

Manuel Vaz Guedes

SISTEMAS ELECTROMECHANICOS
DE
CONVERSÃO DE ENERGIA

PORTO
2001

SISTEMAS ELECTROMECHANICOS

DE

CONVERSAO DE ENERGIA

Manuel Vaz Guedes

FACULDADE de ENGENHARIA
UNIVERSIDADE do PORTO

Indice

Introdução

Sistemas Electromagnéticos

1. *Elementos Constituintes do Sistema Electromecânico de Conversão de Energia*
 - 1.1 Partes Constituintes do Sistema Electromecânico de Conversão de Energia
 - 1.1.1 Circuitos Eléctricos
 - 1.1.2 Circuitos do Campo de Ligação
 - 1.1.3 Órgãos Mecânicos
 - 1.2 O Sistema Electromecânico de Conversão de Energia
 - 1.3 Aspectos Gerais dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia
2. *Princípios Físicos*
 - 2.1 Electromagnetismo Aplicado
(circuito eléctrico; circuito magnético; distribuição do campo magnético; energia)
 - 2.2 Mecânica Aplicada
(movimento de translação; movimento de rotação; mecânica do s.e.c.e.)
 - 2.3 Conversão Electromecânica de Energia
(indução magnética; força e binário mecânico; síntese)
3. *Funcionamento dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia*
 - 3.1 Modelização
(modelização; estimação de parâmetros)
 - 3.2 Modo de Funcionamento
 - 3.3 Regime de Funcionamento

Sistemas Electrostáticos

Introdução

1. *Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia*
 - 1.1 Princípio de Funcionamento
 - 1.2 Sistema Electrostático — condensador plano de placa móvel
 - 1.3 Teoria Generalizada
A) — Condições de Estudo; B) — Parâmetros; C) — Equações Fundamentais
 - 1.4 Aspectos Gerais
2. *Os Actuais Motores Electrostáticos — micromotores*
 - 2.1 Tecnologia de Fabrico dos Micromotores
 - 2.2 Projecto de Microsistemas de Conversão de Energia
 - 2.3 Microfabrico
 - 2.4 Técnicas de Ensaio
 - 2.5 Realização de Microsistemas Electrostáticos de Conversão de Energia
Maquinismos e Sensores; Motores; Actuador Especial — uma micropinça
3. *Perspectivas de Desenvolvimento*
4. *Conclusão*
- Bibliografia*
- A *Símbolos para Grandezas e Unidades*

pp. 1 a 100

SISTEMAS ELECTROMECAˆNICOS DE CONVERSˆO DE ENERGIA

Manuel Vaz Guedes

FACULDADE de ENGENHARIA
UNIVERSIDADE do PORTO

No domı́nio da Engenharia Electrotécnica existe um conjunto vasto de sistemas que promovem uma transformação de energia envolvendo energia mecânica e energia eléctrica, através de um campo electromagnético de ligação — são os *Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia*.

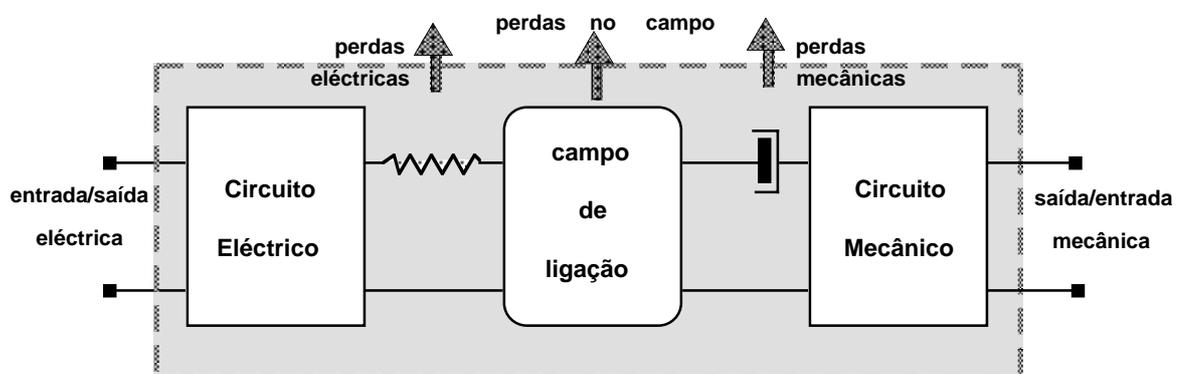


Fig. 1 – Sistema Electromecânico de Conversão de Energia

A necessidade de produzir um trabalho útil levou a que desde o começo do estudo da Electricidade se tivessem desenvolvido sistemas electromecânicos de conversão de energia, desde sempre designados como Máquinas Eléctricas. Esse desenvolvimento foi feito por um conjunto de estudiosos que, em parte, são relembrados no quadro cronológico seguinte.

Durante estes séculos, e maioritariamente no século passado, surgiu uma variedade muito grande de sistemas electromecânicos de conversão de energia. Existem sistemas em que o campo electromagnético de ligação é um campo electrostático, mas na maioria dos sistemas existentes é *magnético* o campo de ligação. Existem, também, sistemas electromecânicos em que é *linear* o movimento das partes móveis, mas na maioria dos sistemas electromecânicos as partes móveis estão animadas de um movimento *rotativo*.

Quanto ao sentido em que se dá a conversão de energia, que se encontra normalmente estabelecido para um dado sistema, verifica-se que a conversão de energia mecânica em energia eléctrica ocorre nos *geradores*, enquanto que a conversão de energia eléctrica em energia mecânica ocorre nos *motores*.

No interior de um sistema electromecânico de conversão de energia e associado ao seu funcionamento, existe sempre uma parte da energia absorvida pelo sistema que é *convertida* de energia mecânica em energia eléctrica, ou vice-versa; outra parte da energia que entra no sistema é *armazenada*; e uma pequena parte da energia que entra no sistema é dissipada em *perdas*. Por isso, a um sistema electromecânico de conversão de energia, é possível associar um diagrama energético como o figurado.

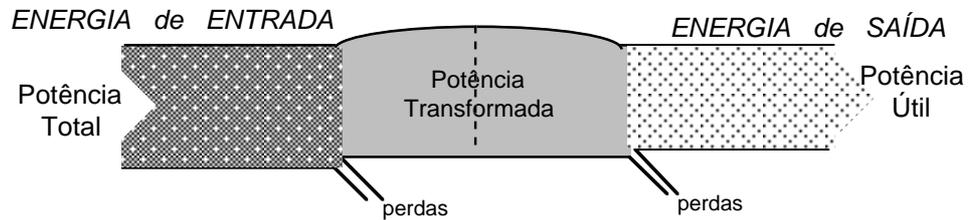


Fig. 2 – Diagrama energético geral

No domínio de estudo e do projecto dos sistemas electromecânicos de conversão de energia encontram-se todas as **Máquinas Eléctricas**. No entanto, as modernas aplicações dessas máquinas, no domínio dos Sistemas de Controlo, levaram ao desenvolvimento de teorias de estudo para esses sistemas electromecânicos de conversão de energia que são capazes de efectuarem, simultaneamente, uma conversão de sinal — as Máquinas Eléctricas para Sistemas de Controlo — na actualidade designadas, apenas quanto ao seu comportamento relativamente ao sinal, como *Sensores* e *Actuadores*, [WOO-1] [TUS-1] [TOR-1].



Fig. 3 – Máquina eléctrica e actuador *electromagnético mergulhante* (robótica)

A principal vantagem dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia sobre os outros sistemas é que possuem um valor relativo de energia de perdas reduzido (10% a 20%), e, portanto, possuem um elevado rendimento na conversão energética. Também constitui uma vantagem o facto dos sistemas electromecânicos terem um funcionamento *reversível*.

A conversão electromecânica de energia ocorre segundo princípios físicos conhecidos, que se baseiam nas principais leis do Electromagnetismo — *Lei de Faraday*, e *Lei de Coulomb* ou *Lei de Ampère* (para as forças mecânicas) —, e das leis da Mecânica — *Lei de Newton*.

O aproveitamento destes princípios físicos para a realização de trabalho útil através de máquinas eléctricas encontra-se concretizado desde o século XVIII (máquinas geradoras electrostáticas em 1766 ; motores electrostáticos em 1873 ; geradores electromagnéticos em 1830 ; motores electromagnéticos em 1831). No entanto, só o posterior desenvolvimento tecnológico — melhoria da qualidade dos materiais empregues na construção destes sistemas, melhoria das tecnologias de fabrico, aumento dos conhecimentos sobre os fenómenos físicos e as leis que os regem — permitiu a evolução tecnológica que se traduz, na actualidade, por máquinas eléctricas muito fiáveis, com elevado rendimento, e com características de funcionamento adaptadas às necessidades do utilizador.

O estudo dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia, para além da descrição física do sistema e do projecto do sistema, estabelece os métodos de representação destes sistemas por modelos com acessível tratamento matemático, a análise das suas características de funcionamento, e o estudo do seu comportamento em todas as situações decorrentes da sua integração em sistemas eléctricos mais vastos.

Uma das características particulares deste tipo de estudo, porque é iminentemente sistémico, é que pode ser efectuado como uma *introdução* a um estudo mais profundo das Máquinas Eléctricas, mas

também pode ser utilizado para a realização de uma *síntese* dos diversos conhecimentos adquiridos nas diferentes disciplinas da área científica de Máquinas Eléctricas.

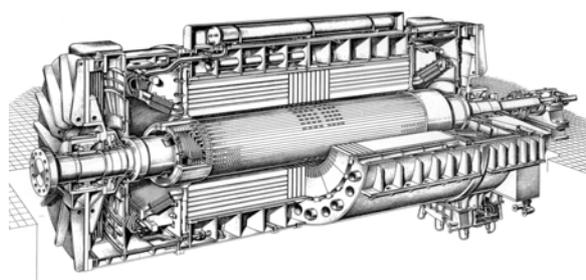
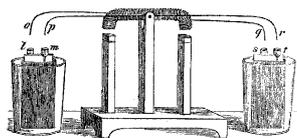
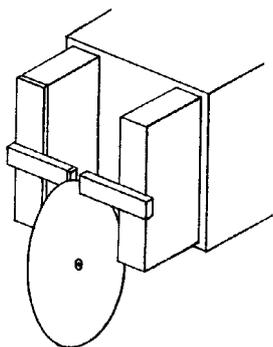
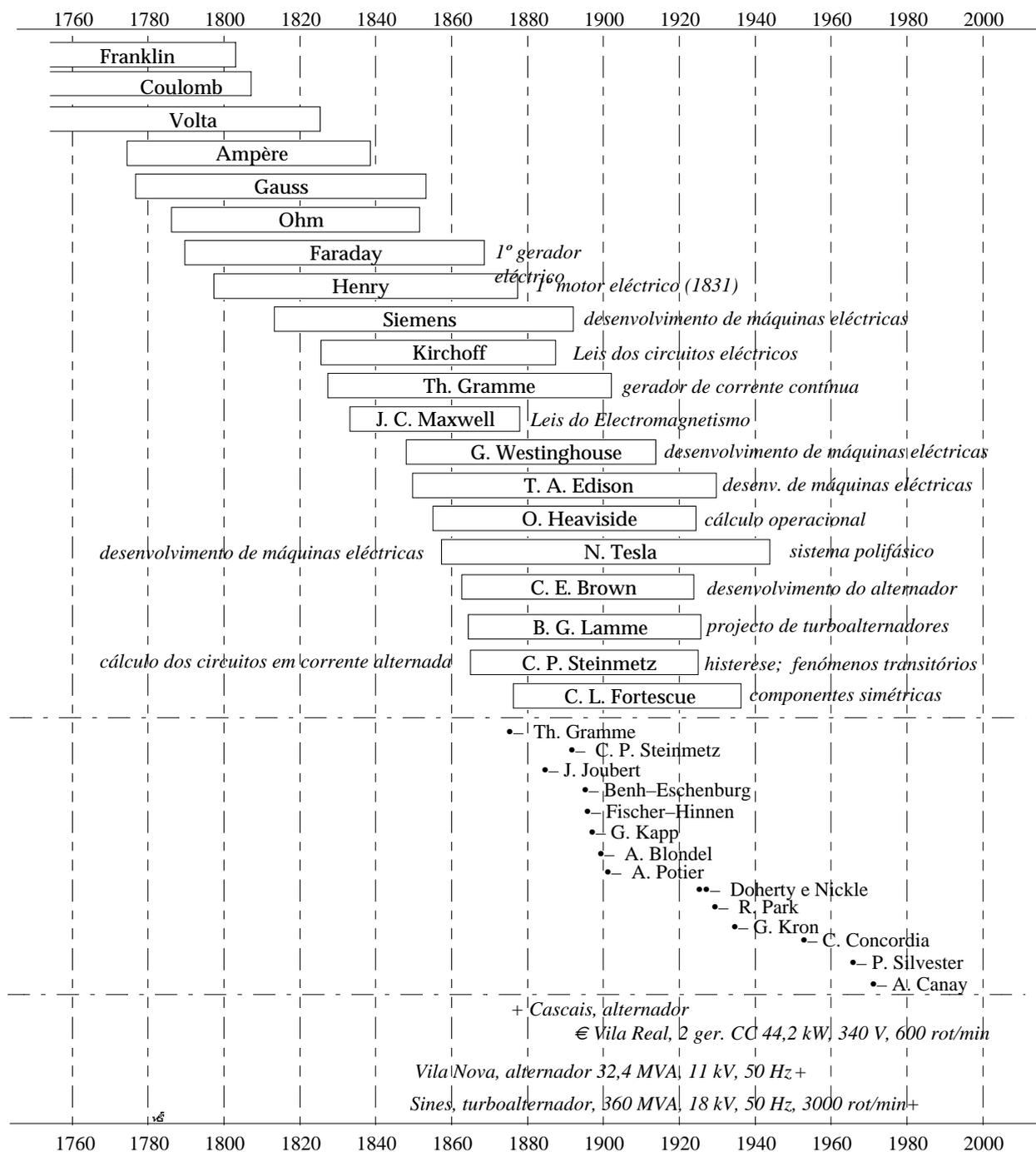


Fig. 4 – Gerador de Faraday (1831), Motor Alternativo de Henry (1831), e Turboalternador (1976)

Sistemas Electromagnéticos

1 Elementos Constituintes dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia

A execução da acção física de conversão de energia é possível devido à existência de um conjunto de *órgãos* que asseguram as condições de aplicabilidade dos diferentes princípios físicos envolvidos. Assim, no caso de um actuador electromagnético verifica-se que existem: um *circuito eléctrico*, que é responsável pela criação do campo magnético; um *circuito magnético*, que é responsável pela existência de um campo magnético intenso na zona em que se pretende aproveitar os seus efeitos, e a *armadura*, que fechando o circuito magnético é, também, um *órgão mecânico* do actuador electromagnético, porque se pode movimentar.

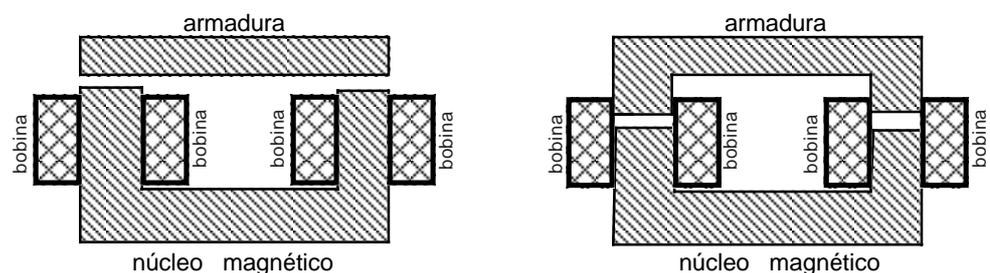


Fig. 5 – Actuador electromagnético: de armadura plana e de armadura mergulhante

Esta simples descrição tem subjacente uma classificação das partes constituintes de qualquer sistema electromecânico de conversão de energia, do tipo electromagnético.

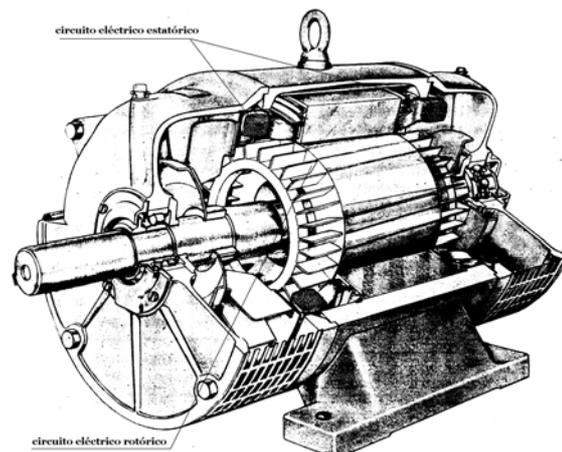
circuitos eléctricos – conjunto de órgãos destinados a conduzir a corrente eléctrica e a provocar o aparecimento de um campo electromagnético de ligação. Formam um ou vários circuitos eléctricos.

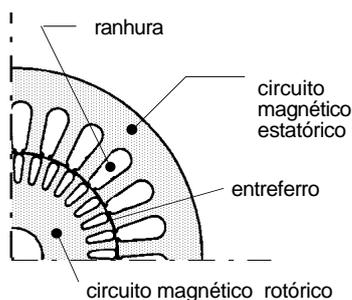
circuito magnético – circuito de distribuição orientada das linhas de força do campo magnético, normalmente construído com material ferromagnético.

órgãos mecânicos – conjuntos de órgãos necessários para conduzir a energia mecânica até à zona onde se dá a conversão de energia. Eventualmente, estes órgãos mecânicos podem, também, ter uma função de sustentação e de fixação das outras partes da máquina; nesse caso são órgãos estruturais.

No caso de uma máquina eléctrica rotativa – *motor de indução com o rotor em curto-circuito* – estes órgãos podem ser devidamente identificados:

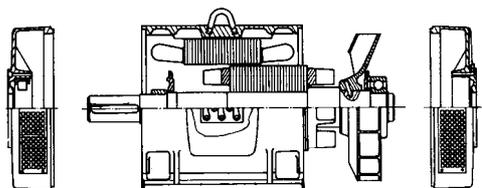
Circuitos eléctricos – são formados pelos elementos do circuito eléctrico do *indutor* e do circuito eléctrico do *induzido*, sendo normalmente acessíveis do exterior por uma caixa de terminais. Observa-se que são constituídos por condutores eléctricos de cobre revestidos por um material isolante.





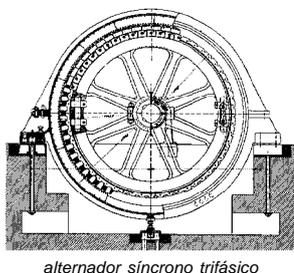
Circuito magnético — encontra-se distribuído pela parte móvel e pela parte fixa do sistema electromecânico de conversão de energia. É formado por um empacotamento de chapa de um material ferromagnético.

Órgãos mecânicos — são constituídos pelo *veio* da máquina, pelos *mancais* (situados nas *tampas* no caso figurado) e pela *carcaça*. Estes elementos são habitualmente estudados no âmbito de disciplinas de Mecânica Aplicada, como *Órgãos de Máquinas*.



Mas, para além de uma descrição da realidade física do sistema electromecânico de conversão de energia logicamente estruturada, no estudo deste tipo de sistemas existe, também, a necessidade de caracterizar as diferentes partes constituintes pelas suas propriedades físicas relevantes. Então, torna-se necessário construir um modelo, em que o sistema electromecânico de conversão de energia é representado por um conjunto equações matemáticas, com os seus *parâmetros*, formando um sistema de equações que traduz, dentro de certos limites, a realidade do sistema.

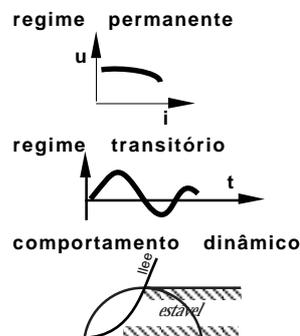
sistema electromecânico de conversão de energia



modelo matemático

$$\begin{cases} \{\psi\} = [L] \cdot \{i\} \\ \{u\} = [R] \cdot \{i\} + p\{\psi\} \\ T_m = J \cdot p^2 \theta + D \cdot p\theta + T_{el} \end{cases}$$

análise do funcionamento



A este tipo de construção do modelo contrapõe-se outro tipo, actualmente em grande desenvolvimento, que consiste na resolução numérica das equações do campo electromagnético, e no posterior tratamento numérico das leis físicas que regem o processo de conversão de energia, [SIL-1] [MVG-3].

Os *parâmetros* do modelo representam propriedades do meio físico constituinte do sistema, mas, por comodidade de tratamento, são considerados *concentrados*.

No caso dos elementos do circuito eléctrico, os condutores eléctricos, apesar de serem constituídos com um metal condutor, cobre ou alumínio, apresentam uma propriedade que se traduz por uma oposição à passagem da corrente eléctrica — trata-se da *resistência eléctrica*. Tal propriedade está distribuída por todo o condutor. No entanto considera-se que essa propriedade do circuito eléctrico do sistema electromecânico de conversão de energia será representada no seu modelo por um parâmetro concentrado: a *resistência eléctrica* R , (Ω).

Outras considerações podem ser feitas sobre os parâmetros. Apesar da resistência eléctrica de um condutor variar com a temperatura, $R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$, e variar portanto durante o tempo de

funcionamento em carga do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia devido ˆ energia de perdas, que se degrada em calor, considera-se habitualmente que a resistˆncia ˆ constante, e, assim, o sistema serˆ representado por um sistema de equaˆ˜es lineares de coeficientes constantes, durante o intervalo de tempo de funcionamento em que estˆ a ser estudado.

Como a anˆlise do funcionamento de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia se baseia na anˆlise energˆtica do seu funcionamento, ˆ importante considerar os diversos aspectos do processamento da energia no sistema electromecˆnico, para que esses processos sejam devidamente caracterizados atravˆs da escolha dos respectivos parˆmetros.

Um dos mais importantes aspectos ˆ que o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia foi projectado para promover uma transformaˆ˜o de energia inferior a um dado valor mˆximo. Esse valor mˆximo da energia transformˆvel, que se previu no projecto do sistema, define a sua *potˆncia nominal*.



No catˆlogo de um fabricante de motores de induˆ˜o trifˆsicos consta que um determinado motor tem a potˆncia nominal de 4 kW, 1500 rot/min. Trata-se de um motor pequeno, porque a potˆncia ˆtil que pode fornecer nˆo ˆ muito elevada {gama de potˆncias dos motores de induˆ˜o 1 kW a 1000 kW}, que pode fornecer energia mecˆnica caracterizada pela potˆncia de 4 kW, mas para isso tem de consumir energia elˆctrica caracterizada pela potˆncia total, que face ˆs informaˆ˜es disponıveis no catˆlogo, relativas ao rendimento da mˆquina ˆ plena carga $\eta = 82\%$, serˆ de $P_t = (P_u/\eta)$, ou $P_t = 4,87$ kW.

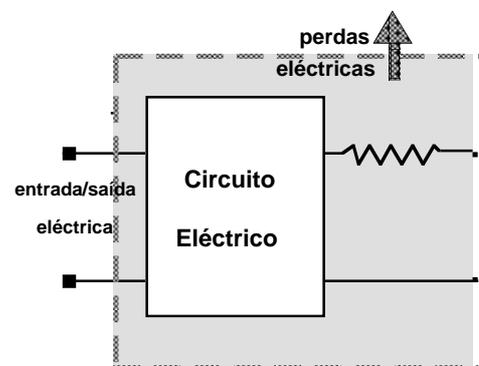
No sistema electromecˆnico de conversˆo de energia existe armazenamento de energia, conversˆo de energia e dissipaˆ˜o de energia, tanto na parte electromagnˆtica do sistema como na parte mecˆnica. Por isso, na caracterizaˆ˜o das partes constituintes do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia tˆm de ser considerados esses processos energˆticos.

1.1 Partes Constituintes do Sistema Electromecˆnico de Conversˆo de Energia

Na caracterizaˆ˜o das partes constituintes do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia considera-se a divisˆ˜o clˆssica, jˆ apresentada: circuitos elˆctricos, circuito de campo de ligaˆ˜o, e ˆrgˆos mecˆnicos.

1.1.1 Circuito Elˆctrico

No sistema electromecˆnico de conversˆo de energia os circuitos elˆctricos sˆo responsˆveis pelo tratamento da energia elˆctrica. Assim, existem elementos capazes de conduzir aquela forma de energia, e existem elementos capazes de produzir algum efeito ˆtil, como criar um campo magnˆtico (ou elˆctrico). Para conduzir a energia elˆctrica existem condutores elˆctricos, em cobre ou em alumınio, isolados dos restantes materiais do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, por materiais isolantes.



Materiais para os Circuitos Elˆctricos

Nos circuitos elˆctricos dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia utilizam-se materiais condutores e materiais isolantes.

- *Materiais condutores*

Os materiais condutores utilizados sˆo o cobre ou o alumınio. O cobre ˆ utilizado na maioria dos

enrolamentos das máquinas eléctricas e dos electroímãs, enquanto que o alumínio é, actualmente, utilizado nos enrolamentos em gaiola de esquilo dos motores de indução.

Aqueles materiais não são utilizados no seu estado puro, mas normalmente são dopados por um conjunto de impurezas.

As principais propriedades destes materiais são:

- baixa resistividade, que facilita a passagem da corrente eléctrica;
- boa condutividade térmica, que facilita a condução do calor para o exterior, e
- uma não muito elevada massa volúmica, que diminui o peso global do sistema.

Propriedades	COBRE (99,8%)	ALUMÍNIO (99,5%)
resistividade ρ ($\Omega\cdot\text{m}$) (a 15 °C)	$1,72 \times 10^{-8}$	$3,2 \times 10^{-8}$
condutividade térmica ($\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$)	350	200
massa volúmica (kg/m^3)	$8,7 \times 10^3$	$2,7 \times 10^3$

Os condutores eléctricos são utilizados em fio ou em barra.

• *Materiais isolantes*

Os materiais isolantes empregues nos circuitos eléctricos dos sistemas electromecânicos de conversão de energia são materiais sintéticos, envolvendo um mineral — a mica. A composição dos materiais utilizado no sistema de isolamento varia muito com a utilização específica e com o fabricante do sistema electromecânico; no entanto, procura-se que tenham propriedades físicas e químicas estáveis apesar das condições de funcionamento do sistema electromecânico de conversão de energia (aquecimento). Nas diversas aplicações procura-se evitar a degradação com o tempo do material isolante.

É muito diversificada a construção dos circuitos eléctricos dos sistemas electromecânicos de conversão de energia. Como existem para criar, ou aproveitar, nas melhores condições, o campo electromagnético de ligação, os circuitos eléctricos utilizados nos sistemas electromecânicos de conversão de energia, e nas máquinas eléctricas em particular, obedecem a princípios construtivos rigorosos, como os que se encontram estabelecidos na Teoria dos Enrolamentos das Máquinas Eléctricas, [ARN-1] [CCC-1].

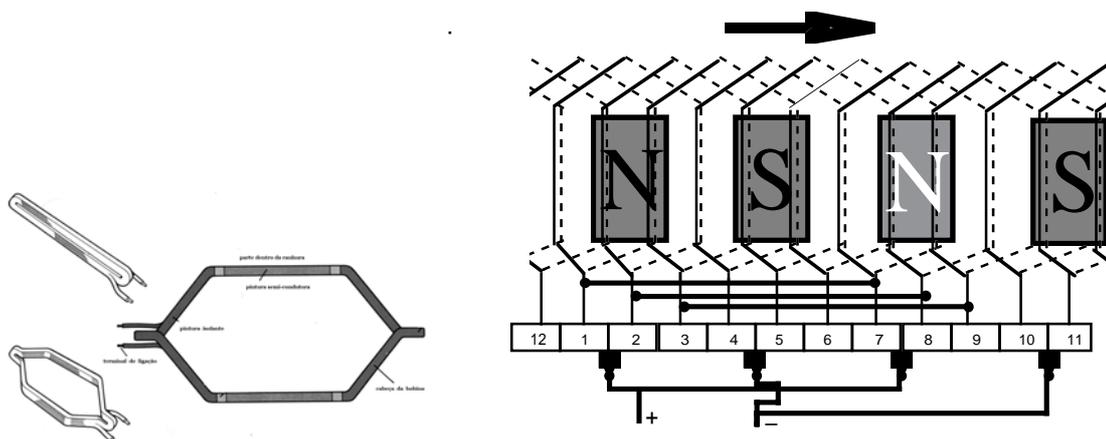


Fig. 6 – Enrolamento para Máquina Eléctrica de Colector de Lâminas

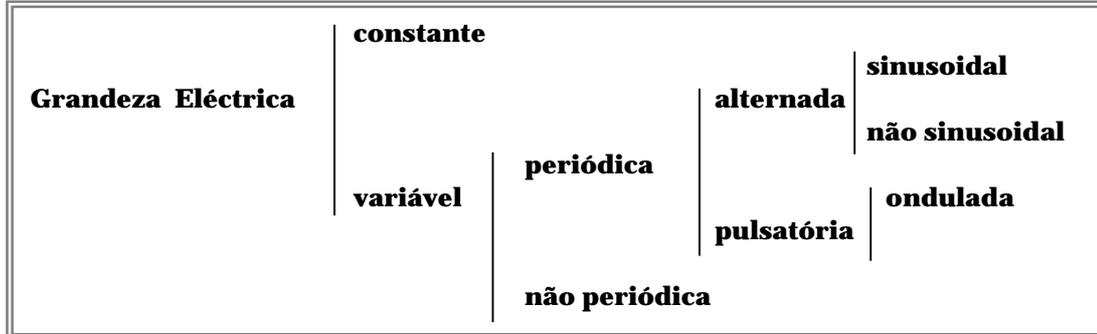
Considerando que os órgãos eléctricos de um sistema electromecânico de conversão de energia são constituídos, apenas, por um circuito eléctrico, verifica-se que aos terminais desse circuito está aplicada uma tensão de valor instantâneo $u(t)$. Encontrando-se o circuito fechado, irá ser percorrido por uma corrente eléctrica de valor instantâneo $i(t)$. O circuito será assim caracterizado por uma potência instantânea $p = u \cdot i$. Essa potência deverá ter um valor igual ou menor (\leq) do que o valor de potência correspondente à potência nominal do sistema.

Existe, por isso, um valor limite para a tensão e para a corrente eléctrica do sistema; trata-se dos respectivos *valores nominais*, que se encontram inscritos na *chapa de características* do sistema.

Grandezas Eléctricas

As grandezas físicas que entram na caracterização da parte eléctrica de um sistema electromecânico de conversão de energia estão ligadas à distribuição de carga eléctrica — potencial, tensão e força electromotriz — e ao movimento da carga eléctrica — intensidade da corrente eléctrica.

A distribuição destas grandezas no tempo, ou no espaço, pode ter diversas formas, que se traduzem graficamente pela *forma de onda* da grandeza física.



As grandezas eléctricas *constantes* mantêm o valor apesar da variação da variável independente (tempo ou espaço), enquanto que o valor das grandezas *variáveis* varia com a variação do tempo ou do espaço.

Quando uma grandeza se reproduz identicamente para intervalos iguais da variável independente classifica-se como uma grandeza *periódica*.

Para as grandezas periódicas define-se *período* (T) como o intervalo ao fim do qual a grandeza retoma as mesmas características e *valor médio* (G_a) como o valor definido pela expressão integral

$$G_a = (1/T) \cdot \int_0^T g(t) dt.$$

O valor médio permite caracterizar uma grandeza periódica.

Uma grandeza periódica com valor médio nulo ($G_a = 0$) é uma grandeza alternada pura; estas grandezas assumem o mesmo valor, mas com sinal contrário, ao fim de cada semi-período $g(t) + g(t + T/2) = 0$. Uma grandeza periódica com valor médio diferente de zero é uma *grandeza pulsatória*. Uma grandeza pulsatória que tem sempre o mesmo sinal é uma *grandeza ondulada*.

No estudo dos sistemas electromecânicos de energia têm grande importância as *grandezas sinusoidais*: são grandezas periódicas alternadas puras com variação segundo uma função seno ou segundo uma função coseno.

Para as grandezas sinusoidais é possível utilizar uma representação com números complexos — *Método Simbólico* —, o que facilita muito o cálculo das expressões matemáticas para os circuitos eléctricos.

No estudo das grandezas alternadas não sinusoidais, como são grandezas periódicas, quando o sistema é linear ou linearizável, é possível utilizar uma decomposição da variação da grandeza em série de termos harmónicos (série de Fourier), estudando-se o comportamento do sistema para cada termo *harmónico*.

A passagem da corrente eléctrica nos condutores do circuito eléctrico traduz-se por uma perda de energia, motivada pelo efeito Joule, que provoca a libertação de calor nos condutores eléctricos em que está a passar uma corrente eléctrica devido à resistência que o metal do condutor oferece à passagem dessa mesma corrente eléctrica. Esta perda de energia eléctrica, que se dá ao longo de todo o condutor, é equivalente à perda de energia que existiria numa resistência eléctrica concentrada que tivesse o mesmo valor R. Durante um mesmo intervalo de tempo Δt , em qualquer das situações, é representada pela potência de perdas Joule, $P_J = R \cdot I^2$

Desta forma associado ao circuito eléctrico do sistema electromecânico de conversão de energia existe um elemento de circuito, com parâmetro concentrado, que é uma resistência eléctrica e que representa o elemento de dissipação de energia (perda) do circuito eléctrico.

O valor da resistência eléctrica pode ser obtido por um ensaio, sendo habitual utilizar o método do *voltímetro-amperímetro* como método de medida. Também podem ser aplicados métodos de medida envolvendo a utilização de pontes de medida, [CEI-279].

A passagem da corrente eléctrica num condutor provoca o aparecimento de uma campo magnético em

torno do condutor. Essa propriedade, associada aos elementos de um circuito eléctrico, caracteriza-se com a consideração de um parâmetro do circuito eléctrico, que traduz a relação entre o fluxo magnético e a corrente eléctrica que o cria: a **indutância**. O parâmetro associado com o fluxo magnético que envolve os condutores do circuito eléctrico e a corrente que nele circula chama-se o **coeficiente de auto-indução** L ; enquanto que a relação entre o fluxo magnético que envolve um circuito eléctrico mas que é criado pela corrente eléctrica que atravessa outro circuito, é o **coeficiente de indução mútua** M entre os dois circuitos eléctricos.

Actualmente, existem duas formas de estudar os problemas que envolvem a representação da ligação entre a corrente eléctrica e o fluxo magnético por ela criado. Uma das formas, a clássica, consiste em considerar que é **linear** a relação entre o fluxo magnético e a corrente eléctrica que o cria: $\psi = L \cdot i$. Nela se costumam basear os métodos de Análise do Funcionamento das Máquinas Eléctricas, [CCC-2] [MVG-4].

A outra forma de estudo dos problemas que envolvem a representação da ligação entre a corrente eléctrica e o fluxo magnético por ela criado, consiste em considerar que a relação entre o fluxo magnético e a corrente eléctrica que o cria é **não linear**; $\psi = L(i) \cdot i$. Esta forma de estudo só se tornou possível devido ao aumento da acessibilidade dos métodos de análise computacionais das máquinas eléctricas. Existem já diversos trabalhos de investigação, envolvendo a fundamentação teórica [SIL-1], a representação das indutâncias [GAR-1], ou a aplicação à modelização de máquinas eléctricas, [CAS-1]

Considerando apenas a situação em que é linear a relação entre o fluxo magnético e a corrente eléctrica que o cria, a indutância de um circuito eléctrico é um parâmetro concentrado (linear e constante) do circuito, que está ligado à quantidade de energia armazenada no campo magnético que o envolve, $W = (1/2) \cdot L \cdot i^2$ ou $W = M_{ij} \cdot i_i \cdot i_j$.

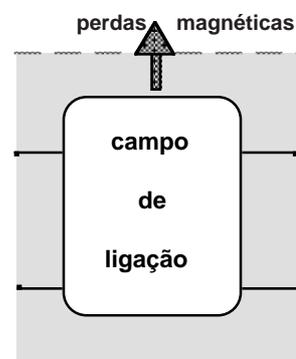
São muitos os métodos de determinação da indutância de um sistema electromecânico de conversão de energia apresentados nas Normas, por exemplo: [CEI-34-4] [IEEE-115]. Muitos desses métodos são indirectos, porque se baseiam na determinação da medida da energia magnética armazenada no campo magnético do sistema, em condições de funcionamento bem definidas; por exemplo: à plena carga. Apesar disso a consideração da existência da não-linearidade provoca a formulação de muitos métodos de ensaio, e de muitas críticas pertinentes a esses diversos métodos.

1.1.2 Circuito do Campo de Ligação

Nos sistemas electromecânicos de conversão de energia do tipo electromagnético o campo de ligação é, um campo magnético. Existem sistemas electromecânicos em que o campo de ligação é um campo electrostático, como será adiante estudado; mas a sua utilização está limitada a um número restrito de aplicações.

Devido à grande facilidade com que a energia pode ser armazenada num campo magnético e ao elevado valor da densidade volúmica de energia distribuída no campo, a maioria dos sistemas electromecânicos de conversão de energia tem um campo de ligação magnético.

Para que o campo magnético possa actuar com a intensidade requerida sobre os elementos do circuito eléctrico, colocados em determinada zona do sistema electromecânico de conversão de energia, é necessário criar um circuito magnético, isto é um conjunto de meios materiais, formado essencialmente por substâncias ferromagnéticas, constituindo um circuito fechado, através do qual um fluxo magnético se pode estabelecer. Além do material ferromagnético na construção do circuito magnético pode ser utilizado um material magnético permanente (íman). Devido à forma como é construído, entre as diferentes partes de um circuito magnético podem existir zonas de uma substância não magnética, como o ar, com um pequeno comprimento relativamente ao comprimento total do circuito magnético: trata-se de zonas de **entreferro**.



Materiais Ferromagnéticos

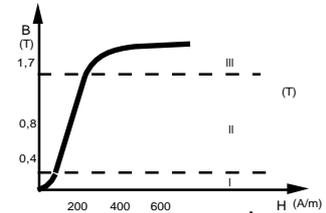
Os materiais ferromagnéticos são caracterizados por adquirirem uma magnetização elevada quando são submetidos a um campo magnético externo. As propriedades magnéticas desses materiais são representadas, principalmente, pela *curva de magnetização*. Esta curva estabelece a relação entre o valor da indução magnética do material B (T), e o valor da intensidade do campo magnético H (A/m), que a cria.

A curva de magnetização pode ser dividida naturalmente em três regiões.

Numa primeira região (I) a curva parte da origem com uma inclinação dada pelo valor da permeabilidade no vazio μ_0 . Nesta região a curva é, usualmente, reversível e verifica-se que a permeabilidade diferencial, definida pela razão dB/dH , é aproximadamente igual à permeabilidade reversível $\mu\Delta$.

Na segunda região (II) a curva tem uma grande inclinação e a permeabilidade diferencial é muito maior do que a permeabilidade inicial. Nesta região, o andamento da curva é, praticamente, rectilíneo mas o fenómeno é irreversível.

A terceira região (III) é separada da segunda por um "joelho" e é uma região em que o andamento da curva é praticamente rectilíneo. Nesta região o valor da indução magnética é quase independente do valor da intensidade do campo magnético e portanto a inclinação da curva é pequena, voltando a curva a ser reversível, numa grande extensão, e a permeabilidade diferencial a ser aproximadamente igual à permeabilidade reversível.



A explicação da variação da permeabilidade magnética dos materiais ferromagnéticos, ver figura, pode-se obter da análise do comportamento daqueles materiais durante a magnetização, e atender a uma teoria explicativa do comportamento dos materiais magnéticos, como a teoria dos domínios magnéticos, P. Weiss (1906). Dessa análise conclui-se que o valor do campo magnético externo contribui muito pouco para a magnetização. No entanto aquele campo contribui para o alinhamento dos pequenos volumes de matéria onde os spins dos electrões estão espontaneamente alinhados, os *domínios*, e daí resulta a elevada magnetização característica destes materiais.

O carácter não linear da curva de magnetização é representada por expressões matemáticas, obtidas por aproximação, como a equação de Froëlich $B = H / (\alpha + \beta \cdot H)$; funções polinomiais incompletas $H = \alpha \cdot B + \beta \cdot B^9, \dots$

Note-se que, na realidade, a correspondência entre o valor do campo magnético e da indução magnética, $B \leftarrow H$, além de não ser linear, não é unívoca. De facto, a cada valor do campo magnético correspondem valores diferentes da indução magnética conforme as correntes eléctricas que criam o campo magnético são crescentes ou decrescentes. É o fenómeno da *histerese magnética*, que pode ter de ser considerado, quando se atende à situação real de funcionamento dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, e que é representado pelo *ciclo histerético* do material ferromagnético. Demonstra-se que a área do ciclo histerético é proporcional à densidade de energia dissipada em perdas magnéticas durante cada ciclo de magnetização.

São diversas as grandezas características das propriedades de um material ferromagnético. Para a chapa magnética utilizada nos motores de indução trifásicos cita-se, como valores típicos:

espessura = 0,5 mm indução de saturação = 1,7 T densidade de perdas = 2 W/kg a 1,5 T, 50 Hz
 massa volúmica = $7,8 \times 10^3$ kg/m³ indução remanente = 1,0 T resistividade = 40×10^{-8} $\Omega \cdot m$

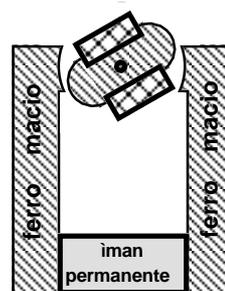
Quando o material ferromagnético é submetido a uma magnetização alternada surgem as correntes de Foucault, que provocam o aquecimento do material. Para diminuir o valor dessas correntes, aumentando a resistividade do material, junta-se silício ($\approx 3\%$) ao ferro em fusão. Para diminuir o valor dessas correntes, diminuindo o comprimento dos circuitos eléctricos espontâneos, divide-se o material magnético em chapas de pequena espessura.

As chapas de material ferromagnético habitualmente utilizadas, são chapas de ferro silicioso de cristais orientados laminadas a frio.

Existe um conjunto de materiais que são de fácil magnetização, e que mantêm uma magnetização elevada, mesmo quando o sistema indutor deixa de actuar. São os *ímãs permanentes*. Utilizando

estes materiais no circuito magnético de um sistema electromecânico de conversão de energia torna-se desnecessária a existência de um circuito eléctrico próprio para a criação do campo magnético de ligação.

Devido ao desenvolvimento de ímanes permanentes com boas características, tem vindo a aumentar a aplicação destes materiais na construção de sistemas electromecânicos de conversão de energia, principalmente nos que são utilizados nos sistemas de controlo como actuadores de precisão.



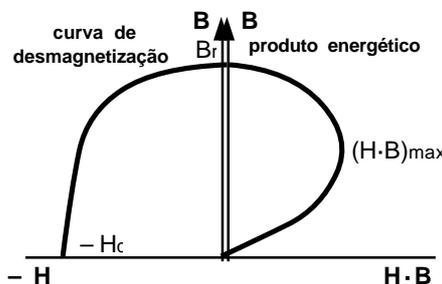
Ímanes Permanentes

Os materiais para ímanes permanentes mais utilizados são o Alnico (Fe-Co-Ni-Al), e as ferrites que são utilizadas para sistemas que funcionam com uma frequência elevada. No entanto, nos últimos anos tem aumentado a utilização de ligas metálicas à base de Cobalto (Co) e de terras raras: Samário (Sm) e Neodímio (Nd), [GOU-1].

Os ímanes permanentes funcionam na zona da *curva de desmagnetização* do ciclo histerético, o que corresponde ao 2º quadrante desse ciclo. Quanto maior for a área contida por essa curva mais eficaz é o material do íman permanente respectivo.

Nesta curva salientam-se os pontos B_r – *indução remanente* ou *remanência*, e H_c – *força coerciva*.

O *produto energético* de um íman permanente que funciona num ponto caracterizado pelos valor H do campo magnético e pelo valor B da indução magnética, é $B \cdot H$. Trata-se, também, de uma propriedade importante, que traduz a densidade da energia contida no volume unitário do íman permanente. Quanto maior for o produto energético ($B_d \cdot H_d$) do ponto de funcionamento de um íman permanente menor é o volume de material magnético permanente necessário para se obter um determinado valor do fluxo magnético, quando se despreza o efeito do fluxo de fugas.



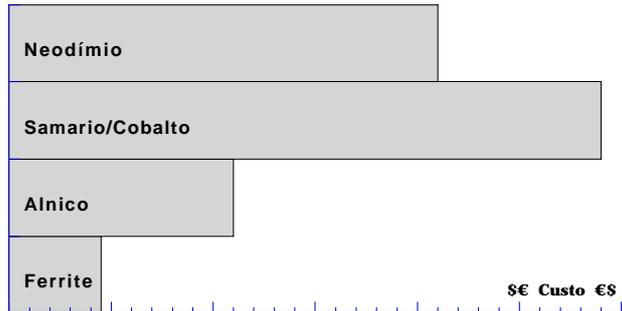
A magnetite é um mineral que possui uma magnetização permanente, mas com um valor baixo. Uma importante descoberta foi que adicionando cobalto às ligas de ferro era possível aumentar a força coerciva de um íman permanente. Surgem assim, na década de trinta, os ímanes permanentes de Alnico™, isotrópico e anisotrópico, que continuam a ser os materiais com maior aplicação industrial. Substanciais melhorias das qualidades deste material foram obtidas por simples alteração do processo tecnológico de fabrico: arrefecimento no interior de um campo magnético.

A utilização de terras raras nas ligas para ímanes permanentes com cobalto aumentou muito o valor da força coerciva e do produto energético do novo material. Oferecendo uma grande resistência à desmagnetização, estes materiais apresentam excelentes características para utilização nos sistemas electromecânicos de conversão de energia. Espera-se que a diminuição progressiva do seu preço e a alteração do tipo de projecto de alguns sistemas electromecânicos que a sua utilização permite, irão torná-lo o material para os ímanes permanentes do futuro.

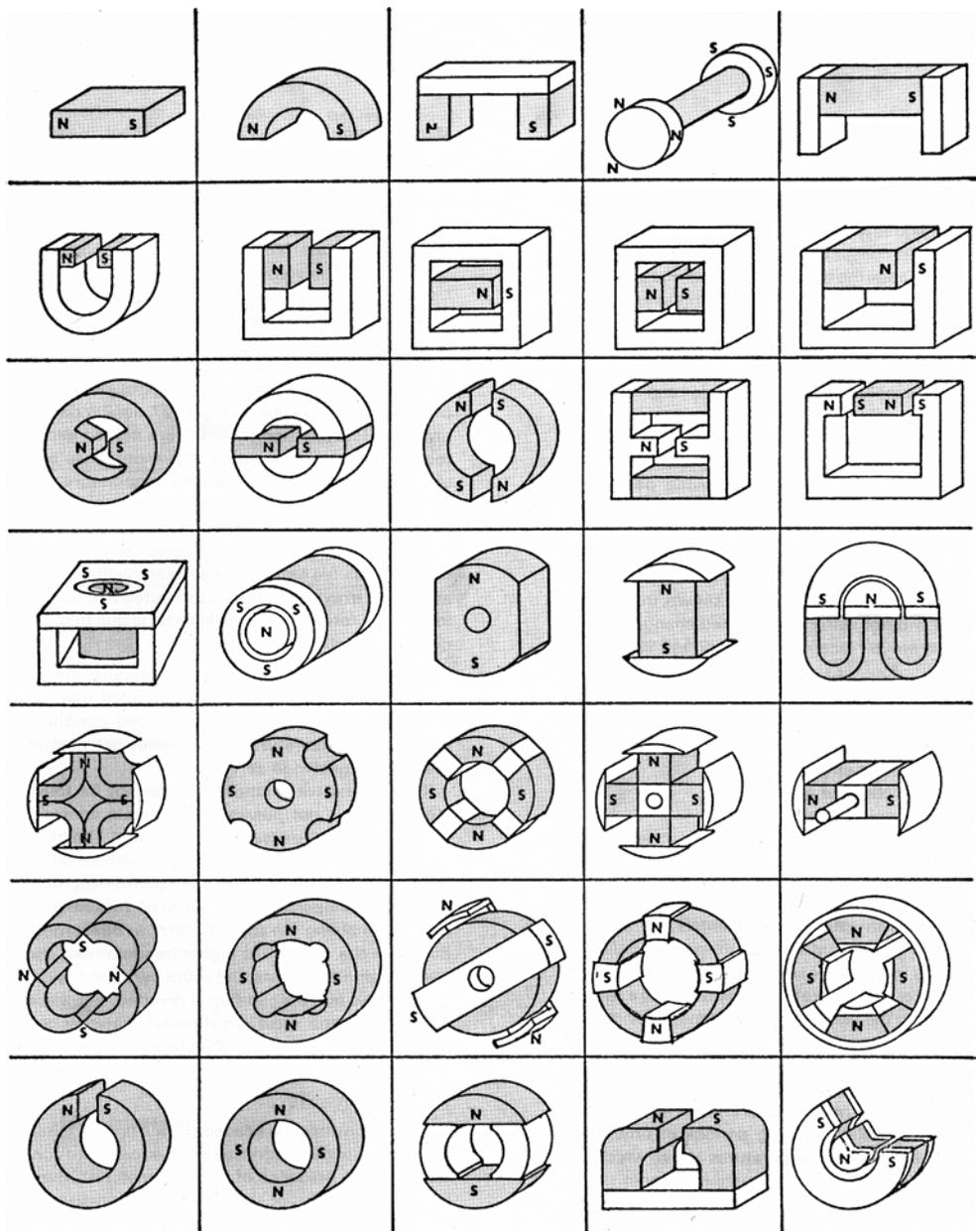
As ferrites são materiais cerâmicos obtidos, a elevada temperatura, por reacção do Bário (Ba), e/ou carbonato de Estrôncio (Sr) com o óxido de Ferro (Fe); $Ba_xSr_{(1-x)}5Fe_2O_3$. O produto obtido é moído e o composto pulverulento depois é prensado na forma pretendida sendo, finalmente, sinterizado em forno. A prensagem pode ser feita no interior de um campo magnético, o que dará um carácter anisotrópico ao íman permanente final. As propriedades de alguns destes materiais podem ser tabeladas:

Material	B_r (T)	H_c (kA/m)	$(B \cdot H)_{max}$ (kJ/m³)	p (nΩm)	
Alnico	0,72	45	13,5	650	(16%Ni+12%Co+9%Al+5%Cu)
Alcomax	1,26	52	43	470	(13%Ni+24%Co+8%Al+3%Cu+1%Mo)
Fe + 6% W	1,05	5,2	2,4	400	
Fe + 15%Co	0,83	14,3	4,9	700	
Super Magloy	0,85	640	135	-	43%Sm+66%Co5
Ferrite	0,22	135	8	10	(cerâmica)

ˆE de notar que o custo destes materiais tem tido grande influˆencia na sua aplicaˆo. O custo relativo destes materiais era em 1978: Alnico = 1; Ferrite = 1/4; Samˆrio-Cobalto = 10. Actualmente o custo destes materiais magnˆticos distribui-se segundo o grˆfico,



Com ˆmanes permanentes, e com peˆas de ferro macio, ˆ possıvel projectar as mais diversas montagens magnˆticas.

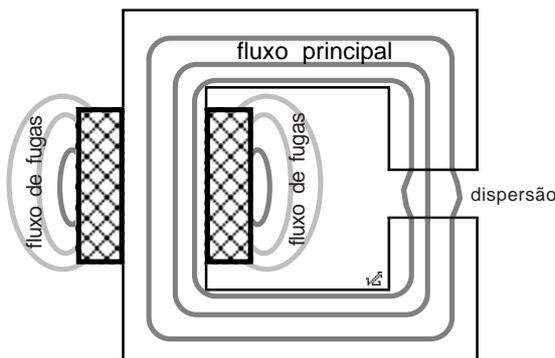


O circuito magnˆtico de ligaˆo nos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia ˆ construıdo com materiais de elevada permeabilidade magnˆtica ($\mu = 0,088 \text{ H/m}$) quando comparado com o material envolvente: o ar ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$). Isso permite que o fluxo magnˆtico se distribua, na sua

quase totalidade, apenas pelo circuito magnético, sendo muito pequena a quantidade de fluxo que se distribui pelo meio envolvente. À pequena parte que se fecha pelo meio envolvente chama-se: o **fluxo de fugas**. Na zona do entreferro existe, normalmente, uma **dispersão** das linhas de força do campo magnético.

No projecto de um circuito magnético a existência de fluxo de fugas e a dispersão das linhas de força é considerada através da utilização de **factores correctivos**.

A presença de um fluxo magnético variável no tempo, normalmente criado por um corrente eléctrica alternada, provoca perdas de energia no circuito magnético de ligação nos sistemas electromecânicos de conversão de energia. São as **perdas magnéticas**, ou perdas no ferro; compostas pelas perdas por histerese P_h e as perdas por correntes de Foucault, P_F .



$$J = \int_M r^2 dm$$

perdas por histerese

Durante um ciclo de magnetização do material ferromagnético, é gasta no trabalho de orientação dos domínios magnéticos uma quantidade de energia por unidade de volume, proporcional à área contida no interior do ciclo histerético.

No volume do material que constitui o núcleo magnético, esta energia é dissipada, sob a forma de calor: constitui a energia de **perdas por histerese**. Quando o campo magnético responsável pela magnetização é variável no tempo, periódico com uma frequência f , existem f ciclos de magnetização em cada segundo e, conseqüentemente, haverá uma dissipação de energia devida à histerese magnética, com uma densidade volúmica $f \cdot w_M$; isto é, **as perdas por histerese são proporcionais à frequência de magnetização**.

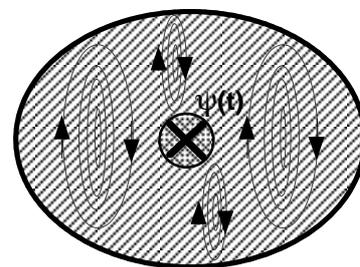
Mas, devido à variação, no tempo, do campo magnético existem, também, perdas de energia motivadas pelas correntes de Foucault.

perdas por correntes de Foucault

A variação no tempo do fluxo magnético dá origem ao aparecimento de um campo eléctrico no meio magnético do núcleo (Lei de Faraday). Nesse meio metálico, formam-se circuitos fechados, nos quais se induz uma força electromotriz, que é proporcional à frequência do fluxo magnético indutor.

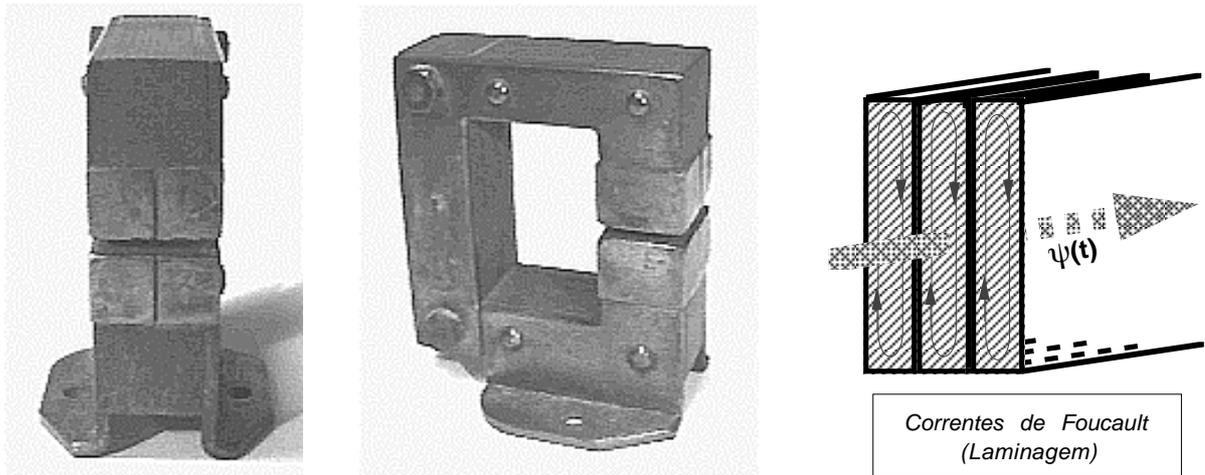
A presença dessa força electromotriz induzida, num circuito fechado, provoca a circulação de uma corrente eléctrica. Ao conjunto dessas correntes eléctricas que aparecem no material ferromagnético, percorrido por um fluxo magnético variável no tempo, chama-se **correntes de Foucault**.

Como os circuitos fechados têm uma dada resistência eléctrica, a circulação da corrente eléctrica nesses circuitos traduz-se por uma libertação de calor, por efeito Joule. A energia dissipada em calor constitui a energia de **perdas por correntes de Foucault**.



Correntes de Foucault

Uma forma de diminuir essas perdas de energia — perdas por correntes de Foucault — consiste na diminuição do valor da corrente eléctrica através da diminuição do comprimento dos pequenos circuitos fechados onde se induz a força electromotriz; o que se consegue com a divisão da área transversa à direcção do campo, em diversas pequenas áreas, por utilização de um material laminado (ou por um feixe de arames do material). O valor da corrente eléctrica também é diminuído, através do aumento do valor da resistência do circuito fechado, por um aumento da resistividade do material ρ , o que se consegue com a adição de substâncias (silício) ao ferro em fusão.



Como consequência do efeito magnético das correntes de Foucault, surge o *efeito pelicular*, que provoca a alteração da distribuição da indução magnética, perto do centro da lâmina de material ferromagnético, por acção do campo magnético de reacção criado por aquelas correntes parasitas. Este efeito é pronunciado quando o campo magnético indutor tem uma frequência elevada (> 950 Hz; 19º harmónico).

À soma das perdas de energia, num sistema electromecânico de conversão de energia, motivadas pela acção de um campo magnético variável no tempo, devidas à histerese magnética do material ferromagnético e às correntes de Foucault que circulam nesse material, chama-se *perdas no ferro*.

A densidade volúmica destas perdas de energia é dada por uma fórmula do tipo,



$$W_{Fe} = W_{Fe}/v = w_h + w_{cF} = k_1 \cdot f \cdot Bm^2 + k_2 \cdot f^2 \cdot Bm^2$$

O circuito de ligação dos sistemas electromecânicos de conversão de energia apresenta-se como a parte do sistema onde está distribuído, essencialmente, o campo (magnético) de ligação; o que, devido às características materiais do sistema, se traduz por uma dissipação de energia, a energia de perdas magnéticas, sob a forma de calor. A restante energia do sistema, distribuída no campo, é integralmente convertida.

1.1.3 Órgãos Mecânicos

Nos sistemas electromecânicos de conversão de energia uma parte da energia envolvida no processo encontra-se sob a forma de energia mecânica. Para que essa energia seja aproveitada torna-se necessário a existência de um conjunto de órgãos, que simultaneamente podem contribuir para manter as posições relativas, ou para dar consistência, ao conjunto dos diferentes elementos do sistema.

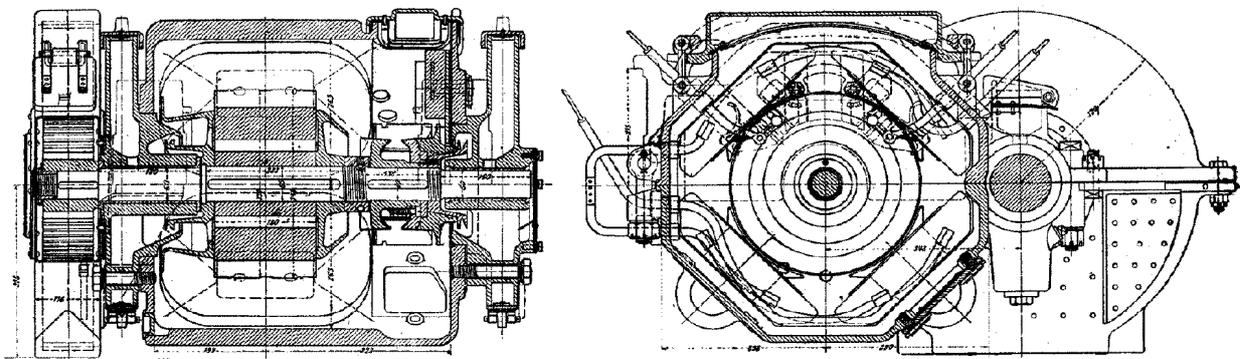


Fig. 7 – Órgãos mecânicos de uma máquina eléctrica rotativa (motor de tracção)

No caso dos sistemas electromecânicos de conversão de energia rotativos, existem fundamentalmente duas partes:

uma parte fixa — o *estator*,

e uma parte animada de um movimento rotativo — o *rotor*.

Separando aquela duas partes encontra-se o *entreferro*.

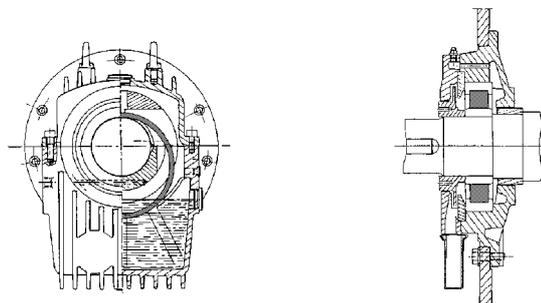
Como órgãos mecânicos principais constituintes de um sistema deste tipo, existe: o *veio*, os *mancais*, e a *carcaça*.

O veio de uma máquina eléctrica é torneado em aço especial, com grande resistência e grande resiliência. Sobre esse veio é, normalmente, montado a quente, e eventualmente enchavetado, o núcleo magnético rotórico da máquina.

Um sistema electromecânico de conversão de energia pode ser construído para trabalhar permanentemente com o veio na posição *horizontal* (situação mais frequente), ou na posição *vertical*, ou numa posição *inclinada*.

Os mancais destinam-se a suportar e a manter alinhado o veio da máquina, permitindo o movimento do rotor com um atrito reduzido. São utilizados nos sistemas electromecânicos de conversão de energia dois tipos de mancais: *mancais de atrito*, (ou mancais de deslizamento) e *mancais de rolamento*.

Os mancais de rolamento são utilizados nos sistema de pequena ou de média potência, enquanto que os mancais de atrito são utilizados nos sistemas electromecânicos de potência elevada.



A carcaça do sistema electromecânico de

conversão de energia destina-se a proteger os diversos órgãos do sistema contra agressões do meio exterior, assim como a proteger os utilizadores do sistema de contactos acidentais com peças em movimento ou que se encontrem a um potencial eléctrico elevado, relativamente à terra.

Nos sistemas de pequena e média potência a forma da carcaça é a tradicional das máquinas eléctricas: um cilindro oco, com *aletas de arrefecimento* maciças na superfície externa, e maquinado na superfície interna, sendo completado nas extremidades por duas *tampas* que suportam o veio, através de mancais de rolamento.

Nos sistemas de potência elevada a carcaça é inteiramente realizada em chapa de aço, com espessura suficiente para constituir um conjunto rígido. Estas carcaças paralelepípedicas são formadas por chapas obtidas por oxicorte e unidas por soldadura.

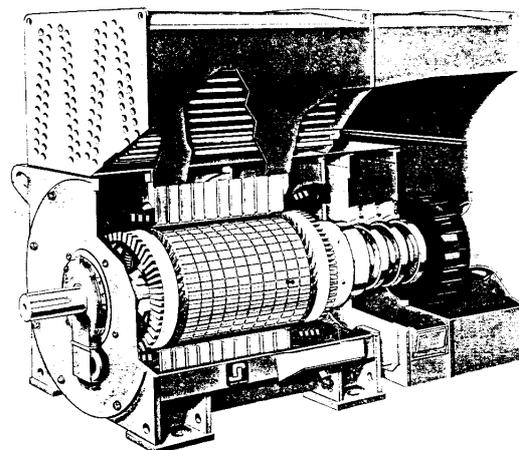
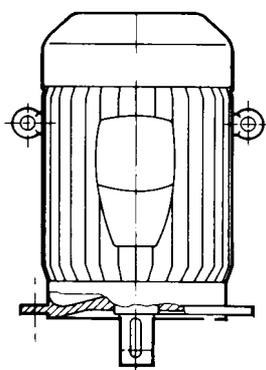


Fig. 8 – Alguns aspectos construtivos: máquina eléctrica vertical e carcaça com arrefecedor acoplado

Associados à carcaça podem estar alguns elementos do sistema de ventilação.

Nos sistemas electromecânicos em que é *linear* o movimento das partes móveis, os seus órgãos mecânicos têm aspectos construtivos próprios.

Para além dos actuadores electromagnéticos lineares existe o *motor linear*, [CAB-1], que é um caso

particular dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia.

Nessa mˆquina elˆctrica o movimento da parte mˆvel ˆ provocado criando um campo magnˆtico *vijante* (ou *de translaˆo*), que deslocando-se ao longo do comprimento do estator, ˆ acompanhado pelo rotor da mˆquina. Este tipo de motor tem alguma utilizaˆo na movimentaçˆo de produtos industriais.

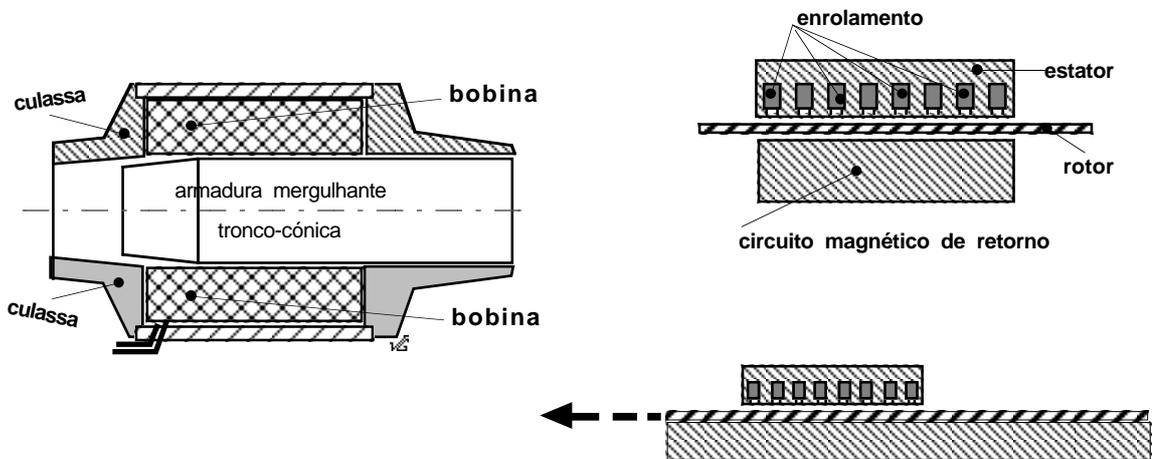
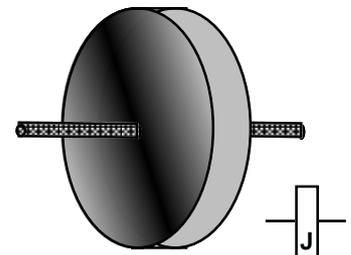


Fig. 8 – Actuador electromecˆnico linear e motor linear

Os ˆrgˆos mecˆnicos dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia podem ser descritos atravˆs dos elementos fısicos constituintes, mas ˆ necessˆrio que sejam caracterizados por parˆmetros.

Apesar da energia mecˆnica se distribuir por todos os ˆrgˆos mecˆnicos, os elementos do circuito mecˆnico serˆo caracterizados por parˆmetros concentrados: o *momento de inˆrcia* J , e o *coeficiente de atrito* D .

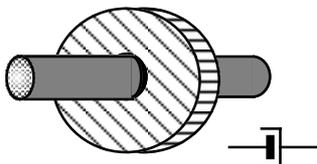
Quando um corpo de revoluˆo de massa M estˆ a rodar sob a acˆo de um binˆrio T_I em torno de um eixo, adquire uma aceleraˆo angular ($d^2\theta/dt^2$) tal que se verifica que: $T_I = J \cdot (d^2\theta/dt^2)$, em que θ ˆ o ˆngulo de posiˆo. A constante de proporcionalidade J ˆ o *momento de inˆrcia* relativamente ao eixo de rotaˆo. Alguns autores designam J como *coeficiente de inˆrcia*.



Essa massa, em movimento rotativo em torno de um eixo, armazena uma energia cinˆtica dada por $W_c = (1/2) \cdot J \cdot \omega_r^2$, em que $\omega_r = d\theta/dt$ ˆ a velocidade angular do corpo. Por isso, o parˆmetro concentrado J (momento de inˆrcia) representa um armazenamento de energia mecˆnica do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia.

O valor deste parˆmetro pode ser obtido por um ensaio de pˆndulo de torˆo, [CEI-34.4], ou pode ser obtido conjuntamente com o valor do coeficiente de atrito atravˆs de um ensaio de desaceleraˆo.

Devido ao contacto entre duas superfıcies de ˆrgˆos mecˆnicos do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia surge um binˆrio de atrito, com carˆcter dinˆmico, e que por isso ˆ proporcional ˆ velocidade de rotaˆo: $T_a = D \cdot (d\theta/dt) = D \cdot \omega_r$. Esta situaˆo de “atrito viscoso” ˆ caracterizada pelo parˆmetro concentrado: *coeficiente de atrito* D .



Essa massa, em movimento rotativo em torno de um eixo, dissipa uma quantidade de energia dada por $W_a = D \cdot \omega_r^2$, em que $\omega_r = d\theta/dt$ ˆ a velocidade angular do corpo. Por isso, o parˆmetro concentrado D (coeficiente de atrito) representa uma dissipaçˆo de energia mecˆnica do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia.

O valor do coeficiente de inˆrcia D pode ser obtido por ensaio. Considerando que o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, quando accionado por um motor, nˆo tem outras perdas de energia (...!...), toda a energia absorvida pelo sistema, nessa situaˆo, ˆ utilizada para alimentar as perdas por atrito.

Normalmente um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia estˆ associado a outros elementos mecˆnicos. Nessa situaˆo os coeficientes de inˆrcia e de atrito desses diversos elementos sˆo reduzidos ao eixo do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, ficando o conjunto representado por um sˆo momento de inˆrcia e um sˆo coeficiente de atrito que se supˆem caracterısticos do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia.

Devido ao grande desenvolvimento das tecnologias de fabrico dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia, e ˆ utilizaˆo de rolamentos de boa qualidade e de bons materiais lubrificantes, em alguns sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia o valor do binˆrio de atrito ˆ desprezˆvel quando comparado com o valor do binˆrio de inˆrcia. Por isso, nessa situaˆo, o circuito mecˆnico do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia ˆ representado apenas por um parˆmetro concentrado: *o momento de inˆrcia*.

Tambˆm nos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia com movimento linear, o circuito mecˆnico ˆ caracterizado por dois parˆmetros concentrados: a *massa do sistema* M e o *coeficiente de atrito* (de translaˆo) D.

Um corpo de massa M, animado de um movimento de translaˆo, sob a acˆo de uma forˆa F, adquire uma *aceleraˆo* linear $a = d^2x/dt^2$, tal que se verifica $F = M \cdot (d^2x/dt^2) = M \cdot a$, em que x ˆ o vector de posiˆo. A constante de proporcionalidade M ˆ a *massa* do sistema.

Esta massa em movimento de translaˆo, armazena uma energia cinˆtica dada por $W_c = (1/2) \cdot M \cdot v^2$, em que $v = dx/dt$ ˆ a velocidade linear do corpo.

Devido ao contacto da superfıcie do corpo em movimento com outros materiais surge um forˆa de atrito, que se opˆe ao movimento, e que ˆ proporcional ˆ velocidade linear de deslocamento: $F_a = D \cdot (dx/dt) = D \cdot v$. Esta situaˆo ˆ caracterizada pelo parˆmetro concentrado: *coeficiente de atrito* D.



Essa massa, em movimento de translaˆo e em contacto directo com outras superfıcies, dissipa uma quantidade de energia dada por $W_a = D \cdot v^2$. Por isso, o parˆmetro concentrado D (coeficiente de atrito) representa uma dissipacˆo de energia mecˆnica do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia em movimento de translaˆo.

1.2 O Sistema Electromecˆnico de Conversˆo de Energia

Um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia ˆ constituıdo por diversas partes e em cada uma delas hˆ que considerar as diferentes componentes da energia global do sistema. Verificou-se jˆ que neste tipo de sistemas, da energia absorvida uma parte ˆ integralmente convertida, outra parte encontra-se armazenada e uma pequena parte ˆ dissipada. Associado a cada um dos ˆrgˆos do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia existem parˆmetros concentrados que permitem fazer uma modelizaˆo do sistema.

ENERGIA	Dissipaˆo	Armazenamento
Elˆctrica	<i>Resistˆncia</i>	<i>Indutˆncia</i>
Mecˆnica	<i>Coefficiente de Atrito</i>	<i>Momento de Inˆrcia</i>

Esses diferentes parˆmetros (ideais) representam as propriedades energˆticas do sistema. Tais parˆmetros podem ser discriminados na forma apresentada na tabela junta.

Aos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia aplica-se o *princıpio da conservaˆo da energia*.

$$a \text{ energia total consumida pelo sistema} = \grave{a} \text{ energia ˆtil fornecida pelo sistema} + o \text{ aumento da energia armazenada no campo de ligaˆo} + a \text{ energia dissipada em perdas}$$

Este enunciado geral terˆ de ser aplicado a cada uma das situaˆes de funcionamento do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia: gerador ou motor. Nessa aplicaˆo procura-se especificar as

perdas, relacionando-as com os elementos do sistema em que elas ocorrem.

No caso de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia que funciona como gerador, isto é, que promove a conversˆo de energia mecˆnica em energia eléctrica com perdas de energia, a aplica o do princ pio da conserva o de energia leva ao seguinte *balanço energético*:

$$\begin{aligned} \textcircled{G} \quad & (\text{a energia mecˆnica consumida} - \text{a energia de perdas mecˆnicas}) = \\ & = (\text{energia eléctrica fornecida} + \text{a energia de perdas eléctricas}) + \\ & + (\text{aumento de energia armazenada no campo magnético} + \text{a energia} \\ & \text{dissipada em perdas magnéticas}) \end{aligned}$$

Esta rela o pode ser visualizada através de um *diagrama energético* como o da figura seguinte:

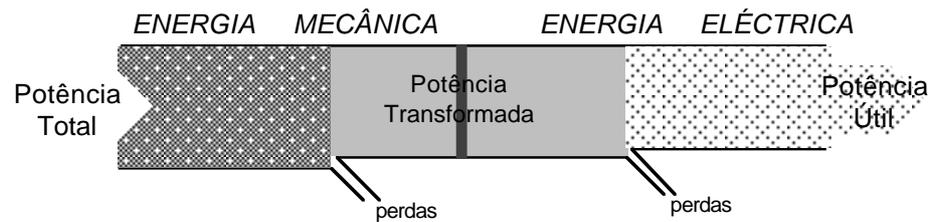


Fig. 9 – Diagrama energético simplificado para um GERADOR

No caso de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia que funciona como motor, isto é que promove a conversˆo de energia eléctrica em energia mecˆnica com perdas de energia, a aplica o do princ pio da conserva o de energia leva ao seguinte *balanço energético*:

$$\begin{aligned} \textcircled{M} \quad & (\text{a energia eléctrica consumida} - \text{a energia de perdas eléctricas}) = \\ & = (\text{energia mecˆnica fornecida} + \text{a energia de perdas mecˆnicas}) + \\ & + (\text{aumento de energia armazenada no campo magnético} + \text{a energia} \\ & \text{dissipada em perdas magnéticas}) \end{aligned}$$

O diagrama energético para o motor estˆa na figura seguinte:

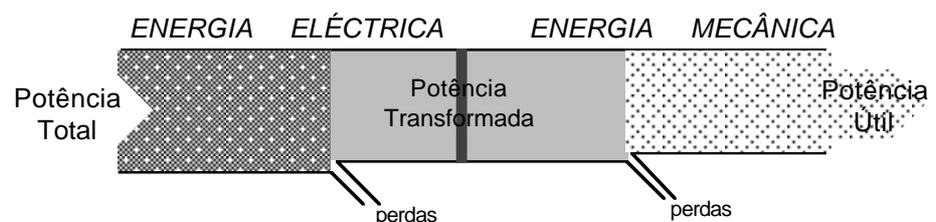
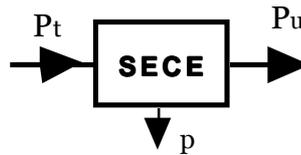


Fig. 10 – Diagrama energético simplificado para um MOTOR

O problema das perdas de energia nos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia é um problema complexo que tem sido objecto de profunda investiga o.   também um problema que, ainda hoje, é tema de investiga o, principalmente o problema das *perdas adicionais* que surgem nos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia devido a fenómenos electromagnéticos originados pelo campo magnético de fugas, pela varia o rápida dos campos magnéticos presentes no sistema e por aspectos construtivos naturais, resultantes do desenho do circuito magnético. Por isso, nos balanços energéticos apresentados, e nos respectivos diagramas, deveriam ter figurado as perdas adicionais de energia, que, apesar de serem pequenas, se distribuem por todos os  rgˆos dos sistema.

Como existem sempre perdas na conversˆo de energia efectuada pelos sistemas electromecˆnicos, estes têm um determinado rendimento energético, que será sempre inferior a 100 %.

Para um mesmo intervalo de tempo o rendimento energético de vários sistemas pode ser analisado, ou comparado, através do respectivo rendimento em potência:



$$\eta = \frac{\text{Potência útil}}{\text{Potência total}} = \frac{P_u}{P_t}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{\text{Potência total} - \text{Potência de perdas}}{\text{Potência total}} = 1 - \frac{\text{Potência de perdas}}{\text{Potência total}}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{\text{Potência útil}}{\text{Potência útil} + \text{Potência de perdas}}$$

estas diferentes expressões permitem sempre caracterizar o rendimento do sistema em função das grandezas eléctricas, que são as que interessam nos estudos de electrotecnia.

Uma das vantagens dos sistemas electromecânicos de conversão de energia é que o seu rendimento em potência é muito mais elevado do que o rendimento de outras formas de conversão de energia, como o motor térmico ou o motor hidráulico (turbinas).

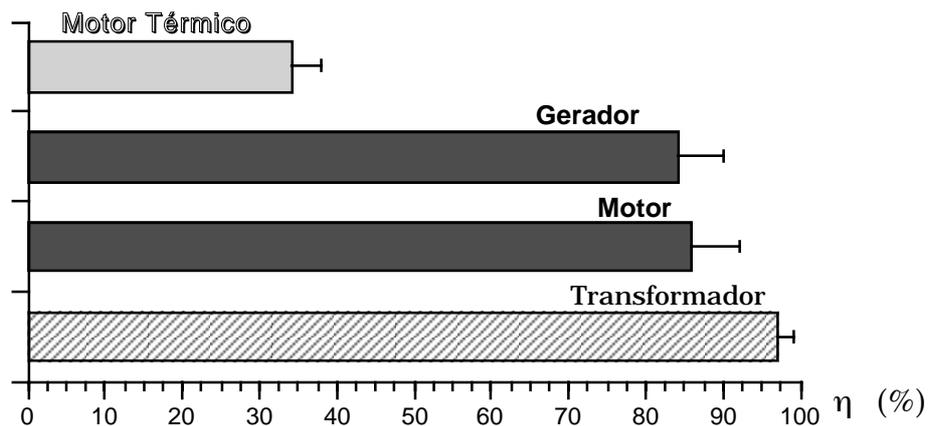


Fig. 11 – Valores típicos do rendimento de sistemas de conversão de energia

É de notar que os valores apresentados para o rendimento dos diversos sistemas de conversão de energia são, apenas, valores típicos, e que estão comparados com um sistema electromagnético de transferência de energia — o *transformador*. Como máquina eléctrica estática, e devido à importância económica das perdas de energia nos transformadores de elevada potência, estas máquinas possuem um rendimento muito elevado ($\approx 99\%$).

1.3 Aspectos Gerais dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia

Já foi notado que os sistemas electromecânicos de conversão de energia se desenvolveram, fundamentalmente, durante os último cem anos como máquinas eléctricas e que desde a década de quarenta do século vinte começaram a ser utilizados, também, como sistemas conversores de sinal, sendo utilizados na construção de *servomecanismos*.

Durante esse período de cem anos foram muitos os sistemas electromecânicos de conversão de energia que foram desenvolvidos, e que, como resultado do desenvolvimento tecnológico posterior, acabaram por desaparecer. Também foram muitos os materiais electrotécnicos que se utilizaram na construção destes sistemas, e que foram substituídos por materiais com melhores qualidades.

Atendendo às características dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, eles podem ser

divididos em máquinas elétricas e actuadores electromagnéticos. As máquinas elétricas, devido ao seu princpio de funcionamento podem ser divididas em diversos tipos. Hoje, os tipos de máquinas elétricas com aplicação mais frequente encontram-se classificadas no diagrama junto. No entanto houve outros tipos de máquinas elétricas que foram desenvolvidas, serviram bem um fim específico, e deixaram de ter importância...

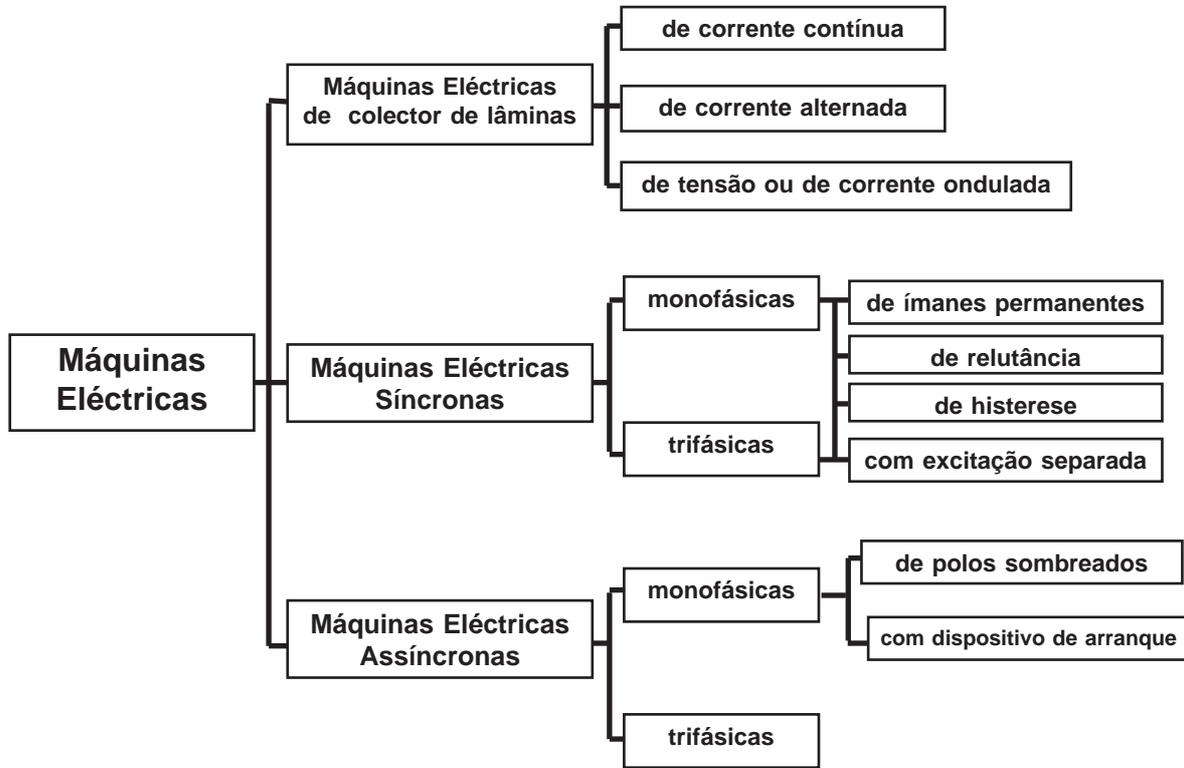


Fig. 12 – Os diversos tipos actuais de Máquinas Elétricas

Entre os diversos tipos salienta-se:

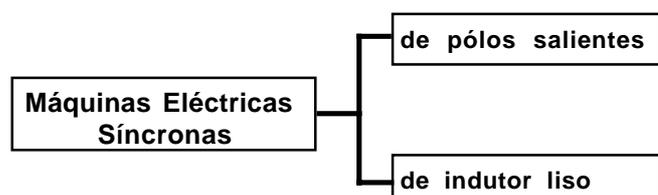
máquinas elétricas síncronas – são máquinas elétricas de corrente alternada em que se verifica uma razão constante entre a frequência (f) das grandezas elétricas e a velocidade de rotação da máquina (n): $f = p \cdot n$, [CCC-3] [SAY-3];

máquinas elétricas assíncronas – são máquinas elétricas de corrente alternada em que se **não** verifica uma razão constante entre a frequência das grandezas elétricas e a velocidade de rotação da máquina, [ALG-1][SAY-3];

máquinas elétricas de colecto de lminasr – são máquinas elétricas em que existe um colector de lâminas, estabelecendo a ligação entre o circuito elétrico rotórico e a parte estatorca da máquina, e que promove uma rectificação das grandezas elétricas da secção do enrolamento em comutação. O **colector de lâminas**  formado por lâminas condutoras (cobre), isoladas entre si, ligadas às secção do enrolamento rotórico, e sobre as quais atiram **as escovas**, [CCC-4] [SAY-2].

Esta classificação pode, no entanto, ser efectuada com base em outros critérios. No caso das máquinas síncronas com excitação separada é costume classificá-las, quanto ao aspecto construtivo do rotor, em: máquinas de **pólos salientes** e máquinas de **indutor liso**.

Este diagrama de classificação mostra que durante estes últimos cem anos de desenvolvimento das máquinas elétricas houve um conjunto de máquinas que desapareceram, depois



de terem servido determinados objectivos, que entretanto começaram a ser satisfeitos por outros aparelhos eléctricos ou electrónicos. Cita-se, como exemplo, o conjunto de máquinas eléctricas amplificadoras [SAY-1] — metadínamo, amplidínamo, Rotrotol™ e o Magnicon™ — que tiveram a sua época na década de quarenta do século vinte, e que depois foram substituídas por amplificadores electrónicos de potência. Também os motores eléctricos de colector polifásicos (como o motor Schrage) [TAY-1], que permitiam a regulação da velocidade numa gama razoável e que tiveram a sua época no fim da década de cinquenta do século vinte, foram substituídos por motores eléctricos de colector de lâminas, ou por motores de indução, alimentados por controladores electrónicos de potência.

Um caso interessante passou-se com as máquinas eléctricas rotativas conversoras, como a Comutatriz, que apesar de na sua função terem sido substituídas por sistemas rectificadores electrónicos de estado sólido, continuaram em utilização, até há poucos anos, na alimentação da linha aérea dos antigos sistemas de tracção eléctrica urbana com carros eléctricos!... Demonstraram, assim, uma outra qualidade dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, que é a sua grande duração (>> 30 anos).

Será de esperar que ainda algumas outras máquinas venham a desaparecer, como as máquinas eléctricas de colector de lâminas — máquinas com manutenção cara, e com órgãos delicados como o sistema colector de lâminas-escovas — que hoje, em algumas aplicações, apresentam já desvantagens face ao motor de indução controlado electronicamente por avançados sistemas de controlo de potência.

Apesar de sempre existir um esfasamento entre as máquinas eléctricas, ou as tecnologias, que marcam uma época e as máquinas, ou as tecnologias que os alunos irão encontrar na sua futura vida profissional, não será de esperar que venham a encontrar muitos tipos de máquinas eléctricas que, como os exemplos citados, apesar do elevado engenho da sua concepção, dos estudos profundos a que foram submetidas, ou do seu valor histórico, deixaram de ser aplicadas!... Mas, também será de conservar o mais refinado espírito crítico face a algumas soluções tecnológicas, que apesar de muito propagandeadas, e apesar de utilizarem conceitos físicos interessantíssimos, não conseguiram apresentar, até hoje, interesse económico — pelo que nunca passaram de instalações experimentais; como é o caso dos sistemas de transporte envolvendo a *levitação magnética* e a utilização do *motor linear*, que há mais de 35 anos e por todo o mundo vêm sendo estudados, desenvolvidos em laboratório, e muito propagandeados !...

Apesar da sua já longa história, os sistemas electromecânicos de conversão de energia apresentam ainda possibilidades de desenvolvimento, que conjuntamente com a sua sempre necessária aplicação, impõem o seu estudo aprofundado.

Embora sob o ponto de vista de concepção os principais sistemas electromecânicos de conversão de energia estejam há muito em utilização, ainda é possível esperar a melhoria das suas qualidades.

Essa melhoria poderá resultar:

- da melhoria das qualidades dos materiais empregues;
- de alterações no projecto, e
- de alterações nas tecnologias de fabrico.

A melhoria dos materiais empregues na construção dos sistemas electromecânicos de conversão de energia é algo que se continua sempre a procurar. Nessa procura é muito importante o balanço económico que restringe a melhoria aceitável àquela que é economicamente viável no momento. O exemplo mais flagrante desta situação é a possibilidade (...!...) de utilização de materiais supercondutores na construção dos circuitos eléctricos das máquinas eléctricas.

As alterações do projecto das máquinas eléctricas levam a uma optimização das dimensões da máquinas, das quantidades de material utilizado na sua construção, e das características de funcionamento face às solicitações do comprador. Por isso tem hoje grande importância a aplicação dos métodos de optimização matemática ao projecto dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, assim como o aprofundar dos conhecimentos dos fenómenos electromagnéticos envolvidos no

funcionamento das máquinas eléctricas.

As tecnologias de fabrico e de produção dos sistemas electromecânicos de conversão de energia evoluíram muito nos últimos tempos, com a introdução de técnicas de produção assistida por computador e com a utilização de robots. Um exemplo flagrante são as melhorias de produção que se obtêm com o corte da chapa magnética por laser.

pesar de não possuir uma tecnologia das mais avançadas no seu âmbito, a indústria nacional de máquinas eléctricas e de actuadores electromagnéticos é bastante representativa na economia do país; principalmente porque é uma industria que satisfaz as necessidades do mercado nacional e ainda consegue exportar.

No panorama da economia nacional a indústria ligada ao material eléctrico e electrónico contribuiu em 2000 com 1,6% para o Produto Interno Bruto (PIB), e com 13,7% para a exportação nacional de mercadorias. Para esta situação global contribuiu uma pequena parte de produção de máquinas eléctricas rotativas e uma parte mais importante de fabrico de transformadores.

Uma análise da situação industrial relativa aos sistemas electromecânicos de conversão de energia é muito complexa. Embora os produtos pudessem ser concebidos e fabricados em Portugal, existem sectores de produção que se encontram integrados em empresas multinacionais, que têm fabricas noutros países. O resultado é a importação de produtos que poderiam ser integralmente fabricados em Portugal.

Um exemplo significativo é o dos pequenos motores, e geradores, de corrente contínua utilizados na indústria automóvel. No ano 2000 foram importadas 1097187 unidades no valor de 3432493 k\$ (ou 16672284 k€).

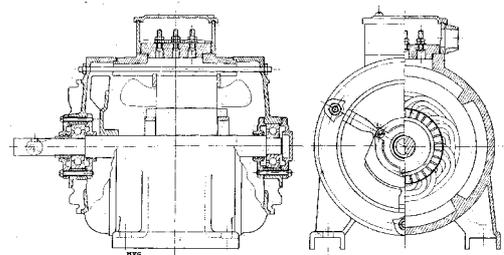
Na indústria nacional de máquinas eléctricas, que já teve um período áureo durante a electrificação nacional (1948 a 1980), para a qual contribui com o fabrico de muitos e diversificadas unidades, tem um especial significado a empresa actualmente designada por *EFACEC Universal Motors, S. A.*, situada em Moreira da Maia e Ovar e fabricante de motores de indução (monofásicos e trifásicos).

No domínio das máquinas eléctricas existem ainda várias empresas, nacionais e internacionais, que promovem a comercialização de produtos importados, ou trabalhos de manutenção e de reparação em sistemas electromecânicos de conversão de energia.

Nota Histórica

A empresa *EFACEC Universal Motors, S. A.* representa na actualidade a herança de duas empresas que se distinguiram no fabrico de máquinas eléctricas rotativas: a EFACEC e a RABOR.

Na cidade do Porto e na Rua de Camões foi criada em 1921 uma oficina — a *Electro-Moderna* — nos baixos do prédio nº 312, que iniciou o fabrico de motores eléctricos em Portugal, para além de assegurar a reparação dos motores eléctricos importados. A partir do fim da Segunda Guerra Mundial (1943), investiu no fabrico de motores de indução, criou em 1948 a empresa EFA conjuntamente com a empresa SOPREL e com a empresa belga de material eléctrico ACEC. A empresa EFA passou a colaborar na produção do material eléctrico necessário à electrificação nacional. Mudou as instalações fabris para a Arroteia, Leça do Bailio e em 1962, traduzindo as alterações na participação no capital, mudou o nome para EFACEC.



motor de indução EML, tipo Pb 16.0 (1948)

A empresa RABOR surgiu, como empresa familiar, em 1946 no centro de Ovar, e em 1948 tornou-se a RABOR Motores Eléctricos, com sede e instalações nas actuais instalações fabris em Ovar. Em 1967 a empresa foi vendida à Multinacional ITT, que mais tarde (1981) vendeu a sua parte à EFACEC.

Em 1999 a divisão de motores da EFACEC, integrando as fábricas da Maia e de Ovar, foi vendida a um dos seus principais accionistas — a família de um seu fundador Eng. António Ricca Gonçalves — surgindo a empresa EFACEC Universal Motors, S.A..

2 Princı́pios Fı́sicos

O funcionamento dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia baseia-se no aproveitamento de princı́pios fı́sicos, que envolvem conceitos do Electromagnetismo e da Mecˆnica.

2.1 Electromagnetismo Aplicado

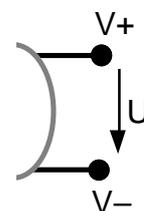
Um dos elementos componentes dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia é um circuito eléctrico, onde se aproveitam alguns fenómenos electromagnéticos, [KUP-1], para a concretiza o da finalidade do sistema.

circuito eléctrico

Este sistema eléctrico constitui uma *fonte* de energia eléctrica, no caso dos *geradores*; ou está ligado a uma fonte de energia eléctrica, no caso dos *motores*.

Uma fonte de energia eléctrica é caracterizada por ter dois (ou mais) terminais, tendo cada um, um *potencial eléctrico* V {volt} próprio, ($V+ \neq V-$). Normalmente um desses terminais está ligado a um potencial origem (o potencial da terra), através do circuito da *terra de serviço* do sistema.

Entre os dois terminais da fonte de energia existe uma *tensˆo eléctrica* U {volt}, (diz-se simplesmente uma “tensˆo”), com um valor igual   diferença do potencial eléctrico entre os dois terminais $\{U = (V+) - (V-)\}$, e com o sentido do terminal de maior potencial ($V+$) para o terminal com menor potencial ($V-$). Desta forma existe nos terminais eléctricos do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia uma tensˆo eléctrica.



Quando o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia é projectado, o valor dessa tensˆo é definido, entre os diferentes valores de tensˆo que se encontram normalizados, e, conseqentemente, o tipo de material isolante e as respectivas dimensˆes sˆo definidos, criando-se um sistema de isolamento eléctrico próprio para aquele valor da tensˆo. Por isso, para cada sistema electromecˆnico de conversˆo de energia está associado um valor da tensˆo de funcionamento – a *tensˆo nominal* – que ficará gravado na chapa de caracterı́sticas do sistema.

Na parte eléctrica do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, a tensˆo U está aplicada nos terminais de um circuito eléctrico fechado. Por isso, esse circuito vai ser percorrido por uma *corrente eléctrica* com intensidade I {ampere}, que, por convenço, se dirige do ponto de maior potencial eléctrico para o ponto de menor potencial eléctrico.

Devido a fenómenos de indu o electromagnética nos condutores do circuito eléctrico, submetidos à ac o de um campo magnético variável, pode gerar-se uma *força electromotriz* (f.e.m.). As forças electromotrizes existentes no circuito eléctrico do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, conforme o seu sentido, podem facilitar (caso do gerador) ou op r-se (caso do motor)   passagem da corrente eléctrica no circuito.

A distribui o da corrente eléctrica no circuito eléctrico obedece às leis de Kirchhoff:

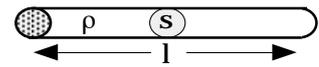
- i a soma algébrica da intensidade das correntes eléctricas que convergem num n  de um circuito eléctrico é nula;
- j a soma algébrica das quedas de tensˆo numa malha de um circuito eléctrico é igual à soma algébrica das forças electromotrizes.

Com as leis de Kirchhoff   possı́vel estabelecer as equa es que regem o comportamento dos circuitos eléctricos. Antes, porém, convém analisar as conseq ncias da passagem da corrente eléctrica no circuito eléctrico.

A passagem da corrente eléctrica nos condutores do circuito eléctrico tem diversas conseq ncias, de que se salientam: uma queda de tensˆo  hmica e uma liberta o de calor, provocadas pela resistência que o material do condutor

oferece ˆa passagem da corrente; e a criaˆo de um campo magnˆtico em torno do condutor elˆctrico.

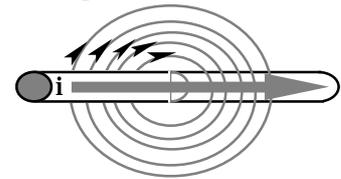
A resistˆncia elˆctrica ˆe uma caracterˆstica do material condutor, que no caso do metal permanecer a temperatura constante e ter propriedades lineares, permite estabelecer uma relaˆo constante entre as dimensˆes (l – comprimento; S – secˆo recta) do condutor e a respectiva resistˆncia elˆctrica R {ohm}: $R = \rho \cdot l / S$.



Esta propriedade dos materiais elˆctricos estˆ distribuída por todo o material do condutor. No entanto, no estudo dos circuitos elˆctricos ˆe normal considerˆ-la representada por um parˆmetro concentrado caracterˆstico: a resistˆncia elˆctrica R.

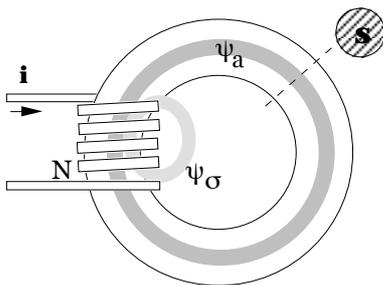
Num condutor elˆctrico com propriedades lineares, com uma resistˆncia elˆctrica R, percorrido por uma corrente elˆctrica de intensidade I, a potˆncia transformada em calor ˆe: $P = R \cdot I^2$, {watt}. A esta potˆncia dissipada em calor costuma chamar-se **potˆncia de perdas Joule**.

Uma corrente elˆctrica produz sempre um campo magnˆtico. Por isso, a passagem da corrente elˆctrica no circuito elˆctrico de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia traduz-se, sempre, pelo aparecimento de um campo magnˆtico, com uma distribuiˆo espacial que depende da forma do condutor e das propriedades magnˆticas dos materiais vizinhos do condutor elˆctrico.



circuito magnˆtico

A presenˆa do campo magnˆtico numa determinada porˆo de espaˆo ˆe caracterizada pela existˆncia de forˆas mecˆnicas e por fenˆmenos de induˆo electromagnˆtica.



Para que todos esses efeitos possam ser aproveitados por um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, ˆe necessˆrio que seja intensa a acˆo do campo magnˆtico. Tal ˆe conseguido utilizando-se um condutor formando vˆrias **espiras** (N) de uma **bobina**. A corrente elˆctrica de intensidade instantˆnea i, circulando nas N espiras da bobina origina uma **forˆa magnetomotriz** (f.m.m.) de valor $F = N \cdot i$. Esta forˆa magnetomotriz actua sobre um circuito magnˆtico fechado de comprimento l, resultando um campo magnˆtico de intensidade H, e com um sentido tal que se verifica que a circulaˆo do vector campo magnˆtico \vec{H} , ao longo do percurso fechado C de comprimento l, ˆe $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot i$.

A intensidade do campo magnˆtico H ˆe responsˆvel pelo aparecimento no meio material em que se desenvolve o percurso C de uma induˆo magnˆtica B, tal que: $B = \mu(H) \cdot H$.

Quando o meio material ˆe o ar, como no entreferro de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, a relaˆo ˆe constante e igual a $B = \mu_0 \cdot H$, com $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.



Como o meio material onde se estabelece o campo magnˆtico tem uma secˆo recta S, e as linhas de forˆa do campo magnˆtico sˆo fechadas ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$) resulta que nesses pontos o fluxo da induˆo magnˆtica ˆe $\psi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$. Este fluxo magnˆtico, que tem uma relaˆo nˆo linear com a corrente que o cria, ˆe que vai ser aproveitado na obtenˆo de um qualquer efeito electromecˆnico no sistema em causa.

No nˆcleo magnˆtico da bobina existirˆ:

- um **fluxo magnˆtico totalizado** ψ , (que englobarˆ o fluxo totalizado principal e o fluxo totalizado de fugas, $\psi = \psi_a + \psi_\sigma$), e
- um **fluxo mˆdio por espira** $\phi = \psi / N$.

Força Magnetomotriz (f.m.m.) F

A circulação do vector campo magnético ao longo de um percurso fechado é chamada *força magnetomotriz*, $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot i = F = \text{f.m.m.}$; que representa a capacidade de uma bobina criar um fluxo magnético. Esta designação resulta da analogia com o que se passa no campo eléctrico em que a circulação do vector campo eléctrico ao longo de um percurso fechado é a força electromotriz (f.e.m.) $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = e = \text{f.e.m.}$, [STR-1].

Apesar da sua designação a força magnetomotriz *não* é uma força mecânica como o demonstra a análise dimensional: $[N \cdot i] = [I]$, enquanto que para a força mecânica é $[F] = [ML T^{-2}]$.

No estudo da transferência de energia em meios ferromagnéticos aparecem circuitos eléctricos ligados pelo campo magnético que se distribui, no todo ou em parte, por um meio ferromagnético, como no caso de uma, ou de várias, bobinas que envolvem um núcleo ferromagnético.

Para estabelecer uma relação simples entre o fluxo magnético e as correntes eléctricas que o criam, atende-se ao fluxo que encadeia, completamente, uma bobina; para esse fluxo é possível definir os seguintes coeficientes de auto-indução:

coeficiente de auto-indução incremental — estabelece a relação entre a variação do fluxo totalizado que encadeia uma bobina com a corrente eléctrica que a percorre, $L_a^{incr} = \frac{d\psi_a}{di}$;

o *coeficiente de auto-indução aparente* — estabelece a relação entre o fluxo totalizado que encadeia a bobina e a corrente eléctrica que a percorre, $L_a^{ap} = \frac{\psi_a}{i}$;

coeficiente de auto-indução efectivo — estabelece a relação entre a energia magnética contida no campo magnético numa bobina e a corrente eléctrica que percorre essa bobina, $L_a^{efe} = \frac{2 \cdot W_a}{i^2}$.

Todos estes coeficientes são função da corrente eléctrica i ; $\psi = L(i) \cdot i$. Mas, quando o circuito magnético tem propriedades lineares, a relação entre o fluxo magnético e a corrente eléctrica que o cria é constante e dada pela indutância do circuito magnético (o coeficiente de auto-indução ou o coeficiente de indução mútua), $\psi = L \cdot i$.

Quando existem vários (n) circuitos eléctricos ligados pelo campo magnético que se distribui num circuito ferromagnético verifica-se que o fluxo totalizado encadeado com um dos circuitos (k) é função das correntes eléctricas que criam o campo magnético, [LES-1].

$$\psi_k = \psi_k(i_1, i_j, \dots, i_k, \dots, i_n)$$

Para o fluxo totalizado ψ_k encadeado por um enrolamento contribui:

ψ_{ka} — o fluxo totalizado de indução própria

ψ_{kd} — o fluxo totalizado de indução mútua entre o enrolamento e os outros, $d = \{1, \dots, j, k-1, k+1, \dots, n\}$

Verifica-se que: $\psi_k = \psi_{ka} + \psi_{kd}$

Para o fluxo totalizado ψ_{ka} de auto-indução de um enrolamento contribui:

$\psi_{ka\sigma}$ — o fluxo totalizado de fugas, que só encadeia o enrolamento

ψ_{adk} — o fluxo totalizado de indução mútua que é criado pelo enrolamento e envolve pelo menos um qualquer dos outros enrolamentos, incluindo o fluxo de indução mútua que encadeia os n enrolamentos.

A relação entre o fluxo totalizado ψ_j que encadeia uma bobina j e as correntes eléctricas que o criam ($i_1, i_2, \dots, i_j, \dots, i_n$) é uma função não linear, representável por uma função regular que admite derivadas regulares e finitas num intervalo definido pelo tipo de material ferromagnético.

$$\psi_j = \psi_j(i_1, i_2, \dots, i_j, \dots, i_n)$$

Como anteriormente, verifica-se que: $\psi_j = \sum_j \psi_{jk}$

Num circuito magnético com várias bobinas indutoras, é possível definir os coeficientes de auto-indução e de indução mútua, ou as indutâncias, de três formas distintas. Considerando a indutância L_{jk} como representativa de um coeficiente de auto-indução, quando $j = k$, e representativa de um coeficiente de indução mútua, quando $j \neq k$, então define-se:

indutância incremental — estabelece a relação entre a variação do fluxo totalizado que encadeia uma bobina e a variação da corrente eléctrica que a

percorre,
$$L_{jk}^{incr} = \frac{\partial \psi_a}{\partial i_k};$$

indutância aparente — estabelece a relação entre o fluxo totalizado que encadeia a bobina j e a corrente eléctrica que percorre a bobina k ,

$$L_{jk}^{ap} = \frac{\psi_{jk}}{i_k} = \frac{\psi_{kj}}{i_j} = L_{kj}^{ap};$$

indutância efectiva — estabelece a relação entre a contribuição para a energia magnética global do efeito magnético entre as bobinas j e k e as correntes

eléctricas que as percorrem,
$$L_{jk}^{efe} = \frac{2 \cdot W_{jk}}{i_j i_k}.$$

Todas estas grandezas são funções das correntes eléctricas i_k , e entre elas verifica-se a relação:

$$L_{jk}^{incr} \leq L_{jk}^{efe} \leq L_{jk}^{ap}$$

Note-se, que para estes três tipos de indutâncias se verifica que:

- a *indutância incremental* é utilizada no estudo dos fenómenos transitórios de sistemas electromagnéticos com o circuito magnético saturável;
- a *indutância efectiva* é útil para o estudo de problemas que envolvam armazenamentos de energia;
- a *indutância aparente* é útil nos estudos normais envolvendo circuitos magnéticos em regime permanente, embora alimentados em corrente alternada.

No estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia apareceram diferentes teorias para tratar o problema da determinação dos coeficientes de proporcionalidade entre os fluxos totalizados e as correntes eléctricas que os criam. Na Teoria das Máquinas Eléctricas, essa relação fundamental é, normalmente, representada, em notação matricial, pela *equação magnética*:

$$\{\psi\} = [L] \cdot \{i\}$$

Uma equação genérica, a, deste sistema fica representada por $\psi_a = \sum_b L_{ab} i_b$.

A determinação da distribuição do campo magnético nos sistemas electromecânicos de conversão de energia é feita, actualmente, por análise computacional. Utilizando métodos matemáticos de aproximação, como o método dos elementos finitos, que permitem fazer a integração numérica das equações diferenciais que regem a distribuição do campo [MVG-3 e 5], e servindo-se de potentes métodos de computação gráfica, é possível apresentar a distribuição do campo magnético, ou das suas linhas de força, e determinar alguns dos seus parâmetros característicos, para estruturas electromagnéticas complicadas, como o são as máquinas eléctricas ou os actuadores electromagnéticos.

Para aproveitar os fenómenos electromecânicos resultantes da presença de um campo magnético é necessário que a distribuição do campo magnético possa ser levada até aos pontos onde se pretendem aproveitar esses fenómenos. É, por isso, necessário criar *circuitos magnéticos*. Estes circuitos são, essencialmente, constituídos por materiais ferromagnéticos, que possuem uma permeabilidade magnética elevada, mas variável com o valor da intensidade do campo magnético $\mu(H)$.

A ligação entre o vector campo magnético e a corrente eléctrica que o cria, á dada, pela Lei de Ampère para os circuitos magnéticos; que resulta da integração da equação de Maxwell $\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$, e da aplicação do teorema de Stokes do cálculo infinitesimal.

$$\oint_S \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{s} = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot i = F = f. m. m.$$

ou

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot i = F = f. m. m.$$

A lei de Ampère define a **força magnetomotriz**, $F = N \cdot i$, {ampere}, ao longo de uma linha fechada de comprimento C, como a circulação do vector campo magnético ao longo dessa linha. No dimensionamento dos circuitos magnéticos dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, utiliza-se a lei aproximada:

$$\sum_j H_j \cdot l_j = N \cdot i = F = f. m. m.$$

O circuito magnético é dividido em várias (j) porções elementares (parcelas), e em cada porção é calculado o produto da intensidade do campo magnético H_j pelo comprimento dessa porção de circuito l_j . Esses valores, obtidos para cada parcela do circuito magnético, são somados globalmente, e a soma total é o valor aproximado da circulação do vector campo magnético ao longo do percurso fechado, que é igual à força magnetomotriz necessária para criar o campo magnético com a intensidade H_j em cada parcela j do circuito.

Conhecido o valor da força magnetomotriz final, pode-se determinar o número de espiras N, necessário para a criar quando essas espiras são percorridas por um corrente de intensidade i e sentido conveniente. Se esse número N já estiver estabelecido, pode-se determinar a corrente eléctrica necessária para circular nos condutores da bobina com esse número de espiras, com o sentido de circulação conveniente.

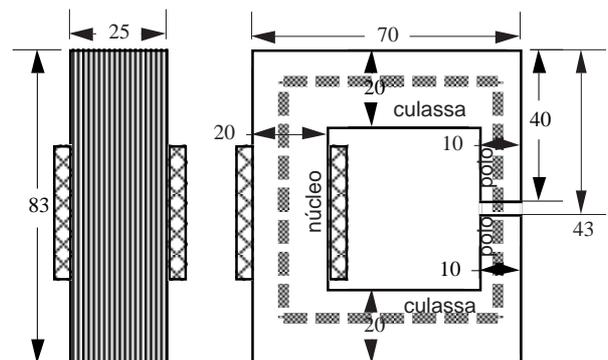
A divisão do circuito magnético em porções é feita de modo a individualizar as parcelas com material homogéneo, e permitir um cálculo suficientemente preciso do comprimento da **linha de força média** do campo magnético, ou o valor da indução magnética, em cada uma dessas porções.

Na realidade os efeitos do campo magnético não definem directamente o valor da intensidade do campo magnético H necessário, mas definem o valor da indução magnética B, ou definem o valor do fluxo da indução magnética $\psi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$.



Mas, nas partes do circuito magnético construídas com materiais ferromagnéticos não é linear a relação entre a indução magnética e a intensidade do campo magnético: $B = \mu(H) \cdot H$. Por isso, há que conhecer a curva de magnetização do material $B(H)$, ou uma expressão que a aproxime dentro de um critério de aproximação aceitável.

Exemplo_2.1-1 — Pretende-se dimensionar o circuito magnético de um actuador electro-magnético de tal forma que o fluxo magnético no entreferro seja igual a $\psi_{ef} = 4 \cdot 10^{-4}$ Wb. As dimensões do circuito magnético encontram-se representadas na figura junta e estão expressas em milímetros. O coeficiente de empacotamento das chapas magnéticas tem o valor $K_{emp} = 90 \%$.



O material magnético é caracterizado por ter chapas de 0,27 mm de espessura, com uma densidade de perdas de 0,84 W/kg, a 1,5 T e 50 Hz. A curva de magnetização contém os pontos:

H (A/m)	10	20	30	32	40	50	60	70	100	300
B (T)	0,9	1,35	1,48	1,5	1,54	1,58	1,6	1,63	1,66	1,75

Pode-se começar por aproximar a curva de magnetizao por um polinˆmio incompleto do tipo $H = \alpha \cdot B + \beta \cdot B^9$, [MVG-6]. Utilizando o método dos mˆnimos quadrados como critério de aproximao obtm-se: $H = (-31,3) \cdot B + (1,962) \cdot B^9$ (...!...).

Supondo o fluxo constante em todo o circuito magnético, e que, portanto, nˆo existe fluxo de fugas (!), verifica-se que uma linha de força média tem o percurso figurado (tracejado forte), e que existem duas parcelas do circuito magnético com propriedades materiais distintas.

ENTREFERRO

O fluxo magnético $\psi_{ef} = 4 \cdot 10^{-4}$ Wb, atravessa uma ˆrea dada pela seco recta do entreferro, compensando-se a dispersˆo com a nˆo considerao do empacotamento da chapa, $S_{ef} = (20 \cdot 10^{-3} \times 25 \cdot 10^{-3}) = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

A respectiva induo magnética  $B_{ef} = \psi_{ef} / S_{ef}$ $B_{ef} = 4 \cdot 10^{-4} / 5 \cdot 10^{-6} = 0,8 \text{ T}$

O valor da intensidade do campo magnético  dada por $H_{ef} = B_{ef} / \mu_0$. $H_{ef} = 0,8 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 636,6 \cdot 10^3 \text{ A/m}$

A força magnetomotriz necessˆria serˆ $F_{ef} = H_{ef} \cdot l_{ef}$. $F_{ef} = 636,6 \cdot 10^3 \times 3 \cdot 10^{-3} = 1909,9 \text{ A}$

MATERIAL FERROMAGNÉTICO

A sequência de cˆlculo anterior ir-se-ˆ repetir para cada um dos elementos do restante circuito magnético. Verifica-se que o tratamento  repetitivo, sugerindo a criao de uma tabela ou a utilizao de uma folha de cˆlculo electrˆnica (spreadsheet).

Atendendo aos valores conhecidos e aos que através deles podem ser calculados, e ainda ˆ Lei de Ampre, pode-se construir a tabela.

Parcelas do circuito magnético	Fluxo (Wb)	Seco m ²	B (T)	H (A/m)	l médio (m)	F. m. m. (A)
(operaoes)	dado	Det. Kemp	$B = \psi / S$	$H = H(B) *$	dado	$F = H \cdot l$
Núcleo	$4 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	0,89	9,5	$63 \cdot 10^{-3}$	0,6
Culassa sup.	$4 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	0,89	9,5	$50 \cdot 10^{-3}$	0,48
Culassa inf.	$4 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	0,89	9,5	$50 \cdot 10^{-3}$	0,48
Pólo sup.	$4 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-4}$	1,78	490	$30 \cdot 10^{-3}$	14,7
Pólo inf.	$4 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-4}$	1,78	490	$30 \cdot 10^{-3}$	14,7
TOTAL	* lido no grˆfico					30,96

A força magnetomotriz total que  necessˆrio criar com a bobina  $F = F_{ef} + F_f = 30,96 + 1909,9 = 1940,9 \text{ A}$.

ANˆLISE CRÍTICA

- Verifica-se que a maior parte da força magnetomotriz  necessˆria para criar o campo magnético no entreferro do actuador electromagnético.
- Verifica-se, também, que a diminuio da largura dos pólos provoca o funcionamento dessa parcela do circuito magnético na zona de saturao.

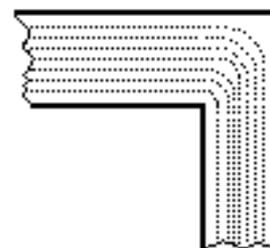
Este dimensionamento , normalmente, mais cuidado: considera-se, sempre, o efeito de dispersˆo na zona do entreferro, corrigindo-o; considera-se sempre o efeito do empacotamento da chapa magnética na seco real do material magnético através do factor de empacotamento K_{emp} ; procura-se a melhor forma de aproximar o andamento da linha de força média nas zonas angulares. Tais refinamentos do dimensionamento do circuito magnético variam, com a experiência do projectista ou com a experiência acumulada na empresa em que trabalha!

No Exemplo_2.1-1 foi utilizado um tipo de projecto em que se admite uma imprecisão, que se tenta compensar com a utilização de elevadas “margens de segurança”. Esta atitude durante a fase de projecto, que já teve a sua época, permitiu, no entanto, o desenvolvimento de um conjunto de sistemas electromecânicos de conversão de energia que de uma forma muito eficiente promoveram o actual mundo industrial.

Mas, as grandes preocupações sociais actuais — *utilização racional da energia e um melhor aproveitamento de recursos naturais escassos* — levaram ao desenvolvimento de novas formas de projectar circuitos magnéticos.

Um desses tipos de projecto, também já ultrapassado, baseia-se na analogia entre os circuitos eléctricos e os circuitos magnéticos lineares. Nesse método o projecto de um circuito magnético passa pela criação de um circuito eléctrico análogo, com ramos em série e em paralelo, e depois passa pelo cálculo do valor das grandezas eléctricas, relacionadas por analogia com as grandezas magnéticas, características desse circuito eléctrico equivalente.

Actualmente, no projecto dos circuitos magnéticos, dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, são utilizados métodos computacionais de análise do campo magnético, que permitem uma determinação muito aproximada da distribuição e a determinação exacta das respectivas grandezas características. É possível, assim, dimensionar correctamente os cantos, ou outros estrangulamentos, do circuito magnético, evitando-se o dispêndio exagerado do material ferromagnético.



A determinação das dimensões de um circuito magnético para um sistema electromecânico de conversão de energia, permite a determinação do valor da potência de perdas magnéticas.

É fornecido pelo fabricante da chapa magnética o valor da massa volúmica (massa por unidade de volume) do material e o valor da densidade de perdas (potência de perdas por unidade de massa). Conhecido o volume de ferro gasto no circuito magnético, a partir das dimensões definidas no projecto, e da massa volúmica da chapa de ferro, fornecida pelo fabricante da chapa magnética, determina-se a massa do material ferromagnético utilizado no sistema electromecânico de conversão de energia e, depois, a potência de perdas magnéticas correspondente a essa massa, para o valor da indução magnética e da frequência de funcionamento.

Exemplo_2.1-2 — O volume de material ferromagnético é determinado a partir das dimensões do sistema electromecânico de conversão de energia do Exemplo_2.1-1,

$$\text{núcleo} — 8,3 \cdot 10^{-3} \times 20 \cdot 10^{-3} \times (0,9 \times 25 \cdot 10^{-3}) = 3,74 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{culassa} — 20 \cdot 10^{-3} \times 40 \cdot 10^{-3} \times (0,9 \times 25 \cdot 10^{-3}) = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{pólo} — 40 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-3} \times (0,9 \times 25 \cdot 10^{-3}) = 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{volume de ferro} = 3,74 \cdot 10^{-5} + 2 (1,8 \cdot 10^{-5}) + 2 (0,9 \cdot 10^{-5}) = 9,14 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{massa de chapa de ferro} = 7,65 \cdot 10^3 \times 9,14 \cdot 10^{-5} = 69,92 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

Supondo que a indução magnética é constante (!) em todo o circuito magnético e igual a 1,5 T, determina-se potência de perdas $\approx 0,84 \times 69,92 \cdot 10^{-2} \approx 0,857 \text{ W}$

Para que o cálculo não tivesse este carácter de aproximação, para cada parcela havia que:

- determinar o volume, e determinar a massa a partir da massa volúmica;
- determinar a densidade de perdas, recorrendo a gráficos, ou a tabelas, ou a fórmulas, a partir do valor da indução magnética existente na parcela de circuito magnético;

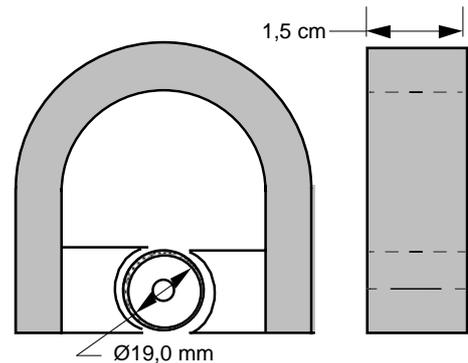
determinar a respectiva potência de perdas magnéticas; a soma do contributo de todas as parcelas é a potência de perdas magnéticas.

Mas, o campo magnético de um sistema electromecânico de conversão de energia pode não ser criado por um electroíman. O campo magnético pode ser criado por material magnético permanente incluído no circuito magnético. Para isso são utilizados os ímanes permanentes, que são integrados na estrutura do sistema, [MIT-1].

Quando se utilizam ímanes permanentes no circuito magnético de um sistema electromecânico de conversão de energia, o dimensionamento do circuito torna-se mais difícil porque passa a depender da experiência do projectista, devido à dificuldade em conhecer alguns parâmetros, como os que estão relacionados com o campo magnético de fugas do íman permanente.

No entanto, recorrendo a um conjunto de gráficos, que terão de ser fornecidos pelo fabricante, é possível dimensionar, dentro de determinado critério, um circuito magnético incluindo um íman permanente.

Exemplo_2.1-3 — Pretende-se dimensionar o circuito magnético de um actuador electromagnético rotativo. O circuito magnético é formado pelo íman permanente (a sombreado), por pólos em ferro macio e por um rotor em aço macio, e tem o desenho apresentado. O objectivo do projecto é um gasto mínimo de material magnético permanente. O actuador electromagnético rotativo tem: um comprimento axial de 5 cm, o rotor tem um diâmetro de 19 mm e o veio rotórico tem um diâmetro de 5 mm; tem um coeficiente de fugas no entreferro de 1,3. O valor do fluxo magnético pretendido no circuito rotórico é de $\psi_p = 5 \cdot 10^{-5}$ Wb.



Considerando que não existe fluxo de fugas na passagem do íman permanente para os pólos em ferro macio, o fluxo magnético no interior da ferradura de material magnético permanente deverá ser:

$$1,3 \times 5 \cdot 10^{-5} = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ Wb.}$$

Para se utilizar o íman mais pequeno, ele terá de trabalhar no ponto com densidade de energia magnética máxima, $(B \cdot H)_{max}$, o que atendendo aos gráficos fornecidos pelo fabricante corresponde ao ponto de funcionamento: $B_d = 0,98 \text{ T}$ e $H_d = 52 \text{ kA/m}$.

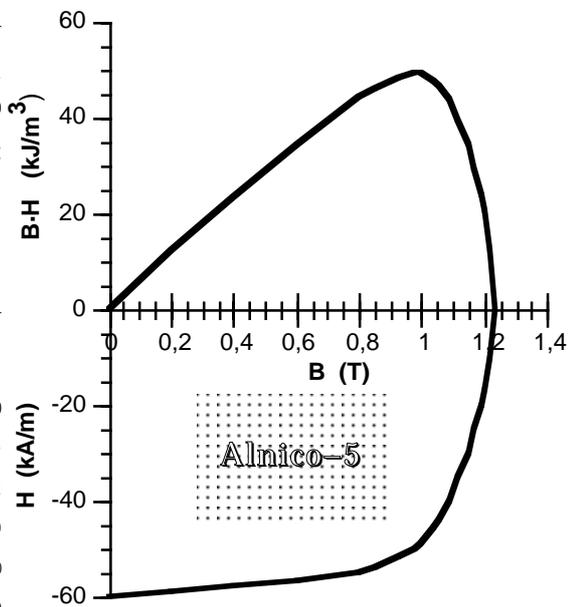
Por isso a sua secção recta será $S = \psi / B$, $S = 6,5 \cdot 10^{-5} / 0,98 = 0,663 \text{ cm}^2$; como a profundidade do actuador é 1,5 cm a largura do íman terá de ser de 4,4 mm (...!?!...).

A força magnetomotriz total para criar o fluxo magnético é $F = F_{ef} + F_i$, a soma da força magnetomotriz necessária para o fluxo atravessar o entreferro e a força magnetomotriz necessária para o fluxo atravessar o circuito magnético rotórico (como lá se encontra o enrolamento onde vão ser induzidas forças electromotrices, todo o conjunto recebe o nome de *induzido*).

A indução magnética no rotor é $B = \psi_p / S$, $B = 5 \cdot 10^{-5} / (1,5 \cdot 10^{-2} \times (19 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3})) = 0,238 \text{ T}$; a este valor corresponde uma intensidade do campo magnético (lido na curva $B(H)$ para um aço macio); $H = 0,25 \text{ kA/m}$

A força magnetomotriz correspondente à parcela rotórica do circuito magnético é: $F_i = H \cdot l$, $F_i = 0,25 \cdot 10^3 \times 19 \cdot 10^{-3} = 4,8 \approx 5 \text{ A}$

No entreferro, o circuito magnético é linear com permeabilidade constante e igual a $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$. Assim, a



força magnetomotriz necessária será $F_{ef} = H \cdot l = (B/\mu_0) \cdot l = ((\psi_p/S)/\mu_0) \cdot l$, e como o valor de $R = l/(\mu_0 \cdot S)$ é a relutância de um circuito magnético linear, será $F_{ef} = R \cdot \psi_p$.

A relutância de um entreferro do actuador electromagnético rotativo é $R = 2 \cdot 10^{-3} / (4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4,48 \cdot 10^{-4})$, $R = 3555,1 \text{ kH}^{-1}$, com $S = \pi \cdot (D/2) \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})$, $S = 4,48 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

A força magnetomotriz no entreferro é: $F_{ef} = 2 \cdot (3,56 \cdot 10^6) \times 5 \cdot 10^{-5} = 355,51 \text{ A}$

A força magnetomotriz total necessária para estabelecer o fluxo magnético ψ_p no induzido da máquina, desprezando a força magnetomotriz correspondentes às outras partes em ferro macio, é: $F = F_{ef} + F_i$, $F = 355,5 + 5 = 361 \text{ A}$. Como a intensidade do campo magnético criado pelo íman permanente na situação de densidade de energia máxima é $H_d = 52 \text{ kA/m}$, o comprimento útil do íman deverá ser $l = F/H_d$, $l = 361/52 \cdot 10^3 = 7 \text{ mm}$ (...!?!...).

ANÁLISE CRÍTICA

As dimensões irrealistas obtidas, comprimento de 7 mm e largura de 4,4 mm, mostram que houve um erro no projecto do actuador electromagnético rotativo.

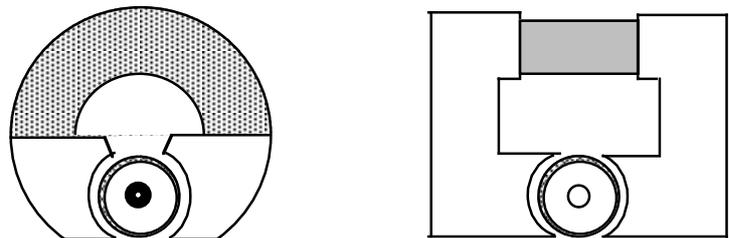
O erro consistiu na adopção do desenho de um actuador electromagnético construído com um material magnético permanente antigo

{Ferro com tungsténio; 1920; $B_r = 1,05 \text{ T}$, $H_c = 5,2 \text{ kA/m}$, $(B \cdot H)_{\text{max}} = 2,4 \text{ kJ/m}^3$ },

e na utilização para esse tipo de desenho de um material magnético mais recente

{Alnico-5; 1932; $B_r = 1,24 \text{ T}$, $H_c = 60 \text{ kA/m}$, $(B \cdot H)_{\text{max}} = 51 \text{ kJ/m}^3$ };

necessariamente, que se impunha a adopção de um desenho adaptado a uma utilização de um íman permanente moderno com muito menores dimensões.



Um aspecto importante no actual projecto de sistemas electromecânicos de conversão de energia, com ímanes permanentes no circuito magnético, e que não foi contemplado no Exemplo_2.1-3, é o da **estabilidade** do íman permanente. Devido às correntes eléctricas que circulam no enrolamento rotórico, ou enrolamento do induzido, vai surgir um campo magnético: o **campo magnético de reacção do induzido**. Este campo magnético, quando abrange o íman permanente, vai enfraquecer o campo magnético permanente do íman e ser responsável pela aparecimento de correntes de Foucault, que vão provocar o aquecimento do íman. A consequência deste fenómeno é uma diminuição do valor do fluxo magnético que o íman é capaz de manter naquele circuito magnético específico. Tal situação provoca uma diminuição dos efeitos que se pretendem obter com o sistema electromecânico de conversão de energia, e uma alteração das respectivas características de funcionamento. Por isso, quando se prevê a existência na vizinhança do íman permanente de campos magnéticos, utilizam-se materiais magnéticos permanentes com um forte campo coercivo, H_c .

No projecto, e no estudo, dos sistemas electromecânicos de conversão de energia entra-se em consideração com o **fluxo magnético de fugas**, ψ_σ . Trata-se de uma componente do fluxo magnético totalizado, $(\psi = \psi_a + \psi_\sigma)$, que não se fecha pelo circuito magnético do sistema e que não contribui para o efeito físico pretendido. Tem um circuito magnético próprio, que na sua maior parte se distribui pelo ar. Por isso, e apesar da característica não linear da parte do circuito magnético de fugas que se desenvolve no material ferromagnético, considera-se que:

o fluxo magnético de fugas é directamente proporcional à corrente eléctrica que o cria,

porque o ar é uma substância com permeabilidade magnética constante, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Nesse caso é: $\psi_\sigma = N \cdot \phi = N \cdot B \cdot S = N \cdot (\mu_0 H) \cdot S = N \cdot (\mu_0 (N \cdot i / l)) \cdot S = L_\sigma \cdot i$; com $L_\sigma = \mu_0 \cdot N^2 \cdot S / l$.

A constante de proporcionalidade é a indutância de fugas: $\psi_\sigma = L_\sigma \cdot i$. Desta forma, no estudo de um sistema electromecânico de conversão de energia substitui-se a acção de um circuito magnético de fugas pelo efeito da passagem da corrente eléctrica numa bobina com uma indutância L_σ . Trata-se de mais um parâmetro eléctrico a integrar na modelização do sistema electromecânico de conversão de energia.

Verificou-se já, que na parte eléctrica e magnética do sistema electromecânico de conversão de energia se aplicam alguns dos conceitos e das leis do Electromagnetismo. Devido à grande variedade topológica de sistemas electromecânicos de conversão de energia existentes, há uma necessidade de encontrar métodos de estudo globais, que permitam uma análise correcta da influência dessa variedade de aspectos construtivos nas características de funcionamento dos sistemas.

Devido à sua importância no funcionamento do sistema electromecânico de conversão de energia, é necessário estudar, também, a forma como o campo magnético criado no sistema se distribui no espaço e actua sobre os diversos elementos do sistema.

distribuição do campo magnético

A distribuição do campo magnético no espaço do sistema electromecânico de conversão de energia depende da forma como é criado e da topologia do respectivo circuito magnético. São muitas as formas adoptadas para o circuito magnético das máquinas eléctricas ou dos actuadores electromagnéticos, como também são variadas as formas de criar um electroímã ou de distribuir o material magnético permanente na estrutura do sistema electromecânico.

Quando se pretende efectuar o estudo da distribuição e do comportamento do campo magnético de um sistema electromecânico de conversão de energia devido à forma construtiva da circuito eléctrico e à corrente eléctrica que nele passa, tem de se adoptar como grandeza física representativa — a **força magnetomotriz** F —, porque só essa grandeza mantém uma relação linear com a corrente eléctrica, em todo o circuito magnético. Nas partes do circuito magnético em que existe material ferromagnético não é linear a relação entre a corrente eléctrica e a indução magnética ou o fluxo magnético. Por isso, a forma de onda dessas grandezas é *distorcida* pela não linearidade das propriedades do material, e é inadequado à caracterização do efeito da passagem da corrente eléctrica nos condutores.



A força magnetomotriz é uma grandeza física que irá caracterizar cada ponto do espaço em que se desenvolve o campo magnético; por isso, constitui um campo de grandezas escalares: o **campo de força magnetomotriz**.

Como a corrente eléctrica que circula nas N espiras tem um determinado sentido, que condiciona o sentido da força magnetomotriz, nos estudos de distribuição do campo de força magnetomotriz *convenciona-se* que:

é **positiva** a força magnetomotriz $+F$ que sai da parte (estator ou rotor) da estrutura do sistema electromecânico de conversão de energia em que é criada.

A força magnetomotriz pode ser criada pela circulação da corrente eléctrica nos condutores de uma bobina ou por várias correntes eléctricas percorrendo vários condutores distribuídos ao longo do circuito magnético do sistema electromecânico de conversão de energia. Fundamentalmente, a força magnetomotriz pode ser criada por uma bobina concentrada, envolvendo um núcleo que integra o circuito magnético, ou pode ser criada por um conjunto de condutores ligados segundo uma determinada técnica — *Técnica de Enrolamentos das Máquinas Eléctricas* — e distribuídos ao longo da periferia (interior ou exterior) do entreferro das máquinas eléctricas, [ARN-1] [CCC-1].

No caso dos actuadores electromagnéticos a força magnetomotriz é criada por uma bobina concentrada, envolvendo um núcleo que integra o circuito magnético, ou por ímanes permanentes integrados no circuito magnético.

Já no caso das máquinas eléctricas são muitas as soluções adoptadas ao longo do tempo nos diversos tipos de máquinas para criar um campo de força magnetomotriz; para criar um *sistema indutor*. Como se pretende criar um campo de força magnetomotriz que se distribua, de uma forma periódica, ao longo da periferia do entreferro, a força magnetomotriz estará a entrar e a sair, alternadamente, da parte da máquina em que é criada. Criam-se, desta forma, os pólos magnéticos da máquina, que serão sempre em número par. A máquina eléctrica ficará caracterizada pelo *número de pares de pólos* p do campo de força magnetomotriz, ou pelo número total de pólos $2p$.

posição no espaço do entreferro da máquina eléctrica rotativa é caracterizada pelo ângulo de posição, θ_{geom} . Como o campo de força magnetomotriz tem uma distribuição periódica, ao fim de um par de pólos as suas características repetem-se ciclicamente. Por isso, utiliza-se uma transformada linear de ângulos geométricos em *ângulos eléctricos*, através do número de pares de pólos,

$$\alpha_{el} = p \cdot \theta_{geom}$$

o que equivale a reduzir o estudo de uma máquina *multipolar* ao estudo de uma máquina *bipolar*.

Há máquinas eléctricas que utilizam bobinas concentradas, envolvendo um núcleo que integra o circuito magnético, para criar a força magnetomotriz principal da máquina: é o caso das máquinas de pólos salientes — máquinas síncronas e máquinas de colectador de lâminas.

Mas, nesse tipo de máquinas existem também condutores distribuídos, formando um *enrolamento distribuído*, que são percorridos por corrente eléctrica quando a máquina está em carga. Nessa situação o campo de força magnetomotriz de reacção do induzido é criado por uma distribuição de condutores. Existem, também, outras máquinas eléctricas em que a força magnetomotriz é, exclusivamente, criada por uma distribuição de condutores — um enrolamento distribuído — colocado em ranhuras na periferia do entreferro: máquinas eléctricas rotativas de indução (monofásicas e trifásicas).

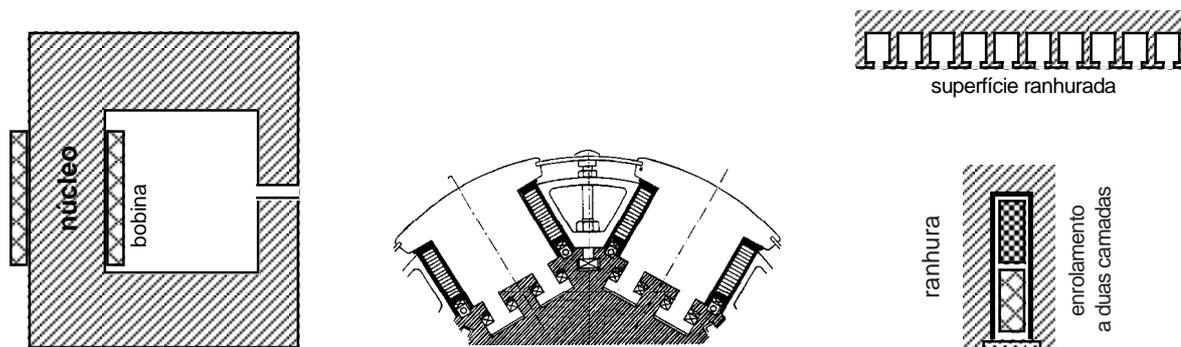


Fig. 13 – Sistema indutor: bobina concentrada; pólos salientes; enrolamento distribuído em ranhuras

Portanto existe uma variedade grande de campos de força magnetomotriz podendo estabelecer-se uma classificação, que facilite o seu estudo.

Um campo de força magnetomotriz pode ser caracterizado pela forma da distribuição no espaço (forma de onda), pelo seu comportamento no espaço, e pelo seu comportamento no tempo.

Forma de onda

- rectangular — campo indutor das máquinas de corrente contínua
- triangular — campo de reacção do induzido das máquinas de corrente contínua
- trapezoidal — campo indutor de uma bobina distribuída
- sinusoidal — campo das bobinas indutoras das máquinas rotativas de indução

Comportamento no espaço

- fixo — o campo está parado relativamente à parte em que é criado
- móvel — o campo movimenta-se relativamente à parte em que é criado
- misto — o campo é o resultado de uma componente fixa e de outra móvel

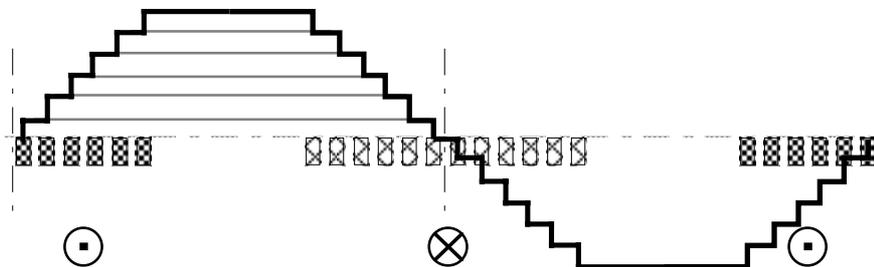
Comportamento no tempo

constante — o campo é criado por corrente eléctrica contínua

alternado — o campo é criado por corrente eléctrica alternada

Devido às várias não linearidades existentes nos sistemas electromecânicos de conversão de energia, motivadas pelas propriedades do material magnético, pelo seu estado de saturação ou pela variação brusca da relutância do circuito magnético, ou ainda por correntes eléctricas periódicas não sinusoidais, surgem no estudo da distribuição do campo magnético formas de onda distorcidas. Essas formas de onda, mediante certas condições de estudo, podem ser decompostas numa série de termos harmónicos (série de Fourier), e depois as consequências de cada harmónico, que tem uma forma de onda sinusoidal, podem ser estudadas isoladamente [MVG–2].

Exemplo_2.1–4 — Um alternador síncrono trifásico de 40 MVA, bipolar ($2p = 2$), tem um sistema indutor rotórico com 36 ranhuras, das quais em cada pólo 1/3 não são bobinadas, formando um enrolamento parcialmente distribuído — *alternador de indutor liso*. Em cada ranhura existem 20 condutores dispostos numa camada, e a corrente eléctrica de excitação é contínua com a intensidade de 560 A.



Cada ranhura de um pólo conterá condutores que formam uma espira que se fecha por outros condutores situados debaixo do outro pólo. Cada uma dessas espiras contribui com um força magnetomotriz $F = 20 \times 560 = 11,2 \text{ kA}$. A forma de onda, chamada "em escada", tem por pólo seis "andares" de força magnetomotriz, logo a amplitude da onda de força magnetomotriz é $F_m = 6 \times 11,2 = 67,2 \text{ kA}$.

A forma de onda "em escada" aproxima a forma de onda trapezoidal. Considerando que a onda é periódica e que as propriedades relevantes são lineares, pode-se decompor a forma de onda triangular numa série de termos harmónicos (série de termos ímpares, sem termo contínuo). Desprezando todos os harmónicos além do termo fundamental, pode-se considerar, por aproximação, que a distribuição de força magnetomotriz no espaço é sinusoidal (...!).

O campo de força magnetomotriz é fixo no espaço relativamente à parte da máquina em que é criado (apesar desta estar em movimento), e é constante no tempo.

No estudo das máquinas eléctricas tem grande importância os campos de força magnetomotriz que têm uma variação sinusoidal no tempo e, simultaneamente, uma variação sinusoidal no espaço. São os *campos girantes*, que são obtidos com uma distribuição de condutores em ranhuras quando são percorridos por corrente eléctrica alternada sinusoidal.

Campos girantes

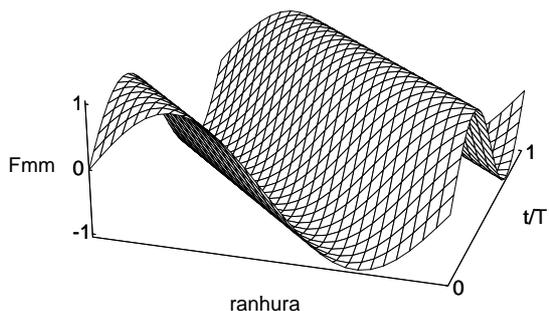
Quando o campo de força magnetomotriz varia sinusoidalmente no tempo (t) e no espaço (a), diz-se que constitui um *campo girante sinusoidal* de força magnetomotriz.

$$F(\alpha, t) = F_m \cdot \cos(\omega t \pm \alpha)$$

ou

$$\underline{F} = F_m \cdot \exp(j(\omega t \pm \alpha))$$

O campo girante sinusoidal de uma grandeza é caracterizado pela variação sinusoidal da grandeza no tempo em cada ponto do espaço ($\alpha = \text{const.} \Rightarrow F(t) = F_m \cdot \cos(\omega t \pm \text{const.})$) e pela variação sinusoidal da grandeza no espaço em cada instante ($t = \text{const.} \Rightarrow F(\alpha) = F_m \cdot \cos(\text{const.} \pm \alpha)$).



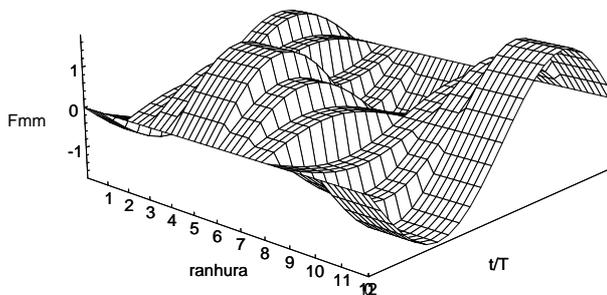
Numa máquina eléctrica, através da Técnica dos Enrolamentos para máquinas de corrente alternada, é possível distribuir um conjunto de condutores pelas ranhuras de um estator, ou de um rotor, de tal forma que a distribuição do enrolamento no espaço, caracterizado pelo ângulo eléctrico α , seja, praticamente, igual à de um bobina com N espiras efectivas com uma distribuição sinusoidal: $N(\alpha) = N \cdot \cos \alpha$. (Note-se que $\alpha_{elect.} = p \cdot \theta_{geom.}$, em que p é o número de pares de pólos da máquina).

Campo alternado

Essa bobina quando é percorrida por uma corrente eléctrica sinusoidal monofásica, $i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cos \omega t$, só pode criar um campo de força magnetomotriz: $F = Ni = \sqrt{2} \cdot NI \cos \alpha \cos \omega t$. Este campo é alternado sinusoidal, e pode-se considerar com a soma de dois campos girantes, com igual amplitude, mas que rodam em sentido contrário (Teorema de Leblanc):

Teorema de Leblanc — *A força magnetomotriz alternada sinusoidal de direcção fixa é equivalente a duas forças magnetomotrizes sinusoidais de amplitude constante e igual a metade da amplitude da primeira, animadas de rotação uniforme, num sentido e noutro, com velocidade angular igual à sua frequência angular.*

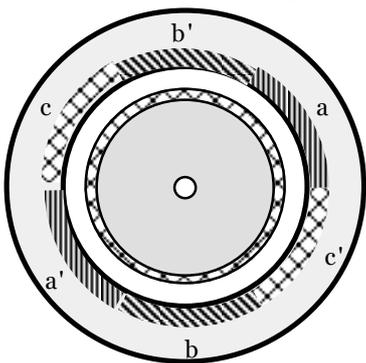
$$F(\alpha, t) = Ni = \sqrt{2} \cdot NI \cdot \cos \alpha \cos \omega t = (1/\sqrt{2}) \cdot NI \cdot [\cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t - \alpha)]$$



Com este campo alternado, ou com os dois campos girantes, de igual amplitude mas girando em sentidos contrários, não se consegue produzir um efeito útil numa máquina eléctrica.

Campo girante trifásico sinusoidal

Uma das formas mais simples para obter um único campo de força magnetomotriz girante num só sentido é com a utilização de um sistema trifásico simétrico de correntes eléctricas.



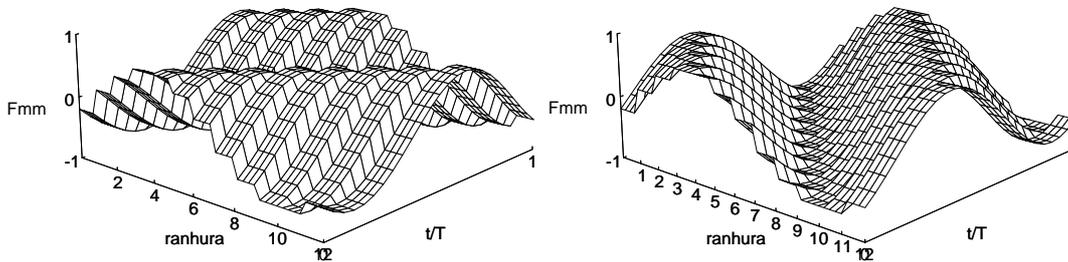
Para criar o campo girante de forças magnetomotrizes a partir de um sistema trifásico de correntes eléctricas, utilizam-se três bobinas distribuídas na periferia do entreferro (distribuídas no espaço), possuindo o mesmo número de espiras efectivas N, mas afastadas no espaço do entreferro de $2\pi/3$ radianos eléctricos, **a b c**. Cada uma dará origem a uma força magnetomotriz alternada, e as três forças magnetomotrizes F_a, F_b, F_c , presentes no espaço do entreferro adicionar-se-ão no entreferro da máquina, formando um campo girante (Teorema de Ferraris).

Teorema de Ferraris — Um conjunto de três enrolamentos idênticos dispostos em intervalos de $3\pi/2$ ao longo da periferia de um estator cilíndrico e percorridos por correntes eléctricas trifásicas equilibradas de pulsação w , criam uma onda de força magnetomotriz de desenvolvimento sinusoidal no entreferro que se propaga com a velocidade angular w , e com uma amplitude que vale $3/2$ da amplitude máxima da força magnetomotriz de cada fase.

$$\left. \begin{aligned} N \cdot i_a &= \sqrt{2} \cdot N \cdot I \cdot \cos \omega t \cdot \cos \alpha \\ N \cdot i_b &= \sqrt{2} \cdot N \cdot I \cdot \cos (\omega t - 2\pi / 3) \cdot \cos (\alpha - 2\pi / 3) \\ N \cdot i_c &= \sqrt{2} \cdot N \cdot I \cdot \cos (\omega t + 2\pi / 3) \cdot \cos (\alpha + 2\pi / 3) \end{aligned} \right\} F(\alpha, t) = N \cdot i =$$

$$= N \cdot i_a + N \cdot i_b + N \cdot i_c = \frac{3}{2} \cdot N \cdot (\sqrt{2} \cdot I) \cdot \cos(\omega t - \alpha)$$

Note-se que o campo de força magnetomotriz girante tem uma velocidade angular ω_s com um valor que coincide com o valor da pulsação da corrente alternada sinusoidal que o cria, porque $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$. Note-se que a alteração da ordem de sucessão das fases permite criar um campo girante com

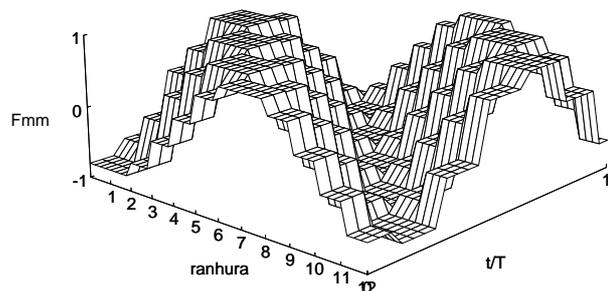


Generalizando, o Teorema de Ferraris garante a construção de um campo girante de força magnetomotriz para um sistema polifásico, com m fases, desde que se construa um enrolamento com m bobinas iguais sucessivamente esfasadas no espaço de $2\pi/m$, e cada uma percorrida pela corrente eléctrica de uma fase sucessiva do sistema polifásico.

Campo girante trifásico não sinusoidal

Quando o sistema de correntes eléctricas trifásicas é não sinusoidal, e as propriedades do meios são lineares, a forma de onda gerada por um conjunto de três bobinas afastadas no espaço de $2\pi/3$ rad elect. é uma composição de vários campos girantes (directos e inversos) de força magnetomotriz.

Onda Rectangular



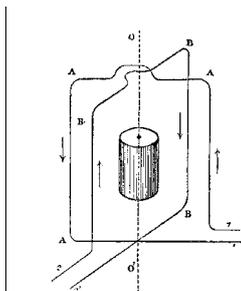
Campo girante difásico

Quando o campo de força magnetomotriz é criado por duas bobinas em quadratura (faseadas de $\pi/2$ rad elect. ou um quarto de período) percorridas, respectivamente, pelas correntes eléctricas de um sistema de correntes eléctricas alternadas esfasadas surge:

um campo elíptico — se as correntes eléctricas estiverem esfasadas de um valor qualquer diferente de $\pi/2$ rad. elect.. Demonstra-se que um campo elíptico é a soma de uma campo girante com um campo alternado.

um campo girante sinusoidal — se as correntes eléctricas estiverem esfasadas de $\pi/2$ rad. elect. (de acordo com o teorema de Ferraris)

H-> Teorema de Ferraris (tal como foi formulado por Galileo Ferraris (1847–1897) em 1885):



Um conjunto de dois enrolamentos idênticos dispostos em intervalos de de $\pi/2$ rad. elect. ao longo da periferia de um estator cilíndrico e percorridos por correntes eléctricas difásicas equilibradas de pulsação w , criam uma onda de força magnetomotriz de desenvolvimento sinusoidal no entreferro que se propaga com a velocidade angular w , e com uma amplitude que vale $1/2$ da amplitude máxima da força magnetomotriz de cada fase

A criação de um campo elíptico de força magnetomotriz tem grande importância no motor de indução monofásico. Trata-se de um motor eléctrico, alimentado por uma rede de corrente alternada monofásica que alimenta directamente uma das bobinas, mas no interior do motor é criada, por esfasamento, uma segunda corrente que percorre uma outra bobina em quadratura espacial com a primeira.

Exemplo_2.1-5 — Considerando uma máquina eléctrica bipolar, com um estator cilíndrico onde estão montados dois enrolamentos esfasados no espaço de $\pi/2$ rad. Esses enrolamentos são percorridos por correntes eléctricas alternadas ($f = 50$ Hz) em quadratura de fase. A força magnetomotriz criada por um desses enrolamentos é de desenvolvimento sinusoidal com uma amplitude de 1500 A, a força magnetomotriz que é criada pelo outro é de desenvolvimento sinusoidal com uma amplitude de 600 A.

A expressão da força magnetomotriz resultante no entreferro da máquina é:

$$F = F_1 + F_2 = 900 \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos \alpha + 600 \cdot \cos(100\pi t - \alpha) \text{ A}$$

A força magnetomotriz criada por cada enrolamento é:

$$F_1 = 1500 \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos \alpha, \quad \text{e} \quad F_2 = 600 \cdot \cos(100\pi t + (\pi/2)) \cdot \cos(\alpha + (\pi/2))$$

considerando que o pólo Norte do campo criado pela força magnetomotriz F_2 , passa pela origem antes do pólo Norte do campo criado por F_1 ; a corrente eléctrica que cria F_2 está em avanço no tempo em relação à corrente eléctrica que cria F_1 .

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 = 1500 \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos \alpha + 600 \cdot \cos(100\pi t + (\pi/2)) \cdot \cos(\alpha + (\pi/2)) = \\ &= 1500 \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos \alpha + 600 \cdot (-\sin(100\pi t)) \cdot (-\sin(\alpha)) = \\ &= (1550 - 600) \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos \alpha + 600 \cdot \cos(100\pi t - \alpha) \text{ A} \end{aligned}$$

Recorrendo a expressões conhecidas da Trigonometria, verifica-se que se trata de um *campo elíptico* de força magnetomotriz. Este campo é equivalente a dois campos girantes em sentido contrário e com amplitude diferente:

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 = (1550 - 600) \cdot \cos(100\pi t) \cdot \cos \alpha + 600 \cdot \cos(100\pi t - \alpha) = \\ &= (1550 - 600) \cdot (\cos(100\pi t + \alpha) \cdot \cos(100\pi t - \alpha)) + 600 \cdot \cos(100\pi t - \alpha) = \\ &= ((1550 - 600)/2) \cdot (\cos(100\pi t + \alpha) + ((1550 + 600)/2) \cdot \cos(100\pi t - \alpha)) \text{ A} \end{aligned}$$

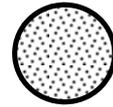
Conhecida a distribuição do campo magnético através da distribuição da força magnetomotriz criada pelos diferentes circuitos eléctricos, indutor ou induzido, é possível verificar que o campo magnético originado por essas ondas de força magnetomotriz actua sobre os diferentes órgãos do sistema que se encontram na sua vizinhança. Surgem, assim, acções de indução magnética, ou surge o desenvolvimento de forças mecânicas, mas também surgem perdas de energia (perdas adicionais) provocadas pela distribuição espacial e pelo comportamento no tempo dos campos magnéticos presentes.

Dois efeitos da presença de um campo magnético de frequência elevada sobre os condutores do circuito eléctrico são de considerar: o *efeito pelicular* e o *efeito de proximidade*.

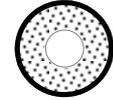
Efeito pelicular

O *efeito pelicular* traduz-se por um aumento da resistência eléctrica de um condutor percorrido por uma corrente eléctrica de frequência elevada ($f \gg 950$ Hz ; 19º harmónico para um condutor não embebido em material ferromagnético).

Se um condutor eléctrico for percorrido por uma corrente eléctrica contínua, a densidade de corrente eléctrica na secção recta do condutor é uniforme. Isto é, a corrente eléctrica está uniformemente distribuída por toda a secção do condutor.



Mas, se a frequência da corrente eléctrica aumentar, a corrente eléctrica distribuir-se-  por uma secção menor do que a secção recta do condutor, afastando-se do eixo do condutor. Como a secção útil de condução diminui, isso representa um aumento da resistência eléctrica efectiva do condutor. Também a indutância de fugas da ranhura vem aumentada. Desta forma, as perdas de energia associadas à passagem da corrente eléctrica no condutor vêm aumentadas.



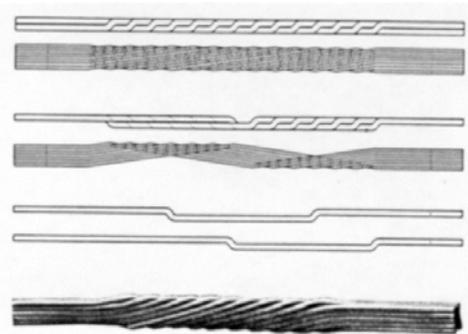
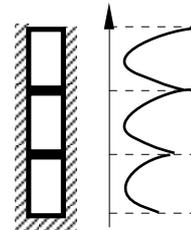
A explicação deste fen meno é dada pelo estudo da propagação da onda electromagnética no condutor, [KUP-1] [STR-1]. Nos trabalhos actuais de modelização de máquinas eléctricas, já se considera a variação da resistência eléctrica dos condutores rotóricos devida ao efeito pelicular, [CAS-1].

Efeito de proximidade

Nas ranhuras de uma máquina eléctrica, normalmente, estão dispostos vários condutores eléctricos. Cada condutor, devido à passagem da corrente eléctrica, cria o seu próprio campo magnético, que se distribui pelo interior dos outros condutores existentes na ranhura. Esse campo magnético   responsável pelo aparecimento de correntes de Foucault nos condutores que atravessa. Essa nova distribuição de correntes de Foucault interfere na distribuição da corrente eléctrica que circula no condutor e que deixa de ser uniforme em toda a secção recta do condutor.

Esta concentração da corrente eléctrica na periferia do condutor devido à presença de outros condutores, chama-se efeito de proximidade.   estudado de uma forma análoga é utilizado no estudo do efeito pelicular, [KUP-1.]

Uma forma de evitar o efeito de proximidade consiste na divisão do condutor em elementos de menor secção transversal isolados entre si, e na transposição destes elementos ao longo do comprimento do condutor na ranhura. Sempre que a altura do condutor ultrapassa os 0,5 cm procede-se   sua substituição por um conjunto de condutores de menor altura.



barra R ebel

energia

Na modelização de um sistema electromecânico de conversão de energia, o modelo matemático correspondente aos efeitos do campo magnético é determinado a partir de uma análise energética do sistema, baseada no Princípio da Conservação da Energia.

Na parte eléctrica existe dissipação de energia na resistência eléctrica do circuito, mas não existe armazenamento. No circuito magnético existe dissipação de energia, e existe armazenamento. Por isso, considera-se que a energia necessária para realizar o trabalho de estabelecimento de um campo magnético num circuito de material ferromagnético fica armazenada no próprio campo magnético desde que o sistema seja fechado e não haja alteração da temperatura. O valor da energia armazenada é igual ao valor do trabalho necessário para estabelecer o campo.

Para determinar o valor dessa energia considera-se uma porção de espaço ferromagnético D . Nesse espaço existe uma distribuição solenoidal de corrente eléctrica que vai ser responsável pelo aparecimento de um campo magnético com uma indução \vec{B} . A distribuição de corrente eléctrica fica assim encadeada por um fluxo totalizado $\psi = N \phi$. Uma variação lenta da distribuição de corrente

eléctrica num intervalo elementar de tempo dt produzirá uma alteração da indução magnética. Atendendo à forma diferencial da lei de Faraday (2.3), e considerando que não há movimento dos condutores, aparecerá uma força electromotriz induzida pela variação no tempo do fluxo; $e = -d\psi/dt$.

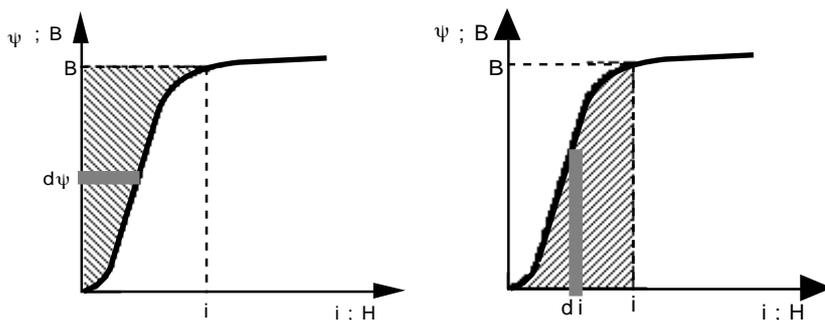
Para manter o valor da corrente eléctrica i é necessário que um gerador forneça uma quantidade elementar de energia dW , dada por: $dW = i \cdot \frac{d\psi}{dt} dt = i \cdot d\psi$; considerando que na parte eléctrica não há dissipação de energia por efeito Joule, a energia fornecida fica armazenada no campo magnético, que se encontra distribuído integralmente pelo espaço D de material ferromagnético.

Considerando que o circuito magnético é um anel de material ferromagnético, com uma secção recta S , que o raio da circunferência média do anel é r , que a distribuição solenoidal de corrente é criada pela passagem da corrente eléctrica i nas N espiras de uma bobina de material condutor (sem resistência eléctrica...!), e que a variação da corrente eléctrica é tão lenta que o regime se pode considerar quase-estacionário, então $d\psi = N \cdot (S dB)$ e pela lei de Ampère, $i = 2\pi r H / N$. Assim, a expressão da energia elementar é: $dW = (2\pi r S) H dB = v H dB$.

O valor da energia magnética armazenada, por unidade de volume, quando se varia (lentamente) a corrente eléctrica de forma a que o valor da indução magnética varie de 0 a B , é:

$$w_m = \frac{W_m}{v} = \int_0^B H \cdot dB$$

O valor da energia armazenada por unidade de volume, no campo magnético, é proporcional à área representada pela figura superior da curva de magnetização, atendendo ao significado geométrico de um integral definido.



A área complementar, para um mesmo volume de material, representa a *co-energia magnética*, que é dada pela expressão: $w_{cm} = \frac{W_{cm}}{v} = \int_0^H B \cdot dH$

Necessariamente, quando se deduziu o valor da energia elementar que o gerador tem de fornecer para que a corrente eléctrica varie no circuito eléctrico indutor, podia-se ter determinado antes a energia que era necessário fornecer para que, permanecendo constante a corrente eléctrica, o fluxo pudesse variar. Para isso era necessário admitir que do exterior era fornecida uma quantidade de energia dada por: $dW_{cm} = \psi \cdot di$.

Entre a energia magnética e a co-energia magnética, atendendo à figura, verifica-se a relação,

$$dW_m + dW_{cm} = i d\psi + \psi di = d(\psi i)$$

Quando se considera que a variação da propriedade magnética do material ocorre segundo um ciclo histerético, então a *densidade de energia de perdas* (perdas por histerese) é proporcional à área do ciclo histerético característico do material, $w_m = \frac{W_m}{v} = \int_0^B \vec{H} \cdot d\vec{B}$.

Esta energia de perdas é dissipada, sob a forma de calor, e traduz a necessidade de consumir energia para realizar o trabalho de magnetização do material (orientação dos domínios). Se o campo magnético for variável no tempo, periódico com uma frequência f , existirão f ciclos em cada segundo e, conseqüentemente, haverá uma dissipação de energia magnética, devida à histerese, com uma densidade volúmica igual a $f \cdot w_m$.

Expressaram-se, assim, as diferentes componentes da energia que entram na análise energética de um

sistema electromecˆnico de conversˆo de energia. Nessa anˆlise entram todas as formas de armazenamento, dissipacˆo e conversˆo de energia do sistema. Porque todos esses fenˆmenos ocorrem simultaneamente num mesmo intervalo de tempo, a sua anˆlise energˆtica ˆ feita atravˆs da respectiva **potˆncia**.

ˆ importante conhecer o as consequˆncias da existˆncia de perdas de energia num sistema electromecˆnico de conversˆo de energia.

Toda a energia de perdas – perdas elˆctricas, magnˆticas e mecˆnicas – se degrada em calor. Devido ˆs perdas de energia e durante o funcionamento do sistema electromecˆnico hˆ um aumento da sua temperatura. Este aumento ˆ caracterizado atravˆs do aquecimento do motor.

Aquecimento de uma Mˆquina Elˆctrica

O estudo do aquecimento de uma mˆquina elˆctrica ˆ feito de uma forma *aproximada*: considera-se que o motor ˆ um bloco de material homogˆneo.

Considerando: Q – a quantidade de calor desenvolvido no motor (devido ˆs perdas de energia) na unidade de tempo {joule/s}; C – a capacidade tˆrmica do “material” do motor, ˆ a quantidade de calor necessˆrio para aumentar a temperatura do motor de 1 °C, {joule/°C}; A – coeficiente de transmissˆo tˆrmica do motor {joule/s°C}; ΔT – aquecimento, aumento da temperatura acima da temperatura ambiente ΔT = T_m – T_{amb}, {°C}.

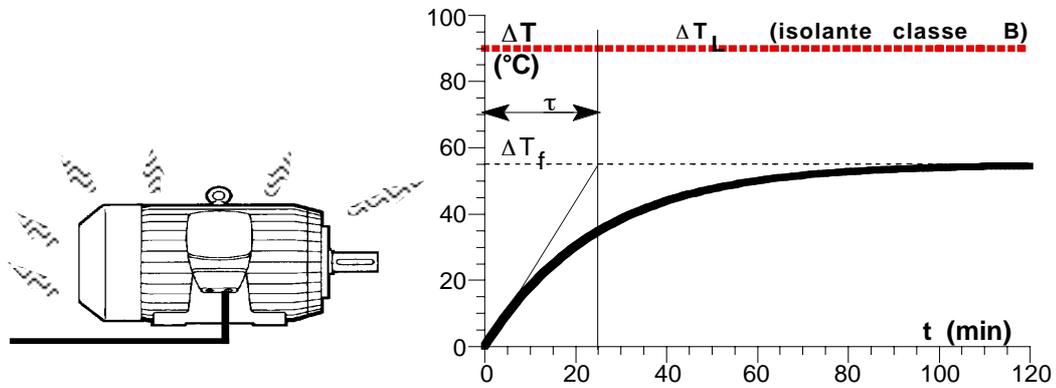
A equacˆo de equilˆbrio tˆrmico ˆ: $Q \cdot dt = A \cdot \Delta T \cdot dt + C \cdot d\Delta T$

O aquecimento da mˆquina elˆctrica pode ser caracterizado pelo aumento de temperatura acima da temperatura ambiente em funçˆo do tempo ΔT = ΔT(t).

Integrando a equacˆo de equilˆbrio tˆrmico, com condiçˆes iniciais t = 0 → ΔT = ΔT₀, e definindo ΔT_f como o aquecimento final ΔT_f = Q/A (depende das perdas de energia), e τ como constante tˆrmica de tempo do motor τ = C/A, resulta:

$$\Delta T = \Delta T_f - ((\Delta T_f - \Delta T_0) \cdot \exp(-t/\tau))$$

que no caso do motor estar em repouso e ˆ temperatura ambiente no instante inicial, t = 0 → → ΔT = ΔT₀ = 0, toma a forma: ΔT = ΔT_f(1 – exp(-t/τ)).



A curva caracterˆstica do *arrefecimento* da mˆquina elˆctrica resulta da expressˆo geral, considerando que ΔT_f = 0 °C e que ΔT₀ = ΔT_f: $\Delta T = \Delta T_f \cdot \exp(-t/\tau)$.

Qualquer aumento da carga da mˆquina elˆctrica traduz-se por um aumento das perdas de energia, e portanto da quantidade de calor libertada, o que aumenta o valor do aquecimento final ΔT_f = Q/A, e um decrˆscimo da carga reduz as perdas de energia e provoca o arrefecimento da mˆquina.

Num serviço com carga variˆvel a temperatura da mˆquina elˆctrica varia (mas nˆo de um modo instantˆneo) com as variaçˆes da carga.

O estudo do aquecimento da mˆquina elˆctrica, suposta constituˆda por um material homogˆneo, permite verificar que aumentando a carga da mˆquina a sua temperatura aumenta. Todos os materiais da mˆquina vˆo estar submetidos ˆ nova temperatura de equilˆbrio atingida pela mˆquina, e alguns, materiais, como os materiais sintˆticos dos isolantes, sˆo submetidos a um forte tensˆo tˆrmica. Essa tensˆo provoca o envelhecimento dos isolantes, e a diminuiçˆo do

tempo de vida útil da máquina, mas se o aquecimento for exagerado (superior á temperatura máxima que os isolantes podem suportar T_L) provoca a rotura do isolamento e a conseqüente avaria da máquina.

O modelo do sistema electromecânico é constituído em função de parâmetros do circuito eléctrico e do circuito magnético, traduzindo a sua interligação. Também fazem parte do modelo os parâmetros correspondentes à parte mecânica do sistema.

Entre os parâmetros associados aos fenómenos electromagnéticos do sistema contam-se a resistência eléctrica e a indutância.

Com aqueles parâmetros podem construir-se vários tipos de modelos, mas é necessário estabelecer um modelo suficientemente simples para poder ser tratado pelos métodos de cálculo disponíveis (que hoje já são muito potentes) e suficientemente complexo (integrando todos os efeitos electromagnéticos e mecânicos) para permitir uma análise precisa dos fenómenos em estudo.

2.2 Mecânica Aplicada

Os diversos sistemas electromecânicos de conversão de energia podem ter a sua parte móvel animada de um movimento de translação ou de um movimento de rotação, [TIM-1].

movimento de translação

A maioria dos actuadores electromagnéticos, os motores lineares, ou os motores tubulares, têm uma parte mecânica, animada de um movimento que provoca o seu deslocamento ao longo de um percurso em linha recta.

À parte móvel do sistema electromecânico de conversão de energia, que tem uma massa M , é aplicada uma *força motora* F_m , e outras *forças resistentes* F_r ; a resultante do sistema de forças aplicado é responsável pelo movimento da parte móvel do sistema.

Considera-se que uma *força* F {newton} é toda a acção capaz de modificar o estado de equilíbrio de um corpo rígido, sobre o qual se aplica. Trata-se de uma grandeza vectorial em que, para além do ponto de aplicação (normalmente o centro de gravidade do corpo rígido), é importante a direcção, o sentido e a intensidade da força.

Frequentemente, no estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, apenas se considera o valor da intensidade da força, ou, noutros tipos de estudo, apenas se considera a direcção e o sentido.

Um dos importantes princípios da mecânica é o princípio da igualdade da acção e da reacção:

qualquer acção de um corpo sobre outro, provoca da parte deste uma reacção de intensidade igual à acção, e dirigida em sentido contrário.

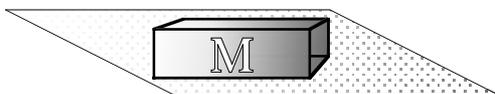
Como resultado da aplicação deste princípio verifica-se a necessidade de provocar uma amarração (*fixação*) da parte estática do sistema electromecânico de conversão de energia, tão forte quanto a intensidade da força que se desenvolve na parte móvel.

!!! Caso contrário, a parte “estática” do sistema movimenta-se !...

Na parte móvel de um sistema electromecânico de conversão de energia não actua, somente, uma força, a força desenvolvida pelo sistema e resultante do fenómeno de conversão de energia; mas, existem outras forças desenvolvidas por outros fenómenos físicos.

Para além das forças resultantes dos efeitos electromecânicos que se pretendem aproveitar com o sistema $F_m = F_{el}$, podem existir ainda: a força de inércia F_I , a força de atrito F_{atr} , e a força de reposição F_{rep} .

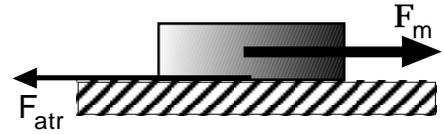
Quando um corpo rígido está animado de um movimento de translação, a *força de inércia* é igual ao produto da massa M do corpo pela sua aceleração (d^2x/dt^2): $F_I = M \cdot (d^2x/dt^2)$. Considera-se constante a massa M {quilograma} do corpo, e que está fixo o referencial no qual as coordenadas são medidas.



O movimento de um corpo rígido sobre outro corpo gera na sua superfície de contacto uma força de

reação tangencial. Esta **força de atrito** F_{atr} tem um sentido oposto ao da força motora $F_m = F_{el}$.

A força de atrito localiza-se na superfície de contacto, e contraria o movimento de um corpo em relação a outro com que contacta. Existem, fundamentalmente, dois tipos de atrito: atrito seco e atrito viscoso.

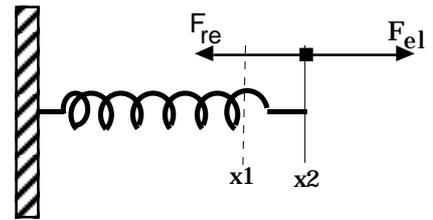


No caso do **atrito seco** as superfícies (rugosas) dos dois corpos estão em contacto uma com a outra e, por isso, existe uma resistência ao deslizamento — uma força de atrito — que é proporcional à pressão que se exerce sobre os dois corpos em contacto. Quando os dois corpos tem uma velocidade de deslizamento (velocidade relativa) pequena, a força de atrito (seco) é independente da velocidade de deslizamento.

No entanto, na maioria dos sistemas electromecânicos de conversão de energia o deslizamento entre duas peças metálicas obriga a uma lubrificação, e surge, por isso, uma camada de líquido viscoso entre as peças em movimento relativo. Neste caso também surge uma força de atrito, mas o valor da força de atrito é proporcional à velocidade de deslizamento dos corpos: $F_{atr} = D \cdot v_r$. A constante de proporcionalidade D é o **coeficiente de atrito** {newton por metro por segundo}.

No estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia não se considera o atrito seco, apenas se considera o atrito viscoso. Como uma das peças do sistema está fixa (é estática) a velocidade de deslizamento da outra (a parte móvel) coincide com a velocidade de deslocamento dessa parte. Assim $F_{atr} = D \cdot (dx/dt)$.

Nos sistemas electromecânicos de conversão de energia com movimento linear, principalmente nos actuadores electromagnéticos, frequentemente existe uma mola que assegura o retorno da parte móvel a uma posição inicial x_1 . Quando actua a força motriz a mola alonga-se e surge uma força que a tende a fazer retornar à posição inicial. Considera-se que a mola tem um comportamento linear (numa pequena gama de valores da elongação), e a **força de reposição** F_{rep} é proporcional a essa elongação: $F_{rep} = K \cdot (x_2 - x_1)$. A constante de proporcionalidade K exprime-se em {newton por metro}.

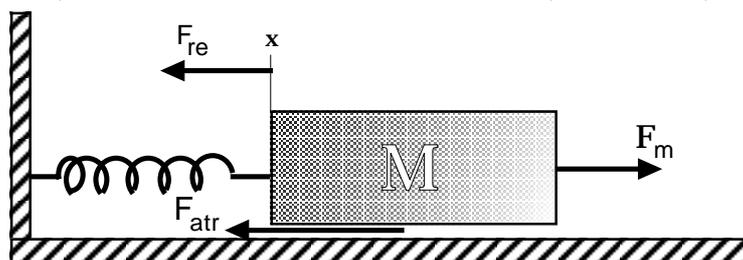


Para os sistema de forças mecânicas que actua num corpo rígido é possível escrever uma equação de equilíbrio, atendendo ao sentido de actuação dessas diferentes forças. Na escrita da equação de equilíbrio mecânico de um corpo de massa M , utiliza-se o princípio de d'Alembert (que se baseia na segunda lei de Newton):

a soma das forças cinéticas instantâneas que actuam num corpo rígido numa determinada direcção com a força de reacção devida à inércia do corpo nessa direcção são nulas, $\sum_j F_j(t) - M \cdot (d^2x/dt^2) = 0$.

Note-se a analogia formal deste princípio com a lei de Kirchhoff para as correntes.

Exemplo_2.2-1 — O modelo matemático para um corpo rígido, ligado a uma mola linear, e dotado apenas de um grau de liberdade (isto é, para um corpo cuja posição pode ser representada somente por uma variável num sistema de coordenadas) pode ser construído, atendendo às forças em presença e ao princípio de d'Alembert.



As forças em presença são:

força motora: $F_m = F_{el}$

forças resistentes: força de atrito $F_{atr} = D \cdot (dx/dt)$, força de reposição $F_{rep} = K \cdot (x)$

força de inércia (quando há variação da velocidade do corpo) $F_I = M \cdot (d^2x/dt^2)$.

$$F_m + (-F_{rep}) + (-F_{atr}) - M \cdot (d^2x/dt^2) = 0$$

ou $F_m = F_{rep} + F_{atr} + M \cdot (d^2x/dt^2)$ ou $F_m = F_{el} = K \cdot (x) + D \cdot (dx/dt) + M \cdot (d^2x/dt^2)$

Considerando $y_1(t) = x(t)$ e $y_2(t) = dx/dt$ como variáveis de estado do sistema, torna-se possível escrever as equações de estado do sistema:

$$dy_1/dt = y_2(t) \quad \text{e} \quad M(dy_2/dt) = -K \cdot y_1(t) - D \cdot y_2(t) + F_{el}(t)$$

ou $dy_1/dt = y_2(t)$

$$dy_2/dt = -(K/M) \cdot y_1(t) - (D/M) \cdot y_2(t) + (1/M) \cdot F_{el}(t)$$

a que se pode dar a forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{dy_2}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \cdot F_{el}(t)$$

Na resolução do exemplo anterior está implícito um método de análise para estabelecer um modelo matemático para os sistemas electromecânicos de conversão de energia com a parte móvel animada de um movimento de translação.

Método de Modelização

A modelização de um sistema electromecânico de conversão de energia animado de movimento de translação pode ser feita de acordo com os seguintes passos:

- localiza-se o sistema referencial das coordenadas na posição de equilíbrio estático das massas do sistema
- associa-se uma variável de deslocamento x_j a cada massa do sistema
- desenha-se um diagrama de forças cinéticas actuantes sobre cada massa
- aplica-se o princípio de d’Alembert a cada massa, respeitando a convenção de que é positiva uma força actuando no sentido dos deslocamentos positivos.

Os diversos elementos considerados na análise de forças de um sistema animado de um movimento de translação contribuem para o balanço energético do sistema.

A energia mecânica, ou a capacidade de produzir trabalho mecânico, necessária para deslocar um corpo rígido, a que está aplicada uma força F , num movimento de translação na distância x , com uma velocidade linear $dx/dt = v$, é dada por: $W = \int_0^x F dx = \int_0^t F (dx/dt) \cdot dt = \int_0^t F \cdot v dt$, {joule}.

A potência mecânica, ou a variação da energia na unidade do tempo, associada ao trabalho de movimentação do corpo rígido é: $P = dW/dt = F \cdot v$, {watt}.

Uma massa M em movimento armazena energia cinética W_c {joule} dada por $W_c = \int_0^x F_I dx = (1/2) \cdot M \cdot (dx/dt)^2$. A energia cinética armazenada na massa M serve para manter, durante um período transitório, a velocidade do corpo acima do seu valor de equilíbrio. A energia cinética armazenada actua como uma reacção de inércia, produzindo uma aceleração transitória que tende a manter a velocidade do corpo.

Uma mola armazena energia potencial W_p {joule} quando está distendida de uma distância x ($= x_2 - x_1$), dada por $W_p = \int_0^x F_{rep} dx = (1/2) \cdot K \cdot (x)^2$. A energia potencial representa a quantidade de trabalho que a mola pode produzir no retorno à sua posição original de equilíbrio.

O atrito viscoso provoca uma dissipação de energia sob a forma de calor. A energia dissipada é dada por:

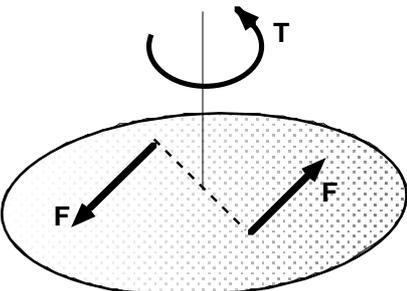
$$W_{\text{atr}} = \int_0^x F_{\text{atr}} dx = \int_0^t F_{\text{atr}} \cdot (dx/dt) \cdot dt = \int_0^t D \cdot (dx/dt)^2 dt ; \text{ a potência de perdas por atrito é } P_{\text{atr}} = D \cdot (dx/dt)^2 \text{ {watt}}.$$

movimento de rotação

A maioria dos tipos de sistemas electromecânicos de conversão de energia existentes têm uma parte móvel animada de um movimento de rotação em torno de um eixo; como as máquinas eléctricas rotativas.

À parte móvel do sistema electromecânico de conversão de energia — o **rotor** — que tem uma massa M é aplicado um binário motor T_m , e outros binários resistentes T_r ; o binário resultante é responsável pelo movimento rotativo da parte móvel do sistema em torno de um eixo.

Binário
Um sistema de duas forças de igual intensidade, paralelas, de sentidos contrários e pontos de aplicação diferentes mas que não estão situados sobre a mesma linha recta tem o nome de *binário*.



O segmento da linha perpendicular entre as linhas de actuação das duas forças é o *braço do binário*. O plano que contém as duas forças é o *plano do binário*, e qualquer linha recta perpendicular ao plano do binário é o *eixo do binário*.

O efeito de um binário sobre o corpo a que está aplicado é imprimir-lhe um movimento de rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano do binário. A capacidade de um binário imprimir um movimento de rotação exprime-se pelo produto da intensidade da força F pelo braço do binário d; esse produto chama-se o momento do binário: $T = F \cdot d$, {newton metro}.

Como grandeza vectorial o momento de um binário é um vector dado pelo produto vectorial da força pelo vector posição: $\vec{T} = \vec{F} \times \vec{r}$. O braço do binário é a distância entre a linha de acção de cada uma das forças $d = r \cdot \text{sen}(\text{ang}(\vec{r}, \vec{F}))$. A intensidade do momento do binário é: $|\vec{T}| = F \cdot d$.

Quase sempre, no estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia rotativos, e devido à forma com estes são construídos, interessa apenas conhecer o valor da intensidade do momento do binário. A essa grandeza dá-se-lhe o nome genérico de *binário*, representa-se pela letra maiúscula T, e exprime-se no Sistema Internacional de Unidades em *newton metro*.

No rotor dos sistemas electromecânicos de conversão de energia não actua somente o binário resultante dos efeitos electromagnéticos que se pretendem aproveitar, mas, também, outros binários resultantes de outros fenómenos físicos. Para além do binário electromagnético (suposto motor) $T_m = T_e$, existe um binário de inércia, T_J um binário de atrito, T_{atr} e um binário de reposição T_{rep} (que muito raramente existe nos sistemas electromecânicos de conversão de energia rotativos).

Quando um corpo rígido está animado de um movimento de rotação, o binário de inércia é igual ao produto do *momento de inércia* J pela sua aceleração angular ($d^2\theta/dt^2$): $T_J = J \cdot (d^2\theta/dt^2)$, considerando-se que o momento de inércia J {quilograma metro quadrado} do corpo é constante e que está fixo o referencial no qual o ângulo de posição é medido.



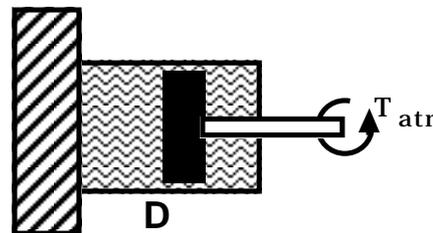
Momento de Inércia de um Corpo Rígido
O *momento de inércia* de um corpo rígido em relação a um dado eixo define-se como $J = \int_M r^2 dm$ {quilograma metro quadrado}.

Na determinação do momento de inércia de um corpo rígido procura-se reduzir a integração em toda a massa do corpo à integração estendida a todo o volume do corpo. Para isso considera-se a massa do corpo M igual ao cociente do seu peso pela aceleração da gravidade g ($= 9,81 \text{ m/s}^2$), $M = G/g$, e em lugar da massa do corpo considera-se a massa volúmica: $m' = M/v$. Assim, $J = \int_V r^2 \cdot m' \cdot dv = \int_V (g'/g) \cdot r^2 \cdot dv$.

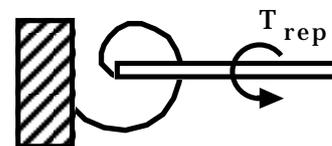
Existem várias fórmulas para determinação do momento de inércia de sólidos com forma regular.

Cilindro recto de raio R — $J = (G/g) \cdot (R^2/2) = (1/8g) \cdot GD^2$, em que G é o peso total do cilindro.

Nos sistemas electromecânicos de conversão de energia rotativos existe um produto lubrificante entre o veio do sistema e os mancais de apoio. Por isso, existe uma oposição D {newton metro segundo por radiano} ao movimento, motivada pelo atrito viscoso, que é proporcional à velocidade angular da parte rotativa da máquina, que corresponde a um *binário de atrito* $T_{atr} = D \cdot (d\theta/dt)$. Também neste tipo de sistemas não se considera o binário de atrito seco.



Nalguns, raros, aparelhos de medida electromecânicos com movimento de rotação da parte móvel existe uma mola que provoca um binário de reposição capaz de recolocar o rotor numa posição inicial. Nesses raros casos, na modelização do sistema considera-se a acção da mola através do binário de reposição, que é proporcional K {newton metro por radiano} ao ângulo de desvio $(\theta_2 - \theta_1)$ {radiano} do rotor: $T_{rep} = K \cdot (\theta_2 - \theta_1)$. Esta poderia ser, também, a forma de modelizar um veio de máquina não rígido.

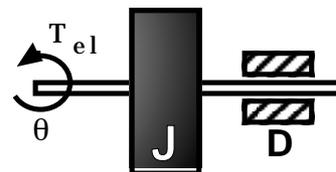


Para um sistema animado de movimento rotativo é possível escrever uma equação de equilíbrio de binários aplicados — *equação de movimento* — que, em obediência ao princípio de d'Alembert (segunda lei de Newton), toma a forma:

$$\sum_j T_j(t) - J \cdot (d^2\theta/dt^2) = 0$$

É de salientar que se trata de uma relação entre binários.

Exemplo_2.2-2 — Um sistema electromecânico de conversão de energia rotativo com um grau de liberdade, está representado na figura. É constituído por uma massa com um momento de inércia J , e um veio com um rolamento com um coeficiente de atrito D .



Os binários em presença são:

binário motor: $T_m = T_{el}$

binário resistente: binário de atrito $T_{atr} = D \cdot (d\theta/dt)$

binário de inércia: $T_J = J \cdot (d^2\theta/dt^2)$

$$T_m + (-T_{atr}) - J \cdot (d^2\theta/dt^2) = 0 \quad \text{ou} \quad T_m = T_{atr} + J \cdot (d^2\theta/dt^2)$$

$$T_m = D \cdot (d\theta/dt) + J \cdot (d^2\theta/dt^2)$$

Considerando que o sistema se encontrava relaxado, utiliza-se o operador diferencial p ($p \div d/dt$), e a equação do movimento daquele sistema toma a forma

$$T(p) = D \cdot p\Theta + J \cdot p^2\Theta = (D \cdot p + J \cdot p^2) \cdot \Theta(p)$$

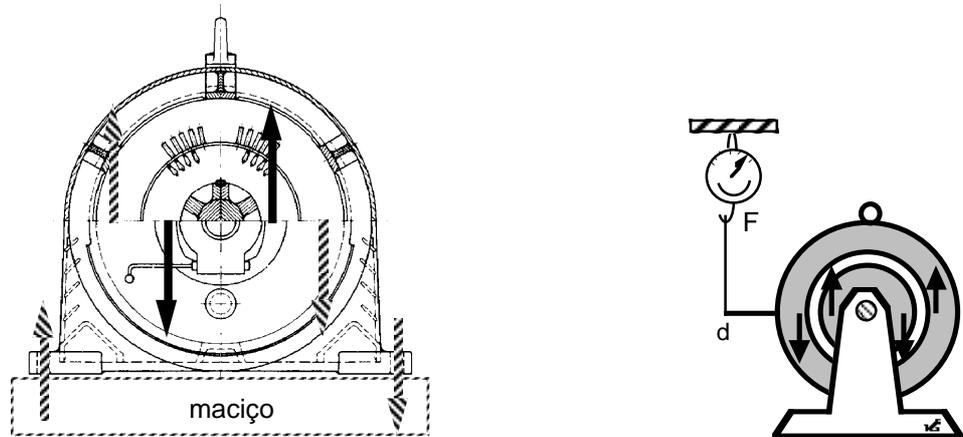
que permite determinar a função de transferência do sistema mecânico:

$$\frac{\Theta(p)}{T(p)} = \frac{1/J}{p(p + D/J)}$$

Aparece um efeito de integração ($1/p$) que atenua o movimento do sistema mecânico, conforme se pode ver pela determinação da função original: $\theta(t) = (1/D) \cdot (1 - \exp(-(D/J)t)) \cdot T(t)$.

O princpio da aco-reaco também é importante no estudo dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia rotativos. Neste caso, uma implicao prˆtica deste princpio consiste na forte fixao (amarrao) do sistema, ou em particular da mˆquina eléctrica, ao macio de apoio. Para esse efeito existem vˆrios sistemas mecˆnicos de fixao.

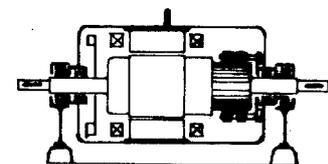
No entanto, no caso das mˆquinas eléctricas utilizadas nos laboratˆrios de ensaio como *dinamˆmetros*



No entanto, no caso das mˆquinas eléctricas utilizadas nos laboratˆrios de ensaio como *dinamˆmetros electromecˆnicos*, e que servem para impor e medir o binˆrio associado ao regime de funcionamento de uma outra mˆquina (eléctrica ou térmica), a parte “estatorica” da mˆquina nˆo estˆ fixa, mas  livre de rodar (num pequeno percurso).

O dinamˆmetro electromecˆnico

Quando o circuito do induzido colocado no rotor de uma mˆquina eléctrica de corrente contınuu excitada é percorrido por uma corrente eléctrica desenvolve-se uma binˆrio mecˆnico. De acordo com o princpio da aco-reaco (terceira Lei de Newton) esse binˆrio é equilibrado por um outro binˆrio de reaco, igual e oposto, que se desenvolve na parte estˆtica da mˆquina. Numa mˆquina normal este binˆrio de reaco é transmitido ˆ base de sustentao. Mas, se a carcaa for sustentada por rolamentos, e puder rodar livremente, entˆo rodarˆ (no sentido contrˆrio ao do rotor).



O movimento da carcaa pode ser transmitido a uma balança através de uma brao. podendo-se medir assim a fora mecˆnica (**F**) necessˆria para que a carcaa fique imˆvel. Como se conhece o comprimento (**d**) do brao de ligao da carcaa ˆ balança pode-se determinar o binˆrio de reaco igual (em mˆdulo) ao binˆrio desenvolvido na mˆquina.

Esta mˆquina é um *dinamˆmetro electromecˆnico*, e pode-se aplicar no ensaio de mˆquinas eléctricas (geradores ou motores) e no ensaio de motores térmicos.



O binˆrio mecˆnico de reaco é igual (em mˆdulo) ao binˆrio desenvolvido no induzido do dinamˆmetro, que por sua vez é igual (em mˆdulo) ao binˆrio que se desenvolve na mˆquina que estˆ a ser ensaiada, desde que a velocidade esteja estabilizada. Hˆ desta forma possibilidade de conhecer o binˆrio desenvolvido por uma mˆquina em ensaio. Desde que se conhea a velocidade de rotao, medida por um conta rotaoes, pode-se determinar o valor da potência mecˆnica da mˆquina no momento

do ensaio.
 O dinamˆmetro electromecˆnico, devido ao carˆcter reversıvel do funcionamento das mˆquinas de corrente contınuada pode funcionar tanto como gerador como motor, conforme a mˆquina a ensaiar ˆ um motor ou um gerador.

Na modelizaˆo dos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia rotativos pode-se utilizar um mˆtodo de anˆlise anˆlogo ao que se encontra estabelecido para os sistemas animados de movimento de translaˆo.

Os diversos elementos considerados na anˆlise de forˆas de um sistema animado de um movimento de rotaˆo contribuem para o balanˆo energˆtico do sistema.

A **energia** mecˆnica, ou a capacidade de produzir trabalho mecˆnico, necessˆria para rodar um corpo rıgido de um ˆngulo θ , a que estˆ aplicada um binˆrio T , num movimento de rotaˆo, com uma velocidade angular $d\theta/dt = \omega_r$, ˆ dada por: $W = \int_0^\theta T d\theta = \int_0^t T (d\theta/dt) \cdot dt = \int_0^t T \cdot \omega_r dt$, {joule}.

A **potˆncia** mecˆnica, ou a variaˆo da energia na unidade do tempo, associada ao trabalho de movimentaaˆo do corpo rıgido ˆ: $P = dW/dt = T \cdot \omega_r$, {watt}.

Um corpo com momento de inˆrcia J em movimento rotativo armazena energia cinˆtica W_c {joule} dada por $W_c = \int_0^\theta F_I d\theta = (1/2) \cdot J \cdot (d\theta/dt)^2 = (1/2) \cdot J \cdot \omega_r^2$. A energia cinˆtica armazenada na massa do corpo serve para manter, durante um perıodo transitˆrio, a velocidade do corpo acima do seu valor de equilıbrio. A energia cinˆtica armazenada actua como um binˆrio de reacˆo de inˆrcia, produzindo uma aceleraˆo transitˆria que tende a manter a velocidade do corpo.

Energia Cinˆtica Reduzida H
 Na anˆlise do comportamento dinˆmico das mˆquinas elˆctricas de corrente alternada ˆ utilizada na modelizaˆo da parte mecˆnica da mˆquina uma grandeza relacionada com o momento de inˆrcia J . ˆ a energia cinˆtica reduzida H , {segundo}; trata-se da energia cinˆtica armazenada no corpo em movimento de rotaˆo expressa em valores reduzidos a uma base definida pela potˆncia aparente da mˆquina.
 A energia cinˆtica reduzida H ˆ o valor do cociente da energia cinˆtica armazenada no rotor W_c , quando roda ˆ sua velocidade nominal n_n ($\omega_{rn} = 2\pi n_n$), reduzida ˆ potˆncia aparente nominal S_b ; [CEI-34.4; § 22, 64]

$$H = \frac{W_c}{S_b} \cdot 10^{-3} = \frac{(1/2) \cdot J \cdot \omega_{nr}^2}{S_b} \cdot 10^{-3} \quad [s; \text{kgm}^2, \text{rad/s}, \text{kVA}]$$

Uma mola armazena energia potencial W_p {joule} quando estˆ torcida de um ˆngulo θ ($= \theta_2 - \theta_1$), dada por $W_p = \int_0^\theta F_{rep} d\theta = 1/2 \cdot K \cdot (\theta)^2$. A energia potencial representa a quantidade de trabalho que a mola pode produzir no retorno ˆ sua posiˆo original de equilıbrio.

O atrito viscoso provoca uma dissipaaˆo de energia sob a forma de calor. A energia dissipada ˆ dada por: $W_{atr} = \int_0^\theta F_{atr} d\theta = \int_0^t F_{atr} \cdot (d\theta/dt) \cdot dt = \int_0^t D \cdot (d\theta/dt)^2 dt$; a potˆncia de perdas por atrito ˆ $P_{atr} = D \cdot (d\theta/dt)^2 = D \cdot \omega_r^2$ {watt}.

mecˆnica do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia

Encontram-se caracterizadas as forˆas, ou os binˆrios, que actuam sobre a parte mecˆnica de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia.

Mas, o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia ˆ mais complexo tendo uma entrada (positiva ou negativa) de energia elˆctrica e uma entrada (negativa ou positiva) de energia mecˆnica. Por isso, a necessidade de efectuar uma anˆlise global do comportamento mecˆnico do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia.

G Considerando o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia a funcionar como **GERADOR**.

Quando o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia funciona como gerador, essencialmente como mˆquina elˆctrica rotativa, ˆ-lhe fornecida energia mecˆnica, a partir de uma mˆquina primˆria.

Uma parte (pequena) dessa energia mecˆnica alimenta as perdas mecˆnicas, outra parte (pequena) fica armazenada nas massas em movimento, e outra parte ˆ integralmente convertida em energia elˆctrica. Dessa energia elˆctrica uma parte (pequena) alimenta as perdas elˆctricas e magnˆticas, e a parte restante (potˆncia ˆtil) fica disponıvel nos terminais elˆctricos da mˆquina.

A *mˆquina primˆria* de um gerador elˆctrico ˆ uma mˆquina que utiliza uma forma de energia nˆo elˆctrica para accionar o gerador elˆctrico. Sˆo vˆrias as formas de energia que podem ser aproveitadas para, atravˆs de uma mˆquina primˆria, accionarem um gerador elˆctrico. Se a mˆquina primˆria mais conhecida ˆ a turbina hidrˆulica, tambˆm um motor Diesel, ou uma turbina eˆlica, ou atˆ um motor elˆctrico, podem ser utilizadas como mˆquinas primˆrias.

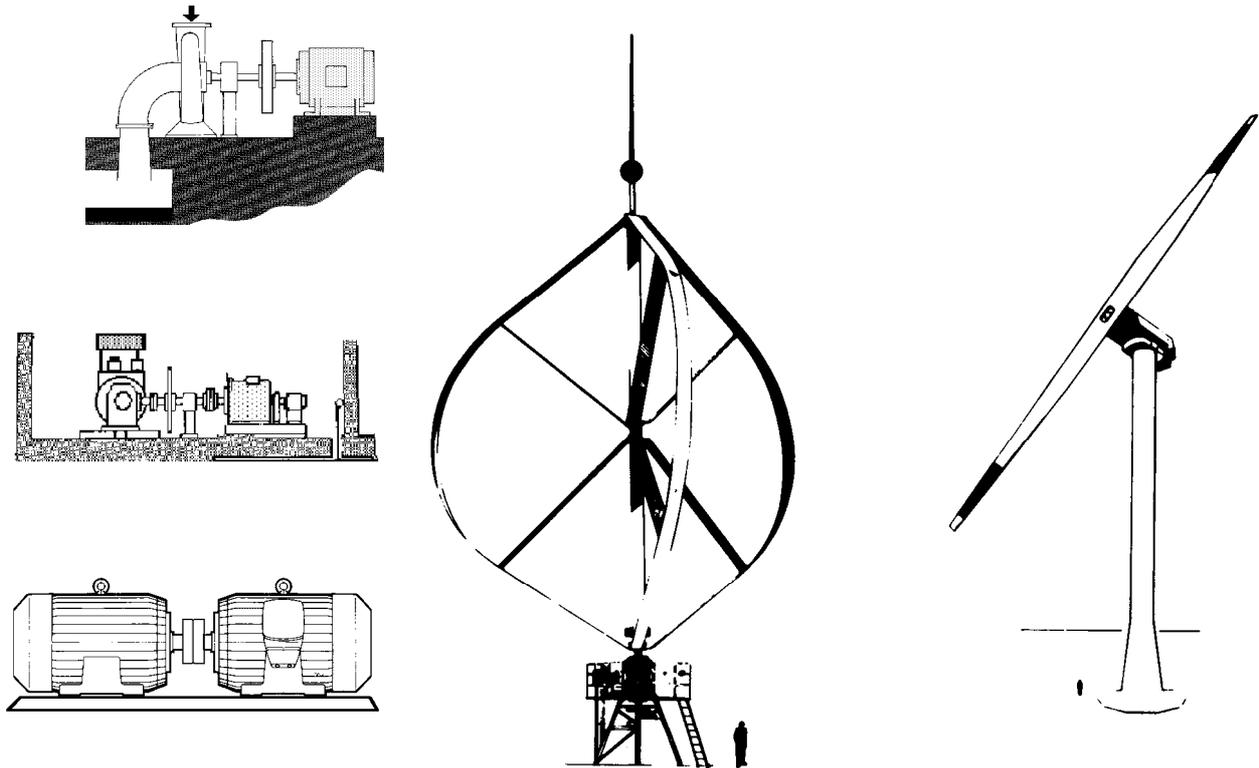


Fig. 14 – Exemplos de mˆquina primˆria

A mˆquina primˆria fornece ao gerador elˆctrico uma potˆncia mecˆnica total $P_t = T_m \cdot \omega_r$. A ligaˆo entre a mˆquina primˆria e o gerador pode ser feita atravˆs de uma caixa de engrenagens, normalmente com uma funˆo de multiplicador da velocidade de rotaˆo.

A potˆncia mecˆnica absorvida pelo gerador alimenta as perdas mecˆnicas do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia funcionando como gerador e acumula-se nas massas em movimento. A restante potˆncia ˆ integralmente convertida numa potˆncia elˆctrica $P_{tr} = T_{el} \cdot \omega_r = P_t - p_{mec}$, (que no mˆximo terˆ o valor estabelecido para a potˆncia nominal do sistema).

A potˆncia transformada, depois de alimentar as perdas elˆctricas e magnˆticas, fica reduzida ao valor que ˆ solicitado pela carga aplicada aos terminais elˆctricos do sistema.

No processo de conversˆo de energia surgirˆ um binˆrio resistente que a mˆquina primˆria terˆ de vencer: o *binˆrio electromagnˆtico*, T_{el} .

Desta forma a equaˆo mecˆnica de equilıbrio, para um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia rotativo funcionando como gerador, ˆ:

$$T_m = \left(J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} + D \cdot \omega_r \right) + T_{el}$$

Ⓒ

Trata-se da forma mais geral da equaˆo de equilıbrio, porque ˆ frequente desprezar-se o valor do binˆrio de atrito $D \cdot \omega_r$ face ao valor do binˆrio de inˆrcia $J \cdot (d\omega_r/dt)$. Note-se que a velocidade de

rotação ω_r é imposta ao sistema pela máquina primária.

(M)

Considerando o sistema electromecânico de conversão de energia a funcionar como **MOTOR**.

Quando o sistema electromecânico de conversão de energia funciona como motor é-lhe fornecida energia eléctrica, a partir de uma fonte de alimentação. Uma parte (pequena) dessa energia eléctrica alimenta as perdas eléctricas e magnéticas e outra parte é integralmente convertida em energia mecânica. Dessa energia mecânica uma parte (pequena) alimenta as perdas mecânicas, outra parte (pequena) fica armazenada nas massas em movimento, e a parte restante (potência útil) fica disponível no veio da máquina.

A fonte de alimentação desempenha um papel importante no funcionamento do sistema electromecânico de conversão de energia. Para além de garantir a qualidade das características das grandezas eléctricas de alimentação (deverá assegurar um valor adequado da tensão de alimentação, da frequência da rede, e ter capacidade para fornecer a intensidade da corrente eléctrica solicitada pela máquina), hoje, através da alteração das características das grandezas eléctricas de alimentação do sistema electromecânico de conversão de energia, isto é, funcionando como *conversor electrónico de potência*, a fonte de alimentação pode promover o controlo de velocidade ou o controlo de posição do veio da motor.

É importante notar que existe uma influência recíproca entre a fonte de alimentação e o sistema electromecânico de conversão de energia. As características do sistema electromecânico de conversão de energia influenciam as características da rede eléctrica de alimentação: por exemplo, através do valor do factor de potência.

A fonte de alimentação fornece ao motor eléctrico uma potência eléctrica total, que depois de alimentar as perdas eléctricas e magnéticas é integralmente convertida numa potência mecânica, $P_{tr} = T_{el} \cdot \omega_r$.

A potência transformada, depois de alimentar as perdas mecânicas, e de se acumular nas massas em movimento do sistema, apresenta-se no veio da máquina sob a forma de potência útil: $P_{u} = T_m \cdot \omega_r = T_{res} \cdot \omega_r$; que será sempre igual à potência resistente solicitada pelo receptor mecânico (carga mecânica).

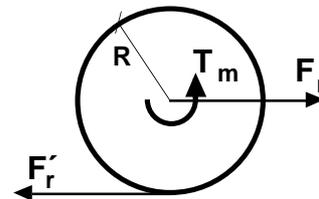
No processo de conversão de energia surgirá um binário motor que tenderá a vencer o binário solicitado pela carga: o *binário electromagnético*, T_{el} .

Desta forma a equação mecânica de equilíbrio, para um sistema electromecânico de conversão de energia funcionando como motor é:

$$\begin{aligned} \text{linear} \quad F_{el} &= \left(M \cdot \frac{d v}{dt} + D \cdot v \right) + F_m = \left(M \cdot \frac{d v}{dt} + D \cdot v \right) + F_{res} \\ \text{rotativo} \quad T_{el} &= \left(J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} + D \cdot \omega_r \right) + T_m = \left(J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} + D \cdot \omega_r \right) + T_{res} \end{aligned} \quad \text{(M)}$$

Também no caso dos sistemas electromecânicos de conversão de energia funcionando como motor é frequente desprezar-se a influência do atrito face ao valor da influência da inércia.

Considerando um sistema mecânico formado por uma roda, que tem aplicada ao nível do eixo uma força F_r , o *esforço resistente*, para que o sistema se desloque terá de se desenvolver, ao nível do ponto de contacto com o solo, uma força tangente $F_r' = F_r$. Em movimento o sistema electromecânico de conversão de energia que actua sobre a roda deverá desenvolver um binário $T_m = T_r = F_r \cdot R$, em que R é o raio da roda.



Conforme o valor relativo do binário motor e do binário resistente,

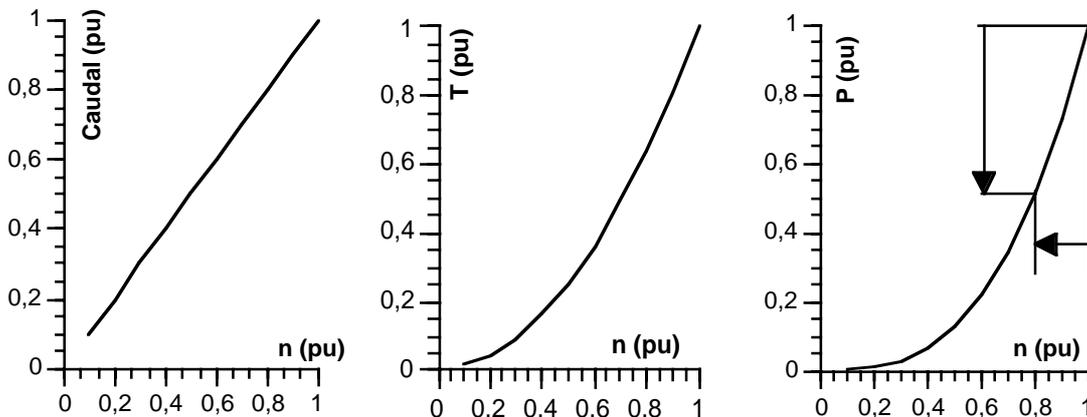
- $T_m > T_r = F_r \cdot R$ — o sistema mecânico acelera;
- $T_m < T_r = F_r \cdot R$ — o sistema mecânico desacelera;
- $T_m = T_r = F_r \cdot R$ — o sistema mecânico mantém uma velocidade constante.

Existem vários tipos de receptores mecânicos (cargas mecânicas). Esses receptores podem ser

classificados quanto à variação do binário resistente com a velocidade de rotação do respectivo eixo ($\omega_e = 2\pi \cdot n_e$):

	n² Binário Variável	constante Binário Constante	1/n Potência Constante
Binário resistente T_{res} proporcional a	Bombas centrífugas	Compressores de pistões	Bobinadoras
	Ventiladores	Bombas de engrenagem	Tornos
	Compressores	Laminadores	Descascadores de madeira
	Agitadores	Elevadores	
		Bandas transportadoras	

Exemplo_2.2-3 — Uma bomba centrífuga tem um caudal proporcional à velocidade de rotação da máquina. O binário resistente varia com o quadrado da velocidade e a potência consumida é proporcional ao cubo da velocidade de rotação da bomba. A bomba encontra-se a debitar um caudal de 1 (pu).



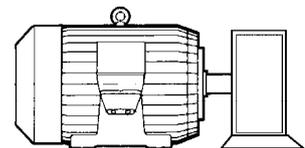
Quando se pretende utilizar apenas 80% do caudal pode adoptar-se uma das seguintes soluções:

- a) – manter a velocidade do motor constante, continuando a bombear a mesma quantidade de fluido, e depois provocar um desvio de 20% desse caudal (...!...);
- b) – diminuir a velocidade de rotação do motor de 20%, a que corresponde uma diminuição de cerca de 50 % (≈ 0,8³) da potência consumida.

Atendendo às preocupações sociais de utilização racional de energia, podem-se verificar as vantagens da solução b), e a importância que assume o controlo de velocidade dos sistemas electromecânicos de conversão de energia.

O aproveitamento da energia mecânica disponível no veio da máquina por um receptor mecânico pode ser feito directamente, ou através de um sistema de conversão de movimento, como uma caixa de engrenagens.

Quando o sistema electromecânico de conversão de energia funcionando como motor está directamente ligado a um carga mecânica, se for possível desprezar a influência do atrito, então apenas há que acrescentar à inércia do motor a inércia da carga mecânica, ficando a equação de equilíbrio mecânico

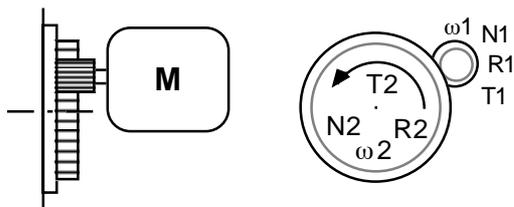


reduzida a $T_{el} = \left((J + J_L) \cdot \frac{d\omega_r}{dt} \right)$ para um sistema rotativo. Conhecida

a expressão do binário electromagnético motor, a resolução da equação permite determinar a velocidade de rotação da carga ω_r .

Entre as várias soluções mecânicas para ligar um sistema electromecânico de conversão de energia à sua carga existem **ligações rígidas**, que apresentam a desvantagens de introduzirem tensões mecânicas no veio quando não existe um alinhamento correcto das duas unidades, e as **ligações flexíveis**, que são preferíveis apesar de serem mais complicadas, mais caras e exigirem uma maior manutenção.

Existem situaˆ˜es em que se pretende fazer a conversˆo do movimento desenvolvido por um motor. Pode-se pretender ligar o motor a uma carga que tem uma velocidade diferente da do motor, ou pode-se pretender aumentar o valor do binˆrio e a diminuiˆ˜o da velocidade disponıvel no veio da mˆquina. Nesses casos utiliza-se



uma caixa de engrenagens, como no caso dos veıculos de Tracˆ˜o Elˆctrica em que o motor estˆ ligado ˆ roda atravˆs de um sistema de rodas dentadas – **pinhˆo–cremalheira** (o pinhˆo ˆ a roda dentada mais pequena que estˆ acoplada ao veio do motor e a cremalheira ˆ a roda dentada maior que estˆ directamente ligada ˆ roda do veıculo).

Caixa de Engrenagens

A representaˆ˜o de uma caixa de engrenagens corresponde ˆ da figura, com duas rodas dentadas; uma com N1 dentes, raio R1, rodando ˆ velocidade angular ω1, e com um binˆrio T1 aplicado; a outra com N2 dentes, raio R2, rodando ˆ velocidade angular ω2, e com um binˆrio T2 aplicado.

Podem estabelecer-se relaˆ˜es entre as grandezas caracterısticas das duas rodas dentadas.

- O nˆmero de dentes das rodas ˆ directamente proporcional ao perımetro das rodas:

$$N1/N2 = (2\pi R1)/(2\pi R2) = R1/R2$$

- Supondo que nˆo existe folga entre os dentes das rodas, a distˆncia angular percorrida por elas ˆ a mesma. Sendo θ1 e θ2 os deslocamentos angulares (com ω1 = dθ1/dt e ω2 = dθ2/dt), ˆ:

$$R1 \cdot \theta1 = R2 \cdot \theta2 \quad \text{ou} \quad \theta1/\theta2 = R2/R1$$

- Supondo que nˆo hˆ perdas de energia na caixa de engrenagens (rendimento da caixa ηc = 100%), a potˆncia mecˆnica no veio da roda de entrada ˆ igual ˆ potˆncia mecˆnica no veio da roda de saıda,

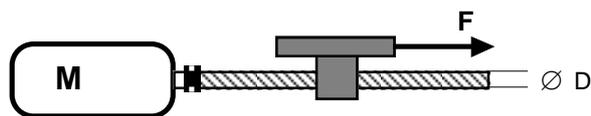
$$T1 \cdot \omega1 = T2 \cdot \omega2 \quad \text{ou} \quad \omega1/\omega2 = T2/T1$$

na realidade, existem perdas mecˆnicas e o rendimento da caixa ˆ menor do que 100%, assim,

$$\eta_c \cdot (T1 \cdot \omega1) = T2 \cdot \omega2 \quad \text{ou} \quad \omega1/\omega2 = (1/\eta_c) \cdot (T2/T1)$$

O dimensionamento das caixas de engrenagens e outras transmissˆ˜es de potˆncia pertencem ao domınio da Engenharia Mecˆnica, sendo um assunto de tratamento difıcil, [SEA-1].

Apesar da existˆncia de motores elˆctricos lineares, ou de actuadores electromagnˆticos lineares, existem muitos casos em que o movimento linear ˆ obtido a partir de um sistema electromecˆnico de



conversˆo de energia rotativo, por intermˆdio de um **parafuso--sem-fim**. A relaˆ˜o entre a forˆca que se exerce na mesa e o binˆrio solicitado ao motor ˆ: $F = (2\pi \cdot \text{eff})/L \cdot T$, [N ; m , Nm]; em que **eff** ˆ um parˆmetro (= 0,9 ou = 0,3), L ˆ o passo do parafuso em metros por revoluˆ˜o.

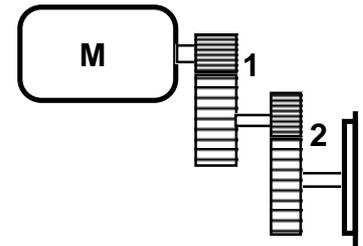
Sˆo muito variados os mˆtodos mecˆnicos destinados a provocar uma conversˆo de movimento entre um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia funcionando como motor e uma receptor (ou carga). No entanto, devido ao desenvolvimento dos sistemas de controlo de potˆncia e devido ˆs suas vantagens – quanto ˆ qualidade do controlo, ao aumento da potˆncia controlada e ˆ poupanˆa de energia associada – hoje ˆ possıvel variar a velocidade de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia sem recorrer a um sistema mecˆnico de conversˆo de movimento; embora ainda seja cara a aquisiˆ˜o de tal soluˆ˜o tˆcnica!...

Na maioria das aplicaˆ˜es, o sistema electromecˆnico de conversˆo de energia funcionando como motor estˆ associado a um receptor mecˆnico com partes em movimento de rotaˆ˜o e partes com um movimento de translaˆ˜o animadas de velocidade diferente. O exemplo tıptico ˆ um veıculo para Tracˆ˜o Elˆctrica, com uma massa M que se desloca com uma aceleraˆ˜o linear a (= d²x/dt²), mas que tem partes com movimento de rotaˆ˜o (como os eixos, rotores dos motores, rodas das caixas de engrenagens, etc...).

Para um receptor mecˆnico, envolvendo vˆrias cargas em movimento de rotaˆ˜o existe a necessidade de referir os binˆrios e os momentos de inˆrcia das partes individuais a um ˆnico eixo de rotaˆ˜o, por

exemplo o eixo do veio do sistema electromecânico de conversão de energia.

Os binários podem ser referidos de um eixo a outro atendendo à conservação da energia no sistema. Pode-se considerar as perdas mecânicas do sistema de conversão de movimento, considerando o respectivo rendimento: $(T_1 \cdot \omega_1) \eta_c = T_2 \cdot \omega_2$, ou $T_1 = T_2 \cdot (\omega_2 / \omega_1 \cdot \eta_c)$: Considerando que $r = (\omega_1 / \omega_2)$ é a **razão de redução**, então $T_1 = (1/r \cdot \eta_c) \cdot T_2$.



Quando existem várias (n) andares de redução, a expressão generaliza-se para:

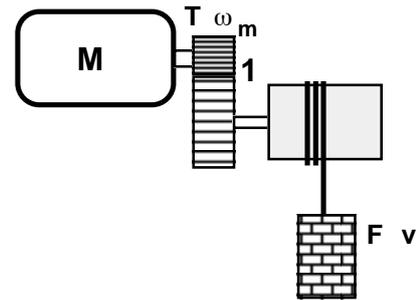
$$T_1 = \left(\frac{1}{r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n} \right) \cdot \left(\frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n} \right) \cdot T_n$$

O momento de inércia J_2 , de uma massa animada de movimento de rotação, relativamente a um eixo também pode ser reduzido a um outro eixo, considerando que se conserva a energia cinética armazenada nas massas móveis, $(1/2) \cdot J_1 \cdot \omega_1^2 = (1/2) \cdot J_2 \cdot \omega_2^2$, ou generalizando a n massa móveis, o momento de inércia equivalente J reduzido ao eixo do motor é:

$$J = J_1 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \cdot J_2 + \dots + \left(\frac{\omega_n}{\omega_1} \right)^2 \cdot J_n = J_1 + \sum_i r_i^2 \cdot J_i$$

No sistema mecânico podem existir peças com um movimento de rotação associado ao movimento de translação do corpo.

No caso representado, uma carga animada da velocidade linear v é movimentada por uma máquina ligada a um sistema electromecânico de conversão de energia que roda a uma velocidade angular ω_m através de um redutor de velocidade com o rendimento η_r . Nesta situação, a conservação da energia no sistema permite escrever a equação: $F \cdot v = \eta_r \cdot (T \cdot \omega_m)$. O binário de carga referido ao eixo do motor é: $T = F \cdot v / (\eta_r \cdot \omega_m)$. A força do sistema reduzida ao ponto de aplicação da carga é: $F = \eta_r \cdot (T \cdot \omega_m) / v$



Quando existem peças em movimento de rotação, associado ao movimento de translação de um corpo, o **momento de inércia equivalente** J é obtido por:

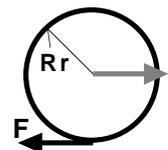
$$J = J_1 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \cdot J_2 + \dots + \left(\frac{\omega_n}{\omega_1} \right)^2 \cdot J_n + M \cdot \left(\frac{v}{\omega_1} \right)^2$$

Exemplo_2.2-4 — Uma locomotiva de massa M , desloca-se numa via férrea com uma velocidade linear v e uma aceleração linear a . A equação fundamental da dinâmica para um corpo em movimento de translação permite determinar a força necessária para deslocar a locomotiva: $F = M \cdot a$.

Mas a locomotiva tem partes em movimento rotativo (rodas, eixos, rotores dos motores, rodas das caixas de velocidade, etc...) e partes com movimento de translação. Para determinar a força necessária para que estas partes tenham uma aceleração angular α ($= d\omega/dt$), atende-se a que $\alpha = T/J = (F \cdot d)/J$, em que J é o momento de inércia.

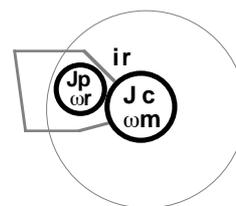
Para uma roda de massa M_r , de raio R_r , de momento de inércia J_r , e com uma força na periferia F_r , a aceleração angular α_r é igual a: $\alpha_r = (F_r \cdot R_r) / J_r$; ou $F_r = (J_r / R_r) \cdot \alpha_r$.

Como a locomotiva tem uma aceleração linear a : $\alpha_r = J / R_r$, e $F_r = (J_r / R_r^2) \cdot a$.



O rotor do motor tem um momento de inércia J_m (o que inclui o momento de inércia da roda dentada pequena: o pinhão) e está ligado à roda através de um redutor formado por duas rodas dentadas (pinhão-cremalheira) com uma razão do redutor r :

A aceleraˆo angular do motor α_m , estˆ relacionada com a aceleraˆo angular da roda α_r atravˆs da expressˆo: $\alpha_m = r \cdot \alpha_r$.



O binˆrio (no veio do motor) necessˆrio para lhe imprimir um aceleraˆo angular α_m , ˆ $T_m = (r \cdot \alpha_m) \cdot J_m$. mas o binˆrio no eixo da cremalheira do redutor ˆ $r \cdot T_m$, dado que a velocidade angular da roda ˆ $(1/r)$ da velocidade angular do rotor. A forˆa tangente ˆ roda da locomotiva, devida ˆ aceleraˆo angular (movimento de rotaˆo) do rotor do motor ˆ: $F_m = (r \cdot T_m) / R_r = (r/R_r)^2 \cdot a \cdot J_m$.

A forˆa tangente ˆ roda da locomotiva, devida ˆ aceleraˆo angular da roda dentada maior (cremalheira) ˆ: $F_c = (1/R_r^2) \cdot a \cdot J_c$:

A forˆa tangente ˆ roda da locomotiva, devida ˆ aceleraˆo angular do veio do motor ˆ desprezˆvel face aos valores das outras forˆas, porque o momento de inˆrcia J_v ˆ muito pequeno.

Assim a forˆa que actua no ponto de contacto roda-carril, que ˆ necessˆria para acelerar a locomotiva, — a *forˆa tractiva* — serˆ dada pela expressˆo (em que: $n^o r$ ˆ o nˆmero de eixos e $n^o e$ ˆ o nˆmero de motores)

$$F_t = F \{ locomotiva \} + 2 \cdot n^o r \cdot F_r \{ rodas \} + n^o e \cdot F_m \{ motores \} + n^o e \cdot F_e \{ eixos \}$$

Atendendo a que $F_t = M_t \cdot a$, e que o momento de inˆrcia ˆ o produto da massa pelo raio de giraˆo, pode-se retirar o valor da *massa efectiva da locomotiva* que ˆ superior (8% a 15%) ˆ tara da locomotiva.

2.3 Conversˆo Electromecˆnica de Energia

Na conversˆo electromecˆnica da energia armazenada no campo magnˆtico de um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia, do tipo electromagnˆtico, existem sempre dois fenˆmenos presentes nos condutores do circuito elˆctrico mergulhados no campo magnˆtico: a induˆo de uma forˆa electromotriz e o desenvolvimento de uma forˆa mecˆnica.

2.3.1 Induˆo Magnˆtica



Em 1831 Michael Faraday (1791–1867) descobriu, quando efectuava uma experiˆncia laboratorial, que deslocando um ˆman permanente na vizinhanˆa de um circuito elˆctrico fechado, circulava uma corrente elˆctrica nesse circuito, [CAR–1]. O aparecimento dessa corrente elˆctrica podia ser provocado de variados modos: movimentando o circuito fechado (espira de fio de cobre), em lugar do ˆman permanente ; distorcendo a forma do circuito fechado na presenˆa de um ˆman permanente; variando a intensidade do campo magnˆtico criado por um electroˆman, mas nˆo provocando qualquer movimento relativo do circuito elˆctrico e do electroˆman.

Todas as possibilidades obedeciam ˆs duas leis seguintes:

Lei de Faraday — *quando varia o fluxo magnˆtico (totalizado) que envolve um circuito elˆctrico induz-se neste uma forˆa electromotriz;*

Lei de Lenz — *o sentido da forˆa electromotriz induzida ˆ tal que a corrente elˆctrica que ela provoca num circuito elˆctrico fechado cria um campo magnˆtico que tende a opˆr-se ˆ variaˆo do fluxo magnˆtico.*

Simbolicamente, estas duas leis da induˆo magnˆtica traduzem-se por: $e = - d\psi/dt$.

Note-se que:

★ a grandeza fisica resultante do fenˆmeno da induˆo magnˆtica nos condutores elˆctricos ˆ uma forˆa electromotriz;

somente quando o circuito elˆctrico estˆ fechado ˆ que, como resultado da existˆncia dessa forˆa electromotriz, no circuito elˆctrico irˆ circular uma corrente elˆctrica.

» a lei de Lenz apenas estabelece o sentido da força electromotriz induzida, nunca as condições de existência dessa força electromotriz.

Lei de Faraday

No estudo do campo electromagnético, um regime quase-estacionário é caracterizado pela frequência de variação das grandezas que criam o campo ser de tal modo baixa que a variação da densidade volúmica de carga eléctrica no tempo é desprezável face à divergência do vector densidade de corrente eléctrica de condução. Considera-se que para essa frequência não existem correntes eléctricas de deslocamento ($\partial \vec{D} / \partial t = 0$).

No regime quase-estacionário, a equação de Maxwell

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

estabelece que a existência de um campo magnético variável no tempo implica a existência de um campo eléctrico.

A partir desta equação de Maxwell pode-se determinar o valor da força electromotriz, f.e.m., associada a uma variação da indução magnética.

Procurando caracterizar o campo magnético através do fluxo de indução magnética $\psi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$,

pode-se integrar ambos os membros da equação, que traduz a lei de Maxwell, ao longo da superfície S limitada por um circuito eléctrico de contorno C.

$$\int_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

Utilizando o teorema de Leibnitz do cálculo diferencial e considerando que o circuito eléctrico não está em movimento, obtém-se:

$$\int_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\psi}{dt}$$

Aplicando o teorema de Stokes do cálculo vectorial ao primeiro membro desta equação, obtém-se:

$$\int_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \equiv e$$

Mas, a circulação do vector campo eléctrico ao longo de um circuito fechado é igual ao trabalho elementar necessário para deslocar a unidade de carga positiva contra as forças do campo eléctrico, ou seja, a força electromotriz e existente no circuito.

Da equação de Maxwell deduziu-se assim a forma conhecida da lei de Faraday, que associa a criação de uma força electromotriz num condutor à variação no tempo do fluxo magnético indutor (total) que envolve o condutor.

$$e = - \frac{d\psi}{dt}$$

No entanto, ao restringir-se o movimento do circuito eléctrico afastou-se este estudo da realidade física. Numa máquina eléctrica, para além de haver variação no tempo do campo magnético e portanto do fluxo indutor, pode haver também movimento dos condutores eléctricos no interior do campo magnético.

Se o circuito eléctrico estiver em movimento, resulta que a derivada total em ordem ao tempo do fluxo magnético, que o atravessa, é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \psi(x,y,z,t) &= \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{d}{dt} \psi(x,y,z,t) &= \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \psi \end{aligned}$$

mas a derivada total de um vector pode ser expressa como

$$\frac{d}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right)$$

Atendendo ˆa definiˆcˆo do operador *nabla* $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ e recorrendo a uma identidade do cˆalculo vectorial aplicada ao vector induˆcˆo magnˆtica,

$$\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{v} \nabla \cdot \vec{B} - \vec{B} \nabla \cdot \vec{v} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{v} - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B}$$

considerando ainda que a velocidade linear \vec{v} , de deslocamento do circuito elˆctrico, ˆe constante e atendendo ˆa equaˆcˆo de Maxwell $\text{div } \vec{B} = 0$, resulta:

$$\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B} = \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B})$$

Substituindo este valor na equaˆcˆo da lei de Faraday obtida, e atendendo ˆa definiˆcˆo de fluxo do vector induˆcˆo magnˆtica e ˆa equaˆcˆo da derivada total em ordem ao tempo do fluxo magnˆtico, obtˆm-se:

$$\vec{e} = -\frac{d\psi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \int_S \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$

Aplicando o teorema de Stokes do cˆalculo vectorial obtˆm-se finalmente uma expressˆo geral para a *lei de Faraday*.

$$\vec{e} = -\frac{d\psi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{e} = \vec{e}_e + \vec{e}_d$$

Verifica-se, assim, que a forˆca electromotriz tem:

- uma componente devida ˆa variaˆcˆo do fluxo indutor no tempo, ˆe a *forˆca electromotriz estˆtica*, e
- uma outra componente devida ao movimento do circuito elˆctrico no interior do campo magnˆtico, ˆe a *forˆca electromotriz dinˆmica*.

Nos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia o fluxo magnˆtico na mˆquina origina o aparecimento de forˆcas electromotrizes nos condutores do circuito elˆctrico (nos enrolamentos), como resultado do movimento relativo entre os condutores e o fluxo magnˆtico — *forˆca electromotriz dinˆmica*, ou como resultado da variaˆcˆo no tempo do fluxo magnˆtico que envolve os condutores — *forˆca electromotriz estˆtica*.

No caso de uma mˆquina elˆctrica, a forˆca electromotriz induzida nos condutores vai depender do tipo de mˆquina e da forma como esses condutores estˆo ligados entre si — Teoria dos Enrolamentos das Mˆquinas Elˆctricas. Tambˆm, nas mˆquinas elˆctricas rotativas se verifica que, devido ˆa forma como elas sˆo construˆdas, os trˆs vectores que entram na definiˆcˆo da forˆca electromotriz dinˆmica \vec{v} , \vec{B} , \vec{l} sˆo perpendiculares entre si, pelo que a expressˆo se simplifica, ficando reduzida a um produto algˆbrico, $e_d = \vec{v} \cdot \vec{B} \cdot \vec{l}$.

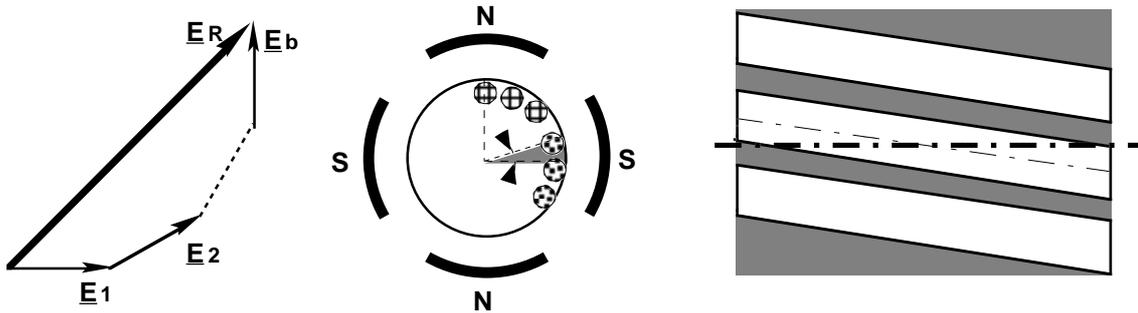
Aspectos dos Enrolamentos das Mˆquinas Elˆctricas

Numa mˆquina elˆctrica os diversos condutores estˆo dispostos, e estˆo ligados, de forma a que a forˆca electromotriz gerada seja mˆxima. Mas devido ˆa topologia cilˆndrica normalmente utilizada resulta que nos diversos condutores distribuˆdos na periferia do entreferro geram-se forˆcas electromotrizes com um esfasamento temporal, que traduz a deslocaˆcˆo espacial dos condutores, [CCC-1]:

$$E = k_e \cdot C \cdot E_c \quad \text{em que } C = \text{nˆmero de condutores em sˆrie.}$$

Quando se reˆnem os diferentes condutores de forma a somarem-se as forˆcas electromotrizes geradas em cada um deles, resulta uma soma fasorial de grandezas, com uma amplitude de valor inferior ao da soma algˆbrica das amplitudes das forˆcas electromotrizes induzidas nos diferentes condutores. O mesmo acontece quando a superfˆcie contornada pela espira ˆe menor do que a ˆrea abrangida por uma espira que

tivesse os condutores exactamente de baixo de pˆolos de nome diferente. Ou, quando o condutor nˆo estˆa numa direcˆo˜o perpendicular ao plano formado pelo vector inducˆo˜o magnˆetica e pelo vector velocidade linear. Nestas situaˆo˜es o valor da forˆa electromotriz total vem reduzido.



Existe, por isso, a necessidade de entrar com este aspecto nas fˆormulas que permitem obter o valor da forˆa electromotriz gerada numa mˆaquina. Isso consegue-se afectando o valor calculado com um coeficiente — o factor de enrolamento.

Para uma mˆaquina elˆectrica de corrente alternada o factor de enrolamento tem diferentes factores componentes, $k_e = k_d \cdot k_c \cdot k_i$.

factor de distribuiˆo˜o – k_d — traduz a diminuiˆo˜o do valor da amplitude da soma da forˆa electromotriz total \underline{E}_R devido ao esfasamento temporal das forˆas electromotrices geradas em cada condutor \underline{E}_i na sˆerie que forma a bobina.

factor de encurtamento – k_c — traduz a diminuiˆo˜o da amplitude da forˆa electromotriz gerada em cada bobina devido ao facto de os condutores de ida e de volta nˆo estarem exactamente debaixo de pˆolos de nome diferentes.

factor de inclinaˆo˜o – k_i — traduz a diminuiˆo˜o da forˆa electromotriz gerada em cada bobina devido ao facto da ranhura estar inclinada relativamente ao eixo da mˆaquina.

Normalmente numa mˆaquina elˆectrica apenas um ou dois destes factores entram na definiˆo˜o de factor de enrolamento, k_e .

Existem vˆarias expressˆo˜es para a forˆa electromotriz; determinadas para os diferente casos especiais correspondentes aos diferentes tipos de mˆaquinas elˆectricas.

forˆa electromotriz estˆatica numa bobina de fase

Nas mˆaquinas elˆectricas de corrente alternada, mˆaquinas sˆincronas e de inducˆo˜o, existem conjuntos de condutores ligados de forma a criarem uma bobina e que estˆo envolvidos por um fluxo alternado sinusoidal, $\psi = \psi_m \sin(\omega t)$.

Considerando que todas as grandezas elˆectricas sˆao puramente sinusoidais, pode-se utilizar o cˆalculo simbˆolico na determinaˆo˜o das expressˆo˜es para a forˆa electromotriz, [MVG–1].

O fluxo magnˆetico, $\psi = \psi_m \sin(\omega t)$, ˆe representado pelo fasor $\underline{\psi} = \psi_m \cdot \exp(j\omega t)$. A expressˆo˜o do valor da forˆa electromotriz devida ˆa variaˆo˜o no tempo do fluxo magnˆetico — **forˆa electromotriz estˆatica** na bobina de fase com N espiras, ˆe:

$$\underline{E} = -j\omega \cdot N \cdot (\underline{\psi} / \sqrt{2}) \quad \text{ou em mˆodulo} \quad E = \omega \cdot N \cdot \psi_m / \sqrt{2} = (2\pi f / \sqrt{2}) \cdot N \cdot \psi_m$$

Ou, atendendo a que o fluxo magnˆetico ψ_m resulta dum valor da inducˆo˜o magnˆetica B_m que atravessa uma superfˆicie do circuito magnˆetico com uma secˆo˜o recta S: $\psi_m = B_m \cdot S$,

$$\text{⊗} \quad E = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot B_m \cdot S \quad [\text{volt ; hertz, tesla, metro quadrado}]$$

Quando a bobina de fase estˆa distribuída pela periferia do entreferro, formando um enrolamento encurtado e com as ranhuras inclinadas, entˆo esta disposiˆo˜o da bobina afecta o valor da forˆa electromotriz gerada atravˆes do factor de enrolamento,

$$E = 4,44 \cdot f \cdot (N \cdot k_d \cdot k_c \cdot k_i) \cdot B_m \cdot S = 4,44 \cdot f \cdot (N \cdot k_e) \cdot B_m \cdot S$$

nesta situaˆo˜o $(N \cdot k_e)$ ˆe o **nˆumero efectivo de espiras** da bobina.

Quando o fluxo indutor nˆo ˆe o fluxo principal da mˆaquina, mas sim um fluxo magnˆetico de fugas ψ_σ ,

então a força electromotriz estática que se gera numa bobina é tratado como uma força electromotriz de reactância $E_x = -j\omega L_\sigma I = -jX \cdot I$, que, normalmente é representada pela tensão necessária para a anular, isto é pela queda de tensão de reactância ou queda de tensão indutiva: $jX \cdot I$.

força electromotriz dinâmica numa bobina de fase

O valor eficaz da força electromotriz induzida devido ao movimento relativo entre os condutores agrupados em bobinas, e submetidos a um fluxo indutor sinusoidal ψ , e quando esse movimento relativo é caracterizado pela velocidade $n_s = f/p$, é obtido atendendo a que a força electromotriz dinâmica gerada num condutor é :

$$E_c = ((1/\sqrt{2}) \cdot B_m) \cdot v \cdot l$$

Como a velocidade linear na periferia da superfície (cilíndrica) que contém o condutor, e que tem um diâmetro D, é dada por $v = \omega_r \cdot (D/2) = (2 \cdot \pi \cdot n_s) \cdot (D/2) = \pi \cdot n_s \cdot D$

Procurando determinar o fluxo médio por pólo ϕ , atende-se a que a indução máxima, como grandeza sinusoidal, está relacionada com indução média por $B_r = (2/\pi) \cdot B_m$, [MVG-1]. A área da superfície polar é dada por $S_p = (\pi \cdot D \cdot l) / 2p$. O fluxo médio por pólo é dado por,

$$\phi = ((2/\pi) \cdot B_m) \cdot ((\pi \cdot D \cdot l) / 2p) = B_m \cdot ((D \cdot l) / p) \quad \text{ou} \quad B_m = (p / (\pi \cdot D \cdot l)) \cdot \phi$$

Assim,

$$E_c = (1/\sqrt{2}) \cdot (p / (\pi \cdot D \cdot l)) \cdot \phi \cdot (\pi \cdot n \cdot D) \cdot l = (\pi / \sqrt{2}) \cdot p \cdot \phi \cdot n_s = (\pi / \sqrt{2}) \cdot f \cdot \phi$$

$$E_c = (2,22) \cdot f \cdot \phi$$

Atendendo a que na bobina com N espiras existe um número efectivo da condutores dado por $C = k_e \cdot (2 \cdot N)$, resulta para a expressão da força electromotriz dinâmica numa bobina de fase,

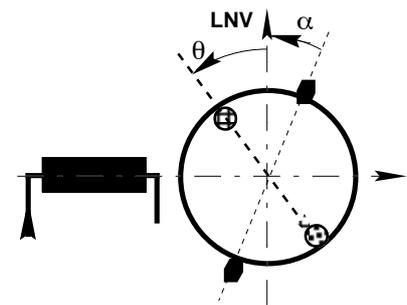
$$(*) \quad E = C \cdot (2,22) \cdot f \cdot \phi = (4,44) \cdot k_e \cdot N \cdot f \cdot \phi \quad [\text{volt ; hertz, weber}]$$

Se o condutor e o campo magnético estão a rodar a velocidades correspondentes às frequências f_ϕ e f_r , então a expressão da força electromotriz dinâmica é: $E = (4,44) \cdot k_e \cdot N \cdot (f_\phi \pm f_r) \cdot \phi$; em que o sinal mais (+) corresponde a uma rotação em sentido contrário, e o sinal menos (-) a uma rotação no mesmo sentido, [CAS-3].

forças electromotrices no induzido de uma máquina de colector

As máquinas eléctricas de colector, apesar da progressiva diminuição da sua utilização, tiveram um papel importante durante grande parte deste século, devido às suas características de funcionamento e à facilidade do seu controlo com os meios disponíveis nessa época. Para além das máquinas eléctricas de corrente contínua, existiu, também, um importante grupo de máquinas de corrente alternada, monofásicas [CCC-4] e polifásicas.

Considerando-se uma máquina eléctrica de colector de lâminas, com $2p$ pólos e com um enrolamento induzido em tambor com Z condutores distribuídos por $2a$ vias (ou seja, circuitos em paralelo no enrolamento e que partem das escovas). As escovas encontram-se afastadas da linha neutra em vazio (LNV) de um ângulo eléctrico α .



~ **Máquina de Corrente Alternada**

Se o fluxo magnético indutor for criado por uma tensão alternada sinusoidal, o fluxo magnético por pólo, $\phi(t) = \Phi_m \cdot \cos(\omega t)$, pode ser representado pelo respectivo fasor, $\underline{\phi}_m = \Phi_m \cdot \exp(j\alpha) \cdot \exp(j\omega t)$, tomando para origem do tempo o instante em que o fluxo é máximo. Uma espira, cujo plano faz um ângulo eléctrico θ com a linha neutra em vazio (LNV), é atravessada pelo fluxo indutor, $\phi(\theta) = \Phi_m \cdot \cos(\theta)$, e o fluxo magnético por pólo que encadeia um condutor da espira é: $\phi(\theta) = (1/2) \cdot \Phi_m \cdot \cos(\theta)$,

A força electromotriz que se desenvolve no condutor é dada pela expressão, [CCC-4]:

$$\underline{E}_c = -(d\phi(\theta))/dt = -(d(1/2) \cdot \Phi_m \cdot \cos(\theta))/dt$$

$$= (1/2) \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\theta) \cdot (d\theta/dt) - j\omega((1/2) \cdot \Phi_m \cdot \cos(\theta))$$

atendendo a que $d\theta/dt = \omega_r$ é a velocidade angular eléctrica do induzido,

$$\underline{E}_c = (1/2) \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\theta) \cdot (\omega_r) - j\omega \cdot ((1/2) \cdot \Phi_m \cdot \text{cos}(\theta))$$

Verifica-se que a força electromotriz tem duas componentes: a força electromotriz estática, devida à variação sinusoidal no tempo do fluxo magnético por pólo, $\underline{E}_{ce} = -j\omega \cdot ((1/2) \cdot \Phi_m \cdot \text{cos}(\theta))$, e a força electromotriz dinâmica, $\underline{E}_{cd} = (1/2) \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\theta) \cdot (\omega_r)$, devida ao movimento dos condutores (ω_r) no interior do campo magnético.

Considerando no induzido um intervalo infinitesimal $d\theta$, nesse intervalo existem $(Z/2a) \cdot (d\theta/\pi)$ condutores. A força electromotriz induzida nesse conjunto infinitesimal de condutores será:

$$d\underline{E} = (1/2) \cdot (Z/2a) \cdot \Phi_m \cdot (\omega_r) \cdot \text{sen}(\theta) \cdot (d\theta/\pi) - j\omega \cdot (1/2) \cdot (Z/2a) \cdot \Phi_m \cdot \text{cos}(\theta) \cdot (d\theta/\pi)$$

Atendendo a que a escovas são diametraes e o intervalo entre elas é de π radianos eléctricos, como elas estão afastadas de α rad. elect. da linha neutra, a força electromotriz total (entre escovas) que se desenvolve no enrolamento é dada por:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= \int_{-\alpha}^{\pi-\alpha} d\underline{E}_c = \\ &= (1/\pi) \cdot (Z/2a) \cdot (\omega_r) \cdot \Phi_m \cdot \text{cos}(\alpha) - j\omega \cdot (1/\pi) \cdot (Z/2a) \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\alpha) \end{aligned}$$

Como a velocidade angular eléctrica do rotor é $\omega_r = p \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_r$, e a pulsação eléctrica é $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot p \cdot n_s$, em que n_s é a velocidade síncrona, resulta

$$\underline{E} = (p/a) \cdot Z \cdot n_r \cdot \Phi_m \cdot \text{cos}(\alpha) - j(p/a) \cdot Z \cdot n_s \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\alpha)$$

A amplitude do valor eficaz é:

⊗ Força electromotriz estática — $E_c = -j(p/a) \cdot Z \cdot n_s \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\alpha) = -j(Z/a) \cdot f \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\alpha)$

* Força electromotriz dinâmica — $E_d = (p/a) \cdot Z \cdot n_r \cdot \Phi_m \cdot \text{cos}(\alpha)$

Note-se que quando as escovas estão na linha neutra (LNV) $\alpha = 0$, a força electromotriz dinâmica é máxima, enquanto que a força electromotriz estática é nula.

— **Máquina de Corrente Contínua**

Numa máquina eléctrica de corrente contínua com colector de lâminas o fluxo magnético indutor é criado por corrente eléctrica contínua, ou por um íman permanente, e é por isso constante no tempo, variando de uma forma rectangular no espaço do entreferro, [SAY-2].

Desta forma não é gerada força electromotriz estática, enquanto que a força electromotriz dinâmica, quando as escovas estão na linha neutra em vazio (LNV); tem por expressão:

* $E = (p/a) \cdot Z \cdot n_r \cdot \Phi_m = k_1 \cdot n_r \cdot \Phi_m$

Verifica-se, assim, que a força electromotriz gerada numa máquina eléctrica de corrente contínua é proporcional ao fluxo magnético indutor por pólo e à velocidade de rotação da máquina. A constante de proporcionalidade depende dos aspectos construtivos da máquina.

Exemplo_2.3.1-1 — Uma máquina eléctrica de corrente contínua pode ser utilizada como um sensor de velocidade num sistema de controlo, [AFC-1]. Trata-se de uma aplicação da máquina eléctrica como *gerador taquimétrico*.

Considerando que o fluxo magnético por pólo Φ_m é constante, porque se consegue assegurar um valor constante da corrente eléctrica de excitação, ou porque se utiliza um íman permanente para criar o campo magnético indutor, a equação da força electromotriz dinâmica numa máquina eléctrica de corrente contínua, permite verificar a razão desse tipo de aplicação.

$$E = k_1 \cdot n_r \cdot \Phi_m = K \cdot n_r$$

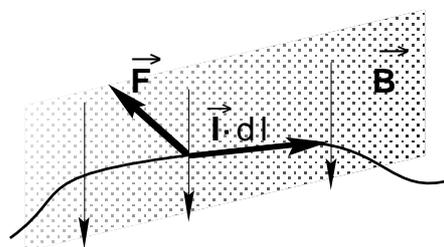
Alguns aspectos construtivos e de montagem são de salientar. É necessário que o íman permanente utilizado seja estável e pouco afectado pela variação de temperatura, ou pela passagem da corrente eléctrica no

enrolamento do induzido. Para evitar aquecimentos exagerados é necessário que a resistência eléctrica do enrolamento induzido seja muito pequena e para limitar a corrente eléctrica no induzido é necessário que o aparelho que recebe o sinal do gerador taquimétrico tenha uma impedância de entrada elevada. O coeficiente de inércia do rotor do gerador taquimétrico deve ser pequeno para que as variações de velocidade sejam reproduzidas directamente e não exista uma atenuação, ou um atraso do sinal. Por isso, o diâmetro do rotor é pequeno, mas para que a força electromotriz gerada tenha um valor apreciável, é necessário que o comprimento do rotor seja grande. Consegue-se, assim, uma característica linear e uma boa resolução, consegue-se, também, uma razão elevada entre a velocidade de rotação e a tensão nos seus terminais, e consegue-se uma ligação directa à carga em movimento rotativo. Essas são as vantagens deste sensor electromecânico, que, devido aos seus aspectos construtivos específicos, é caro.

2.3.2 Força e Binário Mecânico

Como resultado de trabalho experimental, é possível estabelecer um postulado, relativo à presença de um elemento de um condutor dl , onde passa uma corrente eléctrica \vec{I} e que se encontra imerso num campo magnético de indução \vec{B} ; trata-se da *lei fundamental de Laplace*.

Sobre um elementos de corrente eléctrica $\vec{I} \cdot dl$, imerso num campo magnético de indução \vec{B} , exerce-se uma força mecânica elementar dada por $d\vec{F} = \vec{I} \cdot dl \times \vec{B}$



Sobre o elemento de corrente eléctrica exerce-se uma força mecânica com uma direcção perpendicular ao plano da corrente eléctrica e do campo magnético, e que tem uma intensidade dada por $dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \text{sen}(\theta)$, em que θ é o ângulo que faz a direcção da corrente eléctrica I com a direcção do campo magnético com indução B .

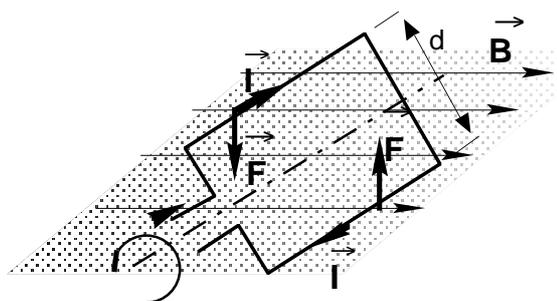
Considerando uma espira de material condutor, a força que se exerce na espira pode ser determinada através do integral: $\vec{F} = \oint_c \vec{I} \cdot dl \times \vec{B}$

Mas numa espira de material condutor, imersa num campo magnético de indução \vec{B} , não se exerce uma força que tende a deslocar em movimento de translação a espira, mas exerce-se um binário que faz rodar a espira. No caso de uma espira rectangular com o eixo perpendicular a um campo magnético uniforme de indução magnética B , a corrente eléctrica I que circula nos condutores produz no lado de ida, que tem o comprimento l , uma força com uma intensidade $F = i \cdot l \cdot B \text{ sen}(\theta)$. No lado de volta da espira, exerce-se uma força mecânica com igual intensidade, mas com sentido contrário, porque o sentido da corrente eléctrica é oposto ao do condutor no outro lado da espira.

Para que o sistema esteja em equilíbrio mecânico é necessário que a nível do eixo da espira se exerça um força igual à força do condutor mas com o sentido contrário. Assim cada força e a sua força de equilíbrio criam um binário com um braço igual a $d/2$. O binário total exercido sobre a espira é:

$$T = 2 \cdot T_1 = 2 \cdot (F \cdot d/2) = F \cdot d = i \cdot l \cdot d \cdot B \text{ sen}(\theta)$$

Verifica-se, assim que o binário é uma grandeza direccional, que tem um valor máximo quando a corrente eléctrica I tem uma direcção perpendicular ao campo magnético de indução B : o que, por construção, é sempre conseguido nas máquinas eléctricas rotativas.



Método Energético de Determinação da Força e do Binário

Para se determinar uma expressão para a força que actua num circuito eléctrico integrado num meio ferromagnético, considera-se que a variação da propriedade magnética do material é não linear mas unívoca, isto é, despreza-se a histerese magnética.

Considerando que o circuito eléctrico sofre um deslocamento elementar (virtual), traduzido por uma variação δr do seu vector posição, $r(x,y,z)$ ou $r(\rho,\theta)$, provocada por uma força exterior \vec{f} , então haverá uma alteração da energia do campo magnético dada por $I \cdot \delta\psi$.

Pelo princípio da conservação da energia, a variação da energia magnética armazenada no campo, δW_m , é igual à soma da energia necessária para promover o deslocamento contra as forças do campo magnético, $-f \cdot \delta r$, mais a energia necessária para variar o fluxo magnético totalizado durante o deslocamento. Ou, a energia fornecida pelo gerador é igual à soma do trabalho efectuado pela força mais a energia armazenada no campo magnético.

$$I \delta\psi = f \cdot \delta r + \delta W_m$$

Quando o deslocamento virtual se torna infinitamente pequeno, então

$$f = I \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial W_m}{\partial r}$$

O deslocamento virtual δr pode ser provocado de duas formas:

a) – permanecendo constante o fluxo totalizado – neste caso a variação do fluxo totalizado é nula e o valor da força é:

$$f = - \frac{\partial W_m}{\partial r} \quad | \quad \psi = \text{const}$$

b) – permanecendo constante a corrente eléctrica – neste caso, é:

$$f = \frac{\partial W_{cm}}{\partial r} \quad | \quad I = \text{const}$$

Note-se que conforme as coordenadas do vector posição assim se tem o valor de:

✱ força exercida para provocar um deslocamento linear $\delta r(x,y,z)$

$$f = - \frac{\partial W_m(r,\psi)}{\partial r(x,y,z)} \quad | \quad \psi = \text{const} \quad \quad f = \frac{\partial W_{cm}(r,I)}{\partial r(x,y,z)} \quad | \quad I = \text{const}$$

✱ binário exercido para provocar um deslocamento angular $\delta r(\rho,\theta)$

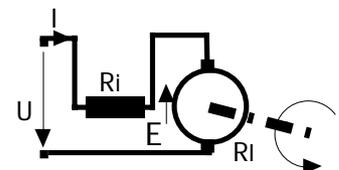
$$T = - \frac{\partial W_m(r,\psi)}{\partial r(\rho,\theta)} \quad | \quad \psi = \text{const} \quad \quad T = \frac{\partial W_{cm}(r,I)}{\partial r(\rho,\theta)} \quad | \quad I = \text{const}$$

Existe, assim, uma outra forma de determinar o valor da força ou do binário desenvolvido num sistema electromecânico de conversão de energia, que é, normalmente, utilizada no dimensionamento de actuadores electromagnéticos.

Exemplo_2.3.2-2 — Considerando um motor eléctrico de corrente contínua com o circuito indutor em série, é possível estabelecer a respectiva equação do binário electromagnético, atendendo a uma análise energética (balanço) da máquina.

Considerando um mesmo intervalo de tempo, a energia em jogo nas diferentes partes da máquina eléctrica, pode ser caracterizada pela potência.

Atendendo à equação eléctrica de funcionamento do motor: $U = (R_i + R_l) \cdot I + E$. Multiplicando-a pelo valor da corrente eléctrica $U \cdot I = (R_i + R_l) \cdot I^2 + E \cdot I$, obtém-se a equação da potência eléctrica da máquina.



Analisando esta expressão para a potência, verifica-se que: o motor eléctrico absorve uma potência eléctrica da rede dada pelo valor da potência total $P_t = U \cdot I$. Esta potência eléctrica destina-se a alimentar as perdas eléctricas (por efeito Joule), que se dão nos circuitos eléctricos, indutor e induzido, da máquina, $(R_i + R_l) \cdot I^2$, e a alimentar uma potência que é integralmente transformada, $E \cdot I$.

A potência transformada é integralmente convertida de eléctrica em mecânica, $P_{Tr} = E \cdot I = T_{ej} \cdot \omega_r$.

Como é conhecida a expressão da força electromotriz que se desenvolve numa máquina eléctrica de corrente contínua, $E = k_1 \cdot n_r \cdot \phi$, é possível determinar uma expressão para o binário electromagnético da máquina,

$$T_{el} = (1/\omega_r) \cdot (k_1 \cdot n_r \cdot \phi) \cdot I = (1/(2 \cdot \pi \cdot n_r)) (k_1 \cdot n_r \cdot \phi) \cdot I = (k_1 / (2 \cdot \pi)) \cdot \phi \cdot I = k_3 \cdot \phi \cdot I$$

que estabelece que o binário electromagnético é proporcional à corrente eléctrica e ao fluxo magnético indutor por pólo.

Expressão Vectorial do Binário Electromagnético

O recente desenvolvimento das estratégias de controlo dos motores eléctricos de corrente alternada — controlo vectorial — veio dar importância à expressão vectorial do binário electromagnético desenvolvido nessas máquinas.

Atendendo a que uma espira contorna uma área dada por $S = l \cdot d$, a expressão do binário pode ser escrita, em função das grandezas instantâneas da corrente e do fluxo, como

$$T = i \cdot l \cdot d \cdot B \cdot \sin(\theta) = i \cdot S \cdot B \cdot \sin(\theta) = i \cdot \psi \cdot \sin(\theta)$$

Se as duas grandezas tiverem uma variação, no tempo ou no espaço, que permita a sua representação simbólica, a expressão obtida para o binário coincide com um produto vectorial entre a corrente eléctrica i e o fluxo magnético totalizado ψ . Então,

$$\underline{T} = \underline{i} \times \underline{\psi}$$

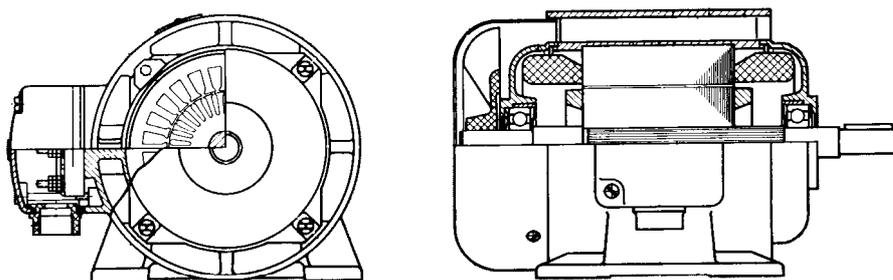
em que \underline{i} é o fasor (vector) da corrente eléctrica e $\underline{\psi}$ é o fasor (vector) do fluxo magnético totalizado.

Aparece, assim, o binário electromagnético, como uma grandeza direccional, com um valor que pode ser alterado pela variação da relação (espacial, ou temporal) entre o fluxo magnético indutor e a corrente eléctrica nos condutores.

2.3.1 Síntese

Numa máquina eléctrica, funcionando como gerador ou como motor, induzem-se *simultaneamente* forças electromotrizes nos condutores em movimento no interior de um campo magnético e desenvolvem-se forças mecânicas, nesse mesmos condutores, quando são percorridos pela corrente eléctrica de carga da máquina.

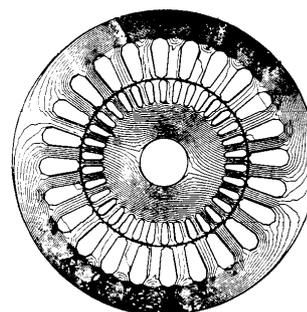
Princípio de Funcionamento do Motor de Indução Trifásico



Num motor de indução trifásico os enrolamentos estatóricos estão dispostos nas ranhuras de forma a criar um campo de forças magnetomotrizes girante, quando são alimentados por um sistema trifásico simétrico de correntes eléctricas.

O campo girante de forças magnetomotrizes, supondo que não existe saturação no circuito magnético (...!), é responsável pelo aparecimento de um campo magnético girante, que na zona do entreferro, possui um fluxo magnético móvel no espaço do entreferro.

No rotor da máquina estão dispostos condutores eléctricos (barras de cobre ou de alumínio) que formam um circuito eléctrico fechado; por exemplo um enrolamento em gaiola de esquilo. No momento do arranque do motor estes condutores estão parados.



Devido ao movimento giratório do fluxo magnético, que provoca um valor elevado para a velocidade

relativa do campo magnético face aos condutores, nos condutores do circuito rotórico *induzem--se forças electromotrizes*.

Como os condutores estão curto-circuitados por anéis, formam um circuito eléctrico fechado, que tem uma determinada impedância; e que, devido à presença das forças electromotrizes nos condutores, vai ser percorrido por correntes eléctricas com um valor elevado.

A presença dos condutores percorridos por corrente eléctrica no interior de um campo magnético dá origem ao desenvolvimento de forças mecânicas nos condutores, que devido aos aspectos construtivos do motor de indução como máquina rotativa, dão origem ao aparecimento de um binário motor, que faz deslocar o rotor da máquina.

Assim, nesta máquina eléctrica há, simultaneamente, a indução de forças electromotrizes nos condutores rotóricos e o desenvolvimento de forças mecânicas nesses mesmos condutores.

3 Funcionamento dos Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia

No estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia poder-se-ia determinar as suas características de funcionamento por via experimental. Mas, tal tipo de estudo, além de caro, tem pouca utilidade, devido à necessidade de interromper o serviço do sistema para, sempre que necessário, determinar as características de funcionamento com recurso a ensaios directos.

Construindo um *modelo* do sistema electromecânico de conversão de energia consegue-se determinar as características de funcionamento, ou conhecer o modo de funcionamento, do sistema, desde que sejam conhecidos alguns, poucos, *parâmetros*, que poderão ser determinados por um prévio ensaio laboratorial, ou que poderão ser determinados a partir de valores conhecidos na fase de projecto do sistema electromecânico de conversão de energia.

Existe portanto a necessidade de proceder à *modelização* do sistema electromecânico de conversão de energia para caracterizar o seu *modo de funcionamento* ou para estudar o seu *regime de funcionamento*.

3.1 Modelização

N a modelização de um sistema electromecânico de conversão de energia tem de se considerar as diferentes regras de estabelecimento do modelo, e a forma de determinar (estimar) os seus parâmetros.

modelização

Uma importante consideração a ter no processo de modelização de um sistema electromecânico de conversão de energia é a do conhecimento que um *modelo* é uma abstracção da realidade, que devido à multiplicidade, e complexidade, dos aspectos que esta apresenta, nunca chega a representar completamente essa realidade. Por isso, a utilização de um modelo de sistema electromecânico de conversão de energia obriga, sempre, ao conhecimento da extensão do seu domínio próprio de validade.

O tipo de modelo utilizado no estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia é, normalmente, *descritivo*, porque pretende descrever a realidade complexa que é o sistema electromecânico de conversão de energia; e é do tipo *quantitativo*, porque serve a procura de valores para as diferentes grandezas características do regime de funcionamento do sistema electromecânico de conversão de energia. No entanto, com o desenvolvimento das tecnologias da Inteligência Artificial, hoje torna-se necessário conhecer, também, um modelo *qualitativo* para descrição do comportamento do sistema ou das suas partes constituintes. Este modelo qualitativo tem muito interesse para utilização em sistemas periciais avançados e em sistemas de projecto assistido por bases de conhecimento, [MVG-7].

A forma dos modelos habitualmente utilizados no estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia é *esquemática*, embora em situações particulares se tenham utilizado modelos analógicos. Dentro do tipo esquemático os modelos utilizados são *matemáticos*, embora devam ser acompanhados

da respectiva conceptualização, sem que se tenha de recorrer a modelos meramente *conceptuais*. Os modelos matemáticos que são utilizados são do tipo *contínuo*, embora com um domínio de validade limitado e bem definido.

As técnicas de tratamento do modelo de sistema electromecânico de conversão de energia são *analíticas*, procurando soluções definidas e permitindo a utilização de métodos matemáticos de optimização. Na aplicação desses modelos analíticos utilizam-se, na actualidade, métodos numéricos que permitem criar modelos computacionais de fácil utilização.

Os modelos habitualmente utilizados no estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia baseiam-se na aplicação da Teoria dos Circuitos Eléctricos, embora tenham sido utilizados, no passado, outros modelos baseados directamente na formulação do campo electromagnético.

Exemplo_3.1-1 — Um actuador electromagnético de armadura mergulhante pode ser estudado mediante a construção de um seu modelo matemático, [JON-1]. Para construir esse modelo, é necessário estabelecer um conjunto de condições de estudo que restringem, imediatamente, os limites de validade do modelo representativo do sistema electromecânico de conversão de energia.

Condições de Estudo

Sendo o actuador do tipo electromagnético necessita de um circuito ferromagnético para a obtenção de uma campo magnético intenso na zona da armadura. Há que definir as propriedades do circuito ferromagnético. Considerando que ele vai trabalhar com valores de indução magnética inferiores ao valor da indução de saturação, estabelece-se que o circuito magnético tem propriedades lineares.



Considerando que a tensão de alimentação da bobina é muito baixa, desprezam-se fenómenos devidos as capacidades distribuídas entre espiras da bobina e entre as espiras e a massa metálica.

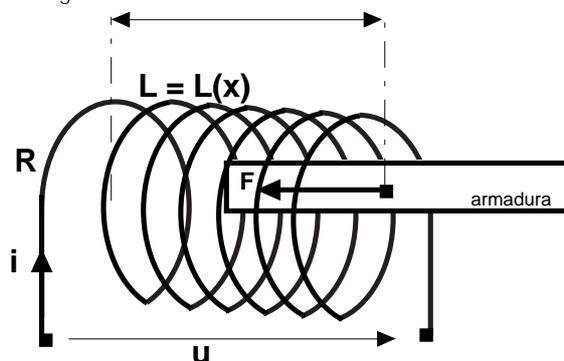
Se o actuador for alimentado com uma tensão alternada sinusoidal, considera-se que a frequência é de tal forma baixa que não existe efeito pelicular, ou de proximidade, nos condutores, e que não existe influência de correntes de Foucault.

Durante o funcionamento do actuador, a corrente eléctrica na bobina não provoca um aquecimento tal que altere a resistência eléctrica do circuito indutor (bobina).

Criação do Modelo

Atendendo às condições de estudo é possível criar um modelo matemático, baseado nos princípios físicos de funcionamento dos sistemas electromecânicos de conversão de energia.

Ao actuador vai estar aplicada uma tensão de valor instantâneo u , e os condutores eléctricos da bobina, que têm uma resistência total R , vão ser percorridos por uma corrente eléctrica de valor instantâneo i . A passagem da corrente eléctrica na bobina origina o aparecimento de uma força magnetomotriz que é responsável pelo aparecimento de um campo magnético com um fluxo totalizado ψ , que envolve a bobina. Devido à variação desse fluxo magnético no tempo surge (Lei de Faraday) no circuito eléctrico uma força electromotriz de valor instantâneo $e = - (d\psi/dt)$.



O fluxo magnético, devido à linearidade do circuito magnético, é proporcional à corrente eléctrica que o cria; $\psi = L \cdot i$. Atendendo ao aspecto construtivo do actuador, considera-se que o coeficiente de auto-indução da bobina depende do movimento da armadura $L = L(x)$, e, por isso, não é constante (varia com o tempo, mas não varia com o valor da intensidade da corrente eléctrica).

Recorrendo às lei dos circuitos eléctricos é possível escrever uma equação de tensão que representa o

comportamento eléctrico do actuador electromagnético, no domínio estabelecido pelas condições de estudo. A estas há que acrescentar a condição de se aplicar ao circuito eléctrico da bobina o critério do consumidor, para estabelecer o sentido das grandezas eléctricas.

$$u = R \cdot i - e = R \cdot i + (d\psi/dt) = R \cdot i + d(L \cdot i)/dt = R \cdot i + L \cdot (d i/dt) + i \cdot (d L/dt)$$

Neste circuito existe uma força electromotriz estática $\emptyset e_e = L \cdot (d i/dt)$, e uma força electromotriz dinâmica $\emptyset e_d = i \cdot (d L/dt) = i \cdot (dL/dx) \cdot (dx/dt) = i \cdot (dL/dx) \cdot v$, em que $v = dx/dt$ é a velocidade linear da armadura.

Para determinar a força que se exerce sobre a armadura, e, assim, caracterizar o funcionamento do actuador, efectua-se a análise energética (balanço) do sistema.

A potência absorvida pelo sistema, $u \cdot i = R \cdot i^2 + L \cdot i \cdot (d i/dt) + i^2 \cdot (d L/dt)$, permite verificar que a potência total, $u \cdot i$, destina-se a alimentar as perdas Joule, $R \cdot i^2$, e há uma outra parte, para a qual é possível ver que $L \cdot i \cdot (d i/dt) + (1/2) \cdot i^2 \cdot (d L/dt)$ corresponde à energia armazenada no campo magnético: $W_{mag} = (1/2) \cdot L \cdot i^2$. A potência correspondente é: $P_{mag} = d(W_{mag})/dt = d((1/2) \cdot L \cdot i^2)/dt = L \cdot i \cdot (d i/dt) + (1/2) \cdot i^2 \cdot (d L/dt)$.

Resta uma parte, $(1/2) \cdot i^2 \cdot (d L/dt)$, que corresponde à energia transformada integralmente em movimento. Em termos de potência: $F \cdot v = (1/2) \cdot i^2 \cdot (dL/dx) \cdot v \Rightarrow F = (1/2) \cdot i^2 \cdot (dL/dx)$.

Equações Fundamentais

O modelo matemático do actuador electromagnético com armadura mergulhante, no domínio das condições de estudo, é:

$$\begin{array}{ll} \psi = L(x) \cdot i & \text{equação magnética} \\ u = R \cdot i + L \cdot (d i/dt) + i \cdot (d L/dt) & \text{equação eléctrica} \\ F = (1/2) \cdot i^2 \cdot (dL/dx) & \text{equação electromecânica} \end{array}$$

Haveria, agora que acrescentar uma equação que traduzisse o funcionamento da parte mecânica do sistema: a equação mecânica $F = F_r + D \cdot (dx/dt) + M \cdot (d^2x/dt^2)$.

estimação dos parâmetros

No modelo de um sistema electromecânico de conversão de energia existe um conjunto de parâmetros concentrados — eléctricos, magnéticos e mecânicos — que se torna necessário determinar. Para isso, é necessário conhecer os diferentes métodos de determinação de parâmetros.

ensaio

Uma forma de determinar os parâmetros de um sistema electromecânico de conversão de energia é através de um ensaio laboratorial. É a forma mais divulgada, e aplicada, de determinação dos parâmetros de um sistema electromecânico de conversão de energia, mas que obriga a ter um conjunto vasto de cuidados na execução das montagens de medida, na efectivação das medidas e no tratamento dos dados obtidos, [CAS-2].

Se a determinação da resistência de um circuito eléctrico de um sistema electromecânico de conversão de energia pode ser feita pelo método do *voltmetro-amperímetro*, o facto do circuito trabalhar, habitualmente, alimentado por grandezas alternadas sinusoidais polifásicas, obriga a um conjunto de cuidados, que para terem um carácter geral, e universal, se encontram normalizados, [CEI-259]. Já as grandezas magnéticas, como as indutâncias, dependem do estado de saturação do circuito magnético, e, por isso, são de difícil e cuidada determinação.

Para determinação dos parâmetros das máquinas eléctricas, existem muitas normas, [AMS-1]. Apesar disso, em muitas situações torna-se necessário analisar, ou discutir, a forma de aplicação do seu articulado.

Exemplo_3.1-2 — Quando se estabelece um modelo para uma fase da máquina síncrona de pólos salientes, devido à anisotropia do circuito magnético, consideram-se duas reactâncias síncronas: a *reactância síncrona longitudinal* X_d que caracteriza a componente do campo magnético de reacção do induzido segundo o eixo

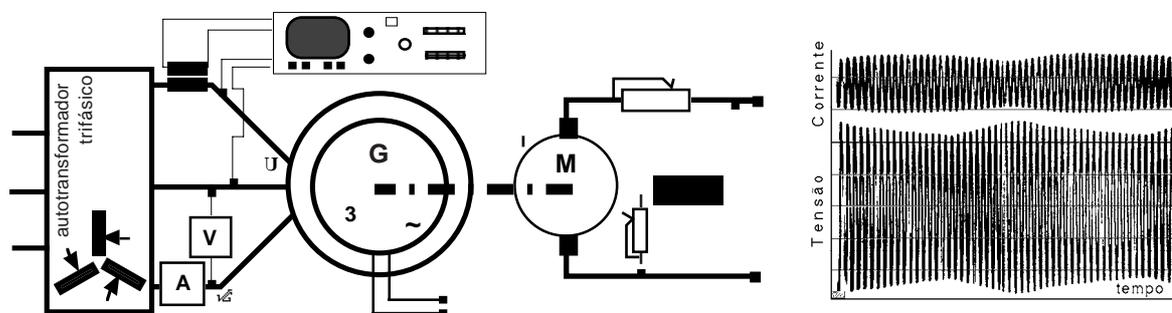
magnético polar ou longitudinal (d), e a reactância síncrona transversal X_q que caracteriza a componente do campo magnético de reacção do induzido segundo o eixo magnético interpolar ou transversal (q).

$$\underline{U} = R_S \cdot \underline{I} + jX_q \cdot \underline{I} + j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + \underline{E}_o(I_f)$$

A determinação destas duas reactâncias, encontra-se normalizada em [CEI-34-4] ou em [IEEE-115]. Entre os métodos de determinação destas reactâncias conta-se o ensaio de deslizamento {essai à faible glissement ; low slip test}.

CEI-34-4; § 36 — {tradução literal} — Durante o ensaio de deslizamento, uma tensão trifásica simétrica inferior à normal (0,01 a 0,2 U_N) é aplicada nos terminais do induzido da máquina ensaiada. A tensão deve ser tal que a máquina não arranque. O enrolamento de excitação deve ser colocado em circuito aberto e o rotor accionado por um motor de forma a rodar com um deslizamento inferior a 1%, e, no caso de uma máquina de rotor maciço, com um deslizamento ainda muito mais fraco, de modo que as correntes induzidas nos amortecedores durante o funcionamento assíncrono tenham uma influência desprezável nas medidas. O enrolamento de excitação deve estar posto em curto-circuito ou sobre uma resistência de descarga durante a colocação em serviço e fora de serviço da fonte de alimentação, de modo a evitar que seja estragado. A corrente e a tensão do enrolamento induzido e a tensão nos anéis do colectador assim como o deslizamento são medidos por meio de aparelhos indicadores ou registrados no oscilógrafo. Se a tensão remanente medida antes do ensaio for superior a 30% da tensão de alimentação utilizada no ensaio, o rotor deve ser desmagnetizado. Esta desmagnetização pode efectuar-se, por exemplo, alimentando o enrolamento indutor por uma fonte de muito baixa frequência com uma corrente de aproximadamente metade da corrente de excitação correspondente à tensão nominal em vazio, e fazendo decrescer gradualmente a corrente e a frequência (esta última se possível).

A implementação laboratorial deste parágrafo da norma CEI, levava ao estabelecimento de uma montagem como a figurada, e ao estabelecimento de um conjunto de procedimentos que permitiriam o registo de um oscilograma da tensão e da corrente no induzido.



A partir do oscilograma obtido, (se estivesse devidamente graduado) poder-se-ia determinar os valores da reactância síncrona longitudinal X_d e da reactância síncrona transversal X_q .

CEI-34-4; § 37 — {tradução literal parcial} — Para determinar X_q por meio do ensaio de deslizamento, mede-se a tensão e a corrente do induzido no momento em que a tensão nos terminais do enrolamento de excitação, (U_{f0}) é máxima. X_q é calculado a partir da fórmula: $X_q = U_{min} / (\sqrt{3} \cdot I_{max})$.

Quando o oscilograma obtido não está graduado (!) pode-se determinar o valor da reactância síncrona transversal, desde que, a partir de outros ensaios [CEI-34-4; § 25, 26, 27], se conheça o valor da reactância síncrona longitudinal X_d .

Como $X_q = U_{min} / (\sqrt{3} \cdot I_{max})$ e $X_d = U_{max} / (\sqrt{3} \cdot I_{min})$, resulta que $X_q = ((U_{min} \cdot I_{min}) / (U_{max} \cdot I_{max})) \cdot X_d$

No caso de surgir alguma dúvida na aplicação do articulado da norma CEI-34-4 para o ensaio de deslizamento, é necessário recorrer à teoria de funcionamento da máquina síncrona subjacente ao ensaio, [CCC-3].

Quando o eixo polar do campo magnético de reacção do induzido (campo magnético girante) coincide com o eixo

magnético dos pólos indutores — *direcção longitudinal*, a relutância do circuito magnético é mínima e a corrente eléctrica de magnetização é mínima I_{\min} ; devido à queda de tensão no circuito do induzido, a tensão no induzido tem um valor máximo U_{\max} ; esta situação permite determinar a reactância síncrona longitudinal X_d .

Quando o eixo polar do campo magnético de reacção do induzido (campo magnético girante) está em quadratura com o eixo magnético dos pólos indutores — *direcção transversal*, a relutância do circuito magnético é máxima e a corrente eléctrica de magnetização é máxima I_{\max} para estabelecer um fluxo no entreferro capaz de desenvolver uma força electromotriz que compense a tensão aplicada aos terminais; devido à queda de tensão no circuito do induzido, a tensão no induzido tem um valor mínimo U_{\min} ; esta situação permite determinar a reactância síncrona transversal X_q .

Neste ensaio, assim como em todo o conjunto dos *ensaios económicos*, isto é, ensaios em que apenas é consumida a energia de perdas dos sistemas electromecânicos de conversão de energia os parâmetros são obtidos como resultado directo do ensaio; por isso, são também chamados *ensaios directos*. Mas, existe um outro conjunto de ensaios para determinação dos parâmetros em que os valores destes resultam de um tratamento matemático dado aos resultados de um ensaio experimental; trata-se dos *ensaios indirectos*.

identificação dos parâmetros

Neste método de determinação dos parâmetros é efectuado um ensaio experimental, que recorrendo a sistemas automáticos de aquisição de dados em tempo real, permite identificar os elementos das matrizes dos coeficientes do modelo de estado do sistema. Dessas matrizes é retirado, mediante a utilização de métodos matemáticos de identificação de sistemas, o conjunto de valores dos parâmetros normalizados do sistema, [ESS-1]. Frequentemente esta determinação não permite encontrar um único conjunto de valores e existem, por isso, vários algoritmos propostos para resolver este problema. Trata-se, ainda, de um assunto de actual, e necessária, investigação.

análise do campo

Nos métodos anteriormente apresentados, a determinação dos parâmetros exigia um ensaio laboratorial. Mas há situações em que tal não é possível. Perante a exigência, contemporânea, de máquinas eléctricas adaptadas às características impostas pelo utilizador, torna-se necessário, conhecer o valor dos parâmetros na fase de projecto da máquina.

Na fase de projecto, apenas são conhecidas as dimensões dos órgãos da máquina e as características dos materiais a utilizar. Como muitos dos parâmetros dependem da distribuição do campo magnético da máquina, são utilizados métodos numéricos de análise do campo magnético para determinar a distribuição do mesmo campo, e a partir desses valores determinar os parâmetros.

Exemplo_3.1-3 — Conhecidas as dimensões e o desenho de um sistema electromecânico de conversão de energia, assim como o valor da corrente eléctrica indutora, determina-se a distribuição do campo magnético no espaço do sistema, [MVG-3]. A distribuição do campo magnético, em duas ou em três dimensões, é determinada a partir das equações diferenciais do campo, resolvidas por um método de aproximação matemática, que recorra a um método de integração numérica; como por exemplo o método dos elementos finitos ou o método dos integrais de fronteira, [MVG-5]. Nesta determinação utilizam-se programas de computador com recurso intensivo aos métodos de computação gráfica.

Da determinação da distribuição do campo resulta o conhecimento do valor da indução magnética, ou de outra grandeza magnética, em diversos, e múltiplos, pontos do circuito magnético do sistema. A partir desses valores é possível determinar outras grandezas como a energia armazenada no campo magnético, a indutância, a força desenvolvida ou o binário desenvolvido, [NAP-1].

Consegue-se, desta forma, na fase de projecto de um sistema electromecânico de conversão de energia determinar os respectivos parâmetros, e com estes determinar as características de funcionamento do

sistema.

3.2 Modo de Funcionamento

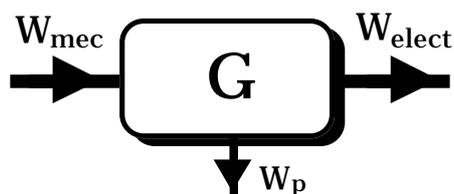
Nos sistemas electromecˆnicos do tipo electromagnˆtico a conversˆo electromecˆnica de energia traduz-se por uma transformaˆo de energia entre um sistema elˆctrico e um sistema mecˆnico atravˆs de um campo magnˆtico de ligaˆo. O processo pode ser reversıvel, excepto para uma pequena parte de energia que se degrada em calor.

A conversˆo de energia pode dar-se em vˆrios sentidos, definindo-se, dessa forma o modo de funcionamento do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia: gerador, motor, conversor, amplificador.

Para que a conversˆo de energia possa ocorrer tem de existir um sistema fıscico que normalmente ˆ constituıdo por: um ˆrgˆo estacionˆrio; um ˆrgˆo mˆvel; um entreferro que permite o movimento entre os dois ˆrgˆos; uma ligaˆo elˆctrica entre a parte fixa e a parte mˆvel (quando necessˆria). No caso de uma mˆquina elˆctrica rotativa as diferentes partes sˆo: um estator; um rotor; um entreferro; um sistema colector–escova.

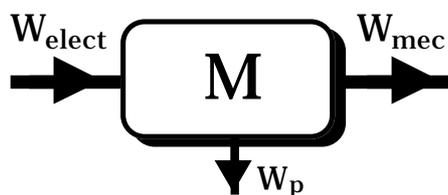
Os diferentes modos de funcionamento de um sistema electromecˆnico de energia sˆo:

GERADOR ˆ um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia que promove uma transformaˆo de energia mecˆnica em energia elˆctrica. Uma mˆquina primˆria fornece ao sistema energia mecˆnica atravˆs da sua parte mˆvel. A energia mecˆnica ˆ caracterizada por um binˆrio motor T_m que faz rodar a parte mˆvel do sistema com uma determinada velocidade de rotaˆo n_r . Esse movimento da parte mˆvel provoca um movimento relativo entre o campo magnˆtico indutor e os



condutores elˆctricos onde vai ser induzida uma forˆca electromotriz e . Quando o gerador estˆ fechado sobre uma carga, nos condutores do induzido circula uma corrente elˆctrica, a corrente elˆctrica de carga i , que por circular no interior do campo magnˆtico indutor dˆ origem ao aparecimento de uma forˆca mecˆnica nos condutores, que se opˆe ao movimento desses condutores; devido aos aspectos construtivos do sistema as forˆas que actuam sobre os diversos condutores do circuito induzido dˆo origem a um binˆrio, que se opˆe ao binˆrio motor aplicado ˆ mˆquina: ˆ o binˆrio resistente da mˆquina, [CCC–3] [SAY–3]. A conversˆo de energia mecˆnica em energia elˆctrica realiza-se com algumas perdas de energia (W_p).

MOTOR ˆ um sistema electromecˆnico de conversˆo de energia que promove uma transformaˆo de energia elˆctrica em energia mecˆnica. Uma fonte de alimentaˆo fornece ao sistema energia elˆctrica atravˆs dos seus terminais. A energia elˆctrica ˆ caracterizada por uma tensˆo u que faz circular num circuito elˆctrico do sistema uma

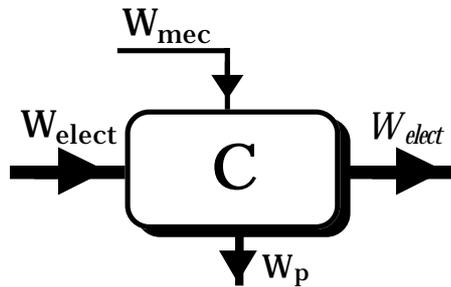


corrente elˆctrica i . Essa corrente elˆctrica, que circula no interior do campo magnˆtico indutor, provoca o aparecimento de uma forˆca mecˆnica nos condutores; devido aos aspectos construtivos do sistema as forˆas que actuam sobre os diversos condutores do circuito induzido dˆo origem a um

binˆrio que promove o movimento da parte mˆvel com uma velocidade n_r : o binˆrio motor. Quando o motor estˆ ligado a uma carga mecˆnica, a velocidade da parte mˆvel ˆ tal que se dˆ o equilıbrio mecˆnico do sistema. Estabelece-se, assim, um movimento que impˆe uma velocidade relativa entre os condutores do induzido e o campo magnˆtico indutor; por isso, nos condutores elˆctricos do induzido vai induzir-se uma forˆca electromotriz com um sentido que se opˆe ao crescimento da corrente elˆctrica no circuito elˆctrico induzido. A conversˆo de energia elˆctrica em energia mecˆnica realiza-se com algumas perdas de energia (W_p). Sˆo muitos os tipos de sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia

que actuam como motores, [VEI-1].

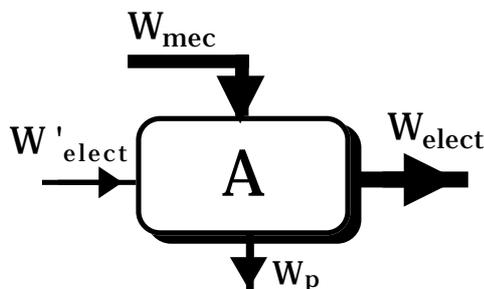
CONVERSOR é um sistema electromecânico de conversão (ou transformação) de energia que altera as características da energia eléctrica (tensão, frequência,...) através de um



trabalho produzido pela energia mecânica fornecida ao sistema. Este tipo de sistema electromecânico, que teve grande utilização antes do desenvolvimento da Electrónica de Potência, encontra-se ainda hoje em algumas instalações obsoletas de conversão de corrente alternada em corrente contínua. A unidade mais representativa deste tipo de sistemas foi uma máquina eléctrica chamada *comutatriz*.

Note-se que a conversão das características da energia, por intermédio deste sistema electromecânico, realizava-se com perdas de energia (W_p).

AMPLIFICADOR nos sistemas de controlo existe a necessidade de amplificar o sinal, para que ele possa ser transmitido a um actuador e promover a correspondente acção.



Antes de existirem amplificadores de potência construídos com elementos semicondutores, a amplificação de um sinal com pequena energia para um sinal com um valor de energia capaz de fazer actuar um motor eléctrico de grande potência, só era possível através da utilização de um amplificador rotativo, [SAY-1]. Este tipo de máquina eléctrica existiu com vários nomes comerciais: metadínamo, amplidínamo,

Rotrotol™, Magnicon™, ... Como máquina eléctrica foi desenvolvida na década de cinquenta, mas hoje já não é aplicada nem estudada, apesar do seu interessantíssimo princípio de funcionamento.

Esta caracterização do modo de funcionamento dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, destinada a facilitar a análise do funcionamento destes sistemas, integra em si a possibilidade de um sistema ter reversibilidade do seu princípio de funcionamento.

Um motor de corrente contínua pode passar a funcionar como gerador: basta que a força electromotriz que se desenvolve no motor seja superior à tensão nos terminais da máquina, e, nessa altura, o binário resistente desenvolvido por esse gerador eléctrico serve para frenar a carga mecânica do motor: trata-se de uma manobra de *frenagem dinâmica*.

3.3 Regime de Funcionamento

No estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia é importante caracterizar o funcionamento do sistema. Para isso atende-se ao *regime de funcionamento* — que é o conjunto de valores das grandezas físicas que caracterizam o funcionamento do sistema. São várias as formas como ocorre a variação das grandezas físicas que caracterizam o funcionamento do sistema electromecânico de conversão de energia. Por isso, se definem dois regimes de funcionamento — *permanente* (steady-state) e *transitório*.

regime permanente — é um regime de funcionamento em que o sistema se encontra em equilíbrio, por isso não existem armazenamentos ou libertações da energia contida no sistema. Considera-se que no regime de funcionamento permanente os efeitos acompanham as causas de uma

acção, por isso a resposta do sistema é imediata (...!).

O estudo de um sistema electromecânico de conversão de energia em regime permanente consiste, normalmente, no estabelecimento de relações (habitualmente gráficas) entre as grandezas físicas características do sistema. No caso das máquinas eléctricas, o estudo do regime permanente traduz-se no traçado gráfico de *curvas características* que estabelecem a ligação entre duas grandezas físicas — eléctricas, electromecânicas ou mecânicas — supondo-se que todas as outras grandezas permanecem constantes.

O actual desenvolvimento e acessibilidade de meios computacionais tornou possível, e fácil, o estabelecimento de relações analíticas entre grandezas físicas por aproximação matemática de um conjunto de valores, ou o traçado de gráficos relacionando três grandezas físicas (gráficos-3D).

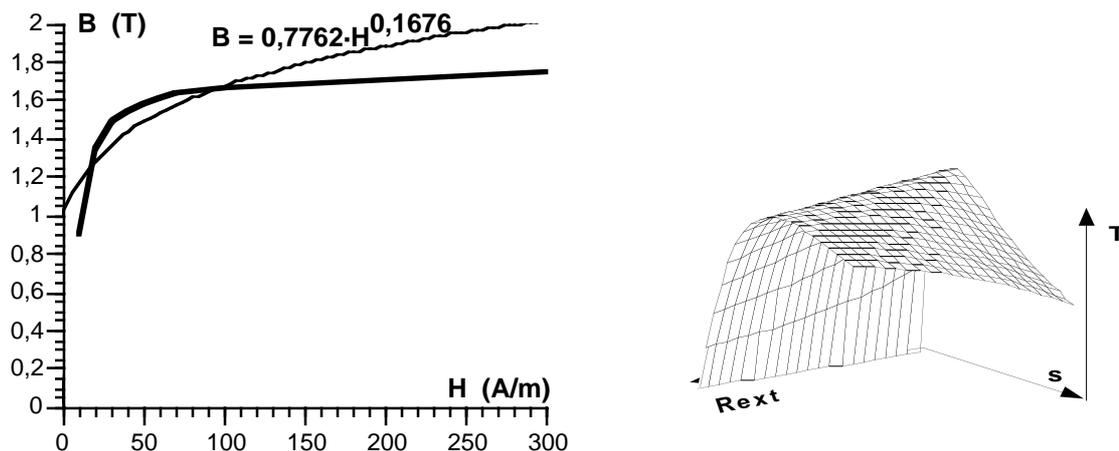


Fig. 15 – Aproximação grosseira da característica de magnetização ($B = 0,7762 \cdot H^{0,1676}$) e característica de variação do binário T com o deslizamento s e a resistência rotórica externa R_{ext}

No estudo dos sistemas electromecânicos de conversão de energia, principalmente no estudo do regime permanente sinusoidal das máquinas eléctricas de corrente alternada, é importante o *Método Simbólico* de representação das grandezas físicas com variação sinusoidal (no espaço ou no tempo) [MCB-2] [CCC-4] [CAS-1].

Exemplo_3.3-1 — Um motor série monofásico de colectador de lâminas, [CCC-4], que é uma máquina assíncrona, tem o seu funcionamento em regime permanente sinusoidal, regido por uma equação simbólica,

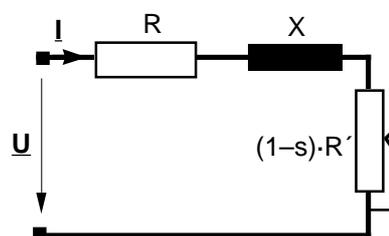
$$\underline{U} = (1 - s) \cdot K_e \cdot \underline{\Phi} + j\omega \cdot N_i \cdot \underline{\Phi} + R \cdot \underline{I} + jX' \cdot \underline{I}$$

em que, \underline{U} é a tensão sinusoidal de alimentação do motor, R é a resistência equivalente do circuito do motor (indutor mais induzido mais compensação), X' é uma reactância que inclui a reactância de fugas do enrolamento indutor, do enrolamento induzido e do enrolamento de compensação, $\underline{\Phi}$ o fluxo magnético por pólo produzido pela corrente eléctrica \underline{I} , $K_e = (p/a) \cdot Z \cdot n_s$ é uma constante característica da máquina numa rede eléctrica de alimentação com frequência f ($n_s = f/p$), N_i é o número total de espiras do enrolamento indutor, e s é o deslizamento, com $s = (n_s - n)/n_s$.

O seu estudo pode ser feito por intermédio de um circuito eléctrico equivalente, mas atendendo à disponibilidade de calculadoras electrónicas capazes de efectuarem facilmente operações sobre números complexos, esse estudo pode-se efectuar recorrendo directamente às expressões simbólicas.

Esquema Eléctrico Equivalente — Considerando que não existe saturação do circuito magnético da máquina, e que, portanto, o fluxo magnético é proporcional à corrente eléctrica que o cria, $\underline{\Phi} = k \cdot \underline{I}$, é possível escrever $\underline{E} = (1 - s) \cdot K_e \cdot \underline{\Phi} = (1 - s) \cdot R' \cdot \underline{I}$. Também $j\omega \cdot N_i \cdot \underline{\Phi} = jX_e \cdot \underline{I}$.

A equação da tensão para o motor monofásico série compensado com colectador de lâminas, passa a ser



$$\underline{U} = (1 - s) \cdot R' \cdot \underline{I} + jX_e \cdot \underline{I} + R \cdot \underline{I} + jX' \cdot \underline{I} = (1 - s) \cdot R' \cdot \underline{I} + R \cdot \underline{I} + jX \cdot \underline{I}$$

Nestas condições, o motor pode ser representado pela impedância complexa $\underline{Z} = ((1-s) \cdot R' + R) + jX$.

A queda de tensão na resistência variável $(1-s) \cdot R'$ representa a força electromotriz que se desenvolve no circuito eléctrico do induzido.

Grandezas Características — considerando o circuito eléctrico representativo do motor pode determinar-se o valor de algumas grandezas características:

Intensidade de corrente eléctrica (valor eficaz) $I = U / \sqrt{[R + (1-s)R']^2 + X^2}$

Potência activa absorvida $P = [R + (1-s)R'] \cdot I^2 = ([R + (1-s)R'] \cdot U^2) / ([R + (1-s)R']^2 + X^2)$

Potência transformada $P_{\text{electromecânica}} = (1-s)R' \cdot I^2 = ((1-s)R' \cdot U^2) / ([R + (1-s)R']^2 + X^2)$

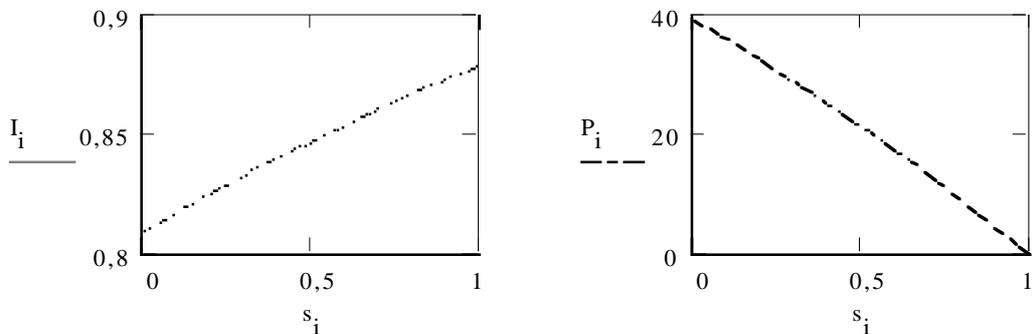
OU

Intensidade de corrente eléctrica $I = U / ([R + (1-s)R'] + jX)$

Potência absorvida $\underline{U} \cdot \underline{I}^* = (1 - s) \cdot R' \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^* + R \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^* + jX \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^*$

Potência transformada $P_{\text{electromecânica}} = (1 - s) \cdot R' \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^*$

O que permitiria determinar um conjunto de valores para traçar as curvas características. Por exemplo, corrente absorvida em função do deslizamento $I(s)$ e potência transformada função do deslizamento $P_{el}(s)$.



O traçado destas curvas características deve ser feito com um número suficiente de pontos que as torne representativas.

Mas, como não pode haver uma variação instantânea da energia de um sistema (quando $dt \rightarrow 0$, $dW/dt \rightarrow \infty$) quando se altera uma das grandezas físicas características do sistema ocorre um intervalo de tempo durante o qual há variação da energia contida no sistema: trata-se de um **regime transitório**. A duração desse regime está condicionada pela possibilidade de variação da energia do sistema.

regime transitório — é um regime de funcionamento em que o sistema não se encontra em equilíbrio, por isso existem armazenamentos ou libertações da energia contida no sistema.

O estudo de um sistema electromecânico de conversão de energia em regime transitório consiste, normalmente no estabelecimento de expressões analíticas que permitam prever a variação das grandezas principais do sistema. Também é possível, com a utilização dos métodos matemáticos da Teoria dos Sistemas, efectuar o **estudo da resposta transitória** do sistema, e concluir sobre a estabilidade de funcionamento do sistema.

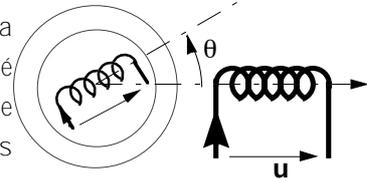
Durante o regime transitório dá-se a variação da energia armazenada no sistema, que é libertada ou dissipada em perdas; por isso, o tipo de resposta transitória do sistema depende do número de armazenamentos de energia, e da ordem do sistema, ou da ordem do sistema de equações diferenciais que rege o funcionamento do sistema. No caso de um motor eléctrico existe um armazenamento de energia no circuito magnético e um outro armazenamento de energia mecânica nas massas em movimento; é um sistema com energia dupla e a equação diferencial que rege o funcionamento do motor em regime transitório é de segunda ordem.

No estudo do regime transitório de um sistema electromecânico de conversão de energia utiliza-se a

representação gráfica da variação das grandezas físicas no tempo como *características dinâmicas* (ou transitórias) do sistema.

Exemplo_3.3-2 — Há um conjunto de sistemas electromecânicos de conversão de energia que pode ser representado, globalmente e com a verificação de certas condições de estudo, por um sistema electromecânico linear duplamente excitado: como o sistema representado na figura, [MVG-8].

Para este sistema cada um dos circuitos eléctricos é caracterizado por uma resistência eléctrica constante e por um coeficiente de auto-indução, que é constante porque o sistema é linear e tem entreferro constante. O coeficiente de indução mútua entre os dois circuitos depende da posição relativa entre eles $M(\theta)$. O sistema fica modelizado pelas equações fundamentais:



equação magnética $\{\psi\} = [L] \cdot \{i\}$

equação eléctrica $\{u\} = [R] \cdot \{i\} + d([L] \cdot \{i\})/dt$

equação electromecânica $T_{el} = - \partial W_{mag} / d\theta = - i_s \cdot i_r \cdot dM(\theta)/d\theta$

equação mecânica $J \cdot d^2\theta/dt^2 + D \cdot d\theta/dt + T_{el} = 0$

em que $[R] = \text{diag}[R_s, R_r]$, $\{\psi\} = \{\psi_s, \psi_r\}_T$, $\{u\} = \{u_s, u_r\}_T$, $\{i\} = \{i_s, i_r\}_T$, e $[L] = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix}$

Uma determinação experimental da variação do binário com o ângulo de posição do rotor θ , permite justificar a expressão do binário electromagnético $T_{el} = i_s \cdot i_r \cdot \text{sen}(\theta)$; quando se considera que $M(\theta) = M \cdot \text{cos}(\theta)$. No entanto, por uma aproximação grosseira (!), pode-se considerar que o binário é proporcional ao ângulo rotórico θ , $T_{el} = K_b \cdot \theta$.

Atendendo a esta hipótese simplifcativa a equação mecânica do sistema, escreve-se, utilizando o operador diferencial $p = d / dt$:

$J \cdot d^2\theta/dt^2 + D \cdot d\theta/dt + K_b \cdot \theta = 0$ ou $J \cdot p^2\theta + D \cdot p\theta + K_b \cdot \theta = 0$

O movimento da parte rotórica do sistema é regido por uma equação diferencial linear de segunda ordem com coeficientes constantes, o que traduz os dois armazenamentos de energia no sistema — energia magnética distribuída no circuito magnético, e parametrizada na constante do binário K_b , e a energia mecânica armazenada na parte mecânica do sistema, o que é parametrizado pelo momento de inércia do sistema, J .

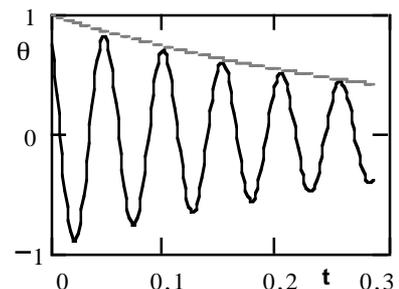
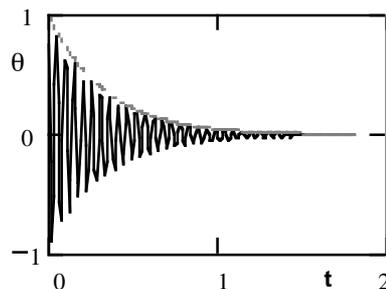
À equação mecânica do sistema pode-se dar a forma:

$p^2\theta + (D/J) \cdot p\theta + (K_b/J) \cdot \theta = 0$ ou $(p - s_1)(p - s_2) = 0$

As soluções da equação característica são: $s = - (D/2 \cdot J) \pm \sqrt{(D^2/4 \cdot J^2) - (K_b/J)}$; como $D/J \gg (D^2/4 \cdot J^2)$, pode-se escrever: $s = - (D/2 \cdot J) \pm j \sqrt{(K_b/J) - (D^2/4 \cdot J^2)} = - \alpha \pm j \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}$.

Nesta expressão $\omega_n = \sqrt{(K_b/J)}$ é a *pulsação natural* do sistema; e $\alpha = D/2 \cdot J$ é o *factor de atenuação*, porque dá informação sobre o amortecimento da oscilação.

Se o sistema estiver relaxado, isto é, se no instante inicial $t = 0$ a velocidade angular for nula $d\theta/dt = 0$, a solução da equação é do tipo $\theta = \text{Re}(A_m \cdot \exp(s \cdot t)) = A_m \cdot \exp(- \alpha \cdot t) \cdot \text{cos}(\omega_o t)$.



A partir deste estudo sobre o comportamento do sistema, poder-se-ia determinar o valor dos parâmetros do sistema [MVG-8], fazer o estudo da resposta transitória do sistema, ou procurar uma mais precisa solução,

considerando que o binário electromagnético varia sinusoidalmente com o ângulo de posição: $J \cdot p^2 \theta + D \cdot p \dot{\theta} + K'_{\phi} \cdot \text{sen}(\theta) = 0$.

Na actualidade, a maioria dos sistemas electromecânicos de conversão de energia encontram--se ligados a conversores electrónicos de potência, dotados de elementos semicondutores comutados. O regime de funcionamento dos sistemas electromecânicos de conversão de energia que trabalham nessas condições é caracterizado por uma sucessão contínua de estados transitórios. Para estudar este regime de funcionamento, ou para estabelecer correctas estratégias de controlo da comutação dos elementos semicondutores, torna-se necessário estudar o *comportamento dinâmico do sistema* (dynamic performance).

comportamento dinâmico do sistema — é o estudo dos efeitos da actuação dos conversores electrónicos de potência sobre os sistemas electromecânicos de conversão de energia. Para além de estudar a influência mútua no funcionamento do sistema electromecânico de conversão de energia e no conversor electrónico, também estuda o problema da estabilidade estática e da estabilidade dinâmica do sistema de controlo de potência, assim constituído.

No estudo do comportamento dinâmico do sistemas são utilizadas as técnicas de análise conhecidas — Teoria Generalizada das Máquinas Eléctricas, Método dos Fasores Espaciais — dando-se especial importância à interacção das forças mecânicas (ou dos binários) que actuam nas massas em movimento. Este tipo de estudo requer um conhecimento profundo, e uma grande sensibilidade, sobre os métodos de estudo e a teoria do regime transitório dos sistemas electromecânicos de conversão de energia.

Exemplo_3.3-3 — O estudo do comportamento dinâmico de um motor eléctrico de colectores de lâminas alimentado por um conversor electrónico de potência, do tipo ponte rectificadora semi-controlada, necessita do conhecimento do funcionamento do conversor electrónico de potência e do funcionamento da máquina eléctrica.

Quando a ponte semi-controlada está alimentada por uma tensão alternada sinusoidal, e se pode desprezar o efeito da indutância da fonte de alimentação, a tensão média nos terminais do motor é:

$$U_a = (1/\pi) \cdot \int_0^\pi \sqrt{2} \cdot U_{ef} \cdot \text{sen}(\omega t) \, d(\omega t)$$

ou $U_a = (\sqrt{2} \cdot U_{ef} / 2 \cdot \pi) \cdot (1 + \cos \alpha)$; em que α é o ângulo de atraso da fase.

O valor médio da tensão aplicada aos terminais do induzido da máquina eléctrica pode ser expressa por:

$$U_a = R_f \cdot I_a + E = R_f \cdot I_a + K \cdot \omega_r \cdot \phi$$

O binário electromagnético desenvolvido tem por expressão: $T_{el} = K \cdot \phi \cdot I_a$

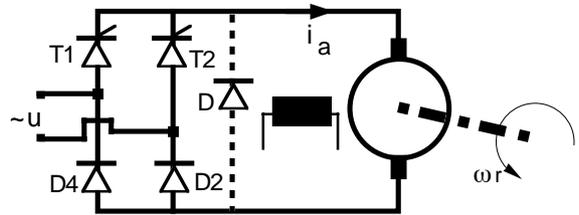
Da expressão do binário pode-se retirar o valor da corrente eléctrica $I_a = (T_{el} / K \cdot \phi)$, que substituído na expressão da tensão permite escrever: $U_a = R_f \cdot I(T_{el} / K \cdot \phi) + K \cdot \omega_r \cdot \phi$, e desta expressão retira-se a expressão da velocidade de accionamento do motor,

$$U_a - R_f \cdot I(T_{el} / K \cdot \phi) = K \cdot \omega_r \cdot \phi, \text{ e}$$

$$\omega_r = (U_a / K \cdot \phi) - R_f \cdot I(T_{el} / (K \cdot \phi)^2) = \omega_{r0} - R_f \cdot I(T_{el} / (K \cdot \phi)^2)$$

em que $\omega_{r0} = (\sqrt{2} \cdot U_{ef} / 2 \cdot \pi) \cdot ((1 + \cos \alpha) / (K \cdot \phi))$ é a velocidade em vazio ($T_{el} = 0$).

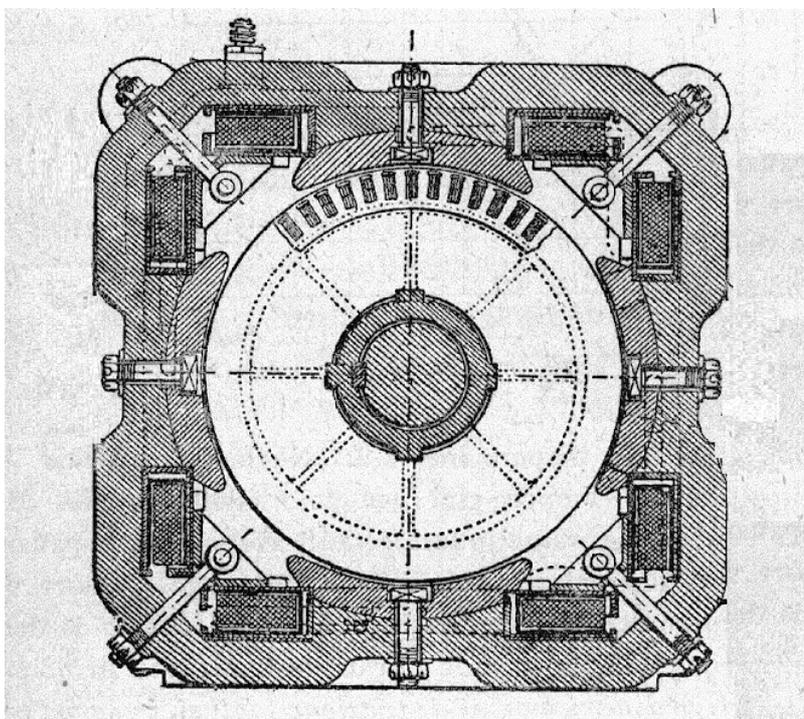
O funcionamento do motor é caracterizado pela permanente sucessão de estados transitórios: ligação da tensão, quando os tiristores entram em condução; alimentação com forma de onda não sinusoidal; anulação da tensão de alimentação, com libertação da energia armazenada no campo magnético da máquina. Também o funcionamento do conversor electrónico é influenciado por uma carga eléctrica fortemente indutiva e com uma



força electromotriz variável.

Este sistema de controlo de potência, que não permite a inversão do sentido de marcha do motor, excepto se existisse um sistema de controlo, do tipo contactor, que invertesse o sentido da tensão aplicada ao circuito indutor, é um sistema electromecânico de conversão de energia em que o controlo dos circuitos de disparo dos tiristores pode ser feito em obediência a uma estratégia de controlo; como por exemplo, e controlo óptimo do tempo de actuação mantendo a velocidade estabilizada.

O regime de funcionamento de um sistema electromecânico de conversão de energia que está alimentado por um conversor electrónico de energia é complexo, e o seu estudo envolve a aplicação de um conjunto de conhecimentos vasto, que engloba noções de Electromagnetismo Aplicado, Mecânica, Conversão Electromecânica de Energia, Electrónica de Potência e Teoria dos Sistemas de Controlo. A síntese desses conhecimentos pode ser feita no estudo dos *Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia*.



Sistemas Electrostáticos

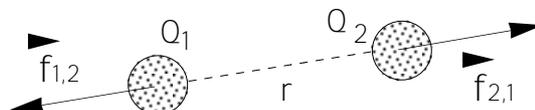
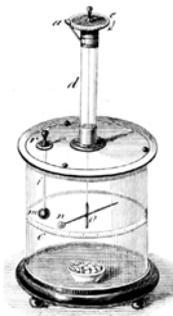
Desde que pela primeira vez foi caracterizado o fenómeno eléctrico — *atração de pequenos corpos pelo âmbar friccionado* — o campo eléctrico surgiu como um campo de força. No entanto, inicialmente, o aproveitamento útil dessa criação de uma força mecânica só foi utilizado nos Instrumentos Científicos.

Em 1600 no seu livro “*de Magnet*” William Gilbert (1544–1603) definiu a linha de actuação da força de interacção entre o âmbar e um pequeno corpo (pequena palha) e apresentou um aparelho indicador da presença de um corpo electrizado: o *versorium*.



Em 1785 e em 1787 Charles Augustin Coulomb (1736–1806) publicou as suas duas memórias sobre a confirmação experimental da formulação da Lei Fundamental da Electrostática. Servindo-se de uma balança de torção realizou ensaios laboratoriais que confirmaram a fórmula de variação da força de repulsão entre dois corpos pontuais electrizados. Estudos subsequentes levaram ao actual enunciado:

Lei de Coulomb — *a força de repulsão entre duas cargas iguais de electricidade concentradas em dois pontos de um meio isotrópico é proporcional ao produto da sua amplitude e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas e à constante dieléctrica do meio.* A força que se exerce entre cargas eléctricas de tipo diferente é uma força de atracção.

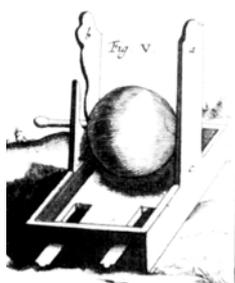


$$\vec{f} = \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_m} \right) \cdot \left(\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \right) \cdot \vec{r}_0$$

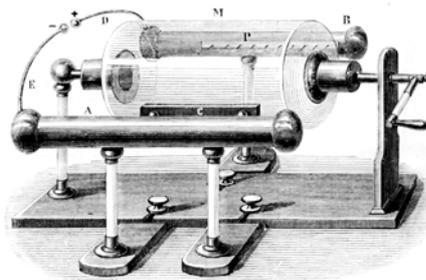
Apesar de conhecida a acção electromecânica entre cargas eléctricas, no estudo e no desenvolvimento da Electrostática sempre houve maior preocupação com o desenvolvimento dos meios de gerar a electricidade do que houve preocupação no aproveitamento útil da acção electromecânica de, criando movimento, produzir trabalho. O que se deve à situação social vigente na época destes estudos — desde meados do século XVIII até ao princípio do século XIX.

As primeiras *máquinas electrostáticas*, na altura simplesmente designadas por máquinas eléctricas, foram aparelhos geradores de electricidade, onde os fenómenos do atrito de substâncias heterogéneas ou da influência eléctrica (indução) foram utilizados para obter uma determinada diferença de potencial entre dois condutores isolados ou entre um condutor e o solo.

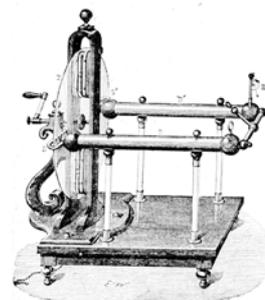
Em 1672 Otto de Guerick (1602–1686) publicou um livro de física onde descreveu uma máquina que, depois, passou a ser considerada uma máquina electrostática, embora não tivesse sido desenvolvida com esse fim — tratava-se de uma bola de enxofre derretido que rodava em torno de um eixo accionado por uma mão do experimentador, enquanto a outra mão atritava a bola de enxofre derretido. Seguiram-se vários modelos de máquinas electrostáticas de atrito, como a máquina de Edward Nairne (1726–1806) que em 1772 construiu uma máquina para fins terapêuticos, e substituiu o globo de enxofre por um cilindro de vidro, e a máquina de Jesse Ramsen (1735–1806) que em 1766 desenvolveu uma máquina com um disco de vidro. Entretanto iam-se desenvolvendo também as *máquinas electrostáticas de influência* ou *de indução*. Em 1933 ainda foi desenvolvido, para aplicação na investigação em Física Nuclear, o gerador de Van de Graff capaz de produzir uma alta tensão a partir de uma relativamente pequena potência mecânica (p. ex.: $U \approx 1 \text{ MV}$, $I \approx 1 \text{ mA}$).



O. Guericck (1672)

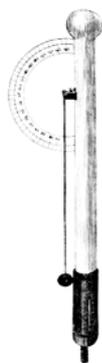


E. Nairne (1772)

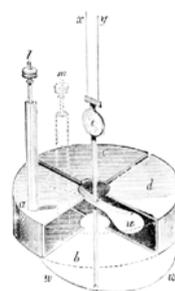


J. Ramsen (1766)

Mas aplicação da acção mecânica entre cargas eléctricas foi utilizada como princípio de funcionamento de um tipo de Instrumento Científico destinado a detectar a presença de electricidade num corpo ou destinado a medir a quantidade de carga eléctrica presente no corpo — o *electrómetro*.



Henley (1770)



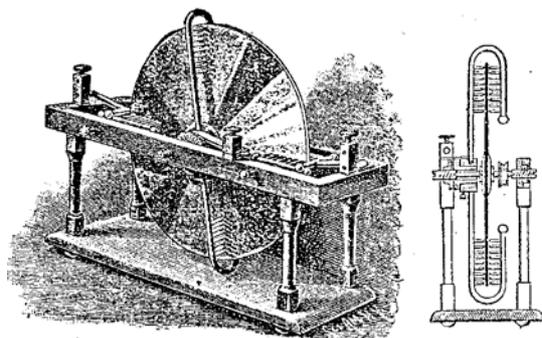
W. Thomson (1867)

Apesar de conhecidos alguns fenómenos de movimento originado pela presença de corpos electrizados e da publicação da descrição de algumas máquinas capazes de criarem movimento depois de alimentadas por um gerador electrostático, nunca houve um desenvolvimento desses motores para fins úteis, como nessa mesma época estava a ocorrer com os motores electromagnéticos — máquinas em que uma força mecânica resultava da interacção entre uma corrente eléctrica e um campo magnético.

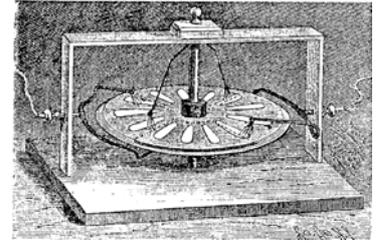
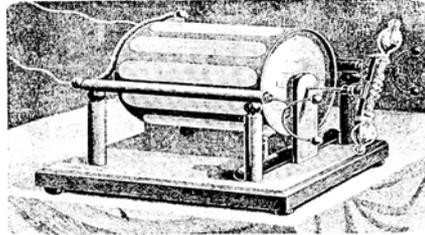
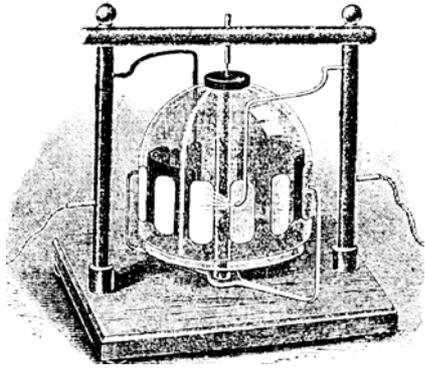
1868 – J. C. Poggendorf (físico alemão) verificou que um pouco de mercúrio contido num tubo de Geissler se movimentava ao longo do tubo e entre os dois pólos quando estes estavam ligados aos eléctrodos de uma máquina electrostática activa.

1873 – na sequência de experiências de Poggendorf e de Christiansen, Grüel fez rodar um vaso de vidro (garrafa, bola ou cilindro) em torno de um eixo vertical em aço. Dois pentes iguais, isolados e colocados em posição diametral relativamente ao vaso de vidro, estavam ligados aos terminais de uma máquina electrostática. O vaso só entrava em movimento (— *só arrancava* —) em qualquer dos sentidos de rotação depois de se aplicar um pequeno impulso manual. Quando os dois pentes eram desiguais o vaso entrava imediatamente em rotação e sempre num mesmo sentido.

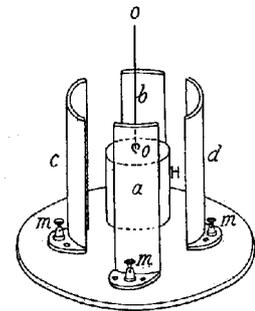
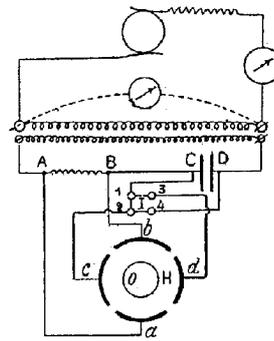
1891– J. W. Davis e J. B. Farrington de Nova York inventaram e patentearam um motor electrostático *para fins experimentais*. Um disco em matéria isolante estava colocado entre dois conjuntos de dois pentes colocados segundo duas direcções quase-perpendiculares. Cada um dos conjuntos de pentes estava ligado a um terminal diferente de uma máquina electrostática.



1892– Inspirando-se numa descrição do motor electrostático de Wimshurst, um electrotécnico americano MacVay construiu diversos modelos de motores.



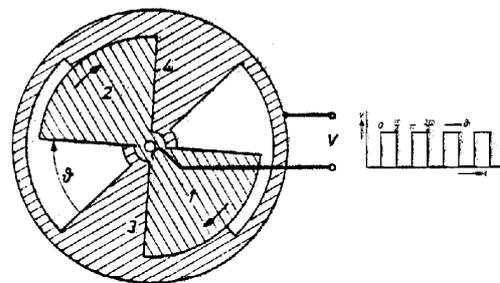
1892 – Partindo dos trabalhos de Galileo Ferraris (1847–1897) sobre o campo magnético girante (1888), obtido a partir de duas bobinas independentes afastadas de $\pi/2$ rad no espaço e percorridas por correntes eléctricas esfasadas de $\pi/2$ rad no tempo, o engenheiro italiano Ricardo Arno criou um campo electrostático girante, entre dois pares de armaduras afastadas de $\pi/2$ rad, a partir de dois campos electrostáticos rectangulares esfasados de um quarto de período (criados pelo esfasamento que existe entre a tensão de carga de um condensador e a tensão alternada entre os terminais de uma



resistência colocada em série com o condensador no circuito eléctrico de alimentação), como no circuito eléctrico que está representado na figura. No interior das armaduras existia um cilindro móvel de material dieléctrico (mica, ebonite, cartão) com uma assinalável *histerese dieléctrica* (C. P. Steinmetz, 1891). Era um *motor electrostático de histerese*, e serviu para estudos sobre a energia de perdas por histerese dieléctrica. Alimentado a uma tensão de 3,8 kV, 40 Hz atingiu uma velocidade de 250 rot/min.

O motor de Ricardo Arno era um motor electrostático assíncrono, porque não existia uma relação constante entre a velocidade de rotação do motor e a frequência da tensão de alimentação. Durante muitos anos este tipo de motor serviu para efectuar estudos sobre as propriedades dos materiais dieléctricos, principalmente a histerese dieléctrica, mas não foi efectuada o desenvolvimento do motor com o fim da sua aplicação industrial. Só em **1931** o motor assíncrono electrostático voltou a ser investigado num trabalho de doutoramento efectuado por K. Strobl, sem se efectuar a construção de um protótipo e sem se notar interesse da indústria pelo motor.

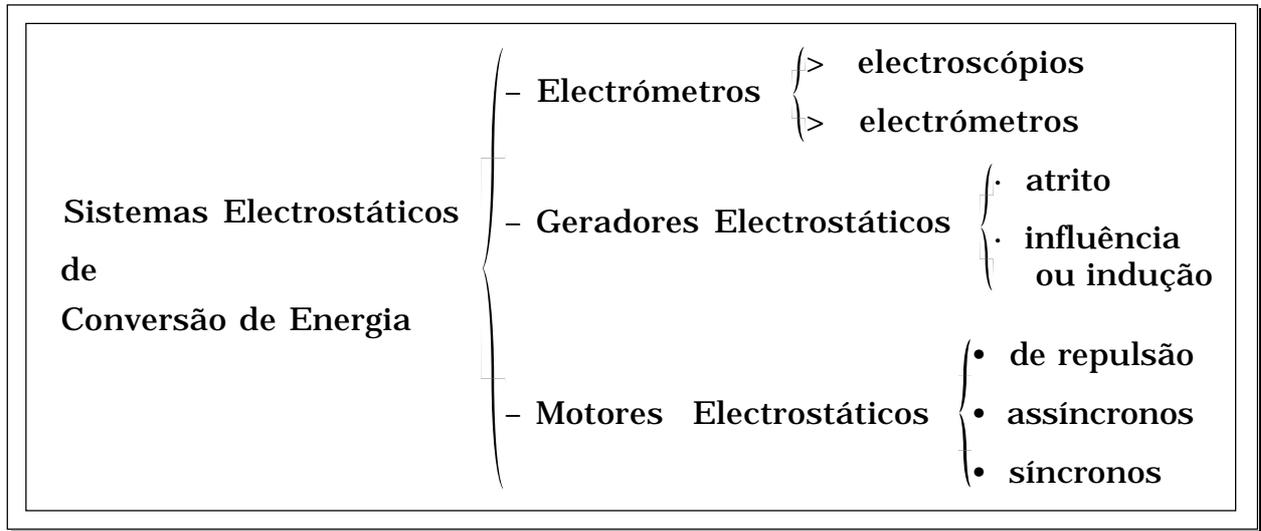
Em **1907** numa dissertação W. Petersen estudou um motor electrostático síncrono. O princípio de funcionamento do *motor electrostático síncrono* encontra-se ilustrado na figura junta. Este motor (análogo a um condensador variável rotativo com construção equilibrada) é alimentado com uma onda de tensão rectangular, que é aplicada entre o estator e ao rotor. No momento de aplicação da tensão a lâmina rotórica é atraída pela parte estatórica enquanto que nos momentos em que não há tensão aplicada, quando as duas lâminas estão coincidentes, o rotor move-se por inércia. Pode-se verificar que a velocidade de rotação do motor está directamente relacionada com a frequência da tensão de alimentação através do número de pares de lâminas estatóricas (com uma função semelhante aos pólos do motor electromagnético).



Em **1933** o motor electrostático síncrono foi estudado por J. G. Trump, submetido a tensão elevada mas

isolado por vˆcuo. Trump construiu um motor electrostˆtico sˆncrono experimental, que foi alimentado com um onda de 90 kV, 60 Hz, e forneceu uma potˆncia mecˆnica de 60 W.

Os diversos sistemas electromecˆnicos de conversˆo de energia, baseados no aproveitamento do campo elˆctrico — *sistemas electrostˆticos* — encontram-se sistematizados no quadro seguinte.

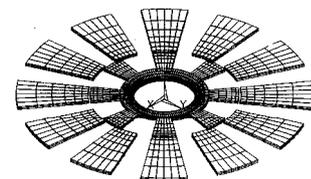


Nos anos que se seguiram o interesse pelos motores electrostˆticos foi muito pequeno. Este tipo de motores elˆctricos tem alguns problemas prˆprios, que impediram um desenvolvimento industrial e uma aplica˜o anˆlogos aos que tiveram os motores electromagnˆticos. Nos motores electrostˆticos a sua potˆncia ˆtil estˆ limitada por aspectos construtivos de isolamento que impˆem que, para uma determinada distancia entre os elementos do estator e do rotor, exista um valor mˆximo de tensˆo de ruptura do dielˆctrico que os separa (relembrar que o ar tem uma intensidade do campo elˆctrico de ruptura igual a 30 KV/cm, em determinadas condi˜oes de pressˆo atmosfˆrica e de temperatura). O valor da tensˆo de ruptura poderˆ ser aumentado por altera˜o do dielˆctrico, por exemplo colocando o motor no vˆcuo; mas, nessa situa˜o o motor electrostˆtico tem um aspecto construtivo, volume e complexidade dos orgˆos auxiliares, demasiado complicado e caro. Outro factor impeditivo do desenvolvimento e da aplica˜o dos motores electrostˆticos ˆ a propriedade dos materiais utilizados na constru˜o destes motores admitirem o armazenamento de energia com uma densidade de energia do campo elˆctrico inferior ˆ densidade de energia do campo magnˆtico armazenada nos materiais ferromagnˆticos utilizados nos motores electromagnˆticos.

Em **1971** S. Choi e D. Dunn publicaram um artigo sobre um motor de indu˜o de cargas superficiais que utiliza a interac˜o entre um campo elˆctrico girante e a distribu˜o superficial de cargas elˆctricas induzidas na superfˆcie do dielˆctrico rotˆrico pelo campo elˆctrico girante. Foi construˆdo um protˆtipo experimental com um diˆmetro rotˆrico de 30 cm que se mostrou sensˆvel ao desequilˆbrio do sistema trifˆsico de tensˆo de alimenta˜o e ˆ excentricidade do rotor, mas nˆo foi apresentado qualquer significado prˆtico para este motor.

Sˆ em **1988** foi divulgado o reˆncio da investiga˜o em motores electrostˆticos. Nessa ˆpoca tomou-se conhecimento que estavam a ser estudados e fabricados micromotores — motores com cerca de 70 micrˆmetros de diˆmetro e fabricados com uma tecnologia anˆloga ˆ empregue na constru˜o dos circuitos integrados de silˆcio. Apesar das suas pequenas dimensˆes o binˆrio mecˆnico desenvolvido por estes micromotores era suficiente para vencer o binˆrio de atrigo nos mancais.

Depois daquela data a investiga˜o dos micromotores electrostˆticos tem aumentado no domˆnio do projecto assistido por computador, da metalurgia do silˆcio, manufactura dos



malha do modelo numˆrico (MEF)
de apoio ao projecto de um micromotor 12/8



corte longitudinal de um micromotor
construˆdo como um circuito integrado

diˆmetro total = 200 μm, altura ˆtil = 4 μm
binˆrio mˆximo = 14 pNm

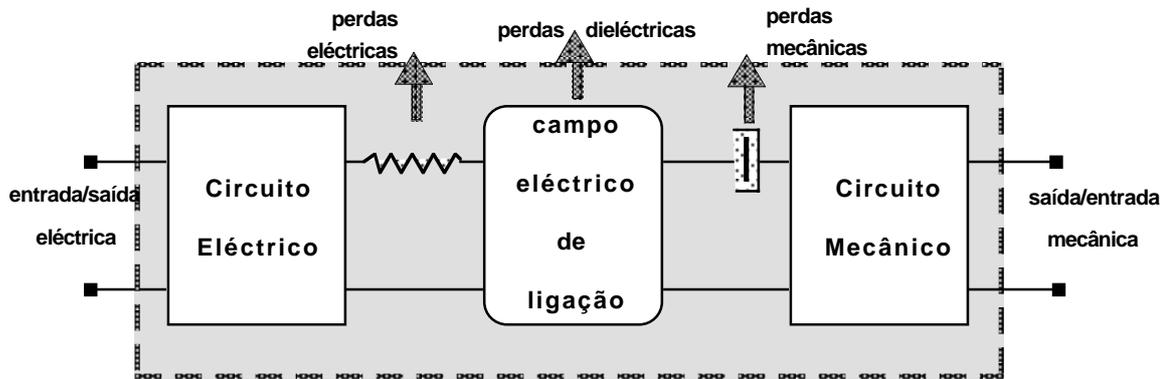
dispositivos, do desenvolvimento dos orgˆaos mecˆnicos, dos micromotores e tambem dos microsensores. Estes micromotores destinam-se a ser aplicados na medicina e na indˆustria.

1 Sistemas Electrostˆticos de Conversˆo de Energia

Os *sistemas electrostˆticos de conversˆo de energia* destinam-se a promover uma transformaˆo de energia, envolvendo a energia elˆctrica e a energia mecˆnica atravˆs de uma campo elˆctrico de ligaˆo.

1.1 Princˆpio de Funcionamento

Neste ponto sˆo serˆo estudados os sistemas em que o campo de ligaˆo ˆ um campo elˆctrico — *sistemas electrostˆticos*. Devido ˆ pequena importˆncia na actualidade dos geradores electrostˆticos sˆo se farˆ referˆncia aos sistemas de conversˆo de energia elˆctrica em energia mecˆnica — *motores*.

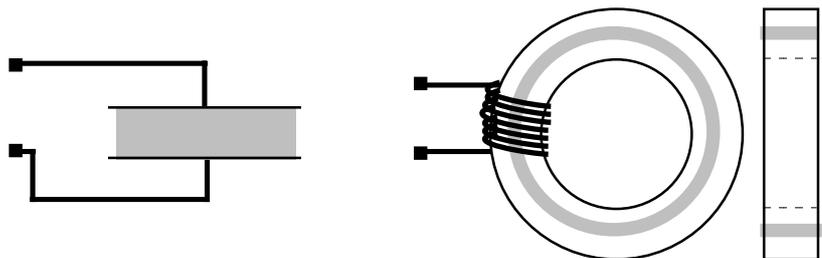


Num motor electrostˆtico a energia elˆctrica fornecida ao motor destina-se a criar um campo elˆctrico e a ser convertida em energia mecˆnica. As perdas elˆctricas no circuito elˆctrico — perdas por efeito Joule — sˆo muito pequenas, porque neste circuito nˆo ˆ necessˆrio circular uma corrente elˆctrica com uma intensidade significativa; o campo elˆctrico ˆ criado apenas pela diferenˆa de potencial entre os elˆctrodos.

A energia do campo elˆctrico encontra-se distribuˆda no espaˆo do meio dielˆctrico que separa o elˆctrodo fixo do elˆctrodo mˆvel. Uma pequena parte dessa energia destina-se a alimentar as *perdas dielˆctricas* — perdas por histerese dielˆctrica e perdas pelo transporte de cargas elˆctricas na superfˆcie dos dielˆctricos sˆlidos.

A energia sobranante ˆ integralmente convertida em energia mecˆnica, atravˆs do aproveitamento da interacˆo entre o campo elˆctrico e as cargas elˆctricas associadas ˆ parte mˆvel do sistema. A movimentacˆo da parte mˆvel do sistema electromecˆnico de conversˆo de energia faz-se com perdas de energia por atrito, o que diminui a energia ˆtil disponibilizada pelo sistema. ˆ, por isso, muito importante a caracterizaˆo, o estudo e a melhoria do atrito nos motores electrostˆticos.

Analisando a porˆo de energia do campo elˆctrico que nele estˆ distribuˆda atravˆs da densidade volˆmica de energia, verifica-se que essa densidade de energia tem por expressˆo $w = (1/2) \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$.



Como a intensidade do campo elˆctrico de ruptura do dielˆctrico ar, em certas condiˆoes de temperatura e pressˆo atmosfˆrica, ˆ de $3 \cdot 10^6$ V/m, a constante de permeabilidade do vˆazio ˆ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m, a densidade de energia mˆxima

admissível é de

$$w_{el} = (1/2) \cdot (8,85 \cdot 10^{-12}) \cdot (3 \cdot 10^6)^2 \approx 39,8 \text{ J/m}^3.$$

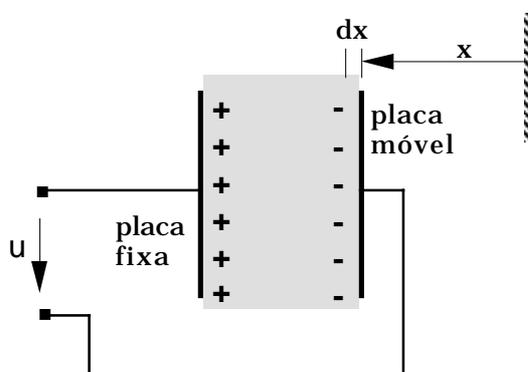
A comparação daqueles dois valores para a densidade de energia distribuída no campo de ligação ($89,5 \cdot 10^4 \gg 39,8$) permite justificar porque houve mais interesse e foi mais importante o desenvolvimento dos sistemas electromecânicos baseados num campo magnético de ligação (distribuindo-se por um circuito de material ferromagnético) do que o desenvolvimento dos sistemas electrostáticos.

Para além do inconveniente resultante de um menor valor da densidade de energia possível de armazenar no campo eléctrico, o comportamento no tempo do material dieléctrico submetido a um campo eléctrico intenso também contribui para a falta de interesse industrial pelos motores electrostáticos.

1.2 Sistema Electrostático — condensador plano de placa móvel

Um sistema electromecânico de conversão de energia muito simples e utilizando como campo de ligação o campo eléctrico é o condensador plano de placa móvel.

Aplicando um tensão eléctrica aos terminais, as placas do condensador carregam-se, e surge uma força mecânica de atracção entre as placas; como uma das placas é móvel terá um movimento de aproximação da placa fixa. Nesta acção electromecânica há conversão de energia eléctrica em energia mecânica, servindo o campo eléctrico como campo de ligação entre o circuito eléctrico e o circuito mecânico (que neste simples caso é apenas constituído pela placa móvel).



Para estudar o sistema há, ainda, que estabelecer as **condições de estudo** ou hipóteses simplificativas:

- que o campo electromagnético no espaço do condensador é puramente eléctrico, com uma distribuição espacial homogénea;
- que o material dieléctrico, que separa as placas do condensador, não tem perdas dieléctricas;
- que também não há perdas eléctricas no circuito, e
- que não há perdas mecânicas por atrito durante o movimento da placa do condensador.

É agora possível efectuar o balanço energético deste sistema electromecânico.

Num intervalo de tempo infinitesimal dt , a porção elementar de energia eléctrica fornecida ao sistema dW_{el} é igual à soma da porção elementar de energia distribuída no campo eléctrico dW_V com a porção elementar de energia convertida integralmente em energia mecânica dW_{mec} .

$$dW_{el} = dW_V + dW_{mec}$$

A energia eléctrica fornecida ao sistema, atendendo a que a tensão aplicada ao sistema pode variar mas que tem o valor instantâneo u , é $dW_{el} = u \cdot dq$, mas a quantidade de electricidade presente no condensador é $q = C \cdot u$, e como a capacidade do condensador varia durante o movimento da placa resulta que a variação infinitesimal de energia durante esse movimento é dada por $dW_{el} = u^2 \cdot dC + u \cdot C \cdot du$, em que C é o valor instantâneo da capacidade.

A energia armazenada no campo eléctrico de ligação é $W_V = (1/2) \cdot C \cdot u^2$. A porção elementar de energia armazenada no campo eléctrico de ligação é dada pela expressão: $dW_V = u \cdot C \cdot du + (u^2/2) \cdot dC$. Atendendo à expressão do balanço energético no sistema, resulta que

$$u^2 \cdot dC + u \cdot C \cdot du = u \cdot C \cdot du + (u^2/2) \cdot dC + dW_{mec} \quad \text{ou} \quad dW_{mec} = (u^2/2) \cdot dC$$

Como a energia mecânica é aplicada no trabalho efectuado por uma força f para deslocar a placa da

distˆncia infinitesimal dx ; $dW_{\text{mec}} = f \cdot dx$, serˆ

$$f = \frac{u^2}{2} \cdot \frac{dC}{dx} \quad \text{ou} \quad f = \frac{q^2}{2 \cdot C^2} \cdot \frac{dC}{dx}$$

Uma deduˆo anˆloga permitiria deduzir a expressˆo do binˆrio para um sistema electrostˆtico rotativo como funˆo da variaˆo da capacidade com o ˆngulo de rotaˆo θ :

$$T = \frac{u^2}{2} \cdot \frac{dC}{d\theta} \quad \text{ou} \quad T = \frac{q^2}{2 \cdot C^2} \cdot \frac{dC}{d\theta}$$

Um aspecto interessante da anˆlise energˆtica efectuada, para alˆm da determinaˆo da fˆrmula para a forˆa mecˆnica que se exerce na placa do condensador ˆ a possibilidade de verificar que, se a quantidade de electricidade q permanecer constante no condensador (para o que basta desligar a fonte de tensˆo, e entˆo $dW_{\text{el}} = 0$), a energia mecˆnica resulta integralmente da conversˆo de energia armazenada no campo elˆctrico de ligaˆo.

Como $W_V = (1/2) \cdot C \cdot u^2$, e $u = q/C$, resulta que $dW_V = (q/C) \cdot dq - (q^2/2 \cdot C^2) \cdot dC$, e quando a quantidade de electricidade q permanece constante ˆ $dq = 0$, e $dW_V = -\frac{q^2}{2C^2} \cdot dC$,

$$dW_V = -\frac{q^2}{2C^2} \cdot dC = -dW_{\text{mec}}$$

Quando a quantidade de electricidade q permanece constante, a energia mecˆnica fornecida pelo sistema ˆ carga mecˆnica ˆ igual ˆ diminuiˆo da energia distribuˆda no campo elˆctrico de ligaˆo do sistema electromecˆnico.

Este processo de conversˆo de energia ˆ reversıvel mas nˆo interessa aqui considerar o funcionamento do sistema como gerador. O condensador plano de placas mˆveis pode ser tomado como um modelo do microfone electrostˆtico, sˆ que nesse caso, e quanto ˆ conversˆo electromecˆnica de energia, funciona como gerador, e quanto ao valor da potˆncia em jogo verifica-se que ˆ pequeno.

1.3 Teoria Generalizada

A conversˆo electromecˆnica de energia electrostˆtica dˆ-se num sistema complexo, habitualmente rotativo, como se pˆde ver na descriˆo introdutˆria dos diferentes motores electrostˆticos desenvolvidos ao longo do tempo. Estas estruturas devido ˆ sua complexidade sˆ podem ser modelizadas se se efectuar uma selecˆo entre os seus muitos e variados aspectos reais. Torna-se necessˆrio criar um modelo simbˆlico com as suas propriedades elˆctricas e mecˆnicas expressas por relaˆoes matemˆticas. Desta forma ˆ possıvel tratar aquelas equaˆoes por mˆtodos matemˆticos seguros, de forma a obterem-se resultados precisos e conclusivos.

Existem vˆrios mˆtodos para estudar um sistema electromecˆnico electrostˆtico, aparecendo como mais completos os que sˆo baseados na Teoria Generalizada – em que o sistema ˆ visto como um conjunto de circuitos elˆctricos de parˆmetros concentrados em movimento relativo, com os circuitos elˆctricos ligados por um campo electrostˆtico.

Na aplicaˆo da Teoria Generalizada hˆ que construir um modelo fısico do sistema electromecˆnico (*modelizaˆo*), que poderˆ ser uma aproximaˆo drˆstica desse sistema e que serˆ caracterizado por *parˆmetros* que pertencem a um sistema de *equaˆoes fundamentais* que traduz dentro de certos limites – *domınio de validade* – a realidade do sistema.

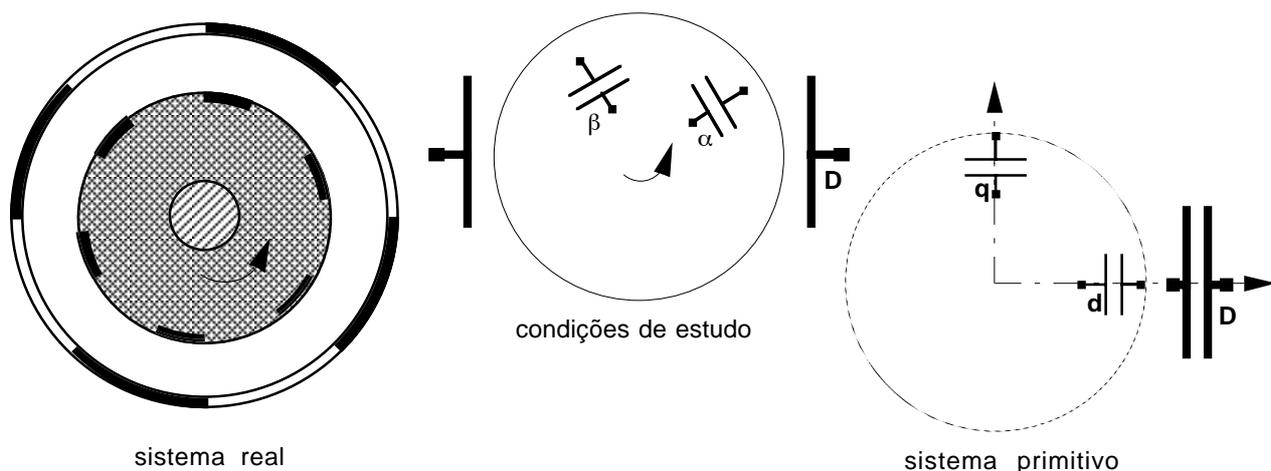
Para se iniciar a modelizaˆo de um sistema electrostˆtico de conversˆo de energia comeˆa-se por estabelecer as *condiˆoes de estudo (A)* que caracterizam e limitam a validade do modelo. Depois definem-se os *parˆmetros* elˆctricos e mecˆnicos (*B*) que irˆo caracterizar o sistema. Recorrendo a leis fısicas, leis do Electromagnetismo e da Mecˆnica, estabelecem-se as *equaˆoes fundamentais (C)* que regem o funcionamento do sistema electrostˆtico nas condiˆoes de estudo adoptadas. O sistema de equaˆoes que regem o funcionamento do sistema electrostˆtico devem ser resolvidas e os resultado confrontado com o sistema real (*validaˆo do modelo*).

Eventualmente as equaˆcˆes fundamentais apresentam um tratamento analı́tico difıcil, pelo que se terˆo de efectuar transformaˆcˆes matemáticas – *transformaˆcˆes passivas* –, capazes de criar um conjunto de equaˆcˆes fundamentais com mais f´acil tratamento analı́tico, e que correspondem a um modelo fı́sico (idealizado) ainda mais simples.

A) – Condiˆcˆes de Estudo

- ① apesar do sistema electrostático poder ser construı́do com um n´umero elevado de sectores metálicos isolados, através de uma transformaˆcˆo, envolvendo os ângulos geométricos de localizaˆcˆo no espaˆco entre a estrutura estática e a estrutura móvel ou o n´umero de fases do sistema de tensˆo de alimentaˆcˆo, podem ser reduzidos a uma m´aquina bipolar ou bifásica.
- ② nos circuitos eléctricos, devido ao baixo valor da intensidade de corrente eléctrica, despreza-se a resistˆencia eléctrica, e as suas consequˆencias como o efeito Joule.
- ③ considera-se que todos os fen´omenos decorrem com uma variaˆcˆo no tempo suficiente mente lenta que permite considerar que o campo electromagnético no espaˆco do sistema é apenas um campo electrostático, desprezando-se qualquer distribuiˆcˆo de energia magnética no campo. Desprezam-se assim quaisquer indutâncias distribuı́das nos circuitos eléctricos do sistema electromecânico.
- ④ normalmente considera-se que o material que constitui o dieléctrico tem propriedades lineares. Mas no caso do motor de histerese considere-se a histerese dieléctrica do material (propriedade nˆo linear).
- ⑤ fazem-se ainda outras consideraˆcˆes sobre a nˆo variaˆcˆo das propriedades eléctricas do material com as condiˆcˆes ambientais (variaˆcˆo com a temperatura), com o valor da frequˆencia das grandezas eléctricas e com as propriedades mecânicas dos materiais utilizados na construˆcˆo do sistema eléctrico.
- ⑥ o sistema electromecânico é equilibrado e simétrico, sendo o estudo feito num plano médio da estrutura do sistema nˆo se fazendo sentir a parte terminal dos diferentes orgˆaos.

O sistema electromecânico de conversˆo de energia, idealizado através das condiˆcˆes de estudo acima apresentadas, pode ser representado por um conjunto (normalmente dois: um fixo e um móvel) de circuitos eléctricos, interligados pelo campo eléctrico, como se encontra representado na figura seguinte, e como se poderá verificar através da concordância do valor das grandezas fı́sicas determinado com o auxı́lio do modelo e a sua actual contraparte.



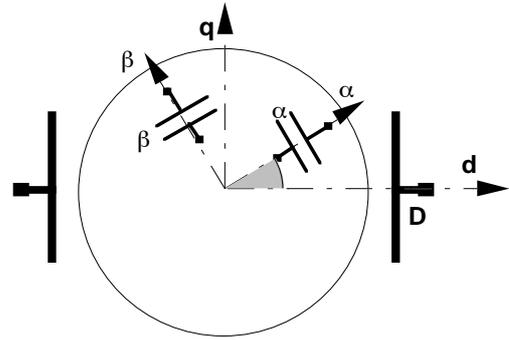
Para este esquema electromecânico, representando o sistema electromecânico, dentro das condiˆcˆes de estudo, estabelecem-se ainda as *convenˆcˆes de sinal* inerentes às funˆcˆes do diferentes circuitos e ao movimento da energia no sistema, consumidor ou produtor.

B) – Parâmetros

As diferentes partes do sistema electromecânico serˆo caracterizadas por parâmetros eléctricos e por parâmetros mecânicos.

PARˆMETROS ELˆCTRICOS –

Os diferentes circuitos elˆctricos, interligados por um campo elˆctrico, sˆo caracterizados por parˆmetros. Esses parˆmetros elˆctricos sˆo capacidades, que para as respectivas condiˆcˆes de estudo, sˆo parˆmetros concentrados lineares e permanecem constantes com a variaˆcˆo das grandezas elˆctricas.



- **C_{DD}** – A capacidade segundo o eixo D devido ˆ tensˆo aplicada segundo esse eixo ˆ um constante, porque as grandezas que a definem nˆo variam com o movimento do rotor.
- **C_{αD}, C_{βD}** – com o movimento a capacidade segundo um eixo rotˆrico (α ou β) devida ˆ tensˆo aplicada segundo o eixo D, varia sinusoidalmente, porque assim varia a tensˆo ao longo do espaˆo inter-partes – $u_D(\alpha_r) = U_D \cdot \cos(\alpha_r)$. A capacidade C_{αD} varia com o ˆngulo rotˆrico da seguinte forma: ˆ mˆxima quando os eixos estˆo segundo a mesma direˆcˆo: C_{dD}, e ˆ nula quando os eixos estˆo segundo direˆcˆes perpendiculares,

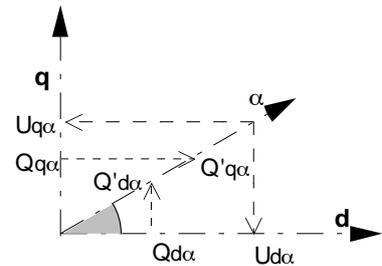
$$C_{\alpha D} = C_{dD} \cdot \cos \alpha_r$$

$$\text{Da mesma forma para } C_{\beta D} = C_{dD} \cdot \cos (\alpha_r + (\pi/2)) = - C_{dD} \cdot \text{sen} \alpha_r$$

Pelas condiˆcˆes de simetria, das propriedades fˆsicas do sistema electromecˆnico serˆ:

$$C_{\alpha D} = C_{dD} \cdot \cos \alpha_r = C_{D\alpha} \quad \text{e} \quad C_{\beta D} = - C_{dD} \cdot \text{sen} \alpha_r = C_{D\beta}$$

- **C_{αα}; C_{ββ}** – Num sistema electromecˆnico rotativo, a distribuiˆcˆo da tensˆo ao longo do espaˆo entre a parte fixa e a parte mˆvel ˆ sinusoidal, ou sendo periˆdica pode ser representada pelo termo fundamental da sua decomposiˆcˆo em sˆrie de Fourier. Tomando como referˆncia o eixo de simetria que atravessa as placas rotˆricas α, a expressˆo da variaˆcˆo da tensˆo com o ˆngulo elˆctrico de posiˆcˆo α_r ˆ: $u_{\alpha}(\alpha_r) = U_{\alpha} \cdot \cos(\alpha_r)$.



Esta distribuiˆcˆo de tensˆo, com uma variaˆcˆo sinusoidal no espaˆo ˆ decomponˆvel segundo os dois eixos estˆticos **d** e **q** (de uma forma anˆloga ˆ que estabeleceu A. Blondel em 1899 para a distribuiˆcˆo de forˆa magnetomotriz nos alternadores sˆncronos trifˆsicos – *teoria das duas reaˆcˆes*), tendo cada componente, segundo cada um dos eixos principais **d, q**, um percurso num meio com capacidade diferente, C_d ≠ C_q.

A quantidade de electricidade segundo cada eixo rotˆrico ˆ dada por Q = C·U, em que C ˆ a capacidade, que ˆ um valor constante dentro das condiˆcˆes de estudo estabelecidas. Assim,

estabelecidas. Assim,

$$Q_{d\alpha} = C_d \cdot U_{\alpha} \cdot \cos \alpha_r \quad \text{e} \quad Q_{q\alpha} = - C_q \cdot U_{\alpha} \cdot \text{sen} \alpha_r$$

Estas duas cargas elˆctricas, que tˆm como componente segundo o eixo α, Q'_{dα} = Q_{dα}·cos α_r, e Q'_{qα} = - Q_{qα}·sen α_r, contribuem para a carga elˆctrica nesse eixo com a soma dos contributos de cada componente.

$$Q_{\alpha\alpha} = Q'_{d\alpha} + Q'_{q\alpha} = Q_{d\alpha} \cdot \cos \alpha_r + (- Q_{q\alpha} \cdot \text{sen} \alpha_r) = C_d \cdot U_{\alpha} \cdot \cos \alpha_r \cdot \cos \alpha_r + C_q \cdot U_{\alpha} \cdot \text{sen} \alpha_r \cdot \text{sen} \alpha_r$$

$$\text{atendendo a que } \cos^2 \alpha_r = (1 + \cos 2\alpha_r)/2 \quad \text{e} \quad \text{sen}^2 \alpha_r = (1 - \cos 2\alpha_r)/2,$$

e reordenando

$$Q_{\alpha\alpha} = (U_{\alpha}/2) \cdot (C_d + C_d \cdot \cos 2\alpha_r) + (U_{\alpha}/2) \cdot (C_q - C_q \cdot \cos 2\alpha_r)$$

e

$$C_{\alpha\alpha} = Q_{\alpha\alpha}/U_{\alpha} = (1/2) \cdot (C_d + C_d \cdot \cos 2\alpha_r) + (1/2) \cdot (C_q - C_q \cdot \cos 2\alpha_r) = ((C_d + C_q)/2) + ((C_d - C_q)/2) \cdot \cos 2\alpha_r$$

ou

$$C_{\alpha\alpha} = \frac{C_d + C_q}{2} + \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \cos 2\alpha_r = C_0 + C_2 \cdot \cos 2\alpha_r$$

de modo análogo, obtinha-se

$$C_{\beta\beta} = \frac{C_d + C_q}{2} + \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \cos 2(\alpha_r + (\pi/2)) = C_0 - C_2 \cdot \cos 2\alpha_r$$

- $C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha}$ — as componentes da carga eléctrica segundo os dois eixos principais d, q devidas à tensão eléctrica no eixo α são:

$$Q_{d\alpha} = C_d \cdot U_\alpha \cdot \cos \alpha_r \quad \text{e} \quad Q_{q\alpha} = -C_q \cdot U_\alpha \cdot \sin \alpha_r$$

as componentes da carga eléctrica segundo o eixo β

$${}^\beta Q_{d\alpha} = (C_d \cdot U_\alpha \cdot \cos \alpha_r) \cdot \sin \alpha_r \quad \text{e}$$

$${}^\beta Q_{q\alpha} = (-C_q \cdot U_\alpha \cdot \sin \alpha_r) \cdot \cos \alpha_r$$

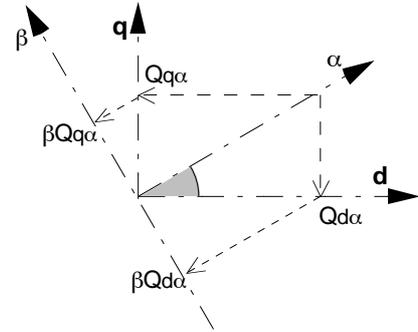
e a quantidade de electricidade segundo o eixo β é

$$Q_{\alpha\beta} = U_\alpha \cdot (C_d - C_q) \cdot \sin \alpha_r \cdot \cos \alpha_r$$

como $\sin \alpha \cdot \cos \beta = (1/2) \cdot (\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta))$

$$Q_{\alpha\beta} = (U_\alpha / 2) \cdot (C_d - C_q) \cdot \sin(2\alpha_r)$$

$$C_{\alpha\beta} = \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \sin(2\alpha_r) = C_{\beta\alpha}$$



e

Para o modelo geral do sistema electromecânico estudado as diferentes capacidades consideradas podem agrupar-se numa matriz: a **matriz das capacidades** [C].

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{DD} & C_{D\alpha} & C_{D\beta} \\ C_{\alpha D} & C_{\alpha\alpha} & C_{\alpha\beta} \\ C_{\beta D} & C_{\beta\alpha} & C_{\beta\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{DD} & C_{dD} \cdot \cos(\alpha_r) & -C_{dD} \cdot \sin(\alpha_r) \\ C_{dD} \cdot \cos(\alpha_r) & C_0 + C_2 \cdot \cos(2\alpha_r) & \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \sin(2\alpha_r) \\ -C_{dD} \cdot \sin(\alpha_r) & \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \sin(2\alpha_r) & C_0 - C_2 \cdot \cos(2\alpha_r) \end{bmatrix}$$

A matriz das capacidades é uma função do tempo [C(t)] através do ângulo de posição rotórico, porque $\alpha_r = \omega_r \cdot t + \alpha_0$.

PARÂMETROS MECÂNICOS —

Os parâmetros mecânicos característicos de um sistema electromecânico de conversão de energia — sistemas electrostáticos — são o coeficiente de atrito D, e o momento de inércia J. Nestes sistemas a caracterização do coeficiente de atrito tem problemas próprios porque nem sempre o atrito é viscoso, e no caso dos micromotores fabricados em silício o problema do atrito é complicado e difícil de estudar (trata-se de **atrito seco** na fase de arranque e de **atrito viscoso** na fase de rotação a alta velocidade (\approx krot/min)).

Estes parâmetros mecânicos são responsáveis, respectivamente, pelo binário de atrito T_a e pelo binário de inércia T_J . Devido ao tipo de materiais isolantes utilizados no rotor, às suas pequenas dimensões e à sua pequena massa, em alguns sistemas o binário de inércia pode ser desprezável face ao binário de atrito.

C) — Equações Fundamentais

As equações matemáticas que regem o funcionamento do sistema electromecânico electrostático podem ser estabelecidas atendendo às leis da Física.

A cada um dos circuitos eléctricos que representam os sectores do sistema electrostático está aplicada

uma tensão, com uma variação no tempo qualquer, que é representada pelo seu valor instantâneo. Aplicando o critério do consumidor aos circuitos do estator e do rotor ($i = Y \cdot u$), e utilizando uma representação matricial, o vector das tensões é: $\{u\} = \{u_D, u_\alpha, u_\beta\}$

As correntes eléctricas (deslocação de cargas eléctricas) que circulam nesses circuitos também podem ser representadas na forma matricial, através do vector das correntes eléctricas instantâneas: $\{i\} = \{i_D, i_\alpha, i_\beta\}$.

EQUAÇÃO ELECTROSTÁTICA

Atendendo às condições de estudo, onde se considerou que as propriedades dos materiais dieléctricos eram lineares e não variáveis durante o funcionamento do sistema, pode-se estabelecer uma relação constante entre a tensão aplicada aos sectores e a quantidade de electricidade existente nas placas desses elementos capacitivos – $\{Q\} = \{Q_D, Q_\alpha, Q_\beta\}$,

• $\{Q\} = [C] \cdot \{u\}$

EQUAÇÃO ELÉCTRICA

Um sistema electromecânico electrostático é essencialmente um poço, ou no caso dos geradores uma fonte, de corrente eléctrica, pelo que satisfaz a forma matricial recíproca da Lei de Ohm: $\{i\} = [Y] \cdot \{u\}$.

Neste caso, em que o sistema electromecânico, sob o ponto de vista eléctrico, é não dissipativo, porque se desprezou a resistência eléctrica dos elementos, os elementos da matriz das admitâncias $[Y]$ têm apenas uma parte correspondente às correntes de circulação $i_m = p(C_{mn} \cdot u_n)$. (em que $p \div d/dt$ é o operador diferencial de Heaviside).

$$\begin{pmatrix} i_D \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} C_{DD} & C_{dD} \cdot \cos(\alpha_r) & -C_{dD} \cdot \sin(\alpha_r) \\ C_{dD} \cdot \cos(\alpha_r) & C_0 + C_2 \cdot \cos(2\alpha_r) & \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \sin(2\alpha_r) \\ -C_{dD} \cdot \sin(\alpha_r) & \frac{C_d - C_q}{2} \cdot \sin(2\alpha_r) & C_0 - C_2 \cdot \cos(2\alpha_r) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_D \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix}$$

ou

• $\{i\} = p([C] \cdot \{u\})$

Note-se que esta equação eléctrica normalmente teria a forma: $\{i\} = [G] \cdot \{u\} + p([C] \cdot \{u\})$

EQUAÇÃO ELECTROMECHANICA

Uma análise energética de um sistema electromecânico electrostático, realizada através da expressão da potência eléctrica absorvida, permite escrever

$$\begin{aligned} P &= \{u\}_T \cdot \{i\} = \{u\}_T \cdot (p([C] \cdot \{u\})) = \{u\}_T \cdot (\omega_r \cdot (d[C]/d\alpha_r) \cdot \{u\} + [C] \cdot p\{u\}) = \\ &= \{u\}_T \cdot \omega_r \cdot (d[C]/d\alpha_r) \cdot \{u\} + \{u\}_T \cdot [C] \cdot p\{u\} = \\ &= (1/2) \cdot \{u\}_T \cdot \omega_r \cdot (d[C]/d\alpha_r) \cdot \{u\} + \left[(1/2) \cdot \{u\}_T \cdot \omega_r \cdot (d[C]/d\alpha_r) \cdot \{u\} + \{u\}_T \cdot [C] \cdot p\{u\} \right] \end{aligned}$$

Uma parte da potência absorvida pelo sistema corresponde à energia armazenada no campo eléctrico ($\left[\right]$) e a outra parte corresponde à energia eléctrica integralmente transformada em energia mecânica.

$P_{mec} = \omega_r \cdot T_{el} = (1/2) \cdot \{u\}_T \cdot \omega_r \cdot (d[C]/d\alpha_r) \cdot \{u\}$

• $T_{el} = \frac{1}{2} \cdot \{u\}_T \cdot \frac{d[C]}{d\alpha_r} \cdot \{u\}$

Considerando agora a parte mecânica do sistema electromecânico verifica-se que o binário electromotor T_{el} vai alimentar o binário de inércia T_J e o binário de atrito T_D e ainda o binário motor aplicado à carga T_c .

• $T_{el} = T_J + T_D + T_c$

As equações fundamentais, apresentadas de uma forma geral, constituem o modelo matemático que pode ser utilizado para efectuar o estudo do comportamento do sistema em regime permanente ou em regime transitório.

$$\begin{aligned} \{Q\} &= [C] \cdot \{u\} \\ \{i\} &= p([C] \cdot \{u\}) \quad \text{ou} \quad \{i\} = [G] \cdot \{u\} + p([C] \cdot \{u\}) \\ T_{el} &= \frac{1}{2} \cdot \{u\}_T \cdot \frac{d[C]}{d\alpha_r} \cdot \{u\} \\ T_{el} &= T_J + T_D + T_c \end{aligned}$$

O estudo das equações fundamentais pode ser feito por simulação computacional, utilizando um método de integração numérica desde que se escolham devidamente as *variáveis de estado* (caracterizando o problema em estudo).

Uma aplicação mais completa da Teoria Generalizada permitiria, com a aplicação de transformadas passivas, efectuar um estudo com equações fundamentais de tratamento matemático mais fácil, embora correspondendo directamente a um modelo físico fictício.

1.4 Aspectos Gerais

Os modernos métodos de análise do funcionamento das máquinas eléctricas — Teoria Generalizada — podem ser utilizados no estudo dos sistemas de conversão electromecânica de energia, sistemas electrostáticos. Outro instrumento de análise pode ser a Teoria do Campo Electromagnético recorrendo a sistemas de análise da distribuição do campo eléctrico, analíticos ou computacionais. Devido à falta de um número elevado de estudos sobre estes sistemas, pode constituir um meio auxiliar de estudo estabelecer uma analogia com um sistema electromecânico electromagnético, como uma máquina eléctrica, recorrendo ao Princípio da Dualidade.

2 Os Actuais Motores Electrostáticos — micromotores

Em estudos sobre a disrupção de dieléctricos gasosos ficou estabelecido por Paschen, e confirmado por outros, que “*há um aumento da intensidade do campo eléctrico de ruptura com a diminuição do produto da distância entre os eléctrodos pela pressão do gás*”. Um exemplo clássico refere a manutenção de um campo eléctrico de $3,2 \cdot 10^7$ V/m numa distância entre eléctrodos de $12,5 \mu\text{m}$ (comparar com $3 \cdot 10^4$ V/m do ar à temperatura e pressão atmosféricas normais).

A aplicação daquela regra a sistemas electrostáticos isolados com filmes de dióxido de silício (SiO_2) permitiu determinar uma intensidade do campo eléctrico de ruptura no ar de $350 \cdot 10^6$ V/m. Como anteriormente pode-se calcular a densidade de energia no campo eléctrico nessas circunstâncias. Verifica-se que, para $w = (1/2) \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$, e como a constante de permeabilidade do dióxido de silício é $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 3,5 \cdot 10^{-11}$ F/m, a densidade de energia máxima admissível é de $w = (1/2) \cdot (3,5 \cdot 10^{-11}) \cdot (200 \cdot 10^6)^2 \approx 70 \cdot 10^4$ J/m³.

O valor da densidade de energia na camada isolante — $70 \cdot 10^4$ J/m³ — é comparável com a densidade de energia distribuída num campo magnético com uma indução de 1,3 T, valor que é habitualmente utilizado no circuito ferromagnético dos sistemas electromecânicos electromagnéticos. Portanto já tem interesse construir sistemas electromecânicos electrostáticos com a tecnologia dos circuitos electrónicos integrados.

Podem-se apresentar as razões que justificam o interesse pelos microsistemas electrostáticos:

- utilizando camadas de isolante (filmes finos) podem-se obter valores de intensidade de campo eléctrico de ruptura mais altos do que com camadas isolantes pouco espessas; a densidade de energia distribuída no campo eléctrico é comparável com a densidade de energia obtida com um circuito magnético, mas trabalhando na entrada da zona de saturação (o que acarreta vários inconvenientes para o sistema electromagnético);
- o desenvolvimento de uma força num sistema electrostático necessita somente de dois eléctrodos finos separados por um isolante. O processo de manufactura dos dispositivos de silício (circuitos integrados) adapta-se bem ao fabrico de diversas formas de eléctrodos e da deposição de finas camadas de material isolante, e

- c) um sistema electrostático é alimentado, essencialmente, em tensão. A comutação de tensão é mais rápida e fácil do que a comutação de corrente. Nos sistemas electrostáticos as perdas de energia associadas à resistência eléctrica dos condutores (perdas óhmicas) são muito pequenas.

There's Plenty of Room at the Bottom

por *Richard P. Feynman*, Físico americano
conferência em 26 de Dezembro de 1959

•••

I would like to describe a field, in which little has been done, but in which an enormous amount can be done in principle. This field is not quite the same as the others in that will not tell us much of the fundamental physics (in the sense of "What are the strange particles?") but it is more like solid-state physics in the sense that it might tell us much of great interest about strange phenomena that occur in complex situations. Furthermore, a point that is most important is that it would have enormous number of technical applications.

What I want to talk about is the problem of manipulating and controlling things on a small scale.

As soon as I mention this, people tell me about miniaturization, and how far has progressed today. They tell me about electric motors that are the size of the nail on your small finger. And there is a device on the market, they tell me, by which you can write the Lord's Prayer on the head of a pin. But that's nothing; that's the most primitive, halting step in the direction I intend to discuss. It is a staggeringly small world that is below. In the year 2000, when they look back at this age, they will wonder why it was not until the year 1960 that anybody began seriously to move in this direction.

Why cannot we write the entire 24 volumes of the Encyclopaedia Britannica on the head of a pin?

•••

Depois de 1987 surgiu um grande interesse pelos microsistemas electromecânicos (MicroElectroMechanical Systems – MEMS), a partir do desenvolvimento de um sensor de pressão em silício, o que se traduziu num conjunto de conferências e seminários onde começaram a ser apresentados os primeiros micromotores electrostáticos.

A utilização do silício (*silicon*) destina-se a aproveitar um conjunto de vantagens:

- a) o silício tem excelentes propriedades mecânicas e pode ser utilizado no fabrico de estruturas mecânicas:

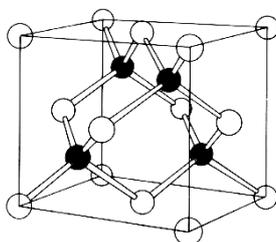
PROPRIEDADES	Tensão de corte 10^{10} dyne/cm	Módulo de Young 10^{12} dyne/cm ²	Densidade g/cm ³	Conductividade térmica W/cm ³ °C	Expansão térmica 10^{-6} /°C
Silício	7	1,9	2,3	1,57	2,33
Dióxido Silício	8,4	0,73	2,5	0,014	0,55
Carboneto de Silício	21	7	3,2	3,5	3,3
Aço	2,1	2	7,9	0,97	12

- b) o silício é um semicondutor, com a propriedade de ser facilmente oxidado. O silício forma uma camada superficial de dióxido de silício (SiO₂) quando fica exposto ao vapor. Este dióxido de silício tem as características de um vidro: é quimicamente inerte e é um isolante eléctrico.
- c) a tecnologia do silício é bem conhecida do fabrico dos circuitos electrónicos integrados (*IC*),
- d) podendo o processo de fabrico dos microsistemas electromecânicos ser compatível com a tecnologia de fabrico dos circuitos electrónicos integrados podem-se desenvolver microsistemas electromecânicos inteligentes integrados (*chip*).

É possível apresentar o seguinte comentário às propriedades físicas do silício:

Propriedade	Valor	Comentário
Ponto de fusão	1415 °C	— — —
Coef. Expansão Termica	$2,5 \cdot 10^6 / ^\circ\text{C}$	1/5 do aço e smilar ao pyrex
Densidade	2,3 g/cm ³	1/3 do aço; similar ao Alumínio
Módulo de Young	$1,9 \cdot 10^{12}$ dine/cm ²	similar ao aço; muito maior do que o do quartzo
tensão de corte	$6,9 \cdot 10^{10}$ dine/cm ²	dupla da do aço
condutividade térmica	850 kg/cm ³	50% mais do que a do aço
Plasticidade	— — —	completamente elástico

O silício pode ser utilizado na forma *monocristalina*, em que os átomos estão dispostos segundo uma malha fixa, ou numa forma policristalina em que domínios de silício monocristalino (chamados grãos) têm um orientação diversificada (têm uma natureza granular). A designação adoptada para o silício policristalino é *polisilício (polysilicon)*.



O polisilício é utilizado como material estrutural no fabrico de microsistemas electromecânicos porque: a) - tem boas propriedades mecânicas; 2) - é compatível com a tecnologia de fabrico de circuitos electrónicos integrados; 3) - também pode ser utilizado o dióxido de silício como camada sacrificial.

Além do silício, mono e policristalino, é utilizado no fabrico de microsistemas electromecânicos de conversão de energia o dióxido de silício (SiO₂), o nitratato de silício (Si₃N₄) e o carboneto de silício (SiC).

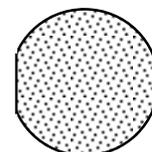
Com o fabrico destes microsistemas, baseado na tecnologia de fabrico (microfabrico) dos circuitos electrónicos integrados, surgiu uma possibilidade de expansão do domínio dos sistemas electromecânicos de conversão de energia (na realidade somente de alguns) por integração das restantes funções de um sistema de accionamento electromecânico — alimentação, controlo de potência, sistema de controlo, transformação do movimento — num único microsistema, com melhores qualidades (entre as quais o *custo por unidade produzida*) do que o correspondente sistema realizado a uma escala macroscópica.

2.1 Tecnologia de Fabrico de Microsistemas

Os diferentes órgãos que constituem um microsistema electromecânico podem ser facilmente fabricados em silício. A micromaquinagem (*micromachining*) do silício consiste na escultura das diferentes micropartes mecânicas a partir de um substrato de silício ou em cima de um substrato de silício e aplica a técnicas utilizadas no fabrico dos circuitos integrados, em especial a fotolitografia (*photolithography*). Com a micromaquinagem podem-se fabricar uma variedade grande de microestruturas mecânicas, como vigas, diafragmas, orifícios, cavidades fechadas, pirâmides, agulhas, molas, rodas dentadas e micromotores.

A fabricação simultânea (*batch fabrication*) de muitos componentes — numa pastilha de silício (*wafer*) podem ser fabricados centenas ou milhares de componentes idênticos — é outra das vantagens da adopção dos processos de fabrico utilizados nos circuitos integrados. Esta possibilidade acarreta uma baixo custo por unidade produzida.

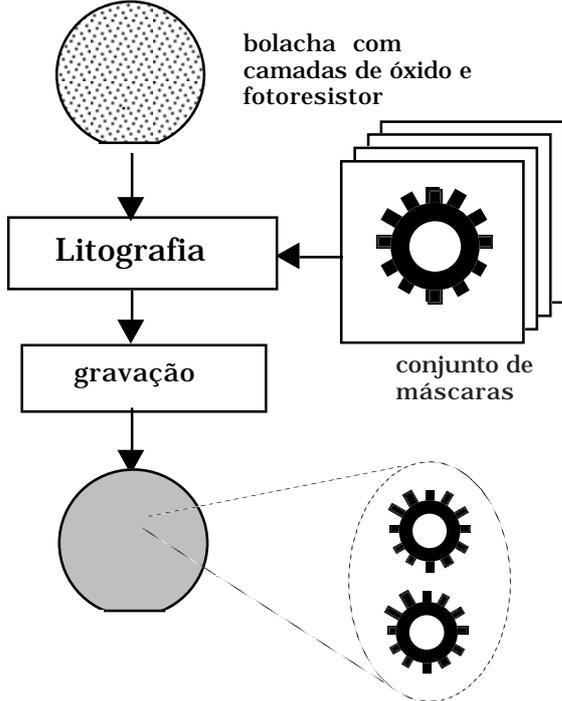
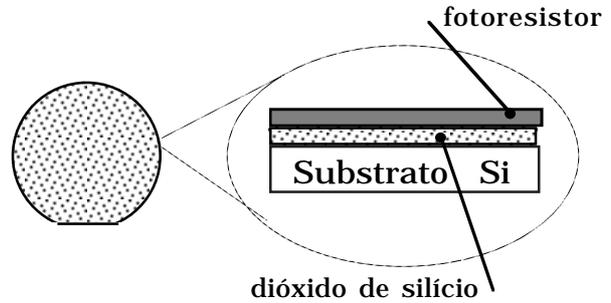
O silício empregue na indústria electrónica, e dos microsistemas, toma a forma de simples cristais que são produzidos com uma tecnologia sofisticada. Grandes cristais artificiais de silício, com 10 cm de diâmetro e um metro de comprimento, são desenvolvidos e depois cortados em pastilhas (*wafers*) com a forma de um disco cortado



de 0,2 a 0,3 mm de espessura. Estas pastilhas são polidas, por meios físicos e químicos, até um acabamento em espelho. A estrutura de cristal homogéneo tem as propriedades eléctricas e mecânicas necessárias aos microsistemas electromecânicos.

O processo de fabrico dos microsistemas electromecânicos também utiliza a **fotolitografia** – técnica fotográfica utilizada para transferir cópias de um padrão (máscara) para a superfície da pastilha do silício (substrato).

Em seguida uma fina camada de um polímero orgânico que é sensível à radiação utilizada (p. exp.: ultravioleta) chamado um fotoresistor (aportuguesamento de *photoresist*) é depositado na superfície do dióxido de silício.

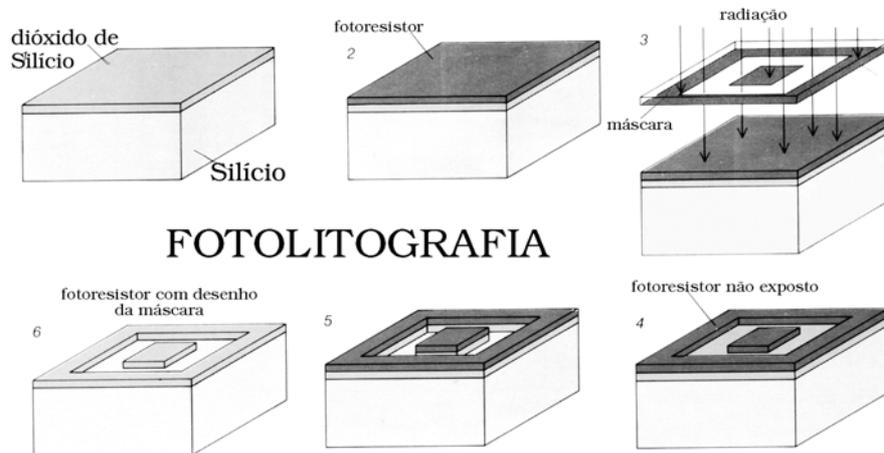


Depois é utilizado uma fotomáscara, geralmente um vidro com um padrão metálico, que é colocada por cima da camada de fotoresistor, e o conjunto é exposto à radiação a que o fotoresistor é sensível (radiação ultravioleta). O metal na máscara é opaco à radiação e o vidro é transparente, por isso a radiação irá causar uma reacção química nas áreas do fotoresistor que estão expostas (enfraquecendo-o ou fortalecendo-o).

Continuando o processo de fotolitografia, a pastilha é lavada numa solução que remove as áreas do fotoresistor expostas à radiação deixando um padrão de base e de fotoresistor. A pastilha é então atacada com um ácido que retira as partes do óxido que não estão recobertas pelo fotoresistor – desta forma o óxido sofre uma gravação (*etch*), e o restante

fotoreistor pode ser limpo com ácido sulfúrico.

O resultado final é uma padrão, com o desenho do órgão mecânico, na superfície da pastilha. O óxido será usado como máscara no ataque de produtos químicos directamente à pastilha de silício para abrir poços tridimensionais, com forma marcada (gravação anisotrópico – *anisotropic etching*) ou com formas arredondadas (gravação isotrópica – *isotropic etching*).



FOTOLITOGRAFIA

Este processo, descrito aqui de uma forma geral, apresenta muitos e variados aspectos e está sujeito a um intenso trabalho de desenvolvimento tecnológico. Na actualidade a micromaquinagem de um

sistema electromecânico serve-se de vários conceitos e técnicas que permitem uma maior flexibilidade no projecto do sistema e uma melhoria das condições de funcionamento do sistema electromecânico.

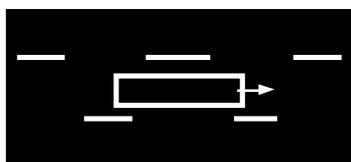
2.2 Projecto do Microsistema Electrostático de Conversão de Energia

Um microsistema electrostático de conversão de energia tem um carácter tridimensional que está presente na distribuição do campo eléctrico no espaço do sistema, nas interacções electromecânicas desenvolvidas e no comportamento mecânico das diferentes estruturas constituintes.

Uma primeira tarefa no projecto do sistema consiste na concepção do princípio de funcionamento do sistema electromecânico, que, resultando do aproveitamento da conversão da energia distribuída no campo eléctrico, pode assumir várias formas nesse aproveitamento.

Infinitesimal Machinery — electrostatic actuation

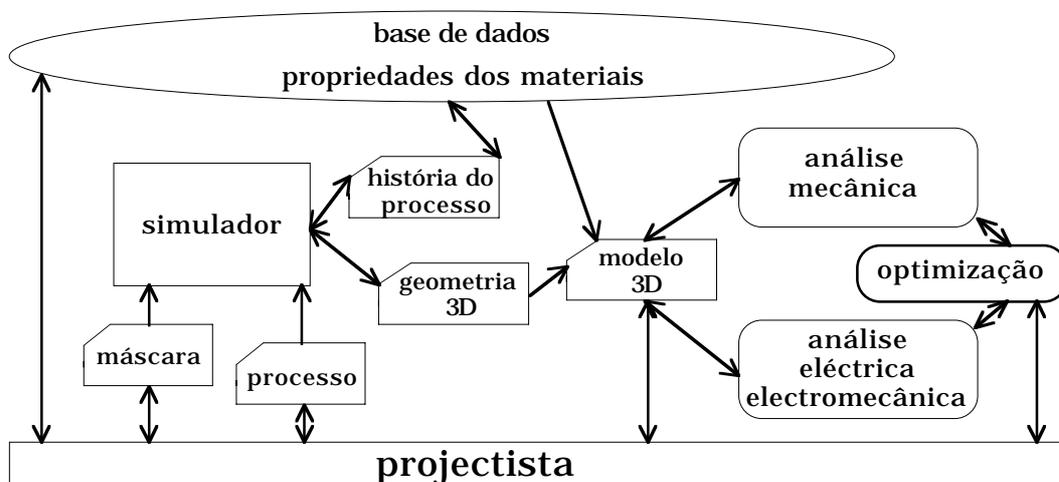
por *Richard P. Feynman*, Fisico americano
conferência em 23 de Janeiro de 1983



Now how do you pull them along? That's not very hard — I'll give you a design of pulling. If you had, for example, any object like a dielectric that could only move in a slot, and you wanted to move the object, then if you have electrodes arranged along the slot, and if you made one of them plus, and another one minus, the field that's generated pulls the dielectric along. When this piece gets to a new location, you change the voltages so that you're always pulling, and these dielectrics go like those wonderful things that they have in the department store. You stick something in the tube, and it goes whshhhht! to where it has to go.

...

Desde logo fica afastada a possibilidade de utilização das poderosas ferramentas computacionais de projecto (CAD) utilizadas no desenvolvimento dos circuitos electrónicos integrados. Por isso desenvolveram-se, também, ferramentas integradas de projecto auxiliado por computador de microsistemas electromecânicos (CAD-MEMS), cuja principal vantagem é uma integração do processo de projecto com a simulação de fabrico de modo a permitir o exame realista de alternativas de projecto: quanto aos materiais, quanto às variações na máscara e quanto às condições do processo de fabrico. Eventualmente o sistema de projecto assistido por computador pode resultar da integração com uma poderosa base de dados de vários programas comerciais específicos de determinadas funções de análise ou de simulação.



Num sistema típico existe um programa de modelização geométrica de estruturas em três dimensões (3D) que está ligado a uma base de dados com as propriedades dos materiais e que permite criar um modelo da estrutura como um sólido. Este modelo, conjuntamente com as propriedades eléctricas e mecânicas do material permite utilizar programas de análise electromagnética, capazes de determinar a

distribuiˆo do campo elˆctrico no espaˆo da estrutura (electrostática) e de determinar os efeitos electromecânicos (electromecânica) desenvolvidos durante a actuaˆo do sistema. O comportamento mecânico da estrutura, considerando as acˆoes electromecânicas, é analisado com um programa de análise mecânica de estruturas específico (tensões-deformaˆoes e termomecânica).

Tanto o mˆdulo de análise mecânica como o mˆdulo de análise elˆctrica e electromecânica permitem acˆoes interactivas de optimizaˆo do projecto apoiada em métodos matemáticos.

Como resultado de um projecto realizado com um sistema de programas como o descrito é possível conhecer o processo de fabrico, as máscaras a utilizar e o comportamento elˆctrico e mecânico do sistema em desenvolvimento.

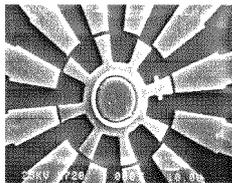
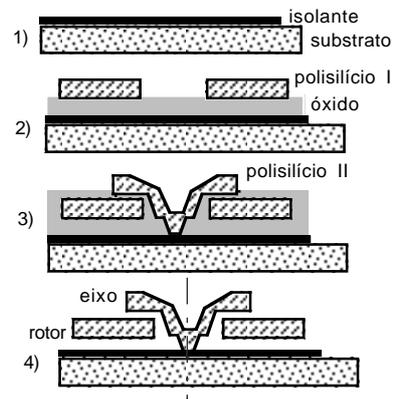
2.3 Microfabrico

No fabrico de microsistemas electromecânicos podem ser utilizadas diferentes técnicas: micromaquinagem superficial (processos baseados em filmes finos) (*surface micromachining – thin-film process*), micromaquinagem de massa (*bulk micromachining*), processos electroformaˆo e moldagem (*micromolding*).

A *micromaquinagem superficial* pode ser utilizado como uma tecnologia de camada sacrificial (*sacrificial layer technology*) ou gravura (*etching*) por processo químico do substrato cristalino de silício dependente da orientaˆo.

A *tecnologia de camada sacrificial* foi utilizada para o fabrico de microestrutura de silício policristalino (1985). No caso de um motor electrostático utiliza-se o princípio do fabrico por multi-máscara.

Inicia-se o processo depositando uma camada de óxido (SiO₂) como uma camada espaˆadora sobre um substrato de silício recoberto por uma camada isolante (Si₃N₄). Depois deposita-se um filme de polisilício por deposiˆo química de vapor e grava-se com plasma um disco com uma janela circular [2]). Uma segunda camada sacrificial é entˆo depositada e repete-se a gravaˆo de uma janela circular através das duas camadas de óxido. O alinhamento desta janela com o buraco define o espaˆo entre o disco e o rolamento.



Com uma terceira máscara a segunda camada de polisilício (II) forma o eixo central.

Depois as camadas de óxido são removidas por gravura seca, o que liberta o disco de polisilício [4]) (rotor do sistema electrostático rotativo).

Valores típicos das grandezas características de um micromotor electrostático encontram-se na seguinte tabela:

micromotor electrostático		
<i>parâmetros</i>	<i>dimensões</i>	<i>esquema</i>
raio do rotor	60 µm	
entre-elˆctrodos	2 µm	
espessura do rotor	1,5 µm	
tensˆo	200 V	
binário	80 pNm	

Neste tipo de micromotores surge um problema construtivo motivado pelo atrito entre os orgˆaos fixos e os orgˆaos mˆveis. Um soluˆo consiste na utilizaˆo de processos de levitaˆo dos orgˆaos mˆveis.

A tecnologia de camada sacrificial que apresenta compatibilidade com os elementos electrˆnicos CMOS tem aplicaˆo no fabrico de vˆrios sistemas electrostáticos de conversˆo de energia que sˆo utilizados

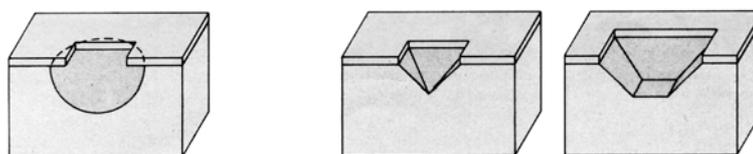
como sensores ou como actuadores: microacelerómetros, micromotores, microinterruptores e estruturas de polisilício.

A *micromaquinagem de massa (bulk micromachining)* é uma técnica poderosa para a fabricação de elementos de micromáquinas. Esta técnica de micromaquinagem utiliza a gravação seca ou húmida em conjugação com máscaras de gravação e com paragem da gravação para esculpir micro-orgãos de máquinas a partir do substrato de silício. Com auxílio da gravação retira-se massa do substrato de silício, deixando os orgãos de máquina que se pretendem fabricar.

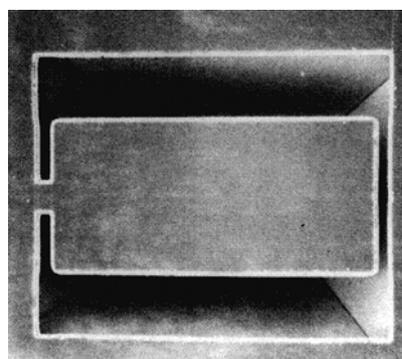
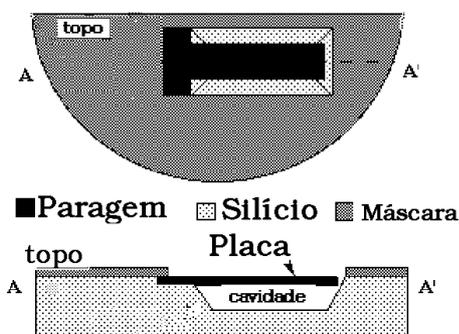
Existem dois tipos de produtos de gravação (*etchants*) :

isotrópicos – que gravam o cristal de silício à mesma velocidade em todas as direcções e criam formas arredondadas e suaves (1970);

anisotrópicos – ou produtos de gravação dependentes da orientação, que gravam a diferentes velocidades em diferentes direcções da malha cristalina do silício criam formas tridimensionais bem definidas com arestas e vértices bem marcados (1976).



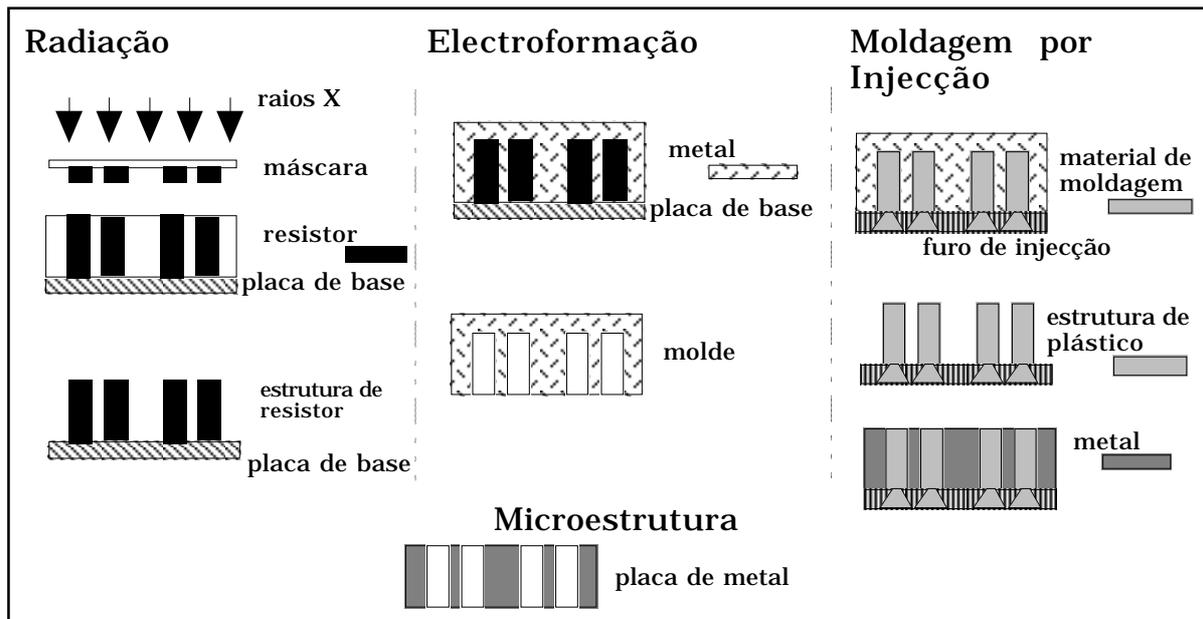
Na micromaquinagem de massa utilizam-se mais os produtos de gravação anisotrópicos do que os produtos isotrópicos. A possibilidade de utilizar a paragem de gravação de uma forma precisa, e até automática, com a utilização de produtos dopantes ou de técnicas (electroquímicas) que promovem a paragem da gravação seca ou húmida, conjuntamente com a possibilidade de utilizar máscaras que impedem a gravação em regiões bem definidas contituem duas características que permitem considerar a técnica de gravação uma técnica fiável e de fácil aplicação no fabrico de microsistemas electromecânicos de conversão de energia.



Os métodos de microfabrico apresentados não permitem a realização de estruturas com valores assinaláveis de altura comparados com as dimensões laterais; estas estruturas são importantes porque oferecem grandes áreas de interacção o que permite o desenvolvimento de maiores forças mecânicas ou de maiores binários. Para isso utilizam-se métodos de *electroformação* e de *moldagem*.

Um dos métodos utilizados é o método LIGA, que envolve uma combinação de litografia de gravura profunda com raios X, electroformação e moldagem injectada. As possibilidades de fabrico deste processo são grandes, mas a radiação é feita com um sincrotão, o que só permite a utilização deste processo em alguns poucos laboratórios.

Na primeira fase do processo – *radiação* – uma placa de produto resistente (aportuguesado para resistor) (*resist*) – *polymethylmethacrylate* é aplicada sobre uma base metálica e é irradiada com raios X (comprimento de onda de 0,2 nm) através de uma máscara de alto contraste, de tal forma que pode ser criado um relevo com grande razão entre a altura e a largura. Depois da radiação as partes sobranes da camada de resistor são dissolvidas com um solvente.



Na fase de electroformaçˆo um metal ˆ depositado a partir de um electrólito na placa de base e cria-se uma estrutura metálica nos espaços livres de resistor. A placa de base e o resistor sˆo removidos, resultando um molde metálico.

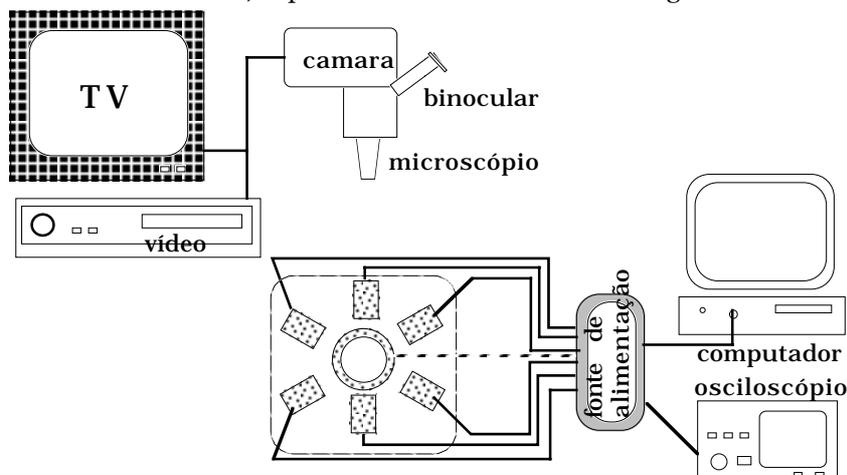
O molde ˆ preenchido com material plástico na fase de *moldagem por injecção* e a estrutura de plástico resultante servirá, por sua vez, de molde ao metal da microestrutura final, depositado numa operaçˆo delicada (*plating*). O molde de plástico pode ser reutilizado, o que reduz o preço por unidade do microsistema de conversˆo de energia final.

Existem outros métodos de fabrico de estruturas com elevada razˆo entre a altura e a largura, que apesar de serem mais acessíveis quanto à fonte de radiaçˆo no processo de fotolitografia, nˆo permitem a execuçˆo de estruturas tˆo altas como o processo LIGA.

Todas as técnicas de fabrico de microsistemas de conversˆo de energia estˆo em constante investigaçˆo, pelo que outras técnicas, alˆm das referidas, podem ser utilizadas no fabrico dos diferentes sistemas.

2.4 Técnicas de Ensaio

Depois de concluídas as operaçˆes de fabrico de um microsistema de conversˆo de energia torna-se necessário ensaiar o microsistema, o que devido às suas dimensˆes exige um banco de ensaio especíico.



No banco de ensaio devem existir vários micromanipuladores, capazes de pôr em contacto a fonte de alimentaçˆo programável com os eléctrodos do estator e, eventualmente, do rotor através do microposicionamento (posicionamento com a precisˆo de vários micrómetros) de sondas, e boas capacidades de visualizaçˆo (microscópio capaz de amplificar 500 vezes e um sistema de tomada e gravaçˆo de imagens vídeo). Eventualmente o ensaio pode ser assistido por um computador.

Durante o ensaio do microsistema sˆo feitas vˆarias testes: testes qualitativos e testes quantitativos. O principal teste qualitativo consiste em ver se o rotor do motor roda livremente, mediante um simples impulso de força dado por um dos micromanipuladores. Nos testes qualitativos sˆo medidos os valores das grandezas eléctricas e mecˆnicas.

A determina˜o da tens˜o mˆinima de arranque e da tens˜o de frenagem permitem, com a utiliza˜o de uma modelo matemˆtico do microsistema, determinar o binˆrio de arranque e o binˆrio de frenagem. Na caracteriza˜o dinˆmica do funcionamento do microsistema podem utilizar-se a *dinamometria estroboscˆpica* – para o que se utiliza ilumina˜o estroboscˆpica e as imagens gravadas em vıdeo.

Também no domˆnio do ensaio dos microsistemas de convers˜o de energia sˆo muitas as técnicas utilizˆveis e torna-se necessˆrio desenvolver bancos de ensaio e técnicas de ensaio especıficas para cada um dos diversos tipos de microsistemas.

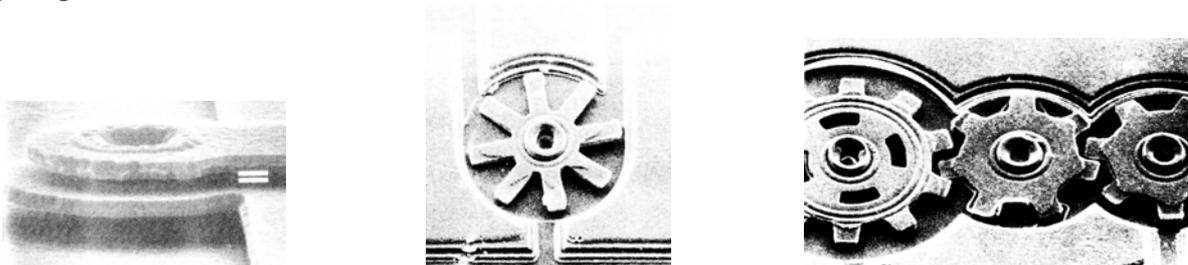
2.5 Realiza˜o de Microsistemas Electrostˆticos de Convers˜o de Energia

Desde 1988 que têm sido desenvolvidos vˆarios tipos de microsistema electrostˆticos de convers˜o de energia. Embora nˆo tenham ultrapassado a fase de fabrico experimental e de desenvolvimento, os tipos de microsistemas criados permitem ver com esperança a sua aplica˜o futura...

– Maquinismos e Sensores

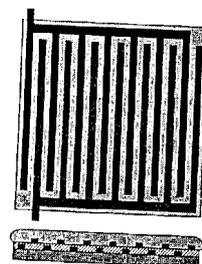
A ideia de desenvolvimento de sistemas microrobˆticos levou ao desenvolvimento de um conjunto de micromaquinismos em silıcio, logo nos primeiros anos de desenvolvimento da tecnologia do microsistemas de convers˜o de energia (1988).

Começaram por se desenvolver, com um processo de micromaquinagem superficial, juntas, turbinas e engrenagens.



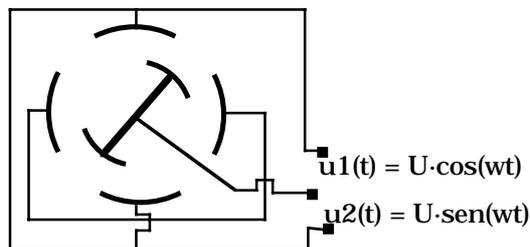
Sensor de radia˜o infravermelho – a temperatura de uma membrana aumenta com a radia˜o infravermelha a que ˆ submetida. Comparando a temperatura da membrana com a temperatura do material envolvente (através do princıpio do termopar) verifica-se a presença da radia˜o infravermelho. Um processo de micromaquinagem de volume permite fabricar uma membrana termicamente isolada numa massa de silıcio.

Sensor de humidade– a detec˜o de humidade pode ser feita com a utiliza˜o de camadas de poliamida que varia a sua constante dieléctrica com a humidade. Utilizando vˆarios condensadores com este tipo de dieléctrico pode-se detectar a presença da humidade. O condensador com dois eléctrodos separadas por um dieléctrico de poliamida pode ser implementado numa estrutura de silıcio (polisilıcio).



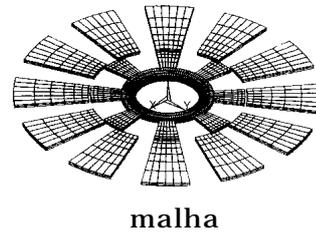
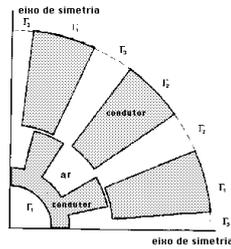
– Motores

ˆ jˆ grande a experiência no estudo e no fabrico de micromotores electrostˆticos, embora ainda nˆo tenham grande aplica˜o. A ideia base ˆ o aproveitamento das forças mecˆnicas que se desenvolvem entre as armaduras de uma condensador quando ˆ alimentado em tens˜o, pelo que o micromotor electrostˆtico rotativo ˆ concebido como um



condensador rotativo com varios electrodos e sem comutador; o esquema basico para este tipo de motor sincrono bifasico e o apresentado na figura junta.

A soluo a ser fabricada e estudada atraves de uma programa de analise tridimensional do campo electrico, utilizando as condioes de fronteira impostas pela simetria da estrutura em estudo.

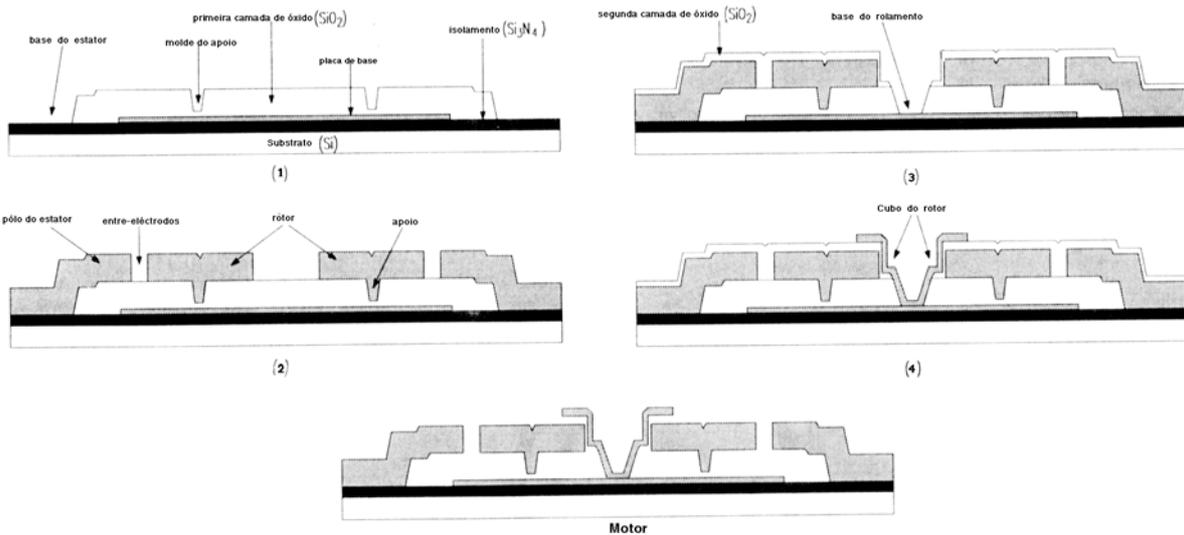


malha

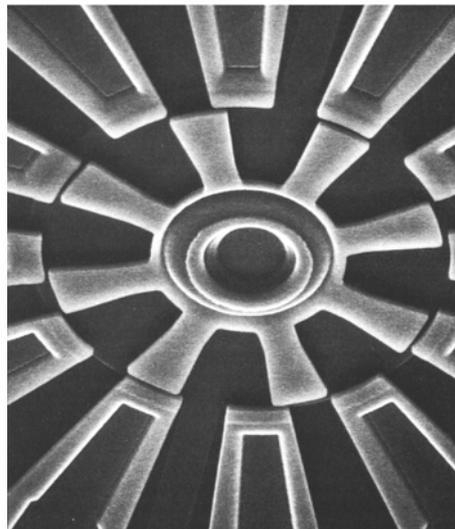
Como resultado dos valores obtidos com o programa de analise tridimensional do campo electrico, sao determinados um conjunto de valores caractersticos do funcionamento do motor tal como a curva de binario(angulo) $T(\phi)$.

O fabrico deste tipo de motor e feito por micromaquinagem superficial em polisilicio, com as fases de fabrico e os materiais apresentados na figura seguinte.

O fabrico deste tipo de motor e feito por micromaquinagem superficial em polisilicio, com as fases de fabrico e os materiais apresentados na figura seguinte.



O micromotor electrostatico tem o seguinte aspecto final.



– **Actuador especial – uma micropinca**

Os diversos tipos de microactuadores desenvolvidos tem subjacente uma ideia de aplicao futura.

Infinitesimal Machinery — mobile microrobots

por *Richard P. Feynman*, Físico americano
conferência em 23 de Janeiro de 1983

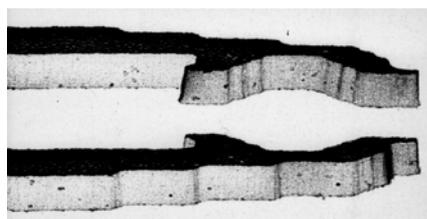
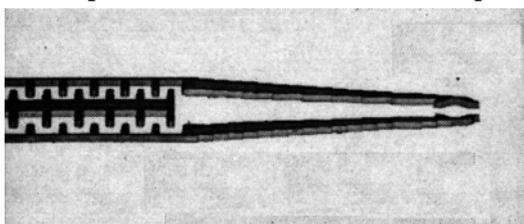
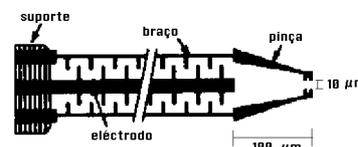
What about the free-swimming machine? The purpose is no doubt for entertainment. It's entertaining because you have control – it's like a new game. Nobody figured when they first designed computers that there would be video games. So I have the imagination to realize what the game here is: you get this little machine you can control from the outside, and it has a sword. The machine gets in the water with a paramecium, and you try to stab it.

How are we going to make this game?

•••

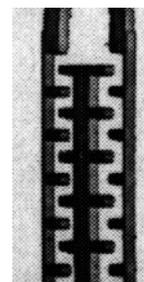
É interessante assinalar a ideia que levou ao desenvolvimento de uma micropinça, com algumas centenas de micrómetros. O desenvolvimento de novos conceitos em microcirurgia permitiu pensar na aplicação de um microrobot capaz de fazer uma tarefa cirúrgica ou de fazer a recolha de uma amostra para diagnóstico, sendo esse microrobot tão pequeno que seria capaz de operar no interior de um organismo sem afectar o seu funcionamento vital.

Foram, por isso, construídas umas micropinças, accionadas por forças electrostáticas, e fabricadas por micromaquinagem superficial em polisilício. O valor estimado para a força que se desenvolve é função da distância inicial a percorrer e da tensão aplicada; quando é aplicada uma tensão de 50 V e a distância que as partes da pinça têm de percorrer para entrar em contacto com o espécime é de 4 μm a força mecânica é de 59,4 nN.



O accionamento das micropinças é análogo ao do condensador de placa móvel, estudado no início deste texto. Embora os eléctrodos tenham uma forma diferente, que lhes aumenta a superfície e a acção mecânica, o princípio de funcionamento é igual ao daquele tipo de condensador, quando funciona como motor.

Este tipo de microactuador, que terá aplicação em biomedicina e em microrobótica, mostra um dos caminhos de aplicação e de desenvolvimento futuro dos microsistemas electrostáticos de conversão de energia



3 Perspectivas de Desenvolvimento

Apesar de o desenvolvimento dos microsistemas electromecânicos de energia vir a ocorrer já há alguns anos, ainda terá de ocorrer muito trabalho de investigação e de desenvolvimento destes sistemas. Actualmente, podem-se vislumbrar já algumas das futuras linhas de desenvolvimento destes sistemas electromecânicos de conversão de energia.

Para além dos sistemas electrostáticos, já foram realizadas experiências com microsistemas electromagnéticos, tendo sido fabricadas bobinas eléctricas com dimensões micrométricas. Já foram desenvolvidos microsistemas baseados no aproveitamento de fenómenos piezoeléctricos, mas será de prever ainda um maior aproveitamento para estes microsistemas de diversos fenómenos electromagnéticos. No entanto, o desenvolvimento e a experimentação que existe no fabrico dos circuitos electrónicos integrados permitirá que as novas tecnologias sejam aplicadas no fabrico dos microsistemas electrostáticos. Será de esperar desenvolvimento na utilização de novos materiais estruturais, em novas ferramentas de estudo e de projecto deste tipo de sistemas, em novas técnicas de fabrico e em novas aplicações.

Os microsistemas electrostáticos têm sido fabricados em polisilício, mas anunciam-se já experiências na utilização do carboneto de silício (SiC) (*Silicon Carbide*) e do arsenídeo de gallium (GaAs) (*gallium arsenide*) como elemento estrutural para microsistemas electromecânicos.

No domínio do desenvolvimento das ferramentas de estudo e de projecto dos microsistemas electromecânicos de conversão de energia ainda se podem realizar avanços na integração dos diferentes módulos de programas e na aplicação de novos algoritmos de análise ao estudo deste tipo de sistemas.

No fabrico de circuitos electrónicos integrados tem havido um grande desenvolvimento na diminuição das dimensões dos elementos criados, o que permite em 2000 falar na criação de 100 milhões de transistores num circuito electrónico integrado (*IC*); tal deve-se ao avanço das técnicas de fotolitografia (ultravioleta) para um traço de 0,25 μm . O desenvolvimento dos microsistemas electromecânicos também irá aproveitar as novas técnicas de micromaquinagem entretanto experimentadas — soldadura (*bonding*) e deposição de metais (*plating*).

Nos próximos anos continuarão a constituir potenciais mercados para as aplicações dos microsistemas electromecânicos de conversão de energia, a área da biomedicina na aplicação dos microsensores e as indústrias no controlo dos processos de fabrico. Para além do desenvolvimento de protótipos será de esperar o desenvolvimento de microsistemas integrados com funções de controlo e de diagnóstico.

4 Conclusão

Duzentos e cinquenta anos depois da humanidade iniciar o estudo do fenómeno eléctrico, a utilização útil do movimento resultante da conversão electromecânica de energia envolvendo o campo eléctrico — conversão electrostática de energia — tornou-se possível, e promete vir a tornar-se um meio de accionamento de microestruturas importantes para o desenvolvimento económico futuro.

— **MVG ; 2001** —

Bibliografia

Bibliografia para Sistemas Electromagnéticos

- [AFC-1] A. Fernandes Costa “Geradores Taquimétricos”, Seminário PEQUENAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS, NEME/NEUTAD, Vila Real, 1992
- [ANIMEE] Revista da Associação Nacional dos Industriais de Material Eléctrico e Electrónico
- [ALG-1] P. L. Alger; “Induction Machines — their behavior and uses”, Gordon & Breach, 1970
- [AMS-1] A. Morim Silva C. Araújo Sá; “Normalização no Domínio das Máquinas Eléctricas”, Caderno de Estudos de Máquinas Eléctricas, nº 2, pp. 66–85, 1990
- [ARN-1] E. Arnold; “Des Enroulements et de la Construction des Induits des Machines Dynamo-Électriques a Courant Continu”, Ch. Béranger, 1900
- [CAB-1] Carlos P. Cabrita; “Motor Linear de Indução — análise teórica, projecto e ensaio”, IST, 1988
- [CAR-1] G. W. Carter; “The Electromagnetic Field in its engineering aspects”, Longman, 1967
- [CAS-1] Carlos Araújo Sá; “ Método de Estimação de Parâmetros do Motor de Indução Trifásico para Modelização de Instalações Industriais”, FEUP, 1988
- [CAS-2] Carlos Araújo Sá; “ Determinação Experimental dos Parâmetros de Máquinas Eléctricas”, FEUP, 1992
- [CAS-3] Carlos Araújo Sá; “ Motores Síncronos Trifásicos — fundamentos para o estudo do seu funcionamento”, SME-DEEC/FEUP, 1991
- [CCC-1] Carlos Castro Carvalho; “Apontamentos para a Disciplina de Máquinas Eléctricas II”, AEFEUP, 1983
- [CCC-2] Carlos Castro Carvalho; “Apontamentos para a Disciplina de Complementos de Máquinas Eléctricas”, AEFEUP, 1983
- [CCC-3] Carlos Castro Carvalho; “Máquinas Síncronas”, FEUP, 1971
- [CCC-4] Carlos Castro Carvalho; “Motores Monofásicos Série de Colector”, Porto, 1960
- [CEI-h] CEI-Handbook; “Letter Symbols and Conventions”, Comissão Electrotécnica Internacional, 1983
- [CEI-05] CEI-05; “Vocabulaire Electrotechnique Internationale – Définitions Fondamentales”, Comissão Electrotécnica Internacional, 1954
- [CEI-34-4] CEI-34-4; “Methods for Determining Synchronous Machine Quantities from Tests”, Comissão Electrotécnica Internacional, 1985
- [CEI-259] CEI-259; “Mesure de la Résistance d’une Machine à Courant Alternatif en Fonctionnement sous Tension Alternative”, Comissão Electrotécnica Internacional, 1969
- [ESS-1] J. C. Reis e Costa Eduardo S. Saraiva A. J. Cravo; “Estimação de Parâmetros em Máquinas Eléctricas”, 2ª RILIME, Coimbra 1989
- [GAR-1] M. S. Garrido E. Matagne; “Modelling of the Flux Linkages in Saturated Electrical Machines”, IMACS, pp. 121, 1989
- [GOU-1] J. E. Gould; “Permanent Magnets”, Proc. IEE, 125, (11R), p. 1137, 1978
- [GUI-1] E. A. Guillemin; “The Mathematics of Circuit Analysis”, MIT Press, 1949
- [IEE-115] ANSI/IEEE-115; “IEEE Guide: Test Procedures for Synchronous Machines”, ANSI/IEEE Standard 115, 1987
- [IEE-519] ANSI/IEEE-519; “Harmonic Control and Reactive Compensation of Static Power Converter”, ANSI/IEEE Standard 519, 1981
- [JON-1] C. V. Jones; “The Unified Theory of Electrical Machines”, Butterworths 1967
- [KUP-1] K. Küpfmüller; “Électricité Théorique et Appliquée”, Dunod 1959
- [LES-1] J. Lesenne, F. Notelet, G. Segulier; “Introduction à l’Électrotechnique Approfondie”, Tech. et Documentation, 1981
- [MCB-1] Manuel Corrêa de Barros; “Apontamentos para a Disciplina de Electrotecnicia Teórica”, AEFEUP, 1971
- [MCB-2] Manuel Corrêa de Barros; “O Método Simbólico no Estudo das Máquinas de Corrente Alternada”, Porto, 1947
- [MIT-1] E. E. Staff MIT; “Magnetic Circuits and Transformers”, MIT Press, 1943

- [MVG-1] Manuel Vaz Guedes; “Corrente Alternada — Sistemas Polifásicos”, AEFEP, 1991, 1993
- [MVG-2] Manuel Vaz Guedes; “Grandezas Periódicas Não Sinusoidais”, AEFEP, 1992
- [MVG-3] Manuel Vaz Guedes; “Análise Computacional do Campo Magnético das Máquinas Eléctricas”, 3ª RILIME, Porto, 1987
- [MVG-4] Manuel Vaz Guedes; “Máquinas Eléctricas de Colector — Regime Transitório”, AEFEP, 1986
- [MVG-5] Manuel Vaz Guedes; “Métodos Numéricos para Análise do Campo Magnético das Máquinas Eléctricas”, FEUP, 1983
- [MVG-6] Manuel Vaz Guedes; “A Corrente Eléctrica de Magnetização e a Fomação do Circuito Equivalente”, Caderno de Estudos de Máquinas Eléctricas, nº 4, pp. 3–13, 1992
- [MVG-7] Manuel Vaz Guedes; “Projecto de Máquinas Eléctricas Assistido por Bases de Conhecimento”, ENGENHARIA, nº 4, pp. 19–22, 1991
- [MVG-8] Manuel Vaz Guedes; “Laboratorial Approach to the Teaching of Electromechanical Transients”, EPST’93 — First European Conference on Power Systems Transients, pp. 191–195, Lisboa 1993
- [NAP-1] A. di Napoli; “An Approach to DC Motor Modelling and Parameter Calculation Using Finite Element Analysis and Tensor Mathematics”, paper IEEE 83WM197-1, 1983
- [SAY-1] M. G. Say (Ed.); “Rotating Amplifiers”, G. Newnes 1954
- [SAY-2] M. G. Say E. O. Taylor; “Direct Current Machines”, Pitman 1980
- [SAY-3] M. G. Say; “Alternating Current Machines”, Pitman 1976
- [SEA-1] J. Seabra; “Transmissões de Potência Mecânicas — Aplicação à Tracção Eléctrica”, Seminário Tracção Eléctrica — 92, FEUP 1992
- [SIL-1] P. P. Silvester; “Energy Conversion by Nonlinear Slip-ring Electric Machines” IEEE Trans. PAS-84, p. 352, 1965
- [SIL-2] P. P. Silvester R. L. Ferrari; “Finite Elements for Electrical Engineers”, Cambridge Univ. Press, 1990
- [STR-1] J. A. Straton; “Electromagnetic Theory”, McGraw-Hill 1941
- [TAY-1] E. O. Taylor; “The Performance and Design of A. C. Commutator Motors”, Pitman 1958
- [TIM-1] S. Timoshenko D.H. Young; “Mecânica Técnica”, Ao Livro Técnico SA, 1959
- [TOR-1] V. del Toro; “Electromechanical Devices for Energy Conversion and Control Systems”, Prentice Hall 1968
- [TUS-1] A. Tustin; “Direct Current Machines for Control Systems”, Spon 1952
- [VEI-1] Cyril G. Veinott J. E. Martin; “Fractional and Subfractional Horsepower Electric Motors”, 4ª Ed, McGraw-Hill, 1987
- [WOO-1] D. C. White H. H. Woodson ; “Electromechanical Energy Conversion”, J. Wiley, 1959

Bibliografia para Sistemas Electrostáticos

- ABB.94 A. Abbas, S. Allano; Torque Optimization of Variable-Capacitance Side-Drive Micromotor: influence of the Rotor Material, ICEM’94 Proc., 2, pp. 116-121, 1994
- AKI.93 T. Akiyama, K. Shono; Controlled Stepwise Motion in Polysilicon Microstructures, J. of Electromechanical Systems, vol. 2, (3), pp. 106–110, 1993
- AND.88 Ian Anderson; Motors No Wider than a Human Hair, New Scientist, p. 44, 1/Setembro/88
- ANG.78 J.B. Angel, S. C. Terry, P. W. Barth; Silicon Micromechanical Devices, Scientific American, 1978
- ARN.92 Ricardo Arno; Sur les Champs Electrostatiques Tournants. Rotations produites par l’Hystérésis Diélectrique, L’Électricien, T. IV, 1892
- BAR.94 P. Di Barba, A. Savini; 3-D Computer-Aided Analysis of an Electrostatic Micromotor, ICEM’94 Proc., 2, pp. 111-115, 1994
- BOL.69 B. Bollée; Electrostatics Motors, Philips Tech. rev., 30, (6,7), pp. 178–194, 1969
- BRY.94 Janus Bryzek, Kurt Petersen, Wendell McCulley; Micromachines on the March, IEEE Spectrum, pp. 29-35, 1990
- CHO.71 Soon D. Choi, D. Dunn; A Surface-Charge Induction Motor, Proc. IEEE, 59, (5), pp. 737-748,

1971

- COU.85 Charles-Augustin Coulomb (1736–1806); OÙ l'on Détermine Suivant quelles Lois Le Fluide Magnetique ainsi que le Fluide Électrique Agissent Soit par Repulsion, Soit par Attraction; Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, Paris 1785
- ELE.91 Referencia a uma notícia na Scientific American; Moteur Electrostatique, L'Électricien, T. II, 1891
- ELE.92 Referencia a uma notícia na Scientific American; Nouveau Moteur Electrostatique, L'Électricien, T. III, 1892
- FEY.59 Richard P. Feynman; There's Plenty of Room at Bottom, reproduzido em J. of Microelectromechanical Systems, vol. 1, (1), pp. 60-66, 1992
- FEY.83 Richard P. Feynman; Infinitesimal Machinery, reproduzido em J. of Microelectromechanical Systems, vol. 2, (1), pp. 4-14, 1993
- FUJ.88 H. Fujita, A. Omodaka; The Fabrication of an Electrostatic Linear Actuator by Silicon Micromachining, IEEE Trans. Electron Devices, ED-35, (6), pp. 731-734, 1988
- GEP.96 Linda Geppert; (edit.) Semiconductor Lithography for the Next Millenium, IEEE Spectrum, 33, (4), p. 33, 1996
- GEP.99 Linda Geppert (edit.); The 100-million Transistor IC, IEEE Spectrum, 36, (7), p. 23, 1999
- GRÜ.73 M. W. Grüel; Sur une Tupie Électrique, Annales de Poggendorff, t. CXLIV, p. 664, 1873
- HAN.94 R. Hanitsch; Micromotors and Microactuators: Technologies and Characteristics, ICEM'94, T.I, pp. 9-16, Paris 1994
- HOW.90 R. T. Howe, R. S. Muller, K. J. Gabriel, W. Trimmer; Silicon Micromechanics: sensors and actuators on a chip, IEEE Spectrum, pp. 29-35, 1990
- JEO.99 Jong. U. Jeon, S. J. Woo, T. Higuchi; Variable-Capacitance motors with Electrostatic Suspension, Sensors & Actuators, 75, pp. 289-297, 1999
- KIM.92 C-J Kim, A. Pisano; Silicon-Processed Overhanging Microgripper, J. of Electromechanical Systems, vol. 1, (1), pp. 31-36, 1992
- LAY.69 M. W. Layland; Generalised Electrostatic-Machine Theory, Proc. IEE, 116, (3), pp. 403-405, 1969
- MAH.90 R. Mahadevan; Analytical Modelling of Electrostatic Structures, Proc. MEMS'90, pp. 120-127, IEEE 1990
- MAT.72 Leander W. Matsch; Electromagnetic and Electromechanical Machines, IEP, 1972
- MEH.92 M. Mehregany, S. D. Senturia, J. H. Lang; Measurement of Wear in Polysilicon Micromotors, IEEE Trans. on Electron Devices, ED-39, (5), pp. 1136-1143, 1992
- MIC.98 Vários Autores; Tutorial on Microsystems, 5th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, Lisboa Setembro de 1998
- MVG.93 Manuel Vaz Guedes; Micromáquinas, Electricidade, n° 303, p. 335, 1993
- MVG.93b Manuel Vaz Guedes; Sistemas Electromecânicos de Conversão de Energia, FEUP, 1993
- MVG.96 Manuel Vaz Guedes; Motores Electrostáticos, Electricidade, n° 335, p. 165, 1996
- PET.82 Kurt E. Petersen; Silicon as a Mechanical Material, Proc. IEEE, 70, (5), pp. 420-457, 1982
- REN.94 Z. Ren, A. Razek; Calculation of 3-D Electrostatic Field and Force in Micromachines by Dual Formulations, ICEM'94 Proc. , 2, pp. 299-304, 1994
- SAR.94 E. Saraute, Y. Lefevre, M. Lajoie-Mazenc; Modelisation and Simulation of the Dynamics of Variable Capacitance Motors, ICEM'94 Proc., 2, pp. 305-310, 1994
- STE.93 C. P. Steinmetz; Electromagnetic and Electrostatic Hysteresis, The Electric World, XXII, n. 9, p. 144, 26/Agosto/1893
- TAI.89 Yu-Chong Tai, R. S. Muller; IC-processed Electrostatic Synchronous Micromotors, Sensors and Actuators, 20, pp. 49-55, 1989
- TRU.47 John G. Trump; Electrostatic Sources of Electric Power, Electrical Engineering, pp. 525-534, June 1947
- WOO.59 David C. White, Herbert H. Woodson; Electromechanical Energy Conversion, John Wiley & Sons, 1959

Apêndice A – Símbolos para Grandezas e Unidades

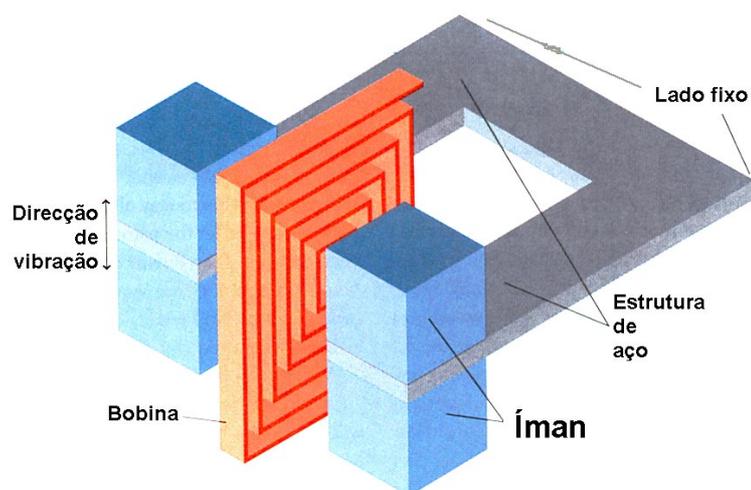
GRANDEZA		UNIDADE	
comprimento	l	metro	m
massa	m	quilograma	kg
tempo	t	segundo	s
período	T	segundo	s
constante de tempo	τ	segundo	s
ângulo (plano)	α, β, γ	radiano	rad
ângulo de rotação	θ	radiano	rad
velocidade angular	ω, Ω	radiano por segundo	rad/s
força	F	newton	N
binário	T	newton metro	N·m
momento de inércia	J	quilograma metro quadrado	kg·m ²
coeficiente de atrito	D	newton metro segundo por radiano newton por metro por segundo	N·m·s/rad N/m/s
pressão	p	pascal	Pa
energia	E, W	joule	J
potência	P	watt	W
campo eléctrico	E	volt por metro	V/m
potencial (eléctrico)	V	volt	V
tensão	u, U	volt	V
força electromotriz	e, E	volt	V
capacidade	C	farad	F
intensidade da corrente eléctrica	i, I	ampere	A
campo magnético	H	ampere por metro	A/m
força magnetomotriz	F, F _m	ampere	A
indução magnética	B	tesla	T
fluxo magnético	$\psi, \phi; \Psi, \Phi$	weber	Wb
potencial vector magnético	A	weber por metro	Wb/m
coef. auto-indução	L	henry	H
coef. indução mútua	M	henry	H
resistência	R	ohm	Ω
reactância	X	ohm	Ω
impedância	Z	ohm	Ω
admitância	Y	siemens	S
relutância	R, R _m	1 por henry	H ⁻¹
potência aparente	S	volt-ampere	VA
potência activa	P	watt	W
potência reactiva	Q	volt-ampere reactivo	var
factor de potência	λ	-	-
frequência	f	hertz	Hz
pulsção	ω	radianos por segundo	rad/s
diferença de fase	φ, ϕ	radiano	rad
deslizamento	s	-	-
número de espiras	N	-	-
razão do número de espiras	n	$n = N_1/N_2$	
razão de transformação	K	$K = U_{1n}/U_{20}$	
número de fases	m	-	-
número de pares de pólos	p	-	-
número de rotações por unidade de tempo	n	rotações por segundo	rot/s
temperatura absoluta	T	kelvin	K
temperatura Celsius	t	grau Celsius	°C

Apêndice B – MicroFonte para Sistemas Microelectromecânicos

No campo de aplicação dos sistemas microelectromecânicos (MEMS) detectou-se a falta de unidades geradores capazes de permitir o funcionamento desses sistemas desligados da rede, e sem necessidade de transportar baterias.

Os sistemas microelectromecânicos têm uma potência inferior a um miliwatt, o que obriga ao projecto de um gerador micrométrico capaz de fornecer essa potência.

O gerador desenvolvido, que é um pouco maior do que um cubo de açúcar, consiste, essencialmente, num íman vibrante em torno de uma bobina.



O microgerador é constituído por:

Circuito eléctrico — é formado por uma bobina de cobre, com nove espiras.

Circuito magnético — é formado por ímanes de neodímio + boro + ferro, com uma massa total de 500 mg. Uma linha de força do campo magnético partindo de um íman passará no espaço do entreferro, atravessando a bobina, para um outro íman, com polaridade contrária, e fechar-se-á pela estrutura de aço.

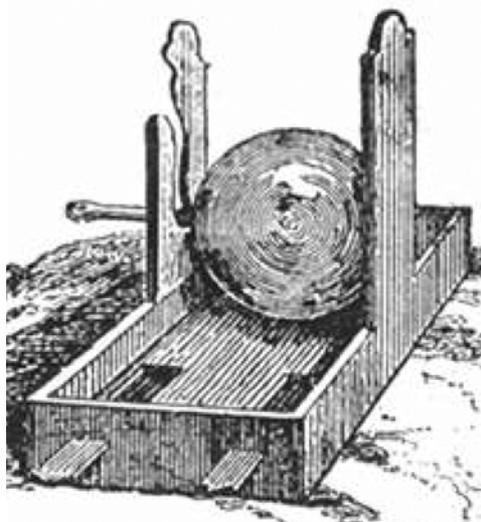
Órgão mecânico — consiste numa estrutura de aço inoxidável, presa numa extremidade e livre na zona dos ímanes permanentes (viga cantiliver ou viga alavanca), e com uma espessura de 0,2 mm.

O princípio de funcionamento deste microgerador baseia-se na vibração da estrutura de aço que provoca a variação do campo magnético fixo e constante criado pelos ímanes permanentes e que atravessa a bobina; dessa acção resulta a indução de uma força electromotriz na bobina de cobre. Quando a bobina de cobre está fechada sobre um circuito eléctrico, a força electromotriz gerada provocará a circulação de uma corrente eléctrica no circuito. A potência útil deste sistema electromecânico é de cerca de 1,5 mW.

O movimento vibratório da estrutura de aço, pode ser provocada pelo movimento do aparelho onde o microgerador está aplicado, como no caso de um aparelho medicinal — peacemaker ou aparelho para administrar medicamentos em tratamentos de longa duração — transportado pelo paciente.

Bib: *IEEE Spectrum*, p. 23, Setembro 2001

Um Globo de Enxofre



Um simples instrumento científico, desenvolvido no passado mas ainda hoje utilizado, pode conduzir ao erro quem o observar e interpretar à luz dos conhecimentos contemporâneos. Foi o que sempre sucedeu ao *globo de enxofre* apresentado em 1672 por Otto von Guericke (1602–1686) numa estampa com que ilustrou um livro sobre novas experiências no vácuo.

A partir do ano de 1731 com Stephen Gray e a partir de 1767 com Joseph Priestley passou-se a ligar o globo de enxofre de von Guericke ao estudo experimental da electricidade que nessa época começava a interessar várias mentes dotadas do sentido de procura de uma explicação racional para os fenómenos físicos do mundo. Começou nessa época a ser apresentado o globo de enxofre de von Guericke como uma primordial máquina electrostática de atrito, que serviu no estudo do fenómeno da repulsão eléctrica de um pequeno corpo leve, como a pena figurada na estampa original.

Mas esta interpretação errada que surgiu logo no início do estudo da Electricidade, propagou-se, repetiu-se e ainda hoje é apresentada como evocação de um facto histórico. Tudo, porque os criadores desta fantasia, assim como os seus repetidores, deslumbrados pelo estudo de um fenómeno físico tão rico como a Electricidade, não tiveram a capacidade para confrontar a estampa original com o texto a que estava ligada. Pode-se, por isso, associar o globo de enxofre de von Guericke, ao erro metodológico de todos os que fazem da História da Ciência e da Técnica uma repetição de factos copiados, mas não criticados, dos antigos textos acessíveis.

O estudo do texto de Otto von Guericke mostra que ele estava interessado apenas em ilustrar as Virtudes do Mundo (*De Virtutibus Mundanis*), através de uma experiência envolvendo um globo de

enxofre friccionado. As seis virtudes, ou propriedades, da Terra, que surgiam no globo friccionado, e que na actualidade podemos identificar como fenómenos eléctricos, eram a capacidade de atrair corpos (atração eléctrica), a “virtude expulsiva” ou capacidade repulsiva (repulsão de um corpo portador de carga eléctrica do mesmo sinal), a virtude impulsiva, a virtude sonora, a virtude iluminante, e a virtude térmica. No contexto do escrito de Otto von Guericke esta experiência física, que nunca é apresentada pelo autor como uma experiência eléctrica, e a sua interpretação traduz um momento singular da história do conhecimento (século dezassete), quando subsistiam construções cosmológicas escolásticas, ou apenas mágicas, apoiadas por uma experimentação laboratorial que, como método, traduzia o prenúncio de um tipo de procura do conhecimento que se iria afirmar no século seguinte.

Nesta experiência tudo tinha significado: a forma do globo resultava da correspondência com a forma da Terra e a utilização do enxofre tinha a ver com a Alquimia, onde estava associado ao fogo e à energia, embora mais tarde von Guericke refira que o globo era construído com vários minerais, como o globo terrestre.

O aspecto construtivo do globo de enxofre pode ser descrito como von Guericke o apresentou: formar-se uma esfera de enxofre “aproximadamente com o tamanho da cabeça de uma criança” dentro de um globo de vidro, lançando pó fino de enxofre no interior do globo e derretendo-o; quando o enxofre solidificar e arrefecer, quebra-se o globo de vidro, libertando o globo de enxofre. Na estampa original está patente que no momento de formar o globo, se pode introduzir um cabo de madeira para facilitar a fricção do globo de enxofre com a mão. •