09 | Combinatoria. Regla de Laplace
Full de ases y reyes

La teoría de la Probabilidad es la herramienta matemática para trabajar con los fenómenos aleatorios, y nació gracias al interés que demostró un jugador empedernido, el Caballero De Meré, que le propuso a Blaise Pascal (1623-1662) la siguiente cuestión: ¿Cómo debe repartirse el dinero de las apuestas depositado en la mesa si los jugadores se ven obligados (seguramente por la policía ya que el juego estaba prohibido) a finalizar la partida sin que exista un ganador?

A♣	K♣	Q♣	J♣	10♣	**Escalera Real**
7♦	8♦	9♦	10♦	J♦	**Escalera Color**
9♥	9♠	9♣	9♦	3♦	**Póker**
6♦	6♠	6♥	3♠	3♣	**Full**
2♥	7♥	J♥	A♥	4♥	**Color**
3♦	4♣	5♦	6♠	7♥	**Escalera**
8♥	8♠	8♣	2♣	10♦	**Trío**
Q♦	Q♠	5♥	2♣	5♦	**Doble Pareja**
K♣	K♦	7♣	2♠	J♥	**Pareja**

En la actualidad uno de los juegos de cartas más extendido en sus diferentes variantes es el póker, un juego en el que se mezclan las matemáticas, la psicología y la intuición. En abril de 2010 el póker fue aceptado como deporte mental por la Asociación Internacional de Deportes Mentales.

Si conoces las reglas del póker sabrás que hay una serie de combinaciones de cartas, llamadas manos, con una determinada jerarquía. El objetivo del juego consiste en conseguir una mano de cartas con una jerarquía mayor que la que tengan el resto de los jugadores.

En la tabla de la izquierda tienes en orden decreciente de importancia las distintas manos del póker.

Averigua cuál es la probabilidad de obtener cada una de ellas, así como la de no obtener ninguna.

Full de ases y reyes

MATERIALES

Calculadora CASIO fx 570/991SP X II Iberia

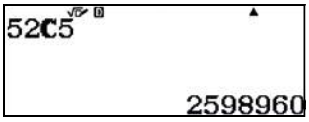
NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- En esta actividad se utiliza una baraja de 52 cartas (13 cartas por color y sin comodines). Se considerará solamente el caso de que salgan las diferentes manos la primera vez que se reparten las cartas.
- Para calcular con la calculadora las distintas combinaciones que aparecen, como por ejemplo $C_{52}^{5} = \binom{52}{5}$, se utiliza la siguiente secuencia de teclas:

5 2 SHIFT ÷ 5 =



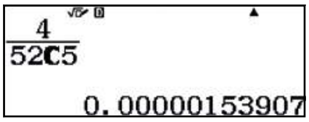
EJEMPLO DE SOLUCIÓN

Para calcular las probabilidades de las manos de póker se observa que hay $C_{52}^{5} = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$ formas distintas de elegir 5 cartas de una baraja de 52. El cálculo de probabilidades se reduce a obtener las distintas formas en que puede ocurrir cada una de las manos.

Escalera real

La *escalera real* es una mano formada por cartas consecutivas todas del mismo palo, en la que la de más valor es el as. Solo hay cuatro posibles escaleras reales, una por cada palo, por lo que su probabilidad es:

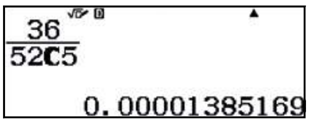
$$P(\textit{Escalera real}) = \frac{4}{2\,598\,960}$$



Escalera de color

La *escalera de color* es una mano formada por cartas consecutivas todas del mismo palo. Para averiguar el número de escaleras de color que se pueden formar es suficiente con pensar que en un conjunto ordenado de trece elementos solo hay 9 que tengan 5 elementos menores o iguales que ellos, en nuestro caso a esto se tiene que unir que hay cuatro palos distintos, por lo que el número de escaleras de color sería $9 \cdot 4 = 36$. La probabilidad de tener escalera de color al sacar cinco cartas de una baraja de póker es:

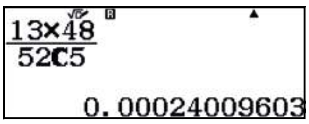
$$P(\textit{Escalera de color}) = \frac{36}{2\,598\,960}$$



Póker

Esta mano está formada por cuatro cartas de igual valor (aunque lógicamente serán de distinto palo) y una quinta carta distinta a las anteriores. El número de formas distintas de sacar un *póker* es igual a $13 \cdot 48 = 624$ (13 grupos de cuatro cartas del mismo valor y 48 cartas que se pueden utilizar para completar el quinteto):

$$P(\textit{Póker}) = \frac{13 \cdot 48}{2\,598\,960}$$

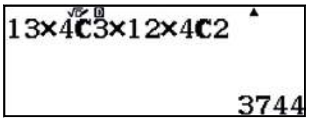


Full de ases y reyes

Full

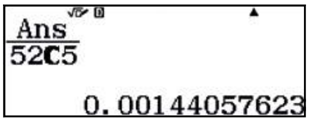
Un *full* se forma con dos grupos de cartas de igual valor, uno de tres cartas y otro de dos. Las distintas formas de sacar esta mano son:

$$13 \cdot C_4^3 \cdot 12 \cdot C_4^2 = 3\,744$$



Que corresponde a 13 grupos de cuatro cartas de igual valor que se tienen para elegir el trío, por las formas de sacar tres cartas de cuatro, por 12 grupos de cartas de igual valor (ya se habría utilizado uno) que se tienen para elegir las parejas, por las formas de sacar dos cartas de cuatro posibles. La probabilidad es:

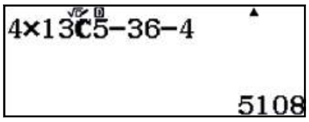
$$P(\mathit{Full}) = \frac{3\,744}{2\,598\,960}$$



Color

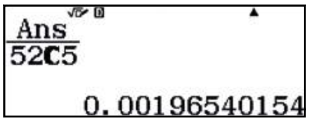
Todas las cartas deben ser del mismo palo, pero sin ser escalera real o de color. Por lo que el número de casos posibles es:

$$4 \cdot C_{13}^5 - 36 - 4 = 5\,108$$



La probabilidad de obtenerla es:

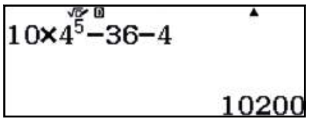
$$P(\mathit{Color}) = \frac{5\,108}{2\,598\,960}$$



Escalera

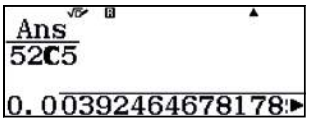
Cinco cartas de valor consecutivo de distinto palo. El número de casos favorables es:

$$10 \cdot VR_4^5 - 36 - 4 = 10\,200$$



La probabilidad de obtenerla:

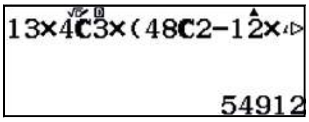
$$P(\mathit{Escalera}) = \frac{10\,200}{2\,598\,960}$$



Trío

Las distintas formas de sacar tres cartas del mismo valor junto con otras dos que no lo sean es:

$$13 \cdot C_4^3 \cdot (C_{48}^2 - 12 \cdot C_4^2) = 54\,912$$



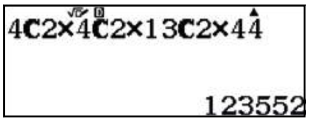
La probabilidad de obtenerla:

$$P(\textit{Trío}) = \frac{54\,912}{2\,598\,960} \approx 0{,}021$$

Doble Pareja

El número de formas distintas de obtener esta mano es:

$$C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_{13}^2 \cdot 44 = 123\,552$$



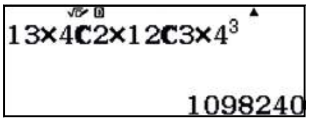
La probabilidad de obtenerla:

$$P(\textit{Doble Pareja}) = \frac{123\,552}{2\,598\,960} \approx 0{,}048$$

Pareja

Para calcular todas las formas posibles de obtener esta mano se procede como sigue:

$$13 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^3 \cdot VR_4^3 = 1\,098\,240$$



La probabilidad de obtenerla:

$$P(\textit{Pareja}) = \frac{1\,098\,240}{2\,598\,960} \approx 0{,}423$$

Ninguna mano

El número de casos favorables se obtiene restando al número de casos posibles los casos de obtener alguna mano:

$$2\,598\,960 - (4 + 36 + 624 + 3\,744 + 5\,108 + 10\,200 + 54\,912 + 123\,552 + 1\,098\,240) = 2\,598\,960 - 1\,296\,420 = 1\,302\,540$$

La probabilidad de no obtener mano alguna es:

$$P(\textit{ninguna mano}) = \frac{1\,302\,540}{2\,598\,960} \approx 0{,}501$$

OBSERVACIÓN

Una opción para diversificar esta actividad puede ser comparar la probabilidad de ocurrencia de alguna de las manos con la probabilidad de obtener el máximo premio en otros juegos de azar como puede ser el caso de la Bonoloto o la lotería de Navidad. Resulta de especial interés utilizar ese tipo de actividades en clase para tratar el consumo responsable y la ludopatía, aunque sólo sea de manera tangencial. Existen datos, en el IX Informe Percepción Social sobre el juego de azar en España 2018 (realizado por la Fundación Codere y la Universidad Carlos III de Madrid), que afirman que solo en el ámbito del juego online, hubo un incremento de 120 000 personas en 2017, estimándose en 1,5 millones – el equivalente a 4,8% de la población entre 18 y 75 años– el número total de jugadores activos a este tipo de juegos, a finales de 2017. Este dato hace más importante que el alumnado aprenda, a través del concepto de probabilidad, a analizar los riesgos que tienen los juegos de azar.