Caderno de Exercícios Resolvidos de Física

Nuno Sousa

Universidade Aberta

Âmbito deste documento

O presente caderno de exercícios contém as atividades formativas e orientações de resposta das unidades curriculares de física das licenciaturas em Informática e Ciências do Ambiente da Universidade Aberta. Pretende ser um auxiliar de estudo aos que queiram exercitar os seus conhecimentos dos temas da física aqui focados, designadamente a mecânica clássica, mecânica de fluidos, mecânica ondulatória e som, calorimetria e transferências de calor e eletromagnetismo.

Os exercícios apresentados são retirados do livro de texto adotado nas unidades curriculares acima mencionadas **[1]**, tendo sido redatilografados pelo autor no formato atual (prestamos aqui a devida vénia aos autores originais). As resoluções são originais.

Tendo as resoluções sido feitas com o intuito específico de apoio aos alunos das licenciaturas da Universidade Aberta, há nelas várias referências aos conteúdos do livro de texto, que optámos por deixar intocadas, para referência do leitor. De igual modo, as fórmulas que representam leis físicas e relacionam grandezas, e os valores das constantes físicas usadas, tais como p.ex. a aceleração da gravidade, g, calores específicos, c, ou a constante de Coulomb, k_e, seguem, de uma forma geral, o mesmo livro de texto. No entanto, qualquer outro manual de nível universitário conterá a mesma informação, embora a possa, naturalmente, exprimir de uma forma ligeiramente diferente.

Nas resoluções usou-se nos cálculos intermédios mais 1 ou 2 algarismos significativos do que os das grandezas neles envolvidas. Os resultados finais são apresentados com os algarismos significativos da grandeza envolvida com menor número destes. A notação de parêntesis no resultado final significa expressão do resultado com os algarismos significativos que a precisão dos dados permite. P.ex.

$$x = 1{,}293 \text{ m} \quad (1{,}3 \text{ m})$$

significa que o cálculo que originou x tem como resultado 1,293 m, mas que desses quatro algarismos apenas dois são significativos. Entre parêntesis escreveu-se então o resultado com apenas dois algarismos: 1,3 m.

O autor deseja agradecer aos muitos estudantes que contribuíram para o depurar deste documento.

Referência do livro de texto:

[1] David Halliday, Robert Resnick & Jearl Walker. *Fundamentos de Física* (8ª edição), vols. 1, 2 e 3. Ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos (Rio de Janeiro, 2009). Importadora: Nova Guanabara (grupo Porto Editora). Versão original inglesa: *Fundamentals of Physics*, vols. 1, 2 e 3. Ed. Wiley.

Conteúdo

Parte I

Enunciados dos exercícios

Mecânica clássica - grandezas e medidas

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 1, vol.1

Problema 3

Um hipódromo tem uma distância de 4,0 furlongs. Qual a distância em a) varas e b) cadeias? Dados: 1 furlong = 201,168 m ; 1 vara = 5,0292 m ; 1 cadeia = 20,117 m.

Problema 5

A Terra tem uma forma aproximadamente esférica com 6370 km de raio. Determine, usando o km como unidade de comprimento, a) o perímetro da Terra, b) a área da superfície e c) o volume. Fórmulas geométricas: $P = 2\pi R$; $A_{esf} = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Problema 9

O acre-pé é uma medida de pluviosidade usada nos EUA. É definida como o volume de água que enche 1 acre de terra à profundidade de 1 pé. Uma tempestade despejou 2,0" (2,0 polegadas) de chuva sobre uma cidade de 26 km^2. Qual a pluviosidade em acres-pé? Dados: 1" = 0,08333 pés ; 1 m^2 = 10,76 $pés^2$; 1 acre = 43560 $pés^2$.

Problema 10

A planta de crescimento mais rápido que se conhece atinge 3,7 m em 14 dias. Qual a sua velocidade de crescimento em micrómetros por segundo?

Problema 13

A certa altura após a Revolução Francesa tentou-se basear as medidas de tempo em múltiplos de 10. O dia era uma unidade comum e definia-se a semana como 10 dias, 1 dia = 10 horas, 1 hora = 100 mins, 1 min = 100 seg. Qual a razão de a) a semana decimal francesa para a semana comum e b) o segundo decimal francês para o segundo comum?

Problema 20

O ouro é um material extremamente dúctil (i.e. pode ser transformado em folhas ou fios finos), de massa específica de 19,32 g/cm^3. a) Se uma amostra de ouro de 27,63 g for prensada até uma folha com 1,000 μm de espessura, qual será a área dessa folha? b) E, se em vez disso fizermos um fio de 2,500 μm de raio, qual será o comprimento desse fio?

Problema 21

A água tem massa específica de 1,000 g/cm^3. a) Determine a massa, em kg, de um metro cúbico de água. b) Se um recipiente de 5700 m^3 esvazia em 10,0 h, qual será o caudal do vazamento em kg/s?

Problema 23

A Terra tem 5,98 x 10^{24} kg de massa. A massa média dos átomos terrestres é de 40 u (u: unidade de massa atómica). Quantos átomos tem a Terra aproximadamente? 1 u = 1,66054 x 10^{-27} kg.

Mecânica clássica – cinemática a 1 dimensão

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 2, vol.1

Problema 1

Um automóvel viaja em reta 40 km à rapidez de 30 km/h. Em seguida, continuando no mesmo sentido, viaja mais 40 km a 60 km/h. a) Qual a velocidade média do carro no percurso de 80 km? b) Qual a velocidade escalar média (rapidez média) do carro?

Problema 4

O recorde dos 200 m em bicicleta era, em 1992, de 6,509 s. Este recorde foi batido em 2001 por 19 km/h. De quanto tempo precisou o novo recordista?

Problema 15

Uma partícula descreve um movimento retilíneo tal que, em unidades SI, tem uma posição dada por $x(t) = 4 - 12t + 3t^2$. a) Qual a sua velocidade em $t = 1$ s? b) Nesse instante o movimento é no sentido negativo ou positivo de *x*? c) E qual é a sua rapidez? d) A rapidez está a aumentar ou diminuir? e) Existe algum instante para o qual a velocidade se anula? Se sim, qual? f) Existe algum instante após $t = 3$ s para o qual a partícula se move no sentido negativo?

Problema 26

Numa estrada seca um carro consegue desacelerar à taxa de 4,92 m/s^2. a) Quanto tempo leva esse carro a parar se se desloca inicialmente a 24,6 m/s? b) Que distância percorre nesse tempo?

Problema 29

Um veículo elétrico parte do repouso e acelera em linha reta a 2,0 m/s^2 até atingir uma rapidez de 20 m/s. Em seguida, trava a 1,0 m/s^2 até parar. a) Quanto tempo decorre entre a partida e a paragem? b) Qual a distância percorrida nesse movimento?

Problema 46

Uma pessoa lança uma pedra verticalmente de um edifício a 30,0 m do solo. A pedra é lançada para baixo à rapidez de 12,0 m/s. a) Quanto tempo leva a pedra a atingir o solo e b) a que rapidez o atinge?

Problema 51

Uma chave cai verticalmente de uma ponte a 45 m de altura relativamente ao rio. Ao chegar à água, atinge um barco de brinquedo que se encontrava a 12 m do ponto de impacto quanto a chave foi largada. Qual a rapidez do barco?

Mecânica clássica – cinemática a 2 e 3 dimensões

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 4, vol.1

Problema 8

Um avião voa 483 km para leste, indo da cidade A para a cidade B em 45,0 min. Em seguida voa 966 km para sul, de B para C, em 1h 30 min. Para a viagem toda, determine a) o módulo e b) a direção do deslocamento, c) o módulo e d) a direção da velocidade média e e) a velocidade escalar (rapidez) média.

Problema 11

Uma partícula move-se de forma tal que a sua posição é dada por $\vec{r} = \hat{\mathbf{i}} + 4t^2\hat{\mathbf{j}} + t\hat{\mathbf{k}}$ (SI). Escreva expressões para a sua velocidade e aceleração como função do tempo.

Problema 15

Um carro move-se num plano *xy* com aceleração de componentes $a_x = 4{,}0\ \mathrm{m/s^2}$ e $a_y = -2{,}0\ \mathrm{m/s^2}$. A sua velocidade inicial tem componentes $v_{0x} = 8{,}0\ \mathrm{m/s}$ e $v_{0y} = 12\ \mathrm{m/s}$. Qual a velocidade do carro quando este atinge a coordenada *y* máxima?

Problema 22

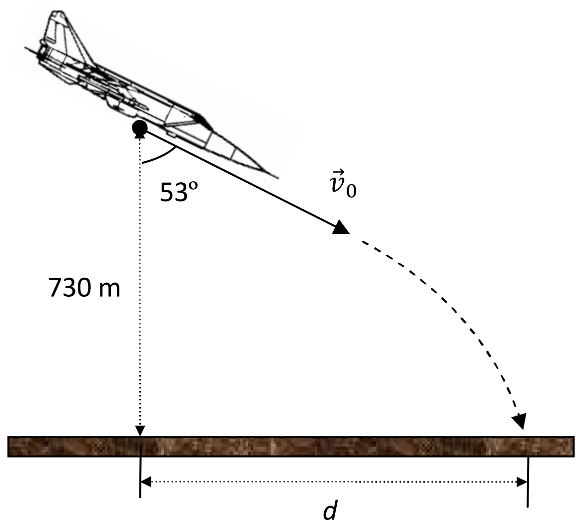
O recorde do mundo do salto em comprimento é de 8,95 m. Supondo que o saltador fez a chamada à rapidez de 9,5 m/s, calcule a diferença entre o recorde e a melhor marca possível para uma partícula lançada à mesma rapidez.

Problema 24

Uma pequena bola rola horizontalmente até à borda de uma mesa de 1,20 m de altura, após o que cai no chão 1,52 m para lá da borda da mesa. Por quanto tempo fica a bola no ar e qual a velocidade com que bate no chão?

Problema 31

Um avião mergulha a velocidade constante, lançando um projétil a uma altitude de 730 m, num ângulo de 53,0º com a vertical. O projétil chega ao chão 5,00 s depois do lançamento. a) Qual a velocidade do avião no lançamento? b) Que distância na horizontal percorre o projétil e quais são as componentes da velocidade c) na horizontal e d) na vertical no momento em que chega ao solo?



Problema 60

Um satélite move-se numa órbita circular 640 km acima da superfície da Terra, com um período de 98,0 min. Quais são, em magnitude, a sua velocidade linear e aceleração centrípeta? Dados: $R_{\text{Terra}} = 6370$ km.

Problema 62

Um ventilador tem pás de 0,15 m de raio e gira a 1200 rotações por minuto. a) Que distância percorre um ponto na extremidade de uma pá em 1 revolução? Quais são b) a velocidade linear e c) a aceleração desse ponto e d) o período do movimento?

Mecânica clássica – leis de Newton

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

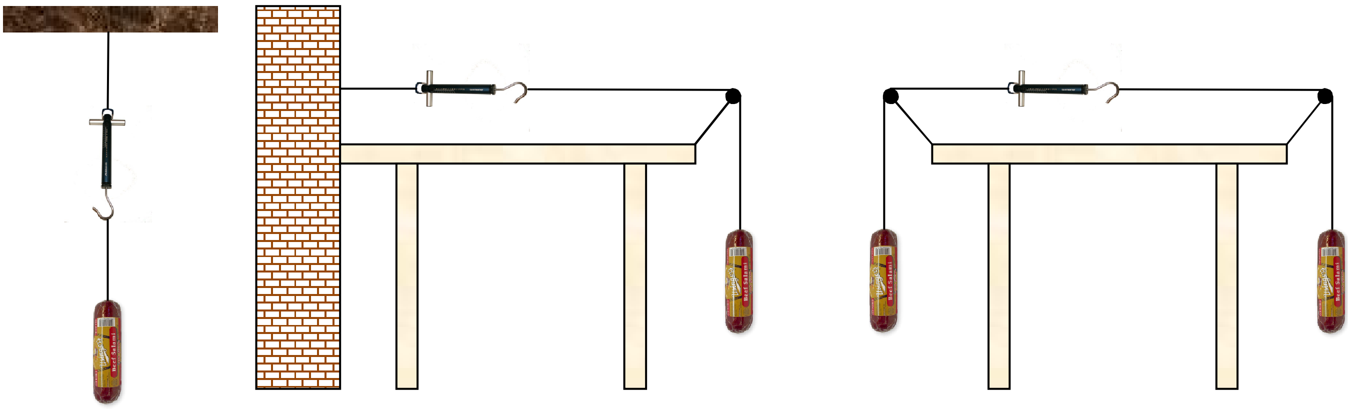
Exercícios do capítulo 5, vol.1

Problema 3

Duas forças atuam num corpo de 3,0 kg, o qual se pode mover sem atrito num plano xy (assuma, tal como nas AFs da semana anterior, a direção/sentido leste como $+x$ e norte como $+y$). Uma das forças tem 9,0 N de magnitude e aponta para leste. A outra tem 8,0 N de magnitude e atua a 62º ao norte do oeste, i.e. fazendo 118º com o eixo $+x$. Qual a magnitude da aceleração do corpo?

Problema 13

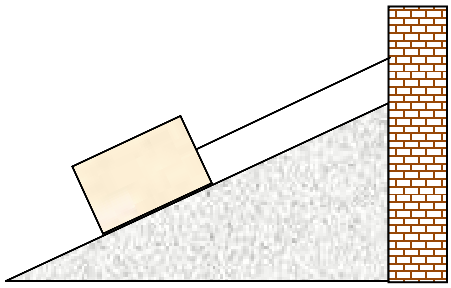
Observe as três figuras abaixo. Nelas, um salame de 11 kg está dependurado de três formas diferentes e, em todas elas, uma balança de mola mede a tensão na corda que o sustenta. Qual é o valor medido pela balança nos três casos?



a) b) c)

Problema 19

Na figura ao lado a massa do bloco é 8,5 kg, a inclinação do plano é 30º e a situação é sem atrito. Determine a) a tensão na corda, b) a força normal sobre o bloco e c) a aceleração do bloco se a corda for cortada.

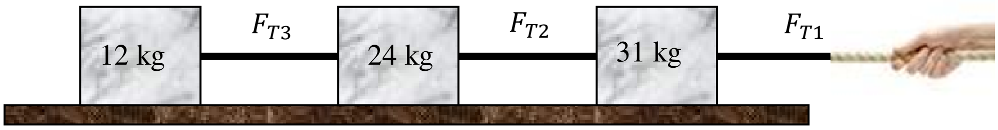


Problema 41

Um elevador de peso 27,8 kN move-se para cima. Qual é a tensão no cabo que o suporta se a sua rapidez a) aumenta ou b) diminui, em ambos os casos a uma taxa de 1,22 m/s^2?

Problema 51

Três blocos estão ligados por cordas e são puxados para a direita por uma força com magnitude $F_{T1} = 65$ N. Os blocos deslizam sem atrito. Calcule a) a aceleração do sistema e b) as tensões F_{T2} e F_{T3}.



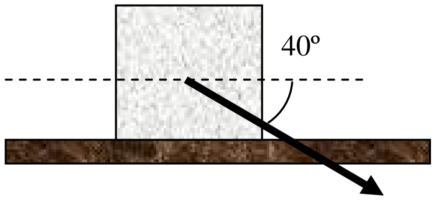
Mecânica clássica – aplicações das leis de Newton

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 6, vol.1

Problema 7

Um bloco de 3,5 kg é empurrado ao longo de um piso horizontal por uma força de magnitude 15 N cuja direção é de 40º com a horizontal (c.f. figura). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o chão é de 0,25. Calcule a magnitude a) da força que o piso exerce sobre o bloco e b) da aceleração do bloco.

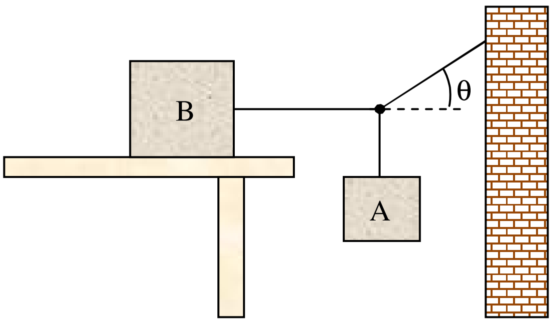


Problema 13

Um caixote de 68 kg é arrastado sobre um piso, puxado por uma corda inclinada de 15º acima da horizontal e com atrito estático para com o solo de 0,50. Determine a) o valor mínimo da magnitude da força de tensão na corda para que o caixote se comece a mover e b) a aceleração do caixote para a força encontrada na alínea anterior se o atrito cinético for de 0,35.

Problema 23

No desenho ao lado o coeficiente de atrito estático entre o bloco na mesa e esta é de 0,25. O ângulo indicado é de 30º e a corda esquerda está na horizontal. O bloco B pesa 711 N. Determine o peso máximo do bloco A para o qual o sistema permanece em repouso.



Problema 41

Qual é o menor raio de uma curva plana que permite a um ciclista a 29 km/h a fazer sem derrapar se o coeficiente de atrito estático entre os pneus da bicicleta e o asfalto for de 0,32?

Mecânica clássica – trabalho e energia

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 7, vol.1

Problema 5

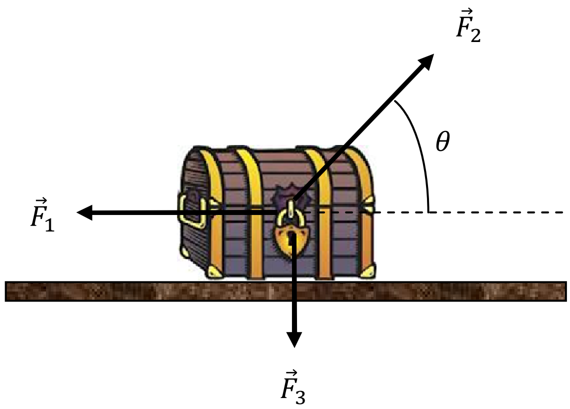
Um filho e um pai disputam uma corrida. A dada altura o pai tem metade da energia cinética do filho, cuja massa é metade da do pai. O pai aumenta a sua rapidez em 1,0 m/s, atingindo a mesma energia cinética do filho, que entretanto manteve a sua rapidez. Quais são as rapidezes iniciais do pai e filho?

Problema 7

Uma força de magnitude constante 5,0 N age sobre uma lata de 2,0 kg que se movimenta num plano *xy*. A lata tem inicialmente velocidade $\left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{\imath}}$ e termina com velocidade $\left(6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{\jmath}}$. Qual o trabalho da força durante este deslocamento?

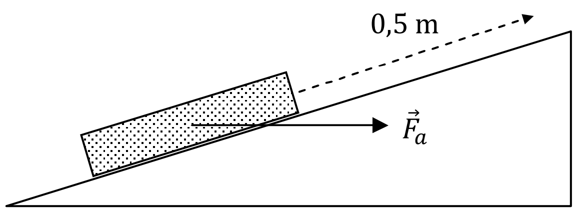
Problema 13

No baú da figura ao lado atuam as três forças indicadas, cujos módulos são respetivamente $F_1 = 5{,}00\ \mathrm{N}$, $F_2 = 9{,}00\ \mathrm{N}$ e $F_3 = 3{,}00\ \mathrm{N}$. O ângulo de $\vec{F}_2$ com a horizontal é de 60º. O baú desloca-se 3,00 m para a esquerda sob a ação destas forças. Calcule o trabalho total realizado sobre o baú pelas três forças e diga se a energia cinética deste aumentou ou diminuiu.



Problema 20

Uma força horizontal $\vec{F}_a$ de módulo 20,0 N é aplicada a um livro de 3,00 kg que sobe 0,500 m por uma rampa de inclinação 30,0º sem atrito (c.f. figura). Calcule a) o trabalho das forças horizontal, peso e normal no deslocamento indica e b) a energia cinética final do livro, assumindo que este iniciou o deslizamento do repouso.



Problema 26

Uma fisga gigante é feita de meia elástica de constante $k = 100\ \mathrm{N/m}$. Arma-se a fisga com uma bola de corante e estica-se a meia 5,00 m, largando-se de seguida. Quanto vale o trabalho da meia sobre a bola quando a primeira volta ao seu comprimento normal?

Problema 47

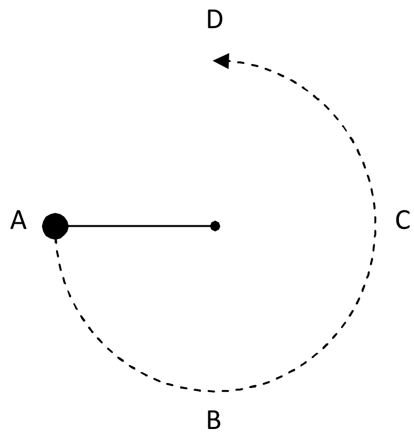
Um elevador carregado tem massa total de 1200 kg. A carga deve ser elevada 54 m em 3,0 minutos e o elevador tem um contrapeso de 950 kg. Que potência média deve debitar o motor do elevador para o cabo de tração?

Mecânica clássica – energia potencial

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

Exercícios do capítulo 8, vol.1

Problema 2



Na figura ao lado uma bola de 0,341 kg está pendurada por uma haste rígida, de massa desprezável e comprimento 0,452 m, que articula sobre o centro. A haste está inicialmente na horizontal, sendo depois empurrada para baixo com força suficiente para que a bola atinja o ponto mais alto com velocidade nula.

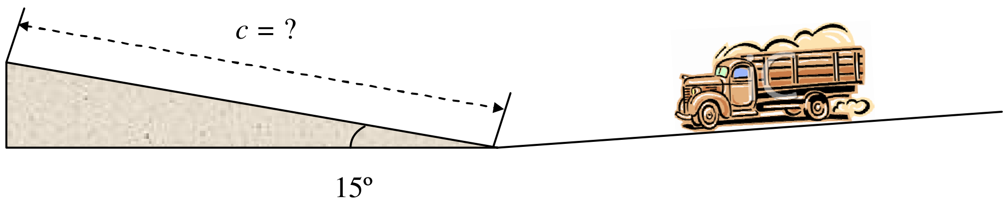
Qual é o trabalho realizado pela força gravitacional sobre a bola do ponto inicial A até o ponto mais baixo B, ao ponto mais alto D e ao ponto C à direita à mesma altura do lançamento?

Se definirmos o zero da energia potencial gravítica do sistema massa-Terra no ponto B, determine o valor dessa energia nos pontos B, C e D.

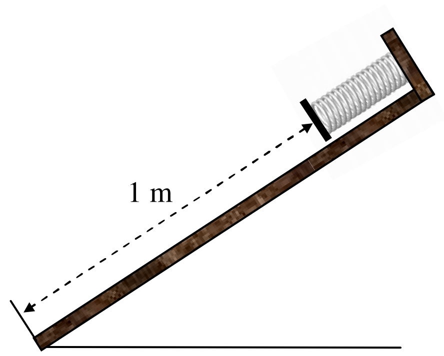
Se a haste tivesse sido empurrada com mais força, de modo a chegar a D com rapidez maior que zero, a variação de energia potencial desde o ponto B ao D seria maior, menor ou igual ao caso das alíneas anteriores?

Problema 9

Um camião de 12 toneladas perde os travões quando descia uma encosta a 130 km/h. O motorista dirige o veículo para uma rampa de emergência de 15º de inclinação, sem atrito. Qual o comprimento mínimo da rampa para que o camião pare antes de chegar ao fim? Esse comprimento aumenta ou diminui se a massa fosse maior? E se a velocidade fosse maior? Considere o camião como pontual.



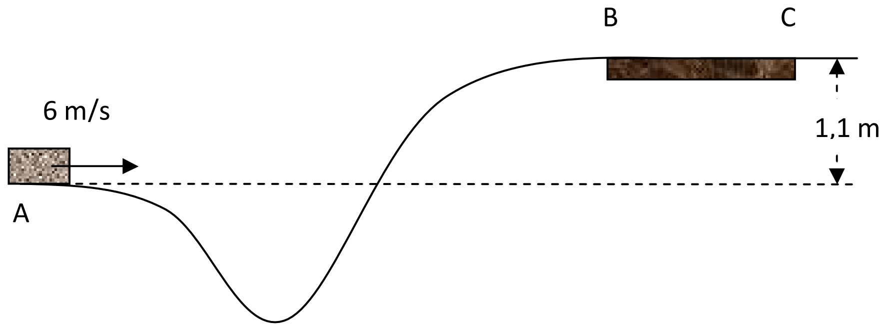
Problema 33



Na figura ao lado uma mola de constante elástica 170 N/m está presa do alto de um plano inclinado a 37,0º, sem atrito. A extremidade inferior do plano está a 1,00 m do ponto de relaxação da mola. Uma lata de 2,00 kg é empurrada contra a mola 0,200 m e libertada do repouso. Qual é a rapidez da lata a) no instante em que a mola retorna ao comprimento relaxado (que é o momento em que a lata se solta da mola) e b) ao atingir o solo?

Problema 53

Um bloco, inicialmente viajando à rapidez de 6,0 m/s, desliza ao longo da pista da figura abaixo, sem atrito até ao ponto mais alto, B. A partir desse ponto a pista passa a horizontal, com atrito de coeficiente cinético 0,60. O bloco imobiliza-se no ponto C. Calcule a distância entre B e C.



Problema 56

Um pacote de 4,0 kg sobe um plano de 30º de inclinação e atrito de coeficiente cinético 0,30, começando com 128 J de energia cinética. Que distância percorre antes de parar?

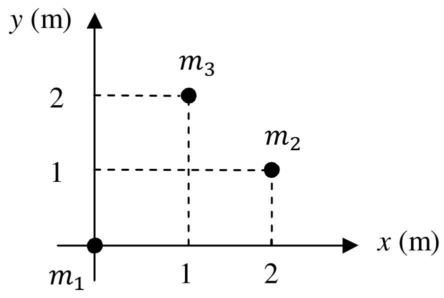
Mecânica clássica – impulso e momento linear

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 9, vol.1

Problema 2

A figura ao lado mostra um sistema de três partículas, de massas $m_1 = 3{,}0$ kg, $m_2 = 4{,}0$ kg e $m_3 = 8{,}0$ kg. (a) Calcule as coordenadas x e y do centro de massa deste sistema e (b) se m_3 aumentar, o centro de massa aproxima-se de m_3, afasta-se de m_3 ou permanece onde está?



Problema 15

Uma peça de artilharia dispara um obus com rapidez inicial 20 m/s e ângulo de 60º. No ponto mais alto da sua trajetória, o obus explode em dois fragmentos de igual massa, sendo que um deles fica com velocidade nula imediatamente após a explosão e cai verticalmente. A que distância do local de lançamento cai o outro fragmento? Assuma que o terreno é plano e despreze a resistência do ar.

Problema 18

Uma bola de 0,70 kg move-se horizontalmente a 5,0 m/s quando choca contra uma parede vertical e ricocheteia com rapidez 2,0 m/s. Qual o módulo da variação do momento linear da bola?

Problema 23

Uma força no sentido negativo dos xx é aplicada durante 27 ms a uma bola de 0,40 kg. A bola movia-se inicialmente a 14 m/s no sentido positivo desse eixo. Durante os 27 ms, a força varia em módulo e transmite um impulso de magnitude 32,4 N.s. Quais são (a) o módulo e (b) o sentido da velocidade após a aplicação da força? Indique também (c) a intensidade média da força e (d) a orientação do impulso aplicado à bola.

Problema 42

Um balde de 4,0 kg desliza sem atrito quando explode em dois fragmentos de 2,0 kg. Um destes move-se para norte a 3,0 m/s e o outro 30º a norte do leste a 5,0 m/s. Qual a rapidez do balde antes da explosão?

Problema 49

Uma bala de 10 g de massa choca com um pêndulo balístico com 2,0 kg de massa, alojando-se neste. O pêndulo sobre uma distância vertical de 12 cm. Calcule a rapidez inicial da bala. Para ver o que é um pêndulo balístico, c.f. exemplo 9-9, p.236 do livro de texto.

Problema 61

Um carrinho com 340 g de massa move-se sem atrito a 1,2 m/s quando choca frontal e elasticamente com outro, de massa desconhecida e em repouso. Após a colisão, o primeiro carrinho continua a mover-se na mesma direção e sentido que trazia pré-colisão, a uma rapidez de 0,66 m/s. Determine a massa e a velocidade final do segundo carrinho.

Mecânica clássica – momento de forças e rotação

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 10, vol.1

Problema 1

Um lançador de baseball arremessa a bola à rapidez de 85 milhas por hora e rodando a 1800 rpm. Quantas rotações realiza a bola até chegar à base principal? Assuma um trajeto em linha reta, de 60 pés. Conversões de unidades: 1 pé = 30,48 cm ; 1 milha = 1,61 km.

Problema 10

A velocidade angular de um motor de automóvel aumenta uniformemente de 1200 rpm para 4000 rpm em 12 s. Calcule (a) a aceleração angular em rpm/m^2 e (b) as rotações que o motor executa nesse intervalo de tempo.

Problema 23

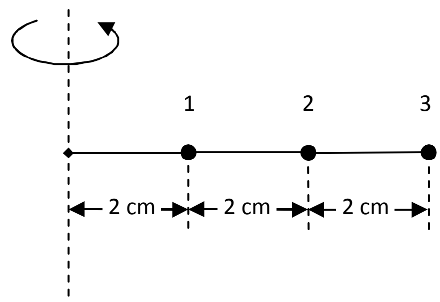
Uma nave espacial descreve uma curva de raio 3220 km à rapidez de 29 000 km/h. Quais são os módulos da (a) velocidade angular, (b) aceleração radial e (c) aceleração tangencial da nave?

Problema 33

Calcule o momento de inércia de uma roda com energia cinética de rotação 24,4 kJ, girando a 602 rpm.

Problema 36

Na figura ao lado temos três partículas de 10,0 g cada que foram coladas a uma barra de 6,00 cm de comprimento e massa desprezável. O conjunto pode rodar em torno de um eixo perpendicular à barra na sua extremidade esquerda. Se removermos uma das partículas, de que percentagem diminui o momento de inércia do sistema quando a partícula retirada é (a) a mais perto do eixo ou (b) a mais longe do eixo?



Problema 49

Num salto de trampolim a velocidade angular de uma mergulhadora em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa aumenta de 0 para 6,20 rad/s em 220 ms. O seu momento de inércia em relação ao mesmo eixo é de 12,0 kg.m^2. Para este salto calcule (a) a aceleração angular média e (b) o momento de forças (*torque*) externas médio exercido pelo trampolim sobre a mergulhadora.

Problema 59

Uma roda de 32,0 kg é essencialmente um aro fino de 1,20 m de raio ($I = MR^2$). Esta roda gira a 280 rpm e tem de ser travada em 15,0 s. Qual são (a) o trabalho e (b) a potência média necessários para a travagem?

Mecânica de fluidos – hidrostática e hidrodinâmica

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 14, vol.2

Problema 3

Uma janela de escritório tem dimensões de 3,4 m de largura por 2,1 m de altura. À passagem de uma tempestade a pressão atmosférica no exterior baixa para 0,96 atm. No escritório a pressão mantém-se a 1,0 atm. Qual o módulo da força que empurra a janela para fora?

Problema 11

Um submarino avaria a 100 m de profundidade. A tripulação tem de abrir uma escotilha de emergência retangular, de 1,2 m por 0,60 m, para voltar à superfície. Que força terá de ser realizada sobre essa escotilha Assuma que as pressões no interior do submarino e à superfície são de 1,0 atm.

Problema 28

Um macaco hidráulico tem êmbolos circulares de diâmetros 3,80 cm e 53,0 cm. Quanto vale a força que deve ser aplicada ao êmbolo pequeno para equilibrar uma força de 20,0 kN sobre o êmbolo grande?

Problema 31

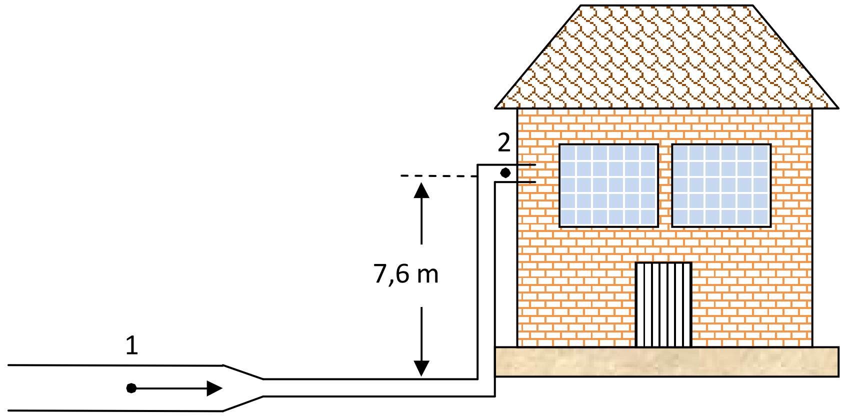
Uma âncora de ferro com massa específica de 7870 kg/m^3 aparenta ser 200 N mais leve debaixo de água. (a) Qual é o volume da âncora e (b) quanto pesa ela fora de água? Use $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

Problema 49

Uma mangueira de jardim com diâmetro interno de 1,9 cm está ligada a um borrifador de 24 furos de 1,3 mm de diâmetro. Se a água circular na mangueira a 0,91 m/s, com que rapidez sai a água dos furos do borrifador?

Problema 57

Uma canalização tubular com diâmetro interno de 2,5 cm transporta água para uma casa à rapidez de 0,90 m/s e pressão de 170 kPa. Se o tubo estreitar para 1,2 cm e subir ao 2º andar, 7,6 m acima do ponto de entrada, quais serão (a) a rapidez e (b) pressão da água nesse 2º andar? (C.f. figura.)



Mecânica ondulatória – movimento harmónico simples

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 15, vol.2

Problema 7

Um oscilador é formado por um bloco de massa 500 g acoplado a uma mola. Posto em oscilação de amplitude 35,0 cm, descreve um ciclo completo a cada 0,500 s. Determine (a) o período, (b) a frequência, (c) a frequência angular, (d) a constante elástica da mola, (e) a rapidez máxima que o bloco atinge, (f) o módulo da força máxima que a mola exerce sobre o bloco e (g) a expressão do elongamento $x(t)$ se definirmos $t = 0$ s no instante em que se larga o bloco.

Problema 11

Um sistema oscila em movimento harmónico simples (MHS) segundo o elongamento $x(t) = (6{,}0 \text{ m}) \cdot \cos\left[(3\pi \text{ Hz}) \cdot t + \frac{\pi}{3}\right]$. Quais são em $t = 2$ s (a) o elongamento, (b) a velocidade, (c) a aceleração e (d) a fase do movimento? Indique também (e) a frequência e o período do MHS.

Problema 28

Um sistema massa-mola oscila em MHS com energia mecânica de 1,00 J, amplitude de 10,0 cm e rapidez máxima de 1,20 m/s. Determine (a) a constante elástica, (b) a massa do bloco e (c) a frequência de oscilação.

Mecânica ondulatória – ondas sinusoidais

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 16, vol.2

Problema 1

Uma onda possui frequência angular de 110 rad/s e comprimento de onda 1,80 m. Calcule (a) o n.º de onda, k e (b) a velocidade de propagação da onda, v.

Problema 8

A expressão que descreve a propagação de uma onda transversal numa corda longa é $y(x,t) = 6{,}0\,\mathrm{sen}(0{,}02\pi x + 4\pi t)$, com t em segundos e x em cm. Determine (a) a amplitude, (b) o comprimento de onda, (c) a frequência, (d) a velocidade de propagação, (e) o sentido de propagação, (f) a velocidade transversal máxima de um ponto vibrante da corda e (g) o deslocamento transversal para uma partícula da corda em $x = 3{,}5$ cm no instante $t = 0{,}26$ s.

Problema 17

Uma corda esticada à tensão de 10,0 N tem densidade linear de massa de 5,00 g/cm. Sobre ela propaga-se, no sentido negativo dos *xx*, uma onda sinusoidal progressiva de amplitude 0,12 mm e frequência 100 Hz. Assumindo que a perturbação associada a esta onda pode ser descrita pela forma canónica $y(x,t) = y_m\,\mathrm{sen}(kx \pm \omega t)$, determine a sua (a) a amplitude y_m, (b) n.º de onda k, (c) frequência angular ω, (d) o sinal que precede ω e (e) a expressão completa de $y(x,t)$.

Mecânica ondulatória – ondas sonoras

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

Exercícios do capítulo 17, vol.2

Problema 5

Uma pedra é deixada cair num poço, ouvindo-se o som de choque na água 3,00 s depois. Qual a profundidade do poço? Ignore a resistência do ar, mas <u>não despreze</u> a velocidade do som neste cálculo. Dados: $v_{som} = 343 \text{ m/s}$.

Problema 11

Uma onda sonora que se propaga no ar tem a forma $s(x,t) = (6{,}0 \text{ nm}) \cdot \cos\left[kx + \left(3000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t + \phi\right]$. Quanto tempo leva uma molécula de ar no caminho desta onda a mover-se entre os elongamentos 2,0 nm e -2,0 nm?

Problema 24

Uma fonte sonora pontual emite isotropicamente uma potência sonora de 1,0 W. Qual a intensidade sonora a 1,0 m e 2,5 m da fonte?

Problema 26

Dois sons diferem de 1,0 dB em nível de intensidade. Qual a razão entre a intensidade sonora do maior e do menor?

Problema 28

Uma potência de 1,00 μW é emitida de uma fonte pontual. Calcule a (a) intensidade e (b) o nível sonoro a 3,00 m de distância.

Termodinâmica – calorimetria e transferências de calor

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 18, vol.2

Problema 4

Em 1964 a aldeia de Oymyakon, na Sibéria, chegou a –71 ºC. (a) Qual é o valor desta temperatura na escala Fahrenheit? A maior temperatura registada nos EUA foi 134 ºF no deserto do Vale da Morte, Califórnia. (b) Qual o valor desta temperatura em graus Celsius?

Problema 22

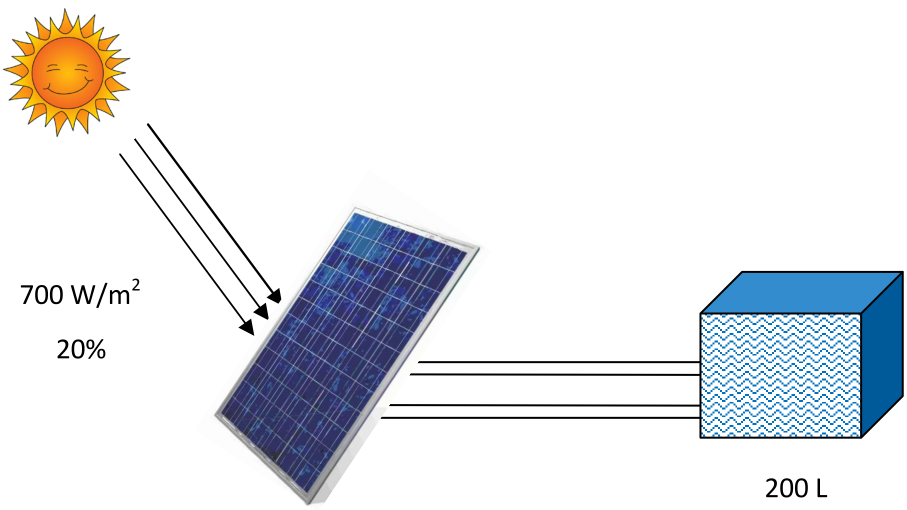
Quando 314 J de energia sob a forma de calor são adicionados a 30,0 g de um substância de massa molar 50,0 g/mol, a sua temperatura sobre de 25,0 ºC para 45,0 ºC. Quais são (a) o calor específico e (b) o calor específico molar da substância. (c) Quantas moles tem a amostra?

Problema 25

Qual a menor quantidade de energia necessária para fundir 130 g de prata inicialmente a 15,0 ºC? Dados: $c_{\text{Ag}} = 236 \frac{\text{J}}{\text{kg}}.\text{ºK}$; $T_{fus}^{\text{Ag}} = 1235\ \text{ºK}$; $L_{fus}^{\text{Ag}} = 105\ \text{kJ/kg}$.

Problema 33

Um sistema de aquecimento de água por energia solar é composto por um painel solar, tubos e um tanque. A água passa no painel, onde é aquecida pelos raios de luz que passam através de uma cobertura transparente, circulando nos tubos e depositada no tanque. A eficiência do painel é de 20% (i.e. apenas 20% da energia da radiação solar incidente é transferida para a água). Se a intensidade da luz solar for de 700 W/m^2, que área de painel seria necessária para aquecer de 20 ºC para 40 ºC os 200 litros de água no tanque em 1,0 hora? (C.f. figura na próxima página.)



Problema 51

Uma placa de cobre de 25,0 cm de comprimento e 90,0 cm^2 de secção é usada para conduzir calor. Se as extremidades quente e fria da placa estiverem a 125 ºC e 10,0 ºC respetivamente e a condução for em regime estacionário, qual será a taxa de condução de calor através da placa? Dados: $k_{\text{Cu}} = 401\,\frac{\text{W}}{\text{m.ºC}}$.

Problema 52

Se um astronauta saísse da sua nave para o espaço sem fato espacial, sentiria frio intenso. Calcule (a) a taxa à qual o astronauta irradiaria energia e (b) a perda de energia em 30 s. Assuma uma emissividade de 0,90 e que corpo humano tem cerca de 2,0 m^2 de área. O espaço sideral está a uma temperatura de cerca de 3,0 ºK.

Problema 54

O teto de uma casa numa cidade de clima frio deve ter uma resistência térmica de 30 m^2.ºK/W. Para obter esta resistência, que espessura deve ter um revestimento para o teto feito de espuma de (a) poliuretano e (b) madeira de pinho? Dados: $k_{\text{poli}} = 0{,}024\,\frac{\text{W.m}}{\text{ºK}}$; $k_{\text{pinho}} = 0{,}11\,\frac{\text{W.m}}{\text{ºK}}$.

Problema 55

Uma esfera de 0,500 m de raio e emissividade 0,850 é mantida à temperatura de 27,0 ºC num local de temperatura ambiente 77,0 ºC. Calcule a taxa à qual a esfera (a) emite e (b) absorve energia e (c) a taxa líquida de troca de energia com o ambiente.

Eletromagnetismo – lei de Coulomb

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

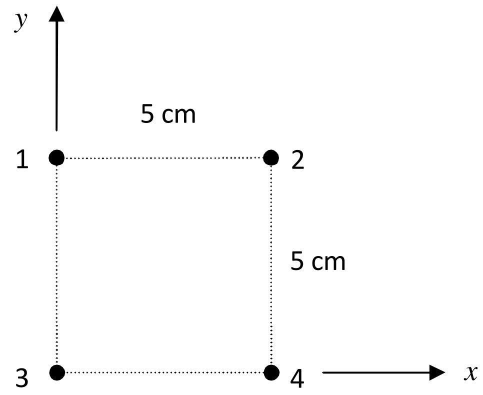
Exercícios do capítulo 21, vol.3

Problema 1

Qual deve ser a distância entre cargas pontuais $q_1 = 26{,}0$ µC e $q_2 = -47{,}0$ µC para que a força eletrostática entre elas tenha módulo 5,70 N?

Problema 9

Na figura ao lado o quadrado tem 5,00 cm de lado, com a carga 3 no centro do referencial *xy*. As cargas são $q_1 = -q_2 = 100$ nC e $q_3 = -q_4 = 200$ nC.. Determine as componentes da força eletrostática a que está sujeita a partícula 3.



Problema 28

Duas pequenas gotas de água esféricas, com cargas iguais e de $-1{,}00 \times 10^{-16}$ C, estão separadas por 1,00 cm de distância entre os centros. (a) Qual o módulo da força eletrostática entre as gotas? (b) Quantos eletrões em excesso têm cada uma delas?

Eletromagnetismo – campo elétrico

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

Exercícios do capítulo 22, vol.3

Problema 6

Duas partículas são mantidas fixas sobre o eixo dos xx. No ponto x = 6,00 cm temos a partícula 1 de carga $-2{,}00 \times 10^{-7}$ C e no ponto x = 21,0 cm a partícula 2 de carga $2{,}00 \times 10^{-7}$ C. Qual é o vetor campo elétrico no ponto médio entre as duas partículas?

Problema 7

No eixo dos xx temos de novo duas cargas fixas. Desta vez $q_1 = 2{,}1 \times 10^{-8}$ C está em $x = 20$ cm e $q_2 = -4q_1$ está em $x = 70$ cm. Em que ponto do eixo x o campo elétrico se anula?

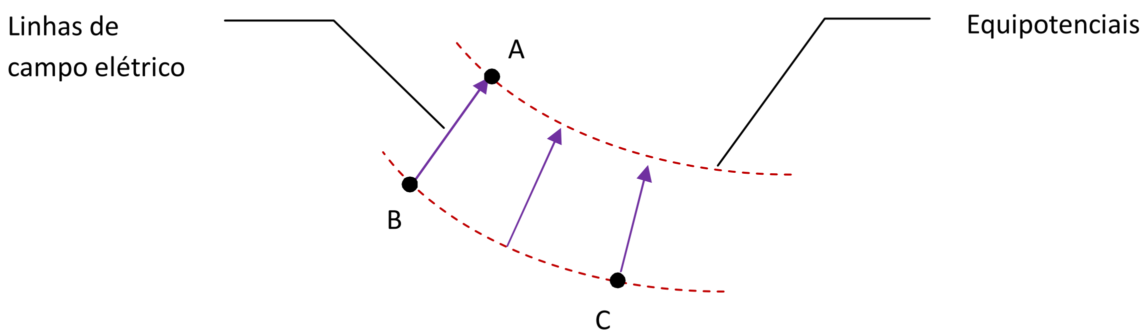
Eletromagnetismo – potencial elétrico

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 24, vol.3

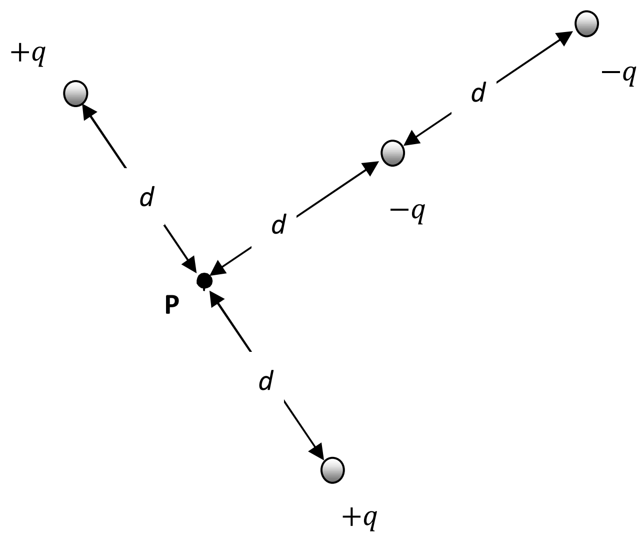
Problema 4

Na figura abaixo um eletrão desloca-se de A para B. Nesse deslocamento o campo elétrico realiza um trabalho de $3{,}96 \times 10^{-19}$ J. Quais são as diferenças de potencial elétrico (a) $V_B - V_A$; (b) $V_C - V_A$; (c) $V_C - V_B$?



Problema 15

Fazendo $V = 0$ no infinito, qual será o potencial no ponto P da figura abaixo devido às quatro cargas presentes? Seja $q = 5{,}00$ fC e $d = 4{,}00$ cm. Nota: 1 fC $= 10^{-15}$ C.



Problema 34

O potencial elétrico numa certa região do espaço dado por $V(x) = 1500x^2$ (SI). Para $x = 1{,}3$ cm determine: (a) o módulo do campo elétrico e (b) a direção e sentido deste.

Problema 43

Uma partícula de carga 7,5 μC é libertada a partir do repouso no eixo dos xx, no ponto $x = 60$ cm. A partícula começa a mover-se devido à presença de uma carga fixa Q na origem. Qual a energia cinética da partícula após se deslocar 40 cm se (a) $Q = 20$ μC ou (b) $Q = -20$ μC.

Eletromagnetismo – Condensadores

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

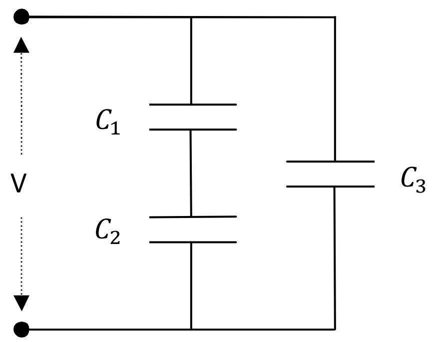
Exercícios do capítulo 25, vol.3

Problema 5

Um condensador de placas paralelas possui placas circulares de 8,20 cm de raio, separadas por 1,3 mm de distância. (a) Qual a capacidade deste condensador e (b) que carga acumulará ele nos seus terminais quando sujeito a uma d.d.p. de 120 V?

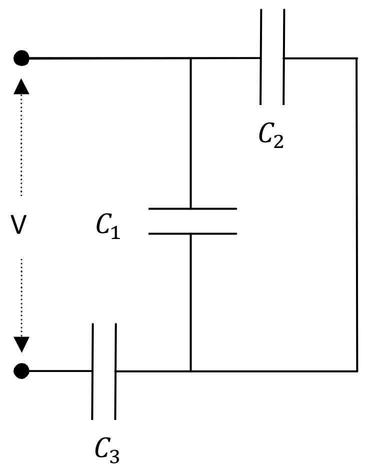
Problema 8

Determine a capacidade equivalente do circuito ao lado. Nele $C_1 = 10{,}0$ μF ; $C_2 = 5{,}00$ μF e $C_3 = 4{,}00$ μF.



Problema 9

Repita o problema anterior para montagem ao lado.



Problema 36

Considere novamente a montagem do problema 8. Esta é sujeita a uma d.d.p. de 100 V. Calcule a carga, a d.d.p. e a energia acumulada aos terminais de cada condensadores.

Eletromagnetismo – corrente contínua

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 26, vol.3

Problema 1

Uma corrente de 5,0 A atravessa um fio durante 4,0 min. Quanto vale (a) a carga que passa por uma secção desse fio e (b) a quantos eletrões corresponde?

Problema 15

Um fio de nicrómio (liga de níquel e crómio com resíduos de ferro, usada como elemento de aquecimento – p.ex. em torradeiras) tem 1,0 m de comprimento e 1,0 mm^2 de secção reta e conduz uma corrente de 4,0 A quando sujeita a uma d.d.p. de 2,0 V. Calcule a condutividade do nicrómio.

Problema 33

Um cabo elétrico multifilar é composto por 125 fios de 2,65 μΩ cada um. A todos eles é aplicada a mesma d.d.p., que produz uma corrente total de 0,750 A. Quanto valem (a) a corrente em cada fio, (b) a d.d.p. aplicada e (c) a resistência do cabo?

Problema 38

Um estudante manteve um rádio de 9,0 V e ligado das 21:00 h às 2:00 h da manhã do dia seguinte, debitando durante esse tempo todo uma potência média de 7,0 W. Qual foi a carga que atravessou o rádio?

Problema 51 (custo de uma lâmpada acesa)

Uma lâmpada incandescente de 100 W é deixada acesa durante um mês inteiro, de 31 dias. A tomada debita uma d.d.p. média de 220 V. Calcule (a) o custo deste gasto de energia, assumindo 0,128 €/kWh (+IVA 23%), (b) a resistência da lâmpada e (c) a corrente que a percorre.

Eletromagnetismo – circuitos de corrente contínua

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

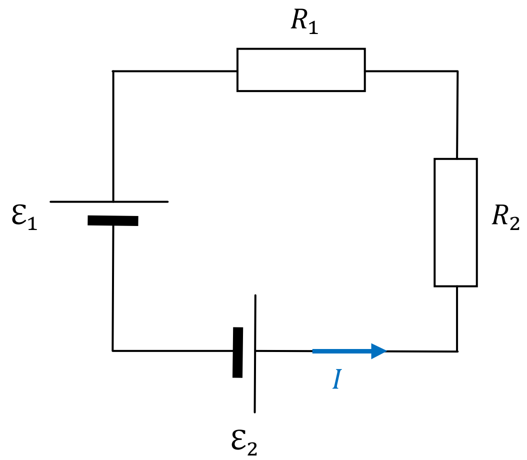
Exercícios do capítulo 27, vol.3

Problema 1

Um circuito é composto por uma resistência de 5,0 Ω e uma bateria de força eletromotriz (f.e.m.) de $\mathcal{E} = 2{,}0\ \mathrm{V}$ com resistência interna $r = 1{,}0\ \Omega$.. Em 2,0 min qual é (a) a energia química consumida pela bateria; (b) a energia dissipada na resistência e (c) a energia dissipada na bateria.

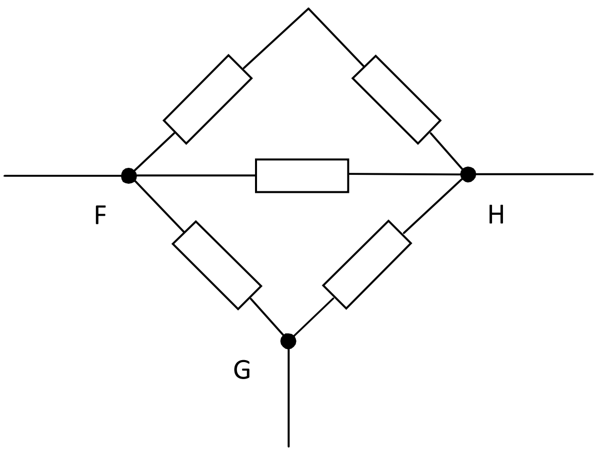
Problema 7

No circuito ao lado as fontes de alimentação são ideais e têm f.e.m. de $\mathcal{E}_1 = 12\ \mathrm{V}$ e $\mathcal{E}_2 = 6{,}0\ \mathrm{V}$. As resistências são de $R_1 = 4{,}0\ \Omega$ e $R_2 = 8{,}0$. Determine: (a) a corrente no circuito, (b) a potência dissipada nas resistências, (c) a potência fornecida pelas fontes. (d) as fontes recebem ou cedem energia?



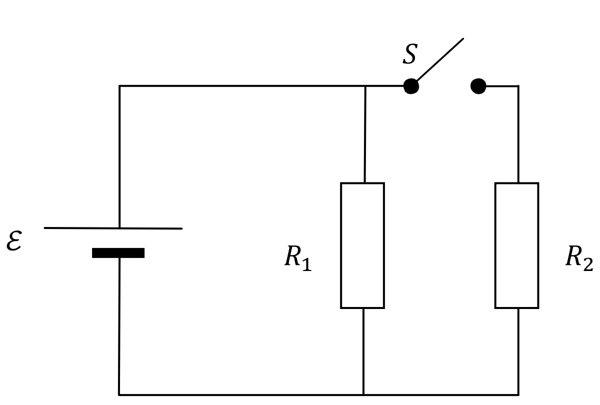
Problema 26

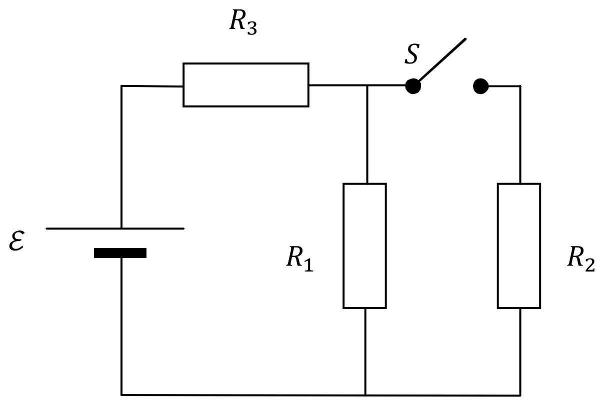
Considere a associação de resistências abaixo, na qual todas as resistências têm o mesmo valor; $R = 5{,}00\ \Omega$. Calcule a resistência equivalente entre os pontos (a) F-H e (b) F-G.



Problema 30

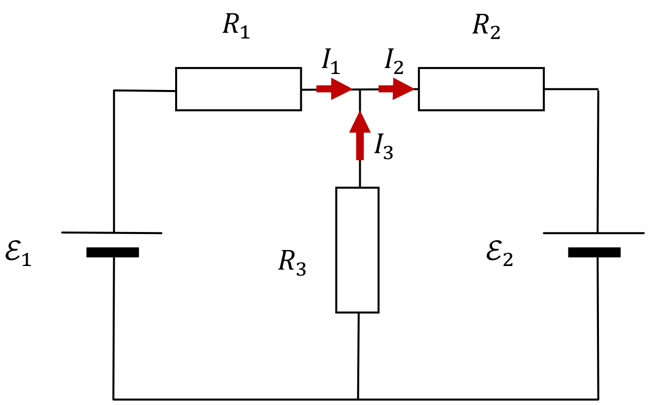
Os dois circuitos abaixo estão a funcionar em regime estacionário (I constante). As fontes são ideais e têm f.e.m. de 12 V. As resistências têm todas 6,0 Ω. A certa altura o interruptor S é ligado. Qual é, nos dois casos, a variação da d.d.p. aos terminais da resistência R_1 após o ligar do interruptor?





Problema 32

No circuito abaixo as fontes são ideais e têm f.e.m. de $\mathcal{E}_1 = 10{,}0$ V e $\mathcal{E}_2 = 5{,}00$ V. As resistências são todas de 4,00 Ω. (a) Aplique as leis de Kirchhoff (regra dos nós e a regra das malhas) para escrever equações que permitam calcular as intensidades de corrente nas três resistências e (b) calcule essas intensidades.



Eletromagnetismo – campo magnético

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 28, vol.3

Problema 2

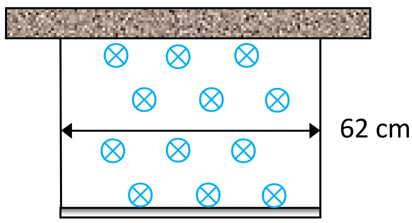
Uma partícula de radiação alfa move-se com rapidez 550 m/s numa região com um campo magnético uniforme de módulo 0,045 T e que faz com a velocidade um ângulo de 52º. Determine (a) o módulo da força magnética que o campo exerce sobre a partícula alfa, (b) o módulo da aceleração e (c) indique se a rapidez da partícula varia. Dados: $m_\alpha = 6{,}6 \times 10^{-27}$ kg ; $q_\alpha = 3{,}2 \times 10^{-19}$ C.

Problema 21

Determine a frequência de revolução de um eletrão com energia 100 eV num campo magnético uniforme de 35,0 μT e o raio da trajetória, assumindo que a sua velocidade é perpendicular ao campo magnético. Dados: 1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J ; $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg ; $q_e = -1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

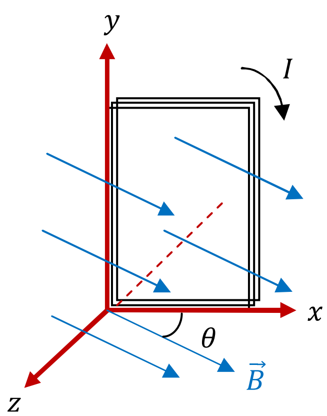
Problema 39

Um fio condutor de massa 13,0 g e comprimento *L* = 62,0 cm está suspenso por contactos flexíveis na presença de um campo magnético uniforme de módulo 0,440 T. Este campo tem direção perpendicular à folha, sentido para dentro (c.f. figura). Determine (a) a intensidade de corrente necessária para que o condutor levite e (b) o seu sentido. 'Levitar' quer aqui dizer que a força de tensão nos contactos é nula.



Problema 47

A bobina retangular da figura ao lado tem dimensões 10 cm de altura por 5,0 cm de largura. E composta por 20 espiras e conduz uma corrente de 0,10 A. A bobina está articulada numa dobradiça segundo o eixo dos *yy,* num ângulo de $\theta = 30º$ com um campo magnético uniforme de 0,50 T, cuja direção segue o eixo *xz*. Escreva o vetor momento da força magnética (*torque*) que o campo exerce, em relação à dobradiça.



Eletromagnetismo – fontes do campo magnético

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

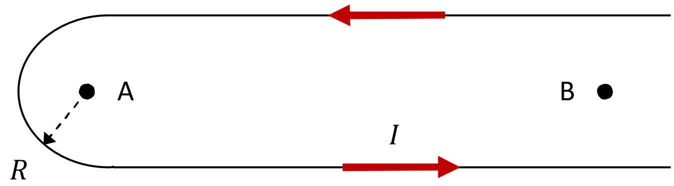
Exercícios do capítulo 29, vol.3

Problema 3

Um topógrafo usa uma bússola a 6,1 m abaixo de uma linha elétrica conduzindo 100 A. Qual o campo magnético provocado pela corrente junto à bússola? Esse campo afeta a leitura da bússola significativamente? O campo magnético terrestre no local é de 20 μT.

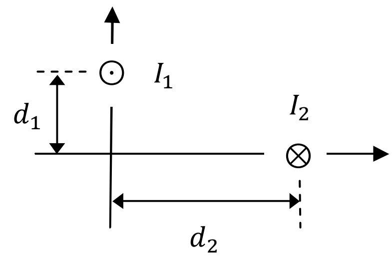
Problema 11

Na figura abaixo uma corrente de 10,0 A circula no circuito em 'U'. Os fios retilíneos são longos, o ponto A está localizado no centro da semicircunferência de raio 5,00 mm e o ponto B a meia distância entre os fios, bastante afastado da semicircunferência. Calcule (a) valores aproximados para os módulos dos campos magnéticos nos pontos A e B e (b) o sentido desses campos.



Problema 35 (enunciado ligeiramente diferente do original)

A figura ao lado representa a vista de topo sobre duas correntes paralelas, retilíneas e longas. As distâncias marcadas são $d_1 = 2{,}40$ cm e $d_2 = 5{,}00$ cm e as correntes $I_1 = 4{,}00$ mA e $I_2 = 6{,}80$ mA, nos sentidos indicados. (a) Qual a força magnética por unidade de comprimento entre os condutores? (b) Essa é uma força atrativa ou repulsiva?



Problema 50

Um solenóide (ou bobina) de 1,30 m de comprimento e d = 2,60 cm de diâmetro conduz uma corrente de 18,0 A. No seu interior o campo magnético é de 23,0 mT. Qual o comprimento total do fio enrolado? Dica: calcule primeiro o n.º de espiras do solenóide.

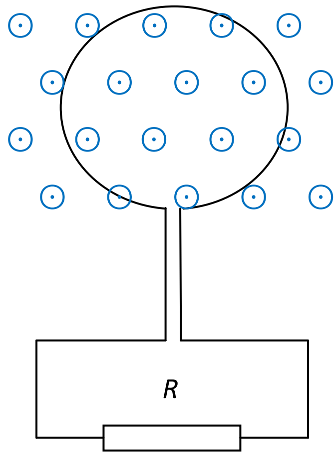
Eletromagnetismo – indução eletromagnética

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Exercícios do capítulo 30, vol.3

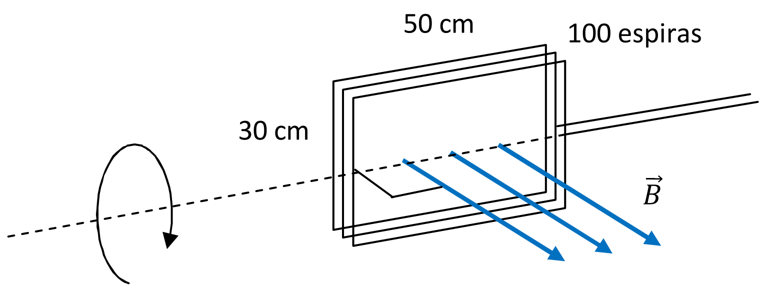
Problema 1

Na figura ao lado uma espira está sob influência de um campo magnético homogéneo e variável no tempo, que lhe é perpendicular e de sentido para fora da folha. O fluxo desse campo através da espira é dado por $\Phi_B = 6{,}0t^2 + 7{,}0t$, com t em segundos e Φ_B em miliweber. (a) Qual o módulo da f.e.m. induzida na espira no instante $t = 2{,}0$ s? (b) o sentido da corrente na resistência é para a direita ou esquerda?



Problema 17 (funcionamento de um gerador elétrico)

Um gerador elétrico contém uma bobina de 100 espiras retangulares de 50,0 cm por 30,0 cm. A bobina submetida a um campo magnético de 3,50 T e é posta a girar a 1000 rpm em torno de um eixo perpendicular a esse campo. Qual o valor máximo da f.e.m. induzida? (c.f. figura)



Problema 23

Uma pequena espira circular com 2,00 cm^2 de área é concêntrica e coplanar com uma espira circular maior, de 1,00 m de raio. A corrente na espira maior varia uniformemente de 200 A para –200 A (i.e. inverte de sentido) num intervalo de 1 s. Determine o módulo do campo magnético $\vec{B}$ no centro da espira menor devido à corrente na espira maior em (a) $t = 0$ s ; (b) $t = 0{,}500$ s ; (c) $t = 1{,}00$ s. Como a espira menor é pequena, pode supor que esse campo magnético no centro dela é aproximadamente uniforme. (d) Esse campo troca de sentido no intervalo de 1 s? (e) Determine a f.e.m. induzida na espira menor no instante $t = 0{,}500$ s.

Eletromagnetismo – circuitos de corrente alternada

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

Exercícios do capítulo 31, vol.3

Problema 29

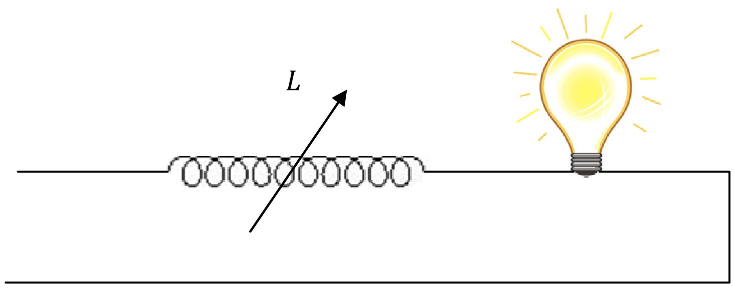
Para que frequência de corrente alternada aplicada um indutor de 6,0 mH e um condensador de 10 μF têm a mesma reatância? Calcule essa reatância e prove que é igual à frequência natural de ressonância de um circuito LC com os valores de L e C indicados.

Problema 39

Um circuito RLC série tem componentes tais que $R = 200\ \Omega$; $L = 230$ mH ; $C = 70{,}0\ \mu\text{F}$; $f_d = 60{,}0$ Hz e $\mathcal{E}_m = 36{,}0$ V. Calcule (a) a impedância do circuito, (b) o ângulo de fase entre corrente e tensão e (c) as intensidades de corrente máxima (I) e eficaz (I_{eff}). Nota: o livro de texto chama à intensidade eficaz I_{eff} de 'valor quadrático médio da corrente' e denota-o I_{rms}.

Problema 60 (funcionamento de um potenciómetro)

Um potenciómetro (*dimmer*) é um dispositivo que permite variar a intensidade luminosa de uma lâmpada. Estes dispositivos são compostos por uma bobina de indutância variável em série com uma lâmpada (c.f. figura). Se o circuito é alimentado por uma tensão eficaz $\mathcal{E}_{\text{eff}} = 120$ V ; 60 Hz e a lâmpada tem 1000 W de potência, qual deve ser o valor máximo da indutância para que a potência dissipada na lâmpada varie entre 200 e 1000 W? Suponha que a resistência da lâmpada é independente da temperatura. Explique também porque é que não se usa uma resistência variável em vez do indutor para o mesmo efeito.



Parte II

Resolução dos exercícios

Mecânica clássica - grandezas e medidas

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 1, vol.1

Problema 3

Passando 4,0 furlongs a metros temos $4{,}0\ \text{furlong} = 4{,}0 \cdot (201{,}168\ \text{m}) = 804{,}672\ \text{m}$. Para exprimir esta distância em varas e cadeias fazemos

$$1\ \text{vara} = 5{,}0292\ \text{m} \Leftrightarrow 1\ \text{m} = \frac{1}{5{,}0292}\ \text{varas} \quad ; \quad 1\ \text{cadeia} = 20{,}117\ \text{m} \Leftrightarrow 1\ \text{m} = \frac{1}{20{,}117}\ \text{cadeias}$$

o que dá então

$$4{,}0\ \text{furlong} = 804{,}672\ \text{m} = 804{,}672 \cdot \left(\frac{1}{5{,}0292}\ \text{varas}\right) = 1\underline{6}0\ \text{varas}$$

$$4{,}0\ \text{furlong} = 804{,}672\ \text{m} = 804{,}672 \cdot \left(\frac{1}{20{,}117}\ \text{cadeias}\right) = 40\ \text{cadeias}$$

Apresentámos o resultado com 2 algarismos significativos pois é essa a precisão que os dados do enunciado permitem: a quantidade com menor número de alg.sig., 4,0 furlongs, tem 2 deles. Ver caixa no final da página 4 do livro de texto. Note-se também a barra por debaixo do '6' no resultado em varas, indicando que o 6 é o último algarismo significativo. Uma alternativa a esta notação é passar a notação científica, i.e. escrever $1{,}6 \times 10^2$ varas.

De notar também que, apesar de o resultado final ser apresentado com 2 alg.sig., os cálculos intermédios devem ser feitos com pelo menos mais um ou dois alg.sig., de forma a evitar de erros de arredondamento. Neste caso usámos todos os alg.sig. que as conversões permitiam.

Problema 5

Basta aplicar as fórmulas que nos dão o perímetro, área superficial e volume de uma esfera.

$$P = 2\pi R = 2\pi \cdot (6370\ \text{km}) = 40\ \underline{0}00\ \text{km}$$

$$A_{sup} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot (6370\ \text{km})^2 = 5{,}10 \times 10^8\ \text{km}^2 \quad (510\ \text{milhões km}^2)$$

$$Vol = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (6370\ \text{km})^3 = 1{,}083 \times 10^{12}\ \text{km}^3 \quad (1{,}08\ \text{biliões km}^3)$$

Note-se que o elevar ao quadrado ou ao cubo *afeta a unidade* que se está a elevar.

Problema 9

Novamente temos aqui de relacionar algumas unidades. Juntando $1\ \mathrm{m}^2 = 10{,}76\ \text{pés}^2$ e $1\ \text{acre} = 43560\ \text{pés}^2$ obtemos $1\ \mathrm{m}^2 = 2{,}47 \times 10^{-4}\ \text{acre}$. Temos então, usando também a conversão de polegadas em pés, uma pluviosidade em acres-pé de

$$\begin{aligned} 2{,}0'' \cdot 26\ \mathrm{km}^2 &= (2{,}0 \cdot 0{,}08333\ \text{pés}) \cdot (26 \cdot (1000\ \mathrm{m})^2) = (0{,}16666\ \text{pés}) \cdot (26 \times 10^6 \cdot 2{,}47 \times 10^{-4}\ \text{acre}) \\ &= 1070{,}3\ \text{acres} - \text{pé} \quad (1100\ \text{acres} - \text{pé}) \end{aligned}$$

Entre parêntesis o resultado com 2 alg.sig.

Problema 10

A velocidade de crescimento é, usando $1\ \text{dia} = 24 \cdot 60 \cdot 60\mathrm{s} = 86400\ \mathrm{s}$ e passando os metros a mícrons, de

$$v_{cres} = \frac{3{,}7\ \mathrm{m}}{14\ \text{dias}} = \frac{3{,}7 \times 10^6\ \mu\mathrm{m}}{14 \cdot 86400\ \mathrm{s}} = 3{,}1\ \mu\mathrm{m/s}$$

Problema 13

Para as semanas o quociente é de $\frac{10\ \text{dias}}{7\ \text{dias}} = 1{,}43$. A semana decimal francesa é pois mais longa que a comum. Para o segundo francês temos de reduzir o quociente à unidade comum, o dia:

$$\frac{\mathrm{s}^{\mathrm{fr}}}{\mathrm{s}} = \frac{\frac{1}{100}\mathrm{min}^{\mathrm{fr}}}{\frac{1}{60}\mathrm{min}} = \frac{\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100}\mathrm{h}^{\mathrm{fr}}}{\frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60}\mathrm{h}} = \frac{\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{10}\text{dias}}{\frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{24}\text{dias}} = 0{,}864$$

Trata-se pois de um segundo ligeiramente mais curto que o usual.

Problema 20

A massa de 27,63 g de ouro corresponde a um volume de $Vol = \frac{27{,}63\ \mathrm{g}}{\rho_{\mathrm{au}}} = 1{,}430\ \mathrm{cm}^3$. Se distribuirmos este volume por uma folha de 1 mícron com área A vem

$$Vol = A \cdot \text{espessura} \Leftrightarrow A = \frac{1{,}430\ \mathrm{cm}^3}{1{,}000 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}} = \frac{1{,}430 \cdot (10^{-2}\ \mathrm{m})^3}{1{,}000 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}} = 1{,}430\ \mathrm{m}^2$$

Se, ao invés, fizermos dele um fio temos, da fórmula do volume de um cilindro $Vol = \pi R^2 l$,

$$Vol = \pi \cdot (2{,}500 \times 10^{-6}\ \mathrm{m})^2 \cdot l \Leftrightarrow l = \frac{1{,}430\ \mathrm{cm}^3}{\pi \cdot (2{,}500 \times 10^{-6}\ \mathrm{m})^2} = 72\,830\ \mathrm{m} \approx 73\ \mathrm{km}$$

Problema 21

Passando a densidade a kg/m³ temos

$$\rho_{ag} = 1{,}000\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 1{,}000\,\frac{\frac{1}{1000}\,\mathrm{kg}}{\left(\frac{1}{100}\,\mathrm{m}\right)^3} = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Um metro cúbico de água tem pois 1 tonelada de massa. O que bate certo com a nossa noção intuitiva: uma cuba de água com 1 m de aresta é de facto muito pesada! Quanto ao vazamento temos um caudal mássico, ou *razão de vazão*, de

$$R = \frac{m_{\text{escoada}}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{(5700\ \mathrm{m}^3)\left(1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)}{10{,}0\ \mathrm{h}} = \frac{5700 \times 10^3\ \mathrm{kg}}{10{,}0 \cdot 60 \cdot 60\ \mathrm{s}} = 158\ \mathrm{kg/s}$$

Problema 23

A massa da Terra é obviamente igual à massa média de cada átomo vezes o n.º de átomos. Invertendo, temos

$$M_T = (n.\text{º at}) \cdot \overline{m} \Leftrightarrow n.\text{º at} = \frac{M_T}{\overline{m}} = \frac{5{,}98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}}{40\ u} = \frac{5{,}98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}}{40 \cdot (1{,}6665 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})} \Leftrightarrow n.\text{º at} \approx 9{,}00 \times 10^{49}\ \text{átomos}$$

Por curiosidade e para comparação, estima-se que o n.º de partículas no universo seja da ordem dos 10^{80}.

Mecânica clássica – cinemática a 1 dimensão

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 2, vol.1

Problema 1

Neste caso, como o movimento não mudou nem de direção nem de sentido, a velocidade média e a rapidez média têm o mesmo valor numérico. Os tempos para fazer os percursos foram de

$$t_1 = \frac{40\ \mathrm{km}}{30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 1{,}333\ \mathrm{h} \quad ; \quad t_2 = \frac{40\ \mathrm{km}}{60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 0{,}667\ \mathrm{h}$$

o que corresponde então a velocidades e rapidezes médias de

$$v_{med} = s_{med} = \frac{(40+40)\ \mathrm{km}}{t_1 + t_2} = \frac{80\ \mathrm{km}}{2\ \mathrm{h}} = 40\ \mathrm{km/h}$$

Notar que usámos 3 e 4 alg.sig. nos cálculos intermédios dos tempos. Só truncámos a 2 alg.sig. no resultado final.

Problema 4

A rapidez média do recordista de 1992 foi, em km/h,

$$v_1 = \frac{200\ \mathrm{m}}{6{,}509\ \mathrm{s}} = \frac{0{,}200\ \mathrm{km}}{(6{,}509\ \mathrm{s}) \cdot \frac{1}{3600}\ \mathrm{h}} = 110{,}6\ \mathrm{km/h}$$

Em 2001 o novo recordista fez então os 200 m à rapidez média de $v_2 = (110{,}6 + 19)\ \mathrm{km/h} = 129{,}6\ \mathrm{km/h}$. Isto corresponde a uma marca de

$$t_2 = \frac{d}{v_2} = \frac{200\ \mathrm{m}}{129{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{200\ \mathrm{m}}{129{,}6 \cdot \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}} = 5{,}556\ \mathrm{s}$$

Problema 15

A velocidade instantânea é, por definição, a taxa de variação da posição em relação ao tempo, i.e. a derivada da posição, $v = \frac{dx}{dt}$. Derivando então a expressão da posição temos, nas unidades do enunciado,

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -12 + 6t \rightarrow v(1\ \mathrm{s}) = -12 + 6 \cdot 1 = -6\ \mathrm{m/s}$$

Só colocámos a unidade no fim porque se subentende que as grandezas estão no sistema SI nos passos intermédios. No entanto, sempre que tal não torne as expressões demasiado confusas, deve-se colocar unidades em todas as grandezas, mesmo nos passos intermédios.

Voltando às questões, temos que em $t = 1$ s a velocidade é negativa, pelo que o movimento tem esse mesmo sentido. A rapidez instantânea, módulo da velocidade e por conseguinte quantidade sempre positiva, é então de 6 m/s nesse mesmo instante. Olhando à expressão da velocidade, $v(t)$, vemos também que a rapidez está também a diminuir em $t = 1$ s, continuando essa diminuição de maneira uniforme, até se anular em $t = 2$ s, passando depois a aumentar. Finalmente, após $t = 3$ s a velocidade é sempre positiva pelo que a partícula não mais se move em sentido negativo.

Problema 26

Num movimento retilíneo uniformemente variado a aceleração é constante e as expressões para a posição velocidade são

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v = v_0 + at \end{cases}$$

No nosso caso temos, no sentido do movimento, $v_0 = 24{,}6\ \mathrm{m/s}$ e $a = -4{,}92\ \mathrm{m/s^2}$. Note-se o sinal negativo da aceleração: o carro está diminuir de velocidade, logo a aceleração é no sentido contrário ao movimento. Parar significa ter velocidade nula o que, substituindo na expressão da velocidade nos dá

$$0 = 24{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(4{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{24{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 5{,}00\ \mathrm{s}$$

A distância percorrida durante esse tempo será então, substituindo na expressão para a posição,

$$d = |x - x_0| = \left(24{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2} \cdot \left(4{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s})^2 = 61{,}5\ \mathrm{m}$$

Esta distância podia ter sido obtida de outras equações, como p.ex. a expressão 2-16 do livro de texto, p.25, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$.

Note-se que apenas podemos dizer que $d = |x - x_0|$ porque não houve inversão do sentido do movimento. Caso tivesse havido inversão, haveria que separar o movimento em várias partes, calcular d para cada uma delas no fim e somar todas as distâncias parciais.

Problema 29

Na primeira parte do movimento a velocidade é dada por

$$v = v_0 + at \Leftrightarrow v = 0 + \left(2{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t$$

A rapidez de 20 m/s é atingida ao fim de 10 s. A distância percorrida é de

$$d = |x - x_0| = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Leftrightarrow s = 0 + \frac{1}{2} \cdot \left(2{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (10\ \mathrm{s})^2 = 100\ \mathrm{m}$$

Finda esta parte do movimento, se pusermos o cronómetro a zero temos, para a segunda parte do movimento,

$$v = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t$$

e o veículo pára (i.e. atinge $v = 0$) ao fim de 20 s. Note-se novamente o sinal negativo da aceleração, que aparece porque o carro está a diminuir a sua rapidez. A distância percorrida é agora de

$$d = \left(20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (20\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2} \cdot \left(1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (20\ \mathrm{s})^2 = 200\ \mathrm{m}$$

No total os dois movimentos duram 30 s e o veículo percorre 300 m.

Problema 46

Escolhamos em primeiro lugar um sentido positivo para o movimento, p.ex. para cima. Com esta escolha, e fazendo $x = 0$ m à altura do solo, a expressão da posição torna-se

$$x(t) = 30{,}0\ \mathrm{m} - \left(12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t^2$$

Note-se aqui que a pedra é atirada *para baixo*, logo no sentido que arbitrámos *negativo* para o movimento. O mesmo acontece para a aceleração da gravidade. Note-se também que a expressão podia ser escrita de uma forma mais "limpa" como

$$x(t) = 30{,}0 - 12{,}0\, t - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2 \quad \text{(SI)}$$

No entanto, como já foi dito acima, não se recomenda retirar as unidades das grandezas porque a sua presença ajuda a controlar erros e esquecimentos.

Continuando para as questões temos que a pedra atinge o solo quando $x = 0$. Ora isso acontece no instante

$$0 = 30{,}0\ \mathrm{m} - \left(12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t^2$$

Esta é uma equação de 2º grau, que se resolve aplicando a fórmula resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. No nosso caso temos então

$$t = \frac{12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \pm \sqrt{\left(12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 4 \cdot \left(-4{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \cdot (30{,}0\ \mathrm{m})}}{-9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \Leftrightarrow t = \begin{cases} +1{,}536\ \mathrm{s} \\ -3{,}985\ \mathrm{s} \end{cases}$$

Recorde-se que uma equação de 2º grau tem duas soluções. Neste caso a solução $t = -3{,}985$ s diz-se "não-física" porque não corresponde ao enunciado do problema, que assume $t = 0$ no momento do lançamento. A solução $t = 1{,}536$ s é a que faz sentido. Para este valor do tempo a velocidade é de

$$v = -12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (1{,}536\ \mathrm{s}) = -27{,}06\ \mathrm{m/s}$$

que corresponde a uma rapidez de 27 m/s no momento do embate no solo. Note-se que apesar de a altura do edifício e a rapidez serem conhecidos com 3 alg.sig., a precisão menor de $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ limita-nos a 2 alg.sig.

Problema 51

Temos aqui dois movimentos. Um MRU segundo o rio e um MRUV na vertical. As expressões das posições são, respetivamente e fazendo a origem das posições no local de impacto,

$$\begin{cases} x = -12\ \mathrm{m} + v_x t \\ y = 45\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t^2 \end{cases}$$

O tempo de queda da chave é então de

$$0\ \mathrm{m} = 45\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t^2 \Leftrightarrow t = 3{,}03\ \mathrm{s}$$

Substituindo este valor na expressão para a posição do barco temos

$$0\ \mathrm{m} = -12\ \mathrm{m} + v_x \cdot (3{,}03\ \mathrm{s}) \Leftrightarrow v_x = 3{,}96\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Entre parêntesis o resultado com a precisão permitida pelos dados, 2 alg.sig.

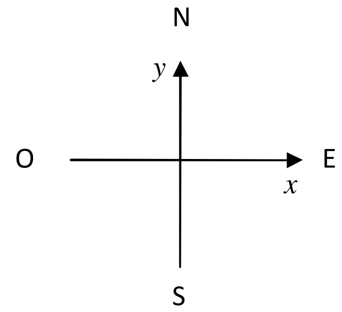
Mecânica clássica – cinemática a 2 e 3 dimensões

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 4, vol.1

Problema 8

Em primeiro lugar vamos definir um referencial para escrever as expressões. Na direção Este-Oeste colocamos o eixo dos *xx*, com sentido positivo para Este. Na direção Norte-Sul fica o eixo dos *yy*, sentido positivo para Norte. Ao lado temos um desenho deste referencial. Em todos os problemas semelhantes iremos assumir que é este o referencial que se está a usar.



Para a viagem inteira o deslocamento foi então de $\Delta\vec{r} = (483\text{ km})\,\hat{\mathbf{i}} + (-966\text{ km})\,\hat{\mathbf{j}}$ e o tempo total da viagem foi, em horas, de $\left(\frac{3}{4} + 1{,}5\right)\text{h} = \frac{9}{4}\text{h} = 2{,}25\text{ h}$. Como o deslocamento desenha um triângulo retângulo no plano *xy* (experimente fazer o desenho se não estiver convencido ☺), aplicando o teorema de Pitágoras temos $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{483^2 + (-966)^2}\text{ km} = 1080\text{ km}$. Aplicando agora trigonometria elementar vemos que a direção do deslocamento faz um ângulo de $\theta = \text{arctg}\left(\frac{966\text{ km}}{483\text{ km}}\right) = 63{,}4^{\text{o}}$ com a vertical.

Quanto à velocidade média, o seu módulo é de $|\vec{v}_{med}| = \left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \frac{1080\text{ km}}{2{,}25\text{ h}} = 480\text{ km/h}$ e a direção a mesma do deslocamento. Finalmente, para calcular a velocidade escalar, ou rapidez, média temos de ter o cuidado de aplicar a definição correta desta, que é $s_{med} = \frac{d_{total}}{\Delta\text{t}} = \frac{(483+966)\text{ km}}{2{,}25\text{ h}} = 644\text{ km/h}$.

O estudante deve rever com atenção este problema para compreender bem a diferença entre *velocidade* média (quantidade *vetorial*) e *rapidez* média (quantidade *escalar*).

Problema 11

Aplicando as definições de velocidade e aceleração instantâneos temos, em unidades SI,

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\hat{\mathbf{i}} + 4t^2\hat{\mathbf{j}} + t\hat{\mathbf{k}}\right) = 8t\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}} \quad ; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(8t\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}\right) = 8\hat{\mathbf{j}}$$

Problema 15

Precisamos de calcular o instante em que a coordenada *y* é máxima. Escrevamos as expressões para as velocidades em *x* e *y*:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x = \left(8{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) + \left(4{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\cdot t \\ v_y = \left(12\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) - \left(2{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\cdot t \end{cases}$$

Quando o carro atinge a posição máxima em y a componente da sua velocidade segundo esse eixo anula-se. Isso acontece para o instante

$$v_y = 0 \Leftrightarrow 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) - \left(2{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t \Leftrightarrow t = 6{,}0\ \mathrm{s}$$

Neste instante a velocidade segundo x é de

$$v_x = \left(8{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (6{,}0\ \mathrm{s}) = 32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A velocidade, em notação vetorial, é então

$$\vec{v}(y_{max}) = \left(32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\,\hat{\mathbf{i}}$$

Problema 22

No instante do salto o atleta torna-se num projétil lançado à rapidez inicial de 9,5 m/s num ângulo de 45º. O ângulo assume-se ser 45º porque este é o ângulo de alcance máximo (c.f. livro de texto p.73). Num referencial *xy* com origem no local do salto e sentido positivo dos *yy* para cima uma partícula pontual desloca-se segundo um MRU no eixo dos *xx* e MRUV no eixo dos *yy*. As expressões paramétricas do movimento são então

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \left(9{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(45^{\mathrm{o}})\,t \\ y = \left(9{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(45^{\mathrm{o}})\ t - \dfrac{1}{2}\left(9{,}8\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

O fim do salto dá-se quando $y = 0$ m. Substituindo na expressão dos *yy* e isolando t, vemos que tal acontece no instante

$$t = \frac{\left(9{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(45^{\mathrm{o}})}{\frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} = 1{,}371\ \mathrm{s}$$

Nesse instante a posição segundo x é, a 2 alg.sig., de

$$x(1{,}371\ \mathrm{s}) = \left(9{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(45^{\mathrm{o}}) \cdot (1{,}371\ \mathrm{s}) = 9{,}21\ \mathrm{m}\quad (9{,}2\ \mathrm{m})$$

Este seria então o máximo possível para um atleta que salte vindo de uma rapidez inicial de 9,5 m/s. Este cálculo refere-se a uma situação ideal. Na prática há uma série de fatores, como o arrasto e o facto de o atleta não poder ser tratado como um corpo pontual, que teriam de ser considerados e que alteram o resultado.

Outra forma de resolver o problema seria aplicar diretamente a fórmula que nos dá o alcance de um projétil na ausência de arrasto, $R = \frac{v_0^2}{g}\mathrm{sen}(2\theta_0)$ (c.f. livro de texto p.73).

Problema 24

Sendo a bola pequena podemos tratá-la como pontual e temos um movimento de projétil. Num referencial *xy* de direções e sentidos iguais às do problema anterior e com origem no local onde a bola salta, temos

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = -\frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

A bola chega ao chão quando $y = -1{,}2$ m. Substituindo esse valor na expressão dos *yy* vem

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{-1{,}20\ \mathrm{m}}{-\frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}} = 0{,}4949\ \mathrm{s}\quad (0{,}495\ \mathrm{s})$$

Do enunciado sabemos que ao fim deste tempo a bola terá percorrido uma distância de 1,52 m. Substituindo na expressão dos *xx* vemos que isso corresponde a uma velocidade inicial segundo *x* de

$$x = v_{0x}t \Leftrightarrow v_{0x} = \frac{1{,}52\ \mathrm{m}}{0{,}4949\ \mathrm{s}} = 3{,}071\ \mathrm{m/s}$$

Esta componente da velocidade mantém-se constante porque a bola não é acelerada segundo *x*. Segundo *y* temos

$$v_y = v_{0y} - gt \Leftrightarrow v_y^{\text{queda}} = 0 - \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(0{,}4949\ \mathrm{s}) = 4{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

No instante de embate a velocidade é então

$$\vec{v}_{\text{queda}} = \left(3{,}07\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\vec{\mathbf{i}} + \left(4{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\vec{\mathbf{j}}$$

Se quiséssemos também a rapidez no embate teríamos

$$s_{\text{queda}} = |\vec{v}_{\text{queda}}| = \sqrt{\left(3{,}07\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(4{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 5{,}74\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 31

Para variar um pouco, escolhamos agora para origem do referencial *xy* um ponto no solo tal que o lançamento se dá, nesse referencial, em $x = 0$. As expressões do movimento tornam-se então

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = v_0\,\mathrm{sen}(53{,}0^{\mathrm{o}})\,t \\ y = 730\ \mathrm{m} - v_0\cos(53{,}0^{\mathrm{o}})\,t - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

O sinal negativo de v_{0y} é devido ao facto de o projétil ser lançado com o avião a picar, i.e. a dirigir-se no sentido *negativo* do eixo dos *yy*. Ao fim de 5,00 s o projétil chega ao chão, i.e. a *y* = 0 m. Note-se também que neste caso o ângulo em jogo é contado a partir da *vertical*, pelo que há que ter atenção que as componentes da velocidade trocam seno e coseno, por comparação ao caso em que o ângulo é medido a partir da horizontal. Substituindo o tempo na expressão dos *yy* podemos extrair a rapidez de lançamento (quantidade sempre positiva), que é

$$0\ \mathrm{m} = 730\ \mathrm{m} - v_0\cos(53{,}0^{\mathrm{o}})\cdot(5{,}00\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2}\left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(5{,}00\ \mathrm{s})^2 \Leftrightarrow v_0 = 201{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A velocidade de lançamento é então (atenção novamente ao seno e coseno)

$$\vec{v} = \left(201{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(53{,}0^{\mathrm{o}})\,\hat{\mathbf{i}} - \left(201{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(53{,}0^{\mathrm{o}})\,\hat{\mathbf{j}} \Leftrightarrow \vec{v} = \left(161\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(121\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{j}}$$

(Três alg.sig. na expressão final.)

O projétil percorre uma distância horizontal de $d = x(5{,}00\ \mathrm{s}) = \left(161{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cdot(5{,}00\ \mathrm{s}) = 806\ \mathrm{m}$ durante o voo e, das expressões para as componentes da velocidade, $v_x = v_{0x}$ e $v_y = v_{0y} - (9{,}8\ \mathrm{m/s^2})t$, atinge o solo com velocidade

$$\vec{v}(5{,}00\ \mathrm{s}) = v_x(5{,}00\ \mathrm{s})\,\hat{\mathbf{i}} + v_y(5{,}00\ \mathrm{s})\,\hat{\mathbf{j}} = \left(161{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(-121{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(5{,}00\ \mathrm{s})\right)\hat{\mathbf{j}} \Leftrightarrow \vec{v}$$
$$= \left(161\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(171\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{j}} \rightarrow v_{0x} = 161\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ v_{0y} = -171\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 60

Trata-se aqui de um corpo em movimento circular uniforme. Há apenas que ter em atenção que o raio da órbita *não é* 640 km mais sim (6370 + 640) km, correspondentes ao raio da Terra mais a altitude da órbita. Tendo isto em atenção e passando as unidades ao SI temos, para 1 revolução completa,

$$v = \frac{\text{distância}}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\cdot(7{,}010\times10^6\ \mathrm{m})}{98{,}0\cdot 60\ \mathrm{s}} = 74\underline{9}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\quad;\quad a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(74\underline{9}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{7{,}010\times10^6\ \mathrm{m}} = 8{,}01\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Problema 62

A distância de 1 revolução é simplesmente o perímetro do MCU associado, que é $2\pi\cdot(0{,}15\ \mathrm{m}) = 0{,}9425\ \mathrm{m}$. A frequência de 1200 rev/min corresponde a 1 revolução em

$$T = \frac{60\ \mathrm{s}}{1200} = 0{,}050\ \mathrm{s}$$

Por definição, este é o período do movimento (i.e. tempo que demora a perfazer 1 rev). Substituindo o período na expressão (4-35) do livro de texto, $T = \frac{2\pi R}{v}$, podemos tirar a velocidade linear, que é

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\cdot(0{,}15\ \mathrm{m})}{0{,}050\ \mathrm{s}} = 18{,}85\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A aceleração é então de

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(18{,}85\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{0{,}15\ \mathrm{m}} = 2370\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\quad\left(2{,}4\times10^3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Pode-se, naturalmente, obter os mesmos resultados por uma ordem diferente.

Mecânica clássica – leis de Newton

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

Resolução dos exercícios do capítulo 5, vol.1

Problema 3

Há várias maneiras de resolver o problema. Aqui apresentamos uma resolução baseada na decomposição das forças no referencial *xy*, que é

$$\vec{F}_1 = (9{,}0\ \mathrm{N}) \cdot \hat{\mathbf{i}} \quad ; \quad \vec{F}_2 = (8{,}0\ \mathrm{N}) \cdot [\cos(118^{\mathrm{o}})\,\hat{\mathbf{i}} + \mathrm{sen}(118^{\mathrm{o}})\,\hat{\mathbf{j}}]$$

Somando as duas forças temos, calculando os valores numéricos explicitamente,

$$\Sigma\vec{F} = (5{,}244\ \mathrm{N})\hat{\mathbf{i}} + (7{,}064\ \mathrm{N})\hat{\mathbf{j}}$$

A magnitude desta força resultante é $|\Sigma\vec{F}| = \Sigma F = \sqrt{5{,}244^2 + 7{,}064^2}\ \mathrm{N} = 8{,}798\ \mathrm{N}$. Aplicando a 2ª lei de Newton temos então uma aceleração de módulo

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{8{,}798\ \mathrm{N}}{3{,}0\ \mathrm{kg}} = 2{,}933\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(2{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

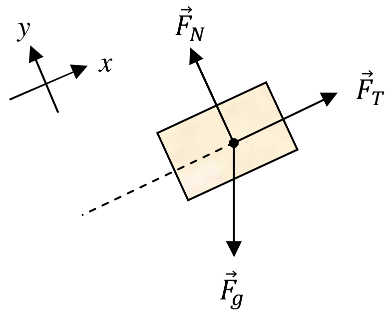
É importante saber distinguir aqui aceleração e força resultante (quantidades *vetoriais*) das suas magnitudes (quantidades *escalares*). Importa também referir que a 2ª lei de Newton é, na sua versão original, uma lei *vetorial*: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$. É apenas quando queremos a *magnitude* da aceleração (ou da força resultante) que usamos a versão escalar dessa lei, $\Sigma F = ma$.

Problema 13

O problema é muito simples. Estando o salame estático, a tensão na corda que o sustenta tem de ser igual ao seu peso, que é $F_g = mg = (11\ \mathrm{kg}) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 107{,}8\ \mathrm{N}$. Este resultado é igual para todos os casos. No caso a) é imediato perceber isso. O caso b) é igual ao a), sendo que a roldana na ponta da mesa apenas muda a direção da força de tensão e não o seu módulo. O caso c) é o que poderá gerar mais confusão mas, se pensarmos bem, vemos que no caso b) a tensão no ponto de união com a parede tenta simplesmente puxar esta parede. Ora no caso c) temos exatamente a mesma tensão, só que agora esta não tenta puxar nenhuma parede: é apenas redirecionada pela roldana para puxar e sustentar um segundo salame!

Problema 19

Façamos o diagrama de corpo livre para o bloco, tratando este como pontual um corpo pontual e escolhendo um referencial ortonormado conveniente para a resolução do resto do problema.



O referencial mostrado é o mais indicado para obter uma decomposição simples das três forças indicadas. Qualquer outro referencial serviria, mas neste duas das forças só têm uma componente, o que nos simplifica a tarefa.

Estando o bloco em repouso a aceleração é nula e a 1ª lei de Newton dá-nos, decompondo-a nas suas duas componentes e aplicando trigonometria,

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_T - F_g \operatorname{sen} 30º = 0 \\ F_N - F_g \cos 30º = 0 \end{cases}$$

Substituindo valores do enunciado temos

$$\begin{cases} F_T - (8{,}5\ \text{kg}) \cdot \left(9{,}8\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot \dfrac{1}{2} = 0 \\ F_N - (8{,}5\ \text{kg}) \cdot \left(9{,}8\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_T = 41{,}65\ \text{N} \quad (42\ \text{N}) \\ F_N = 72{,}12\ \text{N} \quad (72\ \text{N}) \end{cases}$$

Se a corda for cortada desaparece a força de tensão. O movimento dá-se obviamente ao longo do plano inclinado (se não se desse o bloco estaria a levantar voo ou a enterrar-se no plano!) e temos, novamente da 2ª lei de Newton,

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -F_g \operatorname{sen} 30º = (8{,}5\ \text{kg}) \cdot a_x \\ --- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = -4{,}9\ \text{m/s}^2 \\ --- \end{cases}$$

Lembremo-nos que a_x é a *componente* da aceleração segundo o eixo dos *xx*. Uma componente pode ter valor negativo (é o caso aqui) e fisicamente isso quer apenas dizer que a aceleração se dá no sentido *negativo* desse eixo.

Problema 41

No elevador atuam duas forças: peso e tensão. Escolhemos o sentido positivo do movimento como para cima. A massa do elevador é $m = \frac{F_g}{g} = 2837$ kg e, aplicando a 2ª lei de Newton temos, para o caso da subida,

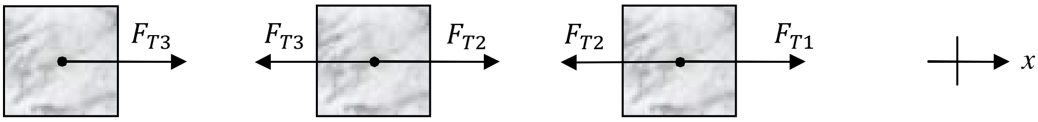
$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow F_T - F_g = ma \Leftrightarrow F_T - (27\,800\ \text{N}) = (2837\ \text{kg}) \cdot \left(1{,}22\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \Leftrightarrow F_T = 31{,}26\ \text{kN} \quad (31\ \text{kN})$$

No caso da descida a única coisa que muda é o sentido da aceleração, que agora é negativo porque o elevador diminui de velocidade. Temos então

$$F_T - F_g = ma \Leftrightarrow F_T - (27\,800\ \text{N}) = (2837\ \text{kg}) \cdot \left(-1{,}22\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \Leftrightarrow F_T = 24{,}34\ \text{kN} \quad (24\ \text{kN})$$

Problema 51

Fazendo o diagrama de corpo livre para os três blocos temos (as magnitudes das forças não estão à escala)



A aceleração dos três corpos é, devido às cordas que as ligam, a mesma. Chamemos-lhe a. Aplicando a 2ª lei de Newton aos três corpos obtemos, no referencial indicado e da esquerda para a direita,

$$\begin{cases} F_{T3} = (12\text{ kg}) \cdot a \\ -F_{T3} + F_{T2} = (24\text{ kg}) \cdot a \\ -F_{T2} + F_{T1} = (31\text{ kg}) \cdot a \end{cases}$$

Substituindo $F_{T1} = 65\text{ N}$ e somando as três equações obtemos $65\text{ N} = (67\text{ kg}) \cdot a \Leftrightarrow a = 0{,}97\text{ m/s}^2$. Substituindo este valor na 1ª e 3ª equações obtemos $F_{T3} = 11{,}64\text{ N}$ e $F_{T2} = 65\text{ N} - (31\text{ kg}) \cdot \left(0{,}97\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 34{,}93\text{ N}$. À precisão de 2 alg.sig. vem $F_{T3} = 12\text{ N}$ e $F_{T2} = 35\text{ N}$.

Note-se que as duas forças indicadas como F_{T3}, apesar de terem a mesma magnitude e direção e sentidos opostos, *não são* pares ação-reação. O par da força F_{T3} à esquerda está na extremidade esquerda da corda. Mesma coisa para F_{T3} à direita: o seu par está na extremidade direita da corda. Na verdade, se considerássemos a massa da corda nos cálculos, veríamos que F_{T3} à direita seria ligeiramente maior que F_{T3} à esquerda. Iguais considerações se podem pôr para as forças F_{T2}.

Mecânica clássica – aplicações das leis de Newton

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 6, vol.1

Problema 7

Como o bloco desliza na horizontal, a força normal terá de compensar o peso do bloco e a componente vertical da força aplicada. Ou seja, a normal é de

$$F_N = F_g + F_y \Leftrightarrow F_N = mg + (15\text{ N}) \cdot \sin 40º = 43{,}94\text{ N} \quad (44\text{ N})$$

Sabendo a magnitude da força normal podemos calcular a magnitude da força de atrito cinético, que é então

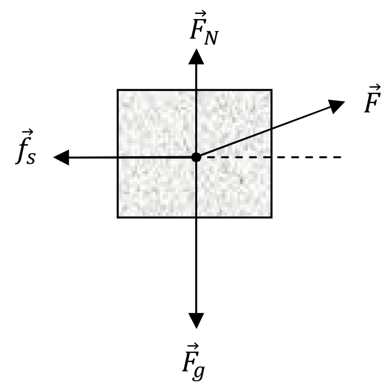
$$f_k = \mu_k F_N = 10{,}99\text{ N}$$

Por ser uma força de atrito esta força aponta no sentido contrário ao movimento. Assim, a magnitude da aceleração é, da 2ª lei de Newton e com *x* positivo para a direita,

$$\Sigma F_x = ma_x \Leftrightarrow (15\text{ N}) \cdot \cos 40º - 10{,}99\text{ N} = (3{,}5\text{ kg}) \cdot a_x \Leftrightarrow a_x = 0{,}143\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \left(0{,}14\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

Problema 13

O problema é semelhante ao acima, só que agora a força não empurra para baixo mas puxa para cima. Desenhemos ao lado as quatro forças que atuam no caixote, considerando este como um corpo pontual.



Para que o caixote se mova é preciso vencer a força de atrito estático, f_s. Na iminência de movimento esta força tem a sua magnitude máxima, $f_s^{max} = \mu_s F_N$. Decompondo as forças num referencial *xy* usual e aplicando a 1ª lei de Newton com $a = 0$ temos

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -f_s + F_x = 0 \\ F_N + F_y - F_g = 0 \end{cases}$$

Substituindo valores do enunciado obtemos um sistema de duas equações com duas incógnitas:

$$\begin{cases} -0{,}50 \cdot F_N + F\cos 15º = 0 \\ F_N + F\,\text{sen}\,15º - (68\text{ kg}) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0{,}50 \cdot F_N + F \cdot 0{,}966 = 0 \\ F_N + F \cdot 0{,}259 - 666{,}4\text{ N} = 0 \end{cases}$$

Para encontrar F necessitamos apenas de multiplicar a equação de cima por 2 e somá-la à de baixo. Obtemos com isto

$$2F \cdot 0{,}966 + F \cdot 0{,}259 = 666{,}4\text{ N} \Leftrightarrow F = 304{,}2\text{ N} \quad (300\text{ N})$$

Esta é então a menor força para a qual o caixote se começa a mover. Note-se que não precisámos de calcular nem F_N nem f_s explicitamente.

A partir do instante em que o movimento se inicia, a força de atrito passa de estática (f_s) a cinética (f_k). No nosso caso isso significa que o coeficiente de atrito baixa de 0,50 para 0,35 e passamos a ter movimento segundo o eixo dos *xx*. Aplicando de novo a 2ª lei de Newton temos

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} -f_k + F_x = ma_x \\ F_N + F_y - F_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0{,}35 \cdot F_N + 293{,}8\ \mathrm{N} = (68\ \mathrm{kg}) \cdot a_x \\ F_N + 78{,}73\ \mathrm{N} - 666{,}4\ \mathrm{N} = 0 \end{cases}$$

Voltamos a precisar só de uma das incógnitas, a_x. Para a encontrar basta multiplicar a equação de baixo por 0,35 e somá-la à de cima. O resultado é

$$293{,}8\ \mathrm{N} + 0{,}35 \cdot (78{,}73 - 666{,}4)\ \mathrm{N} = (68\ \mathrm{kg}) \cdot a_x \Leftrightarrow a_x = 1{,}296\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(1{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Problema 23

Para a situação ser estática, no ponto de confluência das três cordas as tensões têm de se anular. É fácil de ver que decompondo esta condição num referencial *xy* usual se obtém

$$\begin{cases} -F_{TB} + F_{T\theta x} = 0 \\ -F_{TA} + F_{T\theta y} = 0 \end{cases}$$

onde designámos por F_{TA}, F_{TB} e $F_{T\theta}$ respetivamente as magnitudes das tensões nas cordas ligadas aos blocos A e B e na corda oblíqua.

Agora, se o bloco B repousa horizontalmente a sua normal é igual ao peso. Do enunciado e da definição de força de atrito estático máxima temos $f_s^{max} = 0{,}25 \cdot (711\ \mathrm{N}) = 177{,}8\ \mathrm{N}$. Esta é a força máxima que o atrito consegue fornecer para compensar a tração provocada pela tensão F_{TB}. Por outras palavras, podemos considerar que $F_{TB} = f_s^{max} = 177{,}8\ \mathrm{N}$. Com isto temos

$$\begin{cases} -177{,}8\ \mathrm{N} + F_{T\theta} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0 \\ -F_{TA} + F_{T\theta} \cdot \dfrac{1}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -177{,}8\ \mathrm{N} + F_{T\theta} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0 \\ -F_{TA} + F_{T\theta} \cdot \dfrac{1}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ F_{TA} = 102{,}7\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Para o bloco A estar em repouso esta tensão tem de compensar exatamente o peso. Conclui-se portanto que o peso máximo do bloco A para que o bloco B não deslize é de 102,7 N (100 N), o que corresponde a uma massa de cerca de 10 kg.

Problema 41

Para o ciclista dar a curva sem derrapar a força de atrito estático terá de ser capaz de provocar a aceleração centrípeta necessária a um MCU com o raio pretendido. Juntando a magnitude da aceleração normal do ciclista, $a = \frac{v^2}{R}$, com a força de atrito estático máxima, $f_s^{max} = \mu_s F_N$, na expressão da 2ª lei de Newton temos

$$\Sigma F = ma \Leftrightarrow f_s^{max} = m\frac{v^2}{R} \Leftrightarrow \mu_s mg = m\frac{v^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{v^2}{\mu_s g} = \frac{\left(29\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)^2}{0{,}32 \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} = \frac{\left(29 \cdot \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}\right)^2}{3{,}136\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \Leftrightarrow R$$

$$= 20{,}69\ \mathrm{m} \quad (21\ \mathrm{m})$$

Este é o raio de curvatura mínimo. Se a curva for mais apertada, o ciclista entrará em derrapagem. Se for maior, a força de atrito não estará a atuar ao seu valor máximo, mas sim a um valor inferior.

Mecânica clássica – trabalho e energia

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 7, vol.1

Problema 5

Esta questão pode parecer complicada de início, mas basta equacioná-la para a tornar simples de resolver. Transformemos pois as situações inicial e final descritas no enunciado em quantidades físicas. Indicaremos o pai pelo índice maiúsculo "*P*" e o filho por "*F*". (Note-se também que o livro usa K para energia cinética – um anglicanismo.)

$$\begin{cases} E_{ci}^P = \frac{1}{2}E_{ci}^F \\ E_{cf}^P = E_{cf}^F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}m_P v_{Pi}^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}m_F v_{Fi}^2\right) \\ \frac{1}{2}m_P v_{Pf}^2 = \frac{1}{2}m_F v_{Ff}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}m_P v_{Pi}^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m_P\cdot v_{Fi}^2\right) \\ \frac{1}{2}m_P(v_{Pi}+1{,}0)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m_P\cdot v_{Fi}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_{Pi}^2 = \frac{1}{4}v_{Fi}^2 \\ (v_{Pi}+1{,}0)^2 = \frac{1}{2}v_{Fi}^2 \end{cases}$$

(Unidades SI.) Desenvolvendo o caso notável e resolvendo o sistema temos

$$\begin{cases} v_{Pi}^2 = \frac{1}{4}v_{Fi}^2 \\ v_{Pi}^2 + 2v_{Pi} + 1{,}0 = \frac{1}{2}v_{Fi}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\cdot v_{Pi}^2 = -2\cdot\frac{1}{4}v_{Fi}^2 \\ --- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ -v_{Pi}^2 + 2v_{Pi} + 1{,}0 = 0 \end{cases}$$

Onde multiplicámos a equação de cima por -2 e somámo-la à de baixo. Aplicando agora a fórmula resolvente $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ vem

$$\begin{cases} --- \\ v_{Pi} = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot(-1)\cdot 1{,}0}}{2} = \left(1\pm\sqrt{2}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

A solução com sinal negativo é não-física[1] e temos por fim, isolando v_{Fi} da equação de cima,

$$\begin{cases} v_{Fi} = \pm\sqrt{4v_{Pi}^2} = +2v_{Pi} = 4{,}828\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(4{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \\ v_{Pi} = 2{,}414\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(2{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \end{cases}$$

Novamente a solução negativa para v_{Fi} é não-física. Note-se que o resultado final não depende das massas do pai e filho.

Problema 7

Se aqui tentássemos usar $W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$ teríamos um problema porque não sabemos nem a direção da força nem o módulo do deslocamento. A única maneira é então usar um dos teoremas de trabalho-energia, nomeadamente $W_{tot} = \Delta E_c$. Vem então

$$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2}\cdot(2{,}0\ \mathrm{kg})\cdot\left[\left(6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - \left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2\right] = 20\ \mathrm{J}$$

---

[1] Tecnicamente corresponde a uma ambiguidade na escolha do sentido do aumento da rapidez do pai.

Assumimos aqui que a força indicada era a única a agir no corpo. Necessário, dado que de outra forma não podíamos resolver a questão. Note-se que a direção/sentido das velocidades não entrou no cálculo.

Problema 13

O trabalho total é a soma dos trabalhos individuais de cada força, os quais podem ser calculados da definição $W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$. Assumindo esquerda como o sentido negativo dos *xx* temos que $\Delta\vec{r} = (-3{,}00\ \mathrm{m})\ \hat{\mathbf{i}}$. Vem pois

$$W_{F_1} = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_1||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_1, \Delta\vec{r}) = (5{,}00\ \mathrm{N}) \cdot (3{,}00\ \mathrm{m}) \cdot (+1) = 15{,}0\ \mathrm{J}$$

$$W_{F_2} = \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_2||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_2, \Delta\vec{r}) = (9{,}00\ \mathrm{N}) \cdot (3{,}00\ \mathrm{m}) \cdot \cos(120º) = -13{,}5\ \mathrm{J}$$

$$W_{F_3} = \vec{F}_3 \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_3||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_3, \Delta\vec{r}) = (3{,}00\ \mathrm{N}) \cdot (3{,}00\ \mathrm{m}) \cdot \cos(90º) = 0{,}00\ \mathrm{J}$$

É importante perceber a proveniência de todos os sinais e quantidades acima indicadas. Em particular é de notar que no caso da força F_2 o coseno é 120º e não 60º porque o deslocamento é no sentido horizontal *negativo*, oposto à componente horizontal desta força. Seria 60º se o deslocamento e componente horizontal apontassem no mesmo sentido.

Somando os três trabalhos temos $W_{tot} = (15{,}0 - 13{,}5 + 0)\mathrm{J} = 1{,}50\ \mathrm{J}$. Sendo este trabalho positivo e não atuando mais nenhuma força no corpo temos, pelo teorema de trabalho-energia, $W_{tot} = \Delta E_c > 0$ logo a energia cinética do baú *aumenta* neste deslocamento.

Problema 20

Novamente basta calcular o trabalho de cada uma das forças individualmente. Notando que o deslocamento faz 30º com a força horizontal e 120º com o peso (marque o peso no desenho e verifique, se não estiver convencido) temos

$$W_{F_a} = \vec{F}_a \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_a||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_a, \Delta\vec{r}) = (20{,}0\ \mathrm{N}) \cdot (0{,}500\ \mathrm{m}) \cdot \cos(30{,}0º) = 8{,}66\ \mathrm{J}$$

$$W_{F_g} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_g||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_g, \Delta\vec{r}) = \left(3{,}00\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (0{,}500\ \mathrm{m}) \cdot \cos(120º) = -7{,}35\ \mathrm{J}$$

$$W_{F_N} = 0$$

O trabalho do peso podia também ter sido calculado pelo 2º teorema de trabalho-energia, $W_C = -\Delta E_p$. Mas este teorema só será abordado no capítulo 8, pelo que adiaremos a sua aplicação até lá.

O trabalho total é então $W_{tot} = (8{,}66 - 7{,}35)\ \mathrm{J} = 1{,}31\ \mathrm{J}$. Esta é, por $W_{tot} = \Delta E_c$, a variação de energia cinética do livro, o qual termina com 1,31 J de energia a subida. Isto corresponde a uma rapidez de $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 0{,}935\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Problema 26

Basta aplicar a expressão que nos dá o trabalho de uma força elástica (c.f. livro de texto p.163):

$$W_{F_{elast}} = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \left(100\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{m})^2 = 1250\ \mathrm{J}$$

Problema 47

Sobre o elevador atuam duas forças: o peso da sua massa e carga e a tensão no cabo de tração. Parte da tensão é causada pelo contrapeso, pelo que o motor só tem de produzir o que resta para fazer subir a carga. O trabalho do peso em 54 m de deslocamento é

$$W_{F_g} = \left(1200\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (54\ \mathrm{m}) \cdot (-1) = -635\ \mathrm{kJ}$$

O sinal negativo aparece porque o peso atua no sentido contrário ao deslocamento. O trabalho do contrapeso pode ser calculado de forma semelhante:

$$W_{F_{CP}} = \left(950\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (54\ \mathrm{m}) \cdot (+1) = 503\ \mathrm{kJ}$$

O motor terá então de juntar ao trabalho do contrapeso um trabalho tal que o total seja pelo menos nulo, i.e.

$$W_{tot} = W_{F_g} + W_{F_{CP}} + W_{mot} = 0 \Leftrightarrow W_{mot} = (635 - 503)\mathrm{kJ} = 132\ \mathrm{kJ}$$

Se o motor fizer mais do que este trabalho teremos $W_{tot} > 0$ e o elevador ganhará energia cinética durante a subida i.e. *acelerará*.

Como W_{mot} tem de ser realizado em 3 mins a potência média do motor terá de ser no mínimo de

$$P_{med} = \frac{W_{mot}}{\Delta t} \Leftrightarrow P_{med} = \frac{132\ \mathrm{kJ}}{3{,}0 \cdot 60\ \mathrm{s}} = 733{,}3\ \mathrm{W}\quad (730\ \mathrm{W})$$

Esta potência é aproximadamente um cavalo-vapor (1 cv = 736 W). Um aquecedor elétrico tem normalmente potências desta ordem.

Mecânica clássica – energia potencial

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 8, vol.1

Problema 2

A partir do fim do empurrão só a força gravitacional realiza trabalho. Sendo esta uma força conservativa, podemos resolver o problema aplicando o 2º teorema de trabalho-energia, $W_C = -\Delta E_p$. Definindo o zero do potencial gravitacional massa-Terra no ponto B (i.e. fazendo $h_B = 0$ m), temos então

$$W_C^{A\to B} = -\Delta E_{pg}^{A\to B} \Leftrightarrow W_C^{A\to B} = -(mgh_B - mgh_A) = -\left[(0{,}341\text{ kg})\cdot\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\right]\cdot(0 - 0{,}452\text{ m}) = 1{,}51\text{ J}$$

$$W_C^{A\to C} = -\Delta E_{pg}^{A\to C} \Leftrightarrow W_C^{A\to C} = -(mgh_C - mgh_A) = 0\text{ J}$$

$$W_C^{A\to D} = -\Delta E_{pg}^{A\to D} \Leftrightarrow W_C^{A\to D} = -(mgh_B - mgh_D) = -\left[(0{,}341\text{ kg})\cdot\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\right]\cdot(0{,}904\text{ m} - 0{,}452\text{ m}) = -1{,}51\text{ J}$$

(Note-se que o livro de texto usa o símbolo U para energia potencial.)

O valor da energia potencial nos pontos B, C e D é, da definição de energia potencial gravítica e origem que arbitrámos,

$$E_p(B) = mgh_B = 0\text{ J} \;\;;\;\; E_p(C) = mgh_C = 1{,}51\text{ J} \;\;;\;\; E_p(D) = mgh_D = 3{,}02\text{ J}$$

Finalmente, se o empurrão inicial fosse maior nada do escrito acima mudaria. A energia potencial não depende da velocidade; apenas da altura. O estudante é convidado a repetir o problema definindo um novo zero para o potencial, p.ex. $h_A = 0$ m.

Problema 9

Não havendo atrito há conservação de energia mecânica. Fazendo o zero do potencial gravítico camião-Terra na base da rampa temos, notando também que $130\frac{\text{km}}{\text{h}} = 36{,}11\frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$$\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E_c^{\text{base}} + E_{pg}^{\text{base}} = E_c^{\text{topo}} + E_{pg}^{\text{topo}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_{\text{base}}^2 + 0 = 0 + mgh_{\text{topo}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\cdot\left(36{,}11\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 0$$
$$= 0 + m\cdot\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\cdot h_{\text{topo}} \Leftrightarrow h_{\text{topo}} = 66{,}53\text{ m}$$

Esta altura corresponde a um comprimento ao longo da rampa de

$$c = \frac{h}{\text{sen }15º} = 257\text{ m} \quad (260\text{ m})$$

Note-se que nenhum dos cálculos não depende da massa do camião, pelo que o resultado seria o mesmo se a esta fosse maior ou menor. Já a rapidez do camião na chegada à base influencia o comprimento mínimo para parar. Quanto mais rápido o camião vier, mais longa terá de ser a rampa.

Na prática as rampas de emergência são bem mais pequenas do que isto porque o seu piso é de areia grossa, o que causa bastante atrito entre os veículos e o piso.

Problema 33

Das três forças atuantes, uma (normal) não realiza trabalho e as outras duas (peso, força elástica) são conservativas. Assim sendo, a energia mecânica do sistema lata-mola-Terra conserva-se e basta-nos recorrer a esse facto para resolver o problema. Designemos por A, B e C respetivamente os pontos de compressão máxima da mola, de relaxação da mola e solo. Fazendo a origem do potencial gravitacional no solo temos, nos pontos A e B,

$$E_m^A = E_m^B \Leftrightarrow E_c^A + E_{pg}^A + E_{p.elast}^A = E_c^B + E_{pg}^B + E_{p.elast}^B \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A + \frac{1}{2}kx_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B + \frac{1}{2}kx_B^2$$

onde x é o elongamento da mola ($x = 0\ \mathrm{m}$ no ponto de relaxação). Simplificando e substituindo os valores do enunciado temos a rapidez no ponto B:

$$0 + mgh_A + \frac{1}{2}kx_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B + 0 \Leftrightarrow v_B^2 = \sqrt{2g(h_A - h_B) + \frac{kx_A^2}{m}} \Leftrightarrow v_B$$

$$= \sqrt{2 \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot [(1{,}20\ \mathrm{m} - 1{,}00\ \mathrm{m}) \cdot (\sin 37{,}0^{\text{o}})] + \frac{\left(170\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) \cdot (0{,}200\ \mathrm{m})^2}{2\ \mathrm{kg}}} = 2{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Note-se que se a constante da mola fosse muito grande a parcela $2g(h_A - h_B)$ da soma seria desprezável e teríamos $v_B \approx x\sqrt{\frac{k}{m}}$. Esta é uma aproximação que aparece por vezes em problemas práticos.

No ponto C deixamos de ter força elástica e a rapidez da lata é

$$E_m^C = E_m^B \Leftrightarrow E_c^C + E_{pg}^C = E_c^B + E_{pg}^B \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Leftrightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gh_B} \Leftrightarrow v_C$$

$$= \sqrt{\left(2{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot [(1{,}00\ \mathrm{m}) \cdot (\sin 37^{\text{o}})]} = 4{,}19\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 53

No trajeto entre A e B apenas o peso realiza trabalho, pelo que podemos aplicar a conservação de energia mecânica para calcular a rapidez a que o bloco chega a B. Fazendo a origem do potencial gravitacional no ponto A temos

$$E_m^A = E_m^B \Leftrightarrow E_c^A + E_{pg}^A = E_c^B + E_{pg}^B \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Leftrightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh_B} \Leftrightarrow v_B$$

$$= \sqrt{\left(6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 2 \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (1{,}1\ \mathrm{m})} = 3{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Agora, na parte entre B e C há atrito e esta força realiza trabalho não-conservativo. Não podemos aplicar a conservação de energia mecânica mas podemos aplicar o 3º teorema de trabalho-energia, $W_{NC} = \Delta E_m$. Vem então, calculando o trabalho da força de atrito explicitamente,

$$W_{NC} = \Delta E_m \Leftrightarrow W_{f_k} = E_m^C - E_m^B \Leftrightarrow |\vec{f_k}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\measuredangle(f_k, \Delta r) = 0 - \frac{1}{2}mv_B^2 \Leftrightarrow \mu_k mg \cdot d \cdot (-1) = -\frac{1}{2}mv_B^2 \Leftrightarrow d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} \Leftrightarrow d = \frac{\left(3{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 0{,}60 \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} = 1{,}228\ \mathrm{m}\quad (1{,}2\ \mathrm{m})$$

Não precisámos de incluir a força gravitacional neste último cálculo porque esta não realiza trabalho no deslocamento entre B e C.

Problema 56

Novamente podemos usar aqui o 3º teorema de trabalho-energia, $W_{NC} = \Delta E_m$. Designemos por A o ponto onde começa a subida e B o ponto de paragem. Definindo o zero do potencial gravitacional no ponto A e aplicando o 3º teorema entre A e B temos, juntando trigonometria,

$$W_{NC} = \Delta E_m \Leftrightarrow W_{f_k} = E_m^B - E_m^A \Leftrightarrow |\vec{f_k}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\measuredangle(f_k, \Delta r) = E_c^B + E_{pg}^B - \left(E_C^A + E_{pg}^B\right) \Leftrightarrow \mu_k F_N \cdot d \cdot (-1) = (0 + mgh_B) - E_C^A \Leftrightarrow -(\mu_k mg\cos 30º) \cdot d = mgd\,\mathrm{sen}\,30º - E_C^A \Leftrightarrow d = \frac{E_C^A}{mg(\mathrm{sen}\,30º + \mu_k\cos 30º)}$$

Substituindo valores do enunciado vem

$$d = \frac{128\ \mathrm{J}}{(4{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 0{,}30\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 4{,}297\ \mathrm{m}\quad (4{,}3\ \mathrm{m})$$

Mecânica clássica – impulso e momento linear

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 9, vol.1

Problema 2

O centro de massa de um sistema de partículas pontual é dado por (M é a massa total)

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{r}_i$$

que, decomposto em componentes *x* e *y*, leva a

$$r_x^{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i \quad ; \quad r_y^{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i$$

Olhando à posição das várias massas na figura temos, a 2 alg.sig.,

$$r_x^{CM} = \frac{1}{(3{,}0 + 4{,}0 + 8{,}0)\ \mathrm{kg}} \cdot [(3{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (0\ \mathrm{m}) + (4{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (2\ \mathrm{m}) + (8{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (1\ \mathrm{m})] = 1{,}1\ \mathrm{m}$$

$$r_y^{CM} = \frac{1}{(3{,}0 + 4{,}0 + 8{,}0)\ \mathrm{kg}} \cdot [(3{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (0\ \mathrm{m}) + (4{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (1\ \mathrm{m}) + (8{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (2\ \mathrm{m})] = 1{,}3\ \mathrm{m}$$

Se m_3 aumentar o centro de massa tenderá a deslocar-se na sua direção, em ambos os eixos. Basta substituir p.ex. $m_3 = 20$ kg nas expressões para verificar isso. No limite em que m_3 é extremamente massivo, o centro de massa praticamente coincide com a posição dessa massa.

Problema 15

Na explosão apenas atuam forças internas. Assim, o momento linear[2] total do projétil mantém-se, ainda que este se divida em duas partes. Imediatamente antes da explosão o projétil tinha velocidade segundo *x* de

$$v_x = v_{0x} = \left(20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot \cos(60º) = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Imediatamente após a explosão, atendendo à conservação do momento linear, a que os dois fragmentos têm a mesma massa e que um deles fica com velocidade nula (tanto em *x* como em *y*), temos

$$\Delta\vec{p} = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_f = \vec{p}_i \Leftrightarrow m v_x^{\mathrm{antes}} = \frac{m}{2} \cdot v_{1x}^{\mathrm{depois}} + \frac{m}{2} \cdot v_{2x}^{\mathrm{depois}} \Leftrightarrow 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{1}{2} \cdot \left(0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \frac{1}{2} v_{2x}^{\mathrm{depois}} \Leftrightarrow v_{2x}^{\mathrm{depois}} = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Para o eixo dos *yy* a velocidade é nula para ambos os fragmentos, novamente pela conservação de momento linear. No que se segue vamos precisar do instante da explosão, i.e. em que v_y se anula, que é

$$v_y = v_{0y} - gt \Leftrightarrow 0\ \mathrm{m} = \left(20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(60º) - \left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) t \Leftrightarrow t = 1{,}77\ \mathrm{s}$$

[2] A quantidade 'momento linear' é por vezes também designada de 'quantidade de movimento'.

Fazendo a origem do referencial no local de tiro, a explosão acontece a uma altitude e posição horizontal de respetivamente

$$y_{max} = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow y_{max} = \left(20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(60º) \cdot (1{,}77\ \mathrm{s}) - \left(4{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (1{,}77\ \mathrm{s})^2 = 15{,}3\ \mathrm{m}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t \Leftrightarrow x = 0\ \mathrm{m} + \left(20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(60º) \cdot (1{,}77\ \mathrm{s}) = 17{,}7\ \mathrm{m}$$

Após a explosão o fragmento 2 entra em movimento de projétil, com posições segundo *x* e *y* dadas por, do exposto acima e reajustando o tempo para $t = 0$ s no momento da explosão,

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17{,}7\ \mathrm{m} + \left(20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)t \\ y = 15{,}3\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

O tempo de queda do fragmento 2 é então

$$0\ \mathrm{m} = 15{,}3\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{15{,}3\ \mathrm{m}}{4{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 1{,}77\ \mathrm{s}$$

E o fragmento estará em

$$x = 17{,}7\ \mathrm{m} + \left(20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (1{,}77\ \mathrm{s}) = 53{,}1\ \mathrm{m} \quad (53\ \mathrm{m})$$

Um alcance maior do que se não tivesse havido explosão. Nesse caso o projétil teria alcançado apenas 35,4 m.

Problema 18

Escolhendo o sentido do movimento antes do choque como positivo, o momento linear inicial da bola é

$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i \Leftrightarrow \vec{p}_i = (0{,}70\ \mathrm{kg}) \cdot \left(5{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} = \left(3{,}5\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

Após o ricochete o momento linear é

$$\vec{p}_f = m\vec{v}_f \Leftrightarrow \vec{p}_f = (0{,}70\ \mathrm{kg}) \cdot \left(-2{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} = \left(-1{,}4\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

A variação de momento é pois

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i \Leftrightarrow \Delta\vec{p} = \left(-1{,}4\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(3{,}5\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} = \left(-4{,}9\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

E o módulo da variação é então 4,9 kg.m/s.

Problema 23

Para encontrar a velocidade final da bola basta aplicar o teorema do momento-impulso (livro de texto, p.228) $\vec{I} = \Delta\vec{p}$.[3] Dos valores e sentidos indicados no enunciado temos então

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \Leftrightarrow (-32,4\ \mathrm{N.s})\ \hat{\mathbf{i}} = (0{,}40\ \mathrm{kg}) \cdot \vec{v}_f - (0{,}40\ \mathrm{kg}) \cdot \left(14 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \hat{\mathbf{i}} \Leftrightarrow \vec{v}_f = -67 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \hat{\mathbf{i}}$$

Velocidade final de módulo 67 m/s, sentido negativo dos *xx*.

A intensidade (ou módulo ou magnitude) média da força pode ser calculada da expressão 9-35 da p.228 do livro de texto:

$$I = F_{med}\Delta t \Leftrightarrow F_{med} = \frac{32{,}4\ \mathrm{N.s}}{0{,}027\ \mathrm{s}} = 1200\ \mathrm{N}$$

Esta força atua no mesmo sentido do impulso, sentido negativo dos *xx*.

Problema 42

Novamente, como na explosão apenas atuam forças internas, basta-nos aplicar a conservação do momento linear. Identificando norte com $+y$ e este com $+x$ e notando que '30º norte do leste' significa 30º com o eixo horizontal positivo dos *xx* temos

$$\Delta\vec{p} = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_f = \vec{p}_i \Leftrightarrow (2{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot \left(3{,}0 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \hat{\mathbf{j}} + (2{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot \left[\left(5{,}0 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cos(30º) \hat{\mathbf{i}} + \left(5{,}0 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \mathrm{sen}(30º) \hat{\mathbf{j}}\right] = (4{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot \vec{v}_i$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}_i = \left(2{,}17 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \hat{\mathbf{i}} + \left(2{,}75 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \hat{\mathbf{j}}$$

A rapidez (i.e. módulo da velocidade instantânea) é então de $v_f = |\vec{v}_f| = \sqrt{\left(2{,}17 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(2{,}75 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 3{,}5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Problema 49

A rapidez de embate da bala pode ser encontrada aplicando a conservação de energia mecânica na subida do pêndulo e a conservação de momento linear no embate. Designando *i* e *f* como os instantes imediatamente antes e após o embate e 'topo' como a situação de altura máxima do pêndulo, temos

$$E_m^{\mathrm{topo}} = E_{mf} \Leftrightarrow E_{pg}^{\mathrm{topo}} = E_{cf} \Leftrightarrow (m_{\mathrm{bala}} + m_{\mathrm{pend}}) \cdot g h_{max} = \frac{1}{2}(m_{\mathrm{bala}} + m_{\mathrm{pend}}) v_f^2 \Leftrightarrow v_f = \sqrt{2 g h_{\mathrm{max}}} = 1{,}534 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Inserindo este resultado na expressão da conservação do momento segundo o eixo do movimento da bala, $\Delta p = 0$, temos

$$\Delta p = 0 \Leftrightarrow p_f = p_i \Leftrightarrow m_{\mathrm{bala}} v_i = (m_{\mathrm{bala}} + m_{\mathrm{pend}}) \cdot v_f \Leftrightarrow v_i = \frac{0{,}010\ \mathrm{kg}}{2{,}0\ \mathrm{kg} + 0{,}010\ \mathrm{kg}} \cdot \left(1{,}534 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 308 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(310 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Em km/h são cerca de 1100 km/h.

---

[3] O livro de texto usa a letra J para impulso, i.e. escreve $\vec{J}$ e não $\vec{I}$.

Problema 61

Na colisão o momento linear conserva-se. Sendo a colisão elástica, também a energia cinética se conserva e podemos construir um sistema de duas equações e duas incógnitas. Segundo a direção do movimento temos então

$$\begin{cases}\Delta p = 0 \\ \Delta E_c = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (0{,}34\ \mathrm{kg}) \cdot \left(1{,}2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = (0{,}34\ \mathrm{kg}) \cdot \left(0{,}66 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2}(0{,}34\ \mathrm{kg}) \cdot \left(1{,}2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = \frac{1}{2}(0{,}34\ \mathrm{kg}) \cdot \left(0{,}66 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(0{,}408 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right) = \left(0{,}2244 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right) + m_2 v_{2f} \\ 0{,}245\ \mathrm{J} = 0{,}074\ \mathrm{J} + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 v_{2f} = \left(0{,}184 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right) \\ m_2 v_{2f}^2 = 0{,}342\ \mathrm{J} \end{cases}$$

Substituindo a 1ª equação na 2ª temos

$$\begin{cases} m_2 v_{2f} = \left(0{,}184 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right) \\ (m_2 v_{2f}) \cdot v_{2f} = 0{,}342\ \mathrm{J} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - - - \\ \left(0{,}184 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot v_{2f} = 0{,}342\ \mathrm{J} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - - - \\ v_{2f} = \frac{0{,}342\ \mathrm{J}}{\left(0{,}184 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right)} = 1{,}86 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

Substituindo este valor de volta na 1ª equação obtemos finalmente todas as quantidades pedidas:

$$\begin{cases} m_2 \cdot \left(1{,}86 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = \left(0{,}184 \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}\right) \\ v_{2f} = 1{,}86 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 0{,}099\ \mathrm{kg} \quad (0{,}10\ \mathrm{kg}) \\ v_{2f} = 1{,}86 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(1{,}9 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \end{cases}$$

Mecânica clássica – momento de forças e rotação

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 10, vol.1

Problema 1

Passando os comprimentos às unidades SI temos

$$v = \frac{85 \text{ mi}}{1 \text{ h}} = \frac{85 \cdot (1610 \text{ m})}{3600 \text{ s}} = 38\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad t_{\text{voo}} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{60 \text{ pés}}{38\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{60 \cdot (0{,}3048 \text{ m})}{38\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}481 \text{ s}$$

Durante este tempo a bola realiza então

$$\Delta\theta = \omega t = \left(1800\frac{\text{rot}}{\text{m}}\right) \cdot (0{,}481 \text{ s}) = \frac{1800 \text{ rot}}{60 \text{ s}} \cdot (0{,}481 \text{ s}) = 14{,}44 \text{ rot} \quad (14 \text{ rot})$$

Problema 10

Trata-se de um problema elementar de movimento circular uniformemente variado (MCUV). As expressões da posição, velocidade e aceleração angular vêm descritas na tabela 10-1 do livro de texto, p.266, e são semelhantes às do MRUV:

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \alpha = cte \end{cases}$$

Passando 2ª expressão a minutos tiramos a aceleração angular pretendida:

$$3000 \text{ rpm} = 1200 \text{ rpm} + \alpha \cdot (12 \text{ s}) \Leftrightarrow \alpha = \frac{1800 \text{ rpm}}{0{,}2 \text{ min}} = 9000 \text{ rot/min}^2$$

Da 1ª expressão obtemos as rotações executadas, que são, nas unidades 1 rotação e minuto,

$$\Delta\theta = (1200 \text{ rpm}) \cdot (0{,}2 \text{ min}) + \frac{1}{2}\left(9000\frac{\text{rot}}{\text{min}^2}\right) \cdot (0{,}2 \text{ min})^2 = 420 \text{ rot}$$

Problema 23

A nave está em movimento circular uniforme (MCU). Em unidades SI temos

$$R = 3220 \text{ km} = 3{,}22 \times 10^6 \text{ m} \quad ; \quad v = \frac{29\,000 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{29\,000 \cdot (1000 \text{ m})}{3600 \text{ s}} = 8056\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A velocidade angular e aceleração radial são então

$$v = \omega R \Leftrightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{8056\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}22 \times 10^6\ \text{m}} = 2{,}5 \times 10^{-3}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad ; \quad a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(8056\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{3{,}22 \times 10^6\ \text{m}} = 20{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A aceleração tangencial é nula porque num MCU o módulo da velocidade não se altera; apenas a *direção* da mesma.

Problema 33

Aplicando $E_c^{\text{rot}} = \frac{1}{2} I\omega^2$ e passando ao SI de unidades (1 rot = 2πrad) temos simplesmente

$$24\ 400\ \text{J} = \frac{1}{2} I \cdot \left(602 \cdot \frac{2\pi}{60\ \text{s}}\right)^2 \Leftrightarrow I = 12{,}3\ \text{kg.m}^2$$

Problema 36

Calculemos o momento de inércia nos três casos, pela definição $I = \sum_i m_i r_i^2$. Recordemos que para efeitos desta definição $\vec{r}_i$ é o raio-vetor de desde o eixo de rotação até à partícula *i*. Temos então

$$I_{123} = \sum_{i=1,2,3} m_i r_i^2 = (10{,}0\ \text{g}) \cdot (2{,}00\ \text{cm})^2 + (10{,}0\ \text{g}) \cdot (4{,}00\ \text{cm})^2 + (10{,}0\ \text{g}) \cdot (6{,}00\ \text{cm})^2 = 560\ \text{g.cm}^2$$

$$I_{23} = \sum_{i=2,3} m_i r_i^2 = (10{,}0\ \text{g}) \cdot (4{,}00\ \text{cm})^2 + (10{,}0\ \text{g}) \cdot (6{,}00\ \text{cm})^2 = 520\ \text{g.cm}^2$$

$$I_{12} = \sum_{i=1,2} m_i r_i^2 = (10{,}0\ \text{g}) \cdot (2{,}00\ \text{cm})^2 + (10{,}0\ \text{g}) \cdot (4{,}00\ \text{cm})^2 = 200\ \text{g.cm}^2$$

A retirada das partículas 1 e 3 implica diminuições para $520/560 = 93\%$ e $200/560 = 36\%$ do momento de inércia inicial, respetivamente. Isto corresponde a perdas de 7% e 64%.

De notar que o efeito é muito maior quando se retira a massa mais distante do eixo, apesar de esta ter a mesma massa de qualquer outra das partículas. É a sua posição em relação ao eixo que faz a diferença.

Problema 49

Um problema de simples aplicação de fórmulas. A aceleração angular média é então

$$\alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{(6{,}20 - 0)\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{0{,}220\ \text{s}} = 28{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

e o momento de forças é, em média, de

$$\tau_{med} = I\alpha_{med} \Leftrightarrow \tau_{med} = (12{,}0\ \text{kg.m}^2) \cdot \left(28{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) = 338\ \text{N.m}$$

Problema 59

O momento de inércia de um aro massivo girando sobre um eixo central e perpendicular ao seu plano é (tabela 10-2, p.272) $I = MR^2$. No nosso caso temos $I = (32{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot (1{,}20\ \mathrm{m})^2 = 46{,}1\ \mathrm{kg.m^2}$. A energia cinética de rotação deste aro é então

$$E_c^{\mathrm{rot}} = \frac{1}{2} I\omega^2 \Leftrightarrow E_c^{\mathrm{rot}} = \frac{1}{2}(46{,}1\ \mathrm{kg.m^2}) \cdot \left(280 \cdot \frac{2\pi}{60\ \mathrm{s}}\right)^2 = 19{,}8\ \mathrm{kJ}$$

O trabalho da travagem terá então de eliminar 19,8 kJ de energia cinética em 15,0 s, o que corresponde a uma potência de

$$P_{med} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{19{,}8\ \mathrm{kJ}}{15{,}0\ \mathrm{s}} = 1{,}32\ \mathrm{kW}$$

Mecânica de fluidos – hidrostática e hidrodinâmica

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 14, vol.2

Problema 3

A diferença de pressão entre o exterior e o interior é, passando a unidades SI (1 atm = 101 kPa),

$$p_{\text{int}} - p_{\text{ext}} = 1\ \text{atm} - 0{,}96\ \text{atm} = 0{,}04 \cdot (101\ 000\ \text{Pa}) = 4040\ \text{Pa}$$

Aplicando a definição de pressão obtemos a resultante das forças de pressão, cujo módulo é então

$$P = \frac{F}{A} \Leftrightarrow F = PA = (4040\ \text{Pa}) \cdot (3{,}4\ \text{m} \times 2{,}1\ \text{m}) = 28{,}8\ \text{kN}$$

Problema 11

O problema é em tudo semelhante ao anterior, tendo-se apenas que efetuar o cálculo extra da pressão da água a 100 m, que é[4]

$$p_{100\ \text{m}} = p_0 + \rho g h = p_0 + \left(1024 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot \left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (100\ \text{m}) = p_0 + 1004\ \text{MPa}$$

(Note-se que a água salgada tem densidade ligeiramente superior à água pura.) Do lado de dentro do submarino a pressão é, do enunciado, p_0. A diferença de pressões é então de 1004 MPa e a força necessária para abrir a escotilha

$$F = PA = (1{,}004 \times 10^6\ \text{Pa}) \cdot (1{,}2\ \text{m} \times 0{,}60\ \text{m}) = 723\ \text{kN} \quad (720\ \text{kN})$$

É uma força demasiado grande para ser produzida por um humano (cerca de 74 toneladas-força). Normalmente o submarino tem um sistema de alavancas ou explosivos para conseguir abrir a escotilha.

Problema 28

Aplicando o princípio de Pascal tem-se, associando a ‘1’ e ‘2’ as quantidades nos êmbolos pequeno e grande respetivamente,

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Leftrightarrow F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2 \Leftrightarrow F_1 = \frac{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} F_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} F_2 \Leftrightarrow F_1 = \frac{(3{,}80\ \text{cm})^2}{(53{,}0\ \text{cm})^2} \cdot (20\ 000\ \text{N}) = 103\ \text{N}$$

Note-se que as unidades da área cancelam, não sendo por isso necessário convertê-las ao SI. Cerca de 10,5 kgf são assim suficientes para levantar mais de 2 ton-f! É precisamente com sistemas de hidráulicos, baseados no princípio de Pascal, que funciona toda a maquinaria de trabalho pesado.

---

[4] A pressão atmosférica é normalmente designada por p_0 ou p_{atm}.

Problema 31

Se a âncora aparenta ser 200 N mais leve dentro de água é porque é esse o valor da força de impulsão[5] que recebe da água. Pelo princípio de Arquimedes esse valor é igual ao peso de água deslocada pela âncora e temos

$$F_I = \rho g \cdot Vol \Leftrightarrow 200\ \mathrm{N} = \left(1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot Vol \Leftrightarrow Vol = 2{,}04 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$$

Ora como a âncora desloca um volume de água igual ao seu próprio volume, esta tem então 2,04 dm^3 de volume.

Sabendo o volume da âncora podemos calcular o peso desta quando tirada da água. A âncora pesará então

$$F_g = mg = (\rho_{\mathrm{Fe}}.Vol) \cdot g \Leftrightarrow F_g = \left(7870\ \frac{\mathrm{kg}^3}{\mathrm{m}}\right) \cdot (2{,}04 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}^3) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 1{,}57\ \mathrm{kN} \quad (1{,}6\ \mathrm{kN})$$

Problema 49

Para resolver este problema basta aplicar a equação de continuidade, vulgo conservação do caudal, R_v[6]. O caudal na mangueira é de

$$R_v = Av \Leftrightarrow R_v = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 v \Leftrightarrow R_v = \pi \left(\frac{0{,}019\ \mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot \left(0{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 2{,}58 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

À saída do borrifador temos, da equação de continuidade, o mesmo caudal. Para os 24 furos vem então

$$R_v = 24 \times \left[\pi \left(\frac{0{,}0013\ \mathrm{m}}{2}\right)^2 v_{\mathrm{furos}}\right] \Leftrightarrow 2{,}58 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} = (3{,}19 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}^2) \cdot v_{\mathrm{furos}} \Leftrightarrow v_{\mathrm{furos}} = 8{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 57

Assumimos que o escoamento é ideal. Como tal, as equações de continuidade e de Bernoulli são válidas. Aplicando a primeira aos pontos 1 e 2 do desenho do enunciado temos

$$R_v^{(1)} = R_v^{(2)} \Leftrightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \Leftrightarrow \pi \left(\frac{d_1^2}{2}\right) \cdot v_1 = \pi \left(\frac{d_2^2}{2}\right) \cdot v_2 \Leftrightarrow v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot v_1 \Leftrightarrow v_2 = \frac{(2{,}5\ \mathrm{cm})^2}{(1{,}2\ \mathrm{cm})^2} \cdot \left(0{,}90\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$
$$= 3{,}91\ \mathrm{m/s}$$

Fazendo a origem do potencial gravitacional ao nível do ponto 1 e aplicando agora a equação de Bernoulli nos mesmos pontos vem

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \Leftrightarrow 170\,000\ \mathrm{Pa} + \frac{1}{2}\left(1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot \left(0{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 0$$
$$= p_2 + \frac{1}{2}\left(1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot \left(3{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (7{,}6\ \mathrm{m}) \Leftrightarrow p_2 = 88{,}3\ \mathrm{kPa} \quad (88\ \mathrm{kPa})$$

[5] O livro de texto chama à impulsão “força de empuxo”.

[6] Outro símbolo usual para o caudal, ou ‘razão de vazão’, é Q.

Não é à partida claro se esta pressão é absoluta ou manométrica (i.e. relativa). No entanto, dado que p_2 é inferior à pressão atmosférica (101 kPa), se se tratasse de uma pressão absoluta não haveria sequer escoamento. Concluímos pois, por exclusão de partes, que se trata de uma pressão relativa.

Mecânica ondulatória – movimento harmónico simples

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 15, vol.2

Problema 7

Este é um problema elementar de movimento harmónico simples (MHS), destinado a familiarizar o estudante com os conceitos em jogo neste tipo de movimento.

O período é o tempo que leva ao sistema realizar um ciclo completo de movimento. Este tira-se diretamente do enunciado: $T = 0{,}500$ s.

A frequência é o inverso do período e conta o n.º de ciclos/s: $f = \frac{1}{T} = 2{,}00$ Hz (ou, equivalentemente, $2{,}00\ \mathrm{s}^{-1}$).

A frequência angular é, por definição, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 4\pi$ Hz $= 12{,}6$ Hz.

A constante elástica de um sistema massa-mola que oscila em MHS relaciona-se com a frequência angular e a massa por $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow k = m\omega^2 \Leftrightarrow k = (0{,}500\ \mathrm{kg}) \cdot (4\pi\ \mathrm{Hz})^2 = 8\pi^2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 79{,}0\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

A rapidez máxima que o bloco atinge é proporcional à amplitude do movimento e frequência angular: $v_{max} = A\omega = (0{,}350\ \mathrm{m}) \cdot (4\pi\ \mathrm{Hz}) = 1{,}4\pi\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A força elástica restauradora é dada por $\vec{F} = -kx\,\hat{\mathbf{i}}$ com $\hat{\mathbf{i}}$ o versor unitário na direção do movimento e x o elongamento[7]. O módulo máximo desta força acontece quando o elongamento é máximo, i.e. quando $x = A$. Temos então $|F_{max}| = kA = \left(79{,}0\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) \cdot (0{,}350\ \mathrm{cm}) = 27{,}6$ N.

Finalmente, a expressão do elongamento como função do tempo num MHS é genericamente dada por

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

No nosso caso temos apenas de determinar ϕ. Se o bloco é lançado no instante $t = 0$ temos $x(0) = x_m$. Logo $\cos(\omega \cdot 0 + \phi) = 1$, i.e. $\phi = 0$. Com isto vem, no SI,

$$x(t) = (0{,}350\ \mathrm{m}) \cdot \cos[(12{,}6\ \mathrm{Hz}) \cdot t]$$

Problema 11

As expressões do elongamento, velocidade e aceleração num MHS são, no geral (à esquerda) e no nosso caso particular (à direita),

[7] O livro de texto chama-lhe 'deslocamento' – um termo brasileiro, tradução literal do inglês. Note-se também que o elongamento máximo, ou amplitude, é representado por x_m no livro de texto. Outros manuais utilizam A, de amplitude.

$$\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \\ v(t) = \dfrac{dx}{dt} = -A\omega\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi) \\ a(t) = \dfrac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = (6{,}0\ \mathrm{m}) \cdot \cos\left[(3\pi\ \mathrm{Hz}) \cdot t + \dfrac{\pi}{3}\right] \\ v(t) = \left(-18\pi\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot \mathrm{sen}\left[(3\pi\ \mathrm{Hz}) \cdot t + \dfrac{\pi}{3}\right] \\ a(t) = \left(-54\pi^2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \cos\left[(3\pi\ \mathrm{Hz}) \cdot t + \dfrac{\pi}{3}\right] \end{cases}$$

No instante indicado temos então, a 2 alg.sig., (note-se que '$t = 2$' não tem alg.sig. associados porque não é uma medição mas sim um valor *escolhido*)

$$\begin{cases} x(2\ \mathrm{s}) = (6{,}0\ \mathrm{m}) \cdot \cos\left[(3\pi\ \mathrm{Hz}) \cdot (2\ \mathrm{s}) + \dfrac{\pi}{3}\right] \\ v(2\ \mathrm{s}) = \left(-18\pi\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot \mathrm{sen}\left[(3\pi\ \mathrm{Hz}) \cdot (2\ \mathrm{s}) + \dfrac{\pi}{3}\right] \\ a(2\ \mathrm{s}) = \left(-54\pi^2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \cos\left[(3\pi\ \mathrm{Hz}) \cdot (2\ \mathrm{s}) + \dfrac{\pi}{3}\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(2\ \mathrm{s}) = (6{,}0\ \mathrm{m}) \cdot \cos\left[6\pi + \dfrac{\pi}{3}\right] \\ v(2\ \mathrm{s}) = \left(-18\pi\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot \mathrm{sen}\left[6\pi + \dfrac{\pi}{3}\right] \\ a(2\ \mathrm{s}) = \left(-54\pi^2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \cos\left[6\pi + \dfrac{\pi}{3}\right] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(2\ \mathrm{s}) = (6{,}0\ \mathrm{m}) \cdot \dfrac{1}{2} \\ v(2\ \mathrm{s}) = \left(-18\pi\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ a(2\ \mathrm{s}) = \left(-54\pi^2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(2\ \mathrm{s}) = 3{,}0\ \mathrm{m} \\ v(2\ \mathrm{s}) = -49\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ a(2\ \mathrm{s}) = -270\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{cases}$$

A fase do movimento é simplesmente o argumento do fator oscilante, i.e. $\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right)$rad ≈ 20 rad, que é equivalente a $\frac{\pi}{3} \approx 1{,}05$ rad pela periodicidade do coseno.

Do fator oscilante tiramos também que $\omega = 3\pi$ Hz, o que nos dá uma frequência e um período de $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1{,}5$ Hz e $T = \frac{1}{f} = 0{,}67$ s respetivamente.

Problema 28

A energia mecânica de um sistema massa-mola em MHS tem duas parcelas: uma parte cinética e uma potencial: $E_m = E_c + E_p^{\mathrm{elast}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Como a força elástica é uma força conservativa, a energia mecânica conserva-se, o que para o nosso sistema significa $1{,}00\ \mathrm{J} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$.

Substituindo na última expressão o ponto de elongamento nulo, $x = 0$ m, e notando que este ponto corresponde à rapidez máxima do bloco, obtemos a massa deste:

$$1{,}00\ \mathrm{J} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + 0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \cdot (1{,}00\ \mathrm{J})}{v_{max}^2} \Leftrightarrow m = \frac{2{,}00\ \mathrm{J}}{\left(1{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 1{,}39\ \mathrm{kg}$$

Substituindo agora o ponto de velocidade nula, que corresponde ao elongamento máximo, A, obtemos a constante elástica:

$$1{,}00\ \mathrm{J} = 0 + \frac{1}{2}kA^2 \cdot\!\Leftrightarrow m = \frac{2 \cdot (1{,}00\ \mathrm{J})}{(0{,}100\ \mathrm{m})^2} = 200\ \mathrm{N/m}$$

Finalmente, o período pode ser obtido de $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$. Substituindo valores temos $f = 1{,}91$ Hz.[8]

[8] Nota: ângulos são grandezas sem dimensão. Unidades de grandezas deste tipo não necessitam de ser incluídas nas expressões. Isto acontece p.ex. com a frequência angular e, como veremos mais abaixo, também com o n.º de onda.

Mecânica ondulatória – ondas sinusoidais

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 16, vol.2

Problema 1

O n.º de onda k relaciona-se com o comprimento de onda pela expressão $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. No nosso caso temos então

$$k = \frac{2\pi}{1{,}80\ \text{m}} = 3{,}49\ \text{rad/m}$$

Já a velocidade de propagação v (não confundir com velocidade transversal, dita u ou v_t) é dada por $v = \frac{\omega}{k}$ que, no caso em mãos, resulta em

$$v = \frac{110\ \text{rad/s}}{3{,}49\ \text{rad/m}} = 31{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Problema 8

Tendo a expressão $y(x,t)$ tem-se praticamente tudo o que há para saber sobre a onda em questão; basta aplicar fórmulas. Da forma explícita da expressão, $y(x,t) = 6{,}0\,\text{sen}(0{,}02\pi x + 4\pi t)$ (cm, s) tiramos diretamente $k = 0{,}02\pi\ \text{rad/cm}$ e $\omega = 4\pi\ \text{rad/s}$. Temos então…

Amplitude, y_m (ou A): vê-se também diretamente de $y(x,t)$ e é 6,0 cm.

Comprimento de onda, λ: aplica-se a relação com o n.º de onda e vem $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 100\ \text{cm}$.

Frequência, f: de $\omega = 2\pi f$ tira-se $f = 2{,}0$ Hz ou 2,0 rad/s.

Velocidade de propagação, v: aplicando p.ex. $\lambda = \frac{v}{f} \Leftrightarrow v = \lambda f$ tem-se $v = 200\ \text{cm/s}$.

Sentido de propagação: o sinal '+' antes de ω indica propagação no sentido *negativo* dos *xx*. Atenção a este trocadilho: sinal '+' é propagação no sentido *contrário* ao definido como positivo, e vice-versa. C.f. livro de texto, p.121.

Velocidade transversal máxima, $u_{\max}$ ou $v_t^{\max}$: sendo a onda sinusoidal, os pontos da corda vibram em MHS e por conseguinte $v_t^{\max} = A\omega = y_m\omega = 24\pi\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 75\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Deslocamento $y(3{,}5\,;0{,}26)$: basta substituir valores na expressão para $y(x,t)$. Tem-se assim $y(3{,}5\,;0{,}26) = 6\,\text{sen}[0{,}02\pi \cdot (3{,}5) + 4\pi \cdot (0{,}26)] = -2{,}0$, nas unidades da expressão, neste caso cm, e a 2 alg.sig.

Problema 17

A amplitude é dada no enunciado: $y_m = 1{,}2 \times 10^{-4}$ m e a frequência angular pode ser calculada diretamente de

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot (100\ \mathrm{Hz}) = 628\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Para o n.º de onda procedemos assim. A velocidade de propagação de uma onda mecânica numa corda tensa é $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$. Dos dados do enunciado isto resulta em, passando as unidades ao SI, $v = \sqrt{\frac{10{,}0\ \mathrm{N}}{0{,}500\ \mathrm{kg/m}}} = 4{,}47\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Aplicando agora $\lambda = \frac{v}{f}$ podemos achar o comprimento de onda, que é $\lambda = \frac{4{,}47\ \mathrm{m/s}}{100\ \mathrm{Hz}} = 0{,}0447$ m, com o qual podemos achar o n.º de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}0447\ \mathrm{m}} = 141\ \mathrm{m}^{-1}$$

O sinal precedendo ω é positivo, dado que é o oposto da direção de propagação, que é negativa. Com tudo isto podemos escrever a expressão para y:

$$y(x, y) = (1{,}2 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}) \cdot \mathrm{sen}[(141\ \mathrm{m}^{-1})\, x + (628\ \mathrm{s}^{-1})\, t]$$

Mecânica ondulatória – ondas sonoras

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 17, vol.2

Problema 5

A queda no poço é um movimento retilíneo uniformemente variado. Num referencial com origem no ponto de lançamento e sentido positivo dos *yy* para baixo, temos que a profundidade h se relaciona com o tempo de queda t_1 da seguinte forma:

$$y = y_0 + v_{0t} + \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}gt_1^2$$

Por outro lado, o som do choque leva um certo tempo t_2 a chegar à pessoa que deixou cair a pedra:

$$h = v_{som}t_2$$

Do enunciado sabemos que $t_1 + t_2 = 3$ s. Juntando estas três equações temos

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h = v_{som}t_2 \\ t_1 + t_2 = 3{,}00 \text{ s} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ \frac{1}{2}gt_1^2 = v_{som}t_2 \\ t_1 = 3 \text{ s} - t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ \frac{1}{2}g(3{,}00 \text{ s} - t_2)^2 = v_{som}t_2 \\ --- \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ \frac{1}{2}\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)[(3{,}00 \text{ s})^2 - 2t_2(3{,}00 \text{ s}) + t_2^2] = \left(343\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t_2 \\ --- \end{cases}$$

Depois de algumas simplificações a equação do meio vem, em unidades SI,

$$4{,}9\, t_2^2 - 372{,}4\, t_2 + 44{,}1 = 0 \Leftrightarrow t_2 = \frac{372{,}4 \pm \sqrt{372{,}4^2 - 4 \cdot 4{,}9 \cdot 44{,}1}}{2 \cdot 4{,}9} \Leftrightarrow t_2 = \begin{cases} 0{,}119 \text{ s} \\ 75{,}9 \text{ s} \end{cases}$$

A 1ª solução é física e temos, inserindo t_2 de volta em $h = v_{som}t_2$,

$$h = \left(343\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot (0{,}119 \text{ s}) = 40{,}8 \text{ m}$$

Compare-se com o valor que se obteria se se desprezasse a velocidade do som:

$$h_{\text{falso}} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow h_{\text{falso}} = \frac{1}{2}\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (3 \text{ s})^2 = 44{,}1 \text{ m}$$

valor que corresponderia a um erro de quase 9%.

Problema 11

Ondas sonoras progressivas não são senão ondas mecânicas longitudinais e sinusoidais. Este problema acaba assim por ser apenas um problema de revisão. Escrevamos a expressão $s(x, t)$ para elongamentos de -2 nm e 2 nm:

$$2{,}0 \text{ nm} = (6{,}0 \text{ nm}) \cdot \cos\left[kx + \left(3000\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_1 + \phi\right]$$

$$-2{,}0\ \text{nm} = (6{,}0\ \text{nm}) \cdot \cos\left[kx + \left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_2 + \phi\right]$$

Há várias maneiras de extrair das duas equações aquilo que nos interessa, que é o intervalo $t_2 - t_1$. Para continuar notemos que todas as moléculas pelas quais passa a onda levam o mesmo tempo a ir de 2 nm a -2 nm. O intervalo de tempo será portanto o mesmo independentemente de x ou ϕ e podemos fazer estas duas quantidades iguais a zero para simplificar o resto dos cálculos. Temos então

$$\begin{cases} 2{,}0\ \text{nm} = (6{,}0\ \text{nm}) \cdot \cos\left[\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_1\right] \\ -2{,}0\ \text{nm} = (6{,}0\ \text{nm}) \cdot \cos\left[\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_2\right] \end{cases}$$

Isolando os tempos vem

$$\begin{cases} \frac{1}{3} = \cos\left[\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_1\right] \\ -\frac{1}{3} = \cos\left[\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_2\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_1 = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) \\ \left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot t_2 = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) \end{cases}$$

Devido à periodicidade do coseno as equações acima tem múltiplas soluções (na verdade, tem infinitas soluções). A calculadora dá-nos apenas uma delas, chamada ‘argumento principal’. Usando esta solução temos

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{1}{\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)} \cdot 1{,}23\ \text{rad} \\ t_2 = \dfrac{1}{\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)} \cdot 1{,}91\ \text{rad} \end{cases} \Leftrightarrow \quad t_2 - t_1 = \frac{1}{\left(3000\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)} \cdot (1{,}91 - 1{,}23)\ \text{rad} = 2{,}27 \times 10^{-4}\text{s}$$
$$= 0{,}227\ \text{ms} \quad (0{,}23\ \text{ms})$$

com a ressalva indicada de que esta solução não é única.

Problema 24

À medida que o som se afasta da fonte a potência de 1,00 W é dispersa por uma área esférica cada vez maior. A uma distância r da fonte temos então

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \to \begin{cases} I_{1\ \text{m}} = \dfrac{1{,}00\ \text{W}}{4\pi \cdot (1\ \text{m})^2} = 0{,}0796\ \text{W/m}^2 \\ I_{2{,}5\ \text{m}} = \dfrac{1\ \text{W}}{4\pi \cdot (2{,}5\ \text{m})^2} = 0{,}0127\ \text{W/m}^2 \end{cases}$$

Problema 26

O exemplo 17-5 do livro de texto (p.160-1) é muito semelhante a este problema, que se reduz-se ao manuseio de logaritmos. Seja n_2 o mais intenso dos sons. Pela definição de decibel para os dois sons temos níveis

$$\beta_1 = (10\ \text{dB}) \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \quad ; \quad \beta_2 = (10\ \text{dB}) \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)$$

O que pretendemos aqui é obter I_1/I_2. Sabemos também, do enunciado, que $\beta_2 - \beta_1 = 1{,}0$ dB. Subtraindo a 1ª equação da 2ª temos, usando $\log A - \log B = \log\left(\frac{A}{B}\right)$,

$$\beta_2 - \beta_1 = (10\text{ dB}) \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - (10\text{ dB}) \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Leftrightarrow 1{,}0\text{ dB} = (10\text{ dB}) \cdot \log\left(\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}}\right) \Leftrightarrow 1{,}0\text{ dB} = (10\text{ dB}) \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 0{,}10 = \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

Para isolar o quociente temos de elevar ambos os membros da equação à 10ª potência e usar $10^{\log x} = x$

$$10^{0{,}10} = 10^{\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)} \Leftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = 1{,}26 \quad (1{,}3)$$

Nota: ‘levantar a 10’ e ‘tirar o log de base 10’ são operações inversas. Logo, tanto se tem que $10^{\log x} = x$ como $\log 10^x = x$.

Problema 28

Basta aplicar a fórmula da intensidade sonora e a definição de decibel. Temos simplesmente

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \Leftrightarrow I = \frac{1{,}00 \times 10^{-6}\text{ W}}{4\pi \cdot (3{,}00\text{ m})^2} = 8{,}84 \times 10^{-9}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\beta = (10\text{ dB}) \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow \beta = (10\text{ dB}) \cdot \log\left(\frac{\left(8{,}84 \times 10^{-9}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)}{10^{-12}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}}\right) = 39{,}5\text{ dB}$$

Termodinâmica – calorimetria e transferências de calor

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 18, vol.2

Problema 4

Simples problema de mudança de escala. Transformando os graus Celsius em Fahrenheit via $T_\mathrm{C} = \frac{5}{9}(T_\mathrm{F} - 32)$ temos

$$-71 = \frac{5}{9}(T_\mathrm{F} - 32) \Leftrightarrow T_\mathrm{F} = 96\ \text{ºF} \quad ; \quad T_C = \frac{5}{9}(134\ \text{ºF} - 32) = 56{,}7\ \text{ºC}$$

Problema 22

A amostra tem obviamente $n = \frac{m}{M} = \frac{30{,}0\ \mathrm{g}}{50{,}0\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}} = 0{,}600$ mol. Da relação entre de calor específico e aumento de temperatura temos

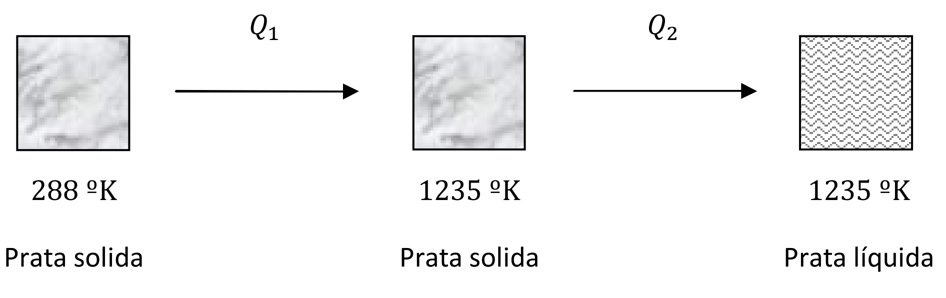
$$Q = cm\Delta T \Leftrightarrow 314\ \mathrm{J} = cm\left(T_f - T_i\right) \Leftrightarrow C = \frac{314\ \mathrm{J}}{0{,}0300\ \mathrm{kg} \cdot (45{,}0\ \text{ºC} - 25{,}0\ \text{ºC})} = 523\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg.\,ºC}}$$

Em termos molares temos um calor específico molar

$$Q = c_m n\Delta T \Leftrightarrow c_m = \frac{314\ \mathrm{J}}{0{,}600\ \mathrm{mol} \cdot (45\ \text{ºC} - 25\ \text{ºC})} = 26{,}2\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol.\,ºC}}$$

Problema 25

A energia que a prata vai receber terá primeiro de a aquecer até ao ponto de fusão e só depois fundi-la. Esquematicamente temos, em graus ºK



A quantidade de calor Q_1 aquecerá a prata e Q_2 derretê-la-á. Basta-nos apenas calcular estas quantidades. No caso de Q_1 temos um aquecimento e podemos escrever

$$Q_1 = c_\mathrm{Ag} m\Delta T \Leftrightarrow Q_1 = \left(236\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}.\text{ºK}\right) \cdot (0{,}130\ \mathrm{kg}) \cdot (1235\ \text{ºK} - 288\ \text{ºK}) = 29{,}0\ \mathrm{kJ}$$

Chegada a 1235 ºK a prata começa a fundir. Trata-se pois de uma transição de fase, pelo que precisaremos de usar outra expressão para calcular Q_2:

$$Q_2 = L_{fus}^{\mathrm{Ag}} m \Leftrightarrow L_{fus}^{\mathrm{Ag}} = \left(105 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right) \cdot (0{,}130 \text{ kg}) = 13{,}7 \text{ kJ}$$

No total, a fusão da prata requer pelo menos $Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = 42{,}7$ kJ de energia.

Note-se que a temperatura de fusão da prata é de 1235 ºK *à pressão atmosférica normal*. Sob pressões maiores a temperatura de fusão aumenta e vice-versa.

Problema 33

Trata-se de um problema integrado, onde temos de jogar com vários conceitos ao mesmo tempo. Os 200 L de água (recordemos que 1 L = 1 dm^3) representam uma massa de

$$m = \rho_{ag} \cdot Vol \Leftrightarrow m = \left(1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot (0{,}200 \text{ m}^3) = 200 \text{ kg}$$

Ora esta massa tem de ser aquecida de 20 ºC para 40 ºC. Para isso são necessários

$$Q = cm\Delta T \Leftrightarrow Q = \left(4180 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg.\,ºC}}\right) \cdot (200 \text{ kg}) \cdot (40 \text{ ºC} - 20 \text{ ºC}) = 16{,}7 \text{ MJ}$$

de energia sob a forma de calor. Para conseguir este aquecimento em uma hora é preciso transmitir à água circulante uma potência calorífica de

$$P = \frac{Q}{t} \Leftrightarrow P = \frac{16{,}7 \times 10^6 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 4{,}64 \text{ kW}$$

Como o painel solar, de rendimento $\eta = 20\%$, consegue, por metro quadrado, transmitir à água

$$\eta = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{incidente}}} = 20\% \Leftrightarrow 0{,}20 = \frac{P_{\text{util}}}{700 \text{ W}} \Leftrightarrow P_{\text{util}} = 140 \text{ W}$$

precisaremos então de uma área total de

$$A = \frac{\text{potência necessária}}{\text{potência útil/m}^2} = \frac{4{,}64 \times 10^3 \text{ W}}{140 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}} = 33{,}1 \text{ m}^2$$

para obter o aquecimento requerido no tempo desejado.

Problema 51

Basta passar o comprimento e área a unidades SI e aplicar a fórmula da potência conduzida:

$$P_{cond} = kA\frac{T_Q - T_F}{L} \Leftrightarrow P_{cond} = \left(401 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m.\,ºC}}\right) \cdot (900 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot \frac{125 \text{ ºC} - 10{,}0 \text{ ºC}}{0{,}250 \text{ m}} = 1660 \text{ W}$$

Problema 52

Um corpo à temperatura T colocado num ambiente à temperatura T_{amb} vai trocar com esse ambiente energia sob a forma de radiação. A expressão que nos dá o balanço energético dessa troca de calor é

$$P_{liq} = P_{abs} - P_{rad} = \sigma\varepsilon A T_{\mathrm{amb}}^4 - \sigma\varepsilon A T^4 = \sigma\varepsilon A\left(T_{\mathrm{amb}}^4 - T^4\right)$$

Atenção que esta expressão requer que a temperatura esteja em graus *Kelvin*. Tomando a temperatura do corpo humano como 37 ºC = 310 ºK e substituindo as outras estimativas temos

$$P_{liq} = \left(5{,}67 \times 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.\,ºK^4}}\right) \cdot 0{,}90 \cdot (2{,}0\ \mathrm{m^2}) \cdot [(3\ \mathrm{ºK})^4 - (310\ \mathrm{ºK})^4] = -943\ \mathrm{W}$$

Ao fim de 30 s o astronauta perderia então

$$Q = P_{liq} \cdot t \Leftrightarrow Q = (943\ \mathrm{W}) \cdot (30\ \mathrm{s}) = 28\ \mathrm{kJ} \approx 6800\ \mathrm{kcal}$$

Ou seja, 30 s no espaço correspondem à energia ingerida em alimentos em três dias!

Problema 54

Da expressão que define resistência térmica, $R = L/k$ (livro de texto, secção 18-12, p.200), tiramos facilmente

$$L_{\mathrm{poli}} = \left(30\,\frac{\mathrm{m^2.\,ºK}}{\mathrm{W}}\right) \cdot \left(0{,}024\,\frac{\mathrm{W.\,m}}{\mathrm{ºK}}\right) = 0{,}72\ \mathrm{m} = 72\ \mathrm{cm}\ \ ;\ \ L_{\mathrm{pinho}} = \left(30\,\frac{\mathrm{m^2.\,ºK}}{\mathrm{W}}\right) \cdot \left(0{,}11\,\frac{\mathrm{W.\,m}}{\mathrm{ºK}}\right) = 3{,}3\ \mathrm{m}$$

A espuma de poluretano é pois um isolante bem mais eficaz que a madeira, além de mais leve.

Problema 55

Uma esfera de raio R tem uma área superficial de $A = 4\pi R^2$. No nosso caso essa área é $A = 4\pi \cdot (0{,}500\ \mathrm{m})^2 = 3{,}14\ \mathrm{m^2}$. As taxas pretendidas são então, aplicando a lei de Stefan-Boltzmann,

$$P_{rad} = \sigma\varepsilon A T^4 \Leftrightarrow P_{rad} = \left(5{,}67 \times 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.\,ºK}}\right) \cdot 0{,}850 \cdot (3{,}14\ \mathrm{m^2}) \cdot (300\ \mathrm{ºK})^4 = 1{,}23\ \mathrm{kW}$$

$$P_{abs} = \sigma\varepsilon A T_{\mathrm{amb}}^4 \Leftrightarrow P_{abs} = \left(5{,}67 \times 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.\,ºK}}\right) \cdot 0{,}850 \cdot (3{,}14\ \mathrm{m^2}) \cdot (350\ \mathrm{ºK})^4 = 2{,}27\ \mathrm{kW}$$

$$P_{liq} = P_{abs} - P_{rad} = 1{,}04\ \mathrm{kW}$$

Eletromagnetismo – lei de Coulomb

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 21, vol.3

Problema 1

O módulo da força eletrostática entre duas cargas é dado pela lei de Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

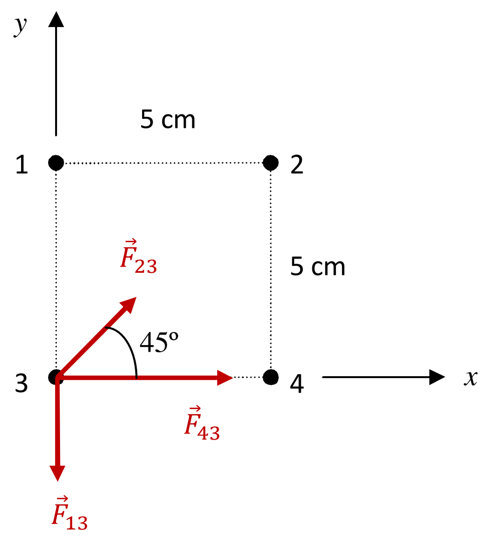
com $k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N.m^2/C^2}$ a constante eletrostática e r_{12} a distância entre as cargas. Substituindo dados do enunciado temos

$$5{,}70\ \mathrm{N} = \left(8{,}99 \times 10^9\ \frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{C^2}}\right) \cdot \frac{(26{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}) \cdot (47{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{r_{12}^2} \Leftrightarrow r_{12}^2 = 1{,}93\ \mathrm{m} \Leftrightarrow r_{12} = \pm 1{,}39\ \mathrm{m}$$

A solução negativa é não-física e temos portanto $r_{12} = 1{,}39$ m.

Problema 9

É imediato notar que a carga 3 é repelida pela carga 1 e atraída pela cargas 2 e 4. Desenhando as forças eletrostáticas temos



em que $\vec{F}_{ij}$ designa "força que a carga *i* exerce na carga *j*". Os módulos destas forças podem ser calculados da lei de Coulomb e temos, aplicando trigonometria elementar e $r_{32} = \sqrt{2} \cdot (0{,}05\ \mathrm{m})$,

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= k_e \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\cos(45^{\underline{o}}) + k_e \frac{|q_4||q_3|}{r_{43}^2} \\ &= \left(8{,}99 \times 10^9\ \frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{C^2}}\right) \cdot (200 \times 10^{-9}\ \mathrm{C}) \cdot \left[\frac{100 \times 10^{-9}\ \mathrm{C}}{\left(\sqrt{2} \cdot (0{,}05\ \mathrm{m})\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{200 \times 10^{-9}\ \mathrm{C}}{(0{,}05\ \mathrm{m})^2}\right] = 0{,}169\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

$$\Sigma F_y = k_e \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\text{sen}(45º) - k_e \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}$$

$$= \left(8{,}99 \times 10^9 \ \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right) \cdot (200 \times 10^{-9}\ \text{C}) \cdot \left[\frac{100 \times 10^{-9}\ \text{C}}{\left(\sqrt{2} \cdot (0{,}05\ \text{m})\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{100 \times 10^{-9}\ \text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2}\right] = -0{,}0465\ \text{N}$$

Na sua forma vetorial, a força resultante sobre a carga 3 seria então de $\vec{F} = (169\ \text{mN})\hat{\mathbf{i}} - (46{,}5\ \text{mN})\hat{\mathbf{j}}$.

Problema 28

A força eletrostática entre as gotas tem magnitude

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Leftrightarrow F = \left(8{,}99 \times 10^9 \ \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right) \cdot \frac{(1{,}00 \times 10^{-16}\ \text{C})^2}{(0{,}0100\ \text{m})^2} = 8{,}99 \times 10^{-19}\ \text{N}$$

Quanto ao excesso de eletrões, como dada eletrão uma carga de $e = -1{,}602 \times 10^{-19}$ C, cada gota terá então

$$n = \frac{1{,}00 \times 10^{-16}\ \text{C}}{1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}} = 624 \text{ eletrões}$$

Eletromagnetismo – campo elétrico

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

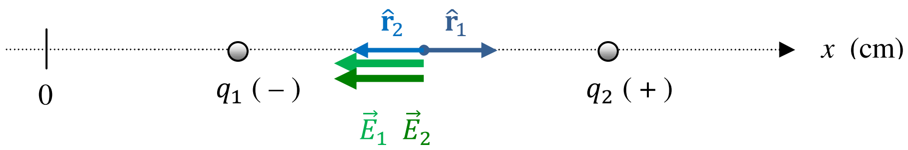
Resolução dos exercícios do capítulo 22, vol.3

Problema 6

O campo elétrico criado por uma carga pontual q num local à distância r desta é dado por

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}\hat{\mathbf{r}}$$

com $\hat{\mathbf{r}}$ o raio-vetor unitário de desde a carga até ao local à distância r, aplicado nesse local. Vejamos, com a ajuda de um desenho, todos estes conceitos em ação no nosso problema:



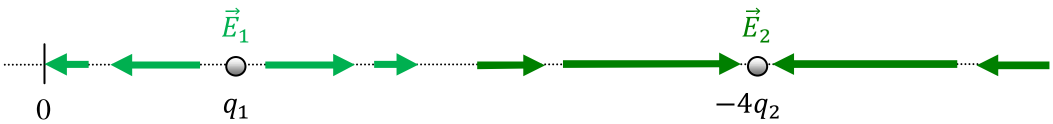
A azul temos os raios-vetor e a verde os campos associados. O estudante deve notar atentamente a diferença entre ambos: os raios-vetor apontam *de desde as cargas até aos locais onde se está a calcular o campo*. O campo apontará por seu turno *para a carga* se esta for *negativa* ou *afastando-se da carga* se for *positiva*. A expressão para $\vec{E}$ e o sinal das cargas encarregar-se-á depois de fazer com que tudo isto bata certo.

O campo a meio caminho entre as cargas é então, notando que $r_1 = r_2 = 7{,}50$ cm,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k_e\frac{q_1}{r_1^2}\hat{\mathbf{r}}_1 + k_e\frac{q_2}{r_2^2}\hat{\mathbf{r}}_2 \Leftrightarrow \left(8{,}99\times10^9\ \frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\cdot\left[\frac{-2{,}00\times10^{-7}\ \mathrm{C}}{(0{,}0750\ \mathrm{m})^2}\hat{\mathbf{i}} + \frac{2{,}00\times10^{-7}\ \mathrm{C}}{(0{,}0750\ \mathrm{m})^2}\hat{\mathbf{i}}\right]$$
$$= \left(-6{,}39\times10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

Problema 7

Desenhemos de novo a situação das cargas, juntamente com um esboço do campo elétrico em alguns pontos do eixo dos *xx* na sua vizinhança:



Do desenho vemos rapidamente que o campo elétrico total, a anular-se, só poderá ser à esquerda de q_1. Porquê? Vejamos: entre q_1 e q_2 os campos causados pelas cargas apontam no mesmo sentido, logo a sua soma vetorial não poderá anular-se. À direita de q_2 os campos apontam em sentidos opostos, mas não poderão anular-se porque o campo de q_2 é sempre superior ao de q_1, mercê do módulo da carga ser maior e a distância menor. É apenas à esquerda de q_1 que a soma vetorial poderá anular-se. Tal acontecerá num ponto x tal que:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Leftrightarrow k_e \frac{q_1}{d_{1x}^2}(-\hat{\mathbf{i}}) + k_e \frac{q_2}{d_{2x}^2}(+\hat{\mathbf{i}}) = 0 \Leftrightarrow \frac{-q_1}{(x - 0{,}20\ \mathrm{m})^2} = \frac{-4q_1}{(x - 0{,}70\ \mathrm{m})^2} \Leftrightarrow \frac{(x - 0{,}70\ \mathrm{m})^2}{(x - 0{,}20\ \mathrm{m})^2} = \frac{-4q_1}{-q_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 0{,}70\ \mathrm{m}}{x - 0{,}20\ \mathrm{m}} = \pm 2 \Leftrightarrow x - 0{,}70\ \mathrm{m} = \pm 2 \cdot (x - 0{,}20\ \mathrm{m}) \Leftrightarrow x \pm 2x = 0{,}70\ \mathrm{m} \pm 0{,}40\ \mathrm{m}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 1{,}1\ \mathrm{m} \\ -x = 0{,}30\ \mathrm{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0{,}37\ \mathrm{m} \\ x = -0{,}30\ \mathrm{m} \end{cases}$$

A solução de cima indica x à direita de $x_1 = 20$ cm, portanto é não-física. A solução física é então $x = -30$ cm. Por curiosidade indicamos que a solução não-física corresponde ao ponto entre as cargas onde os módulos dos campos são iguais. O campo em $x = 37$ cm anular-se-ia se as cargas tivessem o mesmo sinal.

Eletromagnetismo – potencial elétrico

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 24, vol.3

Problema 4

Como a força elétrica é conservativa, do 2º teorema de trabalho-energia temos $W_e = -\Delta E_{pe}$, onde o subscrito 'e' se refere a 'elétrico'. Juntando a isto a ligação entre potencial elétrico num ponto e energia potencial[9] de um sistema carga-campo nesse ponto, $E_p = qV$ temos

$$W_e^{A\to B} = -\Delta E_{pe}^{A\to B} \Leftrightarrow 3{,}96 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} = -q_e \cdot (V_B - V_A) \Leftrightarrow 3{,}96 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} = -(-1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot (V_B - V_A)$$
$$\Leftrightarrow V_B - V_A = \frac{3{,}96 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 2{,}46\ \mathrm{V}$$

O estudante deve prestar atenção aos sinais menos e compreender bem donde vêm os mesmos.

Para o caso C, B temos simplesmente $V_C - V_B = 0$ porque ambos os pontos estão sobre a mesma linha equipotencial.

Finalmente no caso C, A vem $V_C - V_A = V_B - V_A = 2{,}46$ V. Se tivéssemos, ao invés, $V_A - V_C$ a d.d.p. seria $-2{,}46$ V.

Problema 15

O potencial elétrico é aditivo, logo o potencial no ponto P será simplesmente a soma dos potenciais criados pelas quatro cargas individualmente. Na convenção $V(\infty) = 0$ o potencial criado num local à distância r de uma carga pontual q é dado por $V = k_e \frac{q}{r}$. Aplicando tudo isto no nosso problema temos

$$V(P) = \Sigma_i \left(k_e \frac{q_i}{r_i}\right) = k_e \left(\frac{q}{d} + \frac{q}{d} + \frac{-q}{d} + \frac{-q}{2d}\right) \Leftrightarrow V(P) = \left(8{,}99 \times 10^9 \frac{\mathrm{N.\,m^2}}{\mathrm{C^2}}\right) \cdot \frac{5 \times 10^{-15}\ \mathrm{C}}{2 \times 0{,}0400\ \mathrm{cm}} = 5{,}63 \times 10^{-4}\ \mathrm{V}$$
$$= 563\ \mu\mathrm{V}$$

Problema 34

A relação entre campo e potencial elétricos é dada pela expressão (24-40) do livro de texto, vol 3, p.91. No nosso problema temos

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \Leftrightarrow E_x = -\frac{dV}{dx} \Leftrightarrow E_x = -\frac{d}{dx}(1500x^2) = -3000x \quad \text{(SI)}$$

[9] O livro de texto usa a letra 'U' para energia potencial. Aqui usaremos o símbolo mais vulgar em português, 'E_p'.

Notar que 'derivada parcial' ($\frac{\partial}{\partial s}$) quer simplesmente dizer que a quantidade a derivar (neste caso o potencial) poderá depender de mais do que uma variável. Tal não é o caso do nosso problema, pelo que a mesma se reduz simplesmente à derivada usual, $\frac{d}{dx}$. Para $x = 1{,}3$ cm temos então

$$E_x = -3000 \cdot (0{,}013) \;\; (\mathrm{SI}) \Leftrightarrow E_x = -39\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

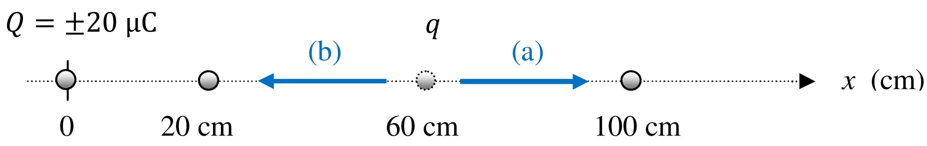
Uma expressão completa para o campo elétrico seria então

$$\vec{E}(1{,}3\text{ cm}) = \left(-39\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

O campo tem a direção dos *xx* e sentido negativo, em concordância com o facto de que o campo elétrico aponta sempre no sentido dos potenciais decrescentes.

Problema 43

Façamos um desenho das duas situações



No caso de a carga Q ser positiva/negativa, a partícula q desloca-se no sentido positivo/negativo. Do 1º e 2º teoremas de trabalho-energia temos,

$$W_{tot} = \Delta E_c \Leftrightarrow W_e = E_{cf} - E_{ci} \Leftrightarrow -\Delta E_{pe} = E_{cf} \Leftrightarrow E_{cf} = -q\Delta V$$

Ora o potencial nos pontos 20, 60 e 100 cm devido à presença de Q é $V = k_e\frac{Q}{r}$. Se (a) $Q = 20$ μC vem então

$$\begin{aligned}\Delta V^{(\mathrm{a})} &= V(100\text{ cm}) - V(60\text{ cm}) = k_e Q \cdot \left(\frac{1}{1\text{ m}} - \frac{1}{0{,}6\text{ m}}\right) \Leftrightarrow \Delta V^{(\mathrm{a})} \\ &= \left(8{,}99 \times 10^9 \frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{C^2}}\right) \cdot (20 \times 10^{-6}\text{ C}) \cdot \left(-\frac{2}{3}\text{ m}^{-1}\right) = -120\text{ kV}\end{aligned}$$

Donde

$$E_{cf}^{(\mathrm{a})} = -(7{,}5 \times 10^{-6}\text{ C}) \cdot (-120 \times 10^3\text{ V}) = 0{,}9\text{ J}$$

No caso (b) $Q = -20$ μC temos

$$\begin{aligned}\Delta V^{(\mathrm{b})} &= V(20\text{ cm}) - V(60\text{ cm}) = k_e Q \cdot \left(\frac{1}{1\text{ m}} - \frac{1}{0{,}6\text{ m}}\right) \Leftrightarrow \Delta V^{(\mathrm{a})} \\ &= \left(8{,}99 \times 10^9 \frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{C^2}}\right) \cdot (-20 \times 10^{-6}\text{ C}) \cdot \left(\frac{10}{3}\text{ m}^{-1}\right) = -600\text{ kV}\end{aligned}$$

e vem

$$E_{cf}^{(\mathrm{b})} = -(7{,}5 \times 10^{-6}\text{ C}) \cdot (-600 \times 10^3\text{ V}) = 4{,}5\text{ J}$$

Problema 5

A capacidade de um condensador de placas paralelas é dada por $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, com $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N.m}^2}$, a permissividade do vácuo, A a área das placas e d a distância entre elas. Substituindo os dados do enunciado temos

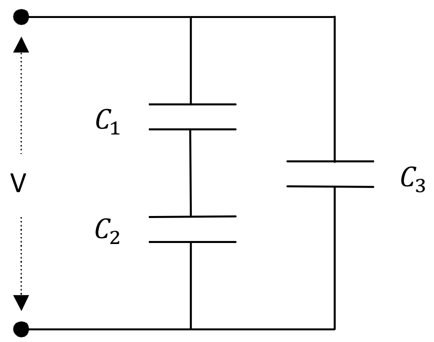
$$C = \left(8{,}85 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N.m}^2}\right) \cdot \frac{\pi \cdot (0{,}0820\ \mathrm{m})^2}{1{,}3 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 1{,}44 \times 10^{-10}\ \mathrm{F} = 144\ \mathrm{pF}$$

Sujeito a 120 V este condensador acumulará uma carga de

$$Q = CV \Leftrightarrow Q = (144 \times 10^{-12}\ \mathrm{F}) \cdot (120\ \mathrm{V}) = 1{,}73 \times 10^{-8}\ \mathrm{C} = 173\ \mathrm{nC}$$

Problema 8

Neste género de problema, onde há associação de condensadores ou resistências, a questão principal é *"Como é que eu vou usar as regras das associações para simplificar o circuito?"* Aqui é essencial compreender-se que há coisas que se podem fazer e outras que NÃO se podem fazer. Observemos a figura, aqui reproduzida por conveniência

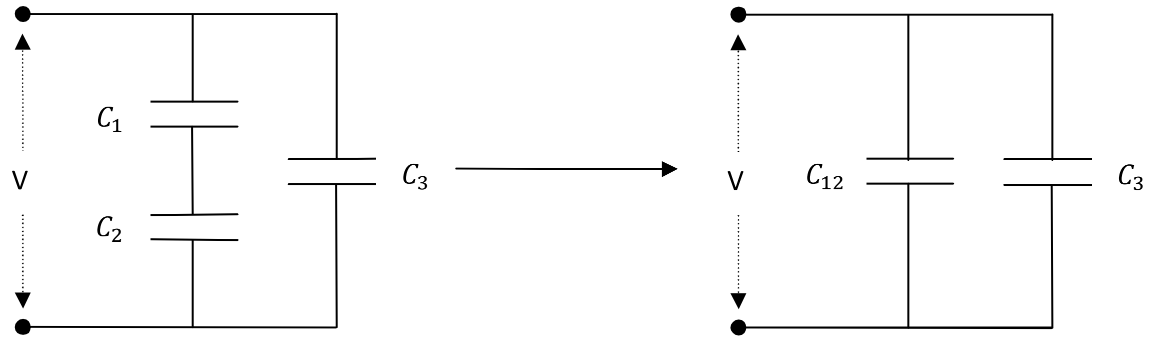


É fácil de ver que C_1 e C_2 estão em série.[10] Mas atenção: já C_1 e C_3, apesar de estarem lado a lado NÃO estão em paralelo entre si. Para estarem em paralelo teria de haver um fio a ligar as placas de baixo de ambos. Ora esse fio não existe e portanto os condensadores não estão em paralelo. Concluímos assim que à partida a única simplificação que é possível fazer é substituir C_1 e C_2 pelo seu equivalente, $C_{eq,12}$, que designaremos simplesmente por C_{12}. Das regras para a associação em série temos

$$C_{12} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} \Leftrightarrow C_{12} = \left(\frac{1}{10{,}0\ \mu\mathrm{F}} + \frac{1}{5{,}00\ \mu\mathrm{F}}\right)^{-1} \Leftrightarrow C_{12} = 3{,}33\ \mu\mathrm{F}$$

O circuito é assim equivalente a

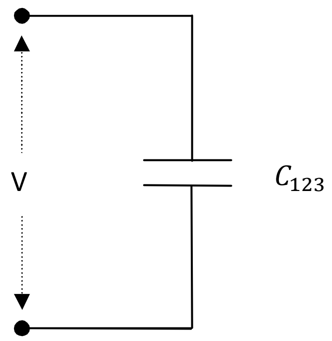
[10] Usaremos C_i para designar tanto o condensador 1 como a sua capacidade. Do contexto será óbvio o significado em questão.



É agora imediato ver que C_{12} e C_3 estão em paralelo e podemos calcular a capacidade equivalente dos três condensadores, $C_{eq,123}$, que designaremos por C_{123}

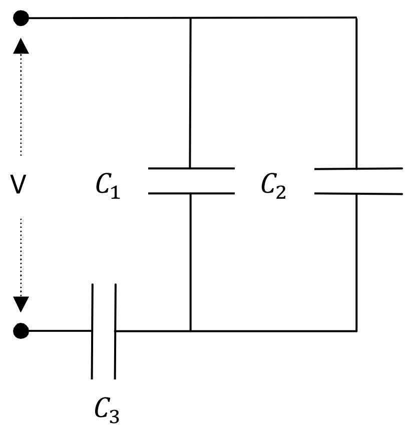
$$C_{123} = C_{12} + C_3 \Leftrightarrow C_{123} = 3{,}33\ \mu\text{F} + 4\mu\text{F} = 7{,}33\ \mu\text{F}$$

No final, o circuito total é então equivalente a



Problema 9

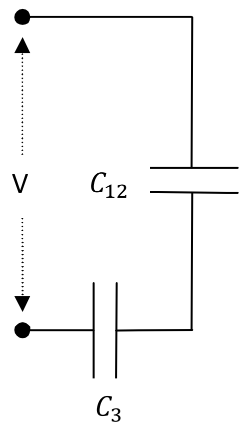
Aqui há que notar que o simples facto de que o circuito apresentado é totalmente equivalente a



E agora é imediato ver-se que C_1 e C_2 estão em paralelo e vem

$$C_{12} = C_1 + C_2 \Leftrightarrow C_{12} = 10{,}0\ \mu\text{F} + 5{,}00\ \mu\text{F} = 15{,}0\ \mu\text{F}$$

Temos então que o circuito é equivalente a

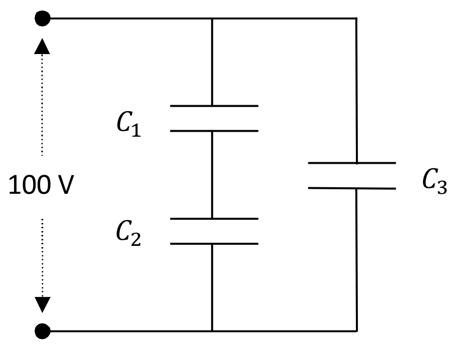


Os condensadores restantes estão agora em série e temos

$$C_{123} = \left(\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}}\right)^{-1} \Leftrightarrow C_{123} = \left(\frac{1}{4{,}00\ \mu\text{F}} + \frac{1}{15{,}0\ \mu\text{F}}\right)^{-1} = 3{,}16\ \mu\text{F}$$

Problema 36

Para resolver este problema há que atender às propriedades das associações de condensadores. No caso da associação em série, a carga aos terminais de cada condensador é a mesma. Na associação em paralelo é a d.d.p. que se mantêm constante. Observando a figura, que reproduzimos aqui novamente,



vemos, como já indicado no problema 8, que os condensadores 1 e 2 estão em série entre si e a sua associação está em paralelo com o condensador 3. Ora a d.d.p. aos terminais da associação C_{12} é então igual à d.d.p. aos terminais de C_3. Com isto temos $V_3 = 100$ V e

$$Q_3 = C_3 V_3 \Leftrightarrow Q_3 = (4{,}00 \times 10^{-6}\ \text{F}) \cdot (100\ \text{V}) = 4 \times 10^{-4}\ \text{C} = 400\ \mu\text{C}$$

A energia eletrostática aos terminais deste condensador é então

$$U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(4{,}00 \times 10^{-6}\ \text{F}) \cdot (100\ \text{V})^2 = 0{,}0200\ \text{J}$$

É uma energia pequena, como é típico para condensadores. Só associações de milhares de condensadores conseguem armazenar energia em quantidade suficiente para p.ex. mover um carro elétrico.

Quanto aos condensadores 1 e 2, como vimos no problema 8 a sua capacidade equivalente é de 3,33 μF. A carga que flui para os terminais de uma tal associação é

$$Q_{12} = C_{12} V_{12} \Leftrightarrow Q_{12} = (3{,}33 \times 10^{-6}\ \text{F}) \cdot (100\ \text{V}) = 3{,}33 \times 10^{-4}\ \text{C} = 333\ \mu\text{C}$$

Lembremo-nos que a fonte de 100 V não distingue entre um condensador de 3,33 μF e dois ou mais condensadores com capacidade equivalente 3,33 μF. A carga que dela flui é a mesma em ambos os casos. Dado que os condensadores 1 e 2 estão em série, os 333 μF são pois a carga aos terminais tanto de C_1 como de C_2. É fácil determinar agora as quantidades que faltam:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \Leftrightarrow V_1 = \frac{3{,}33 \times 10^{-4}\ \mathrm{C}}{10{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}} = 33{,}3\ \mathrm{V} \quad ; \quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \Leftrightarrow V_2 = \frac{3{,}33 \times 10^{-4}\ \mathrm{C}}{5{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}} = 66{,}7\ \mathrm{V}$$

Note-se que a soma destas d.d.p. é 100 V, tal como devia ser para bater certo com a tensão vinda da fonte. As energias acumuladas nestes condensadores são então de

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 \Leftrightarrow U_1 = \frac{1}{2}(10{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}) \cdot (33{,}3\ \mathrm{V})^2 = 5{,}54 \times 10^{-3}\ \mathrm{J} = 5{,}54\ \mathrm{mJ}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \Leftrightarrow U_2 = \frac{1}{2}(5{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}) \cdot (66{,}7\ \mathrm{V})^2 = 1{,}11 \times 10^{-3}\ \mathrm{J} = 1{,}11\ \mathrm{mJ}$$

Eletromagnetismo – corrente contínua

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 26, vol.3

Problema 1

Quando uma intensidade de corrente é constante, a definição de intensidade $I = \frac{dq}{dt}$ simplifica para $I = \frac{q}{\Delta t}$, i.e. a intensidade instantânea é igual à intensidade média, que é simplesmente a carga que atravessa uma secção do condutor por intervalo de tempo. Para o nosso problema temos

$$I = \frac{q}{\Delta t} \Leftrightarrow q = I\Delta t \Leftrightarrow q = (5{,}0\ \text{A}) \cdot (4 \times 60\ \text{s}) = 1200\ \text{C}$$

Isto corresponde a um total de

$$N_e = \frac{q}{|q_e|} \Leftrightarrow N_e = \frac{1200\ \text{C}}{1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}} = 7{,}5 \times 10^{21}\ \text{eletrões}$$

Note-se que são os *eletrões*, as cargas negativas, que se movem. As cargas positivas, protões dos núcleos do condutor, mantêm-se imóveis.

Problema 15

A resistência do fio é

$$R = \frac{V}{I} \Leftrightarrow R = \frac{2{,}0\ \text{V}}{4{,}0\ \text{A}} = 0{,}50\ \Omega$$

Da expressão que define a resistividade temos

$$R = \rho\frac{L}{A} \Leftrightarrow \rho = \frac{RA}{L} \Leftrightarrow \rho = \frac{(0{,}50\ \Omega) \cdot (1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2)}{1{,}0\ \text{m}} = 5 \times 10^{-7}\ \Omega.\text{m}$$

A condutividade, recíproco da resistividade, é então

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \Leftrightarrow \sigma = \frac{1}{5 \times 10^{-7}\ \Omega.\text{m}} = 2 \times 10^{6}\ (\Omega.\text{m})^{-1}$$

Problema 33

A intensidade de corrente é aditiva, ou seja, se 125 fios iguais conduzem 0,750 A, então cada um deles conduzirá uma fração igual dessa corrente. Por outras palavras, em cada fio passa

$$I = \frac{I_{tot}}{125} = 6{,}00 \times 10^{-3}\text{A} = 6{,}00\ \text{mA}$$

A d.d.p. aplicada será a necessária para produzir em cada fio uma corrente de 6 mA:

$$V = R_{1\,\text{fio}} I \Leftrightarrow V = (2{,}65 \times 10^{-6}\ \Omega) \cdot (6{,}00 \times 10^{-3}\ \text{A}) = 1{,}59 \times 10^{-8}\ \text{V} = 1{,}59\ \text{nV}$$

Quanto à resistência do cabo, ao contrário da corrente, a resistência nem sempre é aditiva. Só o é para associações em série. Ora 125 fios lado a lado são uma associação em paralelo. Não necessitamos, no entanto, de fazer nenhum cálculo de associação porque temos dados suficientes para resolver o problema de outra forma. Basta dividir a d.d.p. pela intensidade total:

$$R_{tot} = \frac{V}{I_{tot}} \Leftrightarrow R_{tot} = \frac{1{,}59 \times 10^{-8}\ \text{V}}{0{,}750\ \text{A}} = 2{,}12 \times 10^{-8}\ \Omega = 21{,}2\ \text{n}\Omega$$

O estudante pode verificar que este é o mesmo resultado que se obteria calculando diretamente resistência equivalente de 125 resistências de 2,65 μΩ:

$$R_{tot} = \left(\frac{1}{2{,}65}\,\mu\Omega + \frac{1}{2{,}65}\,\mu\Omega + \cdots + \frac{1}{2{,}65}\,\mu\Omega\right)^{-1} \quad \text{(125 parcelas)}$$

Problema 38

Um dispositivo elétrico transforma energia elétrica noutro tipo de energia à taxa $P = IV$. Neste caso o rádio for percorrido por uma corrente média de

$$I = \frac{P}{V} \Leftrightarrow I = \frac{7{,}0\ \text{W}}{9{,}0\ V} = 0{,}78\ \text{A}$$

Tal corrente transporta, nas 5 horas em que o rádio esteve ligado, uma carga de

$$q = I\Delta t \Leftrightarrow q = (0{,}78\ \text{A}) \cdot (5 \times 3600\ \text{s}) = 1{,}4 \times 10^{4}\ \text{C} = 14\ \text{kC}$$

Problema 51

A energia que a lâmpada incandescente consome é, da definição de potência $P = E/\Delta t$,

$$E = P\Delta t \Leftrightarrow E = (100\ \text{W}) \cdot (31 \times 24 \times 3600\ \text{s}) = 2{,}68 \times 10^{8}\ \text{J}$$

Agora, 1 kiloWatt-hora é a energia transformada por uma potência de 1 kW em 1 hora, i.e. $1\ \text{kWh} = (1000\ \text{W}) \cdot (3600\ \text{s}) = 3{,}6 \times 10^{6}\ \text{J}$. A lâmpada consome então

$$E = (2{,}68 \times 10^{8}\ \text{J}) \cdot \frac{1\ \text{kWh}}{3{,}6 \times 10^{6}\ \text{J}} = 74{,}4\ \text{kWh}$$

O custo é, já com IVA a 23%,

$$(74{,}4\ \text{kWh}) \cdot 0{,}128(1 + 0{,}23)\frac{€}{\text{kWh}} = 11{,}7\ €$$

Uma quantia considerável. Uma lâmpada economizadora, que consome cerca de 1/5 da energia para o mesmo resultado luminoso, custaria apenas 2,4 € neste cenário.

Quanto às outras quantidades, temos, da relação de dissipação resistiva (também denominada 'efeito de Joule') $P_{\text{Joule}} = V^2/R$,

$$R = \frac{V^2}{P_{\text{Joule}}} \Leftrightarrow R = \frac{(220\ \text{V})^2}{100\ \text{W}} = 484\ \Omega$$

(Nota: este resultado assume que toda a potência drenada da rede é dissipada por efeito de Joule, o que tecnicamente só é verdade aproximadamente.)

Finalmente, a intensidade de corrente é simplesmente

$$P = VI \Leftrightarrow I = \frac{P}{V} \Leftrightarrow I = \frac{100\ \mathrm{W}}{220\ \mathrm{V}} = 0{,}455\ \mathrm{A}$$

Eletromagnetismo – circuitos de corrente contínua

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 27, vol.3

Problema 1

Este problema simples servir-nos-á para clarificar os conceitos em jogo quando temos circuitos com fontes de alimentação reais, i.e. com resistência interna. Em primeiro lugar, façamos uma distinção entre força eletromotriz e d.d.p. aos terminais da fonte. A f.e.m. $\mathcal{E}$ é a diferença de potencial aos terminais da fonte, *quando esta não está em funcionamento*. Quando a fonte entra em funcionamento debitando uma corrente I, essa d.d.p. aos terminais cai, fruto da queda de tensão através da resistência interna, para $V = \mathcal{E} - rI$.

Passemos então à resolução do problema. A energia química da fonte de alimentação é transformada em energia elétrica à taxa $\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$, expressão que, para um regime de funcionamento constante, se reduz a $\mathcal{E} = \frac{W}{q}$. Aqui W é o trabalho realizado pela fonte nos 2 mins para fazer mover um total de carga q nesses mesmos 2 mins. Ora o trabalho W é precisamente a energia química que a bateria consome. Para obter o valor de W, há que saber quanta carga fluiu nos 2 mins. Tal pode ser obtido com a ajuda de duas expressões: a definição de corrente e a (27-4) da p.171 do livro de texto, vol.3.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Leftrightarrow I = \frac{2{,}0 \text{ V}}{5{,}0\ \Omega + 1{,}0\ \Omega} = 0{,}333 \text{ A} \quad ; \quad I = \frac{q}{\Delta t} \Leftrightarrow q = (0{,}333 \text{ A}) \cdot (2 \times 60 \text{ s}) = 40 \text{ C}$$

A energia química consumida em 2 min é então

$$W = \mathcal{E}q \Leftrightarrow W = (2{,}0 \text{ V}) \cdot (40 \text{ C}) = 80 \text{ J}$$

Esta alínea (a) também podia ter sido resolvida de uma forma mais simples conjugando a expressão (27-17) da p.174, $P_{\text{fem}} = I\mathcal{E}$ com a (27-4) e a definição de potência, o que levaria a

$$P_{\text{fem}} = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r} \ \rightarrow \ W = P_{\text{fem}}\Delta t$$

e bastaria substituir valores. Resolvendo desta forma não necessitamos de calcular a carga q.

Quanto às energias dissipadas temos: para o circuito passa uma potência $P = IV$ e temos

$$P = (\mathcal{E} - rI) \cdot I \Leftrightarrow P = [2{,}0 \text{ V} - (1\Omega) \cdot (0{,}333 \text{ A})] \cdot (0{,}333 \text{ A}) = 0{,}556 \text{ W}$$

Em dois minutos o circuito dissipa então uma energia

$$E = P\Delta t \Leftrightarrow E = (0{,}556 \text{ W}) \cdot (2 \times 60 \text{ s}) = 67 \text{ J}$$

A resistência interna da bateria dissipa, em 2 mins,

$$P_r = I^2 r \Leftrightarrow P_r = (0{,}333 \text{ A})^2 \cdot (1{,}0\ \Omega) = 0{,}11 \text{ W} \quad ; \quad E_r = P_r\Delta t \Leftrightarrow E_r = (0{,}11 \text{ W}) \cdot (2 \times 60 \text{ s}) = 13 \text{ J}$$

De notar que, tal como esperado, a energia total se conserva: a energia química transformada (80 J) é dissipada nos dois elementos: resistência interna (13 J) + circuito (67 J).

Problema 7

Trata-se de um circuito de uma malha só. Apliquemos a regra das malhas e convenções para sinais indicados na p.170 do livro de texto, vol.3. Arbitrando o sentido da corrente como o indicado no enunciado temos, percorrendo a malha no sentido anti-horário, i.e. ↺,

$$-R_2 I - R_1 I - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0$$

Isolando a corrente e substituindo valores temos

$$I = \frac{-\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R_2 + R_1} \Leftrightarrow I = \frac{-12\text{ V} + 6{,}0\text{ V}}{8{,}0\ \Omega + 4{,}0\ \Omega} = -0{,}50\text{ A}$$

O sinal negativo da corrente quer apenas dizer que a mesma flui no sentido *oposto* ao que assumimos como positivo. Ou seja, o sentido da corrente não é o indicado na figura do enunciado mas o oposto.

A potência dissipada nas resistências é dada por $P = I^2 R$ e vem

$$P_1 = (0{,}50\text{ A})^2 \cdot (4{,}0\ \Omega) = 1\text{ W} \quad ; \quad P_2 = (0{,}50\text{ A})^2 \cdot (8{,}0\ \Omega) = 2{,}0\text{ W}$$

Note-se que se tivéssemos querido usar a expressão (equivalente) para a dissipação resistiva, $P = V^2/R$, teria sido necessário calcular as d.d.p. V_1 e V_2 aos terminais *de cada uma* das resistências. Isto porque na expressão $P = V^2/R$ a d.d.p. V não é a tensão aos terminais da fonte mas sim aos terminais *da resistência*.

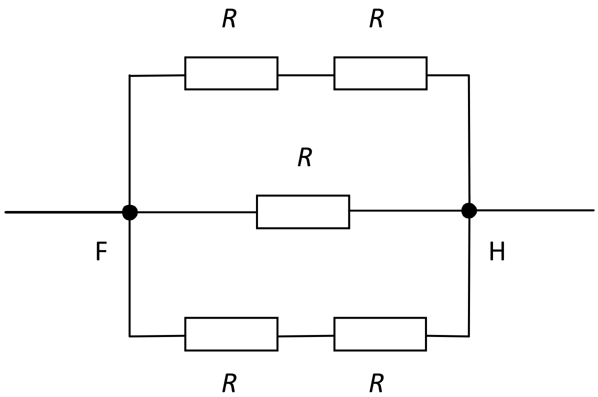
Quanto à potência fornecida pelas fontes, ela é $P_{\text{fem}} = \mathcal{E}I$ e temos

$$P_1 = (12\text{ V}) \cdot (0{,}50\text{ A}) = 6\text{ W} \quad ; \quad P_2 = (6{,}0\text{ V}) \cdot (0{,}50\text{ A}) = 3{,}0\text{ W}$$

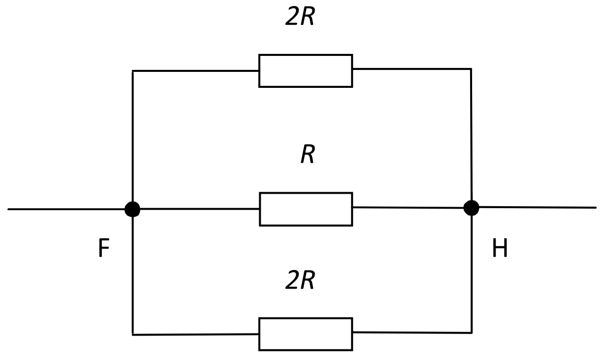
A fonte 1 está a *fornecer* energia porque a corrente (a real, não a arbitrada) que nela passa vai no sentido dos potenciais crescentes. A fonte 2, ao invés, está a *receber* energia porque a corrente real que nela passa vai no sentido dos potenciais decrescentes.

Problema 26

No caso FH há apenas que notar que o circuito pode ser deformado para se tornar equivalente a



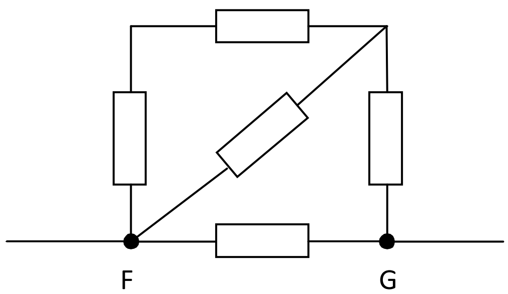
Apresentado desta forma, é agora claro como proceder. As resistências no topo e base estão em série entre si e, de acordo com as regras para associações em série, portanto podemos substitui-las pela sua resistência equivalente, $R_{eq} = R + R = 2R$. O circuito FH simplifica novamente para



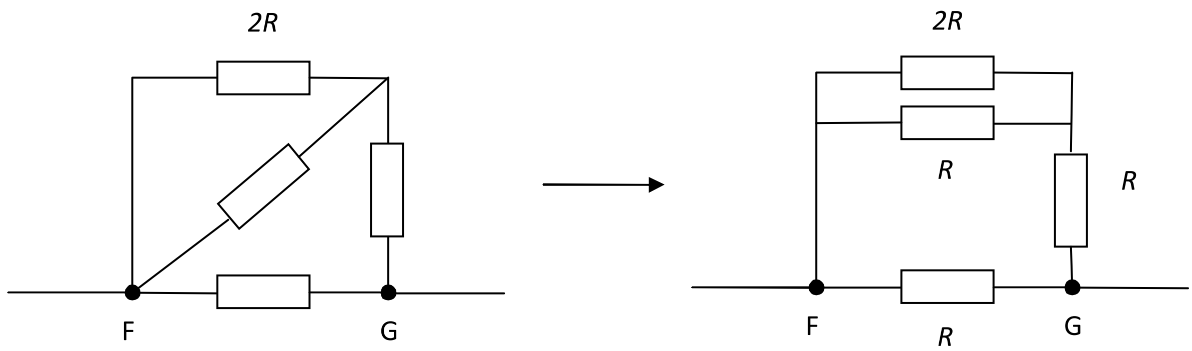
As três resistências estão em paralelo entre si e basta usar as regras para este tipo de associação para obter

$$R_{eq}^{FH} = \left(\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{2R}\right)^{-1} = \frac{1}{2}R = 2{,}5\ \Omega$$

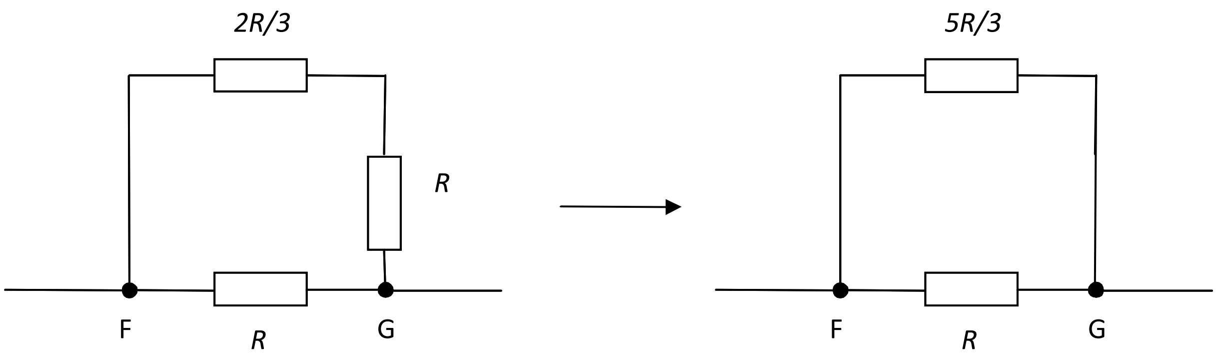
Para o caso FG o circuito pode novamente ser deformado, mas agora de maneira diferente, para



As resistências esquerda e de topo estão em série. O circuito é pois equivalente a



É agora claro que as duas resistências do topo estão em paralelo, para uma $R_{eq} = \left(\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{2}{3}R$. O circuito volta a simplificar para



A passagem para $\frac{5}{3}R$ é obvia: as resistências de topo e direita estão em série. O resultado do último desenho indica-nos uma última associação em paralelo para calcular a qual nos dá finalmente

$$R_{eq}^{FG} = \left(\frac{1}{\frac{5}{3}R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \left(\frac{8}{5R}\right)^{-1} = \frac{5}{8}R = 3{,}13\ \Omega$$

Problema 30

No circuito à esquerda a d.d.p. aos terminais da resistência 1 é a mesma d.d.p. aos terminais da fonte de alimentação, $V_1 = \mathcal{E}$. Este facto não é alterado por ligarmos o interruptor: se os terminais de R_1 estão diretamente conectados à fonte, a ela continuam independentemente do que aconteça com o interruptor. Para o circuito da esquerda temos então $\Delta V_1 = V_{1f} - V_{1i} = 0$.

Já no circuito à direita a situação é diferente. Desta vez o raciocínio acima não se aplica porque os terminais de R_1 não estão diretamente ligados à fonte. Há então que calcular a d.d.p. antes e depois de S ser ativado. Antes da ligação temos R_1 e R_3 em paralelo e a corrente que flui por ambas as resistências é de

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_3} \Leftrightarrow I = \frac{12\ \text{V}}{6{,}0\ \Omega + 6{,}0\ \Omega} = 1{,}0\ \text{A}$$

A d.d.p. aos terminais de R_1 é então

$$V_1 = R_1 I = 6{,}0\ \text{V}$$

Quando S é fechado passamos a ter R_1 e R_2 em paralelo. A resistência equivalente desta associação é $R_{12} = \left(\frac{1}{6{,}0} + \frac{1}{6{,}0}\right)^{-1}\ \Omega = 3{,}0\ \Omega$. A associação R_{12} está, por sua vez, em série comR_3 para uma resistência equivalente total de $R_{123} = R_{12} + R_3 = 9{,}0\ \Omega$. A corrente que flui da fonte é então

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{123}} \Leftrightarrow I = \frac{12\ \text{V}}{9{,}0\ \Omega} = 1{,}33\ \text{A}$$

Aos terminais de R_3 haverá uma queda de tensão de $V_3 = R_3 I = 8{,}0$ V. Aos terminais de R_1 restará então uma d.d.p. de

$$V_1 = \mathcal{E} - V_3 \Leftrightarrow V_1 = 12\ \text{V} - 8{,}0\ \text{V} = 4{,}0\ \text{V}$$

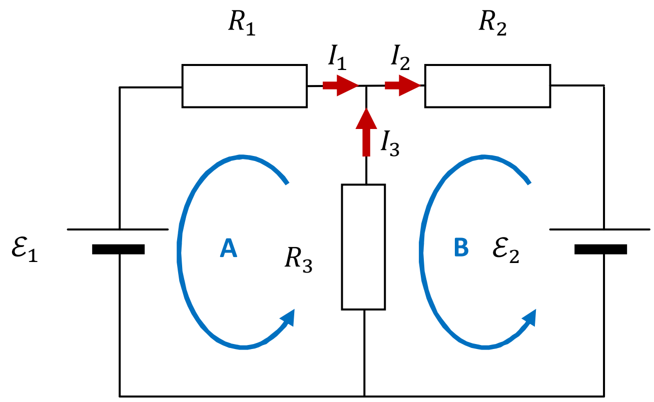
Note-se que não poderíamos ter feito $V_3 = R_3 I$ porque a corrente que flui para R_1 não é a mesma que sai da fonte, I (na verdade, é metade de I). A variação de d.d.p. no circuito da direita é então

$$\Delta V_1 = V_{1f} - V_{1i} \Leftrightarrow \Delta V_1 = 4{,}0\ \text{V} - 6{,}0\ \text{V} = -2{,}0\ \text{V}$$

Uma queda de 2 V portanto.

Problema 32

Trata-se de um circuito de duas malhas, pelo que há que aplicar as duas leis de Kirchhoff. Estas duas leis estão mencionadas no livro de texto, vol.3, nas páginas 170 (lei das malhas) e 176 (lei dos nós). Vamos seguir os sentidos das correntes indicados no enunciado e definir duas malhas:



Escrevamos então as leis de Kirchhoff, de acordo com as convenções para os sinais indicadas na p.170 do livro de texto, vol.3. No nó de confluência das três correntes temos

$$I_1 + I_3 = I_2$$

Para as malhas A e B vem, começando o ciclo junto às fontes de alimentação,

$$\begin{cases} \text{A: } -\mathcal{E}_1 - R_3 I_3 + R_1 I_1 = 0 \\ \text{B: } +\mathcal{E}_2 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \end{cases}$$

O estudante deve notar conferir cuidadosamente que todos os sinais + e – destas expressões estão de acordo com as convenções. Combinando as três equações e substituindo valores temos o sistema de equações lineares seguinte:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2 \\ -10 + 4I_1 - 4I_3 = 0 \\ 5 + 4I_2 + 4I_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_1 - I_3 = 2{,}5 \\ I_2 + I_3 = -1{,}25 \end{cases}$$

(Não incluímos nem as unidades nem os algarismos significativos para não sobrecarregar a notação.) Para resolver este sistema podemos usar qualquer um dos métodos na literatura para o efeito, como p.ex. eliminação de Gauss, substituição ou regra de Cramer. Aqui vamos usar a eliminação de Gauss. Multiplicando a 2ª equação por -1 temos

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ -I_1 + I_3 = -2{,}5 \\ I_2 + I_3 = -1{,}25 \end{cases}$$

Somando agora as três equações ficamos apenas com uma das incógnitas:

$$(I_1 - I_2 + I_3) + (-I_1 + I_3) + (I_2 + I_3) = 0 - 2{,}5 - 1{,}25 \Leftrightarrow 3I_3 = -3{,}75 \Leftrightarrow I_3 = -1{,}25$$

Substituindo este resultado na 2ª e 3ª equações vem

$$-I_1 - 1{,}25 = -2{,}5 \Leftrightarrow I_3 = 1{,}25 \quad ; \quad I_2 - 1{,}25 = -1{,}25 \Leftrightarrow I_2 = 0$$

Juntando tudo temos $I_1 = 1{,}25$ A ; $I_2 = 0$ A ; $I_3 = -1{,}25$ A. O sinal menos em I_3 quer novamente dizer que o sentido da corrente é o contrário do indicado.

A aplicação das leis de Kirchhoff leva sempre ao aparecimento de um sistema de equações lineares. Esse sistema pode ser fácil de resolver (como é o caso aqui) ou mais complicado. Em última análise pode-se usar uma folha de cálculo ou *software* matemático para a sua resolução.

Eletromagnetismo – campo magnético

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 28, vol.3

Problema 2

Uma partícula carregada e em movimento sob efeito de um campo magnético sofre uma força magnética $\vec{F}_B$, dita 'força de Lorentz', dada pela expressão (28-2) da p.203 do livro de texto, vol.3, $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$. Note-se que a multiplicação "$\vec{v} \times \vec{B}$" não é uma multiplicação usual: é uma operação entre vetores, dito 'produto externo'. O resultado desta operação não é um número mas sim um *vetor*, perpendicular a $\vec{v}$ e $\vec{B}$, com sentido dado pela regra da mão direita, explicada na mesma página, p.203. O vetor resultante do produto externo tem, no entanto e como todos os vetores, um módulo. Esse módulo é dado por

$$F_B = |q|vB \operatorname{sen}\phi \quad ; \quad \phi = \sphericalangle(v, B)$$

No nosso caso vem, substituindo valores do enunciado

$$F_B = (3{,}2 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot \left(550\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (0{,}045\ \mathrm{T}) \cdot \operatorname{sen}(52^{\underline{o}}) = 6{,}2 \times 10^{-18}\ \mathrm{N}$$

È um valor muito pequeno porque estamos a tratar partículas subatómicas.

O módulo da aceleração que tal força provoca é, no entanto, elevado. Ele é, da 2ª lei de Newton,

$$\Sigma F = ma \Leftrightarrow a = \frac{F_B}{m} \Leftrightarrow a = \frac{6{,}2 \times 10^{-18}\ \mathrm{N}}{6{,}6 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}} = 9{,}5 \times 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Finalmente, como a direção da força magnética é perpendicular à velocidade da partícula em qualquer instante, o trabalho que $\vec{F}_B$ realiza é nulo e, do 1º teorema de trabalho-energia, $W = \Delta E_c$, concluímos que a energia cinética da partícula não varia. Consequentemente, a rapidez também não. A aceleração que a partícula sofre causa apenas *mudança da direção da velocidade* (e não do seu módulo, a rapidez). A trajetória da partícula é circular uniforme ou, eventualmente, helicoidal (c.f. secção (28-6) do livro de texto).

Problema 21

Seguindo os passos descritos na secção (28-6) do livro de texto chega-se à expressão (28-18) para a frequência do MCU de uma partícula carregada num campo magnético. Essa expressão é, no nosso caso e em unidades SI,

$$f = \frac{|q|B}{2\pi m} \Leftrightarrow f = \frac{(1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot (35{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{T})}{2\pi \cdot (9{,}109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})} = 9{,}78 \times 10^{5}\ \mathrm{Hz} = 978\ \mathrm{kHz}$$

Para o raio da trajetória temos, usando a expressão (28-16) da mesma secção e fazendo $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$ para a escrever como função da energia cinética,

$$R = \frac{mv}{|q|B} \Leftrightarrow R = \frac{m\sqrt{\frac{2E_c}{m}}}{|q|B} = \frac{\sqrt{2mE_c}}{|q|B} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{2 \cdot (9{,}109 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \cdot (100 \times 1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{J})}}{(1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}) \cdot (35{,}0 \times 10^{-6}\ \text{T})} = 0{,}964\ \text{m} = 94{,}6\ \text{cm}$$

Problema 39

A expressão de Lorentz $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ permite-nos calcular a força magnética total sob um fio retilíneo percorrido por uma corrente e sob influência de um campo magnético uniforme (c.f. secção (28-8) do livro de texto, vol.3). Essa força é $\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$. Para que o fio levite, será necessário que essa força magnética compense exatamente o seu peso, $\vec{F}_g$. Tal acontece quando

$$|\vec{F}_B| = |\vec{F}_g| \Leftrightarrow ILB \sin\phi = mg \Leftrightarrow I = \frac{mg}{LB \sin\phi}$$

com ϕ o ângulo entre o vetor ao longo do fio e o campo magnético, que neste caso é de 90º. Substituindo valores temos

$$I = \frac{(0{,}0130\ \text{kg}) \cdot \left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{(0{,}620\ \text{m}) \cdot (0{,}440\ \text{T})} = 0{,}467\ \text{A}$$

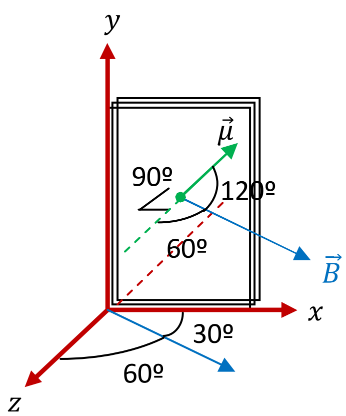
A corrente flui na horizontal. Pela regra da mão direita ela produzirá uma força para cima quando se deslocar da esquerda para a direita. Experimente!

Problema 47

O momento de forças, ou torque, que um campo magnético exerce sobre uma bobina percorrida por uma correnteé dado por $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$, com $\vec{\mu}$ o momento magnético dipolar da bobina, de módulo $\mu = NIA$, direção perpendicular ao plano da espira e sentido dado pela regra da mão direita. Substituindo os dados do nosso problema temos

$$\mu = 20 \cdot (0{,}10\ \text{A}) \cdot (0{,}10\ \text{m} \times 0{,}050\ \text{m}) = 0{,}010\ \text{A.m}^2 \quad ; \quad \vec{\mu} = (0{,}010\ \text{A.m}^2)(-\hat{\mathbf{k}})$$

Para ajudar a compreender o produto externo $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ façamos um desenho:



De notar que o vetor $\vec{\mu}$, que tem direção segundo *z*, faz 90ºcom o plano da espira e 120º com o campo magnético. O torque terá direção perpendicular a *x* e z, ou seja, estará segundo o eixo dos *yy*. Aplicando a regra da mão direita vemos que o mesmo terá sentido –*y* e vem finalmente

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \Leftrightarrow \vec{\tau} = \mu B \text{ sen } 60º \; (-\hat{\mathbf{j}}) = -(0{,}010 \text{ A. m}^2) \cdot (0{,}50 \text{ T}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{\mathbf{j}} \Leftrightarrow \vec{\tau} = -(4{,}3 \times 10^{-3} \text{ N. m}) \, \hat{\mathbf{j}}$$

Eletromagnetismo – fontes do campo magnético

Halliday et al. *Fundamentos de Física*.

Resolução dos exercícios do capítulo 29, vol.3

Problema 3

Tal como campos magnéticos têm efeitos sobre correntes, também as correntes têm efeitos sobre campos magnéticos. Nomeadamente, as correntes *criam* campos magnéticos, através da lei de Biot-Savart. No caso de uma corrente que percorra um fio retilíneo longo, a expressão de Biot-Savart simplifica-se e o campo magnético causado a uma distância R desse fio tem módulo $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$. Para o nosso problema vem então (recordemos que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T.m/A}$),

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R} \Leftrightarrow B = \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T.m}}{\mathrm{A}}}{2\pi} \cdot \frac{100\ \mathrm{A}}{6{,}1\ \mathrm{m}} = 3{,}3 \times 10^{-6}\ \mathrm{T} = 3{,}3\ \mu\mathrm{T}$$

Este valor é cerca de 17% do valor do campo magnético terrestre no local, pelo que o erro de leitura da bússola será considerável.

Problema 11

Comecemos pelo ponto B, que é o de tratamento mais fácil. Da figura vemos quem longe da semicircunferência, temos essencialmente um ponto a uma distância de 5,00 mm de dois fios longos que conduzem correntes de 10,0 A cada um. Consequentemente, basta-nos aplicar a expressão $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$ para cada fio. Cada um deles causa no ponto B um campo de módulo

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T.m/A}}{2\pi} \cdot \frac{10{,}0\ \mathrm{A}}{5{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 4 \times 10^{-4}\ \mathrm{T} = 0{,}4\ \mathrm{mT}$$

Para ambas as correntes o sentido do campo magnético é, da regra da mão direita, para fora da folha ($\odot$) e as contribuições de cada corrente somam. Assim, o campo total no ponto B é, em forma vetorial,

$$\vec{B}(\mathrm{B}) = 0{,}8\ \mathrm{mT}\ \odot$$

No ponto A a situação é ligeiramente diferente. Aqui temos um ponto que está na extremidade de duas correntes semi-infinitas (fio de cima e fio de baixo) e no centro de uma corrente semicircular. Ora como o módulo do campo magnético na extremidade de uma corrente semi-infinita é, por simetria, $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}$ (c.f. p.236 do livro de texto, vol.3., fórmula (29-7)) e o campo no centro de uma semicircunferência é $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\phi^{\mathrm{semicirc,}}}{R} \Leftrightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\pi}{R} = \frac{\mu_0 I}{4R}$. Juntando as contribuições dos dois fios e da semicircunferência temos

$$B(\mathrm{A}) = B_{\text{fio cima}} + B_{\text{fio baixo}} + B_{\text{semicirc.}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R} + \frac{\mu_0 I}{4R} \Leftrightarrow B(\mathrm{A}) = \frac{\mu_0 I}{4R}\left(\frac{2}{\pi} + 1\right) \Leftrightarrow B(\mathrm{A})$$
$$= \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T.m}}{\mathrm{A}}\right) \cdot (10{,}0\ \mathrm{A})}{4 \cdot (5{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})}\left(\frac{2}{\pi} + 1\right) = 1{,}03 \times 10^{-3}\ \mathrm{T} = 1{,}03\ \mathrm{mT}$$

Aplicando a regra da mão direita para os fios e semicircunferência vemos que todas as contribuições apontam no sentido $\otimes$ e o campo total em A é então, na forma vetorial,

$$\vec{B}(\mathrm{A}) = 1{,}03\ \mathrm{mT}\ \odot$$

Problema 35

A força magnética entre dois condutores longos e paralelos à distância d é estudada na secção 29-3 do livro de texto, vol.3. Ela é, em módulo, dada por $F_{12} = L \cdot \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}$, com L o comprimento de fio considerado. Esta força é repulsiva se as correntes circularem em sentidos opostos ou atrativa caso contrário. Neste problema temos todos os dados necessários, exceto a distância entre os condutores. Do teorema de Pitágoras esta é

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 5{,}55\ \mathrm{cm}$$

a força magnética é repulsiva e o seu módulo é, por unidade de comprimento,

$$\frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} \Leftrightarrow \frac{F_{12}}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T.m/A}}{2\pi} \cdot \frac{(4{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}) \cdot (6{,}80 \times 10^{-3}\ \mathrm{A})}{(5{,}55 \times 10^{-2}\ \mathrm{m})} = 9{,}80 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 98{,}0\ \mathrm{pN/m}$$

Problema 50

O campo magnético no interior de um solenóide é aproximadamente constante e dado por $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$. Dos dados do problema podemos tirar o n.º de espiras:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \Leftrightarrow N = \frac{Bl}{\mu_0 I} \Leftrightarrow N = \frac{(23{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}) \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})}{\left(4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T.m}}{\mathrm{A}}\right) \cdot (18{,}0\ \mathrm{A})} = 1322\ \text{espiras}$$

O perímetro de cada espira é $2\pi R = \pi d = \pi \cdot (2{,}60 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}) = 0{,}0817\ \mathrm{m}$. Para 1322 espiras temos um comprimento total de fio de $1322 \times (0{,}0817\ \mathrm{m}) = 108\ \mathrm{m}$.

Eletromagnetismo – indução eletromagnética

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 30, vol.3

Problema 1

A lei de indução Faraday diz-nos que campos magnéticos variáveis induzem campos elétricos. Este facto é expresso matematicamente na fórmula que nos dá a f.e.m. induzida num circuito fechado, $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$. Aqui Φ_B é o fluxo magnético através da superfície delimitada pelo circuito e sinal menos significa apenas que a f.e.m. induzida tende, pela lei de Lenz, a contrariar a causa que lhe deu origem. Para o nosso problema temos então, em milivolt,

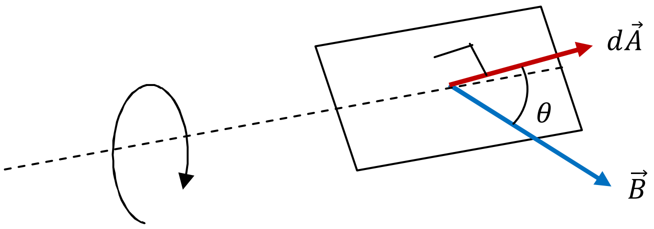
$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(6{,}0t^2 + 7{,}0t) = -12t - 7{,}0 \quad (\text{mV})$$

Para $t = 2$ s temos $|\mathcal{E}| = 12 \cdot 2 + 7{,}0 \quad (\text{mV}) = 31$ mV.

Esta f.e.m. gerará, pela supra-citada lei de Lenz, uma corrente que vai querer *contrariar* a variação de fluxo através da espira. Como este fluxo está a aumentar no sentido $\odot$, a corrente induzida deverá fluir de forma a criar um campo magnético no sentido $\otimes$. Da regra da mão direita vemos que isso acontece quando a corrente flui no sentido horário na espira, o que para a resistência significa corrente da direita para a esquerda.

Problema 17

Quando o circuito é abraçado N vezes, a f.e.m. induzida passa a ser $\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$. Neste problema há que calcular o fluxo magnético. Esta quantidade é dada pelo integral $\int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ e é em geral complicada de calcular. No entanto, quando $\vec{B}$ e a área circundada são constantes o integral simplifica para $\Phi_B = BA\cos\theta$, onde θ é o ângulo entre o campo e um vetor normal à área:



(C.f. livro de texto, vol.3, p.265-6.) Ora havendo uma rotação constante a 1000 rpm, o ângulo θ varia como num MCU: $\theta = \theta_0 + \omega t$. Fazendo o ângulo inicial $\theta_0 = 0$ o fluxo é então

$$\Phi_B = BA\cos\theta \Leftrightarrow \Phi_B = BA\cos(\omega t) \Leftrightarrow \Phi_B = (3{,}50\ \text{T}) \cdot (0{,}500\ \text{m}) \cdot (0{,}300\ \text{m}) \cdot \cos\left(1000 \times \frac{2\pi}{60\ \text{s}} \cdot t\right) \Leftrightarrow \Phi_B = (0{,}525\ \text{Wb}) \cdot \cos\big((105\ \text{Hz})t\big)$$

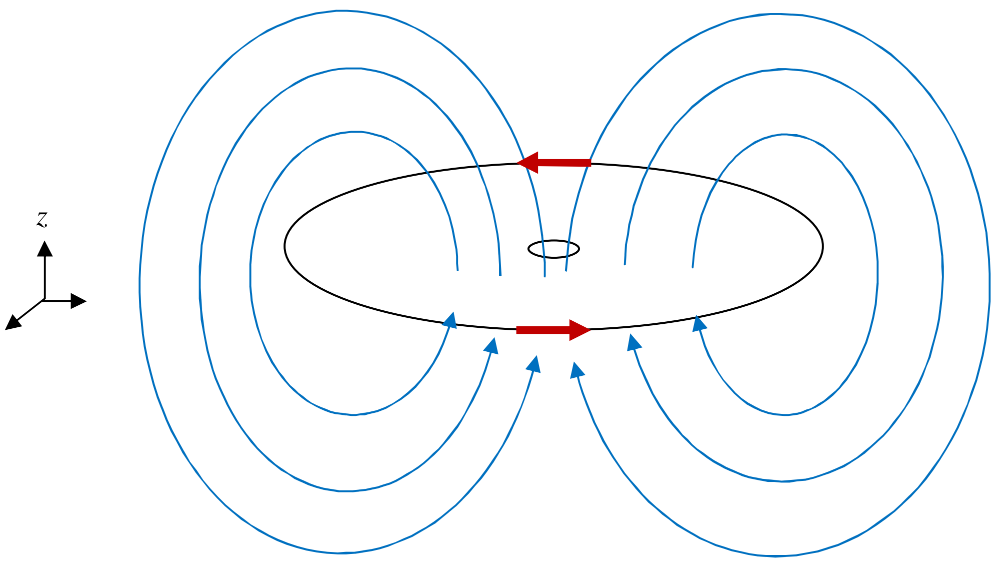
Tendo conseguido achar uma expressão para o fluxo podemos agora calcular a f.e.m. máxima. Da lei de Faraday temos

$$\mathcal{E} = -100 \cdot \frac{d}{dt}\left[(0{,}525\ \mathrm{Wb}) \cdot \cos\big((105\ \mathrm{Hz})t\big)\right] = -(52{,}5\ \mathrm{Wb}) \cdot (105\ \mathrm{Hz}) \cdot \left[-\operatorname{sen}\big((105\ \mathrm{Hz})t\big)\right]$$
$$= (5{,}51 \times 10^3\ \mathrm{V}) \cdot \operatorname{sen}\big((105\ \mathrm{Hz})t\big)$$

Esta expressão atinge o seu valor máximo quando o seno é 1. Nessa altura a f.e.m. induzida é de 5,51 kV.

Problema 23

Façamos um desenho da situação, incluindo um esboço aproximando das linhas de campo magnético no instante $t = 0$ s, assumindo que a corrente flui no sentido anti-horário:

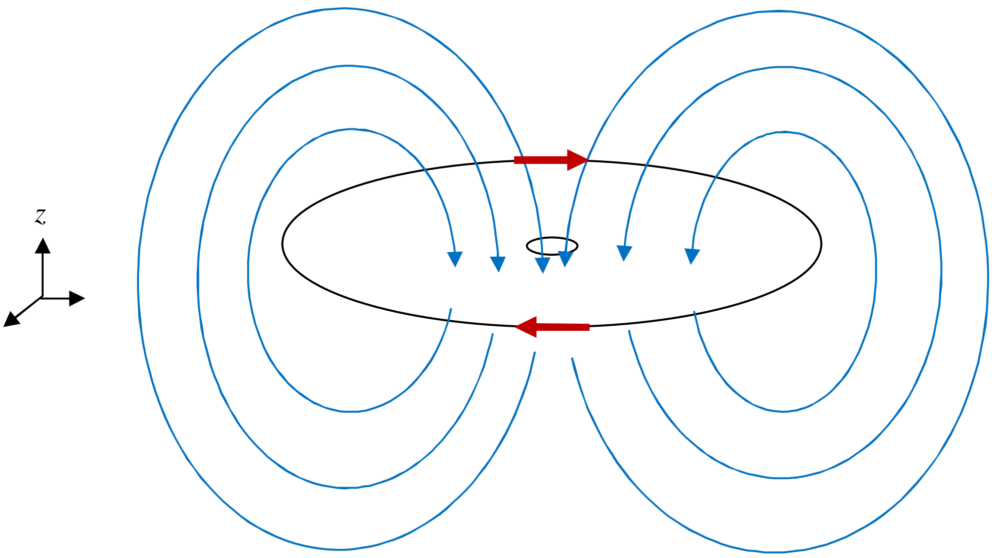


(A vermelho a corrente, a azul o campo magnético por ela criado.) O campo magnético no centro da espira grande é aproximadamente constante e igual a $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ (c.f. cap. 29, vol.3, p.237). Nos instantes indicados temos, no referencial indicado e em notação vetorial,

$$\vec{B}(0\ \mathrm{s}) = \frac{\mu_0}{2R} \cdot I(0\ \mathrm{s})\,\hat{\mathbf{k}} = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T.m}}{\mathrm{A}}}{2 \cdot 1{,}00\ \mathrm{m}} \cdot (200\ \mathrm{A})\,\hat{\mathbf{k}} = 1{,}26 \times 10^{-4}\ \mathrm{T}$$

$$\vec{B}(1\ \mathrm{s}) = \frac{\mu_0}{2R} \cdot I(1\ \mathrm{s})\,\hat{\mathbf{k}} = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T.m}}{\mathrm{A}}\right)}{2 \cdot 1{,}00\ \mathrm{m}} \cdot (-200\ \mathrm{A})\,\hat{\mathbf{k}} = -1{,}26 \times 10^{-4}\ \mathrm{T}$$

Para $t = 0{,}500$ s o campo magnético é nulo porque se a corrente passa de 200 A para –200 A uniformemente em 1 s, ela será nula exatamente a metade desse intervalo, i.e. quando $t = 0{,}500$ s. E sendo a corrente, também o será o campo magnético, i.e.: $\vec{B}(0{,}500\ \mathrm{s}) = 0$. Quanto à troca de sentido, como podemos ver dos cálculos acima, há efetivamente uma troca. A situação em $t = 1$ s passa a ser



Donde vemos graficamente o sentido invertido do campo.

Finalmente, a f.e.m. induzida na espira menor em $t = 0{,}500$ s pode-se calcular aplicando a lei de Faraday, desta vez para um intervalo de tempo finito. Para variações uniformes de campo a lei de Faraday torna-se (c.f. exemplo 30-1 da p.267 do livro de texto, vol.3)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \to \mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Leftrightarrow \mathcal{E} = -\frac{\Phi_{Bf} - \Phi_{Bi}}{\Delta t}$$

O fluxo final através da espira pequena é, obviamente, nulo. Já o fluxo inicial é $\Phi_B = BA \Leftrightarrow \Phi_B = (1{,}26 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}) \cdot (2{,}00 \times 10^{-4}\,\mathrm{cm}^2) = 2{,}52 \times 10^{-8}$ Wb e temos

$$\mathcal{E} = -\frac{0 - 2{,}52 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wb}}{0{,}500\,\mathrm{s}} = 5{,}04 \times 10^{-8}\,\mathrm{V} = 50{,}4\,\mathrm{nV}$$

É uma f.e.m. muito baixa, fruto dos campos magnéticos envolvidos serem também baixos.

Por curiosidade referimos que numa central elétrica, os campos magnéticos que banham os geradores elétricos são eles próprios alimentados por correntes. A central tem pois de usar parte da energia elétrica que cria para auto-alimentar o processo de produção de f.e.m. por indução. A energia mecânica vinda das turbinas, sejam elas movidas a vapor ou por força da água ou do vento, serve apenas para fazer rodar as espiras do gerador, tal como indicado no problema anterior.

Eletromagnetismo – circuitos de corrente alternada

Halliday et al. *Fundamentos de Física.*

Resolução dos exercícios do capítulo 31, vol.3

Problema 29

A reatância do indutor é dada por $X_L = \omega L$ e a do condensador por $X_C = 1/\omega C$. Se quisermos que $X_L = X_C$ teremos[11]

$$\omega_d L = \frac{1}{\omega_d C} \Leftrightarrow (2\pi f_d)^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow f_d = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Esta é precisamente a frequência de ressonância de um circuito LC (c.f. livro de texto, secção 31-4, vol.3, p.309). Substituindo valores temos

$$f_d = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{(6{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{H}) \cdot (10 \times 10^{-6}\ \mathrm{F})}} = 650\ \mathrm{Hz}$$

Para este valor da frequência, as reatâncias são, a 2 alg.sig.,

$$X_C = X_L = 2\pi f_d L = 2\pi \cdot (650\ \mathrm{Hz}) \cdot (6{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{H}) = 24{,}5\ \Omega \quad (25\ \Omega)$$

Problema 39

Para achar a impedância há que calcular as reatâncias, que são

$$X_L = \omega L \Leftrightarrow X_L = 2\pi \cdot (60{,}0\ \mathrm{Hz}) \cdot (0{,}230\ \mathrm{H}) = 86.7\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow X_C = \frac{1}{2\pi \cdot (60{,}0\ \mathrm{Hz}) \cdot (70{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{F})} = 37{,}9\ \Omega$$

Com isto a impedância é

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \Leftrightarrow Z = \sqrt{(200\ \Omega)^2 + (86{,}7 - 37{,}9)^2} = 206\ \Omega$$

e o ângulo de fase

$$\phi = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \Leftrightarrow \phi = \arctan\left(\frac{49{,}7}{200}\right) = 13{,}7^0$$

Quanto às intensidades de corrente, elas são simplesmente

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} \Leftrightarrow I = \frac{36{,}0\ \mathrm{V}}{206\ \Omega} = 0{,}175\ \mathrm{A} \quad ; \quad I_{\mathrm{eff}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow I_{\mathrm{eff}} = \frac{0{,}175\ \mathrm{A}}{\sqrt{2}} = 0{,}124\ \mathrm{A}$$

A corrente I é o maior valor instantâneo que corrente alternada atinge, ao passo que I_{eff} é o valor médio ao longo do tempo da corrente que percorre o circuito.

[11] Nota: o livro de texto distingue frequência de ressonância natural (ω) da frequência das oscilações forçadas (ω_d).

Problema 60 (funcionamento de um potenciómetro)

É a lâmpada que contém o elemento resistivo. O circuito dissipará por ela uma potência dada por (c.f. secção 31-10) $P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\phi = \mathcal{E}_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \frac{R}{Z}$. Podemos achar a resistência vendo o que esta expressão nos dá quando a lâmpada está a dissipar 1000 W. Nesse caso o indutor está no seu valor mínimo ($L = 0{,}00$ H). A impedância é igual à resistência ($Z = R$) e temos, da 'lei de Ohm' para a corrente alternada, $I_{\text{eff}} = \mathcal{E}_{\text{eff}}/Z$ (expressão 31-73, p.327, vol.3),

$$P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \frac{R}{Z} \Leftrightarrow P_{\text{med}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{eff}}^2}{R} \Leftrightarrow 1000\ \text{W} = \frac{(120\ \text{V})^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{(120\ \text{V})^2}{1000\ \text{W}} = 14{,}4\ \Omega$$

Voltando agora a usar a expressão $P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \frac{R}{Z}$ para o caso em que a lâmpada dissipa apenas 200 W temos

$$P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \frac{R}{Z} \Leftrightarrow P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{eff}}^2 \frac{R}{Z^2} \Leftrightarrow Z^2 = \frac{\mathcal{E}_{\text{eff}}^2 R}{P_{\text{med}}} \Leftrightarrow Z^2 = \frac{(120\ \text{V})^2 \cdot 14{,}4\ \Omega}{200\ \text{W}} = 1037\ \Omega^2$$

Da definição de impedância temos $Z^2 = R^2 + X_L^2$ e vem

$$1037\ \Omega^2 = (14{,}4\ \Omega)^2 + (\omega L)^2 \Leftrightarrow L = \sqrt{\frac{1037\ \Omega^2 - 207{,}4\ \Omega^2}{(2\pi f_d)^2}} \Leftrightarrow L = 7{,}64 \times 10^{-2}\ \text{H} = 76{,}4\ \text{mH}$$

Para a lâmpada dissipar potência entre 200 e 1000 W o indutor deverá então variar entre 0 e 76,4 mH.

Uma resistência variável, em série com a lâmpada, também poderia ser usada para o mesmo efeito. Neste caso necessitaríamos que essa resistência dissipasse entre 0 e 800 W, ao que corresponderia R_{var} entre 0 e $\mathcal{E}_{\text{eff}}^2/800\ \text{W} = 18\ \Omega$. Esta solução não é usada na prática porque a potência drenada da rede seria sempre de 1000 W- No caso do indutor a potência útil drenada é exatamente aquela que a lâmpada dissipa. É pois uma solução mais económica.