

CAPITULO 2

MODELACIÓN HIDRÁULICA

2.1 Generalidades

Con frecuencia, el ingeniero debe dar soluciones factibles, en base a ciertos requerimientos, a problemas ingenieriles. Debe decidir a priori el enfoque, técnicas o métodos más convenientes para cada caso en particular.

Algunas veces, estas soluciones pueden ser sencillas, debido a que están bien definidas tanto la parte técnica como la parte económica, por lo que sólo basta aplicarlas.

En otros casos, los problemas son complejos o desconocidos como es el de conocer el comportamiento hidráulico del flujo de agua al pasar por una presa derivadora y al ser captada por una toma. En estos casos, se evaluará que tipo de investigación se va a adoptar. Dicha investigación se iniciará conceptualizando y esquematizando el problema, después se seleccionará la técnica física o matemática para estudiar el problema. A este proceso de abstracción se le conoce como modelación.

En definitiva, la modelación implica simular un fenómeno real, conceptualizándolo y simplificándolo en mayor o menor medida, para luego, por último describirlo y cuantificarlo.

2.2 Modelación hidráulica

La modelación se ha desarrollado notablemente en el campo de la hidráulica, existen evidencias de estudios de diseños hidráulicos realizados desde tiempos antiguos, mediante pequeñas representaciones de estructuras y máquinas, por los cuales se ha llegado a enunciar principios fundamentales en la hidráulica; sin embargo hasta hace poco tiempo la experimentación hidráulica se llevaba a cabo habitualmente a escala real ya sea en vertederos, canales, tuberías y presas construidas sobre el terreno.

Es durante el último medio siglo, cuando se han desarrollado métodos por los cuales, como resultado de experimentos realizados en modelos a escala reducida, es posible predecir la conducta de una estructura o prototipo.

El sistema semejante reducido o simplificado es lo que llamamos modelo, frente a la realidad que llamamos prototipo.

Los principios en que se basa este procedimiento incluyen las teorías de similitud hidráulica. El análisis de las relaciones básicas de las diversas cantidades físicas incluidas en el movimiento y la acción dinámica del fluido denominada análisis dimensional.

En la actualidad, se diseñan y construyen pocas o ninguna estructura hidráulica importante, sin estudios preliminares de modelos, más o menos extensos.

2.3 Aplicación y aporte de los modelos hidráulicos

En hidráulica, la modelación se usa para la simulación de situaciones reales que se producen en el prototipo y cuyo comportamiento se desea conocer; puesto que modelo y prototipo están ligados el uno con el otro, las observaciones y estudio del modelo constituyen la información necesaria para comprender la naturaleza del prototipo, debiendo para ello, estar ambos relacionados.

Debido a que las simulaciones se producen bajo condiciones controladas de laboratorio los modelos hidráulicos tienen múltiples aplicaciones.

Tenemos que los modelos hidráulicos, se usan para la solución de problemas relacionados con las estructuras hidráulicas, fenómenos de infiltración o tramos de ríos y recientemente con el transporte de sedimentos. Las principales características de cada uno de estos grupos son indicadas por sus nombres.

Los modelos de estructuras son usados para resolver problemas hidráulicos en conexión con una variedad de estructuras hidráulicas o ciertas partes de ellas como por ejemplo determinar la capacidad hidráulica, reducir las pérdidas de carga en entradas a canales o tuberías o en secciones de transición; desarrollar métodos eficaces de disipación de energía en la corriente, al pie de las presas de sobreflujo o en el extremo de salida de las atarjeas, reduciendo de ese modo la erosión del lecho de los cauces de ríos; determinar coeficientes de descarga para presas de sobreflujo; desarrollar el mejor diseño de vertederos de presas, de sifones y pozos y de estructuras de salida de los embalses; diseñar puertos, incluyendo determinar la mejor sección transversal, altura y ubicación de los rompeolas, así como la posición y ubicación de la entrada; diseñar esclusas, incluyendo los efectos sobre los barcos de las corrientes establecidas debido al funcionamiento de las esclusas etc.

El grupo de modelos de infiltración es creado para el estudio de fenómenos de infiltración en suelos y en medios granulares en general. Pertenece a este grupo también el estudio en modelo de infiltraciones en el subsuelo de una variedad de diques y de terraplenes, en la vecindad de los huecos excavados para la construcción en suelos granulares, bajo o alrededor de estructuras fundadas en tales suelos.

Los estudios en modelos de ríos son usados para resolver problemas de regulación de ríos o desarrollos hidroenergéticos, determinar el tiempo de desplazamiento de ondas de inundación por los cauces de los ríos, métodos para el mejoramiento de canales para la transmisión de inundaciones con menos riesgo de desbordamiento sobre las orillas, los efectos de los acortamientos de los ríos, efecto de diques, paredes de contención sobre la erosión de los lechos, altura de los remansos provocados por estructuras permanentes o temporales, construidas en medio de un cauce; dirección y fuerzas de corriente en ríos y puertos y sus efectos sobre la navegación etc.

Es importante destacar que la modelación hidráulica al lograr representar el flujo (tridimensional) de un río o a través de una estructura o suelo con mayor fidelidad y detalle que un simple cálculo teórico, aumenta la confiabilidad de las estructuras proyectadas. Esto significa que los diseños se ajustan más a las solicitaciones reales del flujo, lo cual tiene un importante impacto económico. Por un lado se disminuye el riesgo de diseñar una obra poco resistente que colapse fácilmente con las consecuentes pérdidas económicas o lo que es peor, en vidas humanas; mientras que por otro lado también se reduce la posibilidad de un diseño sobredimensionado que requiera de inversiones innecesarias. En otras palabras la modelación hidráulica constituye una importante herramienta de optimización para el diseño de obras hidráulicas.

Dichos modelos se plantearán cuando conduzcan a una solución más económica y segura o cuando sean imprescindibles. Se han visto casos en los cuales por no realizar un modelo, el prototipo – que es muy costoso comparándolo con el modelo - ha quedado inutilizado en un tiempo relativamente corto al no poder prever los fenómenos con anticipación y corregirlos de antemano. En este sentido, hay que tomar conciencia de la necesidad de hacer un modelo hidráulico cuando las circunstancias así lo ameriten.

2.4 Clasificación general de los modelos hidráulicos

2.4.1 Modelo físico

Es la simulación física de un fenómeno hidráulico, que ocurre en relación con una obra de ingeniería, en un sistema semejante simplificado que permite observarlo y controlarlo con facilidad, además confirmar la validez del diseño de la obra, optimizarla o tomar nota de los efectos colaterales, que deberán ser considerados durante la operación de la misma.

Según las características propias de los modelos se pueden clasificar en:

a) Clasificación respecto de la semejanza geométrica con el prototipo:

- Modelos geoméricamente semejantes: son aquellos en los que se conserva la semejanza de todas las variables geométricas. Existe un único factor de reducción o ampliación, llamado escala, de todas las magnitudes geométricas y las que se derivan de ellas, además de la igualdad de ángulos correspondientes entre el modelo y el prototipo.

Dentro de estos tenemos: modelos de desarenadores, desgravadores, bocatomas, canales. etc.

- Modelos geoméricamente distorsionados: se conserva la semejanza con el prototipo, pero los factores a usar de reducción o ampliación son distintos para diferentes dimensiones del mismo. Es frecuente que las dimensiones horizontales tengan una escala o factor y las dimensiones verticales, otras. El

uso de distorsiones resulta, muchas veces, necesario cuando el factor único produce una reducción demasiado grande en las dimensiones verticales, lo cual originaría efectos significativos en fuerzas que en el modelo son despreciables o inexistentes en el prototipo. Este tipo de modelos es usual en estructuras marítimas.

b) Clasificación respecto de la movilidad y deformabilidad del contorno:

- Modelos de contorno fijo: hay casos en que la deformabilidad del contorno no es relevante al fenómeno estricto, por tanto, puede representarse simplificada en el modelo como si fuera fijo o indeformable. Los modelos de este tipo serían, por ejemplo, sistemas de presión, canales revestidos o cursos naturales donde el fondo no experimente muchos cambios.
- Modelos de contorno móvil: existen situaciones en que el modelo debe representar el contorno móvil en una forma fiel y confiable, ya que los fenómenos que ocurren, caso del escurrimiento vienen determinados por la movilidad y deformabilidad de la sección. Estos casos son frecuentes sobretodo en obras hidráulicas y de mecánica fluvial. El modelo puede tener sólo lecho móvil y las riberas o bordes fijos, o bien tener el perímetro móvil o lecho móvil por zonas.

2.4.2 Modelos analógicos

Es la reproducción de un fenómeno en estudio de un prototipo en un sistema físico diferente al original (modelo), pero que aprovecha la similitud de las leyes matemáticas que gobiernan el fenómeno en ambos sistemas. Su uso no es muy frecuente en la actualidad.

Es común que uno de los dos fenómenos sea de menor dificultad, por lo que éste se emplea para resolver el otro. Lo anterior ofrece una posibilidad de resolver problemas hidráulicos basándose en mediciones hechas sobre un fenómeno análogo, siendo los más comunes:

Analogía entre un flujo a través de medios permeables y flujo laminar en capas delgadas.

Analogía entre flujo laminar y flujo turbulento.

Analogía entre un flujo a través de medios permeables y la deformación de una placa elástica bajo carga.

Analogía eléctrica y otros fenómenos físicos (como hidráulicos, mecánicos, etc).

2.4.3 Modelos matemáticos

Son aquellos en la que se hace uso de las ecuaciones o expresiones matemáticas que definen de una manera simplificada el fenómeno en estudio que ocurre en el prototipo. Son tres los modelos matemáticos:

- Modelos determinísticos: Los procesos físicos involucrados se expresan a través de relaciones funcionales determinísticas en los que no se considera la probabilidad de ocurrencia del fenómeno.
- Modelos estocásticos: Los procesos físicos se representan haciendo uso de variables aleatorias, probabilísticas que involucran el fenómeno en estudio.
- Modelos de simulación numérica: son modelos en los que se emplea, principalmente, ecuaciones diferenciales y condiciones iniciales de borde, que son resueltos utilizando técnicas de análisis numérico, tales como métodos de diferencias finitas y elementos finitos.

Los métodos de diferencias finitas son capaces de simular algunos procesos que son imposibles de resolver con el simple cálculo. Ambos métodos resuelven las ecuaciones que tienen dominio continuo mediante la solución en un número finito de puntos discretos en dicho dominio, llamados nodos.

Cuando los valores buscados (tirante, velocidad, etc.) en dichos puntos discretos son encontrados, la solución en cualquier otro punto puede ser aproximada mediante métodos de interpolación. Estos modelos numéricos proporcionan mucho más detalle y precisión que los métodos analíticos convencionales, siendo capaces de manejar condiciones de borde e iniciales complejas, para los cuales no existen en la mayoría de los casos soluciones analíticas.

El método de elementos finitos discretiza el área de estudio mediante una malla conformada por pequeños elementos que tienen formas triangulares o cuadrangulares. Los vértices de estos elementos representan los nodos de la malla en los cuales se busca encontrar el valor de la variable incógnita, ya sea el nivel de agua o velocidad. Estos elementos locales son ensamblados mediante los procedimientos de álgebra lineal en matrices globales, en los cuales el vector solución representa las soluciones nodales. Este método es esencialmente útil y versátil para acomodar geometrías complejas, permitiendo acomodar el tamaño y forma de los elementos a las necesidades de modelación.

Algunas diferencias entre los modelos físicos y los modelos matemáticos vienen dadas principalmente por las limitaciones a la que se ven sometidas durante su ejecución, en las tablas siguientes se comparan las limitaciones existentes entre uno y otro tipo de modelo.

Tabla 2.1.- Principales limitaciones en los modelos físicos y matemáticos

Modelos físicos	Modelos matemáticos
Tamaño del modelo (espacio en el laboratorio).	Capacidad de almacenamiento en la memoria del computador
Caudal de bombeo.	Velocidad de cálculo.
Carga hidráulica (capacidad de bombeo).	Conjunto incompleto de ecuaciones.
Leyes de similitud.	Hipótesis de turbulencias.

Tabla 2.2.- Limitaciones prácticas en los modelos físicos y matemáticos

Modelo físico	Modelo matemático
Escala mínima del modelo (tensión superficial, viscosidad, rugosidad).	En ecuación de simplificación: - Exactitud de relaciones supuestas. - Disponibilidad de coeficientes.
Tamaño del modelo (límite superior)	Resolución espacio-tiempo (límite inferior)
Método de medida y recolección de datos.	Estabilidad numérica, convergencia del cálculo numérico.

Cabe destacar que en ingeniería fluvial el avance de los modelos numéricos es muy considerable resultan ser sofisticados y baratos, de vida útil ilimitada, modificaciones fáciles y muchísimas variantes, son muy rápidos; pero su contraste y calibración exigen medidas de campo y laboratorio, que lo hace menos ventajoso respecto a los modelos físicos.

Por lo general, los modelos físicos son deseables para investigar configuraciones locales del flujo; mientras que por lo general, los modelos numéricos son deseables para simular procesos de flujo a gran escala.

2.5 Importancia y uso de modelos físicos en una investigación

Los modelos físicos se utilizan normalmente como una herramienta técnica de apoyo al diseño de estructuras hidráulicas y en general a la ingeniería hidráulica, cuando éstos involucran fenómenos complejos o desconocidos para los cuales no hay una teoría y solución aceptadas, como son los fenómenos de turbulencia y la dificultad que imponen los contornos reales tridimensionales caprichosos, tal es el caso de un río.

En estos modelos interesa observar y estudiar los fenómenos, principalmente, en relación con su incidencia en el diseño pudiendo a veces reunir suficiente

información como para formular criterios más generales de diseño, que pueden ser aplicables a sistemas similares, sin necesidad de recurrir, luego, a estudios en modelos. Pero es más común que los resultados del estudio en modelos físicos sean empleados en la práctica sólo para el sistema particular modelado.

Existen diversas situaciones en las cuales es posible recurrir a modelos físicos como una forma de investigar, bajo condiciones relativamente simples, seguras y controlados ciertos tipos de fenómenos más básicos que sería muy difícil o costoso investigar directamente en el prototipo. Tales situaciones como problemas concretos de proyectos de obras e intervenciones fluviales aunque puede ser algo costoso y necesita un tiempo de construcción y ensayo, suponen un ahorro mucho mayor gracias a las mejoras introducidas, a la corrección de defectos que hubieran obligado a obras futuras de reparación, al mejor conocimiento y a la mayor seguridad que se consigue.

Es obvio que la investigación en modelo es una fase previa a la construcción del correspondiente prototipo, pues, será mucho más simple y sobretodo económico efectuar el estudio en modelo reducido, para posteriormente hacer la optimización en el prototipo por construir, que en el prototipo ya construido en el campo.

Si bien las capacidades de los modelos matemáticos en la actualidad son muy grandes, estos se basan en la solución numérica de ciertas ecuaciones matemáticas que describen el fenómeno en estudio, y por lo tanto su uso sigue limitado a los casos en los cuales existan dichas relaciones. Es conocido que en la hidráulica no todos los fenómenos pueden ser descritos completamente en forma matemática, especialmente aquellas que involucran la interacción con las partículas sólidas; como por ejemplo la erosión local en una estructura de forma complicada. Para esos casos, la modelación física sigue siendo aún una herramienta poderosa de análisis.

Y en esto radica la importancia de la investigación en modelos físicos, principalmente, en lo concerniente a la hidráulica donde existe un gran avance pero donde el cálculo hidráulico no ha alcanzado la técnica suficiente para sustituirlos, resultando su uso cada vez más frecuentes, tanto en esta área como en múltiples campos de la técnica; y en la tranquilidad para todos los actores de la obra y el poder de convicción del ensayo experimental.

Un modelo hidráulico permite evaluar diversas alternativas de dimensiones y ubicaciones relativas. Cualquier cambio que se efectúe en modelo es rápido y económico respecto al prototipo. Los resultados arrojarían posibles problemas locales, así como alternativas de solución a dichos problemas.

- En la investigación primaria: Se logra obtener una forma geométrica adecuada; se conocen diversas características del flujo como las líneas de corriente, las velocidades, los niveles de turbulencia, etc; se puede establecer la distribución de presiones; se logra definir capacidades de las estructuras de captación o derivación; se puede despear pérdidas de energía localizadas.

- En el diseño: Se logra obtener el funcionamiento deseado, modificaciones estructurales necesarias; se obtiene reducciones de costo al presentar un diseño óptimo.

Para decidirse por uno u otro tipo de modelo, se deben tener en cuenta los principales factores limitantes: la precisión requerida, la simplicidad, del costo, el tiempo, así como otros factores.

2.6 Bases teóricas de modelación física

La similitud junto con el análisis dimensional constituyen la base teórica de la modelación física. El análisis dimensional es una técnica que ha probado ser muy útil para reducir al mínimo el número de experimentos requerido. Aunque no produce soluciones analíticas de los problemas, proporciona información acerca de la forma de las relaciones que guardan entre sí las variables pertinentes, y sugiere el modo más efectivo de agrupar estas variables entre sí, dando lugar a las leyes de semejanza.

En relación cercana al análisis dimensional, se encuentra el concepto de similitud que es la condición por la cual las variables características, en el modelo y en el prototipo, guardan perfecta correspondencia; gracias a ellas las observaciones efectuadas en el modelo pueden ser utilizadas para predecir el comportamiento del prototipo y viceversa.

2.7 Análisis dimensional

El requisito de la homogeneidad dimensional impone condiciones sobre las cantidades implicadas en un fenómeno físico, y así provee valiosos indicios acerca de las relaciones que conectan entre sí sus magnitudes. La búsqueda correcta de estas relaciones se llama análisis dimensional.

Los resultados obtenidos en el análisis dependen de qué cantidades se consideran al principio que afectan al fenómeno que se está estudiando.

El análisis dimensional no proveerá por sí mismo una solución completa a un problema, pero la solución parcial que proporciona, indicará que cualquiera que sea la forma de una relación desconocida que conecta las magnitudes implicadas, ciertas características de ésta son ineludibles. Además la técnica puede guiar al experimentador de modo que pueda obtener la cantidad máxima de información a partir del menor número de experimentos.

2.7.1 Aplicación de las leyes de semejanza al diseño de modelos físicos

Efectivamente la experimentación en modelos hidráulicos está basada en la aplicación de un conjunto de relaciones conocidas con el nombre de leyes de semejanza, las cuales se han derivado del análisis dimensional y expresan las

relaciones entre los distintos parámetros que gobiernan el comportamiento de un fluido.

Debido a razones prácticas no se puede asegurar una similitud mecánica total tanto en el modelo como en su prototipo. El conjunto de leyes de semejanza que aseguran esta similitud no podrá ser aplicado a los fines de diseño de los modelos por resultar incompatibles.

El hecho de que normalmente se use el mismo fluido (agua) en el modelo y en el prototipo ya impide lograr una semejanza hidráulica completa.

Por ejemplo, si se exige que un modelo cumpla simultáneamente las condiciones de semejanza de Reynolds $Re_r = 1$ y de Froude $Fr = 1$, dado que $\mu_r = 1$ y $g_r = 1$. La escala de velocidades resultaría:

$$\text{Reynolds : } \frac{\rho V_P L_P}{\mu_P} = \frac{\rho V_M L_M}{\mu_M}$$

$$\frac{V_P}{V_M} = \frac{L_M}{L_P} = L_r^{-1}$$

$$\text{Froude : } \frac{V_P}{\sqrt{g_P L_P}} = \frac{V_M}{\sqrt{g_M L_M}}$$

$$\frac{V_P}{V_M} = \frac{\sqrt{L_P}}{\sqrt{L_M}} = L_r^{1/2}$$

Donde: ρ , es la densidad del fluido; V , es la velocidad del flujo; L , longitud característica; μ , es el valor de la viscosidad; L_r , es la relación de longitudes y g , es la gravedad.

Que sólo podría ser resuelto si $L_r = 1$. Como consecuencia de ello, la mayoría de los modelos físicos se diseñan aceptando que cumplan sólo de manera aproximada las condiciones de similitud mecánica. Lo usual es imponer una condición de similitud dinámica, por ejemplo, aquella asociada a la fuerza predominante del fenómeno, despreciando las demás condiciones.

De esta manera, un modelo físico cumple normalmente con la semejanza de Reynolds, o de Froude o de Weber, o de Mach etc. Sin embargo, esto introduce errores o desviaciones que se han de tener en cuenta en la reproducción del fenómeno, conocidos como efectos de escala. Por tal motivo, el diseño debe apuntar a minimizar estos efectos que se traduce en imponer límites en la escala adoptada.

2.7.2 Leyes de semejanza condicionantes del diseño

La interpretación dada a los números adimensionales o leyes de semejanza en donde existe una relación entre la fuerza de inercia y la fuerza específica asociada a una propiedad del fluido o del flujo, y el concepto de semejanza planteado como la constancia de dichos números en la transformación de la escala en un modelo físico; permiten determinar las condiciones de diseño de un modelo que sea dinámicamente semejante con su prototipo.

2.7.2.1 Modelos a semejanza de Froude

El número de Froude representa la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas gravitatorias, por tanto, para aquellos prototipos en que los fenómenos están, principalmente, determinados por fuerzas gravitacionales se acepta que la condición de semejanza dinámica esté dada para el modelo $F_r = 1$, siendo F_r la relación de los números de Froude entre modelo y prototipo, lo que implica que las demás escalas estarán gobernadas por esta relación. Este tipo de modelación es aplicable a flujos con superficie libre, particularmente, cuando el escurrimiento es bruscamente variado donde los efectos friccionales son despreciables.

Cuando los escurrimientos son gradualmente variados o uniformes, junto con las fuerzas gravitacionales actúan las fuerzas de fricción interna dependiendo de las condiciones de borde como por ejemplo, la rugosidad relativa. En estos casos la semejanza geométrica y la semejanza de Froude aseguran en gran medida la similitud dinámica.

El criterio de Froude, también, es válido para fuerzas distintas a las gravitacionales, como por ejemplo, las fuerzas centrífugas, etc.

2.7.2.2 Modelos a semejanza de Reynolds

El número de Reynolds expresa la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de fricción interna, debido a la viscosidad. Existen muchos fenómenos que están determinados, principalmente, por esta razón; tal es el caso del flujo en régimen laminar en presión o superficie libre, el flujo turbulento hidrodinámicamente liso y el flujo viscoso alrededor de un obstáculo sumergido, etc. La condición de semejanza viene expresada por $Re_r = 1$, siendo Re_r la relación de los números de Reynolds entre modelo y prototipo.

2.7.2.3 Modelos a semejanza de Weber

El número de Weber expresa el efecto de la tensión superficial entre líquidos y gases y entre dos líquidos; por ser la fuerza de origen molecular, la fuerza resulta significativa sólo cuando las dimensiones del flujo son pequeñas: escurrimiento de muy baja altura, napas vertientes de pequeño tamaño y pequeñas ondas superficiales (ondas capilares), donde la condición a satisfacer es $We_r = 1$, donde We_r es la relación de los números de Weber entre modelo y prototipo.

2.8 Principios de similitud en modelos físicos

Para asegurar que el modelo represente adecuadamente al prototipo, es necesario que aquel sea mecánicamente similar con éste, es decir, exista similitud geométrica, cinemática y dinámica, además de las similitudes relacionadas con los sedimentos.

2.8.1 Similitud geométrica

Esta similitud es independiente de la clase de movimiento y contempla sólo similitud en la forma. La propiedad característica de los sistemas geoméricamente similares, ya sea figuras planas, cuerpos sólidos o modelos de flujo, es que la relación de cualquier longitud en el modelo con respecto a la longitud correspondiente en el prototipo, es en todas partes igual. Esta relación se conoce como **factor de escala** y puede expresarse como sigue:

$$L_r = L_M / L_P.$$

Siendo L_M y L_P dimensiones lineales correspondientes en modelo y prototipo, respectivamente y L_r factor de escalas. Entonces:

$$A_r = \left(\frac{L_M}{L_P} \right)^2 = L_r^2$$

Relación de áreas:

$$V_r = \left(\frac{L_M}{L_P} \right)^3 = L_r^3$$

Relación de volúmenes:

La similitud geométrica es quizá el requisito más obvio en un sistema modelo proyectado para corresponder a un sistema prototipo dado. Sin embargo, la similitud geométrica perfecta no siempre es fácil de obtener. No sólo debería ser la forma general del modelo geoméricamente similar a la del prototipo, sino que también deberían ser geoméricamente similares las inevitables rugosidades de la superficie. En un modelo pequeño la rugosidad superficial podría no ser reducida de acuerdo con el factor de escala -a menos que las superficies del modelo se pudieran hacer mucho más pulidas que las del prototipo. Y, por ejemplo, en el estudio del movimiento de los sedimentos en los ríos, un modelo pequeño requeriría -de acuerdo con el factor de escala- el uso para representar la arena, de un polvo de finura imposible de obtener.

Si por cualquier razón el factor de escala no es igual en todas partes, resulta un modelo distorsionado, tal como ya se explicó en 2.4.1. Por ejemplo un prototipo y su modelo pueden tener la misma conformación general, que es geoméricamente similar, pero tener acabados superficiales que no lo son. En el caso de prototipos muy grandes, tales como ríos, el tamaño del modelo se limitará con probabilidad

por el espacio que se dispone; pero si el factor de escala utilizado para reducir las longitudes horizontales se usa también para reducir las longitudes verticales, el resultado puede ser una corriente de tan poca profundidad que la tensión superficial produzca un efecto considerable y, además, el flujo puede ser laminar en lugar de turbulento. En este caso puede ser inevitable un modelo distorsionado.

Naturalmente, el grado hasta el cual debe buscarse la similitud geométrica perfecta depende del problema bajo investigación, y de la precisión requerida en la solución.

2.8.2 Similitud cinemática

La similitud cinemática implica similitud en el movimiento. Esto implica similitud de longitud (esto es similitud geométrica) y en adición similitud de intervalos de tiempo. Entonces, ya que las longitudes correspondientes se encuentran en una relación fija, las velocidades de las partículas correspondientes deben estar en una relación fija de magnitudes de tiempos correspondientes. Si la relación de longitudes correspondiente es L_r y la relación de intervalos de tiempo correspondiente es T_r , entonces las magnitudes de las velocidades correspondientes están en la relación:

$$V_r = L_r / T_r.$$

Cuando los movimientos de los fluidos son cinemáticamente similares, los patrones formados por líneas de corriente son geoméricamente similares en los tiempos correspondientes. Ya que los límites consisten de líneas de corriente, los flujos cinemáticamente similares sólo son posibles a través de límites geoméricamente similares. No obstante esta condición no es suficiente para asegurar la similitud geométrica, a cierta distancia a partir de los límites, de los patrones de líneas de corriente por tanto los límites geométricos similares no es necesario que impliquen flujos similares de manera cinemática.

2.8.3 Similitud dinámica

La similitud dinámica entre dos sistemas geométrica y cinemáticamente similares, requiere que la razón de todas las fuerzas homólogas (incluyendo la fuerza de inercia) en los dos sistemas sea la misma.

La segunda ley de Newton puede escribirse como sigue:

$$M \cdot a = \sum F$$

$$M \cdot a = F_p + F_g + F_v + F_t + F_e$$

Donde: $M \cdot a$ es la reacción de la masa de las fuerzas actuantes o fuerza de inercia; F_p fuerza de presión; F_g fuerza debida a la acción de la gravedad; F_t fuerza

producida por la tensión superficial; F_v fuerza de corte debido a la viscosidad; F_e fuerza producida por compresión elástica del fluido. Es decir:

$$\frac{M_M \cdot a_M}{M_P \cdot a_P} = \frac{(F_P + F_g + F_v + F_t + F_e)_M}{(F_P + F_g + F_v + F_t + F_e)_P} \quad [1]$$

Los subíndices M se refieren al modelo y el P al prototipo. Para que la similitud sea perfecta es necesario además que:

$$\frac{M_M \cdot a_M}{M_P \cdot a_P} = \frac{(F_P)_M}{(F_P)_P} = \frac{(F_g)_M}{(F_g)_P} = \frac{(F_v)_M}{(F_v)_P} = \frac{(F_t)_M}{(F_t)_P} = \frac{(F_e)_M}{(F_e)_P}$$

Pero no todas estas relaciones pueden considerarse como independientes debiendo determinarse algunas de ellas una vez establecidas las demás. Así tenemos fuerzas que actúan en forma mínima comparada con la fuerza actuante predominante y otras fuerzas no actúan según el caso que se esté tratando. En la práctica, el movimiento de un fluido puede ser reproducido buscando en el modelo la similitud de sólo una de las fuerzas de la ecuación [1].

Los problemas de obras hidráulicas y de ingeniería fluvial gobernados por flujo libre son dominados por las fuerzas de gravedad. La ley de semejanza en este caso, llamada semejanza de Froude, garantiza que esta fuerza en su proporción con la resultante, se reproduzca correctamente en el modelo.

Sabemos que el número de Froude viene dado por la siguiente relación:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

Donde: F es el número de Froude; V es la velocidad del fluido; g es la aceleración de la gravedad y L es una longitud característica.

La semejanza dinámica está dada cuando $Fr = 1$, es decir, la razón de los números de Froude del prototipo y modelo sea igual a uno; como la gravedad es la misma para los dos sistemas, tenemos:

$$\frac{V_M}{V_P} = \frac{\sqrt{L_M}}{\sqrt{L_P}} = L_r^{1/2}$$

Para determinar la relación de caudales Q_r tenemos:

$$Q_r = V_r \cdot A_r = L_r^{1/2} \cdot L_r^2 = L_r^{5/2}$$

2.8.4 Similitud sedimentológica

Abarca muchos aspectos según sea el caso del modelo en estudio, tales como el proceso de sedimentación en sí (erosión, transporte, deposición, concentración de sedimento, ondas sedimentarias, etc.)

Por ejemplo, para modelar el proceso de sedimentación se utiliza la semejanza del número de Froude y ha de tenerse en cuenta que la escala de velocidad del flujo $V_r = W_r = L_r^{0.5}$. Donde V_r , es la relación entre velocidades del flujo entre modelo y prototipo; W_r , relación de velocidad de caída del sedimento entre modelo y prototipo; y L_r , relación entre escalas de longitud.

Con las velocidades de caída en el prototipo se determina la velocidad correspondiente en el modelo y con ésta se determina el diámetro de las partículas en el modelo, con esto se garantiza que estas partículas caen con una velocidad homóloga con su correspondiente del prototipo.

2.8.4.1 Selección del material del lecho móvil

El material del lecho móvil deberá seleccionarse cumpliendo, por lo menos, con la identidad del número de Froude, relacionado al grano (Fr^*), en modelo y prototipo.

$$Fr^* = \frac{\tau}{\Delta\rho \cdot g \cdot d}$$

$$Fr^* = \frac{\gamma_w \cdot R \cdot S}{(\gamma_s - \gamma_w) d}$$

Donde : R es el radio hidráulico en metros; S la pendiente energética; d Diámetro del grano; γ_w peso específico del agua cuyo valor es igual a 9810 N/m³; γ_s peso específico del sedimento igual a 26683 N/m³; τ esfuerzo cortante N/m²; ρ densidad en Kg/m³.

Y si el número de Reynolds relacionado al grano en el modelo tiene el valor que según el diagrama de Shields $Re^* > 400$ y además el número de Froude es mayor a 0.060, el número de Reynolds deja de tener influencia sobre el inicio del movimiento. Por lo que se darán buenas condiciones de semejanza.

De la identidad del número de Froude, se desprende que la escala de diámetro del grano es igual a la escala geométrica, considerando un modelo sin distorsión y usando sedimentos de igual origen natural que el prototipo.

$$F_M^* = F_P^*$$

$$\frac{\gamma_w \cdot R_M \cdot S_M}{(\gamma_s - \gamma_w)_M d_M} = \frac{\gamma_w \cdot R_P \cdot S_P}{(\gamma_s - \gamma_w)_P d_M}$$

Teniendo en cuenta que el modelo no tiene distorsión de escala $S_M = S_P$ y usando los sedimentos de origen natural igual que en el prototipo $(\gamma_s - \gamma_w)_M = (\gamma_s - \gamma_w)_P$, (se trata de materiales del mismo peso específico), se tiene:

$$\frac{R_M}{d_M} = \frac{R_P}{d_P}$$

$$d_r = \frac{d_P}{d_M} = \frac{R_P}{R_M} = L_r \Rightarrow d_r = L_r$$

Donde d_r es la relación de diámetros entre modelo y prototipo y L_r , la relación de escalas de longitud entre modelo y prototipo.

Esto mismo se cumple para el material sólido que constituye el transporte de fondo, ya que en realidad esto es válido para el grano que se pretende modelar.

2.9 Efectos de Escala

Al no darse las condiciones de completa semejanza mecánica, pueden aparecer “efectos de escala” en los modelos donde en razón de la magnitud de la transformación adoptada existen fuerzas que cobran importancia, fundamentalmente, las fuerzas moleculares que son, por lo general, insignificantes en el prototipo y que en cambio, por el reducido tamaño del modelo se hacen relevantes los fenómenos observados en éste.

Tales fuerzas se asocian, principalmente, con las fuerzas capilares derivadas de la tensión superficial y con las fuerzas viscosas o de fricción interna.

Es por ello, que en el diseño del modelo se deben considerar ciertos límites para evitar o minimizar estos efectos de escala.

- En los modelos a semejanza de Froude:

Los efectos de capilaridad se hacen despreciables cuando la carga en vertederos de pared delgada o napas vertientes a través de aberturas es mayor de 6 cm ($h \geq 6$ cm), así mismo la longitud de ondas de superficie debe ser $L \geq 1,7$ cm.

Para que se produzcan ondas de gravedad, la velocidad de la corriente en superficie libre debe ser $V \geq 23$ cm/s.

La profundidad del escurrimiento debe ser $h \geq 1,5\text{cm}$.

Los fenómenos de cavitación, efectos de viscosidad y la tensión superficial se eliminan, si tanto el número de Weber y el número de Reynolds son suficientemente grandes.

- El régimen de escurrimiento en el modelo y prototipo debe ser el mismo: laminar o turbulento. El límite de régimen laminar $R_{ED} = 2000$ a 2300 , basado en el diámetro de la tubería o bien, $R_{ER} = 500$ a 580 , basado en el radio hidráulico, permite asegurar que en el modelo no se establezca este tipo de régimen cuando en el prototipo se tiene régimen turbulento.
- El régimen turbulento que puede ser hidrodinámicamente liso, rugoso o en transición lisa-rugosa, debe conservarse en el modelo, reproduciéndose así las características del prototipo.
- Para la modelación de arrastre de fondo, debe garantizarse que las partículas granulares del prototipo, al ser reproducidas en modelo, no sean tan pequeñas que pasen a ser cohesivas. Adicionalmente debe asegurarse la independencia respecto del número de Reynolds del grano, para así lograr que la escala de diámetros relativos del grano, sea simplemente la geométrica ($d_r = L_r$)
- Cuando se utilizan modelos distorsionados, o los modelos cambian la pendiente con relación a la del prototipo, o usan sedimento de distinta densidad, es posible preservar la similitud dinámica aunque se abandone la similitud geométrica.

Estas recomendaciones no pueden ser siempre observadas, por lo que ciertos resultados del modelo pierden sus cualidades cuantitativas y sólo pueden usarse como referencias cualitativas del comportamiento del prototipo.

2.10 Calibración

Para que el modelo en estudio refleje las cualidades del prototipo que se trata de reproducir, es necesario verificar si es efectivamente capaz de reproducirlas o si es necesario efectuar cambios para superar todo aquello que discrepe con la realidad.

Estos pasos son esenciales antes de empezar cualquier investigación.

La calibración, generalmente, consiste en adecuar las condiciones y características físicas e hidráulicas, como la rugosidad del lecho, la descarga y los niveles de agua, con las del prototipo.

En modelos de cauces naturales, generalmente, la calibración consiste en un proceso iterativo en el cual se modifica la rugosidad del cauce hasta hacer equivalentes las curvas tirante-caudal del modelo con las del prototipo, en secciones de medición establecidas de antemano en el prototipo.