

**EL RELOJ DE SOL: UNA MIRADA EN SU HISTORIA PARA LA INNOVACIÓN  
EN MATEMÁTICAS**

**AUTORES:**

**ADRIANA MILENA QUIÑONES COY**

**CC.1019100052 – Código: 2012140044**

**NATHALIA VARGAS AGUILLÓN**

**CC. 1033685637 – Código: 2009240062**

**ASESOR:**

**EDGAR A. GUACANEME S.**

**TRABAJO DE GRADO ASOCIADO A UN GRUPO DE INVESTIGACIÓN O ESTUDIO  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADAS EN MATEMÁTICAS**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

**BOGOTÁ D.C., 2018**



 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formación de líderes</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página i de 105	

<b>1. Información General</b>	
<b>Tipo de documento</b>	Trabajo de grado
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
<b>Título del documento</b>	El reloj de Sol: Una mirada en su historia para la innovación en Matemáticas
<b>Autor(es)</b>	Quiñones Coy, Adriana Milena; Vargas Aguillón, Nathalia
<b>Director</b>	Guacaneme Suárez, Edgar Alberto
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2017. 93 p.
<b>Unidad Patrocinante</b>	Universidad Pedagógica Nacional
<b>Palabras Claves</b>	RELOJ DE SOL; ESTRATEGIA DIDÁCTICA; PENSAMIENTOS MATEMÁTICOS; TIEMPO
<b>2. Descripción</b>	
<p>Trabajo de grado que se propone: promover en el aula los pensamientos matemáticos que presentan los Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998), a través del empleo de diversos relojes de Sol, teniendo en cuenta la construcción y uso de estos, mediante la elaboración de una estrategia didáctica.</p> <p>Es así, que se da en la tarea de estudiar la magnitud tiempo en el capítulo uno, algunos tipos de relojes de Sol - los más representativos en cuanto a su uso y a su construcción se refiere - a lo largo del capítulo dos, la relación entre estos y los pensamientos matemáticos en el capítulo 3, para así llegar a la elaboración de una estrategia didáctica, mostrada en el capítulo 4.</p> <p>Cuando abordamos el tema del tiempo, se nos presentaron varias ideas nuevas sobre esta magnitud, las cuales no hubiéramos tenido en cuenta si no fuese por la elaboración de este trabajo, lo cual nos</p>	

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Señalando el camino</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página ii de 105	

hizo caer en la cuenta de lo enriquecedor que puede ser el estudio de este tema y de su utilidad en el aula al intentar promover los pensamientos matemáticos.

### 3. Fuentes

- Alcolea, J. (2013). Historia del tiempo. del tiempo solar al tiempo atómico, 9–58.
- Balbuena Castellano, L. (2012). Números Revista de Didáctica de las Matemáticas, 79, 127–135. Retrieved from [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/79/Astronomia\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/79/Astronomia_01.pdf)
- Belmonte, J. A. (1999). *Las leyes del cielo: Astronomía y civilizaciones antiguas*. (T. de Hoy, Ed.). Madrid.
- Davies, P. C. W. (1996). *Sobre el tiempo*. (Crítica, Ed.). Barcelona.
- De Guzmán, M. (1998). Matemáticas y estructura de la naturaleza | Cátedra Miguel de Guzmán. Retrieved January 14, 2018, from <http://blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman/matematicas-y-estructura-de-la-naturaleza/>
- De la pienda, J. (2007). Del tiempo en platón Jesús Avelino de la Pienda Universidad de Oviedo. *Thémata*, 38.
- Esteban, E. (n.d.). Network for astronomy school education reloj solar horizontal Norte, 1–5.
- Gabriel, Z. (1995). *Reloj de Sol*. (Grupo editorial Norma, Ed.).
- Gallo Mesa, O. F., Gutiérrez Mesa, J. M., Jaramillo López, C. M., Monsalve Posada, O., Múnera Córdoba, J. J., Obando Zapata, G., ... Vanegas Vasco, M. D. (2006). Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. Módulo 3. Serie Didáctica de las Matemáticas., 1–130.
- García, S. (n.d.). Reloj De Sol analemático, 1–8.
- Gómez, J., & García, S. (n.d.). construcción de un reloj solar analemático, 1–9.
- González, I., Tutor, R., & Esteller, R. (2011). Los relojes y el tiempo. Retrieved from [http://mayores.uji.es/datos/2011/apuntes/fin\\_ciclo\\_2012/relojes.pdf](http://mayores.uji.es/datos/2011/apuntes/fin_ciclo_2012/relojes.pdf)
- Irgoienea, H. (2004). Reloj de Sol Analemático, 1–3.
- Iwaniszewski, S. (1994). De la astro arqueología a la astronomía cultural. *Trabajos de Prehistoria*, (2), 5–20. Retrieved from <http://tp.revistas.csic.es>

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formación de líderes</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página iii de 105	

Martinez, V. (n.d.). Construcción de relojes de sol. modelaje de relojes. cuarta jornada 1., 1–25.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Cooperativa Editorial Magisterio*, 103.

Miguel, M. (2010). Astronomía antigua en el mundo de hoy. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 107–114.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares*. Bogotá. Retrieved from [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá. Retrieved from <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Observatorio Astronomico de Cordoba. (2012). Astronomía de Córdoba: Relojes de Sol.

Páez Rodriguez, J. A., & Peña Martínez, C. M. (2013). *Estrategia didáctica para estimar los tamaños y distancias del sistema sol-tierra-luna*. Universidad Pedagógica Nacional. Retrieved from <http://repository.pedagogica.edu.co/xmlui/handle/123456789/232>

RAE. (n.d.-a). DLE: noción - Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario.

RAE. (n.d.-b). DLE: percepción - Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario.

Sanchez, J., & Casanova, J. M. (n.d.). *Normalización en la catalogación de los instrumentos de cosmografía del Musax, y puesta en valor*. Retrieved from <http://museu.iesjoanramis.org/ixjornadas/comunicacions/18 Jose Juan Sanchez Solis y Juan Manuel Casanova Garcia normalizacion en la catalogacion de los instrumentos de cosmografia del musax.pdf>

Severino, N. (2004). Historia de la gnomónica(III). *Carpe Diem*, 8, 6.

Simesen de Bielke, M. (1995). Los sentidos del tiempo en Aristóteles, 1–14.

UNED. (2013). ¿Qué Son Las Estrategias Didácticas?, 9.

Vasco, C. E. (n.d.). El pensamiento variacional y la modelación matemática.

Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In *Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau (Vol. 9)*. (pp. 1–14).

Vecina Romero, P. (2012). Mi Blog | Relojes de Sol. Retrieved January 14, 2018, from

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Señalando el camino</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página iv de 105	

<https://relojesdesol.wordpress.com/mi-blog/>

Vidal Arenas, J. (2015). La concepción del tiempo en aristóteles. *Byzantion Nea Hellás*, (34), 323–340. <https://doi.org/10.4067/S0718-84712015000100014>

Villafañe, J. (2006). *Introducción a la teoría de la imagen* (ediciones). Madrid.

#### 4. Contenidos

El presente trabajo de grado tiene como objetivo comprender y formular una estrategia didáctica que permita movilizar los pensamientos matemáticos de los que hablan los Lineamientos curriculares de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998), de una manera innovadora, trabajando con los relojes de Sol. De esta manera, en el presente trabajo encontrará el tratamiento que se le hace al estudio de la magnitud tiempo (qué es lo que mide, en qué consiste, cómo se define, de dónde surge la necesidad de medirlo) en el capítulo uno, al estudio de los relojes de Sol (en qué consisten, qué tipos de relojes de Sol hay) en el capítulo 2, la relación entre los relojes de Sol y los pensamientos matemáticos fuentes de estudio, en el capítulo 3, para así con estos elementos llegar a la construcción de una estrategia didáctica que permita movilizar los pensamientos matemáticos de los estudiantes con base en las propuestas del Ministerio de Educación, evidenciada en el capítulo 4, que de hecho se presenta teniendo en cuenta el formato por ciclos y competencias propuestos en los estándares básicos de competencias en matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006)

#### 5. Metodología

El trabajo de grado surge de la intención de innovar en la escuela, de dejar de lado las técnicas tradicionales empleadas en el aula. Así que, le apuesta al estudio de los relojes de Sol, partiendo de la base de que el simple hecho de hacer un reloj de estos va a posibilitar pensar matemáticamente y que a partir de la elaboración y el uso del reloj de Sol, se pueden crear tareas nuevas que van a poder movilizar aún más estos pensamientos.

Así, nos dimos en la tarea de profundizar sobre todos los procesos que vincula un reloj de Sol en su construcción y en su uso, además de los diversos tipos de relojes de Sol que hay, a través de videos

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Señalando el camino</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página v de 105</b>	

que explicaban el funcionamiento de estas herramientas, lecturas científicas y exploración en la información de relojes de Sol que hay en el mundo. Durante su estudio, nos preguntamos, cómo era posible que una herramienta tangible pudiera medir una magnitud intangible, y si estábamos midiendo el tiempo, podríamos hablar de una fracción de tiempo específica o si estábamos tratando con una magnitud continua; por ello, detuvimos momentáneamente el estudio sobre los relojes de Sol, para dar respuesta a los interrogantes que nos surgían sobre la magnitud tiempo y poder entender que es lo que estábamos midiendo con el tipo de relojes que elegimos, así que consultamos lecturas científicas, filosóficas, históricas, revisamos algunas concepciones modernas acerca del tiempo (en la pintura del surrealismo, la literatura, las películas de ciencia ficción y algunos aforismos muy conocidos y aceptados por el común) con la intención de tener un abanico de concepciones acerca del tiempo, sin darles validación alguna.

Posteriormente, relacionamos toda la información que habíamos recolectado sobre los relojes de Sol y las concepciones de tiempo relacionadas con su uso, con lo que proponen los Lineamientos curriculares de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998) revisando en qué consiste cada pensamiento matemático, cómo poder movilizarlo y qué proceso en la construcción o en el uso del reloj de Sol, permitía esta movilización.

Teniendo en cuenta esto, nos dimos en la tarea de elaborar una estrategia didáctica, tomando como base la propuesta por ciclos y por competencias que hacen los estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) elaborando una serie de tareas por ciclo, relacionadas con los procesos del uso o de la construcción de los relojes de Sol, extraídos de la relación que se había hecho previamente con los pensamientos matemáticos.

## **6. Conclusiones**

El estudio previo de la magnitud que se va a medir, ayuda bastante para que los estudiantes sean conscientes de tal proceso, y la medición no se reduzca a una tarea de asignar simplemente un número; pues esto minimiza la posibilidad de vincularse más a la medición, de entender distintas

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Señalando el camino</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página vi de 105</b>	

situaciones que ameriten el empleo de esa magnitud. Y sin miedo a equivocarnos, podríamos decir que esto mismo nos afectó en la elaboración del presente trabajo. Pues al dar inicio a la construcción de esta estrategia con relojes de Sol, concentramos nuestra investigación en la construcción del reloj, sobre cómo funcionan para a partir de ahí elaborar la estrategia didáctica, sin tener en cuenta de manera significativa un estudio previo del tiempo, pues el tiempo era para nosotras una magnitud como cualquier otra, susceptible de medición y su estudio iba a ser poco relevante... pero a partir de una pregunta ¿Cómo a través del reloj de Sol se puede establecer una medida para una magnitud que no está presente en un objeto que podamos palpar, o que podamos ver, o tocar? ¿Cómo puede darle calidad de medible a un elemento en el cual estamos inmersos, que percibimos, pero no podemos definir en su totalidad, y que consideramos en ocasiones inconmensurable? La curiosidad nos hizo buscar más información sobre esta magnitud, y así sentar bases para poder seguir hablando tranquila y argumentadamente de los relojes de Sol; y todo ese despertar alrededor del Tiempo, resultó siendo útil para crear ambientes acerca de la consciencia de esta magnitud, de la apreciación de su rango, del trasfondo social de su medición y de la comprensión de los procesos de su conservación.

En la antigüedad, para dar una medida del tiempo no era necesario hacer uso de los números, pero sí de usar el pensamiento matemático; por ejemplo, comparar el movimiento de los astros, la velocidad de consumo de ciertas sustancias o el inicio y el final de un acontecimiento, con el paso del tiempo. Este acontecer, refuerza la idea de que es posible generar una propuesta donde se mida el tiempo sin hacer uso de los instrumentos actuales -donde la tarea se limita a leer los números que marca el instrumento- y que permita movilizar el pensamiento matemático. Además, según lo encontrado podemos darnos cuenta de que realmente hay una relación muy estrecha entre la construcción de los relojes de Sol y la movilización de los pensamientos matemáticos, enfatizando en el pensamiento espacial, métrico y variacional.

<b>Elaborado por:</b>	Quiñones Coy, Adriana Milena; Vargas Aguillón, Nathalia
-----------------------	---

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Señalando el camino</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página vii de 105</b>	

<b>Revisado por:</b>	Guacaneme Suárez, Edgar Alberto		
<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	22	01	2018



## Tabla de contenido

Introducción .....	1
Marco de referencia .....	5
Capítulo 1: Todos los tiempos el tiempo .....	7
Perspectivas filosóficas sobre el tiempo.....	8
La propuesta de Platón .....	8
La propuesta de Aristóteles .....	9
La propuesta de Kant .....	10
El tiempo en algunas civilizaciones antiguas .....	12
El problema de la inconmensurabilidad.....	16
Perspectivas científicas.....	17
Dificultades al medir el tiempo.....	20
Concepción del tiempo desde una perspectiva artística.....	27
Concepción del tiempo desde la obra “La persistencia de la memoria” de Salvador Dalí .....	27
Shakespeare y el tiempo .....	29
Conclusiones del capítulo .....	31
Capítulo 2: Historia de los relojes de Sol .....	32
Relojes naturales o de cambio.....	33
Orígenes y evolución de los relojes de Sol.....	35
Clasificación de los relojes de Sol .....	43
Conclusiones del capítulo .....	57
Capítulo 3: De relojes de Sol y su relación con los pensamientos matemáticos .....	58
Algunos procesos presentes en todos los relojes de Sol.....	59
Proceso de medir .....	59
Calcular la hora oficial a partir de la ecuación del tiempo.....	61
Establecer relaciones entre la posición de la sombra y la hora solar .....	63
Reloj de Sol ecuatorial .....	64
Reloj de Sol horizontal .....	68
Reloj de Sol Analemático.....	71

Reloj de Sol vertical.....	75
Reloj anular .....	77
Reloj de Sol díptico, de cono, cilíndrico y esférico .....	79
Capítulo 4: La estrategia didáctica .....	81
Sexto a séptimo.....	82
Octavo a noveno .....	85
Décimo a undécimo .....	86
Conclusiones.....	89

## Introducción

Este trabajo es motivado por la necesidad que como docentes en formación tenemos, de saber cómo movilizar de manera auténtica e innovadora, los pensamientos matemáticos en los estudiantes. Esta idea de movilizar pensamiento matemático, surge del estudio de los Estándares (Ministerio de Educación Nacional, 2006) y de los Lineamientos (Ministerio de Educación Nacional, 1998), pues es allí mismo donde se plantea la necesidad de incorporar, además de los contextos matemáticos y de otras disciplinas, contextos cotidianos al aula.

Consideramos que hay una alta probabilidad de llegar a potenciar la innovación curricular a través de los temas que resulten curiosos e interesantes para nosotros, que no sean de común estudio en los colegios, y que permitan abarcar varios de los pensamientos matemáticos de los que hablan los documentos curriculares mencionados. En efecto, suponemos que el estudio de los relojes de Sol, puede constituir uno de tales temas.

Es posible que muchas personas encuentren simple la idea de enseñar y trabajar el tiempo por medio de algo “obsoleto” como lo son los relojes de Sol, pero, ¿en qué nos basamos para creer que conocemos todo sobre los relojes de Sol?, ¿qué sabemos acerca de nuestro Sol y su relación con estos relojes?, ¿qué sabemos sobre cómo hemos llegado de los relojes de Sol a los actuales y modernos?, ¿de dónde nace la idea de medir el tiempo? y, más aún desde nuestro rol y conocimiento docente, ¿qué sabemos sobre la enseñanza de la magnitud tiempo en la escuela?, ¿qué dicen los Lineamientos (Ministerio de Educación Nacional, 1998) y Estándares curriculares de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) acerca de la enseñanza del tiempo?, ¿el tratamiento escolar del tiempo se limita a realizar conversiones matemáticas entre sistemas o, por el contrario, va más allá de ello? Estos y otros interrogantes son el motivo de este trabajo de grado y por ello de la propuesta.

Cuando investigamos sobre este tema, descubrimos que tiene un potencial didáctico, en tanto que exige, y permite habilidades de pensamiento impulsado por los métodos de construcción de relojes, así como por el descubrimiento y manejo de regularidades espaciales, métricas, algebraicas y aritméticas (Balbuena Castellano, 2012); (Miguel, 2010). También, a partir del estudio de la historia de la medición del tiempo, advertimos que, con el estudio de los relojes

de Sol, se puede desarrollar el conocimiento de algunos conceptos matemáticos (v.g., inconmensurabilidad de magnitudes, trigonometría, regularidades, secuencias) (Severino, 2004)

Además, advertimos que es un tema que conlleva una aproximación histórica para saber cómo se llegó a “tangibilizar” una idea intangible como lo es la de la magnitud tiempo. Suponemos que la profundización en estas ideas no solo nos beneficiará a nosotras como docentes en formación, sino que también beneficiará a todo aquel que pretenda innovar en el aula empleando los resultados de este estudio, en cuanto estrategia didáctica que incorpora un trabajo específico con los relojes de Sol.

La estrategia didáctica potenciara las características positivas del uso pedagógico o didáctico de los relojes de Sol en pro de la movilización de pensamientos matemáticos. Asimismo, se identificarán las posibles debilidades y defectos del mismo, comparándolo con el mecanismo de otros relojes; esto, con el fin de argumentar el por qué los relojes de Sol pueden ayudar a desarrollar aptitudes matemáticas, de mejor manera que otros relojes.

A continuación, se explica la estrategia didáctica por medio de un esquema, donde partimos del reloj de Sol, instrumento que permite la toma de datos, en este caso el cambio de la longitud de la sombra.



Imagen 1 Esquema de la explicación didáctica de la estrategia

El reloj mide el paso del tiempo a través de la sombra, pues la variación de longitud permite evidenciar un antes y un después. Es claro que para determinar la hora o un lapso de tiempo no se usa el mismo tiempo para ello, sino el cambio de la medida de la sombra.

El proceso anterior permite la movilización de pensamientos matemáticos, por lo que se hace necesario diseñar una estrategia didáctica que vincule a los relojes de sol en el aula, que renueve el qué hacer docente, y muestre a los estudiantes otra manera de vivir las matemáticas.

Según los Lineamientos curriculares y estándares de educación Nacional, la enseñanza debe vincular al entorno social del estudiante y de la comunidad que lo rodea, y teniendo en cuenta que el Sol y el tiempo hacen parte de la vida cotidiana del ser humano, elaboramos esta estrategia en donde nuestro objetivo es recontextualizar el aula, y mostrar a los docentes otro medio de motivación para los estudiantes.

Creemos que es necesario hacer un esfuerzo por reencontrar nuestra capacidad de observación, de asombro y de comprensión, recuperando al mismo tiempo el valor del conocimiento como actividad humana y construyendo respuestas significativas sobre nuestro lugar en el Universo.

Finalmente, aclaramos que no son los relojes de Sol los que pertenecen a la cotidianidad del ser humano actual, es el tiempo, pero usamos el reloj de Sol como medio para la movilización de pensamientos matemáticos en los estudiantes, y el cambio de estrategias de enseñanza por parte de los profesores.

## Marco de referencia

En el presente capítulo se hablará de algunos términos que resultan fundamentales en la comprensión del trabajo y que por la cantidad de interpretaciones que se pueden encontrar acerca de estos pueden dar lugar a ambigüedades, así que para evitar confusiones, diremos a qué nos estamos refiriendo al hablar de estos términos y además el número del capítulo en el que podrá encontrarse.

En el **CAPÍTULO 1**, se emplearán los términos: noción y percepción, así pues el término **NOCIÓN** es usado como lo define el diccionario de la real academia española, “Conocimiento o idea que se tiene de algo” (RAE, n.d.-a), así mismo el término **PERCEPCIÓN** definido en la RAE como “Sensación interior que resulta de una impresión material hecha en nuestros sentidos” (RAE, n.d.-b) así cuando hablemos de la percepción del tiempo, nos estamos refiriendo a la sensación que el paso de este va generando en nosotros (En ese capítulo se ahondará sobre cómo podemos percibir el tiempo).

En el **CAPÍTULO 3**, cuando hablamos de **MODELACIÓN**, estamos haciendo referencia a lo que se explica en el artículo (Carlos Eduardo Vasco, 2003)(Vasco, 2003), sobre Pensamiento Variacional y modelación matemática; el cual dice que modelación no es armar modelos de balsa o cartón o aprenderse fórmulas de modelos ya inventados y probados por otros, aunque eso ayude; modelación es: “el ARTE de producir modelos matemáticos que simulen la dinámica de ciertos subprocessos que ocurren en la realidad. Se trata de un proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de un artefacto mental, un sistema con sus componentes, transformaciones y relaciones, cuyas variables covarían en forma que simulen las regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar” Así pues, se tendrá cuidado cuando al momento de hablar de los procesos de construcción o de uso de los relojes de Sol se haga referencia a la posibilidad de modelar a través de un proceso de esos en el aula, o que ya ese proceso de por sí implique una modelación.

A lo largo del trabajo de grado se ha dicho que pretendemos elaborar una **ESTRATEGIA DIDÁCTICA**, término que también da pie a varias interpretaciones, y más por tener presente la palabra “didáctica”. Pues bien, a lo que nos referimos es al conjunto de técnicas

organizadas, formalizadas y orientadas a la obtención de una meta claramente establecida, que difiere de una estrategia de aprendizaje, en cuanto a que esta última busca cumplir metas propiamente en el aprendizaje y que la estrategia didáctica realiza la secuencia de procedimientos para cumplir metas que no están únicamente en el aprendizaje, sino también en la enseñanza (UNED, 2013). Además debe estar articulada a la concepción pedagógica de la institución educativa donde se va a poner en práctica y a los componentes de la planificación curricular, específicamente a los objetivos de aprendizaje y a los contenidos. En este sentido, dado que nos es imposible tener presente la concepción pedagógica de cada institución educativa de Colombia para la construcción de la estrategia didáctica en el **CAPÍTULO 4**, el que sean nuestra base los documentos que propone el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los Lineamientos curriculares de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998) y los estándares básicos de competencias de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006), que se dirigen a todas las institución ya nos acerca al trabajo en las instituciones educativas Colombianas y es trabajo del docente que emplee esta estrategia didáctica adaptarla en el aula, teniendo en cuenta los organizadores curriculares que se le presenten en el aula.

## Capítulo 1: Todos los tiempos el Tiempo

*El tiempo es muy lento para los que esperan, muy rápido para los que tienen miedo, muy largo para los que se lamentan, muy corto para los que festejan, pero, para los que aman, el tiempo es una eternidad.*

*-William Shakespeare-*

En este capítulo exploraremos la magnitud tiempo, pues dado que nuestro fin es formular una estrategia didáctica que vincule a los relojes de Sol, se hace necesario conocer y comprender esta magnitud, es aspectos como: qué propiedad física se está midiendo, en qué consiste, cómo se define y de dónde surge la necesidad de medirla

Para ello, en primera instancia se recurrirá al estudio de distintas discusiones filosóficas que se habían hecho al respecto, como la planteada por Platón, Aristóteles y Kant. Luego, se recurrirá al estudio de algunas civilizaciones primigenias más representativas en cuanto a la medición del tiempo se refiere, tales como: la civilización egipcia, babilónica, griega y maya, con la intención de conocer y comprender las diferentes concepciones que se tienen del tiempo, que van a ser la base de las concepciones modernas por su vigencia.

Posteriormente, realizaremos el estudio a algunas lecturas científicas, que nos permitan acercarnos al conocimiento sobre una posible evolución en la concepción del tiempo y a algunas dificultades que se pueden presentar en el proceso de medir esta magnitud.

Por último, estudiaremos algunos cuestionamientos y tratamientos modernos que se le dan al tiempo, desde otros ambientes, encontrados en la pintura, la escritura y las películas de ciencia ficción, con el fin de ampliar el abanico de concepciones que puede haber acerca del tiempo y así mismo, acercarnos más al conocimiento de esta magnitud.

## Perspectivas filosóficas sobre el tiempo

*Si nadie me pregunta yo lo sé; pero si cualquier persona me pidiera que se lo diga, no puedo hacerlo*

*-San Agustín de Hipona-(Definiendo el tiempo)*

### La propuesta de Platón

Según (De la piedad, 2007) plantea que Platón vincula la existencia del tiempo con la creación del cosmos, argumentando que “el creador del tiempo es el mismo que crea el cosmos. El cosmos no es eterno. Tuvo un inicio. No se puede explicar por un mero azar ni tampoco a partir sólo de la materia. Tiene que tener un autor [...] Ese creador lo cita Platón bajo la imagen de un demiurgo, un Dios ordenador del Caos”.

En esta instancia, haremos un paréntesis para mostrar cierta similitud con *los postulados mitológicos del tiempo griego*. Donde Cronos era denominado la divinidad del tiempo, el cual era hijo de Gea (la tierra) y de Urano (el cielo); con la ayuda de Gea, Cronos derrotó a su propio padre y se quedó con el poder, es así que el tiempo nació justo en el momento en el que el cielo y la tierra se separaron; Urano maldijo a Cronos y le vaticinó que él también sería derrotado por sus hijos, este es el motivo por el cual se le suele representar a Cronos como un devorador de hijos. Cronos es el tiempo lineal e irreversible, es aquel que todo lo devora, es el tiempo de lo finito<sup>1</sup>

También hubo otros dioses del tiempo como lo era Chronos o Aión, lejos de ser la deidad de la que habla Platón, pero del que vale la pena conocer, pues tiene similitud con algunos de los postulados de Platón, “este dios era un ser incorpóreo que dio origen al universo. Este ser no nace, siempre existe y no devora. Es el tiempo circular (también representado con una serpiente que se muerde la cola) Uroboros”<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Extraído de: <http://lapiedradesisifo.com/2013/06/25/los-griegos-ya-dijeron-que-el-tiempo-es-relativo/>

<sup>2</sup> Extraído de: <http://lapiedradesisifo.com/2013/06/25/los-griegos-ya-dijeron-que-el-tiempo-es-relativo/>

Volviendo a lo propuesto por Platón. Este dice que “La imagen móvil de la eternidad «avanza según el número». Platón aclara aún más cuando dice que las cosas sensibles «son formas del tiempo que imita la eternidad al efectuar sus revoluciones medidas por el número». Para distinguir los números del tiempo fueron creados el Sol, que marca el día, la noche y los años; la Luna, que marca los meses; los cinco planetas cuyos movimientos son más desconocidos y que tienen períodos de tiempo mucho más amplios. Los números del tiempo son las cantidades de duración de los ciclos de los astros conocidos, que giran con duraciones limitadas alrededor de la Tierra. La Tierra está fija, pero todo lo que sucede en ella se mide con relación a esas duraciones cíclicas de los astros: días, meses, años, Gran Año”(De la pienda, 2007).

### **La propuesta de Aristóteles**

Aristóteles afirma que “percibimos el tiempo tal como percibimos el movimiento, son sensibles comunes. [...] La sensación capta el presente, la memoria el pasado, y la “espera” o “expectación” el futuro. La memoria no es una función intelectual del alma, forma parte de la “facultad sensitiva primaria” Por eso, Explica, algunos animales tienen conciencia del tiempo”(Simesen de Bielke, 1995). Por ejemplo, las gallinas que están despiertas mientras haya luz y no se duermen sino hasta que ésta se haya ido o las aves como el silbido del sauce vuelan hasta África en el invierno; incluso la interpretación de los comportamientos de los animales y la lectura de signos naturales en el cielo hacen parte del saber milenario de la gente del campo, que es debida a una experiencia pasada.

También, define el tiempo como número del movimiento.” Como “prueba” o “indicio” de que efectivamente se trata de un número, ofrece un razonamiento silogístico: determinamos lo mucho y lo poco mediante el número, y mucho o poco movimiento según el tiempo; por lo tanto, el tiempo es un número” (Simesen de Bielke, 1995)

“La unidad de la que habla Aristóteles, difiere de la de Platón en que el uno no es un ente matemático separado, sino un individuo de la especie que se toma como unidad para medir el conjunto. El caballo mide los caballos, la unidad de medida siempre es de la misma especie

que lo medible, pero si cuento “siete” refiriéndome a perros y caballos la unidad de medida, el “uno” es ‘animal’, no la especie sino el género.

La nota distintiva de la medición del tiempo en relación a otras magnitudes como el espacio, es que la unidad de medida no es tomada al azar, no se trata de un codo o un pie, sino de un movimiento elegido en virtud de su relativa regularidad: el ciclo de la luna (mes), el ciclo del Sol entre solsticios (año)” (Simesen de Bielke, 1995).

Según (Vidal Arenas, 2015) queda manifiesto que entre tiempo y movimiento existe algún tipo de relación, pero está claro que esta relación no es de identificación pues mientras el movimiento solo se da en aquello que cambia, el tiempo se da en todas las cosas, y mientras el movimiento puede variar su velocidad, el tiempo no puede hacerlo, puesto que la velocidad de las cosas que cambian se miden en función del tiempo en que transcurre, pero el tiempo no puede medirse en función de sí mismo. "Es evidente, por tanto, que el tiempo no es movimiento".

Como vemos, el análisis que realizó Aristóteles con respecto al tiempo y el movimiento de los cuerpos, no da una definición, ni siquiera alcanza a dar una noción de lo que es el tiempo; podríamos decir que definir el tiempo a través del movimiento en si ya es una visión perceptiva y es la muestra que el concepto de tiempo no se veía como una entidad independiente.

### **La propuesta de Kant<sup>3</sup>**

Ante las personas que dicen que no creen en las cosas que no se pueden ver (Empiro-Criticismo), Kant dice: Los sentidos nos engañan, hay que ser conscientes de que existen las ilusiones ópticas o los espejismos. Así que la información que llega a nosotros por medio de los sentidos, debe ser pensada.

Habla de los conocimientos empíricos (que son producto de la experiencia), que pueden llegar a ser refutados con solo tener una experiencia que demuestre lo contrario. Con los

---

<sup>3</sup> <http://eltamiz.com/elcedazo/2009/02/22/eso-que-llamamos-tiempo-la-critica-de-kant/>

conocimientos a priori, pasa todo lo contrario, pues gozan de estricta universalidad y de una certeza valida.

Kant considera que el tiempo es un conocimiento a priori, pues si intentásemos quitar el tiempo por un momento, en donde ocurren fenómenos (hay espacio) pero no nos es posible eliminar el tiempo de los fenómenos, pues no tendrían momento en donde existir (fenomenología de la percepción). Por consiguiente, todos los objetos (lo que conocemos de ellos) necesitan del tiempo para poder ser pensados. De esto sacamos que el tiempo no es inherente a los objetos en sí, sino al sujeto, como la condición necesaria para intuir y conocer los objetos. El supuesto que la idea del tiempo está a expensas del desarrollo del pensamiento, el sujeto no tiene la menor idea y no puede saber si fuera de él existe el tiempo realmente.

Ahora bien, tengamos en cuenta que la idea de definir el tiempo se había convertido en todo un reto, tanto a nivel filosófico, teológico, y científico, mostrando por desgracia la ignorancia que se tenía del tiempo en esa época.

Se hace de gran importancia aclarar que, de acuerdo al estudio realizado, el tiempo aun no lograba su independencia, estaba atado al movimiento, a la creación o al universo; el tiempo exigía una definición como una entidad en sí misma, no por ser una magnitud que pertenece a la cuarta dimensión, que es una de las características que hoy en día se le tribuyen, sino por el simple hecho de ser perceptible, el reto era definir lo intangible.

Como hemos visto, se parte de que es perceptivo, solo ahí ya hay diferentes opiniones y teorías, pero hay algo en común, todos ambicionan entender y predecir el tiempo; se hace evidente entonces que para la filosofía no era importante medir el tiempo, lo importante era definirlo, conceptualizarlo y de alguna forma poder decir que es eso que de una u otra manera domina nuestra manera de pensar y de vivir, cabe aclarar que aunque la intención filosófica era conceptualizar el tiempo no quiere decir que algunos filósofos de la época no usaran instrumentos para la medición del tiempo en sus respectivas investigaciones, claro que sí, sólo que definir la medición de algo que aún no estaba definido no era una opción.

## El tiempo en algunas civilizaciones antiguas

Según (Belmonte, 1999) en el momento histórico en donde se inicia a definir el tiempo (época medieval europea), la ciencia se queda corta ante las diversas maneras en las que, solamente la experiencia daba alguna existencia y forma al tiempo en diferentes culturas tradicionales, para ellas la eternidad y el mismo tiempo eran términos complementarios, no era trascendental para su diario vivir una definición de lo que para ellos era evidente, de manera indirecta pero perceptible, aquí lo realmente importante era la ciclicidad, el conocimiento intuitivo que dominaba el hecho de medir el tiempo.

Dentro de las lecturas realizadas con el fin de investigar el tiempo en civilizaciones antiguas tradicionales, se destaca la tesis (Páez Rodríguez & Peña Martínez, 2013) en la que se presenta un estudio acerca de las civilizaciones: Babilónica, egipcia y Maya pues estas demostraron un mayor avance en disciplinas como la astronomía y la agronomía, disciplinas que llegan a ser muy importantes en cuanto a la medición del tiempo se refiere.

Se sintetizan los avances en los métodos de medir el tiempo, presentados en el siguiente cuadro comparativo:

CULTURA BABILÓNICA	CULTURA EGIPCIA	CULTURA MAYA
<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilización del gnomon (utensilio empleado en los relojes de Sol)</li> <li>Identificación y utilización de equinoccios y Solsticios</li> <li>Estudio de los movimientos de la tierra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilización del gnomon</li> <li>Identificación y utilización de equinoccios y Solsticios</li> <li>Estudio de los movimientos de la tierra</li> <li>Divisiones iguales para nombrar lo sucesos del día (horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilización del gnomon</li> <li>Identificación y utilización de equinoccios y Solsticios</li> <li>Estudio de los movimientos de la tierra</li> <li>Reconocimiento de las fases lunares</li> <li>Elaboración de ciclos, horas, días, semanas, meses</li> </ul>

Tabla 1 Comparación entre métodos de medir el tiempo

Los mayas, conocidos como los señores del tiempo, dado su carácter religioso y lo vinculados con la observación de la bóveda celeste, asumieron con gran naturalidad el concepto del tiempo cíclico y esto los llevó a confeccionar el más perfecto sistema calendárico que hasta la fecha hubiera inventado la humanidad (su estudio se presentará en el segundo capítulo), el medir el tiempo les era muy importante pues con esto podrán ser capaces de predecir los momentos de guerra, los desastres y todas las acciones y sucesos que ya habían acontecido.

En la sociedad egipcia antigua<sup>4</sup>, “el tiempo es considerado como cíclico, esta sociedad no concebía una sucesión cronológica de los hechos singulares del pasado, sino que creían en una sucesión de actualizaciones de arquetipos primordiales. Por lo tanto, el hombre del antiguo Egipto no conoce ningún acto que no haya sido planteado y vivido anteriormente por otro, su vida es la repetición ininterrumpida de gestas inauguradas por otros”.

Por uno de los métodos que usaban los babilonios para medir el tiempo, los relojes de Sol de horas desiguales, podemos darnos cuenta de que reconocen regularidades que no son tan regulares, pero que tienden a serlo y que a su vez son cíclicas, idea que se puede evidenciar aún más con la imagen de este astrolabio babilónico reconstruido.

---

<sup>4</sup> Extraído de: <http://www.sarasuati.com/concepciones-del-tiempo-del-pasado-y-del-poder-en-el-antiguo-egipto-2%C2%AA-parte/>

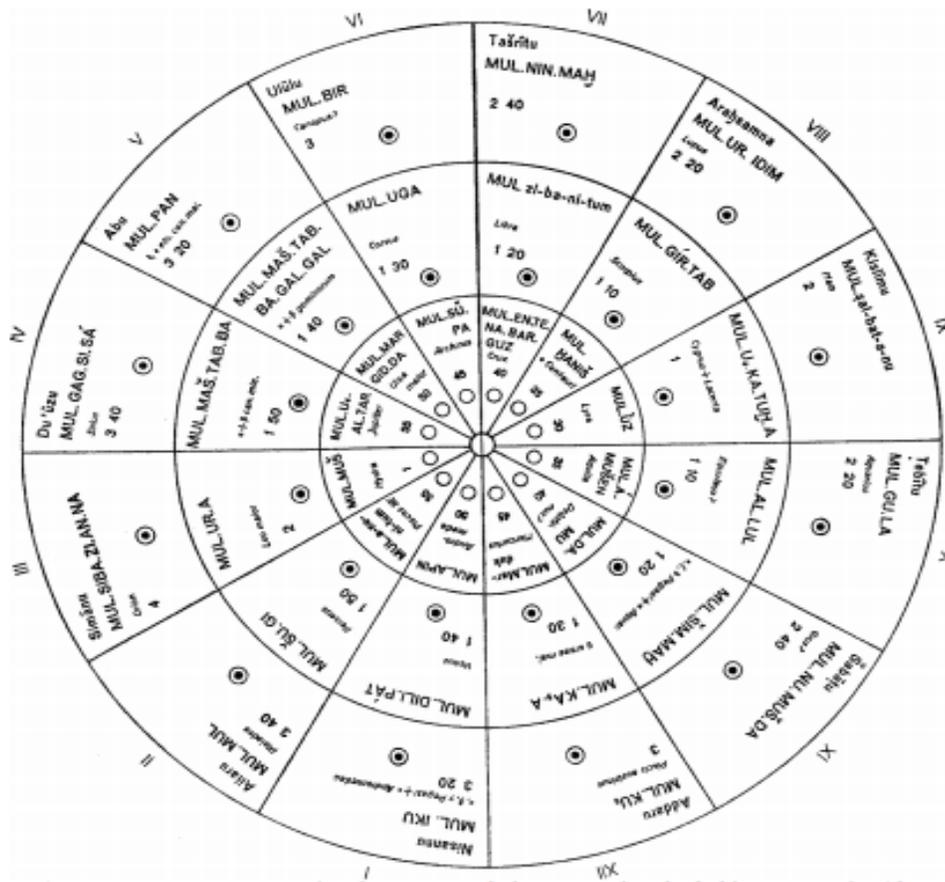


Imagen 2 Astrolabio babilónico<sup>5</sup>

Pero nos surgen ahora varias preguntas, ¿fue el conocimiento matemático lo que les permitió a unas civilizaciones avanzar más que otras? ¿Cuáles fueron esas necesidades que les impulsó a seguir elaborando métodos para medir el tiempo, para avanzar hacia un desarrollo científico y ser parte de las civilizaciones representativas?, durante la investigación logramos deducir que la manera como estas civilizaciones abordan y representan un problema del diario vivir para esa época, como estimar la temporada de lluvia, la temporada de guerras, entre otros; marcaba la diferencia entre cada cultura.

Por otro lado, las civilizaciones mencionadas no tenían sistemas numéricos equivalentes y es que por ejemplo, el incluir el cero en el sistema numérico usado por la cultura Maya le va a permitir a esta, ser la cultura con más avances astronómicos en la historia, incluso le permitió

<sup>5</sup> Tomado de (Alcolea, 2013) Tomado de (Alcolea, 2013)

cubrir algunos vacíos dentro de los modelos matemáticos (como el calendario) adoptados por esta civilización; de los cuales nos interesa identificar las características que hicieron de esta civilización la más significativa en el área de la astronomía; al tener el modelo matemático de un evento cotidiano y que inicialmente estaría enfocado a eventos naturales con un mínimo de errores a comparación de las demás culturas, fue posible realizar cálculos de predicción que a largo plazo no estarían lejos de la realidad.

Es evidente la diferencia entre una cultura y otra, en cuanto a avances astronómicos se refiere, pero a pesar de ser diferentes tienen algo en común, como tal ninguna de estas civilizaciones define el tiempo, pero sí trabaja con este ente desconocido, es decir en su momento para cada civilización no fue de interés definir el tiempo, qué significado teórico podría tener, pero si se determinaban ciertas labores o actividades que dependían de lo insignificante, de lo indefinido.

Ahora bien, es claro que cada una de las culturas tenían métodos de medición del tiempo, unas más exactas que otras, esto de la exactitud lo podemos definir en la actualidad, pero en su momento lo que le importaba a cada una de estas civilizaciones es que el modelo sirviera, que más adelante podría quedar obsoleto o fallar en sus predicciones, es otra situación, pero en su momento fue de utilidad, y nos preguntamos ¿Qué problemas traería medir el tiempo aparte de la medición misma, medir lo que no es tangible? Para este interrogante cabe aclarar que como tal estas civilizaciones no medían las horas como lo hacemos hoy en día (Páez Rodríguez & Peña Martínez, 2013), ellos observaban ciclos, patrones, regularidades teniendo en cuenta el Sol, por ejemplo, o si es de noche, las estrellas o incluso la luna, pero cuando estos fenómenos naturales no están presentes con las condiciones óptimas, verbigracia el cielo opaco, se evidencia que el ser humano es capaz de elaborar diversas herramientas, como: calendarios, relojes, entre otros; dichas herramientas se abordarán en el capítulo dos.

Resaltamos que para algunas de las civilizaciones antiguas el tiempo es un ente que vive con ellos, en donde la convivencia se basa en comportamientos, mas no en definiciones, por lo que: mucho de lo que creemos acerca del tiempo es resultado de un condicionamiento cultural, el minuto, la hora la década egipcia, "el año solar" de 12 "meses" trienio, el ciclo metónico de 19 años, el siglo o el milenio son por el contrario unidades de tiempo totalmente

arbitrarias, desarrolladas por conveniencia en diferentes entornos culturales.(Belmonte, 1999)

### **El problema de la inconmensurabilidad**

Las diferentes culturas crearon sus propios medios para medir el tiempo, y en esa labor de creación lograron llegar a la predicción de ciertos fenómenos naturales como lo son las sequías, las lluvias y demás eventos climáticos, así lograron crear calendarios que les permitían visualizar los ciclos naturales, cuánto durarían, desde qué momento iniciarían, y demás, tomando como unidad de tiempo el mes lunar, apropiado para subdividir en periodos más cortos el ciclo estacional siendo por ello tomada como la base del calendario en diferentes culturas.

Es importante resaltar que el tiempo que median inicialmente diversas culturas, hace referencia a lo que hoy conocemos como el tiempo meteorológico, identificar el estado de la atmosfera en determinado momento o instante era lo esencial para determinar qué actividad debía realizar cada individuo en el día o en la noche, y dentro del día o la noche realizar ciertas actividades que subdividirían el día y la noche, simplemente son ciclos dentro de ciclos.

Al tener como base el calendario lunar aparece el problema de la inconmensurabilidad, pero ¿Cómo el tiempo es inconmensurable? este problema será desarrollado más adelante en el apartado de dificultades.

Nótese que durante la mayoría del tiempo las herramientas que ha usado la humanidad para medir el tiempo han necesitado de otras magnitudes como: el volumen, en el caso de usar una vela que se va consumiendo; la posición y la longitud, en el caso de usar un reloj de Sol; amplitud, en el caso de un reloj analógico o incluso el nivel de agua, en el caso de usar una clepsidra; a esto se le conoce actualmente como medición indirecta del tiempo. No fue sino hasta la modernidad que el hombre pudo acercarse a elaborar instrumentos que permitan medir el tiempo de manera directa, como es el caso del cronometro.

Para finalizar este apartado, si nos damos cuenta, la humanidad al buscar o crear herramientas que les permita simular los cambios espacio-temporales que vivencia, ha ido llevando a cabo un proceso, *la modelación*, observando la duración entre dos o más instantes determinados, observando ciclos o regularidades y de ésta forma favoreciendo la movilización del pensamiento covariacional (Carlos E Vasco, n.d.)(Vasco, 2003) tema que será profundizado en el capítulo tres.

### Perspectivas científicas

Antes de los tiempos de Galilei y de Newton, el tiempo era algo subjetivo y perceptible, sujeto a definiciones sensoriales, era algo natural, algo que se sabe o siente que existe, ya sea por el cambio del día a la noche o porque nuestros huesos y articulaciones nos recuerdan que ya no somos niños, pero el tiempo no era un algo para ser caracterizado geométricamente y mucho menos para ser medido matemáticamente.

A lo largo de la investigación se evidencia que el ser humano asocia un evento al tiempo y el tiempo a un evento, pues todos los eventos no pueden suceder a la vez, necesitan cada uno de un espacio, sin embargo en el tiempo puede ser que no ocurra “algo” y aun así aseguramos que si hubo tiempo, es decir concebimos el tiempo como algo continuo sin “huecos”, por lo menos así lo plantea Leibniz en una sus múltiples discusiones filosóficas, sin embargo no está en nuestros objetivos discutir estas posturas, pero se hace necesario mencionar, pues personajes como Copérnico y Galileo, a través de sus obras e investigaciones muestran la dependencia del tiempo al movimiento, describen el movimiento y las fuerzas necesarias que actúan para que ocurra un cambio de velocidad o movimiento y lo que ello implica; independizar de manera matemática y geométrica el tiempo surge con Newton de manera indirecta, decimos que es indirecta ya que es el trabajo de Einstein quien lo independiza, pero él parte de la teoría Newtoniana.(Davies, 1996)

Con lo anterior vemos una relación entre la filosofía y ciencia, en donde el común denominador es la matemática, lo cual se hace importante aclarar. En la historia del desarrollo del pensamiento humano ha existido una constante interacción entre las vertientes filosóficas y las matemáticas, por ejemplo, el libro de Isaac Newton *Philosophiæ naturalis principia*

*mathematica* (del latín: Principios matemáticos de la filosofía natural), también conocido como Principia, que, aunque es un libro de física, modela por medio de las matemáticas el entorno de estudio, en este caso el sistema solar, una filosofía de la naturaleza.

La estructura matemática atrae de modo natural al filósofo, la dinámica interna del pensamiento matemático, la lógica de su estructura, simple, clara, hacen de la matemática un modelo de reflexión fiable que suscita el consenso de todos. Los filósofos han visto en el pensamiento matemático un campo ideal de trabajo donde pueden poner a prueba sus hipótesis y teorías; también el matemático tiene razones para aproximarse a la filosofía. Desde los pitagóricos, los matemáticos se han interesado por lo que en el fondo significa su propia actividad, planteándose preguntas como: ¿De dónde y cómo surgen las estructuras matemáticas? ¿Hay ya matemática en las cosas, la hay de algún modo en el exterior del hombre? ¿Están las estructuras matemáticas sólo en la mente humana? ¿Cómo es la interacción mente-mundo para que de ella pueda surgir la matemática? ¿Cómo es que el mundo externo parece adaptarse a estructuras mentales que se han desarrollado como por su propio dinamismo, sin ninguna intencionalidad práctica? ¿Cómo explicar el misterio de la *irrazonable efectividad de la matemática*? ¿Qué significa el infinito matemático en relación con la estructura de la mente humana?(De Guzmán, 1998)

De estos y más interrogantes trabaja la matemática con respecto a la filosofía, Ahora bien, volvemos a los científicos que, según nuestra investigación, son de mayor influencia debido a sus aportes para nuestro trabajo de grado. Galileo aplicó las matemáticas al movimiento partiendo de las teorías de Copérnico y otros, Newton perfeccionó esas leyes en el ámbito de la experiencia cotidiana, pero la búsqueda de Einstein en una teoría más compleja, reveló leyes que rigen el universo, independizo el tiempo, y actualmente el científico físico Steven Hawkins está trabajando por una teoría que incluya todo.

Como podemos ver, inicialmente estos científicos se concentraron en el estudio de su entorno, en este caso el cielo, observaciones, hipótesis, investigaciones, correcciones, análisis, y demás, que eran su diario vivir, modelaban esos descubrimientos de manera matemática en donde la variable tiempo marcaría la diferencia entre unos y otros; aclaramos que existen muchos más científicos que aportaron enormemente a la ciencia, pero se limitará

teniendo en cuenta sus aportes con respecto a la definición y trabajo del tiempo y al objetivo de este trabajo de grado.

Los temas de espacio y tiempo han sido desde tiempos remotos temas de interés, curiosidad y del que se han investigado la mayor parte del tiempo desde que el hombre empezó a razonar y preguntarse y asombrarse de los fenómenos que lo rodean y conviven junto a él. Han sido temas de debate entre científicos y religiones, antes del renacimiento y el siglo de las luces, la religión y el clero controlaban todo a lo que ciencia se refiere manteniendo posturas un tanto imaginarias y ficticias, las catalogamos así porque actualmente dichas teorías se toman como erróneas debido al trabajo científico que las demuestra como falacias, y en su lugar llegaron otras teorías físicas o científicas.

Nicolás Copérnico el cual fue el iniciador de tales cambios, aunque aún mantiene algunos postulados y leyes de etapas anteriores como el de las orbitas circulares, desmintió que los astros giran alrededor de la tierra además descubriendo que la tierra rota sobre su propio eje y que gira a su vez alrededor del Sol y que esté es el centro de movimiento de los demás cuerpos planetarios. A esta teoría se le conoció como Heliocentrismo, con la cual comenzó una auténtica revolución del pensamiento y saber humano.

Su sucesor Galileo Galilei replantea algunas formas de estudio en la ciencia como la fusión de del pensamiento matemático y empírico dando buenos resultados. Según su sistema consistía en 3 pasos:

1. Medición exacta del fenómeno a estudiar
2. Formulación de una hipótesis
3. Paso del procedimiento que lleva a un auténtico resultado

Aplica los conceptos de aceleración y velocidad con lo cual surge la rama de la mecánica.

Kepler a su vez cambio drásticamente la forma de pensar, con una concepción del cosmos como algo armónico manteniendo una postura pitagórica y que el Universo se expresa en teorías matemáticas y geométricas, plasmó los conceptos de Copérnico en expresiones matemáticas formulando que las órbitas planetarias no son circulares si no elípticas y que recorrerán áreas iguales en tiempos iguales.

Isaac Newton fue el último con el cual el pensamiento humano cambió drásticamente. Este relacionó las teorías de caída libre de Galileo, los movimientos planetarios de Kepler y la teoría de atracción de cuerpos de Hilbert para establecer con auxilio de la teoría de cálculo infinitesimal la teoría de gravitación universal.

Para concluir este apartado, se hace importante recalcar que el estudio de cada una de las teorías científicas que intentan mostrar cómo funciona el universo, ayuda a afirmar, o por el contrario desmiente hipótesis que en su momento son importantes para el ser humano, pues son éstas las que ayudan a entender eso que llamamos entorno, y a identificar cual es nuestro papel en ese espacio, sin embargo la tarea se hace más difícil con lo que está fuera de nuestros sentidos de manera directa, por ejemplo, el tiempo, no lo vemos, tampoco lo tocamos, mucho menos lo degustamos o lo olfateamos, solo sabemos que existe, pues hay cambios que hacen del tiempo algo perceptible de manera indirecta, nos encontramos ante el reto de medir lo intangible de manera directa, cuestión que actualmente se realiza sin alguna novedad gracias al cronometro, pero que para llegar a este se tuvieron grandes avances matemáticos y astronómicos, ese será un tema que se profundizará en el capítulo dos.

### Dificultades al medir el tiempo

Como se dijo al inicio de este capítulo, uno de los objetivos es mostrar al lector las dificultades que se presentaron al trabajar con el tiempo, ya sea en su definición teórica o su uso en la práctica de manera empírica e indirecta, y aún más cómo interpretar y analizar lo que con ayuda de lo no definido e intangible se logra modelar el entorno de manera matemática y funcional, en este apartado se profundizará en dichas dificultades, aunque a lo largo del capítulo se han mencionado algunos de los inconvenientes.

En este trabajo de grado hemos evidenciado diferentes formas de “convivir” con el tiempo, por lo que decimos que el tiempo es intercultural, es decir, de acuerdo a determinadas ideas y relaciones con el tiempo se logra caracterizarlo y de una u otra manera definirlo de acuerdo a la experiencia con este. Es por ello que hay diferentes visiones del tiempo y en cada una de estas visiones sus respectivas dificultades para tratar de capturarlo.

Iniciaremos con la percepción del tiempo, las dificultades de definir o caracterizar el tiempo a través de las *sensaciones* puede parecer un tanto subjetivo, sin embargo, es una característica de cualquier ser humano, independientemente de cual sea su cultura o sus pensamientos individuales, esta es la relación del tiempo con el sujeto, la percepción.

Para ello, Piaget y sus colaboradores trabajaron en los años de 1961 hasta 1963, en el texto titulado “Epistemología del tiempo”, en el cual se identifican una serie de obstáculos producto de querer hablar sobre el tiempo en un ámbito escolar.

Partiendo de tres hipótesis, desde las cuales se estudiarán esos obstáculos:

1. Propuesta por P. Fraisse

Donde la duración no es considerada una relación, sino que va a ser parte de los acontecimientos observados por el hombre

2. Piaget y Colaboradores

La duración es una relación entre lo que se hace y la velocidad con la que se hace.

Reconociendo dos nociones, preoperatoria y operatoria, donde la preoperatoria es la noción en la que se reconoce solo un elemento de la relación de la duración y la noción operatoria es aquella en la que se reconoce la relación completa

3. Papert

Todos los indicios que se tienen, al ser puestos en relación van a terminar recurriendo a la velocidad.

Ahora bien, basados en estas hipótesis, Piaget y sus colaboradores, reconocen dos obstáculos al querer estudiar el tiempo:

Uno de ellos relacionado con el modo de existencia del tiempo, físico o psicológico; relacionado con el hecho en que “el tiempo se encuentra ligado a acontecimientos que no existen ya o no existen todavía, aparte de una pequeña zona móvil de presente, imposible de utilizar por sí sola” (Piaget, 1971).

Y el otro obstáculo está relacionado con la duración, donde dos duraciones son equivalentes si los contenidos de cada una de ellas se pueden equilibrar con una variable que compensa la diferencia de contenidos (que puede ser psicológico o físico), esa variable generalmente es la velocidad, de esta manera, los elementos de los que se van a hablar para la equivalencia de duraciones no son temporales (Piaget, 1971).

En el mismo trabajo se rescatan los estudios de Francine Orsini, quien compara la estimación de la duración psicológica y la duración física, argumentando que en la duración física los indicios son proporcionados objetivamente, aceptando que toda secuencia temporal física se acompaña de una duración psicológica y que entre más pequeño sea un niño más indiferenciadas se encontrarán estas dos formas de tiempo, lo que nos referencia a un versus entre el tiempo psicológico y el tiempo físico.

Se ha mostrado así que la medida del tiempo no es del todo absoluta para la mente del ser humano, y se debe apoyar en otro tipo de acciones para poder en cierta manera medirlo, sin embargo, esto no será un impedimento para lograr capturarlo, por el contrario, será una de sus tantas características, que sea una cualidad o defecto quedará a criterio de cada quien.

Después de abordar el obstáculo que significa medir el tiempo de manera psicológica realizando un versus con el tiempo físico, se hace importante resaltar que a pesar que el tiempo es un común para todos los seres humanos, la manera de vivirlo nos hace clasificarlo, pues el tiempo para los astrónomos será diferente que para los filósofos y mucho más diferente para los físicos y qué decir de los religiosos, es decir, en todos los tiempos el tiempo.

En las civilizaciones antiguas también se presentaron obstáculos para medir eso que llamamos tiempo, para estas civilizaciones lo que primaba era el lograr predecir determinados eventos climáticos y de acuerdo a ello poder organizarse, es decir el supremo e intangible tiempo es quien determina las actividades a realizar en cada cultura, pero ya lo dice un viejo y sabio refrán, “ cada cosa a su tiempo” y así sería con el mismo tiempo, poco a poco, con cada cambio de luna, con cada puesta de Sol lo irían conociendo, por lo menos así lo creían.

Las principales civilizaciones antiguas usaban como base lo que hoy conocemos como astronomía, para construir o modelar la forma de organizar sus actividades sociales

relacionadas con estrategias de subsistencia y para realizar predicciones estrictas sobre ciertos fenómenos; a dicho medio lo denominaron calendario.

Con estas dos características en los calendarios e incorporada a la religión, considerando la religión como un sistema ideológico del sistema social (Iwaniszewski, 1994), se logra un equilibrio con respecto al medio ambiente y la función predictiva de la astronomía, es decir, esos fenómenos van ligados a un Dios que permite tales eventos.

Pero dichos eventos no son vistos o relacionados por todas las culturas de igual manera debido a su posición geográfica, así que (Iwaniszewski, 1994) propuso el concepto de "arqueología astronómica tropical" en donde explica que debido a la posición geográfica, en latitudes tropicales dominaban los movimientos de los astros hacia arriba, encima, hacia abajo y por debajo, mientras que en latitudes altas prevalecen los movimientos hacia arriba, alrededor y hacia abajo, estas diferencias podrían tener como resultado diferentes cosmovisiones, y por consiguiente diferentes calendarios o métodos de organizar el tiempo.

A continuación se mostrará cómo el tener diferentes calendarios en diferentes culturas conllevan a la idea de la inconmensurabilidad del tiempo desde las antiguas civilizaciones, lo importante era entender o mejor predecir el comportamiento del tiempo, inicialmente meteorológicamente y dependiendo de ello como sería por así decirlo "subdividido" para sus labores de subsistencia como población; pero dichos calendarios no serán exactos, siempre habrá un poco de tiempo que no permitirá ser capturado, ¿Cuánto? No es lo importante, lo importante era saber que no era exacto y ya se idearían la manera de "subsana" este pequeñísimo problema.

En realidad, la Astronomía y la medida del tiempo han estado íntimamente ligadas hasta la segunda mitad del S. XX, instante en el que los patrones de medida de tiempo dejaron de estar referidos a fenómenos astronómicos. La importancia de la observación astronómica del cielo en la prehistoria está bien documentada gracias a los estudios sobre la orientación de las construcciones megalíticas; estos estudios han demostrado la importancia que se daba en muchas sociedades al paisaje celeste, lo que se tradujo en la orientación de los monumentos funerarios en la dirección de la salida o puesta de los astros más relevantes, el Sol y la Luna.

En ocasiones, construcciones megalíticas de mayor relieve, como los Lineamientos de rocas o los crómlech, señalan las salidas y puestas extremas del Sol y de la Luna a lo largo del año; en particular los ortos y ocasos extremos del Sol (la salida y puesta del Sol más al Norte y más al Sur) se alcanzan en los Solsticios de invierno y de verano, y por lo tanto tales construcciones pueden ser utilizadas para medir la duración del año Solar trópico, que es el que se usa para la elaboración de todos los calendarios.

Un ejemplo de la observación detallada de las fases de la Luna en épocas prehistóricas puede apreciarse en el calendario lunar de Blanchard (27.000 AC). Sabemos que los estudios astronómicos se desarrollaron muy tempranamente tanto en Egipto como en Babilonia en donde se estableció de un modo preciso la duración del ciclo de las fases lunares en 29,53 días; este periodo que corresponde al tiempo transcurrido entre dos lunaciones (lunas nuevas) sucesivas, es conocido hoy en día como mes sinódico, asimismo, se determinó una duración del año trópico, o intervalo de tiempo transcurrido entre dos equinoccios de otoño sucesivos, de 365,25 días. Desgraciadamente (o tal vez no), un año trópico así definido consta de 12,37 lunaciones, de aquí toda la problemática relativa al diseño de los calendarios cuando se trata de dividir el año en un número de meses relacionados con las fases lunares, pues es de saberse que el mes sidéreo tiene una duración de 29,5306 días entonces la Solución más fácil sería dejar meses de 29 y de 30 días, de forma que en promedio se tenga un “mes” de 29 días y medio.(Belmonte, 1999)

Con esto se consigue un año de 12 meses lunares de 354 días, aunque la duración exacta sería 354 y un tercio, pero desprejarán el tercio para no “complicar” estas mediciones. Pero, y los 11 días y un cuarto que en números faltaría para completar un año trópico de 365.2422 días, ¿Qué pasaría con ellos?, algunas culturas como la romana ponían meses intercalares de vez en cuando, usando como hitos los solsticios y equinoccios o las salidas y puestas de las estrellas. Otras como la egipcia, que de acuerdo a las investigaciones son más rigurosos que otras culturas, matemáticamente hablando, usaron más de un calendario a la vez según la necesidad. Otras, sencillamente, se olvidaron del mes lunar verdadero y acabaron desarrollando una unidad del mismo nombre que no tenía nada que ver con las fases lunares, nosotros somos un ejemplo de ello, y finalmente hubo otras culturas cuyos conocimientos

matemáticos fueron lo suficientemente avanzados como para desarrollar ciclos estables de 3, 8, 9 o 76 años que subsanasen la inconmensurabilidad del tiempo.(Belmonte, 1999)

Sin embargo, la mejor aproximación posible se debe a la circunstancia de que 235 meses sidéreos se corresponden con una exactitud pasmosa a 19 años trópicos. La diferencia es Solo de 2 horas y ocho minutos por ciclo o, lo que es lo mismo, de un día cada 213 años; esta casualidad es la base del que se denomina ciclo metónico, en honor al astrónomo ateniense Metón.

El ciclo metónico sería mejorado después por Calipo de Cízico (hacia 370-300 AC), quien propuso un ciclo que cuadraba 940 meses de 29,53 días en 76 años de 365 y un cuarto, pero este tipo de ciclo no fue adoptado por ningún pueblo ni estado. A pesar de la sofisticación matemática todos estos ciclos tenían un problema, que la duración real del año trópico, era 11 minutos más corta de lo supuesto hasta entonces, dicho problema lo descubrió Hiparco de Nicea hacia el año 150 AC. Por este motivo todos los calendarios sofisticados acababan desfasándose con respecto al ciclo estacional.

Como se puede ver, a pesar de ser un mismo cielo, diferentes culturas diseñaron distintos medios para entenderlo, y dependiendo de ello definían y subdividían el tiempo cada vez, con el fin de ubicar una unidad que se ubicara de manera completa en el día y la noche, pero esto no fue nada fácil pues como lo vimos hay días y noches cortas o largas, extraño, a decir verdad, pero muy real.

Luego de ver los obstáculos de la percepción del tiempo y la inconmensurabilidad del mismo en las civilizaciones antiguas explicaremos otra dificultad, y es el saber que define la palabra tiempo, en ese aspecto se hace presente la filosofía, encargada de demostrar su existencia y coexistencia con el ser humano.

En esa tarea de lograr definir el tiempo, que a decir verdad se había convertido en todo un desafío para los representantes de cada disciplina, era inherente preguntarse ¿existe un antes del tiempo? ¿Cómo empezó el tiempo? interrogantes que en lugar de minimizar hacían que este creciera de manera exponencial. Para intentar dar respuesta a este “nuevo” interrogante aparecen varias posturas, entre ellas la teológica en donde su mayor expositor es San Agustín

de Hipona, en donde propone que el mundo fue hecho con el tiempo y no en el tiempo. Reconocía que el tiempo es en sí mismo parte del universo – parte de la creación – y que por ello no tiene sentido hablar de “antes de la creación”, matemáticamente hablando es como si quisiéramos encontrar un número natural más pequeño que el cero (algunos lo aceptan como natural), o que hay antes del cero, a lo que se pensaría como Solución no encontrar el cero absoluto, pero si un número que se acercara tanto al cero como sea posible, pero eso sería un tema más bien matemático que no afectaría al tiempo mismo.

Así como San Agustín de Hipona se encuentran varios filósofos que opinan de diferente manera acerca de la definición filosófica del tiempo, y más aún como esta se encuentra en coactuación con el ser humano, dichas posturas se mostraron en el apartado de concepciones filosóficas.

Para finalizar este apartado se hace importante aclarar que hemos mostrado las principales dificultades que se presentaron al caracterizar y definir el tiempo, cabe notar que no son las únicas, también se presentaron dificultades con los instrumentos de medición, para ellos revisar el capítulo dos.

### Concepción del tiempo desde una perspectiva artística

Según (Villafañe, 2006) en el trabajo artístico, ya sean obras literarias, pinturas, y demás expresiones, el autor o artista refleja de una u otra manera a través de su creación cierto grado de su realidad o de su entorno, de su diario vivir o de algún sueño, sueño que por más extraño que parezca tendrá una dosis de legitimidad, ya sea vista, degustada, olfateada, escuchada o verbalizada; no es de extrañarnos que el tiempo sea un motivo de inspiración para estos personajes que a diferencia de los físicos, matemáticos, filósofos, teólogos y demás, intenten capturar el tiempo no desde una razón, sino desde una visión personal que puede o no compaginar con la de otro individuo.

A continuación, mostraremos dos ejemplos del cómo el artista captura el tiempo o por lo menos que hace saber su idea o realidad de este a través de otro tipo de disciplina, en este caso el arte; es de saberse que son varios los autores de obras en donde su protagonista es el tiempo, sin embargo, nos limitaremos a dos de sus principales expositores.

### Concepción del tiempo desde la obra “La persistencia de la memoria” de Salvador Dalí<sup>6</sup>

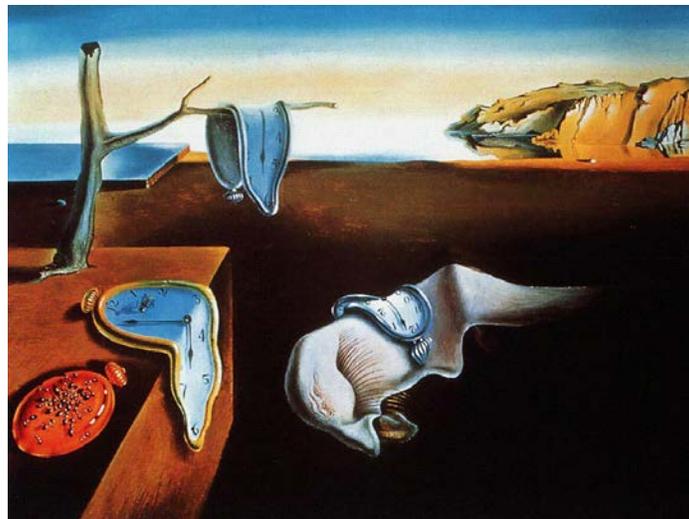


Imagen 3 Obra de Dalí

---

<sup>6</sup> Extraído de: <http://aion.mx/arte/sobre-la-persistencia-de-la-memoria-y-el-concepto-tiempo>

“Tal como los cuernos de los rinocerontes, los obeliscos, las langostas, los huevos, los elefantes, los caracoles, etc., que aparecen en múltiples cuadros desarrollados a lo largo de la producción artística del catalán, las hormigas representan para Dalí un símbolo muy particular, que habla sobre la corrupción y la contingencia de las cosas: la muerte de todo lo efímero y, en el caso de *La persistencia de la memoria*: la inutilidad del tiempo que se intenta conservar u ordenar mecánicamente, puesta de manifiesto mediante la destrucción de los mencionados relojes blandos y mediante el reloj duro infestado por semejantes insectos.

El tiempo de estos instrumentos se derrite o es carcomido, desarrollando la acción más vertiginosa que acontece, mientras el tiempo del resto del paisaje transcurre de una forma mucho más cadenciosa, llegando a ser casi estático. El tiempo de los relojes y el tiempo de la naturaleza exponen a la relatividad del concepto al ser contrastados, y en este contraste no es el tiempo mecánico o lógico el que persiste, sino el tiempo atípico, irracional, no ordenado... del entorno, que incluso sostiene y presencia la lastimosa fugacidad del otro”

Acerca de la escena en cuestión, Anna Otero, coordinadora del Centro de Estudios Dalinianos, afirma:

“[...] Dalí muestra aquí una de las preocupaciones más artificiales y abstractas inventadas por el hombre: la angustia de controlar el tiempo según las horas que marca el reloj. El paso del tiempo, su relatividad y fluidez son conceptos planteados y ampliamente interpretados por los autores que han escrito sobre esta pintura. Dalí deforma los mismos instrumentos que nos han de informar sobre el tiempo y anula su función [...] Dalí reivindica la ausencia de tiempo, sin el cual saboreamos mucho más su presencia eterna.”

Para esta investigadora, la aniquilación del tiempo da lugar a la sensación de inmortalidad que transmite la estaticidad del paisaje, como un efecto de congelación del instante. Finalmente, se puede pensar que la memoria persiste debido a un tiempo que desaparece y aparece de nuevo a modo de eternidad”.

## Shakespeare y el tiempo

Es evidente que no debe subestimarse la importancia del tiempo y el espacio. Puede parecer que son minucias intangibles, pero constituyen la misma sustancia de la existencia; Shakespeare comprendió muy bien la fuerza y la profundidad del tiempo y el espacio. He aquí un ejemplo, la canción que escribió para Gracioso, el payaso de *La duodécima noche* (Acto II, escena III):

*Ah tú, señora mía, ¿adónde vas?  
quédate a tu amor encontraras,  
que sabe cantar alto y cantar bajo.  
No yerres, más mi dulce corazón:  
Eso se acabó en amorosa unión:  
Bien lo sabe cualquiera sin trabajo.  
¿Qué es el amor? No es nada de después:  
En gozo de hoy la risa de ahora es.  
No se sabe después que pasar.  
Con esperar, no se consigue nada:  
Ven a besarme entonces, ven, amada;  
La juventud no se puede guardar.*

Según (Gabriel, 1995) en principio parece una ingenua y alegre obra que corresponde a la canción de un payaso. Pero, si nos detenemos a leerla otra vez nos percatamos de como Shakespeare dedica los seis primeros versos a la ausencia y a la reunión, como al todo y nada y, por lo tanto, al espacio imperioso; percatémonos a su vez de como, de un momento a otro, dedica los últimos seis versos al inexorable tiempo.

El tiempo en el arte ha sido representado de diferentes maneras, pues como dijimos inicialmente es cuestión de perspectivas, y perspectivas existen bastantes. Los relojes de sol se hacen presentes en la literatura de ficción, por ejemplo, en el libro “Código Da Vinci”, en donde la línea rosa era una especie gnomon, los rayos solares entraban por el rosetón de la fachada Sur de la iglesia y se deslizaban por la línea cada día, indicando el paso del tiempo,

de solsticio a solsticio; en las obras cinematográficas predomina la idea de viajar en el tiempo, basados en el sueño de corregir el pasado y calmar la gran curiosidad humana visionando el futuro, la primera película en donde el cine toma al tiempo como sujeto siendo este el protagonista, se titula “the time machine” creada por George Wells en el año 1960, en ella un científico crea una máquina que le permite viajar en el tiempo, puede ver el futuro que le espera a la humanidad de seguir con la situación en la que partió el científico; actualmente aún se juega con las teorías del tiempo en los guiones cinematográficos como es el caso de la película “interstellar” creada por Christopher Nolan en el año 2014, en donde un ex piloto de la NASA acepta una misión, en donde está en juego la supervivencia de la raza humana, en esta misión logra viajar por el tiempo gracias a la teoría de los agujeros de gusano, mostrando una distorsión de espacio-tiempo y donde finalmente el espacio es curvo al igual que el tiempo.

El tiempo y el espacio son tan familiares que se tiende a considerarlos como algo que se da supuesto, olvidando por completo que las ideas del tiempo y el espacio forman parte de la base un tanto inestable y movediza sobre la que se asienta toda la construcción de la teoría científica y el pensamiento filosófico.(De Guzmán, 1998)

Finalmente, si realizamos un versus con los estudios científicos, más exactamente físicos y matemáticos, según (Gabriel, 1995)el físico se interesa también por el espacio y el tiempo, en su obra y análisis del tiempo no declama, ni crea cintas para ser llevadas a la pantalla grande, pero si habla del movimiento y el reposo, de distancia y duración, y de centímetros y segundos. Mide el tiempo intangible y se las ha ingeniado para medir el espacio, ese espacio también extraño y no perceptible, e introduciéndolos cuantitativamente en sus ecuaciones, los viste con un ropaje matemático formal de su oficio, sin embargo, el científico no es un frío autómatas, al igual que el poeta, no puede crear sin emociones. Detrás de sus ecuaciones hay imágenes audaces y opiniones imperiosas que van más allá de la lógica y dan a su ciencia todo un arte excepcional, un arte que puede ser manifestado sin recurrir a los detalles matemáticos y físicos.

## Conclusiones del capítulo

Con los estudios anteriores concluimos que el patrón inicial para medir el tiempo es la tierra junto con los fenómenos naturales que se presentan en su proceso cotidiano, que posteriormente deja de ser el patrón predominante para medir y definir el tiempo, esto debido a que la tierra no tiene fenómenos estrictamente continuos y regulares.

A lo largo de este capítulo se ha referenciado un proceso que está implícitamente marcando la diferencia entre una civilización y otra y es el proceso de elaboración de un modelo que permita predecir de acuerdo a ciertas premisas el comportamiento de ciertos fenómenos naturales, que es el caso que inicialmente motivo a varias culturas a realizar observaciones para el entendimiento de estos; que a su vez está ligado a los avances matemáticos de cada cultura, entonces podemos resaltar que a mayor avance matemático, mayor avance en el entendimiento del mundo o entorno, puesto que gracias a las matemáticas se hace posible realizar predicciones, con la ayuda del proceso de modelación ya sea de un ciclo o de evento.

Encontramos que el medir el tiempo ha sido una necesidad siempre latente en la humanidad, el querer descubrir inicialmente cómo funcionan los cambios naturales hicieron que el ser humano se interesara por mirar el cielo y crear un modelo para ese cielo, sin saber que Solo era una pequeña parte; deducimos que mucho de lo que creemos acerca del tiempo es resultado de un condicionamiento cultural, por ello que se investigaron varias culturas, filosofías y pensamientos, en los cuales definen el tiempo de acuerdo a su vivir o uso de este; es cíclico, perceptivo, es movimiento, cambio, regular, mitológico, teológico y muchas más definiciones, las cuales convierten al tiempo en un algo familiar pero extraño simultáneamente; al ser el tiempo común para todos pero diferente a la vez, se desarrollaron diferentes instrumentos para su medición, en el capítulo dos se darán a conocer las más destacadas de estas herramientas.

## Capítulo 2: Historia de los relojes de Sol

Como se mostró en el capítulo uno, el tiempo es distinto y a la vez el mismo para cada cultura, una de las grandes diferencias entre una y otra cultura son los medios que usan para capturar el tiempo. Dichos instrumentos mostraban por medio de determinado fenómeno o fenómenos, el paso del tiempo, pero en este caso la gran pregunta era ¿Cuánto?; por lo que aparecen diversos instrumentos de medición a lo largo de la historia, el cuánto podía ser representado de diferentes maneras, no necesariamente numéricas, podría ser representado por una fracción de vela y el tiempo en que se demoraba en consumirse sería una unidad de medida basada en la velocidad de consumo. A la toma de medidas basada en eventos externos al objeto en sí, actualmente es conocido como medida indirecta.

Los relojes de sol eran diferentes en construcción y diseño, pero compartían el mismo motor, el Sol; por lo que se desarrollaron diferentes modelos para medir el cambio de la sombra y a su vez diferentes métodos para interpretar la posición de la misma.

En este capítulo se dará a conocer la historia de dichos instrumentos de medición y las características más relevantes de cada uno, se clasificarán de acuerdo al funcionamiento, diseño, entre otros; también se darán a conocer otros relojes, que a diferencia de los relojes solares tienen otro tipo de funcionamiento, dado que era necesario, pues el sol no brilla de manera perpetua en una misma zona, por lo menos no en la tierra. Esto con el fin de exponer al lector por qué el reloj de sol es el que podría de mejor manera desarrollar pensamientos matemáticos a diferencia de otros, tema que será profundizado en el capítulo tres.

Para realizar la comparación entre relojes solares y demás, se tuvo en cuenta características favorables y desfavorables de algunos instrumentos, los más reconocidos, características definidas en la actualidad, pues no se debe desconocer que dichos instrumentos no tendrán el mismo entorno que en décadas anteriores y tampoco el mismo impacto por aquello de la modernización o evolución, sin embargo, tendrán los mismos resultados, o tal vez no, por ello de este capítulo.

## Relojes naturales o de cambio

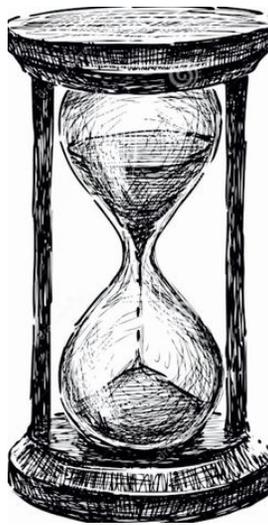
La humanidad se ha interesado por los cambios en su entorno, desde el día y la noche, hasta querer saber cuál es el componente genético de cada quien, es decir, es innata la capacidad del ser humano en curiosear y saber cómo funciona su entorno, buscar una razón y argumentarla. para ello ha ideado modelos de pensamiento que ayudan a entender lo que nos rodea y aun lo que está más allá; Una muestra de modelación son los relojes, instrumentos que determinan el paso del tiempo, y pueden estar diseñados en diferentes materiales y formas, también están los calendarios, instrumentos que nos ayudan a medir el tiempo de una manera cíclica, un tanto más amplia a lo que periodos de tiempo se refiere, en donde encontraremos ciclos dentro de ciclos, y que al igual que los demás instrumentos intentan capturar el tiempo y tangibilizar lo intangible.

En ese interés de caracterizar su entorno el ser humano evidencia cambios naturales, inicialmente el día y la noche y de manera espontánea de noche descansa, y en el día realiza sus actividades, o dependiendo de cada cultura se organizan los momentos de las actividades. La primera forma de medir el tiempo fue el reloj de sol; los relojes solares indican el paso del tiempo proyectando una sombra sobre una superficie, el objeto que proyecta la sombra es un palo colocado en el centro denominado gnomon, un reloj solar bien construido puede medir el tiempo con gran precisión.

Para ello iniciamos definiendo que es un reloj de Sol, según el diccionario de la Real Academia define un reloj de sol como:

artificio ideado para señalar las diversas horas del día por medio de la variable iluminación de un cuerpo expuesto al sol, o por medio de la sombra que un gnomon o estilo arroja sobre una superficie, o con auxilio de un simple rayo de luz, ya directo, ya reflejado o refracto, proyectado sobre aquella superficie”(DRAE)

Pero los relojes solares tienen sus limitaciones, necesitan que el sol brille, por lo tanto, no sirve en temporadas de nubosidad y tampoco servirán en la noche cuando este oscuro; ante esta dificultad el ser humano reacciono con la solución de quema de velas o varas de incienso a una velocidad estimada, usadas junto con los relojes de arena también denominados clepsidras de arena.



*Imagen 4 Reloj de arena<sup>7</sup>*

Los relojes de arena constan de arena muy fina, la cual pasa por un orificio a una velocidad constante e indica un periodo de tiempo determinado; al igual que los relojes de sol se encuentran en diferentes diseños y materiales sin olvidar que lo importante es el paso de la arena en un periodo de tiempo. A comienzos del siglo XIV era común tenerlos en las embarcaciones, pues el movimiento de estas no afectaba en la velocidad de paso en el reloj.

También encontramos la clepsidra o reloj de agua, tiene origen mesopotámico, se basa en el principio de que una cantidad dada de agua siempre requiere del mismo tiempo para pasar gota a gota de un recipiente a otro, muy similar al reloj de arena; estos aparatos son entonces cronómetros y no un reloj, pues marca una determinada cantidad de tiempo, pero no da la hora, aunque lograron sincronizar algunas clepsidras con la hora solar y así poder determinar en qué momento del día se encontraban; así las cosas, podremos decir que todos los relojes son cronómetros pues pueden medir lapsos de tiempo, mas todos los cronómetros no son relojes.

---

<sup>7</sup> Tomado de <https://es.dreamstime.com>

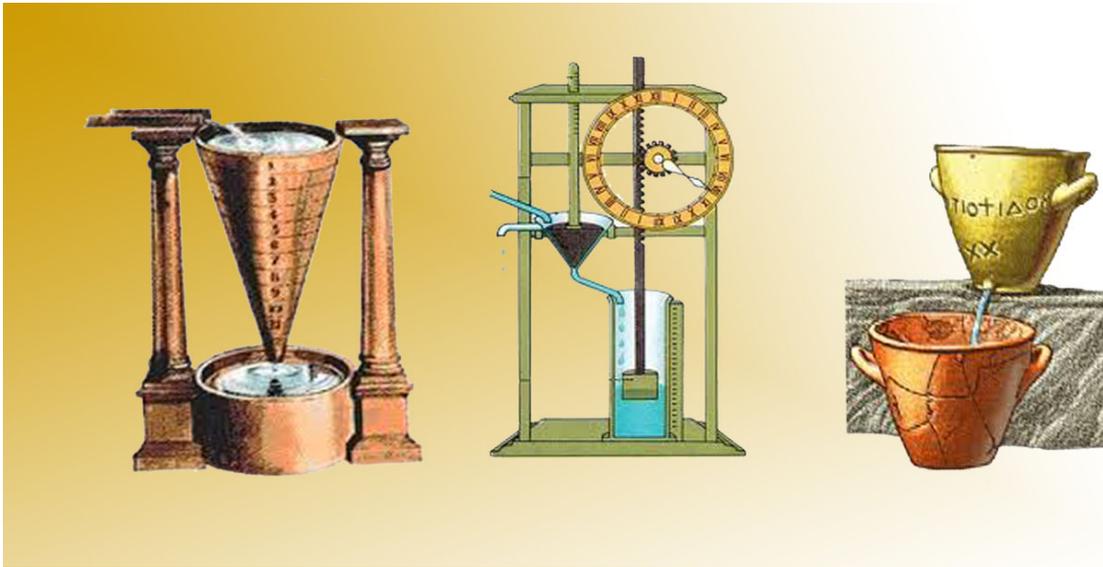


Imagen 5<sup>8</sup>

A continuación, mostraremos diferentes relojes de sol y las diferencias entre uno y otro, cabe notar que este capítulo no pretende ser un catálogo exhaustivo de los relojes solares y herramientas para medir el tiempo, tampoco un tratado sobre las técnicas de diseño y construcción; simplemente pretende ser un elemento que permita iniciar un acercamiento a los mismos.

### Orígenes y evolución de los relojes de Sol

Desde la antigüedad la observación de los fenómenos astronómicos, como la traslación de los cuerpos celestes y su aparente recorrido de Oriente a Occidente constituyó un reloj rudimentario, un reloj que ni atrasaba ni adelantaba, pero este reloj necesitaba de algún mecanismo tangible que permitiera diferenciar los instantes con alguna precisión en la sucesión cíclica de fenómenos naturales, a este mecanismo se le denominó gnomon, una vara que era clavada al suelo verticalmente que permitía observar sobre este una línea de sombra al ser tocada por el Sol. A medida que este astro realizaba su recorrido por la bóveda celeste, la sombra proyectada por la vara iba cambiando de longitud y posición.

<sup>8</sup> Recuperado de: <http://arnaurj.blogspot.com.co/p/proyecto-clepsidra.html>

El reloj de sol o los cuadrantes solares han sido utilizados a través de la historia por todas las culturas: babilonia, griega, egipcia, romana, china, musulmana y cristiana, como podemos poner de manifiesto indagando en los archivos históricos de la época. La medida del tiempo era indispensable para la organización y el desarrollo de sus actividades humanas. Así nos encontramos con numerosos gnomistas y astrónomos como Tscheu-Kong (China), Anaximandro de Mileto, Heródoto de Halicarnaso y Aristarco de Samos (Grecia), Beroso (Babilonia), Vitruvio (Roma), Albatenio y Hassan al-Saffar (árabe y musulmán), Alfonso X el Sabio (Castilla), Theodoricus Ruffi (Alemania).(Sanchez & Casanova, n.d.)

La medición de las sombras realizadas por un gnomon data desde muchos años atrás. Los primeros relojes solares egipcios fueron construidos gracias a sus conocimientos astronómicos, adicionalmente su ubicación geográfica permitía que el Sol estuviese presente de manera constante, por lo que se les facilitó el estudio de sus ciclos. Finalmente logran formar su calendario (4600 a.c) teniendo en cuenta el Sol y la estrella más alta, Sirius.

Los egipcios usaban el calendario lunar, pero se dieron cuenta que no era tan preciso en cuanto a predecir sequías o el inicio de las crecidas del río Nilo, las fases de la Luna eran muy cortas y conducían a errores, por ello con el estudio del Sol lograron predecir las estaciones porque cada 365 días llegaba el día más largo, el día que el río regaba sus tierras, por ello prefirieron usar el calendario solar.

Los cuadrantes solares más antiguos que se conocen pertenecen a los egipcios, en el siglo XV antes de Jesucristo, aproximadamente, denominados obeliscos, estos utilizaban la altura del sol para conocer el tiempo; creaban los obeliscos cerca de templos y palacios, pues el sol era visto como una deidad.

En Egipto aparece sobre el año 1500 a.C., aproximadamente, el Merket (Imagen 6) servía para saber la altura del sol y, por tanto, el momento del día en el que se encontraban. Tenía forma de T mayúscula.(Vecina Romero, 2012)

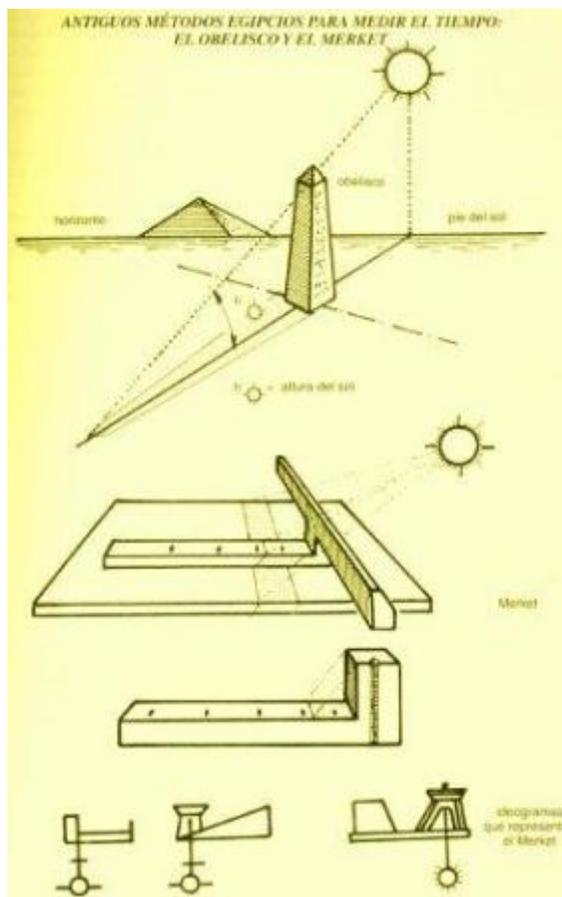


Imagen 6

El primer reloj solar griego apareció en el siglo VI antes de Cristo, en estos relojes se usaban las horas babilónicas, dos siglos más tarde, con los romanos, aparecieron relojes más elaborados, ya que éstos se habían inspirado en todos los modelos encontrados a lo largo de sus conquistas, cabe notar que podían diferenciarse en acabados estéticos y en diseño, sin embargo su principal igualdad sería el gnomon, pues este es el que refleja la sombra en las diversas superficies pensadas por el hombre. Así nos encontramos con el instrumento llamado “Scaphe” (Barco griego), de forma semiesférica y cavado sobre piedra. Es la representación a la inversa de la bóveda celeste.



*Imagen 7 Scaphe (Barco griego)<sup>9</sup>*

Este reloj de sol fue encontrado en Palestrina, cerca de Roma en el siglo XVIII. Las once líneas que van de atrás hacia adelante se dividen cada día, de sol a sol, en doce partes sea cual sea la época del año. Como hay más horas de luz diurna en verano que en invierno, esto lleva a un sistema de horario "desigual", que hace que las horas sean más largas durante el verano, a diferencia de los demás relojes de sol, el *Scaphe* tiene el gnomon vertical, y su sombra se verá reflejada en la superficie cóncava, coincidiendo con alguna de las líneas para determinar la hora solar.

Poner el gnomon paralelo a la dirección del eje terrestre permitió que los relojes señalaran todo el año las horas de una duración constante, convirtiéndolos en instrumentos de medida, realmente. En los anteriores relojes la aguja vertical hacía que las horas de verano fueran diferentes a las de invierno. Hay también que mencionar que los *Scaphe* fueron también los primeros relojes de sol que midieron la hora según la dirección de la sombra y no, como hasta entonces, por su longitud.

Los relojes solares podían estar disponibles en diferentes tamaños y formas, eso dependía de la cultura y el respectivo análisis de su lectura horaria, además según (González, Tutor, & Esteller, 2011) es muy posible que los primeros dispositivos solares estuviesen dedicados a proporcionar más información relativa al calendario, indicando el paso de las estaciones. De esta forma se tienen disposiciones de piedras alargadas y ordenadamente dispuestas para

---

<sup>9</sup> Romero, V. (2012). Relojes de sol. [figura]. recuperado de <https://relojesdesol.wordpress.com/un-poco-de-historia/>

producir "alineamientos" específicos como es el caso de Stonehenge (Imagen 8), monumento ritual prehistórico situado en la llanura de Salisbury al sur de Inglaterra. Se cree que este gigantesco círculo de piedras, que constaba de cuatro estructuras principales, cumplía con un propósito sagrado de culto al sol, actualmente se desconoce que cultura dio vida a las piedras de Stonehenge.



*Imagen 8 Piedras de Stonehenge<sup>10</sup>*

Son varias las teorías de uso que se les han atribuido a estas piedras, sin embargo, los científicos han demostrado que funciona como reloj y calendario solar; lo que respecta a ritos y ceremonias religiosas se mantienen como teorías, pues es innegable que históricamente el Sol no interviniera en sus cultos y creencias.

La ciencia de los relojes solares, actualmente denominada gnomónica, es transmitida a los árabes hacia el año mil, pero hay que llegar hasta la Edad Media para que los relojes solares se difundan por Europa, pues la decadencia del Imperio romano y su caída a causa de las invasiones de los bárbaros, provocaron en Occidente un largo periodo de oscuridad intelectual. Es necesario esperar hasta el feudalismo para asistir a la difusión de los relojes

---

<sup>10</sup> Tomada de [www.elmundo.es](http://www.elmundo.es)

de sol por el continente europeo, este renacimiento empezó en el año 529 d. de c. con la fundación de la orden de los benedictinos en Italia.

En la Edad Media, los monasterios se convierten en centros de cultura, tanto intelectual, religiosa como económica. “La regla” dictada por San Benito, impone además del trabajo físico y de la oración, el estudio, es decir, había que establecer las horas para estudiar, para rezar y para trabajar. Esto hizo que se ampliara los conocimientos de gnomónica y aparecieran relojes de sol en las fachadas de las iglesias y catedrales, a comienzos del siglo VIII, sobre todo en el sur de Inglaterra.



*Imagen 9 Iglesia gótica de Pont-de-l'Arche (Eure). Francia*

Un gran experto en relojes de sol fue el monje sajón Beda (673-735), llamado “el venerable” por su erudición. Escribió libros sobre la construcción de relojes de sol como “De Natura Rerum” y “ Libellus mensurae horologii”.(Vecina Romero, 2012) En aquella época era de gran importancia para los monjes realizar su culto en el tiempo exacto, por ello de la devoción a los relojes de Sol.

En el Renacimiento se redescubren los relojes de sol, sobre todo en Italia, más adelante le sigue Francia. Los relojes de sol aparecen en las fachadas de palacios, conventos, iglesias y castillos, pues a lo largo de la investigación hemos descubierto que quien conoce el tiempo tiene el poder, ya sea para predecir determinados fenómenos climáticos o simplemente para

determinar en qué momento del día debe comer, y que mejor elemento para recordar ello que un reloj de Sol.

Siguiendo con la aparición de relojes solares, en el siglo XVII(Barroco) aparecen los relojes analemáticos. Están formados por una superficie horizontal con las horas dispuestas alrededor de una elipse, y un estilo vertical que se desplaza a lo largo del año según la fecha.



*Imagen 10 Cavaillon. El reloj evoca al dios Cronos. Francia*

El impacto del reloj de Sol en la sociedad no es solamente científico, también nacen artistas fascinados por estos relojes, como el francés Nicolás Lancret (Paris, 1690-1743), representante como pintor del rococó francés del siglo XVIII, que pinta escenas campestres con un reloj de sol en forma de fuente.



Imagen 11 "Le Midi". Pintura de Nicolás Lancret. (Observa el reloj de sol que hay en la fuente)

En el siglo XVIII, los temas pintados en los relojes son de lo más variopinto. Llegan a ser verdaderas obras de arte. También suelen llevar influencias religiosas, morales o políticas, eso depende de cada cultura.

En el siglo XIX se empiezan a construir relojes de Sol con una gran precisión, teniendo en cuenta la ecuación del tiempo, el meridiano original, el día del solsticio, e incluso los signos del zodiaco, los meridianos aparecen dibujados en las fachadas de edificios. Por ejemplo:

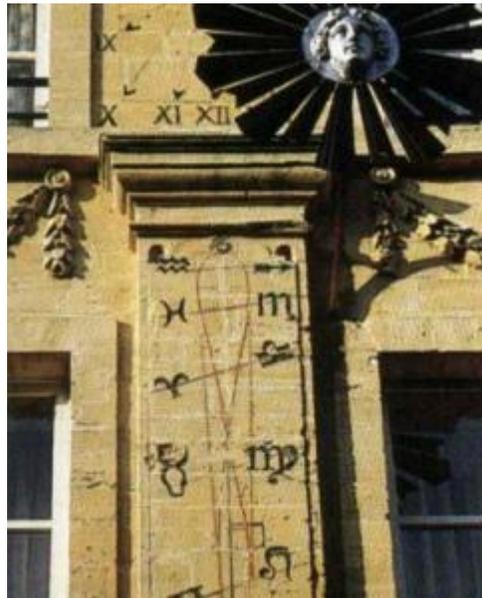
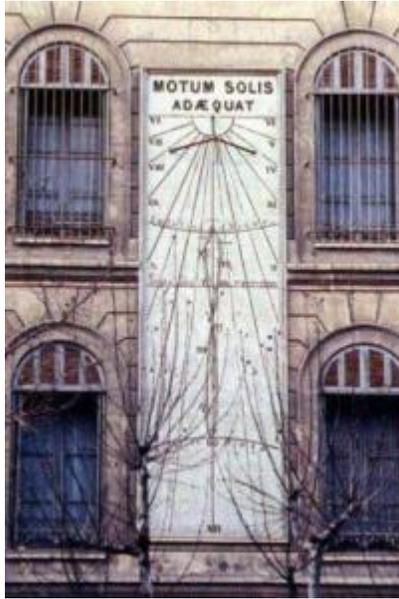


Imagen 12 Meridiana con signos planetarios. Bayeux.Francia



*Imagen 13 Meridiana en el Bd de Strasburgo en Toulon, Francia*

En estos relojes predominan los diseños y su relación con los astros, sin poder dejar de lado el Sol, motor de cada uno de los relojes anteriormente descritos.

Durante la descripción de la historia de los relojes de sol, podemos reafirmar que el tiempo es cultural y por consiguiente los medios para realizar su medición dependerán del avance de cada cultura; las observaciones de la repetición de ciclos en el tiempo, mas no del tiempo, llevaron a la humanidad a formar un estilo de vida basado en el movimiento de la tierra, dando en cierta manera un orden de actividades a manera individual como social.

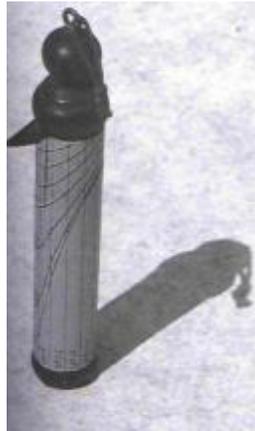
### Clasificación de los relojes de Sol

A continuación, se clasificarán los relojes de sol de acuerdo a su uso y fabricación, como se ha dicho a lo largo de este trabajo, el motor de estos relojes es el mismo, el Sol, sin embargo, la ubicación geográfica de cada uno puede variar lo que hace que haya gran variedad, tanto de elaboración como de funcionamiento.

Nombre: **reloj de pastor**

Características:

- ✓ Es un reloj basado en la variación de la altura angular del Sol con el tiempo
- ✓ Superficie convexa, en general. Suele tener forma cilíndrica.
- ✓ Contiene líneas rectas de fecha y líneas curvas de horas.
- ✓ De la parte superior sale la varilla, la cual se coloca en la fecha elegida, luego se orienta el reloj al sol hasta que la sombra está vertical, y el extremo de la sombra nos da la hora.
- ✓ Fue usado por los pastores de los Pirineos.
- ✓ Son portátiles



*Imagen 14 Reloj de pastor <sup>11</sup>*

---

<sup>11</sup> Fuente: (Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj díptico**

- ✓ Reloj formado por dos superficies unidas por una bisagra y que forman un ángulo recto
- ✓ Suele ser a la vez horizontal y vertical, aunque puede ser sólo uno de los dos
- ✓ El gnomon es un hilo que une las dos superficies y que indica la latitud. La sombra del hilo marca la misma hora en los dos relojes.
- ✓ Son portátiles
- ✓ Suelen llevar una brújula
- ✓ El hilo debe quedar tenso



*Imagen 15 <sup>12</sup>*

---

<sup>12</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj anular**

Características:

- ✓ El anillo tiene un agujero por donde penetra el rayo solar, incidiendo sobre la zona que indica la hora.
- ✓ Son portátiles
- ✓ Es un reloj basado en la altura donde éste se encuentra en la parte interna de un anillo.



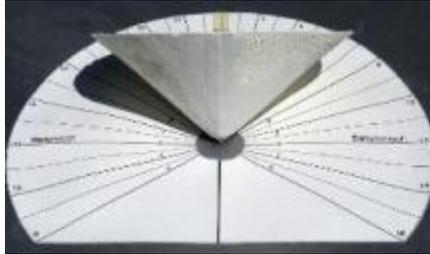
*Imagen 16<sup>13</sup>*

---

<sup>13</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj de tronco de cono o cono**

- ✓ Características: Son relojes cuyos cuadrantes se realizan sobre superficies curvas, cóncavas o convexas.
- ✓ el gnomon es un cono que proyecta la sombra en un cuadrante horizontal
- ✓ Son desarrollables, es decir, que se obtienen a partir de superficies planas con simple curvatura.



*Imagen 17*

- ✓ El eje puede ser vertical o paralelo al eje terrestre.



*Imagen 18<sup>14</sup>*

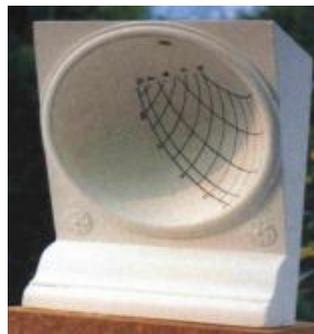
---

<sup>14</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **reloj esférico**

Características:

- ✓ Son relojes cuyos cuadrantes se realizan sobre superficies curvas, cóncavas o convexas.
- ✓ Son no desarrollables o espaciales, es decir, que no se pueden obtener a partir de superficies planas con simple curvatura.
- ✓ Pueden ser cóncava en el polo o convexa en el caso de los relojes esféricos.



*Imagen 19 <sup>15</sup>*

---

<sup>15</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj cilíndrico**

Características:

- ✓ Aquel que se construye sobre la superficie exterior o interior de un cilindro.
- ✓ Las líneas horarias son paralelas entre sí.
- ✓ Si el cilindro es de eje vertical, es decir, perpendicular al suelo, el estilo hay que colocarlo paralelo al eje de la Tierra. También se llama cilíndrico vertical. Se orienta, su estilo, en dirección norte-sur.
- ✓ A los relojes que tienen el plano paralelo al eje terrestre se les llama Polares.



*Imagen 20*<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj horizontal**

Características:

- ✓ Su plano es paralelo a la superficie terrestre, es decir, horizontal
- ✓ El plano del gnomon tiene que estar orientado en la dirección norte-sur. La línea de las doce está en dirección N-S
- ✓ El estilo está inclinado un ángulo que tiene que ser la latitud del lugar.
- ✓ La misma cara del reloj sirve para todo el año.
- ✓ Al colocarlo, el estilo apunta al polo norte (hemisferio norte o zona boreal) o al polo sur (si se encuentra en la zona austral).

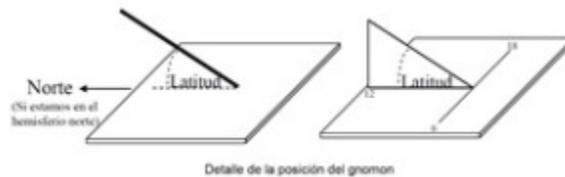


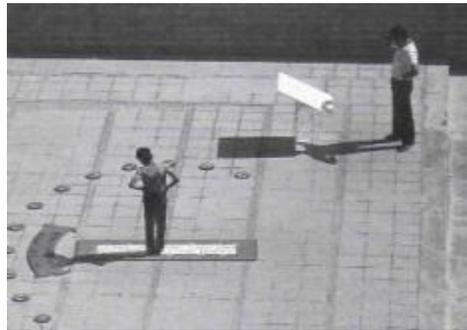
Imagen 21 <sup>17</sup>

<sup>17</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj horizontal analemático**

Características:

- ✓ No hay líneas horarias.
- ✓ El estilo se va desplazando a lo largo del eje de la elipse que forma el analema, según la fecha.
- ✓ Las horas se leen según la dirección de la sombra proyectada por el gnomon, desde un punto variable sobre la línea norte-sur de las 12 según el día del año hasta los puntos situados sobre una elipse cuyo eje mayor se orienta en dirección este-oeste.
- ✓ El gnomon móvil suele estar formado por una persona.
- ✓ El estilo puede ser móvil, fijo, inclinado y vertical.



*Imagen 22* <sup>18</sup>

---

<sup>18</sup> Fuente:(Vecina Romero, 2012) recuperado de: <https://relojesdesol.wordpress.com/>

Nombre: **Reloj ecuatorial**

Características:

- ✓ Son aquellos que tienen la superficie plana paralela al ecuador; pueden ser llamados equinociales.
- ✓ También son cuadrantes ecuatoriales los armilares.
- ✓ El estilo debe estar orientado en la dirección norte-sur.
- ✓ Durante el verano la hora se lee en el cuadrante superior, y en invierno en el inferior.
- ✓ El trazado de las líneas horarias no cambia con el lugar (con su latitud), sino el ángulo del gnomon, que es ajustable de un lugar a otro.
- ✓ No funciona cuando el Sol está en el ecuador celeste (21 de marzo y 23 de septiembre), porque el Sol ilumina el borde del plano del reloj.



*Imagen 23 Ecuatorial superior*



*Imagen 24 Ecuatorial inferior*

Nombre: **Reloj poliédrico**

Características:

- ✓ Es un conjunto de relojes verticales, horizontales y declinantes.
- ✓ Los hay triédricos, cúbicos y de formas complicadas.
- ✓ Pueden ser de jardín o de pared. Estos últimos suelen ser triédricos.
- ✓ Su construcción se considera difícil
- ✓ Es lo mismo que el vertical meridiano
- ✓ No señala en verano las primeras horas tras la salida del Sol ni las últimas antes de su puesta.



*Imagen 25*



*Imagen 26*



Nombre: **Reloj Bifilar**

Características:

- ✓ Es un reloj que carece de gnomon, este se sustituye por hilos, cuerdas o alambres los cuales se cruzan y la sombra que proyecte su intersección será la hora determinada.
- ✓ Posee líneas horarias equidistantes en  $15^\circ$
- ✓ Se dificulta la hora lectura de la hora pues conlleva procesos matemáticos más extensos a comparación de otros relojes de sol.



*Imagen 28*

Nombre: **Reloj Polar**

Características:

- ✓ reloj se llama polar, porque el eje del arco o cilindro es paralelo al eje polar, o de rotación de la tierra, y apunta, o debe apuntar, a la estrella polar.
- ✓ puede llamarse ecuatorial, ya que el arco está en un plano perpendicular al eje polar, y, por tanto, paralelo al plano del ecuador terrestre.
- ✓ La orientación del centro del arco debe ser siempre de acuerdo con la línea meridiana o norte-sur, es decir, apuntado el arco hacia el sur.



*Imagen 29*

Como podemos ver, existen gran variedad de relojes de Sol, cada uno con diferentes diseños, origen, y manejo, pero todos basados en el cambio de la sombra; cada uno de ellos necesita un análisis distinto de datos para determinar la hora solar. Para determinar la diferencia entre uno y otro aparte de la descripción anteriormente realizada, dispondremos el capítulo tres para profundizar en ello del análisis.

## Conclusiones del capítulo

Con el estudio mostrado anteriormente, concluimos que al ser el tiempo cultural así mismo serán los medios usados para su medición, pues sería necesario crear métodos e instrumentos para capturar de manera tangible lo intangible, el tiempo.

Para ser medido el tiempo no era necesario hacer uso de los números, pero sí de pensamiento matemático, prueba de ello eran las asociaciones que realizaban con el movimiento y el paso del tiempo, la velocidad de consumo de ciertas sustancias o la observación de los astros, cabe destacar que el instrumento arroja información, pero es el análisis, ya sea matemático o mera intuición, lo que le permite a cada civilización capturar el tiempo, o instantes de él.

Siendo el cambio de la medida de la sombra la importancia de los relojes de Sol, se hace preciso crear modelos de análisis que permitan identificar exactamente en qué hora del día se está, en esa búsqueda de la precisión ser humano desarrolla estrategias para medir el tiempo, realizan comparaciones de sombras de un día a otro de manera regular, lo que les permite encontrar secuencias, ciclos, regularidades, cambios, y así establecer predicciones de tiempo.

Realizar predicciones con base a datos anteriores y que estos fueran acertados revelan el desarrollo de pensamiento matemático, sin contar con los avances en astronomía que se dan debido a la observación de los astros, desarrollo que a lo largo de la historia será notorio en unas culturas más que en otras.

## Capítulo 3: De relojes de Sol y su relación con los pensamientos matemáticos

*Su trabajo consistía en “transformar el movimiento del Sol y de la tierra, que es irregular, que está regido por leyes que no permiten un movimiento uniforme, en la medida de nuestro tiempo, que sí es regular”.*

*Mónica Rina González Salomone, hablando de lo que le dijo su abuelo Mario Salomone*

En este capítulo se estudiará la relación entre los pensamientos matemáticos presentados en los Lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998), con el funcionamiento de algunos relojes de Sol. Pues para plantear una estrategia didáctica resulta necesario, por un lado, trabajar sobre lo que plantea el Ministerio de Educación Nacional – ya que es el organismo que tiene como una de sus funciones definir los lineamientos curriculares y estándares educativos – y, por otro lado, buscar que los estudiantes adquieran las competencias y aptitudes necesarias presentes en los procesos de pensamiento matemático, de forma tal que puedan solucionar problemas y tomar decisiones en su cotidianidad haciendo uso de las capacidades adquiridas y lleguen a ser ciudadanos matemáticamente competentes.

Es así que, para el desarrollo de este capítulo, en primer lugar, se relacionarán los pensamientos matemáticos con algunos procesos transversales en la construcción y en el uso de los relojes de Sol trabajados, como lo es el hecho de medir el tiempo, calcular la hora oficial a partir de la ecuación del tiempo y establecer relaciones entre la posición de la sombra con la hora que marca el reloj de Sol. En segundo lugar, se estudiará la relación entre la construcción y el funcionamiento de cada uno de los relojes mencionados en el capítulo inmediatamente anterior, con las oportunidades que estos presentan para desarrollar pensamiento(s) matemático(s).

## Algunos procesos presentes en todos los relojes de Sol

Existen algunos procesos que son transversales a todos los relojes de Sol, ya sea en su uso o en su construcción. A partir de su uso, puede ser: Medir el tiempo, Calcular la hora oficial a partir de la ecuación del Tiempo y a partir de su construcción: Establecer relaciones entre la posición determinada por la sombra del reloj de Sol y su respectiva hora Solar.

### Proceso de medir

Para empezar, con el hecho de utilizar una herramienta de medición - el reloj de Sol - se posibilita desarrollar el pensamiento métrico y sistemas de medidas, por lo menos. Al respecto de este pensamiento y para movilizarlo los Lineamientos proponen los siguientes procesos y conceptos:

- ✓ “La construcción de los conceptos de cada magnitud
- ✓ La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes
- ✓ La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto
- ✓ La apreciación del rango de las magnitudes
- ✓ La selección de unidades de medida de patrones y de instrumentos
- ✓ La diferencia entre la unidad y el patrón de medición
- ✓ La asignación numérica
- ✓ El papel del trasfondo social de la medición”(Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Relacionando los anteriores procesos con el tratamiento que se le puede dar al uso del Reloj de Sol como instrumento de medición, podríamos aprovecharlos de la siguiente manera:

Para el primer proceso, LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONCEPTOS DE CADA MAGNITUD: Dado que la magnitud tiempo no tiene conceptos relativos, a diferencia de otras como la longitud, que habla del largo, ancho y profundo, el tiempo cuenta con la ventaja de que podemos ser conscientes de él, por medio de otras magnitudes, tal como se vio en el primer capítulo. Además, esta magnitud está muy ligada a la cotidianidad de manera constante; por ejemplo, varias actividades que podríamos proponer relacionadas con esta

interacción constante entre el hombre y el tiempo serían: Reflexionar sobre la cantidad de cosas que podemos hacer desde que nos levantamos de la cama hasta que llega la ruta a recogerlos o qué actividades realizamos entre la salida del colegio y la hora de dormir; a través de estas simples reflexiones llegamos a diversas cuestiones, de las cuales las más relevantes serían: ¿Qué hace que este fenómeno sea posible? ¿Cómo llegamos a ser conscientes de esta magnitud? En este momento el docente debe ser consciente de la concepción del tiempo que va a ser susceptible de medir y emplear a lo largo del desarrollo didáctico; pues para efectos del proceso de medir, el pensar en el tiempo como psicológico y a la vez físico, puede llegar a traer confusiones si no se especifica cuál de estas dos concepciones es la que se va a usar.

Para el segundo proceso de la lista, LA COMPRESIÓN DE LOS PROCESOS DE CONSERVACIÓN DE MAGNITUDES, conviene apoyarse de la idea del tiempo psicológico y del tiempo físico. Proponer dos situaciones en las que el tiempo es el mismo, pero la sensación temporal es diferente sería una opción plausible para nuestra tarea. Por ejemplo, comparar lo que demora una clase que es del gusto de los estudiantes con respecto a una que no lo es tanto; sabemos que el U.A.I.S. de clase es el mismo, pero una clase se sentirá muchísimo más larga que la otra; o comparar el tiempo que hay desde levantarse al momento en que entran los primeros rayos de Sol por la ventana y el momento del almuerzo en un día de mucha actividad - por ejemplo, un día de clases - y un día de menos actividad - un día de descanso - a pesar de que la cantidad de actividades es diferente, la cantidad de tiempo es la misma; y esta diferencia pueda acusar una percepción psicológica distinta para ambas situaciones.

Para el tercer elemento, LA ESTIMACIÓN DE MAGNITUDES Y LOS ASPECTOS DE CAPTURAR LO CONTINUÓ CON LO DISCRETO; sabemos que la estimación de magnitudes trae consigo dificultades, y en este caso particular, en cuanto a la sensación temporal de un fenómeno susceptible de medición, y su tiempo real; sin embargo, resulta interesante ver qué elementos escogen los estudiantes para hablar de la duración de un fenómeno; si se basan en el suceso o en los instantes que determinan al suceso, y de esta misma forma la duración de tiempo presente en los instantes intermedios.

Para LA APRECIACIÓN DEL RANGO DE LAS MAGNITUDES Y LA SELECCIÓN DE LA UNIDAD DE MEDIDA, en la construcción de un reloj de Sol, hay que tener en cuenta la base graduada, pero cuál va a ser la graduación de esta base y cuando ya fue escogida, y se va a usar el reloj de Sol para medir un fenómeno, ¿Conviene usar la misma graduación escogida para la base del reloj o habrá que escoger un patrón de medida más pequeño o uno más grande? Y si hay que modificarla ¿Qué tan grande escoger el patrón de medición nuevo? Y por último, sobre EL PAPEL DEL TRASFONDO SOCIAL DE LA MEDICIÓN, como dice (Gallo Mesa et al., 2006) este proceso “Está relacionado con la interacción social y la referencia a un trasfondo significativo e importante que debe estar presente para el estudiante en el momento de la construcción de los conceptos y los procesos de la medición”. Proceso realmente importante con nuestra intención de vincular procesos presentes en el uso de un reloj de Sol, al querer comunicar el tiempo transcurrido en un fenómeno determinado, qué unidad o que patrón de medida usar para que ese receptor se haga una idea de la cantidad de tiempo de la que se está hablando. Por ello, la importancia de la comunicación al llevar este tipo de actividades al aula, pues permite precisamente esa interacción social, que le va a dar una importancia y una necesidad a la construcción de conceptos y acuerdos en el proceso de medir.

De esta manera, el trabajo hacia la construcción de una estrategia didáctica ya se va clarificando, al ver todo lo provechoso que puede ser hablar del proceso de medir el tiempo con un reloj de Sol.

### **Calcular la hora oficial a partir de la ecuación del tiempo**

El movimiento aparente del Sol, no transcurre por la línea del Ecuador celeste, sino por la eclíptica. Esto implica que la declinación solar varía a lo largo del año. De esta manera, se compara el movimiento de un Sol ficticio que si se mueve por la línea del Ecuador celeste de manera uniforme y el movimiento real del Sol. Dando lugar a una diferencia notable entre estos dos efectos, que no siempre es la misma; Esta diferencia es conocida como “ecuación del Tiempo” y corresponde a la diferencia en minutos entre la hora señalada por el reloj de Sol y la hora solar aparente. (Martinez, n.d.)

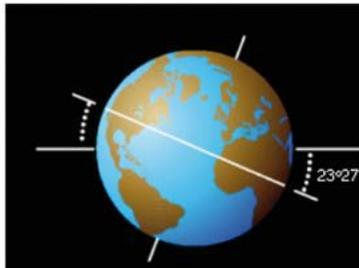


Imagen 30

Esta “ecuación” se emplea para calcular la hora oficial –Hora usada cotidianamente- a partir de la hora solar – Hora encontrada al leer el reloj de Sol- y dice lo siguiente:

$$\textit{Hora oficial} = \textit{Hora solar} - \textit{Ecuación del tiempo} + \textit{Longitud geográfica}$$

Por supuesto, que esta expresión por sí misma no va a movilizar el pensamiento matemático, pero la relación de dependencia que hay detrás de ella, lo que indica, la comprensión de esta, va a posibilitar promover el **pensamiento variacional** (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Y para cumplir dicho objetivo, la cantidad de tareas que pueden proponérsele al estudiante resultan siendo abundantes, por ejemplo, dada la expresión para el cálculo de la hora oficial, preguntarles por cómo varía la hora Solar aparente con respecto a la hora oficial, en estudiantes que aún no reconozcan el modelo  $Y = mx + b$  como lineal, esta pregunta enfrenta al estudiante, ante varias situaciones; por un lado, cómo representará la información de estas dos variables, usará una tabla, un gráfico, será verbal, y cuál de ellas le resultará más útil, por otro lado, a qué se refiera la pregunta por cómo varía, qué tipos de variaciones hay, el estudiante podría responder, a medida que una de las variables va tomando valores más grandes, la otra variable también lo hará; o podría hablar de una variación lineal o cuadrática – dado el error que siempre está presente en las mediciones - E incluso, ampliando la exploración que se puede obtener tras la “ecuación del tiempo” podría preguntarse por sí esta diferencia se mantiene al hacer las mediciones de la hora solar en otro día.

Como vemos tras esta simple expresión, hay varias posibilidades para desarrollar el pensamiento matemático, sobre todo el variacional, que dependiendo de la creatividad y de

la intención del docente, podría también promover el pensamiento aleatorio, pues como vimos, el tratamiento que se le puede dar a la tarea a partir de la lectura del reloj de Sol pueden vincular los sistemas de datos - con la toma de mediciones, la forma como presenta la información, la incertidumbre que hay tras haber realizado una medición- y estos precisamente son una herramienta para movilizar este pensamiento.

### **Establecer relaciones entre la posición de la sombra y la hora solar**

Un elemento presente en todos los relojes de Sol es el gnomon, el cual ayuda en la producción de sombra que será reflejada sobre la base graduada. Y la tarea aparentemente simple de mirar sobre una base la sombra que deja un gnomon, da pie a una serie de tareas que el docente puede proponer, teniendo en cuenta el objetivo de desarrollar pensamientos matemáticos; por ejemplo, relacionar la longitud y el sentido de la sombra, denotada en la base del reloj, con la hora respectiva en un día determinado, incluso, con esta información intentar predecir la posición y la longitud de la sombra en un momento del día o buscar responder ¿Cómo se verá la sombra al medio día, a las 3 de la tarde, a las 6 de la tarde? ¿Hacia dónde estará la sombra, con respecto al gnomon, a las 6 de la mañana? ¿Si la sombra está a la izquierda, con respecto al norte, probablemente en que momento del día nos encontremos? Si son las 8 de la mañana, a las 11 de la mañana del mismo día, ¿Cuál será la cantidad de amplitud del desplazamiento de la sombra? Incluso, con esta relación existente entre la longitud y sentido de la sombra con la hora, podría pedírsele al estudiante que diseñe su propio reloj de Sol, asignándole hora a la base de su reloj. Si nos damos cuenta, este tipo de tareas va a permitir desarrollar varios pensamientos matemáticos:

- **El pensamiento Numérico:** Pues el estudiante podrá dar un significado a los números presentes en la base del reloj, como elementos que marcan una posición de dicha base y además, comprendiendo así, la numeración de la base. Y por último, el estudiante verá en esto una aplicación a los números en la vida cotidiana.
- **El pensamiento Espacial:** Pues cuando se le pide al estudiante que prediga la posición en la que estará la sombra y cuando realiza su propio reloj de Sol, el estudiante estará haciendo manipulaciones a las representaciones mentales de los

objetos del espacio, relacionándolas entre ellas, transformándolas e incluso, traduciéndolas a representaciones materiales.

- **El pensamiento Métrico:** Cuando al estudiante se le pide que realice su propio reloj de Sol con horas en la base, este estará haciendo una asignación numérica, siguiendo una relación ya encontrada; Además, que según lo visto en el capítulo 1, acerca de las dificultades de medir el tiempo, el estudiante ha de buscar capturar lo continuo con lo discreto, si está en grados superiores donde ya es consciente de la existencia de lo continuo.
- **El pensamiento Aleatorio:** Pues el estudiante hace una recolección de información, basada en la observación del movimiento de la sombra, para dar respuesta a los interrogantes propuestos derivados de estas observaciones, como lo es al momento de predecir la posición de la sombra; que se relaciona con las competencias que se esperan sean cumplidas por un estudiante al culminar noveno grado.
- **El pensamiento Variacional:** Cuando se le pregunta al estudiante por la cantidad de amplitud del movimiento de la sombra entre dos horas dadas, hay un intento por cuantificar la variación de un fenómeno, como el del movimiento de la sombra con respecto al movimiento del Sol a medida que pasa el tiempo.

Ahora, se hablará de los pensamientos matemáticos que podrían promoverse a través del empleo de relojes de Sol específicos (Anular, Díptico, Horizontal, Vertical, Ecuatorial, De Cono, Esférico y Cilíndrico) sin tener en cuenta los procesos mencionados anteriormente, pues estos resultan ser transversales a todos los relojes de Sol.

### Reloj de Sol ecuatorial

Con respecto a la construcción de los demás relojes de Sol, este resulta siendo el más sencillo. Incluso otros relojes se basan en el uso de este, para poder ser contruidos. Solo hay que tener en cuenta, que en los días de equinoccio no se puede leer la hora en estos relojes, pues los rayos llegan paralelos al Ecuador y, por tanto, a la base de donde se leería la hora.

Una forma de construir este tipo de reloj es la siguiente (Observatorio Astronomico de Cordoba, 2012).

Se necesitan Solo dos piezas, ojalá de un material resistente como el cartón, una con forma rectangular (que será la base del reloj) y otra con forma triangular (que será el gnomon), así:

1. Recortar la base rectangular, de forma que la medida de su ancho sea el doble que la de su largo.

Para este proceso, resulta interesante mirar los métodos a los que llegan los estudiantes para poder dibujar un rectángulo que cumpla esta condición, la medida del ancho es el doble que la del largo, el estudiante bien podría fijar una longitud para el largo y trasponer esta medida dos veces para encontrar el ancho del rectángulo, o lo contrario, fijar una longitud para el largo, doblar la hoja por la mitad y trasponer esa medida para dibujar el ancho; como vemos, el simple hecho de construir la base del reloj, sin el uso de la regla, posibilita promover por un lado el **pensamiento variacional**, en cuanto a que hay una relación de dependencia entre las dimensiones del rectángulo, si el estudiante escoge como ancho una longitud muy grande, al momento de encontrar el largo, se dará cuenta que no le cabe en el cartón que consiguió y deberá buscar una estrategia para que pueda dibujar el largo en el cartón, precisamente apoyándose en esa dependencia, reduciendo el ancho, para así mismo reducir el largo.

Por otro lado, y con respecto al **pensamiento geométrico**, el estudiante deberá estar familiarizado con los rectángulos, y reconocer los componentes de esta figura, como: el que tenga 4 lados, 2 dimensiones y sus ángulos son rectos, es decir, se le pide al estudiante haber llegado al nivel dos en la escala de Van Hiele.

2. A la mitad del largo de la base rectangular, hacer una ranura perpendicular a esta base, que mida la mitad del ancho de la base.
3. Posteriormente, esta base deberá dividirse en secciones, cada  $15^\circ$ , usando como vértice al punto medio del largo y por ambas caras del rectángulo; estas serán las líneas horarias.

Para provecho de este punto, conviene no usar transportador, pues la tarea de cómo construir un ángulo de  $15^\circ$  sin el uso del transportador, permitirá promover el **pensamiento espacial**, pues cómo el estudiante deberá construir el ángulo de  $15^\circ$  partirá de otro ángulo ya conocido y manipulará su representación mental del ángulo para poder llegar a un ángulo de  $15^\circ$ ,

también a través de operaciones, divisiones, adiciones, sustracciones, así que le dará un sentido y una comprensión al uso de las operaciones permitiendo movilizar el **pensamiento numérico**.

Por otro lado, dependiendo la intención del docente, la graduación del reloj podría no ser por horas, sino por medias horas, cuartos de horas o incluso una unidad diferente, una que usen dependiendo un contexto cercano a los estudiantes, puede ser la duración de un U.A.I.S. de clase, o algo por el estilo; así que los  $15^\circ$  no son en estricto sentido la graduación del reloj, así que bajo este supuesto, podría movilizarse el **pensamiento métrico**, pues deberá seleccionarse una unidad de medida que sea adecuada, para la situación que se les presenta e incluso podrá dársele un trasfondo social al proceso que emplearán los estudiantes, por los acuerdos a los que lleguen y la argumentación en cuanto a la escogencia de la unidad de medida.

Y por último, supongamos que ya se tiene una representación angular de los  $15^\circ$ , pero esta no se puede mover de su sitio, al igual que la base del reloj, pues esta ha sido fijada previamente, cómo podrá el estudiante transportar la medida del ángulo desde la representación hasta la base del reloj, e incluso como trasladará esta medida para la construcción de las demás líneas horarias, pues esta tarea le permitirá al estudiante enfrentarse a una situación que promoverá el **pensamiento espacial**.

4. Escoger una superficie de la base, para marcar horas de otoño – invierno y la otra cara para las horas de primavera – verano (A pesar de que en nuestro país el tema de las estaciones no nos afecte mucho, el que para la construcción de este reloj vinculemos las estaciones tampoco nos afectará en su uso). Para las de otoño – invierno, se le asigna a cada línea horaria un número desde 6 hasta 18, empezando por la contenida en la línea del largo a la izquierda del vértice, en orden ascendente. Y para la cara primavera – Verano, la asignación empieza desde 18 hasta el 6, de izquierda a derecha.

En este paso, evidentemente hay una movilización del **pensamiento Numérico**, pues está asociado con darle el significado a los números, de marcar una posición en la base e incluso se alcanza a darle un significado de una secuencia verbal.

5. Ahora, se procederá a construir el gnomon (también llamado estilete) que tiene forma de triángulo rectángulo, para el cual se escoge como base principal a uno de los lados que contenga al vértice que ayuda a determinar el ángulo recto, luego la amplitud del ángulo determinado por el vértice del otro extremo de la base principal, deberá ser igual a la latitud del lugar en el que se hará la medición y la longitud de esta base principal será la misma del ancho (el lado más corto) de la pieza construida anteriormente.

En este punto, se le pide al estudiante un reconocimiento de los componentes y características de un triángulo rectángulo, asociado con el nivel 2 en la escala de Van Hiele, como el que hay una hipotenusa, que este tipo de triángulos tienen un ángulo recto, es decir promueve el **pensamiento Espacial**, por otro lado, la representación del ángulo cuya amplitud es igual a la latitud del lugar, movilizará el **pensamiento espacial**, de la misma manera como cuando en la base rectangular, se buscaba representar ángulos de  $15^\circ$ .

6. Por último, para el ensamble de estas dos piezas, la ranura que se hizo en la base graduada, ha de coincidir con el segmento perpendicular a la hipotenusa del gnomon, que pase por el vértice asociado al ángulo recto. Donde el vértice externo a la base principal del triángulo, este en dirección al Norte con respecto al resto del triángulo, y la cara Primavera – Verano, también este en dirección al Norte.

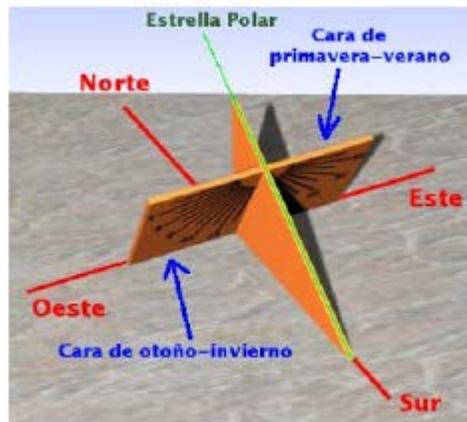


Imagen 31

En esta situación el estudiante, de nuevo se encontrará con una construcción poco trivial, por un lado la construcción de la perpendicular a la hipotenusa que pase por el vértice del ángulo recto del triángulo, así que el estudiante deberá reconocer si no un método para calcular ángulos rectos, un ángulo recto para calcarlo y que pase por un punto dado, permitiendo movilizar el **pensamiento espacial**, exigiéndole al estudiante que esté en un nivel 2 – Análisis de conocimiento de los componentes de las figuras – en la escala de Van Hiele de comprensión de ángulos rectos, además de operar mentalmente sobre modelos internos del espacio en interacción con los desplazamientos de los objetos.

Ahora, en cuanto a su uso, es de saberse que poco importa la longitud de la sombra, basta con simplemente mirar la marca de la sombra sobre la base graduada, en la época correspondiente (primavera – Verano u Otoño – Invierno) para encontrar la hora Solar. Sin embargo, el docente podría aprovechar el cambio de la longitud de la sombra con respecto a la hora Solar, para promover el **pensamiento variacional**, por supuesto, dado que esta actividad no corresponde propiamente a la lectura del reloj, este tipo de actividades adicionales, se estudiarán con mayor detalle en el capítulo cuatro.

### Reloj de Sol horizontal

Como se estudió en el capítulo anterior, las características de este tipo de reloj, son más sencillas en comparación de todos los ornamentos y advertencias que al momento de su elaboración y uso tienen otros relojes, permitiendo que este tipo de reloj tenga ventajas para

su empleo en el aula. Por ejemplo, este reloj a diferencia del ecuatorial funciona todos los días del año, sin importar Solsticios o equinoccios. Sin embargo, en su construcción se hace necesario usar el reloj de Sol Ecuatorial o bien hacer uso de fórmulas trigonométricas para la elaboración de las líneas horarias, complejizando su construcción, a diferencia del reloj de Sol Ecuatorial, en el que bastaba poner las líneas horarias cada  $15^\circ$ .

En cuanto a los procesos que tiene este reloj para su construcción, encontramos:

- Sobre una base de cualquier forma, apoyado sobre el piso o sobre una superficie paralela al piso, se coloca un gnomon inclinado a un ángulo cuya amplitud sea igual al de la latitud del lugar donde se harán las mediciones y que además apunte hacia el norte.

Para la construcción de este reloj, se recomienda que se le den previamente todos los pasos de construcción al estudiante, para que este tenga en cuenta el tamaño que más le conviene usar para la base y de esta manera promover: el **pensamiento métrico**, pues el estudiante hará una estimación de la medida que obtendrá al momento del diseño de las líneas horarias para así mismo estimar el tamaño de la base y traducirlo a una representación material, el **pensamiento espacial**, por lo mismo que hay un proceso cognitivo en el que se hacen manipulaciones mentales de los componentes del reloj ecuatorial para estimar una dimensión apropiada para la base del reloj de Sol horizontal (Este proceso con el reloj de Sol ecuatorial, se explicará en los pasos que vienen).

Y al igual que en el reloj de Sol ecuatorial, se promoverá el **pensamiento espacial**, al momento en el que el estudiante se enfrente a la situación de darle la inclinación al gnomon, con una amplitud dada.

- Proyectar la línea del gnomon, sobre la base, para marcar la línea horaria correspondiente a la hora Solar 12.

En este proceso hay un intento por darle un significado a los números, en este caso marcar una posición, proceso que se promueve desde el **pensamiento numérico**.

Para marcar las demás líneas horarias se reconocen dos métodos: uno es con la ayuda de un reloj de Sol ecuatorial y otra es apoyándose de fórmulas trigonométricas, que como dice (Esteban, n.d.) Conviene usar el método trigonométrico para comprobar los resultados obtenidos al usar el reloj ecuatorial. Por esta razón, se estudiará el método en el que se emplea el reloj ecuatorial y simplemente se mencionará el método de usar las fórmulas trigonométricas.

- Para marcar las demás líneas horarias, se coloca el reloj de Sol ecuatorial sobre el plano horizontal de manera que el gnomon sea común, y que las líneas horarias asignadas al 12 de los dos relojes coincidan.

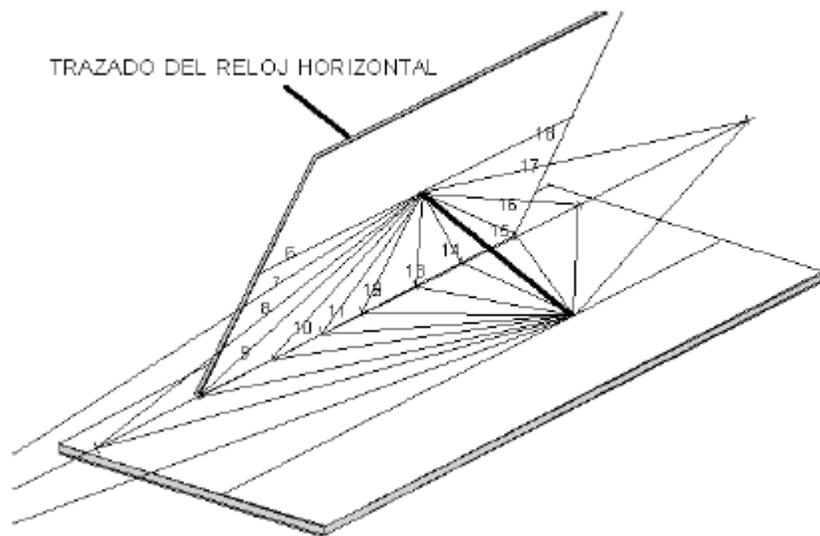


Imagen 32

- Dado que las demás líneas horarias deben coincidir, se dibujan las líneas horarias en la base del reloj de Sol horizontal, hasta que coincidan con las del reloj ecuatorial, de esta manera también ir marcando las horas Solares en el reloj horizontal.

Este proceso, bien podría ser descrito a los estudiantes o buscar que ellos lleguen a esta estrategia para construir las líneas horarias. De todas maneras, vemos que el pensamiento que más se promueve es el **métrico**, pues hay una selección de un patrón de medida, para ser

usado en el nuevo reloj. Al igual que en el reloj de Sol ecuatorial, esta graduación no tiene que ser por horas Solares, en estricto sentido, puede ser medias horas, cuartos de horas, o usar una unidad de medida establecida por los mismos estudiantes, haciendo que la actividad sea más provechosa, por el trasfondo social de esta nueva tarea.

- (opcional) verificar la amplitud de los ángulos determinados por las líneas horarias del reloj horizontal haciendo uso de la expresión:

$\alpha = \text{arc tg} (\text{sen}\phi \cdot \text{tg } 15 \cdot n)$  donde  $\phi$  es la latitud del lugar y  $n$  el número de la hora Solar (Esteban, n.d.)

Dado que el uso de este reloj de Sol, es similar al ecuatorial, pues su variación simplemente radica en que uno tiene en cuenta las estaciones del año y que el horizontal se puede usar cualquier día del año, mientras haya Sol, los pensamientos que se movilizarán serán similares a los descritos en la sección del reloj ecuatorial, con la misma advertencia de poder aprovechar la lectura del reloj y los elementos presentes para crear nuevas tareas que movilicen diferentes pensamientos, según sea la intención del docente.

### **Reloj de Sol Analemático**

Este es un tipo de reloj horizontal, que decidimos estudiar porque encontramos ha sido usado por varios docentes en sus clases y queremos saber qué tanto provecho se le puede sacar a estos, para tener tal popularidad entre los relojes.

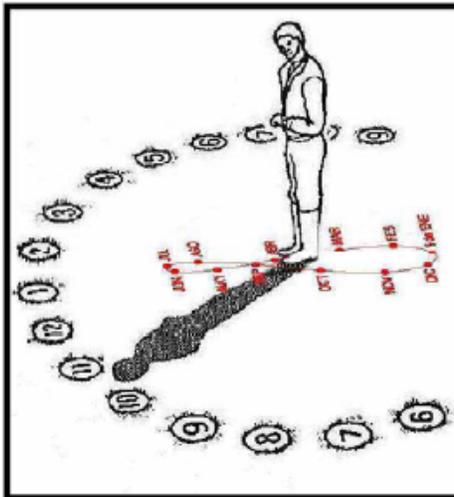


Imagen 33

Este reloj a diferencia del reloj horizontal tradicional, no tiene gnomon inclinado según la latitud, de hecho es perpendicular, el gnomon es móvil (es el mismo observador) y hay dos graduaciones en la base, una en escala mensual y la otra en escala horaria, para esta última escala no necesariamente tiene que ser la hora Solar, puede ser la hora local, la hora civil, el tiempo universal o cualquier graduación horaria de su conveniencia, pues no son necesarias las correcciones, de ahí su nombre Analemático (Irigoiena, 2004).

Los procesos para su construcción según (García, n.d.), son:

- Primero, determinar la meridiana Local, es decir la línea Norte – Sur geográfica, para guiarnos de esta línea e ir construyendo el resto del reloj.

Para encontrar la meridiana Local hay diversos métodos, incluso se podría proponer como tarea a los estudiantes, pues el resolver problemas de ubicación y de localización va a movilizar el **pensamiento espacial**, por otro lado, se le pueden dar métodos al estudiante, para encontrar la línea Norte – Sur, algunos de los encontrados son:

- Con ayuda de una plomada ir dibujando la sombra en el piso del momento del paso del Sol por el medio día y luego desde el centro deseado para el reloj de Sol, construir una línea perpendicular a la encontrada por la sombra de la plomada, (dado que para el reloj de Sol se utilizarán las líneas Norte – Sur y Este – Oeste, se recomienda no

borrar la trazada por la sombra de la plomada pues está bien podría usarse como línea Este - Oeste)(Garcia, n.d.)

- “Con ayuda de una brújula que, colocada sobre una lámina de papel, se marca la dirección del Norte magnético y se realiza la corrección de declinación con lo cual se halla el norte geográfico y se marca sobre esta dirección la línea N- S” (Gómez & Garcia, n.d.)
- Con centro en la intersección de las líneas N-S y O-E, llamémosle d, trazar una circunferencia con radio a. Sobre el eje O-E, trazar un ángulo cuyo vértice sea la intersección del lado izquierdo de la circunferencia con este eje y cuya amplitud sea igual a la latitud del lugar donde se hará la medición.
- Trazar una línea perpendicular al eje final del ángulo recién construido y que pase por d, los nombres de las longitudes del triángulo determinado por estas líneas, son b y c, como muestra la figura.

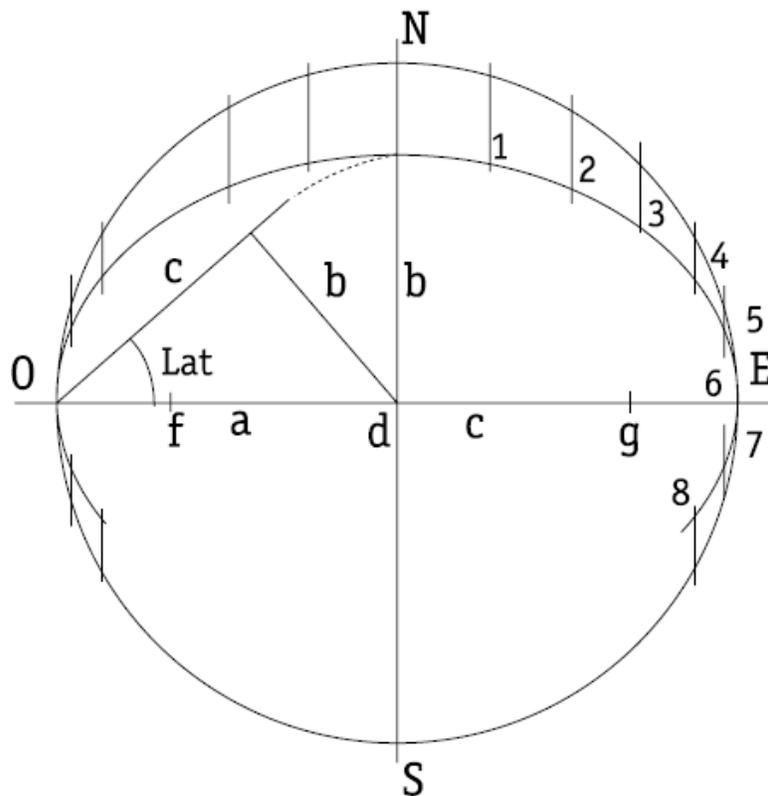


Imagen 34 construcción de la elipse y situación de las horas

- Construir una elipse, donde la distancia de los focos  $f$  y  $g$  desde  $c$  sea  $c$ . Y trazar la elipse con vértices en la intersección de la circunferencia con radio  $a$  y el eje  $O - E$ .
- Dividir la circunferencia en 24 partes iguales partiendo desde la intersección de esta circunferencia con el eje  $N - S$ , en la parte superior
- Proyectar cada una de estas particiones sobre la elipse, con segmentos paralelos al eje  $N - S$ .
- Estos puntos proyectados en la elipse son los que van a indicar las horas, a los vértices de la elipse se le asignarán la hora 6 y a los puntos del eje menor se le asignaran la hora 12
- Ahora se procederá a elaborar la graduación de las fechas. Para ello, sobre el eje  $O - E$  y con vértice  $f$  construir ángulos de medidas:  $11^\circ$ ,  $20^\circ$  y  $23,5^\circ$  que corresponden a las fechas anuales o zodiacales, tanto arriba como abajo del eje  $O - E$ . (como muestra la siguiente figura)

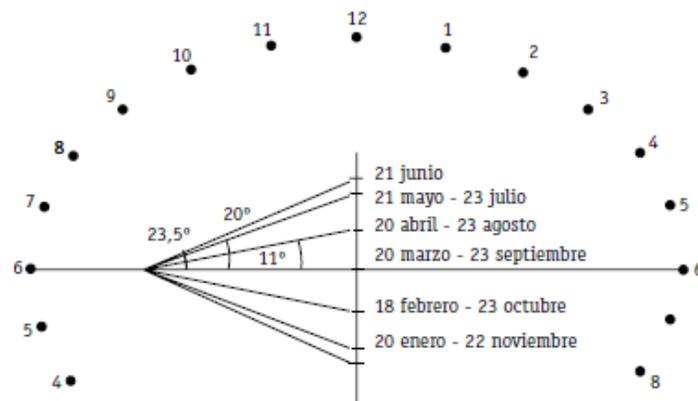


Imagen 35 Construcción de la escala de las fechas

Como vemos, para elaborar este reloj, se exigen varios pasos de construcción geométrica, (trace una línea perpendicular, trace una circunferencia de radio  $a$ , trace un ángulo de amplitud igual a la latitud,...) todo este tipo de construcciones dado que son constantes a lo largo de la elaboración del reloj, se propone favorecer más unas que otras, según la intención del docente; por ejemplo, puede buscar que los estudiantes encuentren la amplitud del ángulo sin el uso del transportador, de forma tal que desarrollen estrategias en las que usen los

elementos que tienen al alcance para llevar a cabo dicha tarea, buscando promover el **pensamiento espacial** y el **pensamiento métrico**. Pero al docente puede que no le interese que la elaboración de este reloj de Sol se sienta sobrecargado de tareas, en donde los estudiantes tengan que buscar la forma de solucionar el problema de cómo construir lo que pide cada paso, o considera que hay tareas que no son apropiadas para los estudiantes por el nivel en el proceso de construcción de los pensamientos en el que se encuentran, es decir, aún no hay llegado a cumplir con esas competencias, así que, ante esas tareas, el docente podría simplemente decir cómo se hace.

Ahora, para el usar este reloj, basta con que una persona se posicione sobre la fecha en la que se va a hacer la medición – marcada en el reloj-, y mirar sobre la escala horaria, la hora señalada por la sombra.

### Reloj de Sol vertical

Para la construcción de este reloj, basta con repetir el proceso hecho para la elaboración del reloj de Sol horizontal, es decir, proyectar las líneas horarias del reloj ecuatorial, sobre la base del reloj vertical, haciendo coincidir los gnómones. Hay que tener en cuenta, que en este reloj, el gnomon también está orientado hacia el norte y que tiene una amplitud igual a la latitud del lugar donde se hará la medición, con respecto a la base.(Martinez, n.d.)

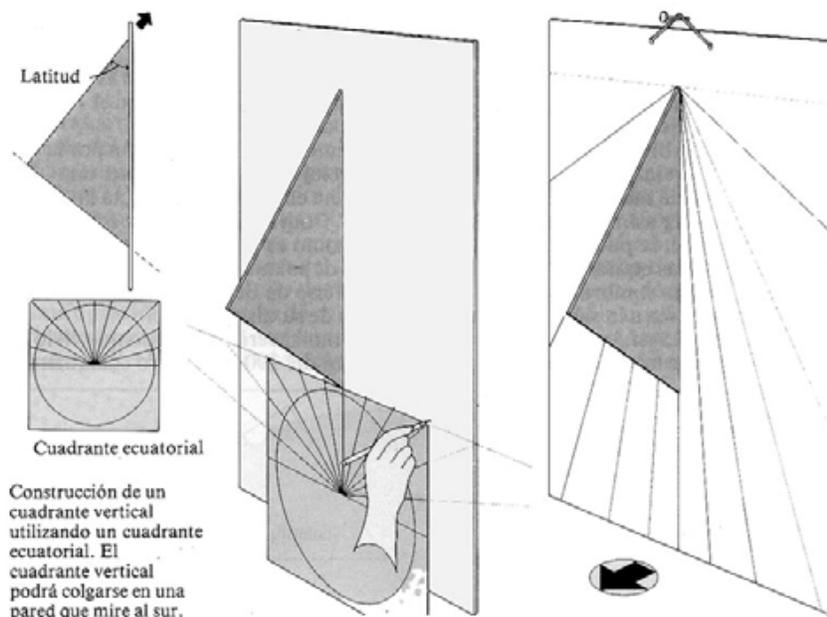


Imagen 36

Al igual que en el reloj de Sol horizontal, hay una fórmula trigonométrica para comprobar la amplitud de los ángulos que separa cada línea horaria, basta con cambiar en la fórmula del reloj horizontal, la razón seno por coseno, es decir:

$$\beta = \text{arc tg} (\cos \varphi \cdot \text{tg } 15 \cdot n)$$

Donde  $\beta$  es la amplitud del ángulo,  $\varphi$  es la latitud del lugar donde se hace la medición y  $n$  es la hora a la que se le va a marcar la línea horaria en el reloj.

Para los estudiantes que ya hayan adquirido conocimientos acerca de estas razones, podría preguntárseles qué motiva el cambio de seno por coseno en la expresión dada, desde el reloj de Sol horizontal. Incluso podrían intentar deducir esta expresión, porque funciona, habrá dificultades para algunas latitudes o para alguna hora, este tipo de situaciones podría promover el **pensamiento numérico**, en cuanto a que se propende por una comprensión de las operaciones, mirando los efectos de las operaciones y reconociendo el significado de la operación además de haber una aplicación de las mismas. E incluso podría preguntarse por la covariación que hay tras la variación de la hora con respecto de su correspondiente amplitud en el ángulo determinado de su línea horaria, ¿será que si hay una covariación?, si

la hay, ¿De cuánto sería esta variación?, si a las 3, se espera que la amplitud sea de  $20^\circ$  a las 5 en ese mismo lugar, ¿Cuál se espera que sea la amplitud? Y de esta manera movilizar el **pensamiento variacional**.

### Reloj anular

Este reloj se caracteriza porque la zona receptora de la sombra no es un plano sino un anillo, situado paralelamente al ecuador celeste. Las sombras horarias están separadas  $15^\circ$  y resulta asimismo muy fácil de construir. El gnomon pasa por el centro del anillo. En este caso las sombras no son líneas convergentes, sino líneas paralelas entre sí, regularmente espaciadas y siguiendo la misma dirección del gnomon. (Martinez, n.d.)

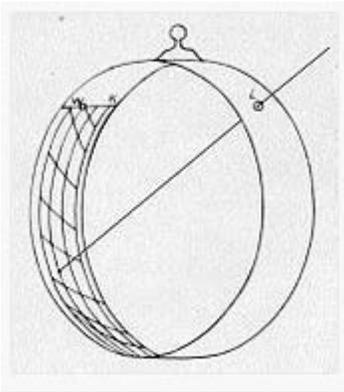


Imagen 37

El cambio en los procesos de construcción de este reloj con respecto a los otros, está simplemente en el cambio de la forma de la base y en que las líneas horarias, ya no son convergentes al gnomon, sino que son paralelas entre sí; aunque, para construir estas líneas, primero se marquen como convergentes al gnomon para separarlas  $15^\circ$  y luego estas marcas determinen líneas paralelas entre sí paralelas a la dirección del gnomon.

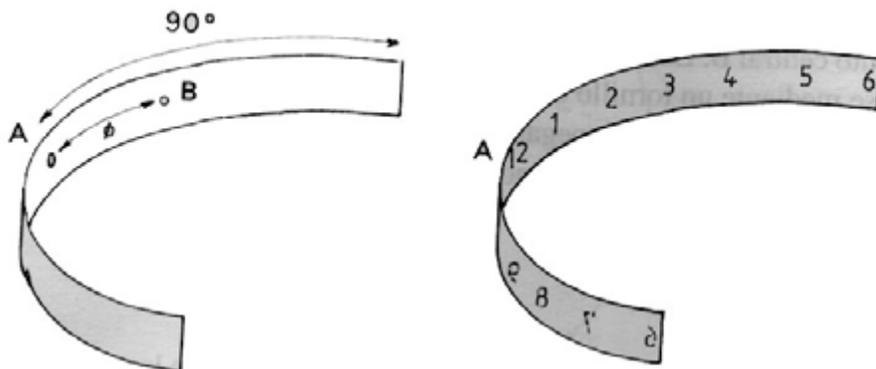


Imagen 38

Como en la construcción de los relojes de Sol mencionados hasta ahora en este capítulo, salvo el reloj horizontal Analemático, la línea horaria asignada para las 12, será la demarcada por la posición del gnomon.

Dado que entre el gnomon y la base anular, no hay una base material que permita trazar las marcaciones para las líneas horarias, el estudiante tendrá dos opciones, principalmente, o bien, adicionarle esa base faltante al reloj, para poder trazar las marcaciones hacia la base anular, o bien, hacer las marcaciones directamente en la base anular, lo que implicaría un cambio de plano, pues el transportador o el instrumento que use para medir los  $15^\circ$ , están marcando ángulos en un plano perpendicular al de la base angular, pero las marcaciones estarán en el plano de la base angular, así que en cualquiera de los métodos que use el estudiante, este estará promoviendo el desarrollo del **pensamiento espacial**. De igual forma, con el trazo de las líneas paralelas, pues ante la pregunta, qué deberá hacer el estudiante para que estas líneas sean realmente paralelas, el estudiante tendrá que recurrir a lo que conoce sobre este término, a buscar un fenómeno en lo material, que le permita o que de por sí representen líneas paralelas, para el trazo de las líneas horarias, es decir, un instrumento que le permita calcar las líneas paralelas, o bien, el estudiante podrá construir las líneas con algún método visto en clase, - ejemplo, usando regla y compas – o simplemente trazarlas a mano alzada, aunque este último parezca el más básico y poco fructífero, en realidad el estudiante para trazar estas líneas a mano alzada tendrá o buscará tener cuidado de que estas líneas no se corten, tengan la misma dirección y demás características que reconozca sobre este tipo de líneas, y de nuevo, use el método que use, esta tarea estará promoviendo el **pensamiento**

**espacial**, además del **numérico** cuando le asigne a cada línea su hora correspondiente, por las razones dadas en los relojes anteriores al asignar las horas.

### Reloj de Sol díptico, de cono, cilíndrico y esférico

Estos tres relojes para su construcción en el aula resultan muy complejos, por ejemplo, en el caso del reloj díptico, se trata de unir dos piezas lisas por una bisagra, de forma tal que al abrirse determinen un ángulo recto, y que en su interior haya un reloj de Sol horizontal y uno vertical, unidos por un hilo, el cual sería el gnomon; y como nos dimos cuenta para la construcción de los relojes de Sol horizontal y vertical, necesitábamos el reloj ecuatorial, para calibrar las horas, en este caso, tendríamos que hacer el mismo procedimiento o usar las fórmulas trigonométricas. Así que, por lo que vemos resulta más complejo y su construcción podría referirse a simplemente a usar el reloj horizontal o el vertical, el aporte en cuanto a la ubicación del hilo, es similar a la de los relojes básicos para su construcción. De esta misma forma, ocurre con el reloj de Sol de cono, el cilíndrico y el esférico, su construcción resulta compleja o su construcción requiere de materiales más elaborados y la diferencia con respecto a los aportes de los demás relojes, es mínima; así que proponemos, que sí se van a emplear estos relojes en el aula para movilizar pensamientos matemáticos, sea a través de su uso, aprovechando las propiedades geométricas que cada superficie tiene, traduciéndolas a sus respectivas representaciones materiales en el reloj y así inicialmente promover el **pensamiento espacial**.

En conclusión, el empleo de los relojes de Sol realmente promueve pensamientos matemáticos, especialmente el espacial y el métrico. Se le dio más relevancia a los procesos de construcción de los relojes, con respecto de su uso, pues nos dimos cuenta que para el uso de estos relojes, basta con la observación de la sombra sobre la base de graduación, el único que pide hacer algo diferente es el Analemático, en el que el observador debe ubicarse en una posición diferente dependiendo la fecha de la medición y que para movilizar pensamientos matemáticos en cuanto al uso del reloj de Sol, se recomienda proponer tareas adicionales, jugar con la lectura del reloj, con la posición de la sombra, su longitud y demás, es decir, usar la lectura del reloj de Sol como una herramienta para movilizar pensamientos matemáticos y no como un proceso que por sí solo lo logre.

El estudio de la magnitud tiempo en el capítulo uno, que en principio se pensaba para simplemente conocer que era lo que se estaba midiendo con el reloj de Sol y saber un poco más de ella, resultó ser un estudio bastante necesario para nuestra intención de movilizar pensamientos matemáticos, pues cuando miramos el proceso de medir y su relación con el pensamiento métrico, si no hubiéramos estudiado sobre el tiempo, hablar sobre la construcción de la magnitud, o los procesos de conservación de magnitudes en los estudiantes, habría sido bastante difícil; o hubiéramos simplemente dejado que los estudiantes no tuvieran acceso al conocimiento de esta magnitud, haciendo que la medición del tiempo con los relojes, se reduzca a una simple asignación numérica.

## Capítulo 4: La estrategia didáctica

En este capítulo se presentará una propuesta teniendo en cuenta todo lo estudiado en los capítulos anteriores - acerca del Tiempo, de los tipos de relojes que hay, de la relación entre los procesos de construcción de los relojes de Sol con los pensamientos matemáticos; esto con el fin de movilizar los pensamientos matemáticos que nombran los Lineamientos curriculares de matemáticas y los estándares Básicos de competencias (Ministerio de Educación Nacional, 2006) a modo de estrategia didáctica

Para ello hemos atendido a los ciclos que presentan los estándares desde el grado sexto, pues somos conscientes del trabajo que se lleva con los estudiantes de primaria; donde a pesar de haber lineamientos y estándares para todas las instituciones colombianas, no todas las instituciones atienden a ellos y el trabajo en primaria suele ser muy diverso. Por ejemplo, hay instituciones que atienden al Early-Algebra, como hay instituciones que no están de acuerdo con ello, pues piensan que los estudiantes deben pasar por etapas sin tener que adelantarles los procesos; y ese es un tema muy complejo, que da mucho de qué hablar y que no podemos, por los límites que nos hemos propuesto, abordar en este trabajo.

No porque consideremos que no es importante, sino porque puede desviar la atención de otras cosas que queremos visibilizar. Dicho esto, decidimos presentar esta propuesta a estudiantes de Educación Básica Secundaria y a la Media Vocacional, que a lo largo de nuestra práctica pedagógica fueron los ciclos que trabajamos, y que por lo tanto conocemos de una manera un poco más acertada y asertiva que la Básica Primaria. Sin embargo, dejamos abierta la posibilidad de que si en algún caso un docente de primaria considera poder tomar elementos de la presente propuesta, va a ser según el trabajo y la intención individual que se presente en la institución.

También decidimos basarnos en las competencias para estructurar la estrategia didáctica, pues como hemos dicho nos acogemos a lo que el Ministerio de Educación Nacional postula, como organismo legislativo en educación; además que la forma como están propuestas es de modo evolutiva y procesual, lo cual nos permite ir profundizando en los modos de pensar de los estudiantes, de la misma manera que los estándares y lineamientos se proponen hacerlo.

Ya reconocidos los pensamientos matemáticos que están tras los procesos de construcción de los relojes de Sol y dispuestos a generar tareas a partir del uso de los relojes, nos apoyaremos en los ciclos y en las competencias que presentan los Estándares básicos de competencias en matemáticas, para tener presente lo que se espera de un estudiante al finalizar cada nivel y de esta manera generar las tareas a propósito de la construcción y del uso del reloj de Sol.

Antes de empezar el proyecto de construir un reloj de Sol o de aprovecharse de la lectura del reloj para movilizar pensamientos matemáticos como tal, en el ciclo que sea, conviene hacer un acercamiento a la magnitud, según fue mencionado en el capítulo tres, acerca del proceso de medir, en donde se habló de la importancia de no negarle ese conocimiento a los estudiantes, para que el proceso de medición no se convierta en el mero hecho de encontrar números.

### Sexto a séptimo

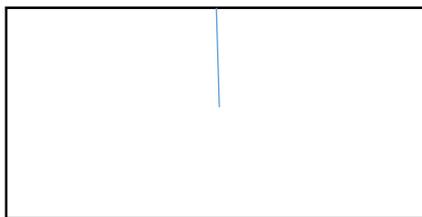
Las competencias de este ciclo –sexto a séptimo- que podemos relacionar con los procesos mencionados acerca de la construcción de algún reloj de Sol o que bien podríamos aprovechar con el uso de este instrumento, son:

<b>PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS</b>	<b>PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS</b>
<p>a. Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas</p> <p>b. Utilizó números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida</p> <p>c. Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la</p>	<p>f. Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.</p> <p>g. Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.</p>

<p>teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.</p> <p>d. Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.</p> <p>e. Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.</p>	<p>h. Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.</p> <p>i. Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos</p> <p>j. Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.</p>
<p><b>PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS</b></p> <p>k. Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.</p> <p>l. Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).</p> <p>m. Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.</p>	<p><b>PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS</b></p> <p>n. Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).</p> <p>o. Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).</p>

Dadas estas competencias, se recomienda la construcción de un reloj de Sol. Escogeremos el reloj de Sol ecuatorial, por ser este el más sencillo y el que permite estudiar varios aspectos de los mencionados en las competencias escogidas. Teniendo en cuenta todo esto, la propuesta es: Construir el reloj de Sol ecuatorial, como se muestra en el capítulo tres.

Primero, construir una base rectangular en donde el ancho sea la mitad del largo, esto asociado a la intención de la competencia a. Una opción que también podría ser tomada en cuenta es darle al estudiante el dibujo de un rectángulo de ancho 2 cuadritos y de largo 4, con una línea o abertura en la mitad, (según la intención en la construcción de la base rectangular) como muestra la imagen siguiente.



*Imagen 39*

Y pedirle al estudiante que construya esta misma figura en el cartón, pero teniendo en cuenta que el ancho ahora será de 15 centímetros y que deben mantenerse las proporciones del resto de lados.- Relacionando con la competencia l sobre el pensamiento métrico-

Este mismo proceso de dar un modelo a menor o mayor escala de lo que se desea construir, puede ser tenido en cuenta para la construcción del gnomon, donde incluso una de las medidas debe ser el ancho de la base rectangular.

Ahora bien, para graduar la base, conviene aplicar la propuesta de trasladar el ángulo de  $15^\circ$  sin tener que moverlo físicamente hacia la base, con esto, se espera que los estudiantes recurran a propiedades de congruencia de triángulos o usen estrategias similares que propendan por la competencia h sobre el pensamiento espacial. Estos serían los aspectos relevantes ante la construcción del reloj de Sol, aparte del ensamble de las dos piezas, de la asignación de las horas en las marcas hechas cada  $15^\circ$ .

Luego, de construido el reloj de Sol, este podría usarse para resolver los siguientes enunciados:

- Si quisiéramos saber en qué parte de la base estará la sombra a las 2 y media, ¿De cuánto debería ser el ángulo que gradúa la base? Y ¿En qué sección se encontrará?

Esta pregunta se relaciona con la competencia b del pensamiento numérico

- Complete la siguiente tabla

HORA	LONGITUD DE LA SOMBRA
6	
6:15	
6:30	
7	
8	
9	
12	
14	
15	
17	
18	

¿Qué puedes decir acerca del cambio de la hora con respecto al cambio de la longitud de la sombra?

### Octavo a noveno

Las competencias relacionadas con los procesos de construcción de algún reloj de Sol y que podríamos aprovechar con el uso de los relojes de Sol, son:

<b>PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS</b>	<b>PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas</li> <li>▪ Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.</li> </ul>

**PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS**

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones los cambios en las gráficas que las representan.

Como vemos el énfasis que se hace en este ciclo es más hacia la justificación y no tanto hacia la exploración, de esta forma se sugiere la construcción del reloj de Sol horizontal, ya que la construcción de este reloj es apoyada en el reloj Ecuatorial, lo que nos permitiría comparar ciertos elementos entre estos dos relojes, de forma que se favorezcan las competencias como herramienta para el desarrollo de los pensamientos matemáticos.

La construcción del reloj de Sol ecuatorial, también se adapta perfectamente para el cumplimiento de las competencias seleccionadas. Sin embargo, con el ánimo de estudiar otro reloj de Sol y de complejizar el nivel, seleccionamos el reloj de Sol horizontal.

**Décimo a undécimo**

<p><b>PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucren números naturales.</li> </ul>	<p><b>PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias</li> <li>• Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.</li> <li>• Reconozco y describo curvas o lugares geométricos.</li> </ul>
---	--

<p><b>PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.</li> </ul>	<p><b>PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.</li> </ul>
--	---

Para este ciclo, donde las competencias exigen un poco más de saberes y de procesos, la construcción del reloj Solar Analemático es uno de los que podría ser más útil, por la cantidad de construcciones, figuras geométricas que emplea y porque sus pasos de construcción son susceptibles de justificación, no solo para responder a la pregunta de por qué funciona para medir el tiempo, sino porque el estudiante puede elaborar distintas construcciones para un mismo proceso y justificar como hizo ese procedimiento, porque funciona lo que hizo para cumplir con el paso de construcción; Y de esta forma apoyar el proceso JUSTIFICAR no solo en el entendimiento del proceso de medir, sino también en elementos propios de las matemáticas.

Otra propuesta que puede ser útil para estos grados es: no propiamente estudiar un reloj en particular, sino estudiar varios relojes de Sol e intentar justificar porque funciona su construcción, porqué los ángulos en las líneas horarias son generalmente de  $15^\circ$  o qué tan relevante es la latitud para construir los relojes, por qué se pide esta información; sí quisiéramos no tener que corregir la hora, con la ayuda de la ecuación del tiempo que modificaciones podría hacer en cualquier reloj Solar.

También es posible que en este ciclo se desarrollen varias propuestas encaminadas a relacionar los procesos del pensamiento matemático presentes en los distintos relojes de Sol con los que se pueden impulsar otros saberes teóricos como: la física, la química o la astronomía, también relacionados con los mismos relojes de Sol y con el tiempo. Inclusive, esta cuestión de la definición de la cualidad medible del Tiempo puede dar un enlace entre nuestro proceso como docentes de matemáticas y el de los docentes del área de sociales; particularmente con los de las asignaturas de Filosofía o en dado caso, de Historia.

Como vemos, el trabajo en estos ciclos al realizarse de manera más profunda, permite enlazarlos de manera mucho más efectiva y propositiva con otros saberes y conocimientos aprendidos o inferidos por los estudiantes; permitiendo así una facilidad en el aprendizaje y en el empleo de los pensamientos matemáticos desarrollados, al evidenciar su presencia en otros campos y en la cotidianidad; cosa que le da una utilidad real a los conocimientos que se poseen y permite usarlos más a menudo, sin que sean simples datos almacenados que poco o nada influyen en el diario vivir del sujeto. Este es, al fin y al cabo, lo que deseamos hacer en este trabajo; pero si lo ponemos aquí no es porque sólo en este ciclo podamos o deba hacerse, sino porque es aquí, al final del capítulo, donde más pertinente nos pareció hacerlo.

## Conclusiones

- ✓ El estudio previo de la magnitud que se va a medir, ayuda bastante para que los estudiantes sean conscientes de tal proceso, y la medición no se reduzca a una tarea de asignar simplemente un número; pues esto minimiza la posibilidad de vincularse más a la medición, de entender distintas situaciones que ameriten el empleo de esa magnitud. Y sin miedo a equivocarnos, podríamos decir que esto mismo nos afectó en la elaboración del presente trabajo. Pues al dar inicio la construcción de esta estrategia con relojes de Sol, concentramos nuestra investigación en la construcción del reloj, cómo funcionaban para a partir de ahí elaborar la estrategia didáctica, sin tener en cuenta de manera significativa un estudio previo del tiempo, pues el tiempo era para nosotras una magnitud como cualquier otra, susceptible de medición y su estudio iba a ser poco relevante... pero a partir de una pregunta ¿Cómo puede el reloj de Sol establecer una medida para una magnitud que no está presente en un objeto que podamos palpar, o que podamos ver, o tocar? ¿Cómo puede darle calidad de medible a un elemento en el cual estamos inmersos, que percibimos, pero no podemos definir en su totalidad, y que consideramos en ocasiones inconmensurable? La curiosidad nos hizo buscar más información sobre esta magnitud, y así sentar bases para poder seguir hablando tranquila y argumentadamente de los relojes de Sol; y todo ese despertar alrededor del Tiempo, resultó siendo útil para crear ambientes acerca de la consciencia de esta magnitud, de la apreciación de su rango, del trasfondo social de su medición y de la comprensión de los procesos de su conservación.
- ✓ La realización de este tipo de trabajos poco usuales durante la carrera, donde acostumbrados a estudiar tras una lista bibliográfica dada, nos exigió buscar y cimentar una investigación fuerte sobre una bibliografía inicialmente de lodo, pues al momento de buscar información, las fuentes que hay al respecto son todo un mundo de certezas e incertezas, de millones de posibilidades, donde va siendo uno quien toma posturas, quien va validando la información como cierta, según va leyendo; es realmente un desequilibrio en la forma personal como se adquieren conocimientos. Así que, consideramos se cumplió con la intención dada a un trabajo de grado: Desarrollar procesos de

investigación alrededor de un tema de interés, y responder dudas en torno a un tema particular afinando nuestras cualidades investigativas y cognitivas.

- ✓ Con la realización de este trabajo, proponemos al lector que le interese, realizar una tarea parecida a la nuestra propuesta, pero con otro tipo de reloj, por ejemplo con la clepsidra: qué pensamientos matemáticos se pueden movilizar en el aula con la construcción o el uso de este reloj, incluso podrían compararse los trabajos para analizar cuándo conviene usar un reloj de sol en el aula y cuándo resulta más factible emplear una clepsidra. Por otro lado, dado que nuestro trabajo es una propuesta, un lector podría darle otra mirada, como para dar solución a los errores, dificultades y obstáculos que se presentan con los estudiantes; en fin, la tarea que queda tras la lectura de este trabajo es larga; por supuesto, queda ponerla a prueba y mirar qué aciertos y desaciertos puede tener esta propuesta, mirar bajo qué ambientes no funciona, analizar cosas que no han sido fruto de nuestro estudio -como las implicaciones de usar material didáctico en el aula -, como el protocolo que se recomienda usar con los estudiantes, al usar tijeras, compás o instrumentos que puedan ser empleados para hacerse daño o dañar a un compañero. Insistimos, la tarea que queda tras la lectura de este trabajo es larga y llena de distintos matices sobre los que se puede ir desarrollando.
- ✓ Con el estudio mostrado anteriormente, concluimos que al ser el tiempo cultural así mismo serán los medios usados para su medición, pues sería necesario crear métodos e instrumentos para capturar de manera tangible lo intangible, el tiempo.  
Para ser medido el tiempo no era necesario hacer uso de los números, pero sí de pensamiento matemático, prueba de ello eran las asociaciones que realizaban con el movimiento y el paso del tiempo, la velocidad de consumo de ciertas sustancias o la observación de los astros, cabe destacar que el instrumento arroja información, pero es el análisis, ya sea matemático o mera intuición, lo que le permite a cada civilización capturar el tiempo, o instantes de él.
- ✓ Siendo el cambio de la medida de la sombra la importancia de los relojes de Sol, se hace preciso crear modelos de análisis que permitan identificar exactamente en qué hora del día se está, en esa búsqueda de la precisión ser humano desarrolla estrategias para medir el tiempo, realizan comparaciones de sombras de un día a otro de manera regular, lo que

les permite encontrar secuencias, ciclos, regularidades, cambios, y así establecer predicciones de tiempo, por ello de nuestra propuesta.

- ✓ Una conclusión que quizá parecerá obvia después de la lectura del trabajo: La variedad de relojes de Sol no sólo fue una dificultad teórica a la hora de diseñar la estructura del trabajo y de la exploración técnica y teórica de los relojes y la redacción de los capítulos, sino también un campo de siembra fructífero para nuestro ejercicio intelectual y pedagógico. Si bien en este trabajo la exploración pedagógica es bastante somera, el hecho de que haya una amplia variedad de relojes por elaborar y comprender hace que el docente que tenga la posibilidad de explorarlos se encuentre ante cientos de maneras diferentes de elaborar didácticas y unidades de trabajo, así como de varias herramientas para desarrollar procesos del pensamiento matemático, tanto dentro como fuera del aula e, inclusive, para usarlos él mismo en su cotidianidad.
  
- ✓ “El reloj de Sol: Una mirada en su historia para la innovación en Matemáticas”, el título del presente trabajo, vincula varios mensajes que estuvieron presentes a lo largo del trabajo y que no fueron tan explícitos, por ejemplo, innovación en Matemáticas, por qué dice innovar en matemáticas, cuando estuvimos hablando de innovar en el aula, pues bien, las Matemáticas como ciencia son una creación humana, y como docentes también buscamos transmitir todo ese conocimiento que hay, para que por medio de los estudiantes, este no sea extinto y además se vaya renovando, he una de las importancias de enseñarle a los estudiantes a pensar matemáticamente, es por ello, que a pesar de que nuestra apuesta está hacia la innovación en el aula, en si la apuesta mayor va hacia la innovación en Matemáticas. Ahora, por qué el título dice “El reloj de Sol: Una mirada en su historia...” cuando al fin y al cabo la atención se centró en los diversos tipos de relojes de Sol, pues bien, cada tipo de reloj de Sol apareció en un tiempo diferente y por ello el diseño fue cambiando y fueron adicionándose construcciones más sólidas, así que tras la selección de los relojes de Sol, hay un pensamiento de escoger relojes que sean tanto básicos como complejos, siguiendo el orden de aparición cronológico de ellos.

## Bibliografía

- Alcolea, J. (2013). Historia del tiempo. del tiempo solar al tiempo atómico, 9–58.
- Balbuena Castellano, L. (2012). Números Revista de Didáctica de las Matemáticas, 79, 127–135. Retrieved from [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/79/Astronomia\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/79/Astronomia_01.pdf)
- Belmonte, J. A. (1999). *Las leyes del cielo: Astronomía y civilizaciones antiguas*. (T. de Hoy, Ed.). Madrid.
- Davies, P. C. W. (1996). *Sobre el tiempo*. (Crítica, Ed.). Barcelona.
- De Guzmán, M. (1998). Matemáticas y estructura de la naturaleza | Cátedra Miguel de Guzmán. Retrieved January 14, 2018, from <http://blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman/matematicas-y-estructura-de-la-naturaleza/>
- De la pienda, J. (2007). Del tiempo en platón Jesús Avelino de la Pienda Universidad de Oviedo. *Thémata*, 38.
- Esteban, E. (n.d.). Network for astronomy school education reloj solar horizontal Norte, 1–5.
- Gabriel, Z. (1995). *Reloj de Sol*. (Grupo editorial Norma, Ed.).
- Gallo Mesa, O. F., Gutiérrez Mesa, J. M., Jaramillo López, C. M., Monsalve Posada, O., Múnera Córdoba, J. J., Obando Zapata, G., ... Vanegas Vasco, M. D. (2006). Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. Módulo 3. Serie Didáctica de las Matemáticas., 1–130.
- García, S. (n.d.). Reloj De Sol analemático, 1–8.
- Gómez, J., & García, S. (n.d.). construcción de un reloj solar analemático, 1–9.
- González, I., Tutor, R., & Esteller, R. (2011). Los relojes y el tiempo. Retrieved from [http://mayores.uji.es/datos/2011/apuntes/fin\\_ciclo\\_2012/relojes.pdf](http://mayores.uji.es/datos/2011/apuntes/fin_ciclo_2012/relojes.pdf)
- Irigoiena, H. (2004). Reloj de Sol Analemático, 1–3.
- Iwaniszewski, S. (1994). De la astro arqueología a la astronomía cultural. *Trabajos de Prehistoria*, (2), 5–20. Retrieved from <http://tp.revistas.csic.es>
- Martínez, V. (n.d.). Construcción de relojes de sol. modelaje de relojes. cuarta jornada 1., 1–25.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Cooperativa Editorial Magisterio*, 103.

Miguel, M. (2010). Astronomía antigua en el mundo de hoy. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 107–114.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares*. Bogotá. Retrieved from [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá. Retrieved from <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Observatorio Astronomico de Cordoba. (2012). Astronomía de Córdoba: Relojes de Sol.

Páez Rodríguez, J. A., & Peña Martínez, C. M. (2013). *Estrategia didáctica para estimar los tamaños y distancias del sistema sol-tierra-luna*. Universidad Pedagógica Nacional. Retrieved from <http://repository.pedagogica.edu.co/xmlui/handle/123456789/232>

RAE. (n.d.-a). DLE: noción - Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario.

RAE. (n.d.-b). DLE: percepción - Diccionario de la lengua española - Edición del Tricentenario.

Sanchez, J., & Casanova, J. M. (n.d.). *Normalización en la catalogación de los instrumentos de cosmografía del Musax, y puesta en valor*. Retrieved from <http://museu.iesjoanramis.org/ixjornadas/comunicacions/18> Jose Juan Sanchez Solis y Juan Manuel Casanova Garcia normalizacion en la catalogacion de los instrumentos de cosmografia del musax.pdf

Severino, N. (2004). Historia de la gnomónica(III). *Carpe Diem*, 8, 6.

Simesen de Bielke, M. (1995). Los sentidos del tiempo en Aristóteles, 1–14.

UNED. (2013). ¿Qué Son Las Estrategias Didácticas?, 9.

Vasco, C. E. (n.d.). El pensamiento variacional y la modelación matemática.

Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In *Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau (Vol. 9)*. (pp. 1–14).

Vecina Romero, P. (2012). Mi Blog | Relojes de Sol. Retrieved January 14, 2018, from <https://relojesdesol.wordpress.com/mi-blog/>

Vidal Arenas, J. (2015). La concepción del tiempo en aristóteles. *Byzantion Nea Hellás*, (34), 323–340. <https://doi.org/10.4067/S0718-84712015000100014>

Villafañe, J. (2006). *Introducción a la teoría de la imagen* (ediciones). Madrid.