

**DISEÑO DE UNA PRÓTESIS DE BRAZO CON SEIS GRADOS DE
LIBERTAD.**

LEONARDO ROJAS VASQUEZ

**FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE MECANICA
BOGOTÁ D.C.
2009**

**DISEÑO DE UNA PRÓTESIS DE BRAZO CON SEIS GRADOS DE
LIBERTAD.**

LEONARDO ROJAS VASQUEZ

**TRABAJO INTEGRAL DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO
DE INGENIERO MECÁNICO**

**DIRECTOR TRABAJO DE GRADO
CARLOS ARTURO BOHORQUEZ AVILA
INGENIERO MECÁNICO**

**FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA
FACULTAD DE INGENIERIAS
PROGRAMA DE MECÁNICA
BOGOTÁ D.C.
2009**

DIRECTIVAS DE LA UNIVERSIDAD

Presidente de la Universidad y Rector del Claustro

Dr. JAIME POSADA DIAZ

Vicerrector de Desarrollo y Rector de Recursos Humanos

Dr. LUIS JAIME POSADA GARCIA PEÑA

Vicerrectora Académica y de Postgrados.

Dra. ANA JOSEFA HERRERA VARGAS

Decano Facultad de Ingenierías

Ing. JULIO CESAR FUENTES ARISMENDI

Director Ingeniería Mecánica

Ing. ALVARO HERNANDEZ BUSTOS

**La responsabilidad de los
conceptos emitidos en este
escrito es exclusiva de su
autor.**

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

A Dios; a mi padre por su apoyo incondicional; a mi madre por su amor, a mis hermanas por su cariño y amistad; y a todas aquellas personas que de una u otra forma han contribuido en la realización de este importante logro a lo largo de mi vida.

Leonardo Rojas Vásquez

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento a:

Ing. ANDRÉS SÁNCHEZ., por su colaboración en la realización del presente proyecto.

Ing. JUAN ECHEVERRY., por su colaboración en la elaboración del presente proyecto.

Ing. RICARDO RIOS., por su colaboración en la elaboración del presente proyecto.

Ing. CARLOS ARTURO BOHORQUEZ., Director del proyecto.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Diseño de una prótesis de brazo con seis grados de libertad.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ❖ Evaluar el sistema de movimientos del brazo en extensión y flexión en relación con su eficiencia.
- ❖ Realizar el análisis cinético y cinemático para la determinación de fuerzas y velocidades presentes en los movimientos del brazo.
- ❖ Calcular los esfuerzos en el brazo para la determinación de materiales.
- ❖ Plantear y evaluar las alternativas para la prótesis más eficiente y los materiales de construcción.
- ❖ Seleccionar la mejor alternativa de la prótesis más eficiente y materiales de construcción.
- ❖ Diseñar la prótesis con medidas antropométricas.
- ❖ Analizar por elementos finitos el comportamiento de la prótesis ante las cargas aplicadas.
- ❖ Elaborar el manual de operación y mantenimiento.
- ❖ Elaborar los planos generales y de fabricación.
- ❖ Evaluar financieramente el proyecto.

GLOSARIO

Abducción. Un tipo de movimiento de una parte del cuerpo respecto a otra, en dirección transversal.

Aducción. Movimiento lateral hacia la línea media del cuerpo.

Amputación. Una amputación es una condición adquirida cuyo resultado es la pérdida de una extremidad.

Antropometría. Se considera a la antropometría como la ciencia que estudia las medidas del cuerpo humano, con el fin de establecer diferencias entre individuos, grupos, razas, etc.

Articulación. Es la unión de dos huesos, las articulaciones son estructuras que tienen como propósito mantener conectados los huesos permaneciendo juntos estos por medio de los ligamentos y los músculos.

Biomateriales. Es una sustancia farmacológicamente inerte diseñada para ser implantada o incorporada dentro del sistema vivo.

Biomecánica. Es una disciplina científica que tiene por objeto el estudio de las estructuras de carácter mecánico que existen en los seres vivos, fundamentalmente del cuerpo humano. Esta área de conocimiento se apoya en diversas ciencias biomédicas, utilizando los conocimientos de la mecánica, la ingeniería, la anatomía, la fisiología y otras disciplinas, para estudiar el comportamiento del cuerpo humano y resolver los problemas derivados de las diversas condiciones a las que puede verse sometido.

Extensión. Aumento en el ángulo de una articulación.

Flexión. Disminución en el ángulo de una articulación.

Prótesis. Es un elemento desarrollado con el fin de mejorar o reemplazar una función, una parte o un miembro completo del cuerpo humano.

INTRODUCCION

La prótesis de brazo ha constituido desde siempre un objeto de la investigación tanto de medicina como de la ingeniería mecánica, dirigido a la recuperación del miembro superior del cuerpo humano, con el fin de restaurar su funcionalidad basada en la manipulación de objetos ligados directamente a la mano humana, que es un órgano prensil necesario para desarrollar las actividades laborales, recreativas y de comunicación cuya finalidad es potenciar la actividad humana.

Si la mano constituye, sin duda, el componente funcional más importante de las prótesis de miembro superior, también son importantes y necesarias las articulaciones artificiales de la muñeca y el codo.

La finalidad principal de las prótesis de miembro superior es restaurar la funcionalidad perdida por causa de la amputación o de una malformación congénita; a un que no es menos importante que recuperar la imagen del miembro.

La amputación se define como la remoción de una extremidad, esta puede ser congénita, traumática o quirúrgica. Estas han acompañado al hombre a través del tiempo.

Es por esto que el interés de este proyecto es desarrollar el diseño de una prótesis mecánica de miembro superior que cumpla con los requerimientos de las actividades diarias desarrolladas por el hombre teniendo en cuenta que la prótesis se encuentre adaptada a las condiciones técnicas, económicas y culturales del país.

Por otra parte cabe resaltar que dentro del proyecto no se tiene en cuenta el accionamiento de la prótesis por fuentes energéticas ni por cables simplemente se acciona mediante la aplicación de agentes externos, que garantiza los grados de libertad y la funcionalidad mecánica para realizar los movimientos de pronación, supinación de la muñeca, flexión, extensión del codo, cierre y abertura de la pinza que son los movimientos que comúnmente realiza el hombre para desarrollar las actividades diarias.

1. ANTECEDENTES

1.1 CIFRAS SOBRE AMPUTACIONES DE MIEMBRO SUPERIOR.

El siguiente estudio fue realizado entre las décadas de los años ochenta y noventa en la ciudad de Bogotá por ser esta la capital del país, y el lugar donde se realizan la mayoría de los procedimientos para amputación de miembro superior, para ello se consultaron las historias clínicas relacionadas con la amputación del miembro superior, en las siguientes instituciones: Fundación Pro-Cirugía Reconstructiva (CIREC), Hospital Militar, y Hospital San Juan de Dios; se eligieron dichas entidades, teniendo en cuenta el número de pacientes amputados que ellas atendieron, tanto en cirugía como en rehabilitación.¹

El estudio realizado comprendió específicamente el año 1987 hasta el año 1995, para un total de 675 casos consultados; el peso porcentual de la información consultada por entidad, es la siguiente: CIREC 94.96%, Hospital Militar 3.56%, Hospital San Juan de Dios 1.48%.²

Aunque la información que se está teniendo en cuenta para este proyecto tiene 14 años de existencia sirve como parámetro para conocer la incidencia y la frecuencia con la que ocurren las amputaciones en nuestro país, así mismo se entrará a señalar cuáles son las principales causas para llevar a cabo una amputación según el tema que a continuación se trata.

1.2 FRECUENCIA ANUAL.

A partir de la tabla 1 se determinará la distribución anual de amputación de miembro superior teniendo en cuenta el número de pacientes a los que se les practicó este tipo de intervención a lo largo de cada año.

Tabla 1. Distribución anual de amputaciones de miembro superior.

Año	No. de pacientes	%
1987	88	13.04
1988	52	7.70
1989	84	12.44
1990	91	13.48
1991	71	10.51
1992	82	12.14
1993	78	11.55

¹ CORTES, Luis. y NIÑO, Libardo. Estudio funcional del miembro superior. En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (1996); p.200.

² Ibit, p.203.

1994	65	9.63
1995	64	9.48
Total	675	100

Fuente: CORTES, Luis. y NIÑO, Libardo. Estudio funcional del miembro superior.
En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (1996); p.200.

Observando la tabla 1 se determina que durante el transcurso de 9 años existieron en el país alrededor de 675 amputaciones, una cifra considerable de personas que sufrieron algún tipo de amputación y que requieren de un tratamiento protésico para recuperar su miembro.

1.3 EDAD.

Se seleccionaron cinco rangos de edad, de tal manera, que la población en cada categoría presenta características antropométricas y desarrollo personal relativamente homogéneas, las categorías seleccionadas son:³

- ❖ 0 a 5 años. Infantes que están bajo el cuidado directo de sus padres.
- ❖ 6 a 15 años. Niños en edad escolar.
- ❖ 16 a 35 años. Adolescentes y adultos jóvenes.
- ❖ 36 a 60 años. Adultos
- ❖ Más de 60 años. Adultos mayores y ancianos

En tabla 2 se muestran las cifras de amputación de miembro superior por rangos de edad.

Tabla 2. Distribución de amputación de miembro superior por rango de edad.

Edad	No. de pacientes	%
0-5	97	14.37
6-15	51	7.55
16-35	366	54.22
36-60	141	20.89
Mas de 60	20	2.97
Total	675	100

Fuente: CORTES, Luis. y NIÑO, Libardo. Estudio funcional del miembro superior.
En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (1996); p.212.

³ CORTES, y NIÑO, Op.cit.,213

Teniendo en cuenta la tabla 2 se observa que la mayoría de las amputaciones ocurren entre los 16 y 35 años con una cifra de 366 pacientes que en su gran mayoría se someterán a un proceso de protetización.

1.4 DISTRIBUCION POR SEXO.

En tabla 3 se muestran cifras que determinan a partir del sexo la cantidad de amputaciones.

Tabla 3. Distribución de amputaciones de miembro superior por sexo.

Sexo	No.de pacientes	%
Femenino	127	18.82
Masculino	548	81.18
Total	675	100

Fuente: CORTES, Luis. y NIÑO, Libardo. Estudio funcional del miembro superior. En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (1996); p.213.

Claramente se observa en la tabla 3 que el sexo masculino es quien mas sufre de amputaciones esto probablemente, se debe a condiciones socio culturales del país.

1.5 CAUSAS DE AMPUTACION

La mayoría de amputaciones de miembro superior se producen por causas laborales (Machacamientos, quemaduras, etc.), generalmente debido a descuido desconocimiento o ausencia de seguridad industrial.⁴

Tabla 4. Distribución de amputaciones de miembro superior por causa

Causa	No. de pacientes	%
Laboral	241	35.7
Violencia	119	17.63
Accidente de transito	82	12.15
Congénito	82	12.15
Enfermedad	39	5.78
Otros	45	6.67
No especificado	67	9.92

⁴ CORTES, y NIÑO, Op.cit., 214.

Total	675	100
-------	-----	-----

Fuente: CORTES, Luis. y NIÑO, Libardo. Estudio funcional del miembro superior.
En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (1996); p.213.

Se puede establecer que las principales motivos para llevar a cabo la amputación de miembro superior obedecen a causas laborales y por violencia, pero se podría prever que del año 1995 al año 2009 se haya producido una disminución en el número de casos de amputación de miembro superior por causas laborales, como respuesta a la modernización de equipos industriales, implementación de mejores medidas de seguridad industrial, y el traslado de parte de la población trabajadora industrial hacia el sector de servicios.

2. ANTROPOMETRIA DEL PECIENTE Y ESTUDIO FUNCIONAL.

2.1 ANTROPOMETRIA

La antropometría se ocupa de las dimensiones físicas y proporcionales del cuerpo humano. La dimensión antropométrica, registra la medida del individuo en un momento específico de su evolución; depende de la variabilidad física, que es una constante en las distintas etapas de desarrollo del hombre debido a la edad, sexo, dieta, cultura, actividad laboral, recreativa. Etc.; que modifica sus particularidades sometidas e involucra factores fisiológicos sicosociales.⁵

Una característica particular del estudio antropométrico dirigido al diseño de prótesis es que el grupo de estudio abarca la mayor parte de la población (puesto que casi cualquier segmento de esta comprende potenciales usuarios de prótesis).

2.1.1 Parámetros antropométricos del miembro superior. En este numeral, se tienen en cuenta los valores medios del peso de cada segmento del miembro superior con respecto al peso corporal total.

Tabla 5. Peso promedio de los segmentos del miembro superior., expresado como porcentajes del peso corporal total.

Segmento	Hombres	Mujeres
Brazo	3.25	2.90
Antebrazo	2,52	1.57
Mano	0.65	0.50
Total	6.42	4.97

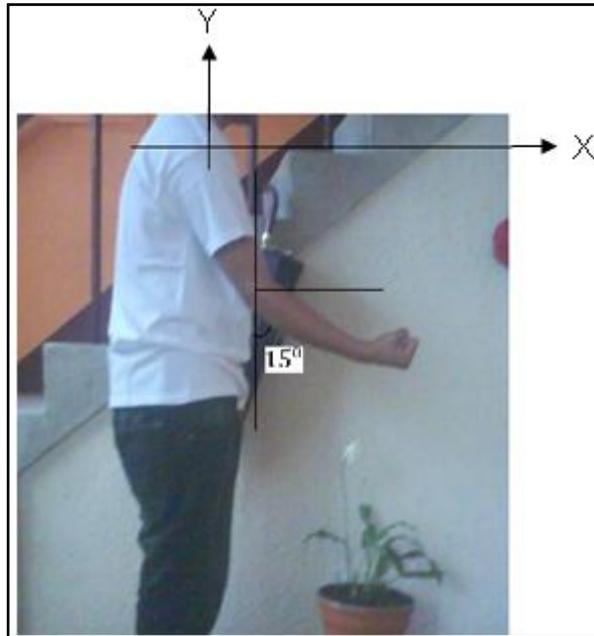
Fuente: CORTES, Luis. y NIÑO, Libardo. Estudio funcional del miembro superior. En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (1996); p.180.

2.2 ESTUDIO FUNCIONAL

Para el diseño de la prótesis se realizaron una serie de consideraciones tanto de ángulos como de desplazamiento para ello se tomaron con sideraciones reales determinas a partir de las siguientes fotografías.

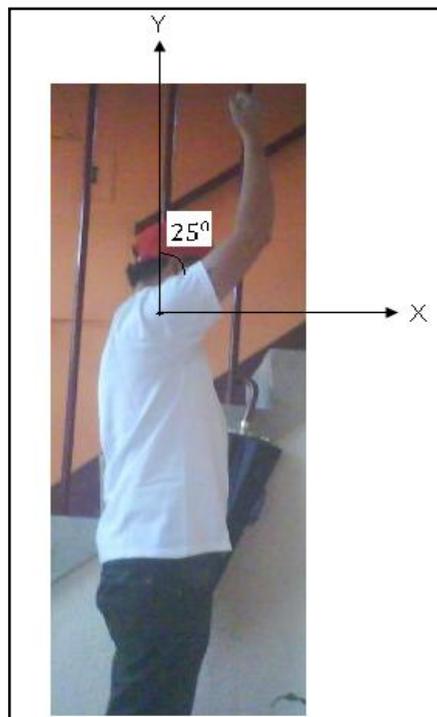
Fotografía 1. Angulo de 15⁰ para posición del brazo.

⁵ CORTES, y NIÑO, Op.cit., 172.



Fuente: El Autor.

Fotografía 2. Limite para el ángulo de barrido.



Fuente: el Autor

3. MARCO TEORICO

3.1 BIOMECÁNICA

La biomecánica se entiende como un conjunto de conocimientos, obtenidos a través del estudio de los sistemas biológicos, centrado en nuestro caso en el cuerpo humano, como un sistema de la naturaleza física-química, que está sometido a la gravedad. Desde un punto de vista muy simplista a la biomecánica le interesa el movimiento del cuerpo humano y las cargas mecánicas y de energía que se producen en ese movimiento⁶.

3.2 ESTRUCTURAS DE SOSTÉN

El cuerpo humano ha sido construido para moverse mediante la utilización y acción de ciertas estructuras de sostén como huesos, articulaciones y músculos, y este movimiento puede tomar muy variadas y complicadas formas, debido a esto se ha desarrollado una nueva disciplina, la biomecánica, que estudia la mecánica y los rangos del movimiento humano.⁷

Las acciones que principalmente interesan a la biomecánica son fundamentalmente las de caminar y levantar; seguidamente, los rangos de movimiento de las articulaciones que varían de persona a persona, debido a las diferencias antropométricas y al resultado de otros factores, como la edad, el sexo, la raza, la estructura del cuerpo, el ejercicio, la ocupación, la fatiga, la enfermedad, la posición del cuerpo y la presencia o ausencia de ropa.⁸

3.3 PALANCAS DEL CUERPO HUMANO

En el cuerpo humano la biomecánica está representada por un "sistema de palancas", que consta de los segmentos óseos (como palancas), las articulaciones (como apoyos), los músculos agonistas (como las fuerzas de potencia), y la sobrecarga (como las fuerzas de resistencias). Según la ubicación de estos elementos, se pueden distinguir tres tipos de géneros de palancas:

- ❖ Primer Género o Interapoyo: considerada palanca de equilibrio, donde el apoyo se encuentra entre las fuerzas potencia y resistencia.

⁶ MIRALLES MARRERO, Rodrigo C. Biomecánica clínica de las patologías del aparato locomotor. El servier España: Masson, 2007, 446 p.

⁷ Ibid., p. 4.

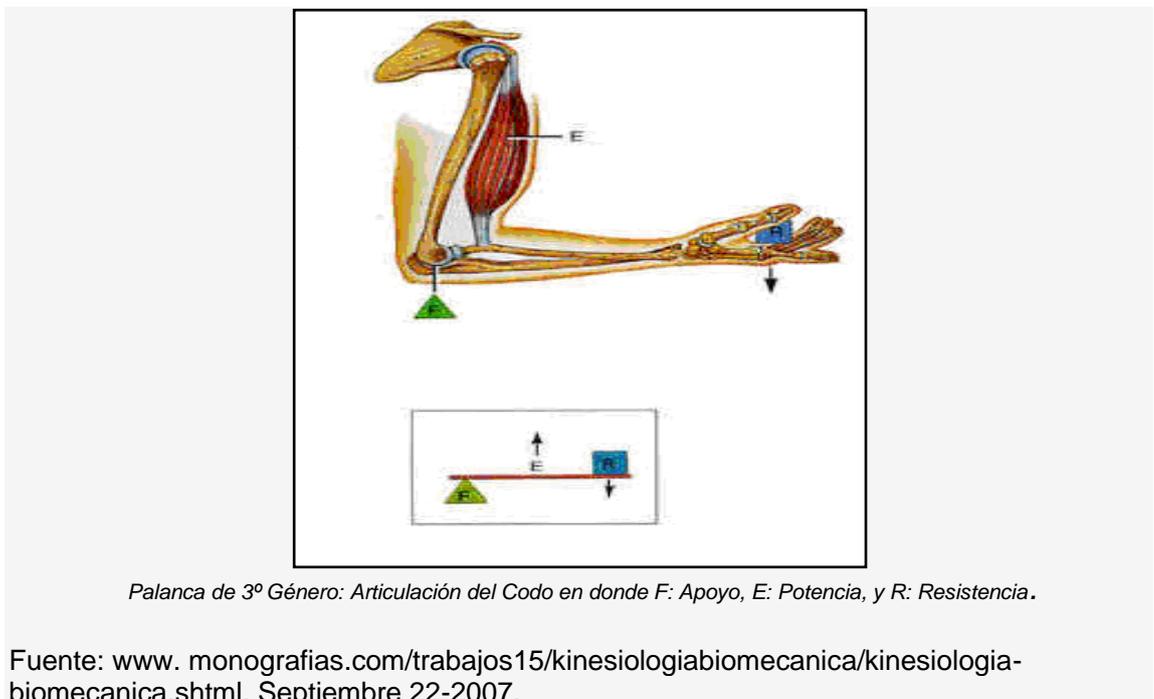
⁸ Ibid., P 4

- ❖ Segundo Género o Interresistencia: como palanca de fuerza, donde la fuerza resistencia se sitúa entre la fuerza potencia y el apoyo.
- ❖ Tercer Género o Interpotencia: considerada palanca de velocidad, donde la fuerza potencia se encuentra entre la fuerza resistencia y el apoyo.

En el cuerpo humano abundan las palancas de tercer género, pues favorecen la resistencia y por consiguiente la velocidad de los movimientos. Como ejemplos de los tres géneros de palancas en el cuerpo humano se encuentran clasificados así:

- ❖ **1º.Género:** articulación occipitoatloidea (apoyo); músculos extensores del cuello (potencia); y peso de la cabeza (resistencia).
- ❖ **2º.Género:** articulación tibiotarsiana (apoyo); músculos extensores del tobillo (potencia); y peso del cuerpo (resistencia).
- ❖ **3º.Género:** articulación del codo (apoyo); músculos flexores del codo (potencia); y peso del antebrazo y la mano (resistencia) (le falta la cita bibliográfica)

Figura 1. Palancas que actúan en el brazo



Cabe aclarar; que según la posición en el espacio del sistema involucrado en el movimiento, una misma articulación puede presentar más de un género. Por ej. El codo: flexión (2ºgen.) y extensión (1ºgen.)

Sobre la palanca del sistema conviene destacar dos elementos muy importantes para el análisis biomecánico. Se encuentra el **BRAZO DE POTENCIA** como la distancia perpendicular entre el apoyo y la línea de acción muscular, determinada entre sus tendones y por otro lado, el **BRAZO DE RESISTENCIA** como la distancia horizontal entre el apoyo y el punto de aplicación de la resistencia, como la distancia horizontal entre el apoyo y el punto de aplicación de la resistencia.

3.3.1 Momentos de fuerza Para provocar el movimiento de algún segmento corporal el **músculo agonista** debe realizar una tracción ósea a partir de su inserción móvil. Esta inserción se encuentra a una determinada distancia de la articulación eje del movimiento. La línea de acción de un músculo, presenta con el eje mecánico del hueso movilizado un ángulo denominado alfa.⁹

Para determinar el valor de la fuerza que realiza el músculo, en los distintos ángulos de excursión articular, es necesario calcularlo a través del "Momento de Fuerza", que equivale al producto de la Fuerza por el Brazo de Palanca por el seno de alfa:

MOMENTO DE FUERZA = fuerza x brazo de palanca x seno de alfa

Cuando la posición articular se corresponde a la longitud media del músculo, donde el seno de alfa es igual a 1, el momento de fuerza muscular es máximo. Antes y después de esa posición, los valores de alfa son menores y la eficacia del momento de fuerza se reduce.

3.3.2 Ventaja mecánica Durante un movimiento, la tensión generada por las fibras musculares agonistas varía, dependiendo de las variaciones que sufre la longitud de ambos brazos de palanca (potencia y resistencia).

- ❖ Con una misma resistencia pueden presentarse dos situaciones mecánicas diferentes de acuerdo a la situación en que se encuentren los brazos de palanca:
- ❖ Cuando el brazo de potencia aumenta y el brazo de resistencia disminuye, es una situación de VENTAJA MECANICA.

⁹ MIRALLES MARRERO, Op.cit., p 6.

De ésto puede deducirse una relación inversamente proporcional entre el brazo de potencia y el brazo de resistencia.

$$\text{VENTAJA MECÁNICA} = \frac{\text{BRAZO DE POTENCIA}}{\text{BRAZO DE RESISTENCIA}}$$

Cuando ambos brazos de palanca llegan a su máxima expresión (punto crítico) se produce una situación de EQUILIBRIO MECÁNICO.

Habiendo recordado todos estos conceptos, ahora es más fácil poder interpretar las variables biomecánicas tendientes a modificar la intensidad del estímulo aplicado.

3.4 ARTICULACIONES.

Las articulaciones son estructuras que tienen como propósito mantener conectados los huesos y permaneciendo juntos éstos por medio de los ligamentos y los músculos. La dirección y el grado de movimiento dependen de la forma de las superficies de la articulación; por ejemplo articulaciones con función de bisagra simple con movimiento en un solo plano (dedos, codo, rodillas); articulaciones que permiten efectuar movimientos en dos planos (muñeca o tobillo); articulaciones tipo esfera y cuenca, que permiten un gran rango de movimientos (cadera y hombro).¹⁰

3.5 EJES DEL CUERPO HUMANO.

Los ejes en el ser humano pueden ser conceptualizados como líneas imaginarias que atraviesan el cuerpo, que ayudan a describir y a comprender mejor la ejecución de los movimientos. Los mismos pueden ser divididos o agrupados en tres secciones.

- ❖ Eje Cefalopodal: Es el más largo del cuerpo, que se representa por una línea imaginaria que va desde las vértebras cervicales al centro de las superficies de apoyo, formadas por los pies ubicado perpendicularmente al plano horizontal, estando el sujeto de pie con las extremidades inferiores unidas.
- ❖ Eje Anteroposterior: Es una línea imaginaria perpendicular al tórax (plano frontal) que lo atraviesa de adelante hacia atrás.

¹⁰ MIRALLES MARRERO, Op.cit., p 23.

- ❖ Eje Transversal: Es una línea imaginaria que atraviesa de lado a lado en forma perpendicular al plano sagital.

Tabla 5. Movimientos existentes en los planos y ejes del cuerpo humano

Plano	Eje	Movimientos
Medio o Sagital	Transversal	Flexión y extensión
Frontal	Antero posterior	Abducción y aducción
Horizontal	Cefalo podal	Movimiento de rotación

Fuente: www.monografias.com/trabajos15/kinesiologia.biomecanica/kinesiologia.biomecanica.shtml. Septiembre 22-2007.

3.6 DEFINICIÓN DE LOS MOVIMIENTOS DE LA EXTREMIDAD SUPERIOR

Tradicionalmente, se consideran cinco movimientos de las extremidades superiores: las tres rotaciones del hombro, la flexión-extensión del codo y la prono-supinación del ante brazo. Adicionalmente, se consideran dos rotaciones de la muñeca con respecto al ante brazo (abducción y aducción). Los movimientos se definen de forma independiente utilizando planos y ejes de referencia del cuerpo.

3.7 ANÁLISIS BIOMECÁNICO DE LOS MOVIMIENTOS HUMANOS

Análisis Cinemático: Describe el movimiento mediante la determinación de posiciones, velocidades y aceleraciones lineales y angulares de cada uno de los segmentos del sistema de estudio.

Análisis Cinético: Descripción del movimiento mediante la determinación de las solitudes mecánicas actuantes sobre cada uno de los elementos del sistema de estudio componentes de este estudio:

- ❖ Análisis Cinético cuando el sistema se halla en reposo.
- ❖ Análisis Cinético cuando el sistema se halla en movimiento.

En la literatura biomecánica se han desarrollado diversas técnicas para la medición directa de las fuerzas ejercidas por los músculos y tendones, así como para la determinación del estado tensodeformacional de huesos y

ligamentos en las distintas posiciones que suceden durante el movimiento. No obstante, la mayoría de estas técnicas solo son aplicables en experimentación animal, ya que, en general, requiere pequeñas intervenciones quirúrgicas.

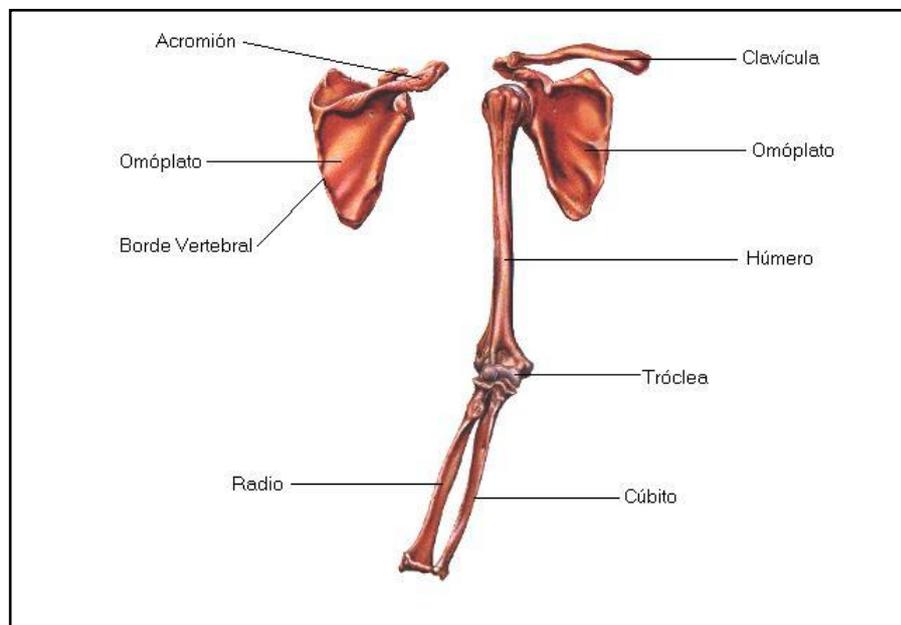
Así pues, las técnicas de medición directa en la práctica se reducen a la captación de las acciones externas ejercidas sobre el medio en donde se ejecute el movimiento y a la evaluación cualitativa de la actividad muscular mediante las técnicas de electro miografía¹¹.

3.8 ANATOMÍA DEL BRAZO

3.8.1 Brazo. El esqueleto del brazo consta de un sólo hueso: el húmero, un hueso largo, par, no simétrico que ofrece un cuerpo y dos extremos.

3.8.2 Cuerpo. El cuerpo es casi rectilíneo, algo retorcido sobre su eje, con un canal llamado canal de torsión o canal radial. Irregularmente cilíndrico en su parte superior, en su mitad inferior adopta la forma de un prisma triangular.

Figura 2. Anatomía del brazo humano



Fuente: www.auxilio.com.mx/manuales/hombro.gif. Septiembre 22-2007

¹¹ TREW, Marion y EVERRET Tony, Op.cit., p 25

3.9 ANTROPOMETRÍA.

Se considera a la antropometría como la ciencia que estudia las medidas del cuerpo humano, con el fin de establecer diferencias entre individuos, grupos, razas, etc. Esta ciencia encuentra su origen en el siglo XVIII en el desarrollo de estudios de antropometría racial comparativa por parte de antropólogos físicos; aunque no fue hasta 1870 con la publicación de "Antropometría" del matemático belga Quetlet, cuando se considera su descubrimiento y estructuración científica. Las dimensiones del cuerpo humano varían de acuerdo al sexo, edad, raza, nivel socioeconómico, etc.; por lo que esta ciencia dedicada a investigar, recopilar y analizar estos datos, resulta una directriz en el diseño de los objetos y espacios arquitectónicos, al ser estos contenedores o prolongaciones del cuerpo y que por lo tanto, deben estar determinados por sus dimensiones.

Estas dimensiones son de dos tipos esenciales: estructurales y funcionales. Las estructurales son las de la cabeza, tronco y extremidades en posiciones estándar. Mientras que las funcionales o dinámicas incluyen medidas tomadas durante el movimiento realizado por el cuerpo en actividades específicas. Al conocer estos datos se conocen los espacios mínimos que el hombre necesita para desenvolverse diariamente, los cuales deben de ser considerados en el diseño de su entorno. Aunque los estudios antropométricos resultan un importante apoyo para saber la relación de las dimensiones del hombre y el espacio que este necesita para realizar sus actividades, en la práctica se deberán tomar en cuenta las características específicas de cada situación, debido a la diversidad antes mencionada; logrando así la optimización en el proyecto a desarrollar.

3.10 QUÉ ES UNA AMPUTACIÓN

Una amputación, es una condición adquirida cuyo resultado es la pérdida de una extremidad.

3.10.1 Amputación de brazo (Por encima del codo): Este tipo de amputación se define como realizada a cualquier nivel deseado, entre la región supracondilea del húmero y el nivel del pliegue axilar.

Como en todas las demás amputaciones se debe conservar la mayor longitud del miembro.

La única indicación absoluta para amputar, prescindiendo de toda otra circunstancia, es la pérdida de aporte sanguíneo de un miembro. No obstante, y dadas otras circunstancias que indican la amputación se pueden enumerar las siguientes:

- ❖ Enfermedad vascular periférica (arteriosclerosis, arteriosclerosis asociada a diabetes mellitus, gangrena, etc.).
- ❖ **Traumatismo:** (es la segunda de las causas en frecuencia. comprende también las quemaduras térmicas o por congelación, quemaduras eléctricas graves, etc.).
- ❖ Infección: (aguda, crónica, gangrena gaseosa fulminante. No obstante, es cada vez menos frecuente).
- ❖ Lesiones nerviosas (presencia de úlceras tróficas, lesiones graves del plexo braquial, etc.)
- ❖ Anomalías congénitas: es la que se presentan de nacimiento.

3.10.2 Niveles de amputación. Para que el muñón del brazo resulte útil, tiene importancia esencial conservar la inserción del músculo deltoide y de los rotadores externos e internos.

Si se pierden estas inserciones musculares, el muñón queda inmobilizado en la articulación del hombro y ya solo es posible lograr una movilidad de la prótesis con ayuda del músculo pectoral mayor.

Las prótesis para amputaciones a nivel del brazo varían, según la longitud del muñón en el sistema de anclaje proximal.

Se consideran muñones largos-medios los que se encuentran entre el 80 % y el 50 % de la longitud residual del húmero; muñones medios- cortos, entre el 50% y el 30 %; de otra parte los que no alcanzan el 30 % se consideran muñones muy cortos.

3.11 QUÉ ES UNA PRÓTESIS DE BRAZO.

Las prótesis de brazo pueden sustituir las funciones básicas y más importantes de una mano como por ejemplo abrirla y cerrarla, así como restablecer el aspecto exterior.

3.11.1. Clases de prótesis de brazo comerciales

3.11.1.1. Prótesis mioeléctrica de brazo. Las prótesis de brazo con control mioeléctrica son prótesis con fuerza ajena. Mío viene de la palabra griega “mys”, lo que significa “músculo”.

Por un complejo proceso biomecánico, en cada contracción de un músculo se realiza una tensión eléctrica, que se puede medir en la piel. Estas señales son aprovechadas para controlar los componentes protésicos eléctricamente accionados.

Estas tensiones eléctricas se sitúan en el campo de micro-voltios (1μ voltio = 1 millonésima parte de voltio). Los electrodos las registran, las refuerzan y serán aprovechadas para el control de los componentes mecatrónicos.

No sólo es importante la tecnología perfecta, sino también es el hecho de cómo logra el paciente dominar esta tecnología e integrarla en su esquema físico y personal.

3.11.1.2. Prótesis de brazo accionada por tracción. Las prótesis accionadas por tracción son prótesis con fuerza propia. Aquí se trata de los llamados brazos de aprehensión activos, en los que la función de la prótesis se controla mediante las propias fuerzas del muñón y/o del correaje de tracción.

3.11.1.3 Prótesis de brazo Cosméticas. La restauración cosmética o reproducción del brazo o la mano contra lateral es una opción protésica muy popular. Esto implica reemplazar lo que se perdió con la amputación o la deficiencia congénita, usando una prótesis que tenga un aspecto similar al brazo o la mano no afectados y proporcione un sencillo dispositivo de ayuda para el equilibrio y la carga de objetos o pesos.

A las prótesis cosméticas se les denomina en ocasiones prótesis pasivas porque la mano protésica no es funcional. Es decir, raramente da la capacidad para sujetar objetos. La restauración cosmética se logra típicamente usando alguno de estos tres materiales: PVC rígido, látex flexible o silicona. Estos tipos de prótesis son con frecuencia más livianos que otras opciones protésicas y requieren menos mantenimiento porque tienen menos piezas móviles que otras opciones protésicas.

4. SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS

Analizando las consideraciones anteriores para la selección de una prótesis de miembro superior, y teniendo en cuenta los requerimientos funcionales de la misma, se plantean tres alternativas de diseño.

La primera alternativa de diseño es una prótesis de miembro superior mecánica, en la cual se utilizan fuerzas externas para su accionamiento.

Como segunda alternativa se tiene una prótesis de miembro superior mioeléctrica, en la cual la fuerza se transmite a través de impulsos eléctricos, los que provocan fuerzas prensoras y movimientos del brazo.

Finalmente, la tercera alternativa de diseño es una prótesis de miembro superior cosmética, cuya finalidad es simplemente dar una apariencia estética del miembro, sin realizar ningún tipo de fuerza ni movimiento.

4.1 MATRIZ DE SELECCIÓN

Teniendo claras las tres alternativas de diseño, se realiza a continuación una matriz de selección para definir la opción de diseño más apropiada y viable, según los siguientes criterios: funcionalidad, peso, fuentes energéticas, medidas antropométricas, mantenimiento, entrenamiento físico, costos, abertura y cierre de la mano, acople al muñón, extensión y flexión del codo, pronación y supinación de la muñeca, a estos parámetros se le realizará una evaluación cualitativa y cuantitativa sobre una escala de 1.0-5.0 sobre un total de 50.0 puntos.

Tabla 6. Alternativas de diseño.

Prótesis mecánica	Prótesis mioeléctrica	Prótesis cosmética
<ul style="list-style-type: none"> • Prótesis funcional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Prótesis funcional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Prótesis pasiva.
<ul style="list-style-type: none"> • La fuerza se transmite a través de agentes externos. 	<ul style="list-style-type: none"> • La fuerza se transmite a través de señales eléctricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • No realiza fuerza alguna.
<ul style="list-style-type: none"> • Tiene un reducido pesos 	<ul style="list-style-type: none"> • Peso excesivo 	<ul style="list-style-type: none"> • Son muy livianas
<ul style="list-style-type: none"> • Es independiente de fuentes energéticas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tiene un elevado consumo energético. 	<ul style="list-style-type: none"> • No necesita ningún tipo de fuente energética.
<ul style="list-style-type: none"> • Mantiene el entorno muscular. 	<ul style="list-style-type: none"> • Son demasiado robustos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mantienen el entorno muscular.
<ul style="list-style-type: none"> • No presenta con frecuencia averías. 	<ul style="list-style-type: none"> • Presenta frecuentemente averías. 	<ul style="list-style-type: none"> • Necesita ser sustituida en determinado tiempo.
<ul style="list-style-type: none"> • No necesita mucho entrenamiento. 	<ul style="list-style-type: none"> • Entrenamiento laborioso. 	<ul style="list-style-type: none"> • No necesita mucho entrenamiento.
<ul style="list-style-type: none"> • Costos bajos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Costos muy elevados. 	<ul style="list-style-type: none"> • Costos bajos.
<ul style="list-style-type: none"> • Abertura y cierre de la mano, buenos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Abertura y cierre de la mano, buenos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Abertura y cierre de la mano, no realiza ninguno de éstos.
<ul style="list-style-type: none"> • Movimiento de extensión y flexión en el codo regulares. 	<ul style="list-style-type: none"> • Movimiento de extensión y flexión en el codo son buenos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Movimiento de extensión y flexión en el codo no realiza ninguno de, éstos.
<ul style="list-style-type: none"> • Movimiento de pronación y supinación de la muñeca son regulares. 	<ul style="list-style-type: none"> • Movimiento de pronación y supinación de la muñeca buenos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Movimiento de pronación y supinación de la muñeca no realiza ninguno de éstos.
<ul style="list-style-type: none"> • Acople al muñón es bueno. 	<ul style="list-style-type: none"> • Acople al muñón es deficiente por su tamaño. 	<ul style="list-style-type: none"> • Acople al muñón bueno..
<ul style="list-style-type: none"> • Ejerce presión. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ejerce presión. 	<ul style="list-style-type: none"> • No ejerce presión.

Fuente: el Autor.

Tabla 7. Matriz de selección.

Parámetros	Prótesis Mecánica.	Prótesis mioeléctrica	Prótesis cosmética
Funcionalidad.	3.0	4.0	1.0
Accionamiento.	3.0	4.0	1.0
Peso	3.0	2.0	4.0
Fuentes energéticas.	4.0	2.0	4.0
Medidas antropométricas.	3.0	1.0	4.0
Mantenimiento	3.0	2.0	3.5
Entrenamiento físico.	3.0	1.0	3.5
Costos	3.0	2.0	3.5
Abertura y cierre de la mano.	3.0	3.5	1.0
Acople al muñón.	3.0	2.0	4.0
Extensión y flexión del codo.	3.0	3.5	1.0
Pronación y supinación muñeca.	3.0	3.5	1.0
Presión que ejerce.	3.0	3.5	1.0
Total	41.0	36.0	33.0

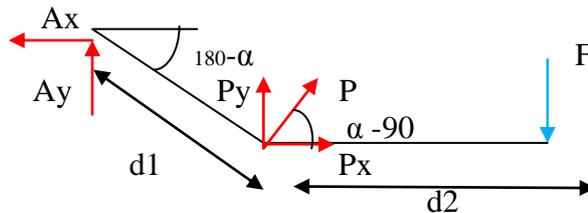
Fuente: el Autor

Se escoge la alternativa de diseño correspondiente a una prótesis mecánica, ya que evaluada cuantitativamente en la matriz obtuvo el mejor resultado.

5. DESARROLLO ESTÁTICO DEL BRAZO Y ANÁLISIS DE FUERZAS

La metodología empleada para resolver la variación de las reacciones presentadas en el brazo en función del ángulo, se derivan de realizar el diagrama de cuerpo libre como se muestra en la Figura 3.

Figura 3. Diagrama de cuerpo libre.



Fuente: el Autor

Donde:

Ax: Reacción en el apoyo en dirección x

Ay: Reacción en el apoyo en dirección y

Px: Fuerza que se desarrolla en el brazo en dirección x

Py: Fuerza que se desarrolla en el brazo en dirección y

F: Fuerza que soporta el brazo.

P: Fuerza resultante.

α : Ángulo en el que varía las reacciones.

d1: Distancia del brazo.

d2: Distancia del antebrazo.

Realizando sumatoria de fuerzas en dirección X igual a cero:

$$\sum F_x = -A_x + P_x = 0 \quad \text{(Ecuación 1)}$$

Realizando sumatoria de fuerzas en dirección Y igual a cero:

$$\sum F_y = -A_y + P_y - F = 0 \quad \text{(Ecuación 2)}$$

Realizando sumatoria de momentos alrededor en el apoyo A:

$$P_y d_1 \cos(180 - \alpha) + P_x d_1 \sin(180 - \alpha) - F(d_2 + d_1 \cos(180 - \alpha)) = 0 \quad \text{(Ecuación 3)}$$

Relación $P_x = P_y$

$$P_y = P_x \tan(\alpha - 90) \quad \text{(Ecuación 4)}$$

Dado que se tiene cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas (A_x , A_y , P_x , P_y):

$$P_y = \frac{Fd_2 + Fd_2 \cos(180 - \alpha)}{d_1 \cos(180 - \alpha) + \frac{d_1 \sin(180 - \alpha)}{\tan(\alpha - 90)}} \quad (\text{Ecuación5})$$

$$A_y = F - \left[\frac{Fd_2 + Fd_2 \cos(180 - \alpha)}{d_1 \cos(180 - \alpha) + \frac{d_1 \sin(180 - \alpha)}{\tan(\alpha - 90)}} \right] \quad (\text{Ecuación6})$$

$$P_x = \frac{\left[\frac{Fd_2 + Fd_2 \cos(180 - \alpha)}{d_1 \cos(180 - \alpha) + \frac{d_1 \sin(180 - \alpha)}{\tan(\alpha - 90)}} \right]}{\tan(\alpha - 90)} \quad (\text{Ecuación7})$$

Donde $A_x = P_x$

Estas ecuaciones son válidas para ángulos entre 0-180 a excepción 90.

Realizando una muestra de cálculo como se muestra en la siguiente cuadro.

Tabla 8. Datos de entrada a Excel.

DATOS DE ENTRADA		
INGRESE DISTANCIA d1	0.32	m
INGRESE DISTANCIA d2	0.27	m
FUERZA A RESISTIR	17.6	N
INGRESE FUERZA A RESISTIR EN LIBRAS	4	lb

Fuente: el Autor

Para observar la variación de las reacciones en función del ángulo:

Tabla 9. Valor de las reacciones a diferentes ángulos.

Angulo en grados	Angulo en radianes	Py (N)	Ay (N)	Px (N)	Ax (N)
180	3.141592654	83.6352	-66.0352	5.12328E-15	5.12328E-15
170	2.967059728	81.1132901	-63.5132901	14.30246155	14.30246155
160	2.792526803	73.8517401	-56.2517401	26.87983515	26.87983515
150	2.617993878	62.7264	-45.1264	36.21510393	36.21510393
140	2.443460953	49.07915	-31.47915	41.18229669	41.18229669
130	2.268928028	34.55605	-16.95605	41.18229669	41.18229669
120	2.094395102	20.9088	-3.3088	36.21510393	36.21510393

110	1.919862177	9.7834599	7.8165401	26.87983515	26.87983515
100	1.745329252	2.52190986	15.0780901	14.30246155	14.30246155
90	1.570796327	0	17.6	0	0
80	1.396263402	2.52190986	15.0780901	-14.3024615	-14.3024615
70	1.221730476	9.7834599	7.8165401	-26.8798351	-26.8798351
60	1.047197551	20.9088	-3.3088	-36.2151039	-36.2151039
50	0.872664626	34.55605	-16.95605	-41.1822967	-41.1822967
40	0.698131701	49.07915	-31.47915	-41.1822967	-41.1822967
30	0.523598776	62.7264	-45.1264	-36.2151039	-36.2151039
20	0.34906585	73.8517401	-56.2517401	-26.8798351	-26.8798351
10	0.174532925	81.1132901	-63.5132901	-14.3024615	-14.3024615
0	0	83.6352	-66.0352	-5.1233E-15	-5.1233E-15

Fuente: el Autor.

A partir de los resultados obtenidos de la muestra de cálculo se determina que las reacciones máximas se encuentran en un ángulo 170° , tomando como referencia que en este ángulo es donde se encuentra la reacción máxima de todo el sistema, los valores correspondientes para cada reacción corresponden a :

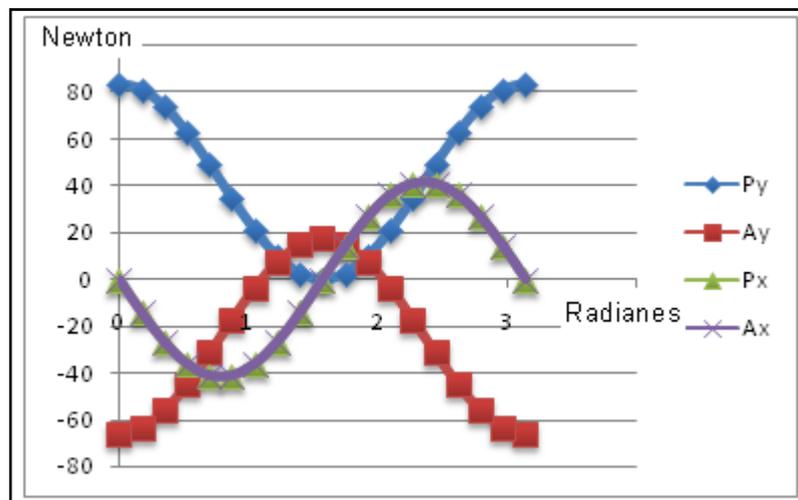
$$P_y = 81.1132901 \text{ N}$$

$$P_x = 14.30246155 \text{ N} =$$

$$A_y = -63.5132901 \text{ N}$$

$$A_x = 14.30246155$$

Figura 4. Comportamiento de las reacciones



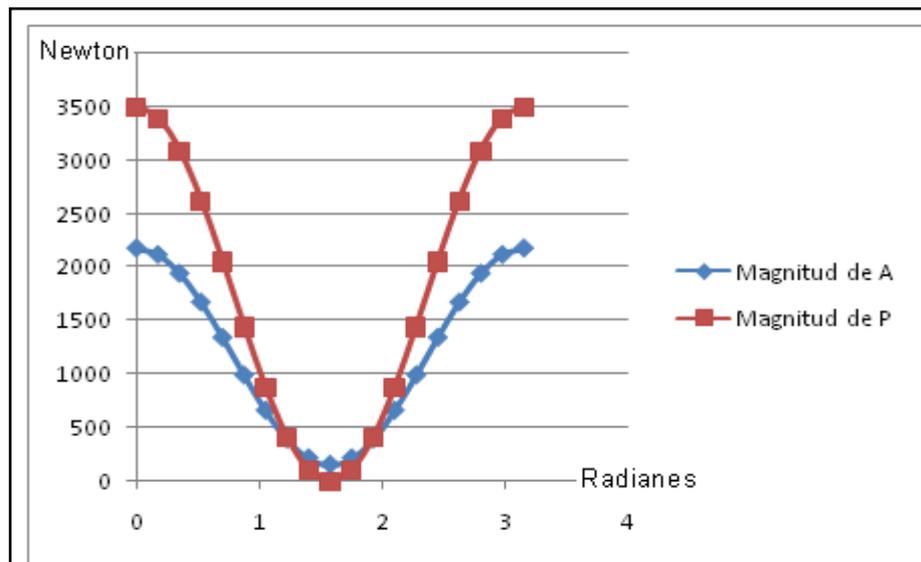
Fuente: el Autor

Tabla 10. Valores de las magnitudes A y P.

Angulo en radianes	Magnitud de A. (N)	Magnitud de P. (N)
3.141592654	2180.32382	3497.42334
2.967059728	2119.249215	3391.963122
2.792526803	1943.391901	3088.302527
2.617993878	1673.962865	2623.067505
2.443460953	1343.459224	2052.372264
2.268928028	991.7445956	1445.051075
2.094395102	661.2409549	874.3558349
1.919862177	391.8119184	409.1208125
1.745329252	215.9546043	105.4602178
1.570796327	154.88	0
1.396263402	215.9546043	105.4602178
1.221730476	391.8119184	409.1208125
1.047197551	661.2409549	874.3558349
0.872664626	991.7445956	1445.051075
0.698131701	1343.459224	2052.372264
0.523598776	1673.962865	2623.067505
0.34906585	1943.391901	3088.302527
0.174532925	2119.249215	3391.963122
0	2180.32382	3497.42334

Fuente: el Autor

Figura 5. Comportamiento de las magnitudes A y P.



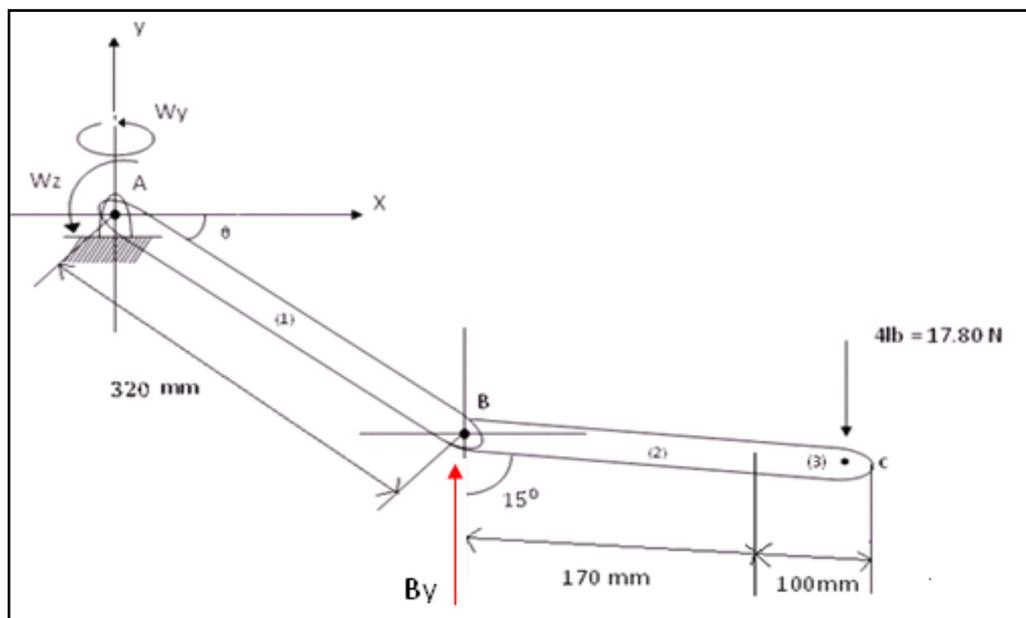
Fuente: el Autor

6. ANALISIS CINETICO Y CINEMATICO DEL BRAZO EN TRES DIMENCIONES

Para realizar el análisis del mecanismo hay que tener en cuenta, una serie de consideraciones que son base para el análisis como son:

- ❖ El pasador que se encuentra en el punto B es rígido o sea no es articulado.
- ❖ El ángulo de 15° permanece constante.

Figura 6. Esquema del brazo

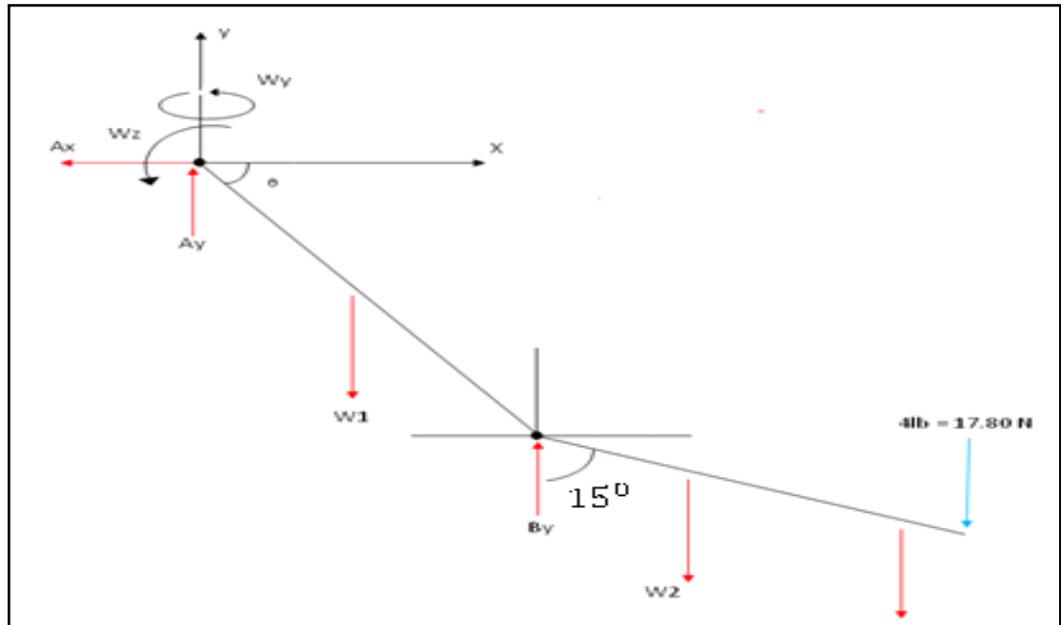


Fuente: el Autor

6.1 ANALISIS CINÉTICO DETERMINACION DE REACCIONES

En este análisis se determinarán las reacciones dinámicas del mecanismo a partir de las velocidades angulares W_y y W_z Figura 7.

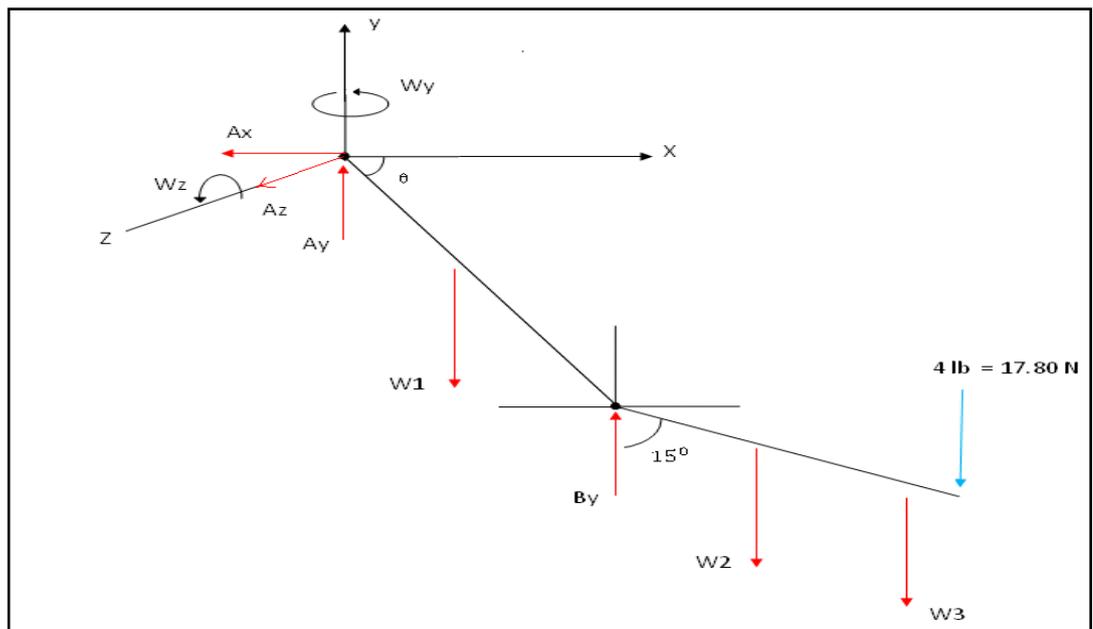
Figura 7. Velocidades angulares W_y y W_z para reacciones



Fuente: el Autor

Donde θ esta en el plano X-Y, pero este varia por la velocidad angular W_y y W_z mientras W_1, W_2 , y W_3 representan el peso del segmento en el centro de gravedad, es de tener en cuenta que W_z es la velocidad angular que pose el brazo al elevarse figura 8.

Figura 8. Dirección de las velocidades angulares W_z y W_y para reacciones.

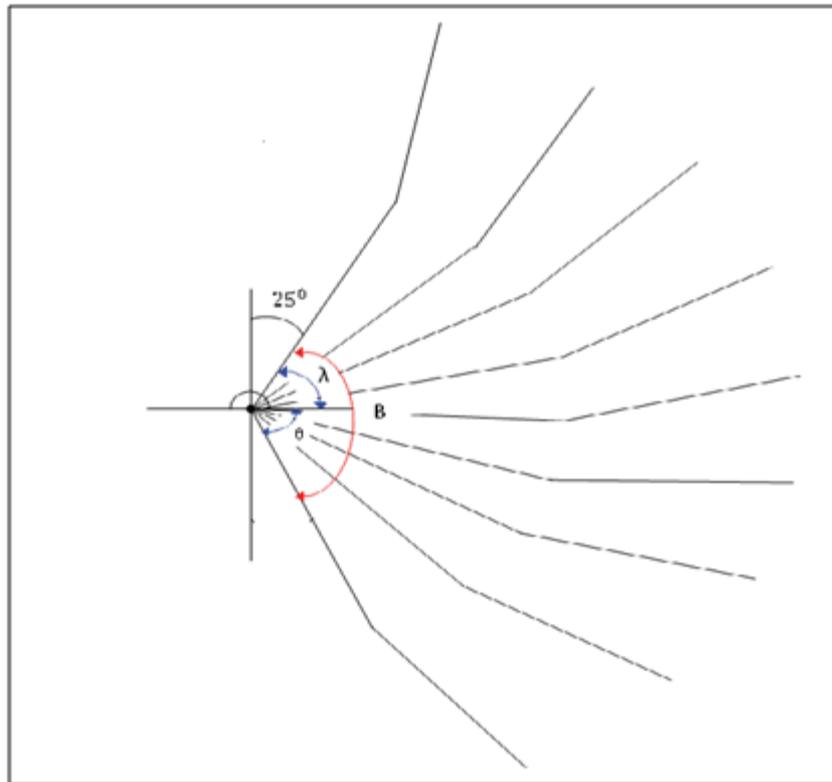


Fuente: el Autor

Para determinar la velocidad angular W_Z se realiza el siguiente análisis

- ❖ β es el ángulo de barrido del brazo que se encuentra representado de la siguiente manera $\beta = 180^\circ - [25^\circ] = 155^\circ$ como se muestra en la Figura 9.
- ❖ El ángulo β se debe barrer en un tiempo aproximadamente de 6 segundos el cual es un tiempo moderado para realizar el desplazamiento del brazo de su posición inferior a la superior como se muestra en la Figura 9.

Figura 9. Angulo de barrido del brazo



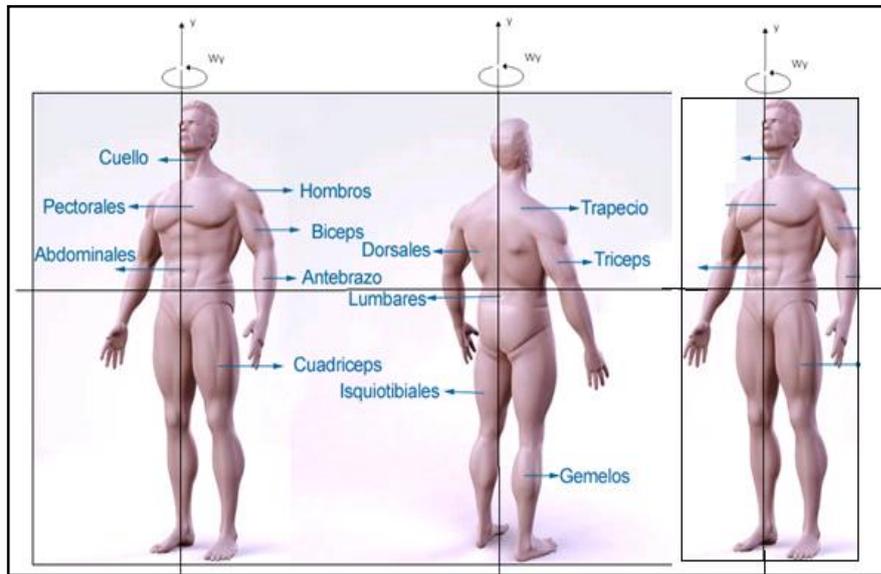
Fuente: el Autor

Para determinar la velocidad angular W_Z se realiza el siguiente cálculo

$$W_Z = \frac{\beta}{t} = \frac{155^\circ}{6 \text{ seg}} = 25.84 \frac{\text{Grados}}{\text{seg}} \left[\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \right] = 0.450 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \quad \text{(Ecuación 8)}$$

Para determinar la velocidad angular W_Y que representa la velocidad con la que gira todo el cuerpo al rededor del eje Y como se muestra en la Figura 10.

Figura 10. Giro de 360°



Fuente: el Autor

El ángulo de barrido que se tiene es de 360° representa una vuelta completa que sirve como referencia para obtener la velocidad máxima del cuerpo humano al realizar el movimiento que muestra la figura anterior, para el cual se empleará un tiempo aproximado de 1.5 segundos por lo tanto tenemos que :

$$W_y = \frac{\vartheta^0}{t} = \frac{360^0}{1.5 \text{ seg}} = 240 \frac{\text{grados}}{\text{seg}} \left[\frac{\pi \text{ rad}}{180^0} \right] = 4.19 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ (Ecuación 9)}$$

Ahora para el análisis cinético debe calcularse el peso de cada elemento como se muestra

$$W_1 = m_1 * g = (2.43 \text{ Kg}) * \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{Seg}^2} \right) = 23.8383 \text{ N}$$

$$W_2 = m_2 * g = (1.4 \text{ Kg}) * \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{Seg}^2} \right) = 13.734 \text{ N}$$

$$W_3 = m_3 * g = (0.48 \text{ Kg}) * \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{Seg}^2} \right) = 4.7088 \text{ N}$$

Ahora como los ejes X, Y y Z son solidarios con el mecanismo, el plano X-Z gira a la misma razón de la velocidad angular, W_y entonces no importa el cambio de ángulo en este plano, pero si es importante para el cambio en dirección de velocidad angular W_z por lo tanto las reacciones en los apoyos son:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x ; \quad -A_x = m\delta G_x \text{ (Ecuación 10)}$$

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y ; \quad A_y + B_y - W_1 - W_2 - W_3 - 17.80 \text{ N} = m\delta G_y \text{ (Ecuación 11)}$$

$$\sum \vec{F}_Z = m\vec{a}_Z ; \quad A_z = m\delta G_z \quad \text{(Ecuación 12)}$$

Sabiendo que:

$\delta G = a$ la aceleración del centro de masa del cuerpo

Apartir de lo anterior se determina que de la sumatoria de fuerzas en la dirección **x**, **y** y **z** se tienen siete incógnitas ($A_x, \delta G_x, A_y, B_y, \delta G_y, A_z, \delta G_z$) para tres ecuaciones lo cual es indeterminado, por eso recurrimos a la sumatoria de momentos en A de una forma vectorial y tensorial con el fin de eliminar el mayor número de incógnitas, es de tener en cuenta que esta ecuación es válida para análisis dinámicos.

$$\sum \vec{M}_A = (H_A)_{xyz} + \vec{\Omega} + \vec{H}_A \quad \text{(Ecuación 13)}$$

Donde:

$(H_A)_{xyz}$ = Es la razón de cambio con respecto al tiempo del momento angular de todo el cuerpo.

$\vec{\Omega}$ = Es la suma vectorial de las velocidades angulares.

\vec{H}_A = Es el momento angular del cuerpo.

Apartir de la ecuación 13 se desarrollan los siguientes cálculos de forma vectorial.

Cálculo de la razón de cambio con respecto al tiempo del momento angular de todo el cuerpo.

$$(H_A)_{xyz} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix}$$

Donde :

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} = A los momentos de inercia.

I_{xy}, I_{yz} = A los productos de inercia.

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ = A las aceleraciones angulares,

La aceleración angular representa la aceleración del mismo cuerpo más el cambio de dirección (\dot{W}).

Cálculo de las aceleraciones angulares

$$\vec{\alpha}_x = (\dot{W}_x)_{xyz} + \vec{W}_y \times \vec{W}_x = 0$$

$$\vec{\alpha}_y = (\dot{W}_y)xyz + \vec{W}_y \times \vec{W}_y = 0$$

Es de tener en cuenta que $\vec{\alpha}_x$, $\vec{\alpha}_y$ son cero debido a que (\dot{W}_x) , (\dot{W}_y) y \vec{W}_x son constantes y el producto cruz entre $\vec{W}_y \times \vec{W}_y$ es cero por que poseen la misma dirección por lo tanto solo hay aceleración en Z como se muestra.

$$\vec{\alpha}_z = (\dot{W}_z)xyz + \vec{W}_y \times \vec{W}_z$$

$$\vec{\alpha}_z = (4.19 \frac{Rad}{seg} j) * (0.450 \frac{Rad}{Seg} \hat{K}) = 1.8855 \frac{Rad}{Seg}$$

$$\vec{\alpha}_z = 1.8855 \frac{Rad}{Seg}$$

Cálculo de la suma vectorial de las velocidades angulares.

$$\vec{\Omega} = \vec{W}_y + \vec{W}_z = (4.19 j + 0.450 \hat{K}) \frac{Rad}{Seg}$$

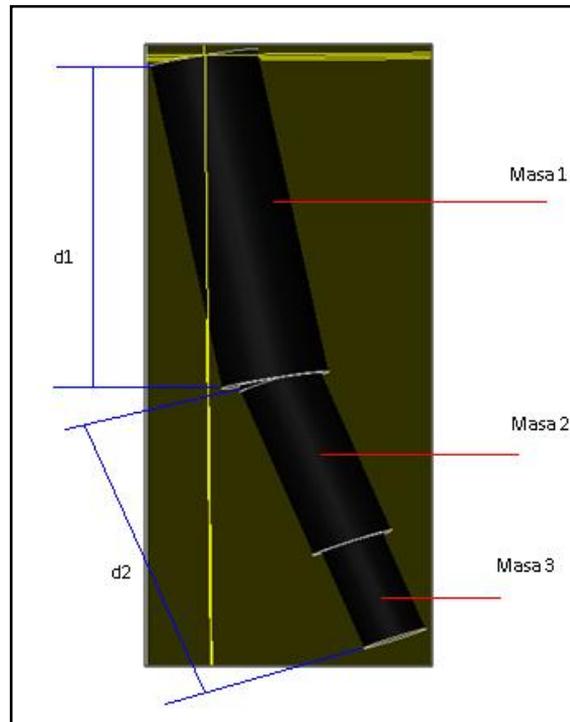
Cálculo de el momento angular del cuerpo:

$$\vec{H}_A = \vec{r}_{G/A} * m \vec{V}_G * \vec{H}_G$$

$$\vec{H}_G = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix}$$

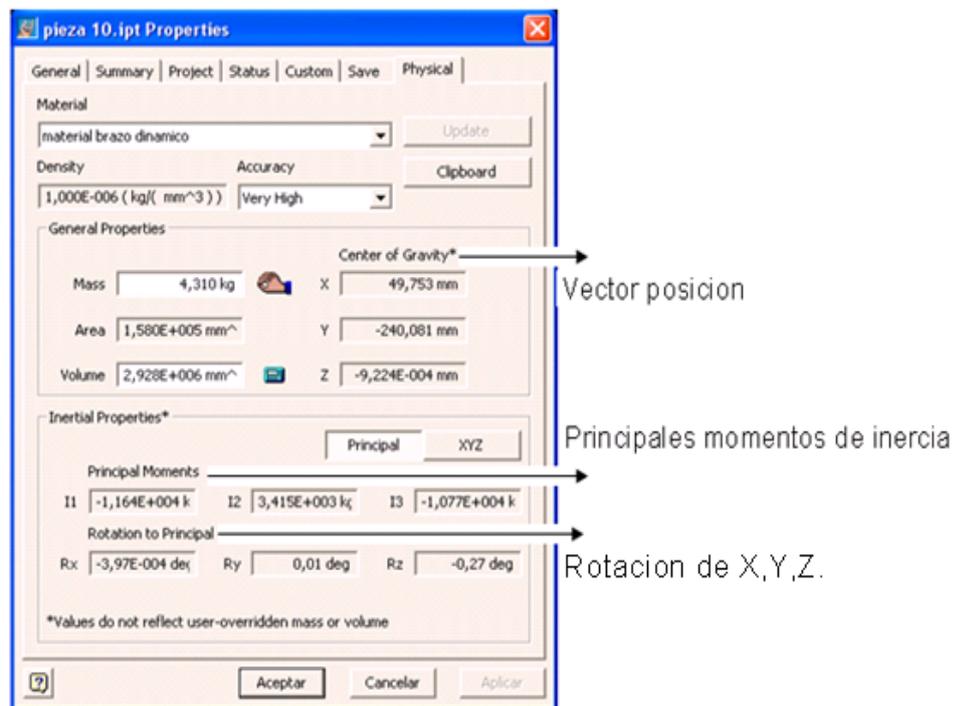
Donde \vec{H}_G es igual al momento cinético y $\vec{r}_{G/A}$ es el vector posición del mecanismo con respecto al punto A, para encontrar este vector se utiliza el Software Inventor, al igual que para determinar los momentos de inercia, centros de masa y productos de inercia máscicos, variando el ángulo β de 10^0 en 10^0 asta completar el ángulo de barrido como se muestran en las Figuras 11, 12, y 13.

Figura 11. Àngulo de barrido a 10° .



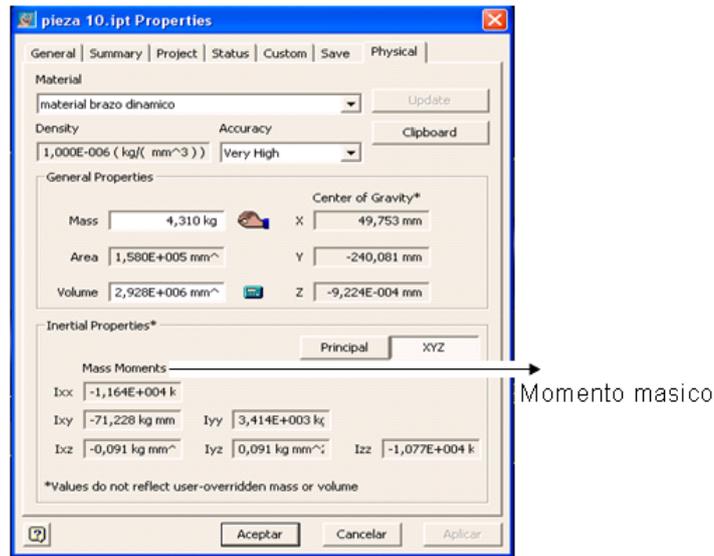
Fuente: el Autor.

Figura 12. Vector posición, principales momentos de inercia, rotación X,Y,Z.



Fuente: el Autor.

Figura 13. Momento màsico.



Fuente: el Autor.

Ahora se procede a desarrollar un análisis estático de forma vectorial, debido a que hay elementos que permanecen constantes dentro del mecanismo como son el peso y la carga (ver figura 7).

Los momentos causados por las cargas y los pesos son:

$$\sum \vec{M}_A = \vec{r} * \vec{F} = \vec{r}_1 * \vec{w}_1 + \vec{r}_B * \vec{B} + \vec{r}_2 * \vec{w}_2 + \vec{r}_3 * \vec{w}_3 + \vec{r}_c * \vec{F}_c \quad \text{(Ecuación 14)}$$

$$\vec{r}_1 * \vec{w}_1 = \begin{bmatrix} i & j & \hat{K} \\ 0.160 \cos \theta & -0.160 \text{sen} \theta & 0 \\ 0 & -w_1 & 0 \end{bmatrix} = -\hat{K} [-w_1 (0.160 \cos \theta)] = -23.8383 N [0.160 \cos \theta] = -3.814 \cos \theta \hat{K}$$

$$\vec{r}_B * \vec{B} = \begin{bmatrix} i & j & \hat{K} \\ 0.320 \cos \theta & -0.320 \text{sen} \theta & 0 \\ B_x & B_y & 0 \end{bmatrix} = \hat{K} [0.320 \cos \theta - 0.320 B * \text{Sen} \theta]$$

$$\vec{r}_2 * \vec{w}_2 = \begin{bmatrix} i & j & \hat{K} \\ (0.320 \cos \theta + 0.85 \text{sen} 15) & -(0.320 \text{sen} \theta + 0.220 \cos 15) & 0 \\ 0 & -w_2 & 0 \end{bmatrix} = \hat{K} [0.320 \cos \theta + 0.85 \text{sen} 15] [13.7311]$$

$$\vec{r}_3 * \vec{w}_3 = \begin{bmatrix} i & j & \hat{K} \\ (0.320 \cos \theta + 0.85 \text{sen} 15) & -(0.320 \text{sen} \theta + 0.220 \cos 15) & 0 \\ 0 & -w_3 & 0 \end{bmatrix} = \hat{K} [(4.7088)(0.320 \cos \theta + 0.220 \cos 15)]$$

$$\vec{r}_c * \vec{F}_c = \begin{bmatrix} i & j & \hat{K} \\ (0.320 \cos \theta + 0.270 \text{sen} 15) & -(0.320 \text{sen} \theta + 0.270 \cos 15) & 0 \\ 0 & -17.80 & 0 \end{bmatrix} = k - 17.80 [0.320 \cos \theta + 0.270 \text{sen} 15]$$

Igualando las componentes $x = i$; $y = j$ y $z = \hat{K}$ para la componente en z con el fin de determinar (By) como se muestra

$$-3.814 \cos \theta + 0.32 B_y \cos \theta - 0.320 B_x \text{sen} \theta - 13.734 [0.320 \cos \theta + 0.85 \text{sen} 15] - 4.7088 [0.320 \cos \theta + 0.220 \text{sen} 15] - 17.80 [0.320 \cos \theta + 0.270 \text{sen} 15] = I_{zz} \alpha_z + I_{zx} \omega_y \omega_z - I_{zx} \omega_y \omega_z - I_{xy} \omega_y^2$$

es detener en cuenta que Bx es cero puesto que para que exista el segmento debe rotar en le mismo eje, cosa que no sucede.

Ahora resolviendo la razón de cambio del momento angular \vec{M}_A de manera escalar

$$\sum M_X = I_{xx} * \alpha_x - (I_{yy} - I_{zz}) * W_y W_z - I_{xy}(\alpha_y - W_z W_x) - I_{yz}(W_y^2 - W_z^2) - I_{zx} * (\alpha_z - W_x W_y)$$

$$\sum M_Y = I_{yy} * \alpha_y - (I_{zz} - I_{xx}) * W_z W_x - I_{yz} (\alpha_z - W_x W_y) - I_{zx}(W_z^2 - W_x^2) - I_{xy} * (\alpha_x - W_y W_z)$$

$$\sum M_Z = I_{zz} * \alpha_z - (I_{xx} - I_{yy}) * W_x W_y - I_{zx} (\alpha_x - W_y W_z) - I_{xy}(W_x^2 - W_y^2) - I_{yz} * (\alpha_y - W_z W_x)$$

Sabiendo que:

$$\begin{aligned} W_x &= 0 \\ \alpha_x &= 0 \\ \alpha_y &= 0 \end{aligned}$$

Queda expresado de la siguiente manera:

$$\sum M_X = - (I_{yy} - I_{zz}) * W_y W_z - I_{yz}(W_y^2 - W_z^2) - I_{zx}(\alpha_z) \text{ (Ecuación 15)}$$

$$\sum M_Y = - I_{yz} (\alpha_z) - I_{zx}(W_z^2 - W_x^2) - I_{xy} * (\alpha_x - W_y W_z) \text{ (Ecuación 16)}$$

$$\sum M_Z = I_{zz}(\alpha_z) + I_{zx} (W_y W_z) - I_{xy}(W_y^2) \text{ (Ecuación 17)}$$

Para realizar el análisis cinético completo del brazo se desarrollo la siguiente muestra de cálculo con al análisis anteriormente desarrollado.

TABLA 11. Datos de entrada a Excel.

DATOS DE ENTRADA		
Ingrese distancia d1	0.32	m
Ingrese distancia d2	0.27	m
Fuerza a resistir	17.6	N
Ingrese fuerza a resistir en libras	4	lb
Masa 1	2,4300	Kg
Masa 2	1,4000	Kg
Masa 3	0,4800	Kg
Peso 1	23,8383	N
Peso2	13,7340	N
Peso 3	4,7088	N
Velocidad angular (Wy)	4,1900	(rad/s)
Velocidad angular (Wz)	0,4500	(rad/s)
Aceleración Angular (α_z)	1,8850	(rad/s^2)

Fuente: el Autor

TABLA 12. Momentos máscicos a diferentes ángulos Software Inventor.

Angulo de barrido		Momentos máscicos					
Angulo (grados)	Angulo (Radianes)	Ixx (Kg*m2)	Iyy(Kg*m2)	Izz(kg*m2)	Ixy(Kg*m2)	Iyz(Kg*m2)	Ixz(Kg*m2)
0,0000	0,0000	-0,01176	0,003357	-0,01095	0,003339	0,000000143	-0,000000131
10,0000	0,1745	-0,01164	0,003414	-0,01077	-0,000071228	0,000000091	-0,000000091
20,0000	0,3491	-0,01112	0,002781	-0,01089	-0,002768	0,000000067	-0,000000102
30,0000	0,5236	-0,01053	0,000589441	-0,01248	-0,005792	3,779E-10	-0,000000002
40,0000	0,6981	-0,007769	-0,000577648	-0,0109	-0,006598	0,000000027	-0,000000115
50,0000	0,8727	-0,005374	-0,002774	-0,0107	-0,007418	0,000000013	-0,000000135
60,0000	1,0472	-0,00275	-0,00555	-0,01085	-0,00743	0,00000013	-0,000000118
70,0000	1,2217	-0,000193961	-0,008093	-0,01084	-0,006262	-0,000000039	-0,000000128
80,0000	1,3963	0,0017	-0,009943	-0,0108	-0,004761	-0,000000055	-0,000000115
90,0000	1,5708	0,002914	-0,01118	-0,01081	-0,002284	-0,000000081	-0,000000109
0,0000	0,0000	0,002914	-0,01118	-0,01081	-0,002284	-0,000000081	-0,000000109
10,0000	0,1745	0,003428	-0,01161	-0,01073	0,00004777	-0,000000094	-0,000000095
20,0000	0,3491	0,002859	-0,01112	-0,01081	0,002697	-0,000000106	-0,000000072
30,0000	0,5236	0,001406	-0,009709	-0,01085	0,004966	-0,000000117	-0,000000051
40,0000	0,6981	-0,000345027	-0,00783	-0,01073	0,006537	-0,000000128	-0,000000035
50,0000	0,8727	-0,002955	-0,00534	-0,01085	0,00744	-0,000000121	-0,000000009
60,0000	1,0472	-0,005623	-0,002673	-0,01085	0,007343	-0,000000124	0,000000014
65,0000	1,1345	-0,00699	-0,001377	-0,01092	0,006917	-0,000000118	0,000000025

Fuente: el Autor

TABLA 13. Momentos angulares a diferentes ángulos.

Angulo de barrido		Momento angular		
Angulo (grados)	Angulo (Radianes)	ΣM_x (N*m)	ΣM_y (N*m)	ΣM_z (N*m)
0,0000	0,0000	-2,2346E-06	3,973E-09	-0,07926081
10,0000	0,1745	-1,4076E-06	1,8473E-08	-0,01905114
20,0000	0,3491	-9,7042E-07	8,6681E-08	0,02806744
30,0000	0,5236	-2,7879E-09	3,4637E-09	0,07816013
40,0000	0,6981	-2,5177E-07	1,8923E-07	0,09528843
50,0000	0,8727	2,8878E-08	2,5738E-07	0,1100614
60,0000	1,0472	-2,0335E-06	1,334E-09	0,10998935
70,0000	1,2217	9,1807E-07	3,4078E-07	0,08950266
80,0000	1,3963	1,1712E-06	3,438E-07	0,06322638
90,0000	1,5708	1,6111E-06	3,8028E-07	0,01972108
0,0000	0,0000	1,6111E-06	3,8028E-07	0,01972108
10,0000	0,1745	1,8103E-06	3,7555E-07	-0,02106488

20,0000	0,3491	1,9752E-06	3,5015E-07	-0,06772579
30,0000	0,5236	2,1265E-06	3,2703E-07	-0,10763594
40,0000	0,6981	2,2872E-06	3,1436E-07	-0,13499034
50,0000	0,8727	2,1168E-06	2,4688E-07	-0,15106965
60,0000	1,0472	2,1255E-06	2,0451E-07	-0,14936667
65,0000	1,1345	2,0006E-06	1,7023E-07	-0,1420197

Fuente: el Autor

Por ultimo para la determinacion de las reacciones en los apoyos es necesario hacer analisis cinematico.

6.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO DETERMINACIÓN DE ACELERACIONES Y VELOCIDADES ANGULARES.

Para realizar el análisis cinemático se procede a desarrollar el siguiente análisis vectorial, partiendo de la velocidad del centro de gravedad \vec{V}_G .

$$\vec{V}_G = \vec{V}_A + (\vec{\Omega} \times \vec{r}_{G/A}) + \vec{V}_{A/G} \quad \text{(Ecuación 18)}$$

Sabiendo que:

$$\vec{V}_{A/G} = 0 \quad \text{por que no hay movimiento relativo.}$$

$$\vec{V}_G = \vec{\Omega} \times \vec{r}_{G/A} \quad \text{(Ecuación 19)}$$

$$\vec{\Omega} = \vec{W}_{yJ} + \vec{W}_{zk} \quad \text{(Ecuación 20)}$$

Donde:

$\vec{r}_{G/A}$ = Al vector posición del centroide del segmento, el cual es calculado por el Software Inventor.

\vec{V}_G = Velocidad del centro de gravedad

$\vec{\Omega}$ = Es la suma vectorial de las velocidades angulares.

Una vez determinada la velocidad del centro de gravedad se determina la aceleración del mismo como se muestra:

$$\vec{\delta}_G = \vec{\delta}_A + (\vec{\Omega} \times \vec{r}_{G/A}) + (\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_{G/A})) + (2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{G/A}) + \vec{\delta}_{G/A}$$

Sabiendo que:

$$\vec{\Omega} = \alpha_z$$

$$\vec{\delta}_A = 0$$

$$\vec{r}_{G/A} = 0$$

$$\vec{\delta}_{G/A} = 0$$

Que da expresado de la siguiente manera:

$$\vec{\delta}_G = \left(\vec{\Omega} \times \vec{r}_{G/A} \right) + \left(\vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r}_{G/A} \right) \right) \text{ (Ecuación 21)}$$

Tomando como base las ecuaciones generales del mecanismo se desarrolla el siguiente cálculo

$$V_{ax}i + V_{Gy}j + V_{Gz}\hat{K} = (W_y j + W_z \hat{K}) \times (r_{xG/A}i + r_{yG/A}j)$$

$$V_{ax}i + V_{Gy}j + V_{Gz}\hat{K} = -r_{xG/A}W_y \hat{K} + W_z r_{xG/A}j - r_{yG/A}W_z i$$

Igualando componentes se determina que la velocidades del centro de gravedad quedan expresadas como se muestra.

$$V_{Gx} = -(W_z) \times (r_{yG/A}) \text{ (Ecuación 22)}$$

$$V_{Gy} = -(W_z) \times (r_{xG/A}) \text{ (Ecuación 23)}$$

$$V_{Gz} = -\left(r_{xG/A} \right) \times (W_y) \text{ (Ecuación 24)}$$

Realizando el desarrollo matemático para la aceleración se tiene:

$$\delta_{Gx}i + \delta_{Gy}j + \delta_{Gz}\hat{k} = \left((\alpha_z \hat{k}) \times (r_{xG/A}i + r_{yG/A}j) \right) + \left((W_y j + W_z \hat{k}) \times (-r_{xG/A}W_y \hat{k} + W_z r_{xG/A}j) \right) - r_{B/A}W_z i$$

$$\delta_{Gx}i + \delta_{Gy}j + \delta_{Gz}\hat{k} = (\alpha_z \times r_{xG/A})j - (r_{yG/A} \times \alpha_z)i + (W_y^2 \times r_{xG/A})i + (W_y W_z r_{yG/A})\hat{k} - (W_z^2 r_{xG/A})i - (W_z^2 r_{yB/A})j$$

Igualando componentes se determina que la aceleración del centro de gravedad que da expresada como se muestra.

$$\delta_{Gx} = -(r_{yG/A}) (\alpha_z) + (W_y^2)(r_{xG/A}) - (W_z^2)(r_{xG/A}) \text{ (Ecuación 25)}$$

$$\delta_{Gy} = (\alpha_z) (r_{xG/A}) - (W_z^2) (r_{yB/A}) \text{ (Ecuación 26)}$$

$$\delta_{Gz} = W_y W_z (r_{yG/A}) \text{ (Ecuación 27)}$$

Por lo tanto la aceleración del centro de gravedad se representa de la siguiente manera.

$$\delta_G = \sqrt{\delta_{Gx}^2 + \delta_{Gy}^2 + \delta_{Gz}^2} \text{ (Ecuación 28)}$$

Apartir del análisis cinemático se desarrollo la siguiente muestra de cálculo.

TABLA 14. Datos de entrada a Excel.

DATOS DE ENTRADA		
Ingrese distancia d1	0.32	m
Ingrese distancia d2	0.27	m
Fuerza a resistir	17.6	N
Ingrese fuerza a resistir en libras	4	lb
Masa 1	2,4300	Kg
Masa 2	1,4000	Kg
Masa 3	0,4800	Kg
Peso 1	23,8383	N
Peso2	13,7340	N
Peso 3	4,7088	N
Velocidad angular (Wy)	4,1900	(rad/s)
Velocidad angular (Wz)	0,4500	(rad/s)
Aceleración Angular (α_z)	1,8850	(rad/s ²)

Fuente: el Autor

TABLA 15. Vector posición a diferentes ángulos Software Inventor.

Angulo de barrido		Vector posición	
Angulo (grados)	Angulo (Radianes)	Vector de posición r(g/a)x (m)	Vector de posición r(g/a)y (m)
0,0000	0,0000	0,0094	-0,2443
10,0000	0,1745	0,049753	-0,240081
20,0000	0,3491	0,090021	-0,227951
30,0000	0,5236	0,125949	-0,207995
40,0000	0,6981	0,162702	-0,183253
50,0000	0,8727	0,192646	-0,151782
60,0000	1,0472	0,215811	-0,116157
70,0000	1,2217	0,232437	-0,077978
80,0000	1,3963	0,242584	-0,035456
90,0000	1,5708	0,245112	0,006327
0,0000	0,0000	0,245112	0,006327
10,0000	0,1745	0,24011	0,049836
20,0000	0,3491	0,227907	0,090349
30,0000	0,5236	0,208942	0,128188

40,0000	0,6981	0,0182953	0,163293
50,0000	0,8727	0,152008	0,192273
60,0000	1,0472	0,116601	0,215612
65,0000	1,1345	0,097722	0,224732

Fuente: el Autor

TABLA 16. Velocidades del centro de gravedad a diferentes ángulos.

Ángulo de barrido		Velocidades del centro de gravedad			
Ángulo (grados)	Ángulo (Radianes)	Vgx(m/s)	Vgy(m/s)	Vgz(m/s)	Vg (m/s)
0,0000	0,0000	0,10994445	0,00424665	-0,03954103	0,11691582
10,0000	0,1745	0,10803645	0,02238885	-0,20846507	0,23586187
20,0000	0,3491	0,10257795	0,04050945	-0,37718799	0,39298096
30,0000	0,5236	0,09359775	0,05667705	-0,52772631	0,53895073
40,0000	0,6981	0,08246385	0,0732159	-0,68172138	0,69058301
50,0000	0,8727	0,0683019	0,0866907	-0,80718674	0,81469679
60,0000	1,0472	0,05227065	0,09711495	-0,90424809	0,91094903
70,0000	1,2217	0,0350901	0,10459665	-0,97391103	0,98014003
80,0000	1,3963	0,0159552	0,1091628	-1,01642696	1,02239662
90,0000	1,5708	-0,00284715	0,1103004	-1,02701928	1,03292927
0,0000	0,0000	-0,00284715	0,1103004	-1,02701928	1,03292927
10,0000	0,1745	-0,0224262	0,1080495	-1,0060609	1,01209494
20,0000	0,3491	-0,04065705	0,10255815	-0,95493033	0,96128201
30,0000	0,5236	-0,0576846	0,0940239	-0,87546698	0,88238905
40,0000	0,6981	-0,07348185	0,008232885	-0,07665731	0,10650683
50,0000	0,8727	-0,08652285	0,0684036	-0,63691352	0,64639314
60,0000	1,0472	-0,0970254	0,05247045	-0,48855819	0,50085545
65,0000	1,1345	-0,1011294	0,0439749	-0,40945518	0,42404539

Fuente: el Autor

TABLA 17. Aceleraciones del centro de gravedad a diferentes ángulos.

Ángulo de barrido		Aceleración del centro de gravedad			
Ángulo (grados)	Ángulo (Radianes)	agx(m/s ²)	agy(m/s ²)	agz(m/s ²)	ag(m/s ²)
0,0000	0,0000	0,624311008	0,058912003	-0,46066725	0,77810614
10,0000	0,1745	1,315946346	0,098369403	-0,45267273	1,39509997
20,0000	0,3491	1,991876061	0,136181078	-0,42980161	2,04226466
30,0000	0,5236	2,577739141	0,168067988	-0,39217457	2,61281205
40,0000	0,6981	3,168897332	0,199810733	-0,34552353	3,19393506
50,0000	0,8727	3,629210696	0,223381855	-0,28618496	3,64732389
60,0000	1,0472	3,964053715	0,239332793	-0,21901402	3,97730677

70,0000	1,2217	4,180607253	0,248227545	-0,14702752	4,1905502
80,0000	1,3963	4,276540262	0,24976384	-0,06685229	4,28434917
90,0000	1,5708	4,241649208	0,243830783	0,01192956	4,24866847
0,0000	0,0000	4,241649208	0,243830783	0,01192956	4,24866847
10,0000	0,1745	4,072832036	0,23001821	0,09396578	4,08040424
20,0000	0,3491	3,78469905	0,209611328	0,17035304	3,79432523
30,0000	0,5236	3,384261511	0,18298393	0,24169847	3,39781213
40,0000	0,6981	0,009682013	-0,014771533	0,30788895	0,30839511
50,0000	0,8727	2,275451424	0,113072718	0,36253074	2,30692288
60,0000	1,0472	1,617018494	0,07293957	0,40653643	1,66893405
65,0000	1,1345	1,272208679	0,05221377	0,42373219	1,34193523

Funte: el Autor

Una vez determinadas la aceleraciones del centro de gravedad se determinar las reacciones dinámicas de las ecuaciones 35,36,37,38 que se obtuvieron del análisis cinético como se muestra.

$$A_x = -m\delta_{Gx}$$

$$A_z = m\delta_{Gz}$$

$$A_y = W_1 + W_2 + W_3 + 17.80 - B_y + m\delta_{Gy}$$

$$B_y = \frac{[\sum M_z + 3,814\cos\theta + 13,734[0,320\cos\theta + 0,85\sen 15] + 4,7088[0,320\cos\theta + 0,220\sen 15] + 17,80[0,320\cos\theta + 0,270\sen 15]]}{0,32\cos\theta}$$

Apartir de esto se desarrollo la siguiente muestra de cálculo.

TABLA 18. Reacciones dinámicas a diferentes ángulos.

Ángulo de barrido		Reacciones dinámicas			
Ángulo (grados)	Ángulo (Radianes)	Ax(N)	Az(N)	By(N)	Ay(N)
0,0000	0,0000	-2,6908	-1,9855	62,0808	-19,5458
10,0000	0,1745	-5,6717	-1,9510	62,4866	-19,7815
20,0000	0,3491	-8,5850	-1,8524	63,3311	-20,4630
30,0000	0,5236	-11,1101	-1,6903	64,8022	-21,7967
40,0000	0,6981	-13,6579	-1,4892	67,0439	-23,9016
50,0000	0,8727	-15,6419	-1,2335	70,7365	-27,4926
60,0000	1,0472	-17,0851	-0,9440	77,1829	-33,8703
70,0000	1,2217	-18,0184	-0,6337	90,4008	-47,0498
80,0000	1,3963	-18,4319	-0,2881	130,8837	-87,5261
90,0000	1,5708	-18,2815	0,0514	Indeterminado	Indeterminado
0,0000	0,0000	-18,2815	0,0514	62,3902	-19,0581

10,0000	0,1745	-17,5539	0,4050	62,4802	-19,2077
20,0000	0,3491	-16,3121	0,7342	63,0125	-19,8280
30,0000	0,5236	-14,5862	1,0417	64,1318	-21,0620
40,0000	0,6981	-0,0417	1,3270	66,1045	-23,8871
50,0000	0,8727	-9,8072	1,5625	69,4670	-26,6985
60,0000	1,0472	-6,9693	1,7522	75,5620	-32,9665
65,0000	1,1345	-5,4832	1,8263	80,6333	-38,1272

Fuente: el Autor.

Una vez realizada la muestra de cálculo para la determinación de las reacciones dinámicas, se determina que estas se encuentran localizadas en un ángulo de 80° y cuyo valor corresponde a:

$$A_x = -18,4319$$

$$A_y = -87,5261$$

$$A_z = -0,2881$$

$$B_y = 130,8837$$

7. ANÁLISIS DINÁMICO DEL BRAZO EN UN PLANO

Contando con la velocidad máxima de la muñeca como una restricción del movimiento, se plantea ecuaciones de distancia, velocidad, y aceleración de la muñeca, esto en un tiempo determinado correspondiente a 6.0 segundos.

Teniendo la velocidad máxima de la muñeca y sabiendo que el movimiento parte y finaliza en el reposo, se tiene que la velocidad debe tener la siguiente forma Figura 14.

$$V = V_0 + a_0 t - \frac{a_0 t^2}{T} \quad \text{(Ecuación 29)}$$

Donde:

V= velocidad.

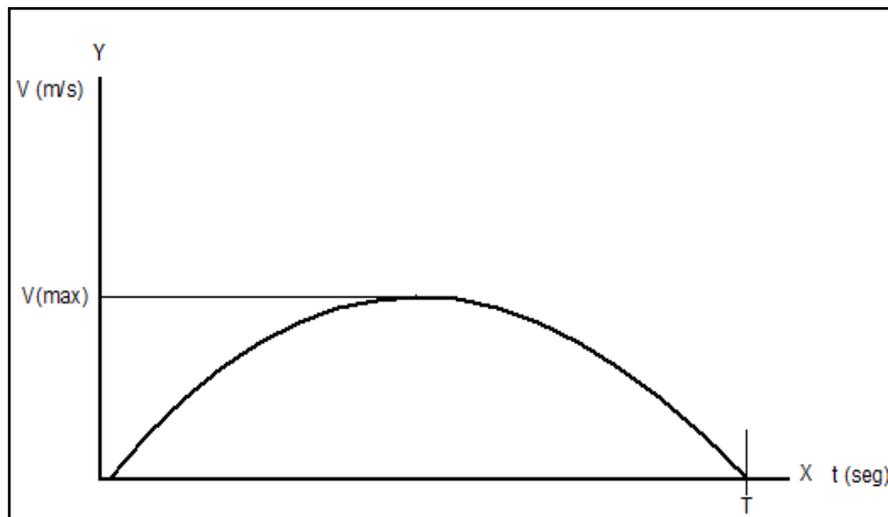
V_0 = velocidad inicial.

a_0 = aceleración inicial.

t= tiempo.

T= tiempo total.

Figura 14. Forma de la velocidad y determinación de la V_{max} .



Fuente: el Autor

Para el análisis, se determinó una trayectoria rectilínea que conecta dos puntos: un punto inicial y un punto final determinados en diferentes cuadrantes. Para obtener un comportamiento de la velocidad, como el mostrado en la Figura 14, la aceleración y el desplazamiento de la muñeca debe tener formas definidas, estas formas se determinan al derivar e integrar la ecuación de la velocidad.

$$V = \frac{ds}{dt}$$

De la ecuación se despeja d_s y se integra como aquí muestra:

$$\int ds = \int v dt$$

Remplazando el valor de la velocidad por la Ecuación 8, se tiene:

$$\int ds = \int V_0 + a_0 t - \frac{a_0 t^2}{T}$$

$$V_0 = 0$$

Al resolver la integral, se obtiene:

$$S = \frac{a_0 t^2}{2} - \frac{a_0 t^3}{3T} + c$$

Sabiendo que C es igual al desplazamiento inicial (S_0), se reemplaza en la ecuación.

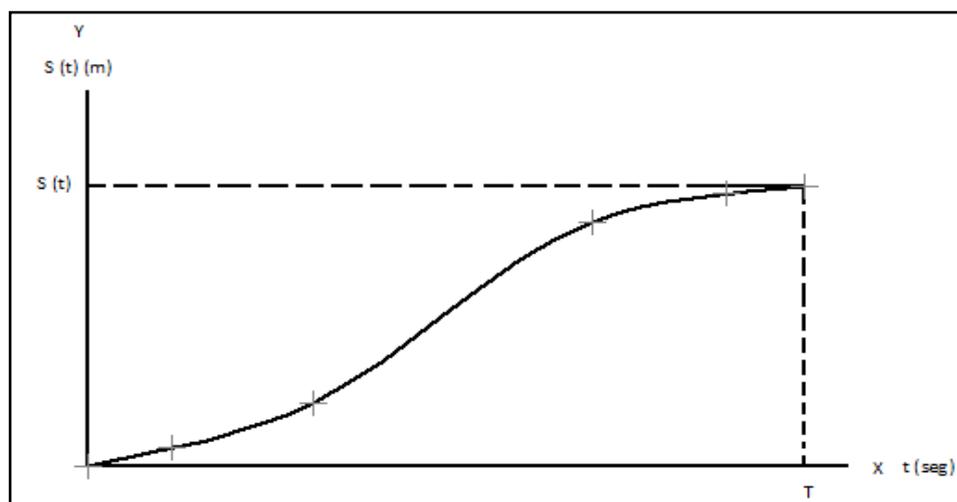
$$S_{(t)} = S_0 + \frac{a_0 t^2}{2} + \frac{a_0 t^3}{3T}$$

$$S_0 = 0$$

$$S_{(t)} = \frac{a_0}{2} t^2 + \frac{a_0}{3T} t^3 \quad \text{(Ecuación 30)}$$

De lo anterior se determinó que el desplazamiento total tendrá el comportamiento que se muestra en la Figura 15.

Figura 15. Comportamiento del desplazamiento.



Fuente: el Autor

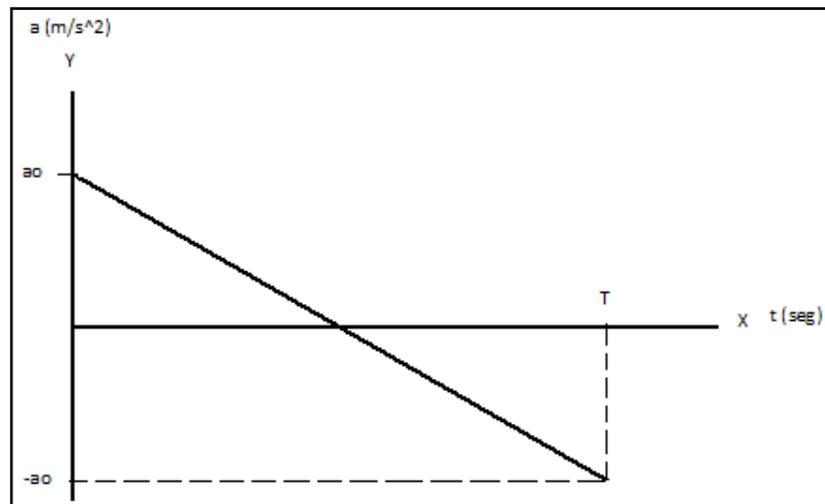
Donde $S_{(t)}$ determina el recorrido total en metros, en función del tiempo. Ahora, se deriva la velocidad con el fin de obtener la aceleración, reemplazando la velocidad con la Ecuación 28:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(a_0 t - \frac{a_0 t^2}{T} \right)$$

$$a_{(t)} = a_0 - \frac{2a_0}{T} t \quad \text{(Ecuación 31)}$$

La aceleración muestra un comportamiento lineal, como se muestra en la Figura 16.

Figura 16. Comportamiento de la aceleración.



Fuente: el Autor

A partir de la Ecuación de velocidad máxima (V_{max}) y reemplazando el tiempo por la relación $t=T/2$ se determina que la velocidad máxima (V_{max}) se representa de la siguiente manera:

$$V_{max} = a_0 \frac{T}{2} - \frac{a_0 \left(\frac{T}{2}\right)^2}{T} = \frac{a_0 T}{2} - \frac{a_0 T^2}{4T}$$

Simplificando:

$$V_{max} = \frac{a_0 T}{4} \quad \text{(Ecuación 32)}$$

De la Ecuación 29 se despeja la aceleración, y se obtiene la aceleración inicial a_0 en función de la velocidad máxima

$$a_0 = \frac{4V_{max}}{T} \quad \text{(Ecuación 33)}$$

De la Ecuación 27 de desplazamiento que se muestra, se reemplaza el valor de la aceleración inicial a_0 :

$$S = \frac{a_0 t^2}{2} - \frac{a_0 t^3}{3T}$$

$$S = \frac{\frac{4V_{max}}{T} t^2}{2} - \frac{\frac{4V_{max}}{T} t^3}{3T}$$

Simplificando:

$$S = \frac{2V_{max}}{T} t^2 - \frac{4V_{max}}{3T^2} t^3 \quad \text{(Ecuación 34)}$$

Se sabe que el desplazamiento total (S_t) ocurre en el tiempo total (T):

$$S_t = \frac{2V_{max} T^2}{T} - \frac{4V_{max} T^3}{3T^2}$$

Simplificando:

$$S_t = 2V_{max} T - \frac{4}{3} V_{max} T$$

De la ecuación anterior se despeja T:

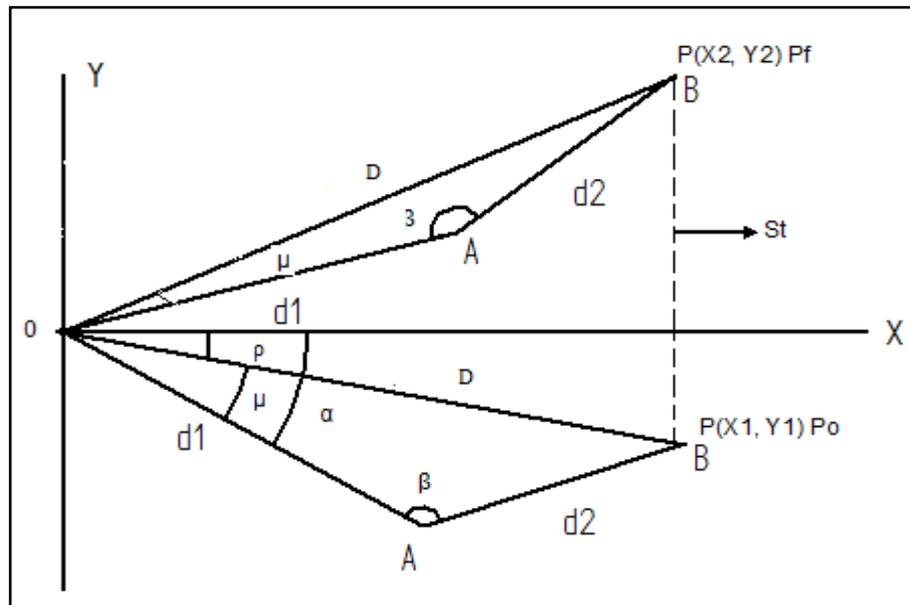
$$T = \frac{S_t}{V_{max} (2 - \frac{4}{3})} \quad \text{(Ecuación 35)}$$

Así se obtiene el tiempo total, y de esa manera se determina completamente el movimiento de la muñeca en desplazamiento, velocidad y aceleración, en función del desplazamiento total (S_t) y la velocidad máxima (V_{max}).

7.1 GEOMETRÍA DEL PROBLEMA A ANALIZAR

- ❖ Se define un plano de acción del brazo.
- ❖ Se determina un origen (hombro).
- ❖ Se determina un punto inicial (P_0) y un punto final (P_f) que se define la trayectoria rectilínea; estos puntos se encuentran localizados en diferentes cuadrantes, como se muestra en la Figura 17.

Figura 17. Geometría.



Fuente: el Autor.

A partir de la Figura 17 se determina que:

La distancia entre punto inicial (P_0) y el punto final (P_f) que definen la trayectoria del movimiento y su desplazamiento total (S_t).

El triángulo se compone por los catetos O, A y A, B, con los cuales se determina una relación de triángulos a partir de la ley de los cosenos Figura 17.

$$D^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \text{ Cos } \beta \text{ (Ecuación 36)}$$

Existe una restricción en donde la muñeca no puede realizar todo el desplazamiento, esto está dado por la suma del largo del brazo y del antebrazo.

De acuerdo a la Figura 17 se determina que existen los puntos (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2), de los cuales se determinan el desplazamiento total (S_t), que se expresa de la siguiente forma.

$$S_t = \sqrt{(Y_2 - Y_1)^2 + (X_2 - X_1)^2} \text{ (Ecuación 37)}$$

La pendiente de la recta que une los puntos (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) permiten encontrar las componentes X, Y del desplazamiento, velocidad y aceleración.

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \text{ (Ecuación 38)}$$

Ángulo de inclinación de la recta:

$$\varphi = \arctan m \text{ (Ecuación 39)}$$

Dado que ya se tiene el comportamiento del movimiento de la muñeca en relación a su desplazamiento, velocidad y aceleración, sólo basta con multiplicar por el $\text{Cos}(\varphi)$ o el $\text{Sen}(\varphi)$ para encontrar las componentes del desplazamiento, velocidad y aceleración en las coordenadas X, Y.

$$S_x = S \text{ Cos}(\varphi) + X_1 \text{ (Ecuación 40)}$$

$$S_y = S \text{ Sen}(\varphi) + Y_1 \text{ (Ecuación 41)}$$

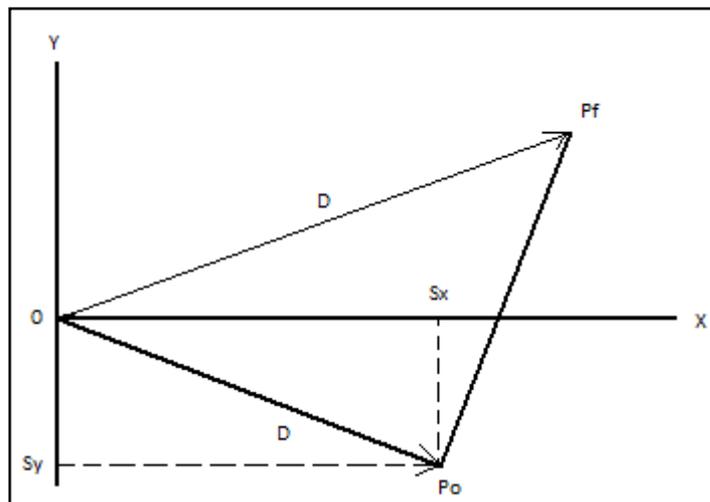
Para la determinación de la velocidad y la aceleración en cada una de sus componentes se determinan las siguientes relaciones.

$$V_x = V \text{ Cos}(\varphi) \qquad a_x = a \text{ Cos}(\varphi) \text{ (Ecuación 42)}$$

$$V_y = V \text{ Sen}(\varphi) \qquad a_y = a \text{ Sen}(\varphi) \text{ (Ecuación 43)}$$

Para determinar la posición del brazo y del antebrazo en todo instante, con respecto al tiempo, se utilizará la ecuación del desplazamiento que se relacionará con la geometría, se tendrán los ángulos, velocidades y aceleraciones angulares en función del tiempo.

Figura 18. Determinación de la posición.



Fuente: el Autor

La distancia D del origen a la muñeca Figura 18 depende de la posición de la misma y satisface de la ecuación de distancia entre puntos, así:

$$D = \sqrt{Sx^2 + Sy^2} \text{ (Ecuación 44)}$$

A partir de la geometría del problema Figura 17, ésta satisface la siguiente relación:

$$D^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \beta \text{ (Ecuación 45)}$$

De la Ecuación 42 se conoce todo, excepto beta β , así que se procede a realizar el despeje, como se muestra:

$$\beta = \arccos \left(\frac{D^2 - d_1^2 - d_2^2}{-2d_1d_2} \right) \text{ (Ecuación 46)}$$

Donde D varía con el tiempo, y d_1 y d_2 permanecen constantes, así se obtiene beta β , ángulo formado entre las barras de d_1 y d_2 Figura 17, en función del tiempo; derivando beta β se obtiene beta punto $\dot{\beta}$, que representa la velocidad angular de las barras d_1 y d_2 , para ello se realizará de manera implícita para facilidad del cálculo, como se muestra:

$$\cos \beta = \frac{D^2 - d_1^2 - d_2^2}{-2d_1d_2}$$

$$\frac{d}{dt} \cos \beta = \frac{d}{dt} \left(\frac{D^2}{-2d_1d_2} - \frac{d_1^2}{-2d_1d_2} - \frac{d_2^2}{-2d_1d_2} \right) = -\sin \beta \frac{d\beta}{dt} = \frac{1}{-2d_1d_2} * \frac{dD^2}{dt}$$

$$-\sin \beta \dot{\beta} = \frac{1}{-2d_1d_2} * 2D \frac{dD}{dt} = \dot{\beta} = \frac{2D \frac{dD}{dt}}{2d_1d_2 \sin \beta}$$

$$D^2 = Sx^2 + Sy^2$$

$$\frac{dD^2}{dt} = \frac{d}{dt} (Sx^2 + Sy^2)$$

$$2D \frac{dD}{dt} = \frac{dSx^2}{dt} + \frac{dSy^2}{dt} = 2Sx \frac{dSx}{dt} + 2Sy \frac{dSy}{dt}$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{2D(Sx \cdot vx + Sy \cdot Vy)}{2D} = \dot{D}$$

$$\dot{\beta} = \frac{(Sx \cdot vx + Sy \cdot Vy)}{d_1d_2 \cdot \sin \beta} = \frac{(Sx \cdot vx + Sy \cdot Vy)}{d_1d_2 \sin \beta} \text{ (Ecuación 47)}$$

Una vez se determina la velocidad angular $\dot{\beta}$ entre las barras d_1 y d_2 , se deriva y se encuentra la aceleración angular $\ddot{\beta}$ entre las barras d_1 y d_2 , como se muestra:

$$\dot{\beta} = \frac{(Sx \cdot vx + Sy \cdot Vy)}{d_1d_2 \sin \beta}$$

$$\frac{d}{dt} \dot{\beta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Sx \cdot vx + Sy \cdot Vy}{d_1d_2 \sin \beta} \right)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\frac{d}{dt}(Sx.Vx+Sy.Vy)d1d2Sen\beta - \frac{d}{dt}(d1d2sen\beta)(Sx.Vx+Sy.Vy)}{(d1d2 Sen\beta)^2}$$

$$\ddot{\beta} = \frac{\left[\frac{ds}{dt}Vx+Sx\frac{dvx}{dt}+\frac{dsy}{dt}Vy+Sy\frac{dvy}{dt} \right] d1d2sen\beta - \frac{d}{dt}(d1d2Sen\beta)(SxVx+syvy)}{(d1d2 Sen\beta)^2}$$

$$\ddot{\beta} = \frac{[Vx^2 + Sxa_y + Vy^2 + Sya_y]d1d2 Sen\beta - d1d2 Cos\beta\dot{\beta}(SxVx+SyVy)}{(d1d2 Sen\beta)^2}$$

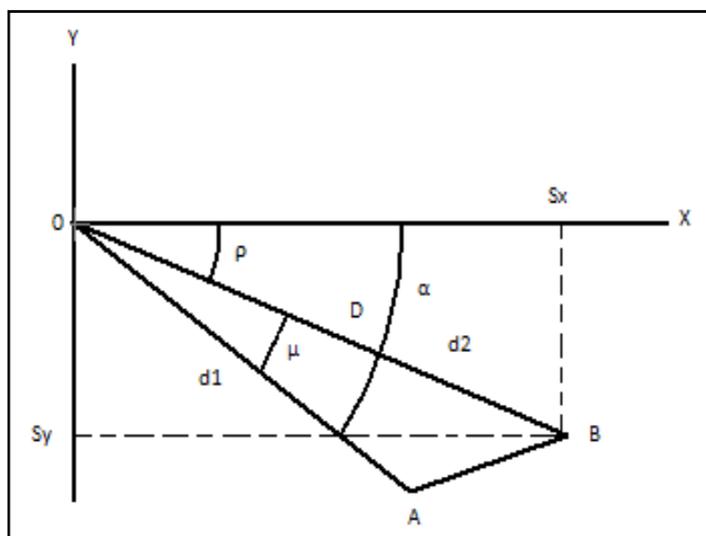
$$\ddot{\beta} = \left(\frac{Vx^2 + Sx\ddot{a}_x + Vy^2 + Sya_y}{d1d2Sen\beta} \right) - \left(\frac{Cos\beta\dot{\beta}(SxVx+SyVy)}{d1d2Sen^2\beta} \right) \quad \text{(Ecuación 48)}$$

Con esto se obtiene la descripción completa del movimiento del antebrazo (d2) relativo al brazo (d1), en función del ángulo, la velocidad angular y la aceleración angular (β , $\dot{\beta}$ y $\ddot{\beta}$).

Para determinar el valor del ángulo α que se muestra en la Figura 19, se deben determinar los valores de ρ y μ que se muestran en la misma figura.

$$\rho = \text{arcTang} \left(\frac{Sy}{Sx} \right) \quad \text{(Ecuación 49)}$$

Figura 19. Ángulo (α) que se forma entre barra d1 y la horizontal:



Fuente: el Autor

Dado que μ es un ángulo interno del triángulo conformado por los catetos O, A y A, B como se muestra en la Figura 19.

Para poder determinar el valor de μ , ángulo que se forma entre el cateto O, A y la hipotenusa, se utiliza la siguiente relación:

$$d_2^2 = D^2 + d_1^2 - 2Dd_1 \cos \mu$$

$$\mu = \arccos\left(\frac{d_2^2 - D^2 - d_1^2}{-2Dd_1}\right) \text{ (Ecuación 50)}$$

Dado que ρ tendrá signo positivo o negativo dependiendo del cuadrante donde se encuentre el brazo, y μ siempre entregará valores positivos, se tiene el valor de α , como se muestra:

$$\alpha = \rho - \mu$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{S_y}{S_x}\right) - \arccos\left(\frac{d_2^2 - D^2 - d_1^2}{-2Dd_1}\right) \text{ (Ecuación 51)}$$

Para determinar el valor de la aceleración angular ($\ddot{\alpha}$) y la velocidad angular ($\dot{\alpha}$) de la barra (d_1), es necesario derivar dos veces la ecuación anterior, como se muestra:

$$\alpha = \rho - \mu$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\rho}{dt} - \frac{d\mu}{dt} = \dot{\alpha} = \dot{\rho} - \dot{\mu}$$

$$\tan \rho = \frac{S_y}{S_x} = \frac{d}{dt} \tan \rho = \frac{d}{dt} \left(\frac{S_y}{S_x}\right)$$

$$\sec^2 \rho \frac{d\rho}{dt} = \frac{\frac{dS_y}{dt} S_x - \frac{dS_x}{dt} S_y}{S_x^2} = \dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = \frac{V_y S_x - V_x S_y}{S_x^2 \sec^2 \rho}$$

$$\cos \mu = \frac{d_2^2 - D^2 - d_1^2}{-2Dd_1} = \frac{d}{dt} \cos \mu = \frac{d}{dt} \left(\frac{d_2^2 - D^2 - d_1^2}{-2Dd_1}\right)$$

$$-\text{Sen } \mu \frac{d\mu}{dt} = \frac{\frac{d}{dt}(d_2^2 - D^2 - d_1^2)(-2Dd_1) - (d_2^2 - D^2 - d_1^2) * d/dt(-2Dd_1)}{(-2Dd_1)^2}$$

$$-\text{Sen } \mu \dot{\mu} = \frac{-2D\dot{D}(-2Dd_1) - (d_2^2 - D^2 - d_1^2) * (-2d_1\dot{D})}{4D^2 d_1^2}$$

$$\dot{\mu} = \frac{4D^2 d_1 \dot{D} - (d_2^2 - D^2 - d_1^2) * (2d_1 \dot{D})}{-4D^2 d_1^2 \text{Sen } \mu}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{V_y S_x - V_x S_y}{S_x^2 \sec^2 \rho} - \frac{4D^2 d_1 \dot{D} - (d_2^2 - D^2 - d_1^2) * (-2d_1 \dot{D})}{-4D^2 d_1^2 \dot{\text{Sen}} \mu} \text{ (Ecuación 52)}$$

Derivado velocidad angular de la barra d_1 ($\dot{\alpha}$), se determina la aceleración angular de la barra d_1 ($\ddot{\alpha}$).

$$\ddot{\alpha} = \frac{d\dot{\alpha}}{dt} = \frac{d}{dt} \dot{\rho} - \frac{d}{dt} \dot{\mu} = \ddot{\rho} - \ddot{\mu}$$

$$\frac{d}{dt} \dot{\rho} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Vy \cdot Sx - Vx \cdot Sy}{Sx^2 \text{Sec}^2 \rho} \right)$$

$$\ddot{\rho} = \frac{\frac{d}{dt} (VySx - VxSy)(Sx^2 \text{Sec}^2 \rho) - (VySx - VxSy) \frac{d}{dt} (Sx^2 \text{Sec}^2 \rho)}{(Sx^2 \text{Sec}^2 \rho)^2}$$

$$\ddot{\rho} = \frac{\left[\frac{dvy}{dt} Sx + Vy \frac{dSx}{dt} - \left(\frac{dVx}{dt} Sy + Vx \frac{dSy}{dt} \right) \right] Sx^2 \text{Sec}^2 \rho - (VySx - VxSy) \left[\frac{d}{dt} Sx^2 \text{Sec}^2 \rho + Sx^2 \frac{d}{dt} \text{Sec}^2 \rho \right]}{(Sx^2 \text{Sec}^2 \rho)^2}$$

$$\ddot{\rho} = \frac{(aySx + VyVx - axSy - VxVy)Sx^2 \text{Sec}^2 \rho - (VySx - VxSy) [2SxVx \text{Sec}^2 \rho + Sx^2 (2 \text{Sec}^2 \rho + Sx^2 (2 \text{Sec}^2 \rho \text{Tan} \rho)]}{(Sx^2 \text{Sec}^2 \rho)^2}$$

$$\ddot{\rho} = \frac{(aySx - axSy)}{Sx^2 \text{Sec}^2} - \frac{(VySx - VxSy) [2SxVx \text{Sec}^2 \rho + Sx^2 (2 \text{Sec}^2 \rho + \text{Tan} \rho)] * \left(\frac{Vy \cdot Sx - Vx \cdot Sy}{Sx^2 \text{Sec}^2 \rho} \right)}{(Sx^2 \text{Sec}^2 \rho)^2} \quad \text{(Ecuación 53)}$$

$$\frac{d}{dt} \dot{\mu} = \frac{d}{dt} \left(\frac{4Dd1\dot{D} + (d2^2 - D^2 - d1^2) * (2d1\dot{D})}{-4D^2 d1^2 \text{Sen} \mu} \right)$$

$$\ddot{\mu} = \frac{d}{dt} \left(\frac{2D^2 d1\dot{D} + 2d1\dot{D}d2^2 - 2d1^3\dot{D}}{-4D^2 d1^2 \text{Sen} \mu} \right) = \ddot{\mu} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{D} (d2^2 + d2^2 - d1^2)}{-2D^2 d1 \text{Sen} \mu} \right)$$

$$\ddot{\mu} = \frac{[\ddot{D} (D^2 + d2^2 - d1^2) \dot{D} (2D\dot{D})](-2D^2 d1 \text{Sen} \mu) - \dot{D} (D^2 + d2^2 - d1^2) [-2d1 [2D\dot{D} \text{Sen} \mu + D^2 \text{Cos} \mu \dot{D}]]}{(-2D^2 d1 \text{Sen} \mu)^2}$$

$$\ddot{\mu} = \frac{\ddot{D} (D^2 + d2^2 - d1^2) + 2D\dot{D}^2}{(-2D^2 d1 \text{Sen} \mu)^2} - \frac{\dot{D} (D^2 + d2^2 - d1^2) [-4d1D\dot{D} \text{Sen} \mu - 2D^2 d1 \text{Cos} \mu \dot{D}]}{(-2D^2 d1 \text{Sen} \mu)^2}$$

(Ecuación 54)

Sabiendo que:

$$\dot{D} = \frac{(SxVx + SyVy)}{D}$$

$$\ddot{D} = \frac{[VxVx + Sxax + VyVy + Syay]D - (SyVx + SyVy)\dot{D}}{D^2}$$

Para determinar la aceleración angular ($\ddot{\alpha}$) de la barra d1, se tiene que:

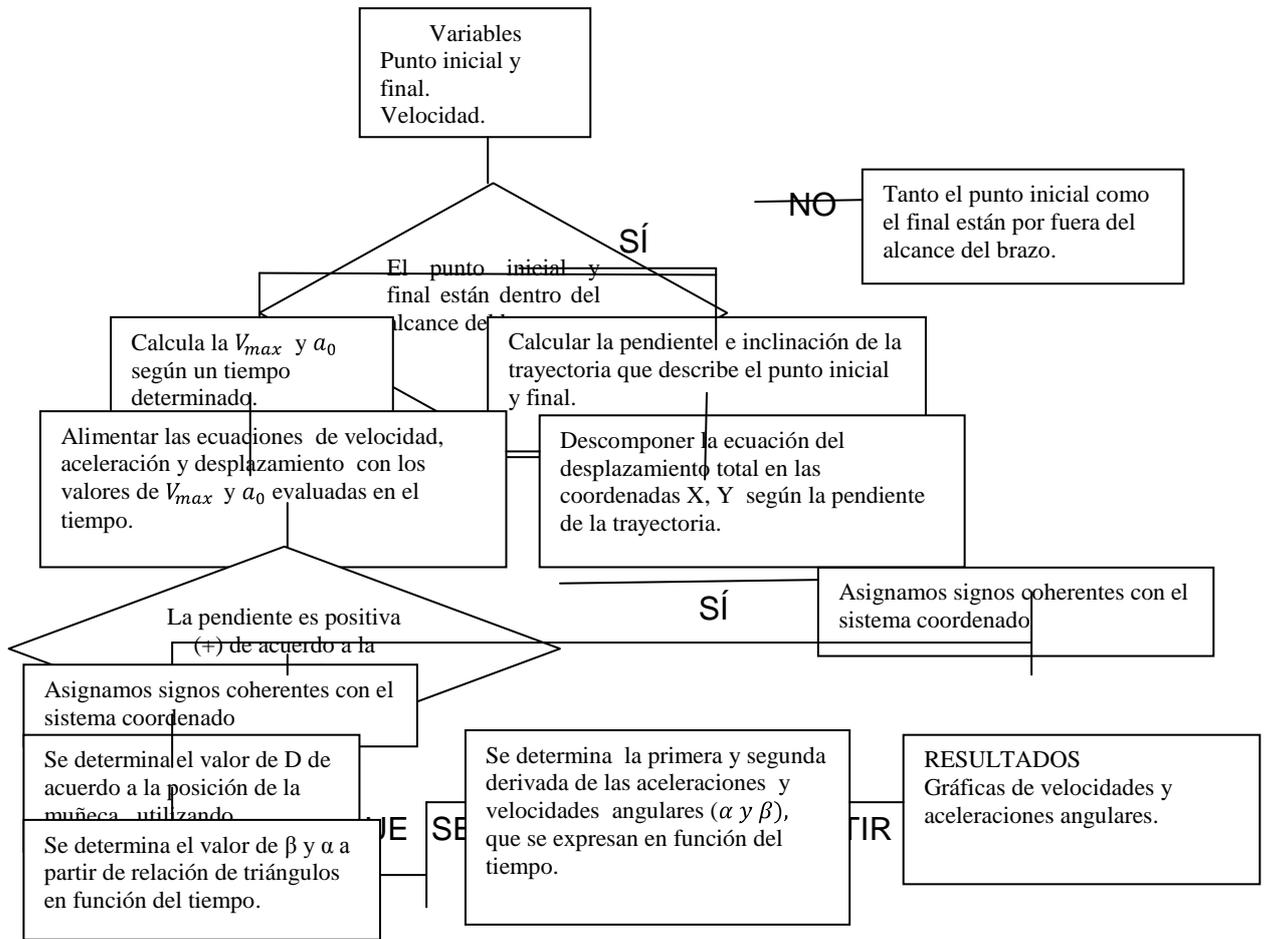
$$\ddot{\alpha} = \ddot{\rho} - \ddot{\mu}$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{(aySx - axSy)}{Sx^2 \text{Sec}^2} - \frac{(VySx - VxSy) [2SxVx \text{Sec}^2 \rho + Sx^2 (2 \text{Sec}^2 \rho + \text{Tan} \rho)]}{(Sx^2 \text{Sec}^2 \rho)^2} - \frac{\ddot{D} (D^2 + d2^2 - d1^2) + 2D\dot{D}^2}{(-2D^2 d1 \text{Sen} \mu)^2} - \frac{\dot{D} (D^2 + d2^2 - d1^2) [-4d1D\dot{D} \text{Sen} \mu - 2D^2 d1 \text{Cos} \mu \dot{D}]}{(-2D^2 d1 \text{Sen} \mu)^2}$$

(Ecuación 55)

El desarrollo matemático, anteriormente expresado, será programado y desarrollado en Matlab, en donde se representará gráficamente el comportamiento de la muñeca, determinando velocidades, aceleraciones, ángulos y desplazamientos en función del tiempo. A continuación se muestra diagrama de flujo para Matlab.

Figura: 20 Diagrama de flujo del programa Matlab



Una vez determinado el diagrama de flujo para el ingreso de los datos al programa Matlab, se realizara la programación para la generación de las graficas Figura 21.

Figura 21. Programación en Matlab.

```

Programa Brazo - Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
%Programa Movimiento de un Brazo en funcion del tiempo
%ao = aceleracion inicial del extremo del antebrazo (muñeca)
%vmax = velocidad maxima del extremo del antebrazo (muñeca)
%rt = tiempo total del recorrido rectilineo
%ti = tiempo de ejecucion del movimiento
%d1 = largo del brazo
%d2 = largo del antebrazo (d2 < d1)
%gama = angulo de inclinacion de la trayectoria con respecto a la horiz
%x1,y1 = coordenadas de la posicion inicial en la trayectoria
%x2,y2 = coordenadas de la posicion final en la trayectoria
%sm = pendiente de la recta de la trayectoria
%b = constante de la ecuacion de la recta de la trayectoria
%r = lim inferior del campo de accion del brazo
%R = lim superior del campo de accion del brazo
%rho = angulo del la linea D con la horizontal
%rhop = primera derivada de rho (velocidad Angular de rho)
%rhopp = segunda derivada de rho (aceleracion angular de rho)
%miu = angulo de la linea D con el brazo(d1)
%miup = primera derivada de miu (velocidad Angular de miu)
%miupp = segunda derivada de miu (aceleracion angular de miu)
%beta = angulo entre el antebrazo y el brazo
%betap = primera derivada de beta (velocidad angular de beta)
%betapp = segunda derivada de beta (aceleracion angular de beta)

%ingreso de variables
d1= input ('indique el valor del largo del brazo (m) ');
d2= input ('indique el valor del largo del antebrazo (m) ');
r= abs(d1-d2);
R= d1+d2;

%puntos inicial y final de la posicion de la muñeca
x1=0.25;
y1=-0.1;
x2=0.4;
y2=0.35;

mg1=abs(sqrt(x1^2+y1^2)); %distancia del origen al punto (x1,y1)
mg2=abs(sqrt(x2^2+y2^2)); %distancia del origen al punto (x2,y2)

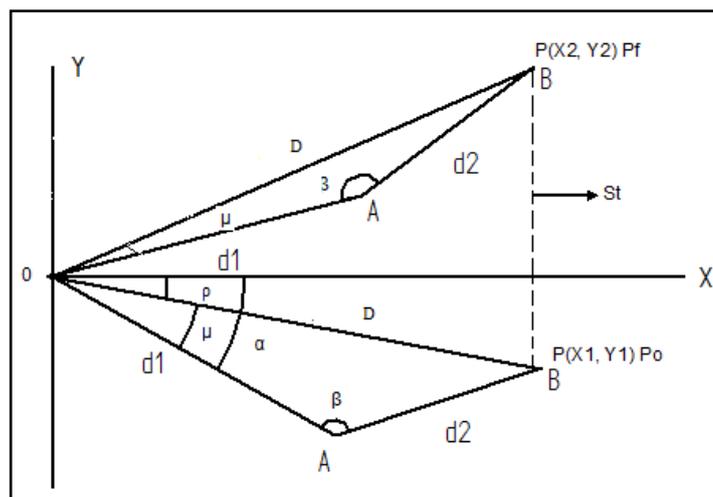
% comprobacion si los puntos asignados se encuentran en el campo de acc
% del brazo
if mg1<r|mg1
disp('el punto (x1,y1) se encuentra por fuera del campo de accion')

```

Fuente: el Autor.

A partir de la programación realizada en Matlab se procederá a generar las graficas teniendo como parámetro que tanto el diagrama de flujo como la programación dependen de la geometría del problema.

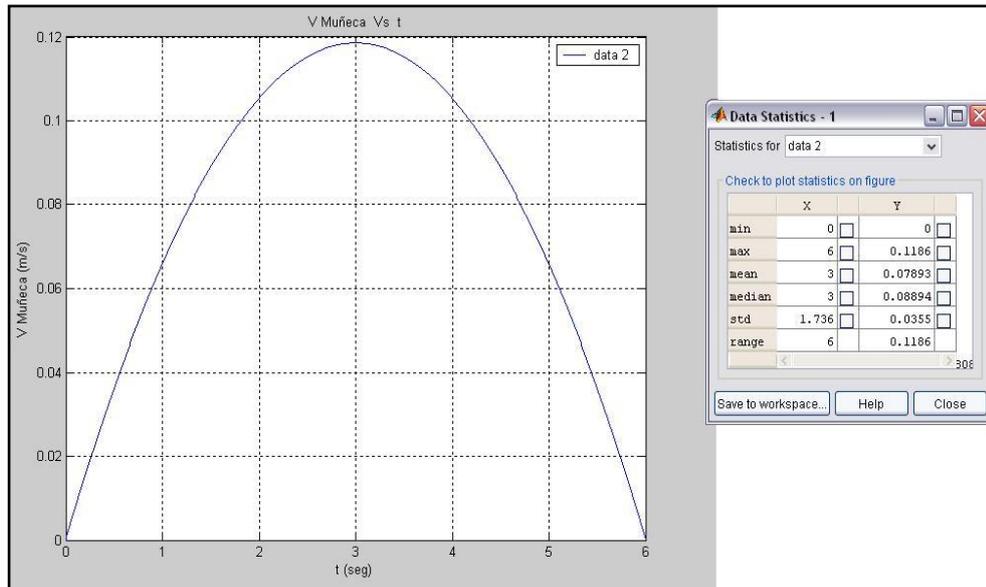
Figura 22. Geometría para graficas generadas por Matlab.



Fuente: el Autor

A partir de lo anterior se generaron las siguientes graficas:

Figura 23. Gráfica de velocidad de la muñeca V_s tiempo.

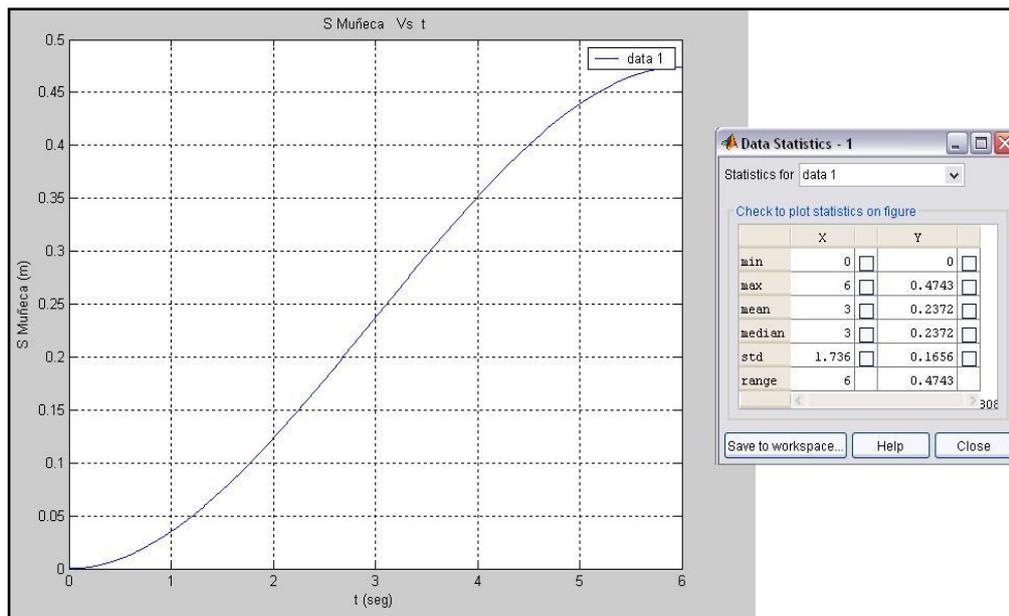


Fuente: el Autor.

Características de la velocidad V_s tiempo.

- ❖ Se tiene un punto de velocidad máxima en la mitad de la trayectoria.
- ❖ Se cumple el movimiento deseado arranca y finaliza con velocidad "cero".

Figura 24. Gráfica de desplazamiento de la muñeca (S_t) V_s tiempo.

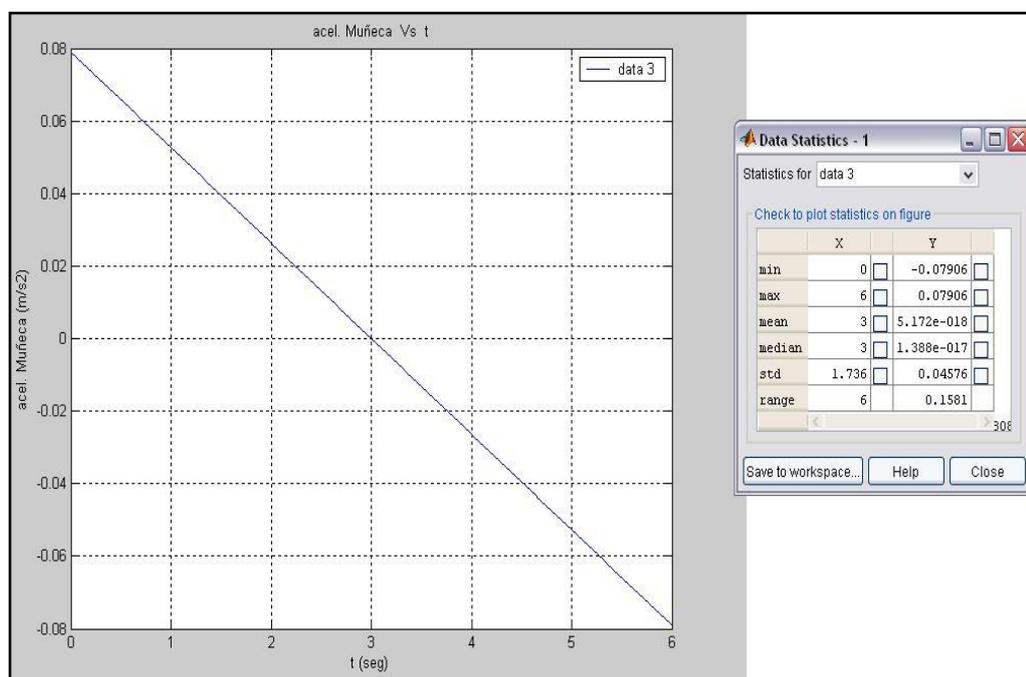


Fuente: el Autor.

Características del desplazamiento de la muñeca (V_s tiempo).

- ❖ La grafica demuestra que se logra el tipo de movimiento deseado (movimiento suave).
- ❖ Arranca y termina con una velocidad mínima maximizando la velocidad en la mitad del recorrido, con esto se logra hacer el movimiento lo mas rápido posible evitando el impacto o frenado brusco al final del movimiento (pendientes bajas en los extremos y altas en la mitad del recorrido).

Figura 25. Gráfica de la aceleración de la muñeca V_s tiempo.

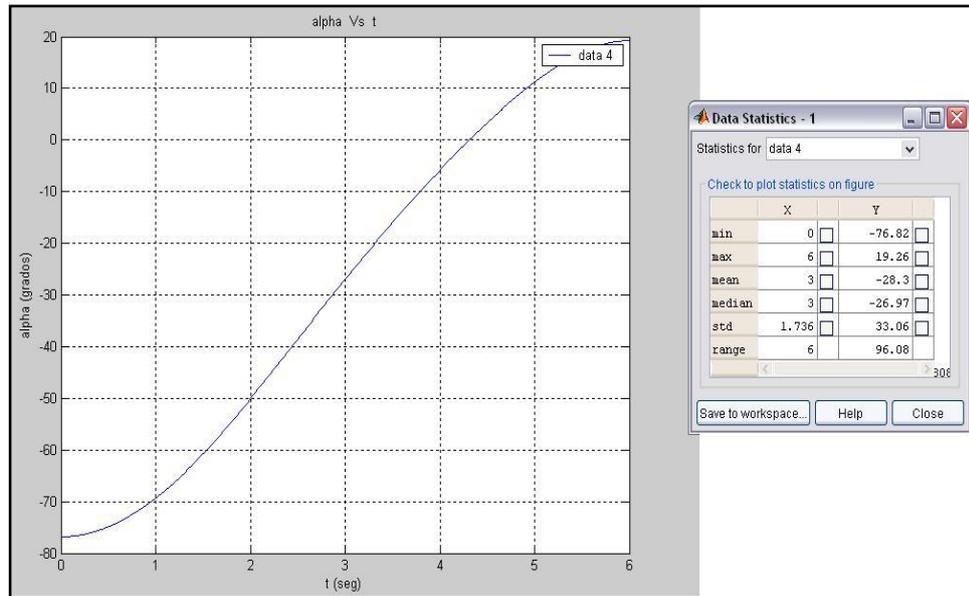


Fuente: el Autor

Características de aceleración V_s tiempo.

- ❖ El movimiento arranca con una aceleración determinada correspondiente al valor del eje vertical cuando el valor del eje horizontal es cero.
- ❖ La función pasa por cero en la mitad del recorrido es decir que tiende a acelerarse positiva en la primera mitad y negativo en la segunda. es decir que después de la mitad de la trayectoria la muñeca comienza a desacelerar progresivamente.

Figura 26. Gráfica del ángulo alfa (α), V_s tiempo.

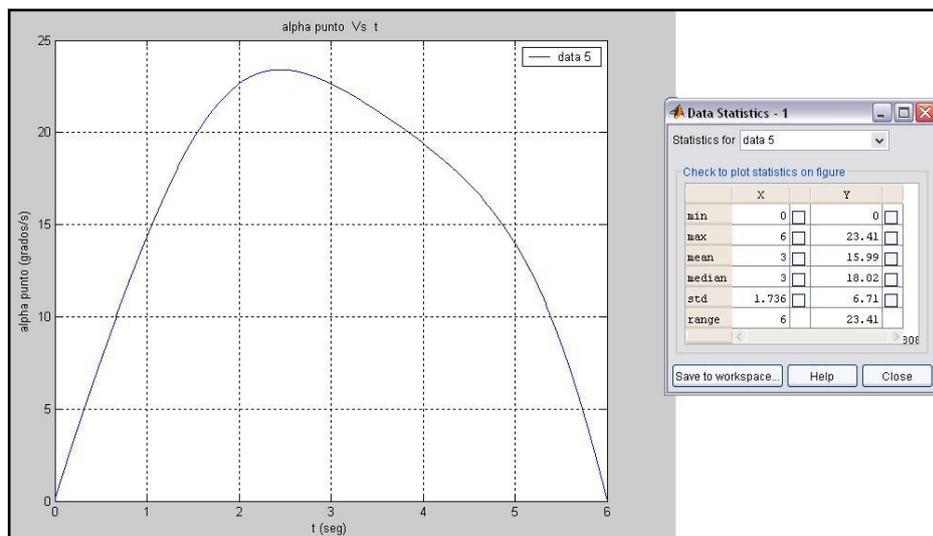


Fuente: el Autor

Características ángulo alfa (α), V_s tiempo.

- ❖ Inicia con valor negativo porque el brazo se mueve de un cuadrante a otro el ángulo se mide con respecto al eje horizontal para abajo negativo y para arriba positivo (ver Figura 22).
- ❖ Se observa que el movimiento es suave, es decir que al principio y al final la velocidad es baja.

Figura 27. Gráfica de la velocidad angular ($\dot{\alpha}$) V_s tiempo.

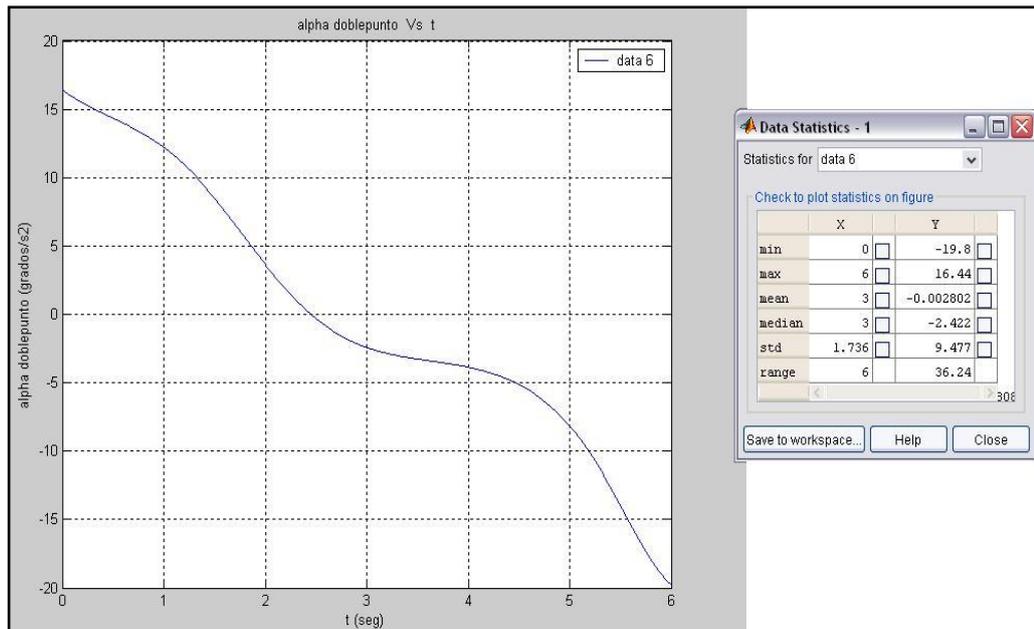


Fuente: el Autor

Características de la velocidad angular ($\dot{\alpha}$) V_s tiempo.

- ❖ Arranca y finaliza con velocidad angular "cero".
- ❖ Se tiene un punto de velocidad máxima en la punta de la función. Figura 27.

Figura 28. Gráfica de la aceleración angular ($\ddot{\alpha}$) V_s tiempo.

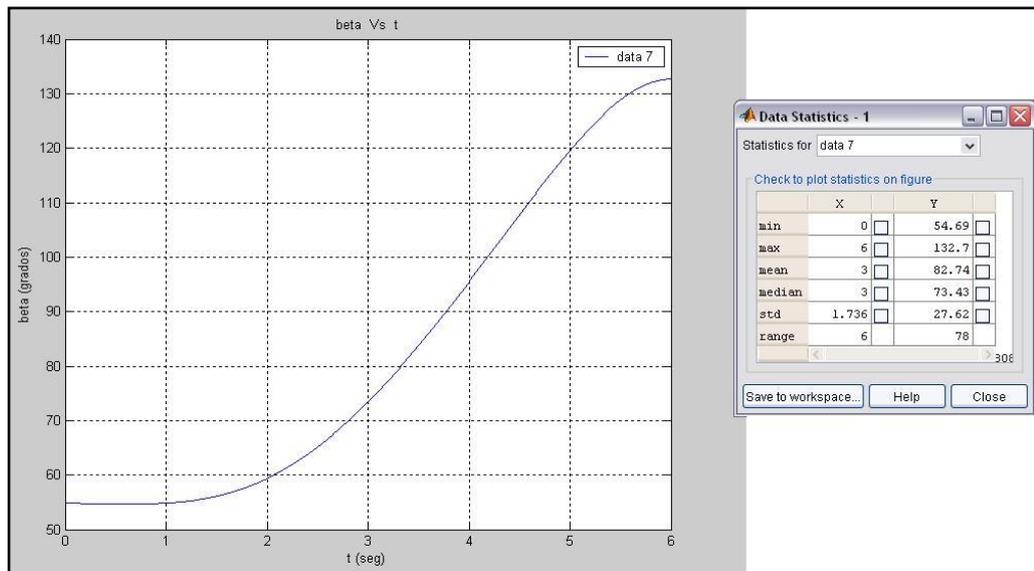


Fuente: el Autor.

Características aceleración angular ($\ddot{\alpha}$) V_s tiempo

- ❖ El movimiento arranca con una aceleración angular determinada correspondiente al valor del eje vertical cuando el valor del eje horizontal es cero.
- ❖ cuando la función pasa por cero disminuye la velocidad angular (aceleración negativa)
- ❖ El punto crítico al inicio y al final se encuentran localizados al inicio y al final de la función. (puntos de mayor aceleración angular).

Figura 29. Gráfica del ángulo (β) V_s tiempo.

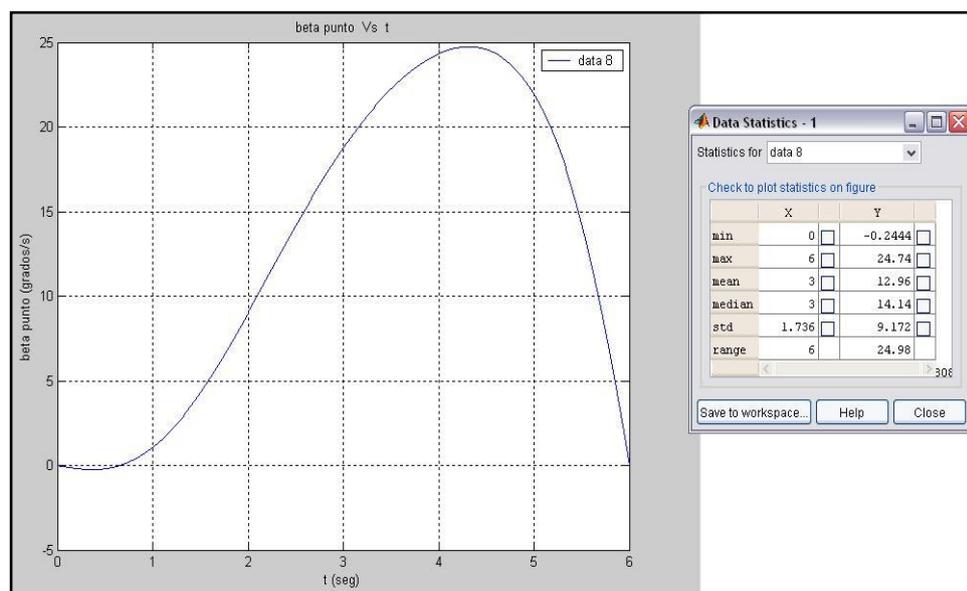


Fuente: el Autor.

Características del ángulo (β) V_s tiempo.

- ❖ Movimiento suave, es decir que al principio y al final la velocidad es baja.
- ❖ Siempre es positivo ya que es el ángulo formado entre la barra d1 y la barra d2 (Ver figura 22).

Figura 30. Gráfica de la velocidad angular ($\dot{\beta}$) V_s tiempo.

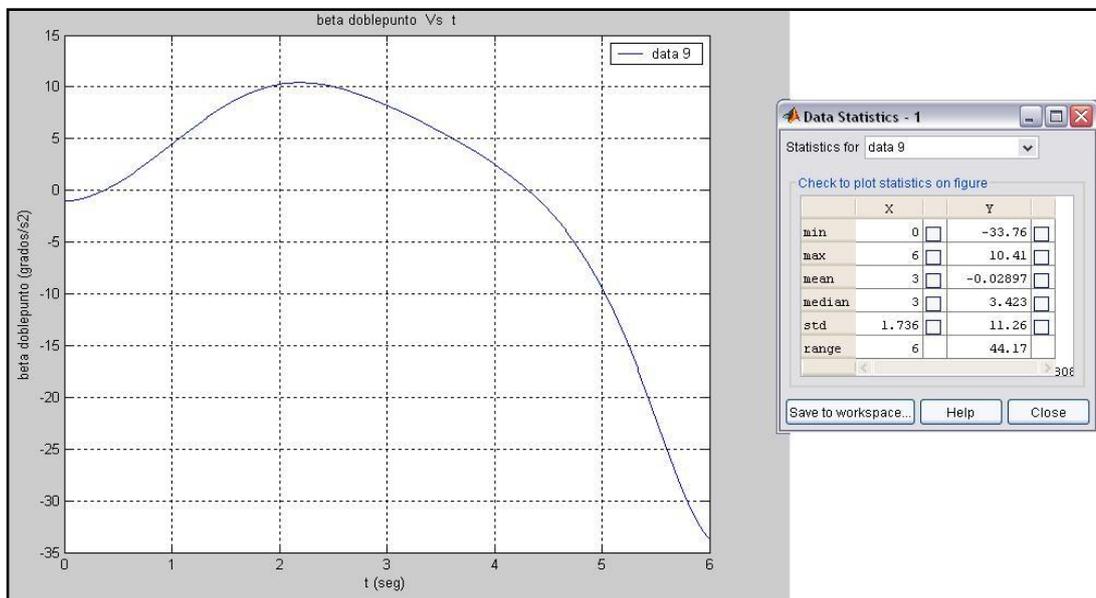


Fuente: el Autor.

Características de la velocidad angular ($\dot{\beta}$) V_s tiempo.

- ❖ -Inicia en cero, velocidad inicial cero.
- ❖ En la primera parte toma un valor negativo, es decir que en el movimiento del ángulo entre las barras d1 y d2 se hace mas pequeño, pero después de un tiempo se hace positivo es decir el brazo se estira, la razón por la que es negativo en el comienzo es por que debido a que la muñeca debe seguir una trayectoria recta obligando a las barras d1 y d2 a recogerse un poco mientras la muñeca gana altura. (Ver figura 22).

Figura 31. Gráfica de la aceleración angular ($\ddot{\beta}$) V_s tiempo.



Fuente: el Autor.

Características de la aceleración angular ($\ddot{\beta}$) V_s tiempo

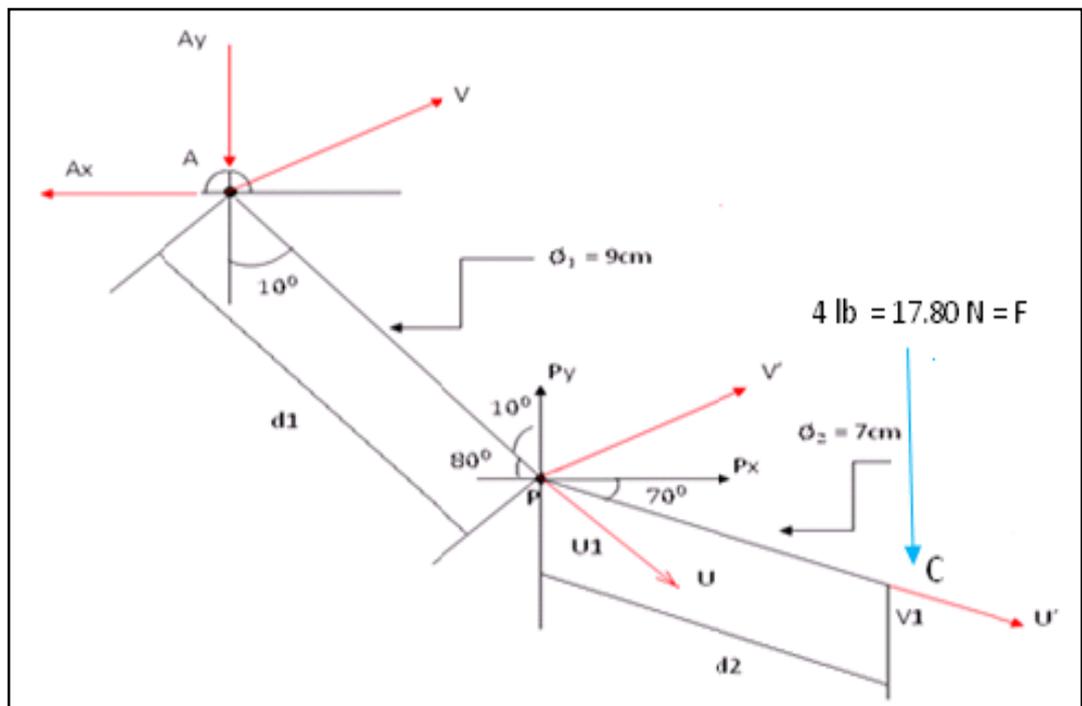
- ❖ La función pasa 2 veces por cero debido al cambio en la dirección de la velocidad.
- ❖ el punto critico seria al final de la función ya que es el punto de mayor aceleración angular.

8. ANÁLISIS DE FALLA DEL BRAZO.

8.1 ANÁLISIS CON CARGAS ESTÁTICAS

En este análisis se tendrán en cuenta, las fuerzas cortantes (V) y axiales (U) que actúan en el segmento a partir de las reacciones determinadas para cada análisis, en este caso el estático Figura 32.

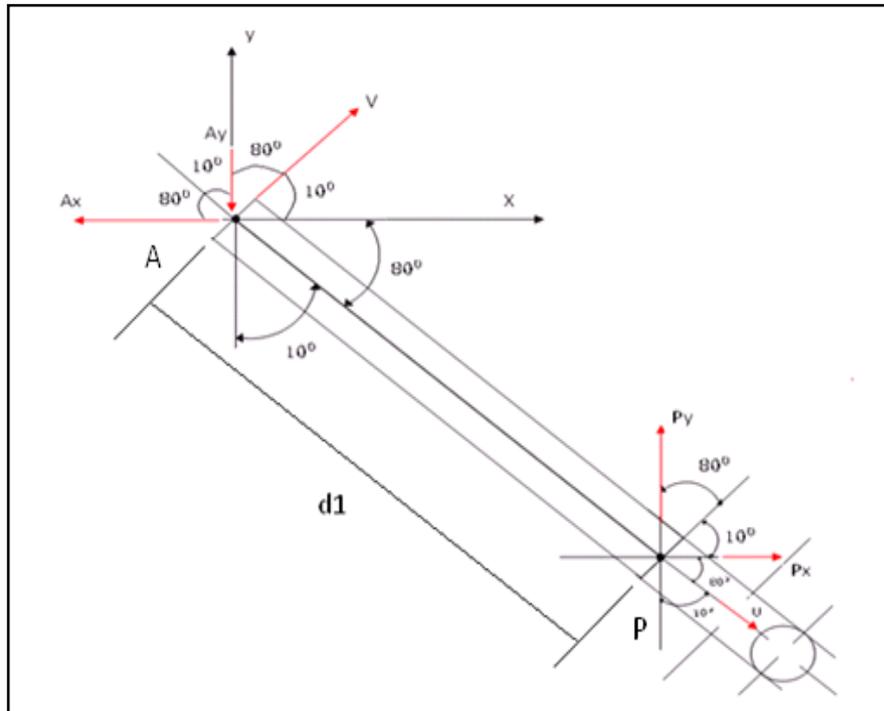
Figura 32. Reacciones, fuerzas axiales y cortantes del mecanismo.



Fuente: el Autor.

Con el fin de realizar el análisis de falla del mecanismo que compone el brazo humano, se determina que cada segmento se tomara por separado y como una viga Figura 32, para determinar la dirección de sus fuerzas axiales y cortantes tomando como base, las reacciones estáticas determinadas en el análisis estático.

Figura 33. Análisis segmento A-P.



Fuente: el Autor.

Donde:

$$A_x = 14.302461 \text{ N}$$

$$A_y = 63.513290 \text{ N}$$

$$P_x = 14.302461 \text{ N}$$

$$P_y = 81.113290 \text{ N}$$

A partir de la Figura 33 se determina la magnitud de las fuerzas axiales y cortantes.

$$\begin{aligned} + \searrow \vec{A}_u &= -A_x \cos 80 + A_y \cos 10 = -14.302461 \text{ N} \cos 80 + 63.513290 \text{ N} \cos 10 \\ \vec{A}_u &= 60.064784 \end{aligned}$$

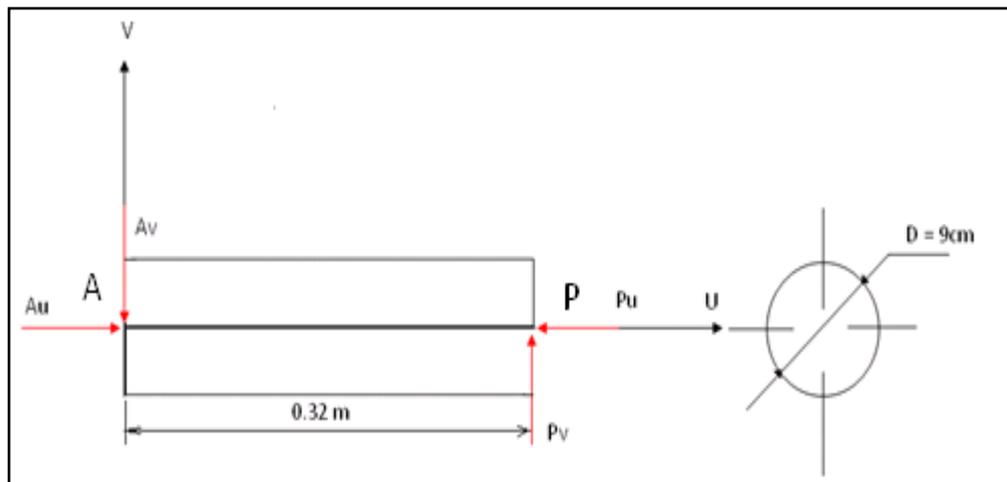
$$\begin{aligned} \nearrow + \vec{A}_v &= -A_x \cos 10 - A_y \cos 80 = -14.302461 \text{ N} \cos 10 - 63.513 \text{ N} \cos 80 \\ \vec{A}_v &= -76.633554 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \searrow + \vec{P}_u &= P_x \cos 80 - P_y \cos 10 = 14.302461 \text{ N} \cos 80 - 81.113290 \text{ N} \cos 10 \\ \vec{P}_u &= -77.397400 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nearrow + \vec{P}_v &= P_y \cos 80 + P_x \cos 10 = 81.113290N \cos 80 + 14.3022461N \cos 10 \\ \vec{P}_v &= 28.170349 N \end{aligned}$$

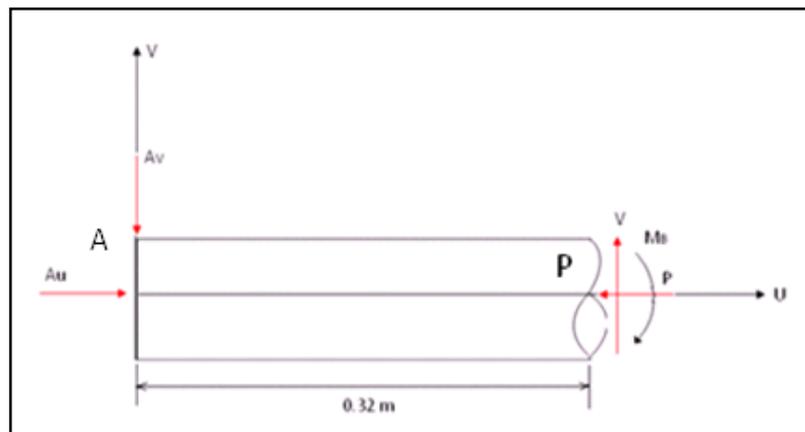
Una vez determinadas las magnitudes de las fuerzas axiales y cortantes y sus respectivas direcciones Figura 34, se determinara las fuerzas y momentos internos en cualquier sección de la viga Figura 35.

Figura 34. Dirección de las fuerzas axiales y cortantes del segmento A-P.



Fuente: el Autor.

Figura 35. Fuerzas y momentos internos segmento A-P.



Fuente: el Autor

A partir de la Figura 35 se determina la magnitud de las fuerzas y momentos internos que afectan al segmento A-P.

$$\rightarrow + \sum F_u = 0; \quad A_u - P = 0$$

Despejado P que representa la fuerza axial.

$$P = A_U = 60.064784 \text{ N}$$

Ahora

$$\uparrow + \sum F_V = 0; \quad V - A_V = 0$$

Despejando V que representa la fuerza cortante

$$V = A_V = 76.63355 \text{ N}$$

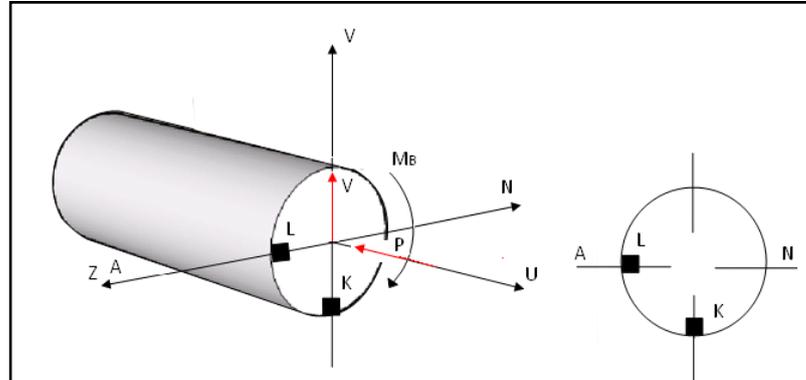
Ahora

$$\curvearrowright + \sum M_B = 0; \quad A_V * (0.32\text{m}) - M_B = 0$$

$$M_B = 76.633554 \text{ N} * (0.32 \text{ m}) = 24.522737 \text{ N.m}$$

A partir de las fuerzas internas y sus magnitudes se procede a realizar el análisis de las fibras críticas que afectan al segmento A-P como se observa en la Figura 36.

Figura 36. Análisis de fibras afectadas por las fuerzas internas segmento A-P.

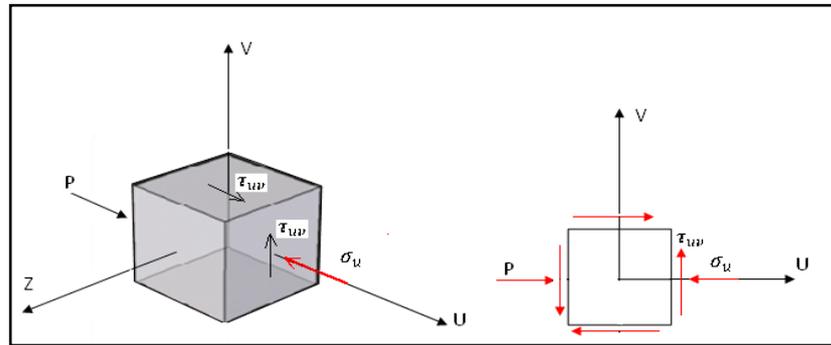


Fuente: el Autor.

Para el análisis de las fibras se utiliza el círculo de Mohr para determinar los esfuerzos principales que afecta la fibra como se observa en la Figura 37

Una vez determinado los esfuerzos principales se calculara el esfuerzo de

Figura 37. Análisis de la fibra L segmento A-P.



Fuente: el Autor

Cálculo de los esfuerzos principales por círculo de Mohr

$$\sigma_u = \frac{-P}{A} = \frac{-60.00478 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} [0.09 \text{ m}]^2} = -9441.587 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\tau_{uv} = \frac{VQ}{It} = \frac{V [\bar{u}(A)]}{\frac{\pi}{64} * D^4 * t} = \frac{76.633554 \text{ N} \left[\left(\frac{0.09 \text{ m}}{2} \right) \left(\frac{\pi}{8} * (0.09 \text{ m})^2 \right) \right]}{\frac{\pi}{64} * (0.09 \text{ m})^4 * (0.09 \text{ m})} = 37843.7303 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{-\sigma_u + \sigma_v}{2} + \sqrt{\left(\frac{-\sigma_u + \sigma_v}{2} \right)^2 + \tau_{uv}^2} = \frac{-9441.58743 \text{ N/m}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{-9441.58743 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} \right)^2 + (2365.23 \text{ N/m}^2)^2} = 33416.2463 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{-\sigma_u + \sigma_v}{2} - \sqrt{\left(\frac{-\sigma_u + \sigma_v}{2} \right)^2 + \tau_{uv}^2} = \frac{-9441.58743 \text{ N/m}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{-9441.58743 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} \right)^2 + (2365.23 \text{ N/m}^2)^2} = -42857.8333 \text{ N/m}^2$$

Ahora aplicando la teoría de falla de la Moho

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{Equi}^2$$

Sabiendo que:

σ_{Equi}^2 = Al esfuerzo equivalente.

$$\sigma_{Equi}^2 = \frac{\sigma_y}{F.S.}$$

Donde:

F.S. = Factor de seguridad = 3 según norma.

σ_y = Al esfuerzo de fluencia para el segmento A-P

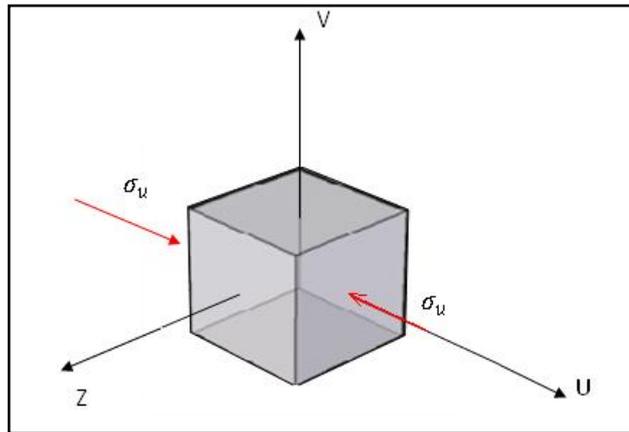
Despejando de la ecuación σ_y como se muestra

$$(33416.2463 \text{ N/m}^2)^2 - (-33416.2463 \text{ N/m}^2) * (-42857.8333 \text{ N/m}^2) + (-42857.8333 \text{ N/m}^2)^2 = \left(\frac{\sigma_y}{3} \right)^2$$

$$\sigma_y = 198671.3002 \frac{N}{m^2}$$

Ahora se analizara la fibra K Figura 38 de la misma forma en la que se analizó la fibra L.

Figura 38. Análisis en la fibra K segmento A-P.



Fuente: el Autor

$$\sigma_u = \frac{P}{A} + \frac{M_B}{I} = \frac{60.064784 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (0.09\text{m})^2} + \frac{24.5222737\text{N} \cdot \text{m} * \left(\frac{0.09\text{m}}{2}\right)}{\frac{\pi}{64} * (0.09\text{m})^4} = 352084.314389 \frac{N}{m^2}$$

Como es un estado de esfuerzos uniaxiales se determina:

$$F.S. = \frac{\sigma_y}{\sigma_u}$$

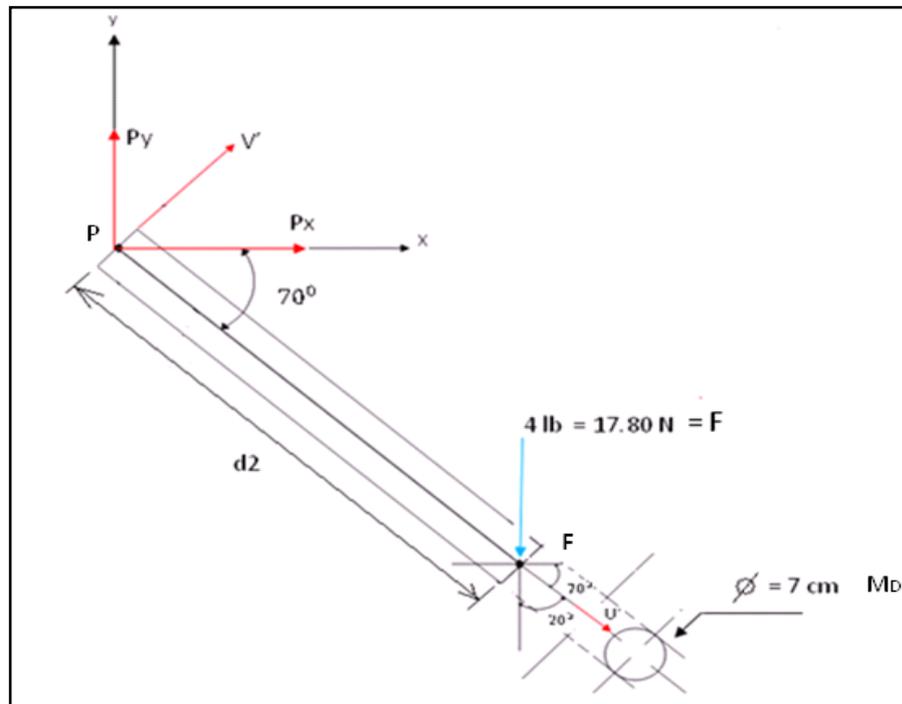
Despejando el esfuerzo de fluencia σ_y como se muestra

$$\sigma_y = \sigma_u * (F.S.) = 352084.314389 \frac{N}{m^2} * (3) = 1056252.94 \frac{N}{m^2}$$

$$\sigma_y = 1056252.94 \frac{N}{m^2}$$

8.1.1 Cálculo del esfuerzo de fluencia para el segmento P-F. Al igual que para el segmento A-P se desarrollara el mismo análisis para el segmento P-F como se muestra en la Figura 39.

Figura 39. Análisis del segmento P-F



Fuente: el Autor

Donde:

$$P_x = 14.302461 \text{ N}$$

$$P_y = 81.113290 \text{ N}$$

$$F = 17.80 \text{ N}$$

A partir de la Figura 39 se determina la magnitud de las fuerzas axiales y cortantes.

$$\searrow + \overline{P}_{U'} = P_x \cos 70 - P_y \cos 20 = 14.302461 \text{ N} - 81.113290 \cos 20$$

$$\overline{P}_{U'} = -71.329830 \text{ N}$$

$$\nearrow + \overline{P}_{V'} = P_x \cos 20 + P_y \cos 70 = 14.302461 \text{ N} \cos 20 + 81.113290 \cos 70$$

$$\overline{P}_{V'} = 41.182296 \text{ N}$$

$$\searrow + \overline{F}_{U'} = F \cos 20 = 17.80 \cos 20$$

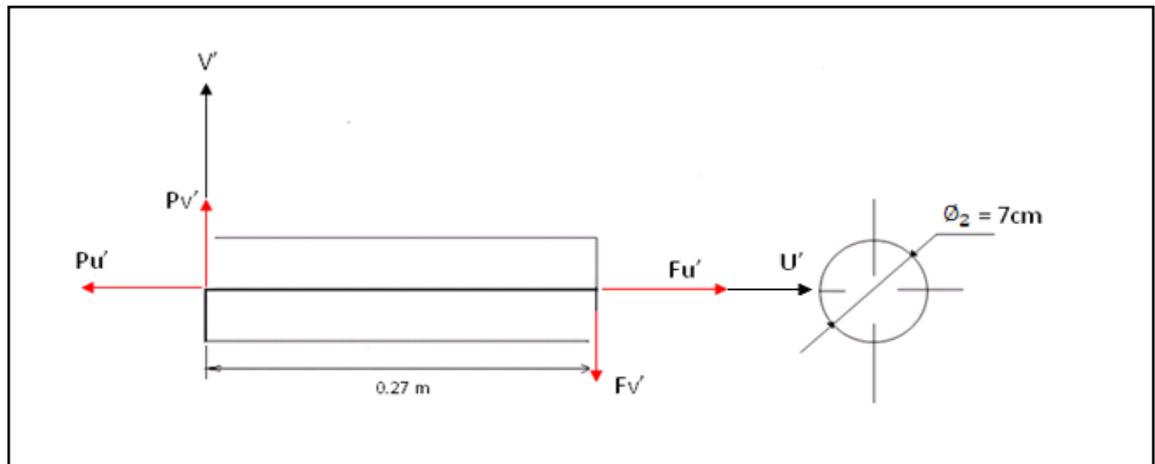
$$\overline{F}_{U'} = 16.7265$$

$$\nearrow + \overline{F}_{V'} = -F \sin 20 = -17.80 \sin 20$$

$$\overline{F}_{V'} = -6.0879 \text{ N}$$

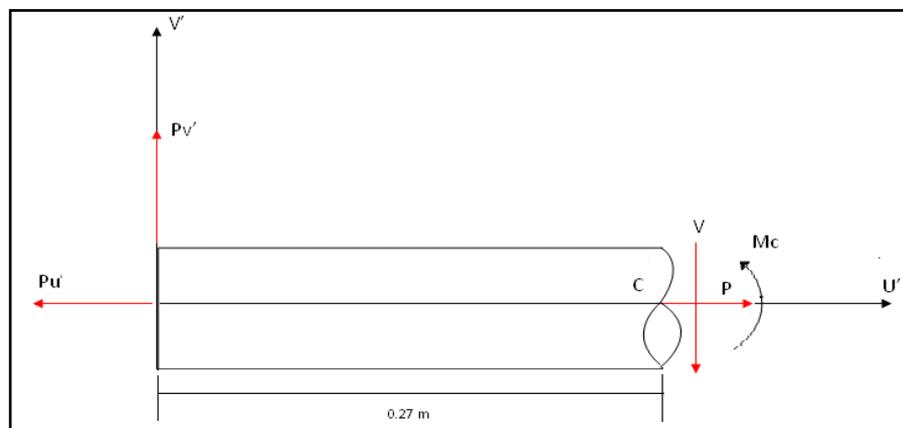
Una vez determinadas las magnitudes de las fuerzas axiales y cortantes y sus respectivas direcciones Figura 40 se determinara las fuerzas y momentos internos en cualquier sección de la viga Figura 41

Figura 40. Dirección de las fuerzas axiales y cortantes segmento P-F.



Fuente: el Autor.

Figura 41. Fuerzas y momentos internos segmento P-F.



Fuente: el Autor.

A partir de la Figura 41 se determina la magnitud de las fuerzas y momentos internos que afectan al segmento P, F.

$$\rightarrow \sum F_u' = 0; \quad -P_u' + P = 0; \quad -71.329830 + P = 0$$

Despejando P que representa la fuerza axial

$$P = 71.329830 \text{ N}$$

Ahora

$$\uparrow + \sum F_{V'} = 0; \quad P_{v'} - V = 0; \quad 41.182296 \text{ N} - V = 0$$

Despejando V que representa la fuerza cortante

$$V = 41.182296 \text{ N}$$

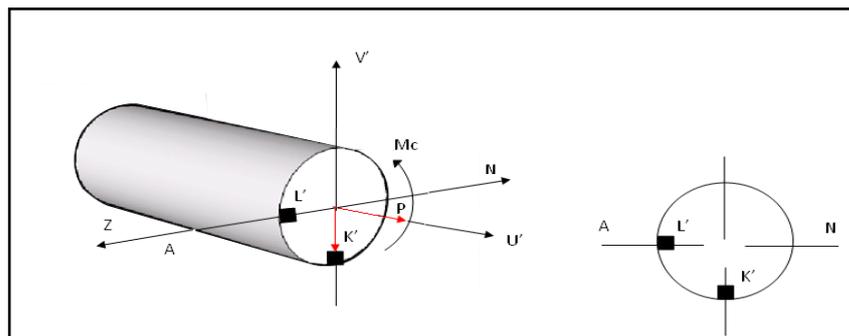
Ahora

$$\curvearrowright + \sum M_c = 0; \quad -P_{v'} * (0.27 \text{ m}) + M_c = 0; \quad M_c = 41.1822296 \text{ N} * 0.27 \text{ m} = 11.11921992 \text{ N.m}$$

$$M_c = 11.11921992 \text{ N.m}$$

A partir de las fuerzas internas y sus magnitudes se procede a realizar el análisis de las fibras críticas que afectan al segmento P-F como se observa en la Figura 42.

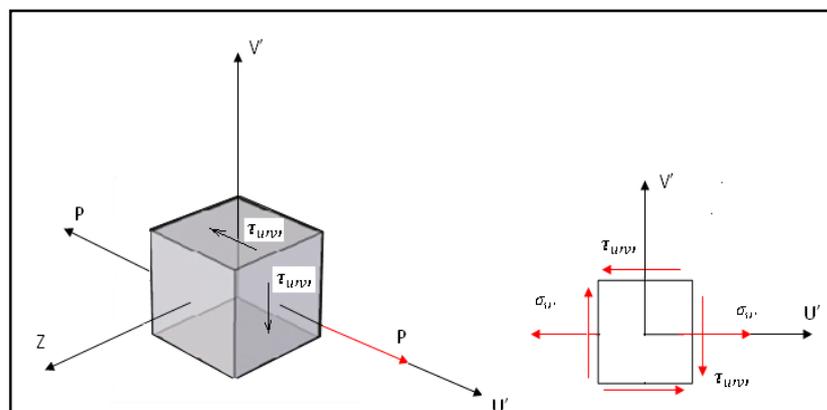
Figura 42. Análisis de fibras afectadas por las fuerzas internas segmento P-F.



Fuente: el Autor.

A hora se realizara el análisis de la fibra L' como se muestra en la Figura 43.

Figura 43. Análisis de la fibra L' segmento P-F.



Fuente: el Autor.

Cálculo de los esfuerzos principales

$$\sigma_{u'} = \frac{P}{A} = \frac{71.329830 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} [0.07 \text{ m}]^2} = 18534.6857 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\tau_{u'v'} = \frac{VQ}{It} = \frac{V [\bar{u}(A)]}{\frac{\pi}{4} * D^4 t} = \frac{41.182296 \text{ N} \left[\left(\frac{0.07 \text{ m}}{2} \right) \left(\left(\frac{\pi}{8} \right) * (0.07 \text{ m})^2 \right) \right]}{\frac{\pi}{64} * (0.07 \text{ m})^4 * (0.07 \text{ m})} = 33618.20 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{u'} + \sigma_{v'}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{u'} + \sigma_{v'}}{2} \right)^2 + \tau_{u'v'}^2} = \frac{18534.6857 \text{ N/m}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{18534.6857 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} \right)^2 + (33618.20 \text{ N/m}^2)^2} = 44139.49 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{u'} + \sigma_{v'}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{u'} + \sigma_{v'}}{2} \right)^2 + \tau_{u'v'}^2} = \frac{18534.6857 \text{ N/m}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{18534.6857 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} \right)^2 + (33618.20 \text{ N/m}^2)^2} = -5900.65 \text{ N/m}^2$$

Ahora aplicando la teoría de falla de la energía de la distorsión donde:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{Equi}^2$$

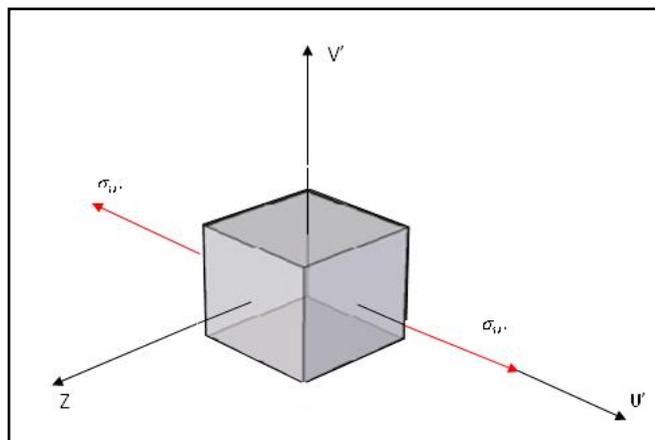
Despejando de la ecuación el esfuerzo de fluencia σ_y como se muestra

$$\left(44139.49 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)^2 - \left(44139.49 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) * \left(-5900.65 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) + \left(-5900.65 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_y}{3} \right)^2$$

$$\sigma_y = 142098.8113 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Análisis de la fibra K' para el segmento P-F Figura 44.

Figura 44. Análisis de la fibra K' segmento P-F.



Fuente: el Autor.

$$\sigma_{u'} = \frac{P}{A} + \frac{M_c}{I} = \frac{71.329830 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (0.07\text{m})^2} + \frac{11.119219\text{N}\cdot\text{m} * \left(\frac{0.07\text{m}}{2}\right)}{\frac{\pi}{64} * (0.07\text{m})^4} = 348737.1192 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Como es un estado de esfuerzos uniaxiales se determina:

$$F.S. = \frac{\sigma_y}{\sigma_u}$$

Despejando el esfuerzo de fluencia σ_y como se muestra

$$\sigma_y = \sigma_u * (F.S.) = 348737.1192 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} * (3) = 1046211.3578 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_y = 1046211.3578 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

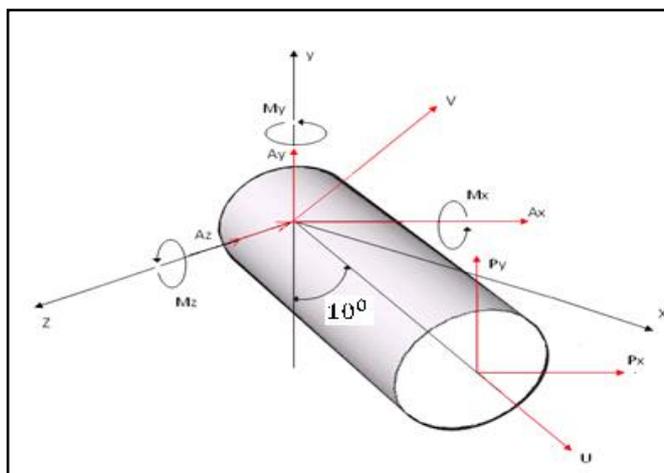
Una vez determinado el esfuerzo de fluencia σ_y para cada una de las fibras L, K, L', y K' se seleccionara el de mayor valor para condición estática que servirá como parámetro para la selección de un posible material.

$$\sigma_y = 1056252.94 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

8.2 ANÁLISIS DE FALLA CON CARGAS DINÁMICAS

En este análisis se tomaran las reacciones dinámicas máximas que se obtuvieron en el análisis cinético y cinemático, con el fin de desarrollar el análisis de falla para el brazo Figura 45.

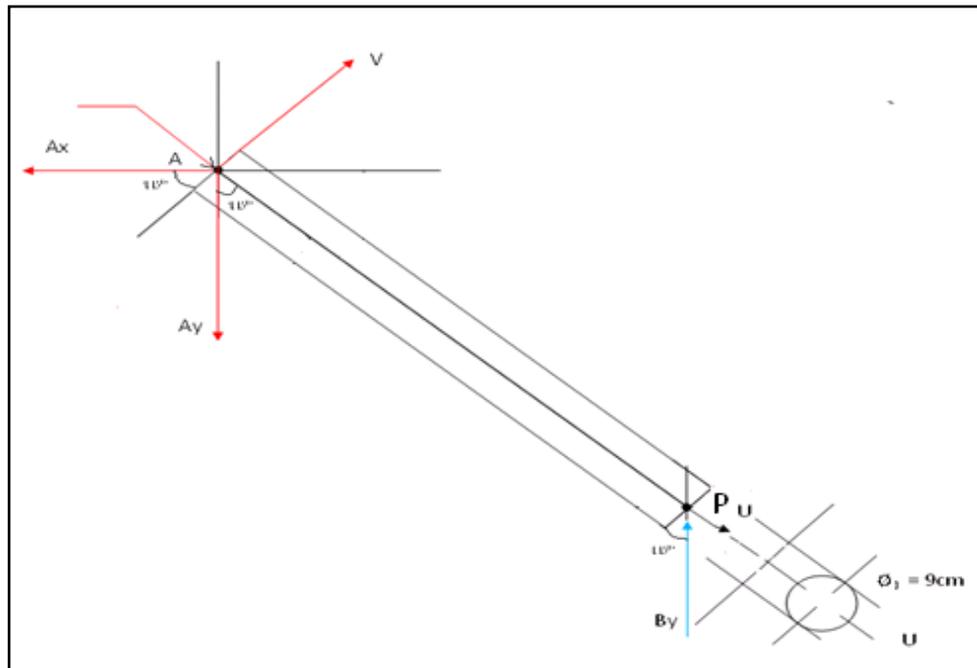
Figura 45. Análisis de cargas dinámicas.



Fuente: el Autor.

8.2.1 ANÁLISIS DEL SEGMENTO A-P. A partir de la Figura 42 se determina la dirección de las fuerzas axiales y cortantes, tomando como referencia que el eje z esta de punta, con el fin de descomponer las fuerzas en esta dirección como se observa en la Figura 46.

Figura 46. Análisis del segmento A-P.



Fuente: el Autor

Donde:

$$A_x = 18.432 \text{ N}$$

$$A_y = 87.526 \text{ N}$$

$$B_y = 130.8837$$

A partir de la Figura 44 se determina la magnitud de las fuerzas que afectan al segmento A-P.

$$\swarrow + \vec{A}_u = -A_x \text{ sen } 10 + A_y \text{ sen } 80 = -18.432 \text{ N sen } 10 + 87.526 \text{ N sen } 80$$

$$\vec{A}_u = 82.9956 \text{ N}$$

$$\nearrow + \vec{A}_v = -A_x \text{ cos } 10 - A_y \text{ cos } 80 = -18.432 \text{ N cos } 10 - 87.526 \text{ N cos } 80$$

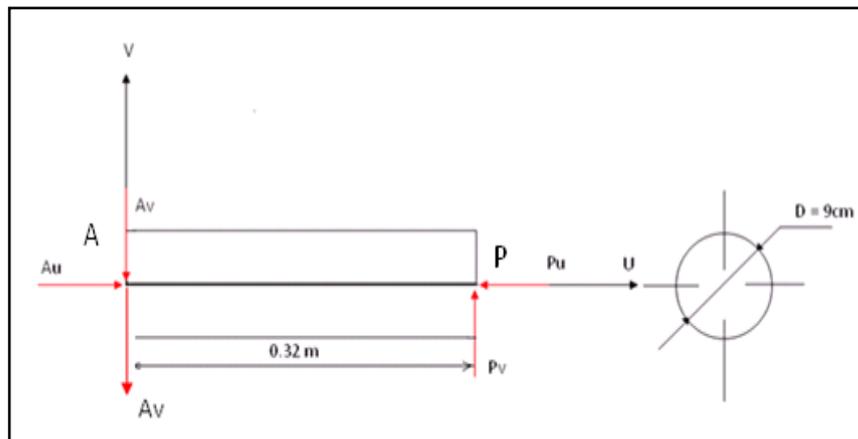
$$\vec{A}_v = -33.350 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \swarrow + \vec{P}_u &= -P_y \operatorname{sen} 10 = -130.8833N \operatorname{sen} 10 \\ \vec{P}_u &= -23.2485 N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nearrow + \vec{P}_v &= P_y \cos 10 = 130.8833N \cos 10 \\ \vec{P}_v &= 128.8948 N \end{aligned}$$

Una vez determinadas las magnitudes de las fuerzas axiales y cortantes se determina su dirección Figura 47.

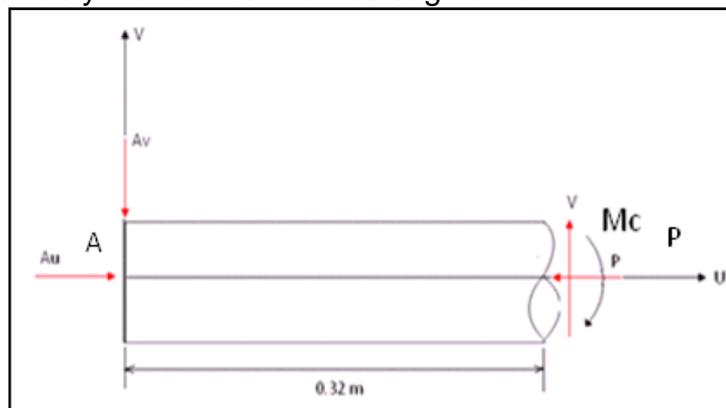
Figura 47. Dirección de las fuerzas axiales y cortantes segmento A-P.



Fuente: el Autor.

A partir de la magnitud de las fuerzas cortantes y axiales y su dirección se determinan las fuerzas internas del segmento Figura 48.

Figura 48. Fuerzas y momentos internos segmento A-P.



Fuente: el Autor.

Teniendo en cuenta la dirección de las fuerzas se calcula la magnitud de dichas fuerzas y como afectan al segmento A-P Figura 48.

$$\rightarrow \sum F_U = 0; A_u - P = 0; 82.9956 - P = 0$$

Despejado P que representa la fuerza axial

$$P = 88.9956 \text{ N}$$

Ahora

$$\uparrow \sum F_v = 0; -A_v + V = 0; -33.350 \text{ N} + V$$

Despejando V que representa la fuerza cortante

$$V = 33.3507 \text{ N}$$

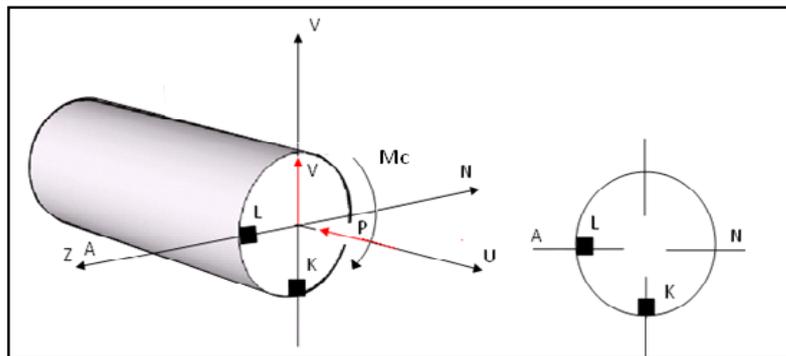
Ahora

$$\curvearrow \sum M_c = 0; A_v * (0.32) - M_c = 0; 33.350 \text{ N} * (0.32) - M_c = 0$$

$$M_c = 10.6722 \text{ N.m}$$

A partir de las fuerzas internas y sus magnitudes se procede a realizar el análisis de las fibras críticas que afectan al segmento A-P como se observa en la Figura 49.

Figura 49. Análisis de fibras afectadas por las fuerzas internas segmento A-P.

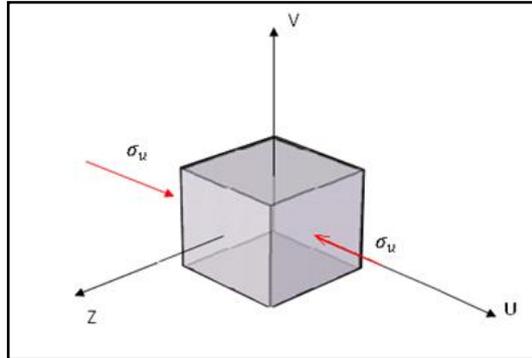


Fuente: el Autor.

Para el análisis de las fibras que van a ser afectadas por las reacciones dinámicas, se utilizarán los mismos criterios que para el análisis con reacciones estáticas con el fin de determinar el esfuerzo de fluencia.

Análisis de la fibra K para el segmento A-P Figura 50.

Figura 50. Análisis de la fibra k segmento A-P.



Fuente: el Autor.

Cálculo de los esfuerzos principales

$$\sigma_u = \frac{P}{A} + \frac{M_C}{I} = \frac{88.9956 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (0.09\text{m})^2} + \frac{10.6722 \text{ N.m} * \left(\frac{0.09\text{m}}{2}\right)}{\frac{\pi}{64} * (0.09\text{m})^4} = 163106.00 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Como es un estado de esfuerzos uniaxiales se determina:

$$F.S. = \frac{\sigma_y}{\sigma_u}$$

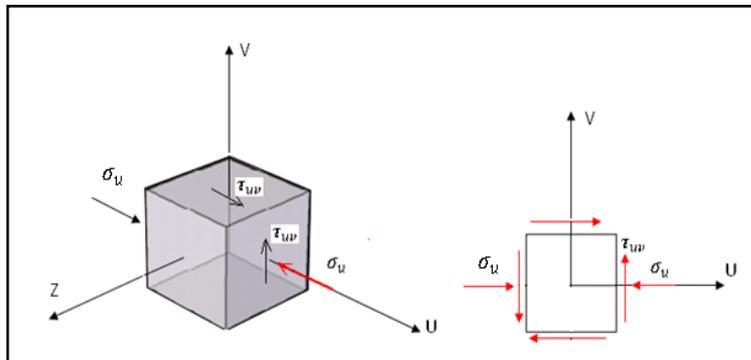
Despejando el esfuerzo de fluencia σ_y como se muestra

$$\sigma_y = \sigma_u * (F.S.) = 23309.02 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} * (3) = 69927.07 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_y = 69927.07 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Ahora se pasa al análisis de la fibra L Figura 51.

Figura 51. Análisis de la fibra L.



Fuente: el Autor.

Cálculo de los esfuerzos principales

$$\sigma_u = \frac{P}{A} = \frac{82.9956 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} [0.09 \text{ m}]^2} = 13046.08 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\tau_{uv} = \frac{VQ}{It} = \frac{V [\bar{u}(A)]}{\frac{\pi}{4} * D^4 t} = \frac{33.3507 \text{ N} \left[\left(\frac{0.09 \text{ m}}{2} \right) \left(\left(\frac{\pi}{8} \right) * (0.09 \text{ m})^2 \right) \right]}{\frac{\pi}{4} * (0.09 \text{ m})^4 * (0.09 \text{ m})} = 8234.74 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_u + \sigma_v}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_u - \sigma_v}{2} \right)^2 + \tau_{uv}^2} = \frac{13046.08 \text{ N/m}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{13046.08 \text{ N/m}^2}{2} \right)^2 + (8234.74 \text{ N/m}^2)^2} = 17028.32 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_u + \sigma_v}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_u - \sigma_v}{2} \right)^2 + \tau_{uv}^2} = \frac{13046.08 \text{ N/m}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{13046.08 \text{ N/m}^2}{2} \right)^2 + (8234.74 \text{ N/m}^2)^2} = -3982.24 \text{ N/m}^2$$

Ahora aplicando la teoría de falla de la energía de la distorsión donde:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{Equi}^2$$

Donde:

σ_{Equi}^2 = Al esfuerzo equivalente

$$\sigma_{Equi}^2 = \frac{\sigma_y}{F.S.}$$

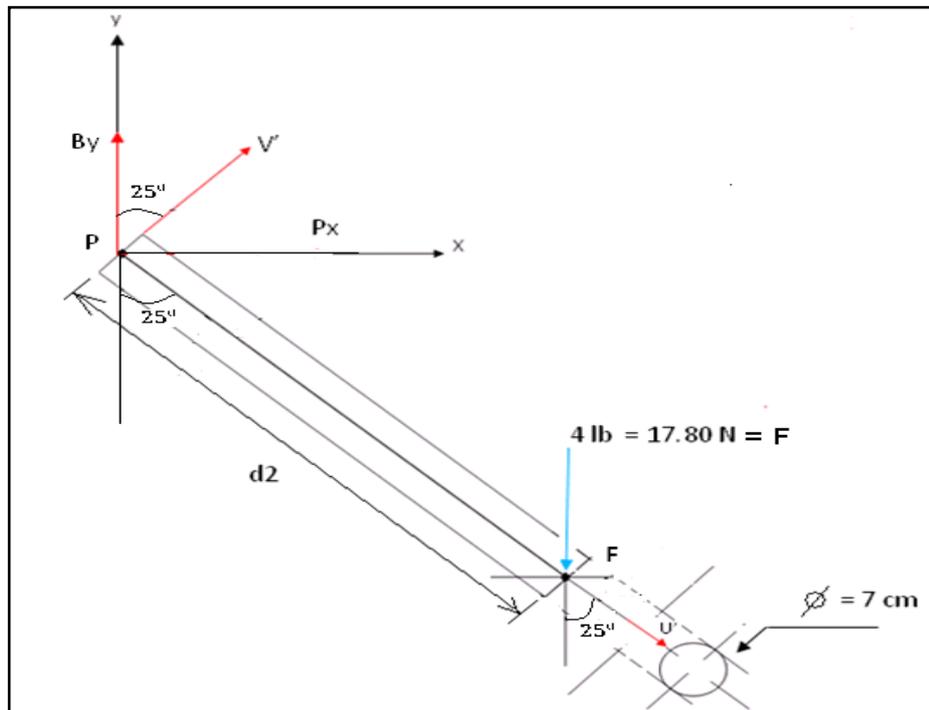
Despejado de la ecuación σ_y como se muestra

$$(17028.32 \text{ N/m}^2)^2 - (17028.32 \text{ N/m}^2) * (-3982.24 \text{ N/m}^2) + (3982.24 \text{ N/m}^2)^2 = \left(\frac{\sigma_y}{3} \right)^2$$

$$\sigma_y = 57988.75 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

8.2.2 ANÁLISIS DE FALLA PARA EL SEGMENTO P-F. Al igual que para el segmento A-P se realiza el mismo análisis para el segmento P-F Figura 52.

Figura 52. Análisis del segmento P- F.



Fuente: el Autor.

A partir de la Figura 52 se determina la magnitud de las fuerzas axiales y cortantes.

$$\swarrow + \overline{P_{U'}} = -Py \operatorname{sen} 25 = -130.88N \operatorname{sen} 25$$

$$\overline{P_{U'}} = -55.35 N$$

$$\nearrow + \overline{P_{V'}} = Py \cos 25 = 130.88 \cos 25$$

$$\overline{P_{V'}} = 118.61 N$$

$$\swarrow + \overline{F_{U'}} = F \cos 25 = 17.80 \cos 20$$

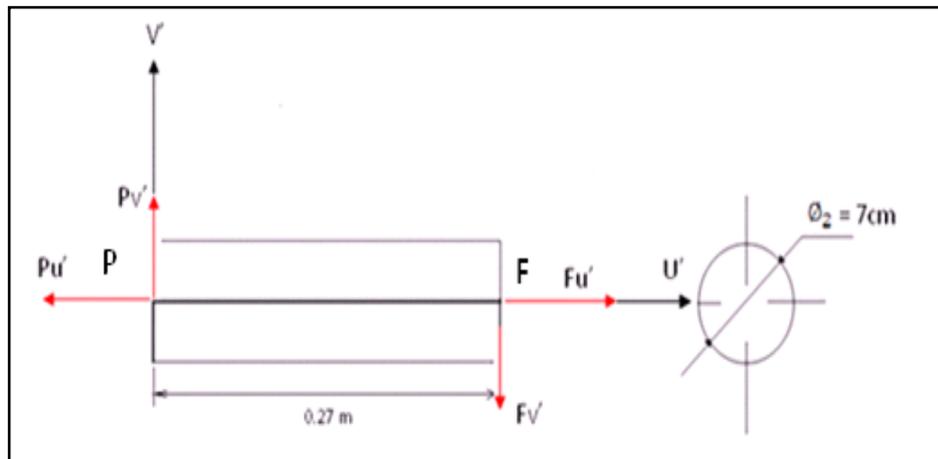
$$\overline{F_{U'}} = 16.13 N$$

$$\nearrow + \overline{F_{V'}} = -F \operatorname{sen} 25 = -17.80 \operatorname{sen} 25$$

$$\overline{F_{V'}} = -7.522 N$$

Una vez de terminadas las magnitudes de las fuerzas axiales y cortantes se determina su dirección Figura 53.

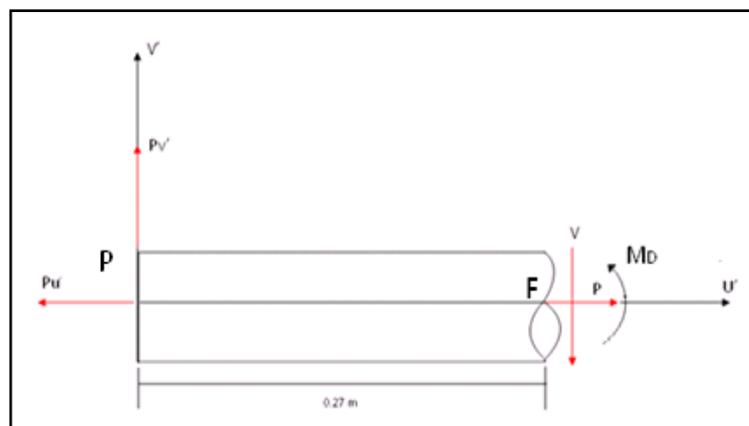
Figura 53. Dirección de las fuerzas axiales y cortantes P-F.



Fuente: el Autor.

A partir de la magnitud de las fuerzas cortantes y axiales y su dirección se determinan las fuerzas internas del segmento P-F Figura 54.

Figura 54. Fuerzas y momentos internos segmento P-F.



Fuente: el Autor.

$$\rightarrow \sum F_{u'} = 0; \quad -P_{u'} + P = 0; \quad -55.35N + P = 0$$

Fuerza axial

$$P = 55.35 N$$

Ahora

$$\uparrow + \sum F_{v'} = 0; \quad P_{v'} - V = 0; \quad 118.31 N - V = 0$$

Fuerza cortante

$$V = 118.31 \text{ N}$$

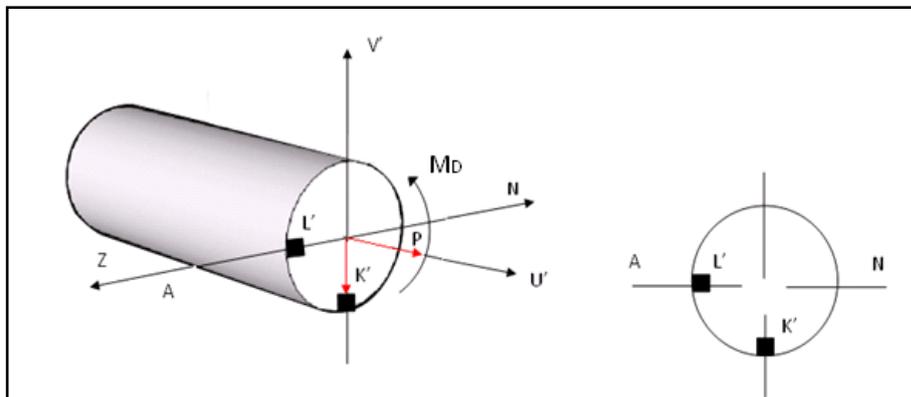
Ahora

$$\curvearrowleft + \sum M_D = 0; -P_v' * (0.27 \text{ m}) + M_D = 0; M_D = 118.31 \text{ N} * 0.27 \text{ m}$$

$$M_c = 32.02 \text{ N} \cdot \text{m}$$

A partir de las fuerzas internas y sus magnitudes se procede a realizar el análisis de las fibras críticas que afectan al segmento P-F como se observa en la Figura 55.

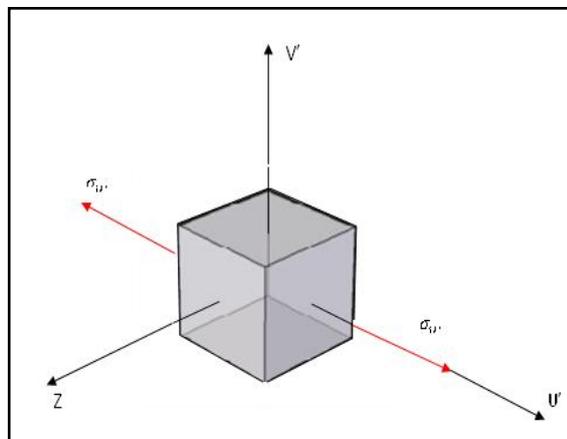
Figura 55. Análisis de fibras afectadas por las fuerzas internas segmento P-F.



Fuente: el Autor.

Ahora se Analiza la fibra K' Figura 56.

Figura 56. Análisis de la fibra K'.



Fuente: el Autor.

$$\sigma_{u'} = \frac{P}{A} + \frac{M_c}{I} = \frac{118.31 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (0.07 \text{ m})^2} + \frac{32.02 \text{ N} \cdot \text{m} * \left(\frac{0.07 \text{ m}}{2}\right)}{\frac{\pi}{64} * (0.07 \text{ m})^4} = 981625.74 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Como es un estado de esfuerzos uniaxiales se determina:

$$F.S. = \frac{\sigma_y}{\sigma_u}$$

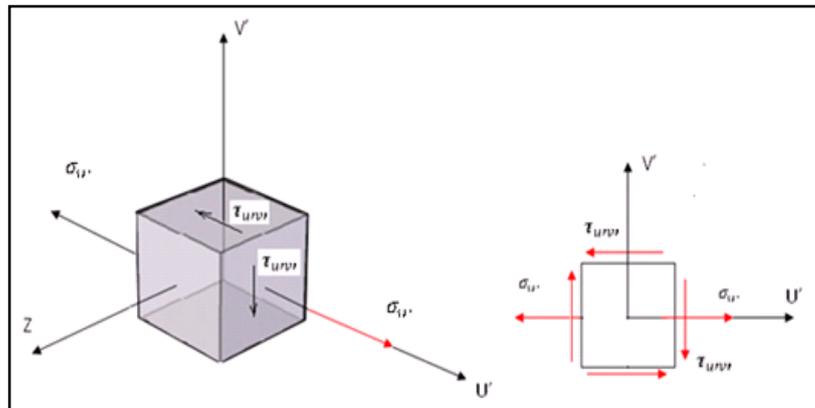
Despejando el esfuerzo de fluencia σ_y como se muestra

$$\sigma_y = \sigma_u * (F.S.) = 981625.74 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} * (3) = 2944877.22 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_y = 2944877.22 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Análisis de la fibra L' Figura 57.

Figura 57. Análisis de la fibra L'



Fuente: el Autor

$$\sigma_{u'} = \frac{P}{A} = \frac{118.31 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} [0.07 \text{ m}]^2} = 30742.23 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\tau_{u'v'} = \frac{VQ}{It} = \frac{V [\bar{u}(A)]}{\frac{\pi}{4} * D^4 t} = \frac{118.31 \text{ N} \left[\left(\frac{0.07 \text{ m}}{2}\right) \left(\frac{\pi}{8}\right) * (0.07 \text{ m})^2 \right]}{\frac{\pi}{64} * (0.07 \text{ m})^4 * (0.07 \text{ m})} = 48289.79 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_u + \sigma_{u'}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_u + \sigma_{u'}}{2}\right)^2 + \tau_{u'v'}^2} = \frac{30742.23 \text{ N/m}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{30742.23 \text{ N/m}^2}{2}\right)^2 + (48289.79 \text{ N/m}^2)^2} = 66048.27 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_u + \sigma_v}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_u + \sigma_v}{2}\right)^2 + \tau_{uv}^2} = \frac{30742.23 \text{ N/m}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{30742.23 \text{ N/m}^2}{2}\right)^2 + (48289.79 \text{ N/m}^2)^2} = -35306.04 \text{ N/m}^2$$

Ahora aplicando la teoría de falla de la energía de la distorsión donde: aisi 304
www.magwed.com

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{Equi}^2$$

Despejado de la ecuación el esfuerzo de fluencia σ_y como se muestra

$$\left(66048.27 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)^2 - \left(66048.27 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) * \left(-35306.04 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) + \left(-35306.04 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_y}{3}\right)^2$$

$$\sigma_y = 267335.62 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

De acuerdo al análisis anteriormente realizado tanto para cargas estáticas como para cargas dinámicas se determina que el esfuerzo de fluencia (σ_y) que servirá como parámetro para la selección del material corresponde a

$$\sigma_y = 2944877.22 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2.94 \text{ Mpa}$$

Del cual se determina que es un esfuerzo muy pequeño pero esto se debe a que la carga aplicada también lo es.

: aisi 304
www.magwed.com

9. SELECCIÓN DE MATERIALES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LA PROTESIS

9.1 MATERIALES COMPUESTOS

En ciencia de materiales, reciben el nombre de materiales compuestos aquellos que cumplen las siguientes propiedades:

- ❖ Están formados de 2 o más componentes distinguibles físicamente y separables mecánicamente.
- ❖ Presentan varias fases químicamente distintas, completamente insolubles entre sí y separadas por una intercara.
- ❖ Sus propiedades mecánicas son superiores a la simple suma de las propiedades de sus componentes (**sinergia**).

Estos materiales nacen de la necesidad de obtener materiales que combinen las propiedades de los cerámicos, los plásticos y los metales; por ejemplo en la industria del transporte son necesarios materiales ligeros, rígidos, resistentes al impacto y que resistan bien la corrosión y el desgaste, propiedades éstas que rara vez se dan juntas.¹²

La gran mayoría de los materiales compuestos son creados artificialmente pero algunos, como la madera y el hueso, aparecen en la naturaleza.

9.2 ESTRUCTURA

Aunque existe una gran variedad de materiales compuestos, en todos se pueden distinguir las siguientes partes:

- ❖ Agente reforzante: es una fase de carácter discreto y su geometría es fundamental a la hora de definir las propiedades mecánicas del material.
- ❖ Fase matriz o simplemente matriz: tiene carácter continuo y es la responsable de las propiedades físicas y químicas. Transmite los esfuerzos al agente reforzante. También lo protege y da cohesión al material.

9.3 CLASIFICACIÓN

Los materiales compuestos se pueden dividir en:

¹² CALLISTER, William. Introducción a la ciencia e ingeniería de los materiales. Reverte, 2000, 535 p.

9.3.1 Materiales Compuestos reforzados con partículas. Dentro de estos se pueden distinguir dos tipos; los dispersoides; y los verdaderos, como se conocen en el mercado. Están compuestos por partículas de un material duro y frágil dispersas, discretas y uniformemente, rodeadas por una matriz más blanda y dúctil.¹³

Se diseñan para dos condiciones básicas, el endurecimiento de la matriz o para obtener propiedades poco usuales, despreciando la resistencia del material. Ciertas propiedades de un compuesto particulado dependen solo de sus constituyentes, de forma que se puede predecir con exactitud mediante la llamada regla de las mezclas, que es la sumatoria de las propiedades (densidad, dureza, índice de fracción, etc.) dividida por la fracción volumétrica del constituyente.

9.3.2 Materiales compuestos reforzados con fibras. Un componente suele ser un agente reforzante como una fibra fuerte: fibra de vidrio, cuarzo, kevlar, Dyneema o fibra de carbonó que proporciona al material su fuerza a tracción, mientras que otro componente (llamado matriz) que suele ser una resina como epoxy o poliéster que envuelve y liga las fibras, transfiriendo la carga de las fibras rotas a las intactas y entre las que no están alineadas con las líneas de tensión. También, a menos que la matriz elegida sea especialmente flexible, evita el pandeo de las fibras por compresión.¹⁴

Por lo general este tipo de compuestos consiguen mayor resistencia a la fatiga, mejor rigidez y una mejor relación resistencia peso, al incorporar fibras resistentes y rígidas, a un que frágiles, en una matriz blanda y mas dúctil. El material matriz transmite la fuerza a las fibras, las cuales soportan la mayor parte de las cargas aplicadas.

En términos de fuerza, las fibras (responsables de las propiedades mecánicas) sirven para resistir la tracción, la matriz (responsable de las propiedades físicas y químicas) para resistir las deformaciones, y todos los materiales presentes sirven para resistir la compresión, incluyendo cualquier agregado.

9.3.3 Materiales compuestos estructurales. Están formados tanto por compuestos como por materiales sencillos y sus propiedades dependen fundamentalmente de la geometría y de su diseño. Los más abundantes son los laminares y los llamados paneles sandwich.

Los primeros llamados laminares están formadas por paneles unidos entre si por algún tipo de adhesivo u otra unión. Lo más usual es que cada lámina esté reforzada con fibras y tenga una dirección preferente, más resistente a los esfuerzos. De esta manera obtenemos un material isótropo, uniendo varias capas marcadamente anisótropas. Es el caso, por ejemplo, de la madera

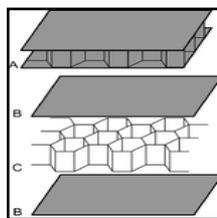
¹³ CALLISTER, Op. Cit., p. 539.

¹⁴ Ibit., p. 539.

contrachapada, en la que las direcciones de máxima resistencia forman entre sí ángulos rectos.

Los segundo llamados paneles sandwich consisten en dos láminas exteriores de elevada dureza y resistencia, (normalmente plásticos reforzados, aluminio o incluso titanio), separadas por un material menos denso y menos resistente, (polímeros espumosos, cauchos sintéticos, madera balsa o cementos inorgánicos). Estos materiales se utilizan con frecuencia en construcción, en la industria aeronáutica y en la fabricación de condensadores eléctricos multicapas.

Figura 58. Paneles sandwinch.



Fuente: MIRAVETE Antonio, Los nuevos materiales en la construcción, 1ª ed, Zaragoza: Editado por A. Miravete, 1994.

9.4 FIBRAS Y MATRICES

9.4.1 Fibras

9.4.1.1 Fibra de vidrio. Fibra de vidrio es vidrio en forma de filamentos. Los filamentos pueden ser hechos con diversos tipos de vidrio, designados con las letras A, E, C, AR y S. Los más comúnmente utilizados para refuerzo de productos son los tipos E (eléctrico), AR (Alcali Resistente) y C (con resistencia química).¹⁵

El proceso mediante el cual se producen los filamentos de vidrio es el siguiente:

En un reactor son incorporadas todas las materias primas finamente divididas en forma de polvo, donde son fundidas. El vidrio fundido fluye a través de canales que tienen gran cantidad de pequeños hoyos.

El vidrio fundido sale desde estos hoyos como un filamento continuo. Estos filamentos continuos pasan sobre un aplicador que les impregna con un cubrimiento químico (ó apresto) el cual le dará características especiales para su procesamiento posterior. Este apresto aumenta la habilidad del vidrio para

¹⁵ PEREZ MARIN, Andrés. Aplicación de nuevos materiales a soluciones de vivienda en Colombia. En: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (2005); p.288.

adherirse a otros materiales y es muy importante para determinar la calidad del material. Los filamentos así tratados son curados en estufas para terminar su procesamiento.¹⁶

Clasificación de la fibra de vidrio

Los vidrios E son los más utilizados en la fabricación de fibras continuas., básicamente, el vidrio E es un vidrio de borosilicato de calcio y aluminio con muy bajo o nulo contenido en potasio y sodio. EL vidrio E no modificado tiene una resistencia a la tracción de 3,44 GPa y un módulo de elasticidad de 72,3 GPa.

Los vidrios S tienen una relación resistencia/peso más alta y son más caros que los vidrios E. Estos vidrios se utilizan principalmente en aplicaciones militares y aeroespaciales. Su resistencia a la tracción está sobre los 4,48 GPa y poseen un módulo de elasticidad de unos 85,4 GPa. El diámetro de las fibras comerciales de vidrio E está entre 8 y 15 μm siendo con frecuencia de 11 μm .

Fibra de vidrio llamada comúnmente "Mat". Los mats de buena calidad están contruidos con filamentos individuales de 50 mm de largo y distribuidos al azar dando una mínima orientación a los filamentos. La calidad del apresto hace la diferencia en cuanto a asegurar una resistencia consistente independiente de la dirección en la cual el filamento se pone en el laminado. El apresto es disuelto por el estireno contenido en las resinas de poliéster y Vinilester permitiendo que el mat adquiera las formas más complejas en la matriz. Utilizando sólo fibra de vidrio del tipo mats, pueden fabricarse productos de bajo costo. Los mats son utilizados principalmente en laminación manual, laminados continuos y algunas aplicaciones en moldes cerrados. Los pesos son medidos en gramos por metro cuadrado.¹⁷

Las principales características de la fibra de vidrio mats son:

- ❖ Para usar en laminación manual.
- ❖ Moldeo continuo
- ❖ Laminados con poca resina
- ❖ Fácil remoción de aire atrapado.
- ❖ Rápida humectación con buena resistencia.
- ❖ Tipo de vidrio: E.

¹⁶ PEREZ MARIN, Op. Cit., p 147.

¹⁷ Ibit., p. 148.

- ❖ Diámetro nominal del filamento: 11 micrones.
- ❖ Densidad lineal del filamento básico: 30 tex.
- ❖ Longitud del filamento: 50 mm.
- ❖ Variedades de mats: 225 G/m²; 300 g/m²; 250 g/m² y 600 g/m².

Fibra de Vidrio Woven roving 600 / 800. Este producto es un tejido hecho de filamentos continuos colocados en forma vertical y horizontal, sin amarres. Por lo cual puede tomar distintas formas y curvas. Siendo un tejido pesado podrá transferir su configuración a través del Gel Coat si es colocado cerca de la superficie. Manteniendo una alta relación de fibra/resina se obtendrá laminados muy fuertes por moldeo, por contacto y son utilizados principalmente como el último laminado en grandes estructuras tales como embarcaciones¹⁸.

Los woven roving pueden ser suministrados además con una fibra del tipo Mat unidos químicamente ó bien cocidos con un hilo. Los tejidos bi-direccionales proporcionan buena resistencia en las dos direcciones de 0° y 90°. Son utilizados para fabricar laminados gruesos, especialmente en operaciones de laminado manual.¹⁹

Sus principales características son:

- ❖ Para aplicación manual.
- ❖ Para procesos de laminación en moldes abiertos y en grandes moldes cerrados.
- ❖ Son compatibles con resinas de poliéster, Vinilester, fenólicas y epóxicas.
- ❖ Muy rápida penetración, saturación y humectado de los laminados de resina.
- ❖ Muy altas propiedades de resistencia de los laminados.

Fibra de Vidrio Roving Directo para Filament Winding 2200 / 2300 / 2400 / 4400 / 4800. Direct Roving ó Hilo Roving ha sido diseñado específicamente para usar en la técnica de enrollado de filamentos, filament winding, con resinas de poliéster, viniléster y sistemas epóxicos y ofrecen rápida humectación y excelente procesamiento.

Enrollado de filamentos ó filament winding es un procedimiento automatizado de alto volumen que es ideal para la fabricación de tuberías, estanques, varas y tubos, vasos de presión y otras formas cilíndricas. La sofisticación de la

¹⁸ PEREZ MARIN, Op. Cit., p. 148.

¹⁹ Ibit., p. 148.

máquina varía desde operaciones básicas de transmisión de cadenas de dos ejes hasta sistemas multi-ejes y multi-mandriles controlados por computador.

Las óptimas propiedades se obtienen cuando la tensión de la fibra es igual en todas las fibras. La fibra de vidrio es humectada en un estanque a través del cual se hace pasar los filamentos de vidrio. El mandril es rotado al mismo tiempo que se le va entregando el hilo roving a través de toda su longitud.

El tiempo de fabricación de un estanque de presión para gas comprimido hecho con resina epóxica reforzada con hilo "E", de 4,57 m. de diámetro por 22,86 m de largo es de una hora para la fabricación y de 2,5 horas para post-curado a 130°C.

Debido a que la acción de enrollar el filamento compacta al laminado, no son necesarios otros métodos de compactación tales como con bolsa de vacío u otros.

Roving para Pistola Spray-Up. Este roving, está formado por mechas que contienen varios filamentos enrollados.

Spray-Up, es el más económico y más común de los procesos para fabricar productos de fibra de vidrio. Su sistema de designación es 2.400 (60), lo cual indica que es de 2400 tex y de 60 cabos (60 grs. /1000 m) por cada mecha.

Con spray-up, el roving de fibra de vidrio alimenta una pistola con cortador (chopper), el cual corta fibra de vidrio en longitudes predeterminadas.

Esta fibra de vidrio va directamente a un flujo de resina. La combinación de estos materiales es dirigida a la cavidad del molde cuando la parte compuesta tiene formas.

El roving para pistola es manufacturado a partir de filamentos continuos de fibra de vidrio, sin torceduras mecánicas y es empacado en tubos que se entregan listos para ser usados en las operaciones del cliente. También debe contener aprestos especiales para mejorar su manipulación y optimizar el enlace fibra-resina en el compuesto.

En el procedimiento spray-up, después de curar el gelcoat, es rociada resina catalizada (usualmente poliéster ó Vinilester con una viscosidad de 500 cps a 1.000 cps, junto con fibra de vidrio cortada. Los cortes de fibra de vidrio roving van directamente dentro de la resina rociada, de tal forma que todos los materiales son aplicados simultáneamente al molde. Empleando resinas con bajo contenido de estireno ó sin estireno, rellenos y pistolas rociadoras de alto volumen/baja presión ó rodillos de presión para alimentar resina como aplicadores, se ayuda a reducir las emisiones de compuestos orgánicos volátiles.

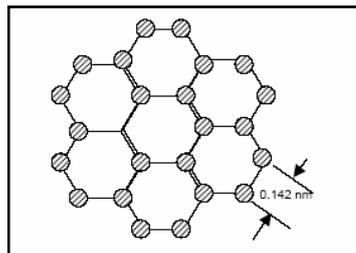
Un buen hilo roving para pistola debe tener las siguientes características:

- ❖ Excelente trabajabilidad.
- ❖ Baja estática y poca pelusa.
- ❖ Buena dispersión y cortabilidad.
- ❖ Debe aumentar la calidad del laminado y reducir los desperdicios.
- ❖ Debe tener alto poder de mantener la resina.
- ❖ Debe dejarse usar por todos los tipos de equipos spray-up.
- ❖ Debe tener un rápido y completo humectado.

9.4.1.2 Fibras de carbonó. Las fibras de carbono fueron utilizadas por Thomas Edison en 1900 como filamentos para bombillas. En la década de 1960 los primeros desarrollos fueron realizados por Shindo en Japón, Watt en Inglaterra y Bacón y Singer en USA. La primera fibra de carbono comercial de altas prestaciones data de 1963.²⁰

Las fibras de carbono de alta resistencia y alto módulo tienen un diámetro de 7 a 8 μm y constan de pequeños cristales de gràfito “turbostràtico” (una de las formas alotrópicas del carbono) En un mono cristal de gràfito los átomos de carbono se ordenan en redes hexagonales, como se muestra en la Figura 59.²¹

Figura 59. Ordenamiento hexagonal de la red de átomos de Carbono.



Fuente: PEREZ MARIN, Andrés. Aplicación de nuevos materiales a soluciones de vivienda en Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2005,288p

EL módulo de elasticidad de las fibras de carbono depende del grado de perfección de la orientación, la cual varía considerablemente con las condiciones y procesos de fabricación. Las imperfecciones en orientación dan como resultado, intersticios de forma compleja, alargados y paralelos al eje de

²⁰ PEREZ MARIN, Op cit., p. 151.

²¹ Ibit., p. 151.

la fibra. Estos actúan como puntos de concentración de tensiones y puntos débiles que llevan a la reducción de las propiedades. Otras causas de debilidad, que se asocian a menudo al proceso de fabricación, incluyen las picaduras y los macro cristales.²²

Procesos de obtención de fibras de carbono: Aunque se ha investigado una gran cantidad de materiales como precursores de la fibra de carbono, el poliacrilonitrilo (PAN), la brea y la celulosa (en orden decreciente de uso actual), son los tres precursores que actualmente se utilizan para fabricar las fibras de carbono. Las fibras que están basadas en el PAN tienen diámetros que oscilan entre las 5 y 7 mm, y aquellas cuyo precursor es la brea están entre las 10 y 12 mm.²³

Las fibras tipo 1, obtenidas a partir de poliacrilonitrilo normal (base-PAN) tienen una delgada cobertura de capas circunferenciales y un núcleo con cristales desordenados. A diferencia, algunas fibras obtenidas a partir de mesofases bituminosas muestran estructuras de capas orientadas radialmente. Estas distintas estructuras dan como resultado algunas diferencias significativas en las propiedades de las fibras.

La brea puede procesarse en forma isótropa o altamente orientada. Su proceso es similar al de precursor PAN.

El rayón, derivado de materiales provenientes de la celulosa, puede procesarse como rayón común o purificado con un catalizador que permita la deshidratación de la celulosa.

Existen tres procedimientos principales para producir fibras con las capas gráficas orientadas preferencialmente paralelas al eje de la fibra:

a) Orientación del polímero precursor por estiramiento. El PAN se emplea como material de origen (siendo el más común), el cual es un polímero que se asemeja mucho al polietileno en su conformación molecular en la que cada grupo lateral alternado de hidrógeno del polietileno es reemplazado por un grupo nitrilo. En el primer estado del proceso la masa de PAN se convierte en una fibra que se estira entonces para producir la orientación de las cadenas a lo largo del eje de la fibra.²⁴

Cuando se la calienta la fibra estirada, los grupos activos nitrilo interaccionan y producen un polímero en escalera que consta de una fila de anillos hexagonales. Mientras la fibra esta todavía bajo tensión se calienta en una atmósfera de oxígeno que conduce a la siguiente reacción química y a la formación de enlaces cruzados entre las moléculas de la escalera. El PAN oxigenado se reduce entonces para dar la estructura de anillo de carbono que

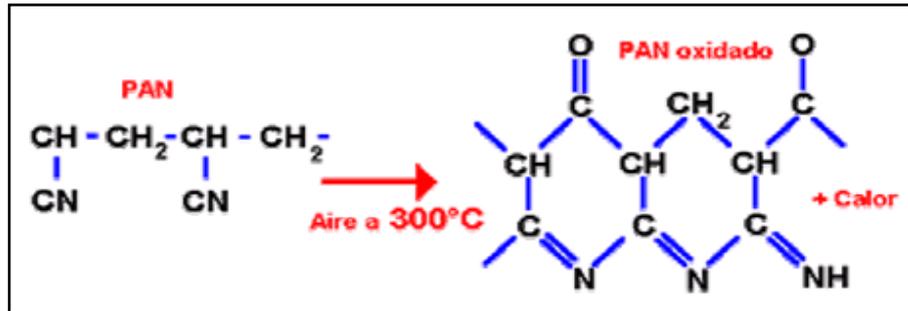
²² PEREZ MARIN, Op cit., p. 151.

²³ Ibit., p. 151

²⁴ Ibit., p. 151.

se convierte en grafito turbostrático por calentamiento a temperaturas más altas. El modulo de elasticidad y la resistencia de las fibras dependerá de la temperatura del tratamiento de calentamiento final que determina el tamaño y la orientación de los cristales.

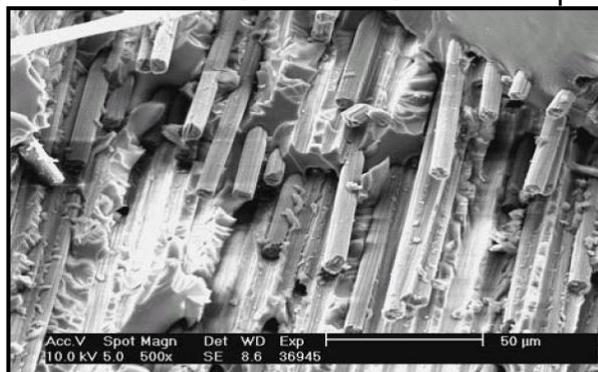
Figura 60. Producción de Fibra de Carbono - Orientación del polímero precursor por estiramiento



Fuente: PEREZ MARIN, Andrés. Aplicación de nuevos materiales a soluciones de vivienda en Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2005,288P.

b) Orientación por hilado. Este método consta del moldeo de hilos de alquitrán fundido para producir fibras. Durante este proceso de hilado los efectos hidrodinámicos en el vacío determinan la orientación de las moléculas planas, pudiéndose inducir diferentes clases de orientación. El hilo se hace infundible por oxidación a temperaturas por debajo de su punto de ablandamiento para evitar la fusión de los filamentos en un conjunto. Se carboniza entonces a temperaturas normalmente alrededor de los 2000°C. Se requerirán esfuerzos de tracción durante algunas de estas etapas para prevenir la relajación y pérdida de la orientación preferencial.²⁵

Figura 61. Producción de Fibra de Carbono - Orientación por hilado



Fuente: PEREZ MARIN, Andrés. Aplicación de nuevos materiales a soluciones de vivienda en Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2005,288p.

²⁵ PEREZ MARIN, Op cit., p. 152.

c) Orientación durante la grafitización. A temperaturas muy altas (mayores a 2000°C) las fibras carbonizadas a partir de rayón, alquitrán o PAN pueden estirarse durante la etapa de grafitización. Esto tiene como consecuencia el deslizamiento de las capas de grafito unas sobre otras y la posterior orientación de las capas paralelamente al eje de la fibra.²⁶

Grados de la fibra de carbono.

- ❖ La fibra de carbono de alto módulo (I ó HM) es la más rígida y requiere la mayor temperatura en el tratamiento (2700 °C).
- ❖ La fibra de carbono de alta resistencia (II ó HR) es la más fuerte y se carboniza a la temperatura que proporciona la mayor resistencia a tracción (1800 °C).
- ❖ El tercer tipo de fibra de carbono (III ó A) es la de menor costo; la rigidez es menor que en las anteriores pero la resistencia es aceptable. Este tipo presenta la temperatura más baja en el tratamiento (1100 °).

Tabla 19. Propiedades de los distintos tipos de fibra de carbono.

Tipo	Alto Modulo (I ó HM)	Alta Resistencia (II ó HR)	Tipo III ó A
Diámetro del filamento (μm)	7,0	8,0	7,0 - 8,0
Densidad (Kg/m^3)	1810 - 1870	1740 - 1760	1820
Módulo de elasticidad (GPa)	390	230	290
Resistencia a tracción (GPa)	2,1 - 2,7	2,6 - 5	3,1
Elongación a la rotura (%)	0,7	2,0	1,1
Módulo específico	210	130	160
Coefficiente expansión térmica ($10^{-6}/^\circ\text{K}$)	2,56	2,56	2,56

Fuente: PEREZ MARIN, Andrés. Aplicación de nuevos materiales a soluciones de vivienda en Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2005,288p.

9.5 MATRICES

9.5.1 CLASIFICACIÓN DE LAS RESINAS.

9.5.1.1 Resinas Termoestables. En los polímeros termoestables, las resinas líquidas se convierten en sólidos duros y frágiles por uniones químicas

²⁶ PEREZ MARIN, Op. cit., p 152.

cruzadas que llevan a la formación de una red tridimensional fuertemente unida de cadenas de polímeros. Las propiedades mecánicas dependen de las unidades moleculares que forman la red y de la extensión y densidad de los enlaces cruzados. Lo primero está determinado por los productos químicos iniciales usados y lo segundo por el control de los procesos de unión reticular que están involucrados en el curado.

El curado puede conseguirse a la temperatura ambiente, pero es normal usar un sistema de curado que suponga el calentamiento a una o más temperaturas durante tiempos preestablecidos para alcanzar unas uniones cruzadas óptimas y por tanto unas mejores propiedades.

A menudo se da un tratamiento de pos curado a una temperatura final relativamente alta para minimizar cualquier posterior curado y cambio de propiedades en servicio. La contracción durante el curado y la contracción térmica por enfriamiento posterior al curado pueden provocar tensiones internas en los materiales compuestos.²⁷

Tabla 20. Clasificación general.

Tipo	Volumen de mercado	Costo	Propiedad Fundamental	Tg °C
Epoxi	25	4	Alta Resistencia Mecánica, Fatiga	235
Poliéster	125	1	Bajo Coste, Bajas Prestaciones	90
Viniléster	8	2	Alta Resistencia Química	110
Fenólica	1	2	Alta Resistencia a Fuego y Humos	200

Fuente: PEREZ MARIN, Andrés. Aplicación de nuevos materiales a soluciones de vivienda en Colombia .Universidad Nacional de Colombia, 2005,288.

9.5.2 CLASIFICACIÓN GENERAL

9.5.2.1 RESINA EPOXI. El químico ruso Prileschajev descubrió a comienzos del siglo XX que las olefinas reaccionan con peróxido benzóico para formar epóxidos. A mediados de la década de 1930, el científico alemán P. Schlack solicitó una patente consistente en la preparación de poliaminas de alto peso molecular a partir de aminas y compuestos epóxidos que contenían más de un grupo epóxi. Estos compuestos epóxidos se formaban mediante la reacción de Epiclorhidrina y Bisfenol A²⁸.

²⁷ PEREZ MARIN, Op. Cit., p 154.

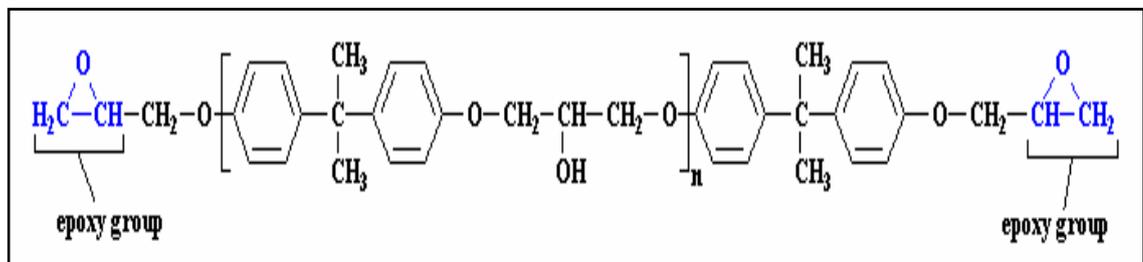
²⁸ Ibid., p. 155.

La química de la epoxi tal como se conoce hoy fue descubierta por P. Castan (Suiza) y S. Greenlee (USA), a finales de los 30'. El primer producto comercial lo lanzó Ciba Geigy en 1946.

Las matrices epóxi son polímeros que contienen en su molécula dos o varias funciones epoxídicas. La rigidez, resistencia y dureza de los epóxis es superior a la de las resinas de poliéster y viniléster, y, por ello, pueden operar a niveles de sollicitación y temperaturas más altas. Tiene buena adherencia a muchos sustratos, baja contracción durante la polimerización y son especialmente resistentes a los ataques de los álcalis.

Las resinas epóxi se caracterizan por sus elevadas propiedades mecánicas, baja retracción, un buen comportamiento a temperaturas elevadas, hasta 180°C y una buena resistencia ante los agentes químicos.

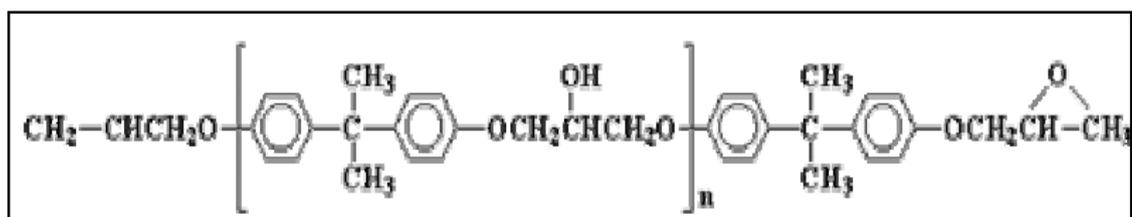
Figura 62. Epóxi TGMDA



Fuente: MIRAVETE Antonio, *Los nuevos materiales en la construcción*, 1ª ed, Zaragoza: Editado por A. Miravete, 1994.

La mayoría de las resinas epóxicas están basadas en tres estructuras químicas. TGMDA (dianilina tetraglicidil metileno), DGEBA (diglicidil eter de bisfenol A), la más usada, y fenolformaldehído epoxi NOVOLAC. La principal diferencia entre las moléculas es que TGMDA y las novolacas curan a una densidad de entrecruzamiento mayor que la epóxi DGEBA (Figura 63), la cual presenta altos valores de módulo de Young y Tg, pero bajos valores de deformación a la rotura.

Figura 63. Epóxi DGEBA

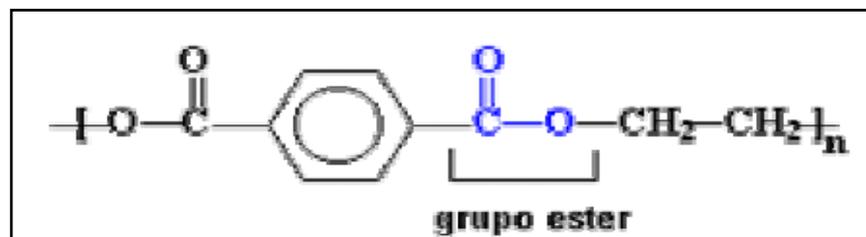


Fuente: MIRAVETE Antonio, *Los nuevos materiales en la construcción*, 1ª ed, Zaragoza: Editado por A. Miravete, 1994.

8.5.2.2 Resina poliéster. La primera preparación de resina de poliéster se debe a Berzelius en 1847 y Gay-Lussac y Pelouze en 1883. Carleton Ellis introdujo la idea del material compuesto poliéster/fibra de vidrio en la década de 1930. Ellis descubrió que las resinas de poliéster no saturadas obtenidas mediante la reacción de glicoles con anhídrido maléico podían curar y polimerizar, pasando aun estado sólido insoluble mediante la adición de un peróxido como catalizador.²⁹

Son polímeros que contienen el grupo éster. Los hay saturados y no saturados. Los primeros son termoplásticos, que se presentan en forma de fibras, film o resinas. Los más importantes son el PET (tereftalato de polietileno) cuya aplicación más extendida es la botella de agua mineral y el PBT (Tereftalato de polibutileno) el cual es muy prometedor como matriz termoplástica estructural.

Figura 64. Resina poliéster



Fuente: MIRAVETE Antonio, *Los nuevos materiales en la construcción*, 1ª ed, Zaragoza: Editado por A. Miravete, 1994.

Los poliésteres no saturados presentan doble enlace, los cuales son muy inestables y pueden polimerizar en contacto con un monómero también insaturado como es el estireno (de olor característico) en presencia de un catalizador.

Son las resinas más utilizadas, por su bajo costo, buen comportamiento con el agua y propiedades mecánicas razonables cuando se asocia con la fibra de vidrio.

Sus desventajas son la baja temperatura máxima de operación (80 °C), elevada deformación en el curado (7% en volumen) y deficiente respuesta ante esfuerzos de fatiga.³⁰

La copolimerización conduce al endurecimiento y se realiza sin eliminación de productos secundarios y sin necesidad de presiones ni de temperaturas elevadas.

²⁹ PEREZ MARIN, Op cit., p. 155.

³⁰ Ibit., p. 155.

La configuración y la composición química de la resina poliéster endurecida determinan sus características y sus propiedades (flexibilidad, dureza, resistencias mecánica, química, térmica, etc.)

El endurecimiento es debido a que los dobles enlaces del poliéster no saturado son muy inestables en presencia de estireno y un catalizador. El endurecimiento de la resina de poliéster se efectúa en presencia de un catalizador, de dos formas diferentes:³¹

- ❖ A temperatura ambiente, con la ayuda de un acelerador.
- ❖ A temperaturas elevadas

Los catalizadores son peróxidos orgánicos que responden a la siguiente fórmula general: R - O - O - R'. Estos tienen por objeto llevar a la molécula de poliéster a un nivel energético tal, que la reacción de copolimerización se haga posible en las condiciones de transformación elegidas.

Resinas Termoplásticas Al contrario que las resinas termoestables, los termoplásticos no tienen enlaces cruzados. Obtienen su resistencia y rigidez de las propiedades inherentes a las unidades monoméricas y de su peso molecular muy elevado. Esto asegura que en los termoplásticos amorfos haya una alta concentración de entramados moleculares que actúan como enlaces cruzados y que en los materiales cristalinos haya un alto grado de orientación y ordenación molecular. En los materiales amorfos, el calentamiento conduce al desentramado y al cambio de sólido rígido a líquido viscoso. En los materiales cristalinos el calentamiento da como resultado la fusión de la fase cristalina para dar un líquido amorfo y viscoso.³²

9.6 ACEROS INOXIDABLES

Los aceros inoxidable son aleaciones ferro-cromo con un mínimo de 11% de cromo.

El agregado de otros elementos a la aleación permite formar un amplio conjunto de materiales, conocidos como la familia de los aceros inoxidable. Entre los elementos de aleación, dos se destacan: el cromo, elemento presente en todos los aceros inoxidable por su papel en la resistencia a la corrosión y el níquel por la memoria en las propiedades mecánicas.³³

La siguiente es una visión panorámica de la familia de los aceros inoxidable, sus principales características y aplicaciones.

³¹ PEREZ MARIN, Andrés. Op cit, p. 157

³² Ibit., p. 158.

³³ Ibit., p. 158.

9.6.1 ACEROS INOXIDABLES MARTENSÍTICOS. En los aceros inoxidable martensíticos, el carbono está en una concentración tal, que permite la formación de austenita a altas temperaturas, que a su vez se transforma en martensita durante el enfriamiento.

La martensita es una fase rica en carbono, frágil y extraordinariamente dura. Los aceros inoxidable martensíticos tienen la característica común de ser magnéticos y endurecibles por tratamiento térmico, presentando cuando son templados una micro estructura acicular (en forma de agujas).

Es importante observar que estos aceros son normalmente producidos por la industria siderúrgica en estado recocido, con ductilidad razonablemente buena. Solamente después de templados serán muy duros y poco dúctiles. Pero es precisamente en esta condición (templados), que serán resistentes a la corrosión.³⁴

El más utilizado de los aceros inoxidable martensíticos es el Tipo 420. En estado recocido (estructura ferrítica), no presenta buen comportamiento frente a la corrosión atmosférica. Esto porque durante la operación de recocido, a una temperatura aproximada de 760 °C, el carbono y el cromo se combinan para formar carburos de cromo, Cr₂₃C₆. Cada molécula de carburo de cromo contiene, en peso, aproximadamente 95% de cromo. Considerando el alto tenor de carbono y el bajo tenor de cromo del acero inoxidable 420 (aproximadamente 0,35%C y 12,50% Cr), como todo el carbono precipita como carburo de cromo durante el recocido, esta precipitación retirará de la solución sólida aproximadamente la mitad del cromo disponible. En esta condición el material no resiste a la corrosión y no puede ser considerado propiamente como un acero inoxidable (ya que no tiene un mínimo de 11% de cromo en solución sólida).³⁵

Por eso, el acero inoxidable 420, es colocado en servicio por el usuario, solamente después de un tratamiento de temple. Cuando templado, el carbono forma parte de la fase martensítica, no siendo encontrado en la aleación precipitado como carburo de cromo.

La alta dureza y la consecuente resistencia al desgaste, determinan las aplicaciones de este material, utilizado en cuchillería, discos de freno, equipos quirúrgicos, odontológicos y turbinas.

Si la cantidad elevada de carbono es un inconveniente en el acero inoxidable 420 en estado recocido, una solución lógica es la de disminuir este tenor, lo que se hace en el inoxidable Tipo 410. Como este material tiene un máximo de 0,15% de carbono, esta cantidad no es suficiente para remover tanto cromo de la solución sólida y, consecuentemente, presenta una buena resistencia a la corrosión atmosférica, tanto en la condición de recocido como de templado.

³⁴ DEGRAMO, Paul y TEMPLE BLACK, J. Materiales y procesos de fabricación. Reverte, 1988. p. 208.

³⁵ Ibit., p. 208.

Después del tratamiento de temple, las durezas alcanzadas por este material no son tan altas como las presentadas por el inoxidable 420. Las principales aplicaciones del inoxidable 410 son en equipos para refinación de petróleo, válvulas, componentes de bombas y cuchillería.

Aumentando la cantidad de azufre se obtiene el inoxidable 420 F, una variedad del 420, con buena maquinabilidad.

Adiciones de carbono (para obtenerse durezas todavía mayores) y de cromo y molibdeno (mejorando también la resistencia a la corrosión) nos llevan a los aceros inoxidables martensíticos Tipo 440, utilizados en cuchillos de corte profesional.

9.6.2 ACEROS INOXIDABLES FERRÍTICO. Los aceros inoxidables ferríticos también son magnéticos. A pesar de tener una menor cantidad de carbono que los martensíticos, se tornan parcialmente austeníticos a altas temperaturas y consecuentemente precipitan martensita durante el enfriamiento. Puede decirse que son parcialmente endurecibles por tratamiento térmico. Cita bibliográfica

Los aceros inoxidables ferríticos contienen, de un modo general, un tenor de cromo superior al de los martensíticos. Este aumento en la cantidad de cromo mejora la resistencia a la corrosión en diversos medios, pero sacrifica en parte otras propiedades, como la resistencia al impacto.³⁶

El más utilizado de los aceros inoxidables ferríticos es el Tipo 430, que contiene 16 a 18% de cromo y un máximo de 0,12% de carbono. Entre sus aplicaciones, se puede mencionar: cubiertos, vajillas, cocinas, piletas, monedas, revestimientos, mostradores frigoríficos.³⁷

Uno de los mayores problemas del inoxidable 430 es la pérdida de ductilidad en las regiones soldadas, que normalmente son frágiles y de menor resistencia a la corrosión. El elevado crecimiento del tamaño de grano, la formación parcial de martensita y la precipitación de carbonitruros de cromo, son las principales causas generadoras de este problema.³⁸

Para enfrentar este inconveniente, se adiciona titanio y/o niobio, como estabilizadores del carbono. Los Tipos 409, 430 Ti y 430 Nb son muy utilizados, principalmente en silenciadores y escapes de automóviles.

El aluminio se utiliza también como un estabilizador de ferrita. El inoxidable 405, con aluminio entre 0,10 y 0,30% es muy utilizado en la fabricación de estructuras que no podrán ser recocidas después de la operación de soldado.

³⁶ PERE MORELA, Solaa. Metales resistentes a la corrosión. Marcombo, 1989, 28 p.

³⁷ Ibit., p.29

³⁸ Ibit., p. 29

El aumento en el tenor de azufre, permite mejorar la maquinabilidad, en el Tipo 430 F.

Adiciones de molibdeno, en el inoxidable 434, o aumento en los tenores de cromo en el Tipo 446, permiten obtener inoxidables ferríticos con mejor resistencia a la corrosión.

Aunque los inoxidables ferríticos presentan una buena resistencia a la corrosión, algunas características limitan la utilización de los mismos en determinadas aplicaciones. La estampabilidad es buena, aunque insuficiente en aplicaciones que requieren estampado profundo. La soldabilidad es apenas discreta, por los problemas ya mencionados.

Una gran mejoría en muchas propiedades es conseguida con la introducción de níquel como elemento de aleación. Con determinados tenores de níquel es posible conseguir un cambio de la estructura ferrítica hacia austenítica.

Aceros inoxidables austeníticos. Los aceros inoxidables austeníticos no son magnéticos y no pueden ser endurecidos por tratamiento térmico. Son muy dúctiles y presentan excelente soldabilidad.

El inoxidable austenítico más popular es el Tipo 304, que contiene básicamente 18% de cromo y 8% de níquel, con un tenor de carbono limitado a un máximo de 0,08%. Tiene gran aplicación en las industrias químicas, farmacéuticas, de alcohol, aeronáutica, naval, uso en arquitectura, alimenticia, y de transporte. Es también utilizado en cubiertos, vajillas, piletas, revestimientos de ascensores y en un sin número de aplicaciones.³⁹

En determinados medios, especialmente en aquellos que contienen iones cloruro, el inoxidable 304 muestra propensión a una forma de corrosión llamada corrosión por picado. Es un tipo de corrosión extraordinariamente localizada, en la cual en determinados puntos de la superficie del material, el medio agresivo consigue quebrar la película pasiva para después progresar en profundidad. El crecimiento de los picados se da en un proceso auto catalítico y aunque la pérdida de masa pueda ser a veces insignificante, esta forma de corrosión es muy insidiosa, ya que muchas veces un picado es suficiente para dejar un equipo fuera de servicio.⁴⁰

La corrosión por rendijas, puede ser considerada como una corrosión por picado artificial. El aspecto es frecuentemente semejante al de la corrosión por picado y el proceso de crecimiento es también auto catalítico. Pero, la existencia de una rendija es necesaria para la ocurrencia del fenómeno, lo que no sucede en la corrosión por picado. Los mismos medios capaces de provocar la corrosión por picado, promueven la corrosión por rendijas en los aceros inoxidables.

³⁹ SEROPO, Kalpakjian. Manufactura, ingeniería y tecnología. Pearson educación, 2002, 148 p.

⁴⁰ Ibit., p. 148.

El molibdeno es introducido como elemento de aleación en los aceros inoxidable precisamente para disminuir la susceptibilidad a estas formas de corrosión. La presencia de molibdeno permite la formación de una capa pasiva más resistente y en casos en que el inoxidable 304 no resiste a la acción de determinados medios, corroyendo por picado o por rendijas, los inoxidables 316 y 317 constituyen una excelente solución. Son aceros con grandes utilidades en las industrias químicas, de alcohol, petroquímicas, de papel y celulosa, en la industria petrolífera, industria textil y farmacéutica.⁴¹

Cuando están sometidos por algún tiempo a las temperaturas entre 450 y 850 °C, los aceros inoxidables austeníticos están sujetos a la precipitación de carburos de cromo en sus contornos de granos, lo que los torna sensibilizados. Esta precipitación abundante de carburos, la sensibilización, resulta en la disminución del tenor de cromo en las regiones vecinas a los bordes, regiones que tienen así su resistencia a la corrosión drásticamente comprometida, tornando el material susceptible a la corrosión intergranular en ciertos medios. Las zonas térmicamente afectadas por operaciones de soldado son particularmente sensibles a esta forma de corrosión, ya que durante el ciclo térmico de soldado parte del material es mantenido en la faja crítica de temperaturas. La consideración de este fenómeno llevó al desarrollo de los inoxidables austeníticos extra bajo carbono, 304L, 316L y 317L, en los cuales el tenor de carbono es controlado en un máximo de 0,03%, quedando así extremadamente reducida la posibilidad de sensibilización.⁴²

La utilización de estabilizadores tiene también la finalidad de evitar el problema de la sensibilización. El titanio, adicionado como elemento de aleación, inhibe la formación de carburo de cromo debido al hecho de tener una afinidad mayor por el carbono que aquella que tiene el cromo. Así, se precipita carburo de titanio y el cromo permanece en solución sólida. Con la misma finalidad puede ser utilizado el niobio.

Tanto el titanio como el niobio son estabilizadores del carbono y los aceros inoxidables así obtenidos, el 321 y el 347 son conocidos como aceros inoxidables estabilizados. El inoxidable 316 Ti es la versión estabilizada del tipo 316. Para aplicaciones en equipos que operan entre 400 y 900 °C, los aceros inoxidables estabilizados son los más recomendados, ya que conservan mejores propiedades mecánicas en esas temperaturas que los aceros de extra bajo carbono; notoriamente la resistencia al creep.

En el inoxidable 904 L (20Cr-25Ni-4,5Mo-1,5Cu), la adición de elementos de aleación busca mejorar no sólo la resistencia al picado sino también la resistencia a la corrosión en medios ácidos reductores. El elevado tenor de níquel mejora también el comportamiento frente a la corrosión bajo tensión.

⁴¹ SEROPO, Op. cit., p. 149.

⁴² *Ibid.*, p. 149

En los casos en que se pretende una buena resistencia mecánica y no existe gran preocupación por la corrosión intergranular, los aceros inoxidable 304H y 316H, con tenores de carbono en el rango de 0,04/0,10%, son recomendados. La precipitación de una fina red de carburos de cromo, tan perjudicial bajo el punto de vista de la corrosión, se torna benéfica cuando lo que interesa son las propiedades mecánicas.

Aumentos considerables en los tenores de cromo y níquel permiten elevar la temperatura de formación de cascarilla (escamado) de los aceros inoxidable austeníticos. El inoxidable 304 es recomendado para trabajo al aire libre, a temperaturas inferiores a 925 °C en servicios continuos. En las mismas condiciones, el inoxidable 310, con cromo 24/26% y níquel 19/22%, resiste temperaturas de hasta 1150 °C. Es un material clasificado como acero inoxidable refractario.⁴³

Grandes aumentos de níquel, llevan a las aleaciones Ni-Cr-Fe, donde el elemento con mayor presencia en el material ya no es el hierro sino el níquel, Estos materiales no son conocidos como aceros inoxidable sino como aleaciones a base de níquel y presentan excelente resistencia a la corrosión en diversos medios a altas temperaturas. El elevado tenor de níquel da también garantía de una buena resistencia a la corrosión bajo tensión.

El inoxidable 304 es un material con excelente ductilidad. Para casos de estampado extra profundo, un aumento en el tenor de níquel permite mejorar todavía más la ductilidad. Con esta finalidad fue desarrollado el Tipo 305.

Ligeras reducciones en el tenor de níquel disminuyen la estabilidad de la austenita, permitiendo la aparición de martensita inducida por deformación en frío, consiguiéndose así excelentes propiedades para aplicaciones estructurales. Es el Tipo 301, disponible en las versiones 1/4, 1/2, 3/4 y totalmente duro y con gran utilización en las industrias ferroviarias, de trenes metropolitanos y de carrocerías de ómnibus.⁴⁴

El Tipo 303 resulta del aumento del tenor de azufre en el 304 con la finalidad de mejorar la maquinabilidad. La ductilidad y la resistencia a la corrosión quedan comprometidas por este aumento en la cantidad de azufre.

Los aceros de la serie 200, resultan de una substitución parcial de níquel por manganeso. Son utilizados en aplicaciones estructurales, presentando resistencia a la corrosión inferior al 301.

9.6.3 Los biomateriales metálicos. Cabría señalar, en términos generales, que el número de metálicos que se utilizan en la fabricación de implantes es muy limitado, si tenemos en cuenta que más de tres cuartas partes del sistema periódico son elementos metálicos.

⁴³ SEROPO, Op. cit., p. 151.

⁴⁴ Ibit., p. 152.

El primer requisito para su utilización en implantes es que sean tolerados por el organismo, por lo que es muy importante la dosis que puedan aportar a los tejidos vivos. Otro requisito también imprescindible es que tengan una buena resistencia a la corrosión. La corrosión es un problema general de los metales, más aún si están inmersos en un medio hostil como es el organismo humano, y a temperaturas del orden de 37°C. Sin embargo, algunos metales se escapan, por lo menos en principio, a este problema, como son los metales preciosos. Otros, al formar una capa de óxido en su superficie, la pasivan, protegiendo el interior del metal al evitar que avance la corrosión, como ocurre en el titanio.⁴⁵

En cualquier caso, los metales se utilizan con éxito en diversos implantes, en particular, cuando es imprescindible soportar carga, como ocurre en las prótesis de cadera, donde se utilizan aleaciones de Co-Cr y Ti-Al-V. Pese a los problemas que puedan originar, como metalosis, hoy por hoy no tienen sustitutivos en implantes que deban soportar carga.⁴⁶

8.6.3.1 ACERO INOXIDABLE 316 L De los aceros inoxidable solo el 316l es adecuado para la fabricación de implantes. La mínima concentración de cromo para mantener las condiciones de corrosión del acero inoxidable es del 11%. El cromo es un elemento muy reactivo y, por tanto, el acero 316l puede ser pasivado artificialmente para ofrecer una resistencia a la corrosión excelente. Dicho procesos de pasivado consiste en producir una capa superficial de óxido de cromo compacta que protege el núcleo del material. La tabla muestra la composición de este acero inoxidable.

Tabla 21. Composición química del acero inoxidable 316 L (ASTM)

ELEMENTOS	COMPOSISCIÓN
Carbonato	0.03 máx.
Manganeso	2.00 máx.
Fósforo	0.03 máx.
Azufre	0.03 máx.
Silicio	0.75 máx.
Cromo	17.00 – 20.00
Níquel	12.00 – 14.00
Molibdeno	2.00 – 4. 00

Fuente. Normas ASTM 1992

Las características micro estructurales y propiedades de una cero inoxidable no se deben solo a su composición química, sino también al tratamiento térmico y mecánico aplicado. Los aceros inoxidables austeníticos, como el tipo

45

46

316l que es el mas usado para la fabricación de implantes, no son endurecibles por tratamientos térmicos sino por trabajo en frio (acritud) y no son magnéticos.

La (tabla 8) muestra las propiedades mecánicas del acero inoxidable 316l exigibles de acuerdo a la norma ASTM F139. La acritud no modifica el modulo de elasticidad del material sino que produce un incremento de limite elástico y de la resistencia a rotura estática y a fatiga. Una gran parte de las propiedades mecánicas dependen del tratamiento térmico aplicado a de si el material se trabaja en frio o en caliente. [Cita bibliográfica](#)

Tabla 22. Propiedades mecánicas del acero inoxidable 316 L (ASTM, 1992).

Condición	Resistencia a tracción (Mpa)	Tensión de fluencia (Mpa)	Alargamiento máximo (%)	Dureza Rockwell
Recocido	485	172	40	95HRB
Trabajo en frío	860	690	12	-----

Fuente. Norma ASTM 1992.

El acero inoxidable austeníticos no suele soldarse pues las elevadas temperaturas provocan la precipitación de productos en el borde de grano como son los carburos que inducen a la corrosión y en general distorsión de los componentes soldados por las tensiones residuales que quedan en el material. Este último efecto nocivo puede eliminarse mediante un calentamiento uniforme. Otro efecto indeseable debido al calentamiento es la formación de óxidos en la superficie, que deben eliminar química (mediante ácidos) o mecánicamente (chorro de arena). [Cita bibliográfica](#)

Por ultimo, se procede a tratar la superficie mediante un pulido espejo o un acabado mate por arenado, para terminar finalmente con un pasivado mediante ácido nítrico.

9.7 MATRIX DE SELECCIÓN PARA LA CONSTRUCCION DE LA PROTESIS DE BRAZO.

Analizando las consideraciones anteriores para la selección del material para la fabricación de la prótesis de brazo, y teniendo en cuenta los requerimientos funcionales de la misma se realizara una matriz de selección.

MATRIZ DE SELECCIÓN

Para realizar la selección del material se realizara una evaluación cuantitativa y cualitativa de los requerimientos funcionales de la prótesis para ello se utilizara una escala de 1.0 a 5.0 siendo 1.0 la menor calificación y 5.0 la mayor a continuación se muestran las matrices de selección.

Tabla 23. Evaluación cualitativa del material.

Requerimientos	Fibra de vidrio	Fibra de carbono	Acero inoxidable 316 I
Cumple con las condiciones de carga	Elevada resistencia mecánica	Elevada resistencia mecánica	Elevada resistencia mecánica
Compatibilidad con el ser humano	por tratarse de un material orgánico no produce oxidación	Por tratarse de un polímero no produce oxidación	Por tratarse de un metal produce oxidación.
Peso	Bajo	Bajo	Elevado
Costo	Bajo costo	Elevado costo	Elevado costo
Mano factura	Tecnologica	Tecnológica	Tecnológica
Disponibilidad de la materia prima	Alta	Baja	Baja

Fuente: el Autor

Tabla 24. Evaluación cuantitativa del material.

Requerimientos	Fibra de vidrio	Fibra de carbono	Acero inoxidable 316 I
Cumple con las condiciones de carga	5.0	5.0	5.0
Compatibilidad con el ser humano	4.0	4.0	3.0
Peso	4.0	4.5	2.5
Costo	4.0	3.0	3.5
Mano factura	3.5	3.0	3.0
Disponibilidad de la materia prima	4.0	3.0	3.0
	25.0	23.0	20.0

Fuente: el Autor

ANALISIS DE CARGAS PRESENTES EN LOS ELEMENTOS MECANICOS QUE COMPONEN EL BRAZO.

De acuerdo a las condiciones de diseño se determina que los elementos que componen la prótesis de brazo van a estar sometidos a cargas estáticas para ello se tuvieron en cuenta los pesos reales de cada uno de los elementos diseñados por en de sea hace necesario re calcular las reacciones a partir del siguiente análisis.

Peso total de la mano = 6.78 N

Peso total del antebrazo = 6.2 N

Carga = 17.8 N

Carga total que deben resistir los elementos mecánicos que componen la prótesis de brazo.

$$\text{Carga total} = 6.78 \text{ N} + 6.2 \text{ N} + 17.8 \text{ N} = 30.8 \text{ N}$$

De acuerdo a esto se realiza la modificación de las reacciones para el caso estático teniendo en cuenta que las reacciones máximas se encuentran localizadas en el mismo ángulo.

Tabla 25. Datos de entrada para nuevas reacciones.

DATOS DE ENTRADA		
Ingrese distancia d1	0,32	m
Ingrese distancia d2	0,27	m
Carga total	30,8	N

Fuente: el Autor.

Tabla 26. Nuevas reacciones para carga total aplicada.

ANGULO EN GRADOS	ANGULO EN RADIANTES	PY (N)	AY (N)	PX (N)	AX (N)
170	2,9670	248,409	-217,609	43,801	43,801

Fuente: el Autor.

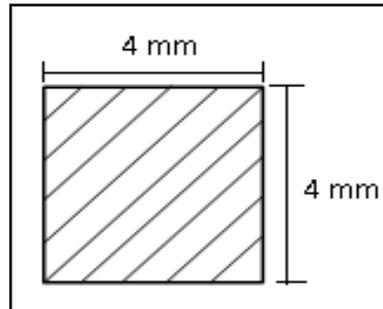
A partir de lo anterior se determina que las reacciones re calculadas serán utilizadas para el diseño de los elementos de maquinas al igual que para el análisis por elementos finitos.

CALCULO DE LOS ELEMENTOS DE MAQUINAS QUE COMPONEN LA PRÓTESIS.

CALCULO DE LA CHAVETA

Dimensiones estandarizadas y seleccionadas por carácter geométrico de la tabla del libro de ingeniería de diseño de P. Orlov Figura 65.

Figura 65. Dimensiones chaveta estandarizada.



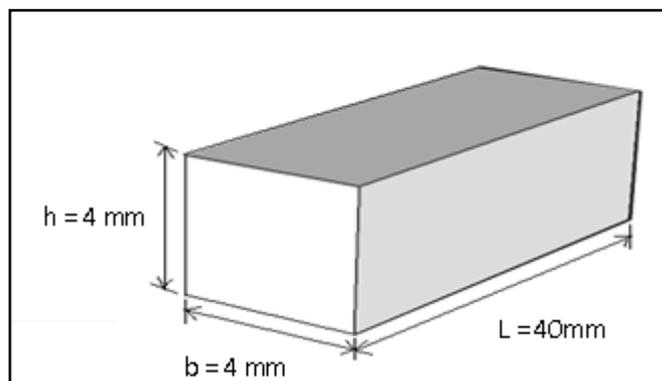
Fuente: el Autor.

Las chavetas se diseñan a cortante por torsor y por esfuerzo de aplastamiento de acuerdo a esto se realiza la siguiente muestra de calculo

CALCULO DE CORTANTE POR TORSOR

Para desarrollar la muestra de cálculo se deben conocer las dimensiones de la chaveta Figura 66.

Figura 66. Dimensiones para el cálculo de la chaveta.



Fuente: el Autor.

Calculo del cortante por torsor (τ_{max})

$$\tau_{max} = \frac{2 * M_t}{D * b * l}$$

Donde

M_t = Momento torsor.

τ_{max} = Cortante por torsor.

D = Diámetro exterior.

b = ancho de la chaveta.

L = longitud de la chaveta.

Sabiendo que el momento torsor (M_t)

$$M_t = F * d$$

Donde

F = Fuerza

d = Distancia perpendicular a la fuerza.

A partir de lo anterior se desarrolla la siguiente muestra de cálculo

$$M_t = 30.8 \text{ N} * (0.27\text{m}) = 8.316 \text{ N.m}$$

$$\tau_{max} = \frac{2 * 8.316 \text{ N.m}}{0.010\text{m} * 0.004 * 0.040\text{m}} = 10.4 \text{ Mpa}$$

Utilizando la teoría de cortante máximo

$$F.S = \frac{0.577 S_y}{\tau_{max}} = \frac{0.577 * 215 \text{ Mpa}}{10.4 \text{ Mpa}} = 11.92$$

El factor de seguridad garantiza que la chaveta soportara la carga por torsión.

CALCULO DEL ESFUERZO DE APLASTAMIENTO (σ_{ap}).

$$\sigma_{ap} = \frac{2 M_t}{D * \frac{h}{2} * l}$$

$$\sigma_{ap} = \frac{2 * 8.316 \text{ N.m}}{0.010 * \frac{0.004}{2} * 0.040} = 20.8 \text{ Mpa}$$

Calculando el factor de seguridad

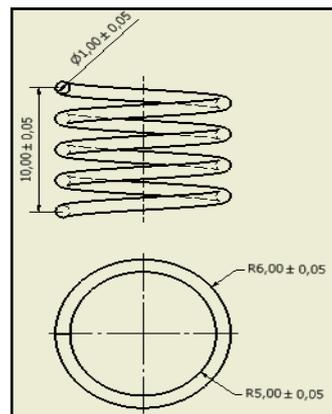
$$F.S = \frac{S_y}{G_{ap}} = \frac{215 \text{ Mpa}}{20.8} = 20.8$$

El factor de seguridad garantiza que el material soportara el esfuerzo de aplastamiento que soportara la chaveta.

CALCULO DE RESORTE HELEICODAL DE COMPRESION EXTREMOS SIMPLES.

El resorte diseñado, es un resorte helicoidal de configuración simple para el cual se utilizaran el concepto de energía que determina cuanta energía debo utilizar para desplazar el resorte, este desplazamiento se considera la deflexión del resorte y esta dado por el diseño del mecanismo de paso de ángulo.

Figura 67. Resorte helicoidal de compresión dimensiones.



Fuente: el Autor.

Deflexión del resorte

$$y = \frac{\partial_u}{\partial_F} = \frac{8 * F * D^3 * N_a}{d^4 * G}$$

Donde

F= Carga aplicada sobre el resorte.

D= Diámetro exterior.

d= Diámetro del alambre .

N_a = Numero de espiras activas para resortes (Configuración extremos simples
 $N_a = N_t$)

N_t = Numero de vueltas del resorte

G= Modulo de corte del materia para nuestro caso un acero 1085.

y = Deflexión

Sabiendo que

$$d = \text{Diametro exterior} - \text{Diametro interior}$$

y = (0.005 m) de acuerdo al diseño del mecanismo de paso de angulo

$$G = 80.8 \text{ Gpa}$$

De acuerdo a lo anterior despejamos la fuerza de la ecuación 100 para determinar cuanta carga se requiere para desplazar el resorte.

$$F = \frac{y * d^4 * G}{8 * D^3 * N_a}$$

$$F = \frac{(0.005m) * (0.001m)^4 * (80.8 * 10^9 \frac{N}{m})}{8 * (0.012m)^3 * N_a} = 9.48$$

Ahora

$$F = m * g$$

$$m = \frac{F}{g} = \frac{9.48 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} = 0.97 \text{ kg}$$

La carga que se debe aplicar para desplazar el resorte es de 0.97 kg la cual se considera baja para la activación del mecanismo.

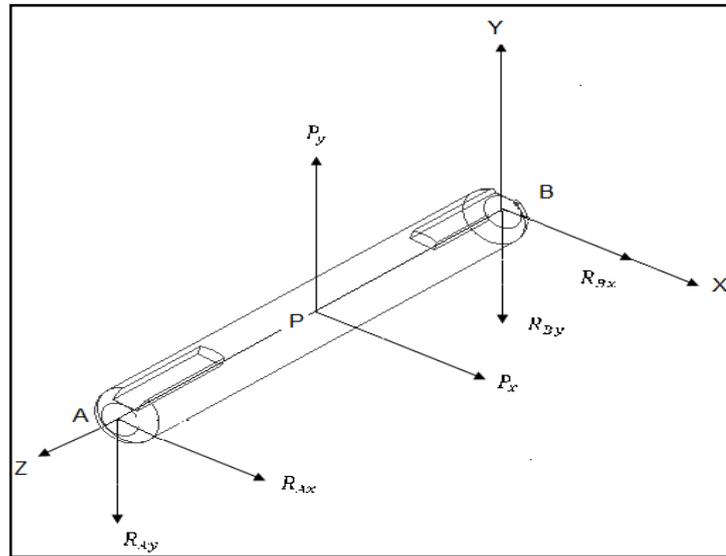
Por otra parte las consideraciones de diseño, son buena resistencia a la fluencia y a la fatiga propiedades propias del material.

CALCULO DEL PASADOR CARGAS ESTATICAS

A partir de las reacciones estáticas se procede a desarrollar la muestra de calculo para la determinación del factor de seguridad del pasador, el cual determinara si este elemento soportara las cargas aplicadas.

El análisis parte del diagrama de cuerpo libre para el pasador Figura 68.

Figura 68. Diagrama de cuerpo libre para cálculo de pasador



Fuente: el Autor.

Donde el valor de P_x y P_y se determina al utilizar la carga total aplicada al mecanismo.

$$P_x = 43.81 \text{ N}$$

$$P_y = 248.5 \text{ N}$$

Se procede a desarrollar un análisis estático para determinar la magnitud y dirección de las fuerzas que actúan en el pasador.

Sumatoria de fuerzas en X y Y.

$$\rightarrow + \sum F_x = 0; P_x + R_{Ax} - R_{Bx} = 0$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0; P_y - R_{Ay} - R_{By} = 0$$

Sumatoria de momentos de forma vectorial en B Figura 68.

$$\sum \vec{M}_B = \vec{r} * F; \sum \vec{M}_B = \vec{r}_1 \times \vec{P} + \vec{r}_2 \times \vec{R}_A = 0$$

$$\sum \vec{M}_B = \vec{r} * F; = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 45 \\ 43.81 & 248.5 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 90 \\ -R_{Ax} & -R_{Ay} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\hat{i} [-11182.5] - \hat{j} [-1971.45] + \hat{k} [0] + \hat{i} [+90 R_{Ay}] - \hat{j} [+90 R_{Ax}] + \hat{k} [0]$$

Sumando e igualando componentes

$$-11182.5 \text{ N} + 90 R_{Ay} = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{11182.5 \text{ N}}{90} = 124.25 \text{ N} \approx 124.3$$

$$1971.45 - 90 R_{Ax} = 0$$

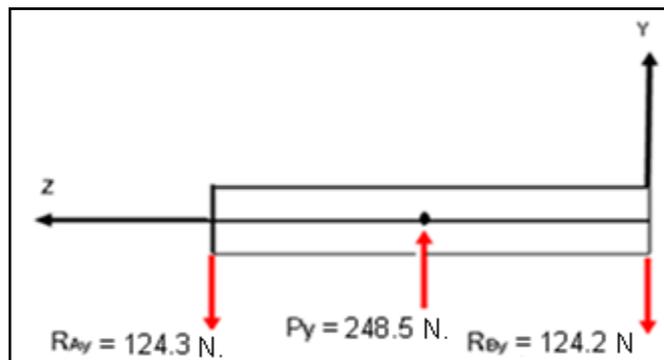
$$R_{Ax} = \frac{1971.45}{90} = 22 \text{ N}$$

$$R_{Bx} = -R_{Ax} + Px = -22 + 43.81 = 21.81 \text{ N}$$

$$R_{By} = Py - R_{Ay} = 248.5 \text{ N} - 124.3 \text{ N} = 124.2 \text{ N}$$

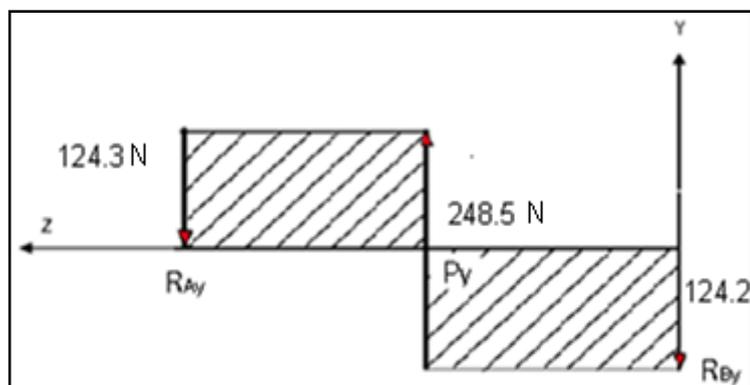
A partir de las cargas aplicadas al pasador se determina los diagramas de cortante y de momento flector para los planos Y-Z Figura 69, 70 y 71.

Figura 69. Cargas que afectan el pasador.



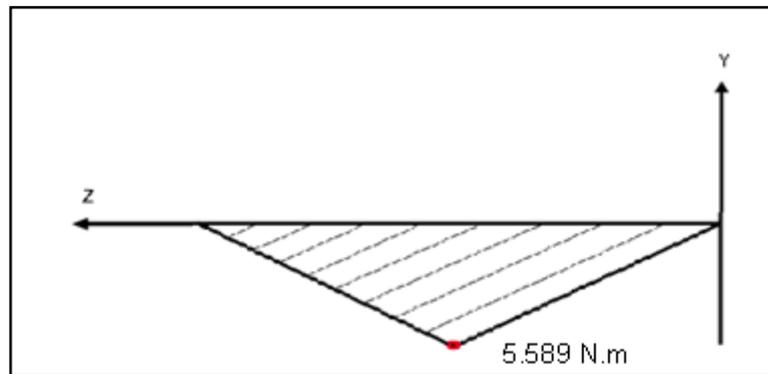
Fuente: el Autor.

Figura 70. Diagrama de cortantes plano Y-Z.



Fuente: el Autor.

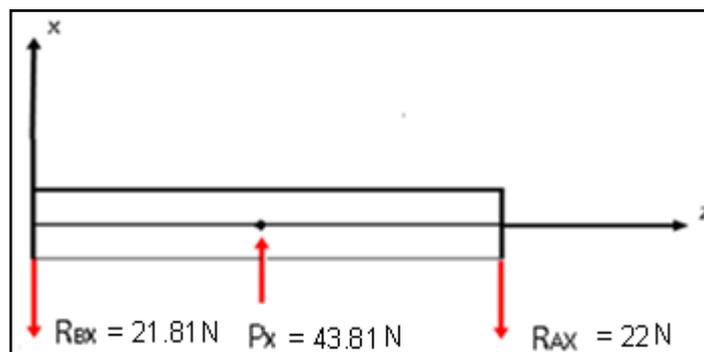
Figura 71. Diagrama de momento flector plano Y-Z.



Fuente: el Autor.

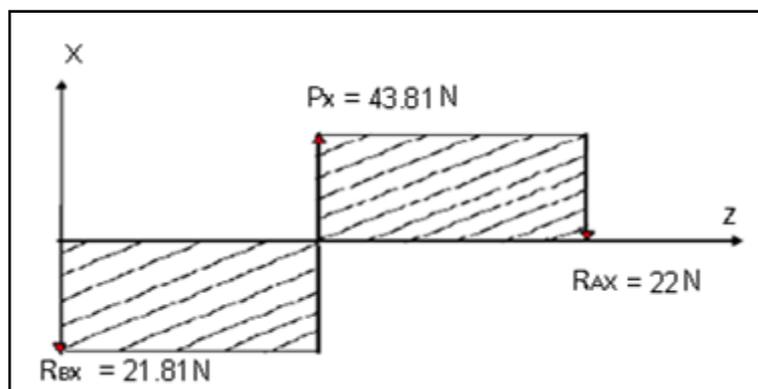
De igual forma que para el plano Y- Z se determinan los diagramas de cortante y de momento flector ante cargas aplicadas para el plano X-Z Figuras 72, 73 y 74.

Figura 72. Cargas que afectan al pasador plano X-Z.



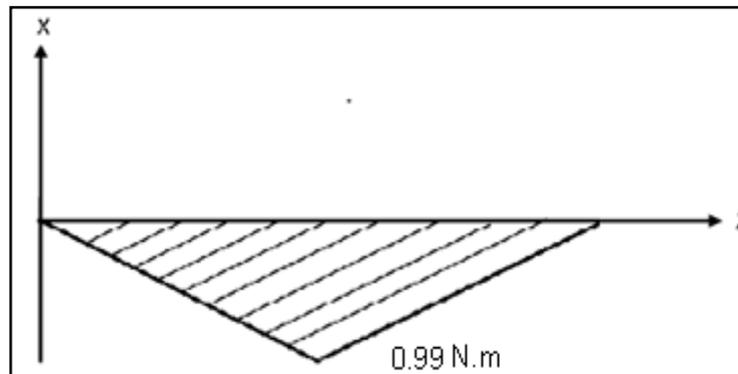
Fuente: el Autor.

Figura 73. Diagrama de cortantes plano X-Z.



Fuente: el Autor.

Figura 74. Diagrama de momento flector plano X-Z.

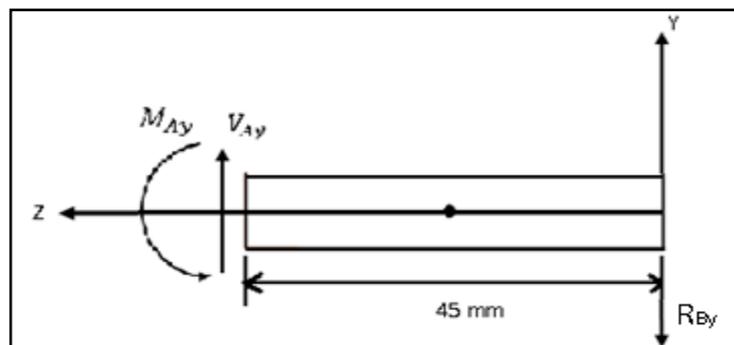


Fuente: el Autor.

El máximo momento flector se encuentra en $Z= 45$ mm a partir de esto determinamos las fuerzas internas del pasador para cada uno de los planos Y-Z y X-Z.

Análisis de fuerzas y momentos internos plano Y-Z Figura 75.

Figura 75. Fuerzas y momentos internos del pasador plano Y-Z.



Fuente: el Autor.

Determinación de fuerzas y momentos internos del segmento

$$\uparrow + \sum F_y = 0; V_{Ay} - R_{By} = 0$$

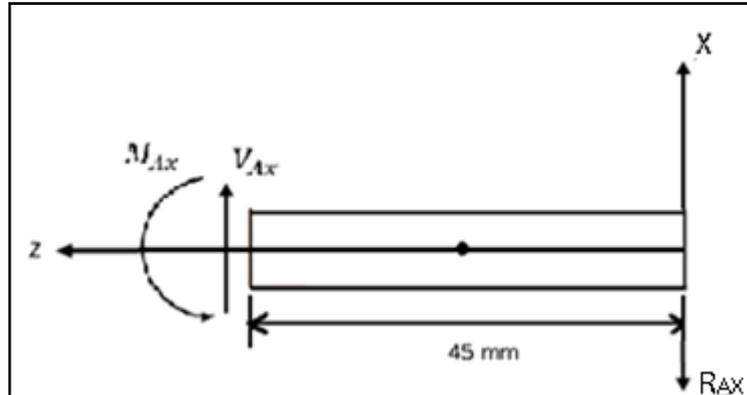
$$V_{Ay} = R_{By} = 124.2 \text{ N}$$

$$\curvearrowright + \sum M_A = 0; M_{Ay} - R_{By} * (45) = 0$$

$$M_{Ay} = 124.2 * (45) = 5.589 \text{ N.M}$$

Análisis de fuerzas y momentos internos plano X-Z Figura 76.

Figura 76. Fuerzas y momentos internos del pasador plano X-Z.



Fuente: el Autor.

Determinación de fuerzas y momentos internos del elemento

$$\pm \sum F_x = 0; V_{Ax} - R_{Ax} = 0$$

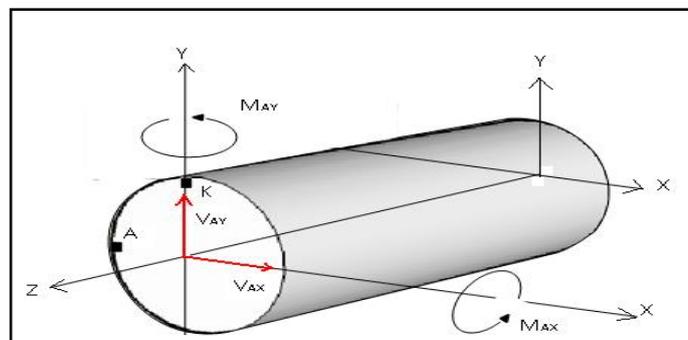
$$V_{Ax} = R_{Ax} = 22 \text{ N}$$

$$\curvearrowright + \sum M_A = 0; M_{Ax} - R_{Ax} * (45) = 0$$

$$M_{Ax} = 22 * (45) = 0.99 \text{ N.M}$$

A partir de la muestra de cálculo anteriormente desarrollada se procede a realizar el análisis de fibras que afectan al pasador Figura 77

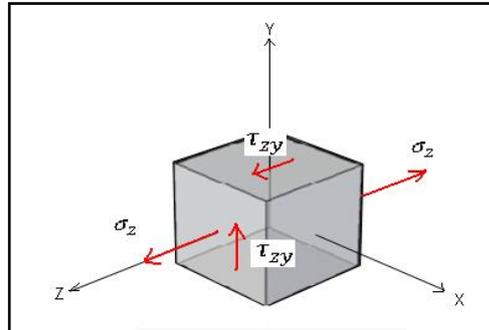
Figura 77. Análisis de fibras en el pasador.



Fuente: el Autor.

Por inspección se observa que el mayor cortante existe en la dirección Y, por lo tanto la fibra A, es la que mas soporta Figura 78.

Figura 78. Análisis de la fibra A



Fuente: el Autor.

Calculo del esfuerzo normal.

$$\sigma_z = \frac{M_{Ay} * C}{I_{xx}} = \frac{(5.6 \text{ N.m}) * (0.005 \text{ m})}{\frac{\pi}{64} * (0.010 \text{ m})^4} = 57.1 \text{ Mpa}$$

Calculo del esfuerzo cortante

$$\tau_{zy} = \frac{V_{Ay} Q}{I t} = \frac{V_{Ay} \left[\frac{D}{4} * \left(\frac{\pi}{8} * D^2 \right) \right]}{\left(\frac{\pi}{64} \right) * D^4 * D}$$

$$\tau_{zy} = \frac{124.2 \text{ N} * \left[\frac{0.010}{4} * \left(\frac{\pi}{8} * (0.010)^2 \right) \right]}{\left(\frac{\pi}{64} \right) * (0.010)^5} = 2.5 \text{ Mpa}$$

Aplicación del circulo Mhor

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \right)^2 + (\tau_{zy})^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{114.1}{2} + \sqrt{\left(\frac{114.1}{2} \right)^2 + (2.5)^2}$$

$$\sigma_1 = 114.2 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_2 = \frac{114.1}{2} - \sqrt{\left(\frac{114.1}{2}\right)^2 + (3.04)^2}$$

$$\sigma_2 = -0.06 \text{ Mpa}$$

Como es un material dúctil se le aplicara el criterio de falla de Von Mises.

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_1)^2 - (\sigma_1 * \sigma_2) + (\sigma_2)^2} = \sqrt{(114.1)^2 - (114.1 * 0.06) + (0.06)^2} = 114.2 \text{ Mpa}$$

$$F.S = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{215 \text{ Mpa}}{57.3 \text{ Mpa}} = 3.8$$

Se determina que el pasador tiene un F.S = 3.8 lo cual garantiza que soportara las cargas aplicadas.

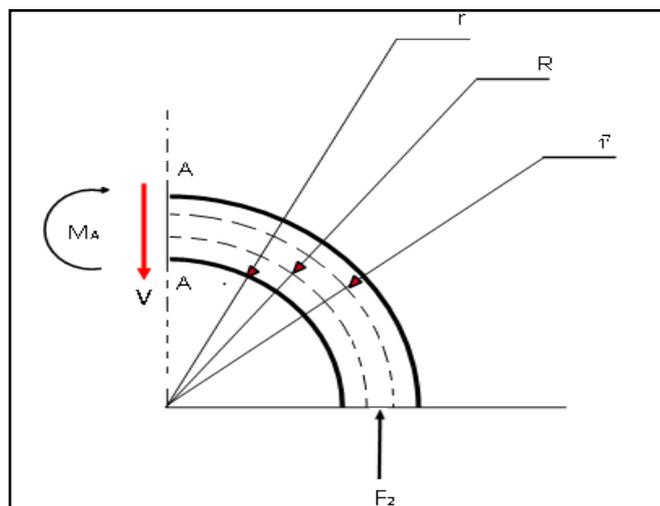
CALCULO DEL MECANISMO DE PASO DE ANGULO

Se determina que el mecanismo de paso de ángulo se comporta como una viga curva para lo cual se empleara la ecuación de esfuerzo para vigas curvas como se muestra.

$$\sigma = \frac{M * (R * r)}{A * r * (\vec{r} * R)}$$

Para desarrollar la muestra de cálculo se utilizara como para metro la Figura 79.

Figura 79. Viga curva para cálculo del esfuerzo del mecanismo paso de ángulo.



Fuente: el Autor.

Donde:

σ = Es fuerza normal.

M_A = Momento interno.

A = Área de la sección transversal.

R = Distancia media desde el centro de curvatura al eje neutro.

\vec{r} = Distancia desde el centro de curvatura al centroide.

r = Distancia desde el centro de curvatura al punto donde se desea determinar el esfuerzo.

F_2 = Fuerza aplicada.

Desarrollando la muestra calculo como se muestra

Calculo de la Distancia desde el centro de curvatura al centroide \vec{r} .

$$\vec{r} = \frac{\phi_{ext} - \phi_{int}}{2} + \frac{\phi_{int}}{2}$$

$$\vec{r} = \frac{36.99 - 10}{2} + \frac{10}{2} = 18.495 = 0.018495 \text{ m}$$

Calculo del momento interno (M_A).

$$+\uparrow \sum Fy = 0; \quad F_2 - V = 0; \quad V = F_2 = 15.05$$

$$\curvearrowleft + \sum M_{A,A} = 0; \quad F_2 * (\vec{r}) - M_A = 0$$

$$M_A = F_2 * (\vec{r}) = \frac{30.8}{2} * (18.495 \text{ mm}) = 0.3 \text{ N.m}$$

Calculo del área de la sección transversal.

$$A = b \left[\frac{\phi_{ext} - \phi_{int}}{2} \right] = 10 \text{ mm} * \left[\frac{(36.99 - 10) \text{ mm}}{2} \right] = 67.475 \text{ mm}^2 * \left[\frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ m}} \right]^2 = 67.475 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Calculo de la distancia media desde el centro de curvatura al eje neutro (R).

$$R = b \text{Ln} \left| \frac{r_2}{r_1} \right| = b \text{Ln} \left| \frac{\phi_{ext}}{\phi_{int}} \right| = 10 \text{ mm} \text{Ln} \frac{36.99 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 13.08 \text{ mm} = 0.01308 \text{ m}$$

Calculo de la distancia desde el centro de curvatura al punto donde se desea determinar el esfuerzo (r)

$$r = \frac{\varnothing \text{ int}}{2} = \frac{10 \text{ mm}}{2} = 5 \text{ mm} = 0.005 \text{ m}$$

Calculo del esfuerzo

$$\sigma = \frac{M * (R * r)}{A * r * (\bar{r} * R)}$$

$$\sigma = \frac{0.3 \text{ N.m} * (0.01308 * 0.005) \text{ m}}{67.475 * 10^{-6} \text{ m}^2 * 0.005 \text{ m} * (0.018495 - 0.01308)} = 1.4 \text{ Mpa}$$

ANÁLISIS POR FATIGA PARA ELEMENTOS CRÍTICOS DE LA PROTESIS DE BRAZO

ANÁLISIS DEL PASADOR FALLA POR FATIGA

$$B_{ymax} = 145.1 \text{ N}$$

$$B_{ymin} = 105 \text{ N}$$

Análisis estático

$$\uparrow + \sum F_y = 0 ; \quad -A_y + B_y - C_y = 0$$

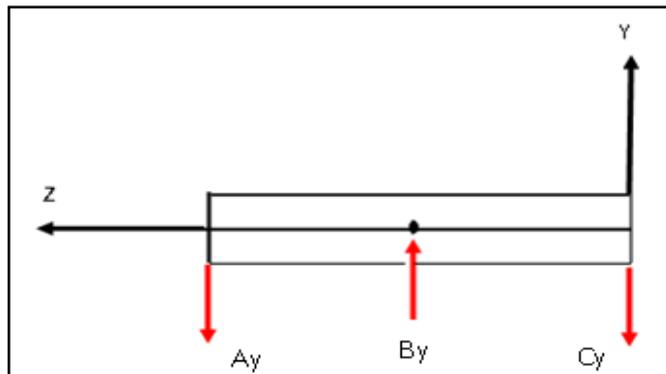
$$\curvearrow + \sum M_c = 0 ; \quad -B_y * (45) + A_y * (90) = 0$$

$$A_y = \frac{B_y}{2}$$

$$C_y = -A_y + B_y = \frac{-B_y}{2} + B_y = \frac{B_y}{2}$$

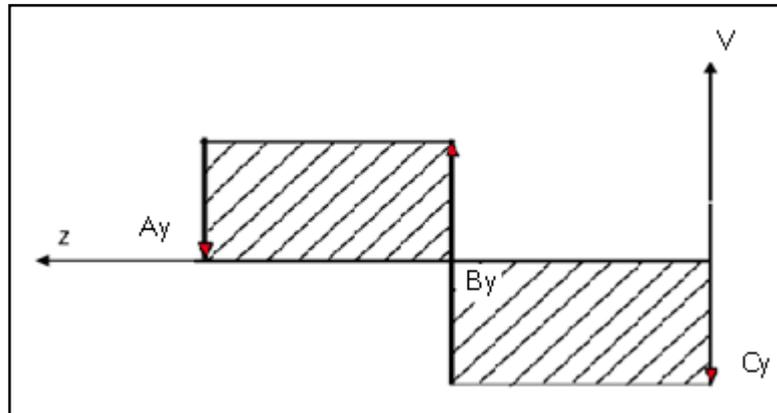
A partir de lo anterior se generan los diagramas de cortante y momento flector ante cargas aplicadas Figura 81, 82 y 83,

Figura 81. Cargas que afectan el pasador.



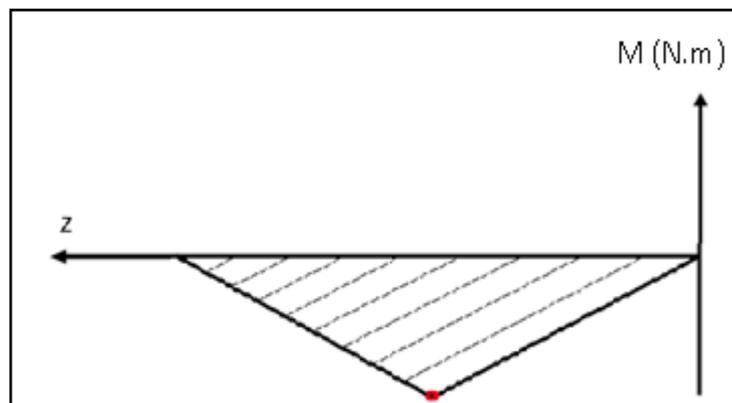
Fuente: el Autor.

Figura 82. Diagrama de cortantes.



Fuente: el Autor.

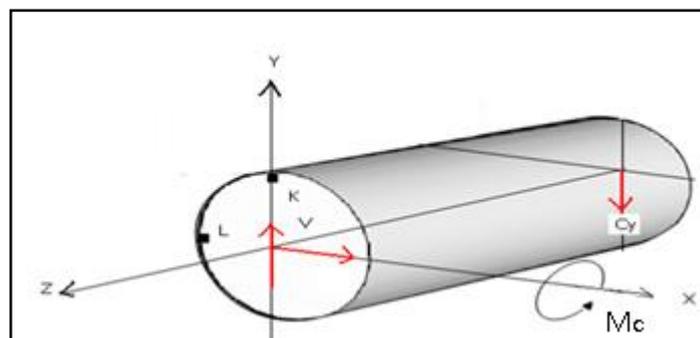
Figura 83. Diagrama de momento flector.



Fuente: el Autor.

A partir del análisis anteriormente desarrollado se procede a desarrollar el análisis de las fibras críticas en el pasador.

Figura 84. Análisis de fibras en el pasador.



Fuente: el Autor.

Determinación del cortante y del momento flector presentes en el pasador dirección y magnitud.

$$+ \sum F_y = 0 ; \quad V - C_y = 0$$

$$V = C_y = \frac{B_y}{2}$$

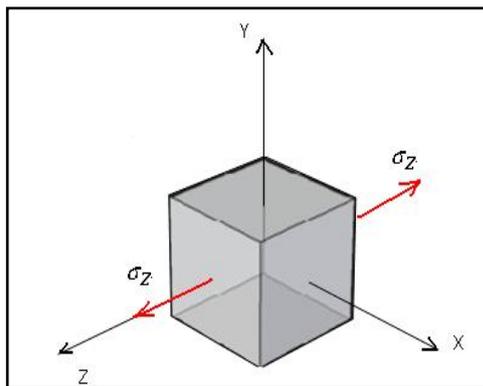
$$\curvearrowright + \sum M_c = 0 ; \quad M_c - C_y * (45) = 0$$

$$\curvearrowright + \sum M_c = 0 ; \quad C_y * (45) = \frac{B_y}{2} * (45)$$

Una vez determinado el cortante y el flector se realizar el análisis de las fibras presentes en el pasador.

Análisis de la fibra K Figura 85

Figura 85. Análisis fibra K



Fuente: el Autor.

Calculo del esfuerzo normal máximo (σ_{zmax})

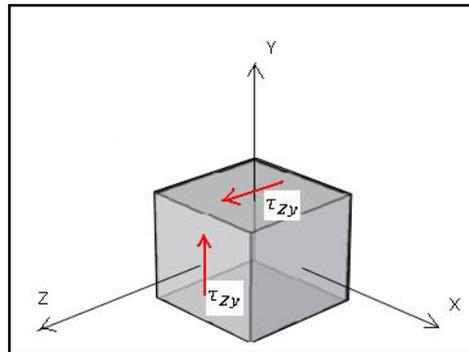
$$\sigma_{zmax} = \frac{M_c * C}{I} = \frac{M_{cmax} * C}{I} = \frac{\left(\frac{B_{y_{max}}}{2}\right) * 45 * C}{I}$$

$$\sigma_{zmax} = \frac{\left(\frac{145.1}{2}\right) * 45 * (5) N \cdot mm^2}{\frac{\pi}{64} * (10)^4 * mm^4}$$

$$\sigma_{zmax} = 33.3 \text{ Mpa}$$

Análisis fibra L Figura 86

Figura 86. Análisis de la fibra L.



Fuente: el Autor.

Calculo del esfuerzo cortante (τ_{zy})

$$\tau_{zy} = \frac{VQ}{I * t} = \frac{\left(\frac{B_{y_{max}}}{2}\right) * \left[\frac{d}{4} * \frac{\pi}{8} (d^2)\right]}{\frac{\pi}{64} * d^4 * (d)}$$

Utilizando el valor de B_y máximo se determina el cortante máximo τ_{zy}

$$\tau_{zy_{max}} = \frac{B_{y_{max}}}{d^2} = \frac{145.1 \text{ N}}{(10)^2} = 1.5 \text{ Mpa}$$

Por lo tanto se deduce que el esfuerzo que causara la falla por fatiga es el esfuerzo normal $\sigma_{z_{max}} = 33.3 \text{ Mpa}$ por ello se calculara el $\sigma_{z_{min}}$.

$$\sigma_{z_{min}} = \frac{M_c * C}{I} = \frac{\left(\frac{B_{y_{min}}}{2}\right) * C}{I} = \frac{\left(\frac{105 \text{ N}}{2}\right) * 45 * \frac{(10 \text{ mm}^2)}{2}}{\frac{\pi}{64} * (10)^4 \text{ mm}^4} = 24.1 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{z_{min}} = 24.1 \text{ Mpa}$$

Por ende se realizara la muestra de cálculo para el análisis de falla por fatiga.

Calculo del esfuerzo alternante ($\sigma_{a_{nom}}$) y del esfuerzo medio ($\sigma_{m_{nom}}$)

$$\sigma_{a_{nom}} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \left(\frac{33.3 - 24.1}{2}\right) \text{ Mpa} = 4.6 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{m_{nom}} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \left(\frac{33.3 + 24.1}{2}\right) \text{ Mpa} = 28.7 \text{ Mpa}$$

Calculo del concentrador de esfuerzos a la fatiga (K_f) para la corrección del esfuerzo alternante ($\sigma_{a_{nom}}$) y del esfuerzo medio ($\sigma_{m_{nom}}$).

$$K_f = 1 + q * (k_t - 1)$$

Donde

k_f = Factor de concentradores de esfuerzos.

k_t = Factor de concentración de factores geométricos teórico.

q = sensibilidad de la muesca.

A partir de lo anterior se desarrolla la siguiente muestra de cálculo.

Calculo del Factor de concentración de factores geométricos teórico k_t

$$\frac{D}{d} = \frac{D}{0} = \infty$$

$$k_t = A \left(\frac{r}{D}\right)^b = 0.94801 * \left(\frac{2}{10}\right)^{-0.33302} \approx 1.02$$

Calculo de la sensibilidad de la muesca.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Donde

\sqrt{a} = Constante de Neuber.

r = Radio del agujero más pequeño.

A partir de esto se determina

$$\sqrt{a} = 0.088224$$

$$r = 2 \text{ mm} = 7.8740 * 10^{-2} \text{ in}$$

Sustituyendo en la ecuación

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{0.088224}}{\sqrt{7.8740 * 10^{-2}}}} = 0.761$$

Una vez realizada la muestra de cálculo se determina el concentrador de esfuerzos.

$$K_f = 1 + 0.997 * (1.79 - 1) = 1.8$$

Corrección del esfuerzo alternante ($\sigma_{a_{nom}}$) y del esfuerzo medio ($\sigma_{m_{nom}}$).

$$\sigma_a = \sigma_{a_{nom}} * K_f = 1.02 * (4.06 \text{ Mpa}) = 4.2 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_m = \sigma_{m_{nom}} * K_f = 1.02 \text{ Mpa} * (28.7 \text{ Mpa}) = 4.203 \text{ Mpa}$$

Calculo del límite de resistencia a la fatiga S_e'

Para un esfuerzo ultimo a la tracción (S_{ut}) menor 1400 Mpa

$$S_e' = 0.5 * S_{ut} = 0.5 * (505 \text{ Mpa}) = 252.5 \text{ Mpa}$$

Calculo del límite de resistencia a la fatiga (S_e)

$$S_e = K_{carga} * K_{tamaño} * k_{superficie} * k_{temperatura} * k_{confiabilidad} * S_e'$$

Calculo del K carga

K carga= 1 por flexión pura

Calculo del K tamaño

$$K_{tamaño}; A_{95} = A = \frac{\pi}{4}(d^2) = \frac{\pi}{4} * (10^2) = 78.53 \text{ mm}^2$$

Calculo del diámetro equivalente (d_{equi}) para K tamaño.

$$d_{equi} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0.0766}} = \sqrt{\frac{78.53}{0.0766}} = 32.02 \text{ mm}$$

$$\text{Para } 8 \text{ mm} \leq d_{equi} \leq 250 \text{ mm}; \quad K_{tamaño} = 1.189d^{-0.097}$$

$$K_{tamaño} = 1.189 * (32.02)^{-0.097} = 0.849$$

Calculo del K confiabilidad

$$K_{confiabilidad} = 0.659 \text{ para una confiabilidad del } 99.999\%$$

Calculo de K temperatura

La pieza se encuentra a temperatura ambiente

$$\text{para } T \leq 450^\circ\text{C}; \quad K_{temperatura} = 1$$

Calculo del k superficie

$$K_{superficie} = A * (S_{ut})^b$$

Donde

A y b = a los coeficientes para acabado superficial.

$$K_{superficie} = A * (S_{ut})^{-b}$$

$$K_{superficie} = 1.58 * (505)^{-0.085} = 0.93$$

Una vez determinados los factores K carga, K tamaño, k superficie, k temperatura, k confiabilidad se determina el límite de resistencia a la fatiga.

$$S_e = K_{carga} * K_{tamaño} * k_{superficie} * k_{temperatura} * k_{confiabilidad} * S_e'$$

$$S_e = 1 * 0.849 * 1 * 0.659 * 0.93 * 252.5 \text{ Mpa} = 131.4 \text{ Mpa}$$

Determinado el límite de resistencia a la fatiga (S_e) se procede a determinar la resistencia teórica a la fatiga S_f .

$$F.S = \frac{S_f * S_{ut}}{\sigma_a S_{ut} + \sigma_m * S_f}$$

Utilizando un F.S = 3.

$$S_f = \frac{F.S * \sigma_a S_{ut}}{S_{ut} - (F.S * \sigma_m)}$$

Sustituyendo en la ecuación

$$S_f = \frac{3 * 4.2 * 505}{505 - (3 * 29.3)} = 15.256 \text{ Mpa.}$$

Calculo de resistencia ala fatiga (S_f)

$$S_f = a * N^b$$

Sabiendo que

a y b = a las condiciones de frontera

N= numero de ciclos

Donde

$$b = \frac{1}{z} \text{Log} \left(\frac{S_m}{S_e} \right)$$

$$Z = \text{Log}(N_1) - \text{Log}(N_2)$$

$$S_m = 0.9 S_{ut}$$

$$a = \text{Log}(a) = \text{Log}(S_m) - b \text{Log}(N_1)$$

Donde

z = factor z depende N_2

N_1 = Numero de ciclos = 10^3 en el caso de resistencia a la fatiga.

N_2 = Numero de ciclos = 10^6 para materiales que no exhiba codo limite de resistencia.

Desarrollando la muestra de cálculo.

$$Z = \text{Log}(10^3) - \text{Log}(10^6) = -3$$

$$S_m = 0.9 * 505 \text{ Mpa} = 454.5 \text{ Mpa}$$

$$b = \frac{1}{-3} \text{Log}\left(\frac{454.5}{131.4}\right) = -0.1797$$

$$\text{Log}(a) = \text{Log}(454.5) - 0.1797 \text{Log}(10^3)$$

$$a = 10^{3.196} = 1573.99$$

A hora se determina el número de ciclos al despejar la ecuación.

$$S_f = a * N^b$$

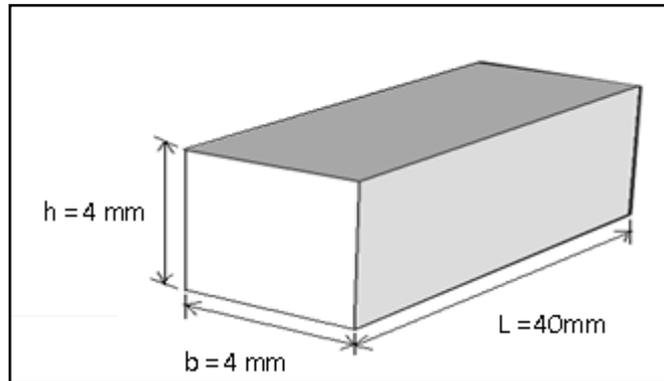
$$S_n = S_f$$

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{15.256}{1573.99}\right)^{1/-0.1797} = 16 * 10^{10} \text{ Vida inifinita}$$

CRITERIO DE FALLA CARGA DINAMICA FATIGA CALCULO CHAVETA

La muestra de cálculo se desarrollara teniendo como parámetro el análisis desarrollado anteriormente para carga estática y teniendo en cuenta las dimensiones de la chaveta Figura 87

Figura 87. Dimensiones de chaveta.



Fuente: el Autor.

Se determina las cargas dinámicas que causan el momento torsor (M_t) en la chaveta.

$$M_t = F * d$$

Calculo de la fuerza máxima a la que se someterá la chaveta

$$F_{max} = W_{total} = W_{Total \text{ de la mano}} + W_{Del \text{ antebrazo}} + W_{Carga}$$

Donde

W = Al peso de cada elemento que debe soportar la chaveta.

$$F_{max} = (6.78 + 6.2 + 17.8) \text{ N} = 30.8 \text{ N}$$

$$F_{min} = W_{Total \text{ de la mano}} + W_{Del \text{ antebrazo}}$$

$$F_{min} = (6.78 + 6.2) \text{ N} = 13 \text{ N}$$

Calculo del torsor M_{tmax} y M_{tmin}

$$M_{tmax} = F_{max} * (d) = 30.8 \text{ N} * (0.27 \text{ m}) = 8.316 \text{ N.m}$$

$$M_{tmin} = F_{min} * (d) = 13 \text{ N} * (0.27 \text{ m}) = 3.51 \text{ N.m}$$

De los datos obtenidos por los criterios de falla por carga estática se observa que el esfuerzo de aplastamiento es el que causara la falla por fatiga, ya que tiene el menor factor de seguridad.

$$\sigma_{ap} = \frac{2 M_t}{d * \frac{h}{2} * l}$$

$$\sigma_{apmax} = \frac{2 M_{tmax}}{d * \frac{h}{2} * l} = \frac{2 * (8.316 N.m)}{(0.010 m) * \left(\frac{0.004 m}{2}\right) * (0.040 m)} = 20.8 Mpa$$

$$\sigma_{apmin} = \frac{2 M_{tmin}}{d * \frac{h}{2} * l} = \frac{2 * (3.51 N.m)}{(0.010 m) * \left(\frac{0.004 m}{2}\right) * (0.040 m)} = 8.8 Mpa$$

Calculo del esfuerzo alternante ($\sigma_{a_{nom}}$) y del esfuerzo medio ($\sigma_{m_{nom}}$)

$$\sigma_{a_{nom}} = \frac{\sigma_{apmax} - \sigma_{apmin}}{2} = \left(\frac{20.8 - 8.8}{2}\right) Mpa = 6 Mpa$$

$$\sigma_{m_{nom}} = \frac{\sigma_{apmax} + \sigma_{apmin}}{2} = \left(\frac{20.8 + 8.8}{2}\right) Mpa = 14.8 Mpa$$

Como este elemento no tiene un concentrador de esfuerzos

$$\sigma_{a_{nom}} = \sigma_a = 6 Mpa$$

$$\sigma_{m_{nom}} = \sigma_m = 14.8 Mpa$$

Calculo del límite de resistencia a la fatiga S_e'

Para un esfuerzo ultimo al a tracción (S_{ut}) menor 1400 Mpa

$$S_e' = 0.5 * S_{ut} = 0.5 * (505 Mpa) = 252.5 Mpa$$

Calculo del límite de resistencia ala fatiga (S_e)

$$S_e = K_{carga} * K_{tamaño} * k_{superficie} * k_{temperatura} * k_{confiabilidad} * S_e'$$

Calculo del K carga

K carga= 1 por flexión pura, ya que es causada por el momento torsor.

Calculo del K tamaño

$$K_{tamaño}; A_{95} = A = b * h = (4 mm) * (4mm) = 16 mm^2$$

Calculo del diámetro equivalente (d_{equi}) para K tamaño.

$$d_{equi} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0.0766}} = \sqrt{\frac{16 mm^2}{0.0766}} = 14.45 mm$$

$$\text{Para } 0.3 \text{ in} \leq d_{equi} \leq 10 \text{ in}; \quad K_{tamaño} = 0.869d^{-0.097}$$

$$K \text{ tamaño} = 0.869 * (14.45)^{-0.097} = 0.670$$

Calculo del K confiabilidad

$$K \text{ confiabilidad} = 0.659 \text{ para una confiabilidad del } 99.999\%$$

Calculo de K temperatura

La pieza se encuentra a temperatura ambiente

$$\text{para } T \leq 450^{\circ}C ; \quad K_{\text{temperatura}} = 1$$

Calculo del k superficie

$$K_{\text{superficie}} = A * (S_{ut})^b$$

Donde

A y b = a los coeficientes para acabado superficial.

$$K_{\text{superficie}} = A * (S_{ut})^{-b}$$

$$K_{\text{superficie}} = 1.58 * (505)^{-0.085} = 0.9308 \text{ por ser rectificado}$$

Una vez determinados los factores K carga, K tamaño, k superficie, k temperatura, k confiabilidad se determina el límite de resistencia a la fatiga.

$$S_e = K \text{ carga} * K \text{ tamaño} * k \text{ superficie} * k \text{ temperatura} * k \text{ confiabilidad} * S_e'$$

$$S_e = 1 * 0.670 * 0.659 * 1 * 0.9308 * 252.5 \text{ Mpa} = 103.78 \text{ Mpa}$$

Determinado el límite de resistencia a la fatiga (S_e) se procede a determinar la resistencia teórica a la fatiga S_f .

$$F.S = \frac{S_f * S_{ut}}{\sigma_a S_{ut} + \sigma_m * S_f}$$

Utilizando un F.S = 3.

$$S_f = \frac{F.S * \sigma_a * S_{ut}}{S_{ut} - (F.S * \sigma_m)}$$

Sustituyendo en la ecuación

$$S_f = \frac{3 * 6 * 505}{505 - (3 * 14.8)} = 19.73 \text{ Mpa.}$$

Calculo de resistencia a la fatiga (S_f)

$$S_f = a * N^b$$

Donde

a y b = a las condiciones de frontera

N= numero de ciclos

Donde

$$b = \frac{1}{z} \text{Log} \left(\frac{S_m}{S_e} \right)$$

$$Z = \text{Log} (N_1) - \text{Log}(N_2)$$

$$S_m = 0.9 Sut$$

$$a = \text{Log}(a) = \text{Log} (S_m) - b \text{Log}(N_1)$$

Donde

z = factor z depende N_2

N_1 = Numero de ciclos = 10^3 en el caso de resistencia a la fatiga.

N_2 = Numero de ciclos = 10^6 para materiales que no exhiba codo limite de resistencia.

Desarrollando la muestra de cálculo.

$$Z = \text{Log} (10^3) - \text{Log}(10^6) = -3$$

$$S_m = 0.9 * 505 \text{ Mpa} = 454.5 \text{ Mpa}$$

$$b = \frac{1}{-3} \text{Log} \left(\frac{454.5 \text{ Mpa}}{103.78 \text{ Mpa}} \right) = -0.2138$$

$$\text{Log}(a) = \text{Log} (454.5) - 0.1797 \text{Log}(10^3)$$

$$a = 10^{3.2989} = 1990.2150$$

A hora se determina el número de ciclos al despejar la ecuación ****

$$S_f = a * N^b$$

$$S_n = S_f$$

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{19.73}{1990.215}\right)^{1/-0.2138} = 2.4 * 10^9 \text{ Vida inifinita}$$

CALCULO DEL ENGRANAJE

El engranaje que se utilizara para el mecanismo de paso de ángulo cera de dientes rectos para lo cual se realizara la siguiente muestra de cálculo utilizando la teoría de Lewis.

Calculo del diámetro primitivo.

$$m = 1.5$$

$$T_p = 27$$

$$T_p = \frac{D_p}{m}$$

$$D_p = T_p * m$$

$$D_p = 27 * 1.5 = 40.5$$

Donde

m = Modulo.

T_p = Numero de dientes.

D_p = Diámetro primitivo.

Calculo del ángulo de paso (α).

$$\alpha = \frac{360^\circ}{T_p}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{27} = 13,3^\circ * [1\text{rad}/57.3^\circ] = 0.233 \text{ rad}$$

Calculo de la altura del diente (h).

$$h = 2.17 * m$$

$$h = 2.17 * 1.5 = 3.255 \text{ mm}$$

Calculo del diámetro exterior ($\varnothing e$).

$$\varnothing e = (m) * (T_p + 2)$$

$$\varnothing e = (1.5) * (27 + 2) = 43.5 \text{ mm}$$

Calculo del diámetro interior (ϕi).

$$\phi i = \phi e - 2 h$$

$$\phi i = 43.5 \text{ mm} - (2 * 3.25 \text{ mm}) = 36.99 \text{ mm}$$

Calculo del espesor del diente (e).

$$e = m * 1.5708$$

$$e = 1.5 * 1.5708 = 2.3562 \text{ mm}$$

Calculo de la relación de transmisión (K).

$$K = \frac{Tg}{Tp} = 1$$

Calculo del ángulo de presión (θ).

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{2k}{Tp}}$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{2 * 1}{27}} = 0.272$$

$$\theta = \sin^{-1} 0.272 = 15.79^\circ \approx 16^\circ$$

Calculo del espesor de la base del diente (t).

$$t = \frac{m * \pi}{2}$$

$$t = \frac{1.5 * \pi}{2} = 2.36$$

Calculo del ancho de cara del diente (F).

Utilizando la ecuación que relaciona el esfuerzo de flexión del diente con el ancho de cara del diente, se muestra el siguiente cálculo.

$$\sigma = \frac{6 * Wt * h}{F * t^2} = \frac{Sy}{F.S} \quad (87)$$

Donde

σ = esfuerzo de flexión del diente.

Wt = carga aplicada al diente.

h = altura del diente.

F.S= Factor de seguridad = 2

F = ancho de cara del diente

t = espesor del diente

Despejando el ancho de cara de la formula 87

$$F = F.S * \left[\frac{6 * Wt * h}{S_y * t^2} \right]$$

Ahora

$$F = 2 * \left[\frac{6 * (30.1N) * (0.003255m)}{(172 * 10^6 N/m^2) * (0.00236)^2} \right] = 1.23 * 10^{-3} m \approx 1.23 \text{ mm}$$

El ancho de cara de los dientes que componen el engranaje debe tener como mínimo un nacho de cara de 1.23 mm

NUMERO DE ESFUERZOS PERMISIBLE AGMA (COMPROBACIÓN DEL ENGRANAJE)

Para la comprobación del engranaje por AGMA se realizara la siguiente muestra de cálculo.

$$\sigma = Wt * K_0 * K_v * K_S * \frac{1}{b * mt} * \frac{K_H * K_B}{y_J}$$

Donde

σ = Esfuerzo a flexión de AGMA

Wt = carga tangencial transmitida.

K_0 = Factor de carga.

K_v = Factor dinámico.

K_S = Factor de tamaño.

b = ancho de cara.

m_t = Modulo métrico transversal.

K_H = Factor de distribución de la carga.

K_B = Factor de espesor de aro.

y_j = Factor geométrico de resistencia a la flexión.

Calculo del factor de carga (K_0).

$$K_0 = 1.5 \text{ Para impacto moderado.}$$

Calculo del factor dinámico (K_V).

$$K_V = \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B \quad (65)$$

Donde

$$A = 50 + 56 * (1 - B)$$

$$B = 0.25 * (12 - Q_U)^{2/3}$$

$Q_u = 3$ define la calidad del engranaje y sus tolerancias.

Desarrollando la muestra de cálculo.

$$B = 0.25 (12 - 3)^{2/3} = 1.08168717773$$

$$A = 50 + 56 * (1 - 1.08168717773) = 45.4255180471$$

Determinado la velocidad máxima (V).

$$V = \frac{[A + (Q_U - 3)]^2}{200}$$

$$V = \frac{[45.4255180471 + (3 - 3)]^2}{200} = 10.3173884492$$

Sustituyendo en la formula (65)

$$K_V = \left(\frac{45.4255180471 + \sqrt{200 (10.3173884492)}}{45.4255180471} \right)^{1.081688} = 2.12$$

CALCULO DEL FACTOR DE TAMAÑO (K_S)

$$K_S = \frac{1}{K_b} \quad (88)$$

Donde

$$K_b = \left(\frac{d_e}{0.3}\right)^{-0.107}$$

$$d_e = 0.808 * \sqrt{F * t}$$

$$d_e = 0.808 * \sqrt{0.005 * 0.0023662} = 0.0027792146$$

$$K_b = \left(\frac{0.0027792146}{0.3}\right)^{-0.107} = 1.650259766$$

Sustituyendo en la ecuación 88

$$K_s = \frac{1}{1.650259766} = 0.60596 \approx 1$$

CALCULO DEL FACTOR ESPESOR DE ARO (K_B)

$$K_B = 1.6 \operatorname{Ln} \left| \frac{2.242}{m_B} \right|$$

Donde m_B determina la ecuación que se debe utilizar para determinar el factor K_B

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

Donde

t_r = espesor del aro del diente.

h_t = altura total del diente.

$$m_B = \frac{3 \text{ mm}}{3.255 \text{ mm}} = 0.9265$$

Utilizando la relación

$$m_B < 1.2$$

Se determina que el factor K_B se hallara a partir de la siguiente ecuación

$$K_B = 1.6 \operatorname{Ln} \left| \frac{2.242}{m_B} \right| \text{ (ecuacion 92)}$$

Sustituyendo en la ecuación 92

$$K_B = 1.6 \operatorname{Ln} \left| \frac{2.242}{0.9265} \right| = 1.43$$

CALCULO DEL FACTOR DE DISTRIBUCIÓN DE LA CARGA (K_H)

$K_H = 1.6$ por ser el ancho de cara menor 50 mm.

CALCULO DEL FACTOR GEOMETRICO DE RESISTENCIA ALA FLEXION (y_J)

Este valor se determina a partir de la AGMA para el factor geométrica según tablas Diseño de maquinas de NORTON tabal 11-8

$$y_J = 0.25$$

Por ultimo se calcula el esfuerzo a flexión de AGMA

$$\sigma = Wt * K_0 * K_v * K_S * \frac{1}{b * mt} * \frac{K_H * K_B}{y_J}$$

Sustituyendo

$$\sigma = 30.1 \text{ N} * (1.5) * (2.21) * 1 * \left(\frac{1}{(0.005) * (1.5)} \right) * \left(\frac{(1.6) * (1.43)}{0.25} \right) = 116801.48 \text{ Pa} \approx 0.2 \text{ MPa}$$

Se determina que el esfuerzo de flexión es de 0.2 Mpa.

FACTOR DE SEGURIDAD PARA ENGRANAJE NORMA AGMA.

Para determinar el factor de seguridad para a el engranaje se utilizara la siguiente relación.

$$S_f = \frac{S_t * y_N}{K_T * K_R * \sigma} = \frac{\text{Resistenci a la flexion completamente corregida}}{\text{Esfuerzo de flexion}}$$

S_f = Factor de seguridad.

S_t = Numero de esfuerzo a flexión permisible.

y_N = Factor de ciclo de esfuerzo.

K_T = Factor de temperatura.

K_R = Factor de confiabilidad.

Desarrollando la nuestro de calculo para el factor de seguridad.

Calculo del numero de esfuerzo a flexión permisible (S_t)

Se determina el grado 1 para el engranaje.

$$S_t = 0.594 HB * 87.76 = 0.594 * (123) * 87.76 = 6411.92112 \text{ Mpa}$$

Donde

HB = Dureza Brinell

Calculo del factor de ciclo de esfuerzo.

$$y_n = 2.3194(N)^{-0.0538} = 2.3194 (10^6)^{-0.0538} = 1.10$$

Donde.

N = Al numero de ciclos mínimos para llegar a la vida infinita

CALCULO DEL FACTOR DE TEMPERATURA (K_T).

$$K_T = 1.0 \text{ Por encontrarse la mayoría del tiempo en una temperatura } T < 220 \text{ C}$$

CALCULO DEL FACTOR DE CONFIABILIDAD (K_R)

$$K_R = 0.50 - 0.109 \text{ Ln } (1 - R)$$

Donde:

R = 0.9999 por encontrarse la confiabilidad entre 99% ≤ 99.99%

Desarrollando la muestra de cálculo

$$K_R = 0.50 - 0.109 \text{ Ln } (1 - 0.9999)$$

$$K_R = 1.50$$

Sustituyendo en el factor de seguridad.

$$S_f = \frac{(6411.92112 \text{ Mpa}) * 1.10}{\frac{1.0 * 1.50}{0.2 \text{ Mpa}}} = 23510.377$$

Por lo cual se concluye que el engranaje no fallara y resistirá por fatiga esta aplicación.

TRATAMIENTO TERMICO PARA EL ENGRANAJE

Para garantizar que el desgaste sea mínimo en el engranaje, debe realizarse un tratamiento térmico de acuerdo a las características del material para nuestro caso se trata de un acero AISI 304 el cual se considera austenítico que tiene fase austenítica (δ) que permanece estable a temperatura ambiente por lo cual el tratamiento térmico que debo aplicarle al engranaje es una acritud

ACABADO SUPERFICIAL

El acabado superficial tiene que ver con las teorías de falla superficiales y con la rugosidad en el material en su proceso ya sea por el conformado o su proceso de mecanizado, donde todas las piezas en acero se mecanizarán por torno, fresado y cepillado entonces la máxima rugosidad que se permitirá una designación N8 " $\sqrt{\text{V}}$ " el cual permite un $R_z = 40 \mu\text{m}$ de rugosidad, la cual es buena para máquina como el brazo mecánico.

R_z = Promedio de ondulación en la superficie del material.

ANALISIS POR ELEMENTOS FINITOS DE LA PRÓTESIS DE BRAZO

CRITERIOS DE FALLA

Criterio de von mises

Se utiliza el Criterio de Von Mises (1913), también conocido como el criterio máximo de la energía de la distorsión, a menudo para estimar la producción de materiales dúctiles.

Se considera que un material es dúctil cuando su deformación supera el 5% de acuerdo a esto el acero aisi 304 tiene elongación a la rotura del 70 % por lo cual se le considera un material dúctil.

El criterio de Von Mises indica que ocurre la falla cuando la energía de la distorsión alcanza la misma energía para esfuerzo de fluencia en la tensión uniaxial.

Para realizar el análisis por elementos finitos se modelaron los elementos de maquina que componen el sistema en el software Inventor considerando buenas practicas de ingeniería para el diseño de estos, luego se insertan estas piezas en ANSYS Word Bench y por un análisis estático del brazo y con la tercera ley de Newton se determinaron las cargas que soportaría cada elemento del sistema cuando se encuentra en funcionamiento estático, a partir de esto se entra a solucionar el sistema encontrándose el esfuerzo equivalente de Von Mises, el esfuerzo principal, la deformación total y el factor de seguridad que tendría cada elemento, una vez determinados los resultados se analizar si algún componente fallaría por carga estática este análisis se realizara para los elementos que se encuentran construidos en acero aisi 304.

No se analizan todos los elementos que componen el brazo ya que por el análisis hecho de manera analítica se encontró que el brazo s, el antebrazo , el pasador que une estos dos elementos, la chaveta y el mecanismo de paso de ángulo son los elementos con mayor probabilidad de fallar ya que son estos precisamente soportan los mayores esfuerzos.

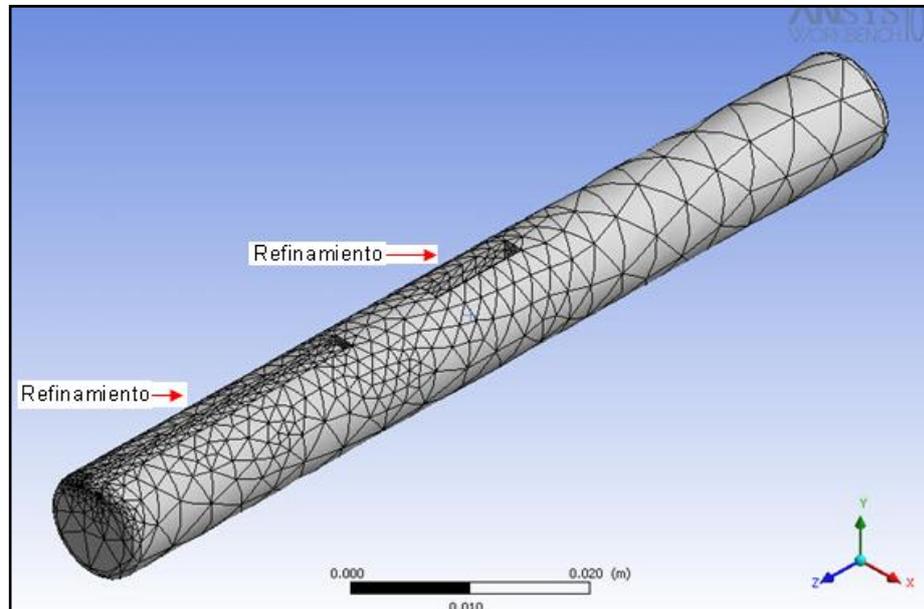
PASADOR O BULON

ENMALLADO

El tipo de enmallado que se muestra en la figuras se realiza con el objetivo de aclarar que existen zonas donde se presentan concentradores de esfuerzos, con lo que se logra hacer un análisis mucho mas preciso al refinar la malla en dichas zonas.

En este elemento de maquina se determina un refinamiento en los cuñeros ya que en estas zonas se presentan los mayores concentrador de esfuerzos.

Figura 88. Enmallado y refinamiento para pasador



Fuente: el Autor.

DATOS DE LAS PROPIEDADES MECANICAS DEL MATERIAL

La figura muestran las propiedades mecánicas del material que se incorporan al Software como son, el esfuerzos de fluencia, esfuerzo ultimo a tensión y a compresión, la densidad y el modulo de elasticidad.

El esfuerzo de fluencia es el parámetro que permite determinar el factor de seguridad.

El esfuerzo ultimo a tensión y a compresión, el modulo de elasticidad y la densidad, permiten determinar la rigidez del sistema (la deformación total).

Figura 89. Propiedades mecánicas del material.

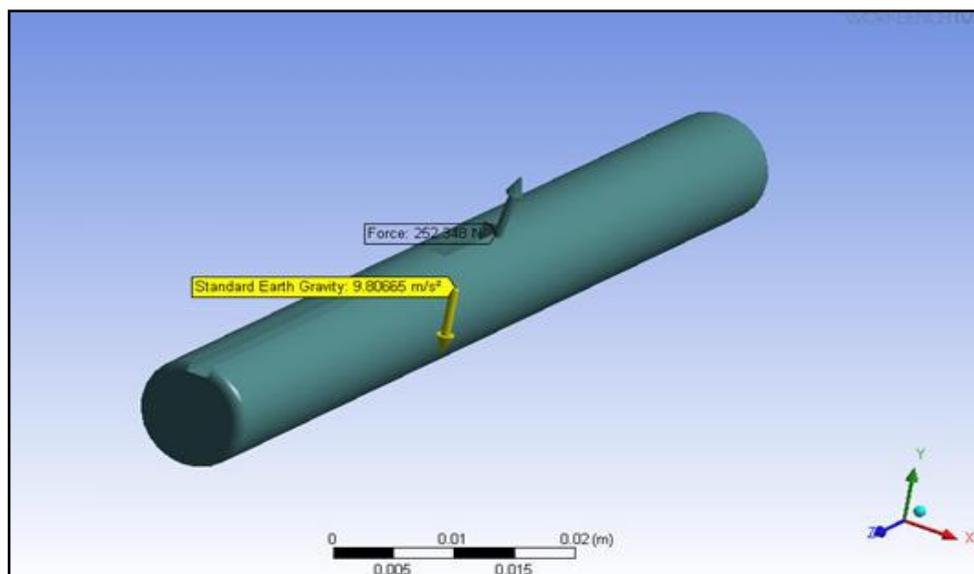


Fuente: el Autor.

APLICACIÓN DE CARGAS

En la figura se detallan los puntos de aplicación de las fuerzas su magnitud y dirección a través de un manejo de componentes en el software, esto se realiza con el fin de determinar los esfuerzos presentes en el sistema. Además se incorporan el tipo de restricciones que tiene el pasador, como son las zonas donde hay apoyos físicos, los cuales determinan reacciones en el sistema.

Figura 90. Aplicación de cargas en el pasador.



Fuente: el Autor.

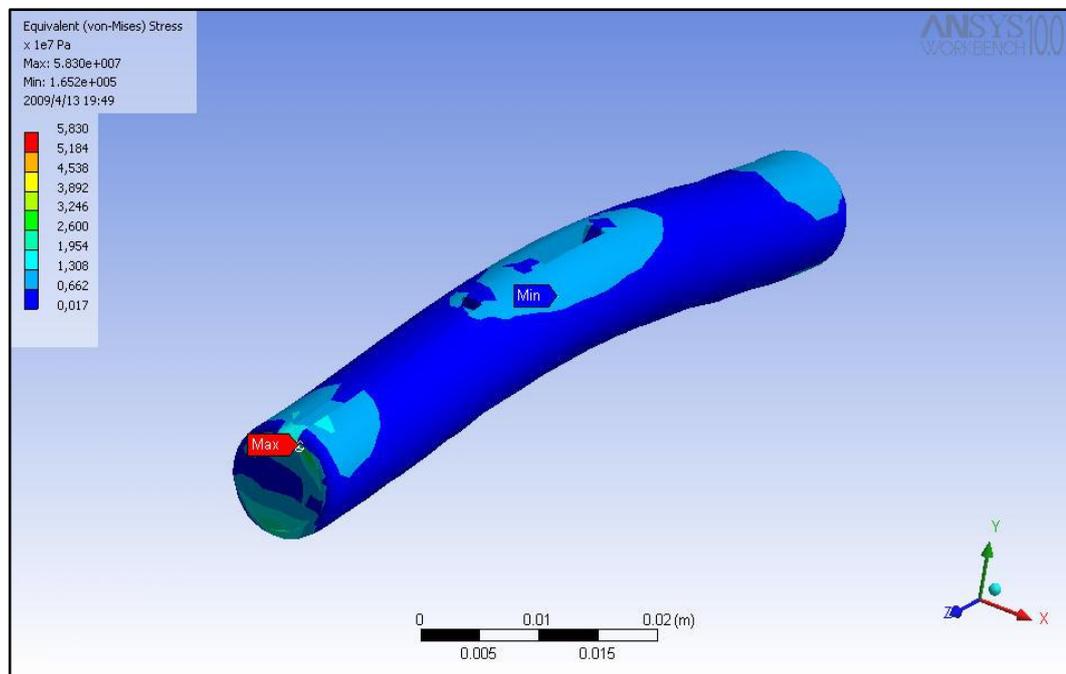
SOLUCIONES

Se insertan en el software las soluciones que se desean, en este caso el equivalente de von mises, la deformación del material, máximo esfuerzo principal y el factor de seguridad.

EQUIVALENTE DE VON MISES

Este esfuerzo determina que la pieza se encuentra en un estado uniaxial es decir esta solo a tracción, por lo cual es un esfuerzo que se puede comparar con el esfuerzo de fluencia del material escogido.

Figura 91. Equivalente de Von Mises

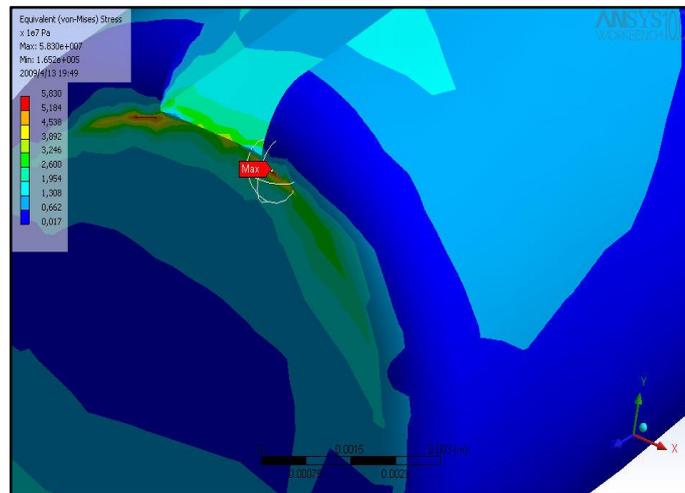


Fuente: el Autor.

ZOOM

Es en esta zona es donde se presenta el valor máximo del equivalente von mises y cuyo valor máximo corresponde 58.3 Mpa

Figura 92. Localización del esfuerzo equivalente Von Mises.

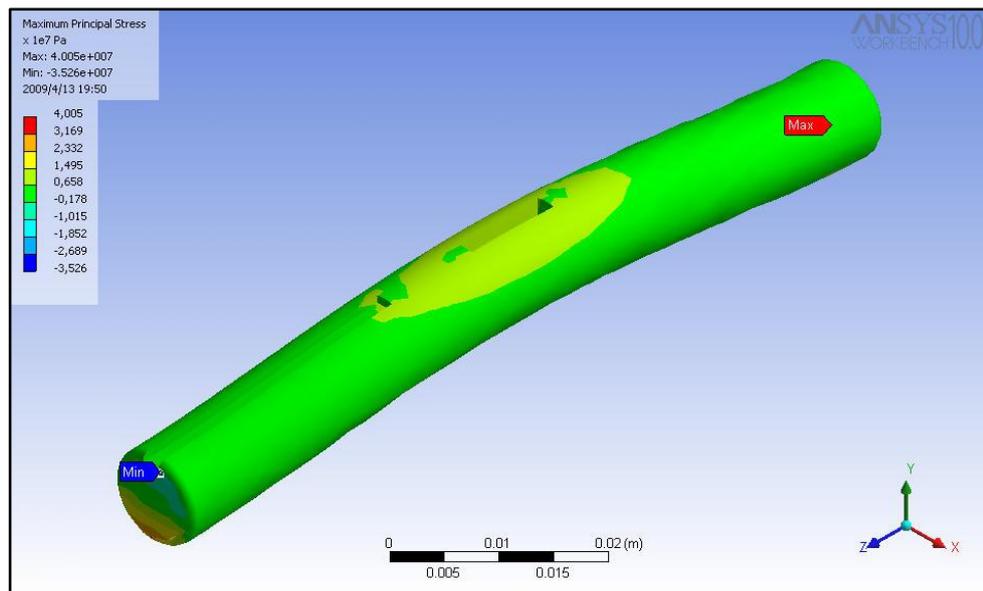


Fuente: el Autor.

MAXIMO ESFUERZO PRINCIPAL

Este esfuerzo determina la orientación en la que se encuentran los esfuerzos cortante con un valor de cero en el sistema, por lo cual el esfuerzo se encuentra en la orientación del eje principal a 45° donde se determina que empezara a formarse la grieta que causara la rotura de este elemento de maquina.

Figura 93. Máximo esfuerzo principal para pasador.

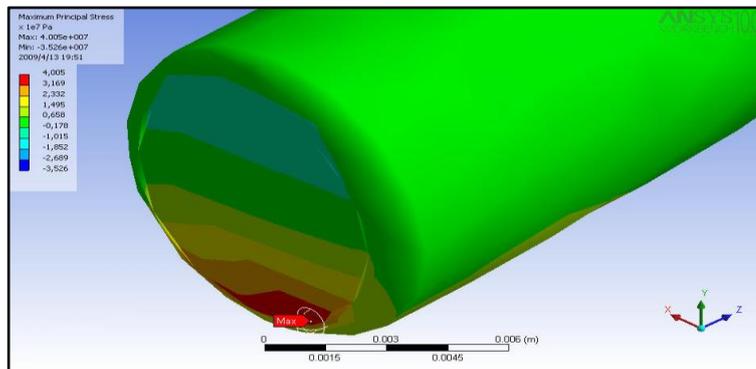


Fuente: el Autor.

ZOOM

El valor del es fuerzo principal para el pasador es de 40.05 Mpa y se encuentra localizado en la zona roja Figura

Figura 94. Localización del esfuerzo principal.



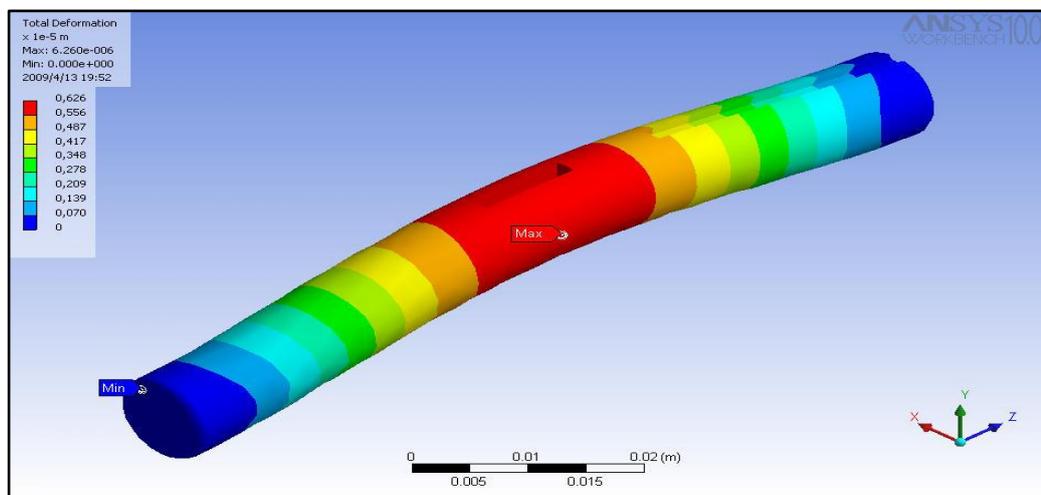
Fuente: el Autor.

DEFORMACION TOTAL

La deformación total permite establecer cual es el punto que mas se flectara en todo el sistema y dará a conocer la rigidez del mismo, la deformación es un para metro muy importante ya que pueden existir fallas por este fenómeno.

La deformación que se encuentra en le pasador es aceptable ya que esta tiene un valor aproximado de $6.2 \mu m$ lo que indica que es mínima ante las cargas aplicadas.-

Figura 95. Deformación total del pasador.

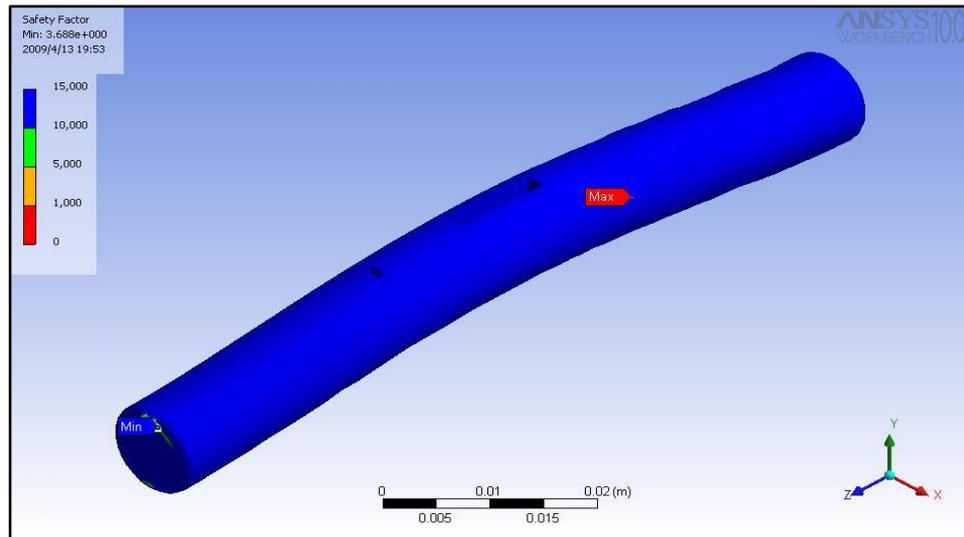


Fuente: el Autor.

FACTOR DE SEGURIDAD

Es precisamente este factor el más importante en el análisis de resultados ya que por la teoría de falla se determinara si el sistema fallado cuando se le someta a las sollicitaciones mecánicas.

Figura 96. Factor de seguridad para pasador.



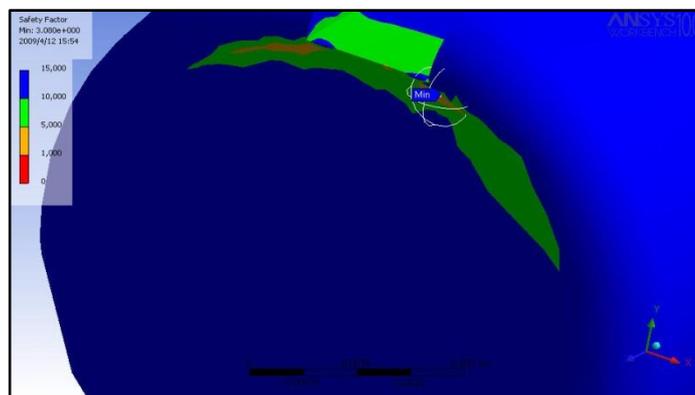
Fuente: el Autor

AREA DE ZOOM

En la zona de color naranja se encuentra el menor factor de seguridad con un valor de 1 lo que indica que el sistema no fallara.

Por otra parte se concluye que en esta zona es donde se presenta la mayor probabilidad que el pasador falle.

Figura 97. Localización del mínimo factor de seguridad para pasador.



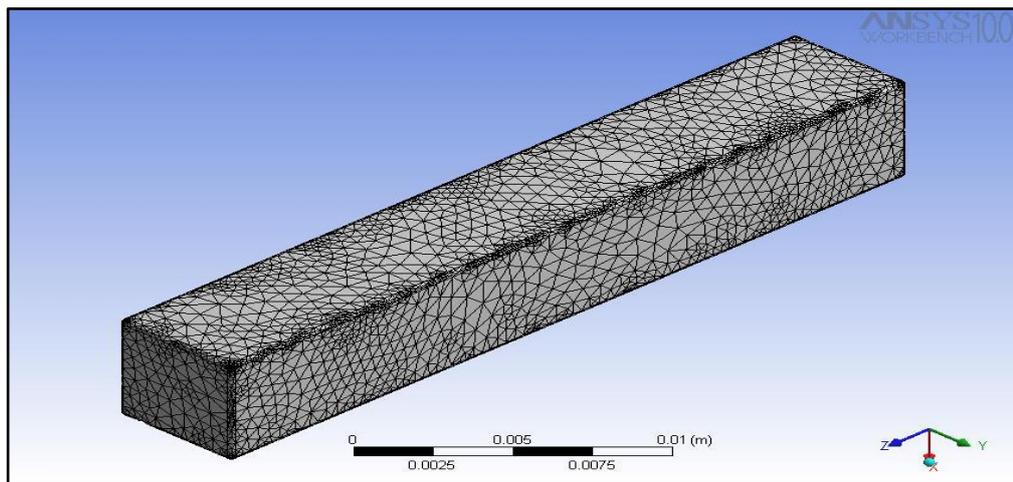
Fuente: el Autor

ANALISIS DE CHAVETA

ENMALLADO

El tipo de enmallado determinado para este elemento de maquinas tiene un refinamiento tipo 1 en todo el sistema ya que por condiciones dimensionales se considero el mas adecuado.

Figura 98. Enmallado para chaveta.

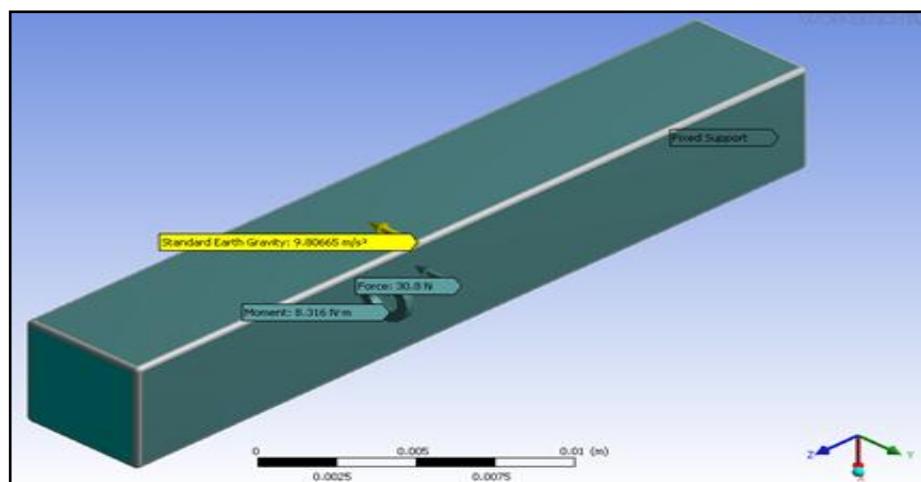


Fuente: el Autor.

CARGAS EN CHAVETA

Las cargas en la chaveta son causadas por el peso del sistema, la carga y el momento torsor.

Figura 99. Aplicación de cargas en la chaveta.

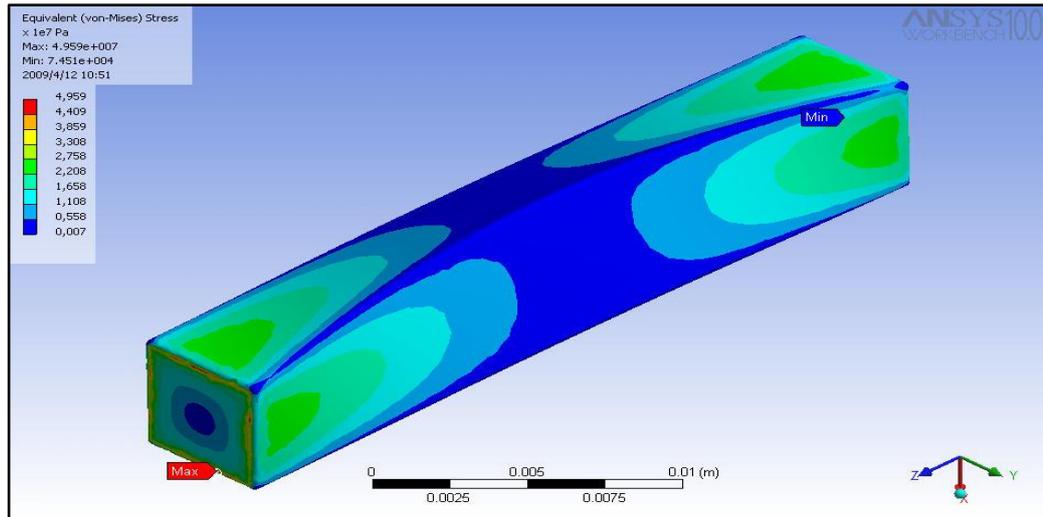


Fuente: el Autor.

EQUIVALENTE DE VON MISES

Con el equivalente de Von Mises encontrado se determina, que su valor no supera el esfuerzo de fluencia del material seleccionado por lo cual se garantizara que la chaveta no falla cuando se someta a las solicitaciones mecánicas su valor máximo es de 49.6 Mpa.

Figura 100. Equivalente de Von Mises.

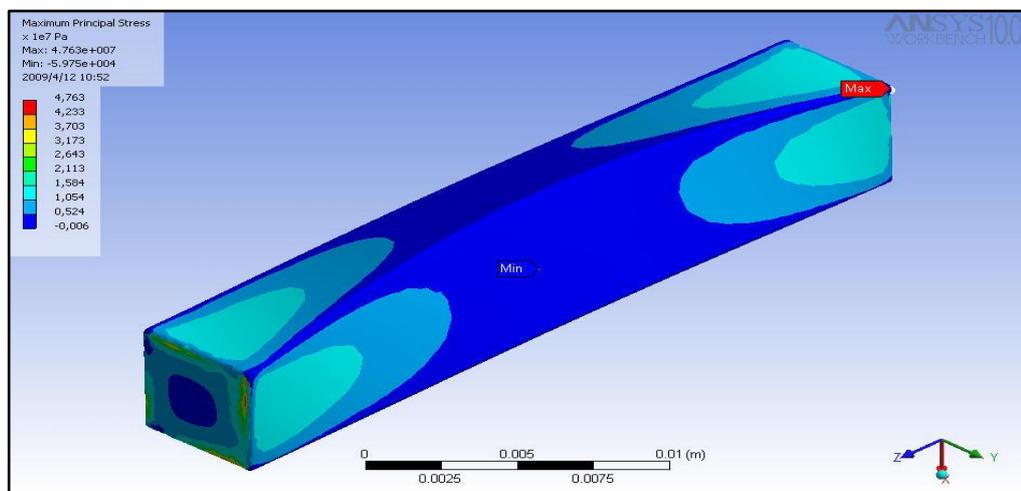


Fuente: el Autor.

MAXIMO ESFUERZO PRINCIPAL

El máximo esfuerzo principal para la chaveta es de 47.63 MPa.

Figura 101. Máximo esfuerzo principal

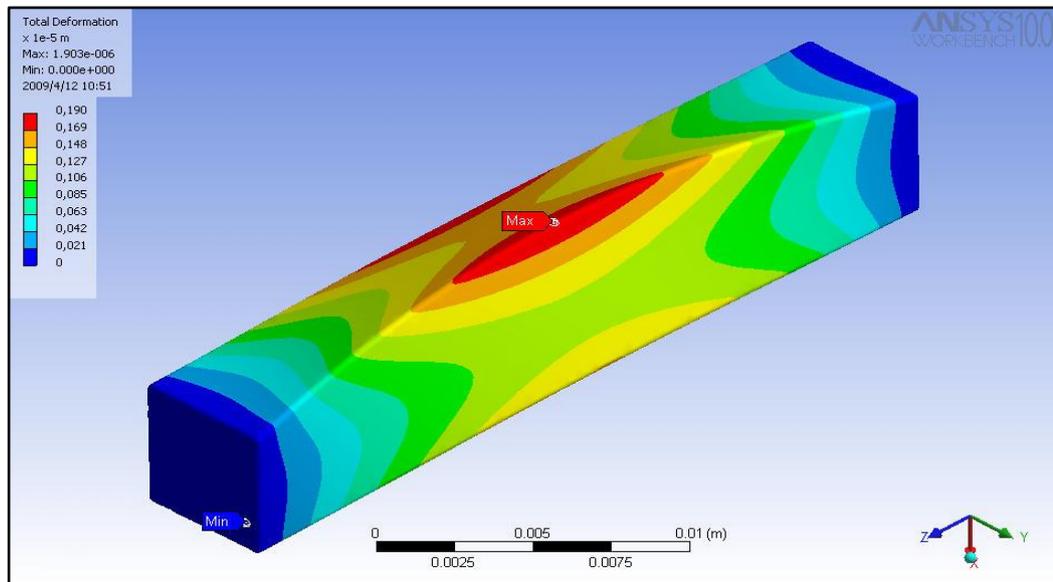


Fuente: el Autor.

DEFORMACION TOTAL

La deformación en la chaveta es de $1.90 \mu\text{m}$

Figura 102. Deformación de la chaveta.

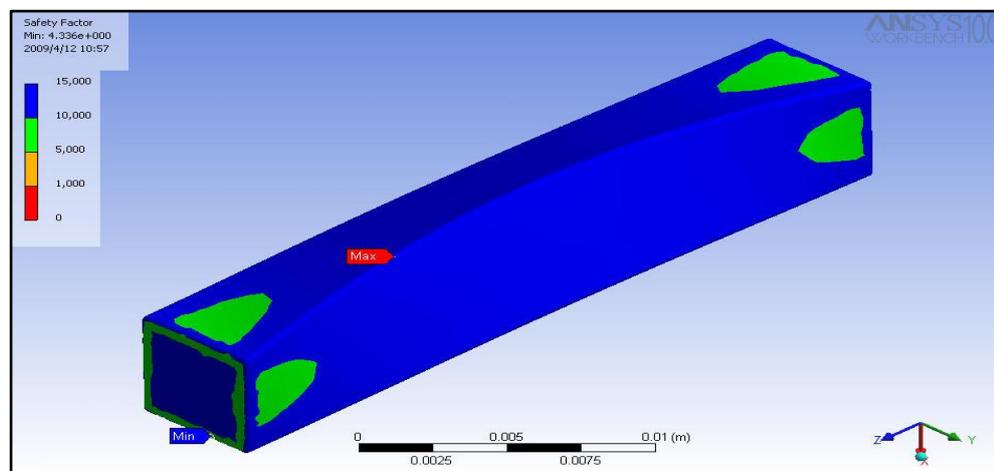


Fuente: el Autor.

FACTOR DE SEGURIDAD

El factor de seguridad mínimo en la chaveta es de 5 lo que garantiza que el sistema no fallara ante las sollicitudes mecánicas aplicadas.

Figura 103. Factor de seguridad para chaveta.



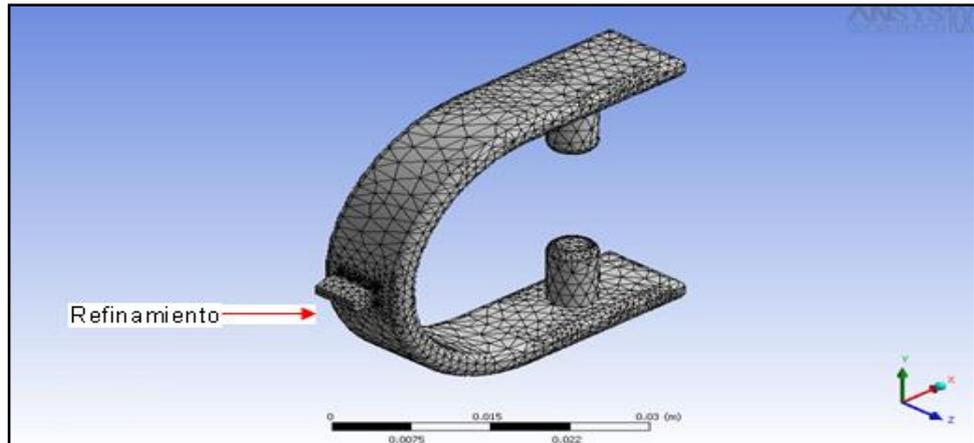
Fuente: el Autor.

ANALISIS DE PLACA DE SUJECION DE MECANISMO

ENMALLADO

En la figura se muestra el tipo de enmallado y las zonas de refinamiento que se tuvieron en cuenta para obtener los resultados.

Figura 104. Enmallado placa de sujeción de mecanismo.

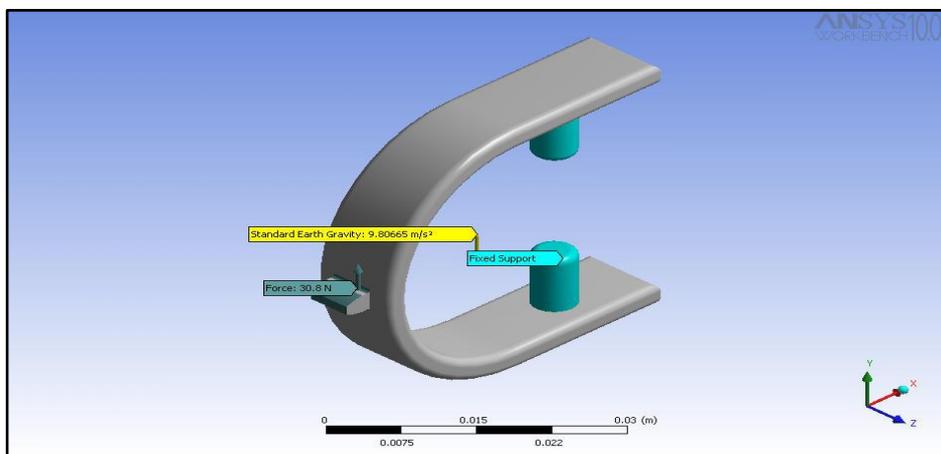


Fuente: el Autor.

CARGAS EN MECANISMO DE SUJECION

En la figura se muestran las cargas que se aplican en la placa de sujeción y el tipo de restricciones que se tienen.

Figura 105. Cargas aplicadas al mecanismo de sujeción.



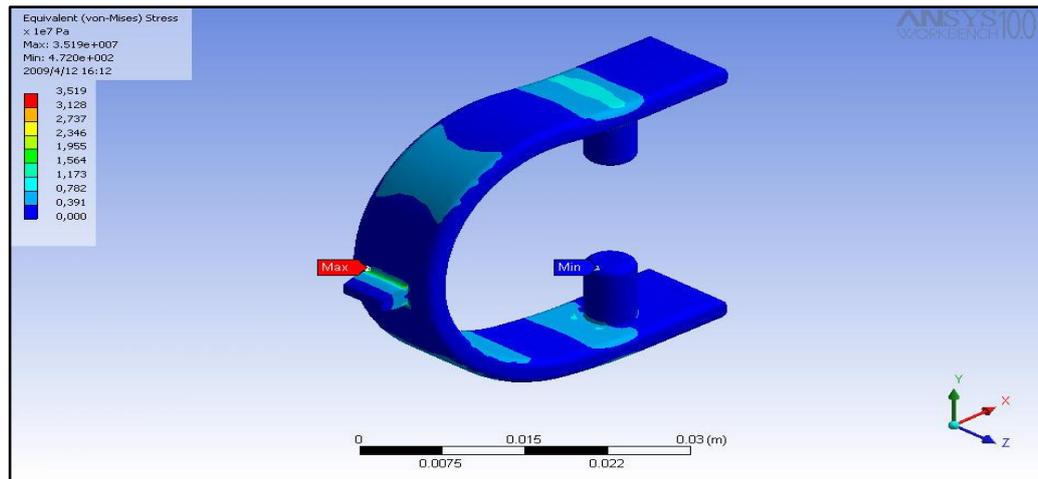
Fuente: el Autor.

EQUIVALENTE DE VON MISES

El esfuerzo equivalente de Von Mises para el mecanismo se encuentra en la zona de fluencia de material por lo cual se concluye que no fallara por rotura.

El valor máximo es de 35.2 MPa.

Figura 106. Equivalente de von mises para mecanismo de sujeción.

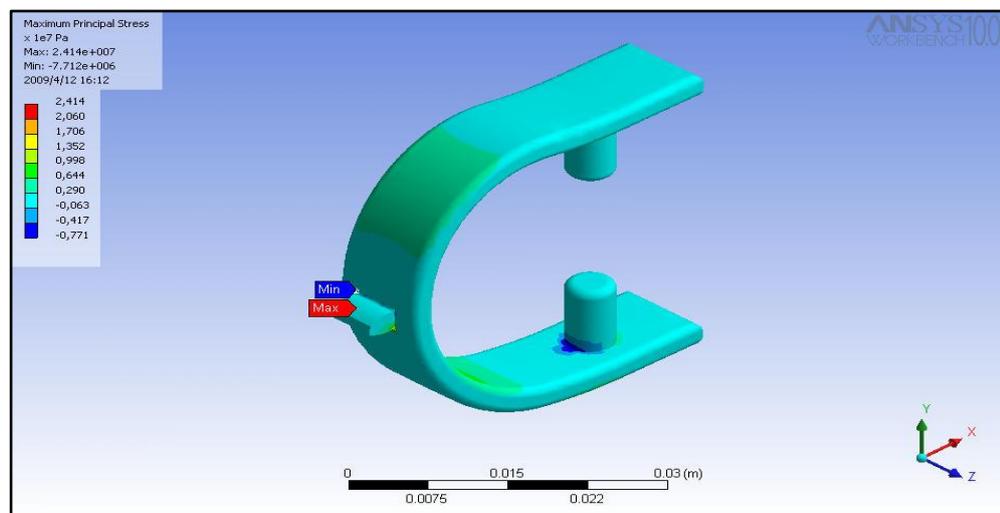


Fuente: el Autor.

MAXIMO ESFUERZO PRINCIPAL

El máximo esfuerzo principal para la placa de sujeción es de 24.14Mpa

Figura 107. Máximo esfuerzo principal.

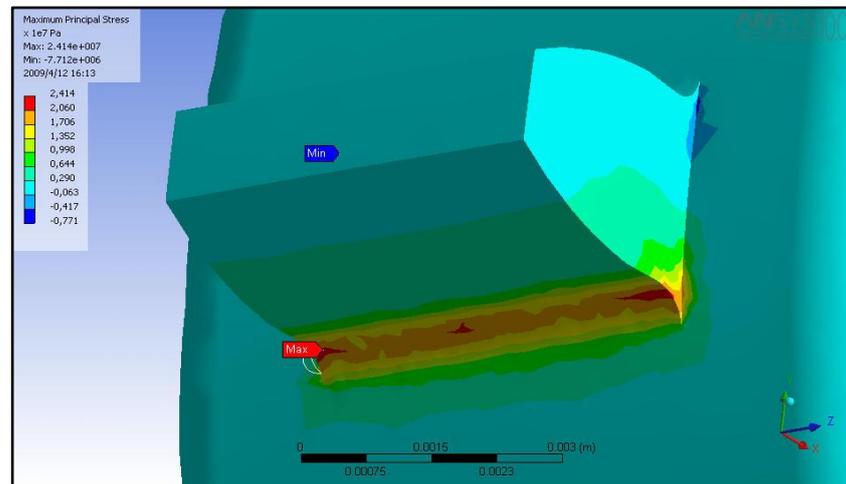


Fuente: el Autor.

ZOOM

El la zona de color rojo es donde se encuentra localizado el esfuerzo máximo para la placa de sujeción.

Figura 108. Localización del máximo esfuerzo esfuerzo principal.

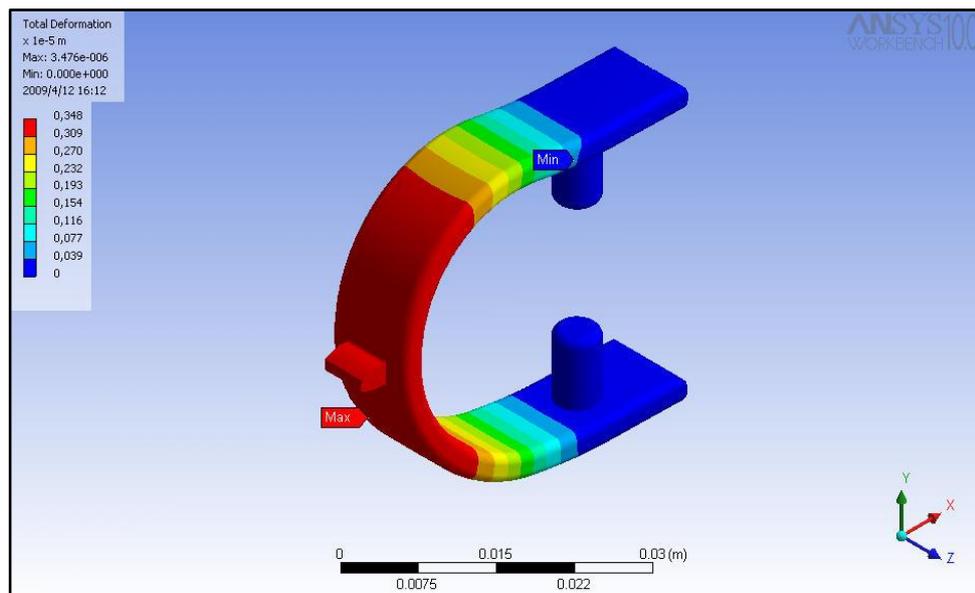


Fuente: el Autor.

DEFORMACION TOTAL

La deformación total del mecanismo es de 3.48 μm .

Figura 109. Deformación total del mecanismo de sujeción.

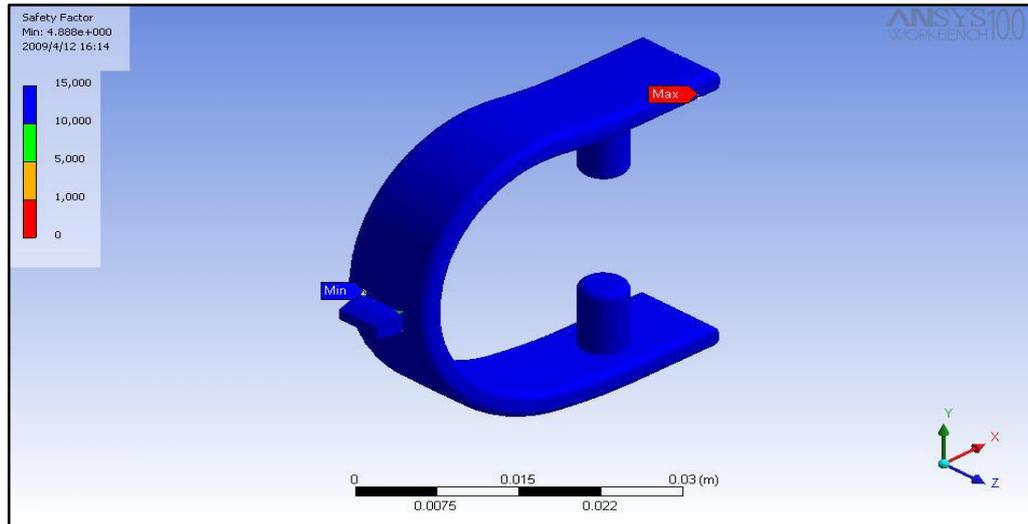


Fuente: el Autor.

FACTOR DE SEGURIDAD

El mínimo factor de seguridad es de 5 lo que garantiza que la pieza no fallara.

Figura 110. Factor de seguridad del mecanismo de sujeción.

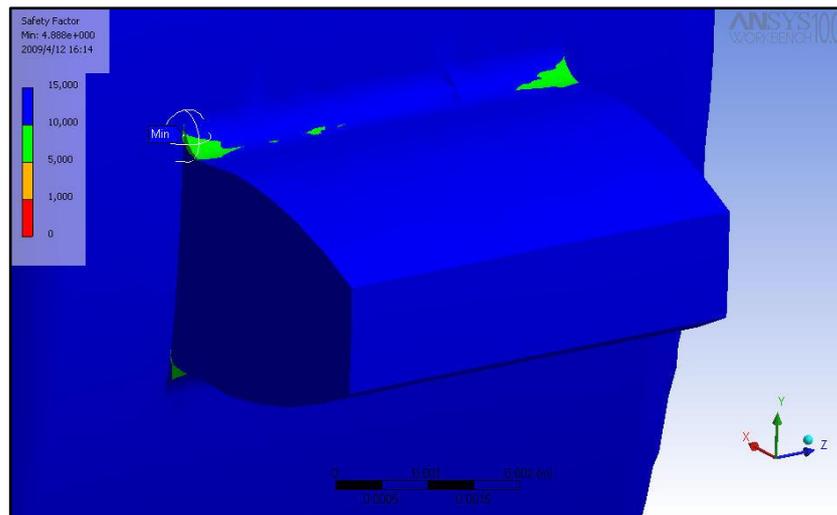


Fuente: el Autor.

ZOOM

Zona donde se encuentra localizado el mínimo factor de seguridad.

Figura 111. Localización del factor de seguridad.



Fuente: el Autor.

