$$

O símbolo \Leftrightarrow indica equivalência.

Outros exemplos:

$$5^2 = 25 \Leftrightarrow \sqrt[2]{25} = 5$$

Lê-se: raiz quadrada de 25 é 5

$$3^3 = 27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3$$

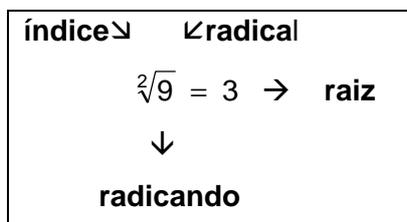
Lê-se: raiz cúbica de 27 é 3

$$2^4 = 16 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = 2$$

Lê-se: raiz quarta de 16 é 2

Nomenclatura

No exemplo:



- a) 2 é o índice
- b) 9 é o radicando
- c) 3 é a raiz
- d) $\sqrt{\quad}$ é o radical

Não é necessário escrever o índice 2 no radical para a raiz quadrada.

Raiz Quadrada de Números Racionais.

Pela definição de raiz quadrada, já estudada para os números naturais, temos:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ pois } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{Então: } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

Para se extrair a raiz quadrada de uma fração, extrai-se a raiz quadrada do numerador e a raiz quadrada do denominador.

Exercícios - Potenciação e Radiciação

1) Escreva na forma de potência:

- a) $7 \cdot 7 =$
- b) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$
- c) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 =$

d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

2) Calcule o valor das potências:

a) $2^3 =$

g) $8^2 =$

m) $6^3 =$

b) $7^2 =$

h) $5^3 =$

n) $1^5 =$

c) $5^2 =$

i) $3^4 =$

o) $3^5 =$

d) $3^2 =$

j) $2^5 =$

p) $1^8 =$

e) $4^3 =$

k) $0^4 =$

q) $13^2 =$

f) $2^4 =$

l) $2^2 =$

r) $10^2 =$

3) Calcule o valor das expressões:

a) $2^3 + 10 =$

b) $5 + 3^2 \cdot 4 =$

c) $5^2 + 4^2 - 1 =$

d) $3^4 - 6 + 2^3 =$

4) Complete:

a) $8^0 =$

f) $1^{72} =$

b) $0^6 =$

g) $10^1 =$

c) $3^1 =$

h) $10^2 =$

d) $0^{72} =$

i) $10^3 =$

e) $14^1 =$

5) Observe e complete:

a) $2^3 \cdot 2^5 = \dots =$

b) $5^2 \cdot 5^2 = \dots =$

c) $7^5 \cdot 7 = \dots =$

d) $3^4 \cdot 3^2 = \dots =$

e) $9^2 \cdot 9 \cdot 9 = \dots =$

f) $4 \cdot 4 \cdot 4 = \dots =$

g) $8^6 \div 8^2 = \dots =$

h) $5^4 \div 5 = \dots =$

i) $3^7 \div 3^7 = \dots =$

j) $a^6 \div a^5 = \dots =$

k) $(7^4)^2 = \dots =$

l) $(2^3)^9 = \dots\dots\dots =$

m) $(a^5)^3 = \dots\dots\dots =$

6) Calcule:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{4}{7}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

7) Determine o valor das expressões numéricas:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

b) $1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{9}{8} =$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$

Exercícios - Radicais

1) Complete:

a) $\sqrt[2]{9} = \dots\dots\dots$ pois $3^2 = 9$

b) $\sqrt[2]{16} = \dots\dots\dots$ pois $4^2 = 16$

c) $\sqrt[2]{36} = \dots\dots\dots$ pois $6^2 = 36$

d) $\sqrt[2]{49} = \dots\dots\dots$ pois $7^2 = 49$

e) $\sqrt[2]{4} = \dots\dots\dots$ pois $2^2 = 4$

2) Complete:

a) $\sqrt[3]{8} = \dots\dots\dots$ pois $2^3 =$

b) $\sqrt[4]{16} = \dots\dots\dots$ pois $2^4 =$

c) $\sqrt[3]{27} = \dots\dots\dots$ pois $3^3 =$

d) $\sqrt[3]{64} = \dots\dots\dots$ pois $4^3 =$

e) $\sqrt[4]{81} = \dots\dots\dots$ pois $3^4 =$

Figuras Espaciais, Volume

Introdução

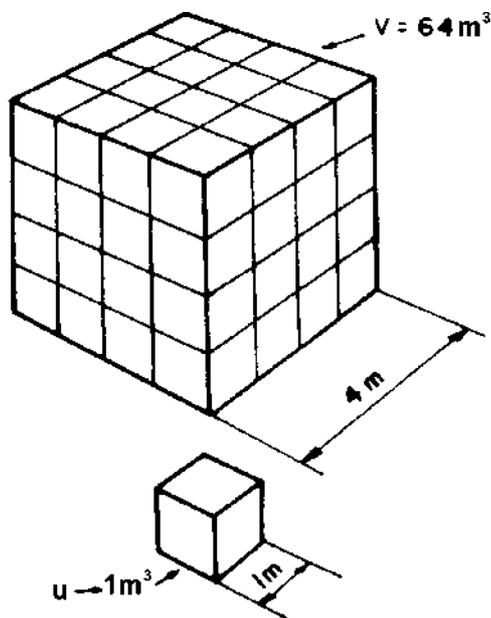
Os objetos com os quais temos contato na vida diária ocupam uma certa porção do espaço. São chamados *sólidos geométricos* ou *figuras geométricas espaciais*.

Sólido geométrico ou *figura geométrica espacial* é todo conjunto de pontos, subconjunto do espaço, em que seus pontos não pertencem todos a um mesmo plano.

Para você saber a *quantidade de espaço* ocupado por um sólido, deve compará-lo com outro tomado como unidade. O resultado da comparação é um número, denominado *volume do sólido*.

Unidade de Volume

Nós podemos escolher, em princípio, qualquer sólido como unidade de volume. Na prática, escolhe-se como volume unitário o volume de um cubo. O cubo de aresta igual a 1m de comprimento, é a unidade fundamental de volume e chama-se *metro cúbico*: m^3 . Observe as figuras abaixo.

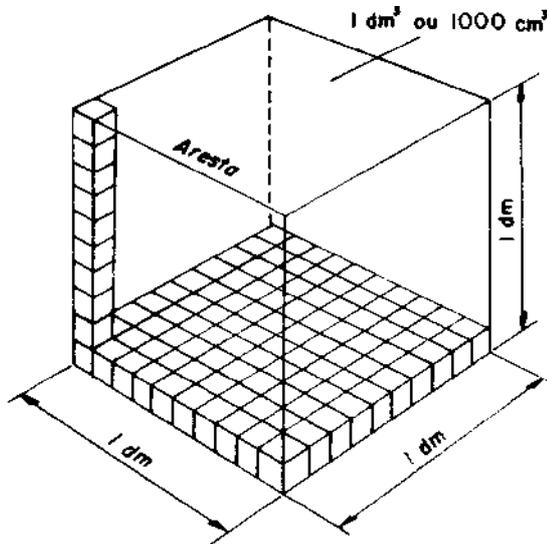


Múltiplos e Submúltiplos do Metro Cúbico

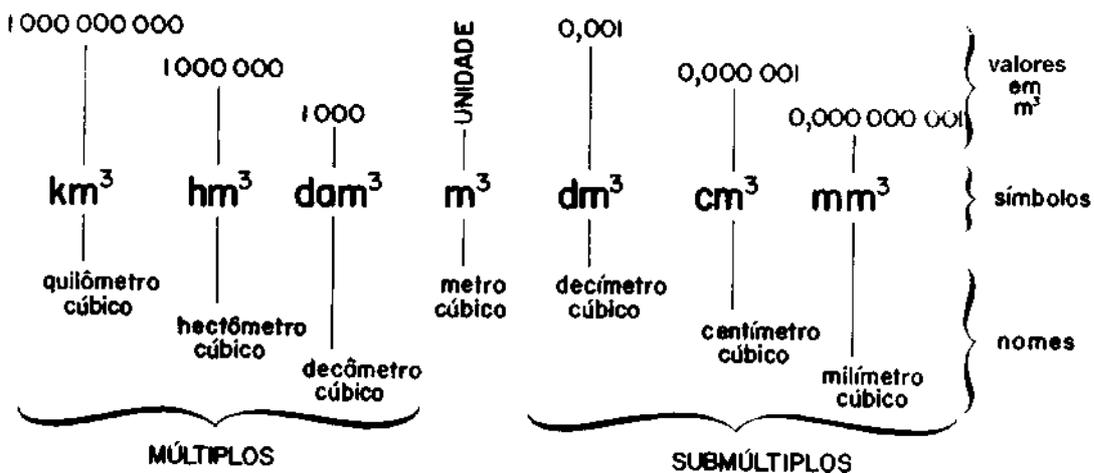
Unidade fundamental: metro cúbico, que é o volume de um cubo com 1m de aresta. Símbolo: m^3 (3 → três dimensões da figura espacial).

Freqüentemente, na prática, é necessário subdividir essa unidade, para poder medir determinado volume. Da necessidade de subdivisão ou ampliação da unidade fundamental, surgem os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico.

Os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico são os volumes dos cubos que têm para arestas os múltiplos e submúltiplos do metro.



Os principais múltiplos e submúltiplos do metro cúbico são:



Pelo fato das unidades de volume variarem de 1.000 em 1.000, ao invés de você escrever:

$$35,24 \text{ dm}^3, \text{ é conveniente escrever: } \mathbf{35,240 \text{ dm}^3}$$

Lê-se: "trinta e cinco decímetros cúbicos e duzentos e quarenta centímetros cúbicos:

Mudança de Unidade

A vírgula se desloca de três em três algarismos como mostra o exemplo:

$$0,065 \ 000 \text{ dam}^3 = 65,000 \text{ m}^3 - 65 \ 000 \text{ dm}^3$$

acrescenta-se zeros, quando necessário.

Volume - Exercícios

1) Coloque a unidade correspondente:

$$4,250 \text{ m}^3 = 4\ 250\ 000 \dots\dots\dots$$

$$3\ 265 \text{ mm}^3 = 3,265 \dots\dots\dots$$

$$0,072500 \text{ dm}^3 = 72\ 500 \dots\dots\dots$$

$$4\ 275 \text{ cm}^3 = 0,004\ 275 \dots\dots\dots$$

2) Faça a leitura das seguintes medidas, conforme exemplo:

a) $4,725 \text{ dam}^3 = 4 \text{ dam}^3 \text{ e } 725 \text{ m}^3$

b) $3452,370 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ e } \dots\dots\dots$

c) $0,0003 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots$

d) $48,725683 \text{ dam}^3 = \dots\dots\dots$

e) $3,480 \text{ mm}^3 = \dots\dots\dots$

f) $87,350 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots$

3) Faça as reduções indicadas, das seguintes medidas:

a) $523,775 \text{ m}^3 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ mm}^3$

b) $0,328472 \text{ dam}^3 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ m}^3$

c) $0,003 \text{ cm}^3 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ dam}^3$

d) $45 \text{ hm}^3 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ dm}^3$

e) $58976 \text{ dm}^3 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ m}^3$

f) $4,379 \text{ cm}^3 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ dm}^3$

4) Faça as conversões indicadas:

a) $523,450 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$

b) $2,576\ 400 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{ dm}^3$

c) $0,075 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ mm}^3$

d) $51,325 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ mm}^3$

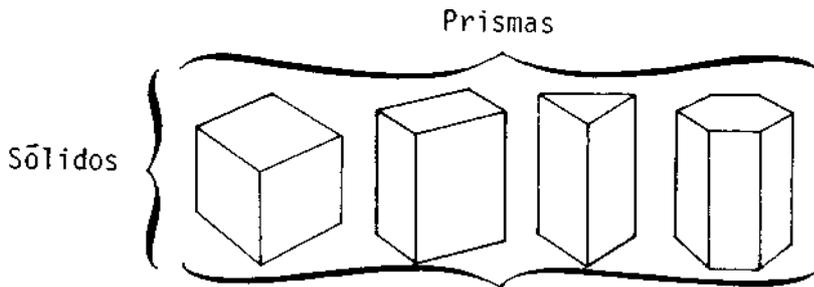
5) Faça as operações indicadas:

a) $4,350 \text{ m}^3 - 235,200 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ m}^3$

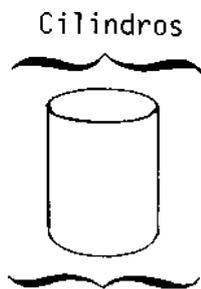
b) $825,030 \text{ dm}^3 + 52\,354 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$

Prismas e Cilindro

São sólidos limitados por dois polígonos congruente e paralelos e por tantos paralelogramos quantos são os lados dos polígonos.



As bases são polígonos



As bases são círculos

De modo geral, o volume do prisma e do cilindro é calculado multiplicando-se a área da base pela medida da altura, isto é:

$$V = B \cdot H$$

onde **B** representa a área da base, e **H**, a medida da altura.

Veja a seguir como calcular o volume de alguns prismas (cubo, paralelepípedo) e ainda do cilindro.

Cubo

É o sólido limitado por seis faces quadradas congruentes.

O volume do cubo é calculado elevando-se a medida da aresta ao cubo, isto é:

$$V = a^3$$

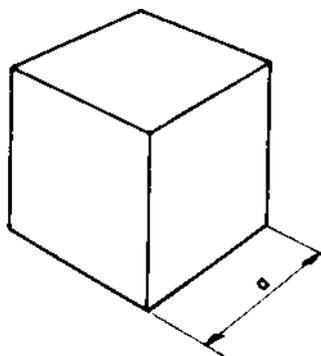
Se **a = 20 cm**, então:

$$V = a^3$$

$$V = 20^3$$

$$V = 20 \times 20 \times 20$$

$$V = 8\,000 \text{ cm}^3$$

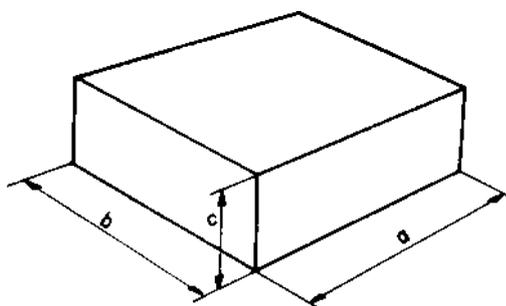


Paralelepípedo Retângulo

É o sólido geométrico que possui seis faces retangulares congruentes, duas a duas.

O volume do paralelepípedo retângulo é determinado pelo produto de suas três dimensões, isto é:

$$V = a b c$$



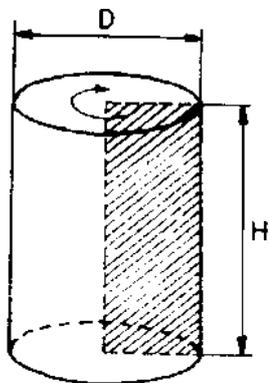
Se $a = 10 \text{ cm}$ $b = 5 \text{ cm}$ $c = 3 \text{ cm}$

teremos: $V = 10 \times 5 \times 3$ $V = \dots\dots\dots \text{cm}^3$

Cilindro de Revolução

É o sólido gerado por um retângulo que gira em torno de um dos lados. O seu volume é obtido multiplicando-se área da base (πr^2) pela medida da altura H.

$$V = \pi r^2 \cdot H$$



onde r (raio) é metade do diâmetro (D)

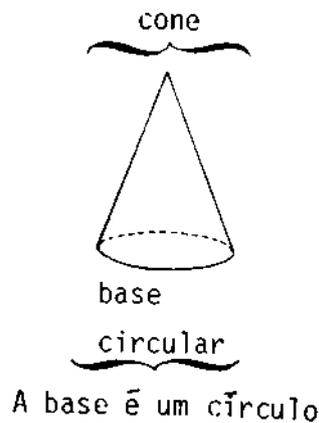
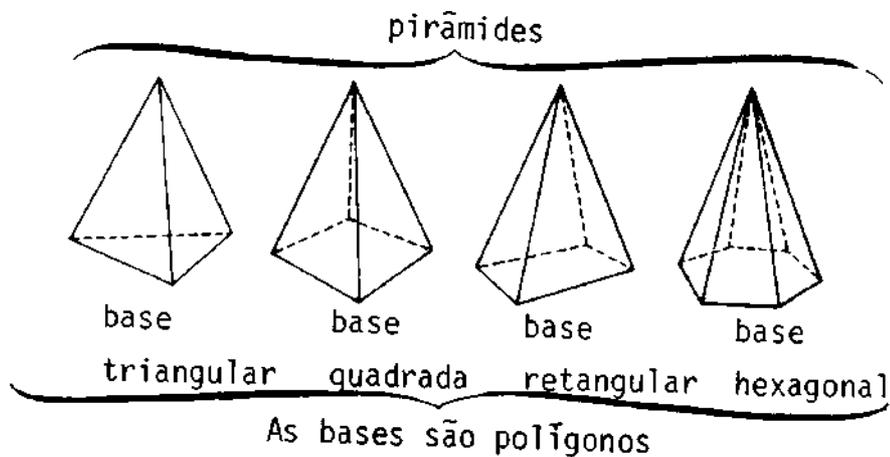
Se $D = 20\text{ cm}$ \rightarrow $r = 10\text{ cm}$ $H = 20\text{ cm}$

Como:

$V = \pi r^2 \cdot H$ $V = \dots\dots\dots 10^2 \dots\dots\dots V = \dots\dots\dots$

Pirâmides Retas e Cones Circulares Retos

Pirâmides são sólidos que têm por base um polígono



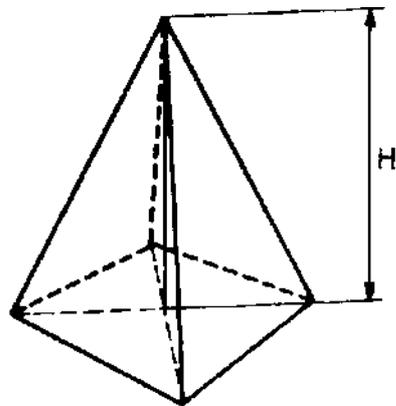
Veja como calcular o volume da pirâmide e do cone.

Pirâmide

É o sólido limitado por um polígono qualquer e por triângulos que têm vértice comum. O polígono é a base e os triângulos são as faces da pirâmide. As pirâmides são classificadas de acordo com as bases. O segmento de reta perpendicular à base, a partir do vértice comum, chama-se *altura da pirâmide*.

Você calculará o volume da pirâmide multiplicando um terço da área da base pela altura, isto é:

$$V = \frac{1}{3} BH \quad \text{ou} \quad V = \frac{BH}{3}$$

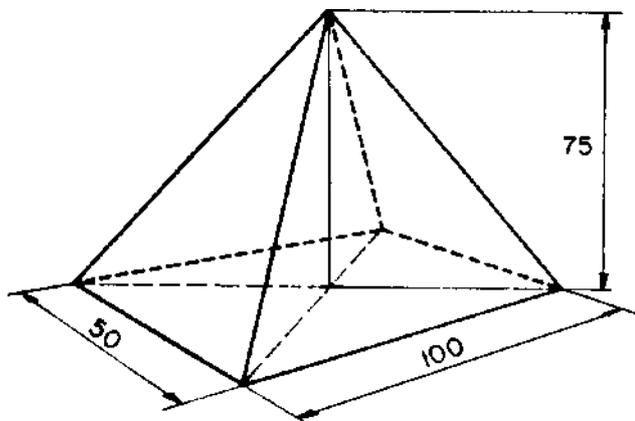


onde **B** representa a área da base, e **H** é a medida da altura.

Exemplo: Calcule o volume da pirâmide de base retangular abaixo representada.

$$V = \frac{B \cdot H}{3} \quad V = \frac{(100 \cdot 50) \cdot 75}{3}$$

V = mm³



Cone

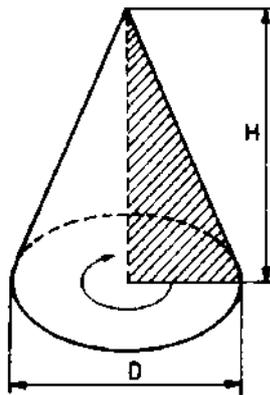
É o sólido gerado por um triângulo retângulo que gira em torno de um de seus catetos. Percebeu? O volume do cone é obtido pelo produto de um terço da área da base ($\frac{1}{3} \pi r^2$) pela altura (H).

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 H \quad \text{e} \quad V = \frac{\pi r^2 H}{3}$$

Se D = 12 cm R = 6 cm H = 10 cm

então $V = \frac{1}{3} \pi r^2 H$ $V = \frac{1}{3} \dots\dots\dots 6^2 \dots\dots\dots$

V =



Tronco de Pirâmide, Tronco de Cone e Esfera

Sem definir, vamos apresentar para você esses sólidos geométricos e também as respectivas fórmulas para o cálculo dos seus volumes.

Tronco de pirâmide

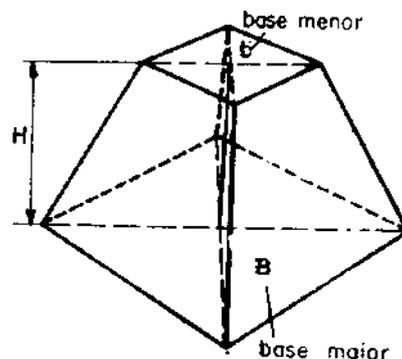
$$V = \frac{H}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$$

onde:

H = medida da altura

A_B = área da base maior

A_b = área da base menor



Tronco de cone

$$V = \frac{\pi H}{3} (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

onde:

$\pi \cong 3,14$

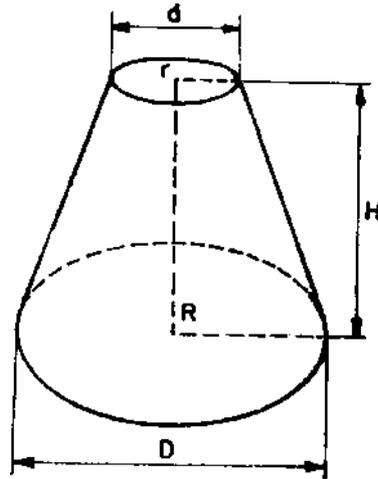
H = medida da leitura

R = media do raio maior

r = medida do raio menor

$$R = \frac{D}{2}$$

$$r = \frac{d}{2}$$



Esfera

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{ou} \quad V = \pi \frac{D^3}{6}$$

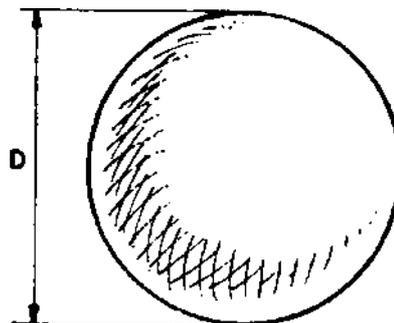
onde:

$\pi \cong 3,14$

r = medida do raio da esfera

D = diâmetro

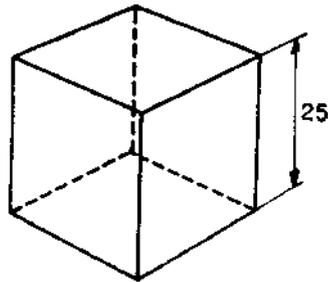
$$r = \frac{D}{2}$$



Prismas e Cilindro - Exercícios

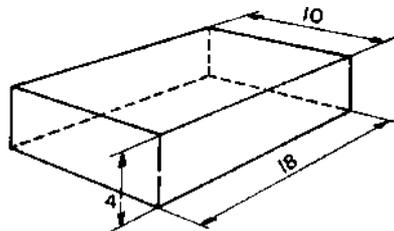
- 1) Calcule o volume das seguintes figuras espaciais, dadas as dimensões em milímetros.

a)



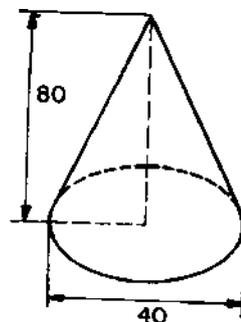
Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

b)



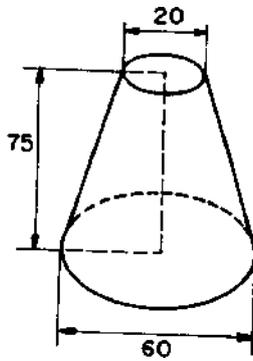
Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

c)



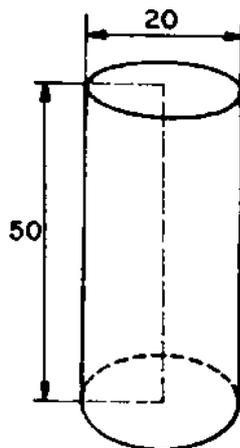
Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

d)



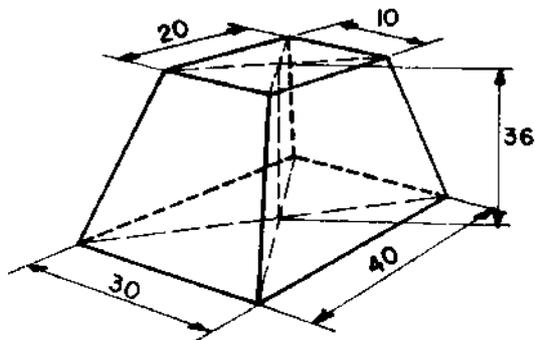
Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

e)



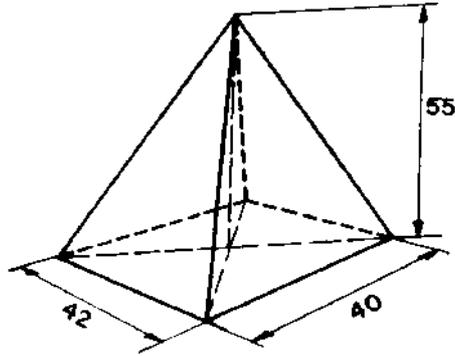
Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

f)



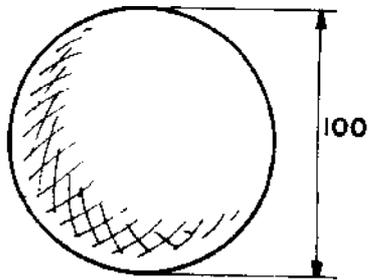
Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

g)



Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

h)



Resposta: $V = \dots\dots\dots \text{mm}^3$

Tópicos Especiais

Teorema de Pitágoras

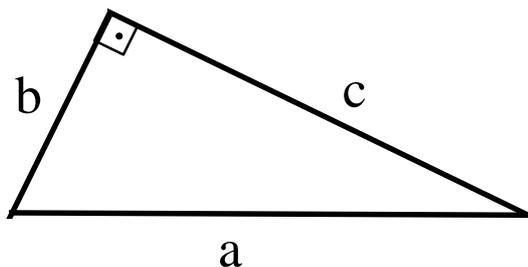
Pitágoras foi um matemático grego do séc. VI a.C. Ele descobriu uma relação métrica que, até hoje, é um dos mais famosos e importantes teoremas da Matemática.

Veja o enunciado do teorema de Pitágoras.

Em qualquer triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Usando uma figura, escrevemos o teorema de Pitágoras de um modo bem simples:

$$b^2 + c^2 = a^2$$



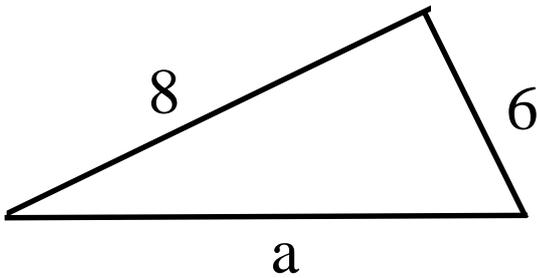
onde:

- triângulo retângulo é o triângulo que apresenta um ângulo de 90° .
- catetos são os lados que formam o ângulo reto.
- hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Exemplo: Conhecendo as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, pode-se calcular a medida do terceiro lado, usando o teorema de Pitágoras.

$$8^2 + 6^2 = a^2$$

$$a^2 = 64 + 36 \rightarrow a^2 = 100 \rightarrow a = \sqrt{100} = 10$$



Portanto, $a = 10$.

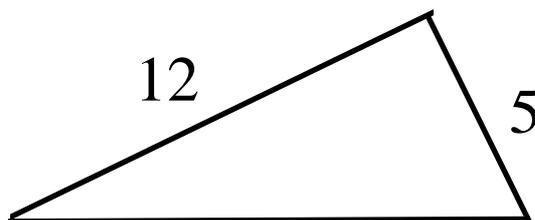
Observação: Considere um triângulo de lados **a**, **b** e **c**, com $b^2 + c^2 = a^2$. Nada dissemos sobre seus ângulos, mas pode-se demonstrar que esse triângulo tem um ângulo reto.

Em outras palavras, o recíproco do teorema de Pitágoras também é válido.

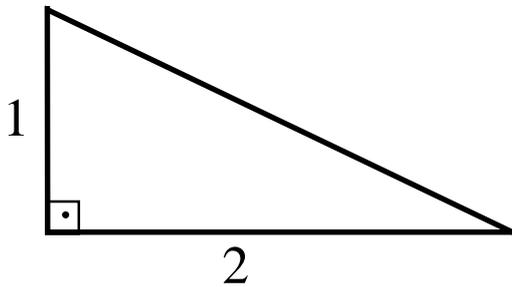
Teorema de Pitágoras - Exercícios

1) Nesses triângulos retângulos, conhecemos as medidas dos catetos. Calcule as medidas das hipotenusas:

a)

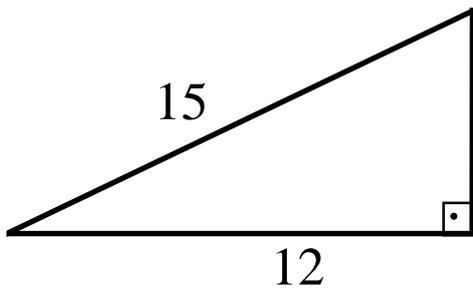


b)

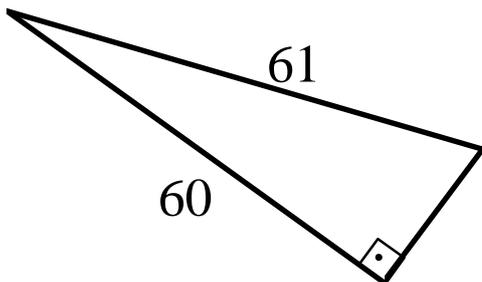


2) Nesses triângulos retângulos, conhecemos as medidas de um cateto e da hipotenusa. Calcule a medida do outro cateto.

a)



b)



Relações Trigonômétricas no Triângulo Retângulo

Estudaremos, agora, um meio de calcular os lados e os ângulos de um triângulo retângulo mediante relações, chamadas *Relações Trigonômétricas*.

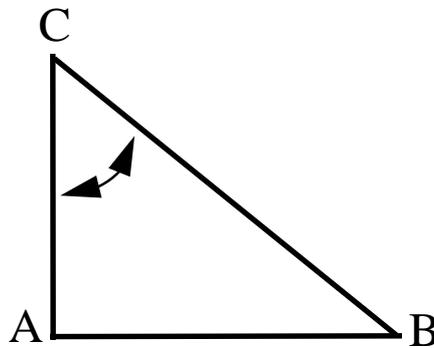
Consideremos o triângulo retângulo ABC.

\hat{B} é o ângulo agudo considerado.

\overline{BC} é a hipotenusa.

\overline{AB} é o cateto oposto ao ângulo \hat{C}

\overline{AC} é o cateto adjacente (vizinho, contíguo ou junto) ao ângulo \hat{C} .

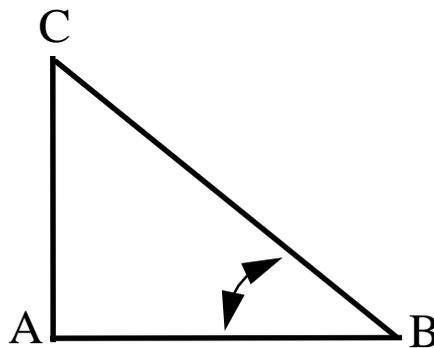


\hat{B} é o ângulo agudo considerado.

\overline{BC} é a

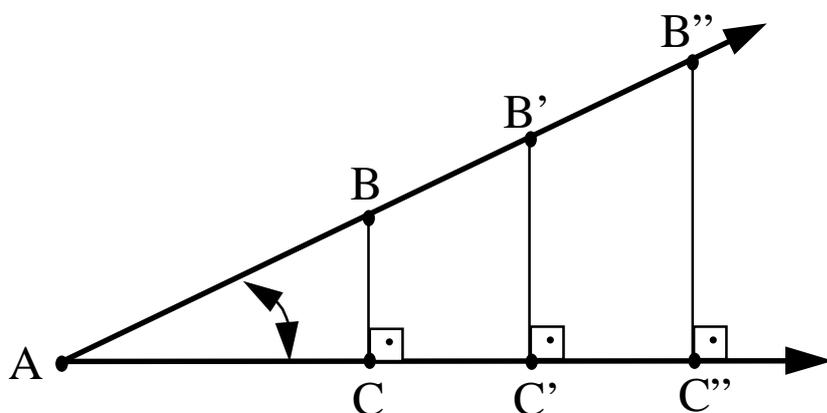
\overline{AB} é o ao ângulo \hat{B}

\overline{AC} é o adjacente (vizinho, contíguo ou junto) ao ângulo \hat{B} .



Seno de um Ângulo Agudo

Seja o ângulo agudo \hat{A} , de lados \overline{AB} e \overline{AC} .



Os segmentos \overline{BC} , $\overline{B'C'}$, $\overline{B''C''}$, perpendiculares a \overline{AB} , determinam triângulos retângulos semelhantes:

$$\triangle ABC \cong \triangle AB'C' \cong \triangle AB''C'' \cong \dots\dots\dots$$

Tendo em vista a semelhança entre os triângulos, podemos estabelecer que os lados correspondentes são proporcionais valendo, então, as seguintes razões de mesmo valor:

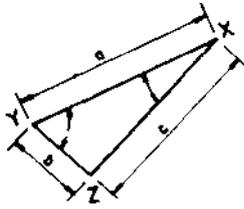
$$\frac{m(\overline{BC})}{m(\overline{AB})} = \frac{m(\overline{B'C'})}{m(\overline{AB'})} = \frac{m(\overline{B''C''})}{m(\overline{AB''})}$$

O valor comum dessas razões chama-se *seno* da medida do ângulo A e indica-se:

| RAZÕES DE SEMELHANÇA | NOME | INDICAÇÃO |
|--|--|--|
| $\frac{m(\overline{BC})}{m(\overline{AB})} = \frac{m(\overline{B'C'})}{m(\overline{AB'})} = \frac{m(\overline{B''C''})}{m(\overline{AB''})}$ | seno de \hat{A} $\frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$ | seno \hat{A} $\frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}}$ |

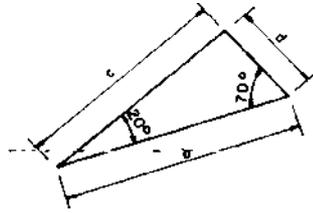
$$\text{seno } \hat{A} \frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}}$$

Observe os exemplos e complete as igualdades:



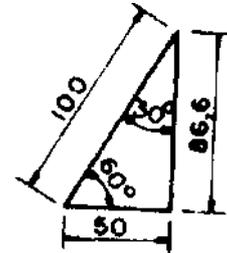
$$\text{sen } \bar{x} = \frac{b}{a}$$

$$\text{sen } \bar{y} = \frac{c}{a}$$



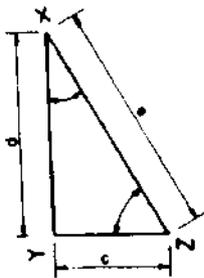
$$\text{sen } 70^\circ = \frac{c}{b}$$

$$\text{sen } 20^\circ = \frac{d}{b}$$



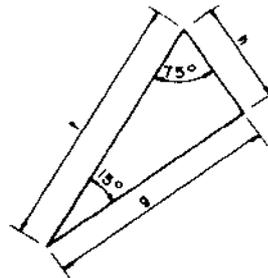
$$\text{sen } 30^\circ = \frac{50\text{mm}}{100\text{mm}}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{86,6\text{mm}}{100\text{mm}}$$



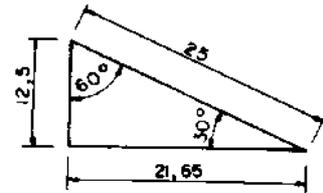
$$\text{sen } \bar{x} = \dots\dots\dots$$

$$\text{sen } \bar{y} = \dots\dots\dots$$



$$\text{sen } 75^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\text{sen } 15^\circ = \dots\dots\dots$$

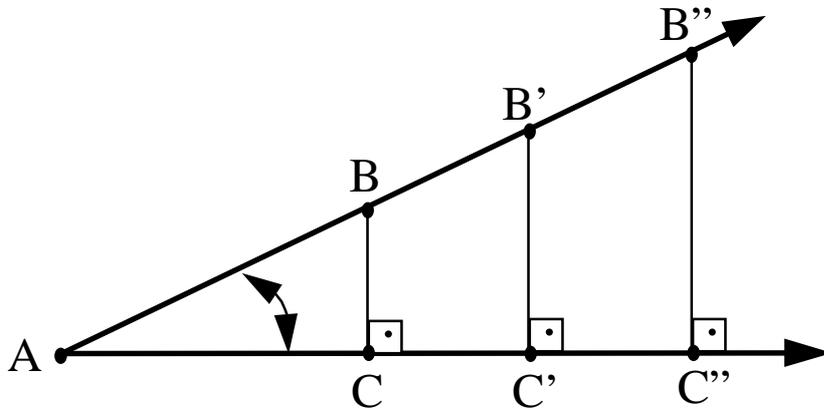


$$\text{sen } 30^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\text{sen } 60^\circ = \dots\dots\dots$$

Co-Seno de um Ângulo Agudo

Seja um ângulo agudo \bar{A} , de lados \overline{AB} e \overline{AC} .



Os segmentos \overline{BC} , $\overline{B'C'}$, $\overline{B''C''}$, perpendiculares a \overline{AB} , determinam triângulos retângulos semelhantes (caso A . A):

$$\triangle ABC \cong \triangle AB'C' \cong \triangle AB''C'' \cong \dots\dots\dots$$

Em virtude da semelhança entre os triângulos, podemos estabelecer que os lados correspondentes são proporcionais valendo, então, as seguintes razões do mesmo valor:

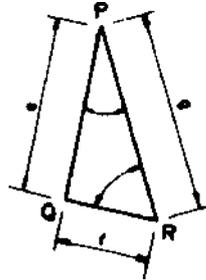
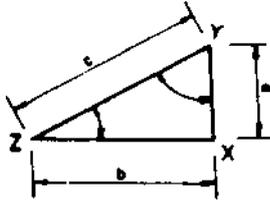
$$\frac{m(\overline{AC})}{m(\overline{AB})} = \frac{m(\overline{AC'})}{m(\overline{AB'})} = \frac{m(\overline{AC''})}{m(\overline{AB''})} = \dots\dots\dots$$

O valor comum dessas razões chama-se *seno* da medida do ângulo A e indica-se:

| RAZÕES DE SEMELHANÇA | NOME | INDICAÇÃO |
|---|--|---|
| $\frac{m(\overline{AC})}{m(\overline{AB})} = \frac{m(\overline{AC'})}{m(\overline{AB'})} = \frac{m(\overline{AC''})}{m(\overline{AB''})}$ | co-seno de \hat{A} $\frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$ | $\cos \hat{A} \frac{\text{cat. adj.}}{\text{hip.}}$ |

$$\text{co-seno } \hat{A} \frac{\text{cat. adj.}}{\text{hip.}}$$

Observe os exemplos e complete as igualdades:

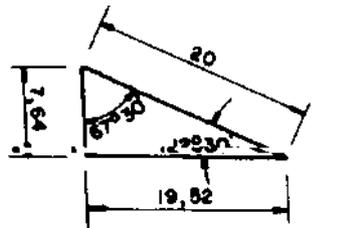
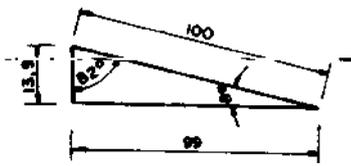


$\cos \hat{Y} = \dots\dots\dots$

$\cos \hat{P} = \dots\dots\dots$

$\cos \hat{Z} = \dots\dots\dots$

$\cos \hat{R} = \dots\dots\dots$



$\cos 8^\circ = \frac{99\text{mm}}{100\text{mm}}$

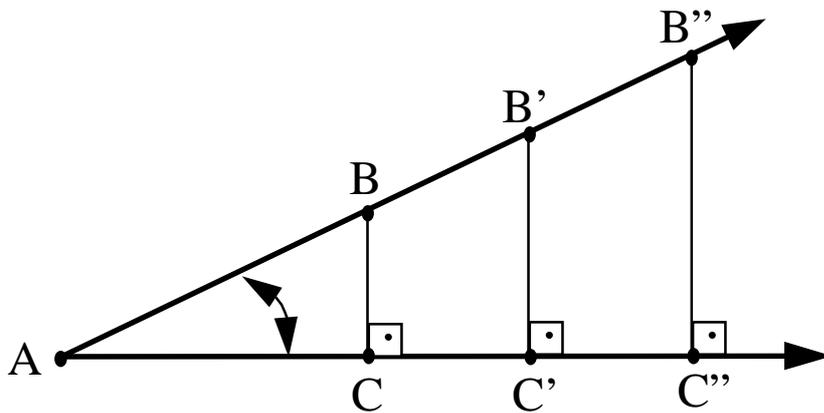
$\cos 12^\circ 30' = \dots\dots\dots$

$\cos 82^\circ = \frac{13,9\text{mm}}{100\text{mm}}$

$\cos 67^\circ 30' = \dots\dots\dots$

Tangente de um Ângulo

Seja um ângulo agudo \hat{A} , de lados \overline{AB} e \overline{AC} .



Os seguimentos \overline{BC} , $\overline{B'C'}$, $\overline{B''C''}$, perpendiculares a \overline{AC} , determinam triângulos retângulos semelhantes (caso A . A):

$$\triangle ABC \cong \triangle AB'C' \cong \triangle AB''C'' \cong \dots\dots\dots$$

Tendo em vista a semelhança entre os triângulos, podemos estabelecer que os lados correspondentes são proporcionais valendo, então, as seguintes razões do mesmo valor:

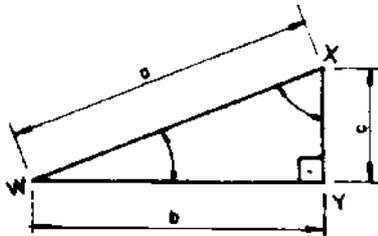
$$\frac{m(\overline{BC})}{m(\overline{AC})} = \frac{m(\overline{B'C'})}{m(\overline{AC'})} = \frac{m(\overline{B''C''})}{m(\overline{AC''})} = \dots\dots\dots$$

O valor comum dessas razões chama-se *tangente* da medida do ângulo A e indica-se:

| RAZÕES DE SEMELHANÇA | NOME | INDICAÇÃO |
|--|--|---|
| $\frac{m(\overline{BC})}{m(\overline{AC})} = \frac{m(\overline{B'C'})}{m(\overline{AC'})} = \frac{m(\overline{B''C''})}{m(\overline{AC''})}$ | tangente de \hat{A} $\frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$ | tangente \hat{A} $\frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. adj.}}$ |

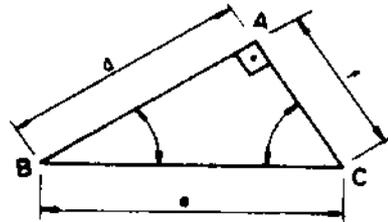
$$\text{tg. } \hat{A} \frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. adj.}}$$

Observe os exemplos e complete as igualdades:



$$\text{tg } \bar{X} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg } \bar{W} = \frac{c}{b}$$



$$\text{tg } \bar{C} = \dots\dots\dots$$

$$\text{tg } \bar{B} = \dots\dots\dots$$

Exercícios

Leia com atenção as questões, faça os cálculos e marque a resposta certa:

- 1) Uma escola funciona em dois turnos. No matutino há 8 turmas de 35 alunos, no vespertino 7 turmas de 38 alunos. Qual o número total de alunos da escola?
 - a) () 88 alunos.
 - b) () 546 alunos.
 - c) () 1.095 alunos.
 - d) () 74.480 alunos.

- 2) Numa estante cabem 270 livros. Em cada prateleira são arrumados 45 livros. Quantas prateleiras são?
 - a) () 225 prateleiras
 - b) () 315 prateleiras
 - c) () 6 prateleiras
 - d) () 12.150 prateleiras

- 3) Luís percorreu $\frac{3}{4}$ da distância entre sua casa e seu trabalho. Sabendo-se que a distância entre a casa de Luís e o seu trabalho é de 1.200m, quanto falta para Luis percorrer até chegar ao trabalho?
 - a) () 900m.
 - b) () 1.600m.
 - c) () 600m.
 - d) () 300m.

4) Dividiu-se uma chapa de ferro de $10\frac{1''}{8}$ em 5 pedaços iguais, perdendo-se em cada corte $\frac{1''}{32}$. Qual o comprimento de cada pedaço?

- a) () $2\frac{1''}{2}$
- b) () $1''$
- c) () $2''$
- d) () $1\frac{1''}{16}$

5) Qual das frações abaixo é a menor:

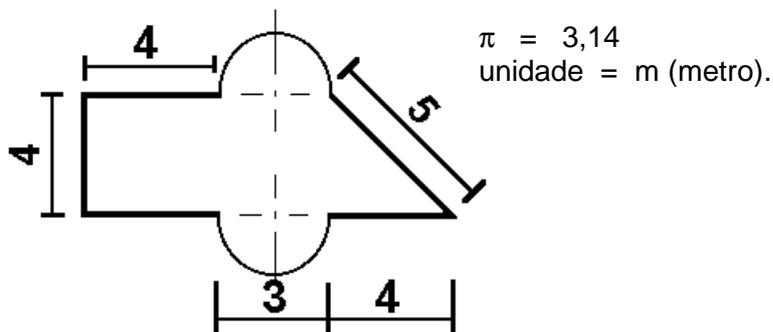
- a) () $\frac{6''}{5}$
- b) () $\frac{7''}{3}$
- c) () $\frac{3''}{9}$
- d) () $\frac{5''}{2}$

6) Qual das soluções abaixo está incorreta:

- a) () $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{2}{9}$
- b) () $\frac{8}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{6} = 4\frac{1}{6}$
- c) () $\frac{10}{3} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = 5\frac{2}{3}$
- d) () $\frac{3}{2} \times 5\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

- 7) Quantos canos de 5 metros são necessários para uma instalação de gás de 8km de comprimento?
- a) () 160 canos.
 b) () 1.600 canos.
 c) () 40 canos.
 d) () 16.000 canos.
- 8) Qual das operações abaixo está incorreta?
- a) () $38,5 \times 1,26 = 49,510$
 b) () $2 - 0,4673 = 1,5327$
 c) () $4,14 \div 4,6 = 0,90$
 d) () $0,005 + 12,3 + 8,47 + 48 = 68,775$

Observe a figura abaixo e responda as questões que se seguem.



- 9) O valor da área é:
- a) () $34,465\text{m}^2$
 b) () $43,065\text{m}^2$
 c) () $39,820\text{m}^2$
 d) () $37,465\text{m}^2$
- 10) O valor do perímetro é:
- a) () 27,00m.
 b) () 30,42m.
 c) () 35,13m.

d) () 38,42m.