DINÁMICA

Hemos estudiado algunos de los distintos tipos de movimientos que existen en la naturaleza. Ahora, llegó el momento de explicar por qué se producen éstos movimientos, y de esto se encarga la dinámica.
La dinámica se basa en tres principios fundamentales, denominados Principios de Newton. Tengamos en cuenta que un principio es una verdad científica que no se puede demostrar experimentalmente pero que si se puede verificar en forma parcial. Se denomina principio porque a partir de él construiremos toda una teoría, en este caso, de la mecánica clásica.

EL PRINCIPIO DE INERCIA

El principio de inercia no fue, estrictamente, descubierto por Newton. En realidad, se sabe que el célebre Leonardo da Vinci (1452-1519) lo había intuido años antes pero lo mantuvo en secreto. Fue Galileo Galilei (1564-1642) quien lo descubre y lo presenta al mundo en su famoso libre dialogo sobre dos nuevas ciencias, sin embargo, no lo formula como principio básico de la naturaleza. Finalmente, Isaac Newton (1642-1727), lo enuncia como el primero de sus tres principios en su famoso libro Principios de filosofía natural, del siguiente modo:

Principio de Inercia:

Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas, o, la suma de las fuerzas que sobre él actúan es igual a cero, el cuerpo permanece en reposo o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.
Consideraciones:

a- El principio de inercia nos da por primera vez una idea clara acerca de lo que es una fuerza. Es aquel ente físico capaz de producir una modificación en el estado de reposo o de MRU de un cuerpo.

b- También nos explica el por qué un cuerpo puede seguirse moviendo cuando deja de actuar la fuerza que lo impulsó.

c- Este principio no nos dice nada acerca de lo que sucede con un cuerpo sobre el cual actúan fuerzas, sin embargo lo sugiere. Por acción de las fuerzas los cuerpos se acelerarán, aunque no sabemos de qué forma.

d- La inercia es una propiedad fundamental de la materia. Podría definirse a la materia como todo aquel ente físico que posee inercia.

EL PRINCIPIO DE MASA

Este principio si fue descubierto por Newton y es el principio que relaciona la fuerza aplicada a un cuerpo con la aceleración que adquiere. Es el único de los principios que se expresa través de una ecuación.

Principio de Masa:

La aceleración que adquiere un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza que se le aplica siendo la constante de proporcionalidad una magnitud denominada masa del cuerpo.

$$F = m.a$$

Consideraciones:

a- La masa de un cuerpo, es la medida de su inercia y está relacionada con la cantidad de materia que el cuerpo posee.

b- Como la ecuación es vectorial, es evidente que la aceleración tiene la misma dirección y sentido de la fuerza.

c- Como el peso de un cuerpo es una fuerza (la fuerza con que la tierra lo atrae), podrá calcularse aplicando el principio de masa, y, teniendo en cuenta que la aceleración que interviene es la de la gravedad, nos queda:

$$P = m.g$$

d- Es evidente que, debido a la consideración anterior, un cuerpo tendrá la misma masa en todo el universo, dado que es una característica propia del cuerpo. Sin embargo ese mismo cuerpo no pesará lo mismo en todo el universo, pues el peso depende de la aceleración de la gravedad y esta depende del planeta en que el cuerpo se encuentre, inclusive, si el cuerpo se encuentra lejos de todo planeta, no pesará pero seguirá teniendo masa pues habrá que aplicarle una fuerza para acelerarlo.

e- El principio de masa es válido también cuando actúan varias fuerzas sobre el cuerpo pues, éstas fuerzas sumadas, darán como resultado una fuerza a la que se le aplicará el principio.

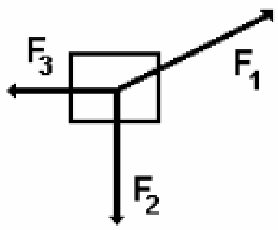
$$\Sigma F = m.a$$

Diagramas de cuerpo libre:

Cuando sobre un cuerpo actúan más de una fuerza, aplicar el segundo principio de Newton tiene sus secretos. Comprendamos que esta ecuación es vectorial y por lo tanto, puede suceder que las fuerzas actuantes lo hagan en distintas direcciones.

Gracias al principio de independencia de Galileo, podemos descomponer los movimientos en varias direcciones y por lo tanto, las causas de éstos (Las fuerzas) también. Esto hacemos cuando confeccionamos un diagrama de cuerpo libre. Veamos un ejemplo: Supongamos que varias fuerzas actúan sobre un cuerpo como indica la figura.

Colocaremos el cuerpo sobre un sistema de coordenadas y descompondremos toda fuerza que no se encuentre sobre los ejes coordenados, hallando una componente en el eje X y otra en el eje Y. En este caso y debido al sistema adoptado la única fuerza que habrá que descomponer es F1.



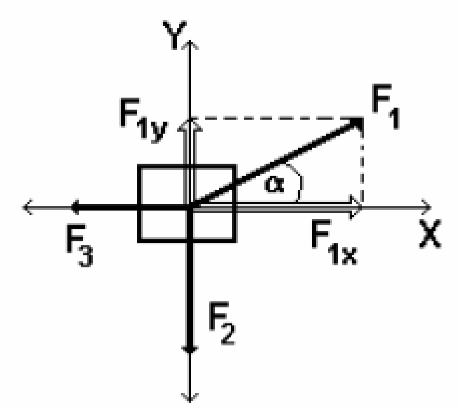
La ecuación a aplicar es:

$$\Sigma F = m.a$$

Y las componentes de F_1 en los ejes son:

$$F_{1x} = F_1.\cos\alpha$$

$$F_{2x} = F_1.\text{sen}\,\alpha$$



Aplicamos el segundo principio de Newton para cada eje:

Eje X:

$$\Sigma F_x = m.a$$

$$F_{1x} - F_3 = m.a$$

$$F_1.\cos\alpha - F_3 = m.a$$

Obsérvese que F_3 resta porque se encuentra en el lado negativo del eje X

Eje Y:

$$\Sigma F_y = m.a$$

$$F_{1y} - F_2 = m.a$$

$$F_1.\text{sen}\alpha - F_2 = m.a$$

Como en el caso anterior, F_2 resta porque su sentido es coincidente con en el lado negativo del eje Y

EL PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Este principio, también conocido como principio de interacción, es quizás el más difícil de comprender.

Principio de Acción y Reacción:

Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, éste aplica otra fuerza igual pero de sentido contrario sobre el primero. A la primera se la denomina acción y a la segunda reacción.

Consideraciones:

a- Las fuerzas son la consecuencia de la interacción entre dos cuerpos, es decir, si solo existiera un cuerpo en el universo, no existirían las fuerzas.

b- Las fuerzas siempre aparecen de a pares, una sobre cada uno de los cuerpos que interactúan.

c- Las fuerzas de acción y reacción tienen siempre el mismo módulo y son de sentido contrario, sin embargo, jamás pueden ponerse en equilibrio entre sí, pues actúan en cuerpos diferentes y para que dos fuerzas iguales y de sentido contrario se equilibren deben actuar sobre el mismo cuerpo.

UNIDADES DE LA FUERZA

SISTEMA M.K.S. ó S.I

Su nombre proviene de las iníciales de sus tres unidades fundamentales: metro, kilogramo segundo.

$$[F] = [m].[a] = Kg.\frac{m}{s^2} = N\,(Newton)$$

SISTEMA C.G.S.

Su nombre también proviene de las iníciales de sus tres unidades fundamentales: centímetro, gramo, segundo. Nuevamente la unidad derivada será la de fuerza pero se denominará Dina.

$$[F] = [m].[a] = g.\frac{cm}{s^2} = Dina$$

Sistema Técnico

Este sistema tiene tres unidades fundamentales que son: La unidad de longitud, la unidad de tiempo y la unidad de fuerza.

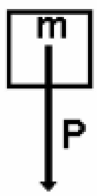
El kilogramo fuerza (Kgf), es la fuerza equivalente al peso de un cuerpo denominado kilogramo patrón construido con una aleación de platino e iridio y que está guardado en la oficina internacional de pesas y medidas en la ciudad de París.

Equivalencia entre el N y el Kgf

La equivalencia entre estas unidades surge de la propia definición de las mismas. Supongamos que el cuerpo patrón denominado kilogramo es el de la figura.

Mientras que para el sistema Técnico el cuerpo pesa 1 Kgf, para el sistema MKS tiene 1Kg. de masa.

Sistema técnico
P = 1 Kgf



Sistema MKS
m = 1 Kg

Si calculamos el peso en este sistema tenemos

$$P = m.g = 1\,Kg.\ 9{,}8\frac{m}{s^2} = 9{,}8\ N$$

Por lo tanto la equivalencia es: **1 Kgf = 9,8 N**

Análogamente pueden deducirse todas las equivalencias que resumimos en este cuadro:

	Técnico	MKS	cgs
Fuerza	1 Kgf	9,8 N	980.000 Dina
	0,102 Kgf	1 N	100.000 Dina
	0,00000102 Kgf	0,00001 N	1 Dina

Los principios de Newton y los movimientos.

Cuando estudiamos cinemática dijimos que mas adelante explicaríamos el porque de cada movimiento. Pues ha llegado el momento de hacerlo.

1- M.R.U.

Este movimiento lo explica el principio de inercia, para que aparezca, no debe actuar ninguna fuerza sobre el cuerpo o la suma de ellas debe ser cero.

2- M.R.U.V.

La causa de este movimiento, será una fuerza constante (que puede ser resultante de mas de una fuerza aplicada), que tenga la misma dirección que el vector velocidad del cuerpo en cuestión.

3- Tiro horizontal y tiro oblicuo

En este caso, solo actúa una fuerza en dirección vertical, el peso del proyectil, haciendo que verticalmente el movimiento sea uniformemente variado. En la dirección horizontal no hay fuerzas aplicadas, por lo tanto, en esta dirección no hay aceleración.

4-Movimiento circular uniforme (MCU)

Este movimiento se produce cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza de módulo constante que en todo momento tiene una dirección perpendicular al vector velocidad.

Ejemplo 1:

Un hombre pesa 70 kgf en la tierra. Calcular su masa y su peso en la tierra y en la luna en sistemas técnico y MKS. (**g_T=9,8 m/s^2, g_L=1,67 m/s^2**)

Solución:

Si el cuerpo pesa en la tierra pesa 70 kgf (sistema técnico), su masa es70kg (sistema MKS). Por lo tanto:

MKS En la tierra: m=70 kg $P = m \cdot g = 70\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 686\,N$ En la luna: m=70 kg $P = m \cdot g = 70\,kg \cdot 1{,}67\,\frac{m}{s^2} = 116{,}9\,N$	Técnico: En la tierra: P=70kgf $m = \frac{P}{g} = \frac{70\,kgf}{9{,}8\,\frac{m}{s^2}} = 7{,}14\,UT(m)$ En la luna: m= 7,14 UT(m) $P = m \cdot g = 7{,}14\,\frac{Kgf \cdot s^2}{m} \cdot 1{,}67\,\frac{m}{s^2} = 11{,}92kgf$

Ejemplo 2:

Sobre un cuerpo que pesa 30 kgf que está apoyado en una superficie horizontal actúa una fuerza paralela al plano de 270 N. Calcular la aceleración que adquiere:

Solución:

Si el cuerpo pesa 30 kgf en la tierra tiene 30 kg de masa. Por lo tanto:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{270 \frac{kg \cdot m}{s^2}}{30kg} = 7 \frac{m}{s^2}$$

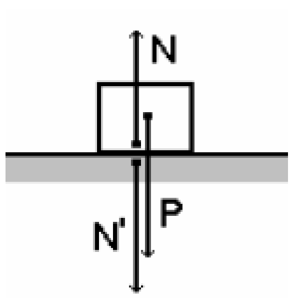
FUERZAS ESPECIALES.

Estudiaremos ahora algunas fuerzas que, por su importancia y frecuencia con que aparecen, merecen especial atención.

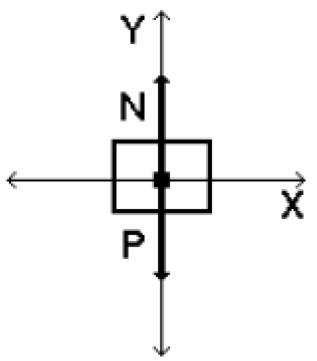
a- Fuerza de reacción normal de apoyo (Normal)

Esta fuerza, aparece siempre que un cuerpo está apoyado sobre una superficie y es consecuencia de la interacción entre el cuerpo y la superficie de apoyo. Su valor depende de las condiciones físicas en cada caso. Veamos algunos ejemplos.

1- Cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal



En este caso, la fuerza peso hace que el cuerpo aplique otra fuerza contra la superficie, por lo tanto y debido al principio de acción y reacción, la superficie de apoyo aplicará una fuerza igual y de sentido contrario sobre el cuerpo. Ésta es la fuerza de reacción normal de apoyo. En este caso, puede verse claramente que su módulo es igual al peso del cuerpo. Pero es importante tener claro que no siempre será así, es mas, éste es el único caso. En el dibujo, **P** es el peso del cuerpo, **N'** la fuerza que el cuerpo le aplica a la superficie y **N** la fuerza normal. Si hacemos el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo y aplicamos el segundo principio de Newton, nos queda:



$$\Sigma \vec{F} = m \,.\, \vec{a}$$

Como solo actúan fuerzas en Y:

$$\Sigma F_y = m \,.\, a_y$$

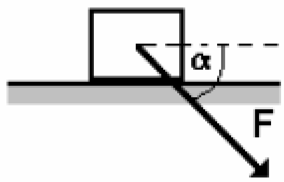
Y como en el eje Y la aceleración es cero, tenemos:

$$N - P = 0$$

$$\boxed{N = P}$$

2- Cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal sobre el cuál actúa otra fuerza además del peso.

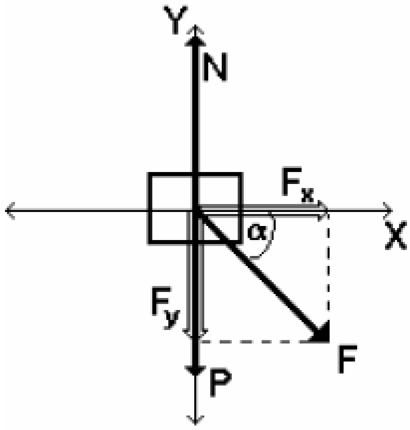
Sobre el cuerpo de la figura apoyado sobre una superficie horizontal actúa una fuerza F en una dirección α. Para hallar la normal hacemos un diagrama de cuerpo libre indicando todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Las ecuaciones nos quedan:



$$\Sigma\vec{F} = m\,.\,\vec{a}$$

En el eje X:

$$\Sigma F_x = m\,.\,a_x$$
$$F_x = m\,.\,a_x$$
$$F.\ \cos\alpha = m\,.\,a_x$$



En el eje Y:

$$\Sigma F_y = m\,.\,a_y$$
$$N - P - F_y = m\,.\,a_y$$
$$N - P - F.\ \text{sen}\,\alpha = m\,.\,a_y$$

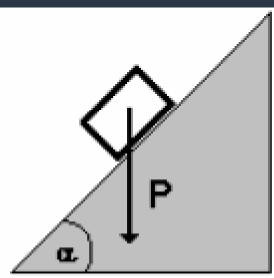
Pero como en el eje y la aceleración es cero nos queda:

$$N - P - F.\ \text{sen}\,\alpha = 0$$
$$N = P + F\,.\,\text{sen}\,\alpha$$

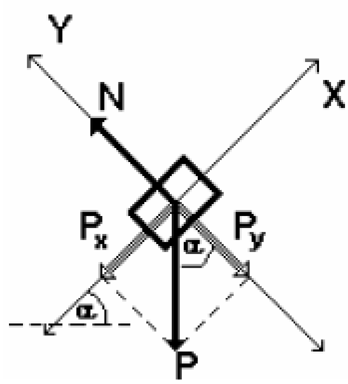
$$\boxed{N = m\,.\,g + F\,.\,\text{sen}\,\alpha}$$

Como vemos, en este caso la normal no es igual al peso del cuerpo pues se ve incrementada por la componente de F en Y.

3- Valor de la normal en un cuerpo apoyado en un plano inclinado



El cuerpo de la figura se encuentra apoyado sobre el plano inclinado. Sobre él actúan la fuerza peso y la normal. Representamos las fuerzas en un diagrama de cuerpo libre y descomponemos el peso. Obsérvese que en este caso es conveniente colocar el par de ejes coordenados de manera que el eje X coincida con la dirección del plano. Según la segunda ley de Newton:



$$\Sigma\vec{F} = m\,.\,\vec{a}$$

En el eje X:

$$-P_x = m\,.\,a_x$$
$$-P.\ \text{sen}\,\alpha = m\,.\,a_x$$
$$-m\,.\,g\,.\,\text{sen}\,\alpha = m\,.\,a_x$$
$$a_x = -g\,.\,\text{sen}\,\alpha$$

En el eje Y:

$$N - P_y = m \cdot a_y$$

$$N - P \cdot \cos\alpha = m \cdot a_y$$

$$N - m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_y$$

Teniendo en cuenta que la aceleración en Y es cero nos queda:

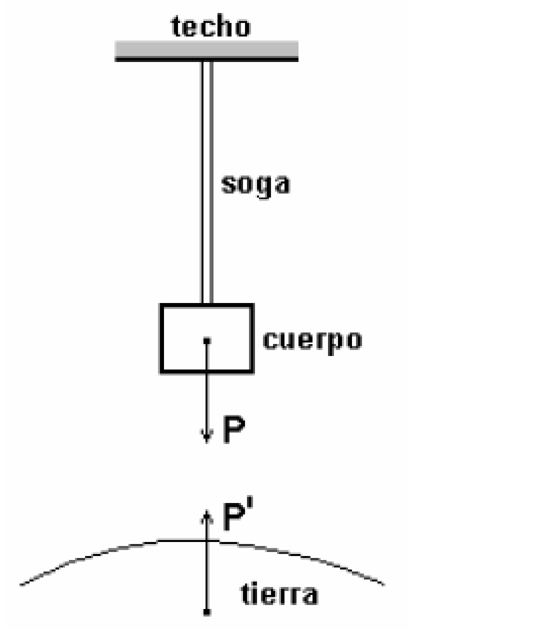
$$N - m \cdot g \cdot \cos\alpha = 0$$

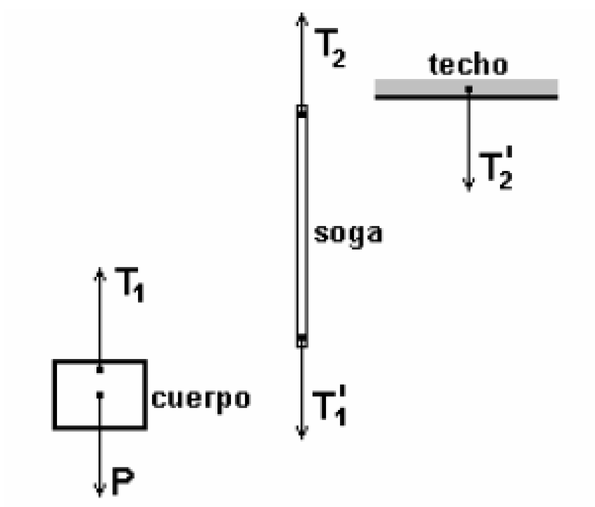
$$\boxed{N = m \cdot g \cdot \cos\alpha}$$

b- Tensión

Se denomina tensión a toda fuerza que, sobre un cuerpo, realice una soga o cuerda. Se indica con la letra **T**. Veamos algunos ejemplos.

1- Cuerpo suspendido de una soga en reposo:





En el primer dibujo se observa el sistema completo formado por el techo, la soga, el cuerpo y el planeta tierra. Todos estos cuerpos interactúan. Para simplificar el análisis, diremos que el peso de la soga es despreciable y por eso no lo tendremos en cuenta.

La primera interacción que observamos es la del cuerpo con el planeta, si el planeta atrae al cuerpo, el cuerpo atrae al planeta, acción y reacción (**P y P'**).

En el segundo dibujo, separamos los cuerpos y hacemos un diagrama de cuerpo libre para cada uno de manera que se puedan ver claramente las interacciones y los pares de acción y reacción.

El cuerpo tira de la soga y la soga tira del cuerpo con tensiones T_1 y T_1' que por ser pares de acción y reacción, son iguales.

La soga tira del techo y el techo tira de la soga con tensiones T_2 y T_2' que también son iguales entre si por la misma razón que las anteriores.

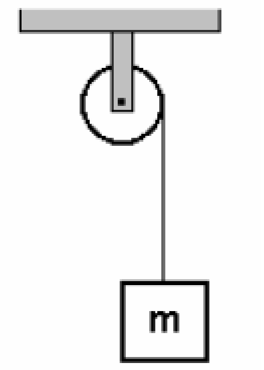
Como el sistema está en reposo el segundo principio de Newton aplicado al cuerpo nos queda:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Como las fuerzas solo actúan en el eje Y nos queda:

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y$$
$$T_1 - P = m \cdot a_y = 0$$
$$\boxed{T_1 = P}$$

2- Cálculo de la tensión para un sistema que no está en equilibrio:

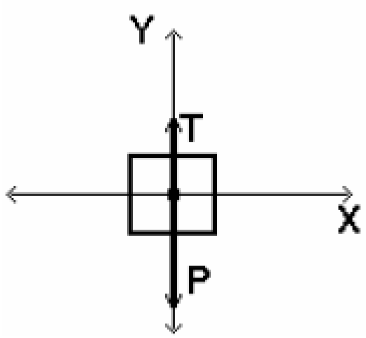


Supongamos que un cuerpo está suspendido de una soga que se desenrolla de un cilindro que puede girar sobre su eje como indica la figura:
Si hacemos el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo, nos queda un esquema como el de la figura de abajo. Debido a que en el eje X no actúan fuerzas el segundo principio de Newton solo se aplica al eje Y:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y$$

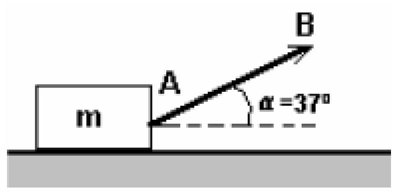
$$T - P = m \cdot a_y$$



Es evidente que si el cuerpo acelera hacia abajo, **P** será mayor que **T**, Pero si la aceleración es hacia arriba, **T** deberá ser mayor que **P.**
Despejando T nos queda:

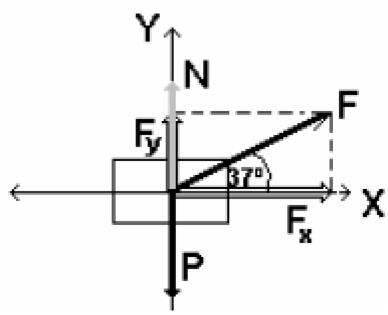
$$\boxed{T = m \cdot a_y + P}$$

Ejemplo 1:



En el sistema de la figura, la fuerza aplicada a la cuerda AB es 60 N. El cuerpo tiene una masa de 5 kg. Considerando que el módulo de la aceleración de la gravedad es 10 m/s² y despreciando el rozamiento, determinar:
a) El módulo de la fuerza de vínculo (Normal).
b) El módulo de la aceleración del cuerpo puntual.
Solución:
Hacemos el diagrama de cuerpo libre y descomponemos la fuerza F. Aplicando el segundo principio de Newton nos queda:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$



En el eje X:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x$$

$$F_x = m \cdot a_x$$

$$F \cdot \cos\alpha = m \cdot a_x$$

$$a_x = \frac{F \cdot \cos\alpha}{m} = \frac{60 \ \frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot \cos 37^o}{5 \ Kg} = 9{,}6 \ \frac{m}{s^2}$$

En el eje Y:

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y$$

$$N - P + F_y = m \cdot a_y$$

$$N - P + F \cdot sen\,\alpha = m \cdot a_y$$

Pero como en el eje y la aceleración es cero nos queda:

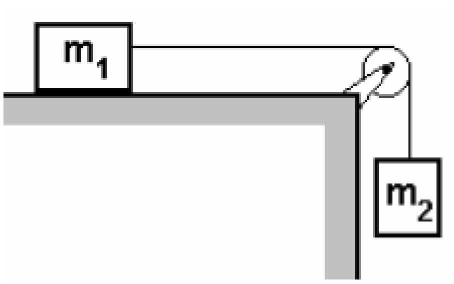
$$N - P + F \cdot sen\,\alpha = 0$$

$$N = P - F \cdot sen\,\alpha$$

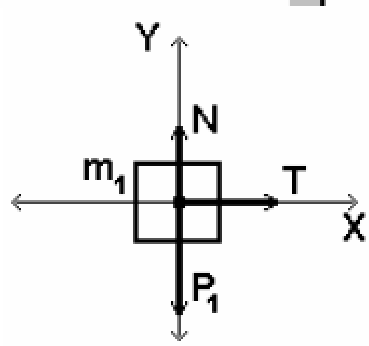
$$N = m \cdot g - F \cdot sen\,\alpha = 5 \ Kg \cdot 10 \ \frac{m}{s^2} - 60 \ N \cdot sen\, 37^o = 14 \ N$$

Ejemplo 2:

Dos cuerpos m1 = 30 kg. y m2 = 10 kg. Vinculados por una cuerda inextensible y de masa despreciable parten del reposo. Calcular:
a) El módulo de la aceleración de cada cuerpo puntual.
b) La fuerza en la cuerda. Se desprecia el rozamiento. Considerar |**g**|= **10 m/s²**

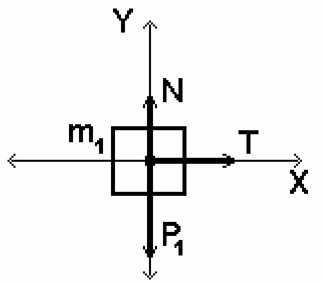


Como la soga es inextensible, la aceleración de los dos cuerpos es la misma, y como su masa es despreciable, no tiene inercia y por lo tanto no es necesaria una fuerza resultante en la dirección del movimiento para acelerarla. Esto significa que la tensión en ambos extremos de la soga es igual. Para resolver este problema donde hay mas de un cuerpo, debemos plantear un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo pero, como el sistema de referencias lo elegimos como queremos, haremos que el eje X coincida con la dirección del movimiento de cada cuerpo. Por esta razón el eje X para el cuerpo uno es horizontal y se dirige hacia la derecha y en el cuerpo dos es vertical y se dirige hacia abajo. Ahora aplicamos el segundo principio de Newton para cada diagrama:



Cuerpo m_1:

En el eje X:



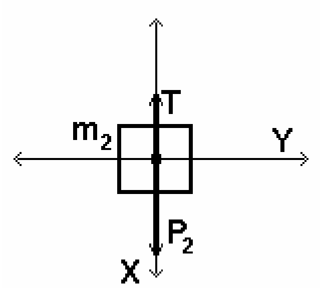
$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$T = m_1 \cdot a_x \quad (1)$$

En el eje Y:

$$N - P_1 = m_1 \cdot a_y = 0$$
$$N = P_1$$

Cuerpo m_2:



$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

El eje X:

$$P_2 - T = m_2 \cdot a_x \quad (2)$$

Si sumamos miembro a miembro la ecuación (1) con la (2) se eliminan las tensiones:

$$\begin{array}{rl} & T = m_1 \cdot a_x \\ + & P_2 - T = m_2 \cdot a_x \\ \hline & P_2 = a_x \cdot (m_1 + m_2) \end{array}$$

Despejando la aceleración obtenemos:

$$a_x = \frac{P_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} = \frac{10\ Kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2}}{30\ Kg + 10\ Kg} = 2{,}5 \frac{m}{s^2}$$

c- Fuerzas de rozamiento

Todos conocemos el hecho de que cuando un móvil se desplaza en la tierra, sobre él actúan fuerzas que se le oponen y que son ejercidas por el medio (aire, superficie de apoyo, etc., que interactúa con el cuerpo. Estas fuerzas se conocen con el nombre de fuerzas de rozamiento. Podemos clasificar estas fuerzas en dos grandes grupos:

1- Fuerzas de rozamiento viscoso:

Estas fuerzas aparecen cuando un cuerpo se desplaza a través de un fluido (Líquido o gas), como consecuencia de la interacción de el cuerpo con el fluido.
El valor de la fuerza depende de múltiples factores entre los que se encuentran:
Las características del fluido, la forma del cuerpo, la velocidad con que se desplaza (cuanto mayor sea ésta mayor es la fuerza de rozamiento).
Como nosotros estamos estudiando la dinámica del punto móvil, no tenemos en cuenta la forma del cuerpo y, por lo tanto, esta fuerza de rozamiento no será estudiada en éste curso.

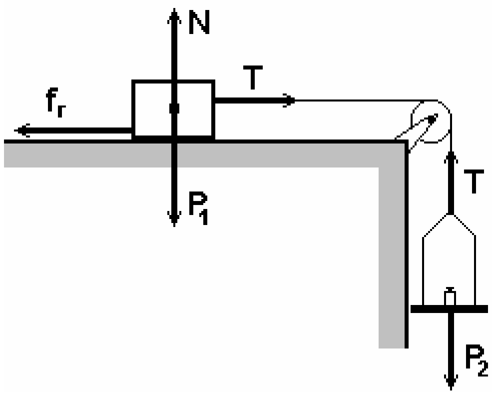
2- Fuerza de rozamiento por deslizamiento:

Esta fuerza aparece siempre que un cuerpo que esta apoyado en una superficie se intenta poner en movimiento o esta moviéndose. Aparece como consecuencia de la interacción del cuerpo con la superficie de apoyo.
Experimentalmente se puede observar:

- Este rozamiento se debe rugosidades propias de las superficies de contacto y a la adherencia entre ellas. Este hecho se verifica claramente porque cuanto mejor pulidas estén las superficies, menor es la fuerza.
- La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento, tiene la misma dirección que el desplazamiento pero esta dirigido en sentido contrario.
- No es necesario que haya movimiento para que la fuerza de movimiento actúe.

A través del siguiente experimento podemos determinar de que depende la fuerza de rozamiento y encontrar una expresión para calcularla.

Colocamos un bloque de madera sobre un plano horizontal y tiramos de él mediante una soguita que pasa por una polea y en cuyo extremo se encuentra suspendido un platillo que podremos cargar con pesas, como indica la figura.



1- Cargamos el platillo con una pequeña pesa, sin embargo el bloque no se mueve. Esto significa que la fuerza aplicada es equilibrada por la de rozamiento, pues:

$$a_x = 0 \Rightarrow \Sigma F_x = 0$$
$$T - f_r = 0 \Rightarrow T = f_r$$

Conclusión: Si no hay aceleración la fuerza de rozamiento es igual a la fuerza aplicada.

2- Comenzamos a colocar en el platillo pesas de manera que la fuerza aplicada sobre el bloque aumente lentamente. Llega un momento límite para el cual, si agregamos una pesa más, el bloque comenzará a acelerarse, esto significa que:

$$T > f_r.$$
$$T - f_r = m \,.\, a_x$$

Una vez en movimiento, se observa que para que el bloque se mueva con velocidad constante hay que quitar algo de peso en el platillo, hasta que nuevamente:

$$T = f_r$$

Ahora el bloque se moverá por inercia.

Conclusiones:

- Llamaremos rozamiento estático a la fuerza de rozamiento que existe entre dos superficies en reposo una respecto de la otra. Puede tomar cualquier valor entre cero y una máximo.
- La fuerza máxima de rozamiento estático es igual a la fuerza mínima necesaria para poner en movimiento al cuerpo.
- Se llama fuerza de rozamiento cinético a la fuerza necesaria para mantener el movimiento una vez iniciado.

3- Si el bloque se apoya sobre otra cara que tenga distinto tamaño, se obtienen los mismos resultados. Pero si colocamos sobre el bloque un peso adicional o cambiamos las características de las superficies de contacto, (Por ejemplo, le pegamos papel de lija a la cara del bloque que esta en contacto con la mesa) se observa que el valor de la fuerza de rozamiento cambia.
Si el peso del bloque se duplica la fuerza de rozamiento también, si se triplica el peso del bloque, lo mismo sucede con la fuerza de rozamiento, y así sucesivamente.

Conclusiones:

- La fuerza de rozamiento, depende de las características de las superficies de contacto.
- La fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza de interacción entre las superficies, es decir, es directamente proporcional a la **normal.**

Cálculo de la fuerza de rozamiento:

Fuerza de rozamiento estático máxima:

La fuerza de rozamiento estático máxima, es directamente proporcional a la normal, siendo la constante de proporcionalidad una magnitud que depende de las características físicas de las superficies de contacto y que se denomina: Coeficiente de rozamiento estático y se indica con el siguiente símbolo: μ_e.

$$\boxed{\mu_e = \frac{f_{r\,e_{máx}}}{N} \quad \Rightarrow \quad f_{r\,e_{máx}} = \mu_e \cdot N}$$

Fuerza de rozamiento cinético:

La fuerza de rozamiento cinético, es directamente proporcional a la normal, siendo la constante de proporcionalidad una magnitud que depende de las características físicas de las superficies de contacto y que se denomina: Coeficiente de rozamiento cinético y se indica con el siguiente símbolo: μ_c.

$$\boxed{\mu_c = \frac{f_{r\,c}}{N} \quad \Rightarrow \quad f_{r\,c} = \mu_c \cdot N}$$

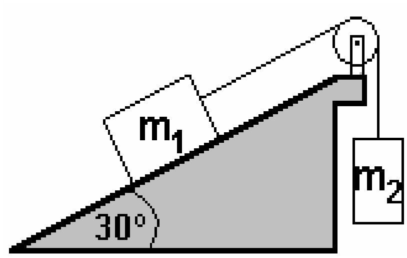
Importante: Los coeficientes de rozamiento son adimensionales, es decir, no tienen unidades y siempre: $\mu_e > \mu_c$

Ejemplo 3

Un bloque de masa m1 = 30 kg. está apoyado sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal y está unido mediante un hilo inextensible y sin masa, que pasa por una polea sin fricción y de masa despreciable, a un segundo bloque de masa m_2 =50 kg, que cuelga verticalmente. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre m_1 y el plano es μ_c = 0,4, Calcular:

a) La aceleración de cada bloque.

b) La tensión en la cuerda que vincula ambos bloques.

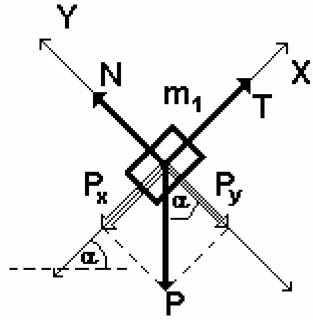


Solución:

La primera cuestión a resolver en éste problema, es saber para que lado se mueve el sistema y luego determinar, si es que se mueve (podía no moverse si la fuerza de rozamiento no lo permitiera), con que aceleración lo hace.

Por este motivo, debemos primero plantear las ecuaciones sin tener en cuenta el rozamiento. De esta manera determinaremos para que lado se desplazan los cuerpos y entonces sabremos para que lado actúa la fuerza de rozamiento. (Siempre en sentido contrario al del movimiento).

Realizamos los diagramas de cuerpo libre para cada cuerpo sin tener en cuenta el rozamiento y aplicamos el segundo principio a cada componente:



Cuerpo **m_1**

Eje Y:

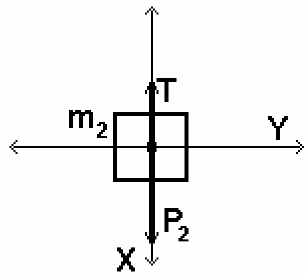
$$\Sigma F_y = m \,.\, a_y$$
$$N - P_{1y} = m_1 \,.\, a_y$$
$$N - P_1 .\, \cos\alpha = m_1 \,.\, a_y$$
$$N - m_1 \,.\, g \,.\, \cos\alpha = m_1 \,.\, a_y$$

Teniendo en cuenta que la aceleración en Y es cero nos queda:

$$N - m_1 \,.\, g \,.\, \cos\alpha = 0$$

$$\boxed{N = m_1 \,.\, g \,.\, \cos 30^\circ}$$

$$N = 30Kg \,.\, 10\frac{m}{s^2} \,.\, \cos 30^\circ = 259{,}8 \text{ N}$$



Eje X

$$\Sigma Fx = m \,.\, a_x$$
$$T - P_{1x} = m_1 \,.\, a_x$$
$$T - P_1 .\, \text{sen}\,\alpha = m_1 \,.\, a_x \qquad (1)$$
$$T - m_1 \,.\, g \,.\, \text{sen}\,\alpha = m_1 \,.\, a_x$$

Cuerpo **m_2**:

Eje X

$$\Sigma F_{..} = m \,.\, a_{..}$$
$$\Sigma F_x = m \,.\, a_x \qquad (2)$$
$$P_2 - T = m_2 \,.\, a_x \qquad (2)$$
$$a_x$$
$$m_2 \,.\, g - T = m_2 \,.\, a_x$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2), tenemos:

$$\begin{array}{rl} & T - m_1 \, . \, g \, . \, sen\,\alpha = m_1 \, . \, a_x \\ + & m_2 \, . \, g - T = m_2 \, . \, a_x \\ \hline & m_2 \, . \, g - m_1 \, . \, g \, . \, sen\,\alpha = a \, .(m_1 + m_2) \end{array}$$

Despejando **a** y sacando factor común **g** nos queda:

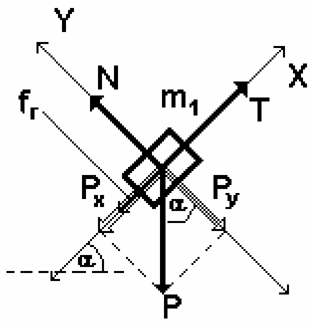
$$a_x = \frac{g \, .(m_2 - m_1 \, . \, sen\alpha)}{m_1 + m_2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \, .(50 \, Kg - 30 \, Kg \, . \, sen \, 30^o)}{30 \, Kg + 50 \, Kg} = 4{,}375 \frac{m}{s^2}$$

Como la aceleración en el eje X nos da con signo positivo, significa que el sistema se mueve en el sentido creciente del sistema de referencias. Por lo tanto, la fuerza de rozamiento se dirige en sentido contrario.
Ahora planteamos nuevamente la ecuación en X para la masa m1 pero teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento:

$$T - P_{1x} - f_r = m_1 \, . \, a_x$$

$$T - P_1 . \, sen\,\alpha - \mu . N = m_1 \, . \, a_x \qquad (1*)$$

$$T - m_1 \, . \, g \, . \, sen\,\alpha - \mu . N = m_1 \, . \, a_x$$



Sumando miembro a miembro las ecuaciones (1*) y (2), tenemos:

$$\begin{array}{rl} + & T - m_1 \, . \, g \, . \, sen\,\alpha - \mu \, . \, N = m_1 \, . \, a_x \\ \hline & m_2 \, . \, g - T = m_2 \, . \, a_x \\ & m_2 \, . \, g - m_1 \, . \, g \, . \, sen\,\alpha - \mu \, . \, N = a \, .(m_1 + m_2) \end{array}$$

Despejando **a** y teniendo en cuenta el valor de la normal calculado, nos queda:

$$a_x = \frac{g \, . \, m_2 - g \, . \, m_1 \, . \, sen\alpha - \mu \, . \, N}{m_1 + m_2} =$$

$$a_x = \frac{10 \frac{m}{s^2} \, . \, 50 \, Kg - 10 \frac{m}{s^2} \, . \, 30 \, Kg \, . \, sen \, 30^o - 0{,}4 \, . \, 259{,}8 \, N}{30 \, Kg + 50 \, Kg} = 3{,}1 \frac{m}{s^2}$$

La aceleración es positiva por lo tanto el sistema se mueve en el sentido creciente del sistema de referencias, pero lógicamente, la aceleración es menor que sin rozamiento. Si la aceleración nos hubiera dado negativa, indicaría que el sistema estaba en reposo pues el rozamiento no puede producir movimiento.

Calculamos ahora en valor de la tensión despejando de la ecuación (2):

$$m_2 \,.\, g - T = m_2 \,.\, a_x$$

$$T = m_2 \,.\, g - m_2 \,.\, a_x = m_2 \,.\, (g - a_x) = 50\,Kg.\,(10\frac{m}{s^2} - 3{,}1\frac{m}{s^2}) = 346{,}2\,N$$

d- Fuerzas Elásticas

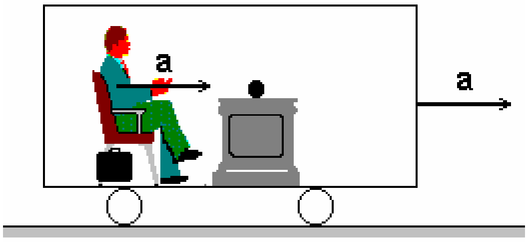
Las fuerzas elásticas son aquellas que aplican los cuerpos elásticos al ser deformados, por ejemplo un resorte al comprimirse o estirarse o un cuerpo de goma etc.
Experimentalmente se observa que, para un resorte, la fuerza que aplica al interactuar con un cuerpo, es directamente proporcional a su estiramiento o compresión, siendo la constante de proporcionalidad una magnitud que depende de las características físicas y geométricas del resorte y que se denomina constante elástica del resorte (**k**). Esta fuerza elástica está siempre dirigida en sentido contrario al desplazamiento sufrido por el cuerpo que comprime o estira al resorte. Por esta razón, la expresión vectorial de su valor es:

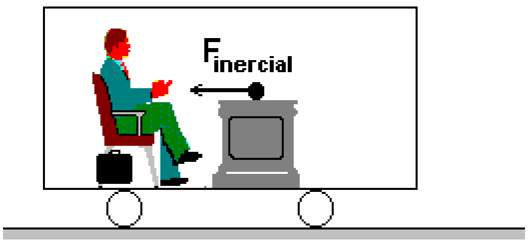
$$\boxed{\vec{F} = k \,.\, \Delta\, x\,(-\hat{i}) = -\,k \,.\, \Delta x\ \hat{i}}$$

Para el cálculo de su módulo

$$\boxed{|\vec{F}| = k \,.\, |\Delta x|}$$

e- Fuerzas inerciales:





Imaginemos el interior del vagón de un tren que no tiene ventanillas. Dentro de el hay una mesa, una pelota de tenis sobre ella, una silla y un hombre sentado, como indica la figura. Si el vagón acelera, nosotros veremos claramente desde afuera que el hombre se acelera hacia la pelota que, si consideramos que no tiene rozamiento contra la mesa, continúa con velocidad constante. ¿Pero qué observa el ´ hombre? Como se encuentra en el interior del vagón, verá que la pelotita se acelera hacia él. Pero como conoce el segundo principio de Newton, el hombre razona que debe haber una fuerza sobre la pelota aplicada en su dirección. Sin embargo, por más que busca, no encuentra ningún cuerpo que esté interactuando con la pelota para aplicarle dicha fuerza, cuerpo que debería existir si tenemos en cuenta el principio de acción y reacción. En éste momento el hombre desespera pues ve que los principios de Newton que con tanto esfuerzo aprendió no se cumplen. Entonces, decide inventar una fuerza que, aunque no sabe de donde proviene, actúa sobre la pelotita y la hace acelerar. A esta fuerza se la denomina fuerza inercial.

El problema surge porque el sistema de referencias que utiliza el hombre está acelerado y el no lo sabe. (Si algún alumno ha asistido alguna vez en un parque de diversiones a la casa encantada, habrá observado fenómenos de este tipo, debido a que el piso, las paredes y todos los objetos en el interior de la casa se encuentran inclinados 45°. De esta manera nos perdemos de la vertical y la aceleración de la gravedad actúa en una dirección para nosotros desconocida haciendo que observemos fenómenos que aparentemente desafían las leyes de Newton.)
Los sistemas de referencias que se encuentran en reposo o en MRU, se denominan inerciales; los que se encuentran acelerados se denominan no inerciales.

Definición:

Se denominan fuerzas inerciales a aquellas que hay que inventar en un sistema de referencias que se encuentra acelerado (no inercial) para que en él se cumpla el principio de masa:

$$\boxed{\vec{F}_{inercial} = m \cdot \vec{a}}$$

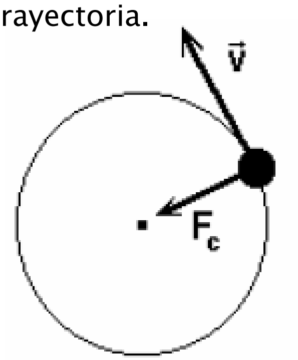
f- Fuerzas centrípeta y centrífuga

Fuerza centrípeta

Si observamos desde un sistema de referencias inercial a un cuerpo girando con una movimiento circular, veremos la acción de una fuerza que es la responsable de la aceleración centrípeta. Su módulo se calcula como el producto de la masa por el módulo de la aceleración centrípeta y por supuesto, al igual que ésta, está dirigida hacia el centro de la trayectoria.

$$|\vec{F}_c| = m \cdot |\vec{a}_c|$$

$$\boxed{|\vec{F}_c| = m \cdot \frac{|\vec{v}^2|}{r}}$$



Es importante destacar que esta clasificación es, en esencia, distinta a las anteriores, ya que en las fuerzas: normal, tensión, rozamiento y elástica, hacíamos referencia a las causas que las producían, mientras que en la centrípeta hacemos referencia a la consecuencia que la fuerza produce. Esto significa que la fuerza centrípeta, puede ser ejercida por una tensión, una normal, una fuerza de rozamiento, una fuerza elástica o cualquier otra interacción.

Fuerza centrífuga

El término fuerza centrífuga es mucho más común para nosotros que el de fuerza centrípeta, pero ¿Qué es la fuerza centrífuga? Como hemos visto, desde un sistema de referencias ubicado fuera del conjunto en rotación, es claramente observable la acción de la fuerza centrípeta que obliga al móvil a curvar su trayectoria haciéndolo describir un movimiento circular. Pero si el sistema de referencias se ubica sobre el conjunto en rotación, las cosas ya no son tan claras porque se trata de un sistema de referencias no inercial, pues está acelerado.

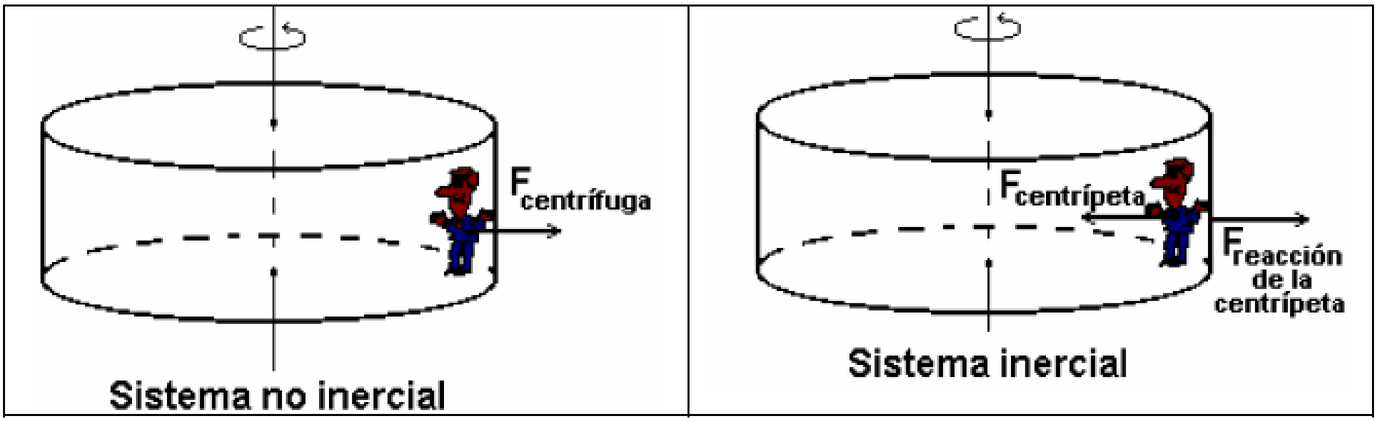
Imaginemos que nos encontramos dentro del tambor de un lavarropas gigante y que alguien enciende en la posición de centrifugado. El cilindro comienza a girar velozmente y nosotros sentimos que “una fuerza” nos presiona contra la pared interior del tambor. Por más que intentamos separarnos de ella, no podemos hacerlo. Conociendo los principios de Newton, buscamos al cuerpo que interactúa con nosotros empujándonos hacia el exterior, sin embargo no lo encontramos. Pero según el principio de masa, si somos acelerados hacia afuera, debe haber una fuerza que lo haga. Llegados a este punto decimos que aunque no vemos la causa, existe una fuerza que nos impulsa a la que denominamos fuerza centrífuga.

Si tenemos en cuenta lo estudiado anteriormente nos daremos cuenta de lo que sucede.

La fuerza centrífuga es una fuerza inercial. Ella solo existe para el observador ubicado dentro del sistema en rotación. Un observador exterior verá claramente la acción de la fuerza centrípeta. Desde ya que el valor de la fuerza centrífuga es el mismo que el de la centrípeta pero su sentido es contrario.

Es importante tener en claro que la fuerza centrífuga no es la reacción de la centrípeta. En el caso del tambor de lavarropas, si se observa desde un sistema de referencias inercial exterior, se ve claramente la interacción entre la pared del tambor y el hombre. La pared aplica una fuerza sobre el hombre hacia el centro del cilindro (acción) y el hombre aplica otra fuerza sobre la pared dirigida hacia afuera, (reacción).

Desde el sistema de referencias ubicado en el interior del tambor el hombre afirma que “sobre él” (no sobre la pared), actúa una fuerza que lo empuja hacia fuera (fuerza inercial)



g- Fuerzas Gravitatorias: Ley de gravitación universal.

La gran pregunta de la mecánica es ¿ Por qué se mueven loas cosas ? y la respuesta parece estar en los principios de Newton. Sin embargo todavía no está todo dicho. Desde la antigüedad, los hombres se preguntaron acerca del movimiento de los astros. Ptolomeo (S II DC), había adoptado las ideas de Aristóteles, quien afirmaba que la tierra era el centro del universo y que todos los astros giraban alrededor de ella según esferas de cristal concéntricas con la tierra. Aristóteles había agregado a esto, que la materia con que estaban constituido los astros era distinta a la materia de los objetos en la tierra y entonces las clasifico en “materia celeste” y “materia terrestre”, respectivamente.

La materia terrestre necesitaba para moverse de una fuerza que la impulsara constantemente, mientras que la materia celeste, se impulsaba por si misma y por ésta razón los cuerpos celestes se movían solos en el firmamento.
Como sabemos, esta teoría tenía varios problemas:

- Algunos astros como la luna, se mantenían siempre a la misma distancia de la tierra y otros como el sol, parecían alejarse y acercarse periódicamente.
- La mayoría de las estrellas parecían cumplir con la ley de las esferas de cristal, pero existían algunos astros como mercurio, Venus, Marte y Júpiter que se movían caprichosamente en el espacio sin seguir ninguna ley sencilla. A estos se los denominó “planetas” que en griego significa errantes o vagabundos.

Como hemos visto, en el siglo XVI, muchos pensadores dudaban ya del sistema de Ptolomeo y algunos como Copérnico, se habían animado a cambiar, colocando al sol como el centro del sistema solar y afirmando que la tierra era un planeta más que giraba alrededor del sol según circunferencias concéntricas con él.

Posteriormente, Kepler, haciendo observaciones muy precisas, cambia la idea de órbitas circulares por órbitas elípticas y fundamenta que la luna sí se encuentra girando alrededor de la tierra. Galileo, coincide totalmente y utilizando su telescopio, descubre las lunas de Júpiter, que confirman las ideas de planetas y lunas girando alrededor de ellos.

Pero faltaba una ley que explicara todos estos movimientos y unificara la mecánica. Fue Isaac Newton quien logró esta ley fabulosa, conocida hoy como ley de gravitación universal.
Newton no creía que la materia celeste fuera distinta que la terrestre y se le ocurrió que la misma fuerza que hacía caer una manzana a la tierra era la responsable de que la luna curvara su trayectoria haciéndola girar alrededor de la tierra en un movimiento de caída constante. En ésta idea se puso a trabajar utilizando las observaciones de Kepler y Galileo.

Luego de una labor soberbia de análisis de datos, compaginación e intuición física concluyó que:

a- Los cuerpos se atraen por el solo hecho de poseer masa.

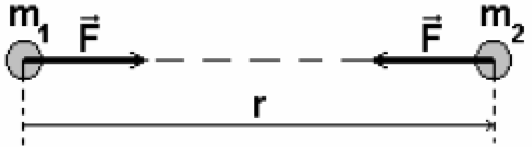
b- Esta fuerza de atracción solo se hace notar cuando al menos uno de los cuerpos que interactúan es enormemente grande, como un planeta.

c- No es necesario que los cuerpos estén en contacto para que esta fuerza actúe, es decir, es una fuerza de interacción a distancia.

LEY DE GRAVITACIÓN

“La fuerza de atracción entre dos cuerpos, tiene una dirección que coincide con la recta que los une y su módulo es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de las distancia que las separa”.

$$\boxed{|\vec{F}| = G \cdot \frac{m_1 \,.\, m_2}{r^2}}$$



La constante de proporcionalidad **G** entre las magnitudes depende del sistema de unidades adoptado y se conoce con el nombre de constante de gravitación universal. Su valor en el sistema internacional es:

$$\boxed{G = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}}$$

Ejemplo 4:

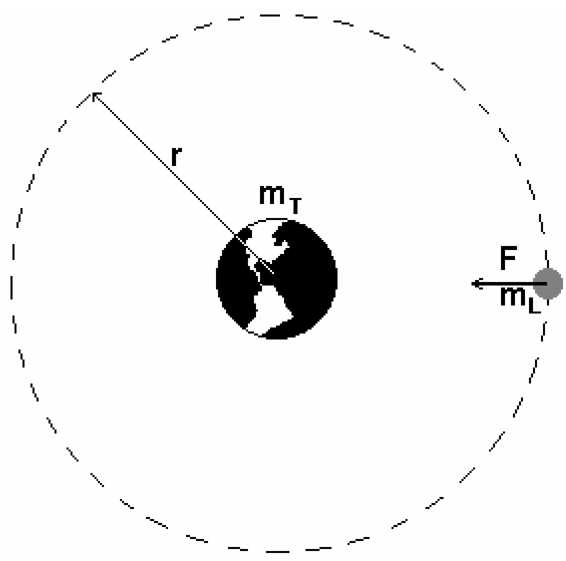
Calcular el radio de la órbita de la luna teniendo en cuenta que la masa de la tierra es 5,98x1024 Kg.

Solución:

Observemos que la fuerza de gravitación sobre la luna en este caso, actúa como centrípeta, pues es la encargada de que la luna no continúe con MRU y curve su trayectoria girando alrededor de la tierra.

Aplicamos para el cálculo de F, la ley de gravitación universal y el segundo principio de Newton:

$$\begin{cases} |\vec{F}| = G \cdot \dfrac{m_T \cdot m_L}{r^2} \\ |\vec{F}| = m_L \cdot |\vec{a}_c| = m_L \cdot \dfrac{|\vec{v}|^2}{r} \end{cases}$$



Como se trata de la misma fuerza podemos igualar las ecuaciones, cancelar la masa de la luna y despejar el radio de la órbita:

$$G \cdot \frac{m_T \cdot m_L}{r^2} = m_L \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{m_T}{r} = |\vec{v}|^2$$

$$\boxed{r = G \cdot \frac{m_T}{|\vec{v}|^2}}$$

La velocidad de traslación de la luna puede calcularse teniendo en cuenta el período de rotación que es de 28·días (2.419.200 s.):

$$\boxed{|\vec{v}| = \frac{2.\pi.r}{T}}$$

$$r = G \cdot \frac{m_T}{\dfrac{4.\pi^2.r^2}{T^2}} \Rightarrow r^3 = G \cdot \frac{m_T \cdot T^2}{4.\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{G \cdot \frac{m_T \cdot T^2}{4.\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{6{,}67 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{Kg^2} \cdot \frac{5{,}98 \times 10^{24} Kg \cdot (2419200s)^2}{4.3{,}14^2}} = 389586240m$$

$$\boxed{r = 389586 \text{ Km}}$$

Masa gravitatoria y masa inerte

Por ultimo, me gustaría destacar un hecho muy importante. Para un cuerpo existen dos tipos de masa:

- La masa inerte, que según el principio de inercia se obtiene como el cociente entre la fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración que adquiere. Justamente se llama inerte porque mide la inercia del cuerpo.
- La masa gravitatoria, que según la ley de gravitación universal es proporcional a la fuerza con que un cuerpo atrae a otro.

Estas masas podrían no haber tenido nada que ver una con la otra, pues, según la mecánica clásica, no existe razón para que estén relacionadas. Sin embargo son proporcionales y, si se elige adecuadamente el valor de la constante de gravitación, cosa que se hizo, serán numéricamente iguales.

Conclusión:

El valor de la constante de gravitación universal fue elegido especialmente para que la masa gravitatoria sea numéricamente igual a la masa inerte.

PROBLEMAS DE DINÁMICA

1.- Calcular la aceleración que producirá una fuerza horizontal neta de 9,6 kgf aplicada a un bulto de 45,4 kg., colocado sobre una superficie horizontal, sin rozamiento. Considerar g= 10 m/s^2. **Resp: 2,11 m/s^2**

2.-Una persona de masa m= 72,6 kg. se apoya sobre la pared posterior de un colectivo. Si éste acelera a 0,97 m/s2, calcular la fuerza que ejerce la pared sobre la persona. **Resp: 70,422 N**

3.-Un móvil de masa 2450 kg. que se mueve a 72 km/h se detiene, por acción de una fuerza constante, en 40 s. Calcular la intensidad de la fuerza. **Resp: 1225 N**

4.- Un futbolista da un puntapié a una pelota cuya masa es de 0,91 kg. y le imprime una velocidad de 12,2 m/s. La fuerza entre el pie y la pelota actúa durante una décima de segundo. Calcular la aceleración media, la fuerza media ejercida sobre la pelota y la fuerza media que la pelota ejerce sobre el pie. **Resp: 122 m/s^2, 111,02 N , 111,02 N**

5.- Se lanza un bloque hacia arriba sobre un plano inclinado, sin rozamiento, con velocidad inicial v0. El ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal es θ. Calcular:

a) ¿Cuánto ascenderá el bloque sobre el plano?

b) ¿Cuál será la velocidad del bloque cuando regrese al punto de partida?

c) Resuelva el problema numéricamente para los siguientes valores: V_0 =5m/s θ = 30º
Considere que el módulo de la aceleración de la gravedad es 10 m/s^2. **Resp: 2,5 m, 5 m/s**

6.- Un cuerpo de 10 kg. se desliza sobre un plano inclinado de 10 m de longitud y 0,6 m de altura. Suponiendo que el rozamiento entre el cuerpo y el plano es nulo, calcular:

a) El módulo de la aceleración.

b) El tiempo que tarda el móvil en recorrer el plano inclinado si parte del reposo. Considere que el módulo de la aceleración de la gravedad es $10 m/s^2$. **Resp: $0,6\ m/s^2$, 5,77 s**

7.-Un hombre de masa 80 kg. está parado sobre patines. En un instante dado, ejerce una fuerza horizontal de 250 N sobre una vagoneta de ferrocarril que pesa media tonelada. Suponiendo que la fuerza de rozamiento entre el hombre y el piso y entre la vagoneta y el riel es despreciable, indicar:

a) La fuerza horizontal que actúa sobre el hombre.

b) La aceleración que adquiere la vagoneta en ese instante.

c) La aceleración que adquiere el hombre en ese instante.

d) El tipo de movimiento que realizan el hombre y la vagoneta después de perder contacto.

Resp: 250 N , $0,5\ m/s^2$, $3,12\ m/s^2$, MRU

8.-¿Puede una persona impulsar un bote a vela fijando un ventilador en el vote frente a la vela?

9.- Un caballo se resiste a tirar de su carro, alegando en su defensa la tercera Ley de Newton: "La Fuerza que ejerce el caballo sobre el carro es igual y de sentido opuesto a la fuerza que ejerce el carro sobre el caballo". Por lo tanto, razona el caballo si yo nunca puedo ejercer sobre el carro una fuerza mayor que la que él ejerce sobre mí, y dado que la masa del carro es del mismo orden de magnitud que la mía ¿cómo podré poner en movimiento el carro? ¿Puede usted convencer al caballo de lo contrario?

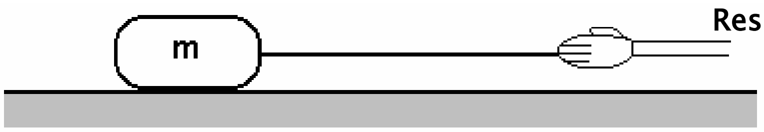
10.-Una persona que pesa 80 kgf, parada sobre patines, intenta empujar un mueble que pesa, también, 80 kgf. Analice qué sucede.

11.-Un cuerpo de masa m= 10 kg. está apoyado sobre una superficie horizontal, sin rozamiento. Una persona tira de una soga inextensible fija al bloque en dirección horizontal, con una fuerza de 20 N.

a) Analizar cuáles son los pares de acción y reacción en las interacciones de la mano con la soga, la soga con el bloque, el bloque con la tierra y con el plano sobre el que está apoyado.

b) Calcular la aceleración del bloque, suponiendo despreciable la masa de la soga.

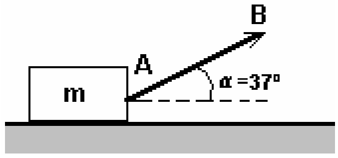
Resp: $2\ m/s^2$



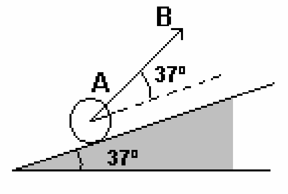
12.-En el sistema de la figura, la fuerza aplicada a la cuerda AB es 40 N. El cuerpo pesa 50N. Considerando que el módulo de la aceleración de la gravedad es 10 m/s2 y despreciando el rozamiento, determinar: **Resp: 26 N, $6,4\ m/s^2$**

a) El módulo de la fuerza de vínculo (reacción del plano).

b) El módulo de la aceleración del cuerpo puntual.



13.- Un cuerpo de masa m= 60 kg, está apoyado sobre un plano inclinado, formando un ángulo de 37º, como muestra la figura. La intensidad de la fuerza f que ejerce la soga AB es de 500 N. Calcular el módulo de la aceleración del bloque y el valor de la normal. Considere que el módulo de la aceleración de la gravedad es de 10 m/s^2 y que no hay rozamiento.



Resp: 0,67 m/s^2, 180 N

14.- Una masa de 100 g se cuelga de un hilo de masa despreciable. De la parte inferior de ella se cuelga otra masa de 200 g, por medio de un segundo hilo, también de masa despreciable. Encuentre las fuerzas ejercidas por ambos hilos en los siguientes casos:

a) Las masas permanecen en reposo.

b) Las masas se desplazan hacia arriba con aceleración de módulo 1 m/s^2.

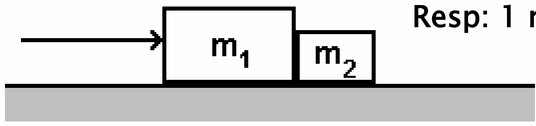
c) Las masas se dejan caer libremente.

Considere $|g|$= 10 m/s^2 **Resp: 2N , 3N , 3,3 N , 2,2 N , 0 , 0**

15.-Dos bloques están en contacto como se muestran en la figura, sobre la masa. Se aplica una fuerza horizontal constante de 3N. Si m1= 2 kg. y m2 = 1 kg., calcular, despreciando el rozamiento:

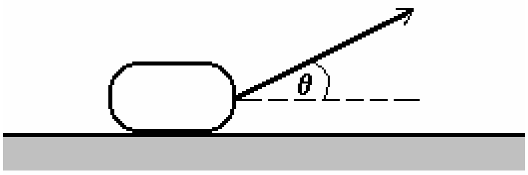
a) La aceleración que adquiere el sistema.

b) La fuerza de interacción entre ambos cuerpos.



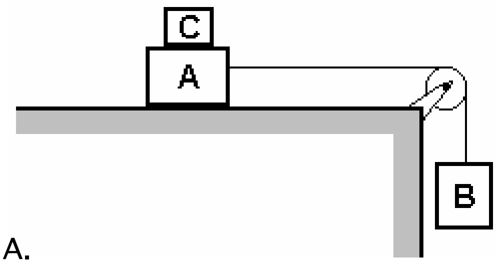
Resp: 1 m/s^2, 1N

16.-Una caja que pesa 200N es arrastrada con una cuerda que forma un ángulo θ con la horizontal, según muestra la figura. Si la caja se encuentra inicialmente en reposo, calcular la fuerza mínima para ponerla en movimiento. Resolver el problema para θ = 30º y θ= 0º. El coeficiente de rozamiento estático entre la caja y el suelo es 0,6.



Resp: 102,9 N , 120 N

16.- Las masas A y B de la figura son respectivamente de 10 kg. y 5 kg. El coeficiente de fricción estática entre el bloque A y la mesa es 0,20 y el coeficiente de fricción cinemáticos 0,1. El sistema se encuentra, inicialmente, en reposo.



a) Encontrar la masa mínima de C que evite el movimiento de A.

b) Calcular la aceleración del sistema si se quita el cuerpo C. **Resp: 15 kg. , 2,67 m/s^2**

17.-Un bloque se encuentra en reposo sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. Se encuentra experimentalmente que si se incrementa el ángulo de inclinación, el bloque comienza a deslizarse a partir de un ángulo θ0. El coeficiente de rozamiento estático es μ_e = 0,4. Calcular el ángulo θ_0. **Resp: 21,8 º**

18.-Para ángulos superiores al calculado en el problema anterior el bloque desciende por el plano inclinado aceleradamente. Si para θ= 30º es ▪ a ▪ = 3 m/s2, calcular el coeficiente de rozamiento cinemático. **Resp: 0,23**

19.- Un tren está formado por tres vagones de 15 toneladas de peso cada uno. El primero de ellos actúa de máquina y ejerce una fuerza de tracción de 4.800 kgf. La fuerza de rozamiento total sobe cada uno de los vagones es 100 kgf.

a) Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre cada vagón, considerado como cuerpo puntual. Aplique la segunda ley de Newton a cada vagón, eligiendo un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales en el cual el eje de las abscisas coincida con la dirección de movimiento.

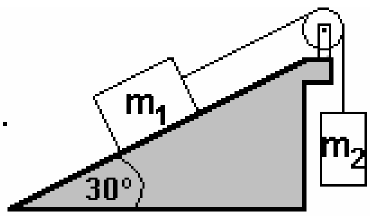
b) Calcule la aceleración del tren.

c) Calcule la fuerza en el acoplamiento entre el primero y el segundo vagón.

d) Calcule la fuerza entre el segundo y el tercer vagón. **Resp: 1 m/s², 32000 N , 16000 N**

20.- Un bloque de masa m_1 = 1 kg. está apoyado sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal y está unido mediante un hilo inextensible y sin masa, que pasa por una polea sin fricción y de masa despreciable, a un segundo bloque de masa m_2 =10 kg, que cuelga verticalmente. La fuerza de rozamiento entre el bloque de masa m_1 y el plano es despreciable. Calcular:

a) La aceleración de cada bloque.
b) La fuerza en la cuerda que vincula ambos bloques.

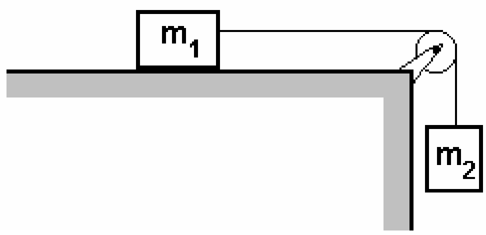


**Resp: 8,64 m/s²,
13,6 N**

21.- En el problema anterior, número 20, calcular la aceleración, suponiendo que el coeficiente cinemático entre el bloque m_1 y el plano es 0,3, en los siguientes casos:
a) m_1 = 1 kg. ; m_2 = 10 kg.
b) m_1 = 10 kg. ; m_2 = 1 kg. **Resp: 8,4 m/s² , 1,27 m/s2**

22.-Dos cuerpos m1= 20 kg. y m2 = 5 kg, vinculados por una cuerda inextensible y de masa despreciable parten del reposo. Calcular:

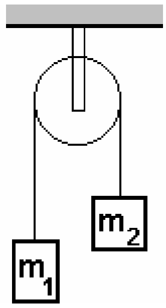
a) El módulo de la aceleración de cada cuerpo puntual.
b) La fuerza en la cuerda. Se desprecia el rozamiento.
Considerar |g|= 10 m/s² **Resp: 2 m/s², 40 N**



23.- Dos cuerpos 1 y 2 de masas 2 kg. y 6 kg, respectivamente están unidos por una cuerda que pasa a través de una polea. Este dispositivo se llama máquina de Atwood. Calcular:

a) El módulo de la aceleración de cada cuerpo.

b) La fuerza en la soga, si el sistema parte del reposo y se desprecia el peso de la cuerda.
Considerar $|g| = 10\ m/s^2$

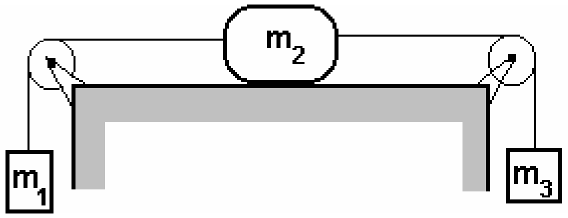


Resp: $5\ m/s^2$, 30 N

24.- Tres bloques están unidos como indica la figura. Las masas son $m_1 = 3kg$, $m_2 = 22$ kg, y $m_3=10kg$. Se desprecian las masas de las cuerdas; el coeficiente de rozamiento cinemático entre el cuerpo m_2 y el plano es 0,1. Si el sistema parte del reposo, calcular:

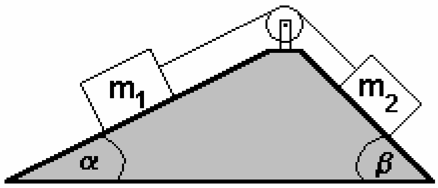
a) El módulo de las fuerzas en cada una de las cuerdas.

b) El módulo de la aceleración de cada bloque.



Resp: $1{,}37\ m/s^2$, 34,11 N, 86,3 N

25.- Determinar el módulo de la aceleración con que se mueven los cuerpos de la figura, si el sistema parte del reposo y se desprecian la masa de la cuerda y el rozamiento. Calcular el módulo de la fuerza que ejerce la cuerda. Resolver el problema algebraicamente y aplicar la solución obtenida cuando $m_1 = 220$ g; $m_2 =180$ g; $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$ y $|g| = 10\ m/s^2$.



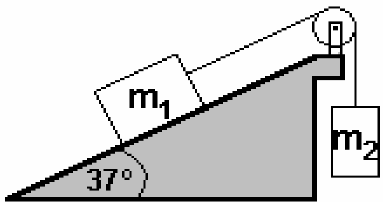
Resp: $1{,}15\ m/s^2$, 1,35 N

26.- Dado el plano inclinado de la figura, la masa $m^2 = 10$ kg, baja 9 m en 3 s. Si el sistema parte del reposo y se desprecian el rozamiento y la masa de la cuerda, hallar:

a) El módulo de la aceleración de cada cuerpo.

b) El valor de m_1.

c) El módulo de la fuerza que ejerce la cuerda.



Resp: $2\ m/s^2$, 10 kg, 80 N

27.-Un hombre cuya masa es de 70 kg, está en un ascensor. Si consideramos $|g| = 10\ m/s^2$ indicar en cada uno de los siguientes casos, cuál es la fuerza que el piso del ascensor ejerce sobre el hombre:

a) Cuando el ascensor sube con una aceleración constante de $2\ m/s^2$.

b) Cuando el ascensor está en reposo.

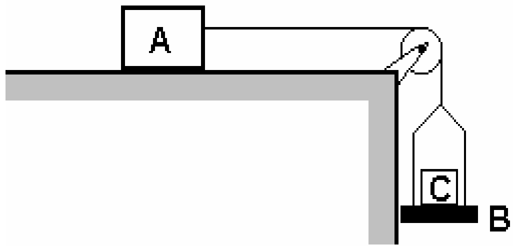
c) Cuando el ascensor sube con velocidad constante de 2m/s.

d) Cuando el ascensor baja con una aceleración constante de $2m/s^2$.

e) Si se corta el cable.

En cada caso señalar qué fuerzas actúan sobre el hombre y los pares de interacción correspondientes. **Resp: 840 N , 700 N , 700 N , 560 N , 0**

28.- A un cuerpo "A" apoyado sobre una superficie horizontal sin rozamiento se le fija un hilo inextensible que pasa por la garganta de una polea y soporta un platillo "B" en su otro extremo, como indica la figura. Sobre el platillo se coloca un cuerpo "C". Las masas de "A" ; "B" y "C" son de 10 kg., 2 kg. y 3 kg respectivamente. Calcular:



a) La aceleración de "A" cuando se suelta el sistema partiendo del reposo.
b) La fuerza en el hilo, supuesto de masa despreciable.
c) La fuerza de interacción (también llamada de contacto) entre "B" y "C". **Resp: 3,33 m/s^2, 33,3 m/s2 , 20 N**

29.- Una soga de masa despreciable soporta sin cortarse hasta una fuerza de 27,2 kgf. Se ata a un bloque cuya masa es 14,5 kg. que reposa sobre una superficie horizontal. Calcular la máxima aceleración que puede imprimirse al bloque mediante la soga sin que se rompa la misma. No hay rozamiento. **Resp: 18,8 m/s^2**

30.- Dos cuerpos tienen m1 y m2 que suman 10 kg. Se los suspende en los extremos de la cuerda de una máquina de Atwood, se deja libre el sistema y la aceleración de las masas resulta ser 2m/s^2. Calcular las masas m1 y m2. Considerar $|g| = 10$ m/s^2. **Resp: 4 kg. , 6 kg**

31.-Sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal, cuyo extremo más alto está a la izquierda, reposa un cuerpo de masa m. Calcular la aceleración con que debe moverse de izquierda a derecha el plano inclinado para que el cuerpo permanezca en reposo respecto de él. El rozamiento es despreciable. **Resp: $a = g.\tan \alpha$**

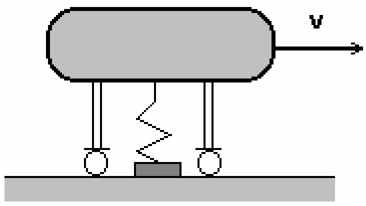
32.- La longitud de un resorte en equilibrio es 50 cm. Se lo mantiene vertical, fijo por uno de sus extremos. Se suspende del otro extremo un cuerpo de 200 N, incrementando su longitud hasta 75 cm una vez alcanzado el equilibrio.
Calcular la constante del resorte. **Resp: 800 N/m**

33.- Se tira de un carrito de masa 5 kg. a lo largo de una pista horizontal sin rozamiento, mediante un resorte horizontal, con una aceleración constante de 4 m/s2. Se observa que durante el movimiento, el resorte está respecto de su longitud natural alargado 10 cm. Se dispone ahora el resorte verticalmente con su extremo superior fijo y el carrito unido al otro extremo.
a) Calcular la constante del resorte.
b) Si se aparta el resorte 10 cm de la posición de equilibrio y se lo suelta, calcular la aceleración inicial del carrito. ($|g| = 10$ m/s^2).
c) Si la longitud natural del resorte es 70 cm, calcular su longitud una vez alcanzado el equilibrio.
Resp: 200 N/m , 6 m/s^2 , 95 cm

34.- Un carro como el que se indica en la figura tiene una masa de 500kg y se desplaza con una velocidad de 50m/s. En un determinado instante acciona el freno, constituido por un resorte de k=9000 N. que presiona una zapata de freno contra la superficie de apoyo. Si en el momento de frenado el resorte esta comprimido 40 cm. y se detiene a los10 s. Calcular:

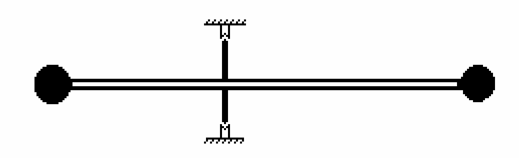
a) Fuerza de rozamiento.

b) Coeficiente de rozamiento.



Resp: 2500 N ; 0,694

35.- Dos masas de 10 kg, están unidad a los extremos de una varilla rígida que mide 1 m. Dicha varilla gira en un plano horizontal alrededor de un eje que pasa a 40 cm. de una de las masas con una frecuencia de 2 1/s. Calcular la fuerza centrípeta que debe aplicar el eje a través de la varilla sobre cada masa.



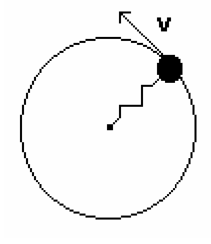
Resp: 631 N ; 946,5 N.

36.-Un niño hace girar un balde con 2 l. de agua según un plano vertical utilizando una soga que mide 1 m. Calcular la mínima velocidad con que debe girar para que no se caiga ¿Qué frecuencia corresponde a dicha velocidad? **Resp: 3,13 m/s ; 0,5 Hz.**

37.- ¿Qué velocidad deberá tener un satélite de 500 kg. para que gire en una órbita a 200000 km, del centro de la tierra? (masa de la Tierra m = 5,98 . 1024 kg.

Resp: 1412 m/s = 5084 km/h.

38.- Una masa de 10 kg. está unida a un resorte de k=3000 N/m y gira alrededor de un punto en el cual se encuentra fijo el otro extremo del resorte. Si la longitud inicial del resorte es 0,8 m ¿A qué velocidad deberá girar para que se estire 20 cm?



Resp: 7,75 m/s.

39.- Un automóvil de 600 kg. debe tomar una curva que tiene un radio de 80 m. Si el coeficiente de rozamiento entre piso y gomas es μe =0,8. Calcular la velocidad máxima de giro.

Resp: 25 m/s = 90 km/h.