

# Juegos Evolutivos y Control Distribuido: Teoría y Aplicaciones

Nicanor Quijano

Universidad de los Andes

Noviembre 2014



J.C.Willems

“The art in control theory is to shape new questions, to introduce new concepts, to build new paradigms.”



# Sistemas de Control

- ▶ La ciencia que estudia los sistema de control, provee herramientas para el modelamiento de sistemas dinámicos físicos, químicos, biológicos, económicos y sociales, así como el desarrollo de conceptos y herramientas para su análisis y diseño.
- ▶ En esta área confluyen: las matemáticas, la biología, la economía, el procesamiento de señales y las ciencias de la computación.



# Sistemas de Gran Escala y Control Distribuido<sup>1</sup>

- ▶ Los sistemas de gran escala están compuestos de elementos que intercambian energía/información/materia.
- ▶ Ejemplos: sistemas en red, **energía, agua, transporte**, procesos industriales.
- ▶ Características: modularidad y la interconexión física entre submódulos.
- ▶ Retos: determinar las interacciones y las incertidumbres.
- ▶ Solución: control distribuido, el cual parte del diseño de una serie de reglas para la toma de decisiones para sistemas con múltiples componentes interconectados, cuyo fin es lograr un objetivo común teniendo en cuenta las restricciones del ambiente y sus cambios dinámicos.

<sup>1</sup>Adaptive Architectures for Distributed Control of Modular Systems, T.Yucelen and J.Shamma. < > >



## John von Neumann<sup>2</sup>

“Real life consists of bluffing, of little tactics of deception, of asking yourself what is the other man is going to think I mean to do. And that is what games are about in my theory”

---

<sup>2</sup> John von Neumann talking to Jacob Bronowski Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb; W. Poundstone



## Conceptos Básicos<sup>3</sup>

- ▶ La teoría de juegos es el nombre que se le da a la metodología que utiliza herramientas matemáticas para modelar y analizar situaciones en las que interactivamente se toman decisiones.
- ▶ En estas situaciones se involucran varios actores que toman las decisiones (jugadores), los cuales tienen diferentes objetivos.
- ▶ Cada una de las decisiones que se toman afectan directamente a los demás.
- ▶ La teoría de juegos trata de predecir el comportamiento de los jugadores y algunas veces sugiere a los jugadores cómo deberían ser sus acciones para maximizar algún objetivo.



<sup>3</sup>Game Theory, M.Maschler, E.Solan, Z.Zamir.

# Fundamentos y Aplicabilidad

- ▶ Los fundamentos de la teoría de juegos se cimentaron en el libro “The Theory of Games and Economic Behavior” de J. von Neumann y O.Morgenstern en 1944.
- ▶ La aplicabilidad de la teoría de juegos se debe al hecho de ser una herramienta matemática que no necesita un contexto preciso, la cual puede ser utilizada en cualquier situación en la que existan tomas de decisiones interactivas.
- ▶ Campos de Acción: economía, redes, ciencias políticas, aplicaciones militares, y **biología**.



# Fundamentos y Aplicabilidad

- ▶ Los fundamentos de la teoría de juegos se cimentaron en el libro “The Theory of Games and Economic Behavior” de J. von Neumann y O.Morgenstern en 1944.
- ▶ La aplicabilidad de la teoría de juegos se debe al hecho de ser una herramienta matemática que no necesita un contexto preciso, la cual puede ser utilizada en cualquier situación en la que existan tomas de decisiones interactivas.
- ▶ Campos de Acción: economía, redes, ciencias políticas, aplicaciones militares, y **biología**.





# Tipos de Juegos

- ▶ Matrix games: tienen un número finito de estrategias. Una vez un jugador ha tomado una decisión, el pago que se obtiene se da por medio de una matriz de pago. En juegos de dos jugadores, las filas corresponden a las estrategias de un jugador, mientras que las columnas corresponden a las estrategias del otro jugador.
- ▶ Continuous-static games: en este caso las estrategias no necesitan ser discretas y las estrategias y los pagos se dan en tiempo continuo. El juego es estático ya que la estrategia del individuo es constante.
- ▶ **Differential/Dynamic games**: se caracterizan por la variación temporal que se tiene en las estrategias y en los pagos. Por lo general estas dinámicas están dadas por ecuaciones diferenciales o de diferencias.



# Clases de Juegos Dinámicos<sup>4</sup>

1. Stackelberg
2. Standard Repeated Games
3. Stochastic Games
4. Juegos Diferenciales
5. **Evolutionary Games**



---

<sup>4</sup>Game Theory and Learning for Wireless Networks, S.Lasauce and H.Tembine.

# Problemas Juegos Dinámicos<sup>5</sup>

1. Cómo modelar el ambiente en el que los jugadores interactúan.



---

<sup>5</sup>Game Theory and Learning for Wireless Networks, S.Lasauce and H.Tembine.

# Problemas Juegos Dinámicos<sup>5</sup>

## 1. Cómo modelar el ambiente en el que los jugadores interactúan.

- ▶ Modelos ODEs que poseen la mayor cantidad de características del ambiente.



---

<sup>5</sup>Game Theory and Learning for Wireless Networks, S.Lasauce and H.Tembine.

# Problemas Juegos Dinámicos<sup>5</sup>

1. **Cómo modelar el ambiente en el que los jugadores interactúan.**
  - ▶ Modelos ODEs que poseen la mayor cantidad de características del ambiente.
2. **Cómo modelar los objetivos de los jugadores.**



---

<sup>5</sup>Game Theory and Learning for Wireless Networks, S.Lasauce and H.Tembine.

# Problemas Juegos Dinámicos<sup>5</sup>

1. **Cómo modelar el ambiente en el que los jugadores interactúan.**
  - ▶ Modelos ODEs que poseen la mayor cantidad de características del ambiente.
2. **Cómo modelar los objetivos de los jugadores.**
  - ▶ Objetivos se ven formalizados por funciones de costo/beneficio/utilidad que será optimizada. Estos problemas de optimización están sujetos a una serie de restricciones del modelo dinámico del ambiente.



<sup>5</sup>Game Theory and Learning for Wireless Networks, S.Lasauce and H.Tembine.

# Problemas Juegos Dinámicos<sup>5</sup>

1. **Cómo modelar el ambiente en el que los jugadores interactúan.**
  - ▶ Modelos ODEs que poseen la mayor cantidad de características del ambiente.
2. **Cómo modelar los objetivos de los jugadores.**
  - ▶ Objetivos se ven formalizados por funciones de costo/beneficio/utilidad que será optimizada. Estos problemas de optimización están sujetos a una serie de restricciones del modelo dinámico del ambiente.
3. **Cómo especificar el orden en el que se tomarán las decisiones, el tipo de información disponible para la toma de una decisión y la evolución del juego.**

<sup>5</sup>Game Theory and Learning for Wireless Networks, S.Lasauce and H.Tembine. 



T.Vicent and T.L.S.Vincent<sup>6</sup>

“If we compare the roles of an engineer and an evolutionary biologist, it is clear that engineers design, whereas biologists try to understand what has been designed.”

---

<sup>6</sup>Evolution and control system design: the evolutionary game, *IEEE CSM*, vol.20, no.5, pp20-35, 2000





# Evolutionary Dynamics<sup>7</sup>

- ▶ Darwin desarrolla de manera adecuada el mecanismo propuesto para explicar cómo las especies se transforman, el cual no fue formulado adecuadamente por J.B. Lamarck (éste fue el primero en proponer el concepto de evolución).
- ▶ T.Malthus: Darwin se da cuenta de las consecuencias del crecimiento exponencial de las poblaciones, y cómo al escasear los recursos sólo una fracción de individuos puede sobrevivir.
- ▶ Genética Mendeliana + Evolución Darwiniana = biología matemática (R.Fisher, J.B.S.Haldane y S.Wright: generan un marco analítico-matemático para aterrizar los conceptos de evolución, selección y mutación).



<sup>7</sup>Evolutionary Dynamics, M.Nowak.

# Evolución = Juego

La evolución vista como un proceso de selección natural es un juego evolutivo dónde:

- ▶ Los jugadores son cada uno de los organismos.
- ▶ Las estrategias son fenotipos heredables.
- ▶ Un conjunto de estrategias corresponde a todas las estrategias posibles desde el punto de vista evolutivo.
- ▶ Los pagos en un juego evolutivo se expresan por medio de las fitness individuales, donde la fitness se define como el valor esperado de la tasa de crecimiento per capita para una estrategia determinada en unas circunstancias ecológicas dadas.
- ▶ Por lo tanto, la evolución vendrá dada por aquellas estrategias que vayan quedando a medida que se va realizando el juego de manera dinámica.



# Evolutionarily Stable Strategies

Los dos pilares de las dinámicas evolutivas se pueden resumir como:

- ▶ El descubrimiento en 1964 por W.Hamilton de que la selección del gen egoísta puede favorecer un comportamiento altruista entre parientes.
- ▶ El desarrollo del concepto del ESS (J.Maynard-Smith y G.Price), que es el equivalente al equilibrio de Nash en el contexto de un proceso evolutivo.

A diferencia de los juegos clásicos en los que el foco radica en aquellas estrategias que optimizan los pagos de los jugadores, en juegos evolutivos el foco radica en las estrategias que van a prevalecer con el paso del tiempo (ESS). Si bien pueden haber nacimientos y muertes, las estrategias van a seguir estando presentes ya que éstas pasan de generación en generación.



# Teoría de Juegos y Control Distribuido<sup>8</sup>

- ▶ Existe un paralelo entre las arquitecturas que sirven para describir la toma de decisiones tanto en sistemas sociales como en sistemas distribuidos en ingeniería  $\Rightarrow$  contienen una interconexión de elementos tomadores de decisiones cuyo comportamiento colectivo depende de una compilación de decisiones locales basados en información parcial sobre los demás y el estado general del sistema.
- ▶ El control distribuido parte del diseño de una serie de reglas para la toma de decisiones para sistemas con múltiples componentes interconectados, cuyo fin es lograr un objetivo común teniendo en cuenta las restricciones del ambiente y sus cambios dinámicos (e.g., UAVs, **sistemas de transporte, agua y energía**).



<sup>8</sup>Game Theory and Distributed Control, J.Marden and J.Shamma.

## Astrom and Kumar<sup>9</sup>

“The goal of engineering science, on the other hand, is to understand, invent, design and maintain man-made engineered systems. A primary challenge is to find system principles that make it possible to effectively understand and design complex physical systems. Feedback, which is at the core of control, is such a principle.”



---

<sup>9</sup>K.Astrom and P.R.Kumar, Control: A Perspective, *Automatica*, vol.50, no.1, pp3-43, 2014

# The Impact of Control Technology

Los esfuerzos que hace la IEEE por mostrar qué se está se haciendo en control, y hacia dónde nos dirigimos.

The screenshot shows the IEEE Control Systems Society website. The header includes the CSS logo, the text 'IEEE Control Systems Society', and the IEEE logo. The main content area is titled 'THE IMPACT OF CONTROL TECHNOLOGY' and features a navigation menu on the left with items like HOME, CONTROL SYSTEMS ARE EVERYWHERE, AWARDS, PUBLICATIONS, CONFERENCES, TECHNICAL ACTIVITIES, MEMBER ACTIVITIES, FINANCIAL ACTIVITIES, GOVERNANCE, NOTES TO CSS, IMPACT OF CONTROL TECHNOLOGY REPORT, ONLINE LECTURE LIBRARY, CONTACT US, and JOIN THE SOCIETY. The main text area contains the following information:

**THE IMPACT OF CONTROL TECHNOLOGY**  
**OVERVIEW, SUCCESS STORIES, AND RESEARCH CHALLENGES**

**Editors:** Tariq Samad (IEEE FELLOW) and Anuradha Annaswamy (IEEE)

This report discusses and celebrates the accomplishments of control technology and future opportunities for the field. Please read the Introduction and Summary below for more information on the content and format of the report.

The material in this report is freely and publicly available for reuse, provided that the source is acknowledged. The report can be cited as: "The Impact of Control Technology, T. Samad and A.M. Annaswamy (eds.), IEEE Control Systems Society, 2011, available at [www.ieeecss.org](http://www.ieeecss.org)". Titles and authors of individual sections should also be acknowledged as appropriate.

Parts of the report can be accessed in pdf form from the table of contents below. The report includes a number of illustrated flyers; these are also available in high-resolution 940x1400px.

The report is also available as a consolidated pdf document [here](#) (53 MB).

This report is published by the IEEE Control Systems Society. Sponsors of the report, in addition to IEEE CSS, are the Institute for Advanced Study and CoTSys (Technical University of Munich, Deutsche Forschungsgemeinschaft), and the US National Science Foundation.

We welcome new submissions for a possible updated edition—please e-mail us at [tariq.samad@ieee.org](mailto:tariq.samad@ieee.org) and [aannas@mit.edu](mailto:aannas@mit.edu) if you are interested in contributing.



Figure: <http://ieeecss.org/general/impact-control-technology>

# Position Paper on Systems and Control in FP8

Una de las ventajas del área de sistemas y control, es la interacción de doble vía que existe entre los desarrollos y los avances en las aplicaciones.

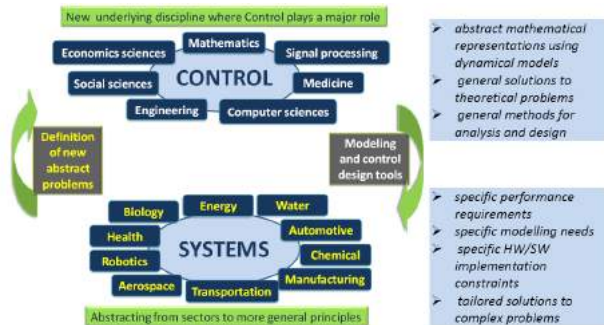
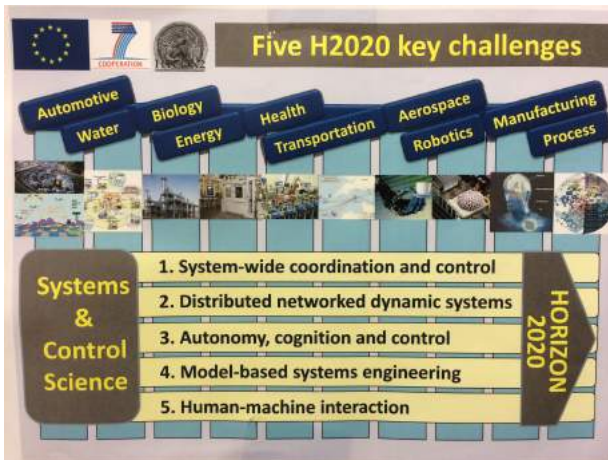


Figure: Visión Europea.

# Temas y Retos de Investigación





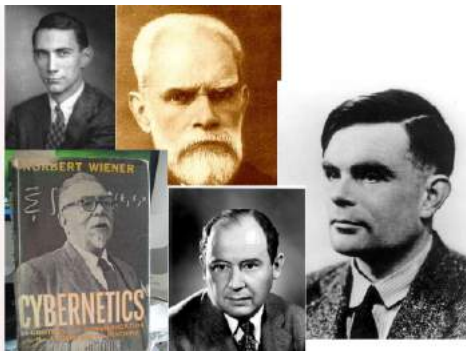
# Necesidades Sociales Cruciales

- ▶ Manejo inteligente de tráfico (tanto aéreo como terrestre).
- ▶ Smart grids
- ▶ Mejoras de la eficiencia energética en los sistemas de producción.
- ▶ Seguridad en sistemas de automatización descentralizada.
- ▶ Co-diseño y automatización de sistemas mecánicos y de control.
- ▶ Análisis, control y adaptación de sistemas de infraestructura de gran escala.
- ▶ Sistemas autónomos.
- ▶ Neurociencia.
- ▶ Atención sanitaria.
- ▶ Investigación en biología molecular y celular.



## Resumiendo...

...nosotros utilizamos la teoría desarrollada por



**Figure:** Los cerebros que han desarrollado las herramientas que nosotros utilizamos.



# Agenda

- ▶ Definición de Términos
- ▶ Asignación Dinámica de Recursos
  - ▶ Conceptos Teóricos
  - ▶ Aplicaciones: Energía y Agua
- ▶ Conclusiones



## M.Nowak

“Always keep in mind that the population is the fundamental basis of any evolution. Individuals, genes, or ideas can change over time, but only populations evolve.”



# Replicator Dynamics

- ▶ Replicator dynamics: modelo sencillo inspirado en la evolución de cómo *natural selection via differential fitness* afecta las proporciones de los animales utilizando diversas estrategias.



# Replicator Dynamics

- ▶ Replicator dynamics: modelo sencillo inspirado en la evolución de cómo *natural selection via differential fitness* afecta las proporciones de los animales utilizando diversas estrategias.
- ▶ Los replicator dynamics estándar se basan en una población homogénea que participa en un juego homogéneo  $\Rightarrow$  Individuos sólo pueden seleccionar estrategias puras.
- ▶ Estrategias mixtas: se refiere a un estado de la población donde sus componentes corresponden a una proporción de individuos que están genéticamente programados para jugar una estrategia pura.



# Replicator Dynamics

- ▶ Taylor y Jonker asumen originalmente que:
  - ▶ Cada individuo está genéticamente programado para utilizar la misma estrategia pura toda su vida.
  - ▶ Cuando un individuo tiene un heredero, éste le transmite la misma estrategia que ha utilizado.
  - ▶ La fitness de cada individuo cambia proporcionalmente a la reproducción neta de la población.



## Replicator Equation

Una ecuación que combina las tres hipótesis sería

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = x_i(t)f(i) \quad \text{Exponential growth or decay}$$

donde  $f_i(t)$  es la fitness, o desde un punto de vista biológico, el pago al cual cada estrategia se reproduce.

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_i(t)}{dt} &= \frac{d\left(\frac{x_i(t)}{\sum_{j=1}^N x_j(t)}\right)}{dt} \\
 &= \frac{\frac{dx_i(t)}{dt} \sum_{j=1}^N x_j(t) - x_i(t) \sum_{j=1}^N \frac{dx_j(t)}{dt}}{\left(\sum_{j=1}^N x_j(t)\right)^2} \\
 &= \frac{x_i(t)}{\sum_{j=1}^N x_j(t)} \left[ f(i) \frac{\sum_{j=1}^N x_j(t)}{\sum_{j=1}^N x_j(t)} - \frac{\sum_{j=1}^N x_j(t)f(j)}{\sum_{j=1}^N x_j(t)} \right] \\
 &= p_i(t) \left[ f(i) - \sum_{j=1}^N p_j(t)f(j) \right]
 \end{aligned}$$





## Replicator Equation

Cada individuo posee  $N$  estrategias puras (hábitats) para escoger. Si  $p_i$  para  $i = 1, \dots, N$  es la proporción de individuos en el hábitat  $i^{\text{th}}$ , tendremos

$$\dot{p}_i = p_i (f_i(p_i) - \bar{f})$$

donde  $f_i$  es la fitness function y  $\bar{f}$  es la fitness promedio dada por  $\bar{f} = \sum_{j=1}^N p_j f_j(p_j)$ , lo cual garantiza la invarianza del simplex <sup>10</sup>:

$$\Delta = \left\{ p \in \mathbb{R}_+^N : \sum_{i=1}^N p_i = 1 \right\}$$

<sup>10</sup> J. Hofbauer and K. Sigmund, Evolutionary Games and Population Dynamics. Cambridge University Press,



## Analogías

- ▶ Los replicator dynamics se pueden utilizar como un método eficiente para resolver problemas en sistemas distribuidos que tengan que hacer asignación dinámica de los recursos.
- ▶ Los recursos de los hábitats están correlacionados con las variables (controlables) del proceso (e.g., temperatura en un sistema térmico).
- ▶ La distribución de los agentes (frecuencia relativa) está relacionada con los recursos del proceso o con las variables de control (e.g., potencia en sistemas térmicos, o potencia en generadores distribuidos de una microgrid).
- ▶ La escogencia de la función de fitness es primordial. La fitness debe respetar el comportamiento del proceso.



- ▶ La inclusión de generadores de pequeña escala (DG's) en la red de distribución introduce nuevas variables de control, en las que las estrategias distribuidas ayudan a resolver problemas complejos, de gran escala en los cuales se tengan restricciones de información e incertidumbre.
- ▶ En un sistema en el cual se tienen una serie de subsistemas interconectados (i.e., microgrids), el uso de información local permite eficiencia computacional, facilidad de implementación y reducción en las necesidades de comunicaciones.



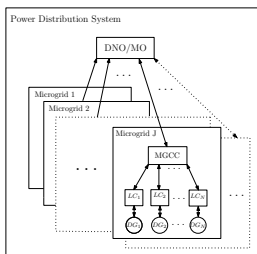
Denmark's progress over the past two decades

Adapted from: Litos Strategic Communication. The Smart Grid: An Introduction. Sep 2008  
Available at: [http://www.ee.energy.gov/DocumentsandMedia/DOE\\_SG\\_Book\\_Single](http://www.ee.energy.gov/DocumentsandMedia/DOE_SG_Book_Single)



# Modelo Jerárquico Multiagente

El marco para los sistemas de distribución de potencia<sup>11</sup> incluye a los principales agentes que están involucrados en el proceso de despacho.



**DNO:** distribution network operator.  
**MO:** market operator.  
**MGCC:** microgrid central controller.  
**LC:** local controller.

<sup>11</sup> A. Dimeas and N. Hatziargyriou, "Operation of a multiagent system for microgrid control", IEEE



# Problema del Despacho<sup>12</sup>

Problema de coordinación de alto nivel.

$$\begin{aligned} \min \quad & H_{tot}(p) = \sum_{j=1}^N h_j(p_j) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^N p_j = P_d \\ & P_{min_i} \leq p_i \leq P_{max_i}, \quad \text{for } i = 1, \dots, N, \end{aligned}$$

## Funciones de Costo

$$h_i(p_i) = a_i + b_i p_i + c_i p_i^2$$

$p \triangleq [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_N]^T$ : vector de potencias despachadas.

$P_d$ : potencia deseada (total) a ser despachada.

$a_i, b_i, c_i$ : parámetros de costo.

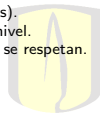
$P_{min_i}, P_{max_i}$ : potencias min y max.

## Suposiciones

Todos los generadores son ctrb (si disponibles).

Cada generador tiene controladores de bajo nivel.

Las restricciones de las líneas de distribución se respetan.



<sup>12</sup>J. Zhu, Optimization of Power System Operation, vol. 49, Wiley-IEEE Press, 2009.

# Replicator Dynamics

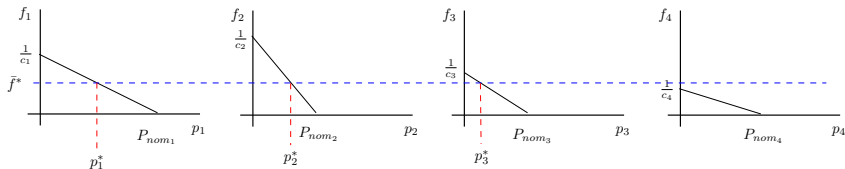
## Analogía con el proceso de despacho

- ▶ La microgrid tiene  $N$  DGs (que corresponden a los hábitats).
- ▶ Sea  $p_i$  la potencia despachada por el  $i^{th}$  DG (población en cada hábitat).
- ▶ Si  $P_d$  es la potencia fija demandada por la microgrid (la población total), se tiene  $\sum_{i=1}^N p_i = P_d$ .
- ▶ La fitness de cada generador depende de las características de los DGs. Para este caso, se utiliza la función logística

$$f_i(p_i) = \frac{1}{c_i} \left( 1 - \frac{p_i}{P_{nom_i}} \right)$$



## Logistic fitness functions



- ▶ En el equilibrio,  $f_i^* = \bar{f}^* \quad \forall i$  (si no hay *truncation*).
- ▶ El despacho final depende de los parámetros de cada generador.

- ▶ Por invarianza del simplex,  $\sum_{i=1}^N p_i = P_d$ .



## Punto de Equilibrio y Optimalidad

El punto de equilibrio para los replicator dynamics viene dado por

$$\dot{p}_i = p_i (f_i - \bar{f}) \quad \text{para todo } i = 1, \dots, N$$

con  $f_i = \frac{1}{c_i} \left(1 - \frac{p_i}{P_{nom_i}}\right)$  y  $\bar{f} = \frac{1}{P_d} \sum_{j=1}^{N+1} x_j f_j$ , lo cual se logra cuando  $f_i(p_i^*) = \bar{f}^*$ , para todo  $i = 1, \dots, N$ . Por lo tanto, se tiene que el punto de equilibrio es

$$p_i^* = P_{nom_i} - \frac{c_i P_{nom_i}}{\sum_{j=1}^N c_j P_{nom_j}} (P_{max} - P_d)$$

Mismo que se tiene al maximizar la función de utilidad en el problema de despacho óptimo!!





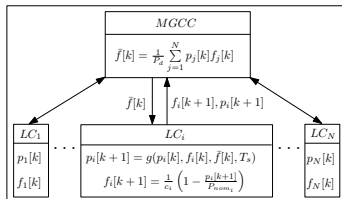
## Replicator Dynamics Discretos

### Modelo de implementación multiagente:<sup>13</sup>

$$p_i[k+1] = p_i[k] \frac{1/T_s + f_i[k]}{1/T_s + \bar{f}[k]}, \quad \text{for } k = 0, 1, 2, \dots$$

donde  $T_s$  es un *step size* que se relaciona con el tiempo de muestro en sistema dinámico discreto.

El proceso iterativo y distribuido se puede ver como

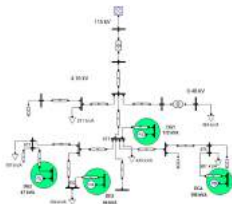


<sup>13</sup> J. Weibull. Evolutionary game theory. The MIT press, 1997



## Escenario

- ▶ El *IEEE 13 node test feeder* se utiliza con 4 DGs con un nivel de penetración de cerca del 15%<sup>14</sup>.
- ▶ La potencia total requerida por la microgrid está dada por un perfil de demanda con un pico de carga en  $P_{max} = \sum_{i=1}^N P_{nom_i}$ .

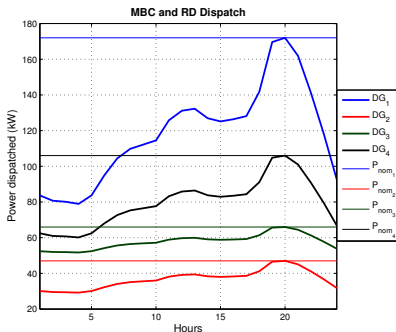


<sup>14</sup> A.Pantoja and N. Quijano. A population dynamics approach for the dispatch of distributed generators, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011.



## Resultados

Nivel de penetración del 15%, con costos de los generadores dados por unidad. Se tiene un pico de demanda máximo, con unos parámetros en este caso de  $P_{nom} = [172, 47, 66, 106]$ kVA;  $c = [1, 0.7, 0.4, 0.8]$ p.u.  $d_f = 1$ .



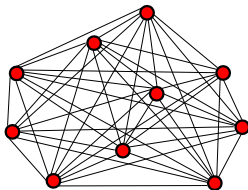
J.von Neumann and O.Morgenstern

“We repeat most emphatically that our theory is thoroughly static. A dynamic theory would be unquestionably be more complete and preferable.”



# Y si no conozco todo??<sup>15</sup>

## Full Information Model

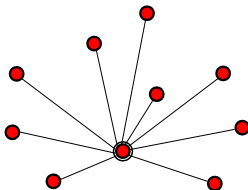


---

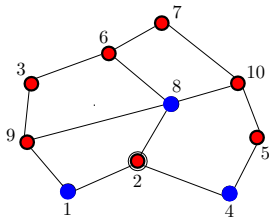
<sup>15</sup>Dispatch of distributed generators under local-information constraints, A.Pantoja, N.Quijano, K.Passino, American Control Conference (ACC), 2014.



## Centralized Model



## Distributed Model



Graph definition:


- ▶  $\mathcal{G} = \{\mathcal{H}, \mathcal{A}\}$ : connected graph.
- ▶  $\mathcal{H}$ : set of nodes.
- ▶  $\mathcal{A}$ : set or arcs.
- ▶  $\mathcal{N}_i$ : set of adjacent nodes to node  $i$ .



## Recordando el modelo original...

$$\dot{p}_i = \frac{p_i}{P_d} \left( f_i(p) \sum_{j=1}^N p_j - \sum_{j=1}^N f_j(p) p_j \right)$$

---

<sup>16</sup> A. Pantoja, N. Quijano, K. M. Passino, "Dispatch of distributed generators using a local replicator equation," Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 7494–7499, 2011. 





## Recordando el modelo original...

$$\dot{p}_i = \frac{p_i}{P_d} \left( f_i(p) \sum_{j=1}^N p_j - \sum_{j=1}^N f_j(p) p_j \right)$$

## Local Replicator Equation

$$\dot{p}_i = \frac{p_i}{P_d} \left( f_i(p_i) \sum_{j \in \mathcal{N}_i} p_j - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} f_j(p_j) p_j \right)$$

### Mismas condiciones RD?

- ▶ Invarianza de  $\Delta$ .
- ▶ Estabilidad<sup>16</sup>

<sup>16</sup>A. Pantoja, N. Quijano, K. M. Passino, "Dispatch of distributed generators using a local replicator equation," Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 7494–7499, 2011.



## Escogencia Función de Fitness

La minimización del costo de generación se resuelva obteniendo los mismos costos marginales en cada uno de los DGs

$$\left. \frac{\partial h_i(p_i)}{\partial p_i} \right|_{p_i=p_i^*} = \left. \frac{\partial h_j(p_j)}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^*},$$

para todo  $i \in \mathcal{H}$ .

Dado que LRE tiene que en el equilibrio las fitness son iguales, entonces se puede escoger que

$$f_i(p_i) = -\frac{\partial h_i(p)}{\partial p_i} = -(b_i + 2c_i p_i)$$

tal que al final, los costos marginales son iguales y el punto de equilibrio  $p^*$  es óptimo.



Para incluir las max y min restricciones de potencia

$$g_i(p) = \begin{cases} mp_i & \text{if } p_i < P_{\min_i} \\ B - b_i - 2c_i p_i & \text{if } P_{\min_i} \leq p_i \leq P_{\max_i} \\ mp_i & \text{if } p_i > P_{\max_i} \end{cases}$$

Para incluir la disponibilidad de los generadores intermitentes

$$f_i(p_i) = g_i(p_i) - (1 - \gamma_i)D,$$

where

- ▶  $m < 0$ : slope of the cutting limit.
- ▶  $B > 0$ : positivity of fitnesses.
- ▶  $\gamma_i \in \{0, 1\}$ : availability factor of the  $i^{\text{th}}$  DG.
- ▶  $D > 0$ : punishment factor.

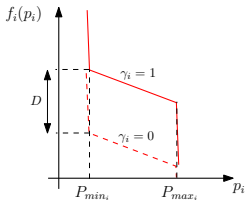


Para incluir las max y min restricciones de potencia

$$g_i(p) = \begin{cases} mp_i & \text{if } p_i < P_{\min_i} \\ B - b_i - 2c_i p_i & \text{if } P_{\min_i} \leq p_i \leq P_{\max_i} \\ mp_i & \text{if } p_i > P_{\max_i} \end{cases}$$

Para incluir la disponibilidad de los generadores intermitentes

$$f_i(p_i) = g_i(p_i) - (1 - \gamma_i)D,$$



# Análisis de Estabilidad

La estabilidad asintótica del punto de equilibrio implica la convergencia de LRE.

## Proposition

If  $f_i$  is a strictly decreasing locally Lipschitz function,  $\sum_{i=1}^N P_{max_i} \geq P_d$ ,  $p(0) \in \Delta$ , and  $f_i(p_i) > 0$ , for all  $P_{min_i} \leq p_i \leq P_{max_i}$  and  $i = 1, \dots, N$ , the equilibrium point  $p^*$  is asymptotically stable in  $\Delta$  under the LRE.

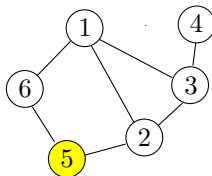
*Sketch of the Proof:* The adapted fitness functions satisfy all conditions and using the Lyapunov function

$$V(p) = \max_{i \in \mathcal{H}} f_i(p_i)$$



## Simulaciones: Caso Simple de 6 DGs

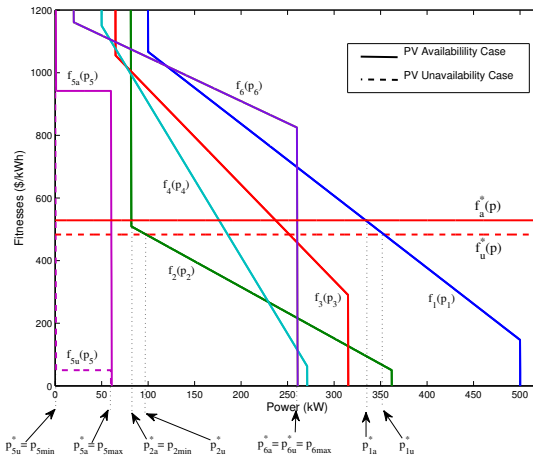
### Topología del Grafo

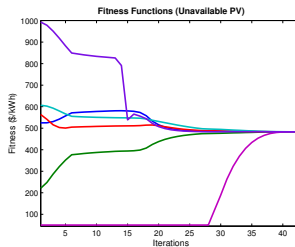
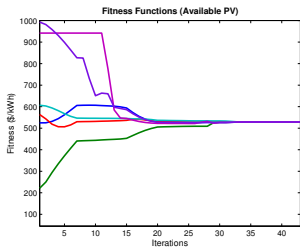
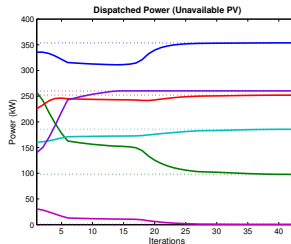
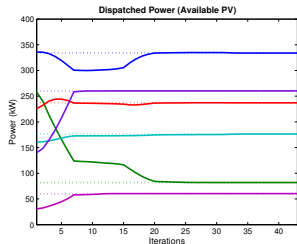


Generator 5 es PV e intermitente.  
Generator 2 es el más costoso.  
Generator 6 es el más barato.



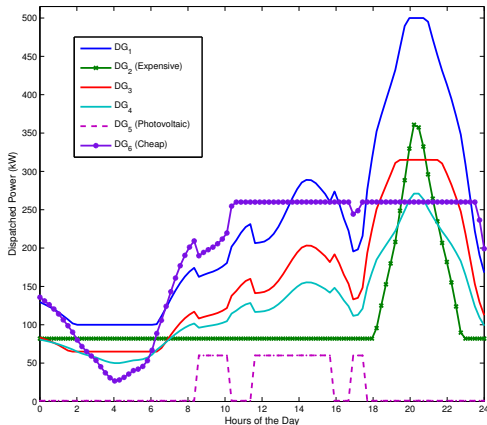
## Fitnesses estáticas para un periodo de negociación con $P_d$ fijo.





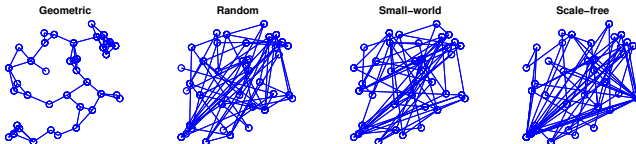


Despacho por 24h con potencia demandada  $P_d$  de acuerdo un perfil típico y periodos de negociación de 15min.

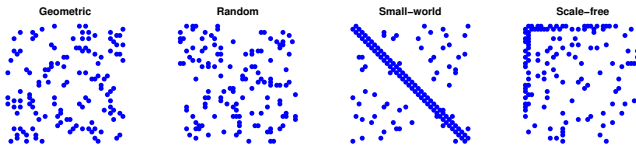


## Despacho con Diferentes Modelos de Red

El algoritmo de despacho LRE se aplica a un sistema con 38 nodos y 4 modelos de red



(a) Diferentes topologías de red.



(b) Sparsity of the adjacency matrix in each model.



Se hacen simulaciones de Monte Carlo para 100 realizaciones de cada modelo de red.

Parámetros observados en cada modelo:

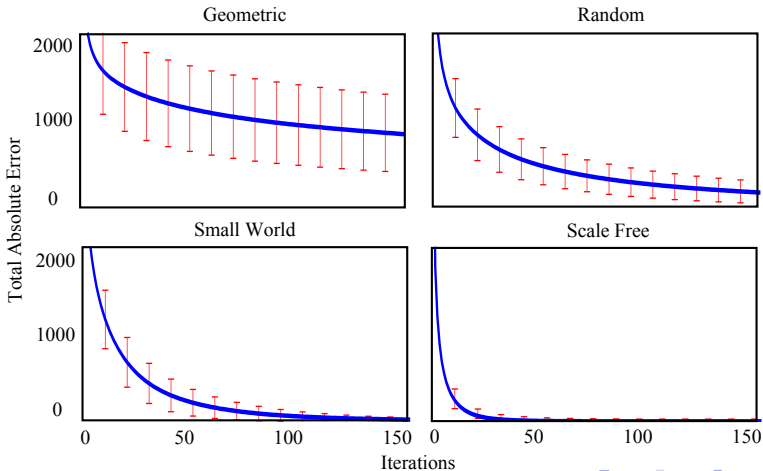
- ▶ Average path length ( $\bar{l}$ )
- ▶ Maximum path length ( $\bar{L}$ )
- ▶ Average clustering coefficient ( $\bar{C}_c$ )

Model	$\bar{l}$	$\bar{L}$	$\bar{C}_c$
Geometric	5.19	13.39	0.53
Random	2.88	6.26	0.089
Small-world	2.98	6	0.057
Scale-free	2.49	4.75	0.23

Table: Means of parameters in each network model



## Average total absolute error tendencies in each network topology

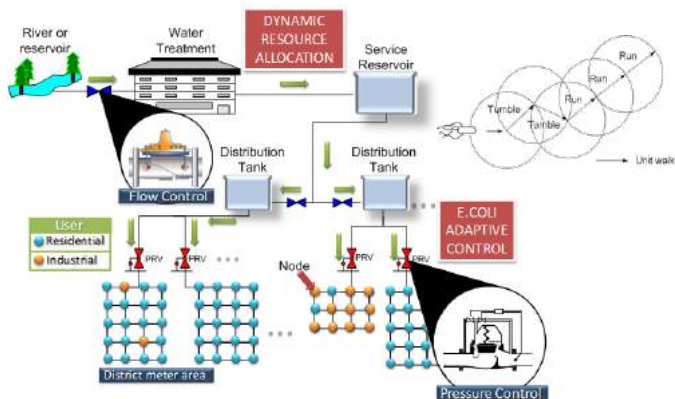


## John von Neumann

“The sciences do not try to explain, hardly even try to interpret, they mainly make models.”



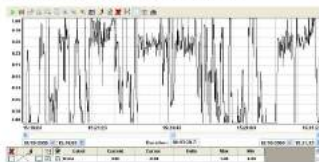
# Water Distribution System



# Water Distribution System<sup>17</sup>



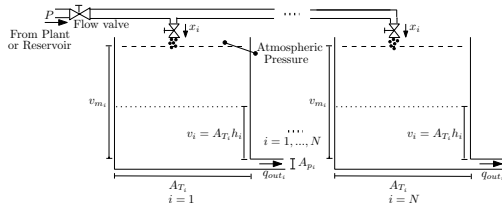
Fig. 35. Experimental result for a PVV of 2 inch diameter located in Florencia (Cajamarca, Colombia). For an multiple operation points with  $S_v = 0.5$ ,  $A_v = 1$ ,  $A_p = 0.5$ , and  $C = 0.001$ . The initial time is  $t_{0,0}$  and the dataset in the reference.



<sup>17</sup> E. Ramírez-Llanos and N. Quijano, E. coli bacterial foraging algorithm applied to pressure reducing valves



# N Tanks System<sup>18</sup>



$$\dot{v}_i = x_i - c_i \sqrt{v_i}$$

$$\dot{x}_i = x_i \left( \frac{-k_i}{v_{m_i}} v_i + k_i - \frac{1}{P} \sum_{j=1}^N x_j \left( \frac{-k_j}{v_{m_j}} v_j + k_j \right) \right)$$

<sup>18</sup> E. Ramírez-Llanos, N. Quijano, A Population Dynamics Approach for the Water Distribution Problem,



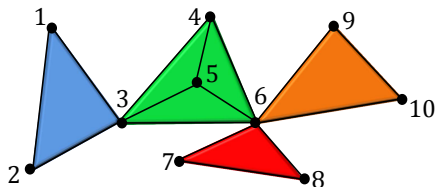


## Albert Einstein

“The...goal of all theory is to make the... basic elements as simple and as few as possible without having to surrender the adequate representation of...experience.”



## Otra forma de atacar el problema...<sup>19</sup>



<sup>19</sup> Distributed Optimization with Constraints Based on Population Dynamics and Graphs, J. Barreiro-Gómez,



## Population dynamics

One for each clique  $C^p$  for all  $p \in \mathcal{P}$ .

$$\dot{x}_i^p = x_i^p (F_i^p - \bar{F}^p - \phi^p), \text{ for all } i \in S^p$$
$$\phi^p = \beta \left( \frac{1}{m^p} \sum_{j \in S^p} x_j^p - 1 \right)$$

Where  $\beta$  is a convergence factor.



## Masses dynamics

There are masses dynamics for all nodes  $i \in \mathcal{I}$ , where  $m_i^q = 0$  if  $q \notin \mathcal{V}^q$ .

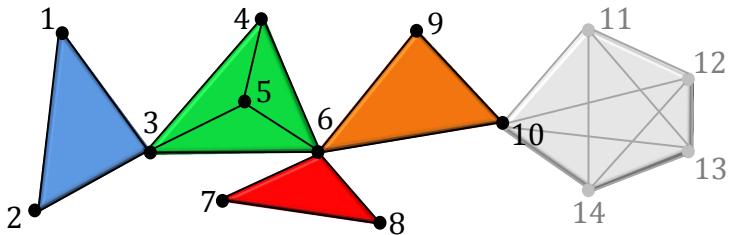
$$\dot{m}_i^p = m_i^p (x_i - x_i^p - \psi_i), \text{ for all } p : i \in \mathcal{V}^p$$
$$\psi_i = \beta \left( \frac{1}{\kappa_i + (G(i) - 1)x_i} \sum_{q \in \mathcal{P}} \frac{m_i^q}{|\mathcal{I}^q|} - 1 \right)$$

Where  $\beta$  is a convergence factor.



# Implications of changes on the network

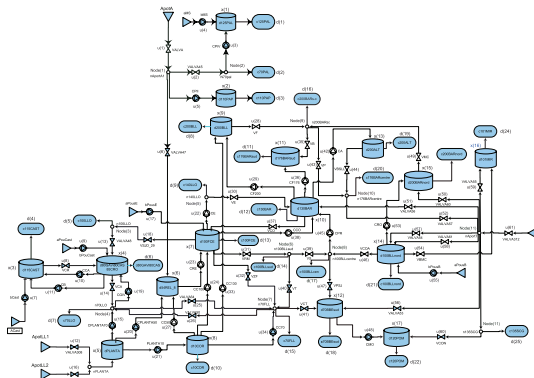
Suppose that a new clique is added to the problem



Many dynamics which are already designed remain equal.



# Large Scale System Application<sup>20</sup>



<sup>20</sup> Distributed Control of Drinking Water Networks with Population Dynamics: Barcelona Case Study, J.

Barreiro-Gómez, N. Quijano and C. Ocampo-Martínez, To appear CDC 2014.



## R.Piglia

“La ética es como el amor-dijo Renzi-. Se vive en presente, las consecuencias no importan. Si uno piensa en el pasado es porque ya perdió la pasión...”



## Conclusiones

- ▶ La asignación dinámica de recursos es un problema abierto, que puede atacarse por medio de técnicas basadas en dinámicas poblacionales.
- ▶ Se presentaron trabajos asociados con la parte de energía (smart grids), así como aplicaciones en aguas.





# Qué hacemos?

- ▶ Control Theory
  - ▶ Nonlinear Systems (Lyapunov, Passivity Based Analysis).
  - ▶ Switched Hybrid Systems (SDAEs).
- ▶ Nonconventional Methods Based on Nature.
- ▶ Game Theory and Optimization.
- ▶ Graph Theory.



# Problemas Abiertos de Investigación

- ▶ Evolutionary Graph Theory
- ▶ Cognitive/Learning.
- ▶ Evolutionary Games.
- ▶ Distributed Optimization.



# Agradecimientos

- ▶ Quisiera agradecer a Lucía Quintero por la invitación.



## Agradecimientos

- ▶ Quisiera agradecer a Lucía Quintero por la invitación.
- ▶ Quisiera también agradecer al grupo de trabajo entre los que están: A.Pantoja, E.Mojica-Nava, G.Obando, J.Barreiro, J.Giraldo, L.F.Giraldo, C.Barreto, J.Barco, J.Poveda, A.M.Ospina, S.Amaya, D.Mahecha, I.Muñoz, D.Téllez, E.Escobar, G.Riaño, J.L.Morillo, M.Velásquez, L.García, J.Rojas, A.Betancur, C.Macana, D.Díaz, E.Ramírez, A.Cortés, M.Parra, J.Cristancho, A.Sierra, C.Caro, S.Jiménez, P.Ñañez, Y.Chacón, C.García y L.F.Cómbita.



## Agradecimientos

- ▶ Quisiera agradecer a Lucía Quintero por la invitación.
- ▶ Quisiera también agradecer al grupo de trabajo entre los que están: A.Pantoja, E.Mojica-Nava, G.Obando, J.Barreiro, J.Giraldo, L.F.Giraldo, C.Barreto, J.Barco, J.Poveda, A.M.Ospina, S.Amaya, D.Mahecha, I.Muñoz, D.Téllez, E.Escobar, G.Riaño, J.L.Morillo, M.Velásquez, L.García, J.Rojas, A.Betancur, C.Macana, D.Díaz, E.Ramírez, A.Cortés, M.Parra, J.Cristancho, A.Sierra, C.Caro, S.Jiménez, P.Ñañez, Y.Chacón, C.García y L.F.Cómbita.
- ▶ Y finalmente, agradecer a Colciencias, SGR, IMATIC, Codensa, Pavco-Mexichem y UAndes quienes han contribuido/contribuyen con su apoyo económico en muchos de estos proyectos.

