

13.1 Exercícios

1–2 Determine o domínio das funções vetoriais.

1. $\mathbf{r}(t) = \langle \sqrt{4-t^2}, e^{-3t}, \ln(t+1) \rangle$

2. $\mathbf{r}(t) = \frac{t-2}{t+2} \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + \ln(9-t^2) \mathbf{k}$

3–6 Calcule os limites.

3. $\lim_{t \rightarrow 0} \left(e^{-3t} \mathbf{i} + \frac{t^2}{\sin^2 t} \mathbf{j} + \cos 2t \mathbf{k} \right)$

4. $\lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{t^2-t}{t-1} \mathbf{i} + \sqrt{t+8} \mathbf{j} + \frac{\sin \pi t}{\ln t} \mathbf{k} \right)$

5. $\lim_{t \rightarrow \infty} \left\langle \frac{1+t^2}{1-t^2}, \operatorname{tg}^{-1} t, \frac{1-e^{-2t}}{t} \right\rangle$

6. $\lim_{t \rightarrow \infty} \left\langle te^{-t}, \frac{t^3+t}{2t^3-1}, t \operatorname{sen} \frac{1}{t} \right\rangle$

7–14 Esboce o gráfico da curva cuja equação vetorial é dada. Indique com setas a direção na qual o parâmetro t cresce.

7. $\mathbf{r}(t) = \langle \sin t, t \rangle$

8. $\mathbf{r}(t) = \langle t^3, t^2 \rangle$

9. $\mathbf{r}(t) = \langle t, 2-t, 2t \rangle$

10. $\mathbf{r}(t) = \langle \sin \pi t, t, \cos \pi t \rangle$

11. $\mathbf{r}(t) = \langle 1, \cos t, 2 \sin t \rangle$

12. $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + t \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$

13. $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + t^4 \mathbf{j} + t^6 \mathbf{k}$

14. $\mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} - \cos t \mathbf{j} + \sin t \mathbf{k}$

15–16 Desenhe as projeções da curva nos três planos coordenados. Use essas projeções para ajudá-lo a esboçar a curva.

15. $\mathbf{r}(t) = \langle t, \sin t, 2 \cos t \rangle$

16. $\mathbf{r}(t) = \langle t, t, t^2 \rangle$

17–20 Encontre uma equação vetorial e equações paramétricas para o segmento de reta que liga P e Q .

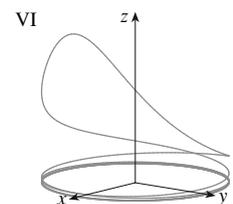
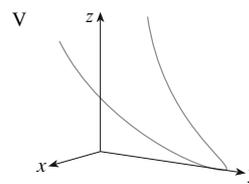
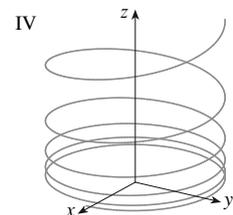
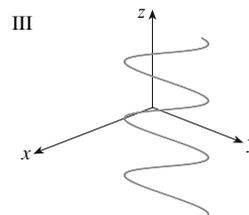
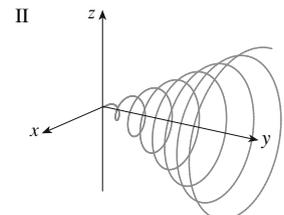
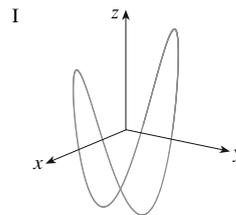
17. $P(0, 0, 0), Q(1, 2, 3)$

18. $P(1, 0, 1), Q(2, 3, 1)$

19. $P(0, -1, 1), Q(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

20. $P(a, b, c), Q(u, v, w)$

21–26 Faça uma correspondência entre as equações paramétricas e os gráficos (identificados com números de I–VI). Justifique sua escolha.



21. $x = t \cos t, y = t, z = t \sin t, t \geq 0$
 22. $x = \cos t, y = \sin t, z = 1/(1 + t^2)$
 23. $x = t, y = 1/(1 + t^2), z = t^2$
 24. $x = \cos t, y = \sin t, z = \cos 2t$
 25. $x = \cos 8t, y = \sin 8t, z = e^{0,8t}, t \geq 0$
 26. $x = \cos^2 t, y = \sin^2 t, z = t$

27. Mostre que a curva com equações paramétricas $x = t \cos t, y = t \sin t, z = t$ está no cone $z^2 = x^2 + y^2$, e use esse fato para esboçar a curva.
 28. Mostre que a curva com equações paramétricas $x = \sin t, y = \cos t, z = \sin^2 t$ é a curva de intersecção das superfícies $z = x^2$ e $x^2 + y^2 = 1$. Use esse fato para esboçar a curva.
 29. Em quais pontos a curva $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + (2t - t^2) \mathbf{k}$ intercepta o parabolóide $z = x^2 + y^2$?
 30. Em quais pontos a hélice $\mathbf{r}(t) = \langle \sin t, \cos t, t \rangle$ intercepta a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 5$?

 31–35 Utilize um computador para traçar a curva da equação vetorial dada. Escolha o domínio do parâmetro e ponto de vista de forma a revelar a verdadeira natureza da curva.

31. $\mathbf{r}(t) = \langle \cos t \sin 2t, \sin t \sin 2t, \cos 2t \rangle$
 32. $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, \ln t, t \rangle$
 33. $\mathbf{r}(t) = \langle t, t \sin t, t \cos t \rangle$
 34. $\mathbf{r}(t) = \langle t, e^t, \cos t \rangle$
 35. $\mathbf{r}(t) = \langle \cos 2t, \cos 3t, \cos 4t \rangle$

 36. Trace a curva com equações paramétricas $x = \sin t, y = \sin 2t, z = \cos 4t$. Explique sua forma representando por gráficos suas projeções para os três planos coordenados.

 37. Trace a curva com equações paramétricas

$$\begin{aligned} x &= (1 + \cos 16t) \cos t \\ y &= (1 + \cos 16t) \sin t \\ z &= 1 + \cos 16t. \end{aligned}$$

Explique a aparência da curva, mostrando que ela está em um cone.

 38. Trace a curva com equações paramétricas

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{1 - 0,25 \cos^2 10t} \cos t \\ y &= \sqrt{1 - 0,25 \cos^2 10t} \sin t \\ z &= 0,5 \cos 10t \end{aligned}$$

Explique a aparência da curva, mostrando que ela está em uma esfera.

39. Mostre que a curva com equações paramétricas $x = t^2, y = 1 - 3t, z = 1 + t^3$ passa pelos pontos $(1, 4, 0)$ e $(9, -8, 28)$, mas não passa pelo ponto $(4, 7, -6)$.

40–44 Determine a função vetorial que representa a curva obtida pela intersecção das duas superfícies.

40. O cilindro de $x^2 + y^2 = 4$ e a superfície $z = xy$
 41. O cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e o plano $z = 1 + y$
 42. O parabolóide $z = 4x^2 + y^2$ e o cilindro parabólico $y = x^2$
 43. A hipérbole $z = x^2 - y^2$ e o cilindro $x^2 + y^2 = 1$

44. O semi-elipsoide $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4, y \geq 0$, e o cilindro $x^2 + z^2 = 1$

 45. Tente esboçar à mão a curva obtida pela intersecção do cilindro circular $x^2 + y^2 = 4$ com o cilindro parabólico $z = x^2$. Determine então as equações paramétricas dessa curva e utilize um computador para desenhá-la.

 46. Tente esboçar à mão a curva obtida pela intersecção do cilindro circular $y = x^2$ e a metade superior do elipsoide $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 16$. Determine então as equações paramétricas dessa curva e utilize um computador para desenhá-la.

47. Se dois objetos viajam pelo espaço ao longo de duas curvas diferentes, é sempre importante saber se eles vão colidir. (Será que um míssil atingiu seu alvo em movimento? Vão se colidir duas aeronaves?) As curvas podem se interceptar, mas precisamos saber se os objetos estarão na mesma posição *no mesmo instante*. Suponha que as trajetórias de duas partículas sejam dadas pelas seguintes funções vetoriais

$$\mathbf{r}_1(t) = \langle t^2, 7t - 12, t^2 \rangle \quad \mathbf{r}_2(t) = \langle 4t - 3, t^2, 5t - 6 \rangle$$

para $t \geq 0$. As partículas colidem?

48. Duas partículas se movem ao longo das curvas espaciais

$$\mathbf{r}_1(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle \quad \mathbf{r}_2(t) = \langle 1 + 2t, 1 + 6t, 1 + 14t \rangle$$

As partículas colidem? Suas trajetórias se interceptam?

49. Suponha que \mathbf{u} e \mathbf{v} sejam funções vetoriais que possuem limites quando $t \rightarrow a$ e seja c uma constante. Demonstre as seguintes propriedades de limites.

(a) $\lim_{t \rightarrow a} [\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t)] = \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t) + \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{v}(t)$

(b) $\lim_{t \rightarrow a} c\mathbf{u}(t) = c \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t)$

(c) $\lim_{t \rightarrow a} [\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}(t)] = \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t) \cdot \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{v}(t)$

(d) $\lim_{t \rightarrow a} [\mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}(t)] = \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t) \times \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{v}(t)$

50. A visão do nó de trevo apresentada na Figura 8 é correta, mas não muito reveladora. Use as equações paramétricas

$$\begin{aligned} x &= (2 + \cos 1,5t) \cos t \\ y &= (2 + \cos 1,5t) \sin t \\ z &= \sin 1,5t \end{aligned}$$

para esboçar à mão a curva vista de cima, deixando pequenas falhas para indicar os pontos onde a curva se sobrepõe. Comece mostrando que sua projeção sobre o plano xy tem coordenadas polares $r = 2 + \cos 1,5t$ e $\theta = t$, de forma que r varia entre 1 e 3. Mostre então que z tem um valor máximo e um mínimo quando a projeção está entre $r = 1$ e $r = 3$.

 Quando você terminar o esboço à mão livre, utilize um computador para traçar a curva com o observador vindo de cima e compare-a ao seu desenho. Trace a curva sob outros pontos de vista. Você alcançará melhor resultado se traçar um tubo de raio 0,2 em torno da curva. (Utilize o comando `tubeplot` do Maple ou o `curvetube` ou comando `Tube` no Mathematica.)

51. Mostre que $\lim_{t \rightarrow a} \mathbf{r}(t) = \mathbf{b}$ se e somente se para todo $\varepsilon > 0$ existe um número $\delta > 0$ tal que

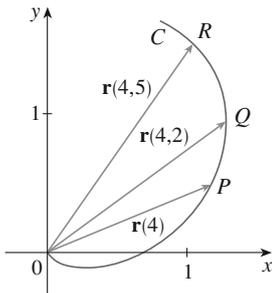
$$\text{se } 0 < |t - a| < \delta \quad \text{então} \quad |\mathbf{r}(t) - \mathbf{b}| < \varepsilon$$

13.2 Exercícios

1. A figura mostra uma curva C dada pela função vetorial $\mathbf{r}(t)$.
- (a) Desenhe os vetores $\mathbf{r}(4,5) - \mathbf{r}(4)$ e $\mathbf{r}(4,2) - \mathbf{r}(4)$.
- (b) Esboce os vetores

$$\frac{\mathbf{r}(4,5) - \mathbf{r}(4)}{0,5} \quad \text{e} \quad \frac{\mathbf{r}(4,2) - \mathbf{r}(4)}{0,2}$$

- (c) Escreva a expressão para $\mathbf{r}'(4)$ e para seu vetor tangente unitário $\mathbf{T}(4)$.
- (d) Desenhe o vetor $\mathbf{T}(4)$.



2. (a) Faça um esboço grande da curva descrita pela função vetorial $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, t \rangle$, $0 \leq t \leq 2$, e desenhe os vetores $\mathbf{r}(1)$, $\mathbf{r}(1,1)$ e $\mathbf{r}(1,1) - \mathbf{r}(1)$.
- (b) Desenhe o vetor $\mathbf{r}'(1)$ começando em $(1, 1)$ e o compare com o vetor

$$\frac{\mathbf{r}(1,1) - \mathbf{r}(1)}{0,1}$$

Explique por que esses vetores estão tão próximos um do outro tanto em módulo quanto em direção e sentido.

3–8

- (a) Esboce o gráfico da curva plana com a equação vetorial dada.
- (b) Encontre $\mathbf{r}'(t)$.
- (c) Esboce o vetor posição $\mathbf{r}(t)$ e o vetor tangente $\mathbf{r}'(t)$ para o valor dado de t .
3. $\mathbf{r}(t) = \langle t - 2, t^2 + 1 \rangle$, $t = -1$
4. $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, t^3 \rangle$, $t = 1$
5. $\mathbf{r}(t) = \sin t \mathbf{i} + 2 \cos t \mathbf{j}$, $t = \pi/4$
6. $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + e^{-t} \mathbf{j}$, $t = 0$
7. $\mathbf{r}(t) = e^{2t} \mathbf{i} + e^t \mathbf{j}$, $t = 0$
8. $\mathbf{r}(t) = (1 + \cos t) \mathbf{i} + (2 + \sin t) \mathbf{j}$, $t = \pi/6$

9–16 Determine a derivada da função vetorial.

9. $\mathbf{r}(t) = \langle t \sin t, t^2, t \cos 2t \rangle$
10. $\mathbf{r}(t) = \langle \lg t, \sec t, 1/t^2 \rangle$
11. $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} - \mathbf{j} + e^{4t} \mathbf{k}$
12. $\mathbf{r}(t) = \frac{1}{1+t} \mathbf{i} + \frac{t}{1+t} \mathbf{j} + \frac{t^2}{1+t} \mathbf{k}$
13. $\mathbf{r}(t) = e^{t^2} \mathbf{i} - \mathbf{j} + \ln(1+3t) \mathbf{k}$
14. $\mathbf{r}(t) = at \cos 3t \mathbf{i} + b \sin^3 t \mathbf{j} + c \cos^3 t \mathbf{k}$
15. $\mathbf{r}(t) = \mathbf{a} + t \mathbf{b} + t^2 \mathbf{c}$

16. $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{a} \times (\mathbf{b} + t \mathbf{c})$

17–20 Determine o vetor tangente unitário $\mathbf{T}(t)$ no ponto com valor de parâmetro dado t .

17. $\mathbf{r}(t) = \langle te^{-t}, 2 \arctg t, 2e^t \rangle$, $t = 0$
18. $\mathbf{r}(t) = \langle t^3 + 3t, t^2 + 1, 3t + 4 \rangle$, $t = 1$
19. $\mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + 3t \mathbf{j} + 2 \sin 2t \mathbf{k}$, $t = 0$
20. $\mathbf{r}(t) = \sin^2 t \mathbf{i} + \cos^2 t \mathbf{j} + \tg^2 t \mathbf{k}$, $t = \pi/4$

21. Se $\mathbf{r}(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$, encontre $\mathbf{r}'(t)$, $\mathbf{T}(1)$, $\mathbf{r}''(t)$ e $\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)$.

22. Se $\mathbf{r}(t) = \langle e^{2t}, e^{-2t}, te^{2t} \rangle$, encontre $\mathbf{T}(0)$, $\mathbf{r}''(0)$ e $\mathbf{r}'(t) \cdot \mathbf{r}''(t)$.

23–26 Determine as equações paramétricas para a reta tangente à curva dada pelas equações paramétricas, no ponto especificado.

23. $x = 1 + 2\sqrt{t}$, $y = t^3 - t$, $z = t^3 + t$; $(3, 0, 2)$
24. $x = e^t$, $y = te^t$, $z = te^{t^2}$; $(1, 0, 0)$
25. $x = e^{-t} \cos t$, $y = e^{-t} \sin t$, $z = e^{-t}$; $(1, 0, 1)$
26. $x = \sqrt{t^2 + 3}$; $y = \ln(t^2 + 3)$; $z = t$; $(2, \ln 4, 1)$

27. Encontre uma equação para a reta tangente à curva de intersecção dos cilindros $x^2 + y^2 = 25$ e $y^2 + z^2 = 20$ no ponto $(3, 4, 2)$.

28. Encontre o ponto na curva de $\mathbf{r}(t) = \langle 2 \cos t, 2 \sin t, e^t \rangle$, $0 \leq t \leq \pi$, em que a reta tangente é paralela ao plano $\sqrt{3}x + y = 1$.

SCA 29–31 Determine as equações paramétricas para a reta tangente à curva dada pelas equações paramétricas, no ponto especificado. Ilustre traçando o gráfico da curva e da reta tangente em uma mesma tela.

29. $x = t$, $y = e^{-t}$, $z = 2t - t^2$; $(0, 1, 0)$
30. $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $z = 4 \cos 2t$; $(\sqrt{3}, 1, 2)$
31. $x = t \cos t$, $y = t$, $z = t \sin t$; $(-\pi, \pi, 0)$

32. (a) Determine o ponto de intersecção das retas tangentes à curva $\mathbf{r}(t) = \langle \sin \pi t, 2 \sin \pi t, \cos \pi t \rangle$ nos pontos $t = 0$ e $t = 0,5$.



(b) Ilustre traçando o gráfico da curva e ambas as tangentes.

33. As curvas de $\mathbf{r}_1(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$ e $\mathbf{r}_2(t) = \langle \sin t, \sin 2t, t \rangle$ se interceptam na origem. Determine o ângulo de intersecção destas com precisão de um grau.

34. Em que ponto as curvas $\mathbf{r}_1(t) = \langle t, 1 - t, 3 + t^2 \rangle$ e $\mathbf{r}_2(s) = \langle 3 - s, s - 2, s^2 \rangle$ se cruzam? Determine o ângulo de intersecção destas com precisão de um grau.

35–40 Calcule a integral.

35. $\int_0^2 (t \mathbf{i} - t^3 \mathbf{j} + 3t^5 \mathbf{k}) dt$

36. $\int_0^1 \left(\frac{4}{1+t^2} \mathbf{j} + \frac{2t}{1+t^2} \mathbf{k} \right) dt$

37. $\int_0^{\pi/2} (3 \sin^2 t \cos t \mathbf{i} + 3 \sin t \cos^2 t \mathbf{j} + 2 \sin t \cos t \mathbf{k}) dt$

38. $\int_1^2 (t^2 \mathbf{i} + t\sqrt{t-1} \mathbf{j} + t \sin \pi t \mathbf{k}) dt$

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

SCA É necessário usar um sistema de computação algébrica

39. $\int (e^t \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + \ln t \mathbf{k}) dt$

40. $\int (\cos \pi t \mathbf{i} + \sin \pi t \mathbf{j} + t \mathbf{k}) dt$

41. Encontre $\mathbf{r}(t)$ se $\mathbf{r}'(t) = 2t \mathbf{i} + 3t^2 \mathbf{j} + \sqrt{t} \mathbf{k}$ e $\mathbf{r}(1) = \mathbf{i} + \mathbf{j}$.42. Encontre $\mathbf{r}(t)$ se $\mathbf{r}'(t) = t \mathbf{i} + e^t \mathbf{j} + te^t \mathbf{k}$ e $\mathbf{r}(0) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.

43. Demonstre a Fórmula 1 do Teorema 3.

44. Demonstre a Fórmula 3 do Teorema 3.

45. Demonstre a Fórmula 5 do Teorema 3.

46. Demonstre a Fórmula 6 do Teorema 3.

47. Se $\mathbf{u}(t) = \langle \sin t, \cos t, t \rangle$ e $\mathbf{v}(t) = \langle t, \cos t, \sin t \rangle$, utilize a Fórmula 4 do Teorema 3 para encontrar

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}(t)]$$

48. Se \mathbf{u} e \mathbf{v} são as funções de vetor no Exercício 47, utilize a Fórmula 5 do Teorema 3 para encontrar

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}(t)]$$

49. Determine $f'(2)$, onde $f(t) = \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}(t)$, $\mathbf{u}(2) = \langle 1, 2, -1 \rangle$, $\mathbf{u}'(2) = \langle 3, 0, 4 \rangle$ e $\mathbf{v}(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$.50. Se $\mathbf{r}(t) = \mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}(t)$, onde \mathbf{u} e \mathbf{v} são as funções de vetor no Exercício 49, encontre $\mathbf{r}'(2)$.51. Mostre que se \mathbf{r} é uma função vetorial tal que exista \mathbf{r}'' , então

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{r}(t) \times \mathbf{r}'(t)] = \mathbf{r}(t) \times \mathbf{r}''(t)$$

52. Determine uma expressão para $\frac{d}{dt} [\mathbf{u}(t) \cdot (\mathbf{v}(t) \times \mathbf{w}(t))]$.53. Se $\mathbf{r}(t) \neq \mathbf{0}$, mostre que $\frac{d}{dt} |\mathbf{r}(t)| = \frac{1}{|\mathbf{r}(t)|} \mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{r}'(t)$.

$$[\text{Dica: } |\mathbf{r}(t)|^2 = \mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{r}(t)]$$

54. Se uma curva tem a propriedade de o vetor posição $\mathbf{r}(t)$ estar sempre perpendicular ao vetor tangente $\mathbf{r}'(t)$, mostre que essa curva está em uma esfera com o centro na origem.55. Se $\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) \cdot [\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)]$, mostre que

$$\mathbf{u}'(t) = \mathbf{r}(t) \cdot [\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}'''(t)]$$

56. Mostre que o vetor tangente a uma curva definida por uma função vetorial $\mathbf{r}(t)$ aponta no mesmo sentido da curva com t aumentando.[Dica: Consulte a Figura 1 e considere os casos $h > 0$ e $h < 0$ separadamente.]

13.3 Exercícios

1–6 Determine o comprimento da curva dada.

- $\mathbf{r}(t) = \langle t, \cos t, 3 \operatorname{sen} t \rangle, \quad -5 \leq t \leq 5$
- $\mathbf{r}(t) = \langle 2t, t^2, \frac{1}{3}t^3 \rangle, \quad 0 \leq t \leq 1$
- $\mathbf{r}(t) = \sqrt{2}t \mathbf{i} + e^t \mathbf{j} + e^{-t} \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 1$
- $\mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \operatorname{sen} t \mathbf{j} + \ln \cos t \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq \pi/4$
- $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 1$
- $\mathbf{r}(t) = 12t \mathbf{i} + 8t^{3/2} \mathbf{j} + 3t^2 \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 1$

7–9 Encontre o comprimento da curva com precisão de quatro casas decimais. (Use sua calculadora para aproximar a integral.)

- $\mathbf{r}(t) = \langle \sqrt{t}, t, t^2 \rangle, \quad 1 \leq t \leq 4$
- $\mathbf{r}(t) = \langle t, e^{-t}, te^{-t} \rangle, \quad 1 \leq t \leq 3$
- $\mathbf{r}(t) = \langle \operatorname{sen} t, \cos t, \operatorname{tg} t \rangle, \quad 0 \leq t \leq \pi/4$

 10. Trace a curva com equações paramétricas $x = \operatorname{sen} t, y = \operatorname{sen} 2t, z = \operatorname{sen} 3t$. Encontre o comprimento total desta curva com precisão de quatro casas decimais.

11. Seja C a curva de intersecção do cilindro parabólico $x^2 = 2y$ e da superfície $3z = xy$. Encontre o comprimento exato de C da origem até o ponto $(6, 18, 36)$.

12. Encontre, com precisão de quatro casas decimais, o comprimento da curva de intersecção do cilindro $4x^2 + y^2 = 4$ com o plano $x + y + z = 2$.

13–14 Reparametrize a curva com relação ao comprimento de arco medido a partir do ponto onde $t = 0$ na direção crescente de t .

- $\mathbf{r}(t) = 2t \mathbf{i} + (1 - 3t) \mathbf{j} + (5 + 4t) \mathbf{k}$
- $\mathbf{r}(t) = e^{2t} \cos 2t \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} + e^{2t} \operatorname{sen} 2t \mathbf{k}$

15. Suponha que você comece no ponto $(0, 0, 3)$ e se mova 5 unidades ao longo da curva $x = 3 \operatorname{sen} t, y = 4t, z = 3 \cos t$ na direção positiva. Onde você está agora?

16. Reparametrize a curva

$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{2}{t^2 + 1} - 1 \right) \mathbf{i} + \frac{2t}{t^2 + 1} \mathbf{j}$$

em relação ao comprimento do arco medido a partir do ponto $(1, 0)$ na direção crescente de t . Expresse a reparametrização em sua forma mais simples. O que você pode concluir sobre a curva?

17–20

(a) Determine os vetores tangente e normal unitários $\mathbf{T}(t)$ e $\mathbf{N}(t)$.

(b) Utilize a Fórmula 9 para encontrar a curvatura.

- $\mathbf{r}(t) = \langle t, 3 \cos t, 3 \operatorname{sen} t \rangle$
- $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, \operatorname{sen} t - t \cos t, \cos t + t \operatorname{sen} t \rangle, \quad t > 0$
- $\mathbf{r}(t) = \langle \sqrt{2}t, e^t, e^{-t} \rangle$
- $\mathbf{r}(t) = \langle t, \frac{1}{2}t^2, t^2 \rangle$

21–23 Utilize o Teorema 10 para encontrar a curvatura.

- $\mathbf{r}(t) = t^3 \mathbf{j} + t^2 \mathbf{k}$
- $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + t \mathbf{j} + (1 + t^2) \mathbf{k}$
- $\mathbf{r}(t) = 3t \mathbf{i} + 4 \operatorname{sen} t \mathbf{j} + 4 \cos t \mathbf{k}$

24. Encontre a curvatura da curva $\mathbf{r}(t) = \langle e^t \cos t, e^t \operatorname{sen} t, t \rangle$ no ponto $(1, 0, 0)$.

25. Encontre a curvatura de $\mathbf{r}(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$ no ponto $(1, 1, 1)$.

 26. Trace o gráfico da curva com equações paramétricas $x = \cos t, y = \operatorname{sen} t, z = \operatorname{sen} 5t$ e calcule a curvatura no ponto $(1, 0, 0)$.

27–29 Use a Fórmula 11 para encontrar a curvatura.

- $y = x^4$
- $y = \operatorname{tg} x$
- $y = xe^x$

30–31 Em que ponto a curva tem curvatura máxima? O que acontece com a curvatura quando $x \rightarrow \infty$?

- $y = \ln x$
- $y = e^x$

32. Determine a equação de uma parábola que tenha curvatura 4 na origem.

 É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

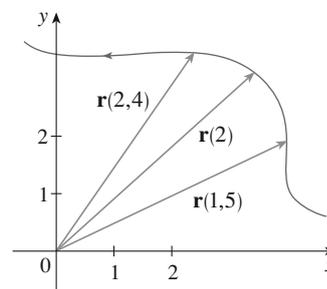
 É necessário usar um sistema de computação algébrica

13.4 Exercícios

1. A tabela fornece coordenadas de uma partícula movendo-se no espaço ao longo de uma curva suave.
- Determine a velocidade média nos intervalos de tempo $[0, 1]$, $[0,5; 1]$, $[1, 2]$ e $[1; 1,5]$.
 - Estime a velocidade e a velocidade escalar da partícula no instante $t = 1$.

t	x	y	z
0	2,7	9,8	3,7
0,5	3,5	7,2	3,3
1,0	4,5	6,0	3,0
1,5	5,9	6,4	2,8
2,0	7,3	7,8	2,7

2. A figura mostra a trajetória de uma partícula que se move com vetor posição $\mathbf{r}(t)$ no instante t .
- Desenhe um vetor que represente a velocidade média da partícula no intervalo de tempo $2 \leq t \leq 2,4$.
 - Desenhe um vetor que represente a velocidade média da partícula no intervalo de tempo $1,5 \leq t \leq 2$.
 - Escreva uma expressão para o vetor velocidade $\mathbf{v}(2)$.
 - Desenhe uma aproximação do vetor $\mathbf{v}(2)$ e estime a velocidade escalar da partícula em $t = 2$.



3–8 Determine a velocidade, a aceleração e a velocidade escalar da partícula cuja função posição é dada. Esboce a trajetória da partícula e desenhe os vetores velocidade e aceleração para os valores de t especificados.

- $\mathbf{r}(t) = \langle -\frac{1}{2}t^2, t \rangle$, $t = 2$
- $\mathbf{r}(t) = \langle 2 - t, 4\sqrt{t} \rangle$, $t = 1$
- $\mathbf{r}(t) = 3 \cos t \mathbf{i} + 2 \sin t \mathbf{j}$, $t = \pi/3$
- $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + e^{2t} \mathbf{j}$, $t = 0$
- $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$, $t = 1$
- $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + 2 \cos t \mathbf{j} + \sin t \mathbf{k}$, $t = 0$

9–14 Determine a velocidade, a aceleração e a velocidade escalar da partícula cuja função posição é dada.

- $\mathbf{r}(t) = \langle t^2 + 1, t^3, t^2 - 1 \rangle$

10. $\mathbf{r}(t) = \langle 2 \cos t, 3t, 2 \sin t \rangle$

11. $\mathbf{r}(t) = \sqrt{2}t \mathbf{i} + e^t \mathbf{j} + e^{-t} \mathbf{k}$

12. $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + \ln t \mathbf{k}$

13. $\mathbf{r}(t) = e^t(\cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + t \mathbf{k})$

14. $\mathbf{r}(t) = t \sin t \mathbf{i} + t \cos t \mathbf{j} + t^2 \mathbf{k}$

15–16 Determine os vetores velocidade e posição de uma partícula, dadas a sua aceleração, velocidade e posição iniciais.

15. $\mathbf{a}(t) = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $\mathbf{v}(0) = \mathbf{k}$, $\mathbf{r}(0) = \mathbf{i}$

16. $\mathbf{a}(t) = 2\mathbf{i} + 6t\mathbf{j} + 12t^2\mathbf{k}$, $\mathbf{v}(0) = \mathbf{i}$, $\mathbf{r}(0) = \mathbf{j} - \mathbf{k}$

17–18

(a) Determine o vetor posição de uma partícula, dada a sua aceleração e suas velocidade e posição iniciais.

 (b) Utilize o computador para traçar a trajetória percorrida pela partícula.

17. $\mathbf{a}(t) = 2t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + \cos 2t \mathbf{k}$, $\mathbf{v}(0) = \mathbf{i}$, $\mathbf{r}(0) = \mathbf{j}$

18. $\mathbf{a}(t) = t \mathbf{i} + e^t \mathbf{j} + e^{-t} \mathbf{k}$, $\mathbf{v}(0) = \mathbf{k}$, $\mathbf{r}(0) = \mathbf{j} + \mathbf{k}$

19. A função posição de uma partícula é dada por $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, 5t, t^2 - 16t \rangle$. Quando sua velocidade escalar é mínima?

20. Qual a força necessária para que uma partícula de massa m tenha a função posição $\mathbf{r}(t) = t^3 \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k}$?

21. Uma força com magnitude 20 N atua diretamente para cima do plano xy em um objeto com massa de 4 kg. O objeto começa na origem com velocidade inicial $\mathbf{v}(0) = \mathbf{i} - \mathbf{j}$. Encontre a sua função posição e a sua velocidade no instante t .

22. Mostre que, se uma partícula se move com velocidade escalar constante, então os vetores velocidade e aceleração são ortogonais.

23. Um projétil é disparado com uma velocidade escalar inicial de 200 m/s e ângulo de elevação de 60° . Determine (a) o alcance do projétil, (b) a altura máxima atingida e (c) a velocidade escalar no impacto.

24. Repita o Exercício 23, considerando agora o projétil disparado de uma posição 100 m acima do solo.

25. Uma bola é atirada em um ângulo de elevação de 45° em relação ao solo. Se a bola cai no solo a uma distância de 90 m, qual a velocidade escalar inicial da bola?

26. Uma arma é disparada com ângulo de elevação de 30° . Qual a velocidade de disparo se o máximo de altura que a bala atinge é de 500 m?

27. A velocidade de disparo de uma arma é 150 m/s. Determine dois ângulos de elevação que podem ser utilizados para atingir um alvo que está a 800 m de distância.

28. No beisebol, um bateador rebate uma bola, que está 3 pés acima do chão, em direção à parte central da cerca do campo, que tem 10 pés de altura e dista 400 pés da base do lançamento. A bola deixa o bastão com uma velocidade escalar de 115 pés/s e com ângulo de 50° acima da horizontal. Foi *home run*? (Em outras palavras, a bola passou por cima da cerca?)

29. Uma cidade medieval tem a forma de um quadrado e está protegida pelas muralhas com comprimento de 500 m de altura de 15 m.

Você é o comandante de um exército de ataque e o mais próximo que você pode chegar da muralha é 100 m. Seu plano é incendiar à cidade catapultando rochas aquecidas sobre a parede (com uma velocidade inicial de 80 m/s). Em que intervalo de ângulos você deve dizer a seus homens para armar a catapulta? (Suponha que a trajetória das rochas seja perpendicular à muralha.)

30. Mostre que um projétil atinge três quartos da sua altura máxima em metade do tempo necessário para atingir a sua altura máxima.

31. Uma bola é lançada para o ar para leste a partir da origem (na direção do eixo x positivo). A velocidade inicial é $50\mathbf{i} + 80\mathbf{k}$, com a velocidade medida em pés por segundo. A rotação da bola resulta em uma aceleração em direção ao sul de 4 pés/s^2 , de modo que o vetor aceleração é $\mathbf{a} = -4\mathbf{j} - 32\mathbf{k}$. Onde a bola cai e com que velocidade escalar?

32. Uma bola com massa 0,8 kg é arremessada ao ar em direção ao sul com velocidade escalar de 30 m/s e ângulo de 30° com o solo. Um vento do oeste aplica uma força constante de 4 N à bola na direção leste. Onde a bola cai e com que velocidade escalar?

 33. A água, descendo por um trecho reto de um rio, em geral escoia mais rapidamente no meio e a velocidade escalar diminui para quase zero nas margens. Considere um trecho longo de rio escoando para o norte com as margens paralelas distando 40 m uma da outra. Se a velocidade máxima da água é de 3 m/s, pode-se utilizar uma função quadrática como um modelo básico para a taxa de fluxo de água x unidades de distância da margem oeste: $f(x) = \frac{3}{400}x(40 - x)$.

(a) Um barco se move com uma velocidade escalar constante de 5 m/s a partir de um ponto de A na margem oeste enquanto se mantém direcionado perpendicularmente à margem. A que distância rio abaixo, na margem oposta, o barco vai atingir a terra firme? Faça um gráfico da trajetória do barco.

(b) Suponha que quiséssemos pilotar o barco para terra no ponto B na margem leste em frente A . Se mantivermos uma velocidade constante de 5 m/s, e uma direção constante, encontre o ângulo em que o barco deve dirigir. Depois, faça o gráfico do caminho real que o barco segue. Essa trajetória parece realista?

34. Outro modelo razoável para a velocidade escalar da água do rio no Exercício 33 é uma função senoidal: $f(x) = 3 \sin(\pi x/40)$. Se o piloto do barco quiser atravessar o rio de A até B com direção constante e velocidade escalar constante de 5 m/s, determine o ângulo no qual o barco deve seguir.

35. Uma partícula tem função posição $\mathbf{r}(t)$. Se $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{c} \times \mathbf{r}(t)$, onde \mathbf{c} é um vetor constante, descrevem o caminho da partícula.

36. (a) Se uma partícula se move ao longo de uma linha reta, o que você pode dizer sobre seu vetor aceleração?

(b) Se uma partícula se move com velocidade constante ao longo de uma curva, o que você pode dizer sobre seu vetor aceleração?

37–42 Determine as componentes tangencial e normal do vetor aceleração.

37. $\mathbf{r}(t) = (3t - t^3) \mathbf{i} + 3t^2 \mathbf{j}$

38. $\mathbf{r}(t) = (1 + t) \mathbf{i} + (t^2 - 2t) \mathbf{j}$

39. $\mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + t \mathbf{k}$

40. $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + 3t \mathbf{k}$

41. $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + \sqrt{2}t \mathbf{j} + e^{-t} \mathbf{k}$

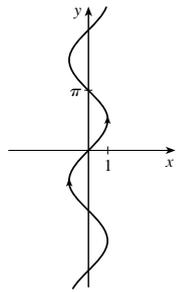
42. $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + \cos^2 t \mathbf{j} + \sin^2 t \mathbf{k}$

CAPÍTULO 13

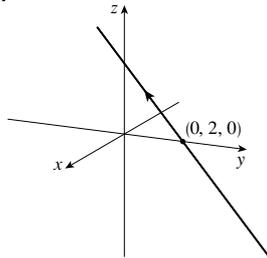
EXERCÍCIOS 13.1

1. $(-1, 2]$ 3. $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ 3. $\langle -1, \pi/2, 0 \rangle$

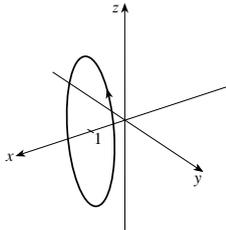
7.



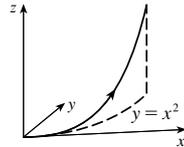
9.



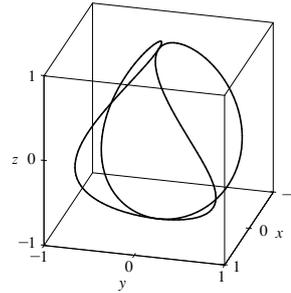
11.



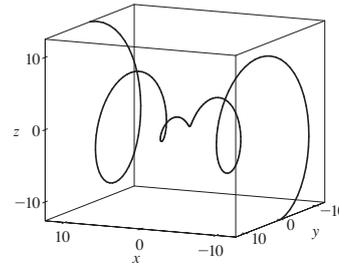
13.



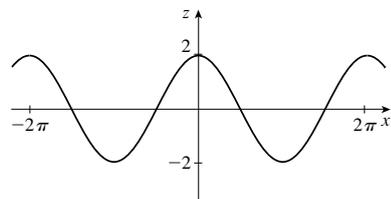
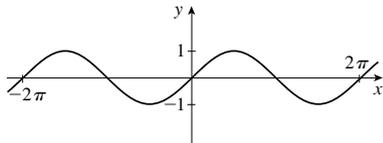
31.



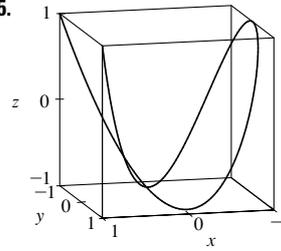
33.



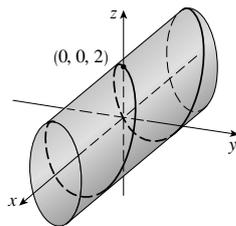
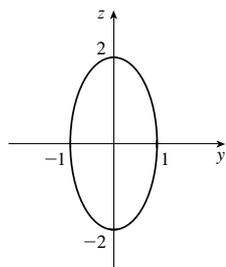
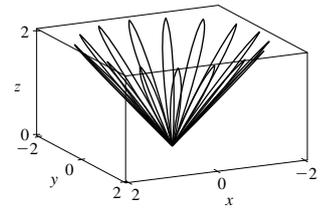
15.



35.



37.

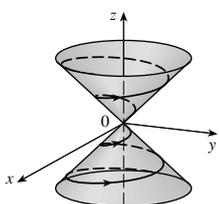


17. $\mathbf{r}(t) = \langle t, 2t, 3t \rangle, 0 \leq t \leq 1;$
 $x = t, y = 2t, z = 3t, 0 \leq t \leq 1$

19. $\mathbf{r}(t) = \langle \frac{1}{2}t, -1 + \frac{4}{3}t, 1 - \frac{3}{4}t \rangle, 0 \leq t \leq 1;$
 $x = \frac{1}{2}t, y = -1 + \frac{4}{3}t, z = 1 - \frac{3}{4}t, 0 \leq t \leq 1$

21. II 23. V 25. IV

27.



29. $(0, 0, 0), (1, 0, 1)$

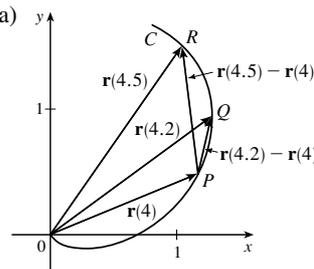
41. $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \frac{1}{2}(t^2 - 1)\mathbf{j} + \frac{1}{2}(t^2 + 1)\mathbf{k}$

43. $\mathbf{r}(t) = \cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j} + \cos 2t\mathbf{k}, 0 \leq t \leq 2\pi$

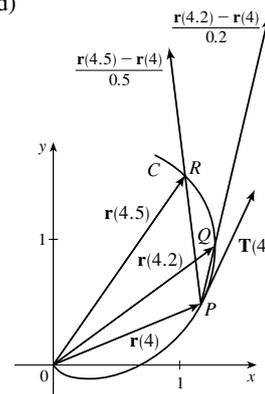
45. $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, z = 4 \cos^2 t$ 47. Sim

EXERCÍCIOS 13.2

1. (a)

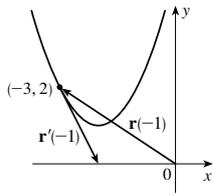


(b), (d)



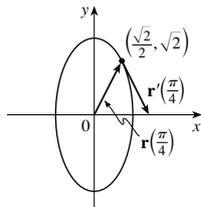
(c) $\mathbf{r}'(4) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(4+h) - \mathbf{r}(4)}{h}$; $\mathbf{T}(4) = \frac{\mathbf{r}'(4)}{|\mathbf{r}'(4)|}$

3. (a), (c)



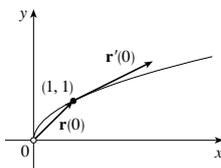
(b) $\mathbf{r}'(t) = \langle 1, 2t \rangle$

5. (a), (c)



(b) $\mathbf{r}'(t) = \cos t \mathbf{i} - 2 \sin t \mathbf{j}$

7. (a), (c)



(b) $\mathbf{r}'(t) = 2e^{2t} \mathbf{i} + e^t \mathbf{j}$

9. $\mathbf{r}'(t) = \langle t \cos t + \sin t, 2t, \cos 2t - 2t \sin 2t \rangle$

11. $\mathbf{r}'(t) = 4e^{4t} \mathbf{k}$

13. $\mathbf{r}'(t) = 2te^{t^2} \mathbf{i} + [3/(1+3t)] \mathbf{k}$ 15. $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{b} + 2t\mathbf{c}$

17. $\langle \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \rangle$ 19. $\frac{3}{5} \mathbf{j} + \frac{4}{5} \mathbf{k}$

21. $\langle 1, 2t, 3t^2 \rangle, \langle 1/\sqrt{14}, 2/\sqrt{14}, 3/\sqrt{14} \rangle, \langle 0, 2, 6t \rangle, \langle 6t^2, -6t, 2 \rangle$

23. $x = 3 + t, y = 2t, z = 2 + 4t$

25. $x = 1 - t, y = t, z = 1 - t$

27. $\mathbf{r}(t) = (3 - 4t) \mathbf{i} + (4 + 3t) \mathbf{j} + (2 - 6t) \mathbf{k}$

29. $x = t, y = 1 - t, z = 2t$

31. $x = -\pi - t, y = \pi + t, z = -\pi t$

33. 66° 35. $2 \mathbf{i} - 4 \mathbf{j} + 32 \mathbf{k}$ 37. $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

39. $e^t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + (t \ln t - t) \mathbf{k} + \mathbf{C}$

41. $t^2 \mathbf{i} + t^3 \mathbf{j} + (\frac{2}{3}t^{3/2} - \frac{2}{3}) \mathbf{k}$

47. $2t \cos t + 2 \sin t - 2 \cos t \sin t$ 49. 35

EXERCÍCIOS 13.3

1. $10\sqrt{10}$ 3. $e - e^{-1}$ 5. $\frac{1}{27}(13^{3/2} - 8)$ 7. 15,3841

9. 1,2780 11. 42

13. $\mathbf{r}(t(s)) = \frac{2}{\sqrt{29}} s \mathbf{i} + (1 - \frac{3}{\sqrt{29}} s) \mathbf{j} + (5 + \frac{4}{\sqrt{29}} s) \mathbf{k}$

15. $(3 \sin 1, 4, 3 \cos 1)$

17. (a) $\langle 1/\sqrt{10}, (-3/\sqrt{10}) \sin t, (3/\sqrt{10}) \cos t \rangle,$
 $\langle 0, -\cos t, -\sin t \rangle$ (b) $\frac{3}{10}$

19. (a) $\frac{1}{e^{2t} + 1} \langle \sqrt{2}e^t, e^{2t}, -1 \rangle, \frac{1}{e^{2t} + 1} \langle 1 - e^{2t}, \sqrt{2}e^t, \sqrt{2}e^t \rangle$

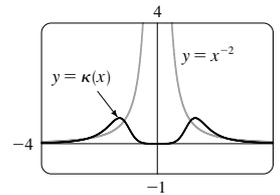
(b) $\sqrt{2}e^{2t}/(e^{2t} + 1)^2$

21. $6t^2/(9t^4 + 4t^2)^{3/2}$ 23. $\frac{4}{25}$ 25. $\frac{1}{7} \sqrt{\frac{19}{14}}$

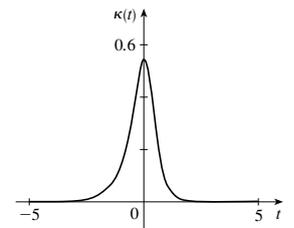
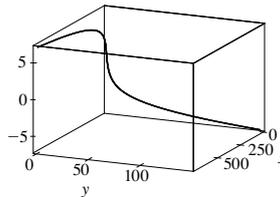
27. $12x^2/(1 + 16x^6)^{3/2}$ 29. $e^x |x + 2|/[1 + (xe^x + e^x)^2]^{3/2}$

31. $(-\frac{1}{2} \ln 2, 1/\sqrt{2})$; tende a 0 33. (a) P (b) 1,3, 0,7

35.

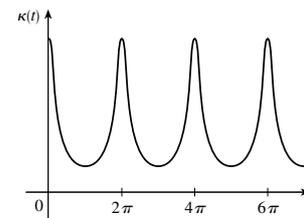


37.



39. a é $y = f(x)$, b é $y = \kappa(x)$

41. $\kappa(t) = \frac{6\sqrt{4 \cos^2 t - 12 \cos t + 13}}{(17 - 12 \cos t)^{3/2}}$



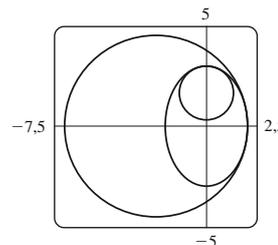
inteiros múltiplos de 2π

43. $6t^2/(4t^2 + 9t^4)^{3/2}$

45. $1/(\sqrt{2}e^t)$ 47. $\langle \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \rangle, \langle -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3} \rangle, \langle -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \rangle$

49. $y = 6x + \pi, x + 6y = 6\pi$

51. $(x + \frac{5}{2})^2 + y^2 = \frac{81}{4}, x^2 + (y - \frac{5}{3})^2 = \frac{16}{9}$



53. $(-1, -3, 1)$

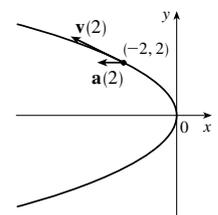
55. $2x + y + 4z = 7, 6x - 8y - z = -3$

63. $2/(t^4 + 4t^2 + 1)$ 65. $2,07 \times 10^{10} \text{ \AA} \approx 2 \text{ m}$

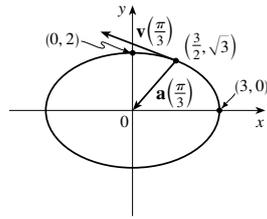
EXERCÍCIOS 13.4

1. (a) $1,8\mathbf{i} - 3,8\mathbf{j} - 0,7\mathbf{k}, 2,0\mathbf{i} - 2,4\mathbf{j} - 0,6\mathbf{k},$
 $2,8\mathbf{i} + 1,8\mathbf{j} - 0,3\mathbf{k}, 2,8\mathbf{i} + 0,8\mathbf{j} - 0,4\mathbf{k}$
 (b) $2,4\mathbf{i} - 0,8\mathbf{j} - 0,5\mathbf{k}, 2,58$

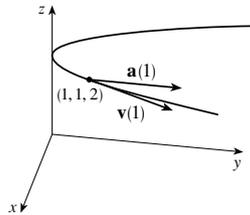
3. $\mathbf{v}(t) = \langle -t, 1 \rangle$
 $\mathbf{a}(t) = \langle -1, 0 \rangle$
 $|\mathbf{v}(t)| = \sqrt{t^2 + 1}$



5. $\mathbf{v}(t) = -3 \sin t \mathbf{i} + 2 \cos t \mathbf{j}$
 $\mathbf{a}(t) = -3 \cos t \mathbf{i} - 2 \sin t \mathbf{j}$
 $|\mathbf{v}(t)| = \sqrt{5 \sin^2 t + 4}$



7. $\mathbf{v}(t) = \mathbf{i} + 2t \mathbf{j}$
 $\mathbf{a}(t) = 2 \mathbf{j}$
 $|\mathbf{v}(t)| = \sqrt{1 + 4t^2}$



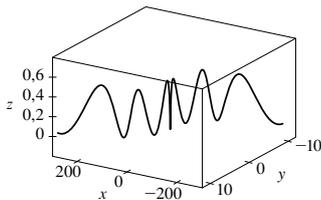
9. $\langle 2t, 3t^2, 2t \rangle, \langle 2, 6t, 2 \rangle, |t| \sqrt{9t^2 + 8}$

11. $\sqrt{2} \mathbf{i} + e^t \mathbf{j} - e^{-t} \mathbf{k}, e^t \mathbf{j} + e^{-t} \mathbf{k}, e^t + e^{-t}$

13. $e^t [(\cos t - \sin t) \mathbf{i} + (\sin t + \cos t) \mathbf{j} + (t + 1) \mathbf{k}],$
 $e^t [-2 \sin t \mathbf{i} + 2 \cos t \mathbf{j} + (t + 2) \mathbf{k}], e^t \sqrt{t^2 + 2t + 3}$

15. $\mathbf{v}(t) = t \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{r}(t) = (\frac{1}{2} t^2 + 1) \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + t \mathbf{k}$

17. (a) $\mathbf{r}(t) = (\frac{1}{3} t^3 + t) \mathbf{i} + (t - \sin t + 1) \mathbf{j} + (\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos 2t) \mathbf{k}$
 (b)



19. $t = 4$

21. $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} - t \mathbf{j} + \frac{5}{2} t^2 \mathbf{k}, |\mathbf{v}(t)| = \sqrt{25t^2 + 2}$

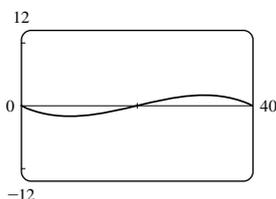
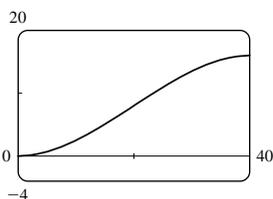
23. (a) $\approx 3\,535$ m (b) $\approx 1\,531$ m (c) 200 m/s

25. 30 m/s 27. $\approx 10,2^\circ, \approx 79,8^\circ$

29. $13,0^\circ < \theta < 36,0^\circ, 55,4^\circ < \theta < 85,5^\circ$

31. $(250, -50, 0); 10\sqrt{93} \approx 96,4$ pés/s

33. (a) 16 m (b) $\approx 23,6^\circ$ rio acima



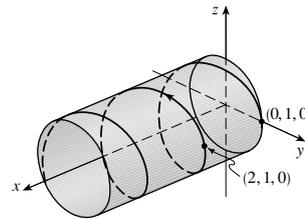
35. O caminho está contido em um círculo que está em um plano perpendicular a \mathbf{c} com centro em uma reta pela origem na direção de \mathbf{c} .

37. $6t, 6$ 39. 0, 1 41. $e^t - e^{-t}, \sqrt{2}$

43. $4,5 \text{ cm/s}^2, 9,0 \text{ cm/s}^2$ 45. $t = 1$

Exercícios

1. (a)



(b) $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{i} - \pi \sin \pi t \mathbf{j} + \pi \cos \pi t \mathbf{k},$

$\mathbf{r}''(t) = -\pi^2 \cos \pi t \mathbf{j} - \pi^2 \sin \pi t \mathbf{k}$

3. $\mathbf{r}(t) = 4 \cos t \mathbf{i} + 4 \sin t \mathbf{j} + (5 - 4 \cos t) \mathbf{k}, 0 \leq t \leq 2\pi$

5. $\frac{1}{3} \mathbf{i} - (2/\pi^2) \mathbf{j} + (2/\pi) \mathbf{k}$ 7. 86,631 9. $\pi/2$

11. (a) $\langle t^2, t, 1 \rangle / \sqrt{t^4 + t^2 + 1}$

(b) $\langle t^3 + 2t, 1 - t^4, -2t^3 - t \rangle / \sqrt{t^8 + 5t^6 + 6t^4 + 5t^2 + 1}$

(c) $\sqrt{t^8 + 5t^6 + 6t^4 + 5t^2 + 1} / (t^4 + t^2 + 1)^2$

13. $12/17^{3/2}$ 15. $x - 2y + 2\pi = 0$

17. $\mathbf{v}(t) = (1 + \ln t) \mathbf{i} + \mathbf{j} - e^{-t} \mathbf{k},$

$|\mathbf{v}(t)| = \sqrt{2 + 2 \ln t + (\ln t)^2 + e^{-2t}}, \mathbf{a}(t) = (1/t) \mathbf{i} + e^{-t} \mathbf{k}$

19. (a) Cerca de 0,8 m acima do chão, 18,4 m do atleta

(b) $\approx 6,3$ m (c) $\approx 19,1$ m do atleta

21. (c) $-2e^{-t} \mathbf{v}_d + e^{-t} \mathbf{R}$

23. (a) $\mathbf{v} = \omega R(-\sin \omega t \mathbf{i} + \cos \omega t \mathbf{j})$ (c) $\mathbf{a} = -\omega^2 \mathbf{r}$

PROBLEMAS QUENTES

1. (a) $90^\circ, v_0^2/(2g)$

3. (a) $\approx 0,25$ m à direita da borda da mesa, $\approx 4,9$ m/s

(b) $\approx 5,9^\circ$ (c) $\approx 0,56$ m à direita da borda da mesa,

5. 56°

7. $\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{c} + u \mathbf{a} + v \mathbf{b}$ onde $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle,$

$\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle, \mathbf{c} = \langle c_1, c_2, c_3 \rangle$

CAPÍTULO 13 REVISÃO

Teste Verdadeiro-Falso

1. Verdadeiro 3. Falso 5. Falso 7. Falso

9. Verdadeiro 11. Falso 13. Verdadeiro