



Mecánica del Vuelo del Avión

Parte I: Actuaciones del Avión

Sergio Esteban Roncero
Francisco Gavilán Jiménez

Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Escuela Superior de Ingenieros
Universidad de Sevilla
Curso 2009-2010

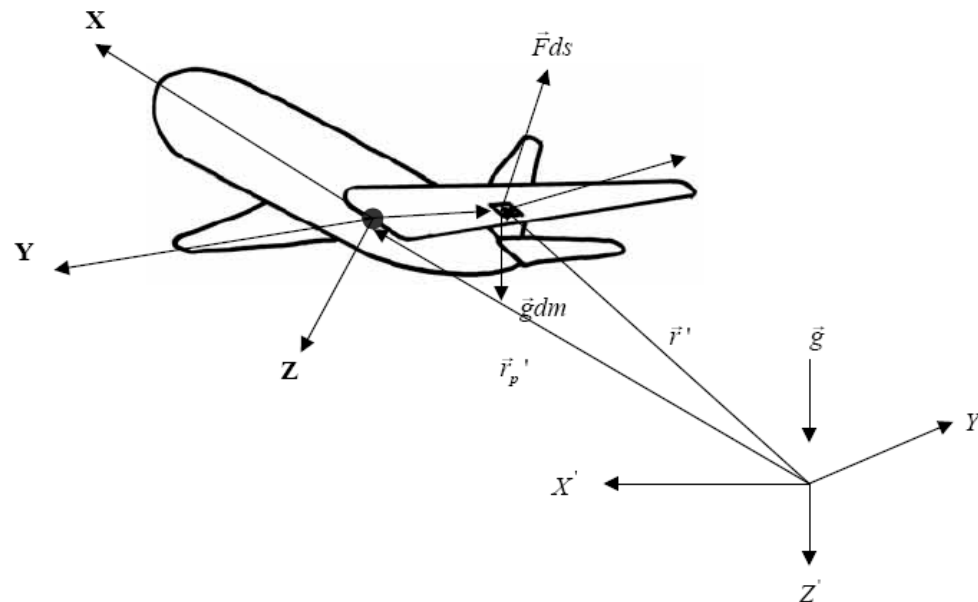


Contenido

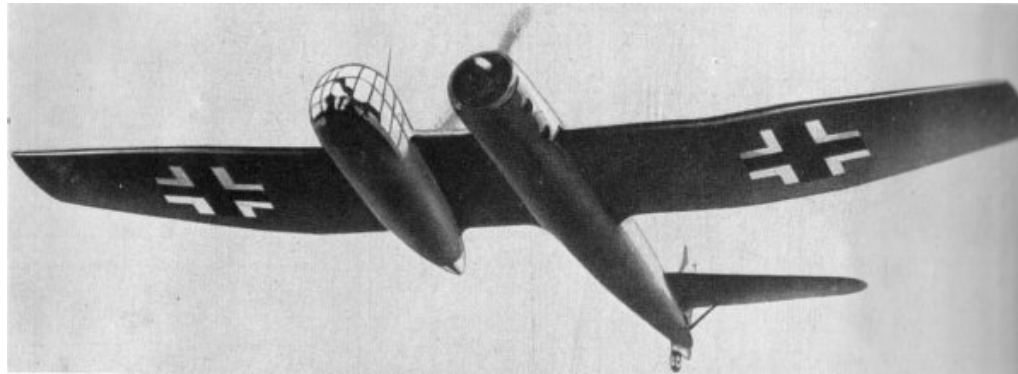
- Características globales del avión
 - Polar
 - Eficiencia aerodinámica
- Actuaciones del avión
 - Actuaciones de punto
 - Vuelo simétrico en plano vertical
 - Vuelo simétrico en plano horizontal
 - Actuaciones integrales
 - Alcance
 - Autonomía

Características globales del Avión

- En este tema se considera el *avión completo*.
- Hipótesis generales:
 - el avión es simétrico
 - es un cuerpo rígido sometido a un conjunto de fuerzas externas.
- Principales tareas de la Mecánica del Vuelo:
 - Estudio del movimiento como respuesta de las fuerzas externas
 - Estudio de la estabilidad y el control de dicho movimiento.
- Es necesario caracterizar el avión desde el punto de vista aerodinámico.
Hipótesis simplificativas:
 - Polar Parabólica
 - Eficiencia Aerodinámica



Aviones No Simétricos



Blohm & Voss BV 141 B-0



Scaled Composites Model 202 Boomerang



AD-1 (Ames-Dryden) 1

Dryden Flight Research Center ECN-13305 fr.4 Photographed 1980
AD-1 (Ames-Dryden 1) oblique-wing aircraft demonstrated improved fuel efficiency. NASA photo

Polar Parabólica - I

- La sustentación y la resistencia que genera un avión están directamente relacionadas.
- Polar del avión: función que relaciona el coeficiente de resistencia (C_D) con el de sustentación (C_L).
- La polar del avión es fundamental para estimar correctamente las actuaciones del avión.
- De forma general, el coeficiente de resistencia depende de:
 - De C_L ,
 - El números de Reynolds
 - Del Mach
 - La configuración del avión: no hay una sola polar sino varias según el segmento en el que se encuentre el avión.
 - Despegue
 - Crucero
 - Aterrizaje, etc.
- La construcción de la polar se construye contabilizando las distintas partes por separado y sumándolas luego con factores de corrección.
- Una aproximación que en muchos casos de interés proporciona buenos resultados es la *polar parabólica*:
 - C_{D0} se denomina coeficiente de resistencia sin sustentación,
 - k , parámetro de resistencia inducida unitaria.
 - La resistencia asociada al sumando kC_L^2 recibe el nombre de resistencia inducida por la sustentación.

$$C_D = C_{D0} + kC_L^2, \longrightarrow \text{Polar parabólica}$$

Polar Parabólica - II

- Es necesario disponer de métodos para calcular C_{D0} y k , lo cual se estudiará en Cálculo de Aviones.
- Puede decirse que la contribución más importante a C_{D0} es la resistencia debida a la fricción:
 - Para considerar un avión completo, hay combinar adecuadamente los coeficientes correspondientes a cada parte del mismo
 - Ala
 - Fuselaje
 - Cola
 - Existe una interferencia aerodinámica que hace que la resistencia global no sea la suma de las resistencias de cada elemento por separado.
 - Se introduce un factor de interferencia
 - Valores típicos de C_{D0} están entre 0.014 y 0.04
- En cuanto a la resistencia inducida por la sustentación (k):
 - Contribuye de forma notable la resistencia producida por los torbellinos de punta de ala
 - También se tiene una contribución debida a la variación de la fricción al modificar el campo de velocidades sobre el avión
 - Generalmente, k se puede expresar de la forma:

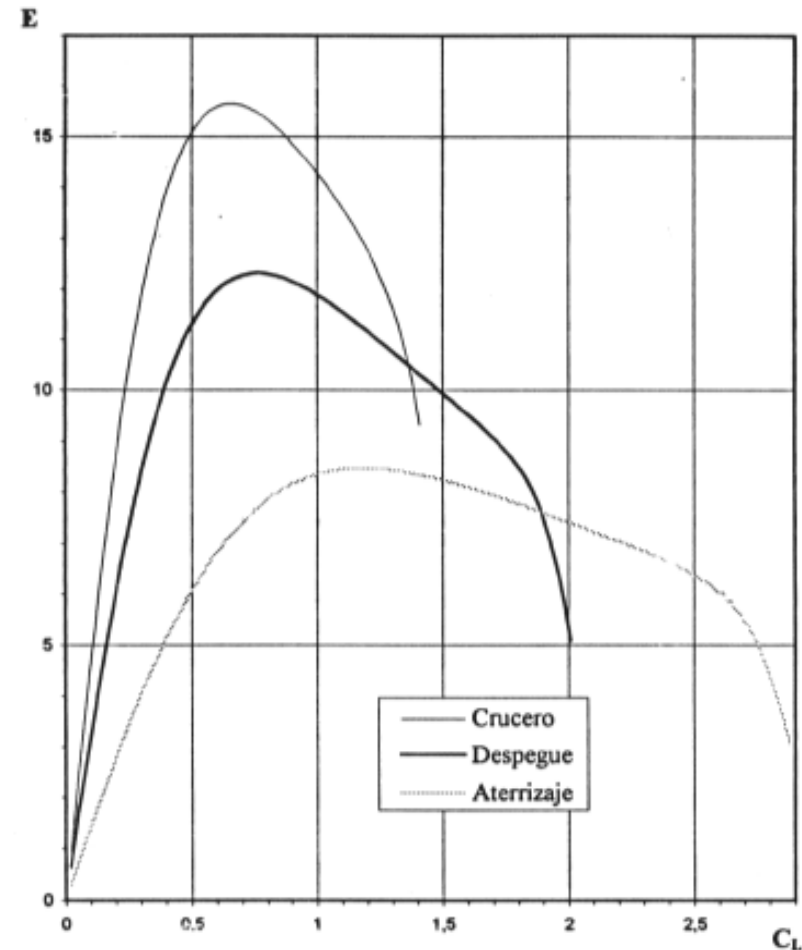
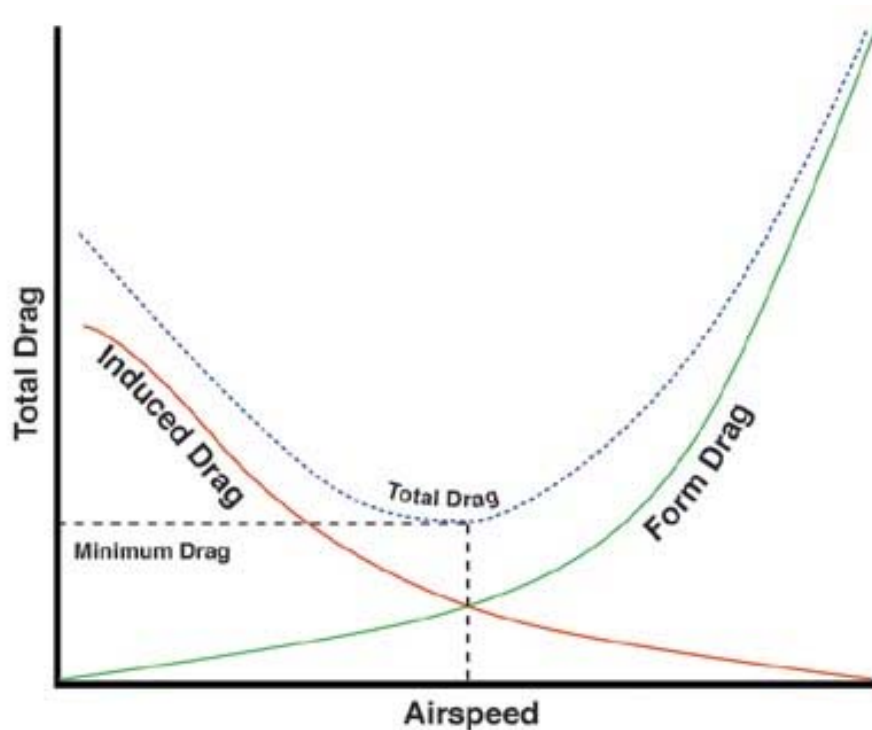
$$k = \frac{1}{\pi \Lambda \phi},$$

- Donde ϕ es un factor de eficiencia (*Factor de Oswald*) cuyos valores típicos están entre 0.65 y 0.85

Eficiencia Aerodinámica - I

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D_0} + kC_L^2} \Rightarrow E_{opt} = \frac{C_{L_{opt}}}{C_{D_0} + kC_{L_{opt}}^2} = \frac{1}{2\sqrt{kC_{D_0}}}$$

$$\frac{dE}{dC_L} = 0 \Rightarrow C_{L_{opt}} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{k}}$$



Eficiencia Aerodinámica - II

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$C_D = C_{D_0} + kC_L^2$$

$$k = \frac{1}{\pi A Re}$$

$$E = \frac{C_L}{C_{D_0} + kC_L^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dC_L} &= \frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L}{C_{D_0} + kC_L^2} \right) \\ &= \frac{1}{C_{D_0} + kC_L^2} - \frac{2kC_L^2}{\sqrt{C_{D_0} + kC_L^2}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{C_{D_0} + kC_L^2} - \frac{2kC_L^2}{\sqrt{C_{D_0} + kC_L^2}} = 0 \implies C_{L_{opt}} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{k}}$$

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D_0} + kC_L^2} \implies E_{opt} = \frac{C_{L_{opt}}}{C_{D_0} + kC_{L_{opt}}^2} = \frac{1}{2\sqrt{kC_{D_0}}}$$

Actuaciones del Avión

- Actuaciones de punto: estudio del movimiento de su centro de masas a lo largo de su trayectoria:
 - vuelo horizontal.
 - en subida.
 - en descenso.
 - en planeo.
 - en viraje.
 - despegue y el aterrizaje.
- Actuaciones integrales: estudio del movimiento de su centro de masas entre los puntos inicial y final de su trayectoria para una carga de combustible dada:
 - Alcance: distancia recorrida respecto a tierra.
 - Autonomía: tiempo que la aeronave puede mantenerse en vuelo.

Actuaciones de Punto - I

- El problema de las actuaciones de punto de un avión:
 - estudio del movimiento de su centro de masas a lo largo de su trayectoria
 - movimiento que está regido por la 2ª Ley de Newton.

Velocidad del centro de masas respecto a un sistema inercial

Fuerza aerodinámica

Fuerza gravitatoria

$$m \frac{d\vec{V}_g}{dt} = \vec{F}_A + \vec{F}_T + \vec{F}_G$$

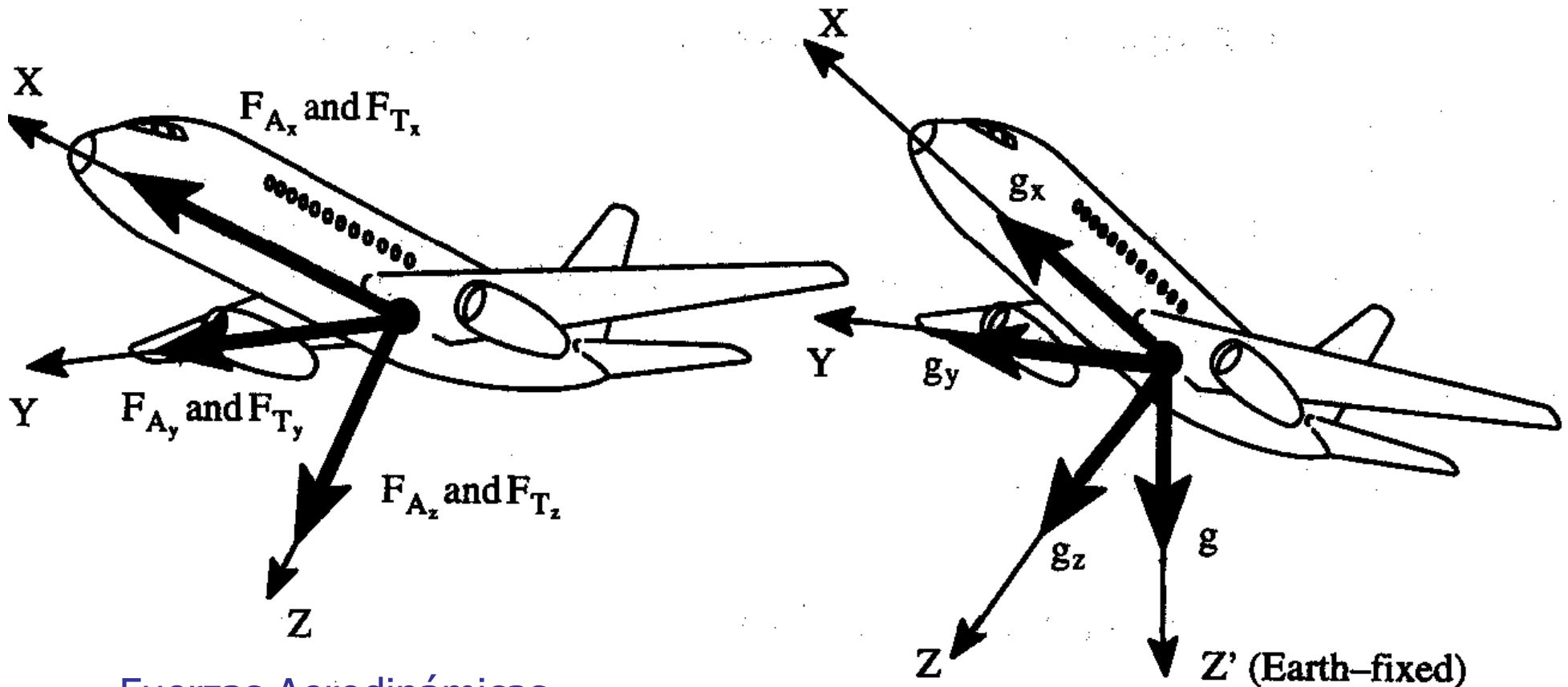
Masa del avión

Fuerza propulsiva

- En general la masa es una función del tiempo, como consecuencia del consumo de combustible.

Actuaciones de Punto - II

$$m \frac{d\vec{V}_g}{dt} = \vec{F}_A + \vec{F}_T + \vec{F}_G$$

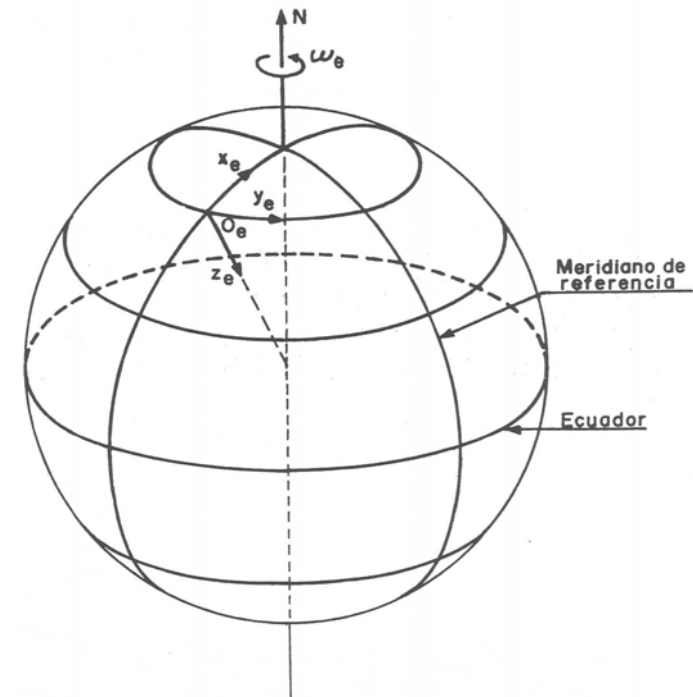
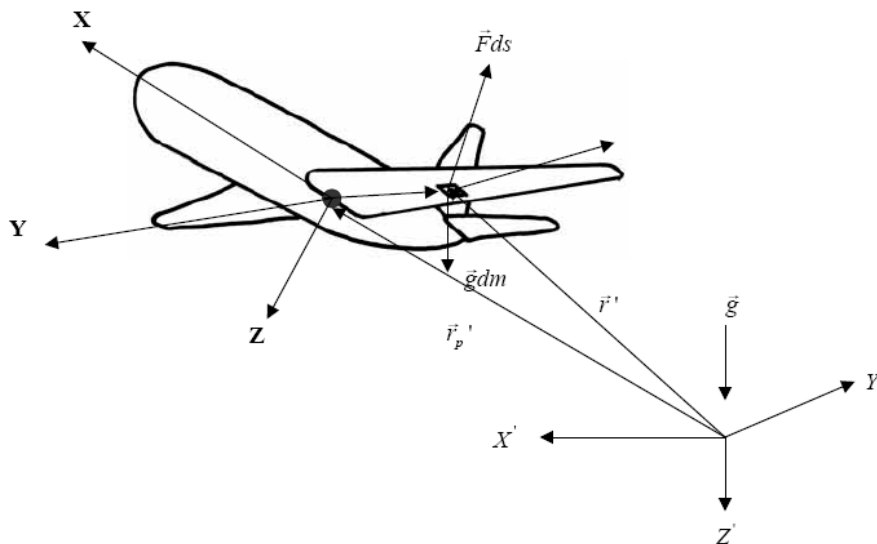


Fuerzas Aerodinámicas
y Propulsivas

Aceleraciones Gravitatorias

Sistemas de Coordenadas - I

- La mecánica de vuelo utiliza diferentes sistemas de coordenadas para definir la posición del avión:
 - Sistema inercial:
 - es un sistema fijo respecto a las estrellas fijas o con movimiento rectilíneo uniforme respecto a ellas
 - Sistema de ejes tierra: ($O_e X_e Y_e Z_e$):
 - el origen O_e es un punto cualquiera de la superficie terrestre.
 - los ejes X_e e Y_e están en el plano horizontal, generalmente X_e hacia el Norte e Y_e hacia el Este
 - el eje Z_e se define formando un triedro a derechas
 - positivo hacia el centro de la Tierra.
 - Hipótesis de Tierra plana :
 - A alturas de vuelo pequeñas comparadas con el radio de la Tierra
 - Velocidades de vuelo pequeñas comparadas con las velocidades de vuelo orbital
 - Puede suponerse que el sistema de ejes tierra es inercial.



Sistemas de Coordenadas - II

- Sistema de ejes horizonte local ($O_h X_h Y_h Z_h$):
 - el origen O_h es un punto cualquiera del plano de simetría del avión (generalmente el centro de masas)
 - los eje X_h , Y_h y Z_h son paralelos a los ejes tierra correspondientes.
- Sistema de ejes viento ($O_w X_w Y_w Z_w$):
 - el origen O_w es un punto cualquiera del plano de simetría del avión (generalmente el centro de masas)
 - el eje X_w está dirigido en cada instante según el vector velocidad aerodinámica del avión V y en su mismo sentido
 - el eje Z_w está situado en el plano de simetría del avión, perpendicular a X_w y orientado hacia abajo en la actitud normal de vuelo del avión,
 - el eje Y_w completa el triedro.
- Sistema de ejes velocidad ($O_v X_v Y_v Z_v$):
 - el origen O_v es un punto cualquiera del plano de simetría del avión (generalmente el centro de masas),
 - el eje X_v está dirigido en cada instante según el vector velocidad absoluta V_g y en su mismo sentido
 - el eje Y_v está situado en el plano horizontal, perpendicular a X_v y según el ala derecha del avión
 - el eje Z_v completa el triedro.

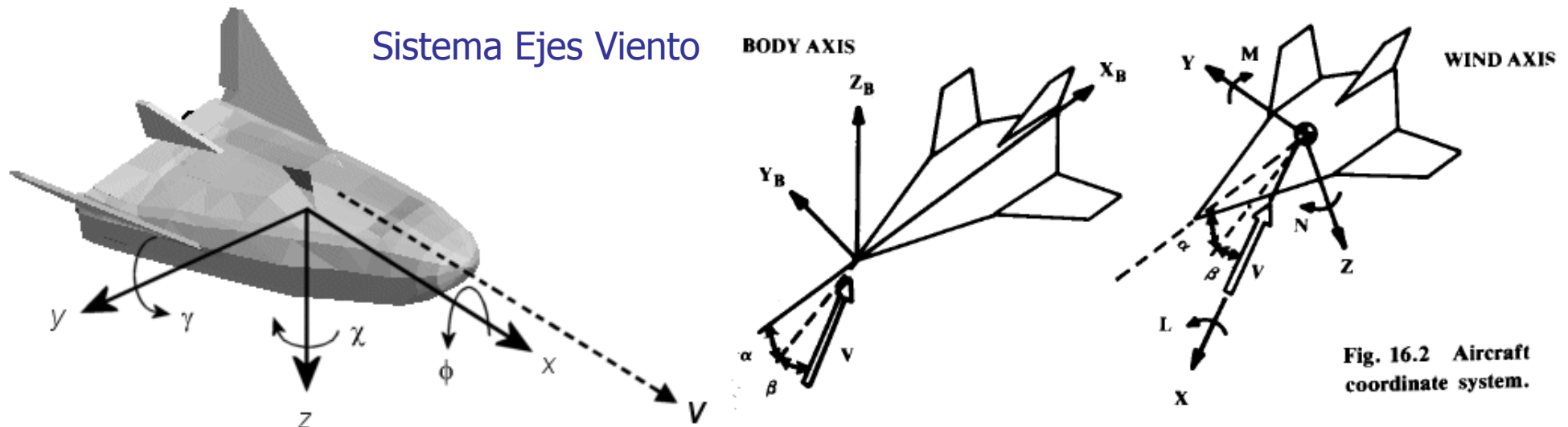
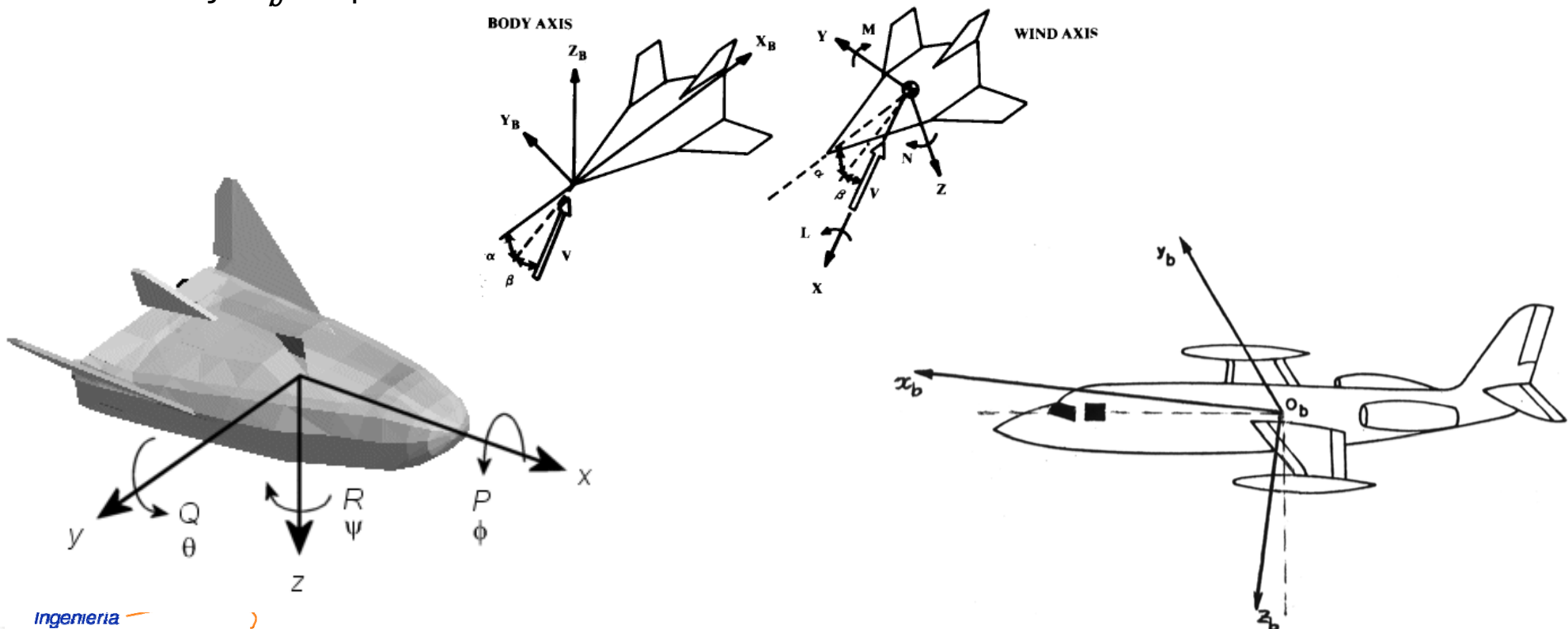


Fig. 16.2 Aircraft coordinate system.

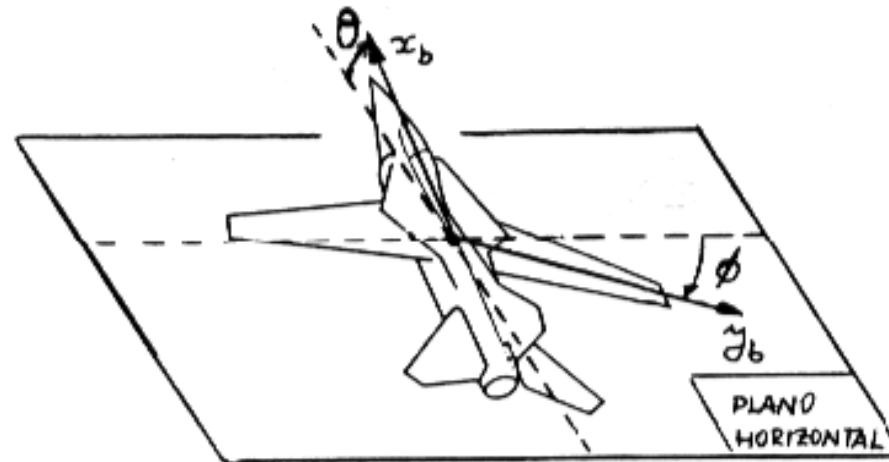
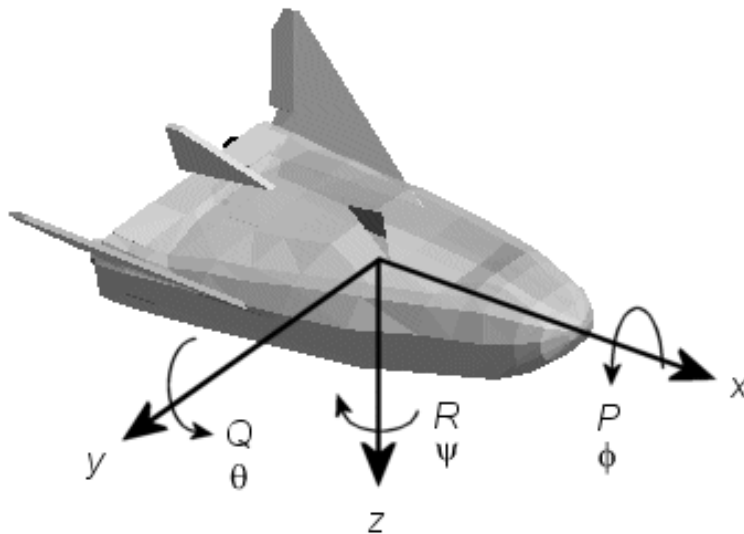
Sistemas de Coordenadas - III

- Sistema de ejes cuerpo ($O_b X_b Y_b Z_b$):
 - este sistema es fijo respecto del avión
 - el origen O_b es el centro de masas del avión
 - el eje X_b está contenido en el plano de simetría y positivo hacia adelante,
 - el eje Z_b está contenido en el plano de simetría, perpendicular a X_b y positivo hacia abajo en la actitud normal de vuelo,
 - el eje Y_b completa el triedro.

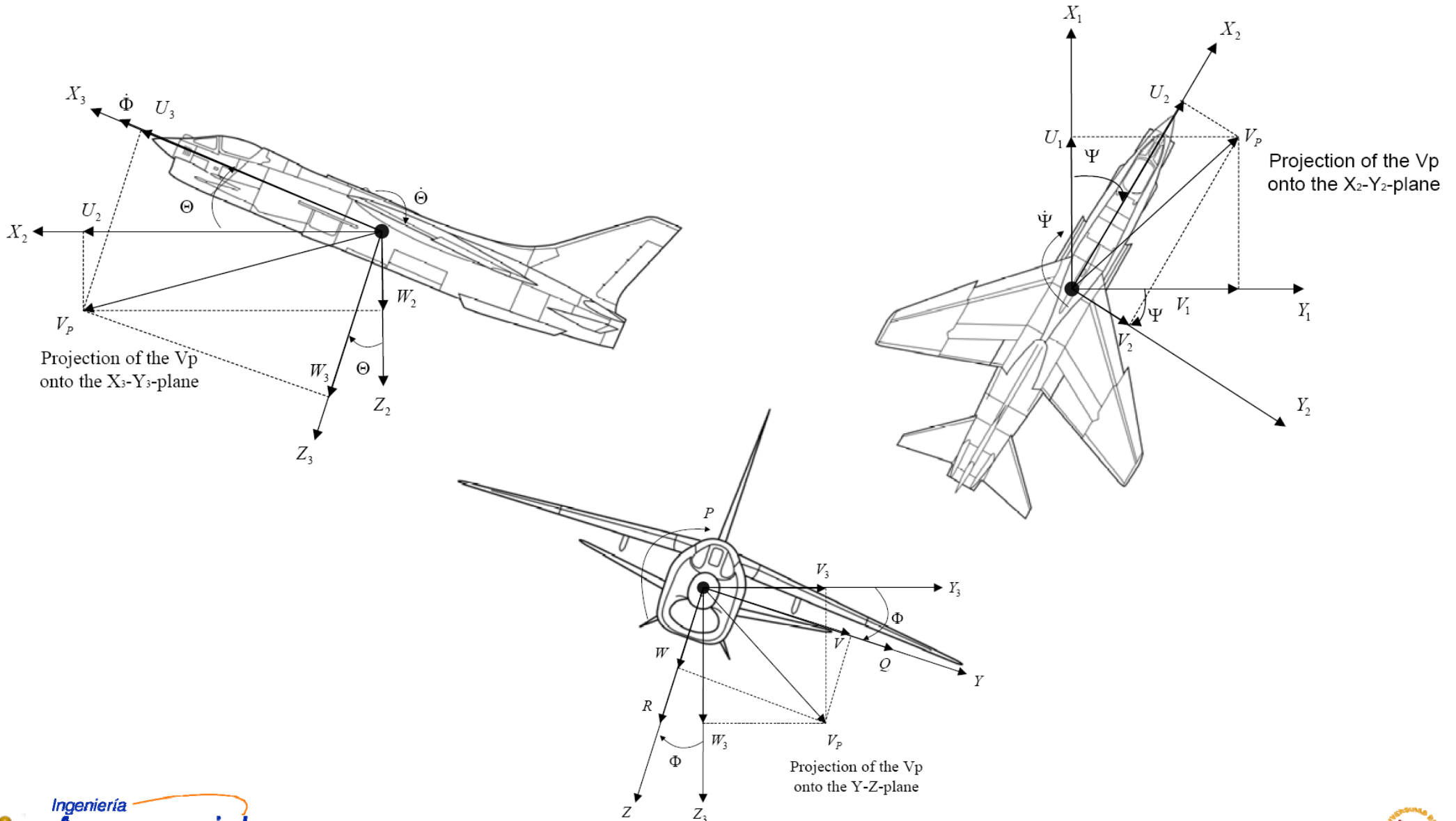


Actitud del Avión - I

- Ángulos que definen la actitud de la aeronave:
 - Ángulo de asiento θ :
 - el ángulo formado por el eje X_b y el plano horizontal.
 - Ángulo de balance ϕ :
 - el ángulo formado por el eje Y_b y el plano horizontal.
 - Ángulo de guiñada ψ :
 - el ángulo formado por la proyección de X_b sobre el plano horizontal y la dirección de referencia X_h

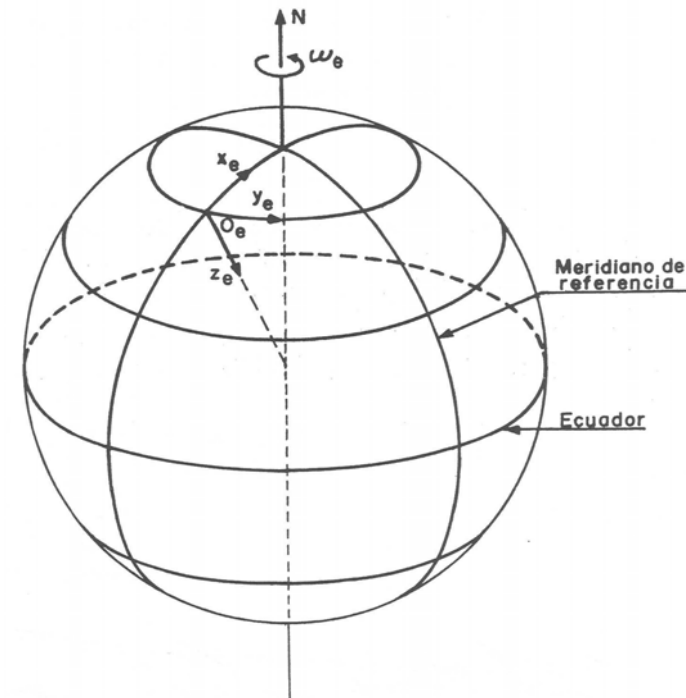
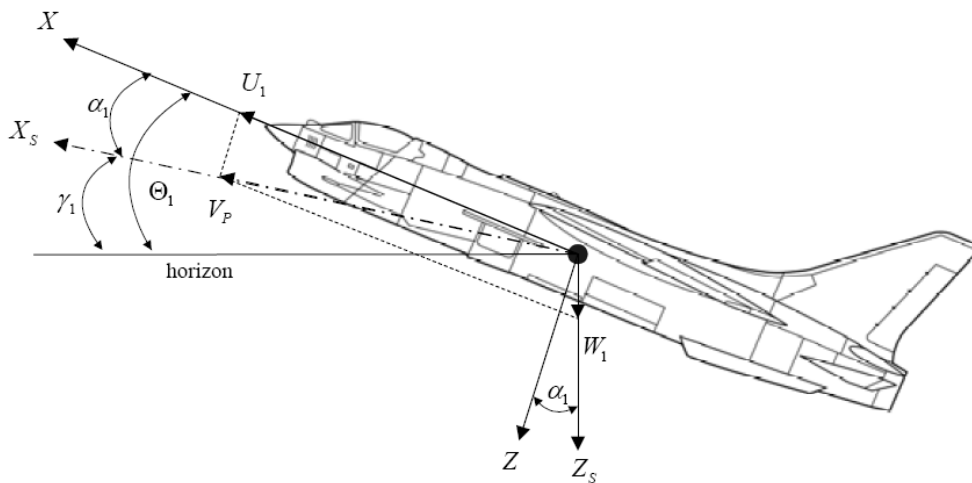


Actitud del Avión - II



Actitud del Avión - III

- Ángulos que definen la orientación de la trayectoria del avión.
 - Ángulo de asiento de la velocidad o de trayectoria γ :
 - el ángulo formado por la velocidad V_g y el plano horizontal.
 - Ángulo de guiñada de la velocidad o de rumbo χ :
 - el ángulo formado por la proyección de V_g sobre el plano horizontal y la dirección de referencia X_H .
- Ángulo de balance de la velocidad μ :
 - el ángulo formado por el plano $x_w z_w$ (plano LD) con el plano vertical que contiene a x_w .



Actitud del Avión - IV

- Ángulo de ataque α :
 - el ángulo que forma la proyección de V sobre el plano de simetría del avión con el eje x_b .
- Angulo de resbalamiento β :
 - el ángulo que forma el vector V con el plano de simetría del avión.
- Los ángulos α y β – definen la orientación del sistema de ejes cuerpo respecto al de ejes viento
 - definen la orientación del viento incidente respecto del avión.

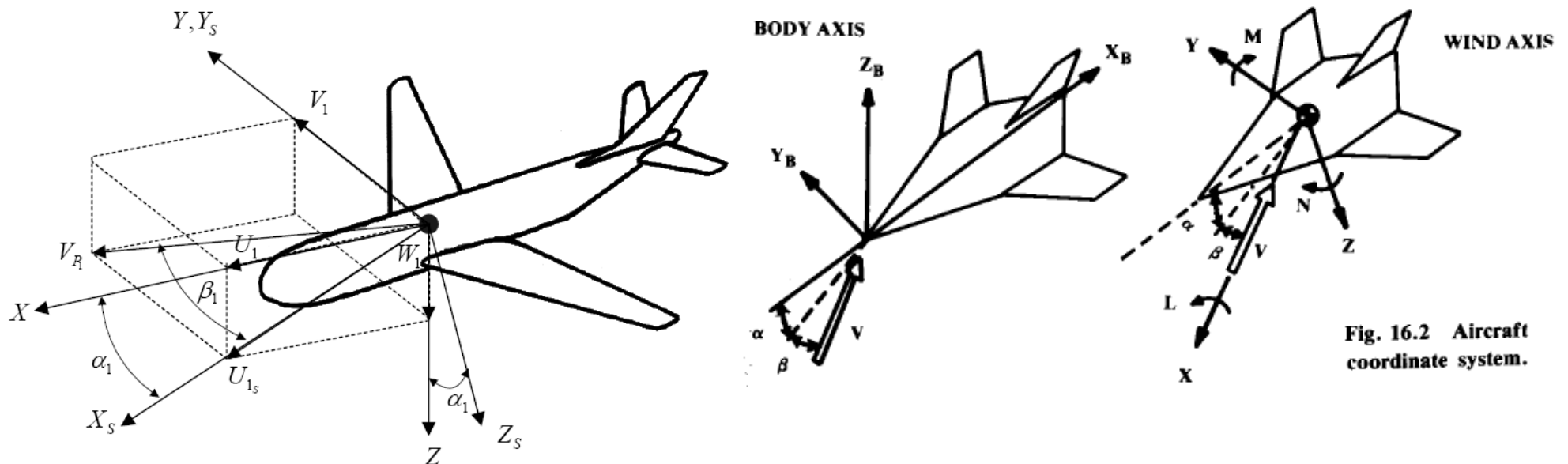
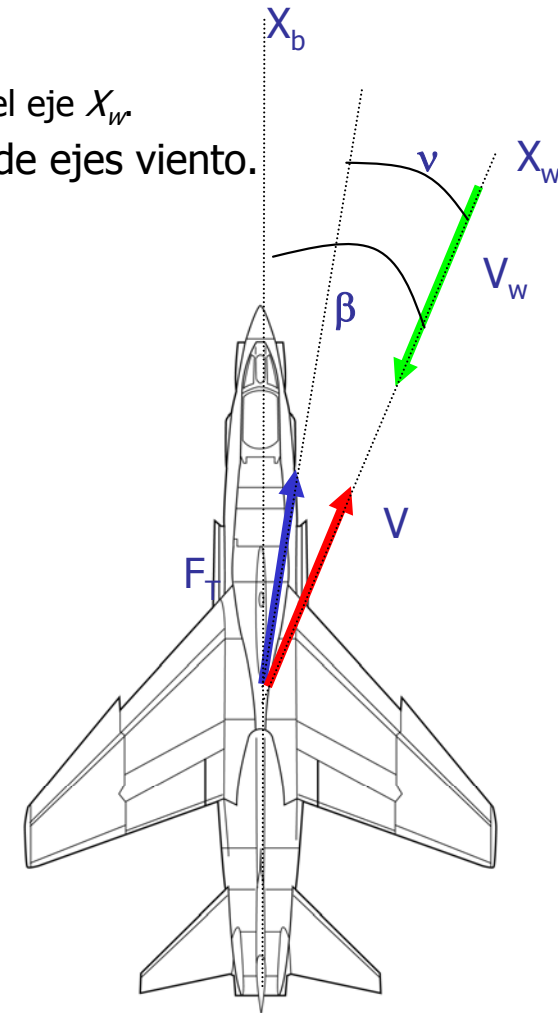
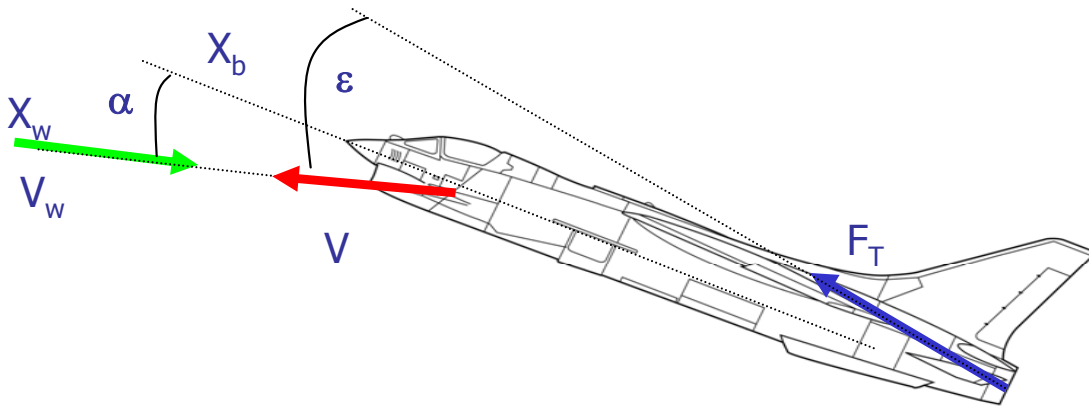


Fig. 16.2 Aircraft coordinate system.

Actitud del Avión - V

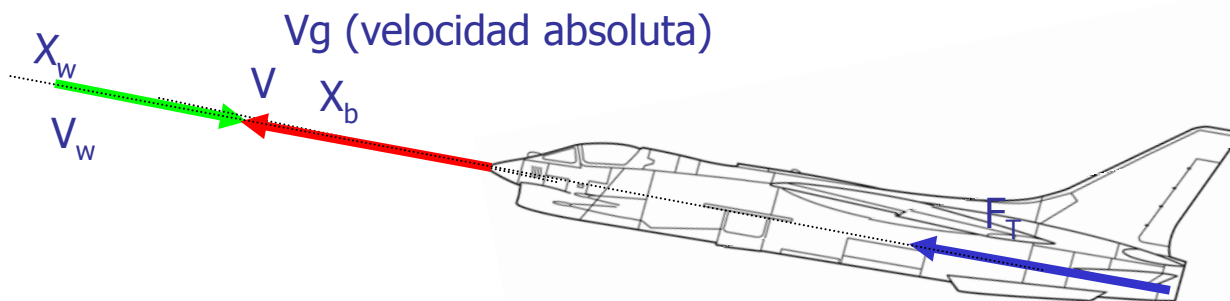
- Ángulo de ataque del empuje ε :
 - el ángulo que forma F_T con el plano $X_w Y_w$
- Ángulo de resbalamiento del empuje ν :
 - el ángulo que forma la proyección de F_T sobre el plano $X_w Y_w$ con el eje X_w
- Los ángulos ε y ν definen la orientación del empuje respecto de ejes viento.
 - V_g – velocidad absoluta
 - V – Velocidad aerodinámica
 - V_w – velocidad del viento

$$V_g = V + V_w$$



Vuelo Simétrico - I

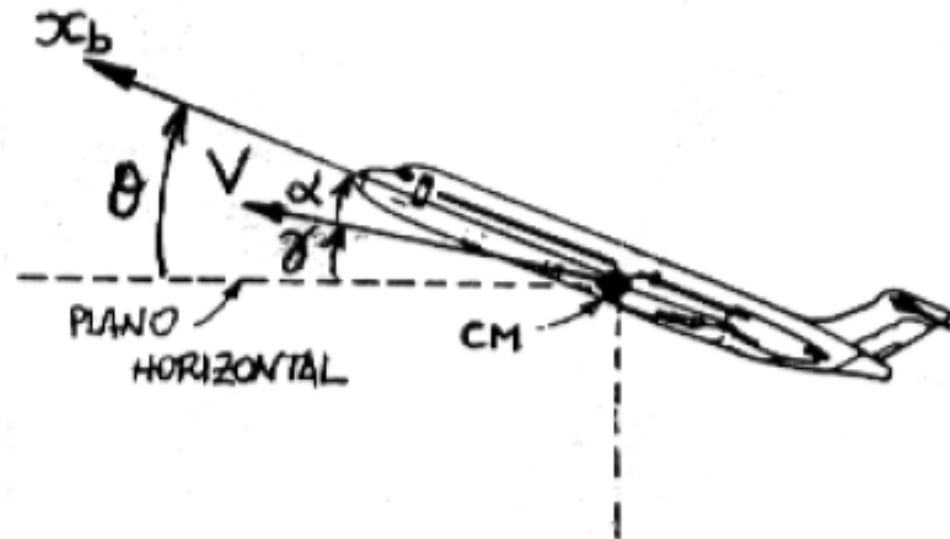
- Se dice que un avión está en vuelo simétrico si la velocidad aerodinámica V y la fuerza propulsiva F_T están contenidos en el plano de simetría del avión.
- En tal caso se tienen las siguientes propiedades:
 - el plano $X_w Z_w$ (plano LD) coincide con el plano de simetría del avión:
 - $\beta = \nu = 0$
 - α es el ángulo formado por V y el eje X_b
 - ε es el ángulo formado por F_T y V
 - los ejes Y_w e Y_b coinciden.
- Considerando que el sistema de ejes tierra es inercial, cuando se supone que no hay viento se verifican las siguientes propiedades:
 - $V_g = V$,
 - los ejes X_v y X_w coinciden.



Vuelo Simétrico - II

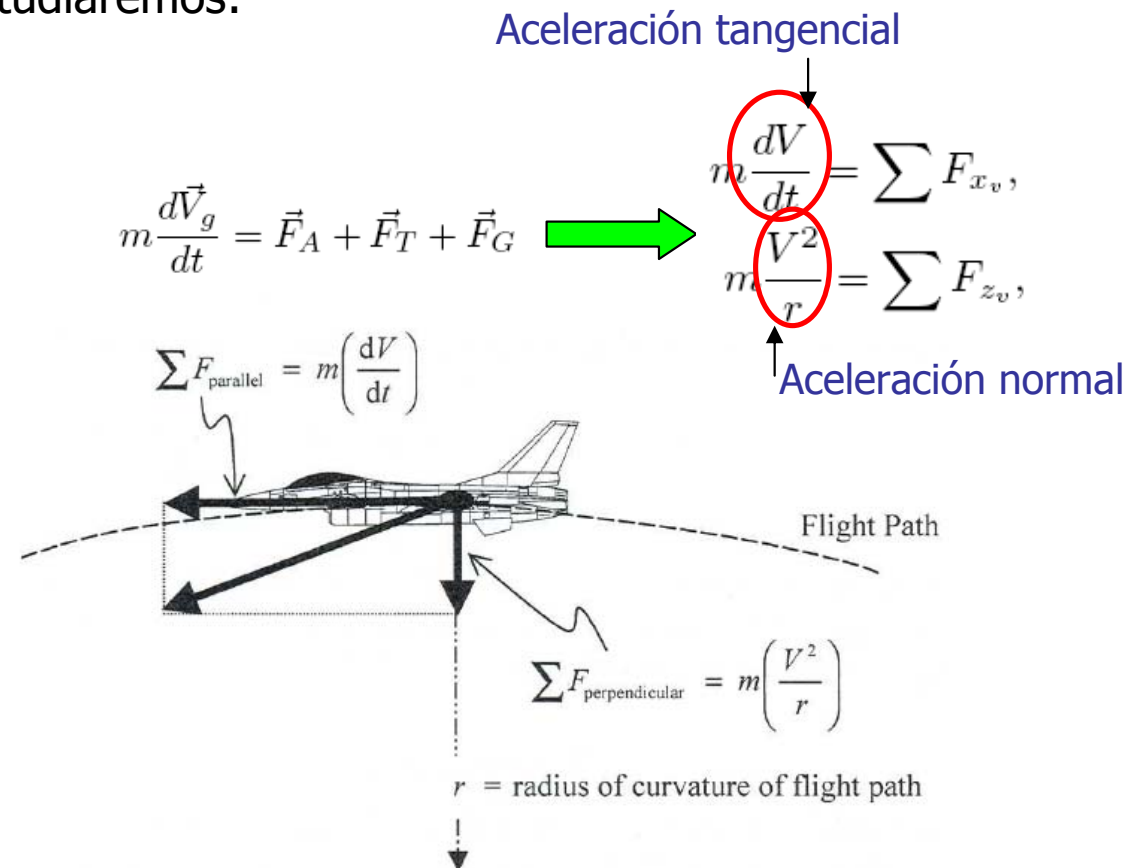
- En este curso se analizan las actuaciones del avión bajo las siguientes condiciones generales:
 - aire en calma,
 - vuelo simétrico,
 - $\varepsilon=0$: el empuje va según la dirección de V.
- En estas condiciones se verifica

$$\theta = \alpha + \gamma$$



Vuelo Simétrico en el Plano Vertical - I

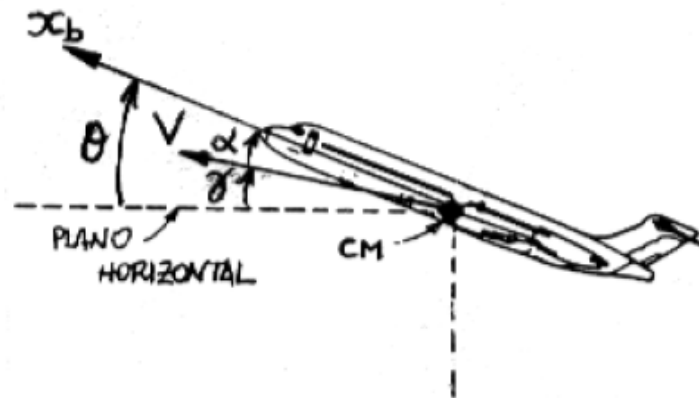
- En esta condición de vuelo el centro de masas del avión siempre se mueve en el plano vertical. Se tiene $\mu = 0$.
- El plano de simetría del avión coincide con el plano vertical.
- Los ejes viento y los ejes velocidad coinciden.
- Las ecuaciones del movimiento, según ejes velocidad son
- Diferentes vuelos simétricos que estudiaremos:
 - Vuelo rectilíneo uniforme
 - Vuelo horizontal
 - Subida y descenso
 - Planeo
 - Viraje circular uniforme



Vuelo Simétrico PV - Vuelo rectilíneo uniforme

- Vuelo Rectilíneo y Uniforme:
 - No existe la aceleración centrípeta ($\gamma = \text{cte}$)
 - No existe aceleración tangencial ($V = \text{cte}$)

$$m \frac{d\vec{V}_g}{dt} = \vec{F}_A + \vec{F}_T + \vec{F}_G \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= \sum F_{x_v}, \\ m \frac{V^2}{r} &= \sum F_{z_v}, \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \sum F_{x_v} &= 0, \\ \sum F_{z_v} &= 0. \end{aligned}$$



Vuelo Simétrico PV. Vuelo rectilíneo uniforme - II

- Vuelo horizontal:

- No existe la aceleración centrípeta ($\gamma = \text{cte}$), ni aceleración tangencial.

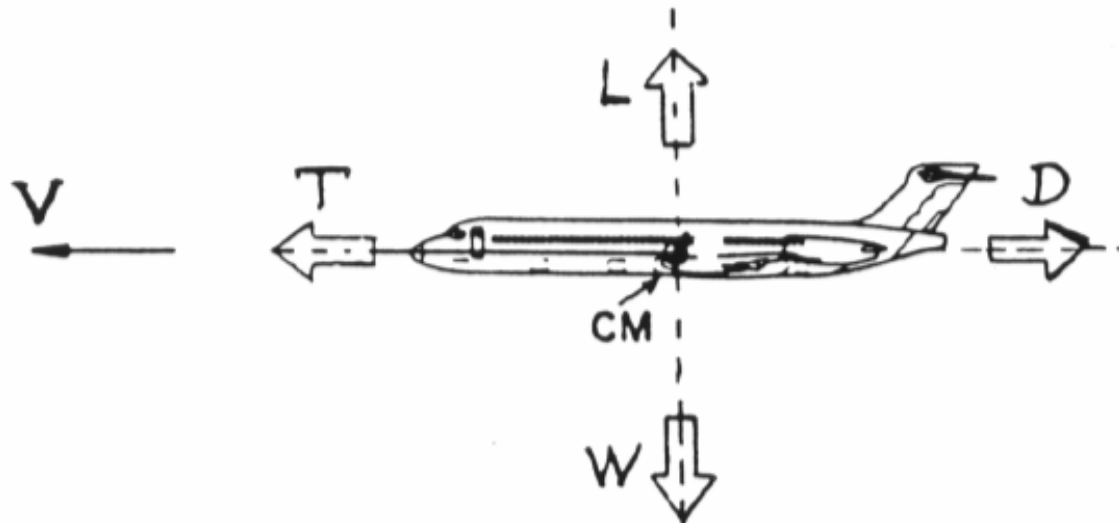
$$m \frac{dV}{dt} = \sum F_{x_v},$$
$$m \frac{V^2}{r} = \sum F_{z_v},$$

$L = W,$
 $T = D,$

- El factor de carga se define como:

- En vuelo horizontal $n=1$

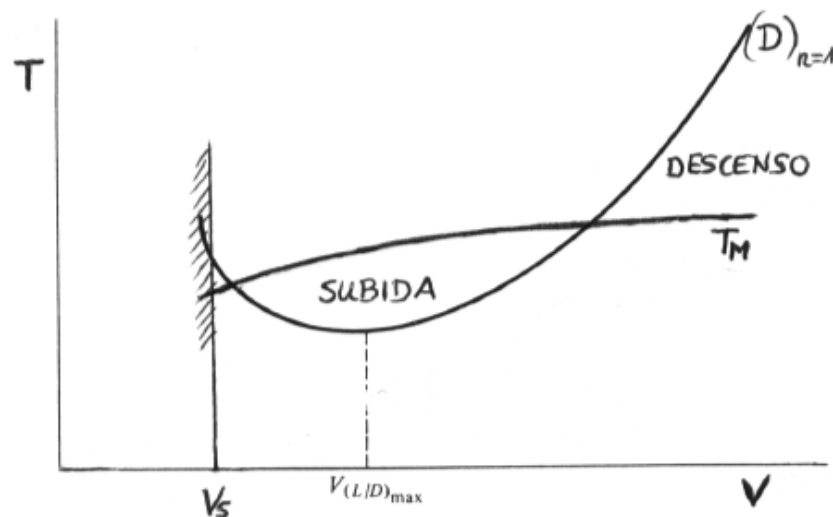
$$n = \frac{L}{W};$$



Vuelo Simétrico PV. Vuelo rectilíneo uniforme - III

$$C_D = C_{D_0} + kC_L^2, \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} L &= W, \\ T &= D, \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha) &= W, \\ \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} &= T, \end{aligned}$$

- La primera ecuación:
 - Define la relación existente entre la velocidad de vuelo y el ángulo de ataque:
 - Para incrementar V es necesario disminuir α
- La segunda ecuación:
 - Proporciona el empuje necesario en función de la velocidad de vuelo
 - También indica que para cada valor del empuje suministrado por el motor existen dos posibles velocidades de vuelo:
 - en la práctica la velocidad de vuelo es la más grande de las dos.



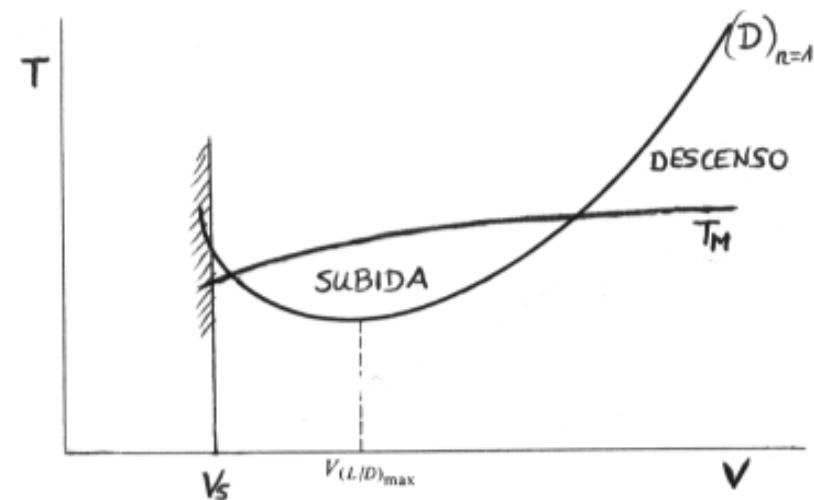
Vuelo Simétrico PV. Vuelo rectilíneo uniforme - IV

- El empuje necesario para vuelo horizontal será mínimo cuando la eficiencia aerodinámica sea máxima

$$\begin{array}{l} L = W, \\ T = D, \end{array} \quad \longrightarrow \quad T = \frac{W}{E},$$

- La velocidad mínima de vuelo a cada altura viene dada por la velocidad de entrada de pérdida V_s
- La velocidad máxima a cada altura se obtiene con la condición de empuje suministrado máximo (a esa altura).
 - El empuje varia con la altura y con la velocidad

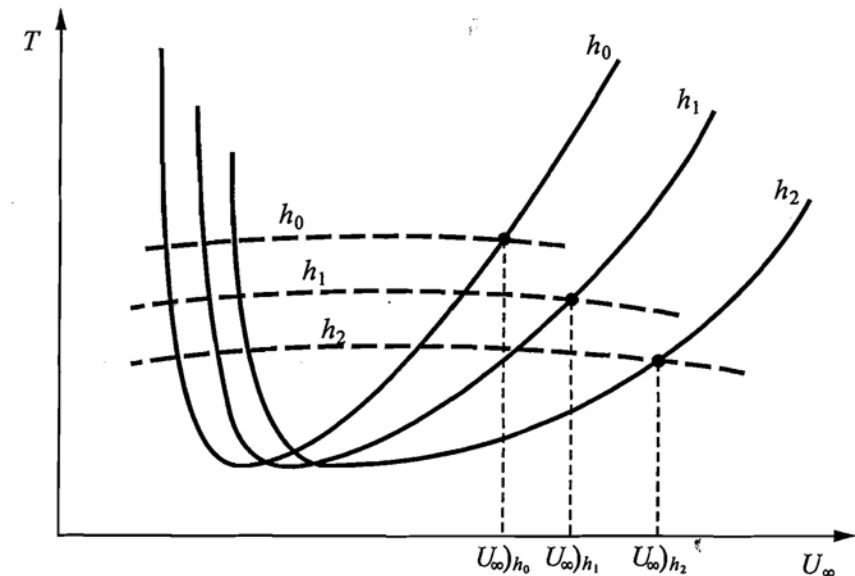
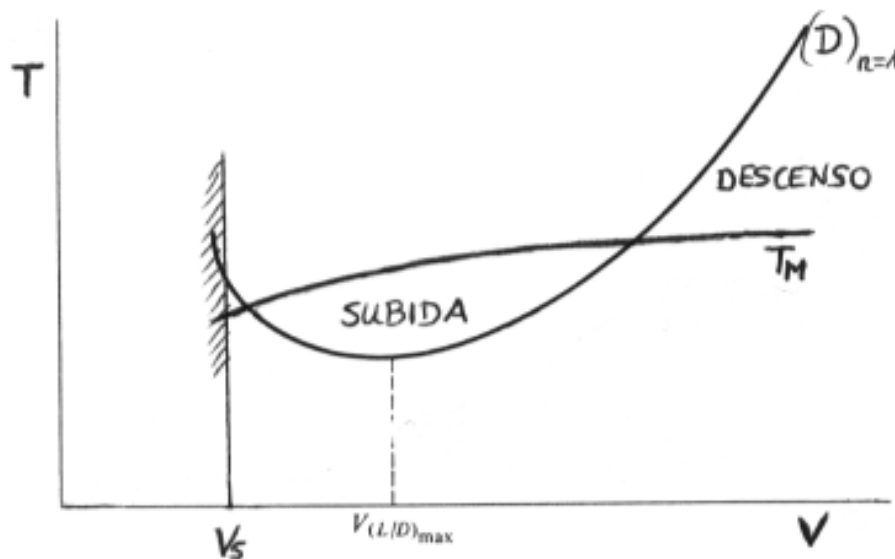
$$W = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S C_L, \quad \longrightarrow \quad V_s = \left(\frac{2W}{\rho C_{L_{max}}} \right)^{\frac{1}{2}}$$



Vuelo Simétrico PV – Vuelo horizontal - IV

■ Techo Teórico:

- Es la máxima altitud para la que es posible el vuelo horizontal, rectilíneo y uniforme, para un peso y una configuración dados.
- Viene determinado por la condición de que el empuje máximo suministrado por el motor sea igual al empuje mínimo necesario para vuelo horizontal.
- El empuje del motor depende de la altitud de vuelo, es necesario conocer esta característica del motor para calcular dicho techo teórico
 - Se desarrollará en la asignatura de Sistemas de Propulsión.



VSPV – Subida y descenso - I

- Subida y Descenso:

- La condición de subida o descenso es $\gamma = \text{constante} \neq 0$
- Factor de carga

$$m \frac{dV}{dt} = \sum F_{x_v},$$
$$m \frac{V^2}{r} = \sum F_{z_v},$$

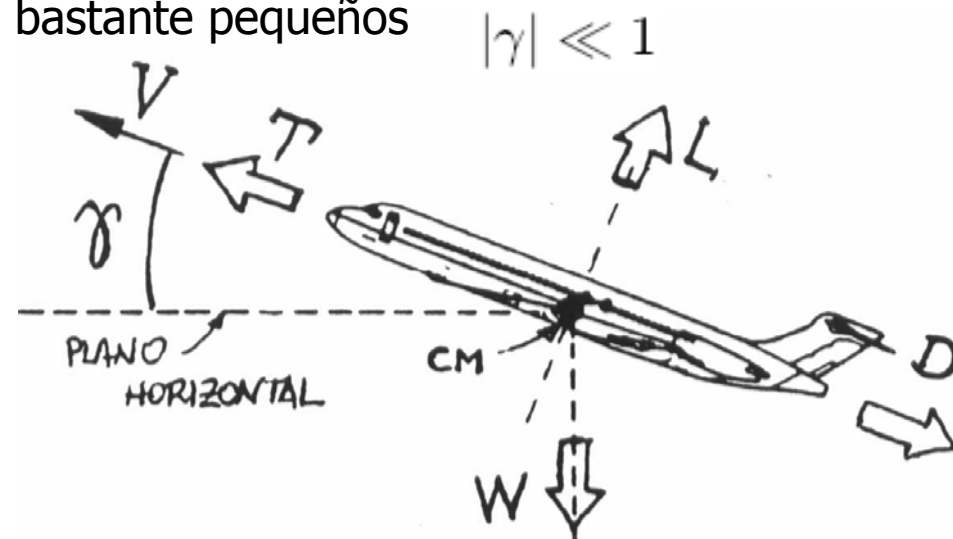


$$L = W \cos \gamma,$$
$$T = D + W \sin \gamma,$$



$$n = \cos \gamma,$$

- El factor de carga $n < 1$.
- Se utiliza la aproximación del ángulo de asiento de la velocidad pequeño lo cual simplifica notablemente el problema.
- Para el caso de subida y bajada de aviones esto es bastante común ya que los ángulos de subida y bajada son bastante pequeños

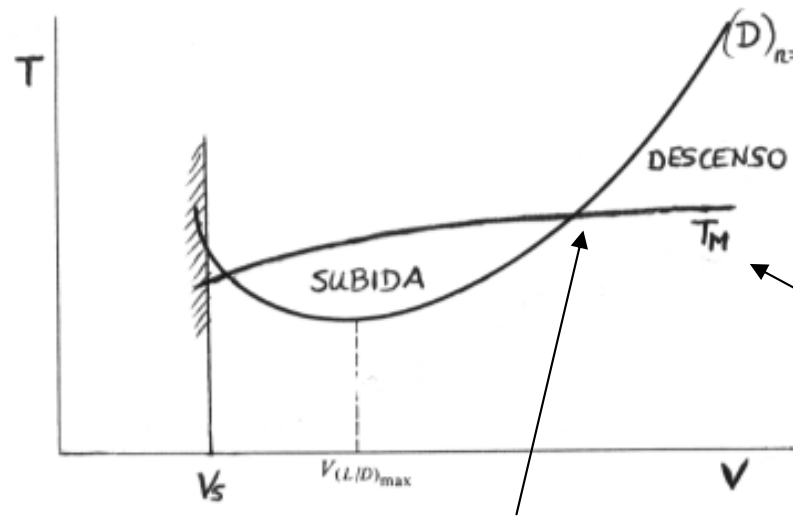
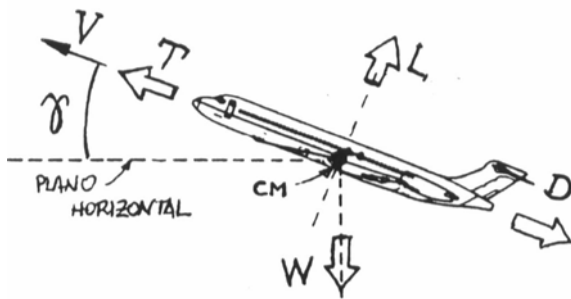


VSPV – Subida y descenso - II

$$|\gamma| \ll 1 \quad \begin{cases} L = W \cos \gamma, \\ T = D + W \sin \gamma, \end{cases} \quad \begin{cases} L \approx W, \\ \gamma \approx \frac{T - D}{W}. \end{cases} \quad \gamma \approx \frac{1}{W} \left[T - \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} \right) \right]$$

■ Esta ecuación proporciona:

- Una estimación del empuje necesario para mantener, a una altura dada, una subida uniforme, definida por γ y V
- indica el valor de γ para cada valor del empuje suministrado por el motor, a una velocidad dada:
 - el ángulo de asiento de velocidad de un avión es controlado mediante el empuje de su grupo motopropulsor.



el empuje necesario para vuelo horizontal, a una altura dada

el empuje suministrado por el grupo motopropulsor

Variación del empuje con la velocidad

VSPV – Subida y descenso - III

- La velocidad ascensional, V_a , se define como la altura ganada por el avión (o perdida, si desciende) por unidad de tiempo:

$$V_a = \frac{dh}{dt} = V \sin \gamma \approx V \gamma, \quad \leftarrow \quad \gamma \approx \frac{1}{W} \left[T - \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} \right) \right]$$

altura (pointing to dh)

- Se desprecia la variación local de la densidad con la altura en todo el análisis de la subida y descenso.

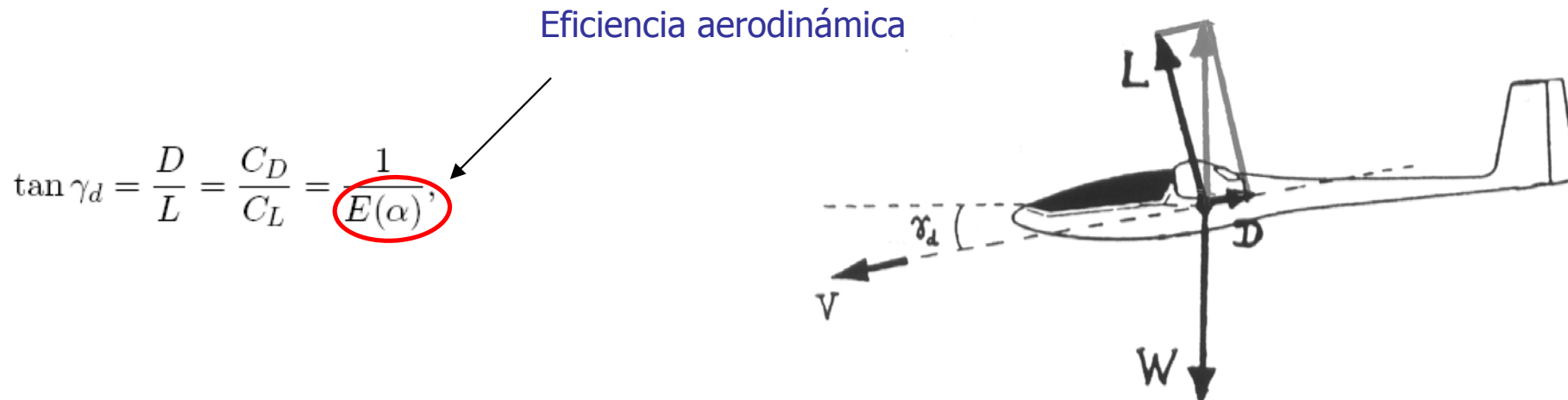
VSPV – Planeo - I

■ Planeo:

- El planeo es un caso particular de descenso, aquél en que el empuje suministrado es nulo.
- Las ecuaciones del movimiento son

$$\begin{aligned} L &= W \cos \gamma_d, \\ D &= W \sin \gamma_d, \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \gamma_d = -\gamma \quad \text{Ángulo de planeo (descenso)}$$

- Estas expresiones indican que, para tener una condición de planeo uniforme, la fuerza aerodinámica (total) debe ser vertical para equilibrar al peso.

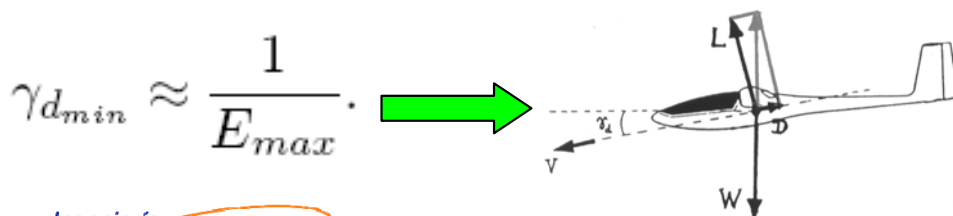
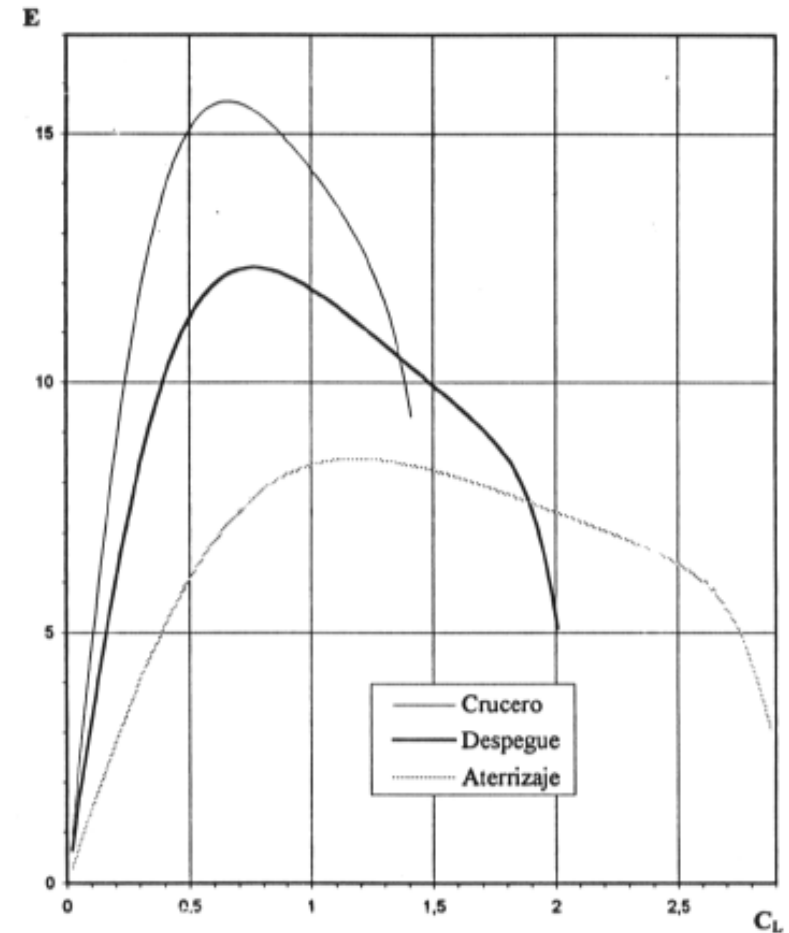


VSPV – Planeo - II

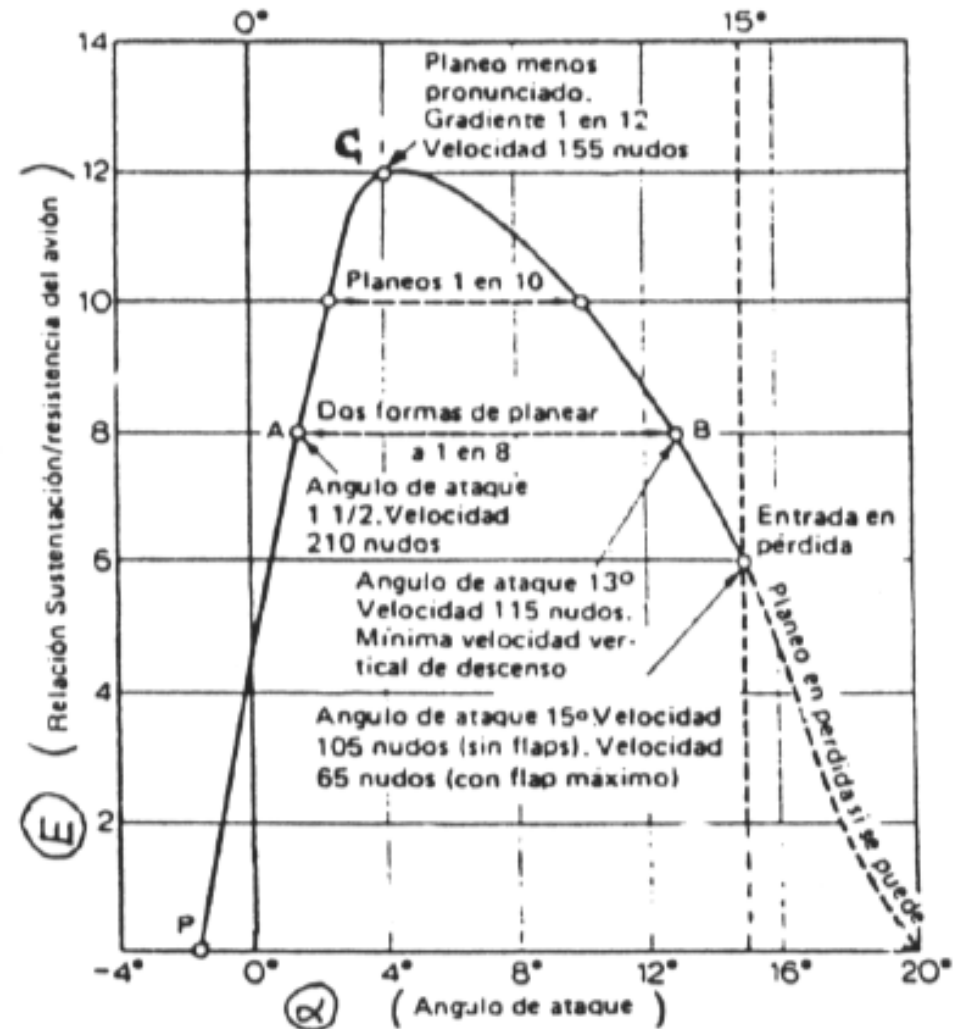
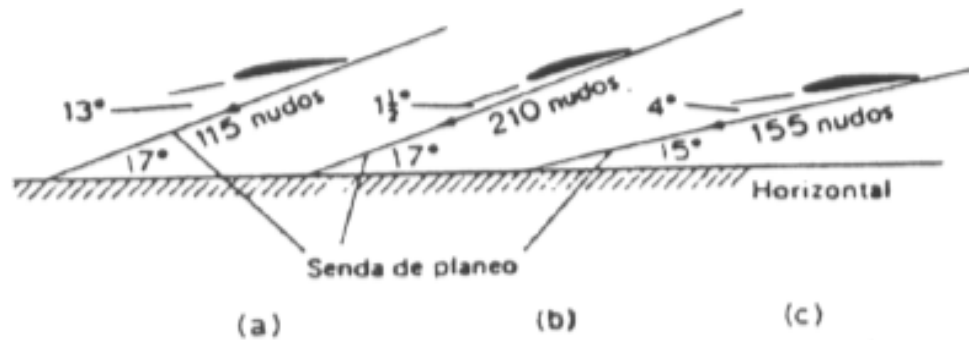
- Si se considera el caso en el que $\gamma_d \ll 1$, lo cual es adecuado cuando E es grande (los veleros), las ecuaciones del planeo se reducen a

$$\begin{aligned} L &= W \cos \gamma_d, & \longrightarrow & \longrightarrow & L &\approx W, & \longrightarrow & \longrightarrow & \gamma_d &\approx \frac{1}{E(\alpha)}. \\ D &= W \sin \gamma_d, & & & D &\approx W \gamma_d, & & & & \end{aligned}$$

- La eficiencia aerodinámica depende del ángulo de ataque, por lo que se tiene que, en general, para una eficiencia aerodinámica dada existen dos condiciones de planeo distintas.
 - El ángulo de planeo mínimo está definido por la eficiencia máxima.
 - Para cada avión existe una eficiencia aerodinámica máxima por lo que el ángulo de planeo mínimo es a su vez una característica propia de cada avión



VSPV – Planeo - III



VSPV – Planeo - IV

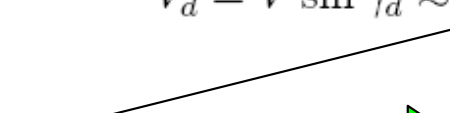
- La velocidad de descenso del planeador, V_d esto es, la altura perdida por unidad de tiempo, viene dada por

$$V_d = V \sin \gamma_d \approx V \gamma_d.$$


- La velocidad de descenso mínima se puede obtener derivando la ecuación anterior respecto de V .

$$V_d = V \sin \gamma_d \approx V \gamma_d$$

$L \approx W,$
 $D \approx W \gamma_d,$


$$V_d = V \frac{1}{W} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} \right)$$

- Esta ecuación puede escribirse en la forma


$$V_{d_{min}} = \frac{2}{3^{\frac{3}{4}}} \frac{1}{E_{max}} \left(\frac{2W}{\rho S C_{L_{opt}}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Vuelo Simétrico PV – Viraje circular uniforme - I

- El viraje circular uniforme presenta las siguientes características:
 - $V = \text{constante}$. No existe aceleración lineal
 - La velocidad angular (ángulo girado por el avión en el plano vertical por unidad de tiempo)

$$\omega \equiv \dot{\gamma} = \text{const.}$$

- Si es R el radio de curvatura del viraje, entonces la velocidad angular es

$$\omega = V/R$$

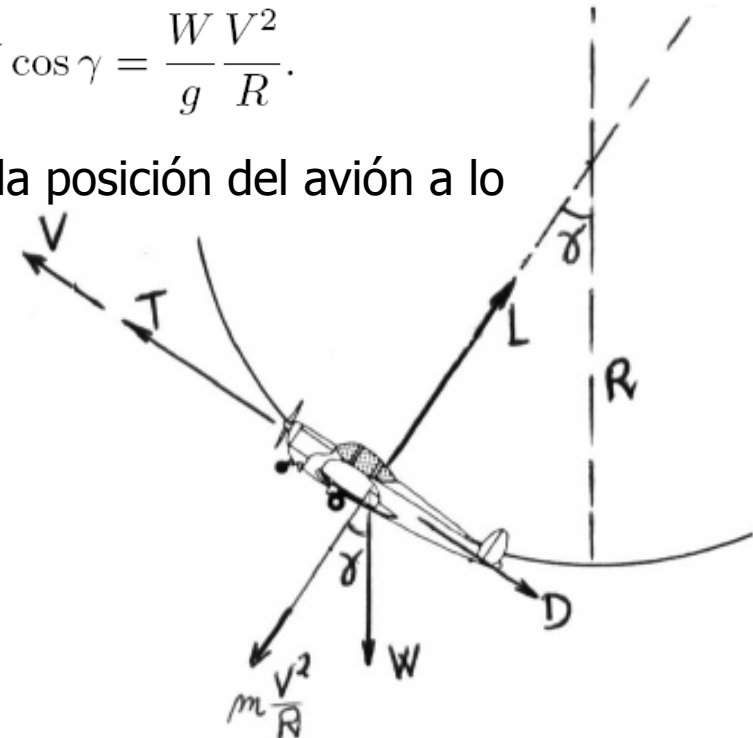
- Las ecuaciones del movimiento son:

$$\begin{aligned} \sum F_{x_v} &= 0, \\ \sum F_{z_v} &= m \frac{V^2}{R}, \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} T - D - W \sin \gamma &= 0, \\ L - W \cos \gamma &= \frac{W}{g} \frac{V^2}{R}. \end{aligned}$$

- El ángulo de asiento de la velocidad (γ) varía con la posición del avión a lo largo de la trayectoria:

- varía con el tiempo, en la forma: $\gamma = \omega t$.
- El factor de carga viene ahora dado por

$$L - W \cos \gamma = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} \quad \longrightarrow \quad n = \cos \gamma + \frac{V^2}{gR}.$$



Vuelo Simétrico en el Plano Horizontal

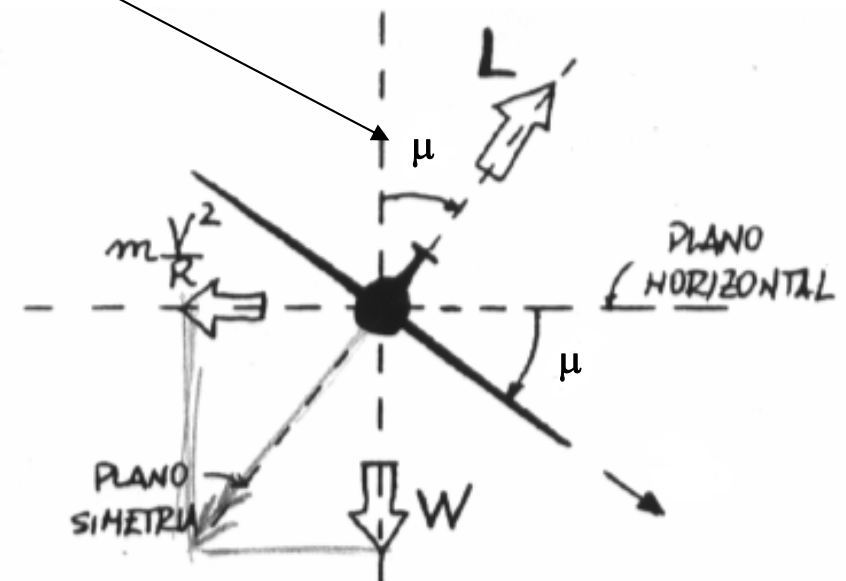
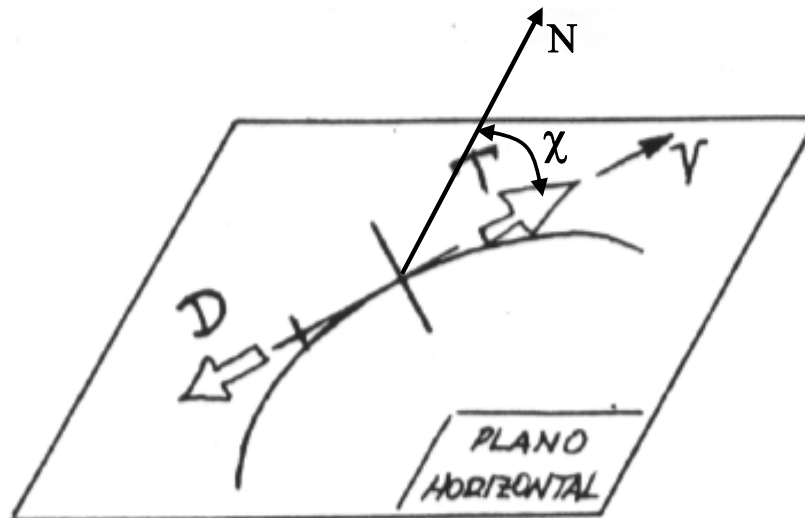
- En esta condición de vuelo el centro de masas del avión siempre se mueve en el plano horizontal.
 - Se verifica $\gamma = 0$ ($h = \text{const}$).
- El plano $x_v y_v$ coincide con el plano horizontal y el eje z_v es vertical.
- En general, el ángulo de balance (μ) no será nulo.
- Las ecuaciones del movimiento según ejes velocidad son:

$$\begin{aligned}\sum F_{x_v} &= m \frac{dV}{dt}, \\ \sum F_{y_v} &= m \frac{V^2}{r}, \\ \sum F_{z_v} &= 0\end{aligned}$$

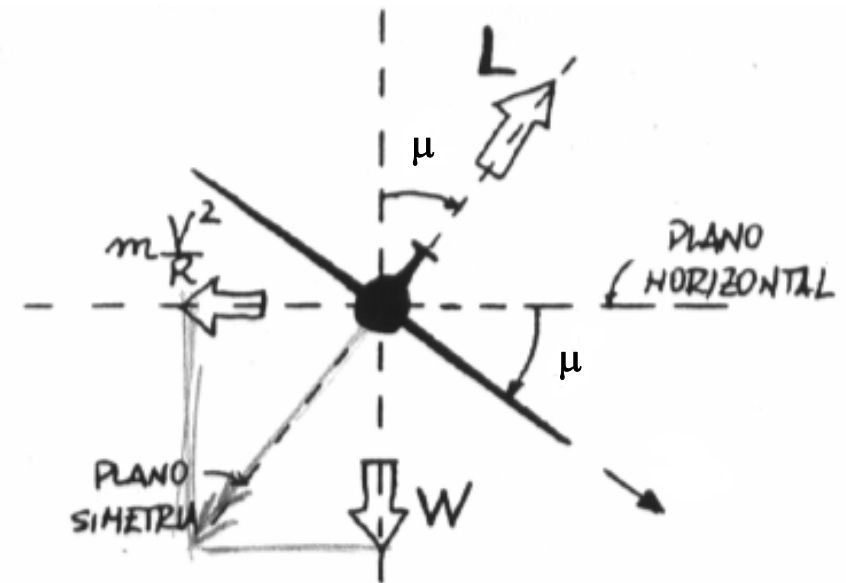
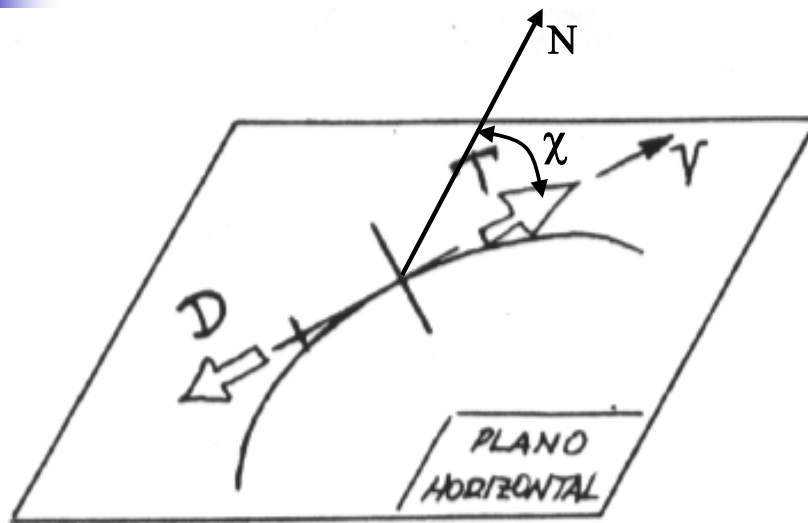
Vuelo Simétrico PH – Viraje Circular Uniforme - I

- Para curvar la trayectoria en un plano horizontal es necesario generar una fuerza normal a la misma y contenida en dicho plano.
 - La forma comúnmente empleada consiste en dar un ángulo de balance sin resbalamiento
 - la componente de la sustentación en el plano horizontal curva la trayectoria
 - Por ser el vuelo uniforme no existe aceleración tangencial $V = const$
 - La velocidad angular $\omega \equiv \dot{\chi} = const$
 - Se adopta el siguiente criterio de signos: $\mu > 0 \Rightarrow \chi > 0$
 - Si es R el radio de curvatura del viraje, entonces la velocidad angular es $\omega = V/R$.

μ - ángulo de balance de la sustentación



Vuelo Simétrico PH – Viraje Circular Uniforme - II



$$\begin{aligned}
 \sum F_{x_v} &= 0, & T &= D, \\
 \sum F_{y_v} &= m \frac{V^2}{R}, & L \sin \mu &= \frac{W V^2}{g R}, \\
 \sum F_{z_v} &= 0, & L \cos \mu &= W.
 \end{aligned}$$

$$T = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2n^2 W^2}{\rho V^2 S},$$

$$\tan \mu = \frac{V^2}{gR},$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S C_L(\alpha) \cos \mu = W.$$

Vuelo Simétrico PH – Viraje Circular Uniforme - III

- El factor de carga y el ángulo de balance de la velocidad están pues relacionados, de forma que si uno aumenta el otro también lo hace.

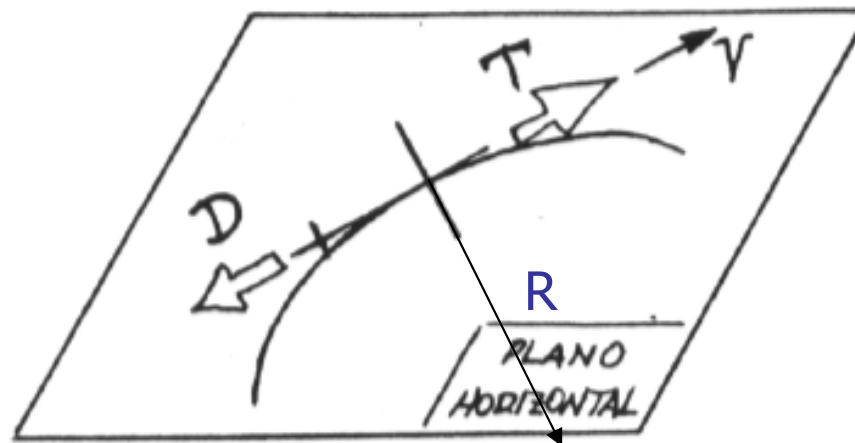
$$L \cos \mu = W. \quad \longrightarrow \quad n = \frac{1}{\cos \mu},$$

$$T = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2n^2 W^2}{\rho V^2 S},$$

- Proporciona el empuje necesario para mantener, a una altura dada, un viraje uniforme, definido por V y n .

$$\tan \mu = \frac{V^2}{gR},$$

- Define el radio de curvatura del viraje, dados μ y V .



Vuelo Simétrico PH – Viraje Circular Uniforme - IV

- Las ecuaciones que definen R y ω también pueden escribirse de la forma siguiente

$$R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2 - 1}},$$

$$\omega = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V},$$

- para que el radio de curvatura sea lo menor posible, o la velocidad angular sea lo mayor posible, interesa que el factor de carga sea lo mayor posible y que la velocidad de vuelo sea lo menor posible.
- Comparando las ecuaciones del viraje horizontal con las del vuelo horizontal rectilíneo se deduce
 - para las mismas condiciones de vuelo y para la misma configuración,
 - n y T son mayores en viraje,
 - el ángulo de ataque α también es mayor en viraje.

Vuelo horizontal rectilíneo uniforme

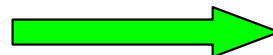
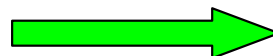
$$L = W,$$

$$T = D,$$

$$\frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} = T,$$

$$n = \frac{L}{W};$$

$$\frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha) = W,$$



Viraje horizontal

$$T = D,$$

$$L \sin \mu = \frac{W V^2}{g R},$$

$$L \cos \mu = W.$$

$$T = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2n^2 W^2}{\rho V^2 S},$$

$$n = \frac{1}{\cos \mu},$$

$$\frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha) \cos \mu = W. \quad \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha) \frac{1}{n} = W.$$

Actuaciones Integrales - I

- El problema de las actuaciones integrales de un avión es el estudio del movimiento del avión entre los puntos inicial y final de su trayectoria, para una carga de combustible dada:
 - es decir, la trayectoria del avión es analizada de forma global.
- La trayectoria viene definida por la siguiente relación cinemática con respecto a un sistema inercial

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{V}_g \longleftarrow \text{Velocidad total (ground speed)}$$

- Se van a considerar dos actuaciones integrales concretas, en vuelo simétrico, horizontal, rectilíneo y con el aire en calma ($V_g = V$):
 - Alcance: distancia recorrida respecto a tierra.
 - Autonomía: tiempo que la aeronave se mantiene en vuelo.
- Las ecuaciones del movimiento son $L = W$ y $D = T$, ecuaciones en las que se desprecian las fuerzas de inercia debidas a las variaciones de V con el tiempo (en caso de haberlas)

Actuaciones Integrales - II

- El peso del avión en un instante dado puede escribirse de la siguiente forma:

$$W(t) = W_S + W_F(t),$$

- W_S es el peso fijo (estructura, tripulación, etc.)
- $W_F(t)$ es el peso de combustible en dicho instante.
- El peso total disminuye con el tiempo debido al consumo de combustible.
- El parámetro que define el consumo del motor es el consumo específico (c_E):
 - Para un turbojet, se define como:
 - peso de combustible consumido por unidad de tiempo y por unidad de empuje suministrado.

$$c_E = \frac{1}{T} \left(- \frac{dW_F}{dt} \right)$$

- Para aviones propulsados por hélice con motor alternativo:
 - peso de combustible consumido por unidad de tiempo y por unidad de potencia generada.

Actuaciones Integrales - III

- Las ecuaciones que describen la variación de la distancia recorrida y del peso del avión con el tiempo son:

Variación de la distancia recorrida y del peso con el tiempo

$$\frac{dx}{dt} = V,$$

$$\frac{dW}{dt} = -c_E T,$$

Se toma el peso del avión como variable independiente

$$\frac{dx}{dW} = -\frac{V}{c_E T},$$

$$\frac{dt}{dW} = -\frac{1}{c_E T}.$$

Integral entre peso inicial y final

$$x_A = - \int_{W_i}^{W_f} \frac{V}{c_E} E \frac{dW}{W},$$

$$t_A = - \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{c_E} E \frac{dW}{W},$$

Alcance

Autonomía

- La definición de eficiencia aerodinámica se tiene cuenta.
 - cuanto menor sea c_E y cuanto mayor sea la eficiencia aerodinámica, mayores serán el alcance y la autonomía.
- Para calcular las integrales es necesario especificar un programa de vuelo (*ley de pilotaje*), en el que se defina la variación de las variables V , E y c_E con W .
- Un ejemplo sencillo consiste en:
 - considerar c_E constante
 - volar a Angulo de ataque constante
 - en tal caso hay que variar el empuje durante el vuelo.

Actuaciones Integrales – Autonomía - I

- Autonomía en vuelo con ángulo de ataque constante:

- La condición de vuelo $\alpha = const$ equivale a $C_L = const$
- $C_L = const$ equivale a tiene $C_D = const$
- $E = const$.
- Se supone además $c_E = const$.

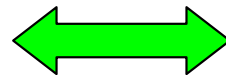
$$C_L = C_{L_0} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha$$

$$C_D = C_{D_0} + k C_L^2,$$

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

- La autonomía viene dada por

$$t_A = -\frac{1}{c_E} E \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{W} = \frac{1}{c_E} E \ln \frac{W_i}{W_f},$$



$$t_A = \frac{1}{c_E} E \ln \left(1 + \frac{W_F}{W_S} \right),$$

Peso combustible

Peso total

- Interesa que c_E sea pequeño, E grande y W_F/W_S grande;
- ρ no influye.
- El ángulo de ataque que maximiza la autonomía es el que maximiza la eficiencia aerodinámica, esto es, el que corresponde a $C_{L_{opt}}$

$$t_{A_{max}} = \frac{1}{c_E} E_{max} \ln \left(1 + \frac{W_F}{W_S} \right).$$

Actuaciones Integrales – Alcance - I

- Autonomía en vuelo con ángulo de ataque constante:

- La condición de vuelo $\alpha = const$ equivale a $C_L = const$
- $C_L = const$ equivale a tiene $C_D = const$
- $E = const$.
- Se supone además $c_E = const$.

- Para el alcance es necesario relacionar V y W tal que

$$T = D, \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} = T, \quad \longrightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}},$$

$$x_A = - \int_{W_i}^{W_f} \frac{V}{c_E} E \frac{dW}{W}, \quad \longrightarrow \quad x_A = - \frac{1}{c_E} E \sqrt{\frac{2}{\rho S C_L}} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{\sqrt{W}} = \frac{1}{c_E} E \sqrt{\frac{2}{\rho S C_L}} 2(\sqrt{W_i} - \sqrt{W_f}).$$

$$x_A = \frac{1}{c_E} 2\sqrt{2} \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \sqrt{\frac{W_S}{\rho S}} \left(\sqrt{1 + \frac{W_F}{W_S}} - 1 \right)$$

- Interesa que c_E sea pequeño, E grande y W_S/S y W_F/W_S grandes
- Maximizar.

$$C_L^{1/2}/C_D \quad \longrightarrow \quad C_L = C_{L_{opt}}/\sqrt{3}.$$

$$x_{A_{max}} = 3^{3/4} \frac{1}{c_E} E_{max} \sqrt{\frac{2W_S}{\rho S C_{L_{opt}}}} \left(\sqrt{1 + \frac{W_F}{W_S}} - 1 \right)$$

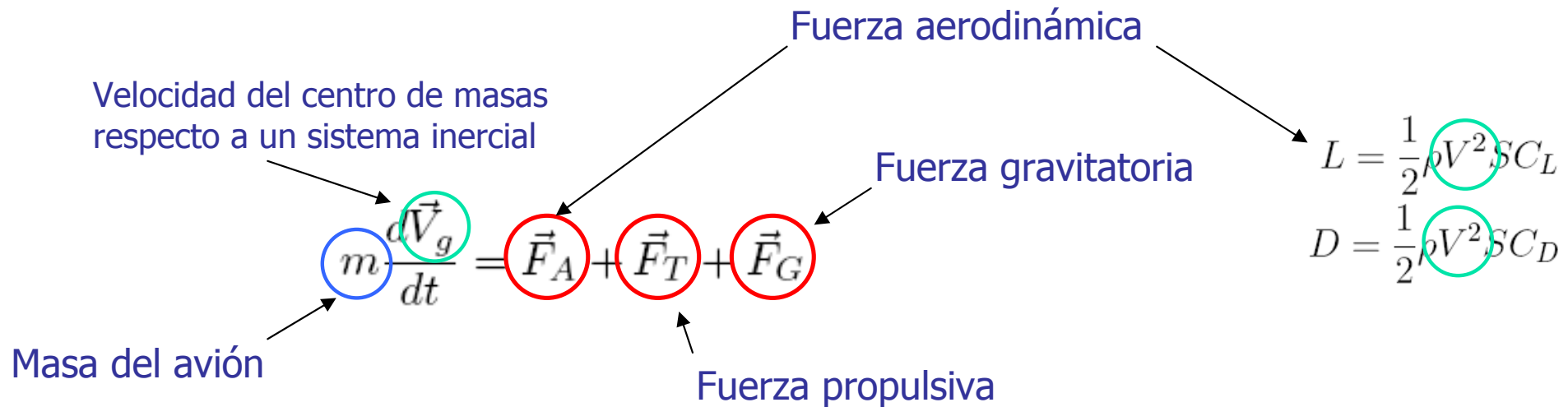
- El ángulo de ataque que maximiza el alcance es menor que el que maximiza la autonomía

Influencia del Viento en las Actuaciones - I

- Cuando la velocidad del viento sea apreciable debe tenerse en cuenta, verificándose entonces

$$\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w,$$

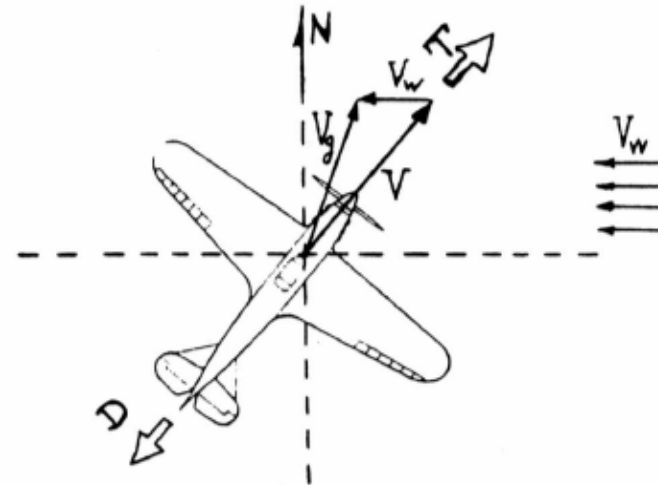
- V_g - Velocidad absoluta del avión (respecto a la tierra)
 - V - Velocidad aerodinámica del avión (respecto del aire)
 - V_w - Velocidad del viento (velocidad del aires respecto a la tierra)
- La velocidad que aparece en la 2ª Ley de Newton y en la ecuación cinemática de la trayectoria es velocidad absoluta, mientras que la que aparece en las expresiones de las fuerzas aerodinámicas (sustentación y resistencia) es velocidad aerodinámica.



Influencia del Viento en las Actuaciones - II

- Vuelo horizontal, rectilíneo y uniforme en presencia de un viento horizontal y uniforme:
 - Se supone que el viento está contenido en un plano horizontal y que su dirección y su módulo son constantes.
 - Las ecuaciones desarrolladas anteriormente para el vuelo rectilíneo uniforme son válidas, aunque el movimiento del avión respecto a tierra no coincide con el movimiento respecto al aire
 - El morro del avión apunta hacia una dirección distinta de la trayectoria respecto de tierra.

$$L = W,$$
$$T = D,$$

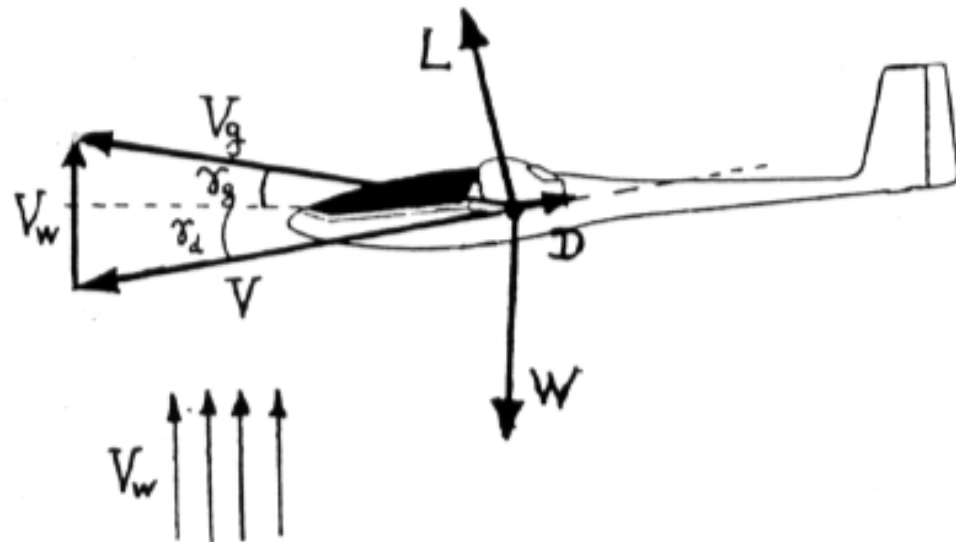


Influencia del Viento en las Actuaciones - III

- Vuelo en planeo, rectilíneo y uniforme, en presencia de una ascendencia uniforme.
 - Se supone que el viento es vertical y que su módulo es constante.
 - Las ecuaciones desarrolladas anteriormente para el vuelo en planeo son válidas.
 - El planeador siempre descenderá respecto al aire, aunque, si la ascendencia es lo suficientemente intensa, podrá subir respecto de tierra.

$$L = W \cos \gamma_d,$$

$$D = W \sin \gamma_d,$$

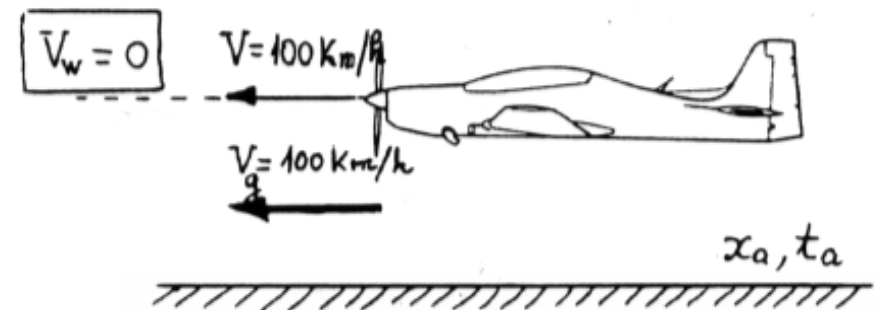
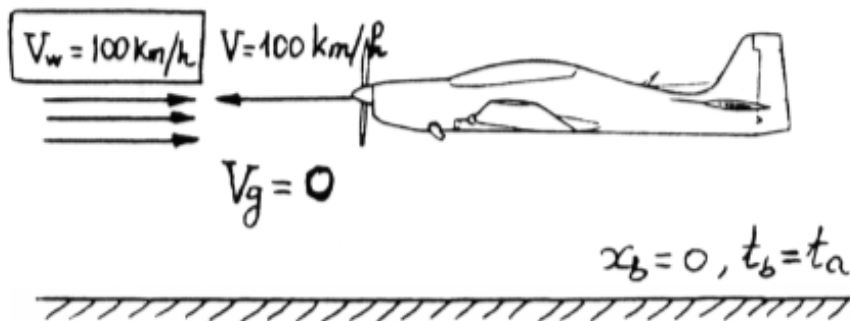


Influencia del Viento en las Actuaciones - IV

- Alcance y autonomía en vuelo horizontal, rectilíneo y uniforme, con viento de cara o de cola, horizontal y uniforme.
 - La expresión del alcance desarrollada anteriormente debe modificarse en el caso de que haya un viento horizontal uniforme de cara (en la dirección del vuelo pero en sentido contrario) o de cola (en la misma dirección y en el mismo sentido del vuelo), en la siguiente manera

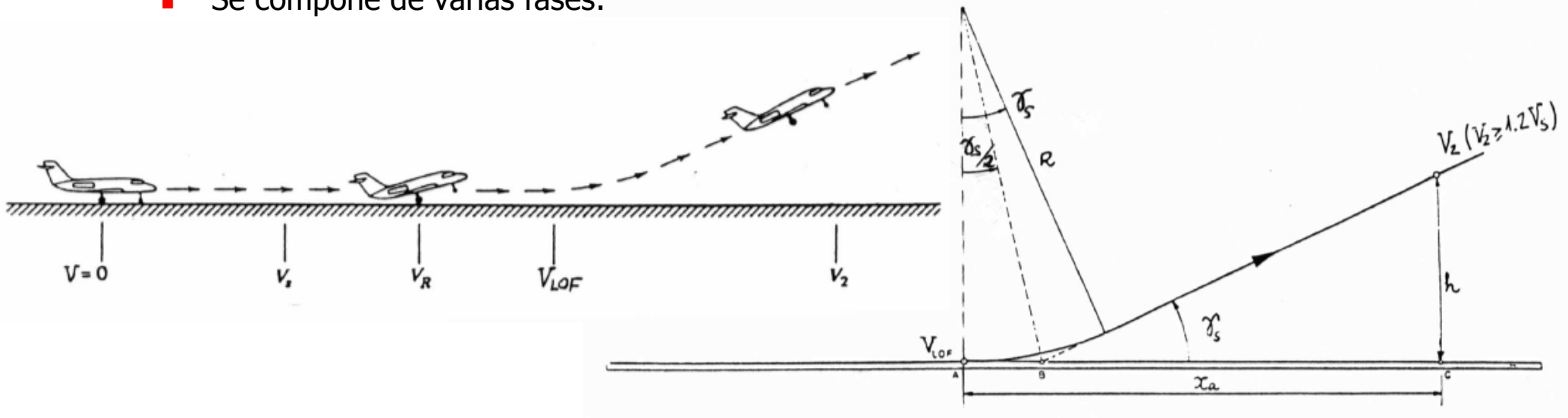
$$\frac{dx}{dW} = -\frac{V \pm V_w}{c_F T},$$

- el signo "+" corresponde al viento de cola
- el signo "-" al viento de cara.
- El alcance aumenta con el viento de cola.
- La autonomía no se ve influenciada por el viento.
- Un avión volando contra un viento de 100 Km/h a una velocidad (aerodinámica) de 100 Km/h no se movería del sitio, pero se mantendría en vuelo el mismo tiempo que se mantendría si no hubiese viento



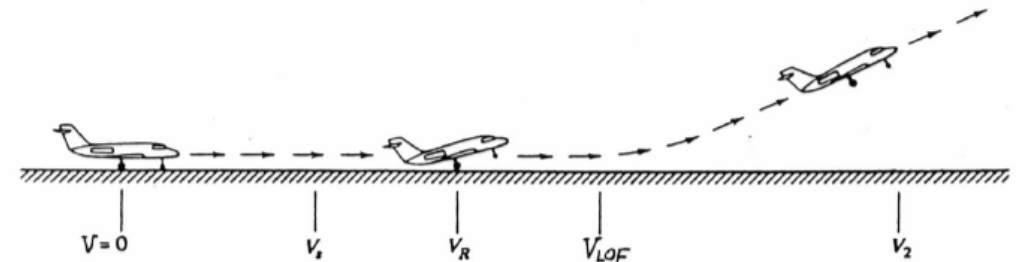
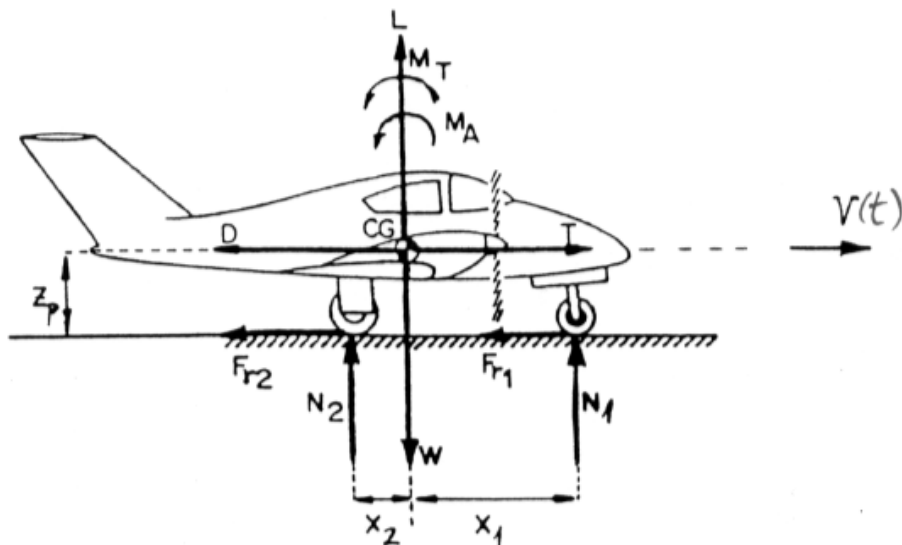
Despegue y Aterrizaje - I

- Hipótesis para despegue y aterrizaje:
 - Aviones con tren triciclo, que son los habituales hoy en día.
 - Se supone que el aire está en calma, ya que las normas de aeronavegabilidad exigen, por seguridad, que las distancias de despegue y aterrizaje se determinen sin viento sobre las pistas
 - si se despegue o aterriza de cara al viento, esto es, con velocidades menores respecto a tierra, las distancias serán menores.
- Despegue:
 - La maniobra de despegue va desde la suelta de frenos en cabecera de pista hasta que el avión alcanza una velocidad y altura definidas en las normas de aeronavegabilidad.
 - Esta maniobra se efectúa con empuje máximo en los motores, flaps en posición de despegue y tren de aterrizaje extendido.
 - Se compone de varias fases:



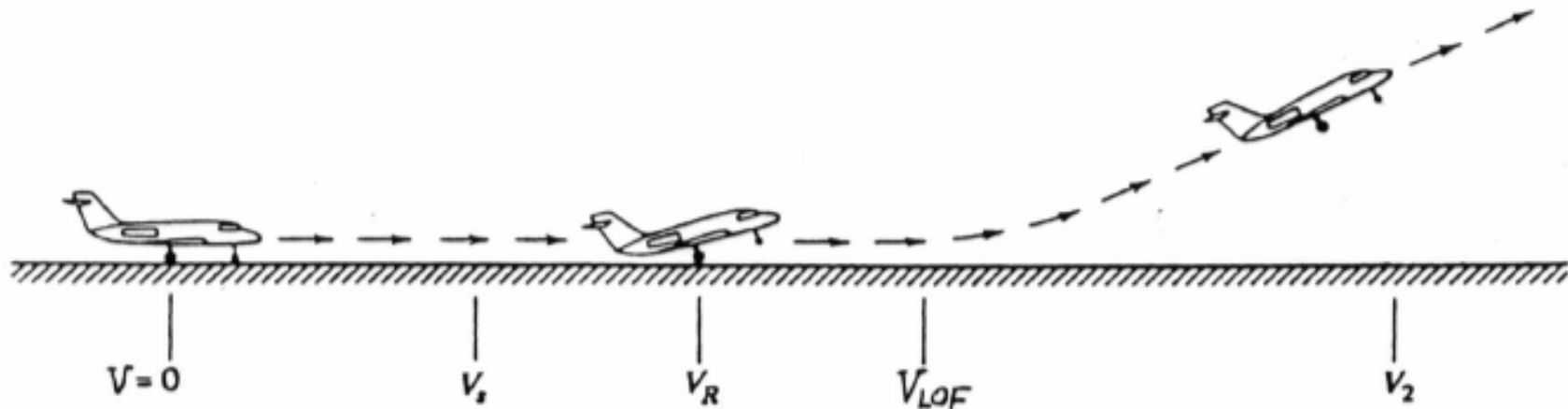
Despegue y Aterrizaje - II

- A) Rodadura en el suelo ($0 \leq V \leq V_{LOF}$):
 - desde la suelta de frenos hasta que el avión alcanza la velocidad de despegue, V_{LOF} , y deja de estar en contacto con la pista.
 - A1) Rodadura con todas las ruedas en el suelo ($0 \leq V \leq V_R$):
 - hasta que se alcanza la velocidad de rotación, V_R , velocidad a la que se levanta el morro del avión.
 - V_R se calcula con la condición de que la reacción normal en el tren de morro sea cero;
 - A2) Rodadura con el tren principal en el suelo ($V_R \leq V \leq V_{LOF}$):
 - el avión se desplaza con el tren de morro levantado, hasta alcanzar la velocidad de despegue.
 - V_{LOF} se calcula con la condición de que la reacción normal en el tren principal sea cero.
 - Habitualmente V_{LOF} es de un 10 a un 20% mayor que la velocidad de pérdida para la configuración de despegue (V_S).



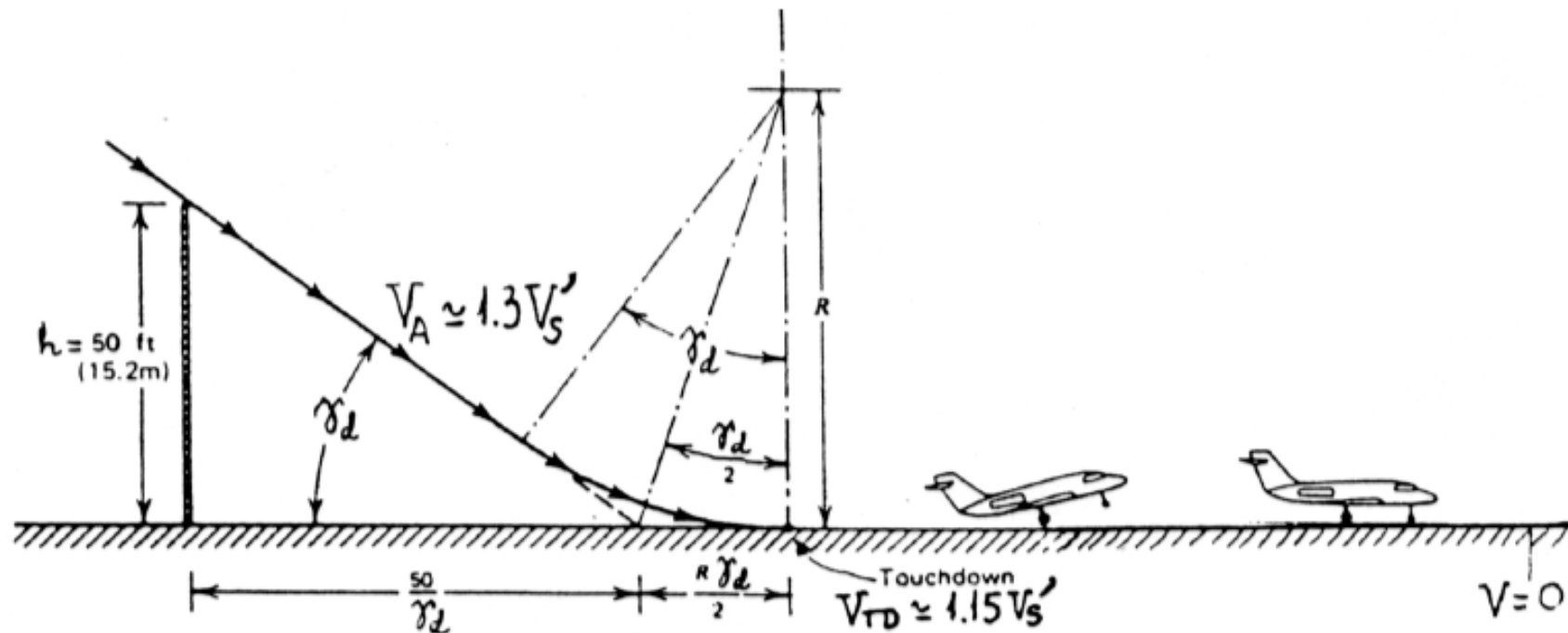
Despegue y Aterrizaje - III

- B) Recorrido en el aire ($V_{LOF} \leq V \leq V_2$):
 - desde que el avión se va al aire hasta alcanzar una altura $h=10.7$ m (35 ft) y una velocidad $V_2 > 1.2 V_s$.
 - B1) Tramo de transición curvilíneo ($V \approx V_{LOF}$):
 - desde que el avión deja de estar en contacto con la pista hasta que alcanza el ángulo de subida deseado.
 - Este tramo puede considerarse como un arco de circunferencia, con V constante.
 - B2) Subida rectilínea acelerada ($V_{LOF} \leq V \leq V_2$):
 - el avión se acelera en una subida rectilínea hasta alcanzar la velocidad V_2 a la altura h .



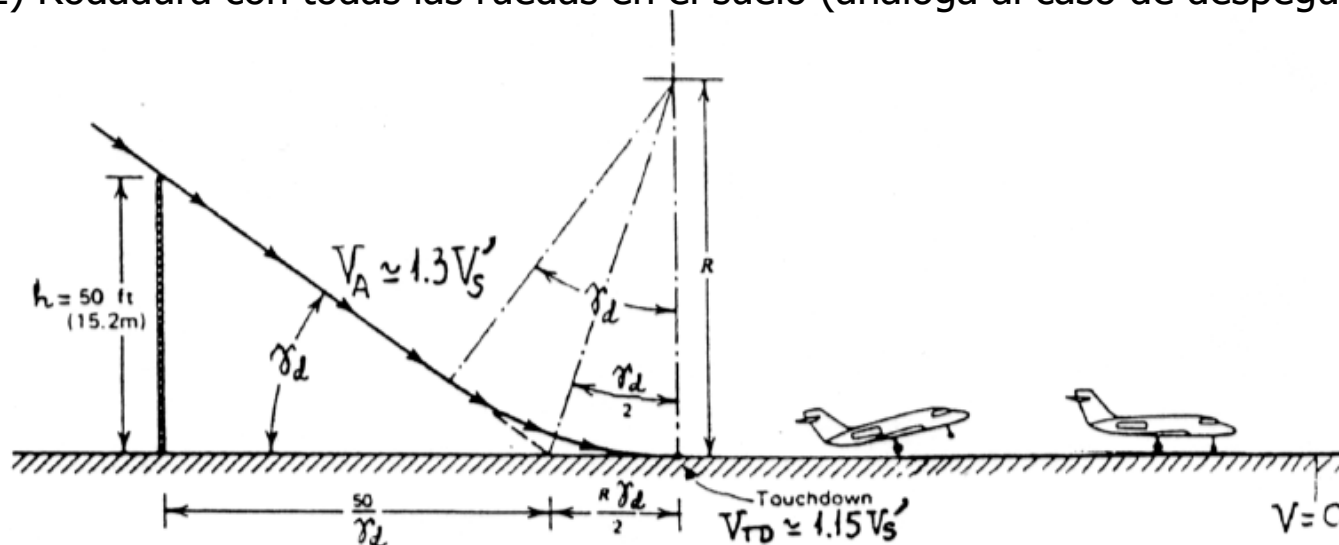
Despegue y Aterrizaje - IV

- Aterrizaje:
 - La maniobra de aterrizaje puede considerarse como un despegue invertido.
 - Esta maniobra se efectúa con empuje muy pequeño (empuje residual), nulo o incluso negativo (reversa)
 - Interesa tener una resistencia lo más alta posible, por lo que se sacan spoilers, paracaídas, etc.,
 - se aplican frenos al tren de aterrizaje, los flaps están en posición de aterrizaje y el tren extendido



Despegue y Aterrizaje - V

- A) Recorrido en el aire ($V_A \geq V \geq V_{TD}$):
 - desde que el avión alcanza una velocidad V_A y una altura h determinadas por las normas, hasta que entra en contacto con el suelo.
 - A1) Aproximación final:
 - trayectoria rectilínea, que se inicia con velocidad $V_A \approx 1.3 V_S$
 - V_S : velocidad de pérdida en la configuración de aterrizaje, desde una altura $h=15.2$ m (50 ft).
 - A2) Redondeo:
 - trayectoria que puede suponerse un arco de circunferencia.
 - el desplome del avión se produce a la velocidad $V_{TD} \approx 1.15 V_S$.
 - B) Rodadura en el suelo ($V_{TD} \geq V \geq 0$):
 - desde que el avión toca el suelo hasta que se para.
 - B1) Rodadura con el tren de morro levantado (análoga al caso de despegue).
 - B2) Rodadura con todas las ruedas en el suelo (análoga al caso de despegue).



Bibliografía

- [And00] J.D. Anderson. Introduction to flight. McGraw Hill, 2000.
- [Riv07] Damián Rivas. Aeronaves y Vehículos Espaciales, Febrero de 2007.