

113C 318

**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL:  
HIDRAULICA Y ENERGETICA.**

**E.T.S. DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS**

**PRESAS DE ESCOLLERA SOMETIDAS A SOBREVERTIDO.  
ESTUDIO DEL MOVIMIENTO DEL AGUA A TRAVES DE LA  
ESCOLLERA Y DE LA ESTABILIDAD FRENTE AL  
DESlizAMIENTO EN MASA.**

**LIBRO EXCLUIDO  
DE PRESTAMO**

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID	
ETS. INGENIEROS DE CAMINOS	
BIBLIOTECA	
RTRO. ENTRADA	52008
N.º DOCUMENTO	338460
N.º EJEMPLAR	
SIGNATURA	113C 318
.....	
.....	

**AUTOR DE LA TESIS DOCTORAL:**

**MIGUEL ANGEL TOLEDO MUNICIO**

INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

**DIRECTOR DE LA TESIS DOCTORAL:**

**ALFONSO ALVAREZ MARTINEZ**

DOCTOR INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

**1.997**

En relación con mi Tesis Doctoral (1): PREPAR DE ESQUERRE  
SIMETRIA A SUBREVERSION . ETZUDI DEL MONUMENTU  
DEL AITA A TRAST DE LA ESQUERRE Y DE LA ETZUDIAD PRONTO  
AL DESPLAZAMIENTU EN MAPA  
mediante el presente escrito autorizo su (2):

- Consulta en Biblioteca.  
( ) Reproducción parcial por fotocopia de las páginas/Capítulos ( ): \_\_ ,  
( ) Reproducción total mediante fotocopia.

con las dos condiciones que seguidamente se indican:

1. Que, por parte de la Dirección de la Biblioteca se me comunique a la dirección que indico al pie del presente escrito, el uso que a tenor de cuanto queda autorizado en este escrito, haya sido objeto la mencionada Tesis Doctoral.
2. Que, en el caso de que alguna parte de su contenido sea, utilizado en alguna publicación o trabajo de carácter científico o técnico, se cite el origen de la información.

Madrid, 12 de NOVIEMBRE de 1.997

AUTOR DE LA TESIS:



Nombre: MIGUEL ANGEL OLASO MURCIO  
Domicilio: C/ TABATUBA, 54  
C. Postal: 28027  
Ciudad: MADRID  
Telf.: 5205783

- (1) Indicar el título de la Tesis Doctoral.
- (2) Indicar con una "X" lo que proceda.
- (3) Indicar el número de los Capítulos o páginas que procedan.

Tribunal nombrado por el Mgfc. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad Politécnica de Madrid, el día 12 de NOVIEMBRE de 1.9.97.

Presidente D. JOSE ANTONIO BERTAN DE GRASSA  
Vocal D. VICENTE NEGRO VALBECANO  
Vocal D. GUILLERMO BRAVO GUILLEN  
Vocal D. RODRIGO DEL HOYO FERNANDEZ GARGO  
Secretario D. EDUARDO VALETE DIEZ

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día 12 de  
NOVIEMBRE de 1.9.97.  
en Madrid

Calificación: APTO CUM LAUDE POR UNANIMIDAD

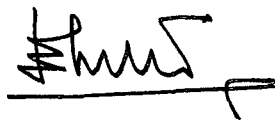
EL PRESIDENTE



LOS VOCALES



EL SECRETARIO



## Agradecimientos

---

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento a todos aquellos familiares y amigos que durante largos años han sufrido con paciencia la espera, anhelando ver concluida esta Tesis Doctoral, especialmente a mi esposa María José, la mayor damnificada, y a Alfonso Alvarez, cuya asombrosa intuición hizo más fácil el camino. También deseo expresar un especial agradecimiento a José Manuel Herrero Marzal, que en todo momento facilitó, en contra de sus intereses, mi dedicación a las labores de investigación propias de la actividad universitaria. Por último, no puedo dejar de agradecer el apoyo prestado por Mari Paz Elías en el decisivo tramo final, así como el de José Manuel Pérez-Pozuelo, sin cuya picardía la finalización de esta Tesis Doctoral podría haberse demorado indefinidamente.

*A María José, David y Javier,  
y a mis padres, Hilario y Carmen.*

# **INDICE**

---

## **CAPITULO 1: INTRODUCCION**

1.1	EL FENOMENO DE SOBREVERTIDO .....	1
1.2	OBJETIVOS .....	4
1.3	ESTRUCTURA Y CONTENIDO .....	6

## **CAPITULO 2: MOVIMIENTO DEL AGUA SOBRE LA PRESA**

2.1	INTRODUCCION .....	10
2.2	CARACTERIZACION DEL MOVIMIENTO .....	11
2.2.1	Régimen rápido o lento .....	11
2.2.2	Movimiento laminar o turbulento .....	12
2.2.3	Lecho hidráulicamente liso o rugoso .....	13
2.2.4	Características diferenciales .....	15

2.3	PERDIDA DE CARGA SOBRE EL TALUD DE LA PRESA .....	17
2.3.1	Fórmula de Manning-Strickler .....	17
2.3.2	Fórmula de Bathurst, Li y Simons .....	19
2.3.3	Formulación de Hartung-Scheuerlein .....	20
2.3.4	Ley de pérdida de carga .....	26
2.4	PERFIL DE LA LAMINA DE AGUA .....	27

### **CAPITULO 3: EL MEDIO DE FILTRACION**

3.1	INTRODUCCION .....	29
3.2	TRATAMIENTO DEL MEDIO POROSO COMO UN CONTINUO .....	31
3.3	PROPIEDADES DEL MEDIO POROSO .....	34
3.4	CONCEPTOS DE VELOCIDAD EN UN MEDIO POROSO .....	39

### **CAPITULO 4: FORMULA DE RESISTENCIA**

4.1	CONSIDERACIONES GENERALES .....	41
4.2.	CAMPO DE APLICACION DE LA LEY DE DARCY Y EXPLICACION DEL CARACTER NO LINEAL DEL MOVIMIENTO .....	44
4.2.1	Preámbulo. Movimiento en tuberías .....	44
4.2.2	Estudio del movimiento en medios porosos por analogía con el movimiento en conducciones .....	47
4.2.3	Investigaciones de Stephenson .....	55
4.2.4	Investigaciones de Solvik .....	60
4.2.5	Investigaciones de Ward .....	64
4.2.6	Investigaciones de Wright .....	68
4.2.7	Investigaciones de Martins .....	73
4.2.8	Trabajos de otros investigadores .....	77
4.2.9	Resumen y conclusiones .....	82

4.3	FORMULA DE RESISTENCIA O DE PERDIDA DE ENERGIA . . . . .	84
4.3.1	Fórmulas de tipo exponencial y parabólico . . . . .	84
4.3.2	Fórmulas de resistencia de diversos investigadores . . . . .	89
4.3.3	Coefficientes de las fórmulas de resistencia . . . . .	98
4.3.4	Coefficiente de permeabilidad efectivo . . . . .	103

**CAPITULO 5: MOVIMIENTO DEL AGUA A TRAVES DE LA ESCOLLERA**

5.1	CONSIDERACIONES GENERALES. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	110
5.2	ECUACION DE CAMPO . . . . .	112
5.2.1	Movimiento lineal . . . . .	112
5.2.2	Movimiento no lineal . . . . .	115
5.2.3	Caracterización del campo de velocidades . . . . .	125
5.3	CONDICIONES DE FRONTERA . . . . .	131
5.4	SOLUCION DEL PROBLEMA POR METODOS NUMERICOS . . . . .	139
5.4.1	Método de las diferencias finitas . . . . .	140
5.4.2	Método de los elementos finitos . . . . .	141
5.5	FORMULACION DEL PROBLEMA EN DIFERENCIAS FINITAS . . . . .	144
5.5.1	Ecuación diferencial de campo . . . . .	144
5.5.2	Formulación general en un nudo interior . . . . .	145
5.5.3	Formulación en un nudo de contorno impermeable horizontal (base del espaldón) . . . . .	151
5.5.4	Formulación en un nudo de contorno impermeable vertical . . . . .	153



5.5.5	Formulación en un nudo afectado por el contorno inclinado del talud . . . . .	155
5.5.6	Punto singular intersección de dos contornos impermeables, uno horizontal y el otro vertical . . . . .	156
5.6	<b>VELOCIDAD DE FILTRACION, GRADIENTE HIDRAULICO, CAUDAL FILTRADO Y PRESION INTERSTICIAL . . . . .</b>	<b>158</b>
5.6.1	Presión del agua . . . . .	158
5.6.2	Velocidad de filtración . . . . .	159
5.6.3	Gradiente hidráulico . . . . .	160
5.6.4	Caudales filtrados . . . . .	161
5.7	ESTUDIO PARAMETRICO . . . . .	164
5.8	CAMPO DE PRESIONES DEL AGUA Y DE GRADIENTES HIDRAULICOS	169
5.9	CAMPO DE VELOCIDADES DE FILTRACION. . . . .	187
5.10	CAUDAL DE SATURACION . . . . .	196
5.11	LEY DE INTERCAMBIO DE CAUDALES A TRAVES DEL TALUD. AREAS DE INFILTRACION Y DE EMERGENCIA . . . . .	204
5.12	COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD EQUIVALENTE . . . . .	215
Apéndice 5.1:	Listado del program MNLEE.RDF	
Apéndice 5.2:	Listado ejemplo de resultados obtenidos mediante el programa MNLEE.RDF	

**CAPITULO 6: ESTABILIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO**

6.1	<b>MECANISMOS DE ROTURA. ALGUNOS CASOS DE ROTURA POR SOBREVERTIDO . . . . .</b>	<b>227</b>
6.1.1	Mecanismos básicos de rotura . . . . .	227
6.1.2	Rotura por arrastre y erosión . . . . .	228

6.1.3	Rotura por deslizamiento en masa . . . . .	236
6.1.4	Planteamiento del análisis . . . . .	242
6.2	ROTURA POR DESLIZAMIENTO EN MASA . . . . .	244
6.2.1	Introducción . . . . .	244
6.2.2	Método de cálculo de la estabilidad de la presa . . . . .	244
6.2.3	Estudio paramétrico . . . . .	245
6.2.4	Coefficiente de seguridad. Fórmula que se propone . . . . .	250
6.2.5	Círculos profundos. Area inestable . . . . .	264
6.3	PROCESO DE SATURACION DEL ESPALDON. INFLUENCIA SOBRE LA ESTABILIDAD DE LA PRESA. UNA VIA DE INVESTIGACION . . . . .	267
6.3.1	Introducción . . . . .	267
6.3.2	Hidrograma de sobrevertido . . . . .	268
6.3.3	Control hidráulico . . . . .	271
6.3.4	Proceso de saturación . . . . .	274

- Apéndice 6.1: Estudios de estabilidad. Círculos críticos.
- Apéndice 6.2: Estudios de estabilidad con profundidades mínimas de los círculos más someros entre el 2% y el 15% de la altura de la presa.
- Apéndice 6.3: Estudios de estabilidad considerando movimiento lineal y no lineal.
- Apéndice 6.4: Estudios de estabilidad. Areas inestables.

**CAPITULO 7: DIMENSIONAMIENTO**

7.1	INTRODUCCION . . . . .	281
7.2	DETERMINACION DEL TAMAÑO DE LA ESCOLLERA DE PROTECCION . . . . .	284

7.3	PROCESO DE DIMENSIONAMIENTO .....	297
7.3.1	Coeficientes de seguridad .....	297
7.3.2	Abaco de dimensionamiento .....	299
7.3.3	Proceso de dimensionamiento .....	303
7.4	EJEMPLOS .....	306
7.5	ANALISIS DEL CARACTER LIMITATIVO DE LAS CONDICIONES DE ESTABILIDAD .....	308

## **CAPITULO 8: APORTACIONES ORIGINALES**

8.1	INTRODUCCION .....	311
8.2	APORTACIONES REFERENTES AL MOVIMIENTO DEL AGUA A TRAVES DEL ESPALDON DE ESCOLLERA .....	312
8.3	APORTACIONES REFERENTES A LA ESTABILIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO EN MASA .....	316
8.4	VIAS DE INVESTIGACION .....	320
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>322</b>

# CAPITULO 1

---

## INTRODUCCION

---

### 1.1 EL FENOMENO DE SOBREVERTIDO

Denominaremos *sobrevertido*<sup>1</sup> al fenómeno que se produce cuando el nivel del agua en un embalse supera la cota de la coronación de la presa, el agua rebosa sobre la misma y vierte hacia el paramento o talud de aguas abajo.

El sobrevertido es la causa más frecuente de rotura de presas de materiales sueltos que son, en término generales, muy vulnerables frente a este fenómeno. De acuerdo con las últimas estadísticas del Comité Internacional de Grandes Presas<sup>2</sup>, el sobrevvertido ha sido la causa principal de la rotura del 31% de las presas de materiales sueltos y en el 18% de los casos fue causa secundaria. Por tanto, es evidente la importancia del sobrevvertido en lo referente a la seguridad de las presas de materiales sueltos.

---

<sup>1</sup>Se considera que este término es el más sintético y descriptivo del fenómeno, equivalente al término inglés "overtopping".

<sup>2</sup>Goubet; 1995 (34).

Por otra parte, los gastos asociados de forma directa o indirecta al fenómeno del sobrevertido son también significativos. A los costos directos asociados a las roturas que se han producido como consecuencia del sobrevertido, prácticamente una de cada tres presas de materiales sueltos que falló, debe añadirse el costo de cada nueva realización dirigido a evitar el sobrevertido (sobredimensionamiento del aliviadero, adopción de resguardos importantes, etc.). En muchas ocasiones la presa de materiales sueltos deja de ser competitiva frente a las tipologías de fábrica como consecuencia de la imposibilidad de acondicionar el aliviadero sobre el cuerpo de la presa y de la necesidad de tener una garantía muy elevada de que no se producirá el sobrevertido. Por lo tanto, queda patente la importancia económica del sobrevertido.

A pesar de todo ello, existen todavía hoy en día lagunas importantes en el conocimiento del mecanismo de rotura de los distintos tipos de presas de materiales sueltos como consecuencia del sobrevertido. El comportamiento frente al sobrevertido de los materiales cohesivos y no cohesivos es muy distinto, resultando en general más resistentes los primeros. En las presas de escollera<sup>3</sup>, la rotura de la presa puede producirse por arrastre y erosión progresiva del talud o bien por deslizamiento en masa o por una combinación de ambos mecanismos. Esta Tesis Doctoral se centra en la estabilidad frente al deslizamiento, aspecto que no ha sido abordado de manera sistemática hasta el momento. Si la rotura de la presa se produce como consecuencia del deslizamiento en masa de parte de la presa, dicha rotura tiene un carácter súbito, pudiendo generar una violenta onda de rotura, con caudales mucho mayores que si la rotura se produce por arrastre de partículas, de una forma progresiva.

Un adecuado conocimiento del efecto del sobrevertido sobre las presas de materiales sueltos puede permitir:

---

<sup>3</sup>El término "escollera" debe entenderse en sentido amplio como material no cohesivo de tamaño y granulometría variable, pero con capacidad de drenaje suficiente para no desarrollar presiones intersticiales.

- 
- Evaluar de forma correcta la seguridad de las presas existentes cuyo aliviadero resulta insuficiente de acuerdo con los datos disponibles y los criterios actuales de diseño, así como las consecuencias de una eventual rotura por sobrevertido.
  - Considerar como alternativa al incremento de capacidad del aliviadero existente la protección del talud de aguas abajo para que el sobrevertido no sea causa de la rotura de la presa.
  - Considerar la posibilidad de proyectar una presa de nuevo diseño de modo que sea resistente al sobrevertido que pudiera producirse de forma excepcional, evitando la adopción de resguardos excesivos y/o el sobredimensionamiento del aliviadero.
  - Considerar la posibilidad de diseñar atagúas o presas de escasa entidad resistentes al sobrevertido, reduciendo al mínimo e incluso evitando en algunos casos la construcción de un aliviadero lateral.

## 1.2 OBJETIVOS

El objetivo general de esta Tesis Doctoral es estudiar la estabilidad frente al deslizamiento en masa de las presas de escollera sometidas a sobrevertido. Para ello, se aborda previamente el estudio del movimiento del agua a través de la escollera.

Los objetivos generales anteriores se concretan en los siguientes aspectos:

- 1° Caracterizar el movimiento del agua a través de la escollera y los campos de presiones del agua, gradientes de energía y velocidades de filtración asociados al mismo en el dominio de filtración, analizando la dependencia respecto a los distintos parámetros (talud, altura de presa, características de permeabilidad de la escollera).
- 2° Establecer procedimientos que permitan realizar el análisis del movimiento del agua a través de la escollera utilizando programas comerciales, que consideran el fenómeno de la filtración regido por la ecuación de Laplace, admitiendo por tanto la validez de la ley de Darcy, cuando en realidad la relación entre el gradiente hidráulico y la velocidad de filtración no es lineal en escolleras y arenas gruesas.
- 3° Establecer procedimientos abreviados para la determinación de los parámetros principales, permitiendo un encaje rápido de la solución al problema de la filtración.
- 4° Analizar la influencia de los distintos parámetros en la estabilidad frente al deslizamiento en masa por sobrevertido.
- 5° Establecer un procedimiento abreviado para la determinación del coeficiente de seguridad frente al deslizamiento de una presa de escollera sometida a

sobrevvertido, o para dimensionar una presa de escollera de modo que el coeficiente de seguridad frente al deslizamiento tenga un valor prefijado.

- 6° Analizar el papel relativo que juega la condición de estabilidad frente al deslizamiento en masa en relación con la condición de estabilidad frente al arrastre de la escollera.
- 7° Abrir vías que permitan desarrollar la línea de investigación referente al fenómeno de sobrevvertido en relación con las presas de materiales sueltos.



### 1.3 ESTRUCTURA Y CONTENIDO

Esta Tesis Doctoral se estructura en ocho capítulos, seguidos de la bibliografía utilizada para su desarrollo.

En el *Capítulo 1: Introducción*, en el que nos encontramos, se justifica la oportunidad del tema objeto de Tesis Doctoral, se definen los objetivos propuestos y se pone de manifiesto la estructura del texto, glosando brevemente el contenido de cada capítulo.

Los capítulos 2, 3, 4 y 5 se dedican al estudio y análisis del movimiento del agua.

En el *Capítulo 2: Movimiento del agua sobre la presa*, se resaltan las particularidades del movimiento del agua sobre el talud de aguas abajo de una presa de escollera, en relación al movimiento del agua en un aliviadero convencional, recogiendo los estudios existentes. A partir de la formulación de Hartung y Scheuerlein se obtiene la expresión explícita de una fórmula de pérdida de energía. Se adelanta que el caudal es variable a lo largo del talud por su acoplamiento con el movimiento del agua a través del espaldón de escollera.

El *Capítulo 3: El medio de filtración* se dedica a justificar el tratamiento de la escollera como un continuo, llamando la atención sobre la magnitud del tamaño elemental de partícula del medio y sobre la conveniencia de realizar investigaciones que delimiten el campo de validez del tratamiento de la escollera como un continuo en función de la granulometría de la escollera en relación al tamaño del dominio de filtración.

En el *Capítulo 4: Fórmula de resistencia*, se llama la atención inicialmente sobre la no linealidad del movimiento del agua a través de un medio constituido por escollera, entendiendo dicha no linealidad como la existencia de una relación no lineal entre el gradiente hidráulico y la velocidad de filtración. Se recogen las investigaciones realizadas por diversos autores en relación al campo de validez de la ley de Darcy y referentes al paso de movimiento lineal a turbulento, destacando los rasgos comunes

de planteamiento y las diferencias entre las distintas investigaciones. Finalmente, se incluyen diversas fórmulas de resistencia desarrolladas por diferentes autores.

El *Capítulo 5: Movimiento del agua a través de la escollera* se dedica al planteamiento, solución, análisis de resultados y obtención de conclusiones referentes al problema de la filtración del agua a través del espaldón de una presa de escollera sometida a sobrevertido. El capítulo se inicia planteando el problema, presentando diversas ecuaciones de campo desarrolladas por distintos investigadores a partir de fórmulas de resistencia no lineales de tipo exponencial o cuadrático. Tras el análisis de las condiciones de frontera se define un proceso iterativo para resolver el problema, siendo el elemento de ajuste en las sucesivas iteraciones la *ley de intercambio de caudales* que se produce a través del talud entre el interior y el exterior del dominio de filtración, poniéndose de manifiesto la naturaleza acoplada de los movimientos del agua por el exterior de talud y por el interior del espaldón de escollera.

Se desarrolla una formulación de la ecuación de campo en diferencias finitas admitiendo que la fórmula de resistencia es no lineal, de tipo exponencial. Esta formulación y el proceso iterativo antes referido, sirven de base para la elaboración del paquete informático MNLEE.RDF, mediante el cual se realiza un estudio paramétrico del movimiento del agua a través del espaldón de escollera, haciendo variar los principales parámetros en juego: coeficiente y exponente de la fórmula de resistencia, altura de la presa y talud.

A partir del punto 5.8 se realiza el análisis de resultados, la elaboración de conclusiones y el establecimiento de procedimientos abreviados para resolver el problema de filtración del agua a través de la escollera del espaldón sometido a sobrevertido.

Los capítulos 6 y 7 se dedican al estudio de la estabilidad frente al deslizamiento por sobrevertido y al análisis del papel que juega en relación a la condición de estabilidad frente al arrastre superficial de partículas.

El *Capítulo 6: Estabilidad frente al deslizamiento* se inicia analizando el mecanismo de rotura de una presa de materiales sueltos por sobrevertido, presentando algunos casos de rotura documentados. A continuación se aborda el estudio de la estabilidad frente al deslizamiento de una presa de escollera sometida a sobrevertido, admitiendo que el espaldón está completamente saturado. Para ello se realiza un estudio paramétrico, haciendo variar los parámetros principales a efectos de la estabilidad frente al deslizamiento, realizándose más de 60 cálculos de estabilidad completos<sup>4</sup>, basados en las presiones del agua determinadas con anterioridad, mediante el programa MNLEE.RDF, al estudiar el movimiento del agua.

A partir de las conclusiones obtenidas en el Capítulo 5 se desarrolla una fórmula para la determinación del coeficiente de estabilidad frente al deslizamiento en masa por sobrevertido. Esta fórmula incluye un *coeficiente de subpresión* dependiente del campo de presiones del agua. A partir de los estudios de estabilidad completos realizados se define una expresión para la determinación de dicho coeficiente. La fórmula desarrollada permite visualizar claramente la influencia de los diversos parámetros en la estabilidad frente al deslizamiento. También se analiza el *área inestable*, delimitada por la envolvente a las superficies de potencial deslizamiento con coeficiente de seguridad menor que la unidad.

El capítulo termina analizando cualitativamente el proceso de saturación del espaldón sometido a sobrevertido, los factores que influyen en el mismo y su influencia en la seguridad de la presa, dejando abierta una vía de investigación.

En el *Capítulo 7: Dimensionamiento* se establece la incidencia relativa de las condiciones de estabilidad frente al deslizamiento en masa y frente al arrastre superficial de la escollera en la seguridad de la presa. Para ello se repasan inicialmente algunos procedimientos desarrollados por diversos investigadores para determinar el tamaño de la escollera necesario para que no se produzca su arrastre para un caudal

---

<sup>4</sup>Mediante el conocido paquete informático comercial SLOPE/W.

de sobrevuerto y talud prefijados. Se justifica la elección de uno de ellos, el desarrollado por Hartung y Scheuerlein y simplificado por Knauss<sup>5</sup>, a efectos de relacionar las dos condiciones de estabilidad frente al deslizamiento y frente al arrastre.

A partir del método HSK y de la fórmula desarrollada en esta Tesis Doctoral para la determinación del coeficiente de seguridad frente al deslizamiento se define un procedimiento para dimensionar una presa de escollera cumpliendo las dos condiciones de estabilidad necesarias para que resista el sobrevuerto de diseño. Para ello se introduce previamente el concepto de coeficiente de seguridad frente al arrastre.

En función de los resultados proporcionados por el procedimiento definido, que se concreta en un *Abaco de Dimensionamiento*, se analiza el papel relativo de las dos condiciones de estabilidad en función del caudal o lámina de sobrevuerto.

En el *Capítulo 8: Aportaciones originales* se resumen de forma abreviada las aportaciones originales de esta Tesis Doctoral.

Las referencias a la bibliografía del final que se realizan a lo largo del texto se incluyen como notas a pie de página, indicando el autor, el año y, entre paréntesis, el número de orden ocupado en la relación general de bibliografía que puede verse detrás del capítulo 8.

---

<sup>5</sup>Método HSK

# MOVIMIENTO DEL AGUA SOBRE LA PRESA

---

## 2.1 INTRODUCCION

En este capítulo se va a estudiar la circulación del agua sobre la presa, que se producirá una vez que la capacidad de circulación interna a través del material que constituye el cuerpo de la misma haya sido superada<sup>1</sup>.

El estudio hidráulico del movimiento superficial tiene interés por dos motivos esenciales. En primer lugar, porque es preciso conocer la velocidad del agua sobre el talud de aguas abajo para estudiar la capacidad de arrastre de la corriente que puede poner en peligro la estabilidad superficial del talud. En segundo lugar, porque existe una dependencia entre la circulación interna, a través del cuerpo de la presa, y la circulación externa sobre la coronación y taludes de la misma. Esta dependencia tiene una magnitud variable según la importancia relativa de los caudales circulantes por el interior y por el exterior del cuerpo de la presa. Este aspecto se tratará más adelante.

---

<sup>1</sup> *Siempre que la capacidad de percolación del espaldón sea suficientemente elevada. El material arcilloso, considerablemente impermeable, obligará a una circulación superficial desde el comienzo del vertido.*

## 2.2 CARACTERIZACION DEL MOVIMIENTO

El sobrevertido se producirá como consecuencia de una avenida cuyo caudal es evidentemente variable a lo largo del tiempo. La laminación del embalse modificará la onda de crecida aumentando su duración y reduciendo su caudal punta, para definir una onda de vertido sobre coronación cuyo caudal será también variable con el tiempo. No obstante, consideraremos que dicha variación es suficientemente suave como para que el fenómeno admita descripción mediante una sucesión de estados permanentes. A efectos prácticos, sólo interesa la situación pésima, correspondiente al caudal punta, y la referida hipótesis resulta especialmente aceptable en dicha zona del hidrograma. Por tanto, se considerará en lo sucesivo que el movimiento es permanente.

Para caracterizar el movimiento debemos considerar los efectos relativos de las fuerzas gravitacionales y viscosas respecto a las fuerzas de inercia, y la magnitud relativa de la rugosidad del lecho.

### 2.2.1 Régimen rápido o lento

La importancia relativa de las fuerzas de gravedad respecto a las inerciales se caracteriza mediante el número de Froude:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y}}$$

siendo:

F : número de Froude (adimensional)

V : velocidad media

g : aceleración de la gravedad

y : calado (longitud característica)

El movimiento es rápido si  $F > 1$  y lento si  $F < 1$ . La condición  $F = 1$  corresponde al régimen crítico.

El movimiento de aproximación del agua hacia la coronación de la presa se produce en régimen lento, pues la velocidad en el embalse es muy reducida. En cambio, la fuerte pendiente del talud de aguas abajo garantiza que el régimen será rápido sobre el mismo. La presa se comporta como un vertedero en pared gruesa, produciéndose el calado crítico en la coronación.

A causa de la intensa pérdida de energía que se produce a medida que el agua se acelera sobre el talud de aguas abajo, el régimen uniforme se alcanza mucho más rápidamente que en los canales convencionales, de superficie mucho más lisa, según constata Olivier mediante los ensayos realizados con taludes comprendidos entre 12,5:1 y 5:1<sup>2</sup>.

### 2.2.2 Movimiento laminar o turbulento

La influencia relativa de las fuerzas viscosas respecto a las inerciales se caracteriza mediante el número de Reynolds:

$$R = \frac{V \cdot L}{\nu}$$

siendo:

R : número de Reynolds (adimensional)

$\nu$  : viscosidad cinemática del agua

L : longitud característica

---

<sup>2</sup>Olivier; 1.967. (65)

Generalmente se adopta como longitud característica el radio hidráulico ( $r_h$ ) que en un canal de gran anchura coincide con el calado ( $y$ ).

Números de Reynolds elevados corresponden a movimiento turbulento, en el que las partículas de agua describen trayectorias que oscilan alrededor de la línea que define su dirección de avance. Números de Reynolds bajos se corresponden con movimiento laminar, describiendo las partículas de agua líneas de corriente claramente definidas.

Los valores límite de  $R$  para cada tipo de movimiento, entre los que puede considerarse un movimiento de transición, son poco precisos. No obstante, el movimiento en canales generalmente es turbulento. En el caso de canales con gran pendiente, como el talud de una presa de materiales sueltos, está garantizado que el movimiento será turbulento.

### **2.2.3 Lecho hidráulicamente liso o rugoso**

En el movimiento del agua en un canal de superficie relativamente lisa, aunque la capa límite turbulenta haya alcanzado la superficie del agua, existe junto al lecho una fina subcapa laminar dentro de la cual la velocidad es muy reducida y el movimiento es laminar. Si la altura de las rugosidades del canal es suficientemente pequeña, estas rugosidades estarán contenidas en la subcapa laminar impidiendo las fuerzas viscosas la formación y transmisión de turbulencias. En este caso, la rugosidad no influye en el movimiento que existe fuera de la subcapa laminar y se dice que la superficie es hidráulicamente lisa. Cuando la altura de rugosidad supera un cierto valor crítico, el movimiento del agua fuera de la subcapa laminar se ve influido por dicha rugosidad. En tal caso se dice que la superficie es hidráulicamente rugosa.

Obviamente, la superficie de un lecho formado por escollera es hidráulicamente rugosa. Según Morris, para explicar el movimiento en superficies hidráulicamente rugosas debe tenerse en cuenta el espaciamiento entre rugosidades ( $e$ ), además de



la altura de la rugosidad ( $a_r$ ). Partiendo de que la pérdida de energía se debe principalmente a la formación de turbulencias aguas abajo de las rugosidades, clasifica el movimiento sobre superficies hidráulicamente rugosas en tres tipos:

**Movimiento casi liso:** Cuando las rugosidades se encuentran muy próximas unas a otras, entre ellas se forman unos remolinos estables, existiendo sobre las rugosidades y sobre dichos remolinos un movimiento muy similar al que se produce sobre una superficie hidráulicamente lisa. El parámetro significativo para evaluar la pérdida de energía es  $a_r/e_r$ .

**Movimiento de ondas de interferencia:** Se produce cuando la proximidad entre las rugosidades es suficiente para que exista interferencia entre el vórtice creado por cada rugosidad y el creado por la rugosidad situada aguas abajo. De dicha interferencia resulta una intensa turbulencia. En este caso la altura de rugosidad tiene menor importancia que el espaciamiento y también influye el calado existente sobre las rugosidades ( $y_{sr}$ ). Puede considerarse como parámetro significativo  $y_{sr}/e_r$ .

**Movimiento de rugosidades aisladas:** Corresponde a la situación en la que las rugosidades están tan distantes unas de otras que el remolino creado por cada una de ellas se desarrolla y extingue antes de llegar a la rugosidad situada aguas abajo. El parámetro significativo en la pérdida de energía es  $a_r/e_r$ .

En el movimiento sobre el talud de una presa de escollera, la altura y el espaciamiento de las rugosidades viene determinada por el tamaño, forma y disposición de la escollera en el talud. El tamaño de la escollera puede caracterizarse por el *diámetro equivalente* ( $d_s$ ), que se define como el diámetro de una esfera que tiene el mismo volumen que una escollera media.

El efecto de la forma y disposición de la escollera en el talud puede considerarse mediante la definición de un *coeficiente de compacidad*, pues el hecho de que haya

más o menos piedras por unidad de superficie del talud depende esencialmente de la forma que tengan y del modo en que se hayan colocado. Existen diversas definiciones para el coeficiente de compacidad que se verán más adelante.

Las fórmulas de resistencia desarrolladas para el movimiento sobre lechos de escollera consideran como parámetro significativo la relación entre el calado y el diámetro equivalente de la escollera y también introducen un coeficiente de compacidad. Parece deducirse que se trata de un movimiento del tipo denominado por Morris como de ondas de interferencia.

#### **2.2.4 Características diferenciales**

El movimiento del agua sobre el talud de una presa de escollera tiene unas características diferenciales respecto al movimiento en canales para el que se han desarrollado la mayoría de las formulaciones.

La fuerte pendiente y la elevada magnitud de la rugosidad respecto al calado de agua sobre el talud imponen un movimiento fuertemente turbulento y aireado. La disipación de energía, que es muy elevada, se produce más como efecto del alto grado de turbulencia que a causa del rozamiento.

Knauss<sup>3</sup> deduce de la comparación de los trabajos de Hartung y Scheuerlein y de Linford y Sauders que la aireación tiene un efecto apreciable en la disipación de la energía para taludes igual o más inclinados que 5:1. Esta situación se da en la práctica totalidad de las presas de escollera existentes. El efecto de la aireación es favorable, permitiendo la evacuación de caudales mayores a igualdad del resto de los parámetros.

---

<sup>3</sup>Knauss; 1.979. (48)

Por otra parte, el espaldón de una presa de escollera constituye un lecho permeable, produciéndose en la zona superior la entrada de al menos parte del caudal que discurre por la superficie hacia el interior de la presa. En la zona inferior sucede lo contrario, afluyendo hacia la superficie del talud agua proveniente de la infiltración ocurrida en la zona alta. En consecuencia, el caudal que discurre sobre el talud de la presa es variable, decreciente al comenzar el descenso y creciente en la zona más baja.

El efecto de la variabilidad del caudal será despreciable cuando el caudal vertido sobre la presa sea considerable en relación al caudal que el espaldón es capaz de mantener circulando por su interior.

En resumen, las características diferenciales del movimiento sobre el talud de aguas abajo de una presa de escollera son:

- Fuerte pendiente.
- Elevada magnitud de la rugosidad respecto al calado.
- Alto grado de turbulencia.
- Efecto apreciable de la aireación.
- Elevada disipación de energía.
- Participación notable de la turbulencia en la disipación de energía.
- Variabilidad del caudal a lo largo del talud.

Todo ello hace precisa una formulación específica para estimar la pérdida de energía.

## 2.3 PERDIDA DE CARGA SOBRE EL TALUD DE LA PRESA

Veamos algunas de las formulaciones que han utilizado los investigadores para determinar la pérdida de carga sobre lechos de escollera.

### 2.3.1 Fórmula de Manning-Strickler

La fórmula de Manning es empírica y puede escribirse:

$$V = \frac{1}{n} r_h^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}$$

siendo:

- v: velocidad media (m/s)
- $r_h$ : radio hidráulico (m)
- i: pérdida de carga por unidad de longitud (adimensional)
- n: coeficiente de rugosidad de Manning ( $m^{-1/3} \cdot s$ )

Según recoge Stephenson<sup>4</sup>, Strickler desarrolló una fórmula empírica para estimar n en función de la rugosidad absoluta (e).

$$n = \frac{0,13}{\sqrt{g}} e^{\frac{1}{6}}$$

siendo:

- g: aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )
- e: rugosidad absoluta (m)

Sustituyendo en la ecuación de Manning, obtenemos la fórmula de Manning-Strickler

---

<sup>4</sup>Stephenson; 1.979. (86)

$$v = 7,7 \left( \frac{r_h}{e} \right)^{\frac{1}{6}} \sqrt{r_h \cdot i \cdot g}$$

Por lo que respecta a la aplicación de esta fórmula al cálculo de la pérdida de carga sobre el talud de una presa de escollera, debemos tener en cuenta lo siguiente:

- 1° Knauss<sup>5</sup> llama la atención sobre el hecho de que la fórmula de Manning sólo es aplicable cuando:

$$y > 2,5 d_s$$

siendo:                    y: calado

                                  d<sub>s</sub>: diámetro equivalente de la escollera

Esta limitación a la rugosidad relativa resulta severa y no se cumplirá en la mayoría de los casos, pues la fuerte pendiente implica calados reducidos y escollera de tamaño considerable en relación al calado.

- 2° La fórmula no considera al efecto de la aireación que, como hemos dicho anteriormente, se produce para taludes más inclinados que 5:1.
- 3° La fórmula tampoco considera al efecto de la forma y colocación de la escollera. Como veremos más adelante su efecto no resulta despreciable.

---

<sup>5</sup>Knauss; 1.979. (48)

A pesar de todo ello, diversos investigadores han utilizado la fórmula de Manning, obteniendo resultados interesantes con las limitaciones que se derivan de las consideraciones anteriores. (Por ejemplo, Olivier<sup>6</sup> y Linford y Sanders, ver Knauss<sup>7</sup>)

### 2.3.2 Fórmula de Bathurst, Li y Simons

Bathurst, Li y Simons<sup>8</sup> desarrollaron una fórmula de resistencia para movimiento sobre lechos de rugosidad a gran escala, pensando en su utilización en cauces naturales. El enfoque es inicialmente teórico, intentando deslindar el papel de los diversos factores: número de Reynolds, número de Froude, geometría de la rugosidad y geometría del canal. Una vez definida la forma de la ecuación, los diversos sumandos se evalúan mediante ensayos realizados en canal de experimentación.

La fórmula es:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \left( \frac{0,28}{b} F \right)^{\log(0,755/b)} \cdot [13,434 \left( \frac{W}{Y_{50}} \right)^{0,492} \cdot b^{1,025 \left( \frac{W}{Y_{50}} \right)^{0,118}} ] \cdot \left( \frac{A_w}{W_y} \right)$$

siendo:

---

<sup>6</sup>Olivier; 1.967. (65)

<sup>7</sup>Knauss; 1.979. (48)

<sup>8</sup>Bathurst, Li y Simons; 1981. (6)

f: coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach

F: número de Froude  $(F = \frac{V}{\sqrt{g x_h}})$

$$b = [1,175 \left(\frac{Y_{50}}{w}\right)^{0,557} \left(\frac{y}{S_{50}}\right)^{0,648} \cdot \sigma_t^{-0,134}]$$

y: calado medio

w: ancho

$Y_{50}$ : eje de la escollera en la dirección de la corriente

$A_w$ : área mojada de la escollera

y': calado desde la superficie libre al nivel de referencia del lecho

$S_{50}$ : tamaño del eje menor de la escollera que es mayor que el 50% de los ejes cortos

$\sigma_t$ : desviación standard de la distribución del tamaño de la escollera  
 $\sigma_t = \log (D_{84}/D_{50})$  para sedimentos naturales

$D_n$ : tamaño del eje medio que es mayor o igual que el n% de los ejes medios.

Bathurst, Li y Simons describen detalladamente las condiciones en que se realizaron los ensayos. Destacaremos que las pendientes ensayadas fueron del 2, 5 y 8%, muy reducidas en relación a las pendientes habituales en los taludes de una presa de escollera, lo cual limita severamente su aplicación a este caso.

### 2.3.3 Formulación de Hartung-Scheuerlein

La metodología completa de Hartung-Scheuerlein<sup>9</sup>, conduce a la determinación de un talud y diámetro equivalente de escollera que permiten el vertido sobre coronación de

---

<sup>9</sup>Hartung y Scheuerlein; 1970. (38)

un caudal unitario previamente fijado. Para ello desarrollan una fórmula de resistencia hidráulica y plantean el equilibrio de una piedra sometida a la velocidad deducida mediante dicha fórmula de resistencia, de donde se deriva una velocidad crítica máxima que será resistida por una piedra de un cierto tamaño situada en un talud prefijado.

En este capítulo vamos a analizar únicamente la fórmula de resistencia que permite evaluar la pérdida de carga en el movimiento del agua sobre el talud de escollera. Esta fórmula es<sup>10</sup>:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -3,2 \log \left( c \cdot \frac{\theta_m}{4 y_m} \right)$$

con:

$$\theta_m = \frac{d_s}{3}$$

$$c = \sigma (1,7 + 1,81 \cdot \phi \cdot \text{sen } \alpha)$$

$$\sigma = \frac{\gamma_{wL}}{\gamma_w} \approx 1 - 1,3 \cdot \text{sen } \alpha + 0,08 \frac{y_m}{\theta_m}$$

siendo:

$\lambda$ : coeficiente de resistencia (adimensional)

$\theta_m$ : altura de rugosidad media (m)

$y_m$ : calado medio de la mezcla de agua-aire (m)

$d_s$ : diámetro equivalente de la escollera (m)

$\alpha$ : ángulo del talud con la horizontal

---

<sup>10</sup>Se ha adaptado la notación para mantener la coherencia a lo largo de esta Tesis Doctoral.



$\sigma$ : coeficiente de aireación

$\gamma_{wL}$ : peso específico de la mezcla agua-aire ( $T/m^3$ )

$\gamma_w$ : peso específico del agua ( $T/m^3$ )

$\phi$ : coeficiente de compacidad (adimensional)

El coeficiente de compacidad utilizado por Hartung y Scheuerlein se define como la relación entre la altura de un elemento rugoso y la distancia entre dos elementos rugosos consecutivos (lo cual depende de la forma y modo de colocación de la escollera en el talud). Según Knauss<sup>11</sup> el coeficiente de compacidad definido en estos términos oscila entre los siguientes valores extremos<sup>12</sup>.

$\phi = 0,625$  para escollera vertida (compacidad natural)

$\phi = 1,125$  para escollera colocada (compacidad manual)

El coeficiente de resistencia ( $\lambda$ ) es del tipo de Darcy-Weisbach<sup>13</sup>, de modo que la pérdida de carga unitaria puede obtenerse, a partir de  $\lambda$ , mediante la conocida fórmula:

$$i = \frac{\lambda}{4r_h} \frac{v^2}{2g}$$

siendo:

---

<sup>11</sup> Knauss; 1979. (48)

<sup>12</sup> Hartung y Scheuerlein investigaron coeficientes de compacidad en el rango  $0,75 \leq \phi \leq 1,125$ .

<sup>13</sup> Esto puede demostrarse partiendo de la hipótesis de que es cierto y deduciendo la expresión que determina la velocidad media por igualación de la fuerza de aceleración y la fuerza que se opone al movimiento en régimen uniforme. De este modo se obtiene una expresión de la velocidad igual a la utilizada por Hartung y Scheuerlein.

- i: pérdida de carga por unidad de longitud (adimensional)
- v: velocidad media (m/s)
- $r_h$ : radio hidráulico (m)

En un canal de gran anchura, como es el caso, podemos considerar el radio hidráulico igual al calado.

$$r_h = y_m$$

El caudal de agua por unidad de longitud de vertido viene dado por:

$$q_w = \sigma \cdot y_m \cdot v$$

siendo:

- $q_w$ : caudal de agua por unidad de longitud de vertido ( $m^3/s/m$ )
- $\sigma$ : coeficiente de aireación (adimensional)
- $y_m$ : calado medio de la mezcla agua-aire (m)
- v: velocidad media de la mezcla agua-aire (m/s)

La velocidad media de la mezcla agua aire en régimen uniforme puede obtenerse por:

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{y_m \cdot \text{sen } \alpha}$$

Una vez alcanzado el régimen uniforme, la pérdida de carga unitaria coincidirá con la pendiente del talud. Veamos el procedimiento para determinar el calado y la velocidad media de la mezcla agua-aire en esta situación.

Despejando v en la fórmula de  $q_w$  y sustituyendo en la de v se obtiene que:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{q_w}{\sigma \cdot y_m \cdot \sqrt{8g} \cdot \sqrt{y_m \cdot \text{sen } \alpha}}$$

Igualando las expresiones de  $1/\sqrt{\lambda}$  según esta ecuación y la presentada al comienzo de este apartado:

$$-3,2 \log \left( c \cdot \frac{\theta_m}{4 y_m} \right) = \frac{q_w}{\sigma \cdot y_m \cdot \sqrt{8g} \cdot \sqrt{y_m \cdot \text{sen } \alpha}}$$

Una vez fijados los valores de  $q_w$ ,  $\sigma$ ,  $d_s$  y  $\phi$ , puede obtenerse  $y_m$  de la ecuación anterior. Concretamente sustituyendo en esta ecuación los valores de  $\theta_m$ ,  $c$  y  $\sigma$  de las ecuaciones presentadas al comienzo de este apartado:

$$\begin{aligned} & -3,2 \log \left[ \left( 1 - 1,3 \text{ sen } \alpha + 0,08 \frac{3 y_m}{d_s} \right) \left( 1,7 + 8,1 \cdot \phi \cdot \text{sen } \alpha \right) \frac{d_s}{12 y_m} \right] \\ & = \frac{q_w}{\left( 1 - 1,3 \cdot \text{sen } \alpha + 0,08 \frac{3 y_m}{d_s} \right) \cdot y_m \cdot \sqrt{8g} \cdot \sqrt{y_m \cdot \text{sen } \alpha}} \end{aligned}$$

Una vez obtenido el calado  $y_m$ , puede calcularse el valor de  $\lambda$  entrando en cualquiera de las ecuaciones en que aparece. Mediante la ecuación de  $q_w$  se obtiene la velocidad media.

La formulación de Hartung-Scheuerlein tiene la ventaja de haberse desarrollado en base a experimentos realizados en taludes de gran rugosidad e inclinación (de hasta 1,5:1). Considera el efecto de la aireación y de la forma y modo de colocación de la escollera, adaptándose adecuadamente a un tipo de movimiento en el que la turbulencia a gran escala tiene un efecto notable en la disipación de energía.

Knauss realiza una minuciosa comparación entre las formulaciones de Hartung-Scheuerlein y de Linford-Saunders (extrapolada esta última por Olivier) y recomienda la utilización de la primera de ellas para movimiento sobre taludes de presas de escollera. También Suárez Villar<sup>14</sup> recomienda utilizar el procedimiento de Hartung-Scheuerlein, asegurando que ha sido ampliamente comprobado en la práctica (cita dos referencias de utilización).

Ejemplo: Consideremos una presa de escollera con talud de aguas abajo 2,5:1 y diámetro equivalente de la escollera de superficie  $d_s = 0,6$  m. Veamos cuál es el calado medio y la velocidad media una vez alcanzado el régimen uniforme para un caudal de sobrevertido de  $2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . y escollera vertida.

1º Determinación del calado medio:

$$\begin{aligned}
 & -3,2 \cdot \log \left[ (1 - 1,3 \cdot \operatorname{sen} 21,8^\circ + 0,08 \frac{3 y_m}{0,6}) \cdot \right. \\
 & \quad \left. \cdot (1,7 + 8,1 \cdot 0,625 \cdot \operatorname{sen} 21,8^\circ) \frac{0,6}{12 y_m} \right] = \\
 & = \frac{2}{(1 - 1,3 \cdot \operatorname{sen} 21,8^\circ + 0,08 \frac{3 y_m}{0,6}) \cdot y_m \cdot \sqrt{8 g} \cdot \sqrt{y_m \cdot \operatorname{sen} 21,8^\circ}}
 \end{aligned}$$

de donde se obtiene por algún método iterativo que:

$$y_m = 0,45 \text{ m.}$$

2º Determinación del coeficiente de resistencia  $\lambda$ :

---

<sup>14</sup>Suárez Villar; 1993. (88)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -3,2 \log \left[ \left( 1 - 1,3 \cdot \text{sen } 21,8^\circ + 0,08 \cdot \frac{3 \cdot 0,45}{0,6} \right) \cdot \left( 1,7 + 8,1 \cdot 0,625 \cdot \text{sen } 21,8^\circ \right) \frac{0,6}{12 \cdot 0,45} \right]$$

de donde se obtiene:

$$\lambda = 0,316$$

3° Determinación de la velocidad media:

$$v = \frac{q_w}{\sigma \cdot y_m} = \frac{q_w}{\left( 1 - 1,3 \cdot \text{sen } \alpha + 0,08 \frac{3 \cdot y_m}{d_s} \right) \cdot y_m} = 6,4 \text{ m/s.}$$

### 2.3.4 Ley de pérdida de carga

A partir de la formulación de Hartung-Scheuerlein es posible obtener una expresión que proporcione la pérdida de carga unitaria, más adecuada para el estudio del movimiento del agua sobre el talud que la fórmula de Manning. Despejando el valor de  $\lambda$  y el de  $v$  y sustituyendo ambos valores en una ley del tipo Darcy Weisbach se obtiene:

$$i = \frac{1}{\left\{ -3,2 \log \left[ \left( 1 - 1,3 \text{sen } \alpha + 0,08 \frac{3 y_m}{d_s} \right) \left( 1,7 + 8,1 \cdot \text{sen } \alpha \right) \frac{d_s}{12 y_m} \right] \right\}^2 \cdot 4 y_m} \cdot \frac{q_w^2}{\left( 1 - 1,3 \text{sen } \alpha + 0,08 \frac{3 y_m}{d_s} \right)^2 y_m^3 \cdot 4}$$

## 2.4 PERFIL DE LA LAMINA DE AGUA

Para obtener el perfil de la lámina de agua en su recorrido sobre la presa es preciso determinar las secciones de control hidráulico, a partir de las cuales puede comenzarse un proceso de cálculo paso a paso. En el movimiento sobre una presa de escollera, como señalan Powledge y Pravdivets<sup>15</sup>, el acercamiento del agua a la coronación se produce en régimen lento y el movimiento sobre el talud de la presa es rápido. Por tanto, en las inmediaciones de la coronación se producirá el calado crítico, constituyendo una sección de control a partir de la cual puede obtenerse el perfil de la lámina de agua paso a paso hacia arriba (régimen lento) y hacia abajo (régimen rápido).

La situación del calado crítico es difícil de precisar dependiendo, según señalan Powledge y Pravdivets, de la sección de coronación y de la carga sobre la cota de dicha coronación. Según Stephenson<sup>16</sup>, el calado crítico se produce algo aguas arriba del borde de la coronación donde el agua inicia el descenso, aproximadamente a una distancia de tres veces el calado crítico. También según Stephenson, sobre el referido borde de coronación el calado es de poco más del 70% del calado crítico ( $y_c$ ), concretamente de  $y_c/1,4$ .

Chugh<sup>17</sup> recomienda estimar el calado crítico como:

$$y_c = \frac{2}{3} H$$

siendo H la altura de carga sobre la cota de coronación, y considerar que se da en la mitad de agua abajo de la misma, pero no especifica más sobre su ubicación.

---

<sup>15</sup>Powledge y Pravdivets; 1992. (72)

<sup>16</sup>Stephenson; 1979. (86)

<sup>17</sup>Chugh; 1992. (14)

Por otra parte, como se vio en un apartado anterior, el efecto de la variabilidad del caudal circulante superficialmente, a causa del intercambio de agua entre el interior y el exterior de la presa, puede o no resultar significativo según la relación entre el caudal de sobrevertido y el caudal máximo de circulación interna. La formulación matemática para realizar el cálculo del perfil de la lámina de agua paso a paso puede realizarse del modo habitual, pero utilizando la ley de pérdida de carga deducida de la formulación de Hartung-Scheuerlein, o bien la de Manning si las alturas de lámina son suficientemente elevadas en relación al tamaño de la escollera.

### EL MEDIO DE FILTRACION

---

#### 3.1 INTRODUCCION

El movimiento del agua se produce a través de los huecos que dejan entre si los áridos o escolleras que constituyen el cuerpo de la presa. Consideraremos el movimiento permanente, si bien al final del capítulo se hará una reflexión sobre la influencia del factor tiempo. Además, se hablará siempre de movimiento bidimensional, si no se especifica algo diferente.

El medio, obviamente discontinuo, constituido por piedras y los huecos dejados entre las mismas a través de los cuales se produce la circulación del agua, será tratado como un medio continuo.

En primer lugar es preciso definir de la forma más precisa posible el medio real que será tratado como un medio continuo, y que denominaremos en los sucesivo *medio poroso*, aunque en la escollera relativamente gruesa resultaría más propio el término *medio ahuecado*. Según Bear<sup>1</sup> puede considerarse *medio poroso* al que cumple las siguientes condiciones:

---

<sup>1</sup>Bear; 1988. (7)



- 1ª Es una parte del espacio ocupada por materia heterogénea o multifase, siendo al menos una de las fases no sólida. La fase sólida se denomina *matriz sólida* y el espacio que no forma parte de la misma constituye el *espacio de huecos*.
- 2ª La matriz sólida debe estar distribuida en el medio poroso y presente en cada *volumen elemental representativo*, que se definirá más adelante. La *superficie específica* de la matriz sólida debe ser relativamente elevada y las aberturas que constituyen el *espacio de huecos* deben ser relativamente estrechas.
- 3ª Algunos de los poros que constituyen el *espacio de huecos* deben estar interconectados. Los poros interconectados que permiten la circulación del agua a través de ellos constituyen el *espacio efectivo de huecos*.

### 3.2 TRATAMIENTO DEL MEDIO POROSO COMO UN CONTINUO

No resulta posible estudiar el movimiento del agua a través de los canalículos que determinan las cavidades interconectadas existentes en el medio poroso, determinando velocidades y caudales a través de cada uno de ellos. Basta pensar en la imposibilidad de definir la geometría de dichos canalículos. Por ello es preciso tratar el medio poroso como un medio continuo.

Por otra parte, al considerar el agua como medio continuo, por ejemplo para estudiar su movimiento en un canal, estamos realizando un artificio similar, si bien a distinto nivel, pues tampoco el agua, como el resto de la materia, es un medio continuo. En efecto, consideremos un punto matemático del medio agua y un punto físico, cuyo centro de gravedad sea el anterior punto matemático, con un volumen  $\Delta(\text{vol})$  y una masa  $\Delta m$ . La densidad del medio en ese punto (P) será:

$$\rho (P) = \frac{\Delta m}{\Delta (\text{vol})}$$

Pero si el volumen  $\Delta(\text{vol})$  es suficientemente pequeño, de tamaño molecular, el valor de la densidad en el punto P oscilará bruscamente a medida que el volumen  $\Delta(\text{vol})$  se reduce de forma continua, según que dentro de  $\Delta(\text{vol})$  entren más o menos moléculas del reducido número de las mismas que caben en un volumen de tamaño molecular.

Por tanto existe un volumen  $\Delta(\text{vol})$ , que Bear denomina *volumen elemental representativo* (VER), tal que para volúmenes menores el valor medio de la densidad en el  $\Delta(\text{vol})$  no puede considerarse representativa del punto P. El VER es el mínimo tamaño de partícula física que puede considerarse para que sea válido considerar el medio agua como un medio continuo, considerando como características del medio en un punto matemático P los valores medios en la partícula que tiene como centro de gravedad el punto P.

Por otra parte, si la partícula es excesivamente grande tampoco será representativa del punto P. Consideremos la densidad de un fluido no homogéneo. Si  $\Delta(\text{vol})$  se incrementa el valor de  $\rho(P) = \Delta m / \Delta(\text{vol})$  también resultará variable en función de la variación espacial de la densidad. Por tanto, conviene que el tamaño de partícula sea lo más pequeño posible y que, por consiguiente, coincida con el VER.

De ese modo, se realiza el paso del nivel molecular, en el que el agua no es un medio continuo, al nivel que podemos denominar microscópico, pues el tamaño de partícula es todavía tan pequeño que no puede apreciarse a simple vista. El proceso consiste, como hemos visto, en considerar como valor de una propiedad del medio en un punto el valor medio de dicha propiedad en una partícula física cuyo tamaño está limitado por el VER. La partícula deberá contener suficiente número de moléculas como para que la adición o sustracción de algunas más no afecte de forma apreciable al valor medio de las propiedades en la partícula.

Del mismo modo puede pasarse del nivel microscópico al nivel que podemos denominar macroscópico, para considerar un medio poroso como un medio continuo.

El razonamiento podría realizarse con otra propiedad, por ejemplo la densidad como en el caso anterior, pero utilizaremos la porosidad como característica más representativa de un medio poroso.

La *porosidad* ( $n$ ), se define como la relación entre el volumen de huecos y el volumen total de medio poroso, huecos más sólidos. Si consideramos un punto matemático P, y la partícula o punto físico de volumen  $\Delta(\text{vol})$ , con un volumen de huecos  $\Delta(\text{Vol})_h$  el valor medio de la porosidad en la partícula será:

$$n(P) = \frac{\Delta(\text{Vol})_h}{\Delta(\text{Vol})}$$

El punto matemático P puede coincidir con un punto de hueco o de medio sólido. Si el volumen  $\Delta(\text{vol})$  es suficientemente pequeño, estará totalmente constituido por hueco o por materia sólida y la porosidad será la unidad o cero respectivamente. De forma semejante a lo visto anteriormente para el medio agua, la partícula de un medio poroso debe tener un número suficientemente elevado de huecos como para que la inclusión o exclusión de algunos de ellos en la partícula no afecte de forma apreciable al valor de la porosidad media en la misma. En este caso, el *volumen elemental representativo* es de mayor tamaño que el de una partícula del medio agua visto anteriormente.

De forma semejante a como se ha hecho con la porosidad, puede definirse la velocidad del agua en un medio poroso como la velocidad media en una partícula de medio poroso y el caudal específico o caudal por unidad de área, por su valor medio también en una partícula de medio poroso<sup>2</sup>.

Otra condición importante para poder tratar un medio discontinuo como un medio continuo es que el dominio o espacio ocupado por el medio debe contener un número suficientemente elevado de partículas. El cumplimiento de esta condición, que parece obvio en los casos más habituales, como en el estudio de la filtración a través de un núcleo de arcilla, puede no ser tan evidente en el caso de una presa de escasa altura y escollera muy gruesa. El límite de validez del tratamiento de una escollera como un medio continuo puede ser objeto de investigación en el futuro.

---

<sup>2</sup>El caudal específico tiene dimensiones de velocidad y coincide con lo que otras veces se denomina velocidad de Darcy o velocidad macroscópica.

### 3.3 PROPIEDADES DEL MEDIO POROSO

Consideraremos las propiedades del medio poroso más significativas a efectos del estudio del movimiento del agua a través del mismo.

La *porosidad* es, sin duda, la propiedad que ejerce una mayor influencia. En lo sucesivo al hablar de la porosidad se entenderá que nos referimos a lo que a veces se denomina *porosidad macroscópica* y que también podríamos llamar *porosidad del medio*, considerando sólo el volumen de huecos existente entre los elementos sólidos, excluyendo los poros de los propios elementos sólidos. La porosidad de la matriz sólida no contribuye en forma apreciable a la circulación del agua, que se produce a efectos prácticos exclusivamente a través de los huecos existentes entre los elementos sólidos y que constituyen el *volumen de huecos*.

La porosidad definida en el apartado anterior puede denominarse *porosidad volumétrica*, relación entre el volumen de huecos y el volumen total de huecos y matriz sólida, o volumen del medio. Si consideramos una sección del medio por un plano, puede definirse una *porosidad areal* como la relación entre área de huecos y área total del medio. De forma semejante puede definirse una *porosidad lineal*, considerando una línea sobre el plano anterior y obteniendo la relación entre longitud de huecos y longitud total del medio. Bear<sup>3</sup> demuestra que el valor de la *porosidad volumétrica*, de la *porosidad areal* y de la *porosidad lineal* de un medio poroso resulta coincidente.

Por otra parte, para estudiar el movimiento del agua en el medio poroso deberíamos considerar la *porosidad efectiva*, computando en el volumen de huecos únicamente aquellos a través de los cuales circula el agua, y considerando como parte de la matriz sólida los huecos no conectados o los huecos en los que se forman vórtices estables.

---

<sup>3</sup>Bear; 1988. (7)

En la práctica esto no es posible. No obstante, parece lógico que a medida que el tamaño de los huecos aumenta, el valor de la porosidad efectiva sea más próximo a la porosidad real. Puede pensarse que para escolleras limpias los valores sean muy semejantes.

El *índice de huecos* ( $e$ ), que se define como la relación entre el *volumen de huecos* y el *volumen de sólidos* en un determinado volumen del medio poroso, expresa también la cuantía de los huecos existente en el medio poroso, siéndole aplicable todo lo dicho anteriormente acerca de la porosidad.

$$n = \frac{(Vol)_h}{(Vol)_m}$$

$$e = \frac{(Vol)_h}{(Vol)_s}$$

siendo:

$(vol)_h$ : volumen de huecos.

$(vol)_s$ : volumen de sólidos.

$(vol)_m$ : volumen de medio poroso.

La relación entre la porosidad y el índice de huecos puede expresarse así:

$$e = \frac{n}{1 - n}$$

$$n = \frac{e}{1 + e}$$

La porosidad de un medio poroso depende básicamente de la forma y granulometría de las partículas sólidas, que son propiedades del material, y también del grado de

compacidad, que depende de la colocación, variando si ha sido simplemente vertido o se ha compactado o colocado a mano.

Las granulometrías uniformes conducen a valores más elevados de la porosidad que las continuas. La compacidad también tiene una influencia significativa. Basta citar la diferencia existente entre dos materiales formados ambos por elementos sólidos esféricos, pero uno de ellos con los centros de las esferas formando una malla cúbica y el otro con los centros formando una malla piramidal. Es fácil calcular que la primera tendrá una porosidad del 47,6% y la segunda del 25,96%, independientemente de cuál sea el radio de las esferas. Esta última observación sirve para destacar la influencia de la forma (si los elementos sólidos fueran cúbicos la porosidad podría llegar a ser nula) y también la escasa importancia del tamaño en términos absolutos. En efecto, si el tamaño de las partículas de un determinado material se reduce, cada parte reducida del nuevo material tendrá la misma porosidad, pues la relación entre huecos y total de medio poroso no habrá variado.

La *superficie específica* ( $S_e$ ) es otra propiedad que juega un papel fundamental en el movimiento del agua a través de un medio poroso. Se define como la relación entre el área total de la superficie que definen los huecos ( $A_s$ ) y el volumen total de medio poroso considerado ( $(Vol)_m$ ).

$$S_e = \frac{A_s}{(Vol)_m}$$

Si consideramos, como hicimos anteriormente, dos medios porosos siendo el material de uno de ellos igual que el del otro pero de tamaño reducido en cierta proporción, ya vimos que el valor de la porosidad era el mismo para ambos. En cambio, el material de menor tamaño tiene una superficie específica mucho mayor y esto tiene una influencia notable en la circulación del agua. Basta tener en cuenta la mayor superficie

en la que se produce rozamiento y por tanto pérdida de energía. Según Carman<sup>4</sup>, la *superficie específica* de la arena se encuentra en el rango de 150 a 220 cm<sup>-1</sup>. La superficie específica depende de la porosidad, y por tanto de la forma, graduación y grado de compactación, y también del tamaño de los elementos sólidos.

Cuando la granulometría del material no es uniforme, como sucede habitualmente, es frecuente definir el tamaño de los elementos sólidos por un tamaño representativo  $d_p$ , que se define generalmente como el tamaño del tamiz por el que pasa el p% del material, expresando el porcentaje en peso. El tamaño  $d_p$  tiene la intención de representar un tamaño tal que el p% de los elementos sólidos sean menores que el referido tamaño  $d_p$ .

Parkin, Trollope y Lawson<sup>5</sup> dan un gráfico basado en ensayos que proporciona una banda en la que se encuentra la superficie específica de una escollera en función del tamaño nominal de la piedra, que podemos definir como  $d_{50}$ .

---

<sup>4</sup>Bear; 1988. (7)

<sup>5</sup>Parkin, Trollope y Lawson; 1966. (68)



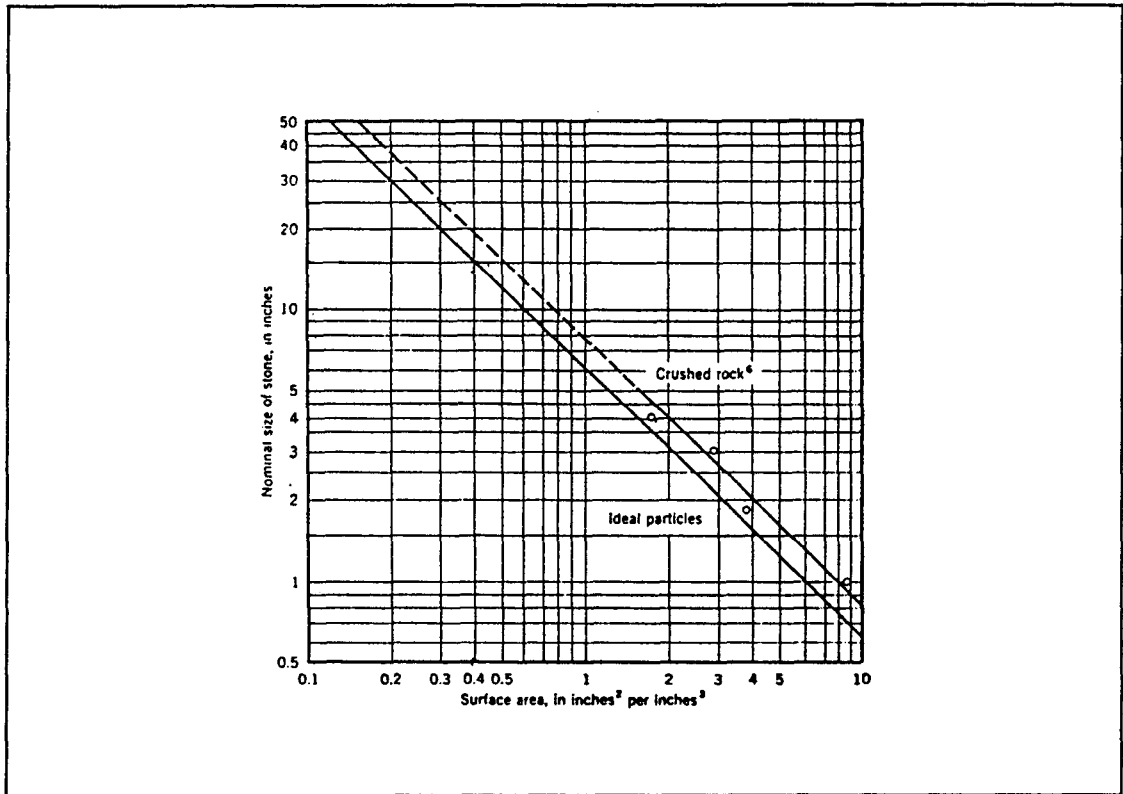


Fig. n° 3.1: Gráfico para la determinación de la superficie específica.  
 (Fuente: Parkin, Trollope y Lawson; 1966) (68)

### 3.4 CONCEPTOS DE VELOCIDAD EN UN MEDIO POROSO

El agua circula a través de los huecos existentes entre los elementos sólidos del medio poroso. En pura teoría, en cada punto del fluido podría considerarse un vector velocidad que define la magnitud y dirección de la velocidad de la partícula de agua que ocupa esa posición en un instante dado. Como ya se ha explicado anteriormente, resulta imposible en la práctica calcular es *velocidad real* ( $V_r$ ) del agua a su paso por los huecos, ya que la misma definición de la geometría de la superficie del *conducto* es inabordable.

La *velocidad real* de las partículas de agua corresponde a lo que denominamos anteriormente nivel microscópico. En el paso al nivel macroscópico, que permite considerar el medio poroso como un continuo, podemos definir la velocidad del agua en una partícula del referido medio poroso por la velocidad media del agua en dicha partícula, que es media de las velocidades reales a lo largo de los canalículos contenidos en la partícula de medio poroso, y que denominaremos simplemente *velocidad media* ( $V_{md}$ ) o bien *velocidad media en los huecos* ( $V_h$ ) en lo sucesivo.

Si consideramos una sección de un medio poroso, de área total ( $A_t$ ) y área de huecos ( $A_h$ ), puede calcularse el caudal ( $Q$ ) de agua que circula a través de dicha sección como

$$Q = V_{md} \cdot A_h = V_{md} \cdot n \cdot A_t$$

siendo  $V_{md}$  la componente del vector  $\vec{V}_{md}$  en la dirección normal al plano de la sección considerada.

El caudal que circula por unidad de área total del medio poroso, que suele denominarse *caudal específico* ( $q_e$ ) será:

$$q_e = \frac{Q}{A_t} = V_{md} \cdot \frac{A_h}{A_t} = V_{md} \cdot n$$

Como puede verse, el caudal específico tiene dimensiones de velocidad, pues la porosidad es adimensional, y puede concebirse como la velocidad ficticia que debería tener el agua si ocupara toda la sección del medio poroso, y no sólo los huecos, para permitir la circulación del caudal  $Q$  que realmente circula a través de los huecos. En efecto:

$$Q = q_e \cdot A_t$$

Por eso resulta habitual utilizar términos de velocidad para referirse al caudal específico. Algunos autores lo denominan *velocidad de Darcy* ( $V_d$ ) ya que Darcy utilizó este concepto en su conocida ley de resistencia. Otros autores utilizan la denominación de *velocidad macroscópica* ( $V_m$ ) o *velocidad de filtración* para referirse al caudal específico. Un término adecuado sería *velocidad ficticia* ( $V_f$ ) del agua a través del medio poroso.

Aquí se emplearán indistintamente los términos *caudal específico* ( $q_e$ ), *velocidad de Darcy* ( $V_d$ ), *velocidad macroscópica* ( $V_m$ ), *velocidad de filtración* y *velocidad ficticia* ( $V_f$ ) para distinguir este concepto de las anteriormente definidas *velocidad media en los huecos* ( $V_h$ ) y *velocidad real* ( $V_r$ ).

### FORMULA DE RESISTENCIA

---

#### 4.1 CONSIDERACIONES GENERALES

Darcy y Ritler fueron los primeros en realizar ensayos de percolación en medios porosos, cuyos resultados publicaron en 1.856<sup>1</sup>. En dichos ensayos utilizaron varias arenas de diferentes granulometrías sometidas a diversas cargas de agua y con distintas longitudes de la columna de arena que atravesaba el agua. Como resultado de todos los ensayos realizados observaron que el caudal filtrado era aproximadamente proporcional al gradiente hidráulico, relación entre la diferencia de carga a la entrada y a la salida de la columna de arena, y la longitud de dicha columna. La columna de arena era vertical y de sección constante. De este modo se obtuvo la conocida *Ley de Darcy*, que tiene en su origen un carácter empírico, si bien posteriormente diversos investigadores han deducido la misma ley sobre bases racionales.

$$V_d = K \cdot i \quad (4.1)$$

---

<sup>1</sup>Leliavsky; 1965. (52)

siendo:

$V_d$  : velocidad de Darcy (m/s)

K : coeficiente de permeabilidad (m/s)

i : gradiente hidráulico (adimensional)

Como ya se ha comentado anteriormente  $V_d$  tiene el significado de un caudal específico o caudal por unidad de área total del medio poroso, incluyendo sólidos y huecos.

El valor de K depende de las características del materia granular y de las características del líquido filtrado. Definidas estas características, su valor es constante, estableciendo una relación lineal entre el caudal específico ( $q_e = V_d$ ) y el gradiente hidráulico.

El gradiente hidráulico (i) representa la pérdida unitaria de energía del agua en el medio poroso que, tal y como se ha definido anteriormente, tiene un valor distinto que la pérdida unitaria de energía a través de los canalículos que definen los huecos del medio, ya que el recorrido sinuoso de una partícula de agua tiene una longitud mayor que la altura de la columna de arena<sup>2</sup>.

La *Ley de Darcy* permite estimar el caudal filtrado a través de un medio poroso cuando se dispone de una cierta cantidad de energía o carga hidráulica y define el ritmo al que aumenta la pérdida unitaria de energía a través de dicho medio. Es frecuente denominar a este tipo de fórmulas como *fórmulas de resistencia*, puesto que permiten evaluar la mayor o menor resistencia del medio poroso al paso del agua.

Existe evidencia experimental de que cuando el tamaño de los granos o elementos que constituyen la matriz sólida alcanza un determinado tamaño la Ley de Darcy deja de

---

<sup>2</sup>Leliavsky; 1965. (52)

resultar válida, existiendo una relación no lineal entre el caudal específico y el gradiente hidráulico. Los investigadores han dado diversas explicaciones a este fenómeno, que se expondrán más adelante. Cuando se hable de movimiento no lineal, se entenderá en el sentido expresado anteriormente.

Las gravas, zahorras y escolleras utilizadas en los espaldones de las presas de materiales sueltos que de forma genérica se denominan presas de escollera tienen generalmente un tamaño suficiente como para que la ley de Darcy no sea aplicable. Por eso, para estudiar el movimiento del agua a través del cuerpo de la presa es preciso cubrir dos objetivos:

- 1° Delimitar el campo de validez de la ley de Darcy.
- 2° Definir una "fórmula de resistencia" no lineal que sea válida fuera del campo de aplicación de la ley de Darcy.

El campo de validez de la ley de Darcy se ha acotado generalmente utilizando un valor crítico del número de Reynolds ( $R_o$ ). Los investigadores han obtenido diversas fórmulas de resistencia no lineales. Las leyes más frecuentemente utilizadas se ajustan a los tipos de fórmulas exponencial,  $i = c \cdot V_d^m$ , o cuadrática,  $i = a \cdot V_d + b V_d^2$ , siendo  $c$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $b$ , constantes a definir en cada caso.

## 4.2 CAMPO DE APLICACION DE LA LEY DE DARCY Y EXPLICACION DEL CARACTER NO LINEAL DEL MOVIMIENTO.

### 4.2.1 Preámbulo. Movimiento en tuberías

En general, las investigaciones realizadas acerca del movimiento del agua en medios porosos se asientan sobre conceptos y procedimientos similares a los desarrollados al estudiar el movimiento en tuberías o canales. La fórmula de pérdida de energía de Darcy-Weisbach, desarrollada para tuberías y adaptada posteriormente para canales, tienen la siguiente expresión:

$$i = \frac{f_d}{4r_h} \frac{V^2}{2g} \quad (4.2)$$

siendo:

- i: pérdida de carga por unidad de longitud de tubería.
- f: coeficiente de rozamiento de Darcy-Weisbach.
- $r_h$ : radio hidráulico
- V: velocidad media en la sección
- g: aceleración de la gravedad

El radio hidráulico de una conducción de sección circular es  $D/4$ , siendo D el diámetro de la tubería. Por tanto, la fórmula de Darcy-Weisbach queda:

$$i = \frac{f_d}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4.3)$$

El coeficiente de rozamiento de Darcy-Weisbach es función del número Reynolds y de la rugosidad relativa del conducto. El número de Reynolds es un número adimensional que caracteriza la importancia relativa de las fuerzas viscosas e inerciales en el movimiento y que tiene una expresión general:

$$R_e = \frac{V \cdot l}{\nu} \quad (4.4)$$

siendo:

- V: velocidad
- l: longitud característica
- $\nu$ : viscosidad cinemática del fluido

En el estudio del movimiento del agua en tuberías V es la velocidad media en la sección y se toma como longitud característica el diámetro de la tubería (D).

Números de Reynolds bajos indican un predominio de las fuerzas viscosas y el movimiento es laminar. Cuando predominan las fuerzas inerciales en un conducto rectilíneo, el movimiento es turbulento y el número de Reynolds tiene un valor elevado.

El parámetro *rugosidad relativa* se define como la relación entre la magnitud absoluta de la rugosidad superficial de la tubería y el diámetro de la misma, y permite considerar el efecto de la referida rugosidad superficial en el movimiento del agua en la tubería.

Si conocemos el número de Reynolds del movimiento y la rugosidad relativa de la tubería, podemos obtener el coeficiente de rozamiento f mediante el conocido ábaco de Moody o bien mediante fórmulas como la de Colebrook. En cualquier caso, puede observarse que:

- \* Cuando el movimiento es laminar, lo que sucede para  $R_e < 2.000$  aproximadamente, el coeficiente de rozamiento f sólo depende de  $R_e$ :

$$f = \frac{cte}{R_e} \text{ siendo } cte = 64 \quad (4.5)$$



- \* Cuando el movimiento es turbulento totalmente desarrollado ,  $f$  sólo depende de la rugosidad relativa, siendo independiente de  $R_e$ . Para un material y diámetro de tubería definido es:

$$f = cte \quad (4.6)$$

- \* Para valores intermedios del  $R_e$ , el movimiento se denomina de transición y el valor de  $f$  depende tanto del número de Reynolds como de la rugosidad relativa.

Para establecer la dependencia entre el gradiente de energía y la velocidad, basta sustituir la expresión de  $f$  de (4.5) (movimiento laminar) o (4.6) (movimiento turbulento) en la ecuación de Darcy-Weisbach. (4.3)

- \* Si el movimiento es laminar:

$$i = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{cte}{VD/\nu \cdot D} \frac{V^2}{2g} = \frac{cte \cdot \nu}{2gD^2} V \quad (4.7)$$

por tanto el gradiente de energía es proporcional a la velocidad.

- \* Si el movimiento es turbulento totalmente desarrollado:

$$i = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{cte}{2gD} V^2 \quad (4.8)$$

por tanto, el gradiente es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Cuando el movimiento es de transición  $f$  no puede expresarse de forma explícita en función de  $R_e$  y de la rugosidad relativa, pero constituye una situación físicamente intermedia entre los dos casos anteriores.

En el movimiento en tuberías rectilíneas, el paso del régimen laminar al turbulento a medida que aumenta el número de Reynolds se produce de una forma brusca en el momento en que se inicia la turbulencia, existiendo un rango de números de Reynolds, entre 2.000 y 3.500 aproximadamente, en el que se produce un salto en el valor de  $f$  para alcanzar la denominada zona de transición, donde la variación vuelve a ser suave hasta alcanzarse el movimiento turbulento hidráulicamente rugoso.

Por último, señalaremos la posibilidad de estudiar el movimiento partiendo de la fórmula de pérdida de carga de Fanning, en vez de la de Darcy-Weisbach, que es:

$$i = \frac{f_f}{r_h} \frac{V^2}{2g} \quad (4.9)$$

donde  $f_f$  es el coeficiente de rozamiento de Fanning. Si comparamos esta fórmula con la de Darcy-Weisbach, observamos la total analogía, existiendo la siguiente relación entre ambos coeficientes de rozamiento:

$$f_d = 4 \cdot f_f \quad (4.10)$$

#### 4.2.2 Estudio del movimiento en medios porosos por analogía con el movimiento en conducciones

Un planteamiento análogo al realizado para el estudio del movimiento en conducciones puede servir para estudiar el movimiento en medios porosos. Para ello, hemos de definir el número de Reynolds para medios porosos, eligiendo una velocidad y una longitud características del medio.

## NUMERO DE REYNOLDS EN UN MEDIO POROSO

Por lo que se refiere a la velocidad, algunos investigadores eligen la *velocidad media en los huecos* ( $V_h$ ), mientras que otros prefieren la *velocidad de filtración* o *velocidad macroscópica* ( $V_d$ ). Puesto que ambos conceptos están relacionados por la ecuación:

$$V_d = n \cdot V_h \quad (4.11)$$

los números de Reynolds definidos utilizando uno u otro concepto estarán también relacionados:

$$R_e(V = V_d) = \frac{V_d \cdot l}{\nu} = \frac{n \cdot V_h \cdot l}{\nu} = n \cdot R_e(V = V_h) \quad (4.12)$$

Por otra parte, es preciso definir una longitud característica del medio a efectos de la evaluación de la importancia relativa de las fuerzas viscosas e inerciales.

Por semejanza con el movimiento en tuberías, en el que la longitud característica es el diámetro de la tubería, puede pensarse en utilizar alguna dimensión característica de los huecos, puesto que estos forman la red de canálculos a través de los cuales se produce el movimiento del agua. Pero resulta más sencillo medir dimensiones de granos que medir dimensiones de huecos y, teniendo en cuenta que el tamaño de los huecos queda determinado esencialmente por las dimensiones de los granos, son muchos los investigadores que utilizan como longitud característica un tamaño característico de grano. Si todos los granos fueran de gran igual tamaño, podría considerarse el *diámetro equivalente*, definido como el diámetro de una esfera de igual volumen que el grano. Puesto que esto no sucede en la práctica, suele definirse el tamaño igualmente en base a la curva granulométrica del material que constituye la matriz sólida del medio poroso. A este respecto debemos tener en cuenta que los huecos dejados por la fracción más gruesa del material son rellenados por los granos

de menor tamaño, de modo que es la fracción fina la que determina el tamaño de los canalículos por los que circula el agua. Por eso bastantes investigadores consideran como longitud característica el tamaño  $d_{10}$  que se define como el tamaño de la malla que permite el paso del 10%, en peso, del material granular. En general, puede decirse que la fracción fina gobierna el comportamiento hidráulico del medio. Se ha encontrado que existe una correlación entre  $d_{10}$  y la permeabilidad del medio poroso.

No obstante, algunos investigadores consideran que el parámetro  $d_{10}$ , o en general  $d_p$ , representa de forma insuficiente el medio poroso y prefieren una definición de la longitud característica relacionada con la permeabilidad intrínseca del medio. Esto puede explicarse si acudimos al concepto de radio hidráulico de un medio poroso.

En efecto, parece lógico que la longitud característica pueda definirse como un radio hidráulico. Resulta habitual el manejo del concepto de radio hidráulico de la sección de una tubería o de un canal, relación entre el área de la sección y el perímetro mojado. Ampliando el concepto al caso tridimensional puede concebirse como la relación entre el volumen de agua y el área de la superficie mojada. De este modo, Martins<sup>3</sup> llega a una expresión del radio hidráulico en un medio poroso.

$$r_h = \frac{\text{volumen de huecos}}{\text{superficie de huecos}} = \frac{\frac{\text{volumen de huecos}}{\text{volumen de sólidos}}}{\frac{\text{superficie de huecos}}{\text{volumen de sólidos}}} = \frac{e}{S'_e} \quad (4.13)$$

siendo:

e: índice de huecos

$S'_e$ : superficie específica referida al volumen de sólidos

---

<sup>3</sup>Martins; 1991. (59)

Puesto que  $S_e'$  varía con la forma de los granos y aumenta a medida que disminuye el tamaño de los mismos, Martins considera que:

$$S_e' = \frac{c'}{d} \quad (4.14)$$

siendo  $c'$  un coeficiente de forma de los granos y  $d$  un tamaño característico de los mismos, a efectos de la superficie específica.

Sustituyendo la ecuación (4.14) en (4.13) se obtiene:

$$r_h = \frac{e \cdot d}{c'} \quad (4.15)$$

Por otra parte, según Fair y Hatch<sup>4</sup>, la permeabilidad intrínseca de un material puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$K = \frac{n^3 d^2}{5 (1 - n)^2 \theta^2} \quad (4.16)$$

siendo:

$d$ : tamaño representativo de grano

$\theta$ : coeficiente de forma de los granos

5: coeficiente obtenido experimentalmente

La ley de Darcy puede expresarse en función de la permeabilidad intrínseca del material

$$V_d = K \cdot i = \frac{k g}{v} i \quad (4.17)$$

---

<sup>4</sup>Martins; 1991. (59)

siendo:

K: coeficiente de permeabilidad

k: permeabilidad intrínseca

Sustituyendo (4.16) en (4.17) y teniendo en cuenta que  $V_d = n \cdot V_h$ , tenemos:

$$n V_h = \frac{g}{v} \frac{n^3 d^2}{5 (1 - n)^2 \theta^2} i$$

y teniendo en cuenta la relación existente entre la porosidad (n) y el índice de huecos (e)

$$e = \frac{n}{1 - n}$$

se obtiene:

$$V_h = \frac{1}{5} \left( \frac{e d}{\theta} \right)^2 \frac{g}{v} i \quad (4.18)$$

Como vimos, en el movimiento de tuberías la pérdida de carga puede obtenerse mediante la fórmula de Darcy-Weisbach:

$$i = \frac{f}{4 r_h} \frac{V^2}{2g}$$

Y para movimiento laminar es:

$$f = \frac{cte}{R_e} \text{ con } R_e = \frac{V \cdot D}{v} = \frac{V \cdot (4 \cdot r_h)}{v}$$

Por tanto:

$$i = \frac{cte \cdot v}{16 \cdot V \cdot r_h^2} \frac{V^2}{2g}$$

de donde se obtiene:

$$V = \frac{32}{cte} r_h^2 \frac{g}{v} i \quad (4.19)$$

Si comparamos las ecuaciones (4.18) para movimiento en el medio poroso con (4.19) para movimiento en tuberías, resulta claro el papel de  $ed/\theta$  como radio hidráulico.

Por otra parte, podemos poner la expresión (4.16) de la permeabilidad intrínseca en función del índice de huecos:

$$k = \frac{n}{5} \frac{n^2}{(1-n)^2} \frac{d^2}{\theta} = \frac{n}{5} e^2 \frac{d^2}{\theta} = \frac{n}{5} \left(\frac{ed}{\theta}\right)^2 \quad (4.20)$$

De aquí resulta evidente la relación de la permeabilidad intrínseca con el radio hidráulico de un medio poroso.

$$k = \frac{n}{5} r_h^2$$

o bien:

$$r_h = 2,24 \sqrt{\frac{k}{n}} \quad (4.21)$$

Esto explica que algunos investigadores utilicen como longitud característica del medio poroso en el número de Reynolds parámetros del tipo  $\sqrt{k}$  (Ward, 1964)<sup>5</sup> o

$$\sqrt{k/n} \quad (\text{Collins, 1.961})^6.$$

En definitiva, la diferencia existente entre las definiciones de los números de Reynolds utilizados por los diversos investigadores se origina por la consideración de un diferente concepto de velocidad y de un diferente concepto de longitud característica.

Según se considere la *velocidad media en los huecos* ( $V_h$ ) o la *velocidad de filtración* ( $V_d$ ) y dependiendo de que la longitud característica sea del tipo  $l = d_p$  o del tipo

$l = \sqrt{k}$  ó  $l = \sqrt{k/n}$ , el número de Reynolds puede adoptar diversas formas.

Algunas de ellas son:

$$R_e = \frac{V_d \cdot d_p}{v} = \frac{n \cdot V_h \cdot d_p}{v} \quad (4.22)$$

$$R_e = \frac{V_d \cdot \sqrt{k}}{v} = \frac{n \cdot V_h \cdot \sqrt{k}}{v} \quad (4.23)$$

$$R_e = \frac{V_h \cdot d_p}{v} = \frac{V_d \cdot d_p}{n v} \quad (4.24)$$

$$R_e = \frac{V_h \cdot \sqrt{k}}{v} = \frac{V_d \cdot \sqrt{k}}{n v} \quad (4.25)$$

---

<sup>5</sup>Ward; 1964. (95)

<sup>6</sup>Bear; 1988. (7)



La mayoría de los investigadores delimitan el campo de validez de la ley de Darcy y las regiones en las que se produce el movimiento laminar o turbulento en un medio poroso en función de un número de Reynolds del tipo anterior o similar. No obstante, veremos algún caso<sup>7</sup> en el que el parámetro utilizado es distinto.

#### COEFICIENTE DE RESISTENCIA DE UN MEDIO POROSO

Diversos investigadores han deducido sobre bases racionales que la forma de la ecuación que relaciona el gradiente de energía con la velocidad de filtración en un medio poroso es del tipo:

$$i = a V_d + b \cdot V_d^2 \quad (4.26)$$

La ley de tipo exponencial  $i = c \cdot V_d^m$  tiene carácter empírico y supone una aproximación a la ley cuadrática teórica.

Por semejanza con el movimiento en tuberías, la ecuación (4.26) puede ponerse en la forma de la fórmula de pérdida de carga de Darcy-Weisbach (4.2) o (4.3), planteándose nuevamente la necesidad de utilizar una definición de velocidad en el medio poroso y de radio hidráulico del medio poroso. Resultan aplicables todas las consideraciones realizadas con anterioridad. En cualquier caso, el coeficiente de resistencia  $f$  dependerá del número de Reynolds del medio poroso y de algún otro parámetro que juegue un papel semejante al desempeñado por la rugosidad relativa en tuberías.

La expresión de  $f$ , coeficiente de resistencia del medio poroso, resulta variable de unos investigadores a otros en función de:

- 1º Concepto de velocidad del medio poroso utilizado.

---

<sup>7</sup>Martins; 1991. (59)

- 2° Longitud característica utilizada para definir el número de Reynolds del medio poroso.
- 3° Tipo de fórmula de pérdida de energía utilizada, de Darcy-Weisbach, de Fanning o semejante.

En cualquier caso, la condición de linealidad en la relación entre gradiente hidráulico y la velocidad de filtración viene dada por una relación entre  $f$  y  $R_e$  del tipo:

$$f = \frac{cte}{R_e}$$

tal y como se vio en el movimiento en tubería. Si representamos en escala logarítmica  $R_e$  en abscisas y  $f$  en ordenadas, con es habitual, los puntos que cumplen la relación anterior determinan una línea recta.

Partiendo de este enfoque común, se examinan a continuación los trabajos de algunos de los investigadores que han intentado establecer el campo de validez de la ley de Darcy y explicar la naturaleza del movimiento del agua en un medio poroso así como, en algunos casos, determinar la ley de pérdida de energía para valores elevados del número de Reynolds.

#### 4.2.3 Investigaciones de Stephenson

Stephenson<sup>8</sup> determina la forma de la ecuación de la pérdida de energía por analogía con el movimiento en tuberías, y determina experimentalmente la dependencia entre el coeficiente de resistencia ( $f$ ) y el número de Reynolds ( $R_e$ ).

Utiliza los siguiente parámetros del medio poroso:

---

<sup>8</sup>Stephenson; 1979. (86)

\* Velocidad: *velocidad media en los huecos*. ( $V_h$ )

\* Longitud característica: *tamaño representativo del grano*. ( $d$ )

En consecuencia, el número de Reynolds del medio poroso es:

$$R_e = \frac{V_h \cdot d}{\nu} = \frac{V_d \cdot d}{n \nu} \quad (4.27)$$

Una ley de pérdida de carga del tipo Darcy-Weisbach sería:

$$i = \frac{f_d}{d} \frac{V_h^2}{2g} = \frac{f_d \cdot V_d^2}{2g d n^2} \quad (4.28)$$

Por tanto, la expresión del coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach sería:

$$f_d = \frac{2g d n^2 i}{V_d^2} \quad (4.29)$$

Pero Stephenson considera

$$f_s = \frac{g d n^2 i}{V_d^2} \quad (4.30)$$

En consecuencia, el coeficiente de resistencia considerado por Stephenson es:

$$f_s = 2 f_d \quad (4.31)$$

En cada ensayo realizado son conocidas las características del materia ( $d, n$ ), el gradiente de energía impuesto ( $i$ ) y el caudal específico, por unidad del área total, filtrado o velocidad de filtración ( $V_d$ ). Por tanto, cada ensayo permite representar un punto en el plano.

$$(R_e = \frac{V_d \cdot d}{n \nu} ; f_s = \frac{g d n^2 i}{V_d^2})$$

En la Fig. nº 4.1 puede verse la nube de puntos correspondientes a los ensayos realizados por varios investigadores y por él mismo, que definen la relación existente entre  $f_s$  y  $R_e$ .

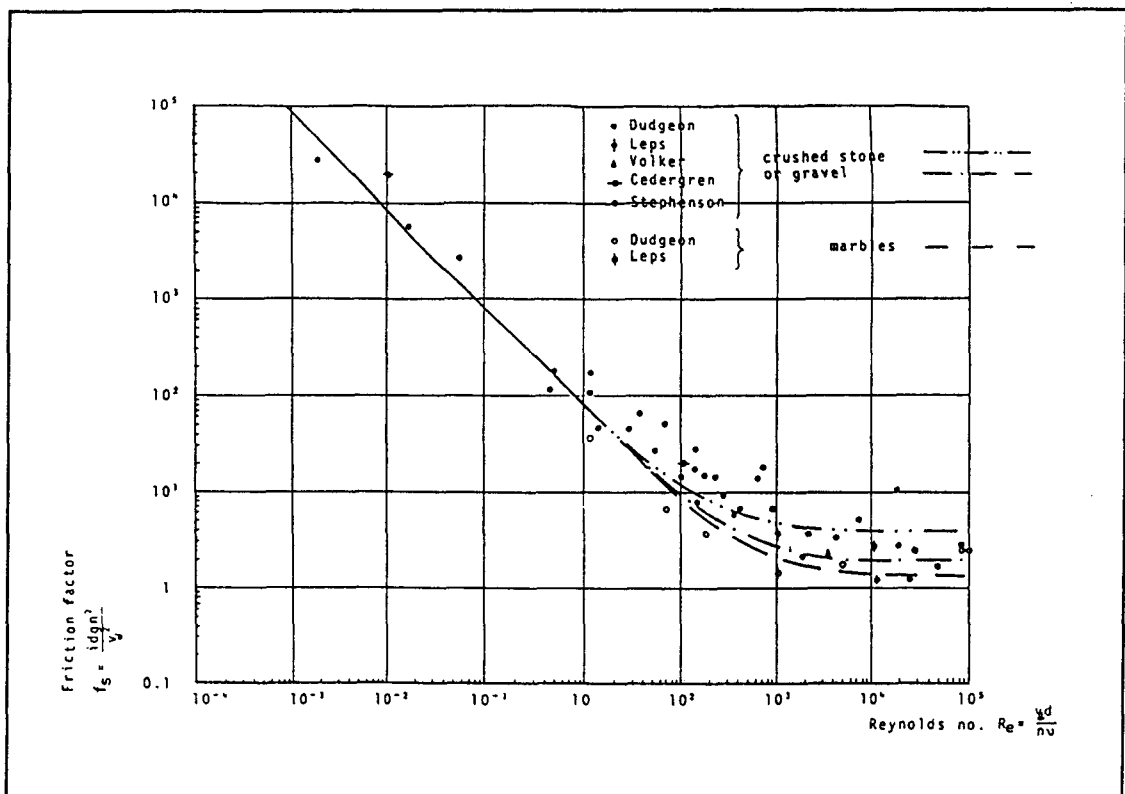


Fig. nº 4.1: Relación entre el coeficiente de resistencia ( $f_s$ ) y el número de Reynolds ( $R_e$ ).

(Fuente: Stephenson; 1979) (86)

De acuerdo con los resultados experimentales pueden definirse tres regiones:

- \* Para valores de  $R_e$  bajos ( $R_e < 10$  aproximadamente) la curva de mejor ajuste es:

$$f_s = \frac{800}{R_e} \quad (4.32)$$

El movimiento es laminar y se cumple la ley de Darcy.

- \* Para valores de  $R_e$  elevados ( $R_e > 10^4$  aproximadamente), el coeficiente de resistencia permanece constante para cada material

$$f_s = f_t \quad (4.33)$$

siendo  $f_t$  el coeficiente de resistencia para movimiento turbulento totalmente desarrollado, que engloba la influencia de la forma y rugosidad de los granos y que tiene los siguientes valores:

$f_t = 1$  para mármoles lisos.

$f_t = 2$  para piedras semirredondeadas.

$f_t = 4$  para piedras angulares.

- \* Para valores de  $R_e$  intermedios se produce una transición suave del movimiento laminar al movimiento turbulento totalmente desarrollado, pudiendo obtenerse  $f_s$  mediante:

$$f_s = \frac{800}{R_e} + f_t \quad (4.34)$$

La semejanza con el movimiento en tuberías es evidente. No obstante, en las conducciones rectilíneas el paso de movimiento laminar a movimiento turbulento al

aumentar  $R_e$  se produce de forma brusca, mientras que en medios porosos dicha transición es suave, lo que supone una diferencia cualitativa importante cuya justificación es objeto de controversia, como veremos más adelante.

Sustituyendo las expresiones (4.32), (4.33) y (4.34) en (4.28) se obtienen las fórmulas de resistencia para el movimiento laminar, turbulento y de transición.

\* Movimiento laminar:

$$i = \frac{200 \nu}{g d^2 n} V_d \quad (4.35)$$

que es la ley de Darcy, siendo el coeficiente de permeabilidad de Darcy:

$$K = \frac{g d^2 n}{200 \nu} \quad (4.36)$$

\* Movimiento turbulento:

$$i = \frac{f_t}{4 g d n^2} V_d^2 \quad (4.37)$$

\* Movimiento de transición:

$$i = \frac{200 \nu}{g d^2 n} V_d + \frac{f_t}{4 g d n^2} V_d^2 \quad (4.38)$$

que es una ley de tipo cuadrático.

Según Stephenson, otros investigadores han realizado los ensayos para valores de  $R_e$  demasiado bajos, menores que  $10^4$  según la expresión (4.27), y por ello no han alcanzado el movimiento turbulento completamente desarrollado en el que se da una

proporcionalidad entre el gradiente de energía y el cuadrado de la velocidad. Indica que esta situación es normal en presas de escollera sometidas al paso del agua, alcanzándose valores de  $R_e$  de hasta  $10^6$  y  $10^7$ .

#### 4.2.4 Investigaciones de Solvik

Solvik<sup>9</sup> considera un número de Reynolds:

$$R_e = \frac{V_d \cdot d_t}{\nu} \quad (4.39)$$

siendo  $d_t = 1,7 \cdot d_{10}$  el tamaño característico para movimiento turbulento. Define  $d_l = d_{10}$  como el tamaño característico para movimiento laminar.

La ecuación de pérdida de carga es:

$$i = \frac{1}{K_l} V_d + \frac{1}{K_t} V_d^2 \quad (4.40)$$

con:

$$K_e = \frac{1}{\alpha_o} \frac{n^2}{(1-n)^3} \frac{g d_l^2}{\nu} \quad (4.41)$$

$$K_t = \frac{1}{\beta_o} \frac{n^3}{1-n} g d_t \quad (4.42)$$

siendo:

---

<sup>9</sup>Solvik; 1991. (42)

$K_l$ : coeficiente de permeabilidad para movimiento laminar

$K_t$ : coeficiente de permeabilidad para movimiento turbulento

$\alpha_0$ : coeficiente de forma del grano para movimiento laminar

$\beta_0$ : coeficiente de forma del grano para movimiento turbulento

La importancia relativa del primer y segundo término en la ecuación (4.40) depende del valor de  $R_e$ . Para valores bajos el movimiento es laminar y puede considerarse

$$i = \frac{1}{K_l} V_d \quad (4.43)$$

Por tanto  $K_l$  coincide con el concepto de coeficiente de permeabilidad de Darcy.

Para valores elevados de  $R_e$ , el primer término resulta despreciable, pudiendo considerarse:

$$i = \frac{1}{K_t} \cdot V_d^2 \quad (4.44)$$

La fórmula de pérdida de energía (4.40) puede ponerse como una fórmula de Darcy-Weisbach

$$i = \frac{f_d}{d_t} \frac{V_d^2}{2g} \quad (4.45)$$

con:

$$f_d = \frac{2 \alpha_0 (1 - n)^3}{R_e \left(\frac{d_l}{d_t}\right)^2 n^2} + 2 \beta_0 \frac{1 - n}{n^3} \quad (4.46)$$



En la Fig. n° 4.2 pueden verse los valores de  $f_d$  correspondientes a diversos valores de  $Re$  según los ensayos realizados con dos materiales distintos. ( $f_d$  puede calcularse mediante la ecuación (4.45) en función de los datos de ensayo  $i$ ,  $d_t$  y  $V_d$ ).

Según esto, los valores de los coeficientes de forma  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ , distintos para cada material, son para roca machacada:

$$\alpha_0 = 1.600 \quad ; \quad \beta_0 = 3,6$$

Para el otro material, los valores obtenidos son  $\alpha_0 = 1.140$  y  $\beta_0 = 3,1$ , si bien los ensayos con este material se realizaron para números de Reynolds que apenas sobrepasaban el valor de 100.

Como vemos, no existen valores críticos de  $Re$  que definan de una forma precisa las fronteras entre el movimiento de transición y el movimiento laminar o el movimiento turbulento. Lo que puede decirse es que:

1° Para  $Re > 600$ , el error cometido al admitir que el movimiento es turbulento, y que por tanto es  $i = 1/K_t \cdot V_d^2$ , es menor del 10% y menor cuanto mayor sea el valor de  $Re$ .

2° Para valores de  $Re > 2000$ ,  $f_d$  permanece casi constante, e igual al valor asintótico.

$$f_d = 2 \beta_0 \frac{1 - n}{n^3} \quad (4.47)$$

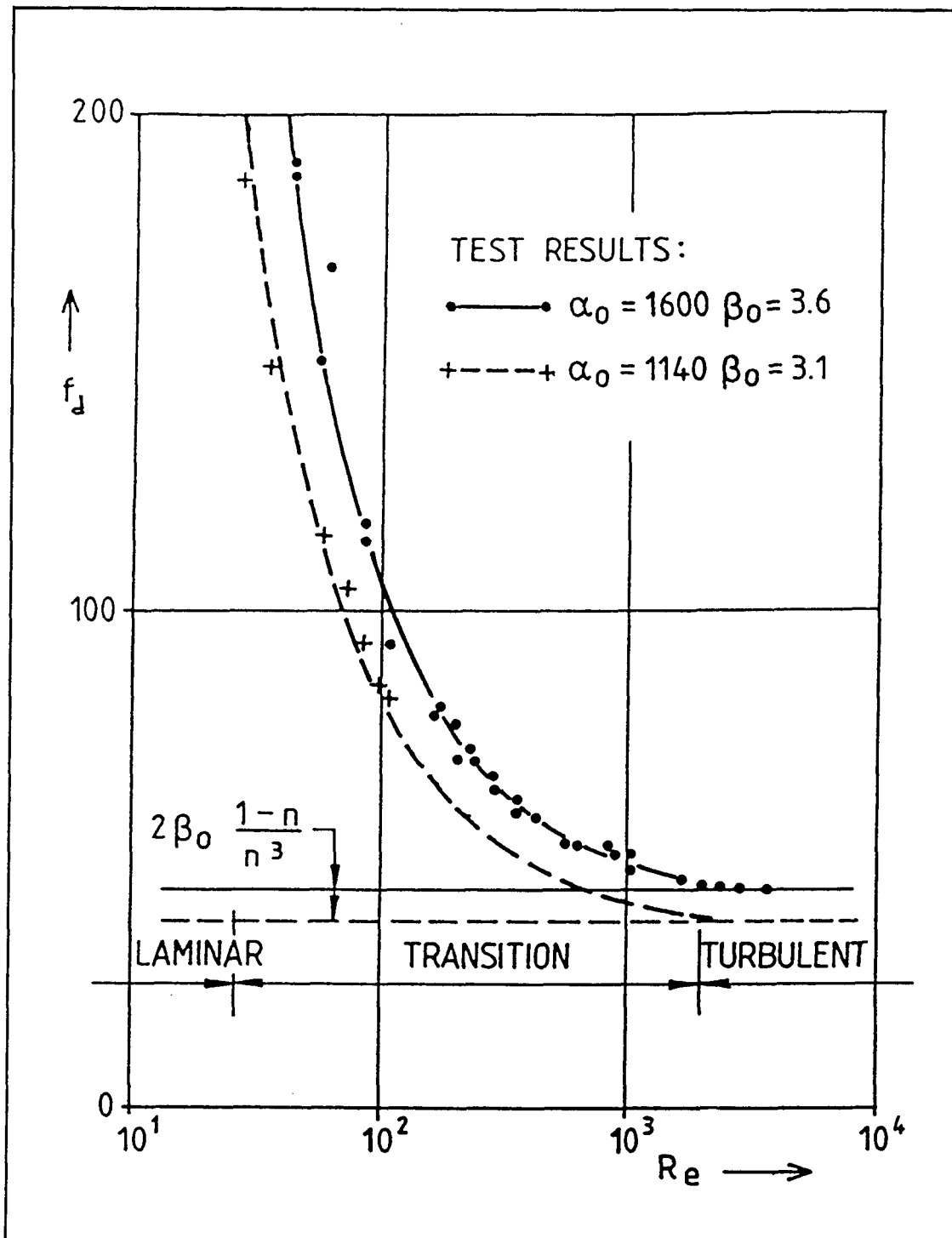


Fig. nº 4.2: Relación entre el coeficiente de resistencia ( $f_d$ ) y el número de Reynolds ( $Re$ ).

(Fuente: Solvik; 1991) (82)

#### 4.2.5 Investigaciones de Ward

Ward<sup>10</sup> obtiene por análisis dimensional una fórmula que proporciona el gradiente de presión, en vez de el gradiente de energía. La ecuación es:

$$\frac{dp}{dl} = \frac{\mu}{k} V_d + 0,550 \frac{\rho}{\sqrt{k}} V_d^2 \quad (4.48)$$

La constante 0,550 se obtuvo experimentalmente.

La relación entre el término cuadrático y el lineal expresa la importancia relativa de ambos términos y es:

$$\frac{0,550 \rho / \sqrt{k} V_d^2}{\mu / k \cdot V_d} = 0,550 \frac{V_d \cdot \sqrt{k}}{\nu} \quad (4.49)$$

Como vemos, esta relación tiene la forma de un número de Reynolds, con la longitud característica igual a  $\sqrt{k}$ , multiplicado por una constante.

Esto confirma que el número de Reynolds

$$R_e = \frac{V_d \cdot \sqrt{k}}{\nu} \quad (4.50)$$

es un buen índice para evaluar la naturaleza del movimiento, laminar cuando el segundo término sea despreciable frente al primero y turbulento cuando suceda lo contrario

La ecuación (4.48) puede ponerse de la forma de una ecuación de Fanning:

---

<sup>10</sup>Ward; 1964. (95)

$$\frac{dp}{dl} = \frac{f_f}{\sqrt{k}} \rho V_d^2 \quad (4.51)$$

con:

$$f_f = \frac{1}{R_e} + 0,550 \quad (4.52)$$

Para situar en el plano  $(R_e, f_f)$  los puntos que representan los resultados obtenidos en una serie de ensayos, el coeficiente de resistencia se obtiene de (4.51), calculando previamente la permeabilidad intrínseca a partir de (4.48)

$$k = \left[ \frac{0,550 \rho V_d^2 + \sqrt{0,550^2 \rho^2 V_d^4 + 4 \mu V_d \frac{dp}{dl}}}{2 \frac{dp}{dl}} \right]^2 \quad (4.53)$$

En la *Fig. n° 4.3* puede verse esta representación.

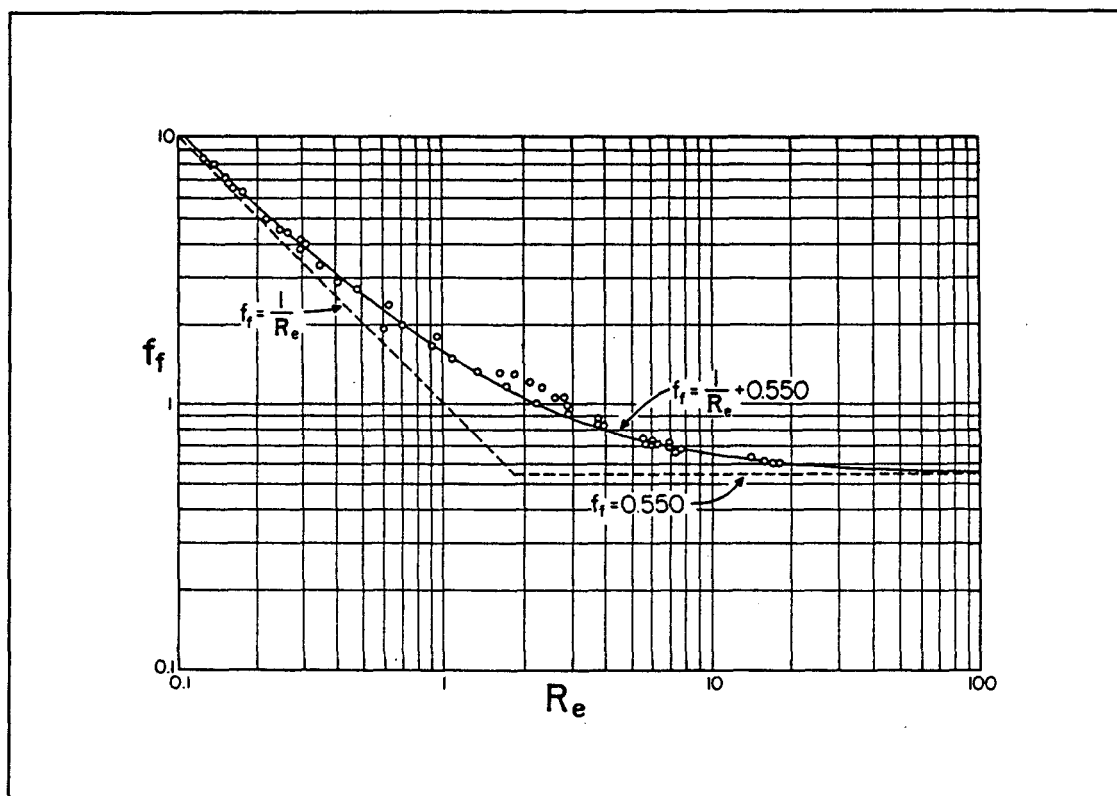


Fig. nº 4.3: Relación entre el coeficiente de resistencia ( $f_f$ ) y el número de Reynolds ( $R_e$ )

(Fuente: Ward; 1964) (95)

De todo lo anterior se extraen las siguientes conclusiones:

- 1º No existe una división clara entre los movimientos laminar, de transición y turbulento, ya que la variación del coeficiente de resistencia con el número de Reynolds es gradual.
- 2º El centro de la región de transición se produce para  $R_e = 1,82$

- 3° La analogía con el movimiento en tuberías es clara, ya que para valores de  $R_e$  bajos la relación se aproxima a  $f_f = 1/R_e$  y para valores altos  $f_f = 0,550$ , es decir, su valor es independiente del número de Reynolds.
- 4° Llama la atención que la constante sea única, 0,550, cuando los materiales ensayados eran diversos tanto en densidad como en forma y granulometría.

Ward opina que la transición suave del movimiento laminar al turbulento se debe a la posibilidad de coexistencia de ambos movimientos en el medio poroso, gracias a las irregularidades y a la variación en el tamaño de los huecos, de modo que a medida que aumenta  $R_e$  el movimiento turbulento se va instalando en una extensión mayor del dominio, de forma gradual, hasta ocuparlo casi completamente.

A efectos prácticos, interesa determinar el campo de presiones con una precisión suficiente. Según este enfoque el valor crítico de  $R_e$  depende de la precisión requerida. Ward proporciona los siguientes valores críticos:

Para que el error en el cálculo de  $dp/dl$  sea menor del 10%:

Movimiento laminar ( $f_f = 1/R_e$ ) :  $R_e < 0,182$

Movimiento turbulento ( $f_f = 0,550$ ) :  $R_e > 18,2$

Para que el error en el cálculo de  $dp/dl$  sea menor del 1%:

Movimiento laminar ( $f_f = 1/R_e$ ) :  $R_e < 0,0182$

Movimiento turbulento ( $f_f = 0,550$ ) :  $R_e > 182$

Por otra parte, considera el valor  $R_e = 1,82$  como límite entre el *movimiento laminar de transición*, en el que existe turbulencia pero es mayoritario en el dominio el movimiento laminar, y el *movimiento turbulento de transición*, en el que domina el movimiento turbulento aunque existan zonas en las que el movimiento es laminar.

#### 4.2.6 Investigaciones de Wright

Los trabajos de Wright<sup>11</sup> tienen como objetivo el estudio directo de la naturaleza del movimiento en un medio poroso y su relación con el carácter lineal o no lineal de la ley que relaciona la pérdida de energía con la velocidad de filtración.

Considera un número de Reynolds:

$$R_e = \frac{V_h \cdot d}{\nu} \quad (4.54)$$

siendo  $d$  una longitud característica que puede referirse al tamaño de los huecos ( $d_h$ ) o al tamaño de los granos ( $d_g$ ).

Se considera una relación entre ambas longitudes características:

$$\frac{d_g}{d_h} = \frac{1 - n}{n} \quad (4.55)$$

Wright opina que para pequeños tamaños de grano, y de huecos, y bajas velocidades de filtración, o sea, para valores reducidos del número de Reynolds,  $R_e < 100$  según indica Wright, el movimiento del agua a través del medio poroso se asemeja al que se produce en tuberías sinuosas de pequeño diámetro. En este caso aconseja utilizar como longitud característica  $d_h$ .

---

<sup>11</sup>Wright; 1968. (100)

En cambio, cuando el número de Reynolds es elevado, superior a 100, lo que se produce con materiales gruesos y relativamente elevadas velocidades, el movimiento es similar al que se produce alrededor de elementos redondeados y resulta más adecuado utilizar un tamaño característico de grano.

En la práctica es preciso elegir una definición única para  $Re$ . Wright aconseja elegir una u otra opción según el rango en que se mueva el número de Reynolds para el problema considerado. El utiliza en sus trabajos la definición:

$$R_e = \frac{V_h \cdot d_h}{\nu} \quad (4.56)$$

No obstante, es más fácil medir tamaños de grano que tamaños de hueco. Despejando  $d_h$  en (4.55), sustituyendo en (4.56) y poniendo la velocidad media en los huecos en función de la velocidad de filtración, queda:

$$R_e = \frac{1}{1-n} \frac{V_d \cdot d_g}{\nu} \quad (4.57)$$

Como tamaño característico de grano utiliza el diámetro medio, considerando que es un parámetro que representa el área de la superficie total de los granos. Además introduce una constante de modo que la expresión  $1/(1-n)$  sea la unidad para  $n=0,4$ . (Según indica Rose, 1.945)

$$R_e = \frac{0,6}{1-n} \frac{V_d \cdot d_g}{\nu} \quad (4.58)$$

Considera un "coeficiente de resistencia" de la forma:



$$f_w = \frac{g i d_h}{0,1067 V_h^2} \quad (4.59)$$

Por tanto:

$$i = \frac{f_w \cdot 0,1067 \cdot 2}{d_h} \cdot \frac{V_h^2}{2 g} \quad (4.60)$$

Si consideramos un coeficiente del tipo de Darcy-Weisbach ( $f_d$ ), la relación con  $f_w$  es:

$$f_d = f_w \cdot 0,1067 \cdot 2$$

Poniendo  $d_h$  en función de  $d_g$  y  $V_h$  en función de  $V_d$ , queda:

$$f_w = \frac{n^3}{1 - n} \frac{d_g \cdot g \cdot i}{0,1067 \cdot V_d^2} \quad (4.61)$$

Wright realizó ensayos en permeámetro cilíndrico y también en permeámetro cónico convergente utilizando como material granular grava bien redondeada y arena gruesa, con una porosidad de 0,369, y aire como fluido. Como resultado de los ensayos obtuvo:

- \* La variación de la velocidad media en los huecos con  $R_g$ .
- \* La variación de la intensidad de turbulencia con  $R_g$ .
- \* La variación del coeficiente de resistencia con  $R_g$ . (Fig. nº 4.4)

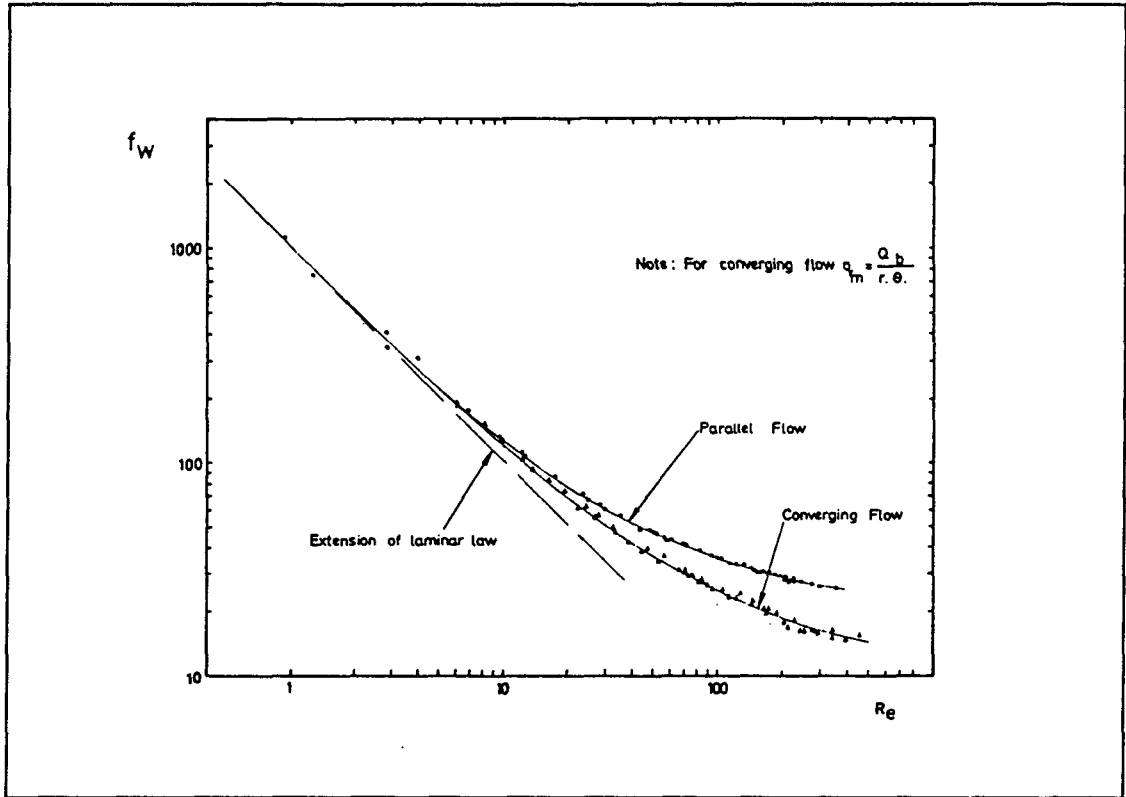


Fig. n° 4.4: Relación entre el coeficiente de resistencia ( $f_w$ ) y el número de Reynolds ( $Re$ ) para movimiento paralelo y convergente.

(Fuente: Wright; 1968) (100)

Las conclusiones principales son:

- 1° El movimiento comienza a ser no lineal para valores de  $Re$  para los que todavía no existe turbulencia. La no linealidad, por tanto, no puede explicarse únicamente por la aparición de la turbulencia.

2° Cuando el movimiento es convergente, la turbulencia retrasa su aparición, que se produce para valores de  $R_e$  más elevados, y la pérdida de energía es menor que en movimiento paralelo ( $f_w$  es menor).

- \* Para  $R_e < 10$  la diferencia de valores de  $f_w$  es despreciable.
- \* Para  $R_e = 100$ ,  $f_w$  es para movimiento convergente un 73% del  $f_w$  para movimiento paralelo, y supone un porcentaje aún menor para valores de  $R_e$  más elevados.

Esta segunda conclusión tiene importancia práctica, pues el movimiento del agua a través de una presa de escollera situada en una valle en uve (V), será claramente convergente. Por tanto, cabe esperar que el caudal filtrado a través de la escollera sea mayor en este caso que en el de movimiento paralelo.

Por otra parte, del análisis de los resultados obtenidos en los ensayos, Wright deduce que el movimiento en el medio poroso puede clasificarse en cuatro categorías a medida que aumenta el número de Reynolds. (Movimiento paralelo).

**a) Movimiento laminar (hasta  $R_e = 1$  a 5).**

La velocidad es estacionaria y su valor máximo se produce en el centro de los huecos. Predominan las fuerzas viscosas y la pérdida de energía varía linealmente con la velocidad de filtración. La ley de Darcy es válida.

**b) Movimiento inercial estacionario (hasta  $R_e = 90$  a 120)**

La microvelocidad, en los canaliculos que determinan los huecos interconectados, sigue siendo estacionaria. Influyen las fuerzas viscosas y las inerciales. El movimiento puede asemejarse al que se produce en tuberías sinuosas, donde las fuerzas inerciales debidas a los pequeños radios de la trayectoria no resultan despreciables. La pérdida de energía ya no varía

linealmente con la velocidad de filtración. En el límite superior del régimen se crean vórtices estacionarios.

**c) Movimiento de transición turbulento (hasta  $R_o \approx 800$ )**

La microvelocidad ya no es estacionaria, sino fluctuante con frecuencia regular que se va incrementando al aumentar  $R_o$ . Predominan las fuerzas inerciales. La pérdida de energía se va aproximando a la proporcionalidad con el cuadrado de la velocidad de filtración. A intervalos regulares se desprenden vórtices de granos individuales. El movimiento se asemeja al que se produce alrededor de objetos redondeados. En la zona superior del régimen puede darse turbulencia localmente en alguna parte del dominio.

**d) Movimiento totalmente turbulento (desde  $R_o \approx 800$ )**

La microvelocidad fluctúa aleatoriamente alrededor de la media. La pérdida de energía es aproximadamente proporcional al cuadrado de la velocidad de filtración. Predominan las fuerzas inerciales.

#### 4.2.7 Investigaciones de Martins

Martins<sup>12</sup> desarrolló una fórmula de resistencia válida para movimiento totalmente turbulento en escolleras:

$$V_{h,t} = \frac{1}{C_u^{0,26}} \cdot C^* \sqrt{2g e d i} \quad (4.62)$$

---

<sup>12</sup>Martins; 1991. (59)

siendo:

$v_{h,t}$  : velocidad media en los huecos para movimiento turbulento.

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} : \text{coeficiente de uniformidad.}$$

$C^*$  : coeficiente variable según el material utilizado.

$C^* = 0,56$  para piedra machacada.

$C^* = 0,75$  para piedra redondeada.

$e$ : índice de huecos.

$d$ : tamaño representativo de la escollera.

Los coeficientes se determinaron experimentalmente usando piedras de un tamaño bastante grande (hasta 15 cm).

Si consideramos una fórmula de resistencia del tipo de Darcy-Weisbach y el radio hidráulico del medio dado por la fórmula (4.15), queda:

$$i = \frac{f}{4 I_h} \frac{V_{h,t}^2}{2g} = \frac{f}{4 \left(\frac{ed}{C'}\right)} \frac{V_{h,t}^2}{2g} \quad (4.63)$$

De donde:

$$V_{h,t} = \left(\frac{4}{C' f}\right)^2 \sqrt{2g e d i} \quad (4.64)$$

Si comparamos la ecuación (4.62) de Martins con la (4.64), podemos deducir que el coeficiente  $C^*$  engloba la influencia de la forma y rugosidad superficial de las piedras. En (4.64) el valor de  $f$  será constante para un material dado, admitiendo que el movimiento es turbulento y que, por tanto, la pérdida de energía es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Martins sustituye los parámetros  $f$  y  $R_e$  utilizados habitualmente en el análisis del movimiento en medios porosos, por los siguientes parámetros:

$$\eta = \frac{V_{h,t}}{V_{h,r}} \quad (4.65)$$

$$X = e d i^{1/3} \quad (4.66)$$

donde  $V_{h,r}$  es la velocidad media en los huecos real en el caso considerando. El parámetro  $\eta$  juega el mismo papel que  $f$  y  $X$  el mismo que  $R_e$ . Obviamente, cuando  $\eta = 1$  es  $V_{h,t} = V_{h,r}$  y el movimiento es turbulento. El parámetro  $X$  tiene la ventaja sobre  $R_e$ , de que es más fácil de obtener.

En la *Fig. n° 4.5* pueden verse los resultados obtenidos en una serie de ensayos realizados con materiales granulares de distintos tamaños.

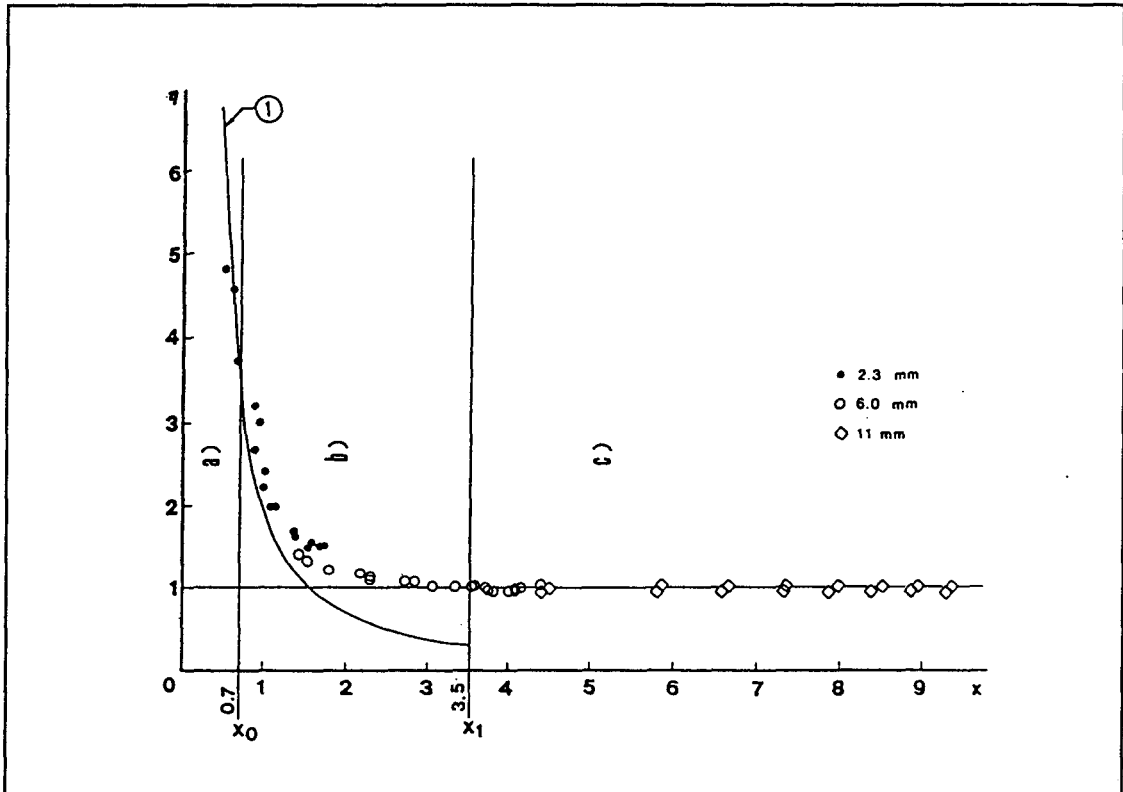


Fig. nº 4.5: Diagrama de Moody modificado y puntos obtenidos experimentalmente.  
 a) Laminar; b) Transición; c) Turbulento; 1) Ley de Darcy  
 (Fuente: Martins; 1991) (59)

El movimiento puede clasificarse según el valor del parámetro X.

\* **Movimiento laminar ( $X < 0,7$ )**

La ley de Darcy es válida.

\* **Movimiento de transición ( $0,7 < X < 3,5$ )**

Los resultados experimentales se ajustan a una ley del tipo:

$$\eta - 1 = a \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{3,5 - X}{b} \right) \right]^c \quad (4.67)$$

que guarda continuidad de la función y su derivada con la región donde es válida la ley de Darcy y con la región donde el movimiento es turbulento y  $\eta = 1$ .

Martins opina que una fórmula de este tipo es más adecuada que la habitual de tipo cuadrático  $i = a V_d + b V_d^2$  y proporciona una tabulación de la misma.

\* **Movimiento turbulento ( $X > 3,5$ )**

Entonces  $\eta = 1$  y  $V_{h,r} = V_{h,t}$ . Debe utilizarse la ecuación de pérdida de energía (4.62).

#### 4.2.8 Trabajos de otros investigadores

Hasta ahora se han sintetizado las investigaciones realizadas por algunos investigadores, lo que permite ilustrar los diversos enfoques posibles al estudiar el movimiento en medios porosos. Pero mucho otros se han ocupado de ello también, con metodologías en general similares a las expuestas. Bear<sup>13</sup> recoge los resultados obtenidos por algunos de ellos.

Rose reunió en un gráfico los resultados de los ensayos realizados por diversos autores. El coeficiente de resistencia  $f$  es del tipo de Fanning. (Fig. n° 4.6).

---

<sup>13</sup>Bear; 1988. (7)



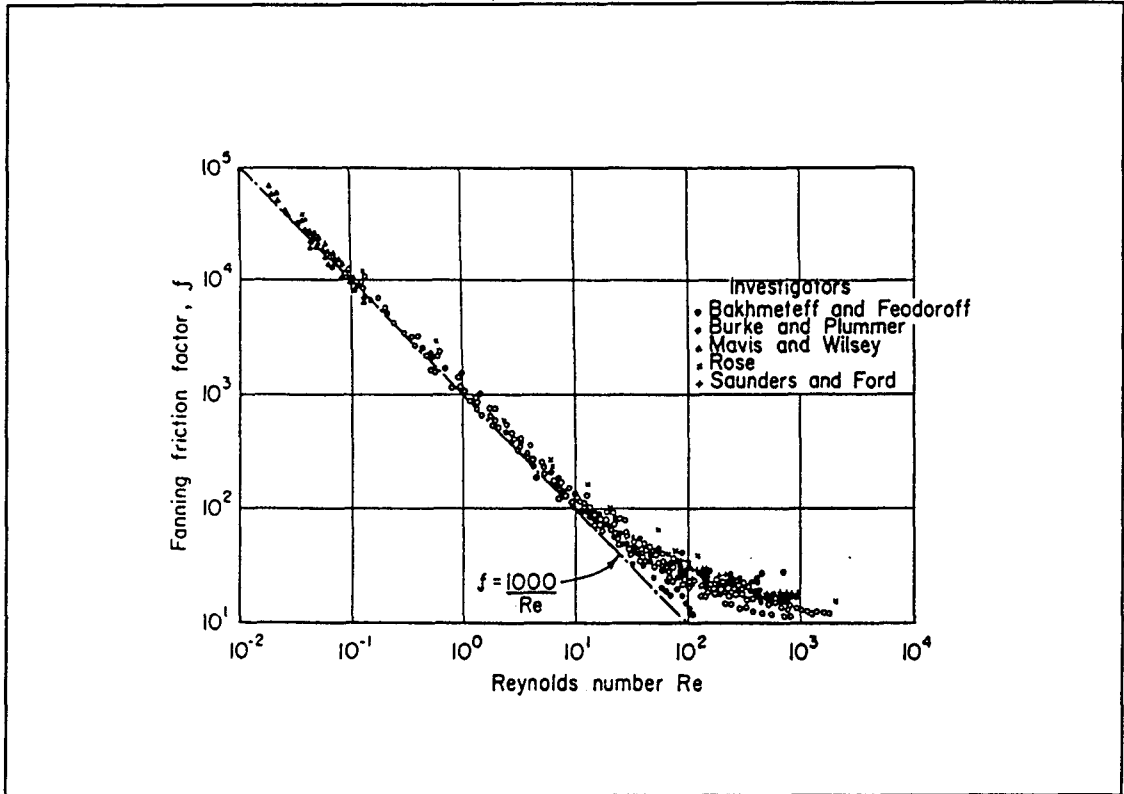


Fig.nº 4.6: Relación entre el coeficiente de resistencia de Fanning y el número de Reynolds según ensayos realizados por diversos investigadores (Rose, 1.945).

(Fuente: Bear; 1988) (7)

Para valores de  $R_e$  bajos, la nube de puntos se ajusta a la ley:

$$f = \frac{1000}{R_e} \quad (4.68)$$

La desviación de la linealidad se produce para valores de  $R_e$  entre 1 y 10 y es gradual.

El diagrama de Prinz (1.923), basado en los ensayos realizados por el propio Prinz, acota el campo de aplicación de la ley de Darcy (Fig. nº 4.7)

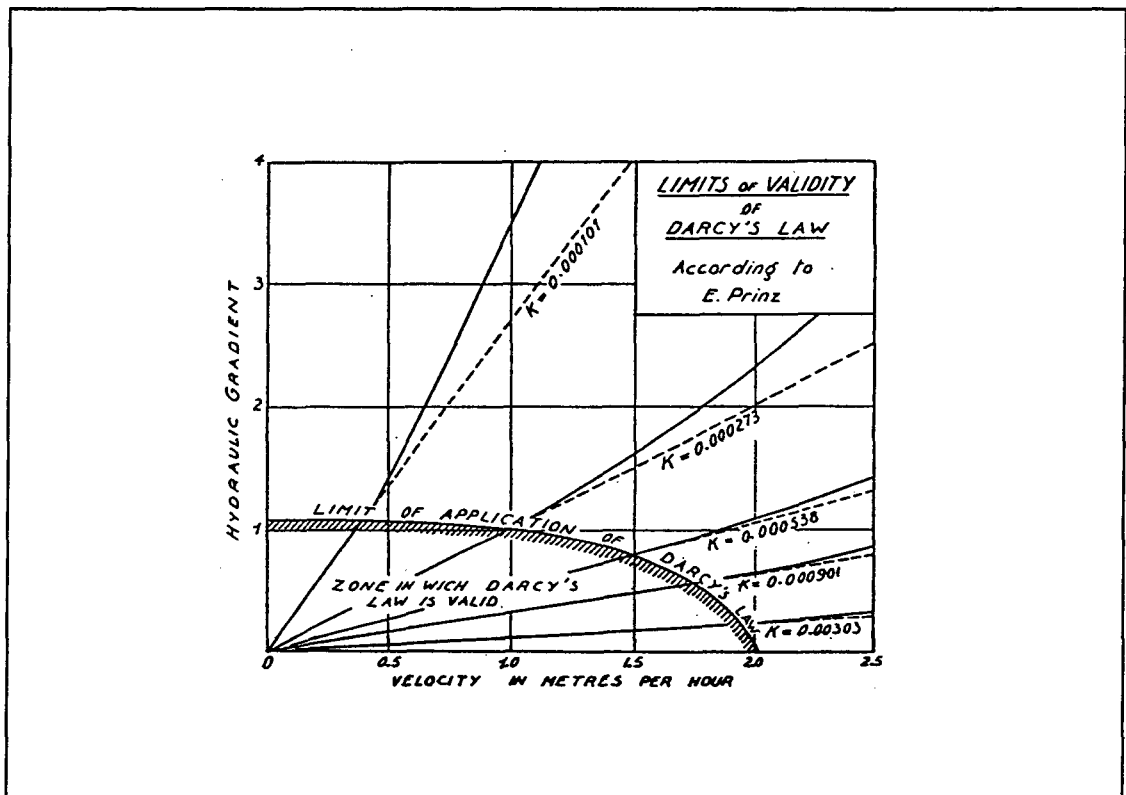


Fig. nº 4.7: Diagrama de Prinz

(Fuente: Leliavsky; 1965) (52)

Inicialmente, se pensó que la no linealidad se debía a la aparición de la turbulencia, que se producía para valores de  $R_e$  más bajos cuando el material era más grueso.

Leliavsky<sup>14</sup> recoge una curiosa explicación de Forchheimer, quien achacaba la no linealidad del movimiento a la presión ejercida por el agua sobre los granos, que sería mayor para velocidades elevadas, lo que reducía el tamaño de los canalículos existentes entre ellos.

Respecto a la similitud con el movimiento en tuberías, Bear<sup>15</sup> hace notar que en medios porosos, además de producirse una transición gradual del movimiento laminar al turbulento, a diferencia de lo que sucede en tuberías, la desviación de la linealidad se produce para valores de  $Re$  varios ordenes de magnitud más bajos, (Valores de  $R_e$  de 1 a 10 frente a valores de 2.000 aproximadamente en tuberías).

Jacob (1.950) hizo experimentos con arenas naturales y artificiales casi uniformes de granos esféricos y dedujo que el paso del movimiento laminar a turbulento requiere un incremento de la velocidad de al menos 1.000 veces para que el movimiento sea totalmente turbulento<sup>16</sup>.

Scheideger (1.960) intentó explicar la suavidad de la transición del régimen laminar al turbulento por la coexistencia de ambos tipos de movimiento, laminar en los canalículos menores cuando ya el movimiento es turbulento en los mayores.

Aparte de Wright (1.968), como hemos visto anteriormente, también otros autores (Schneebeli (1.955), Dudgeon (1.966) y otros) han realizado ensayos para determinar el valor de  $R_e$  para el que comienza la turbulencia. La mayoría de ellos observan el inicio para valores de  $R_e$  entre 60 y 150, cuando la ley de resistencia deja de ser lineal desde  $R_e \approx 1$  a 10. Por tanto, existe un rango de valores de  $Re$  en el cual la no linealidad no es atribuible a la turbulencia.

---

<sup>14</sup>Leliavsky; 1965. (52)

<sup>15</sup>Bear; 1988. (7)

<sup>16</sup>Cedergren; 1989. (12)

Son numerosos los investigadores (Lindquist (1.933), Scheneebeli (1.955), Hubbert (1.956), Scheidegger (1.960) y otros) que atribuyen la no linealidad a las fuerzas inerciales que son despreciables, pero no inexistentes, para valores bajos de  $R_e$  en relación a las fuerzas viscosas. Las fuerzas inerciales son proporcionales al cuadrado de la velocidad y puede explicar el término en  $V_d^2$  en una ley cuadrática como la utilizada frecuentemente.

$$i = a V_d + b V_d^2$$

Carman (1.937), Scheneebeli (1.955) y Scheidegger (1.960) llaman la atención sobre el hecho de que la fórmula de Hagen-Poiseville no es válida para conductos sinuosos, ya que en ellos las fuerzas inerciales no son nulas como en los rectos, existiendo una relación entre la caída de presión ( $\Delta p$ ) y el caudal ( $Q$ ) de la forma:

$$\Delta p = a_1 Q + a_2 Q^2 \quad a_1, a_2 : \text{constantes}$$

Son varios los autores que deducen la fórmula de resistencia partiendo de las ecuaciones de Navier-Stokes, haciendo el paso del nivel microscópico al macroscópico mediante la utilización de valores medios en la partícula de medio poroso.

Hubert (1.956) lo hace despreciando las fuerzas inerciales, lo que le conduce a una ley de Darcy obtenida sobre bases racionales. Por tanto, deduce que la desviación de la ley de Darcy se debe a la importancia creciente de las fuerzas inerciales a medida que aumenta el número de Reynolds.

Ahmed (1.967), Irmay (1.958, 1.964) y Bachmat (1.965) siguen el mismo procedimiento, pero sin despreciar las fuerzas inerciales. El primero obtiene una expresión del tipo  $i = a \cdot V_d + b V_d^2$  y el segundo llega a una fórmula de resistencia que contiene un término proporcional a  $V_d^2$ .

Si la desviación de la ley de Darcy se atribuye a las fuerzas inerciales, siempre presentes como consecuencia del recorrido sinuoso del agua, entonces no puede definirse un valor crítico de  $R_e$ , como se ha comprobado experimentalmente según hemos visto, y dicho valor debe definirse, como lo hace Ward<sup>17</sup>, como el valor a partir del cual la desviación de la linealidad conduce a un error prefijado si se utiliza la ley de Darcy.

Chauveteau y Tirriot (1.967) realizaron experimentos en los que era posible la observación directa de las líneas de corriente. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- \* Para  $R_e < 2$  las líneas de corriente eran fijas y la ley de Darcy válida.
- \* Al aumentar  $R_e$  las líneas de corriente comenzaban a desviarse y aparecían remolinos fijos en las zonas divergentes del modelo, que se agrandaban al elevarse  $R_e$ .
- \* Para  $R_e = 75$  aparecía la turbulencia y se extendía a medida que aumentaba  $R_e$ .
- \* Para  $R_e = 115$  el movimiento turbulento ocupaba el 50% del dominio.
- \* Para  $R_e = 180$  el movimiento turbulento ocupaba el 100% del dominio.

#### 4.2.9 Resumen y conclusiones

Parece claro que las fuerzas inerciales son la causa de la no linealidad en la relación gradiente de energía-velocidad de filtración.

Según una primera explicación éstas aparecían con la turbulencia, pero entonces queda sin explicar la no linealidad en un rango de números de Reynolds para el que la turbulencia todavía no ha comenzado.

---

<sup>17</sup>Ward; 1964. (95)

Según una segunda explicación, que concuerda con los resultados obtenidos experimentalmente y con deducciones realizadas sobre bases racionales a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, las fuerzas de inercia están siempre presentes, pero su influencia sobre el movimiento crece gradualmente al aumentar el número de Reynolds.

La presencia de las fuerzas inerciales, aun para valores reducidos de  $R_e$ , se debe a la curvatura y divergencia del movimiento a través de los canaliculos formados por los huecos que dejan las partículas sólidas entre sí.

La mayoría de los experimentos indican que la turbulencia comienza a producirse para valores de  $R_e$  al menos un orden de magnitud más elevados que aquellos para los que la relación gradiente de energía-velocidad de filtración empieza a ser claramente no lineal. También existe acuerdo en cuanto a la suavidad del cambio de movimiento laminar a movimiento turbulento.

Los límites entre los movimientos laminar, de transición y turbulento son, por tanto, imprecisos, y su definición por cada autor depende del concepto de velocidad utilizado y de la longitud característica considerada al definir el número de Reynolds del medio poroso.

### 4.3 FORMULA DE RESISTENCIA

Ya se ha explicado anteriormente que la ecuación que relaciona el gradiente de energía con la velocidad de filtración suele denominarse fórmula de resistencia o fórmula de pérdida de energía. También se han visto algunas de ellas al tratar la naturaleza del movimiento en el medio poroso. Nos ocuparemos ahora de una forma más concreta de los distintos tipos de fórmulas que se han desarrollado hasta el momento.

#### 4.3.1 Fórmulas de tipo exponencial y parabólico

Bear<sup>18</sup> señala a Forchheimer como el investigador que sugirió por primera vez en 1.901 una formulación de tipo no lineal entre el gradiente de energía y la velocidad de filtración. La fórmula era de tipo parabólico:

$$i = a V_d + b V_d^2 \quad a, b : \text{constantes}$$

Algunos investigadores se refieren a este tipo de fórmula de resistencia como *ecuación de Forchheimer*.

No obstante, según Jaeger (1.956), parece que el interés por el movimiento no lineal es anterior, y viene de Prony (1.804), anterior incluso a Darcy, quien consideró una ley de tipo exponencial<sup>19</sup>.

$$i = c \cdot V_d^m \quad c, m : \text{constantes}$$

Parkin se refiere a esta fórmula como la *ecuación de pérdida de energía de Prony*.

---

<sup>18</sup>Bear; 1988. (7)

<sup>19</sup>Parkin; 1971. (69)

Según Volker, fue Missbach quien en 1.937 postuló una relación de tipo exponencial.

Aquí nos referimos a estos dos tipos de fórmulas como la *fórmula parabólica o cuadrática* y la *fórmula exponencial*. Ambas tienen un origen empírico, si bien la fórmula cuadrática ha sido con posterioridad deducida teóricamente en determinadas condiciones del movimiento (Ergun y Orning, Irmay, Stark y Volker), generalmente partiendo de las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando valores promedio en el medio poroso. Otros investigadores han defendido la relación parabólica basándose en resultados experimentales. (Lindquist, Ward, Morcom)<sup>20</sup>.

La fórmula exponencial tiene un carácter netamente empírico y puede considerarse una aproximación de la ley teórica, que será de tipo cuadrático. Muchos investigadores han adoptado esta formulación exponencial. Volker cita a White, Escande, Wilkins, Parkin y Anandakrishnan y Varadarajulu. Stephenson<sup>21</sup> va más allá y afirma que la mayoría de los investigadores han preferido una ley del tipo exponencial y cita a Dudgeon (1.966), Johnson (1.971), Leps (1.973), Parkin (1.966), Soni (1.978), Volker (1.969) y Wilkins (1.956).

Como puede verse, ambas formulaciones han resultado útiles a los investigadores. Cada una tiene sus ventajas y sus inconvenientes.

Si la determinación de las constante "c" y "m" de la fórmula exponencial o "a" y "b" de la fórmula cuadrática se realiza mediante ensayos, sometiendo una muestra del material a diversos gradientes de energía y midiendo el caudal específico o velocidad de filtración, entonces ambas fórmulas resultan igualmente adecuadas a efectos prácticos.

---

<sup>20</sup>Volker; 1969. (93)

<sup>21</sup>Stephenson; 1979. (86)



Volker utilizó árido de 0,54 pulgadas de diámetro medio. Los resultados de los ensayos realizados en permeámetro pueden verse en la *Fig. n° 4.8*, así como las curvas exponencial y cuadrática ajustadas por el método de los mínimos cuadrados.

Las leyes de resistencia obtenidas mediante ajuste de los resultados experimentales son:

\* Ley exponencial :  $i = 8,893 \cdot V_d^{1,745}$  (4.69)

\* Ley cuadrática :  $i = 0,319 \cdot V_d + 11,821 \cdot V_d^2$  (4.70)

con  $V_d$  en pies/segundo.

Puede verse que el ajuste es bueno en los dos casos, ligeramente mejor para la ley cuadrática. Volker estimó la bondad del ajuste mediante la media de los valores absolutos de las desviaciones en tanto por ciento de los gradientes calculados respecto a los obtenidos experimentalmente para cada  $V_d$ , obteniendo una desviación del 1,57% con la ley cuadrática y del 3,02% con la exponencial, ampliamente admisibles desde un punto de vista práctico.

Partiendo de las leyes obtenidas, Volker calculó por el método de los elementos finitos la carga piezométrica en el interior de una presa del material granular ensayado sometida al paso del agua. Hizo este cálculo es dos supuestos: con elemento interno impermeabilizador y sin él. En ambos casos, en los puntos de control seleccionados (de medición directa en un modelo físico que también llevó a cabo), los valores obtenidos a partir de las dos leyes fueron idénticos hasta dos cifras decimales<sup>22</sup>.

---

<sup>22</sup>Volker; 1969. (93)

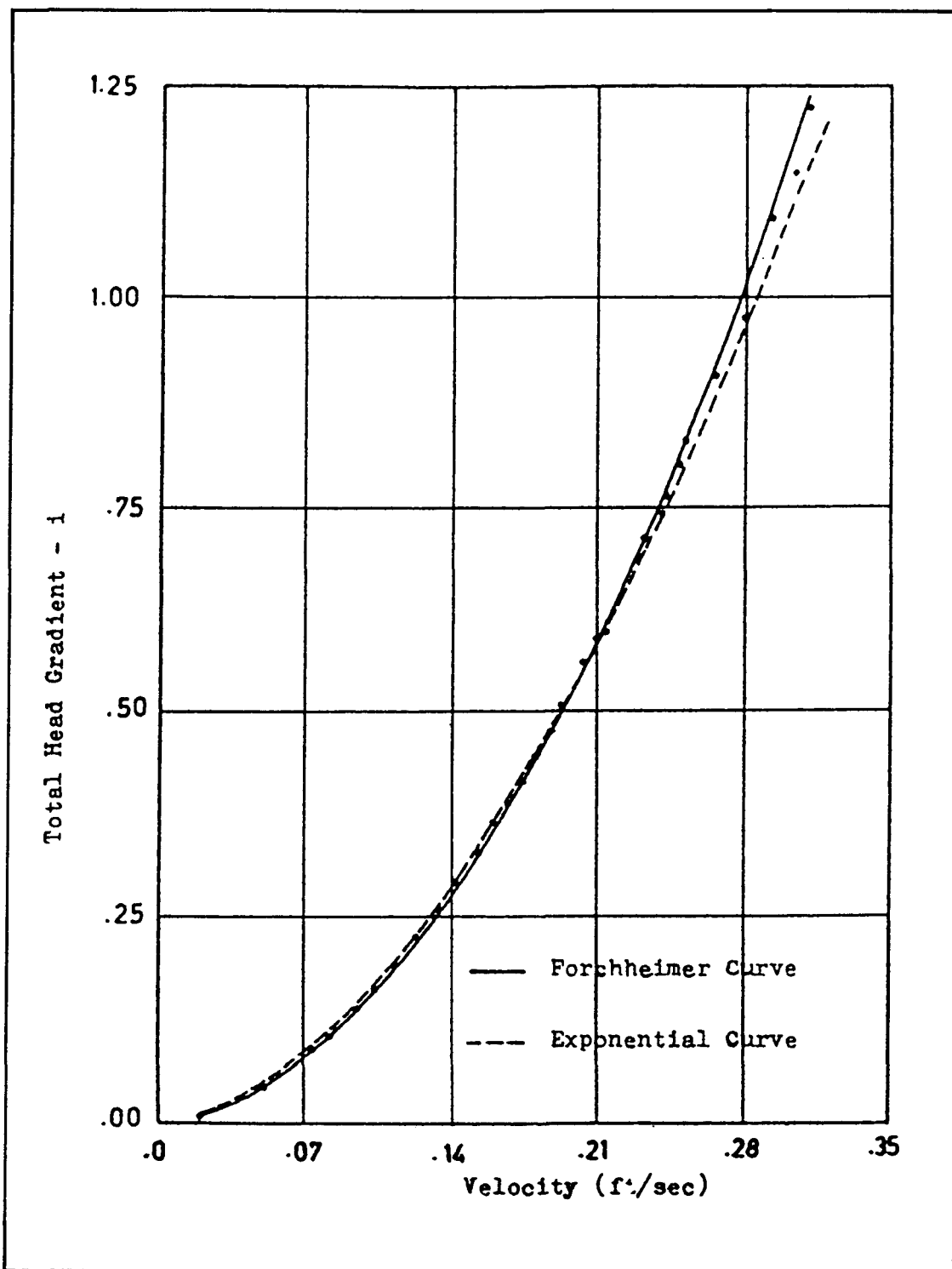


Fig. n° 4.8: Leyes exponencial y cuadrática ajustadas a los puntos obtenidos experimentalmente para un material de 1,37 cm. de diámetro medio. (Fuente: Volker; 1969) (93)

Por tanto, si la determinación de los coeficientes se realiza empíricamente, no parece justificada la preferencia por una u otra fórmula. Incluso en el caso de que la fórmula sea racional, y por tanto cuadrática, si en la fórmula existe, como es frecuente, alguna constante cuya determinación exija la realización de ensayos, entonces tampoco supone ventaja alguna, desde un punto de vista práctico, la utilización de la fórmula racional frente a otra de carácter empírico.

Además, la fórmula exponencial conduce a una ecuación de campo más fácil de manejar analíticamente. Por todo ello, son muchos los autores que han basado sus trabajos en fórmulas de tipo exponencial, con un carácter totalmente empírico.

Por otra parte, no cabe duda acerca de que una ley racional en la que los coeficientes pueden obtenerse en función de las propiedades del medio sin necesidad de determinar empíricamente ninguna constante, resultaría útil. Pero las ecuaciones de este tipo, algunas de las cuales veremos más adelante, se han desarrollado con hipótesis simplificadas y el efecto de la granulometría y la forma y rugosidad de los elementos granulares resulta todavía un punto oscuro. Todo ello obliga, en definitiva, a la experimentación. No obstante las fórmulas racionales pueden considerarse adecuadas para los primeros tanteos.

En ciertas ocasiones, puede resultar útil transformar una fórmula de resistencia cuadrática en otra exponencial o viceversa. Por ejemplo, pueden obtenerse los coeficientes de una ley racional, que necesariamente será cuadrática y transformarse esta ley posteriormente en otra exponencial para aprovechar la comodidad de manejo analítico de ésta última.

George y Hansen<sup>23</sup> han obtenido unas fórmulas de conversión entre ambas leyes obtenidas mediante un ajuste por el método de los mínimos cuadrados.

---

<sup>23</sup>George y Hansen; 1992. (30)

Conversión de  $i = c \cdot V_d^m$  a  $i = a V_d + b V_d^2$

$$a = \frac{12 \cdot c (V_{d,m\acute{a}x})^{m-1} (2 - m)}{(m + 2) (m + 3)} \quad (4.71)$$

$$b = \frac{20 \cdot c (V_{d,m\acute{a}x})^{m-2} (m - 1)}{(m + 2) (m + 3)} \quad (4.72)$$

siendo  $i = 0$  para  $V_d = 0$  y  $V_{d,m\acute{a}x}$  el valor máximo de la velocidad de filtración en el intervalo considerado.

Conversión de  $i = a V_d + b V_d^2$  a  $i = c \cdot V_d^m$

$$m = \frac{5a + 6b \cdot V_{d,m\acute{a}x}}{5a + 3b V_{d,m\acute{a}x}} \quad (4.73)$$

$$c = \frac{(5a + 4b \cdot V_{d,m\acute{a}x}) (4a + 3b \cdot V_{d,m\acute{a}x})}{4 (5a + 3b \cdot V_{d,m\acute{a}x}) (V_{d,m\acute{a}x})^{m-1}} \quad (4.74)$$

#### 4.3.2 Fórmulas de resistencia de diversos investigadores

Las fórmulas de resistencia pueden clasificarse, como lo hace Bear<sup>24</sup> en tres grupos:

- a) Fórmulas en las que los coeficientes no se expresan en función de las propiedades del medio.
- b) Fórmulas en las que los coeficientes se expresan en función de las propiedades del medio.

---

<sup>24</sup>Bear; 1988. (7)

- b.1- Con alguna constante indeterminada.
- b.2- Con todas las constantes determinadas.

Las fórmulas del tipo a) son empíricas. Las del tipo b) pueden ser racionales, deducidas a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes mediante la aceptación de ciertas hipótesis o bien empíricas, algunas de ellas deducidas por analogía con el movimiento en tuberías, determinando la relación entre el coeficiente de resistencia (f) y el número de Reynolds ( $R_e$ ) mediante ensayos.

Las fórmulas del grupo b.2, que en principio parecen las más atractivas por no necesitar la determinación de ninguna constante empíricamente, deben manejarse con prudencia, ya que la granulometría y la forma y rugosidad de los granos o escolleras tiene un efecto difícilmente valorable en una ecuación de este tipo. Cuando las constantes se hayan determinado mediante ensayos, las fórmulas serán válidas para materiales semejantes a los ensayados.

A continuación se detallan algunas de las fórmulas propuestas por los investigadores, clasificadas según el criterio expuesto anteriormente. Las dimensiones de los coeficientes dependen en general de las dimensiones en que se expresa la velocidad de filtración.

#### A) FORMULAS EN LAS QUE LOS COEFICIENTES NO SE EXPRESAN EN FUNCION DE LAS PROPIEDADES DEL MEDIO

Prony (1.804)<sup>25</sup>

$$i = c \cdot V_d^m \quad c, m : \text{constantes} \quad (4.75)$$

---

<sup>25</sup>Parkin; 1971. (69)

Forchheimer (1.901)

$$i = a \cdot V_d + b \cdot V_d^2 \quad a, b : \text{constantes} \quad (4.76)$$

Forchheimer también propuso en 1.901 una ecuación del tipo:

$$i = a \cdot V_d + b \cdot V_d^2 + c \cdot V_d^3 \quad a, b, c : \text{constantes} \quad (4.77)$$

para ajustarse a resultados experimentales.

En 1.930 también Forchheimer propuso una ley del tipo:

$$i = a \cdot V_d + b \cdot V_d^m ; 1,6 \leq m \leq 2 \quad (4.78)$$

Forchheimer (1.902)<sup>26</sup>

$$i = \frac{1,77}{10^3} V_d + \frac{3,18}{10^4} V_d^2 \quad V_d \text{ en m/día} \quad (4.79)$$

Se basa en experimentos realizados con arenas gruesas y gravas.

White (1.935)

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = c \cdot V_d^{1,8} \quad (4.80)$$

Esta fórmula se basa en ensayos realizados con aire. Otros autores señalan exponentes de 2,23 y 2,49.

---

<sup>26</sup>Cedergren; 1989. (12)

Poluvarinova-Kochina (1.952)

$$i = a V_d + b V_d^2 + c \frac{\delta V_d}{\delta t} \quad a, b, c: \text{constantes} \quad (4.81)$$

B.1) FORMULAS EN LAS QUE LOS COEFICIENTES SE EXPRESAN EN FUNCION DE LAS PROPIEDADES DEL MEDIO, CON ALGUNA CONSTANTE INDETERMINADA

Scheidegger (1.960)

$$i = C_1 \frac{v T^2}{g n} V_d + C_2 \frac{T^3}{g n^2} V_d^2 \quad (4.82)$$

siendo:

$C_1$  y  $C_2$ : constantes dependientes de la granulometría

T: tortuosidad

Ergun y Orning (1.949)

$$i = 180 \alpha \frac{(1 - n)^2 v}{g n^3 d^2} V_d + \frac{3 \beta (1 - n)}{4 g n^3 d} V_d^2 \quad (4.83)$$

siendo:

$\alpha, \beta$ : Coeficiente de forma

$d = 6/M_s$

$M_s$ : superficie específica por unidad de volumen de matriz sólida

Burke y Plummer (1.928)

$$i = \frac{K_o (1 - n)}{g n^3 d^2} V_d^2 \quad K_o: \text{constante} \quad (4.84)$$

Dado que el gradiente es proporcional al cuadrado de la velocidad, esta ecuación será aplicable únicamente para valores elevados de  $R_o$ .

Rumer y Drinker (1.966)

$$i = \frac{\alpha C_D}{n^2} \sqrt{\frac{1-n}{\lambda \beta k} \frac{1}{2g}} V_d^2 \quad (4.85)$$

siendo:

$\alpha, \beta$ : Coeficientes de forma volumétrico y superficial

$\lambda$ : Coeficiente que tiene en cuenta el efecto de las esferas adyacentes

$C_D$ : Coeficiente de resistencia de una partícula, dependiente de  $R_o$

$K$ : Permeabilidad del medio

Irmay (1.958)

$$i = \frac{\alpha v (1-n)^2}{g d^2 (n-n_o)^3} V_d + \frac{\beta (1-n)}{g d (n-n_o)^3} V_d^2 + \frac{1}{g(n-n_o)} \frac{\delta V_d}{\delta t} \quad (4.86)$$

siendo:

$\alpha, \beta$ : Coeficientes de forma

$n_o$ : Porosidad no efectiva

Blick (1.966)

$$i = \frac{32 v}{g n D^2} V_d + \frac{C_D}{2 D g n^2} V_d^2 \quad (4.87)$$

siendo:



$$D = \frac{3(1-n)}{n} : \text{diámetro de un capilar}$$

$$C_D = \frac{1}{C_o^2} \left(1 - \frac{h^2}{D^2}\right) \left(\frac{D^4}{h^4 - 1}\right)$$

h: Diámetro de las aberturas estrechas

C<sub>o</sub>: Coeficiente de la abertura

Ahmad (1.967)

$$i = \frac{\mu}{r K} V_d + \frac{1}{g\sqrt{c} K} V_d^2 \quad (4.88)$$

siendo:

C: Coeficiente de la relación  $K = c d^2$

Solvik (1.991)<sup>27</sup>

$$i = \frac{1}{K_l} V_d + \frac{1}{K_t} V_d^2 \quad (4.89)$$

con:

$$K_l = \frac{1}{\alpha_o} \frac{n^2}{(1-n)^3} \frac{g d_l^2}{v} ; K_t = \frac{1}{\beta_o} \frac{n^3}{1-n} g d_t \quad (4.90) \quad (4.91)$$

$$d_l = d_{10} ; d_t = 1,7 \cdot d_{10}$$

siendo:

---

<sup>27</sup>Solvik; 1991. (82)

$K_l$ : Coeficiente de permeabilidad laminar

$K_t$ : Coeficiente de permeabilidad turbulento

$\alpha_0$ : Coeficiente de forma del grano laminar

$\beta_0$ : Coeficiente de forma del grano turbulento

Para roca machacada:  $\alpha_0 = 1.600$  y  $\beta_0 = 3,6$

Stephenson (1.979)<sup>28</sup>

$$i = \frac{200 \nu}{g d^2 n} V_d + \frac{f_t}{4 g d n^2} V_d^2 \quad (4.92)$$

siendo  $f_t$  el coeficiente de resistencia para movimiento turbulento. Según los ensayos realizados:

$f_t = 1$  para mármoles lisos

$f_t = 2$  para piedras semirredondas

$f_t = 4$  para piedras angulosas

Martins (1.991)<sup>29</sup>

$$V_h = \frac{1}{C_u^{0,26}} \cdot C^* \cdot \sqrt{2 g e d i} \quad (4.93)$$

siendo:

---

<sup>28</sup>Stephenson; 1979. (86)

<sup>29</sup>Martins; 1991. (59)

$V_h$ : Velocidad media en los huecos  $(V_h = \frac{V_d}{n})$

$C_u$ : Coeficiente de uniformidad  $(C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}})$

$C^*$ : Coeficiente variable según el material utilizado

$C^* = 0,56$  para piedra machacada

$C^* = 0,75$  para piedra redondeada

$d$ : Tamaño representativo de la escollera

Los coeficientes se determinaron experimentalmente usando piedras de hasta 15 cm. de tamaño. Esta fórmula es aplicable únicamente cuando el movimiento es turbulento totalmente desarrollado, lo que sucede cuando, según Martins:

$$X = e d i^{1/3} > 3,5$$

B.2) FORMULAS EN LAS QUE LOS COEFICIENTES SE EXPRESAN EN FUNCION DE LAS PROPIEDADES DEL MEDIO, CON TODAS LAS CONSTANTES DETERMINADAS

Ergun (1.952)

$$i = 150 \frac{(1 - n)^2}{n^3} \frac{v}{g d^2} V_d + 1,75 \frac{(1 - n)}{n^3} \frac{V_d^2}{g d} \quad (4.94)$$

Schneebeli (1.955)

$$i = 1100 \frac{v}{g d^2} V_d + \frac{12}{g d} V_d^2 \quad (4.95)$$

Esta fórmula es válida para granos esféricos y  $R_e > 2$ .

Carman (1.937)

$$i = 180 \frac{(1-n)^2 v}{n^3 g d^2} + 2,87 \frac{v^{0,1} (1-n)^{1,1}}{n^3 g d^{1,1}} \cdot V_d^{1,9} \quad (4.96)$$

Irmay (1.964)

$$i = 180 \frac{(1-n)^2 v}{n^3 g d^2} V_d + 0,6 \cdot \frac{(1-n)}{n^3 g d} V_d^2 \quad (4.97)$$

Ward (1.964)

$$i = \frac{v}{g k} V_d + \frac{0,55}{g\sqrt{k}} V_d^2 \quad (4.98)$$

siendo:

k: Permeabilidad intrínseca del medio.

En realidad, la expresión obtenida por Ward es:

$$\frac{dp}{dl} = \frac{\mu}{k} V_d + \frac{0,550 \rho}{\sqrt{k}} V_d^2 \quad (4.99)$$

siendo:

$$K = \left[ \frac{0,550 \rho V_d^2 + \sqrt{0,302 \rho^2 V_d^4 + 4 \mu V_d \frac{dp}{dl}}}{2 \frac{dp}{dl}} \right]^2 \quad (4.100)$$

Por tanto:

$$\frac{dp}{dl} = i \rho g \quad (4.101)$$

de donde:

$$i = \frac{d(p/\gamma)}{dl} \quad (4.102)$$

### 4.3.3 Coeficientes de las fórmulas de resistencia

Hemos visto cómo para valores de  $R_e$  bajos, sin entrar en la definición elegida para este número adimensional, el gradiente de energía es proporcional a la velocidad de filtración (ley de Darcy):

$$i = C_1 \cdot V_d$$

Para valores elevados de  $R_e$  el gradiente es proporcional al cuadrado de la velocidad.

$$i = C_2 \cdot V_d^2$$

Por tanto, en la fórmula exponencial:

$$i = C \cdot V_d^m$$

el valor de los coeficientes  $C$  y  $m$  varía con  $R_e$ , encontrándose  $m$  en general entre los valores 1 y 2.

Según Wilkins (1.956) el valor  $m = 1,85$  es suficientemente aproximado a efectos prácticos en la mayoría de los casos de materiales compuestos por partículas convexas con diámetro mayor que 0,5 pulgadas, a pesar de reconocer la dependencia de la roca y de las características del movimiento<sup>30</sup>. Pero los experimentos realizados por diversos investigadores (Stephenson (1.979), Solvik (1.991), Ward (1.964), Martins (1.991) y otros) indican que al elevarse el número de Reynolds el coeficiente de resistencia ( $f$ ) tiende a un valor constante, lo que implica que el gradiente de energía tiende a ser proporcional al cuadrado de la velocidad. Según Stephenson (1.979), muchos investigadores no han llegado a establecer la proporcionalidad con el cuadrado de la velocidad por realizar los ensayos con valores de  $R_e$  demasiado bajos.

En la fórmula cuadrática:

$$i = a V_d + b V_d^2$$

para que se cumplan las proporcionalidades antes expresadas, tendrá que suceder que el primer sumando sea despreciable frente al segundo, para valores de  $R_e$  elevados y cuando  $R_e$  sea bajo tendrá que resultar despreciable el segundo sumando en relación con el primero.

De todo lo anterior se deduce que las constantes de la fórmula de resistencia, del tipo que sea, dependen estrechamente del número de Reynolds, y a través del mismo de la porosidad y de una longitud característica.

---

<sup>30</sup>Parkin, Trollope y Lawson; 1966. (68)

La longitud característica introduce de una forma directa o indirecta el efecto del tamaño del grano y de la superficie específica.

En definitiva, podemos decir que los coeficientes dependen de los siguientes factores, muchos de ellos íntimamente relacionados:

#### Propiedades del material

- . Tamaño del grano
- . Distribución granulométrica
- . Porosidad
- . Grado de compacidad
- . Superficie específica
- . Forma de los granos
- . Rugosidad de los granos
- . Permeabilidad intrínseca

#### Propiedades del fluido

- . Viscosidad cinemática (dependiente de la temperatura)
- . Densidad

Parece que en general el número de Reynolds recoge de forma aceptable en la práctica la influencia de la mayoría de las propiedades, salvo la de la forma y rugosidad de los granos y la de la distribución granulométrica. Las constantes que aparecen en las fórmulas de resistencia introducen el oscuro efecto de estas propiedades.

Según Wilkins (1.956), el coeficiente  $c$  de la fórmula exponencial depende principalmente del radio hidráulico del medio poroso y del coeficiente de forma, y dice que el efecto de la rugosidad superficial suele despreciarse no conociéndose la

importancia del papel que juega. La variación del coeficiente de forma para materiales angulosos obtenidos por fragmentación de piedras de mayor tamaño no es grande<sup>31</sup>.

Puesto que el radio hidráulico de un medio poroso puede definirse, como se vio con anterioridad, en función del índice de huecos ( $e$ ) y la superficie específica ( $S_e$ ), admitido un cierto coeficiente de forma,  $c$  dependerá básicamente de  $e$  y  $S_e$ . Basándose en ello, Parkin, Trollope y Lawson sugieren un procedimiento para determinar el coeficiente  $c$  de la ley exponencial en primera aproximación.

- 1° Se determina el índice de huecos ( $e$ ).
- 2° Se determina la superficie específica ( $S_e$ ). Esto puede hacerse utilizando la *Fig. n°3.1*.
- 3° Se obtiene  $c$  del nomograma de la *Fig. n°4.9* que tiene en cuenta de modo aproximado el efecto de la forma.

---

<sup>31</sup>Parkin, Trollope y Lawson; 1966. (68)



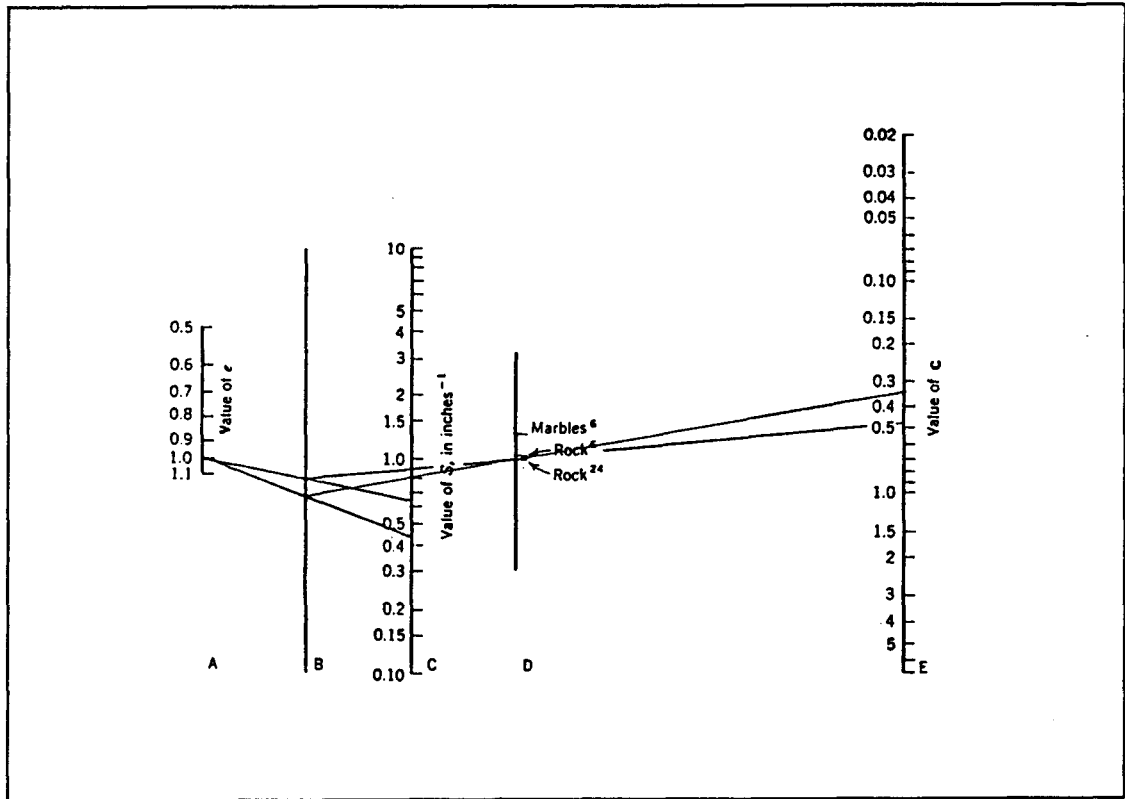


Fig. nº4.9: Nomograma para determinar la constante "c" en la fórmula de resistencia  $i = c \cdot v^m$

(Fuente: Parkin, Trollope y Lawson; 1966) (68)

El nomograma se utiliza trazando la línea que une los puntos de A y C correspondientes a los valores de  $e$  y  $S_e$  respectivamente. El punto de intersección con B se une con el punto que corresponde de D y se prolonga la recta hasta cortar E, donde queda determinado el valor del coeficiente  $c$ .

Como ya se ha mencionado, Parkin, Trollope y Lawson sugieren la utilización de  $m = 1,85$ . No obstante, indican la necesidad de obtener los coeficientes "c" y "m" experimentalmente en la fase final de diseño.

Al utilizar una fórmula de resistencia debe tenerse presente que los coeficientes no son adimensionales, sino que tienen las dimensiones que hacen adimensional el gradiente de energía. Por tanto, sus dimensiones dependen de las utilizadas para la velocidad.

En la fórmula cuadrática, si la velocidad se expresa en metro/segundo, las dimensiones de los coeficientes serán:

[a] : segundo/metro

[b] : segundo<sup>2</sup>/metro<sup>2</sup>

En la fórmula exponencial, el exponente  $m$  es adimensional. Si la velocidad se expresa en metro/segundo, las dimensiones del coeficiente de proporcionalidad serán:

[c] : segundo<sup>m</sup>/metro<sup>m</sup>

El nomograma de Parkin, Trollope y Lawson proporciona el valor de  $c$  en segundo<sup>m</sup>/pulgada<sup>m</sup>, expresándose la velocidad en pulgada/segundo.

#### 4.3.4 Coeficiente de permeabilidad efectivo.

Como sabemos, la ley de Darcy puede expresarse:

$$V_d = K \cdot i$$

siendo  $K$  el *coeficiente de permeabilidad* que a veces se denomina de forma explícita *coeficiente de permeabilidad de Darcy*. Este coeficiente tiene un valor aproximadamente constante para un material dado, admitido que el fluido filtrado es agua.

Fuera del campo de validez de la ley de Darcy, la ley que relaciona  $V_d$  con  $i$  no es lineal. La ley válida entonces, siempre puede expresarse de la misma forma que la ley de Darcy utilizando un *coeficiente de permeabilidad efectivo* ( $K_{ef}$ ) variable con el gradiente de energía.

$$V_d = K_{ef}(i) \cdot i \quad (4.103)$$

En efecto, si consideramos una ley de tipo exponencial:

$$i = c \cdot V_d^m$$

esta ley puede expresarse del siguiente modo:

$$V_d = \left(\frac{1}{c}\right)^{\frac{1}{m}} i^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{1}{c}\right)^{\frac{1}{m}} i^{\frac{1}{m}-1} \cdot i = K_{ef}(i) \cdot i$$

siendo:

$$K_{ef}(i) = \left(\frac{1}{c}\right)^{\frac{1}{m}} \cdot i^{\frac{1}{m}-1} \quad (4.104)$$

Si consideramos ahora una ley de tipo cuadrático:

$$i = a \cdot V_d + b \cdot V_d^2$$

podemos expresarla así:

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4 b i}}{2 b} = \\ &= \left(-\frac{a}{2 b} + \frac{1}{2 b} \sqrt{a^2 + 4 b i}\right) \frac{1}{i} i = K_{ef}(i) \cdot i \end{aligned}$$

siendo:

$$K_{ef}(i) = \frac{1}{2 b i} (-a + \sqrt{a^2 - 4 b i}) \quad (4.105)$$

La expresión del *coeficiente de permeabilidad efectivo* para un material determinado sometido al paso del agua puede determinarse, por tanto, partiendo de la fórmula de resistencia. También puede determinarse directamente mediante experimentación, realizando ensayos para diversos gradientes de energía y ajustando una curva que relacione  $K_{ef}(i)$ , obtenido como relación de  $V_d$  e  $i$ , con el propio gradiente  $i$ .

Basándose en el concepto de *coeficiente de permeabilidad efectivo* ( $K_{ef}$ ), Cedergren<sup>32</sup> ha desarrollado un procedimiento para estimar la reducción que se produce en la capacidad de filtración en los medios porosos constituidos por elementos relativamente gruesos, en relación a la capacidad que tendrían esos mismos medios si fuera aplicable a ellos la ley de Darcy con independencia del gradiente de energía a que estuvieran sometidos.

A partir de los ensayos realizados sobre gravas de río machacadas de distintos tamaños, observó que la variación del *coeficiente de permeabilidad efectivo* ( $K_{ef}$ ) con el gradiente de energía ( $i$ ) podía expresarse del siguiente modo:

$$K_{ef} = K_D \left( \frac{i_D}{i} \right)^y \quad (4.106)$$

siendo  $K_D$  el *coeficiente de permeabilidad de Darcy* e  $i_D$  un gradiente de energía para el que resulta aplicable la ley de Darcy.

Considerando un *coeficiente de permeabilidad efectivo relativo*:

---

<sup>32</sup>Cedergren; 1989. (12)

$$K_{ef,r} = \frac{K_{ef}}{K_D} \quad (4.107)$$

Cedergren definió las variaciones de  $K_{ef,r}$  y del exponente y de la ecuación (4.106) con el gradiente de energía (i) (Ver *Fig. n° 4.10* y *Fig. n° 4.11*).

Después de realizar nuevos ensayos, esta vez con arena, y apoyándose en la ecuación (4.106), Cedergren extrapoló los resultados de los ensayos anteriores, obteniendo un gráfico (*Fig. n° 4.12*) que permite estimar para materiales de distintos tamaños, la reducción del *coeficiente de permeabilidad efectivo* que se produce al aumentar el gradiente de energía.

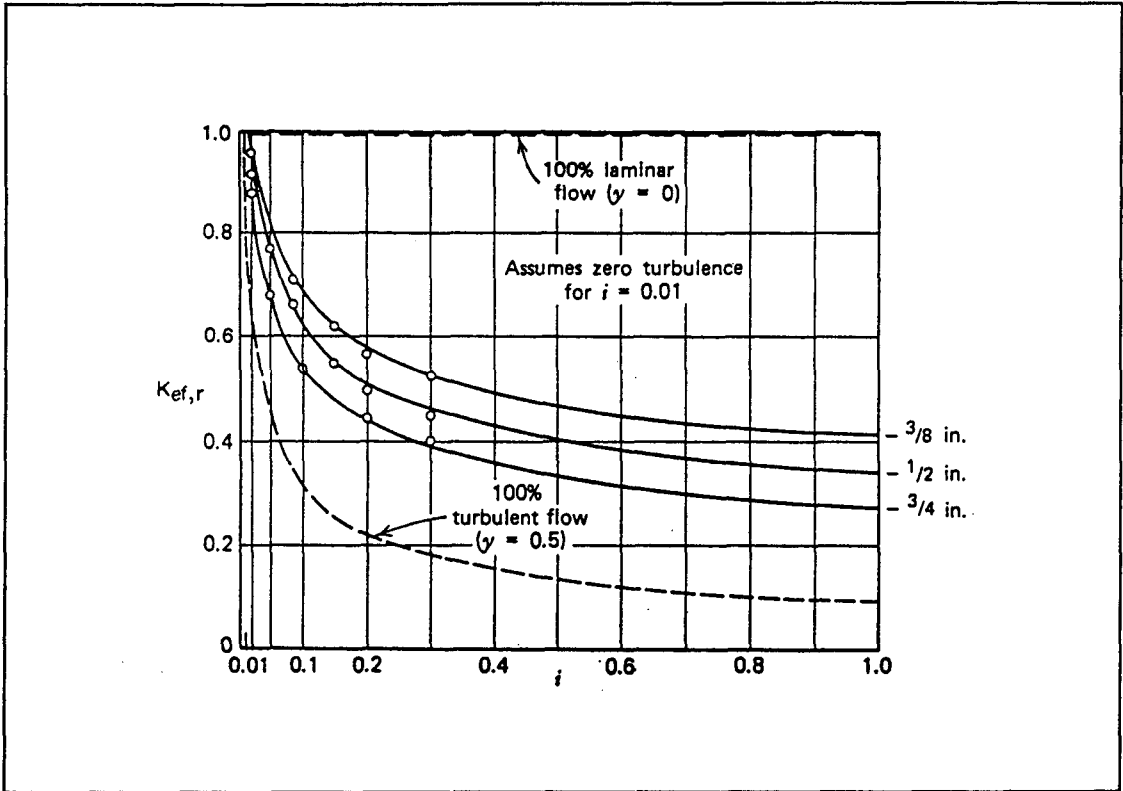


Fig. nº 4.10: Variación de  $K_{ef,r}$  con el gradiente hidráulico ( $i$ ).  
(Fuente: Cedergren; 1989) (12)

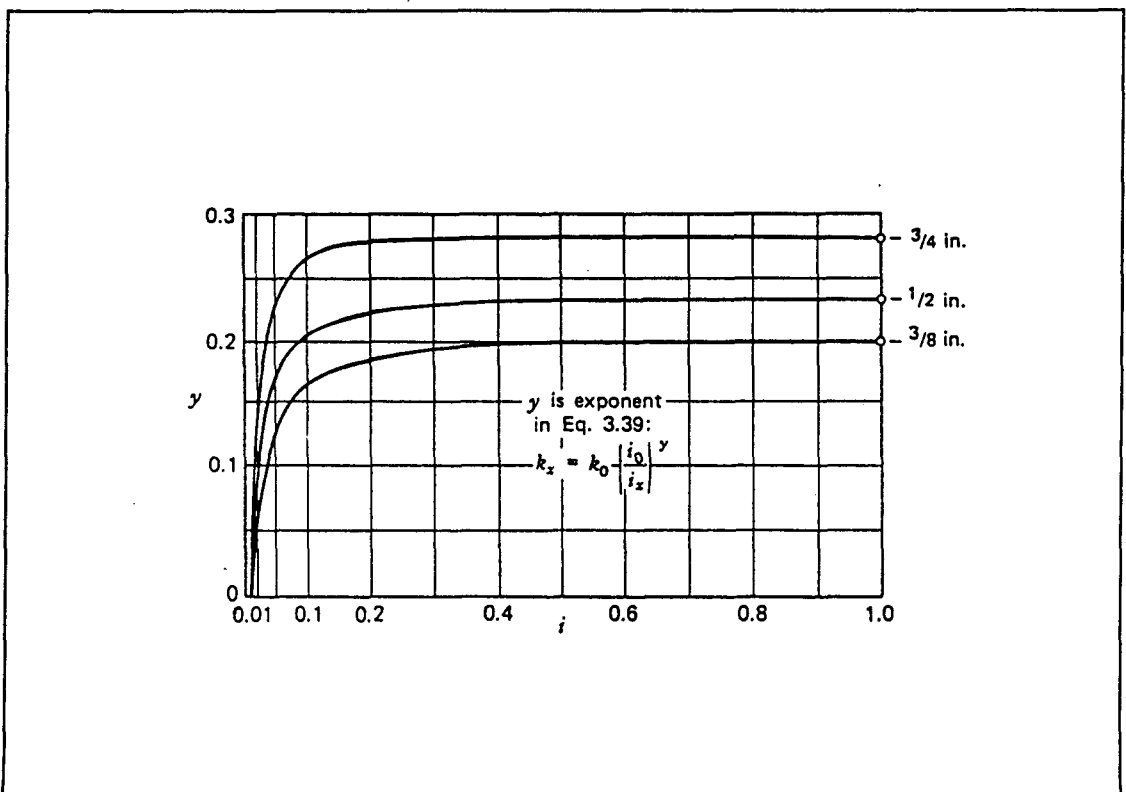


Fig. nº 4.11: Variación del exponente "y" con el gradiente de energía ( $i$ ).  
(Fuente: Cedergren; 1989)(12)

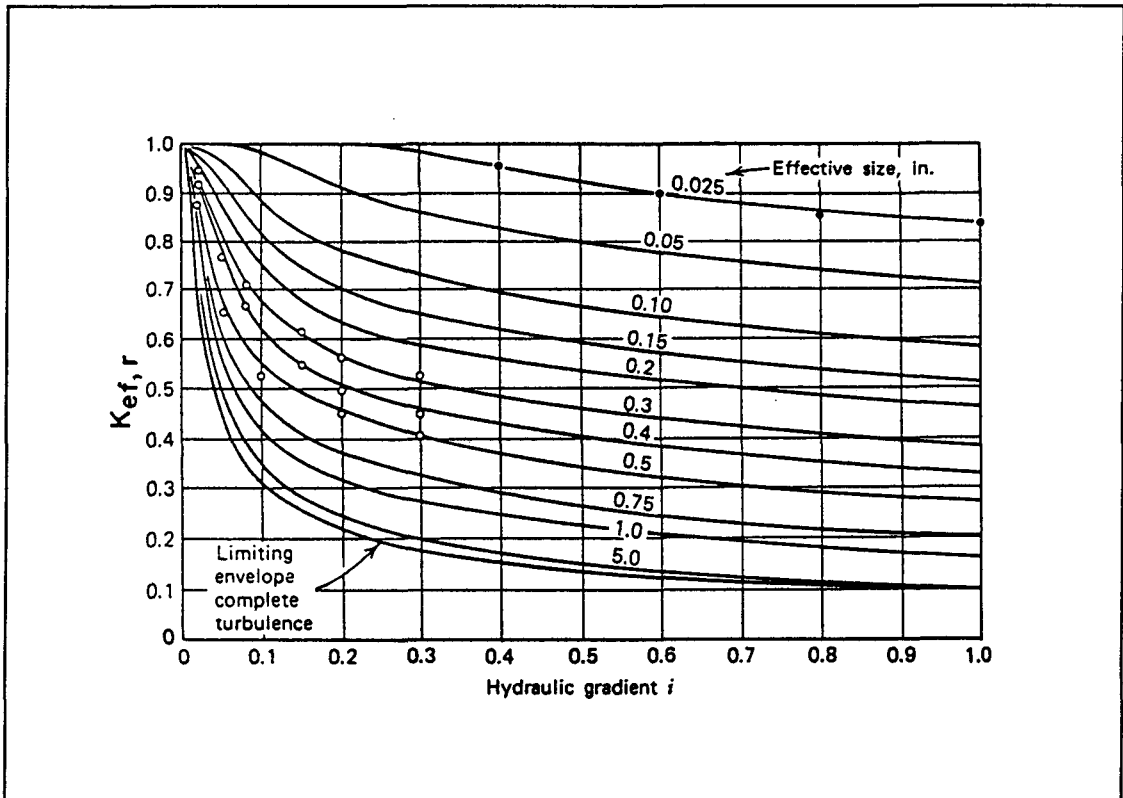


Fig. n° 4.12: Relación entre " $K_{ef,r}$ " e " $i$ " para materiales de distintos tamaños.  
(Fuente: Cedergren; 1989) (12)

Conocido el gradiente de energía, puede estimarse el coeficiente de permeabilidad efectivo y, mediante la ecuación (4.103), el caudal específico o velocidad de filtración. Multiplicando por la sección total de medio poroso tendremos el caudal filtrado.

El problema es que, salvo casos particulares, el gradiente hidráulico es variable en el dominio de filtración. En el dominio constituido por el espaldón de aguas abajo sometido a sobrevertido el rango de variación del gradiente es muy amplio, como se

verá más adelante, en el próximo capítulo. Para resolver este problema se introduce en dicho capítulo el concepto de permeabilidad equivalente ( $K_{eq}$ ).



# MOVIMIENTO DEL AGUA A TRAVES DE LA ESCOLLERA

---

### 5.1 CONSIDERACIONES GENERALES. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una vez conocida la fórmula de resistencia o ley de pérdida de energía, puede plantearse el estudio del movimiento del agua a través de la escollera.

El análisis diferencial conduce a un *modelo matemático diferencial* que se plantea como un problema de campo<sup>1</sup>. El análisis se limitará al caso de movimiento permanente, bidimensional de un fluido viscoso e incompresible, el agua, en un medio poroso homogéneo e isótropo.

En primer lugar es preciso definir el problema. Para ello debe conocerse la *ecuación de campo* que caracteriza el fenómeno físico, movimiento del agua a través de un medio poroso determinado, y las *condiciones de frontera*, que particularizan el problema para un caso concreto.

---

<sup>1</sup>Recuérdese lo explicado en el capítulo 2 acerca de la modelización de un medio discontinuo como un medio continuo y referente al tamaño de partícula y la necesidad de realizar investigaciones en el futuro acerca del límite de aplicabilidad en función del tamaño de la escollera en relación al dominio de filtración definido por el espaldón.

Como resultado final del cálculo, se obtiene un campo de presiones y un campo de velocidades, si bien la ecuación de campo puede plantearse en términos de otras magnitudes, típicamente su potencial. En cualquier caso, una vez resuelto el problema, es posible conocer la presión y la velocidad en cualquier punto del dominio de filtración, y a través de la velocidad, el caudal de agua filtrado.

Por tanto, el *planteamiento del problema* consiste en la definición de la ecuación de campo y de las condiciones de frontera. Cuando hablamos de *resolver el problema*, nos referimos a la determinación de las presiones y velocidades en cada punto del medio. Se dice que el problema está bien planteado cuando la solución existe y es única.

Por otra parte, al plantear un problema de campo es necesario garantizar que la ecuación de campo se cumple en todo el dominio. El incumplimiento de esta condición invalida el planteamiento del problema.

Existen diversos procedimientos para resolver el problema. Actualmente, los *métodos numéricos* resultan imprescindibles, permitiendo aprovechar la elevada potencia de cálculo de los ordenadores disponibles. La resolución analítica es posible en muy contadas ocasiones. También se dispone de *procedimientos gráficos*, muy usados en el pasado pero que han sido desplazados por los procedimientos numéricos. Además la solución gráfica resulta muy laboriosa en el caso de movimiento no lineal.

El capítulo se estructura de acuerdo con las ideas expuestas, para pasar a partir del punto 5.8 a realizar un estudio paramétrico y finalmente obtener conclusiones respecto al movimiento del agua a través del espaldón de escollera sometido a sobrepresión. El estudio paramétrico se realiza a partir de una modelización en diferencias finitas, y de un programa que se basa en ella, preparados expresamente para esta Tesis Doctoral y que considera la no linealidad del movimiento.

## 5.2 ECUACION DE CAMPO

### 5.2.1 Movimiento lineal

Consideremos una partícula de medio poroso de dimensiones infinitesimales<sup>2</sup>  $dx \cdot dy$  (Fig. nº 5.1) y unos ejes de coordenadas ortogonales  $(x, y)$ . Sea el vector velocidad de filtración en un punto:

$$\vec{V} = u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j} \quad (5.1)$$

siendo  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  vectores unitarios de dirección la de los ejes de coordenadas  $x$  e  $y$  respectivamente y sentido el definido como positivo.

El caudal de agua que entra en la partícula de medio poroso es:

$$u \cdot dx + v \cdot dy \quad (5.2)$$

El caudal que sale es:

$$\left(u + \frac{\delta u}{\delta x}\right) dx + \left(v + \frac{\delta v}{\delta y}\right) dy \quad (5.3)$$

Admitiendo que ni el agua ni los elementos sólidos sufren deformación volumétrica y que la partícula está saturada, el caudal de agua que entra en ella tiene que ser igual que el que sale (ley de conservación de la masa o principio de continuidad), de donde se obtiene:

---

<sup>2</sup>El término infinitesimal se entiende en el sentido de tamaño mínimo admisible para una partícula del medio, pero en una escollera tendrá un tamaño apreciable. (Ver concepto de Volumen Elemental de Control en el Capítulo 2).

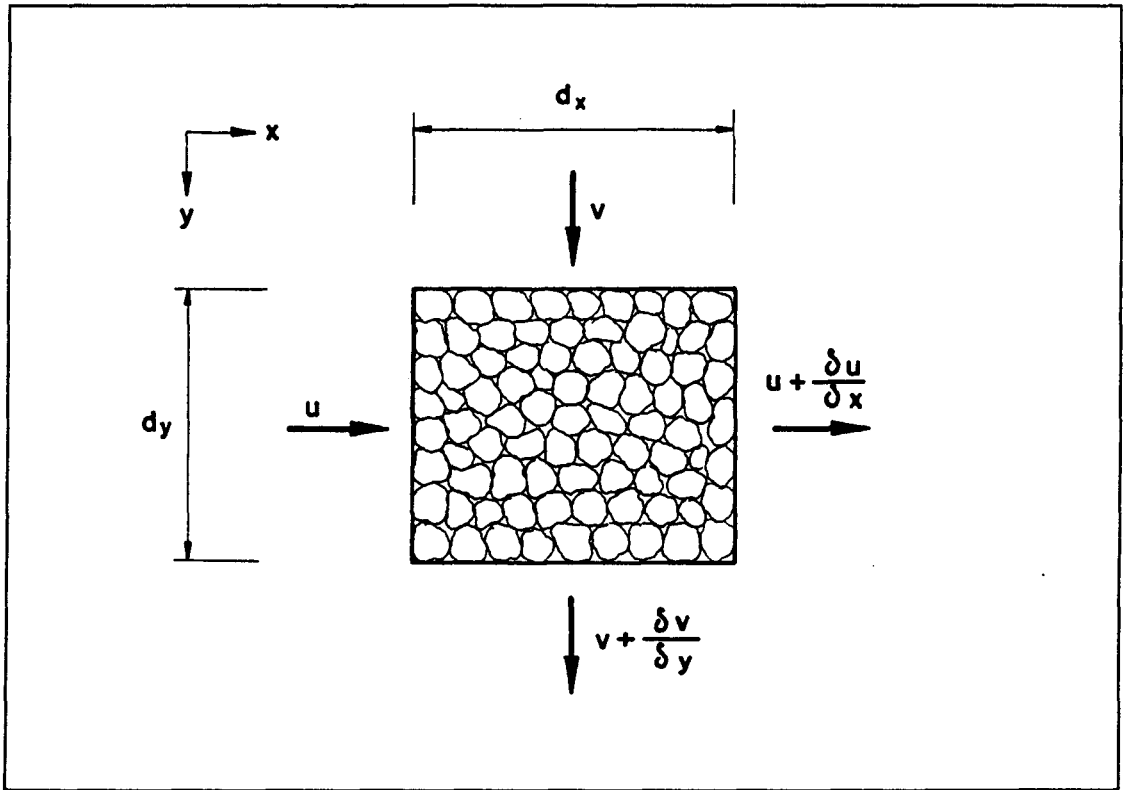


Fig. n° 5.1: Balance de entradas y salidas de agua en una partícula de medio poroso.

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = 0 \quad (5.4)$$

Si se cumple la ley de Darcy, tendremos que:

$$\vec{V} = K \cdot \vec{i} \quad (5.5)$$

Por tanto:

$$u = K \frac{dh}{dx} \quad ; \quad v = K \cdot \frac{dh}{dy} \quad (5.6)$$

siendo:

$$h = z + \frac{p}{\gamma} \quad : \text{ carga piezométrica}$$

z: altura sobre el plano de referencia

p: presión

K: coeficiente de permeabilidad

En realidad,  $h$  es la carga hidráulica total, pero la carga de velocidad tiene en la práctica un valor muy bajo, despreciable frente al de la carga piezométrica. Marsal<sup>3</sup> señala que la velocidad raramente alcanza el valor de 0,1 m/s. Por tanto, la carga de velocidad es generalmente menor que 0,0005 m.

Sustituyendo (5.6) en (5.4) tenemos que:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left( K \frac{dh}{dx} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left( K \frac{dh}{dy} \right) = 0 \quad (5.7)$$

En un medio homogéneo e isótropo el coeficiente de permeabilidad es constante en todo el dominio. Por tanto:

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} = 0 \quad (5.8)$$

---

<sup>3</sup>Marsal y Resendiz; 1983. (58)

Esta es la conocida ecuación de Laplace, que gobierna el movimiento del agua en un medio poroso cuando se cumple la ley de Darcy. Se trata, por tanto, de la ecuación de campo para movimiento lineal.

Si consideramos el operador laplaciano:

$$\nabla = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} \quad (5.9)$$

la ecuación de Laplace puede expresarse:

$$\nabla h = 0 \quad (5.10)$$

### 5.2.2 Movimiento no lineal

Diversos autores han desarrollado ecuaciones de campo para movimiento no lineal basándose en una fórmula de resistencia de tipo exponencial o cuadrático.

Engelud (1.953) y otros, considerando una fórmula de resistencia cuadrática con término lineal nulo, han llegado a la siguiente ecuación de campo<sup>4</sup>.

$$\frac{\delta^2 h}{\delta v^2} + \frac{2}{v^2} \frac{\delta^2 h}{\delta \alpha^2} = 0 \quad (5.11)$$

siendo:

h: carga piezométrica

v: velocidad de filtración

$\alpha$ : inclinación del vector velocidad

A continuación veremos el desarrollo completo de las ecuaciones de campo de Parkin y de Volker para movimiento no lineal.

---

<sup>4</sup>Parkin; 1971. (69)

## ECUACION DE CAMPO DE PARKIN

La ecuación de campo de Parkin<sup>5</sup> se basa en una ley exponencial:

$$i = c \cdot v^m \quad (5.12)$$

admitiendo que los coeficientes  $c$  y  $m$  son constantes en el dominio de filtración. Según los estudios realizados por Wilkins y otros, estos coeficientes no varían de forma significativa en el rango de velocidades que se dan en la práctica, por lo que la hipótesis resulta aceptable.

De (5.12) se obtiene que:

$$v = (i/c)^{1/m} \quad (5.13)$$

Tanto la velocidad como la pérdida unitaria de energía se refieren a la dirección de avance del agua en el punto considerado (línea de corriente del movimiento en el medio poroso). En general, la relación puede expresarse en forma vectorial. Teniendo en cuenta que:

$$\vec{i} = \text{grad } H \quad (5.14)$$

donde, despreciando la carga de velocidad,  $H = h$ , queda:

$$\vec{v} = \left( \frac{\text{grad } h}{c} \right)^{1/m} \quad (5.15)$$

Admitiendo que el coeficiente  $c$  es constante, puede ponerse:

---

<sup>5</sup>Parkin, Trollope y Lawson; 1966. (68)

$$\vec{v} = [\text{grad}(\frac{h}{c})]^{1/m} \quad (5.16)$$

y llamando:

$$\phi = \frac{h}{c} \quad (5.17)$$

podemos poner:

$$\vec{v} = |\text{grad } \phi|^{1/m-1} \cdot \text{grad } \phi \quad (5.18)$$

Por definición del operador gradiente:

$$\text{grad } \phi = \frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j} \quad (5.19)$$

siendo  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  vectores unitarios en las direcciones de los ejes cartesianos x e y respectivamente.

Sustituyendo en (5.18):

$$\vec{v} = |\frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j}|^{1/m-1} (\frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j}) \quad (5.20)$$

Pero:

$$\begin{aligned} |\frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j}|^{1/m-1} &= |\frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j}|^{1/2(1/m-1) \cdot 2} = \\ &= (|\frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j}|^2)^{1/2(1/m-1)} = [(\frac{\delta \phi}{\delta x})^2 + (\frac{\delta \phi}{\delta y})^2]^{1/2(1/m-1)} \quad (5.21) \end{aligned}$$

Por tanto, sustituyendo en (5.20):



$$\vec{v} = \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \vec{j} \right) \quad (5.22)$$

En consecuencia, las componentes del vector velocidad

$$\vec{v} = u \vec{i} + v \vec{j} \quad (5.23)$$

son:

$$u = \frac{\delta \phi}{\delta x} \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} \quad (5.24)$$

$$v = \frac{\delta \phi}{\delta y} \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} \quad (5.25)$$

Como hemos visto en el apartado anterior, la ecuación de continuidad aplicada a una partícula de medio poroso indeformable conduce a:

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = 0 \quad (5.26)$$

Derivando las expresiones (5.24) y (5.25) respecto a x e y respectivamente, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\delta u}{\delta x} &= \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} + \frac{\delta \phi}{\delta x} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \cdot \\ &\cdot \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} \cdot \left( 2 \frac{\delta \phi}{\delta x} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + 2 \frac{\delta \phi}{\delta y} \frac{\delta^2 \phi}{\delta y \delta x} \right) \quad (5.27) \end{aligned}$$

$$\frac{\delta v}{\delta y} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \cdot$$

$$\cdot \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{1/2(1/m-1)} \cdot \left( 2 \frac{\delta \phi}{\delta x} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x \delta y} + 2 \frac{\delta \phi}{\delta y} \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \right) \quad (5.28)$$

Sustituyendo las expresiones (5.27) y (5.28) en la ecuación de continuidad (5.26), obtenemos la *ecuación de campo de Parkin*.

$$\left( \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \right) \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right] + \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \cdot \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + 2 \frac{\delta \phi}{\delta x} \frac{\delta \phi}{\delta y} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x \delta y} + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \right] = 0 \quad (5.29)$$

donde recordemos que:

$$\phi = \frac{h}{c} \quad ; \quad h = z + \frac{p}{\gamma}$$

Parkin, Trollope y Lawson<sup>6</sup> hacen notar que, supuesto constante el coeficiente  $c$ , la anterior ecuación de campo es equivalente a otra en la que  $\phi$  se sustituya por  $h$ , para obtener directamente la carga piezométrica.

En consecuencia, la carga piezométrica ( $h$ ), y por tanto la presión ( $p$ ), dependen únicamente del exponente ( $m$ ) de la fórmula de resistencia.

La ecuación de campo (5.29) se reduce a la ecuación de Laplace, válida para movimiento lineal, cuando  $m = 1$ , o lo que es lo mismo, cuando se cumple la ley de Darcy.

---

<sup>6</sup>Parkin, Trollope y Lawson; 1966. (68)

## ECUACION DE CAMPO DE VOLKER PARA FORMULA DE RESISTENCIA CUADRATICA

La fórmula de resistencia de tipo cuadrático:

$$i = a V + b V^2 \quad (5.30)$$

puede ponerse en la forma vectorial:

$$-grad h = (a + b |V|) \vec{V} \quad (5.31)$$

El signo negativo indica que la carga piezométrica decrece en el sentido de avance del agua.

Por otra parte:

$$grad h = \frac{\delta h}{\delta s} \vec{s} = \frac{\delta h}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta h}{\delta y} \vec{j} \quad (5.32)$$

siendo  $\vec{s}$  un vector unitario de la misma dirección y sentido contrario que el vector velocidad.

Por tanto:

$$\vec{s} = \left( \frac{\delta h}{\delta x} / \frac{\delta h}{\delta s} \right) \vec{i} + \left( \frac{\delta h}{\delta y} / \frac{\delta h}{\delta s} \right) \vec{j} \quad (5.33)$$

Así pues, el vector velocidad puede expresarse como:

$$\vec{V} = -|V| \vec{s} = -|V| \left[ \left( \frac{\delta h}{\delta x} / \frac{\delta h}{\delta s} \right) \vec{i} + \left( \frac{\delta h}{\delta y} / \frac{\delta h}{\delta s} \right) \vec{j} \right]$$

O también:

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} \quad (5.35)$$

De (5.34) y (5.35) se deduce que las componentes del vector velocidad en las direcciones de los ejes cartesianos son:

$$u = -|V| \frac{\frac{\delta h}{\delta x}}{\frac{\delta h}{\delta s}} \quad ; \quad v = -|V| \frac{\frac{\delta h}{\delta y}}{\frac{\delta h}{\delta s}} \quad (5.36)$$

Como  $h$  decrece en el sentido de  $\vec{v}$ , crecerá en el sentido de  $\vec{s}$ , que es contrario al de  $\vec{v}$ . Por tanto:

$$\frac{\delta h}{\delta s} = \left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| \quad (.37)$$

y puede ponerse:

$$u = -\frac{\delta h}{\delta x} \frac{|V|}{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|} \quad ; \quad v = -\frac{\delta h}{\delta y} \frac{|V|}{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|} \quad (5.38)$$

Por otra parte, de la fórmula de resistencia (5.31) se obtiene que:

$$\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| = a |V| + b |V|^2 \quad (5.39)$$

de donde:

$$|V| = -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|}{b}} \quad (5.40)$$

Sustituyendo este valor de  $|v|$  en (5.38):

$$u = \left( \frac{a}{2b} - \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|\frac{\delta h}{\delta s}|}{b}} \right) \cdot \frac{\frac{\delta h}{\delta x}}{|\frac{\delta h}{\delta s}|} \quad (5.41)$$

$$v = \left( \frac{a}{2b} - \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|\frac{\delta h}{\delta s}|}{b}} \right) \cdot \frac{\frac{\delta h}{\delta y}}{|\frac{\delta h}{\delta s}|} \quad (5.42)$$

Por tanto, la ecuación de continuidad:

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = 0 \quad (5.43)$$

conduce a la siguiente ecuación de campo:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{\delta x} \left[ \left( \frac{a}{2b} - \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|\frac{\delta h}{\delta s}|}{b}} \right) \cdot \frac{\frac{\delta h}{\delta x}}{|\frac{\delta h}{\delta s}|} \right] + \\ & + \frac{\delta}{\delta y} \left[ \left( \frac{a}{2b} - \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|\frac{\delta h}{\delta s}|}{b}} \right) \cdot \frac{\frac{\delta h}{\delta y}}{|\frac{\delta h}{\delta s}|} \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.44)$$

## ECUACION DE CAMPO DE VOLKER PARA FORMULA DE RESISTENCIA EXPONENCIAL

Procediendo de forma análoga, la fórmula de resistencia:

$$i = c \cdot V^m \quad (5.45)$$

puede expresarse en forma vectorial.

$$\text{grad } h = c |V|^{m-1} \vec{V} \quad (5.46)$$

Por tanto:

$$\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| = c |V|^m \quad (5.47)$$

y el módulo del vector velocidad es:

$$|V| = \left( \frac{1}{c} \left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| \right)^{1/m} \quad (5.48)$$

Sustituyendo en la ecuación (5.38), que no depende del tipo de fórmula de resistencia adoptado:

$$u = - \left( \frac{1}{c} \left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| \right)^{1/m} \frac{\frac{\delta h}{\delta x}}{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|} ; v = - \left( \frac{1}{c} \left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| \right)^{1/m} \frac{\frac{\delta h}{\delta y}}{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|} \quad (5.49)$$

Por tanto, la ecuación de continuidad (5.43) conduce en este caso a la siguiente ecuación de campo:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left[ - \left( \frac{1}{c} \left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| \right)^{1/m} \frac{\frac{\delta h}{\delta x}}{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|} \right] + \frac{\delta}{\delta y} \left[ - \left( \frac{1}{c} \left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| \right)^{1/m} \frac{\frac{\delta h}{\delta y}}{\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right|} \right] = 0 \quad (5.50)$$

donde:

$$\left| \frac{\delta h}{\delta s} \right| = \sqrt{\left( \frac{\delta h}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta h}{\delta y} \right)^2} \quad (5.51)$$

según se deduce de la ecuación (5.32).

Como indica Volker<sup>7</sup>, la ecuación del movimiento es una ecuación diferencial en derivadas parciales no lineal de tipo elíptico, admitiendo que los coeficientes  $a$  y  $b$  son positivos y que el valor del exponente  $m$  se mueve en el rango de 1 a 2.

Las ecuaciones elípticas se asocian generalmente a fenómenos estacionarios y presentan algunas características que conviene señalar<sup>8</sup>.

Cuando la ecuación de campo de un fenómeno físico es elíptica, cualquier perturbación en un punto interior del dominio influye en todos los demás puntos del mismo, disminuyendo la influencia con la distancia al punto en que se produjo la perturbación. Como consecuencia de ello, para obtener soluciones a problemas elípticos es preciso considerar el dominio en su conjunto, a diferencia de lo que sucede con los problemas hiperbólicos o parabólicos, para los que es posible abordar una resolución progresiva partiendo de unas condiciones iniciales.

Por lo que se refiere a las condiciones de frontera, cabe señalar las siguientes particularidades:

- Las ecuaciones elípticas requieren para su resolución el conocimiento de las condiciones de frontera en toda la frontera.
- Las discontinuidades en las condiciones de frontera se atenúan hacia el interior del dominio.

---

<sup>7</sup>Volker; 1969. (93)

<sup>8</sup>Fletcher; 1991. (26)

- Si la ecuación elíptica es de segundo grado, del tipo:

$$A \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + B \frac{\delta^2 u}{\delta x \delta y} + C \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} + D \frac{\delta u}{\delta x} + E \frac{\delta u}{\delta y} + Fu + G = 0$$

los valores máximo y mínimo de la función potencial se dan en la frontera.

### 5.2.3 Caracterización del campo de velocidades

Antes de considerar el campo de velocidades de filtración a través del cuerpo de la presa, recordaremos algunos conceptos y propiedades de los campos vectoriales sobre el espacio euclídeo tridimensional.

Un campo vectorial  $\vec{V}(x, y, z)$  es *potencial* o *conservativo* si existe un campo escalar  $\phi(x, y, z)$  tal que:

$$\vec{V} = \text{grad } \phi \quad (5.52)$$

Entonces  $\phi(x, y, z)$  se denomina *función de campo* o *función potencial* y las superficies de igual valor de  $\phi$  son las *superficies equipotenciales*.

En el caso más general de que exista una función o campo escalar  $\phi(x, y, z)$  tal que:

$$\vec{V} = K(x, y, z) \cdot \text{grad } \phi \quad (5.53)$$

se dice que  $\phi(x, y, z)$  es la *función pseudopotencial* y la función  $K(x, y, z)$  se denomina *factor integrante*. Sólo en el caso de que  $K(x, y, z) = 1$  el campo vectorial

$\vec{V}(x, y, z)$  es potencial y entonces  $\vec{V} = \text{grad } \phi$ .



Por otra parte, un campo vectorial es *irrotacional* si se cumple que:

$$r\vec{\sigma}t \vec{V} = 0 \quad (5.54)$$

siendo:

$$r\vec{\sigma}t \vec{V} = \left( \frac{\delta w}{\delta y} - \frac{\delta v}{\delta z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\delta u}{\delta z} - \frac{\delta w}{\delta x} \right) \vec{j} + \left( \frac{\delta v}{\delta x} - \frac{\delta u}{\delta y} \right) \vec{k} \quad (5.55)$$

donde:

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k} \quad (5.56)$$

Un campo irrotacional que es igual al gradiente de un campo escalar se denomina *campo lamelar*.

El vector

$$\vec{w} = \frac{1}{2} r\vec{\sigma}t \vec{V} \quad (5.57)$$

se denomina *vector de vorticidad* y, obviamente, es nulo en un campo irrotacional.

La condición para la existencia de la *función pseudopotencial*  $\varphi(x,y,z)$  tal que se cumpla (5.53) es:

$$\vec{V} \cdot r\vec{\sigma}t \vec{V} = 0 \quad (5.58)$$

que es menos restrictiva que la condición (5.54), ya que se cumple también cuando los vectores  $\vec{V}$  y  $r\vec{\sigma}t \vec{V}$  son ortogonales.

Un campo vectorial  $\vec{V}(x,y,z)$  en el que se cumple la condición (5.56), existiendo una *función pseudopotencial*  $\varphi(x,y,z)$ , tal que se cumple la condición (5.53) se denomina *campo lamelar complejo*.

Consideremos, tras este preámbulo, el movimiento del agua en un medio poroso y el campo de velocidades correspondiente. Si la ley de Darcy resulta válida, tenemos que:

$$\vec{V} = -K \operatorname{grad} h \quad (5.59)$$

Cuando el medio es homogéneo e isótropo, puede ponerse:

$$\vec{V} = -\operatorname{grad} (K h) \quad (5.60)$$

Únicamente en este caso el campo de velocidades es un campo vectorial potencial o conservativo, siendo la función potencial:

$$\phi(x, y, z) = K \cdot h(x, y, z) \quad (5.61)$$

que en la literatura técnica suele denominarse *potencial de velocidad*. Bear<sup>8</sup> opina que la denominación adecuada sería *potencial de caudal específico*, puesto que, como ya hemos dicho con anterioridad, la velocidad de filtración o macroscópica tiene el significado de un caudal filtrado por unidad de área total del medio.

También es habitual denominar *potencial de velocidad* a la función:

$$\varphi(x, y, z) = h(x, y, z) \quad (5.62)$$

cuando el medio no es homogéneo e isótropo. Debemos tener en cuenta que en tal caso no se trata de una *función potencial* en el sentido matemático del término y que el campo de velocidades no es un campo potencial.

Hechas estas consideraciones, aquí utilizaremos el término *potencial de velocidad* tanto para la función  $\phi(x, y, z)$  como para  $\varphi(x, y, z)$ , pues el uso de esta terminología es generalizado, teniendo presente que no siempre se trata de una *función potencial* en sentido estricto.

---

<sup>8</sup>Bear; 1988. (7)

Se dice que el movimiento es irrotacional si lo es el campo de velocidades. Si existe una *potencial de velocidad*  $\phi(x,y,z)$  en sentido estricto, el movimiento es irrotacional, ya que siempre se verifica que:

$$r\vec{o}t(\text{gr}\vec{a}d\phi) = \vec{o} \quad (5.63)$$

En cambio, cuando existe  $\varphi(x,y,z)$  tal que se cumple la ecuación (5.53), tenemos que<sup>9</sup>:

$$r\vec{o}t\vec{V} = r\vec{o}t(K\text{gr}\vec{a}d\varphi) = K r\vec{o}t(\text{gr}\vec{a}d\varphi) + \text{gr}\vec{a}dK \wedge \text{gr}\vec{a}d\varphi \quad (5.64)$$

Dado que:

$$r\vec{o}t(\text{gr}\vec{a}d\varphi) = \vec{o} \quad (5.65)$$

tenemos:

$$r\vec{o}t(K\text{gr}\vec{a}d\varphi) = \text{gr}\vec{a}dK \wedge \text{gr}\vec{a}d\varphi \quad (5.66)$$

y por tanto el movimiento es rotacional, salvo que los vectores  $\text{gr}\vec{a}dK$  y  $\text{gr}\vec{a}d\varphi$  sean paralelos en todos los puntos del dominio.

Hemos visto que cuando el movimiento es no lineal, puede ponerse:

$$\vec{V} = K(x,y,z) \cdot \text{gr}\vec{a}dh \quad (5.67)$$

siendo:

$$K(x,y,z) = \frac{1}{c|V|^{m-1}} \quad \text{ó} \quad K(x,y,z) = \frac{1}{a+b|V|} \quad (5.68) \quad (5.69)$$

según la fórmula de resistencia sea de tipo exponencial o cuadrático.

---

<sup>9</sup>El signo  $\wedge$  indica la operación producto vectorial.

Puesto que el módulo del vector velocidad varía de unos puntos a otros del dominio, también varía  $K(x,y,z)$  y por tanto no existe una función potencial y la carga piezométrica es una *función pseudopotencial* que, no obstante, denominaremos *potencial de velocidad*. El movimiento es rotacional y el campo de velocidades no es potencial.

Ahora bien, puesto que existe  $\varphi(x,y,z)$ , se cumple que:

$$\vec{v} \cdot \text{rot} \vec{v} = \vec{0}$$

Analizando (5.67) y (5.68) ó (5.69) se observa que el movimiento no lineal puede asimilarse al movimiento lineal en un medio no homogéneo, en el que el coeficiente de permeabilidad es variable en el dominio de filtración y dependiente de la velocidad<sup>10</sup>.

Por otra parte, cuando el movimiento es bidimensional, en el plano (x,y), la componente de  $\vec{v}$  según el eje Z es nula y también la variación de las otras dos componentes según el mismo eje. De (5.55), con:

$$w = 0 ; \frac{\delta u}{\delta z} = 0 ; \frac{\delta v}{\delta z} = 0 \quad (5.70)$$

se obtiene que:

$$\text{rot} \vec{v} = \left( \frac{\delta v}{\delta x} - \frac{\delta u}{\delta y} \right) \vec{k} \quad (5.71)$$

y por tanto:

---

<sup>10</sup>Recordar el concepto de permeabilidad efectiva introducido en el capítulo 4.

$$\vec{v} \cdot \text{rot } \vec{v} = (u \vec{i} + v \vec{j}) \cdot \left( \frac{\delta v}{\delta x} \vec{k} - \frac{\delta u}{\delta y} \vec{k} \right) = 0 \quad (5.72)$$

lo que garantiza la existencia de una función pseudopotencial.

La ecuación de continuidad (5.4) puede expresarse utilizando el operador divergencia

$$\text{div} = \frac{\delta}{\delta x} + \frac{\delta}{\delta y} + \frac{\delta}{\delta z} \quad (5.73)$$

de la forma:

$$\text{div } \vec{V} = 0 \quad (5.74)$$

En consecuencia, el campo de velocidades es solenoidal, con independencia de que el movimiento sea o no lineal.

### 5.3 CONDICIONES DE FRONTERA

Conocida la ecuación de campo, existen infinitas soluciones que la satisfacen en un dominio de filtración dado. Es preciso definir las condiciones en la frontera del dominio para que el problema esté definido y la solución sea única. Los problemas de este tipo se denominan *problemas de frontera*. Como ya se ha dicho con anterioridad, la ecuación de campo caracteriza el fenómeno físico y las condiciones de frontera, junto con la definición geométrica del dominio, definen las circunstancias particulares en que se produce el fenómeno en cada caso concreto.

Los distintos problemas de frontera que pueden plantearse se clasifican en función del tipo de condiciones de frontera en:

- . **Problema de frontera tipo Dirichlet:** Es aquél en el que se impone el valor del potencial en toda la frontera del dominio.
- . **Problema de frontera tipo Neumann:** Es aquél en el que se impone el valor del caudal que atraviesa la frontera en dirección normal a la misma.
- . **Problema de frontera tipo Cauchy:** Si se impone de forma combinada el potencial y el caudal que atraviesa la frontera en dirección normal a la misma, en cada punto de la referida frontera.
- . **Problema de frontera mixto:** Se da cuando la condición de Dirichlet se aplica sobre parte de la frontera y la de Neumann sobre el resto de la misma.

Por otra parte, los problemas de movimiento del agua también pueden clasificarse en:

- . **Problema de movimiento confinado:** Se refiere al caso en que el dominio en el que se produce el movimiento está definido a priori. Por tanto, la geometría de la frontera se conoce en su totalidad antes de resolver el problema.

- **Problema de superficie libre:** Se da cuando la frontera superior viene definida por la superficie libre del agua y, en consecuencia, su definición geométrica no se conoce a priori. Para resolver este tipo de problema es preciso partir de una superficie libre estimada y realizar tanteos sucesivos hasta conseguir que la presión sea nula en todos los puntos de la superficie libre tanteada.

El fenómeno de filtración del agua a través del espaldón de una presa de escollera sometida a sobrevertido da origen a un *problema de frontera mixto con superficie libre*, como veremos a continuación.

Consideremos en primer lugar el movimiento del agua a través de una presa homogénea (*Fig. nº 5.2*). Las condiciones de frontera son:

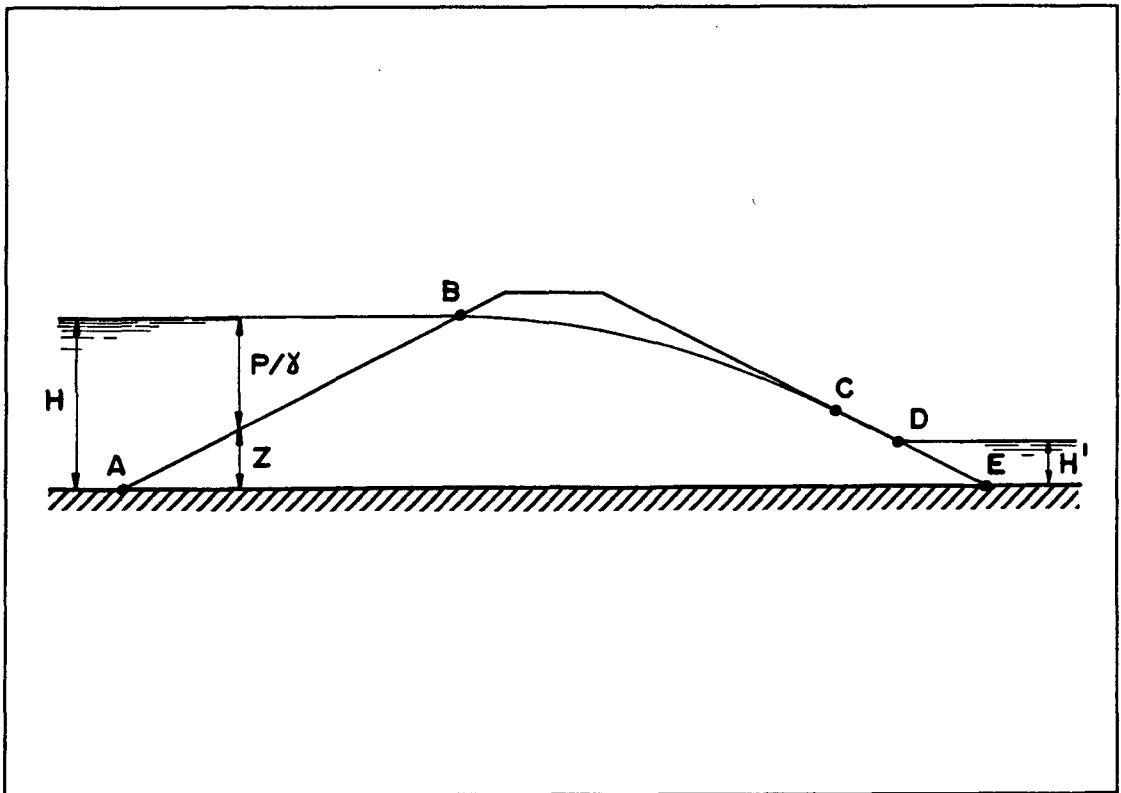
Tramo AB: La carga piezométrica es constante e igual a la altura de agua sobre la base (H). Se trata de una condición de tipo Dirichlet.

Tramo DE: Análogamente, la carga piezométrica es en este caso  $H'$ . También es una condición de tipo Dirichlet.

Tramo AE: Admitiendo que la base es impermeable, el caudal que circula a través de este tramo de frontera es nulo. Por tanto, se trata de una condición tipo Neumann.

Tramo BC: Se trata de una superficie libre, cuya situación se desconoce a priori. La presión en todos sus puntos debe ser nula (referida a la presión atmosférica) y no puede circular agua a través de la misma. Se trata de una condición tipo Cauchy.

Tramo CD: La carga piezométrica viene dada por la altura sobre el plano de referencia, ya que la presión es nula por encontrarse en contacto con la atmósfera. La condición es de tipo Dirichlet.



*Fig. n° 5.2: Movimiento del agua a través de una presa homogénea. Condiciones de frontera.*

Si el agua supera la cota de coronación se producirá el sobrevertido. Cuando la altura de lámina vertiente ( $h_v$ ) sea pequeña, la circulación superficial o exterior, sobre la coronación y el talud de aguas abajo, se reducirá a unos pocos metros. A partir de un determinado punto sólo se producirá circulación interna a través del cuerpo de la presa. La *Fig. n° 5.3-a)* representa esta situación. La carga piezométrica en BC depende del perfil exterior del agua en esa zona, desconocido a priori. Igualmente se desconoce la situación de la línea CD (superficie libre).



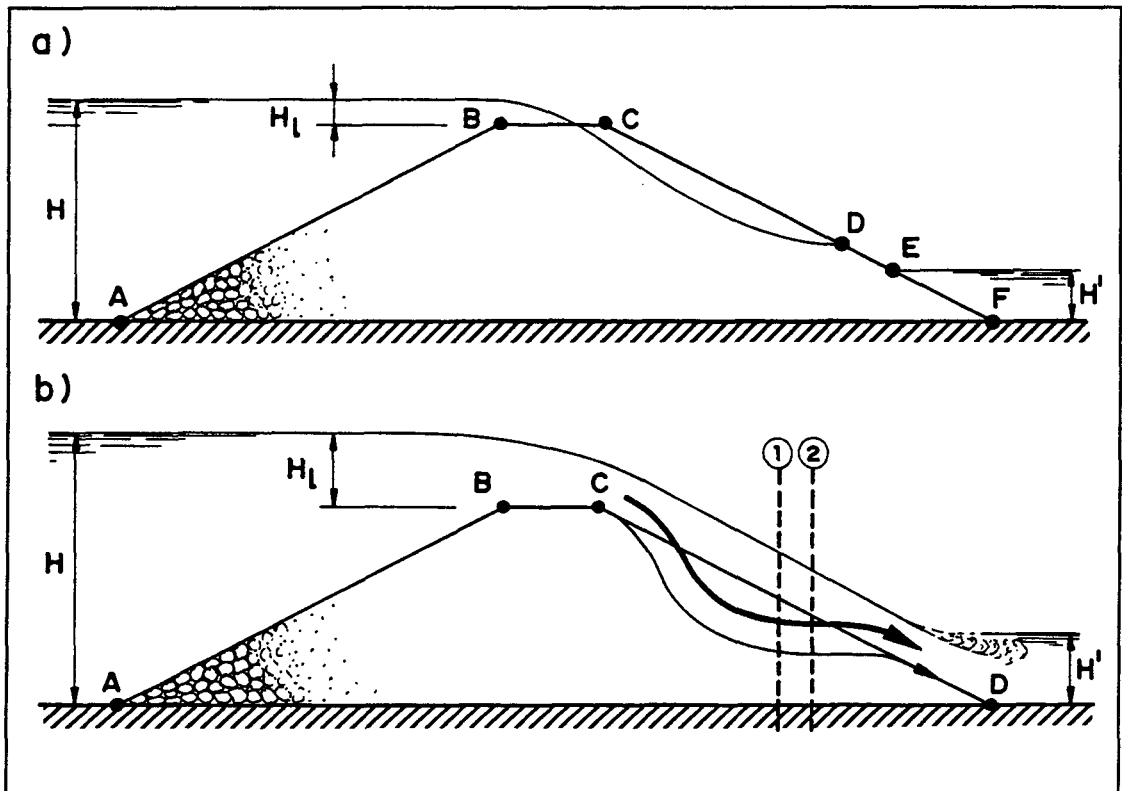


Fig. n° 5.3: Movimiento del agua sobre y a través de una presa de escollera. Condiciones de frontera.

A medida que aumenta la altura de lámina vertiente, el punto C se desplazará hacia aguas abajo sobre el talud de la presa y el D lo hará hacia aguas arriba. Cuando la lámina sea suficientemente elevada, por ser el caudal de llegada al embalse netamente superior al que puede circular por el interior de la presa, se producirá movimiento superficial sobre toda la longitud del talud de aguas abajo (Ver Fig. n° 5.3-b).

La condición de frontera en la coronación y el paramento de aguas abajo puede plantearse como de potencial impuesto, pero desconocido a priori, que es preciso determinar mediante tanteos sucesivos de modo semejante a como se procede con

los problemas de superficie libre. En realidad, se trata de determinar la geometría de la superficie libre del agua que circula sobre el talud de la presa.

Como hemos indicado antes, para determinar la situación de una superficie libre se sigue el siguiente proceso:

- 1° Se estima la situación de la superficie libre.
- 2° Se calcula la solución al problema, obteniéndose la presión en la superficie libre.
- 3° Si la presión no es nula en todos los puntos de la misma, se modifica su geometría, elevándola en la zona donde es positiva y reduciendo su cota donde es negativa.
- 4° Se vuelve a realizar el cálculo y el proceso se repite hasta que se consigue que la presión sea nula en todos los puntos de la superficie libre.

En el caso de que exista circulación sobre el talud de la presa, la condición que debe cumplirse es la que se explica a continuación. En la *Fig. nº 5.4* se consideran dos secciones verticales separadas una cierta distancia  $\Delta x$ , siendo:

- $q_{1(2),e(i)}$ : caudal que atraviesa la sección 1 (2) circulando exteriormente (interiormente) sobre el talud de la presa (a través del cuerpo de la presa).
- $\Delta q_{1,2}$ : caudal que pasa del exterior al interior de la presa (o viceversa, si el signo es negativo) entre las secciones 1 y 2.

Aplicando el principio de continuidad al recinto de medio poroso RSVU (Fig. n° 5.4), tenemos:

$$q_{2,i} = q_{1,i} + \Delta q_{1,2} \quad (5.75)$$

Como ya se vio en el capítulo correspondiente al movimiento del agua sobre el talud de la presa, éste es de caudal variable, dado que existe un intercambio de caudales con el interior de la presa.

El movimiento del agua sobre el talud y a través del cuerpo de la presa son fenómenos acoplados, no siendo posible en pura teoría calcular uno de ellos con independencia del otro. En efecto, para resolver el movimiento del agua a través de la presa es preciso conocer la carga piezométrica en el talud de aguas abajo, y por tanto el perfil del agua que circula sobre el mismo. Pero para determinar este perfil tenemos que conocer el caudal que se añade o sustrae en cada punto del talud, que se determina mediante la expresión (5.75), previa resolución del movimiento del agua a través de la presa.

En consecuencia, debe seguirse un proceso iterativo.

- 1° Estimar una ley de variación del caudal circulante exteriormente.
- 2° Modelizar el movimiento del agua sobre la presa, determinando la carga piezométrica y el potencial a lo largo de la frontera.
- 3° Modelizar el movimiento del agua a través de la presa. Conocido el campo de velocidades puede determinarse la ley de intercambio de caudales con el exterior y la ley de variación del caudal circulante exteriormente.

- 4° Comparar esta ley con la estimada en el primer paso.
- 5° Si coinciden, el problema está resuelto. En caso contrario, debe modificarse la ley y reiterar el proceso.

En definitiva, vemos que la condición de frontera correspondiente a la coronación y el paramento de aguas abajo obliga, en pura teoría, a resolver el problema mediante tanteos sucesivos. Pero en general la altura de lámina vertiente sobre la presa será pequeña, muy inferior a las alturas de presión existentes en el dominio de filtración, por lo que la hipótesis de presión nula a lo largo del talud de aguas abajo resulta en general aceptable, salvo en el caso de que la lámina vertiente sea importante.

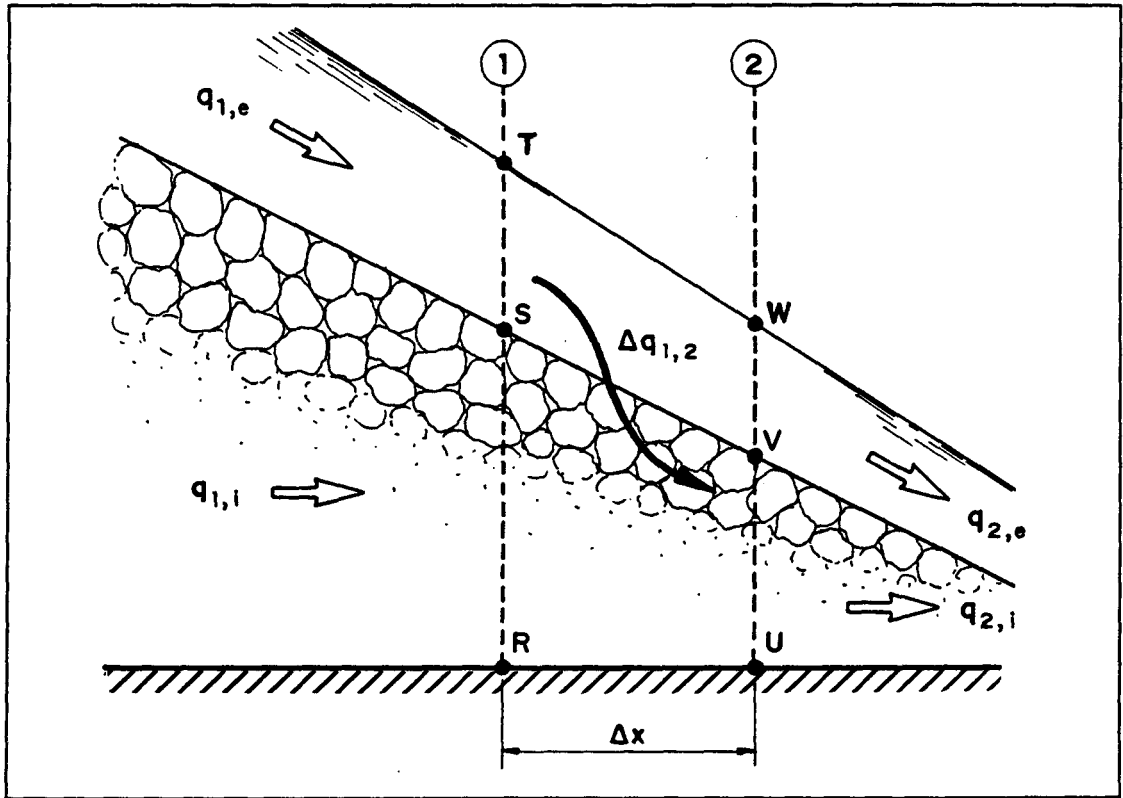


Fig. n° 5.4: Intercambio de caudal a través del talud entre dos secciones.

## **5.4 SOLUCION DEL PROBLEMA POR METODOS NUMERICOS**

Conocida la ecuación de campo y las condiciones de frontera, el problema está planteado. La resolución del problema consiste en la obtención del potencial de velocidad en todos los puntos del dominio de filtración, a partir del cual se puede determinar el campo de presiones y el campo de velocidades y, por tanto, los caudales filtrados.

Para resolver el problema existen diversos procedimientos. La resolución analítica es posible en muy contadas ocasiones, por lo que generalmente es necesario acudir a métodos numéricos, siendo los más utilizados el de diferencias finitas y el método de los elementos finitos.

Con independencia de cuál sea el procedimiento numérico elegido, deben cubrirse las siguientes fases para obtener la solución.

### **FASE 1ª: DISCRETIZACION**

La ecuación de campo, que es una ecuación diferencial en derivadas parciales, debe cumplirse en todos los puntos del dominio de filtración. El proceso de discretización explica el comportamiento del medio de forma aproximada a través del comportamiento en un número finito de puntos del mismo, lo que da origen a un sistema de ecuaciones algebraicas.

La sustitución de la ecuación de campo, aplicable a todos los puntos del dominio, por un sistema de ecuaciones algebraicas que se refieren a los valores de la incógnita en un número finito de puntos o nudos, introduce un error que se denomina error de discretización.

## FASE 2ª: RESOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES

Consiste en la resolución del sistema de ecuaciones definido mediante el proceso de discretización. Al hacerlo, por cualquiera de los procedimientos disponibles, se introduce un nuevo error, en general despreciable en relación al error de discretización.

La solución del sistema de ecuaciones proporciona los valores del potencial de velocidad en los nudos definidos en la fase 1ª. El valor correspondiente a cualquier otro punto del dominio puede aproximarse por interpolación entre nudos.

### 5.4.1 Método de las diferencias finitas

Si se utiliza el método de las diferencias finitas, el proceso de discretización resulta bastante intuitivo, a diferencia de lo que sucede con el método de los elementos finitos. Definida una malla de nudos, las derivadas continuas de la ecuación de campo se reemplazan por expresiones en diferencias finitas para obtener, reordenando la ecuación algebraica resultante, un algoritmo.

Este procedimiento ha sido utilizado por diversos investigadores para resolver problema de movimiento no lineal en medios porosos. Por ejemplo, Curtis y Lawson lo han aplicado partiendo de la ecuación de campo de Parkin para calcular caudales desaguados y valores de la carga piezométrica en pedraplenes de forma rectangular<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup>Volker; 1969. (93)

El método de las diferencias finitas resulta más intuitivo y conduce a una formulación más sencilla que el método de los elementos finitos. En cambio, este último tiende a ser más rápido y permite un mejor tratamiento de contornos de geometría complicada<sup>12</sup>.

#### 5.4.2 Método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos es más reciente y se basa en la sustitución del problema planteado por el problema variacional equivalente.

Consideremos, por ejemplo, la siguiente integral<sup>13</sup>.

$$I = \iint_R F(x, y, M, N, \frac{\delta M}{\delta x}, \frac{\delta M}{\delta y}, \frac{\delta N}{\delta x}, \frac{\delta N}{\delta y}) dx dy \quad (5.76)$$

siendo  $x, y$  dos variables independientes y  $M(x, y), N(x, y)$  dos variables dependientes.

Puede demostrarse que es condición necesaria para que  $I$  sea mínima, que se cumplan las siguientes ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta x} \left( \frac{\delta F}{\delta M_x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left( \frac{\delta F}{\delta M_y} \right) - \frac{\delta F}{\delta M} &= 0 \\ \frac{\delta}{\delta x} \left( \frac{\delta F}{\delta N_x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left( \frac{\delta F}{\delta N_y} \right) - \frac{\delta F}{\delta N} &= 0 \quad (5.77) \end{aligned}$$

siendo:

---

<sup>12</sup>Volker; 1969.(93). Parkin; 1971. (69)

<sup>13</sup>Bear; 1988. (7)



$$M_x = \frac{\delta M}{\delta x} ; M_y = \frac{\delta M}{\delta y} ; N_x = \frac{\delta N}{\delta x} ; N_y = \frac{\delta N}{\delta y}$$

Las ecuaciones (5.77) se denominan ecuaciones de Euler asociadas a (5.76).

Generalmente la suficiencia de la condición es difícil de establecer analíticamente y es preciso acudir a consideraciones relativas al problema planteado para demostrar que, en efecto, se obtiene un mínimo de  $I$ .

El método de los elementos finitos se basa en la búsqueda de la integral cuyas ecuaciones de Euler son las ecuaciones de campo del problema planteado. Así, la resolución de dicho problema, se sustituye por el problema variacional equivalente, esto es, encontrar los valores de las incógnitas que minimizan la integral  $I$ .

El dominio de filtración se divide en elementos, conectados unos con otros en una serie de puntos o nudos. Se admite que la variable dependiente varía linealmente dentro de cada elemento, de modo que es posible conocer su valor en cualquier punto conociendo el valor en cada uno de los nudos de conexión.

En resumen, el proceso que se sigue es el siguiente:

- 1° Conocida la ecuación de campo, se deduce el problema variacional equivalente.
- 2° Se divide el dominio de filtración en elementos.
- 3° Se formula la integral o funcional  $I$  en el elemento.
- 4° Se toman derivadas respecto a las variables dependientes en todos los nudos del elemento.

- 5° Se *ensamblan* las ecuaciones de todos los elementos.
- 6° Se expresan las condiciones de frontera en función de los valores de nudo.
- 7° Se incorporan las condiciones de frontera a las ecuaciones, quedando totalmente definido el sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los valores de las variables dependientes en los nudos. Así queda finalizada la fase de discretización.
- 8° Se resuelve el sistema de ecuaciones.

Entre los investigadores que han utilizado el método de los elementos finitos para resolver problemas de movimiento no lineal en medios porosos podemos citar a Volker y Parkin, éste último basándose en los trabajos de Fenton (1.968).

## 5.5 FORMULACION DEL PROBLEMA EN DIFERENCIAS FINITAS

### 5.5.1 Ecuación diferencial de campo

El paquete informático MNLEE.RDF desarrollado en esta Tesis Doctoral<sup>1</sup> para analizar el movimiento del agua a través de la escollera considerando la no linealidad de la fórmula de resistencia se basa en la ecuación de campo de Parkin y en la formulación en diferencias finitas que se desarrolla en este apartado 5.5. La ecuación de campo de Parkin es:

$$\left( \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \right) \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right] + \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \cdot$$

$$\cdot \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 \cdot \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + 2 \frac{\delta \phi}{\delta x} \frac{\delta \phi}{\delta y} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x \delta y} + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \right] = 0$$

que, como ya se vio con anterioridad, se basa en una fórmula de resistencia de tipo exponencial:

$$i = c \cdot v^m$$

siendo:

$$\phi = \frac{h}{c} \quad ; \quad h = z + \frac{p}{\gamma}$$

la función potencial ( $\phi$ ) y carga piezométrica ( $h$ ) respectivamente. Se denota con  $z$  la altura sobre el plano de referencia y  $p$  es la presión del agua, siendo  $\gamma$  la densidad del agua.

---

<sup>1</sup>En el Apéndice 5.1 se incluye el listado del paquete informático MNLEE.RDF (Movimiento No Lineal a través de un Espaldón de Escollera. Red De Filtración).

Para el desarrollo de la formulación en diferentes finitas se utilizará la siguiente notación simplificada:

$$\phi_x = \frac{\delta\phi}{\delta X} \quad ; \quad \phi_y = \frac{\delta\phi}{\delta Y}$$

$$\phi_{xx} = \frac{\delta^2\phi}{\delta X^2} \quad ; \quad \phi_{yy} = \frac{\delta^2\phi}{\delta Y^2} \quad ; \quad \phi_{xy} = \frac{\delta^2\phi}{\delta X \delta Y}$$

y denominaremos  $N = 1/m$ , quedando la ecuación diferencial de campo:

$$\begin{aligned} & (\phi_{xx} + \phi_{yy}) (\phi_x^2 + \phi_y^2) + (N - 1) \cdot \\ & \cdot (\phi_x^2 \cdot \phi_{xx} + 2 \phi_x \phi_y \phi_{xy} + \phi_y^2 \phi_{yy}) = 0 \end{aligned}$$

### 5.5.2 Formulación general en un nudo interior

Se considera una malla rectangular de lados  $b_x$  y  $b_y$  en las direcciones ortogonales de los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente. Denominamos nudo interior al que está rodeado por otros 8 nudos interiores al dominio de filtración, como el nudo  $O(i,j)$  de la *Fig. n° 5.5*.

Las derivadas en un nudo interior pueden aproximarse mediante las siguientes expresiones:

$$\phi_x = \left( \frac{\delta\phi}{\delta X} \right)_0 = \frac{\phi_A - \phi_E}{2b_x}$$

$$\phi_y = \left( \frac{\delta\phi}{\delta Y} \right)_0 = \frac{\phi_C - \phi_G}{2b_y}$$

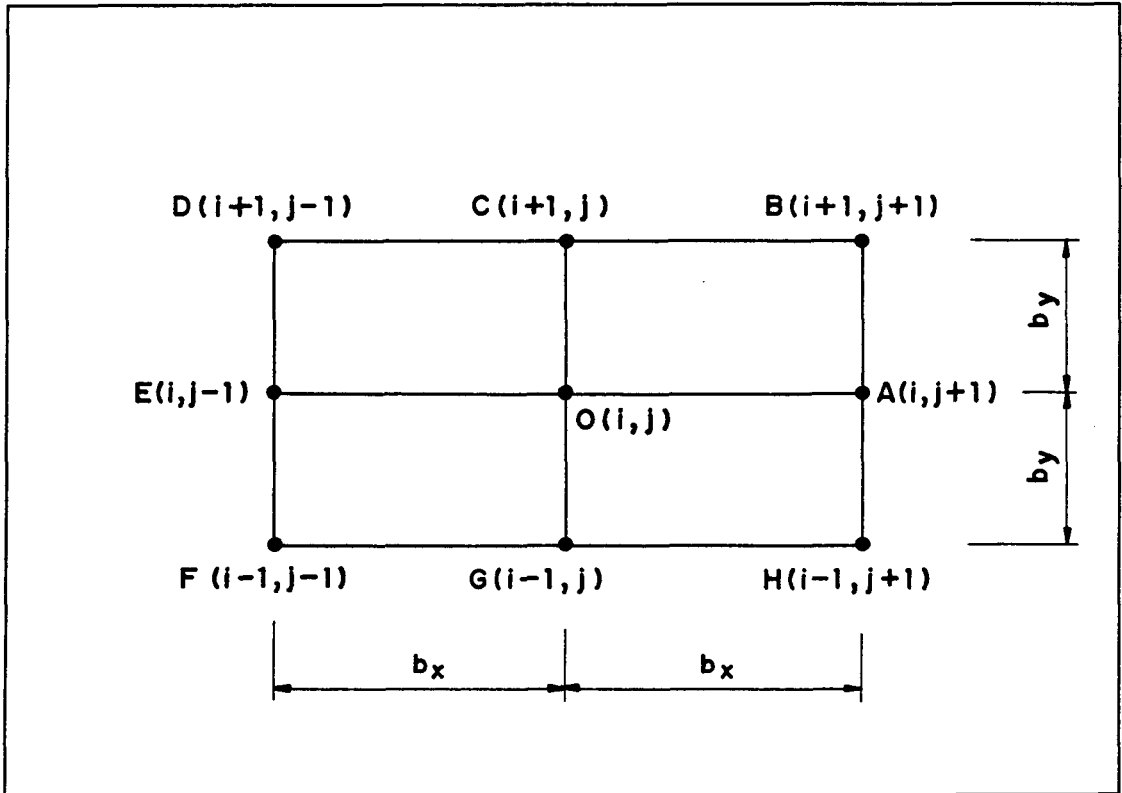


Fig. nº 5.5: Esquema de nudos alrededor de un nudo interno.

$$\phi_{xx} = \left( \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} \right)_0 = \frac{\left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_{0A} - \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_{EO}}{b_x}$$

Por tanto:

$$\phi_{xx} = \frac{\frac{\phi_A - \phi_0}{b_x} - \frac{\phi_0 - \phi_E}{b_x}}{b_x} = \frac{\phi_A - 2\phi_0 + \phi_E}{b_x^2}$$

Por otra parte:

$$\phi_{yy} = \left( \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} \right)_0 = \frac{\left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)_{0C} - \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)_{G0}}{b_y}$$

y por tanto:

$$\phi_{yy} = \frac{\frac{\phi_C - \phi_0}{b_y} - \frac{\phi_0 - \phi_G}{b_y}}{b_y} = \frac{\phi_C - 2\phi_0 + \phi_G}{b_y^2}$$

Finalmente:

$$\phi_{xy} = \left( \frac{\delta^2 \phi}{\delta x \delta y} \right)_0 = \left[ \frac{\delta}{\delta y} \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_0 \right]_0 = \frac{\left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_C - \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_G}{2b_y}$$

de donde:

$$\phi_{xy} = \frac{\frac{\phi_B - \phi_D}{2b_x} - \frac{\phi_H - \phi_F}{2b_x}}{2b_y} = \frac{\phi_B - \phi_D - \phi_H + \phi_F}{4b_x b_y}$$

Por tanto, las derivadas de la función potencial  $\phi(x,y)$  en un nudo interior  $O(i,j)$  pueden aproximarse así:

$$\phi_x(i,j) = \frac{1}{2b_x} [\phi(i, j+1) - \phi(i, j-1)]$$

$$\phi_y(i,j) = \frac{1}{2b_y} [\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)]$$

$$\phi_{xx}(i, j) = \frac{1}{b_x} [\phi(i, j + 1) - 2 \cdot \phi(i, j) + \phi(i, j - 1)]$$

$$\phi_{yy}(i, j) = \frac{1}{b_y^2} [\phi(i + 1, j) - 2 \cdot \phi(i, j) + \phi(i - 1, j)]$$

$$\phi_{xy}(i, j) = \frac{1}{4b_x b_y} [\phi(i+1, j+1) - \phi(i+1, j-1) - \phi(i-1, j+1) + \phi(i-1, j-1)]$$

Para obtener una formulación más sencilla, llamaremos:

$$K_x(i, j) = \frac{1}{b_x^2} [\phi(i, j + 1) + \phi(i, j - 1)]$$

$$K_y(i, j) = \frac{1}{b_y^2} [\phi(i + 1, j) + \phi(i - 1, j)]$$

De este modo queda:

$$\phi_{xx}(i, j) = K_x(i, j) - \frac{2}{b_x^2} \phi(i, j)$$

$$\phi_{yy}(i, j) = K_y(i, j) - \frac{2}{b_y^2} \phi(i, j)$$

Por tanto, en el punto O(i,j), omitiendo los subíndices que en todos los casos son (i,j):

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = K_x - \frac{2}{b_x^2} \phi + K_y - \frac{2}{b_y^2} \phi$$

y operando:

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = K_x + K_y - 2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{1}{b_y^2} \right) \phi$$

Para simplificar nuevamente la formulación, llamaremos:

$$K_{xy} = K_x + K_y \quad ; \quad b_{xy} = 2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{1}{b_y^2} \right)$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial de campo tenemos:

$$\begin{aligned} & (K_{xy} - b_{xy} \cdot \phi) (\phi_x^2 + \phi_y^2) + (N - 1) \cdot \\ & \cdot \left[ \phi_x^2 \cdot \left( K_x - \frac{2}{b_x^2} \phi \right) + 2 \phi_x \phi_y \phi_{xy} + \phi_y^2 \left( K_y - \frac{2}{b_y^2} \phi \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Denominando:

$$K_1 = \phi_x^2 + \phi_y^2 \quad ; \quad K_2 = 2 \phi_x \phi_y \phi_{xy}$$

queda:

$$\begin{aligned} & (K_1 \cdot K_{xy} - K_1 \cdot b_{xy} \cdot \phi) + (N - 1) \cdot \\ & \cdot \left[ \phi_x^2 K_x - \frac{2}{b_x^2} \phi_x^2 \phi + K_2 + \phi_y^2 K_y - \frac{2}{b_y^2} \phi_y^2 \phi \right] = 0 \end{aligned}$$

Llamando ahora:



$$K_3 = K_1 \cdot b_{xy} \quad ; \quad K_4 = \phi_x^2 K_x + \phi_y^2 K_y$$

$$K_5 = \frac{2 \phi_x^2}{b_x^2} \quad ; \quad K_6 = \frac{2 \phi_y^2}{b_y^2}$$

se obtiene:

$$K_1 \cdot K_{xy} - K_3 \cdot \phi + (N - 1) (K_4 - K_5 \cdot \phi - K_6 \cdot \phi) = 0$$

Si llamamos:

$$K_7 = K_4 + K_2 \quad ; \quad K_8 = K_5 + K_6$$

tenemos:

$$K_1 \cdot K_{xy} - K_3 \cdot \phi + (N - 1) (K_7 - K_8 \cdot \phi) = 0$$

de donde:

$$K_1 \cdot K_{xy} - K_3 \cdot \phi + (N - 1) K_7 - (N - 1) K_8 \cdot \phi = 0$$

y finalmente, denominando:

$$K_9 = K_1 \cdot K_{xy} + (N - 1) K_7 \quad ; \quad K_{10} = K_3 + (N - 1) K_8$$

queda la expresión simple:

$$K_9 - K_{10} \cdot \phi = 0$$

en la que puede despejarse:

$$\phi = \frac{K_9}{K_{10}}$$

Deshaciendo ahora los cambios de variable realizados, salvo los de  $K_x$  y  $K_y$ , para no complicar la expresión, se obtiene fácilmente la expresión del potencial  $\phi(i,j)$  en un

nudo interior  $O(i,j)$  en función de las derivadas  $\phi_x(i,j)$ ,  $\phi_y(i,j)$ ,  $\phi_{xy}(i,j)$  y de los valores de  $K_x(i,j)$  y  $K_y(i,j)$ , que pueden todos ponerse en función de los valores de  $\phi$  en los nodos adyacentes, como se vio con anterioridad:

$$\phi = \frac{(\phi_x^2 + \phi_y^2) (K_x + K_y) + (N - 1) (\phi_x^2 K_x + \phi_y^2 K_y + 2 \phi_x \phi_y \phi_{xy})}{2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{1}{b_y^2} \right) (\phi_x^2 + \phi_y^2) + (N - 1) \left( \frac{2}{b_x^2} \phi_x^2 + \frac{2}{b_y^2} \phi_y^2 \right)}$$

siendo:

$$K_x(i, j) = \frac{1}{b_x^2} [\phi(i, j + 1) + \phi(i, j - 1)]$$

$$K_y(i, j) = \frac{1}{b_y^2} [\phi(i + 1, j) + \phi(i - 1, j)]$$

### 5.5.3 Formulación en un nudo de contorno impermeable horizontal (base del espaldón)

En un nudo situado en un contorno impermeable horizontal, como la base del espaldón, no se dispone de nudos situados bajo el mismo, pero la situación puede resolverse imponiendo la condición de que la variación del potencial de velocidad en la dirección vertical tiene que ser nula

$$\phi_y = 0$$

Esto debe cumplirse, ya que en caso contrario existiría circulación de agua en sentido vertical, lo que no es posible siendo el contorno horizontal impermeable.

Por tanto:

$$\phi_y(i, j) = \frac{1}{2 b_y} [\phi(i + 1, j) - \phi(i - 1, j)] = 0$$

de donde:

$$\phi(i + 1, j) = \phi(i - 1, j)$$

y en consecuencia:

$$\begin{aligned} \phi_{yy}(i, j) &= \frac{1}{b_y^2} [\phi(i + 1, j) - 2 \phi(i, j) + \phi(i - 1, j)] = \\ &= \frac{1}{b_y^2} [2 \phi(i + 1, j) - 2 \phi(i, j)] \end{aligned}$$

$$\phi_{yy}(i, j) = \frac{2}{b_y^2} \phi(i+1, j) - \frac{2}{b_y^2} \phi(i, j) = K_y(i, j) - \frac{2}{b_y^2} \phi(i, j) =$$

Luego:

$$K_y(i, j) = \frac{2}{b_y^2} \phi(i + 1, j)$$

Sustituyendo en la formulación general, tenemos:

$$\phi = \frac{\phi_x^2 (K_x + K_y) + (N - 1) \phi_x^2 K_x}{2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{1}{b_y^2} \right) \phi_x^2 + (N - 1) \frac{2}{b_x^2} \phi_x^2}$$

Sacando factor común  $\phi_x^2$  en numerador y denominador queda la expresión definitiva:

$$\phi = \frac{N \cdot K_x + K_y}{2 \left( \frac{N}{b_x^2} + \frac{1}{b_y^2} \right)}$$

siendo:

$$K_x(i, j) = \frac{1}{b_x^2} [\phi(i, j + 1) + \phi(i, j - 1)]$$

$$K_y(i, j) = \frac{2}{b_y^2} \phi(i + 1, j)$$

#### 5.5.4 Formulación en un nudo de contorno impermeable vertical

Análogamente, en este caso debe ser:

$$\phi_x = 0$$

Por tanto:

$$\phi_x(i, j) = \frac{1}{2 b_x} [\phi(i, j + 1) - \phi(i, j - 1)] = 0$$

de donde:

$$\phi(i, j + 1) = \phi(i, j - 1)$$

y en consecuencia:

$$\begin{aligned} \phi_{xx}(i, j) &= \frac{1}{b_x^2} [\phi(i, j + 1) - 2 \phi(i, j) + \phi(i, j - 1)] = \\ &= \frac{1}{b_x^2} [2 \phi(i, j + 1) - 2 \phi(i, j)] \end{aligned}$$

$$\phi_{xx}(i, j) = \frac{2}{b_x^2} \phi(i, j+1) - \frac{2}{b_x^2} \phi(i, j) = K_x(i, j) - \frac{2}{b_x^2} \phi(i, j)$$

Luego:

$$K_x(i, j) = \frac{2}{b_x^2} \phi(i, j + 1)$$

Sustituyendo en la formulación general, se obtiene:

$$\phi = \frac{\phi_y^2 (K_x + K_y) + (N - 1) \phi_y^2 K_y}{2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{1}{b_y^2} \right) \phi_y^2 + (N - 1) \frac{2}{b_y^2} \phi_y^2}$$

y sacando factor común  $\phi_y^2$  en numerador y denominador tenemos la expresión del potencial en un nudo de contorno impermeable vertical:

$$\phi = \frac{K_x + N \cdot K_y}{2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{N}{b_y^2} \right)}$$

siendo:

$$K_x(i, j) = \frac{2}{b_x^2} \phi(i, j + 1)$$

$$K_y(i, j) = \frac{1}{b_y^2} [\phi(i + 1, j) + \phi(i - 1, j)]$$

5.5.5 Formulación en un nudo afectado por el contorno inclinado del talud

Unicamente resulta problemática la aproximación de la derivada cruzada:

$$\phi_{xy} = \left( \frac{\delta^2 \phi}{\delta x \delta y} \right)_0 = \left[ \frac{\delta}{\delta y} \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_0 \right]_0$$

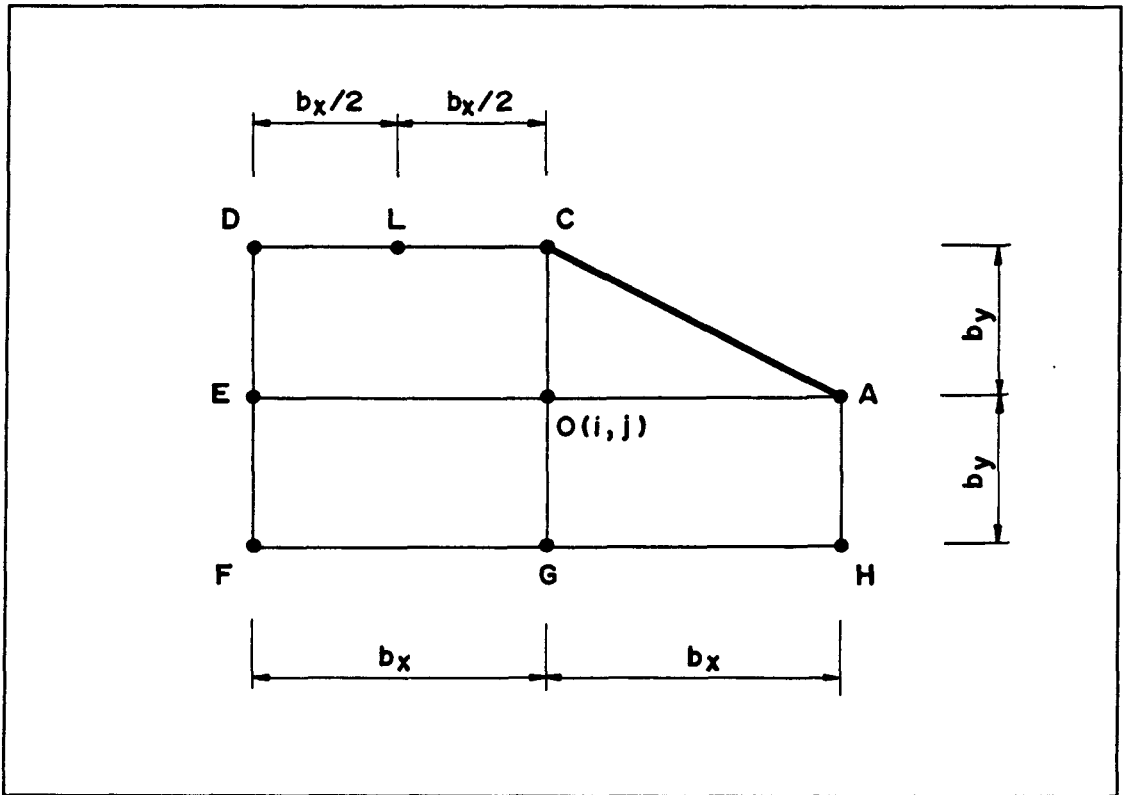


Fig. nº 5.6: Esquema de nudos alrededor de un nudo afectado por el contorno.

De acuerdo con la notación de la Fig. nº 5.6:

$$\phi_{xy} = \frac{\left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_c - \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_g}{2 b_y} = \frac{\left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)_c - \frac{\phi_H - \phi_F}{2 b_x}}{2 b_y}$$

El valor de  $\phi_x$  en el punto c puede aproximarse de diversas formas. Se ha optado por hacer una extrapolación lineal a partir de los valores de  $\phi_x$  con los puntos D y L, que sí pueden calcularse.

$$(\phi_x)_D = \phi_x(i + 1, j - 1) = \frac{1}{2 b_x} [\phi(i + 1, j) - \phi(i + 1, j - 2)]$$

$$(\phi_x)_L = \frac{1}{2 \cdot (\frac{b_x}{2})} [\phi(i + 1, j) - \phi(i + 1, j - 1)]$$

Extrapolando linealmente:

$$(\phi_x)_c = (\phi_x)_D + 2 [(\phi_x)_L - (\phi_x)_D]$$

### 5.5.6 Punto singular intersección de dos contornos impermeables, uno horizontal y el otro vertical

En este punto singular el potencial de velocidad se puede aproximar considerando el valor medio de las extrapolaciones lineales realizadas a partir de los dos nudos más próximos en fila y columna, es decir, en el contorno impermeable horizontal y vertical cuya intersección origina el punto singular.

Considerando dicho punto singular como origen de filas y columnas, tendrá  $i = 0$  y  $j = 0$ . La extrapolación a partir de los dos nodos más próximos de la fila 1, contorno horizontal impermeable, será:

$$\phi(1, 1)^* = \phi(1, 3) + 2 \cdot [\phi(1, 2) - \phi(1, 3)]$$

y la extrapolación a partir de los dos nodos más próximos de la columna 1, contorno vertical impermeable:

$$\phi(1,1)^{**} = \phi(3,1) + 2 \cdot [\phi(2,1) - \phi(3,1)]$$

Por tanto:

$$\phi(1,1) = \frac{1}{2} [\phi(1,1)^* + \phi(1,1)^{**}]$$

La formulación desarrollada en este punto 5.5 se utiliza para el desarrollo del programa MNLEE.RDF cuyo listado puede verse en el Apéndice 5.1 y que se ha utilizado para realizar el análisis del movimiento del agua a través de la escollera.



## 5.6 VELOCIDAD DE FILTRACION, GRADIENTE HIDRAULICO, CAUDAL FILTRADO Y PRESION INTERSTICIAL

Una vez resuelto el problema definido por la ecuación diferencial de campo y las condiciones de contorno<sup>2</sup>, el potencial de velocidad ( $\phi$ ) es conocido en todos los nudos del dominio de filtración. A partir de ellos puede obtenerse también en cada nudo la velocidad de filtración y el gradiente hidráulico, que definen sendos campos vectoriales, y el campo escalar de presiones del agua. También puede obtenerse el caudal filtrado a través de la escollera. Del modo de hacerlo nos ocupamos a continuación.

### 5.6.1 Presión del agua

El potencial de velocidad en un punto del dominio de filtración es:

$$\phi = \frac{h}{c}$$

siendo "h" la carga hidráulica o carga piezométrica, ya que la carga de velocidad es despreciable frente a la suma de altura y presión.

$$h = z + \frac{P}{\gamma_w}$$

y  $c$  la constante de la fórmula de resistencia

$$i = c v^m$$

Por tanto, conocido  $\phi(i,j)$  en cada nudo del dominio, una vez resuelto el problema, de forma inmediata puede obtenerse la *carga*  $h(i,j)$  correspondiente.

---

<sup>2</sup>Mediante el paquete informático MNLEE.RDF.

$$h(i, j) = c \cdot \phi(i, j)$$

y la presión del agua

$$p(i, j) = \gamma_w [h(i, j) - z(i, j)]$$

### 5.6.2 Velocidad de filtración

Como se vio al presentar la *ecuación de campo de Parkin*, las componentes del vector velocidad de filtración son:

$$u = \frac{\delta \phi}{\delta x} \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{m} - 1 \right)}$$

$$v = \frac{\delta \phi}{\delta y} \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\delta x} \right)^2 + \left( \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{m} - 1 \right)}$$

a partir de las cuales puede obtenerse el vector velocidad de filtración ( $\vec{v}$ ) en cada nudo del dominio. Su módulo será:

$$v = \sqrt{u^2 + v^2}$$

y el ángulo de avance respecto a la horizontal

$$\alpha = \arctan \left( \frac{v}{u} \right)$$

con sentido antihorario positivo.

### 5.6.3 Gradiente hidráulico

El vector gradiente hidráulico en un punto lleva la dirección de la velocidad de filtración, o sea, es tangente a la línea de filtración que pasa por ese punto, y su módulo puede obtenerse directamente a partir de su propia definición o bien aplicando la fórmula de resistencia, una vez conocida la velocidad de filtración en el punto considerado.

Por la propia definición de gradiente hidráulico:

$$\vec{i} = g \vec{\text{rad}} h$$

Pero:

$$\phi = \frac{h}{c}$$

y  $c$  es una constante. Por tanto:

$$\vec{i} = c \cdot g \vec{\text{rad}} \phi$$

Las coordenadas de  $g \vec{\text{rad}} \phi$  son:

$$\left( \frac{\delta \phi}{\delta x}, \frac{\delta \phi}{\delta y} \right)$$

Por tanto, el módulo del gradiente hidráulico puede obtenerse en el nudo  $(i,j)$ :

$$i(i,j) = c \cdot \sqrt{\left[ \frac{\delta \phi}{\delta x}(i,j) \right]^2 + \left[ \frac{\delta \phi}{\delta y}(i,j) \right]^2}$$

En cada nudo los valores de las derivadas pueden obtenerse mediante las expresiones deducidas con anterioridad.

También puede aplicarse la fórmula de resistencia, una vez calculada la velocidad en cada nudo como se vio en el apartado anterior. El gradiente hidráulico tendrá el siguiente módulo:

$$i(i, j) = c \cdot [v(i, j)]^m$$

Obviamente, el valor obtenido por medio de cualquiera de las dos expresiones debe ser idéntico en todos los nudos, como se ha comprobado mediante el programa MNLEE.RDF.

#### 5.6.4 Caudales filtrados

Admitiendo que el espaldón de aguas abajo está totalmente saturado por el agua que vierte sobre la coronación de la presa, el caudal que circula a través de distintas secciones verticales es distinto, ya que entre cada dos secciones se produce una aportación o detracción de agua a través del talud.

Denominaremos:

$Q_c(j)$ : caudal que circula a través de la sección definida por la columna  $j$ .

$Q_f(j)$ : caudal que se filtra a través del talud entre las secciones definidas por las columnas " $j$ " y " $j + 1$ "

El caudal  $Q_c(j)$ , y análogamente  $Q_c(j + 1)$ , puede obtenerse por suma de los caudales circulantes entre cada dos nudos. Conocida la componente horizontal de la velocidad en cada nudo, puede considerarse una velocidad media en el interespacio entre cada dos nudos consecutivos en la misma vertical. Por tanto:

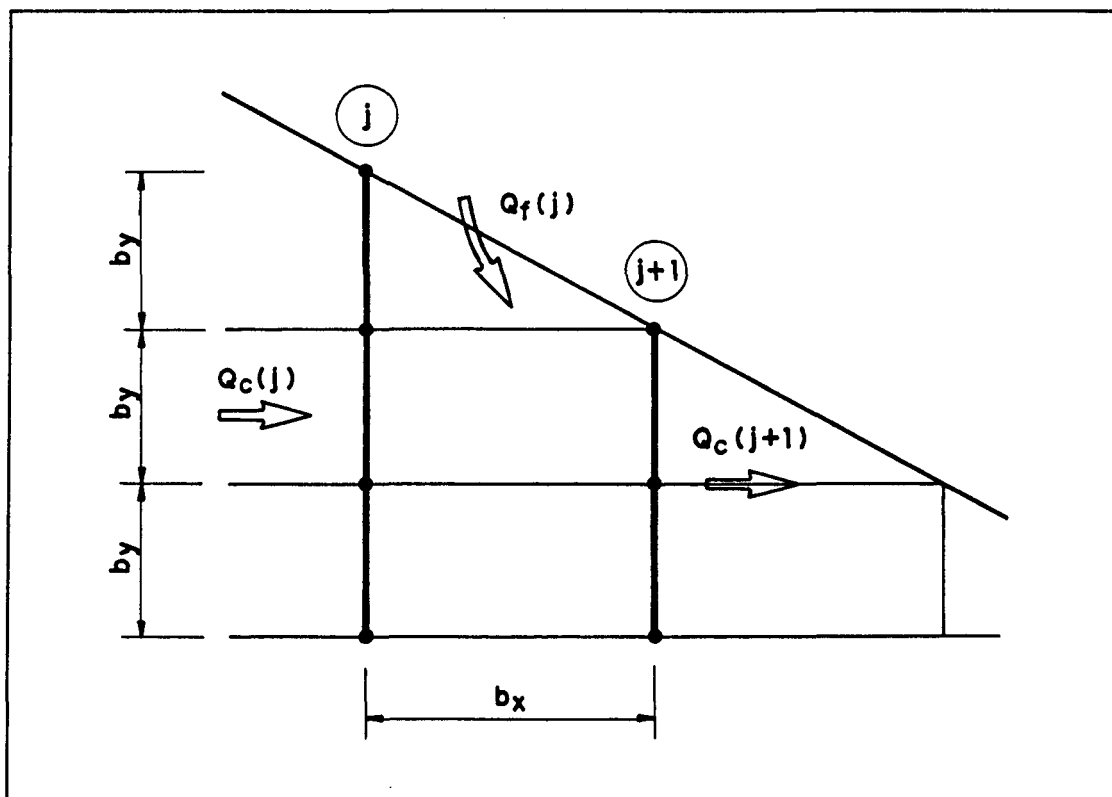


Fig. nº 5.7: Caudal de intercambio.

$$Q_c(j) = \sum_{i=1}^{i=n_j} \frac{1}{2} [u(i, j) + u(i+1, j)] \cdot b_y$$

siendo  $n_j$  el número de nudos de la fila  $j$ .

Por diferencia entre los caudales circulantes entre cada dos secciones verticales, definidas por dos columnas consecutivas, puede obtenerse el caudal que se filtra a través del talud, con sentido positivo de entrada o negativo de salida, entre las dos secciones consideradas:

$$Q_f(j) = Q_c(j+1) - Q_c(j)$$

Evidentemente, la suma de todos los caudales  $Q_r(j)$  debe ser nula, para que se cumpla que el caudal que entra al cuerpo de presa por la parte superior sale por la parte inferior. Esto se ha comprobado en el programa MNLEE.RDF.

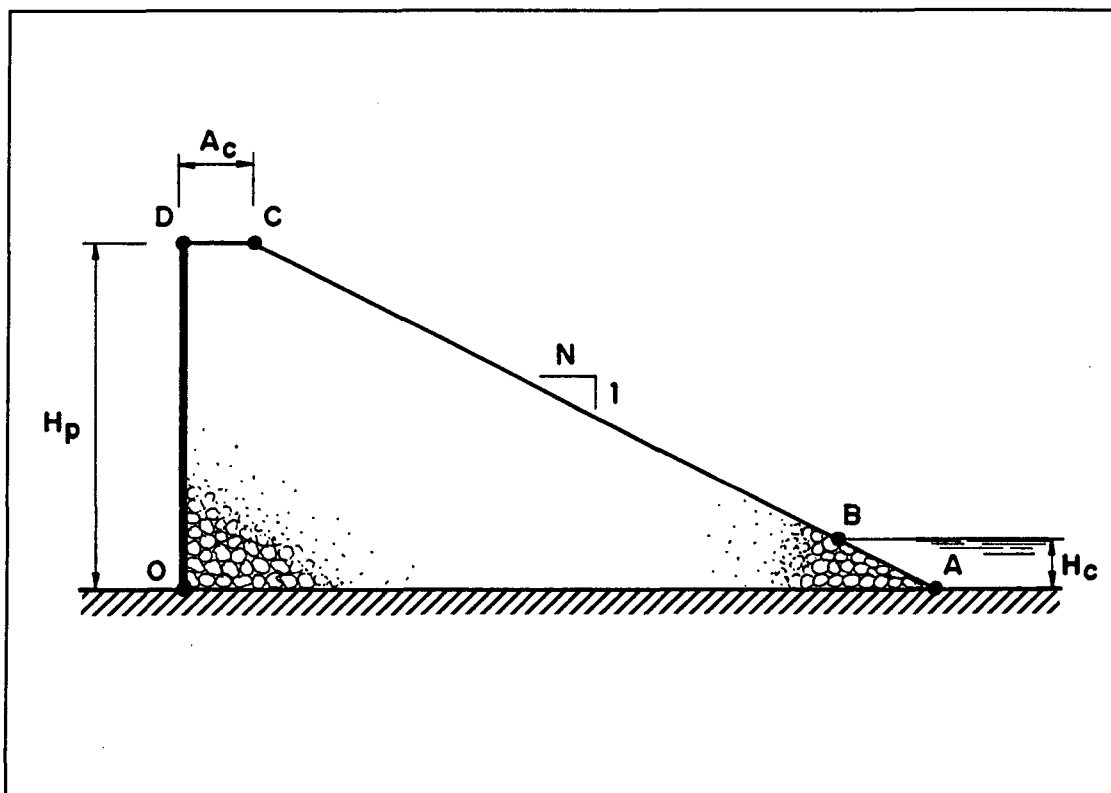
Por otra parte, la suma de todos los caudales  $Q_r(j)$  positivos define el caudal máximo que circula por el interior del espaldón, que se denominará *caudal de saturación* y se denotará por  $Q_r$ .

Por tanto, siguiendo el proceso expuesto puede definirse la ley de caudales entrantes y salientes a través del talud sometido a vertido, que se denominará *ley de intercambio de caudales* así como el caudal que circula por el interior del espaldón, que es variable al considerar sucesivas secciones debido al intercambio de caudal que se produce a través del talud, y particularmente se podrá calcular el valor del *caudal de saturación*.

También es posible, observando la sección en que el caudal  $Q_r(j)$  pasa de ser positivo a ser negativo, conocer la longitud de la zona de infiltración del talud, a través de la cual el agua entra en el espaldón y la longitud de la zona de emergencia, a través de la cual el agua sale del espaldón.

## 5.7 ESTUDIO PARAMETRICO

Se considera el problema estacionario correspondiente al espaldón de escollera completamente saturado y definido geoméricamente como puede verse en la *Fig. n° 5.8*.



*Fig. n° 5.8: Definición geométrica de la sección tipo de cálculo.*

En la *Fig. n° 5.8* la notación empleada es:

$H_p$ : altura de presa

$N$ : talud

$A_c$ : ancho de coronación, desde el elemento impermeable

$H_c$ : altura de agua al pie de la presa

La modelización matemática utilizada en el programa MNLEE.RDF responde a la formulación en diferencias finitas desarrollada anteriormente, que se basa en la ecuación de campo de Parkin, considerando, por tanto, la no linealidad del movimiento mediante una fórmula de resistencia de tipo exponencial:

$$i = c \cdot v^m$$

Las condiciones de contorno son:

- Cimiento (tramo  $O\vec{A}$  del contorno) impermeable
- Elemento impermeabilizante de la presa vertical y cerrando completamente la altura de presa (tramo  $O\vec{D}$ )
- Potencial constante en el tramo AB del talud, correspondiente a una carga igual a  $H_c$

$$\phi_{AB} = \frac{h_{AB}}{C} = \frac{(z + \frac{p}{\gamma_w})_{AB}}{C} = \frac{H_c}{C}$$

- Potencial impuesto en el tramo  $B\vec{C}$  del talud, correspondiente a una presión nula.

Esta última condición de contorno se justifica por considerarse la altura de agua sobre el talud despreciable en relación a las cargas hidráulicas existentes en el dominio de filtración, ya que las láminas vertientes sobre la presa compatibles con la estabilidad superficial del talud frente al arrastre de la escollera son moderadas. Esta hipótesis permite considerar de forma desacoplada el movimiento del agua por el interior de la presa y sobre el talud.

En el estudio paramétrico se ha caracterizado la influencia que tienen en el movimiento del agua a través de la escollera los parámetros principales:



- . Constante (c) y exponente (m) de la fórmula de resistencia  $i = c \cdot v^m$
- . Altura de la presa ( $H_p$ )
- . Talud del espaldón de agua abajo (N)

Mediante el programa MNLEE.RDF se ha modelizado el movimiento del agua en el espaldón para los casos que se especifican a continuación, obteniendo en cada caso los campos de:

- . potencial de velocidad ( $\phi$ )
- . velocidad de filtración ( $\vec{V}$ )
- . gradiente hidráulico ( $\vec{i}$ )
- . presión del agua ( $p$ )

así como *la ley de intercambio de caudales* entre el interior del espaldón de escollera y el exterior a través del talud y el *caudal de saturación*, máximo que circula por el interior del espaldón.

$c(s^{-m}/cm^{-m})$	Hp(m)	N	$c(s^{-m}/cm^{-m})$	Hp(m)	N	$c(s^{-m}/cm^{-m})$	Hp(m)	N		
$3,6 \times 10^{-3}$	25	1	$7,1 \times 10^{-2}$	25	1	$8,9 \times 10^{-1}$	25	1		
		1,5			1,5			1,5		
		2			2			2		
		2,5			2,5			2,5		
		3			3			3		
	50	1		50	1		50	1	50	1
		1,5			1,5			1,5		
		1,75			1,75			1,75		
		2			2			2		
		2,5			2,5			2,5		
	75	1		75	1		75	1	75	1
		1,5			1,5			1,5		
		2			2			2		
		2,5			2,5			2,5		
		3			3			3		
	100	1		100	1		100	1	100	1
		1,5			1,5			1,5		
		2			2			2		
		2,5			2,5			2,5		
		3			3			3		
150	1	150	1	150	1	150	1			
	1,5		1,5		1,5					
	2		2		2					
	2,5		2,5		2,5					
	2,5		2,5		2,5					

Además se han realizado otros cálculos no sistemáticos que se especifican a lo largo del texto, como los realizados para determinar la permeabilidad equivalente, para comparar movimientos lineal y no lineal, etc.

También se han realizado cálculos con  $m=1,7$  y  $m=2$ , observando que las diferencias con  $m=1,85$  eran despreciables.

Dado que el excesivo volumen de los listados de resultados correspondientes a los casos modelizados mediante el programa MNLEE.RDF hace inviable su reproducción completa en este texto, se incluyen en el Apéndice 5.2 a modo de ejemplo un listado de resultados correspondiente a un caso concreto de los modelizados.

Interesa analizar las presiones intersticiales, el gradiente hidráulico y el caudal filtrado. Las primeras determinan la seguridad del espaldón frente al deslizamiento en masa. El gradiente hidráulico en la zona de emergencia puede influir en la estabilidad de la escollera situada en dicha zona, por ser proporcional a él la fuerza de filtración. El caudal que circula internamente da idea del caudal de vertido sobre la coronación necesario para saturar completamente el espaldón.

## 5.8 CAMPO DE PRESIONES DEL AGUA Y DE GRADIENTES HIDRAULICOS

Si consideramos secciones sucesivas desde aguas arriba hacia aguas abajo, las líneas de isopresión tienen pendiente decreciente partiendo de la horizontalidad para aproximarse progresivamente a la dirección del talud<sup>3</sup>.

Más significativo que el campo de presiones intersticiales en valor absoluto resulta el campo de presiones del agua expresadas como porcentaje de la altura de escollera sobre el punto considerado, que denominaremos *presión intersticial relativa* en lo sucesivo, o simplemente *presión relativa* ( $p_r$ ).

Las presiones relativas tienen valores máximos en la zona del pie de presa y mínimos en la de coronación<sup>4</sup>.

De los resultados obtenidos mediante el programa MNLEE.RDF se extraen las siguientes conclusiones:

1º La constante  $c$  de la fórmula de resistencia no influye en el campo de presiones, lo que se explica teniendo en cuenta que el potencial de velocidad

$$\phi = \frac{h}{c} = \frac{z + \frac{p}{\gamma_w}}{c} \text{ también podría haberse definido alternativamente como}$$

$$\phi^* = c \phi = h = z + \frac{p}{\gamma_w} . \text{ Como } c \text{ tiene un valor constante, es indiferente}$$

obtener el campo de valores  $\phi$  y de él deducir el de valores  $p$ , o deducir éste a partir del campo de valores  $\phi^*$ .

---

<sup>3</sup>Fig. nº 5.11 a 5.14 a).

<sup>4</sup>Fig. nº 5.15 a 5.18 a).

2° En cambio, el exponente  $m$  de la fórmula de resistencia influye, aunque de forma moderada, en el campo de presiones. Al aumentar su valor desde  $m = 1$ , movimiento lineal y ley de Darcy válida, hasta  $m = 2$ , movimiento completamente turbulento, se produce un aumento de presiones en la zona del pie de presa y una disminución de las mismas en la zona de la coronación. Al final de este apartado pueden verse las *Fig. 5.19 a 5.21* en las que se representan las líneas de igual diferencia de presión de agua en valores absolutos y en valores relativos, correspondientes a una altura de presa de 50 m. y taludes 1,5 y 3<sup>5</sup>. En realidad, el exponente  $m$  en escolleras oscila poco en torno al valor 1,8 ó 1,85, por lo que puede decirse que si el campo de presiones se calcula mediante un programa comercial, admitiendo linealidad en el movimiento, las presiones obtenidas lo serán por defecto en la zona del pie de presa y por exceso en la zona de coronación. Ambas zonas, en las que el errores cometido es de signo contrario, quedan separadas por una frontera o línea de error nulo aproximadamente recta. Con taludes más tendidos la zona de errores positivos (mayor presión con ley no lineal) es más amplia, pero los errores son menores.

Los errores máximos en valores absolutos se producen alejados del talud, junto al contorno<sup>6</sup>.

- . Error máximo positivo: Se produce en la base del espaldón, aproximadamente en la vertical del punto de intersección de la línea de error nulo con el talud y es del orden del 5% (para  $N = 1,5$ ).
- . Error máximo negativo: Se produce en el elemento de impermeabilización, aproximadamente en la horizontal del mismo punto de intersección antes indicado y es del orden del 15 al 20% (para  $N = 1,5$ ).

---

<sup>5</sup>Los cálculos se han realizado con exponente de la fórmula de resistencia de 1,85 en el caso no lineal. Los valores positivos de la diferencia corresponden a presión mayor en el caso de ley de resistencia no lineal.

<sup>6</sup>Ver *Fig. n° 5.19 a)* al final de este apartado.

En cambio, si consideramos la diferencia entre las presiones relativas obtenidas con fórmula de resistencia no lineal y lineal, los valores máximos se producen en las proximidades del talud<sup>7</sup>.

- . Error máximo positivo: Se produce en una zona intermedia del talud, siendo menor que el 10%.
- . Error máximo negativo: Se produce en la zona de coronación, representando un porcentaje elevado por ser pequeñas las presiones relativas en esa zona.

3° El campo de *presiones relativas* no varía con la altura de la presa. Si consideramos dos presas construidas con escolleras de igual fórmula de resistencia, la proporcionalidad geométrica de dimensiones se mantiene en el campo de las presiones intersticiales. Pero ya hemos visto que la constante *c* de la fórmula de resistencia no influye en el campo de presiones y como, además, el exponente varía poco en torno al valor 1.8 ó 1,85, y para oscilación tan reducida la influencia en el campo de presiones es completamente despreciable, puede extraerse la conclusión de que aunque las escolleras sean distintas, la proporcionalidad geométrica y de presiones intersticiales también se mantiene a efectos prácticos.

4° La presión relativa es máxima en la zona del pie de presa y próxima al 100%, esto es, la presión del agua tiene valores próximos a la altura de escollera correspondiente en cada punto. Además, en todos los casos existe una zona en la que la presión relativa alcanza el 100%<sup>8</sup>.

Esto se debe a que las líneas de filtración son prácticamente horizontales en la zona del pie de presa, admitido que el terreno de apoyo es impermeable a efectos prácticos.

---

<sup>7</sup>Ver Fig. n° 5.21 al final de este apartado.

<sup>8</sup>Ver Fig. n° 5.15 a 5.18 b) al final de este apartado.

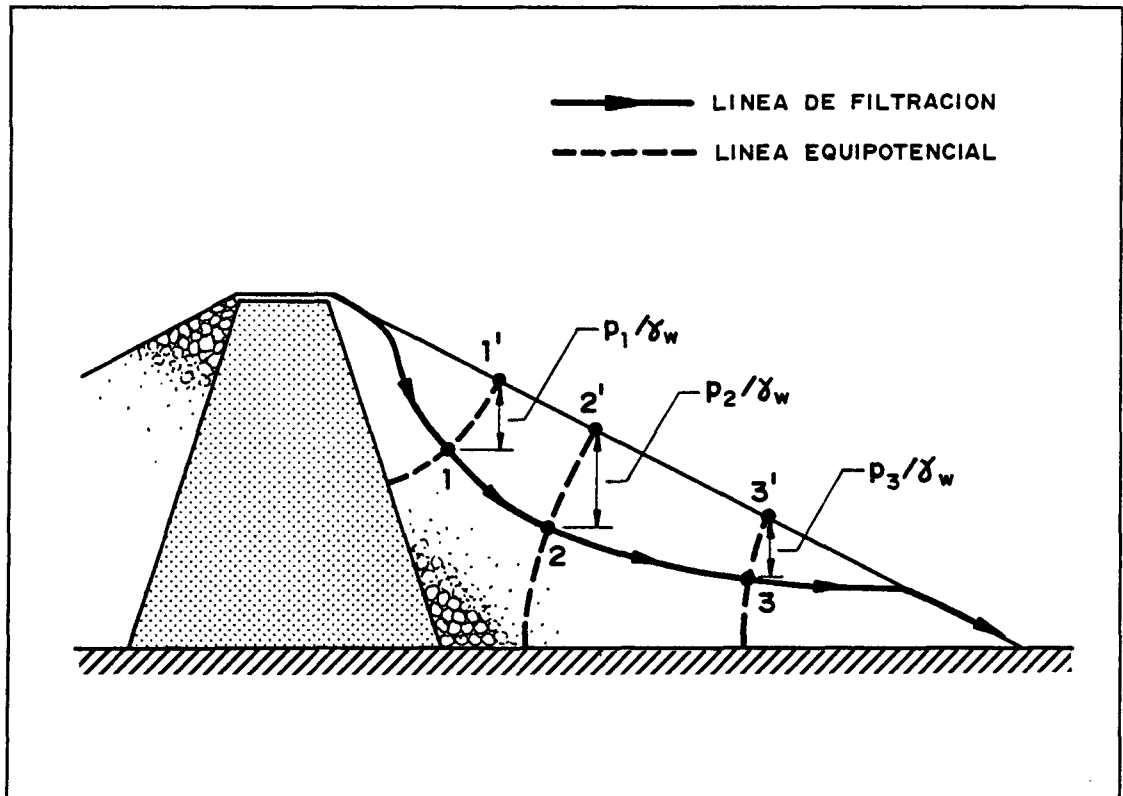


Fig. n° 5.9: Esquema de la determinación gráfica de la presión del agua en distintos puntos de una línea de filtración.

Si consideramos un punto cualquiera del dominio de filtración y las líneas de corriente y equipotencial que se cortan en él, como el punto 1 de la Fig. n° 5.9.

$$\phi_1 = \phi_{1'}$$

Como:

$$\phi = \frac{h}{c}$$

y  $c$  tiene un valor constante en todo el dominio, entonces

$$h_1 = h_{1'}$$

Luego:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_w} = z_{1'} + \frac{p_{1'}}{\gamma_w}$$

Como:

$$p_{1'} = 0$$

tenemos que:

$$\frac{p_1}{\gamma_w} = (z_{1'} - z_1)$$

O sea, que la diferencia de cotas entre los puntos 1 y 1' es igual a la presión del agua en el punto 1, admitiendo un peso específico del agua igual a la unidad.

En la zona del pie de presa las líneas de corriente son prácticamente horizontales y, por tanto, verticales las líneas equipotenciales. En consecuencia, la diferencia de cota existente entre un punto cualquiera del dominio en esa zona y la del punto de intersección con el talud de la equipotencial que pasa por él, es igual a la altura de escollera sobre dicho punto, como sucede en el punto 3 de la *Fig. n°5.9*.

Como se deduce de lo anterior, la presión relativa no puede exceder el 100%. Lo que sucede al aumentar el talud es que:

- . Las líneas de filtración aumentan su longitud, reduciéndose los gradientes hidráulicos y aumentando las presiones del agua.
- . En la zona afectada por presiones relativas del 100% no es posible un aumento de la presión del agua. Lo que sucede al aumentar el talud es que la zona con presiones próximas al 100% aumenta de tamaño extendiéndose desde el pie de presa hacia aguas arriba. En las *Fig. n° 5.15 a 5.18 b)*, que se incluyen al final de este apartado, se señala en rojo el área del dominio de filtración afectada por una presión relativa del agua mayor que el 95%. Puede apreciarse cómo aumenta su extensión al aumentar el talud. Para taludes mayores que 2,5 prácticamente la mitad del espaldón está afectada por una



presión relativa mayor que el 95%.

Las conclusiones respecto a los gradientes hidráulicos están en consonancia con lo observado para las presiones intersticiales, resumiéndose en los siguientes puntos:

- 1° El campo de gradientes hidráulicos no varía apreciablemente con la altura de la presa, ni con la constante  $c$  de la fórmula de resistencia y lo hace muy ligeramente con el exponente  $m$ . Queda determinado esencialmente por el talud del espaldón.
- 2° El rango de gradientes existentes en el dominio de filtración es amplio, más amplio cuanto menor es el talud del espaldón.
- 3° Los gradientes hidráulicos son máximos en las zonas de coronación y pie de presa, algo mayores en la primera de ellas. No obstante, la fuerza de filtración asociada al gradiente donde resulta desfavorable es en el zona del pie, siendo en esa zona una fuerza desestabilizadora para la escollera por dirigirse hacia el exterior del espaldón.
- 4° El gradiente hidráulico máximo en el pie de presa puede calcularse mediante la expresión:  $i_{\text{máx.}} = 1/N$ , siendo  $N$  el talud del espaldón, o bien:  $i_{\text{máx.}} = \text{tg } \alpha$ , siendo  $\alpha$  el ángulo que forma la superficie del talud con la horizontal.

La causa es la horizontalidad de las líneas de filtración en el pie de presa.

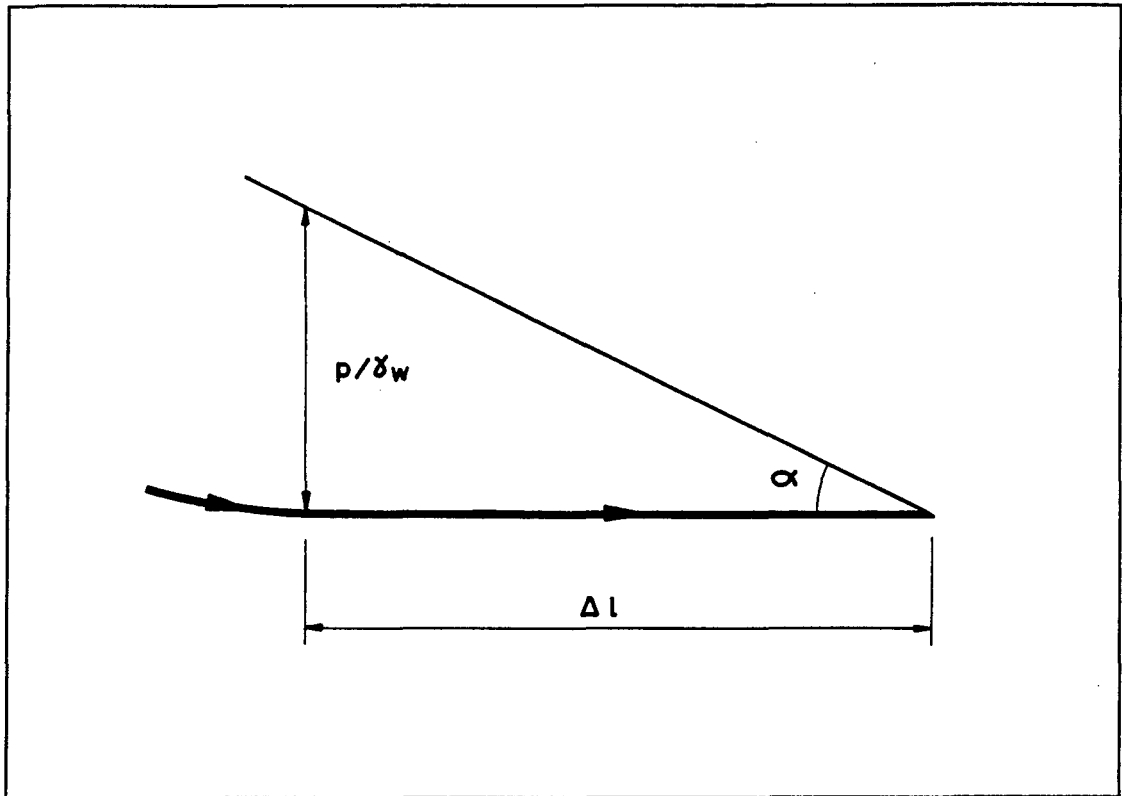


Fig. nº 5.10: Esquema de línea de filtración en las proximidades de pie de presa y presión del agua correspondiente a un punto de la misma.

Si consideramos el tramo final de una línea de corriente, el gradiente hidráulico es la relación entre la carga hidráulica perdida en ese tramo y la longitud del mismo. La carga que se pierde es la presión existente, dividida por el peso específico del agua, que es igual, como hemos visto anteriormente, a la altura de escollera en el punto inicial del tramo<sup>9</sup>.

$$i = \frac{P_p/\gamma_w}{\Delta l} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{N}$$

<sup>9</sup>Admitiendo un peso específico del agua igual a la unidad, en T/m<sup>3</sup>.

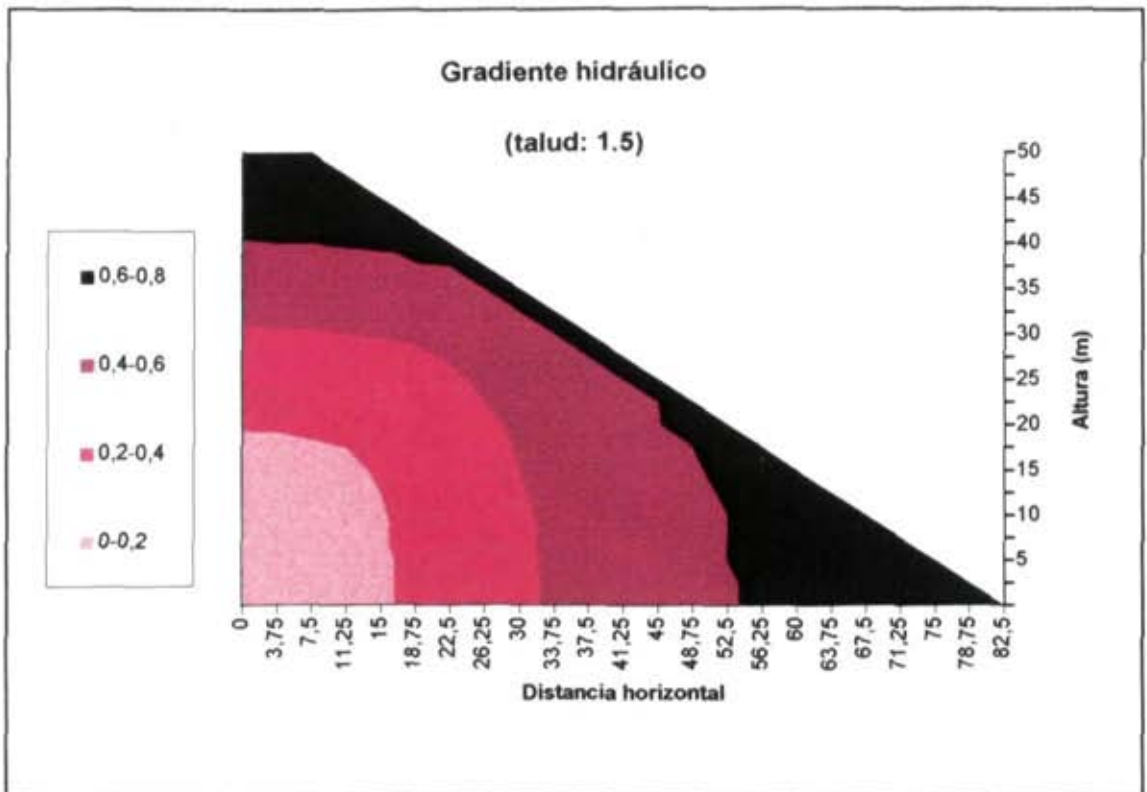
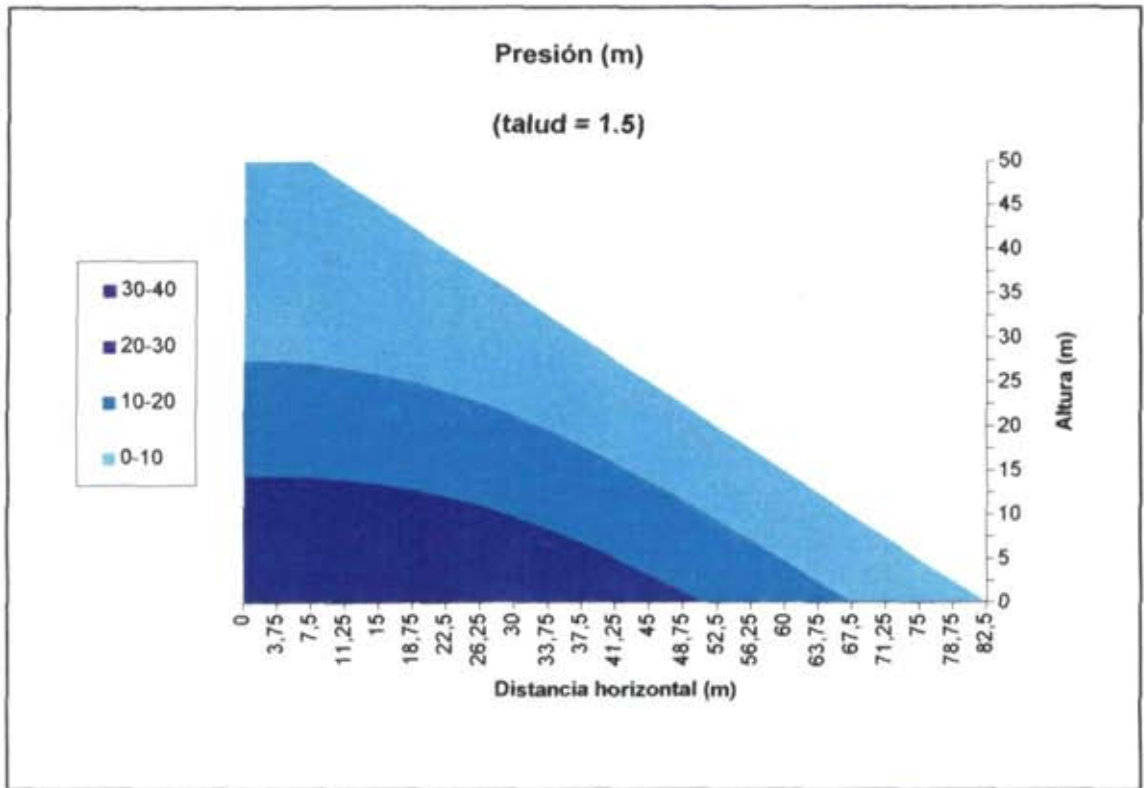


Fig. nº 5.11: Isolneas para talud 1.5 a) Presión del agua; b) Gradiente hidráulico

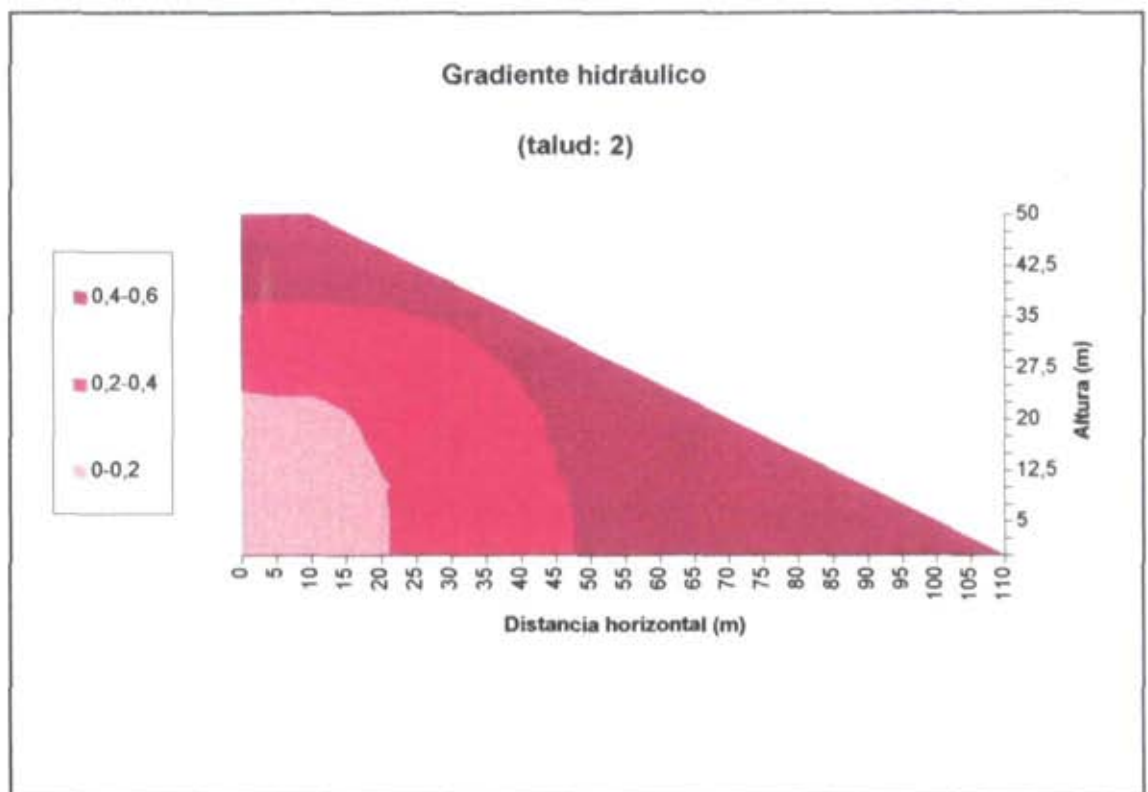
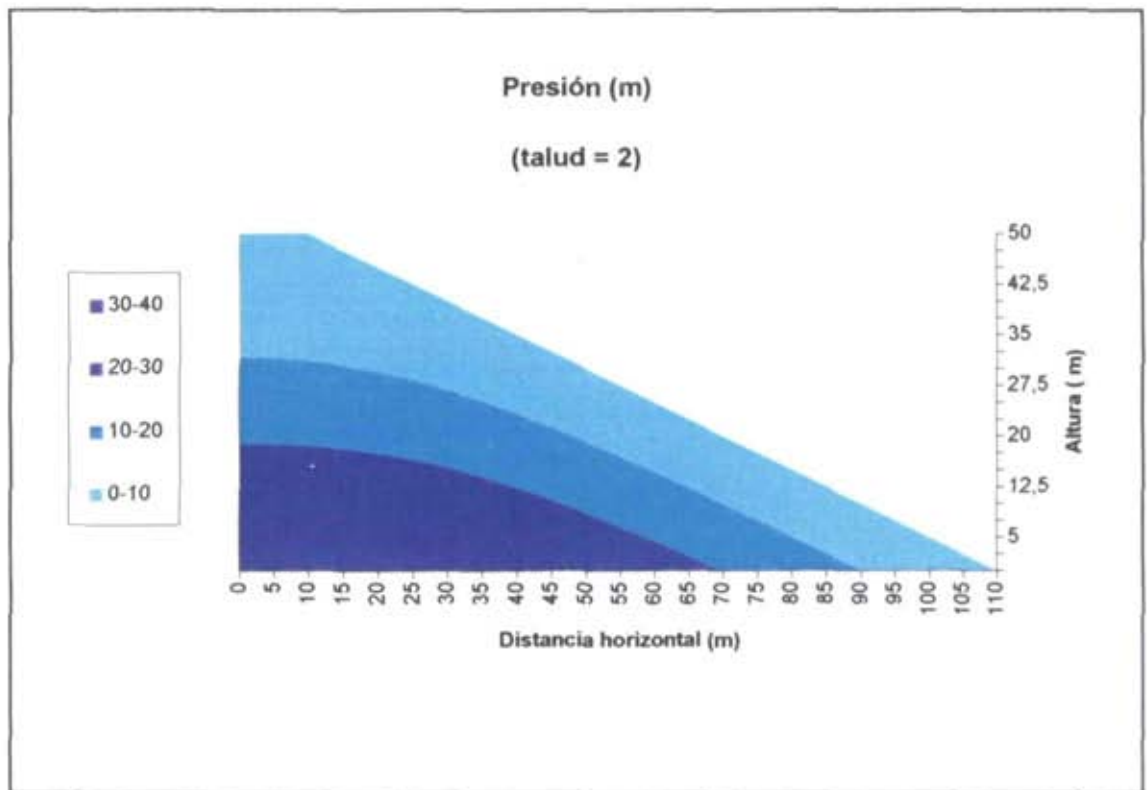


Fig. n° 5.12: Isolneas para talud 2 a) Presión del agua; b) Gradiente hidráulico

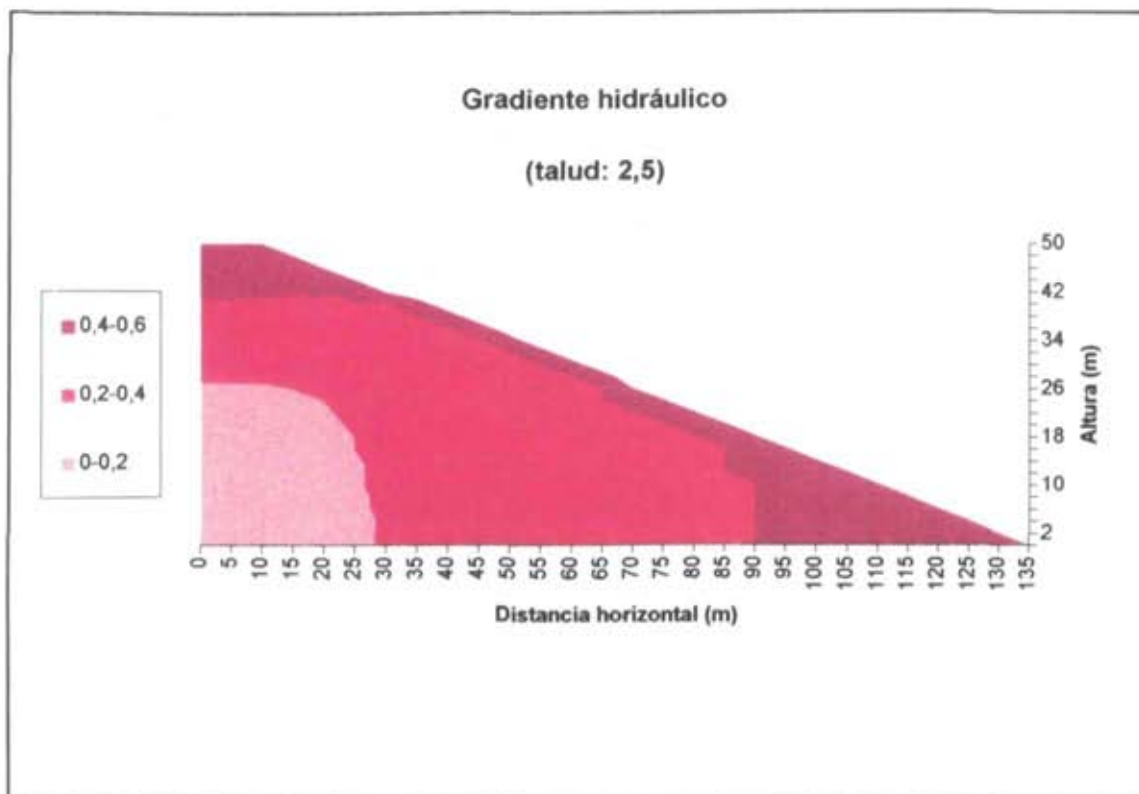
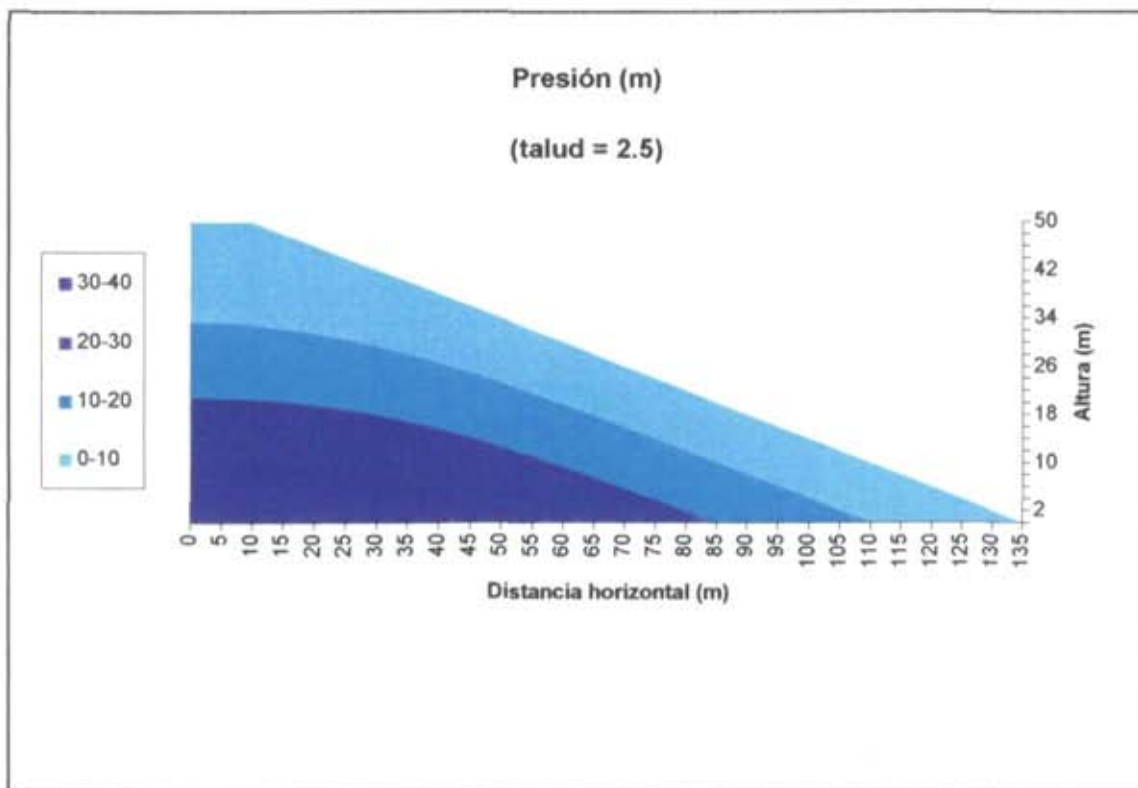


Fig. n° 5.13: Isolíneas para talud 2.5 a) Presión del agua; b) Gradiente hidráulico

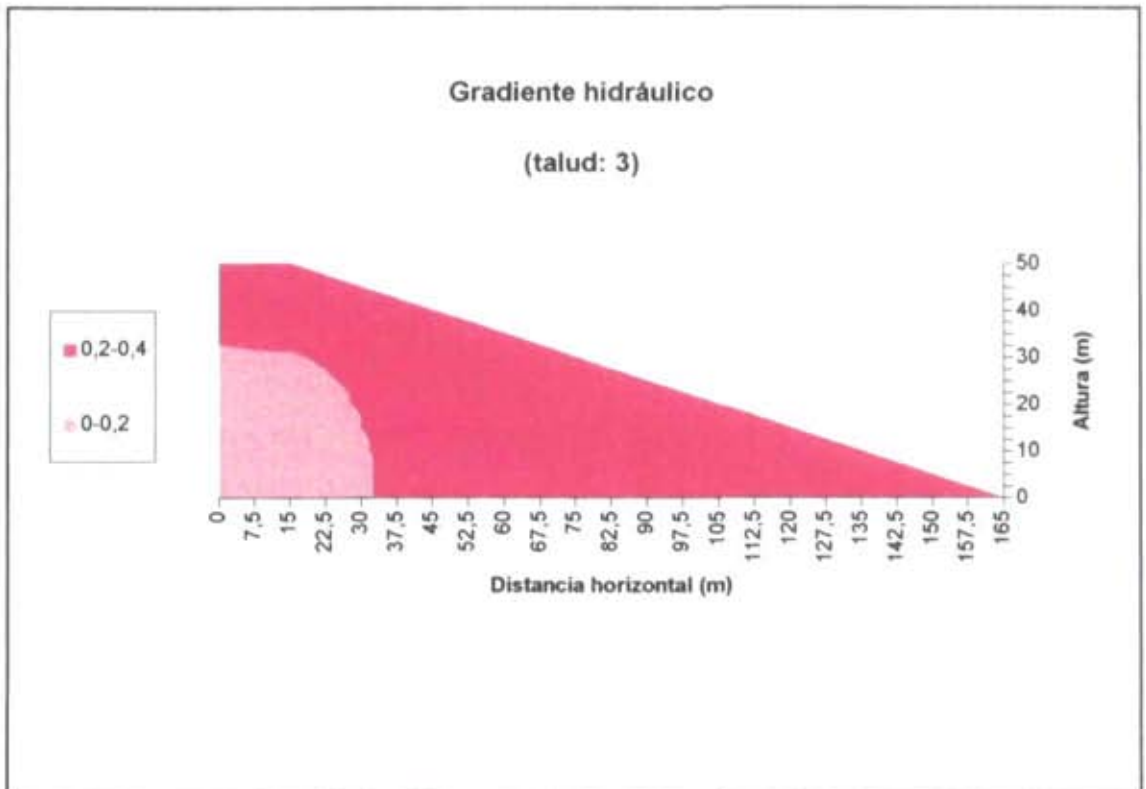
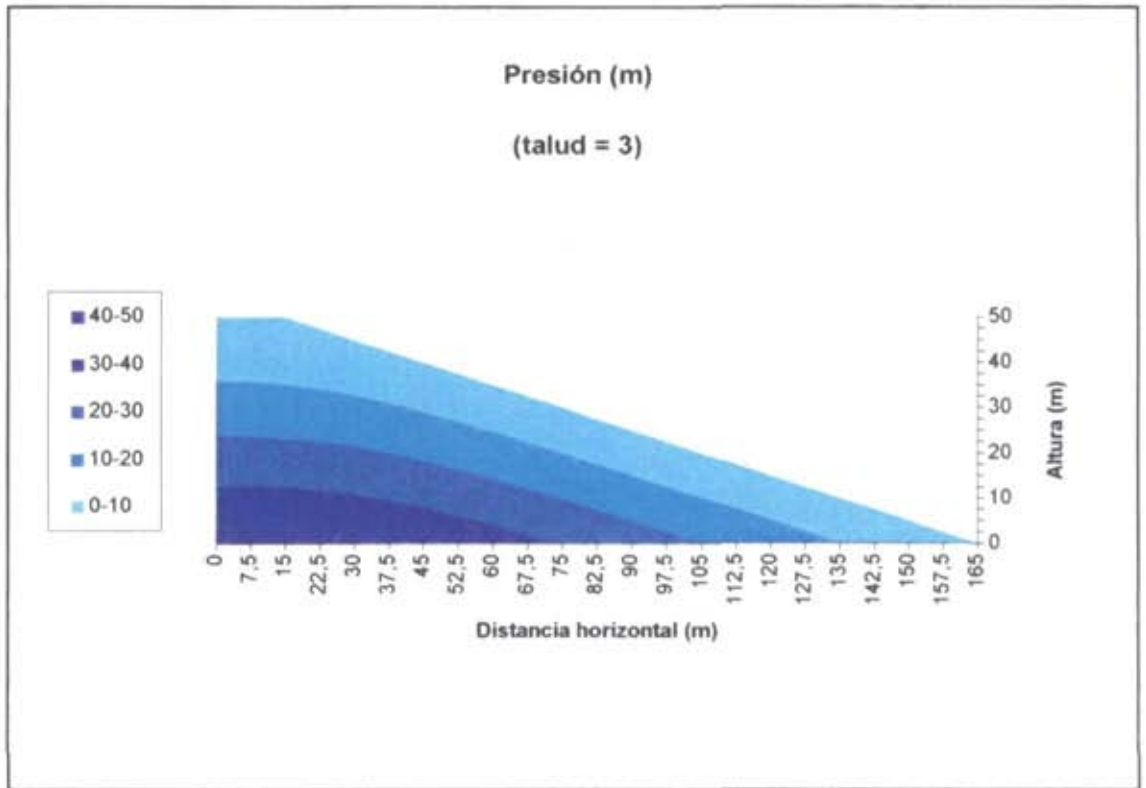


Fig. n° 5.14: Isolneas para talud 3 a) Presión del agua; b) Gradiente hidráulico

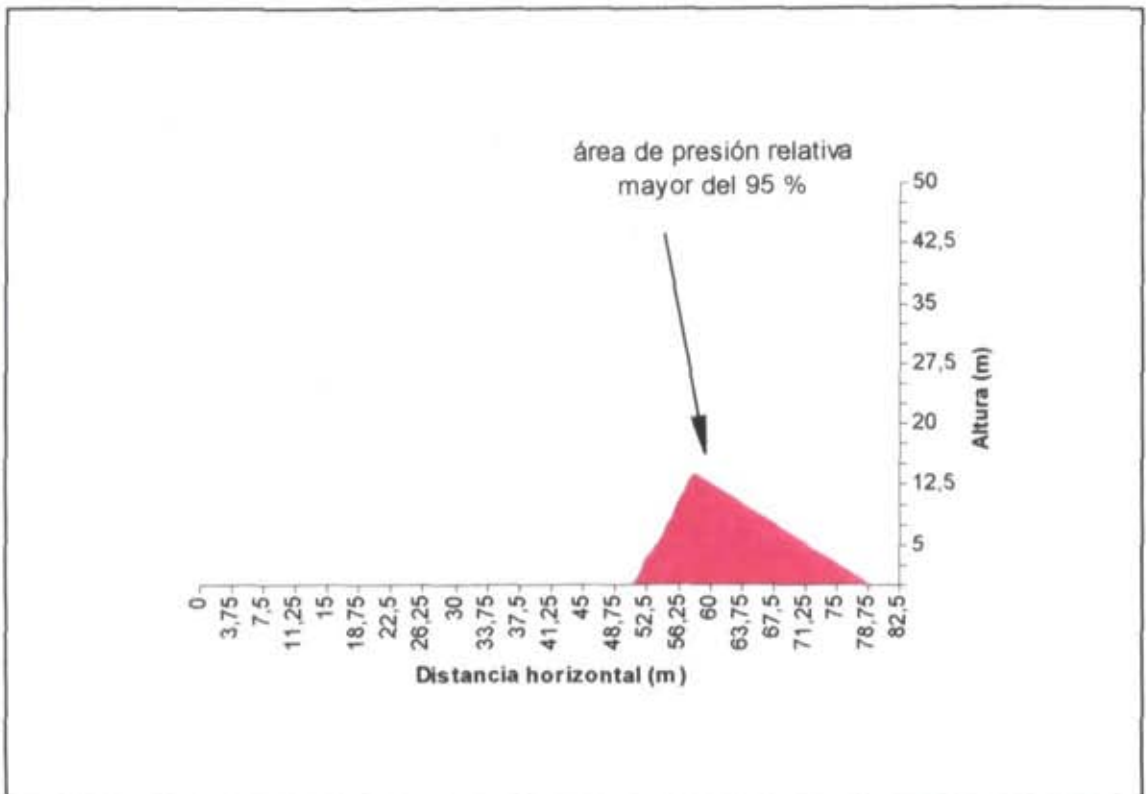
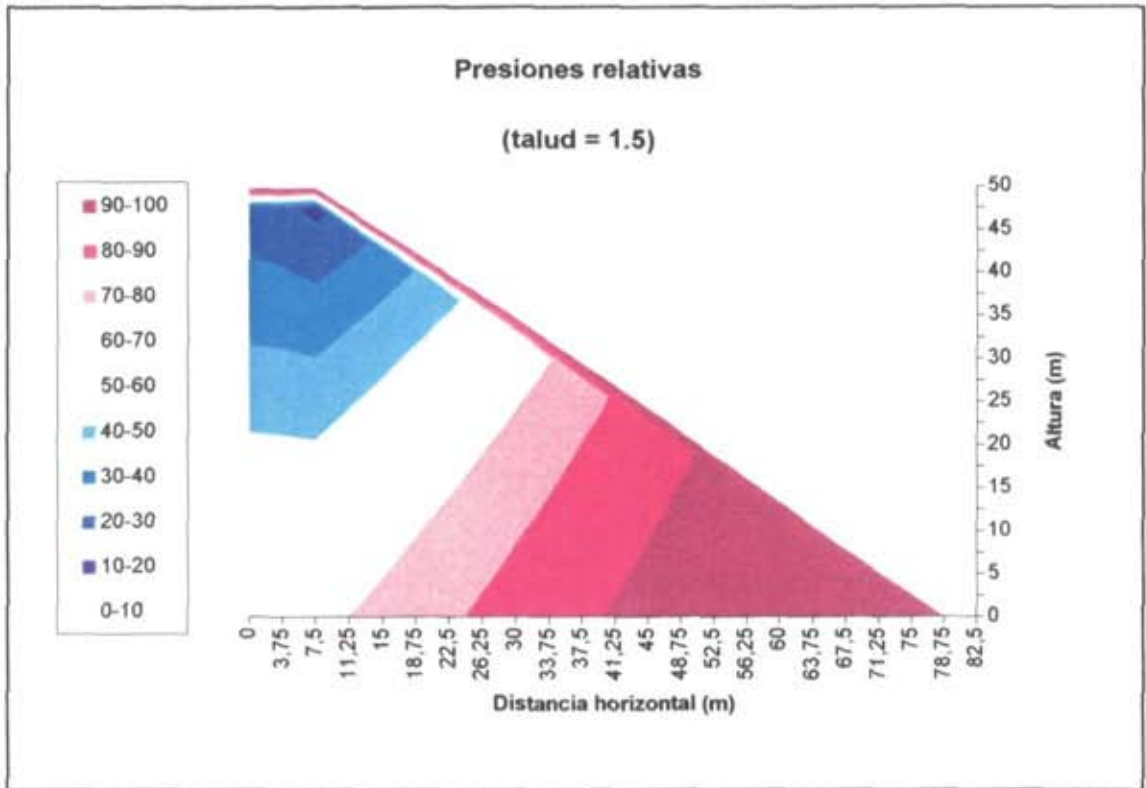


Fig. nº 5.15: Para talud 1,5 a) Isolneas de presión relativa del agua; b) área de presión relativa mayor del 95 %

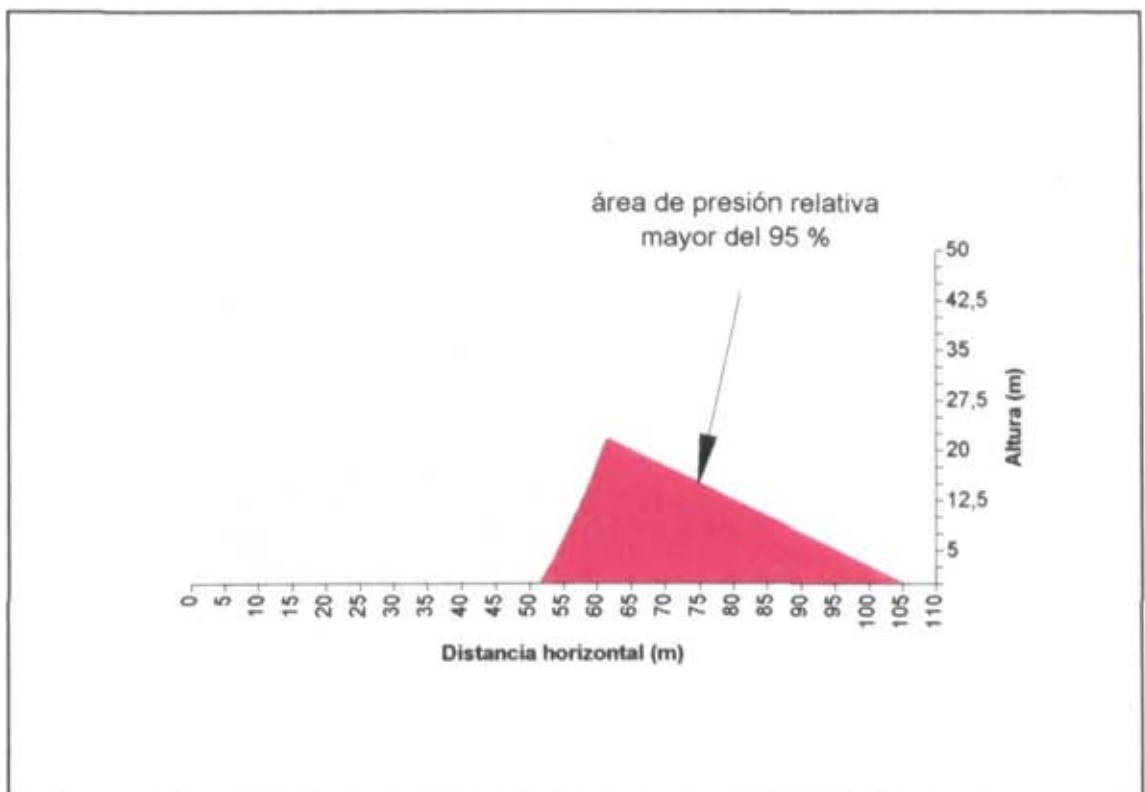
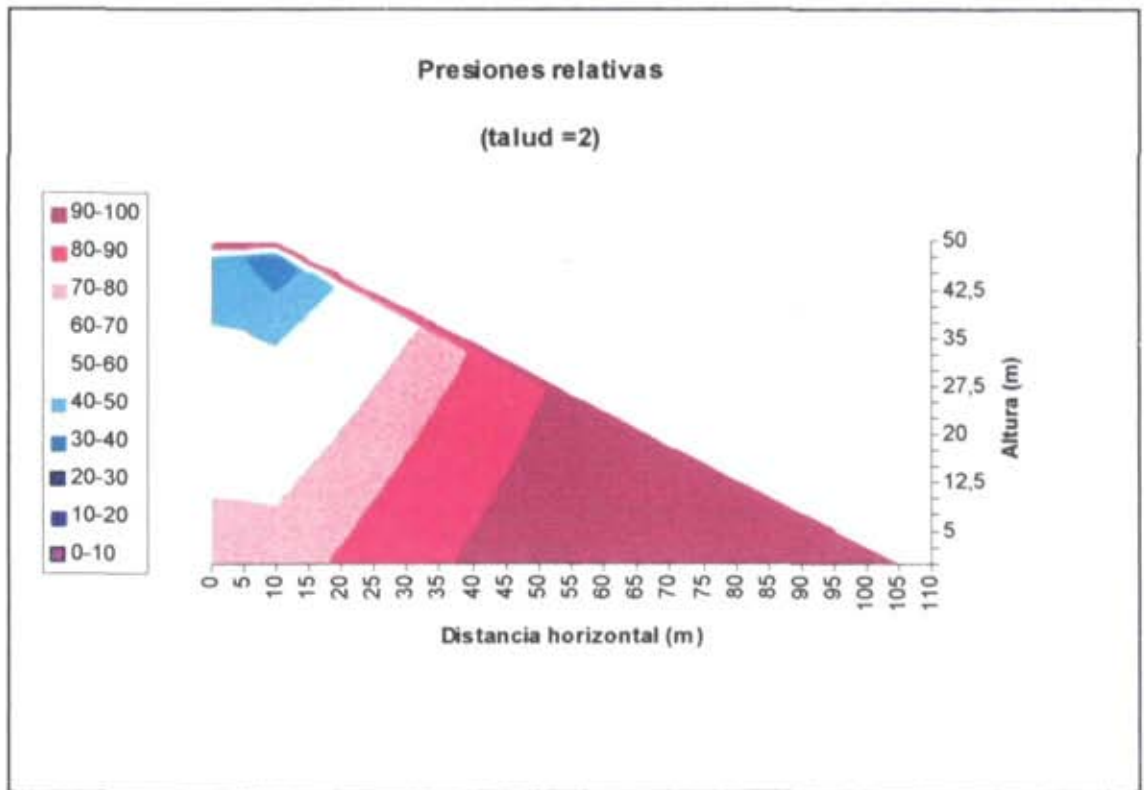


Fig. n° 5.16: Para talud 2 a) Isolíneas de presión relativa del agua; b) área de presión relativa mayor del 95 %



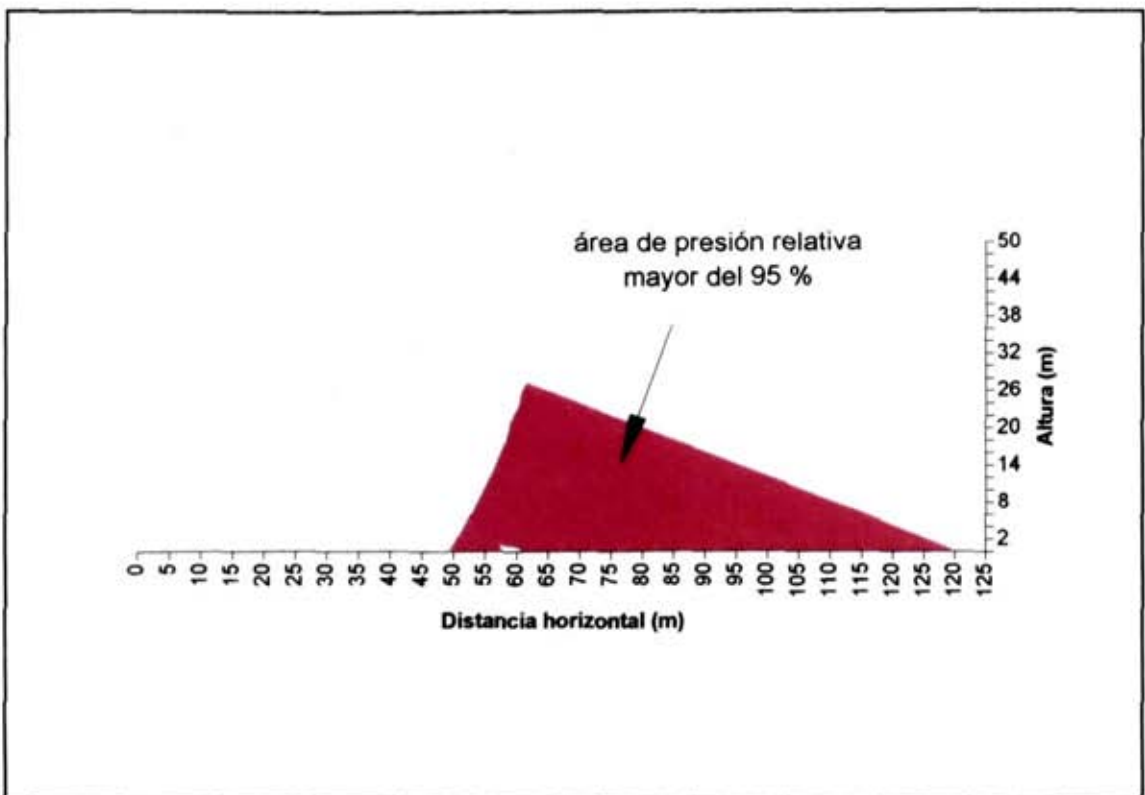
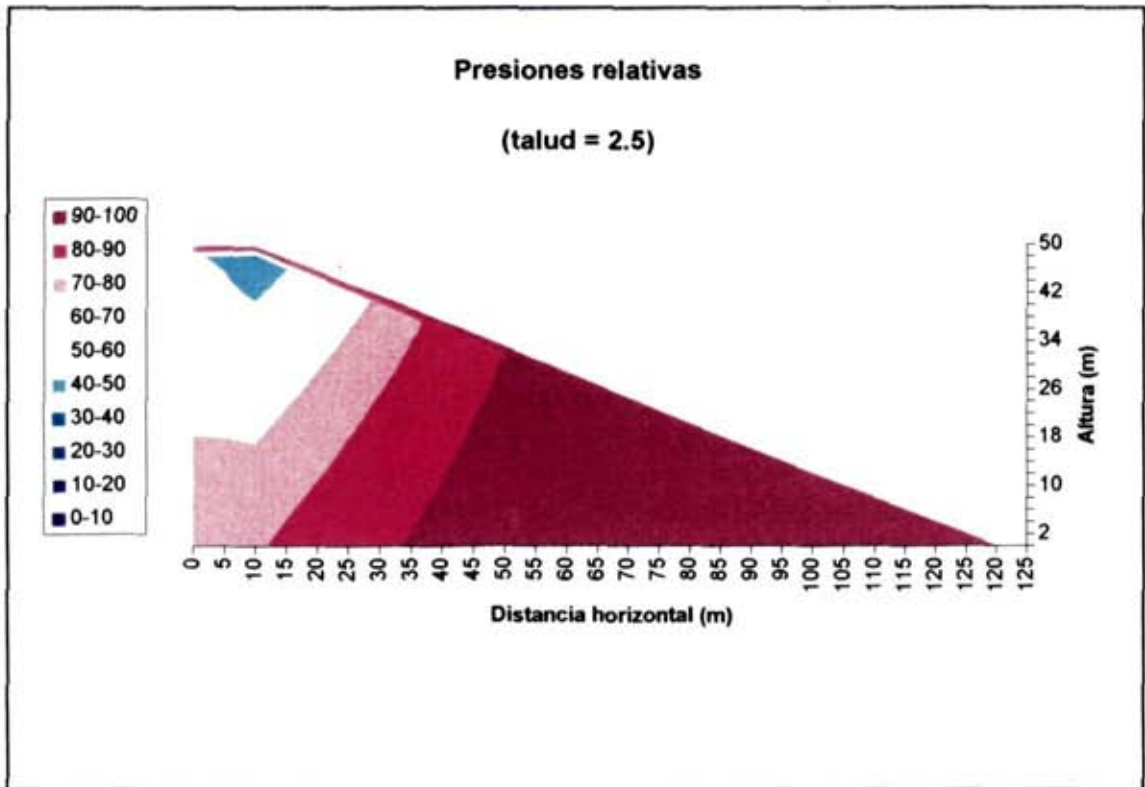


Fig. n° 5.17: Para talud 2,5 a) Isolneas de presión relativa del agua; b) área de presión relativa mayor del 95 %

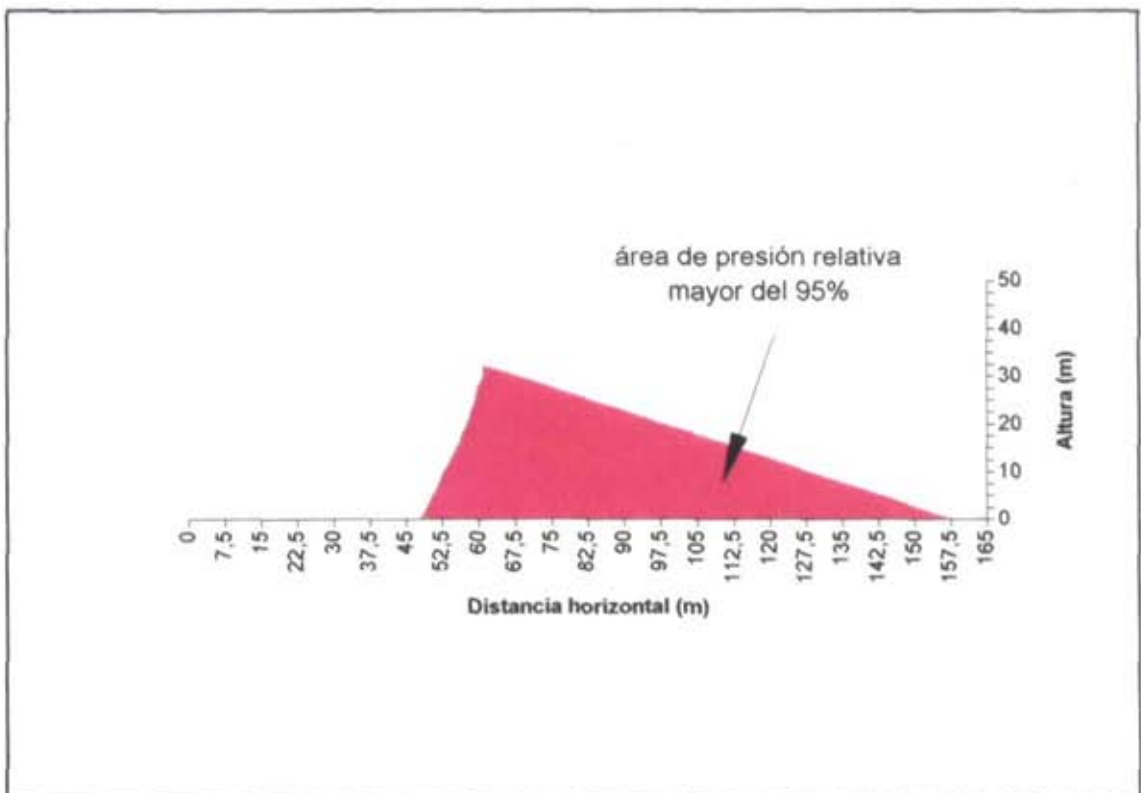
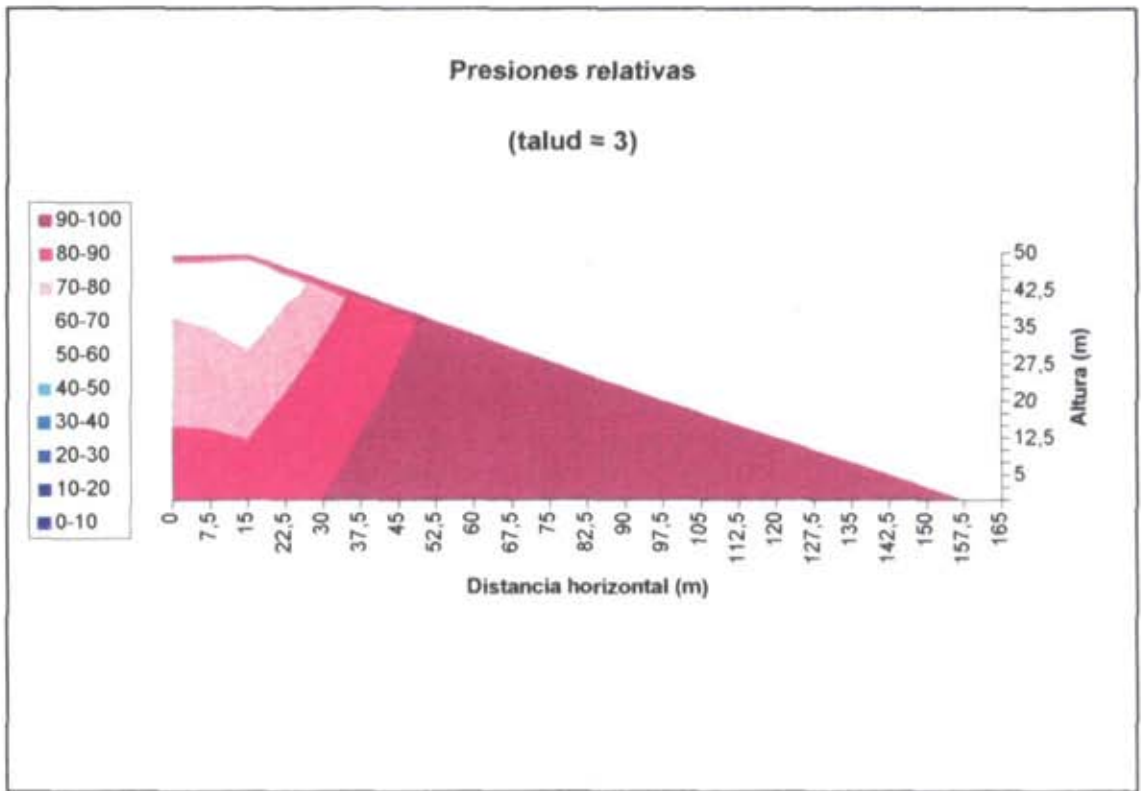


Fig. n° 5.18: Para talud 3 a) Isolneas de presión relativa del agua; b) área de presión relativa mayor del 95 %

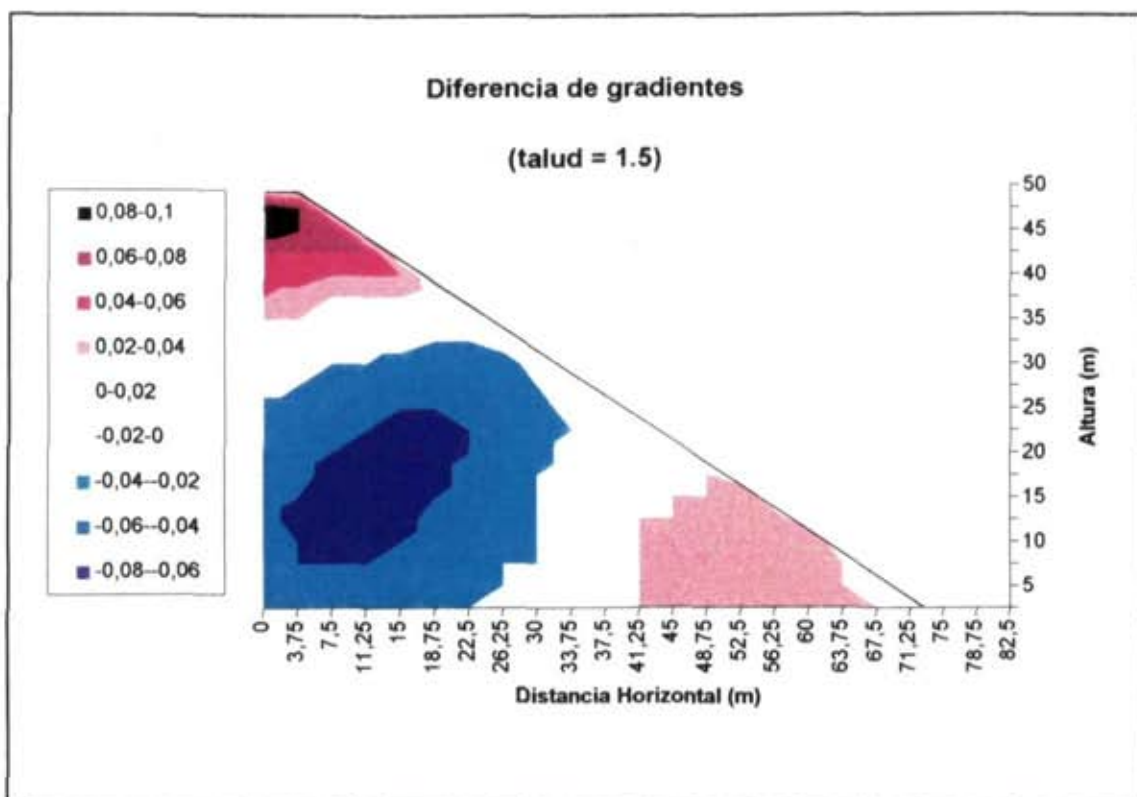
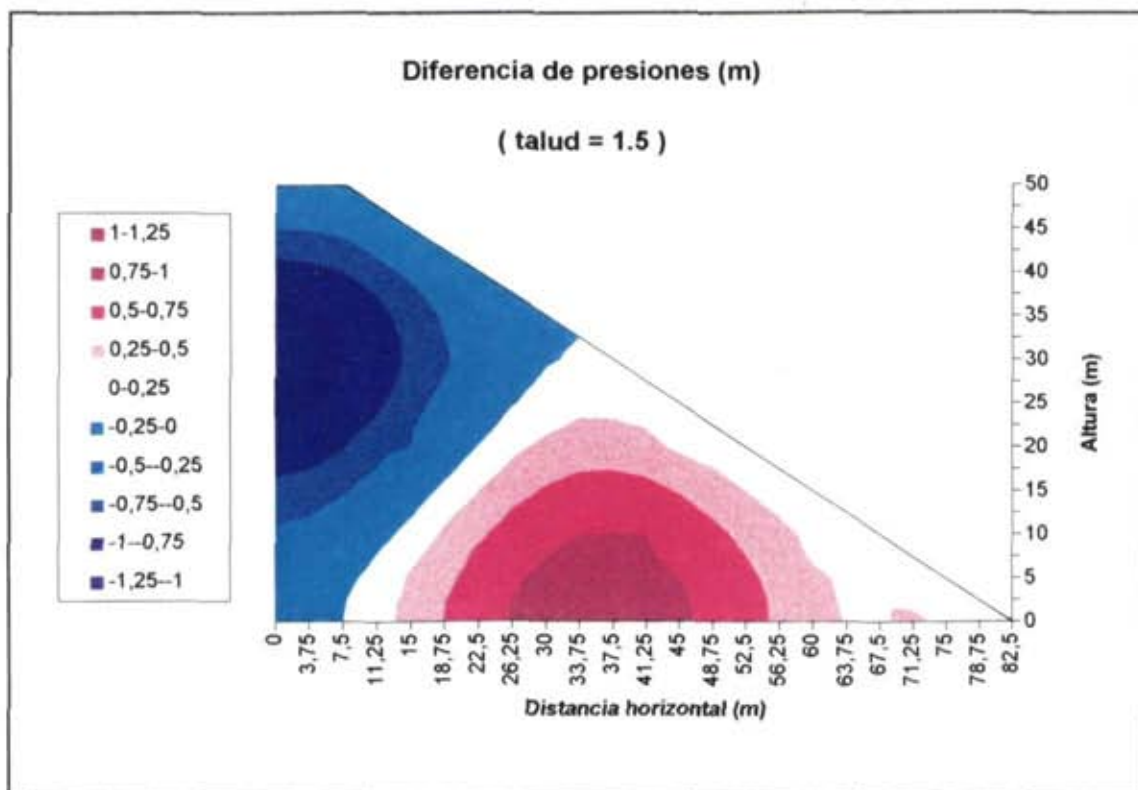


Fig. n° 5.19: Para talud 1,5, líneas de diferencia de a) Presión del agua; b) Gradiente hidráulico, para movimiento lineal ( $m = 1$ ) y no lineal ( $m = 1.85$ ). El signo positivo indica valor mayor para movimiento no lineal.

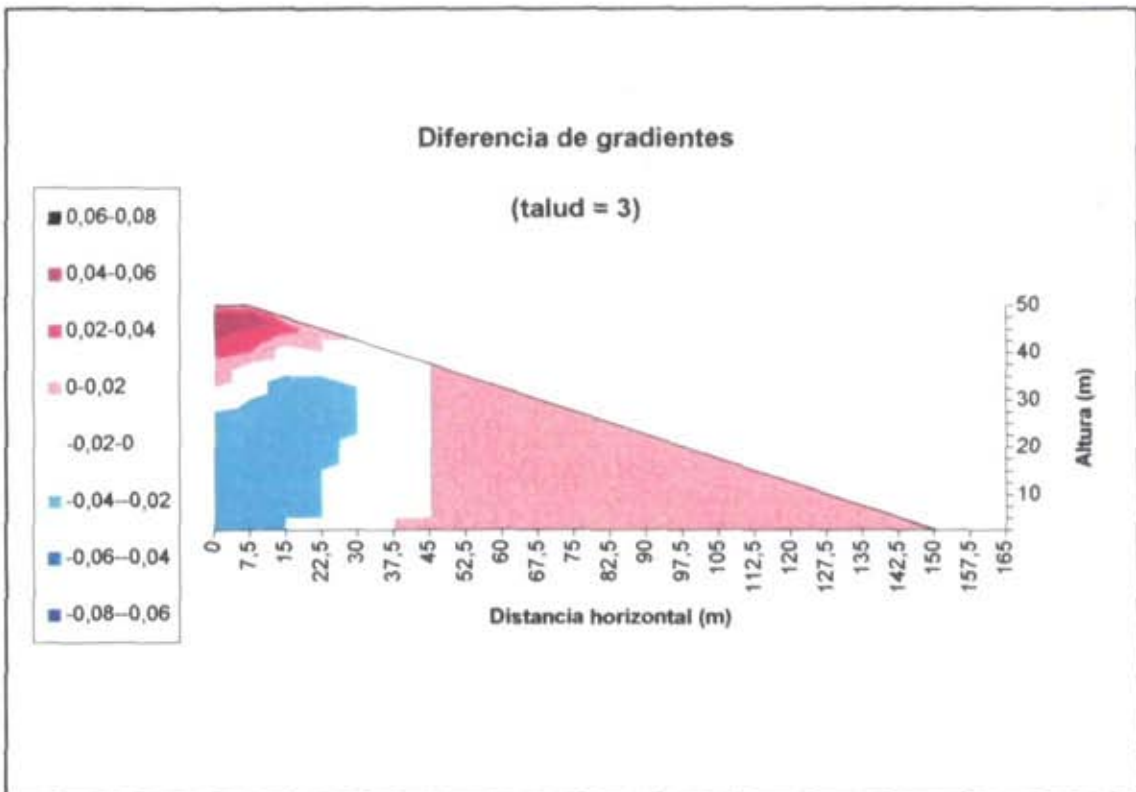
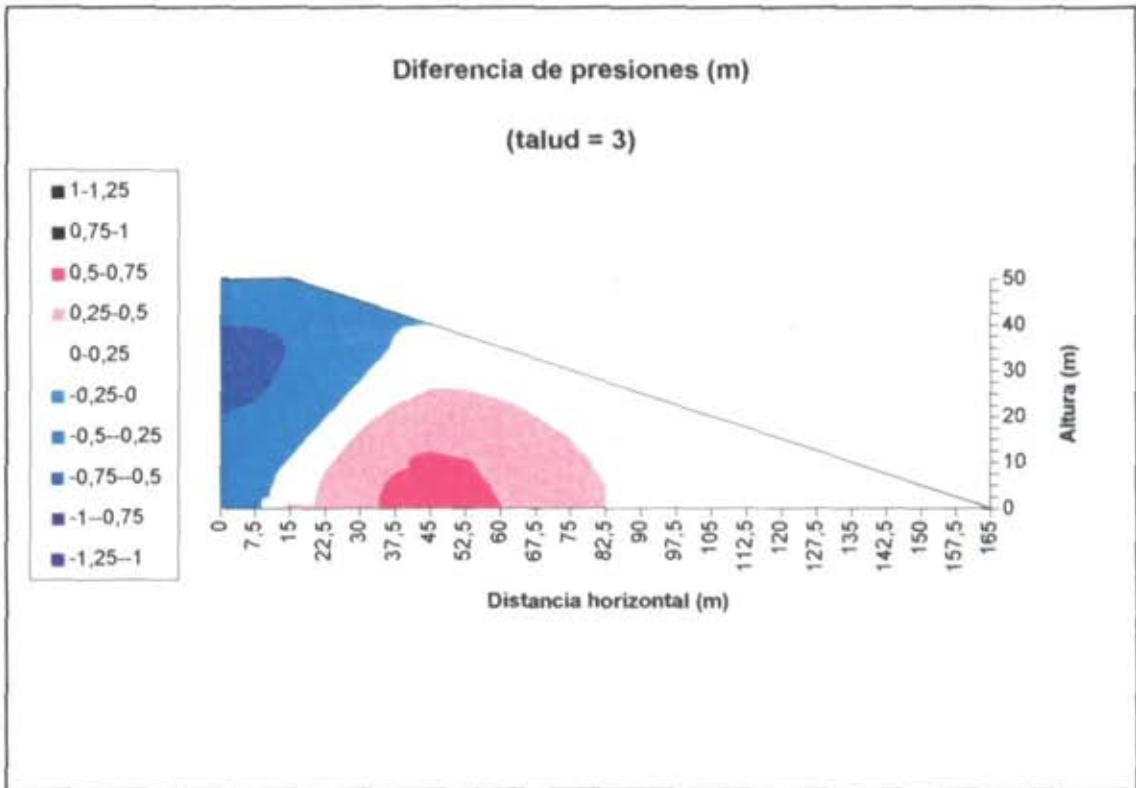


Fig. n° 5.20: Para talud 3, líneas de diferencia de a) Presión del agua; b) Gradiente hidráulico, para movimiento lineal ( $m = 1$ ) y no lineal ( $m = 1.85$ ). El signo positivo indica valor mayor para movimiento no lineal.

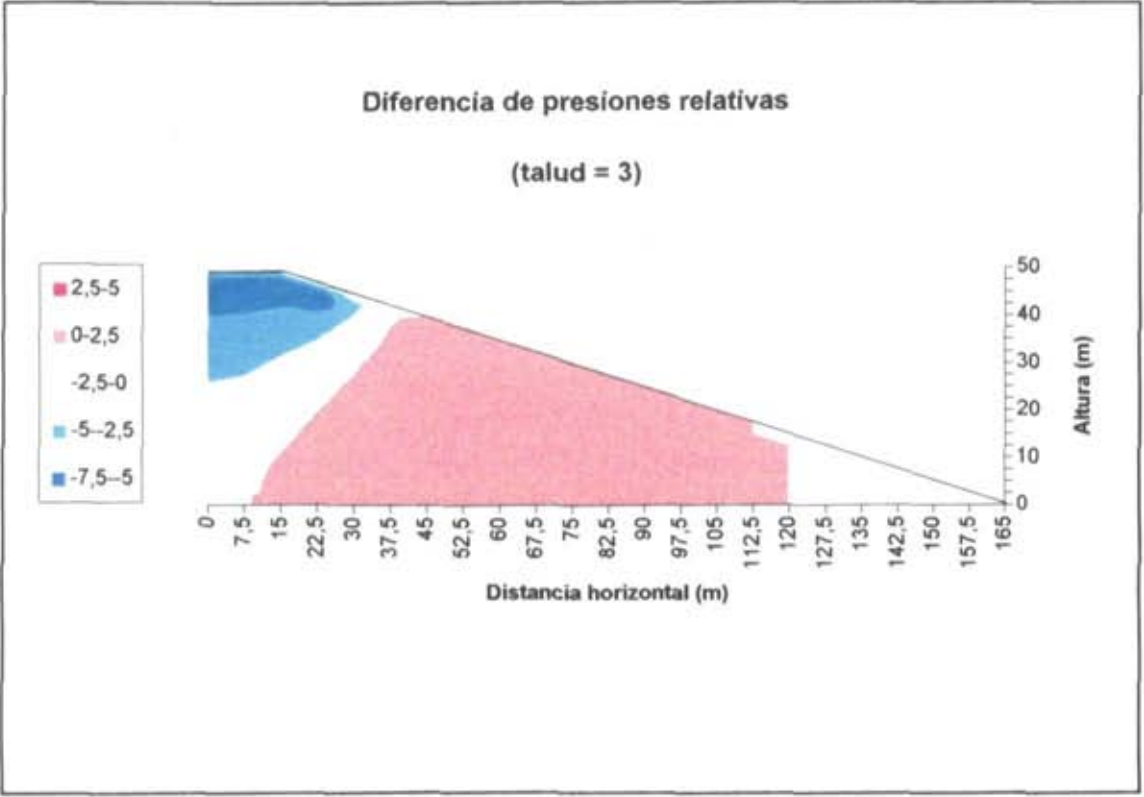
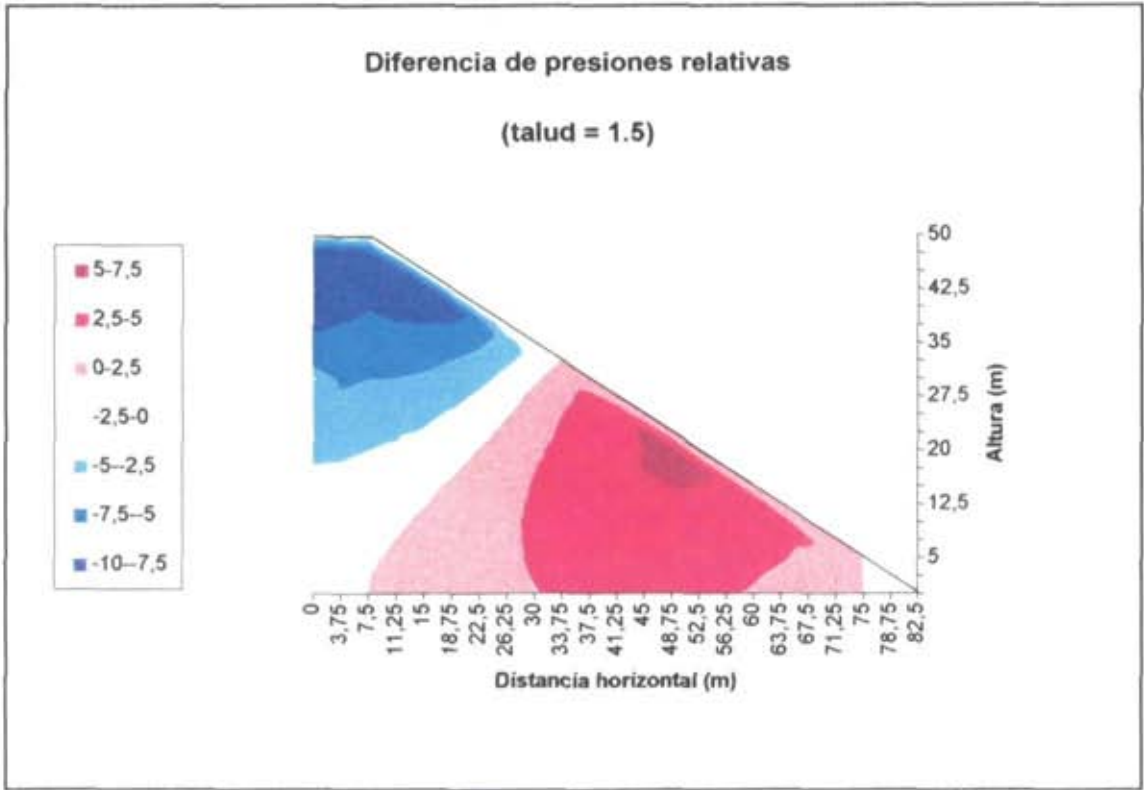


Fig. n° 5.21: Diferencia de presiones relativas para movimiento lineal ( $m = 1$ ) y no lineal ( $m = 1.85$ ) para a) Talud 1,5; b) Talud 3.

El signo positivo indica valor mayor para movimiento no lineal.

## 5.9 CAMPO DE VELOCIDADES DE FILTRACION

En consonancia con lo indicado anteriormente respecto al campo de gradientes hidráulicos, las velocidades de filtración mínimas se producen en la intersección de la base con el núcleo impermeable y los valores máximos se producen en las zonas de coronación y pie de presa. (Fig. n° 5.22 a n° 5.25 a)).

Las velocidades de filtración pueden obtenerse en cada punto a partir del gradiente hidráulico según la fórmula de resistencia:

$$i = c \cdot v^m$$

Por tanto:

$$v = \left(\frac{i}{c}\right)^{\frac{1}{m}}$$

El valor máximo del gradiente en la zona del pie de presa es:

$$i_{m\acute{a}x.} = \frac{1}{N}$$

siendo N el talud.

Por tanto, la velocidad máxima en la zona del pie de presa es:

$$v_{m\acute{a}x.} = \left(\frac{1/N}{c}\right)^{1/m}$$

En la siguiente tabla se resumen las velocidades  $v_{m\acute{a}x}$  correspondientes a los valores del coeficiente  $c$  considerados en los cálculos realizados, para distintos valores del talud<sup>10</sup>.

$c(s^{1,85}/cm^{1,85})$	N	$V_{m\acute{a}x} (cm/s)$
$8,91 \cdot 10^{-1}$	1,5	0,85
	4	0,50
$7,13 \cdot 10^{-2}$	1,5	3,35
	4	1,97
$3,56 \cdot 10^{-3}$	1,5	16,92
	4	9,96

Naturalmente, la velocidad de filtración depende esencialmente de las características de permeabilidad de la escollera y del talud de forma secundaria.

Respecto a la dirección del vector velocidad de filtración, se representan en la siguiente página tres casos, correspondientes a taludes 1, 2 y 3 respectivamente. Un segmento situado en cada punto de la malla representada<sup>11</sup> indica la dirección del vector velocidad en dicho punto, que coincide con la tangente a la línea de filtración que pasa por él. Puede verse cómo a medida que el talud es mayor, las líneas de filtración se aproximan más a la dirección horizontal en la zona del pie de aguas abajo, en consonancia con el hecho observado de que en dicha zona las presiones del agua son próximas a la altura de escollera sobre cada punto considerado en una zona más amplia cuanto mayor es el talud.

---

<sup>10</sup>Admitiendo  $m = 1,85$ .

<sup>11</sup>La malla de cálculo es más fina.

## DATOS DEL MODELO

MAGNITUD: VELOCIDAD (cm/s.)

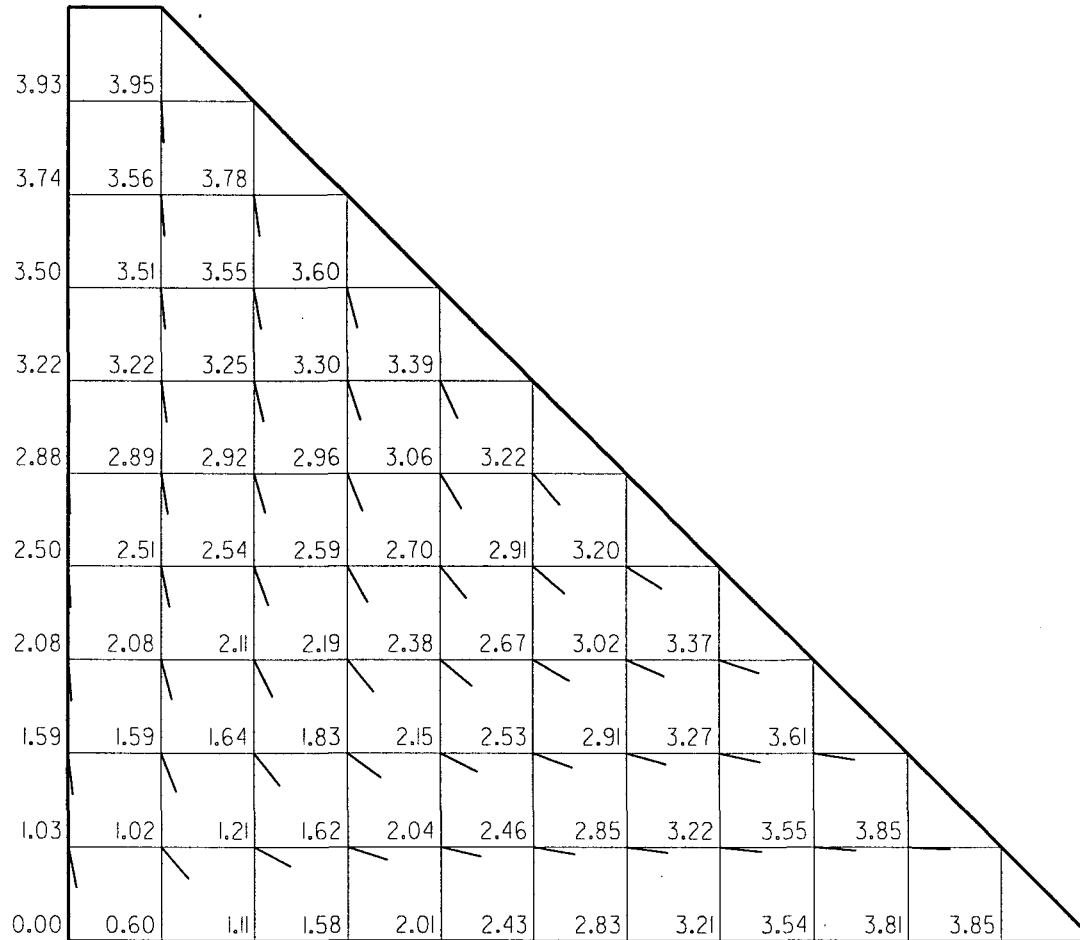
ALTURA DE PRESA: 50 m.

TALUD: 1:1

FORMULA DE RESISTENCIA:  $i = 0,4 \cdot v^{1,85}$

Malla de cálculo: 2,5 x 2,5

Precisión: RMAX = 0,1





## DATOS DEL MODELO

MAGNITUD: VELOCIDAD (cm/s.)

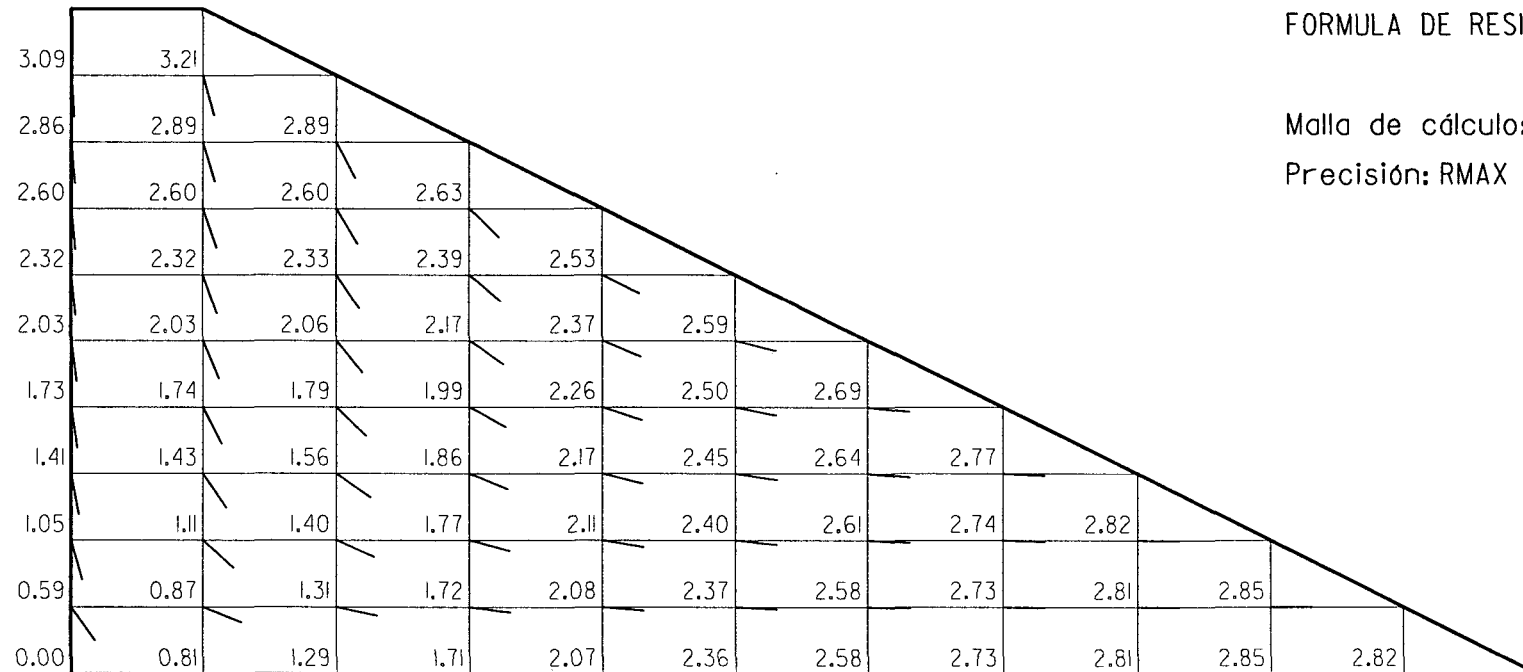
ALTURA DE PRESA: 50 m.

TALUD: 2:1

FORMULA DE RESISTENCIA:  $i = 0,4 \cdot v^{1,85}$

Malla de cálculo: 5,0 x 2,5

Precisión: RMAX = 0,1



# DATOS DEL MODELO

MAGNITUD: VELOCIDAD (cm/s.)

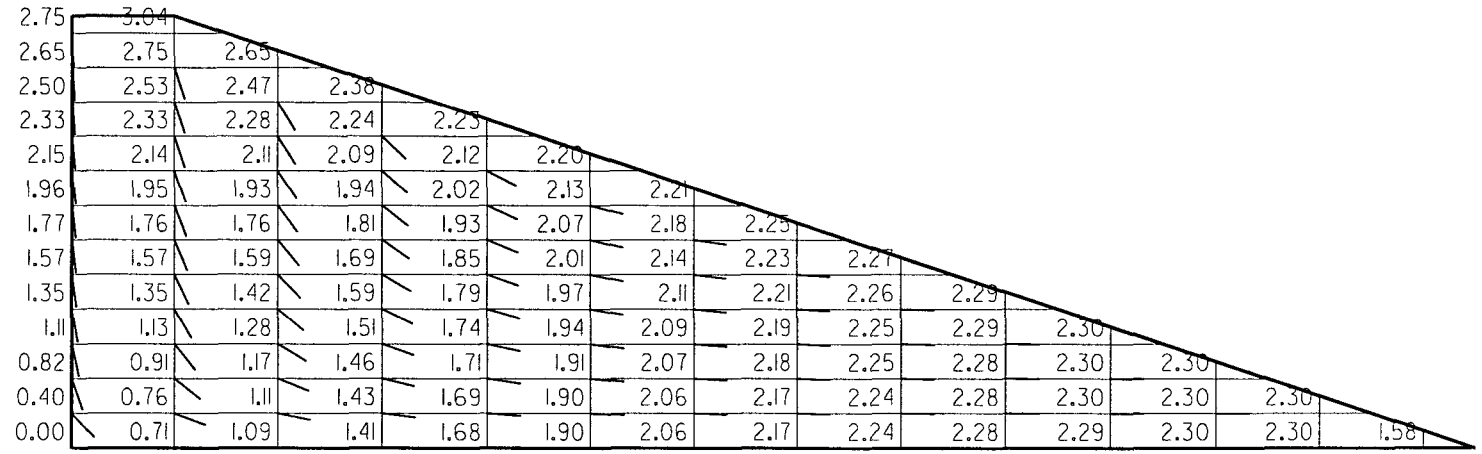
ALTURA DE PRESA: 50 m.

TALUD: 3:1

FORMULA DE RESISTENCIA:  $i = 0,4 \cdot v^{1,85}$

Malla de cálculo: 6,0 x 2,0

Precisión: RMAX = 0,1



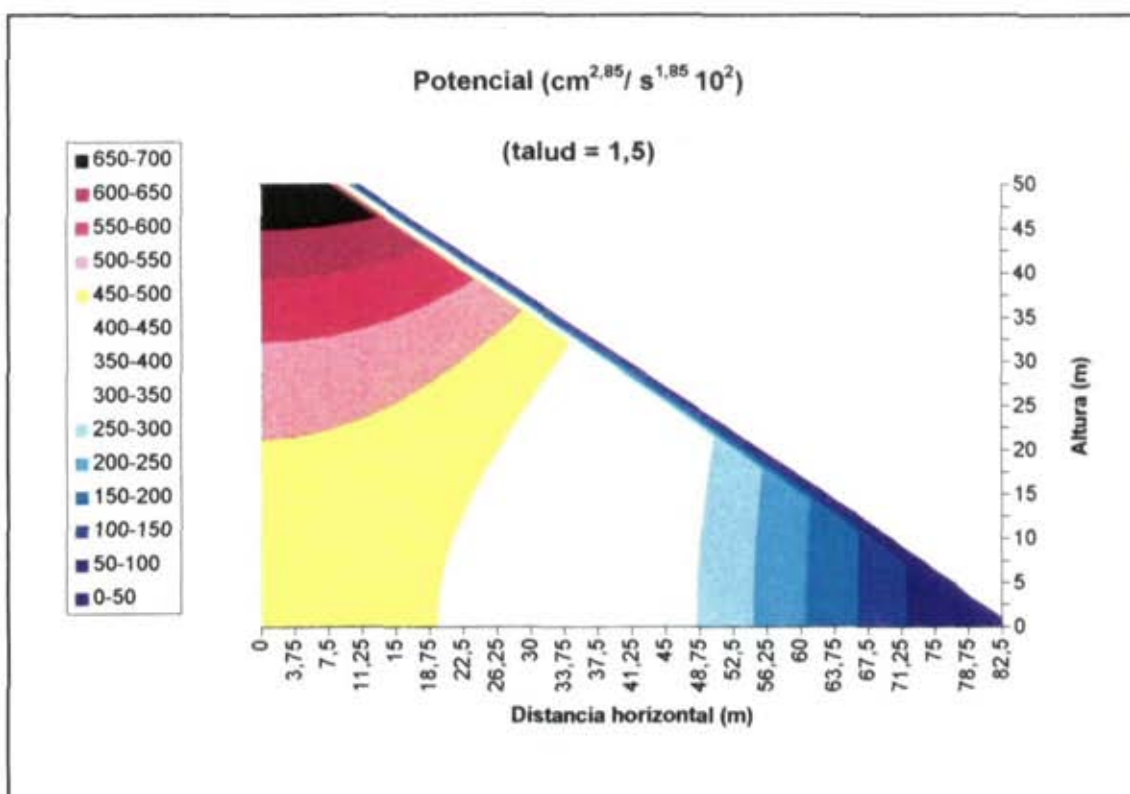
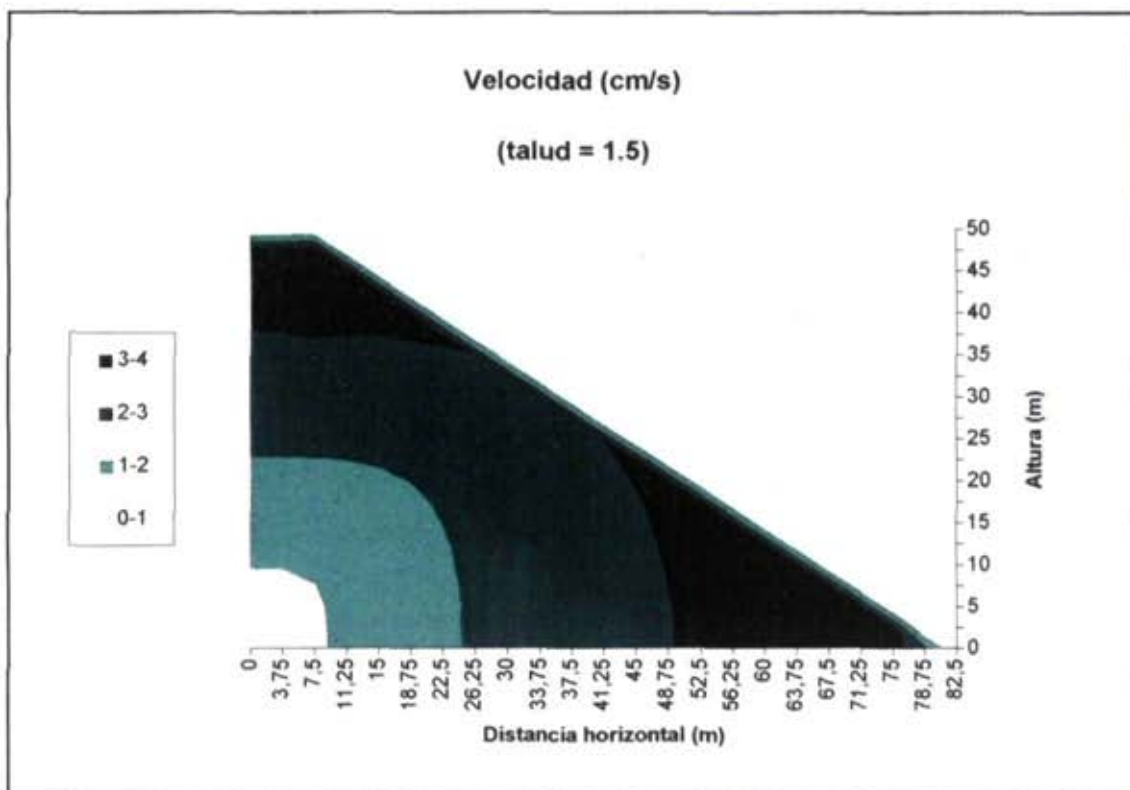


Fig. n° 5.22: Para talud 1.5 a) Líneas de igual velocidad de filtración; b) Líneas equipotenciales

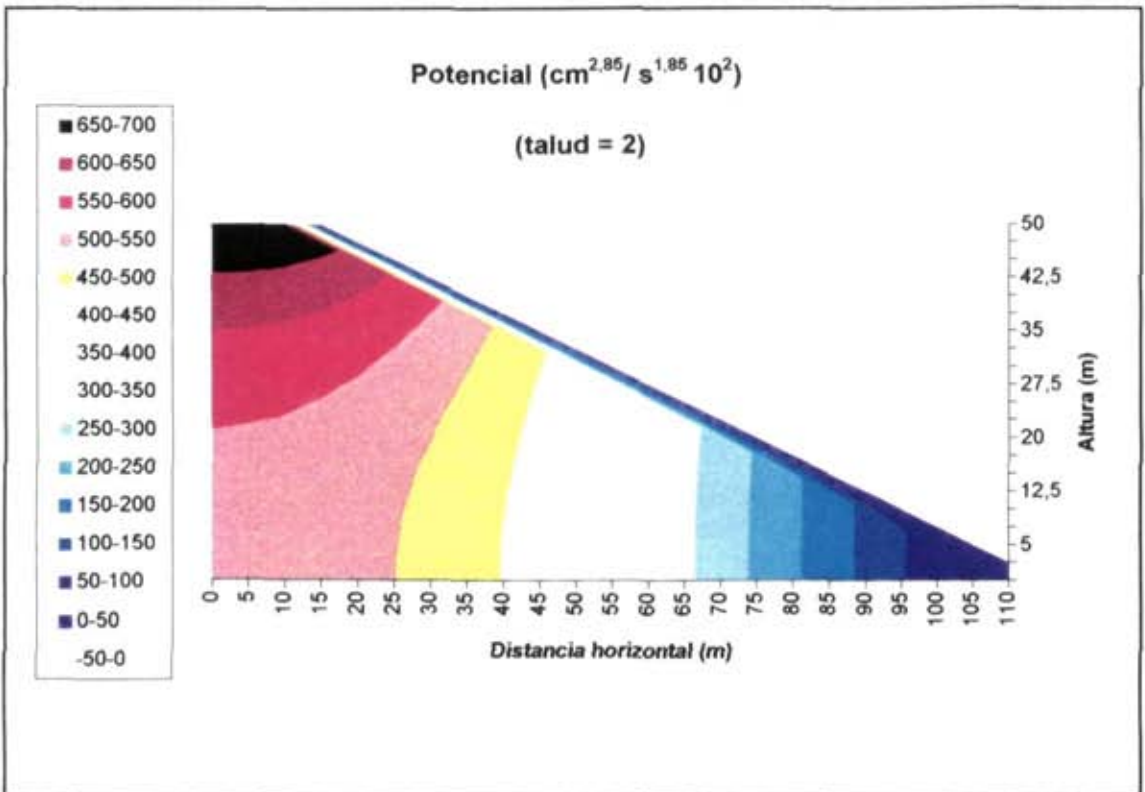
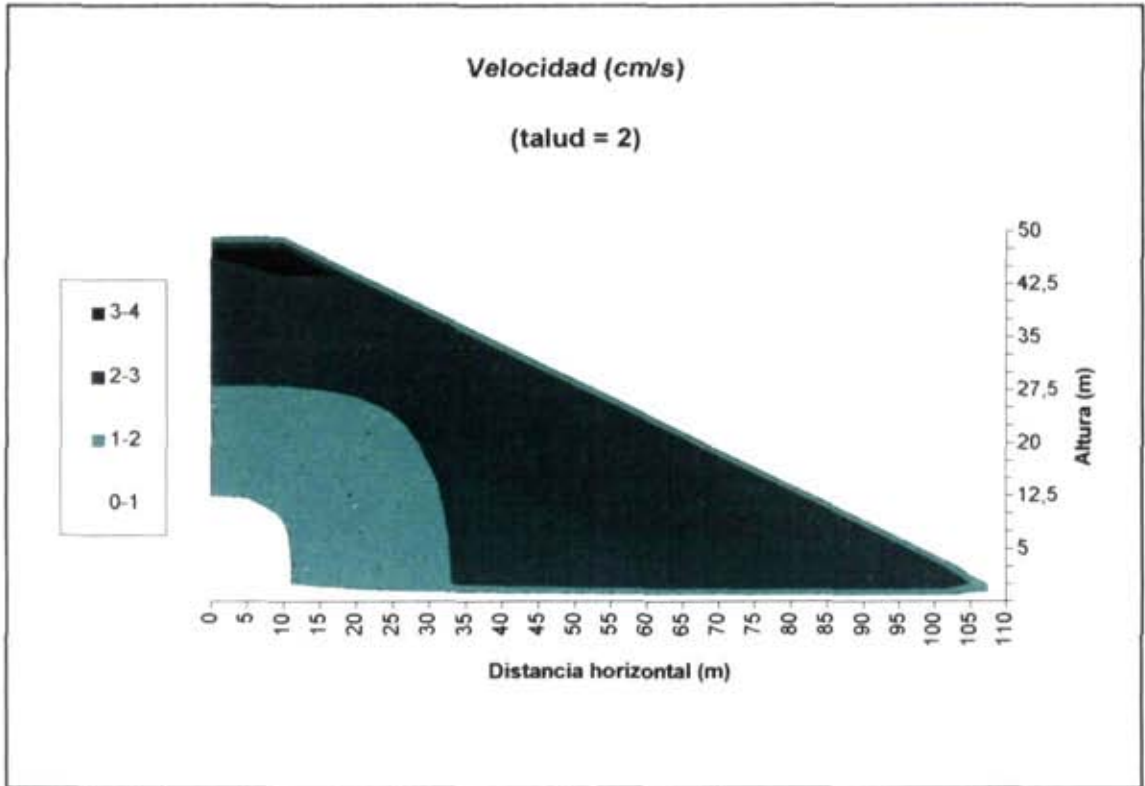


Fig. nº 5.23: Para talud 2 a) Líneas de igual velocidad de filtración; b) Líneas equipotenciales

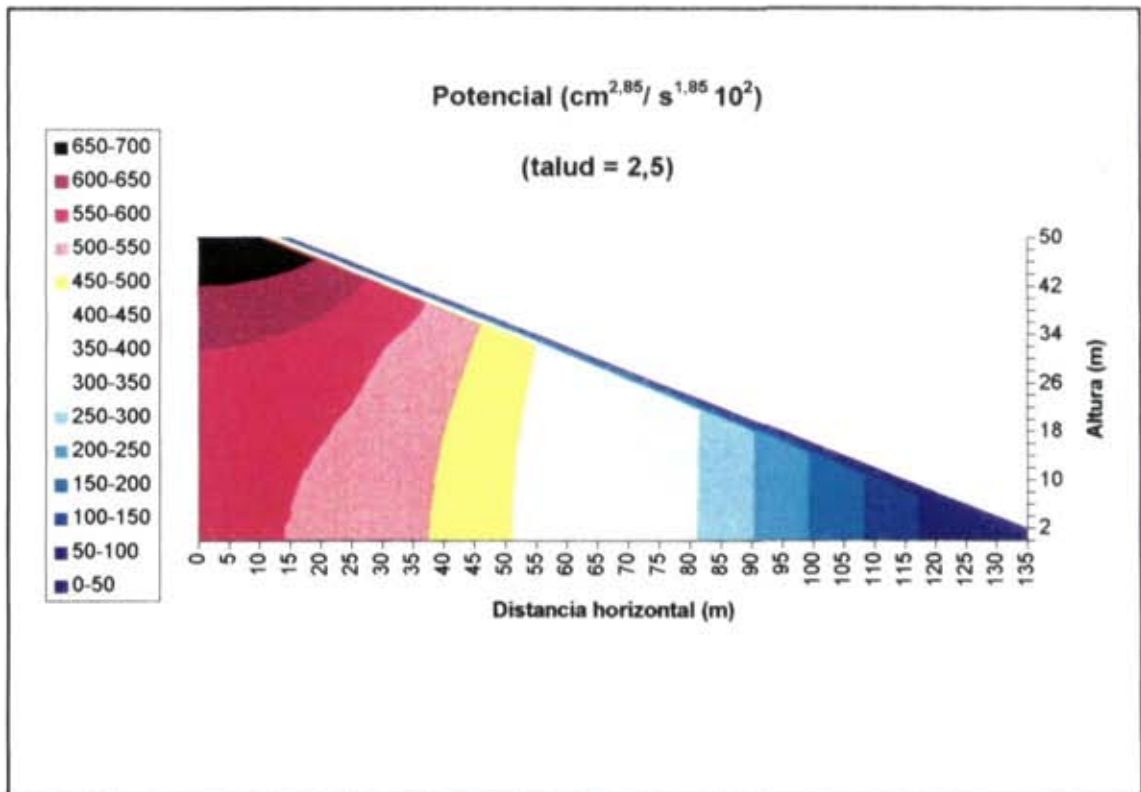
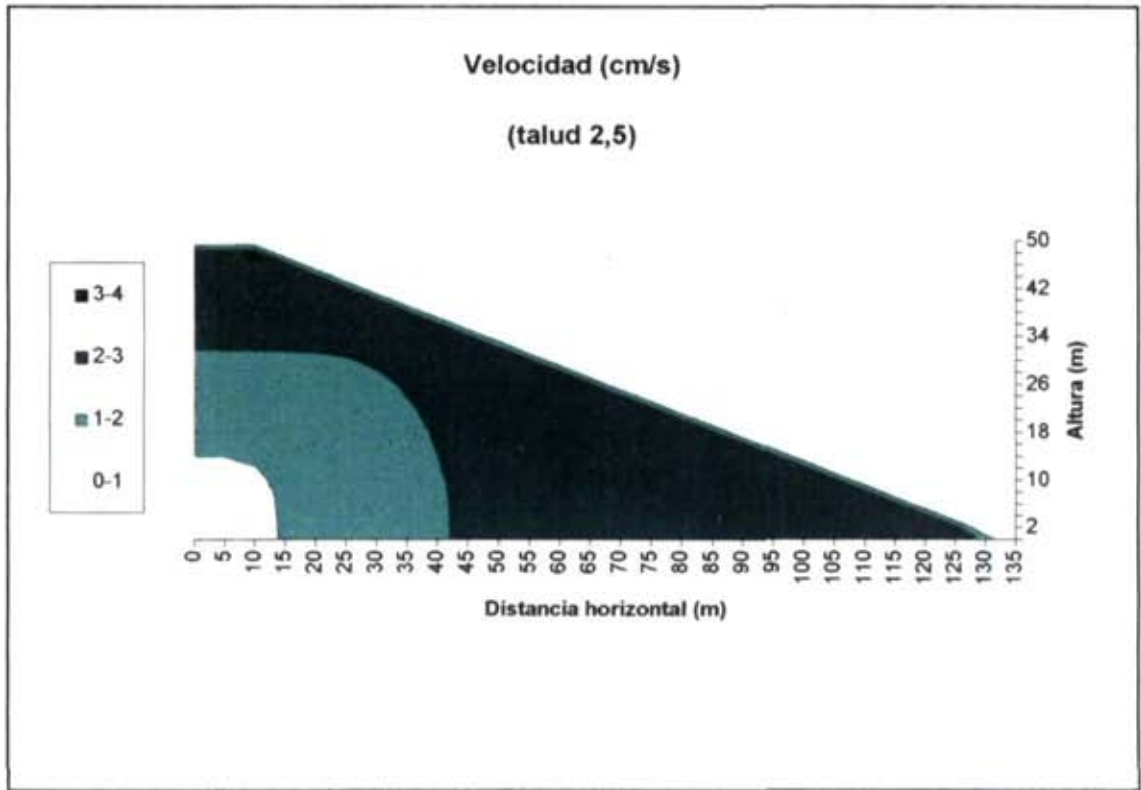


Fig. n° 5.24: Para talud 2.5 a) Líneas de igual velocidad de filtración; b) Líneas equipotenciales

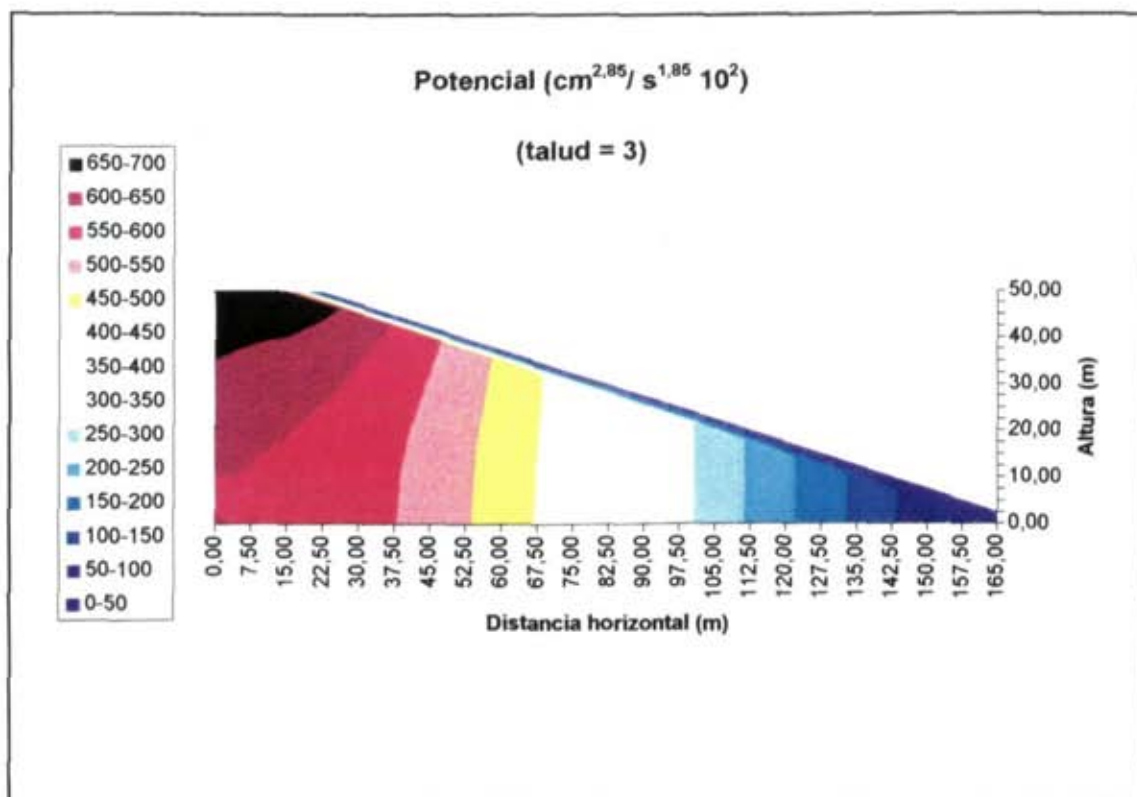
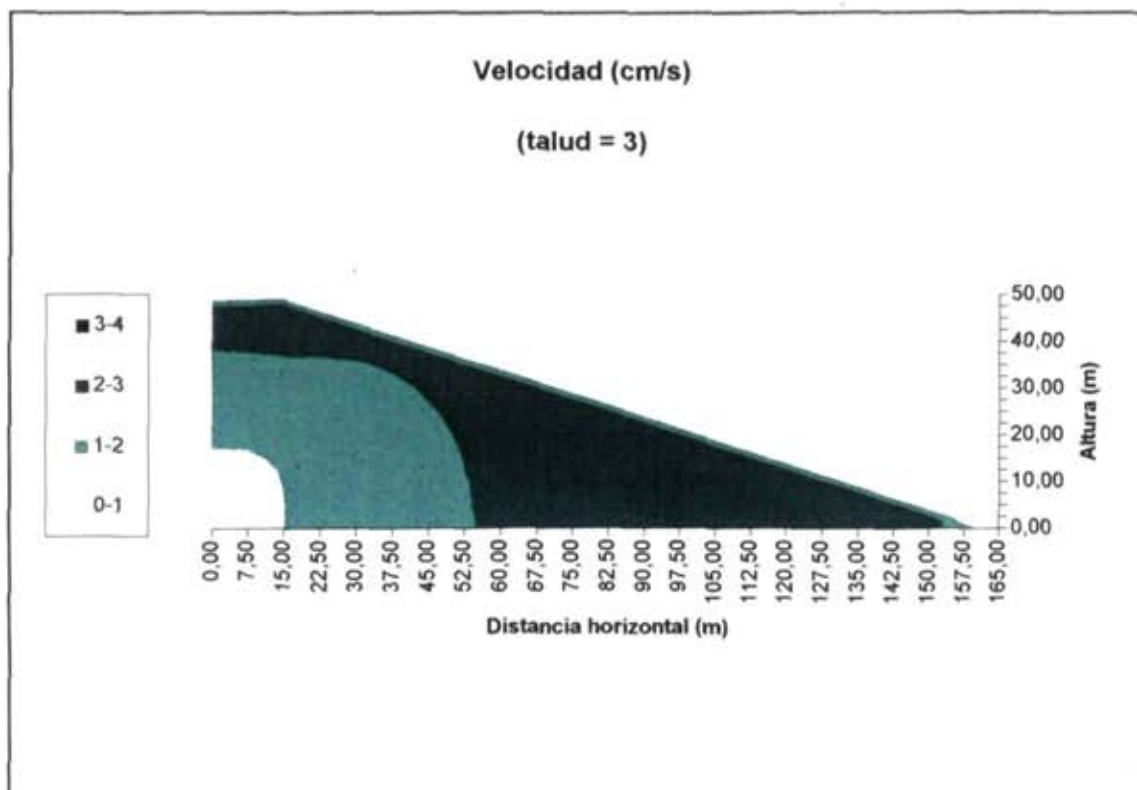


Fig. n° 5.25: Para talud 3 a) Líneas de igual velocidad de filtración; b) Líneas equipotenciales

## 5.10 CAUDAL DE SATURACION

Si consideramos sucesivas secciones, por ejemplo verticales, del dominio de filtración, el caudal que circula por cada una de ellas es distinto, ya que al referido dominio se va incorporando agua a través de la zona de infiltración del talud y también se produce una pérdida de caudal a través de la zona de emergencia. El caudal es máximo en cualquier sección que pase por el punto del talud en que se pasa de la zona de infiltración a la de emergencia. A este caudal máximo que circula por el interior del dominio de filtración hemos denominado *caudal de saturación*, ya que es el mínimo necesario para que pueda producirse la saturación completa del espaldón.

Como se verá más adelante, en el apartado dedicado a la *permeabilidad equivalente*, los tres coeficientes  $c$  de la fórmula de resistencia

$$i = c \cdot v^{1,85}$$

que se han utilizado para realizar el estudio paramétrico equivalen a coeficientes de permeabilidad efectivos<sup>12</sup> para un rango de gradientes hidráulicos de 0,2 a 0,6 aproximadamente:

$c(s^{1,85}/cm^{1,85})$	Rango de $K_{ef}(cm/s)$
$8,91 \times 10^{-1}$	1 a 2,5
$7,13 \times 10^{-2}$	5 a 10
$3,56 \times 10^{-3}$	25 a 45

La permeabilidad de 1 cm/s puede considerarse como un límite aproximado entre el movimiento lineal y no lineal. Este límite se corresponde con un diámetro efectivo  $d_{10}/5$  del orden de 0,5 mm. El diámetro efectivo corresponde a la fracción fina de la escollera por ser ésta la que gobierna la permeabilidad por definir el tamaño de los

<sup>12</sup>Ver concepto de coeficiente de permeabilidad efectivo en el capítulo 4.

*conductos* por los que se produce la circulación del agua<sup>13</sup>. El valor de permeabilidad de 1 cm/s también representa un límite máximo de permeabilidad de la arena limpia, según Tschebotarioff, y según el mismo autor la permeabilidad de la grava limpia se mueve en el rango de 1 a 100 cm/s.

Por tanto, el rango analizado se corresponde con los valores esperables en gran número de presas de escollera. Naturalmente, en las ocasiones en que la escollera sea gruesa y limpia el coeficiente de permeabilidad puede ser sensiblemente mayor.

Mediante el programa MNLEE.RDF se ha obtenido el caudal de saturación correspondiente a diversos taludes y alturas de presa, y ello para los tres coeficientes distintos de la fórmula de resistencia antes indicados. Con los resultados obtenidos se han elaborado las *Fig. 5.26 a 5.28*. Dichas figuras permiten centrar el orden de magnitud así como extraer algunas conclusiones:

- 1° El caudal de saturación depende esencialmente de las características de permeabilidad de la escollera y de la altura de presa.
- 2° La influencia del talud es mínima, despreciable a efectos prácticos.
- 3° El caudal de saturación varía de forma prácticamente lineal con la altura de presa. (*Ver Fig. n°5.29*)
- 4° Dependiendo de las características de permeabilidad de la escollera y de la altura de la presa el caudal de saturación oscila en un rango muy amplio, entre poco más que cero y más de 10 m<sup>3</sup>/s/m. en los casos modelizados.

---

<sup>13</sup> *Cedergren; 1989. (12)*



Como se comentará con mayor detalle en el Capítulo 6, la posibilidad de que se inicie la rotura por deslizamiento en masa o por arrastre depende del valor del caudal de sobrevertido, y su evolución temporal, en relación al caudal de saturación de la presa.

Teniendo en cuenta que la influencia del talud sobre el caudal de saturación es despreciable a efectos prácticos, se ha ajustado, para cada una de los tres coeficientes de la fórmula de resistencia considerados, una recta que determina el caudal de saturación en función de la altura de presa<sup>14</sup>.

La determinación del *caudal de saturación* para un caso concreto puede realizarse a partir de la *Fig. n° 5.29* únicamente en el caso de que el coeficiente de la fórmula de resistencia coincida con uno de los tres casos modelizados, ya que la variación del *caudal de saturación* con dicha constante no es lineal, lo que dificulta la interpolación. La referida determinación, en cambio, es sencilla utilizando la *Fig. n° 5.30* en la que se representa en abscisas el valor de la constante a escala logarítmica<sup>15</sup> y en ordenadas el *caudal de saturación* quedando definida una curva para cada altura de presa. La interpolación entre cada dos de estas curvas es sencilla, ya que, como hemos visto anteriormente, el *caudal de saturación* varía linealmente con la altura.

En definitiva, el ábaco que se incluye como *Fig. n° 5.30* permite la estimación rápida del *caudal de saturación* en función de la constante de la fórmula de resistencia y de la altura de presa.

---

<sup>14</sup> Ver *Fig. 5.29* al final de este apartado.

<sup>15</sup> Se representa  $-\log(c)$  ó  $\log(1/c)$ .

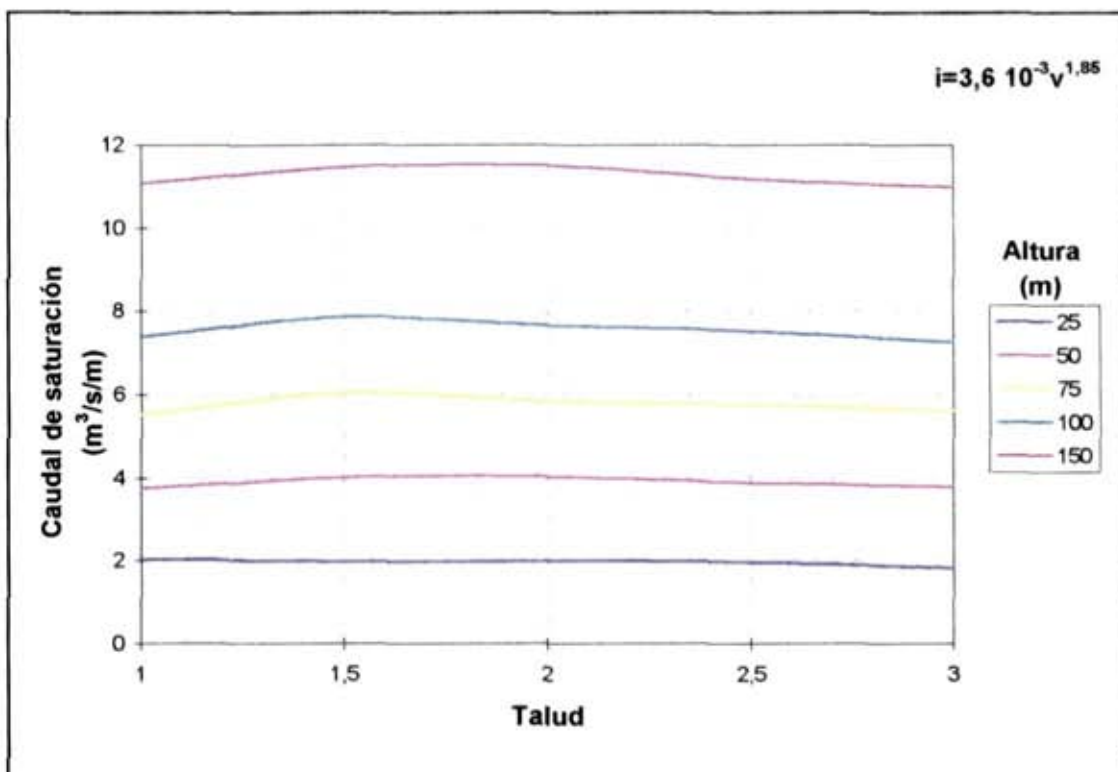
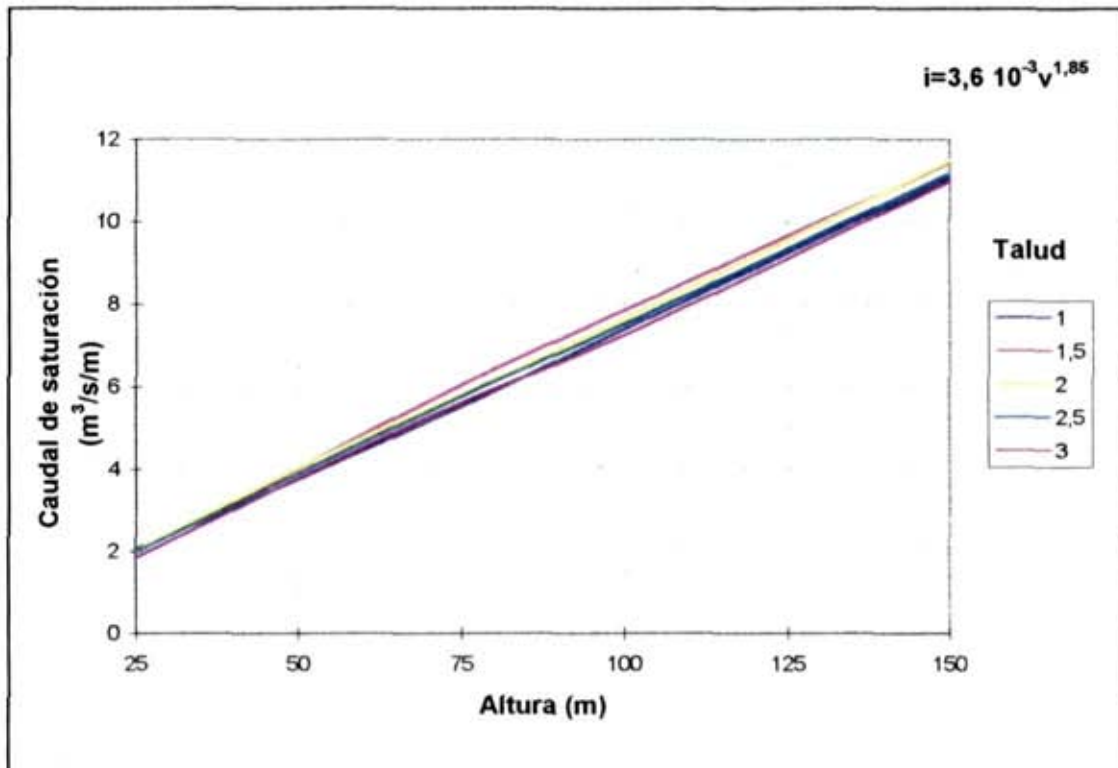


Fig. nº 5.26: Caudal de saturación para fórmula de resistencia  $i = 3,6 \cdot 10^{-3} v^{1,85}$   
 a) Representación en el plano Altura - Caudal de saturación, para distintos taludes;  
 b) Representación en el plano Talud- Caudal de saturación, para distintas alturas

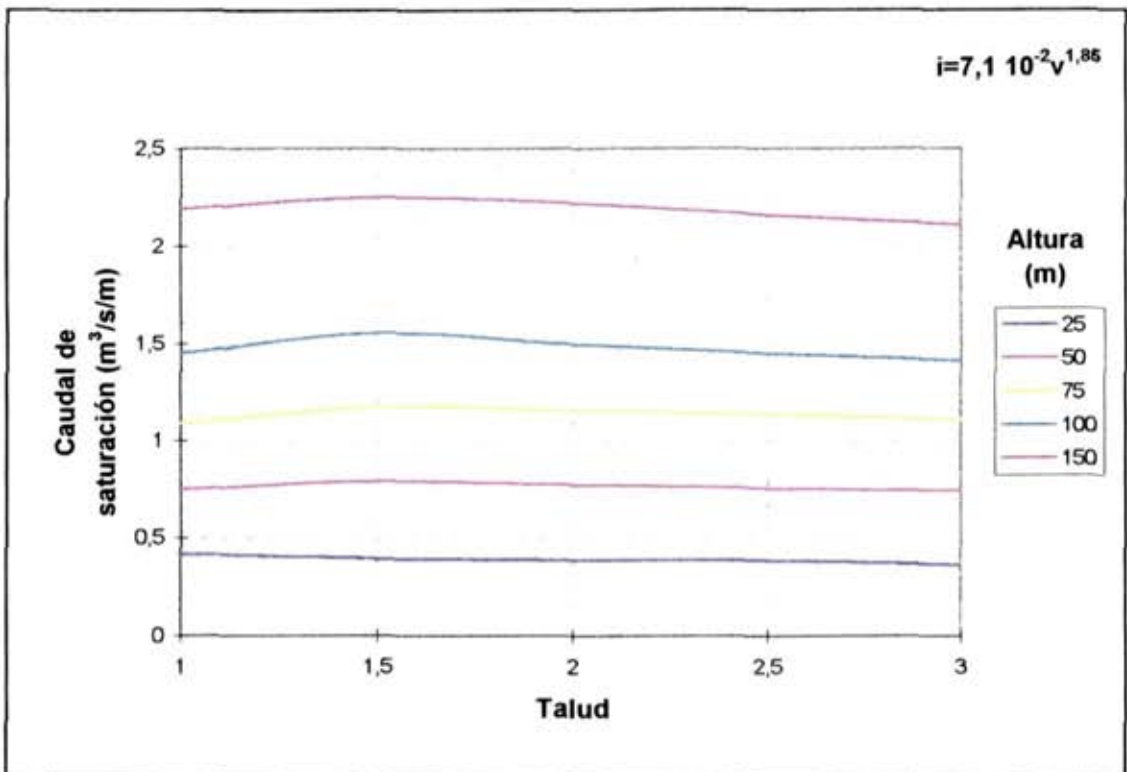
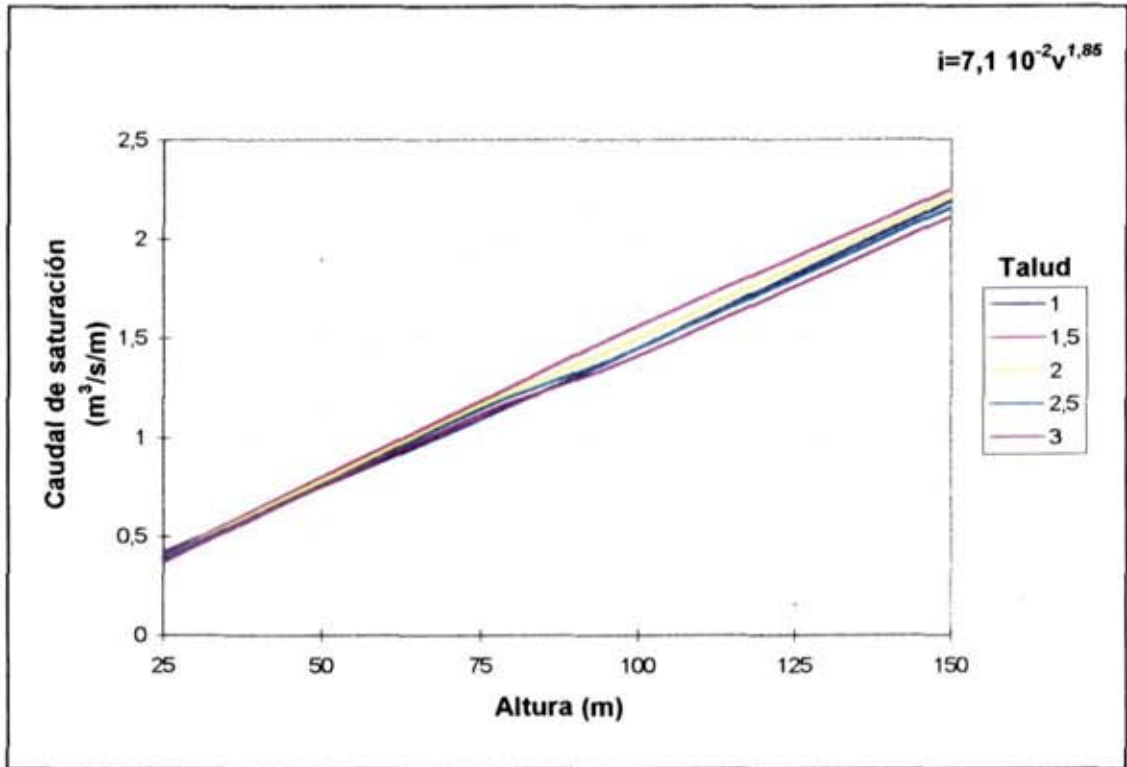


Fig. nº 5.27: Caudal de saturación para fórmula de resistencia  $i = 7,1 \cdot 10^{-2} v^{1,85}$   
 a) Representación en el plano Altura - Caudal de saturación, para distintos taludes;  
 b) Representación en el plano Talud- Caudal de saturación, para distintas alturas

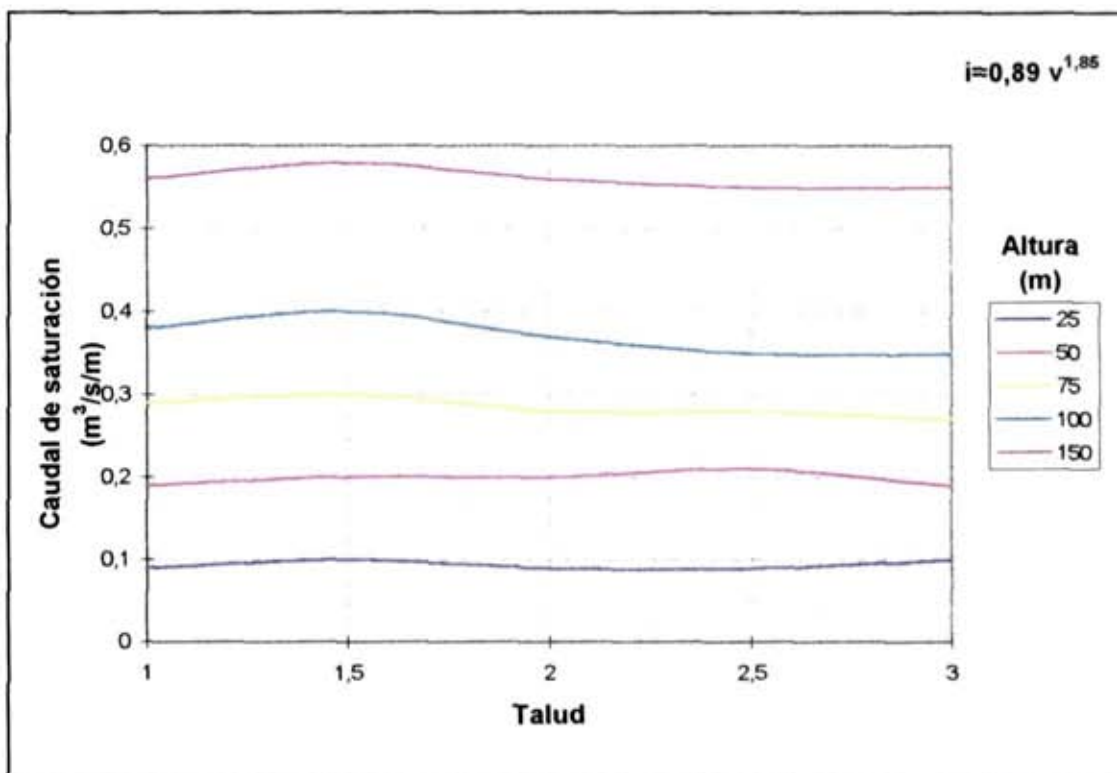
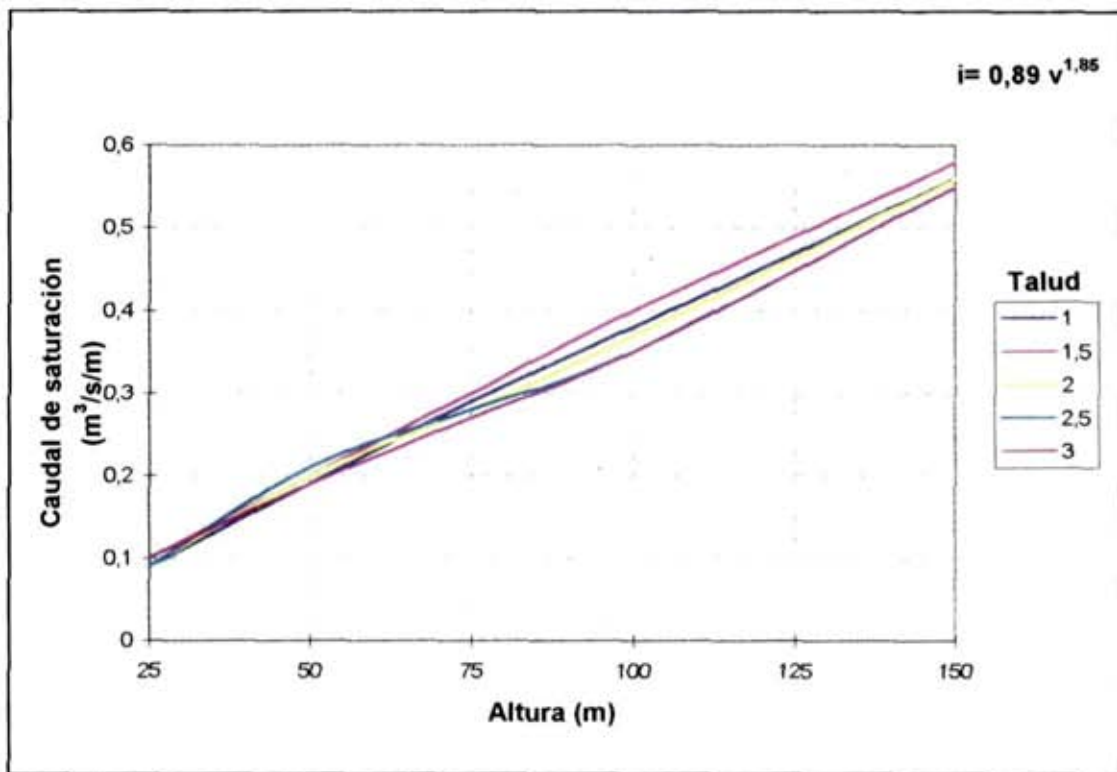


Fig. n° 5.28: Caudal de saturación para fórmula de resistencia  $i = 0,89 v^{1,85}$   
 a) Representación en el plano Altura - Caudal de saturación, para distintos taludes;  
 b) Representación en el plano Talud- Caudal de saturación, para distintas alturas

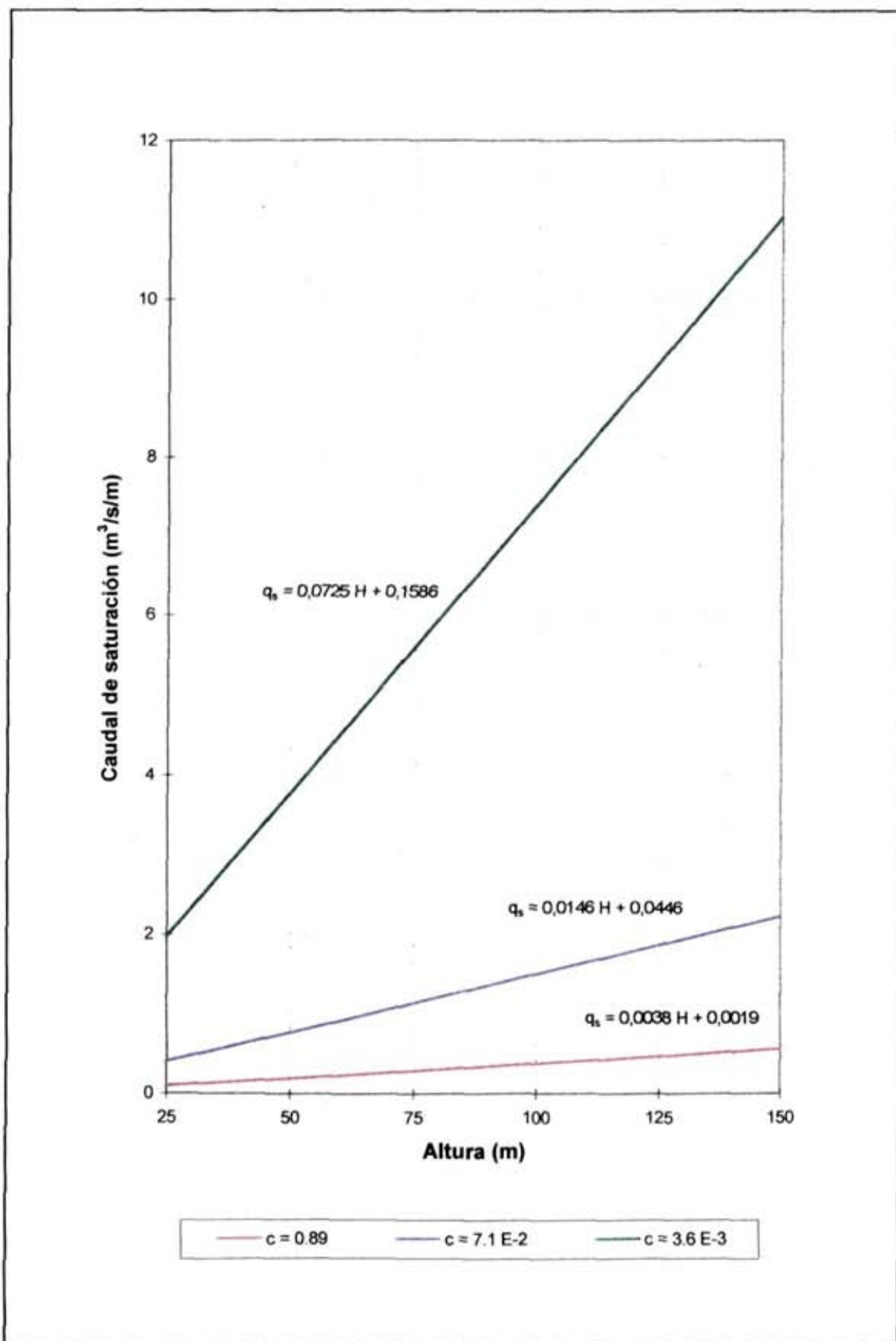


Fig. nº 5.29: Relación lineal Altura - Caudal de saturación, para distintos valores del coeficiente de la fórmula de resistencia

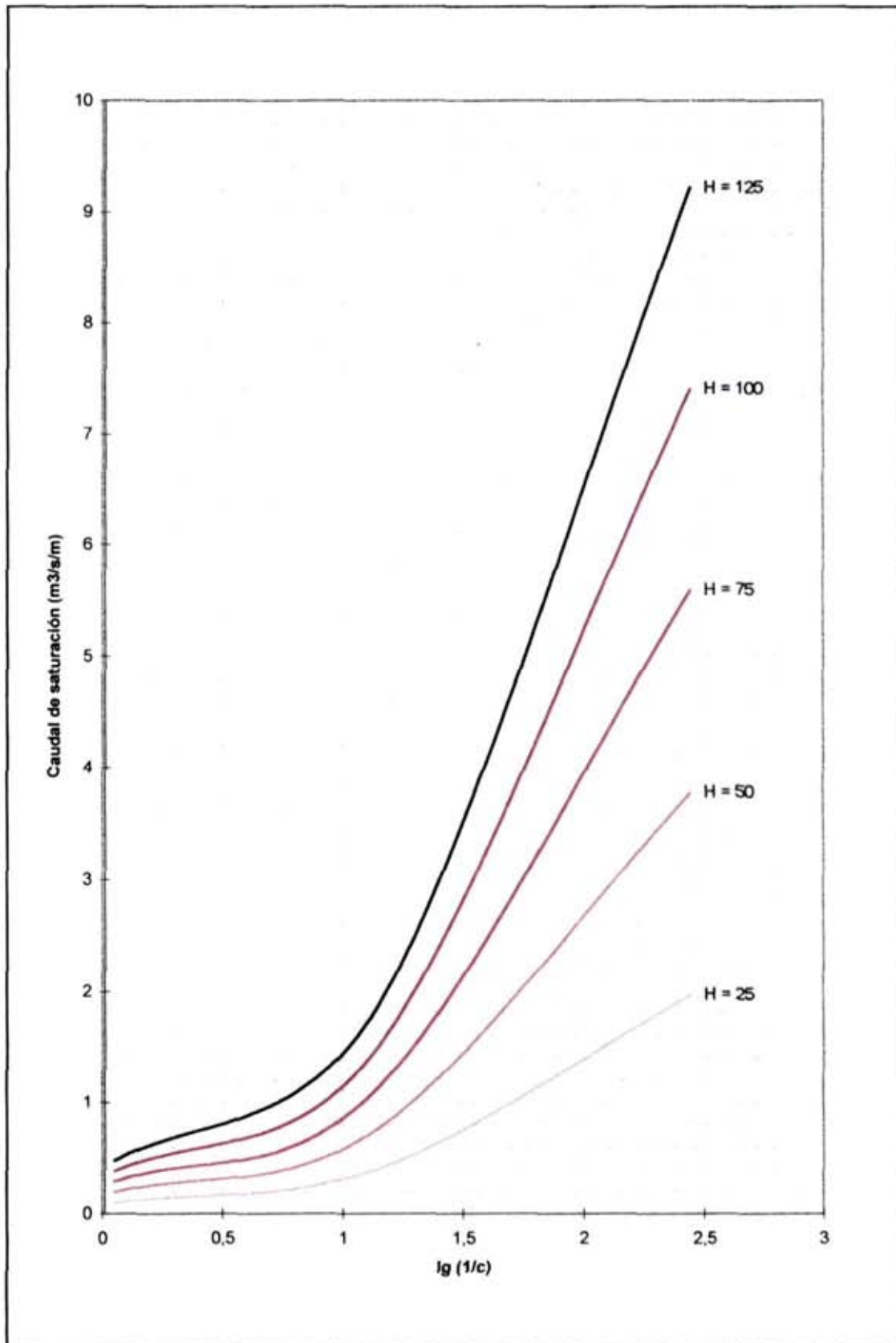


Fig. nº 5.30: Ábaco para la determinación del caudal de saturación

## 5.11 LEY DE INTERCAMBIO DE CAUDALES A TRAVES DEL TALUD. AREAS DE INFILTRACION Y DE EMERGENCIA

La *ley de intercambio de caudales* a través del talud, que define la variabilidad de caudal a lo largo del mismo, puede expresarse de forma adimensional como relación entre la longitud de talud medida desde coronación, expresada como porcentaje de la longitud total de mismo, y el *caudal unitario de intercambio*, expresado como un porcentaje del *caudal de saturación*.

El *caudal unitario de intercambio* representa el caudal que atraviesa el talud por unidad de área del mismo, pasando del exterior al interior del dominio de filtración, que consideraremos sentido positivo, o del interior al exterior, en cuyo caso el signo será negativo.

La *ley de intercambio de caudales* se ha obtenido en todos los casos modelizados mediante el programa MNLEE.RDF.

Respecto a la influencia de los distintos parámetros se observa que:

- 1° La ley de intercambio de caudales expresada de forma adimensional, como se indicó anteriormente, es independiente de la altura de presa<sup>16</sup>. Obviamente esto no sucede si los caudales unitarios de intercambio y la longitud desde la coronación se expresan en valores absolutos, con sus unidades correspondientes.

---

<sup>16</sup>En la Fig. n° 5.32 pueden verse las leyes correspondientes a dos alturas de presa distintas de 50 y 100 m. Las diferencias, que son mínimas, se deben a errores introducidos por el método de cálculo. El caudal correspondiente al último intervalo del talud es mucho mayor por tener este intervalo una longitud triple que los demás.

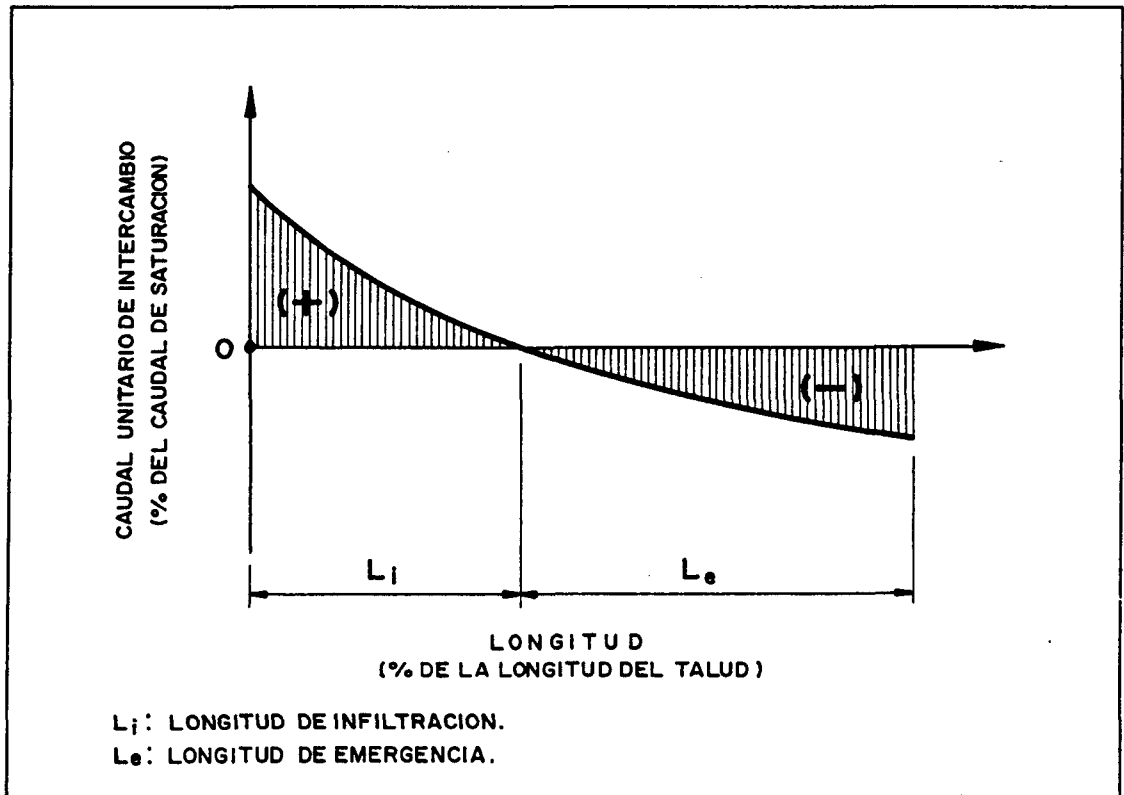


Fig. nº 5.31: Esquema de la ley de intercambio de caudales

- 2º La ley de intercambio de caudales es, también expresada en forma adimensional, independiente del coeficiente de la fórmula de resistencia<sup>17</sup>.
- 3º Por tanto, la ley de intercambio de caudales, expresada en forma adimensional, depende esencialmente del talud.

<sup>17</sup>En la Fig. nº 5.34 a) y b) se representan las leyes de intercambio de caudales correspondientes a diversos taludes considerando dos fórmulas de resistencia distintas. En la Fig. 5.34 c) puede observarse la coincidencia de leyes en los dos casos de fórmulas de resistencia distintas, con las diferencias propias de los errores introducidos por el cálculo.



En resumen, podemos decir que la forma de la *ley de intercambio de caudales* depende del talud<sup>18</sup> y la magnitud de los caudales intercambiados del coeficiente de la fórmula de resistencia y de la altura de presa.

Esto último se deduce de forma inmediata si se tiene en cuenta que el caudal de saturación depende esencialmente de los referidos parámetros, coeficiente de la fórmula de resistencia y altura de presa, ya que el caudal de saturación es igual al área comprendida entre la ley de intercambio de caudales en su rama positiva (o negativa) y el eje de abscisas

$$q_s = \int_{x=0}^{x=L_i} q_{ui}(x) dx$$

con eje x según la dirección del talud.  $q_{ui}$  es el caudal unitario de intercambio.

El caudal de saturación, que se introduce en el espaldón a través del área de infiltración del talud, depende del coeficiente de la fórmula de resistencia y de la altura de presa, pero su reparto a lo largo de la referida zona de infiltración es función del talud. Análogamente sucede en la zona de emergencia.

En la *Fig. n° 5.33* pueden verse las *leyes de intercambio de caudales* correspondientes a taludes de 1.5, 2.0, 2.5 y 3.0. Después de tantear diversas curvas de ajuste, se ha obtenido el mejor ajuste, que es excelente, con parábolas de cuarto grado.

Las parábolas de ajuste, expresando  $q_{ui}$  como porcentaje del caudal de saturación y la longitud x a lo largo del talud como porcentaje de la longitud total del mismo, son:

---

<sup>18</sup>El exponente de la fórmula de resistencia también tiene una ligera influencia, mucho menor que la del talud. En el próximo apartado se analiza este aspecto.

Talud 1,5

$$q_{ui}(x) = -2 \cdot 10^{-6} x^4 + 4 \cdot 10^{-4} x^3 - 0,029 x^2 + 0,2836 x + 15,578$$

Talud 2

$$q_{ui}(x) = -2 \cdot 10^{-6} x^4 + 4 \cdot 10^{-4} x^3 - 0,0169 x^2 - 0,4342 x + 25,566$$

Talud 2,5

$$q_{ui}(x) = -4 \cdot 10^{-7} x^4 + 2 \cdot 10^{-5} x^3 + 0,0106 x^2 - 1,2053 x + 29,077$$

Talud 3

$$q_{ui}(x) = 5 \cdot 10^{-7} x^4 + 2 \cdot 10^{-4} x^3 - 0,0363 x^2 - 2,3074 x + 44,449$$

La ley puede definirse en valores dimensionales multiplicando las ordenadas por el caudal de saturación y las abscisas por la longitud total del talud, y dividiendo por cien en los dos casos.

Respecto a las longitudes de infiltración y de emergencia, se observa que cuanto mayor es el talud menor es la longitud de infiltración y, por tanto, mayor es la longitud de emergencia.

Talud	$L_i(\%)$	$L_e(\%)$
1,5	44	56
2,0	38	62
2,5	35	65
3,0	32	68

Respecto a los aspectos relacionados con la ley de intercambio de caudales y las áreas de infiltración y de emergencia, debemos destacar:

- 1° Dado que el caudal circulante externamente sobre el talud es variable, decreciente en el área de infiltración y creciente en la zona de emergencia, es preciso conocer la *ley de intercambio de caudales* para determinar calados y velocidades del agua a lo largo del talud.
- 2° En el caso de que se adopte algún sistema de protección que permita el establecimiento de calados de cierta importancia sobre el talud, suficientes para que la hipótesis de presión nula a lo largo del mismo resulte inaceptable a efectos prácticos por la repercusión de la lámina externa en el campo de presiones de agua en el interior del espaldón, como puede suceder en una presa de escollera armada, entonces la ley de intercambio de caudales debe definirse de forma iterativa, como se explicó anteriormente en este mismo capítulo. La ley obtenida mediante el procedimiento que aquí se propone puede tomarse como ley inicial en la iteración, lo que facilitará una convergencia rápida.
- 3° La escollera situada en la superficie del talud, en la zona de emergencia, está sometida a una fuerza de percolación desfavorable, hacia el exterior, lo que hace que la escollera situada en esta zona sea más susceptible de resultar arrastrada por la corriente que circula sobre el talud. Además, debe tenerse en cuenta que los valores máximos del gradiente hidráulico se producen en la superficie del talud, siendo el valor mínimo del gradiente en dicha superficie poco inferior al valor máximo  $1/N$ , siendo  $N$  el talud. Por tanto, no es sólo el pie, sino toda la escollera situada en el área de emergencia la que está sometida a fuerzas de percolación desfavorables y próximas al valor máximo.

La *Fig. n° 5.34 a)* permite interpolar la ley de intercambio de caudales correspondiente a cualquier talud en el rango estudiado y determinar las longitudes de infiltración y de emergencia correspondientes.

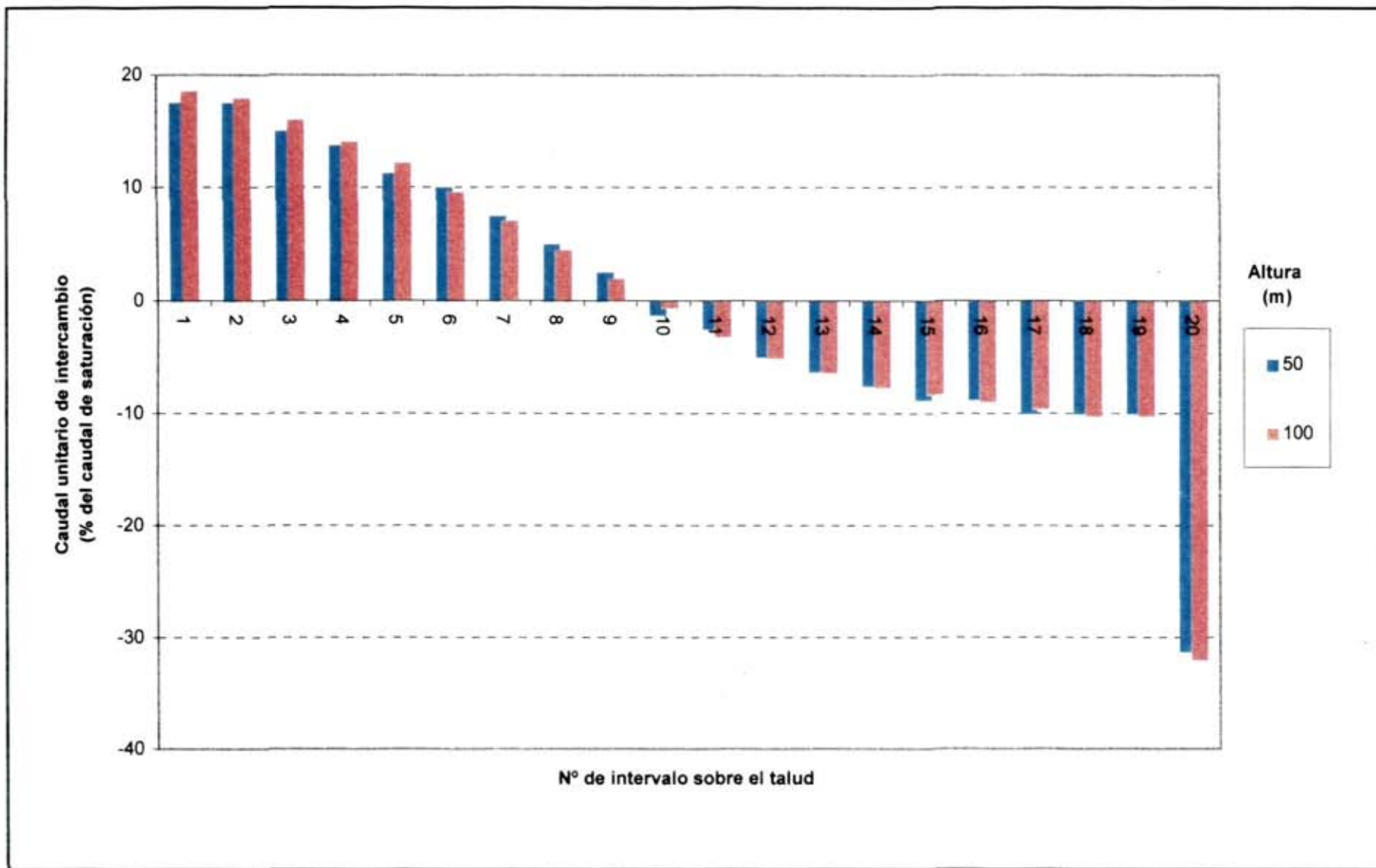


Fig. nº 5.32: Leyes de intercambio de caudales obtenidos para dos alturas de presa distintas, de 50 y 100 m, manteniendo invariables el resto de los parámetros

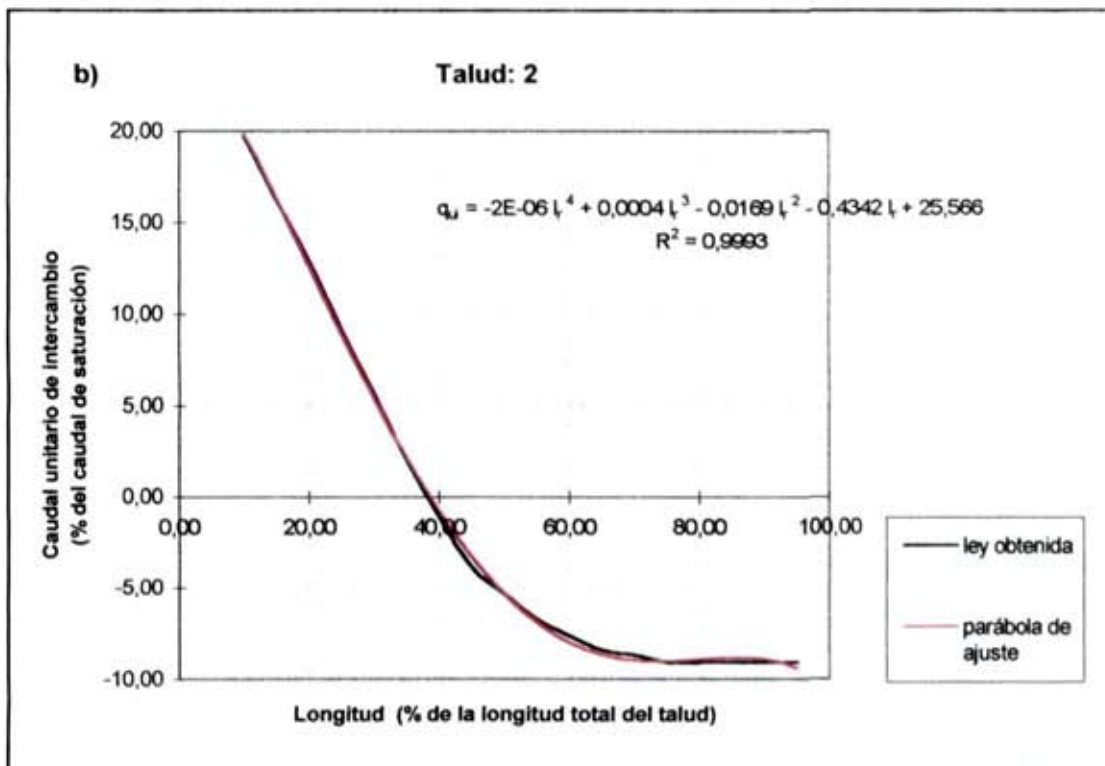
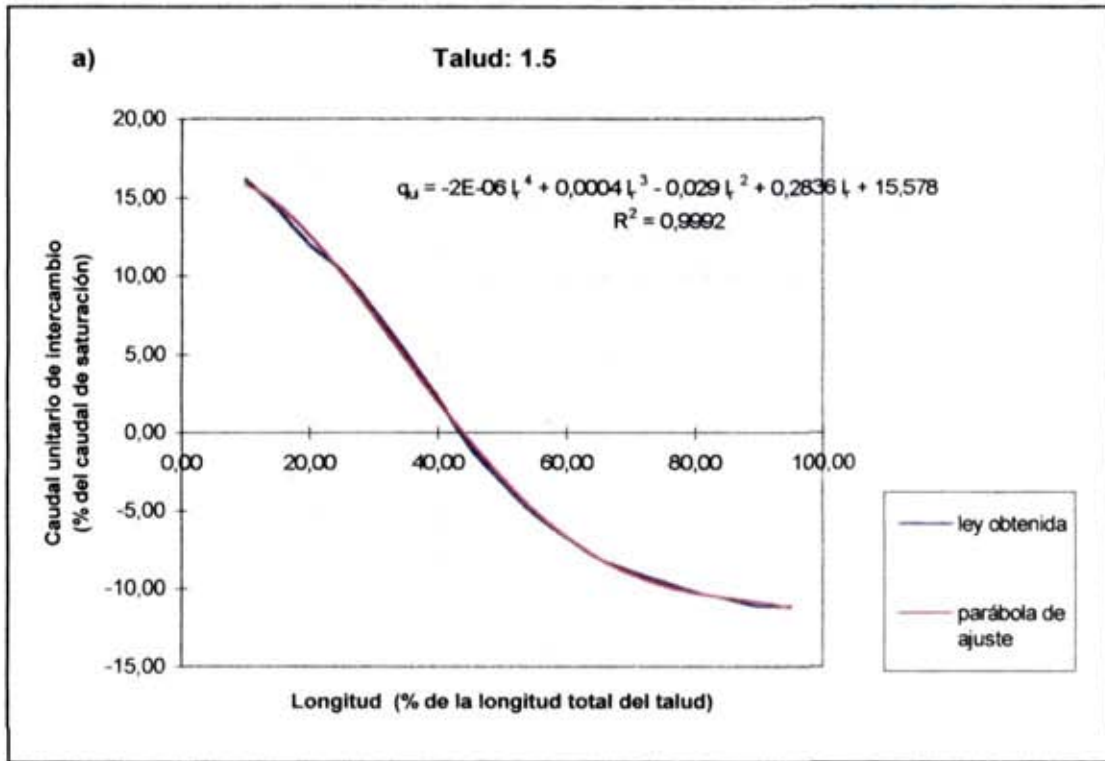
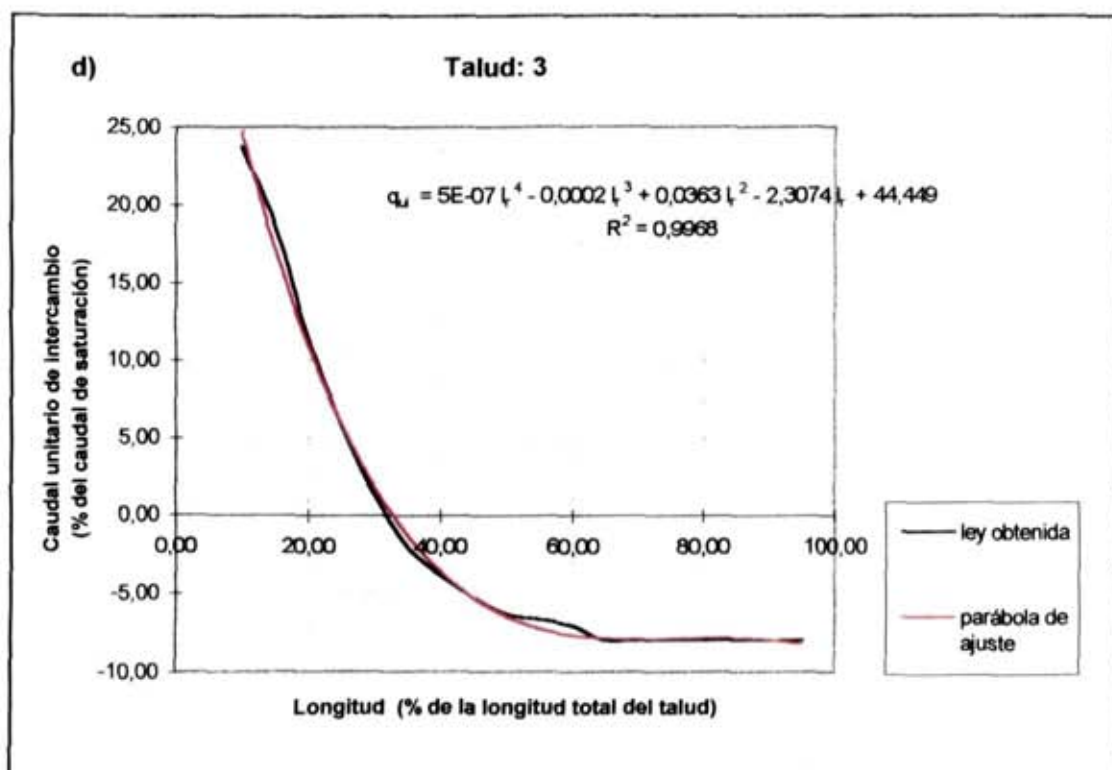
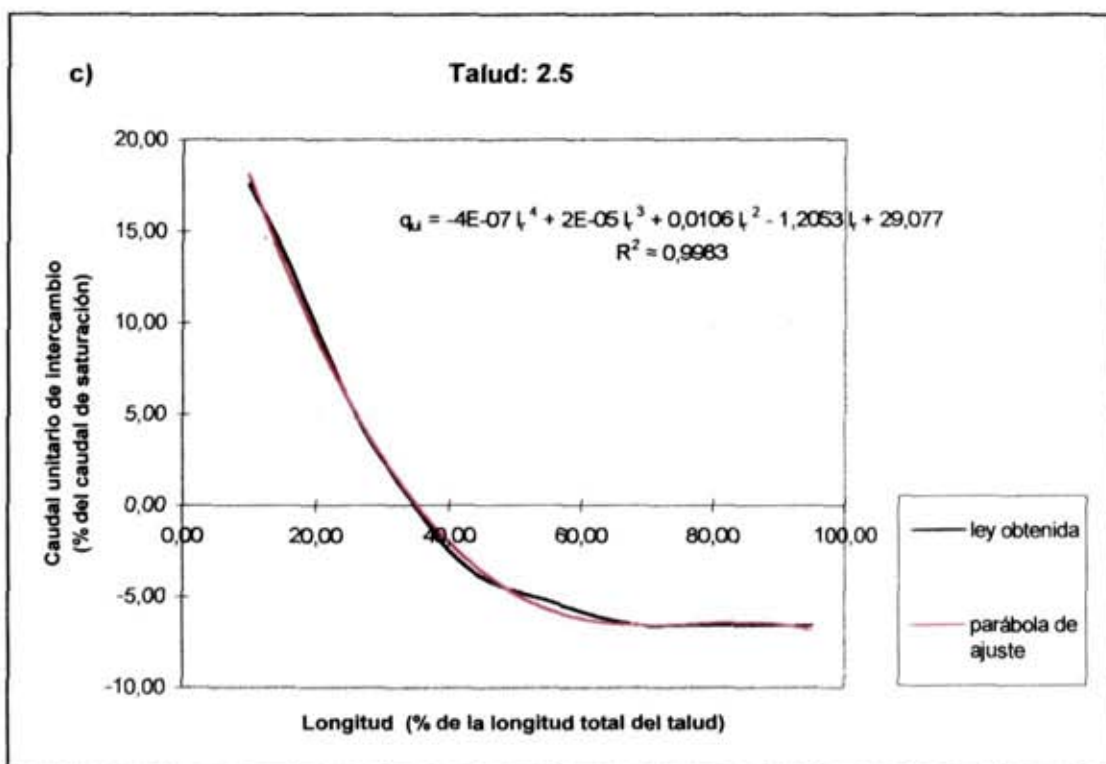


Fig. n° 5.33: Ley de intercambio de caudales para taludes a) 1.5; b) 2; c) 2.5; d) 3



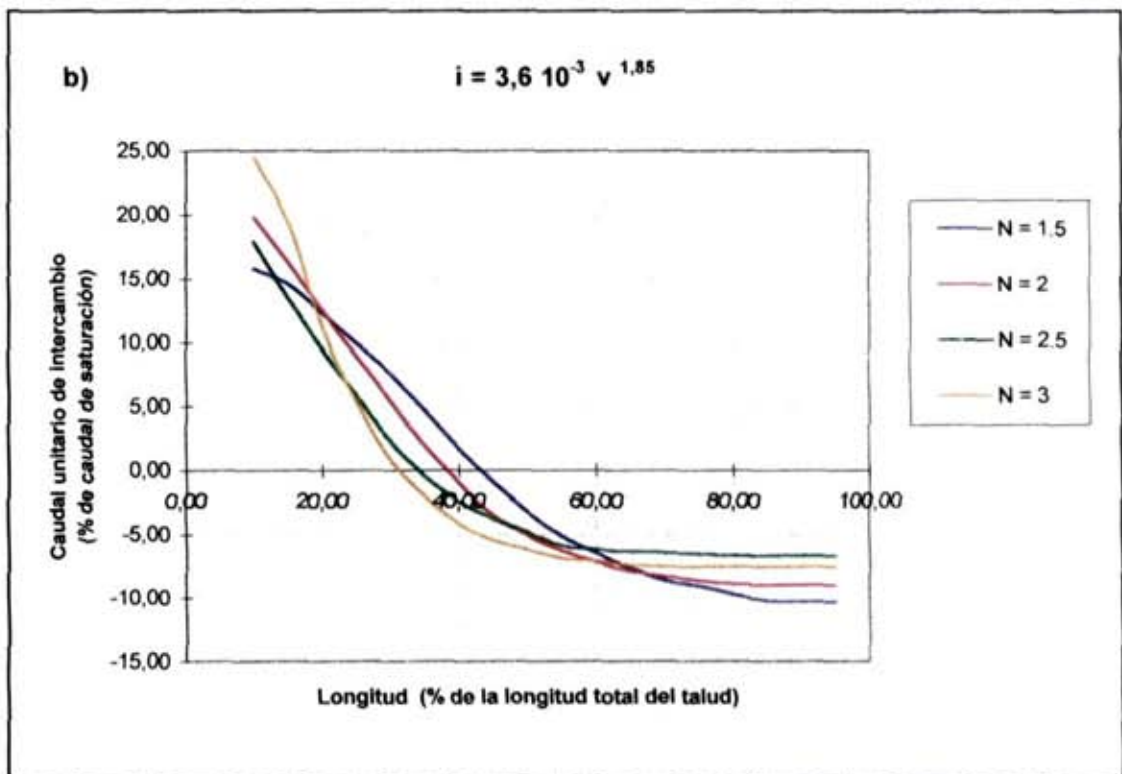
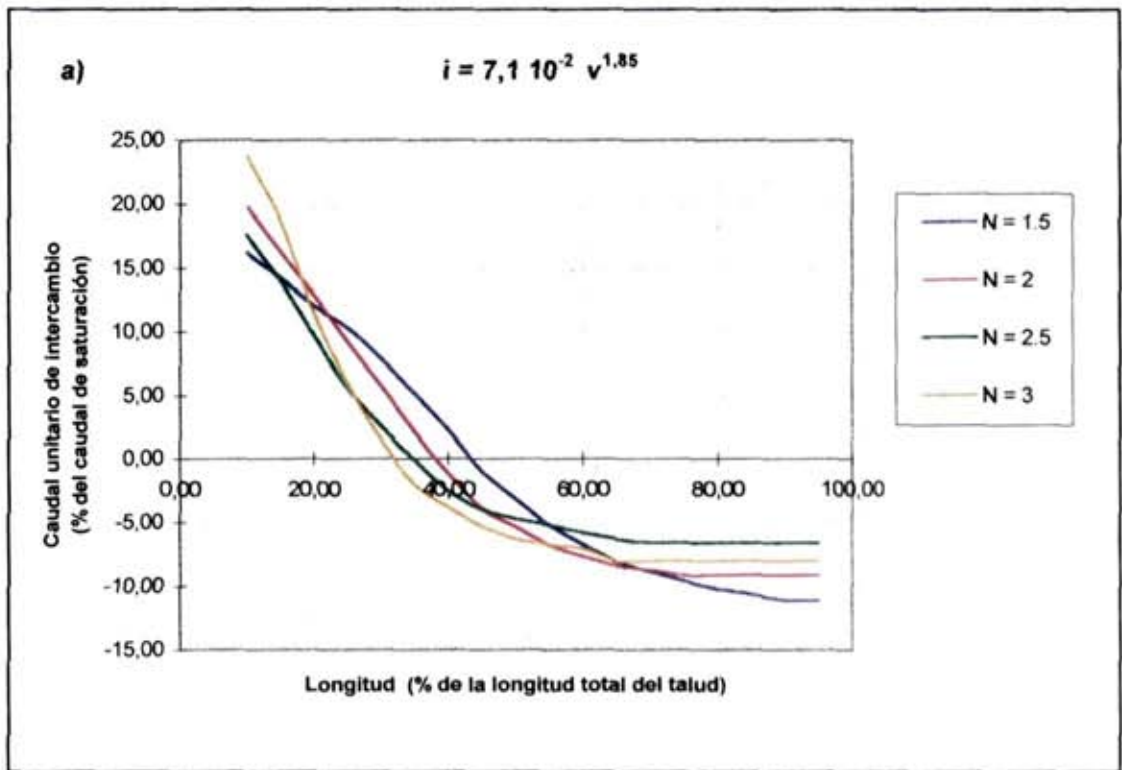
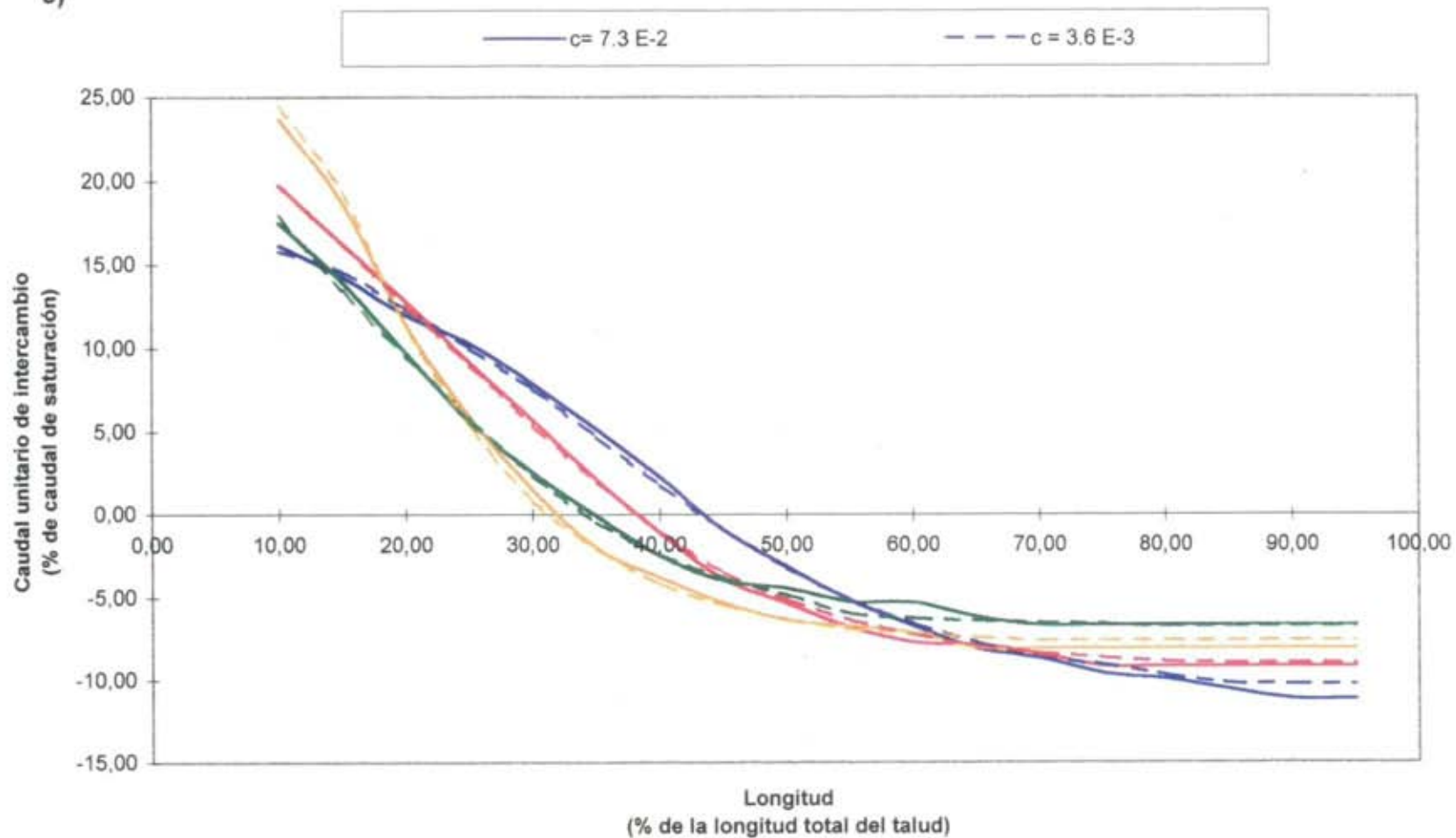


Fig. nº 5.34: Leyes de intercambio de caudales para taludes 1.5 / 2 / 2.5 y 3 obtenidos considerando como fórmula de resistencia a)  $i = 7,1 \cdot 10^{-2} v^{1,85}$ ; b)  $i = 3,6 \cdot 10^{-3} v^{1,85}$ ; c) superposición de ambas



c)



## 5.12 COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD EQUIVALENTE

Si consideramos una presa de escollera con fórmula de resistencia

$$i = c \cdot v^m$$

denominaremos *coeficiente de permeabilidad equivalente* al de la ley lineal

$$i = \frac{1}{K_{eq}} \cdot v$$

tal que el *caudal de saturación* que se obtiene realizando el cálculo con esa fórmula de resistencia lineal es el mismo que el obtenido utilizando la ley no lineal a la que en realidad responde la escollera.

Como se vió en el capítulo 4 la ley no lineal puede considerarse como una ley lineal en la que el coeficiente de permeabilidad es variable con la velocidad de filtración y, por tanto, con el gradiente hidráulico. Se denomina a dicho coeficiente de permeabilidad variable *coeficiente de permeabilidad efectivo*<sup>19</sup>. Para ley de tipo exponencial tenemos:

$$i = c \cdot v^m = (c \cdot v^{m-1}) \cdot v = \frac{1}{K_{ef}} \cdot v$$

Por tanto:

$$K_{ef} = \frac{1}{c} \cdot v^{1-m}$$

---

<sup>19</sup>siguiendo la terminología de Cedergren.

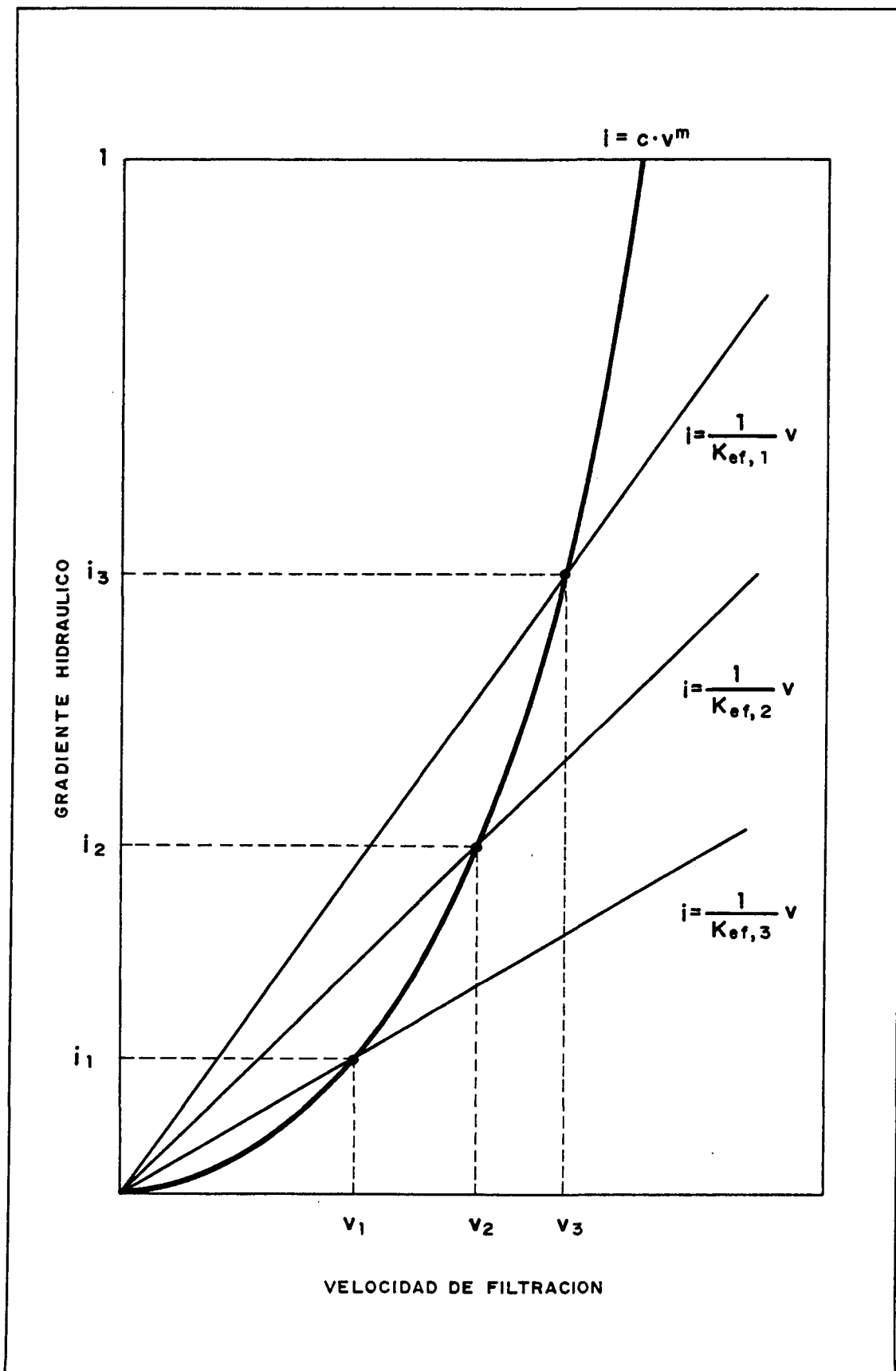


Fig. nº 5.35: Permeabilidad efectiva.

Si el gradiente hidráulico fuera constante en todo el campo de filtración, podría encontrarse inmediatamente un coeficiente de permeabilidad definitorio de una ley lineal que proporcionaría unos caudales de filtración idénticos a los calculados mediante la ley no lineal, ya que en ese caso no habría diferencia alguna entre las dos leyes. Dicho coeficiente de permeabilidad, sería:

$$K_{eq} = \frac{1}{C} \cdot \left[ \left( \frac{i}{C} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^{1-m}$$

y coincidiría con la  $K_{ef}$  correspondiente al gradiente existente en el dominio.

En este caso el coeficiente de permeabilidad equivalente dependería exclusivamente de la fórmula de resistencia de la escollera.

Pero en el espaldón de una presa de escollera sometida a sobrevertido el gradiente hidráulico varía de un punto a otro del dominio de filtración. Entonces el  $K_{eq}$  dependerá en general del campo de gradientes hidráulicos, que a su vez depende esencialmente del talud, oscilando entre poco más que cero y algo más que  $1/N$  en las proximidades de la coronación.

Para fijar órdenes de magnitud, veamos el coeficiente de permeabilidad efectivo que corresponde a un valor reducido del gradiente hidráulico, por ejemplo 0,2, y a un valor elevado del gradiente hidráulico, por ejemplo 0,6, para cada una de las fórmulas de resistencia consideradas en el estudio paramétrico realizado.

$$i = 3,565 \cdot 10^{-3} \cdot v^{1,85}$$

$$K_{ef}(i=0,2) = \frac{1}{3,565 \cdot 10^{-3}} \cdot \left[ \left( \frac{0,2}{3,565 \cdot 10^{-3}} \right)^{\frac{1}{1,85}} \right]^{1-1,85} = 44,1 \text{ cm/s}$$

$$K_{ef}(i=0,6) = \frac{1}{3,565 \cdot 10^{-3}} \cdot \left[ \left( \frac{0,6}{3,565 \cdot 10^{-3}} \right)^{\frac{1}{1,85}} \right]^{1-1,85} = 26,6 \text{ cm/s}$$

$$i = 7,13 \cdot 10^{-2} \cdot v^{1,85}$$

$$K_{ef}(i=0,2) = \frac{1}{7,13 \cdot 10^{-2}} \cdot \left[ \left( \frac{0,2}{7,13 \cdot 10^{-2}} \right)^{\frac{1}{1,85}} \right]^{1-1,85} = 8,7 \text{ cm/s}$$

$$K_{ef}(i=0,6) = \frac{1}{7,13 \cdot 10^{-2}} \cdot \left[ \left( \frac{0,6}{7,13 \cdot 10^{-2}} \right)^{\frac{1}{1,85}} \right]^{1-1,85} = 5,3 \text{ cm/s}$$

$$i = 0,891 \cdot v^{1,85}$$

$$K_{ef}(i = 0,2) = \frac{1}{0,891} \cdot \left[ \left( \frac{0,2}{0,891} \right)^{\frac{1}{1,85}} \right]^{1-1,85} = 2,2 \text{ cm/s}$$

$$K_{ef}(i = 0,6) = \frac{1}{0,891} \cdot \left[ \left( \frac{0,6}{0,891} \right)^{\frac{1}{1,85}} \right]^{1-1,85} = 1,3 \text{ cm/s}$$

Como puede verse, las escolleras modelizadas tienen coeficientes de permeabilidad variables que oscilan en el rango de 1 a 50 cm/s, dependiendo del gradiente hidráulico.

El  $K_{eq}$  dependerá de la fórmula de resistencia de la escollera y del campo de gradientes. Puesto que éste último depende esencialmente del talud, la dependencia puede establecerse respecto a los parámetros  $c$ , coeficiente de la fórmula de resistencia, y  $N$ , talud.

No obstante, si  $K_{eq}$  se expresa de forma adimensional en relación a la velocidad de filtración máxima en el pie de presa

$$v_{m\acute{a}x} = \left( \frac{i_{m\acute{a}x}}{C} \right)^{\frac{1}{m}} = \left( \frac{1/N}{C} \right)^{\frac{1}{m}}$$

el parámetro adimensional:

$$K_{eq,r} = K_{eq}/v_{m\acute{a}x}.$$

depende únicamente del talud N. Denominaremos a dicho parámetro *coeficiente de permeabilidad equivalente relativo* ( $K_{eq,r}$ )<sup>20</sup>.

La permeabilidad equivalente se ha obtenido por tanteos para el caso de talud 1,5 y coeficiente de la fórmula de resistencia  $c = 3,6 \cdot 10^{-3}$ , para una presa de 50 m. de altura, resultando ser:

$$K_{eq} = 13,73 \text{ cm/s}$$

O sea, que el caudal de saturación obtenido utilizando la fórmula de resistencia no lineal:

$$i = 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot v^{1,85}$$

que es de  $4 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}.$ , es el mismo que el que se obtiene utilizando la fórmula de resistencia lineal:

$$i = \frac{1}{13,73} \cdot v$$

Para talud  $N = 1,5$  la velocidad correspondiente al gradiente  $1/N$  es:

---

<sup>20</sup>Debe aclararse que el  $K_{eq,r}$  depende únicamente de N sólo para el problema planteado, definido por la forma del dominio y las condiciones de contorno. Cualquier alteración del problema alteraría el campo de gradientes y el valor de  $K_{eq,r}$ .

$$V_{m\acute{a}x.} = \left( \frac{1/1,5}{3,6 \cdot 10^{-3}} \right)^{\frac{1}{1,85}} = 16,81 \text{ cm/s}$$

Por tanto, la *permeabilidad equivalente relativa* para  $N = 1,5$  es:

$$K_{eq,r} = \frac{K_{eq}}{V_{m\acute{a}x.}} = \frac{13,73}{16,81} = 0,816$$

Se ha realizado la comprobación de que para  $c = 7,1 \cdot 10^{-2}$  y para  $c = 8,91 \cdot 10^{-1}$  se obtiene un  $K_{eq,r}$  igual a 0,817.

Para ello se ha partido de la hipótesis de que en efecto es así, calculando la  $K_{eq}$  a partir de la  $K_{eq,r}$ .

Para  $c = 7,1 \cdot 10^{-2}$  es:

$$V_{m\acute{a}x.} = \left( \frac{\frac{1}{1,5}}{7,1 \cdot 10^{-2}} \right)^{\frac{1}{1,85}} = 3,355 \text{ cm/s}$$

Por tanto, admitiendo que  $K_{eq,r}$  se mantiene constante, tiene que ser:

$$K_{eq} = 0,8165 \cdot 3,355 = 2,739 \text{ cm/s}$$

Utilizando la fórmula de resistencia:

$$i = 7,1 \cdot 10^{-2} \cdot v^{1,85}$$

se obtiene un caudal de saturación de  $0,8 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . Al realizar el cálculo con la fórmula de resistencia lineal:

$$i = \frac{1}{2,739} \cdot v$$

se ha obtenido un caudal idéntico, de  $0,8 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . Por tanto, se confirma que la  $K_{eq,r}$  se mantiene constante.

Análogamente, se ha calculado para  $c = 8,91 \cdot 10^{-1}$ :

$$V_{m\acute{a}x.} = \left( \frac{\frac{1}{1,5}}{8,91 \cdot 10^{-1}} \right)^{\frac{1}{1,85}} = 0,246 \text{ cm/s}$$

y

$$K_{eq} = 0,8165 \cdot 0,246 = 0,201 \text{ cm/s}$$

comprobándose que el caudal de saturación que se obtiene es  $0,2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . tanto partiendo de la ley no lineal:

$$i = 0,89 \cdot v^{1,85}$$

como de la ley lineal

$$i = \frac{1}{0,201} \cdot v$$

De forma análoga, procediendo por tanteos, se ha determinado el valor de  $K_{eq,r}$  para taludes 2 y 2,5, resultando ser:



N	$K_{eq,r}$
1,5	0,816
2	1,064
2,5	1,296

Los resultados se reflejan en el gráfico de la *Fig. nº 5.36*, que permite determinar el *coeficiente de permeabilidad equivalente relativo* correspondiente a un talud determinado. Puede observarse cómo los tres puntos determinados quedan alineados. Ajustando una recta a los tres puntos mencionados queda:

$$K_{eq,r} = 0,48 \cdot N + 0,1$$

Esta fórmula permite determinar de forma inmediata el coeficiente de permeabilidad equivalente relativo correspondiente a un determinado talud<sup>21</sup>.

Para estimar el *coeficiente de permeabilidad equivalente* correspondiente a una presa de talud  $N$ , coeficiente de la fórmula de resistencia  $c$  y altura de presa cualquiera, se siguen los pasos:

- 1° Mediante la fórmula propuesta se determina el  $K_{eq,r}$  correspondiente al talud  $N$  de que se trate.
- 2° Se calcula:

---

<sup>21</sup>Aplicando esta fórmula se ha calculado la  $K_{eq,r}$  correspondiente a  $N=3$ , comprobándose que el caudal de saturación obtenido a partir de él se diferencia del obtenido con la fórmula no lineal del orden de un 1%, diferencia que resulta totalmente despreciable, confirmando la bondad de la fórmula propuesta.

$$V_{m\acute{a}x.} = \left( \frac{1/N}{C} \right)^{\frac{1}{m}}$$

3° El coeficiente de permeabilidad equivalente es:

$$K_{eq} = K_{eq,r} \cdot V_{m\acute{a}x.}$$

En la *Fig. n° 5.37* se representa, para distintos taludes, la ley de intercambio de caudales a través del talud obtenida a partir de las fórmulas de resistencia lineal ( $m = 1$ ) y no lineal<sup>22</sup> ( $m = 1,85$ ). Puede observarse que las diferencias son muy moderadas.

---

<sup>22</sup>Recuérdese que la ley de intercambio de caudales expresada en forma adimensional no depende de la constante de la fórmula de resistencia.

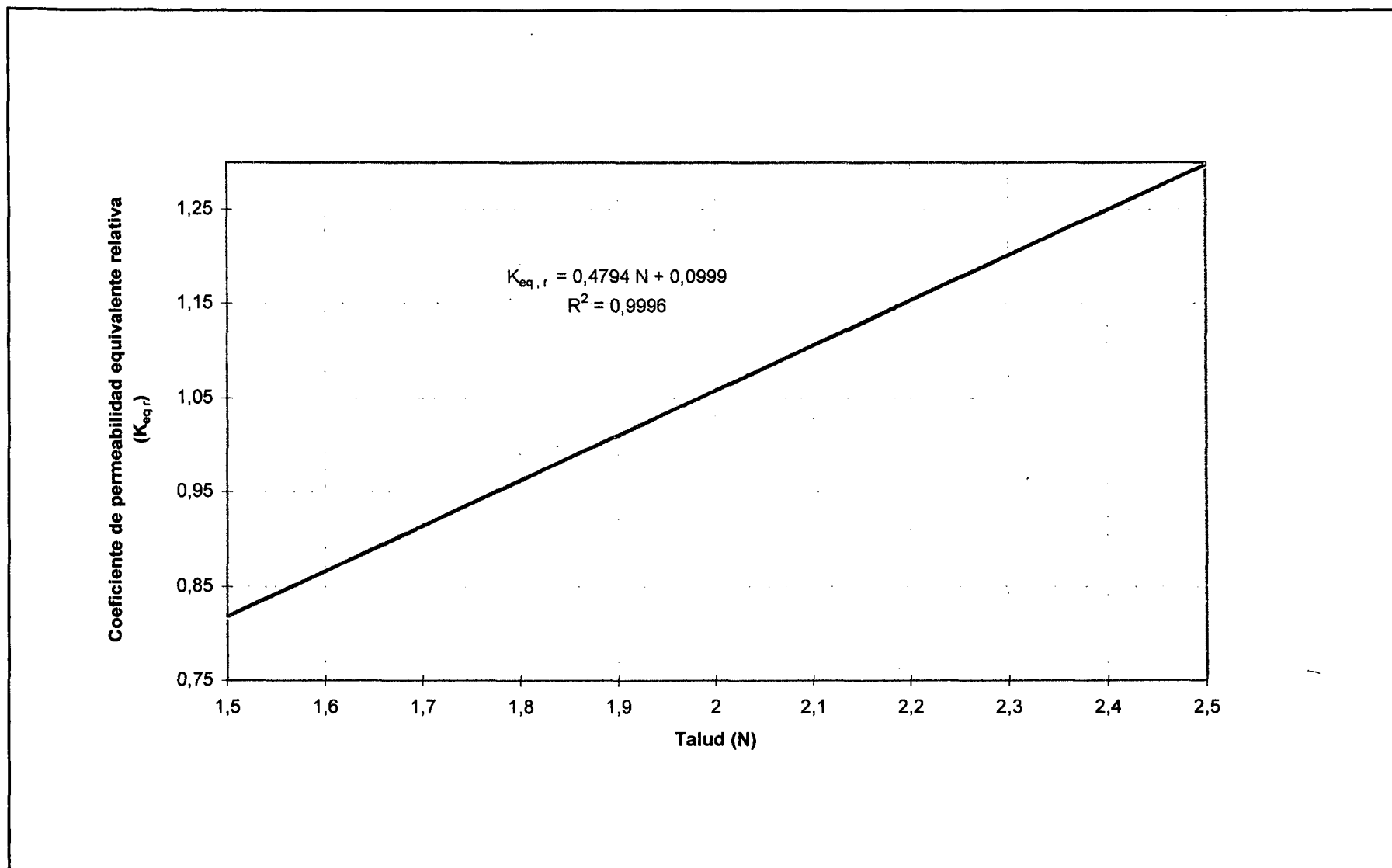


Fig. nº 5.36: Ley lineal de variación del coeficiente de permeabilidad equivalente relativa con el talud

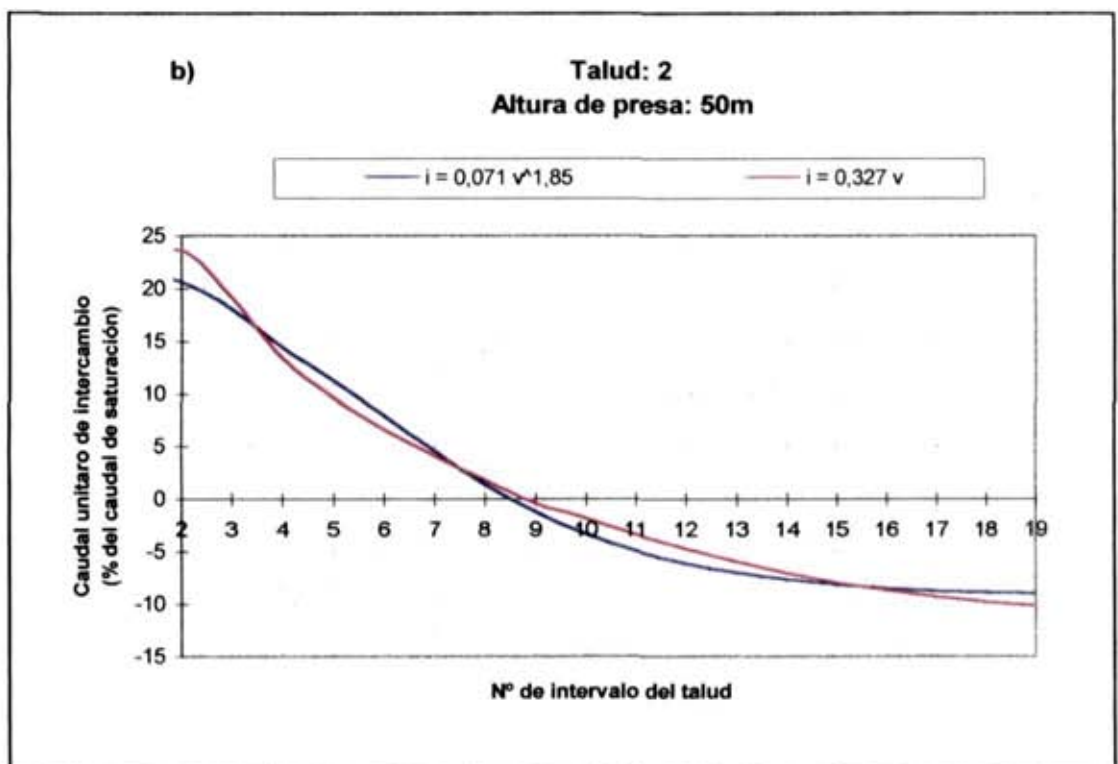
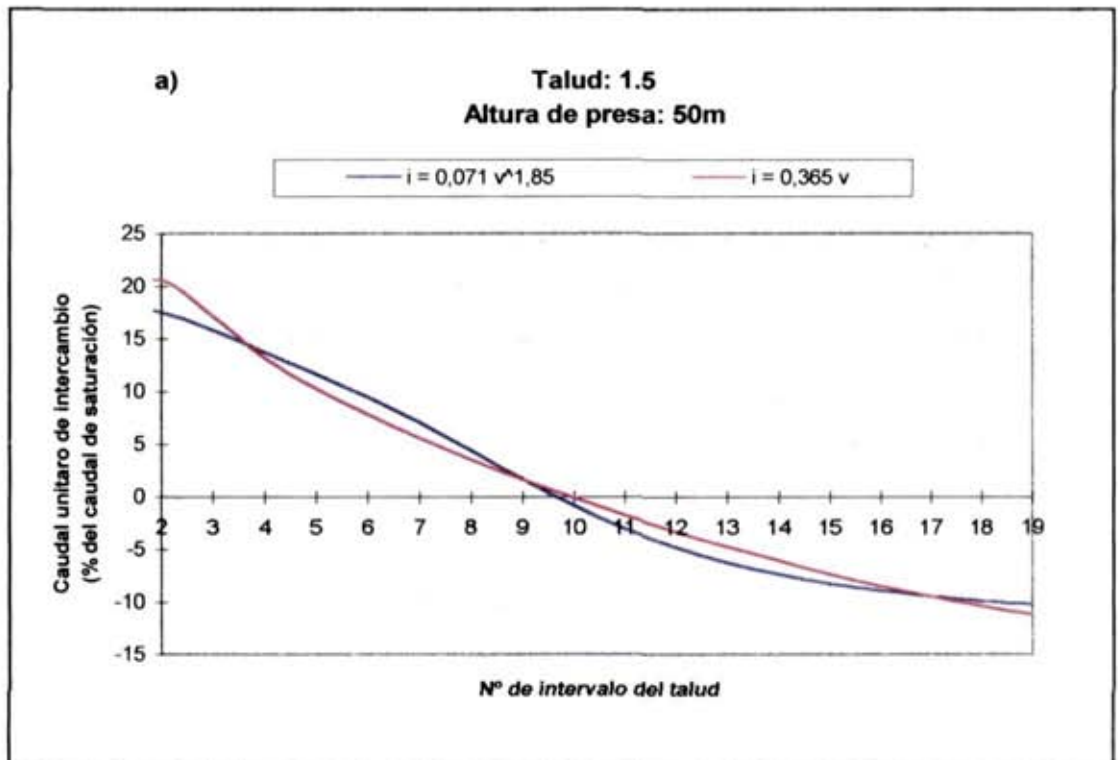
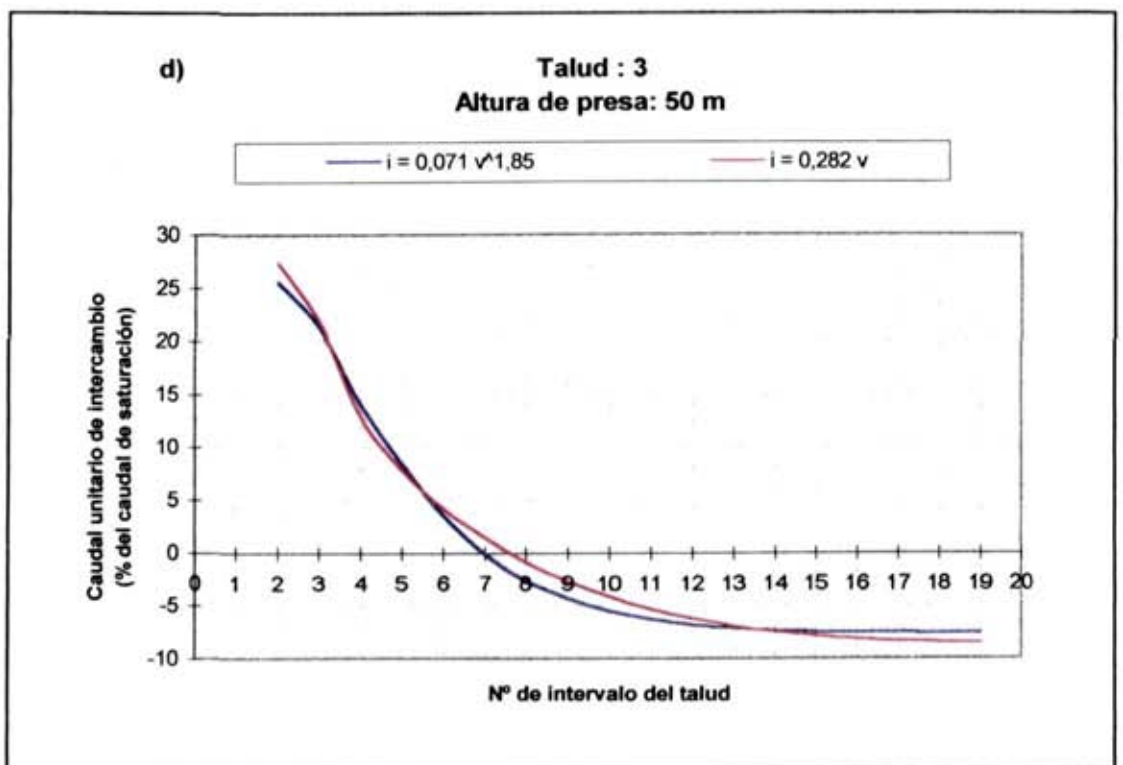
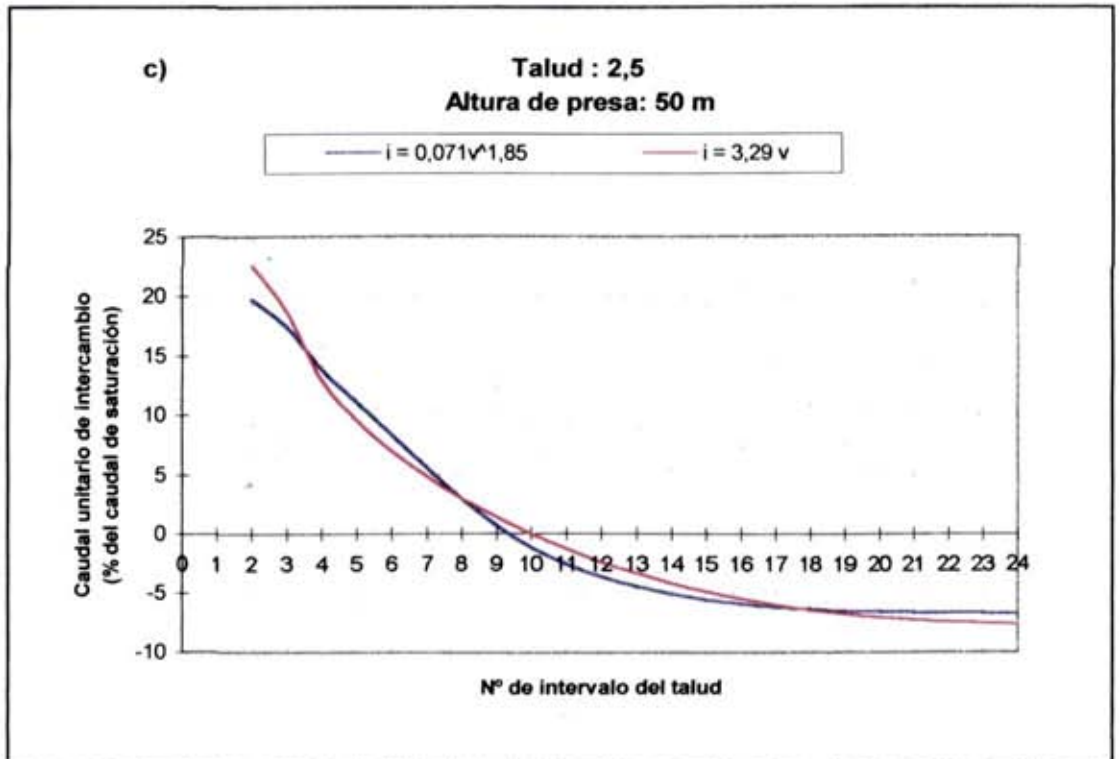


Fig. nº 5.37: Comparación de las leyes de intercambio de caudales correspondientes a fórmulas de resistencia lineal ( $m = 1$ ) y no lineal ( $m = 1.85$ ) para taludes a) 1.5; b) 2; c) 2.5; d) 3



**Apéndice 5.1: Listado del programa MNLEE.  
RDF.**

---

```

REM      Tesis Doctoral: PRESAS DE ESCOLLERA SOMETIDAS A SOBREVERTIDO.
REM      ESTUDIO DEL MOVIMIENTO DEL AGUA A TRAVES DE LA ESCOLLERA Y DE
REM      LA ESTABILIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO EN MASA.

REM      Autor:           Miguel Angel Toledo Municio.

REM      Director:       Alfonso Alvarez Martínez.

REM      Paquete informático: MNLEE.RDF

REM      Desarrollado para es estudio del movimiento del agua en el espaldón
REM      de aguas abajo de una presa de escollera sometida a sobrevertido,
REM      a partir de una formulación no lineal del problema de filtración.

REM      *****
REM      PROGRAMA DIRECTOR
REM      *****

REM      $DYNAMIC
REM      OPTION BASE 1
REM      DIM NFC(1), NCF(1), PV(1, 1), PVE(1, 1), U(1, 1), VX(1, 1), VY(1, 1), Qf(1), Y(1)
REM      DIM VANG(1, 1), VTOTAL(1, 1), GRADGLOB(1, 1), GRADCOMP(1, 1), GRADREAL(1, 1)

REM      GOSUB ENTRADA

REM      Conversión de la constante de la fórmula de pérdida de carga
REM      para trabajar en unidades métricas, con v en cm./seg.

REM      CTE = CTE / 2.54 ^ 1.85

REM      Por comodidad de formulación interesa trabajar
REM      con el inverso del exponente

REM      IEXPO = 1 / EXPO

REM      GOSUB GENMALLA
REM      GOSUB POTINICIAL
REM      GOSUB POTIMPUESTONADA
REM      GOSUB POTREAL
REM      GOSUB PRESION
REM      GOSUB VELOCIDADES
REM      GOSUB CAUDALES
REM      GOSUB GRADIENTES
REM      BEEP
REM      GOSUB SALIDAS

REM      END

REM      *****

ENTRADA:

REM      Subrutina de entrada de datos por teclado o mediante fichero

PRINT "ENTRADA DE DATOS "; : PRINT : PRINT

```

PREGUNTA1:

INPUT "¿Entrada de datos por Teclado (T) o mediante Fichero (F)?"; tf\$

IF tf\$ <> "T" AND tf\$ <> "t" AND tf\$ <> "F" AND tf\$ <> "f" THEN GOTO PREGUNTA1  
IF tf\$ = "F" OR tf\$ = "f" THEN GOTO FICHERO1

REM -----  
REM Entrada de datos por teclado  
REM -----

CLS

INPUT "Altura de la presa (m.) ..... "; HP  
INPUT "Altura de la pantalla impermeable (m.)..... "; AP  
INPUT "Ancho de la coronación (m.) ..... "; AC  
INPUT "Altura de contraembalse (m.) ..... "; HC  
INPUT "Talud del paramento (N:1) ..... "; N

PRINT : PRINT

PRINT "Constantes de la fórmula  $i=cte * v^{expo}$ "; PRINT : PRINT  
INPUT "Constante para v en pulgadas/seg. cte="; CTE  
INPUT "Exponente exp="; EXPO

PRINT : PRINT

INPUT "Caudal de vertido sobre coronación (m3/s.) "; Q

PRINT : PRINT

INPUT "Coeficiente de Manning (unidades decimales)"; CoefMan

PRINT : PRINT

REM Posibilidad de corrección  
REM -----

PREGUNTA2:

INPUT "Corregir algún dato? (S/N) "; corr\$

IF corr\$ <> "S" AND corr\$ <> "s" AND corr\$ <> "N" AND corr\$ <> "n" THEN GOTO PREGUNTA2

IF corr\$ = "S" OR corr\$ = "s" THEN GOSUB CAMBIAR

REM Posibilidad de crear fichero de datos  
REM -----

CLS :

PREGUNTA3:

INPUT "¿Crear fichero de datos? (S/N) "; fd\$

IF fd\$ <> "S" AND fd\$ <> "s" AND fd\$ <> "N" AND fd\$ <> "n" THEN GOTO PREGUNTA3

IF fd\$ = "N" OR fd\$ = "n" THEN GOTO SALIR1

REM Creación del fichero

INPUT "Nombre del Fichero de Datos "; FIDAT\$



```
OPEN FIDAT$ FOR OUTPUT AS #1
PRINT #1, HP; AP; AC; HC; N; CTE; EXPO; Q; CoefMan
CLOSE #1
```

SALIR1:

RETURN

FICHERO1:

```
REM -----
REM Entrada de datos mediante fichero
REM -----
```

```
INPUT "Nombre del Fichero de datos "; FIDAT$
```

```
OPEN FIDAT$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, HP, AP, AC, HC, N, CTE, EXPO, Q, CoefMan
CLOSE #1
```

```
REM Impresión de datos en pantalla
REM -----
```

```
PRINT "Altura de la presa (m.) ..... "; HP
PRINT "Altura de la pantalla impermeable (m.)..... "; AP
PRINT "Ancho de la coronación (m.) ..... "; AC
PRINT "Altura de contraembalse (m.) ..... "; HC
PRINT "Talud del paramento (N:1) ..... "; N
```

```
PRINT : PRINT
```

```
PRINT "Constantes de la fórmula  $i=ctp * v^{exp}$ ": PRINT : PRINT
PRINT "Constante cte="; CTE
PRINT "Exponente exp="; EXPO
```

```
PRINT : PRINT
```

```
PRINT "Caudal de vertido sobre coronación (m3/s.) "; Q
```

```
PRINT : PRINT
```

```
PRINT "Coeficiente de Manning (unidades decimales) "; CoefMan
```

```
PRINT : PRINT
```

```
REM Posibilidad de cambio de valores
REM -----
```

PREGUNTA4:

```
INPUT "Corregir algún dato? (S/N) "; corr$
```

```
IF corr$ <> "S" AND corr$ <> "s" AND corr$ <> "N" AND corr$ <> "n" THEN GOTO PREGUNTA4
```

```
ET1: IF corr$ = "S" OR corr$ = "s" THEN GOSUB CAMBIAR
```

RETURN

REM \*\*\*\*\*

CAMBIAR:

REM Subrutina para corrección y cambio de los valores de  
REM los datos necesarios para el cálculo

REM Impresión de los datos en pantalla  
REM -----

IMPRESION1:

CLS

PRINT "1.- Altura de la presa (m.) ..... "; HP  
PRINT "2.- Altura de la pantalla impermeable (m.)..... "; AP  
PRINT "3.- Ancho de la coronación (m.) ..... "; AC  
PRINT "4.- Altura de contraembalse (m.) ..... "; HC  
PRINT "5.- Talud del paramento (N:1) ..... "; N

PRINT : PRINT

PRINT "Constantes de la fórmula  $i=ctp * v^{exp}$ ": PRINT : PRINT  
PRINT "6.- Constante cte="; CTE  
PRINT "7.- Exponente expo="; EXPO

PRINT : PRINT

PRINT "8.- Caudal de vertido sobre coronación (m3/s.) "; Q

PRINT : PRINT

PRINT "9.- Coeficiente de Manning (Unidades decimales) "; CoefMan

PRINT : PRINT

REM Selección y corrección del dato  
REM -----

SELEC:

INPUT "Seleccionar el dato a cambiar presionando la tecla del número que corresponda";

IF NUMC > 9 OR NUMC = 0 THEN GOTO SELEC

ON NUMC GOTO E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9

E1: INPUT "Nueva Altura de la presa (m.) ..... "; HP: GOTO PREGUNTA5  
E2: INPUT "Nueva Altura de la pantalla impermeable (m.)..... "; AP: GOTO PREGUNTA5  
E3: INPUT "Nuevo Ancho de la coronación (m.) ..... "; AC: GOTO PREGUNTA5  
E4: INPUT "Nueva Altura de contraembalse (m.) ..... "; HC: GOTO PREGUNTA5  
E5: INPUT "Nuevo Talud del paramento (N:1) ..... "; N: GOTO PREGUNTA5  
E6: INPUT "Nueva Constante cte..... "; CTE: GOTO PREGUNTA5  
E7: INPUT "Nuevo Exponente expo..... "; EXPO: GOTO PREGUNTA5  
E8: INPUT "Nuevo Caudal de vertido sobre coronación (m3/s.).. "; Q: GOTO PREGUNTA5  
E9: INPUT "Nuevo Coeficiente de Manning (Unidades decimales). "; CoefMan

PREGUNTA5:

```

INPUT "¿Algún cambio más? (S/N) "; AC$
IF AC$ <> "S" AND AC$ <> "s" AND AC$ <> "N" AND AC$ <> "n" THEN GOTO PREGUNTAS
IF AC$ = "S" OR AC$ = "s" THEN GOTO IMPRESION1

REM Posibilidad de crear fichero con datos cambiados
REM -----

PREGUNTA6:

INPUT "¿Crear fichero con datos cambiados? (S/N) "; dc$
IF dc$ <> "S" AND dc$ <> "s" AND dc$ <> "N" AND dc$ <> "n" THEN GOTO PREGUNTA6
IF dc$ = "N" OR dc$ = "n" THEN GOTO SALIR2

INPUT "Nombre del Ficher          INPUT "Nombre del Fichero de datos "; FIDAT$

OPEN FIDAT$ FOR OUTPUT AS #1
PRINT #1, HP; AP; AC; HC; N; CTE; EXPO; Q; CoefMan
CLOSE #1

SALIR2:

RETURN

REM *****

GENMALLA:

REM Subrutina de generación de la malla
REM Datos necesarios: HP AP AC N

REM Ajuste de parámetros

INPUT "Espaciado horizontal máximo admisible BXMAX"; BXMAX

BYMAX = BXMAX / N

BY = HP / INT(HP / BYMAX)'ajuste de espaciado vertical manteniendo altura de presa
BX = N * BY          'cálculo del espaciado horizontal

AC = BX * INT(AC / BX)'ajuste del ancho de coronación
AP = BY * INT(AP / BY)'ajuste de la altura de la pantalla

REM Cálculo del número de filas y columnas totales

NF = HP / BY + 1      'número total de filas
NC = (AC + N * HP) / BX + 1' número total de columnas

NFAP = AP / BY + 1    'número de filas que parten de la pantalla
NCAC = AC / BX + 1    'número de columnas que llegan a coronación
NCS = INT(N * HC / BX) + 1' número de columnas sumergidas bajo el contraembalse

REM Dimensionamiento de variables matriciales

```

```

REDIM NCF(NF), NFC(NC), PV(NF, NC), PVE(NF, NC), U(NF, NC), VX(NF, NC), VY(NF, NC), Q
REDIM VANG(NF, NC), VTOTAL(NF, NC), GRADGLOB(NF, NC), GRADCOMP(NF, NC), GRADREAL(NF, NC)

REM      Cálculo del número de columnas de cada fila

NCF(1) = NC

FOR i = 2 TO NF
      NCF(i) = NCF(i - 1) - 1
NEXT i

REM      Cálculo del número de filas de cada columna

FOR j = 1 TO NCAC      'filas bajo coronación
      NFC(j) = NF
NEXT j

FOR j = NCAC + 1 TO NC'filas bajo paramento
      NFC(j) = NFC(j - 1) - 1
NEXT j

REM      Salida provisional de resultados de la subrutina

GOTO SALTARGENMALLA
LPRINT "RESULTADOS DE GENMALLA"
LPRINT "BY="; BY
LPRINT "BX="; BX
LPRINT "AC="; AC
LPRINT "AP="; AP
LPRINT "NF="; NF
LPRINT "NC="; NC
LPRINT "NFAP="; NFAP
LPRINT "NCAC="; NCAC
LPRINT "NCS="; NCS
FOR i = 1 TO NF
      LPRINT "NCF("; i; ")="; NCF(i)
NEXT i
FOR j = 1 TO NC
      LPRINT "NFC("; j; ")="; NFC(j)
NEXT j

SALTARGENMALLA:

RETURN

REM      *****

POTINICIAL:

REM      Subrutina de cálculo del Potencial de Velocidad Inicial

REM      Se parte de un potencial arbitrario suma de fila y columna

```

```

REM      Necesita como datos HC CTE

REM      Nodos de la pantalla (salvo el último, que es de potencial impuesto)
FOR i = 1 TO NFAP - 1
    PV(i, 1) = i + 1 + RND
NEXT i

CAC = INT(HC * N) / BX + 1' número de columnas afectadas por el contraembalse

REM      Columnas no afectadas por el contraembalse
FOR j = 2 TO NC - CAC
    FOR i = 1 TO NFC(j) - 1
        PV(i, j) = i + j + RND
    NEXT i
NEXT j

REM      Columnas afectadas por el contraembalse
FOR j = NC - CAC + 1 TO NC - 1
    FOR i = 1 TO NFC(j) - 1
        PV(i, j) = i + j + RND
    NEXT i
NEXT j

REM      CALCULO DE CALADOS EN LA ZONA IV
REM      -----
REM      Se incluye aquí el cálculo de calados en el talud desde
REM      el nivel de contraembalse hasta el pie del talud por tener
REM      un valor fijo, evitando así la repetición del cálculo en las
REM      sucesivas iteraciones que se produciría de realizarse en
REM      la subrutina POTIMPUESTO.

FOR j = NC - NCS + 1 TO NC
    Y(j) = HC - (NFC(j) - 1) * BY
NEXT j

RETURN

REM      *****

```

POTIMPUESTO:

REM Cálculo del potencial impuesto en el contorno, que se obtiene  
REM a partir de los calados.

REM -----  
REM CALCULO DEL PUNTO DE CAMBIO DEL SIGNO DE LOS CAUDALES FILTRADOS  
REM -----

REM será K el último intervalo con caudal entrante (positivo)  
REM será K+1 el primer intervalo con caudal saliente (negativo)

FOR j = 1 TO NC - 2 'el último intervalo tiene longitud triple

IF Qf(j) \* Qf(j + 1) < 0 THEN GOTO SALBUCLE1

NEXT j

SALBUCLE1:

K = j

REM el caudal será decreciente hasta la columna K+1 y  
REM decreciente desde ella en adelante.

REM -----  
REM CALCULO DEL CALADO CRITICO EN EL EXTREMO DE CORONACION  
REM -----

REM Caudal en el extremo de coronación.  
REM -----

Qext = Q - Qsp

FOR j = 1 TO NCAC - 1

Qext = Qext - Qf(j)

NEXT j

REM Calado crítico correspondiente a ese caudal, en metros.  
REM -----

Y(NCAC) = (Qext \* Qext / 9.81) ^ (1 / 3)

REM NCAC es el número de la columna que coincide con el  
REM extremo de coronación.

REM -----  
REM CALCULO DE CALADOS EN LA ZONA I  
REM -----

```

REM      ZONA I: Desde el extremo de coronación hacia aguas arriba.

REM      Se requiere asignar previamente un Coeficiente de Manning (CoefMan).
REM      y el error máximo admisible en calados entre dos iteraciones (DifMaxY).

REM      Los intervalos de cálculo coinciden con los de la malla.

      Q1 = Qext

      DifMax = .01      'Diferencia Máxima admisible entre dos iteraciones, en metros

REM      Se supone un calado en la columna siguiente a la del
REM      extremo de coronación del 80% del de la columna del extremo de
REM      coronación, a efectos del cálculo de Linf en el primer
REM      intervalo de cálculo.

      Y(NCAC + 1) = .8 * Y(NCAC)

      FOR j = NCAC TO j = 2 STEP -1

REM      Límites del intervalo de búsqueda de la solución
REM      Se toma un intervalo de amplitud un múltiplo que el
REM      incremento calculado en el paso anterior.

      Linf = 3 * (Y(j + 1) - Y(j)) 'será negativo, ya que Y(j+1)<Y(j)
      Lsup = 0

      Q2 = Q1
      Q1 = Q2 + Qf(j - 1)

REM      Valores que no cambian en las iteraciones sucesivas.

      V2 = Q2 / Y(j)
      Qm = .5 * (Q1 + Q2)      'Caudal medio
      Pm = 1                    'Perímetro mojado medio

REM      Cálculo del incremento de calado por iteraciones
REM      (Método de Dicotomía)

      IncY = Linf: GOSUB FORMULA1: N1 = F1
      IncY = Lsup: GOSUB FORMULA1: M1 = F1

      IF N1 * M1 > 0 THEN GOTO MENSAJE1 ELSE GOTO CONTADOR1

MENSAJE1:

      PRINT "Límites de búsqueda por dicotomía no adecuados": STOP

CONTADOR1:

      i = i + 1

      IncY = (Linf + Lsup) / 2: GOSUB FORMULA1

      IF N1 * F1 > 0 THEN GOTO SALTAR1

      Lsup = IncY

SALTAR1:

```

```

        IF N1 * F1 <= 0 THEN GOTO SALTAR2

Linf = IncY

SALTAR2:

        IF ABS(Lsup - Linf) <= DifMax THEN GOTO SALTAR3

        GOTO CONTADOR1

SALTAR3:

        Y(j - 1) = Y(j) - IncY

        NEXT j

REM      Subrutina de cálculo de la diferencia entre el
REM      incremento supuesto y el calculado.

FORMULA1:

        V1 = Q1 / (Y(j) - IncY)
        Am = .5 * (Y(j) + (Y(j) - IncY)) 'Area media
        Rhm = Am 'Radio hidráulico medio
        Sf = (Qm * Qm * CoefMan * CoefMan) / (Am * Am * Rhm ^ (4 / 3)) 'Pérdida de carg

        F1 = IncY - (Q1 * (V1 + V2) * (V2 - V1) / (9.81 * (Q1 + Q2)) * (1 - (Q2 - Q1)

RETURN

REM      -----
REM      CALCULO DE CALADOS EN LA ZONA II
REM      -----

REM      ZONA II: Desde el extremo de coronación hasta el punto de cambio.

REM      El caudal es decreciente.

Q2 = Qext

FOR j = NCAC TO K

REM      Límites del intervalo de búsqueda de la solución
REM      Se toma un intervalo de amplitud un múltiplo que el
REM      incremento calculado en el paso anterior.

Linf = 3 * (Y(j) - Y(j - 1)) 'será negativo, ya que Y(j)<Y(j-1)
Lsup = 0

Q1 = Q2
Q2 = Q1 - Qf(j) 'Qf(j)>0 en esta zona

REM      Valores que no cambian en las iteraciones sucesivas.

V1 = Q1 / Y(j)
Qm = .5 * (Q1 + Q2) 'Caudal medio
Pm = 1 'Perímetro mojado medio

```



```

REM      Cálculo del incremento de calado por iteraciones
REM      (Método de Dicotomía)

      IncY = Linf: GOSUB FORMULA2: N2 = F2
      IncY = Lsup: GOSUB FORMULA2: M2 = F2

      IF N2 * M2 > 0 THEN GOTO MENSAJE2 ELSE GOTO CONTADOR2

MENSAJE2:

      PRINT "Límites de búsqueda por dicotomía no adecuados": STOP

CONTADOR2:

      i = i + 1

      IncY = (Linf + Lsup) / 2: GOSUB FORMULA2

      IF N2 * F2 > 0 THEN GOTO SALTO1a

      Lsup = IncY

SALTO1a:

      IF N2 * F2 <= 0 THEN GOTO SALTO2a

      Linf = IncY

SALTO2a:

      IF ABS(Lsup - Linf) <= DifMax THEN GOTO SALTO3a

      GOTO CONTADOR2

SALTO3a:

      Y(j + 1) = Y(j) + IncY

      NEXT j

REM      Subrutina de cálculo de la diferencia entre el
REM      incremento supuesto y el calculado.

FORMULA2:

      V2 = Q2 / (Y(j) + IncY)
      Am = .5 * (Y(j) + (Y(j) + IncY))'Area media
      Rhm = Am 'Radio hidráulico medio
      Sf = (Qm * Qm * CoefMan * CoefMan) / (Am * Am * Rhm ^ (4 / 3))'Pérdida de carg
      F2 = IncY - (Q1 * (V1 + V2) * (V2 - V1) / (9.81 * (Q1 + Q2)) * (1 - (Q2 - Q1)

      RETURN

REM      -----
REM      CALCULO DE CALADOS EN LA ZONA III
REM      -----

REM      ZONA III: Desde el punto de cambio hasta el nivel de contraembalse.

```

```

REM      El caudal es creciente.

      FOR j = K + 1 TO NC - NCS

REM      Límites del intervalo de búsqueda de la solución
REM      Se toma un intervalo de amplitud un múltiplo que el
REM      incremento calculado en el paso anterior.

      Linf = 3 * (Y(j) - Y(j - 1)) 'será negativo, ya que Y(j)<Y(j-1)
      Lsup = 0

      Q1 = Q2
      Q2 = Q1 - Qf(j)      'Qf(j)<0 en esta zona

REM      Valores que no cambian en las iteraciones sucesivas.

      V1 = Q1 / Y(j)
      Qm = .5 * (Q1 + Q2)      'Caudal medio
      Pm = 1                    'Perímetro mojado medio

REM      Cálculo del incremento de calado por iteraciones
REM      (Método de Dicotomía)

      IncY = Linf: GOSUB FORMULA3: N3 = F3
      IncY = Lsup: GOSUB FORMULA3: M3 = F3

      IF N3 * M3 > 0 THEN GOTO MENSAJE3 ELSE GOTO CONTADOR3

MENSAJE3:

      PRINT "Límites de búsqueda por dicotomía no adecuados": STOP

CONTADOR3:

      i = i + 1

      IncY = (Linf + Lsup) / 2: GOSUB FORMULA3

      IF N3 * F3 > 0 THEN GOTO SALTO1b

      Lsup = IncY

SALTO1b:

      IF N3 * F3 <= 0 THEN GOTO SALTO2b

      Linf = IncY

SALTO2b:

      IF ABS(Lsup - Linf) <= DifMax THEN GOTO SALTO3b

      GOTO CONTADOR3

SALTO3b:

      Y(j + 1) = Y(j) + IncY

```

```

NEXT j

REM      Subrutina de cálculo de la diferencia entre el
REM      incremento supuesto y el calculado.

FORMULA3:

      V2 = Q2 / (Y(j) + IncY)
      Am = .5 * (Y(j) + (Y(j) + IncY))'Area media
      Rhm = Am          'Radio hidráulico medio
      Sf = (Qm * Qm * CoefMan * CoefMan) / (Am * Am * Rhm ^ (4 / 3))'Pérdida de carg

      F3 = IncY - (Q1 * (V1 + V2) / (9.81 * (Q1 + Q2))) * ((V2 - V1) + V2 / Q1 * (Q2

RETURN

REM      -----
REM      CALCULO DE CALADOS EN LA ZONA IV
REM      -----

REM      ZONA IV: Desde el nivel de contraembalse hasta el pie del talud.

REM      El calado es fijo mientras no se varíe el nivel del contraembalse,
REM      por eso su cálculo se ha situado en la subrutina de Cálculo del Potencial
REM      Inicial, evitando su repetición innecesaria en sucesivas iteraciones.

REM      *****

POTESTIMADO:

REM      Cálculo del Potencial de Velocidad Estimado a partir de los nodos adyacentes

REM      Nodos de la pantalla
REM      El primero (J=1) es punto singular
REM      El ultimo es de potencial impuesto

      FOR i = 2 TO NFAP - 1

          KX = 2 / (BX * BX) * PV(i, 2)
          KY = 1 / (BY * BY) * (PV(i + 1, 1) + PV(i - 1, 1))
          PVE(i, 1) = (KX + IEXPO * KY) / (2 * (1 / BX / BX + IEXPO / BY / BY))

      NEXT i

REM      Nodos de la base
REM      El primero (I=1) es punto singular

      FOR j = 2 TO NC - 1

          KX = 1 / (BX * BX) * (PV(1, j + 1) + PV(1, j - 1))
          KY = 2 / (BY * BY) * PV(2, j)
          PVE(1, j) = (IEXPO * KX + KY) / (2 * (IEXPO / BX / BX + 1 / BY / BY))

      NEXT j

REM      Punto singular. Nodo intersección de fronteras impermeables

```

```

REM      Se considera la media de las extrapolaciones lineales hechas
REM      partiendo de los dos nodos más próximos en fila y columna.

PVEF = PVE(1, 3) + 2 * (PVE(1, 2) - PVE(1, 3))'extrapolación en fila 1
PVEC = PVE(3, 1) + 2 * (PVE(2, 1) - PVE(3, 1))'extrapolación en columna 1
PVE(1, 1) = (PVEF + PVEC) / 2      'valor medio

REM      Nodos internos no afectados por la frontera

REM      El cálculo se realiza por filas
REM      El último nodo de cada fila es de potencial impuesto
REM      El penúltimo nodo es interno afectado por la frontera

FOR i = 2 TO NF - 1

REM      print "Fila I=";I:print:print

      FOR j = 2 TO NCF(i) - 1

REM          print "Columna J=";J:print
REM          print "BX=";BX;"PV(2,3)=";PV(I,J+1);"PV(2,1)=";PV(I,J-1)
REM          print "BY=";BY;"PV(3,2)=";PV(I+1,J);"PV(1,2)=";PV(I-1,J)

          DX = 1 / (2 * BX) * (PV(i, j + 1) - PV(i, j - 1))
          DY = 1 / (2 * BY) * (PV(i + 1, j) - PV(i - 1, j))

          KX = 1 / (BX * BX) * (PV(i, j + 1) + PV(i, j - 1))
          KY = 1 / (BY * BY) * (PV(i + 1, j) + PV(i - 1, j))

          DXY = 1 / (4 * BX * BY) * (PV(i + 1, j + 1) - PV(i + 1, j - 1) - PV(i - 1, j + 1) + PV(i - 1, j - 1))
          KXY = KX + KY
          BXY = 2 * (1 / BX / BX + 1 / BY / BY)

          K1 = DX * DX + DY * DY
          K2 = 2 * DX * DY * DXY
          K3 = K1 * BXY
          K4 = DX * DX * KX + DY * DY * KY
          K5 = 2 * DX * DX / (BX * BX)
          K6 = 2 * DY * DY / (BY * BY)
          K7 = K4 + K2
          K8 = K5 + K6
          K9 = K1 * KXY + (IEXPO - 1) * K7
          K10 = K3 + (IEXPO - 1) * K8

          PVE(i, j) = K9 / K10

      NEXT j

NEXT i

REM      Nodos internos afectados por la frontera

FOR i = 2 TO NF - 1

      j = NCF(i) - 1      'es el penúltimo nodo de cada fila

      DX = 1 / (2 * BX) * (PV(i, j + 1) - PV(i, j - 1))
      DY = 1 / (2 * BY) * (PV(i + 1, j) - PV(i - 1, j))

```

```

KX = 1 / (BX * BX) * (PV(i, j + 1) + PV(i, j - 1))
KY = 1 / (BY * BY) * (PV(i + 1, j) + PV(i - 1, j))

DX1 = 1 / (2 * BX) * (PV(i + 1, j) - PV(i + 1, j - 2))
DX2 = 1 / BX * (PV(i + 1, j) - PV(i + 1, j - 1))
DX3 = DX1 + 2 * (DX2 - DX1)

DXY = 1 / (2 * BY) * (DX3 - (PV(i - 1, j + 1) - PV(i - 1, j - 1)) / (2 * BX))

KXY = KX + KY
BXY = 2 * (1 / BX / BX + 1 / BY / BY)

K1 = DX * DX + DY * DY
K2 = 2 * DX * DY * DXY
K3 = K1 * BXY
K4 = DX * DX * KX + DY * DY * KY
K5 = 2 * DX * DX / (BX * BX)
K6 = 2 * DY * DY / (BY * BY)
K7 = K4 + K2
K8 = K5 + K6
K9 = K1 * KXY + (IEXPO - 1) * K7
K10 = K3 + (IEXPO - 1) * K8

PVE(i, j) = K9 / K10

```

```

NEXT i

```

```

RETURN

```

```

REM *****

```

```

POTREAL:

```

```

REM Subrutina de cálculo del Potencial de Velocidad Real
REM por aproximaciones sucesivas.

```

```

REM Se parte del potencial de velocidad inicial calculado y
REM del potencial impuesto en los nodos del contorno, que
REM también se calcula previamente.

```

```

REM RMAX es el residuo máximo admisible en cualquier punto.

```

```

RMAX = .1

```

```

REM Cálculo del potencial de velocidad estimado en la primera iteración
REM -----

```

```

REM gosub SALIDAS

```

```

iteracion = 1

```

```

GOSUB POTESTIMADO

```

```

REM
REM -----
REM A.- Comprobación del ajuste en cada nodo
REM      entre potenciales actuales y estimados.
REM -----

REM      El potencial actual es el que corresponde a la iteración en curso
REM      Comprobación en filas que parten de la pantalla (salvo última)

COMPROBACION:

      iteracion = iteracion + 1

      IF iteracion / 100 = INT(iteracion / 100) THEN PRINT "iteración nª"; iteracion

      FOR i = 1 TO NFAP - 1

          FOR j = 1 TO NCF(i) - 1 'el último nodo es de potencial impuesto

              R = PV(i, j) - PVE(i, j)'residuo

              IF ABS(R) > RMAX THEN GOTO CORRECCION

          NEXT j

      NEXT i

REM      Comprobación en el resto de las filas
REM      (salvo en la última, que es de potencial impuesto)

      FOR i = NFAP TO NF - 1

          FOR j = 2 TO NCF(i) - 1

              R = PV(i, j) - PVE(i, j)

              IF ABS(R) > RMAX THEN GOTO CORRECCION

          NEXT j

      NEXT i

REM      si la ejecución del programa llega a esta sentencia es
REM      que los potenciales están ajustados en todos los nodos.

RETURN

REM -----
REM B.- Corrección del Potencial de Velocidad Actual en cada nodo.
REM -----

CORRECCION:

REM      Corrección en las filas que parten de la pantalla (salvo última)

      FOR i = 1 TO NFAP - 1

```

```

        FOR j = 1 TO NCF(i) - 1
            PV(i, j) = PVE(i, j)
        NEXT j

    NEXT i

REM     Corrección en el resto de las filas
REM     (salvo en la última, que es de potencial impuesto)

    FOR i = NFAP TO NF - 1

        FOR j = 2 TO NCF(i) - 1
            PV(i, j) = PVE(i, j)
        NEXT j

    NEXT i

REM     -----
REM     C.- Cálculo del nuevo Potencial de Velocidad Estimado
REM     -----

    GOSUB POTESTIMADO      'a la subrutina de cálculo correspondiente
    GOTO COMPROBACION     'comienza nueva iteración comprobando ajuste

REM     *****

PRESION:

REM     Subrutina de cálculo de presiones intersticiales en nodos

    FOR i = 1 TO NF
        FOR j = 1 TO NCF(i)
            U(i, j) = PV(i, j) * CTE - (i - 1) * BY
        NEXT j
    NEXT i

    RETURN

REM     *****

SALIDAS:

    LPRINT "iteración n°"; iteracion: LPRINT

```

PREGUNTA7:

CLS

INPUT "Imprimir resultados (S/N)"; IMPREL\$

IF IMPREL\$ <> "S" AND IMPREL\$ <> "s" AND IMPREL\$ <> "N" AND IMPREL\$ <> "n" THEN GOTO P

IF IMPREL\$ = "N" OR IMPREL\$ = "n" THEN RETURN

PRINT "1.- Potencial de velocidad"

PRINT "2.- Presión intersticial"

PRINT "3.- Velocidad horizontal"

PRINT "4.- Velocidad vertical"

PRINT "5.- Caudales a través de la frontera"

PRINT "6.- Angulo de la velocidad con la horizontal"

PRINT "7.- Gradientes hidráulicos"

SELEC2:

INPUT "Seleccionar el resultado a imprimir presionando la tecla del número que corresp

IF NUMC > 7 OR NUMC = 0 THEN GOTO SELEC2

ON NUMC GOTO A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7

A1: GOTO SALPOTENCIAL

A2: GOTO SALPRESION

A3: GOTO SALVELOCIDADHOR

A4: GOTO SALVELOCIDADVER

A5: GOTO SALCAUDALES

A6: GOTO SALANGULOS

A7: GOTO SALGRADIENTES

SALPOTENCIAL:

LPRINT "POTENCIALES": LPRINT : LPRINT

FOR i = 1 TO NF

LPRINT "Fila "; i; ": ";

FOR j = 1 TO NC

LPRINT USING "####.##"; PV(i, j);

NEXT j

LPRINT

NEXT i

GOTO PREGUNTA7



SALPRESION:

```
LPRINT : LPRINT : LPRINT

LPRINT "PRESIONES": LPRINT : LPRINT

FOR i = 1 TO NF
    LPRINT "Fila "; i; " :";
    FOR j = 1 TO NC
        LPRINT USING "###.##"; U(i, j);
    NEXT j
    LPRINT
NEXT i

GOTO PREGUNTA7
```

SALVELOCIDADHOR:

```
LPRINT "VELOCIDADES HORIZONTALES": LPRINT : LPRINT

FOR i = 1 TO NF
    LPRINT "Fila "; i; " : ";
    FOR j = 1 TO NCF(i)
        LPRINT USING "####.##"; VX(i, j);
    NEXT j
    LPRINT
NEXT i

GOTO PREGUNTA7
```

SALVELOCIDADVER:

```
LPRINT : LPRINT

LPRINT "VELOCIDADES VERTICALES": LPRINT : LPRINT

FOR i = 1 TO NF
    LPRINT "Fila "; i; " : ";
    FOR j = 1 TO NCF(i)
```

```
        LPRINT USING "####.##"; VY(i, j);
    NEXT j
    LPRINT
NEXT i
GOTO PREGUNTA7
```

SALCAUDALES:

```
LPRINT : LPRINT
LPRINT "CAUDALES A TRAVES DE LA FRONTERA": LPRINT : LPRINT
LPRINT "Sobre pantalla: "; Qsp
FOR j = 1 TO NC - 3
    LPRINT "Intervalo "; j; ": ";
        LPRINT USING "####.##"; Qf(j)
NEXT j
GOTO PREGUNTA7
```

SALANGULOS:

```
LPRINT : LP        LPRINT : LPRINT
LPRINT "ANGULOS DE LA VELOCIDAD CON LA HORIZONTAL (nodos internos)": LPRINT : LPRINT
FOR i = 2 TO NF - 1
    LPRINT "Fila "; i; ": ";
    FOR j = 2 TO NCF(i) - 1
        LPRINT USING "####.##"; VANG(i, j);
    NEXT j
    LPRINT
NEXT i
GOTO PREGUNTA7
```

SALGRADIENTES:

```

LPRINT : LPRINT

LPRINT "GRADIENTES HIDRAULICOS CALCULADOS GLOBALMENTE (nodos internos)": LPRINT : LPRINT

FOR i = 2 TO NF - 1

    LPRINT "Fila "; i; ": ";

    FOR j = 2 TO NCF(i) - 1

        LPRINT USING "###.##"; GRADGLOB(i, j);

    NEXT j

    LPRINT

NEXT i

LPRINT : LPRINT

GOTO PREGUNTA7

REM *****
VELOCIDADES:

REM Subrutina para calcular las velocidades de filtración en los nodos
REM (salvo en los que están en contacto con la lámina de agua)

REM Nodos internos

FOR i = 2 TO NF - 1

    FOR j = 2 TO NCF(i) - 1

        DX = 1 / (2 * BX) * (PV(i, j + 1) - PV(i, j - 1))
        DY = 1 / (2 * BY) * (PV(i + 1, j) - PV(i - 1, j))

        VX(i, j) = -DX * (DX * DX + DY * DY) ^ ((IEXPO - 1) / 2)
        VY(i, j) = -DY * (DX * DX + DY * DY) ^ ((IEXPO - 1) / 2)

    NEXT j

NEXT i

REM Nodos de la base impermeable (salvo punto singular)

FOR j = 2 TO NC - 1

    DX = 1 / (2 * BX) * (PV(1, j + 1) - PV(1, j - 1))

    VX(1, j) = -DX * (DX * DX) ^ ((IEXPO - 1) / 2)
    VY(1, j) = 0

```

```

NEXT j

REM      Nodos de la pantalla impermeable
REM      (salvo punto singular y extremo superior)

FOR i = 2 TO NFAP - 1

      DX = 1 / (2 * BY) * (PV(i + 1, 1) - PV(i - 1, 1))

      VX(i, 1) = 0
      VY(i, 1) = -DY * (DY * DY) ^ ((IEXPO - 1) / 2)

NEXT i

REM      Nodos sobre la pantalla impermeable

FOR i = NFAP TO NF - 1

      DX = 1 / (2 * BX) * (PV(i, 2) - PV(i, 1))
      DY = 1 / (2 * BY) * (PV(i + 1, 1) - PV(i - 1, 1))

      VX(i, 1) = -DX * (DX * DX + DY * DY) ^ ((IEXPO - 1) / 2)
      VY(i, 1) = -DY * (DX * DX + DY * DY) ^ ((IEXPO - 1) / 2)

NEXT i

RETURN

REM      *****

CAUDALES:

REM      Subrutina de cálculo de los caudales entrantes y salientes
REM      a través de la frontera

REM      Qsp = caudal entrante sobre la pantalla

REM      Qf(j) = caudal entrante (si >0) o saliente (si <0)
REM      a través de la frontera en el intervalo j,
REM      entre las columnas j y j+1

REM      Caudal entrante sobre la pantalla
REM      -----

      Qsp = VX(NF - 1, 1) * 2 * BY / 100

FOR i = NFAP TO NF - 3

      Qsp = Qsp + .5 * (VX(i, 1) + VX(i + 1, 1)) * BY / 100

NEXT i

REM      Caudal entrante o saliente a través del talud
REM      -----

```

```

REM      Qcj es el caudal que circula a través de la sección vertical
REM      definida por la columna j
REM      (Qcj1 tiene significado análogo, pero a través de la
REM      columna j+1)

REM      Cálculo del primer intervalo

      Qc1 = Qsp

      Qc2 = VX(NFC(2) - 1, 2) * 2 * BY / 100

      FOR i = 1 TO NFC(2) - 3
          Qc2 = Qc2 + .5 * (VX(i, 2) + VX(i + 1, 2)) * BY / 100
      NEXT i

      Qf(1) = Qc2 - Qc1

REM      Cálculo del resto de intervalos, salvo 3 últimos

      Qcj1 = Qc2

      FOR j = 2 TO NC - 4

          Qcj = Qcj1

          Qcj1 = VX(NFC(j + 1) - 1, j + 1) * 2 * BY / 100

          FOR i = 1 TO NFC(j + 1) - 3
              Qcj1 = Qcj1 + .5 * (VX(i, j + 1) + VX(i + 1, j + 1)) * BY / 100
          NEXT i

          Qf(j) = Qcj1 - Qcj

      NEXT j

REM      Se consideran los 3 últimos intervalos de forma
REM      conjunta, como un solo intervalo.
REM      (Esto conviene por la forma de determinar los caudales,
REM      que conduce a una situación singular cuando hay menos de 4 filas)

REM      De esta forma, habrá NC-3 intervalos, el último de
REM      triple longitud en proyección horizontal.

      Qf(NC - 3) = -Qcj1

      RETURN

REM      *****

```

POTIMPUESTONADA:

```
REM      Subrutina para cálculo del potencial de velocidad impuesto en los
REM      nodos del contorno admitiendo que la altura de lámina sobre el talud
REM      es despreciable. Por tanto, se considera presión nula en esos nodos.
```

```
REM      En nodos del talud no afectados por el contraembalse
```

```
FOR i = 1 TO NCS
      PV(i, NCF(i)) = HC / CTE
NEXT i
```

```
REM      En nodos del talud afectados por el contraembalse
```

```
FOR i = NCS + 1 TO NF
      PV(i, NCF(i)) = BY * (i - 1) / CTE
NEXT i
```

```
REM      En nodos de la coronación, salvo el común con el talud
```

```
FOR j = 1 TO NCAC - 1
      PV(NF, j) = HP / CTE
NEXT j
```

```
RETURN
```

```
REM      *****
```

```
POTIMPUESTO1:
```

```
REM      Subrutina provisional para cálculo del potencial de
REM      velocidad impuesto en los nodos del contorno, introduciendo
REM      manualmente la profundidad de agua medida normal al paramento.
```

```
REM      Nodos de la coronación
```

```
PRINT "Nodos de la coronación": PRINT
FOR j = 1 TO NCAC
      PRINT "J="; j: INPUT "d="; d
      PV(NF, j) = (HP + d) / CTE
NEXT j
```

```
REM      Nodos sobre pantalla impermeable
```

```

CLS : INPUT "Profundidad en primer nodo de coronación"; DPR
FOR i = NFAP TO NF - 1
    PV(i, 1) = (HP + DPR) / CTE
NEXT i
REM  Nodos del paramento bajo contraembalse
NFBHC = INT(HC / BY) + 1 'nº filas bajo el contraembalse
FOR i = 1 TO NFBHC
    PV(i, NCF(i)) = HC / CTE
NEXT i
REM  Resto de nodos del paramento
TETA = ATN(1 / N)      'ángulo del paramento con la horizontal
FOR i = NFBHC + 1 TO NF - 1
    print "I=";I: INPUT "d="; d
    READ d
    PV(i, NCF(i)) = ((i - 1) * BY + d / COS(TETA)) / CTE
NEXT i
RETURN
REM  *****

DICOTOMIA:
REM  Subrutina de solución de una ecuación por el método de dicotomía
erro = .001      'Determina el error de cálculo admisible
CLS
LIMITES:
INPUT "a="; a: INPUT "b="; b      'Límites del intervalo de búsqueda
x = a: GOSUB FORMULA: N = F
x = b: GOSUB FORMULA: M = F
IF N * M > 0 THEN GOTO CAMBIO ELSE GOTO CONTADOR
CAMBIO:
PRINT "Cambia (a,b)": GOTO LIMITES

```

```

CONTADOR:
    i = i + 1

    x = (a + b) / 2: GOSUB FORMULA

    IF N * F > 0 THEN GOTO SALTO1

    b = x

SALTO1:
    IF N * F <= 0 THEN GOTO SALTO2

    a = x

SALTO2:
    IF ABS(b - a) <= erro THEN GOTO SALTO3

    GOTO CONTADOR

SALTO3:
    RETURN      'La solución de la ecuación estará en X

REM *****

FORMULA:

REM  Subrutina de cálculo de la ecuación a resolver

    F = 1

    RETURN

REM *****

GRADIENTES:

REM  Subrutina de cálculo del gradiente hidráulico en cada punto

REM  Nodos internos

    FOR i = 2 TO NF - 1

        FOR j = 2 TO NCF(i) - 1

            VANG(i, j) = (ATN(VY(i, j) / VX(i, j))) * 180 / 3.1416
            VTOTAL(i, j) = (VX(i, j) ^ 2 + VY(i, j) ^ 2) ^ .5
            GRADGLOB(i, j) = CTE * VTOTAL(i, j) ^ EXPO

        NEXT j

    NEXT i

RETURN

```



**Apéndice 5.2:** Listado ejemplo de resultados obtenidos mediante el programa MNLEE. RDF.

---

Dada la imposibilidad física de incluir los listados de todos los casos calculados mediante el programa MNLEE.RDF, se presentan en éste Apéndice, a modo de ejemplo los listados de resultados correspondientes a un caso concreto.

Altura de presa: 50 m.

Talud: 2

Fórmula de resistencia:  $i = 7,13 \cdot 10^{-2} v^{1,85}$

POTENCIALES

Fila 1 : 502.78 501.36 498.96 494.63 487.93 478.64 466.53 451.56 433.69 413.389.68 363.91 335.95 306.15 274.80 242.22 208.73 174.57 139.97 105.14 70.32 7.16 35.06

Fila 2 : 502.29 501.53 499.20 494.88 488.21 478.90 466.81 451.82 433.95 413.389.89 364.08 336.10 306.26 274.89 242.29 208.77 174.60 139.99 105.14 70.21 5.06 0.00

Fila 3 : 502.79 502.16 499.93 495.68 489.03 479.75 467.63 452.62 434.68 413.390.49 364.60 336.54 306.62 275.16 242.49 208.91 174.69 140.04 105.15 70.12 0.00 0.00

Fila 4 : 504.16 503.49 501.27 497.05 490.44 481.15 469.02 453.94 435.94 415.391.50 365.47 337.26 307.20 275.61 242.83 209.15 174.84 140.13 105.18 0.00 0.00 0.00

Fila 5 : 506.41 505.68 503.35 499.10 492.47 483.18 470.98 455.84 437.69 416.392.92 366.69 338.28 308.02 276.24 243.29 209.47 175.04 140.24 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 6 : 509.62 508.81 506.33 501.92 495.22 485.84 473.58 458.29 440.00 418.394.77 368.27 339.59 309.07 277.05 243.88 209.88 175.30 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 7 : 513.80 512.93 510.26 505.65 498.75 489.25 476.83 461.38 442.85 421.397.04 370.22 341.20 310.35 278.03 244.60 210.37 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 8 : 519.04 518.09 515.24 510.34 503.19 493.44 480.82 465.11 446.30 424.399.77 372.53 343.10 311.85 279.18 245.43 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 9 : 525.36 524.35 521.28 516.10 508.59 498.53 485.58 469.56 450.37 428.402.95 375.22 345.30 313.59 280.49 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 10 : 532.83 531.74 528.48 522.95 515.06 504.56 491.21 474.76 455.12 432.3 406.62 378.30 347.80 315.55 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 11 : 541.49 540.34 536.85 530.99 522.63 511.65 497.77 480.79 460.57 437.7 410.78 381.78 350.61 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 12 : 551.40 550.16 546.46 540.22 531.40 519.83 505.34 487.71 466.82 442.6 415.47 385.67 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 13 : 562.58 561.29 557.35 550.75 541.39 529.20 514.00 495.62 473.89 448.4 420.73 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 14 : 575.12 573.75 569.60 562.59 552.69 539.80 523.82 504.56 481.88 455.9 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 15 : 589.04 587.61 583.24 575.84 565.35 551.72 534.87 514.63 490.85 0 0 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 16 : 604.40 602.91 598.37 590.55 579.44 565.02 547.23 525.91 0.00 0 0 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 17 : 621.19 619.71 615.04 606.82 595.04 579.77 560.97 0.00 0.00 0 0 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 18 : 639.43 638.01 633.39 624.73 612.22 596.03 0.00 0.00 0.00 0 0 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 19 : 659.03 657.83 653.60 644.42 631.10 0.00 0.00 0.00 0.00 0 0 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Fila 20 : 679.77 679.02 676.03 666.16 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0 0 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00



2.37	2.49	2.59	2.67	2.74	2.78	2.82	2.84	2.86	0.00		
Fila 5 :	0.00	0.29	0.60	0.91	1.20	1.45	1.68	1.89	2.07	2.	
2.38	2.50	2.60	2.68	2.74	2.79	2.82	2.85	0.00			
Fila 6 :	0.00	0.27	0.56	0.87	1.16	1.43	1.66	1.88	2.07	2.	
2.38	2.51	2.61	2.69	2.75	2.80	2.83	0.00				
Fila 7 :	0.00	0.26	0.54	0.83	1.12	1.40	1.65	1.87	2.07	2.	
2.40	2.52	2.62	2.70	2.76	2.81	0.00					
Fila 8 :	0.00	0.26	0.52	0.80	1.09	1.37	1.63	1.86	2.07	2.	
2.41	2.54	2.64	2.72	2.78	0.00						
Fila 9 :	0.00	0.26	0.52	0.79	1.07	1.35	1.62	1.86	2.08	2.	
2.42	2.55	2.66	2.74	0.00							
Fila 10 :	0.00	0.25	0.51	0.78	1.05	1.33	1.60	1.86	2.08	2	
8 2.44	2.58	2.68	0.00								
Fila 11 :	0.00	0.25	0.51	0.78	1.05	1.32	1.60	1.86	2.09	2	
0 2.47	2.60	0.00									
Fila 12 :	0.00	0.25	0.51	0.78	1.05	1.32	1.60	1.86	2.11	2	
2 2.49	0.00										
Fila 13 :	0.00	0.26	0.52	0.78	1.05	1.33	1.60	1.87	2.13	2	
5 0.00											
Fila 14 :	0.00	0.26	0.52	0.79	1.06	1.34	1.62	1.89	2.15	0	
0											
Fila 15 :	0.00	0.26	0.52	0.79	1.07	1.35	1.63	1.91	0.00		
Fila 16 :	0.00	0.26	0.52	0.80	1.08	1.37	1.65	0.00			
Fila 17 :	0.00	0.25	0.52	0.81	1.10	1.39	0.00				
Fila 18 :	0.00	0.24	0.52	0.82	1.12	0.00					
Fila 19 :	0.00	0.21	0.50	0.84	0.00						
Fila 20 :	0.00	0.14	0.45	0.00							
Fila 21 :	0.00	0.00	0.00								

#### VELOCIDADES VERTICALES

Fila 1 :	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0.00	0.00										
Fila 2 :	-0.05	-0.26	-0.23	-0.20	-0.18	-0.16	-0.14	-0.12	-0.11	-0.	
-0.08	-0.06	-0.05	-0.04	-0.03	-0.02	-0.02	-0.01	-0.01	-0.00	0.02	
0.00											
Fila 3 :	-0.59	-0.55	-0.47	-0.40	-0.35	-0.31	-0.28	-0.24	-0.21	-0.	
-0.15	-0.13	-0.10	-0.08	-0.06	-0.04	-0.03	-0.02	-0.01	-0.00	0.00	
Fila 4 :	-0.84	-0.80	-0.70	-0.61	-0.53	-0.47	-0.42	-0.37	-0.32	-0.	
-0.23	-0.19	-0.16	-0.12	-0.09	-0.07	-0.05	-0.03	-0.02	0.00		
Fila 5 :	-1.05	-1.02	-0.93	-0.82	-0.72	-0.63	-0.56	-0.49	-0.43	-0.	
-0.31	-0.26	-0.21	-0.16	-0.12	-0.09	-0.06	-0.04	0.00			
Fila 6 :	-1.23	-1.21	-1.13	-1.02	-0.91	-0.80	-0.71	-0.62	-0.54	-0.	
-0.39	-0.32	-0.26	-0.20	-0.15	-0.11	-0.07	0.00				
Fila 7 :	-1.41	-1.39	-1.32	-1.21	-1.09	-0.97	-0.86	-0.75	-0.65	-0.	
-0.47	-0.38	-0.31	-0.24	-0.18	-0.13	0.00					
Fila 8 :	-1.57	-1.55	-1.49	-1.39	-1.27	-1.14	-1.01	-0.88	-0.77	-0.	
-0.55	-0.45	-0.36	-0.28	-0.21	0.00						
Fila 9 :	-1.73	-1.71	-1.66	-1.57	-1.44	-1.30	-1.16	-1.02	-0.88	-0.	
-0.63	-0.51	-0.41	-0.31	0.00							
Fila 10 :	-1.88	-1.87	-1.81	-1.73	-1.61	-1.47	-1.31	-1.16	-1.00	-0	
5 -0.71	-0.57	-0.45	0.00								
Fila 11 :	-2.03	-2.02	-1.97	-1.89	-1.77	-1.63	-1.46	-1.29	-1.12	-0	
5 -0.79	-0.64	0.00									
Fila 12 :	-2.18	-2.16	-2.12	-2.04	-1.93	-1.78	-1.62	-1.43	-1.24	-1	
5 -0.87	0.00										
Fila 13 :	-2.32	-2.31	-2.26	-2.19	-2.08	-1.93	-1.77	-1.57	-1.37	-1	
6 0.00											
Fila 14 :	-2.46	-2.45	-2.41	-2.33	-2.23	-2.08	-1.91	-1.71	-1.50	0	
0											
Fila 15 :	-2.60	-2.59	-2.55	-2.48	-2.37	-2.23	-2.06	-1.86	0.00		





# ESTABILIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO

---

## 6.1 MECANISMOS DE ROTURA. ALGUNOS CASOS DE ROTURA POR SOBREVERTIDO

### 6.1.1 Mecanismos básicos de rotura

Aunque el mecanismo real de rotura es complejo y generalmente se produce por fases en las que participan diversos mecanismos de detalle, podemos agrupar los mecanismos simples de rotura de una presa de materiales sueltos sometida a vertido sobre coronación en dos básicos:

- 1° Arrastre de piedras o de partículas por la corriente de agua que circula sobre el talud de agua abajo y erosión progresiva del espaldón.
- 2° Deslizamiento en masa de una parte del espaldón a causa del campo de presiones intersticiales correspondientes a la filtración del agua a través del cuerpo de la presa. En este caso el fallo se produce de forma súbita.

Cualquier mecanismo simple puede incluirse dentro de uno de estos dos grupos, salvo algunos especiales que no suelen ser causa del fallo total de la presa, como puede ser



el arrastre de partículas del núcleo por el caudal que circula por el interior del espaldón de agua abajo, estudiado en Noruega por Skoglund y Solvik<sup>1</sup>.

### **6.1.2 Rotura por arraste y erosión**

Es el mecanismo de rotura al que se ha dedicado más atención, casi exclusivamente. El mecanismo es distinto según el material sobre el que se produce el movimiento del agua. En una presa homogénea o con espaldón de aguas abajo impermeable, de material arcilloso, la resistencia a la erosión se debe a la cohesión existente entre las partículas que son muy finas y serían arrastradas inmediatamente por el agua si no fuera por la fuerza cohesiva aglutinante. En cambio, las presas de tierra o de escollera, con espaldón de aguas abajo constituido por material granular no cohesivo, la resistencia al arrastre se produce principalmente por el peso de cada partícula o escollera considerada aisladamente y también por la imbricación de las partículas superficiales.

Los materiales cohesivos han demostrado una resistencia al paso del agua mucho mayor que los materiales granulares. Si el peso de la escollera no es suficiente para resistir la fuerza de arrastre del agua que escurre sobre el talud de la presa, el espaldón de escollera es erosionado de forma relativamente rápida, y eso suele suceder en la inmensa mayoría de las presas construidas. Para que el arrastre no se produzca, aún con escollera superficial de tamaño relativamente grande, es preciso adoptar taludes de aguas abajo suaves. Esta es la causa por la que únicamente se tiene referencia de una presa de relativa envergadura diseñada sin otro aliviadero que el propio cuerpo de presa protegido con escollera. Se trata de la presa de Khasab, diseñada siguiendo los criterios de Knauss<sup>2</sup>. En cambio, el material cohesivo adecuadamente compactado ha demostrado resistir durante un tiempo apreciable

---

<sup>1</sup>*Skoglund y Solvik; 1995. (81)*

<sup>2</sup>*Knauss; 1979. (48)*

vertidos de relativa importancia. A continuación se recogen algunos casos de roturas documentadas que acreditan lo anterior.

### ROTURA DE LA ATAGUIA DE LA PRESA DEL JERTE<sup>3</sup>

La ataguía de la Presa del Jerte estaba prevista de 23 m. de altura sobre cimiento, 15 m. sobre cauce, con núcleo arcilloso ligeramente inclinado con talud 0,4:1 quedando en desplome hacia agua abajo y espaldones de grava. La longitud de coronación es de 220 m. En el momento en que se produjo la rotura, el 7 de Diciembre de 1.977, la ataguía se había construido en toda su longitud hasta una altura de 15 m. sobre cimiento, 7 m. sobre cauce. El vertido sobre coronación comenzó a las 11:55 horas, y la máxima altura de lámina de sobrevertido, de 0,90 m., se registró 50 minutos más tarde, a las 12:45 horas. El espaldón de grava y los filtros situados aguas abajo del núcleo fueron eliminados en poco tiempo. A los 25 minutos del inicio del vertido ya no quedaba nada de ellos, manteniéndose en pie el núcleo de arcilla a pesar de su desplome hacia aguas abajo y de la falta de apoyo sobre el espaldón eliminado.

El núcleo comenzó a romperse a las 12:45 horas según lajas paralelas al eje de presa, cuando el caudal era máximo, con 90 cm. de altura de lámina, manteniendo la cota de coronación inalterada hasta que apareció la primera escotadura, de 60 m. de longitud y forma prácticamente rectangular, con 2,5 a 3 m. de altura, a las 14:00 h. aproximadamente. El núcleo se fue erosionando lentamente hasta que, a la mañana siguiente, la escotadura tenía su umbral a la cota del río. En las fotografías que se incluyen en las páginas siguientes puede observarse la evolución del proceso de rotura por sobrevertido.

---

<sup>3</sup>*Euroestudios; 1977. (19) y (20)*

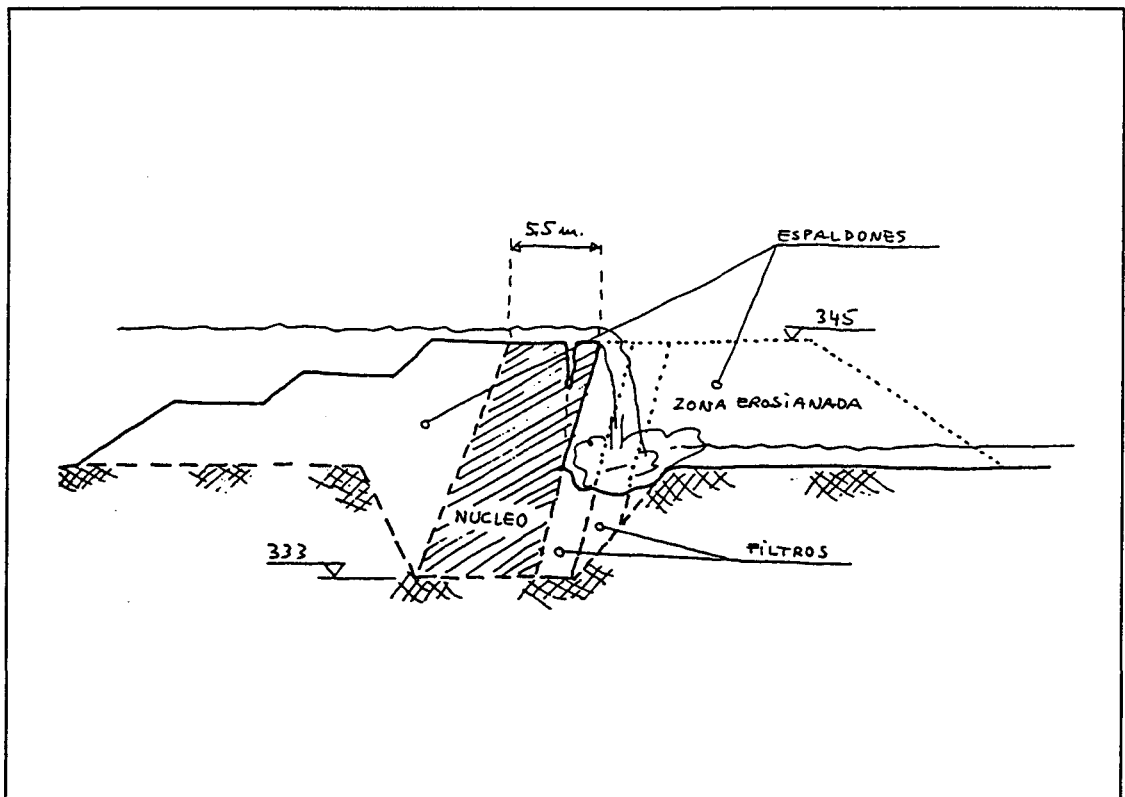


Fig. nº 6.1: Croquis de la rotura de la ataguía de la presa del Jerte por sobrevertido.

(Fuente: Euroestudios, S.A; 1977) (20)

Con anterioridad al episodio que provocó la rotura de la ataguía el 7 de Diciembre de 1.977, ya el 9 de Octubre del mismo año la ataguía había sufrido otro episodio lluvioso que provocó el sobrevertido durante unas 4 horas con una altura de lámina que llegó a ser de 40 cm., sin que se produjera otro daño en el núcleo que la verticalización del mismo en su zona superior desplomada hacia agua abajo, y sin reducirse la cota de coronación, que en ese momento de la construcción era la 341,5, 3,5 m. menos que la alcanzada en el momento de producirse la avenida que produjo la rotura. Durante el episodio del 9 de octubre gran parte del espaldón de aguas abajo fue eliminado.

1



2





#### ROTURA DE LA ATAGUIA DE LA PRESA DE HANS STRYDOM<sup>4</sup>

Más adelante se analizará en detalle este caso de rotura por sobrevertido. Nos centraremos ahora en resaltar la resistencia que ofreció el núcleo arcilloso de la ataguía, que en el momento de la rotura, el 7 de Marzo de 1.977, había alcanzado 18,6 m. sobre cimiento de los 22 que habría de tener una vez completada.

Después de haber sido completamente eliminado el espaldón de escollera de aguas abajo, el núcleo resistió en ménsula durante 20 minutos, hasta que el agua vertida sobre el mismo erosionó su apoyo y se produjo el vuelco, rompiéndose en grandes bloques de material compactado que fueron encontrados entre el resto de material esparcido por el río en un tramo de 200 m. aguas abajo de la ataguía, con un espesor de unos 4 m. La altura de lámina de vertido sobre el núcleo llegó a ser de 0,5 m., pero la duración del vertido no fue suficiente para erosionar el núcleo, que falló por inestabilidad global como un sólido rígido. Hay que señalar que la compactación del núcleo había sido muy intensa.

#### ROTURA DE LA PRESA DE TOUS<sup>5</sup>

La antigua presa de Tous, de escollera con núcleo de arcilla, fue destruida el 20 de octubre de 1.982 como consecuencia de una avenida excepcional que provocó el sobrevertido a las 16:00 h. A los 20 minutos la lámina de sobrevertido alcanzó el valor máximo de 1 m. La rotura de la mayor parte de la presa se completó en unas 5 horas. A pesar de lo cuantioso de los caudales que circularon sobre el núcleo, y que arrastraron casi completamente el espaldón de escollera de aguas abajo, una parte relativamente importante del núcleo resistió y ha sido aprovechada para la construcción de la nueva Presa de Tous en el mismo emplazamiento.

---

<sup>4</sup>*Odendaal y Van Zyl; 1979. (64)*

<sup>5</sup>*Utrillas, Gamo y Soriano; 1992. (90)*

Como podemos deducir de los casos anteriores, en materiales cohesivos la resistencia a la erosión es apreciable, por lo que se requiere, aparte de un caudal suficientemente elevado, una duración mínima para que la afección resulte significativa. Parece seguro que numerosas presas homogéneas de material arcilloso habrán sufrido vertidos con caudales y/o duraciones insuficientes para provocar daños apreciables, por lo que dichos episodios han pasado inadvertidos. La relativamente elevada resistencia de los materiales cohesivos a la erosión hace posible un mecanismo de fallo repentino, no progresivo, en presas con núcleo arcilloso y espaldones de material granular, por eliminación del espaldón de aguas abajo durante la fase inicial de vertido y pérdida posterior de estabilidad del núcleo como sólido rígido al carecer de dicho apoyo, liberándose de forma súbita el agua contenida en el embalse.

Otros ejemplos de resistencia del material cohesivo al vertido son las presas de Loerie (Sudáfrica) o la de Cubillas. La primera, de 26 m. de altura, resistió el paso de una lámina de 45 cm. durante 25 minutos. El talud de aguas abajo estaba protegido únicamente con plantación de césped. En Marzo de 1.981 sufrió el paso de una lámina de 1,74 m. durante 75 minutos, produciéndose algunos daños, pero no la rotura de la presa<sup>6</sup>.

Como hemos visto, son los materiales granulares, aunque se trate de escollera de tamaño apreciable, los que ofrecen una menor resistencia al arrastre por el agua que circula sobre el talud de aguas abajo como consecuencia del vertido sobre la coronación de la presa. La pérdida de material del espaldón no se produce de forma uniforme en toda el área afectada por el vertido, sino que se inicia en determinados puntos a partir de singularidades que propician dicho inicio. Entonces la erosión se concentra en esos puntos de inicio para extenderse a partir de ellos hasta que la brecha abierta permite desaguar el caudal preciso para que cese el vertido sobre la parte de la coronación no afectada por la erosión, deteniéndose el proceso erosivo, salvo en la zona de la brecha, donde progresa hasta que el proceso se estabiliza.

---

<sup>6</sup> *Jiménez Salas; 1993. (45)*

La erosión puede iniciarse en el perímetro de contacto del talud de agua abajo con el terreno, donde el agua vertida sobre la coronación choca con el terreno de apoyo de la presa, produciéndose turbulencias que favorecen el levantamiento y posterior arrastre de las partículas. Particularmente delicado a este respecto es el pie de la presa, ya que la estabilidad de las partículas situadas en esa zona se ve afectada negativamente por la fuerza de rozamiento debida al caudal que circula por el interior del espaldón y que sale al exterior a través de la zona de emergencia, con gradientes máximos en la zona del pie. A esto debe añadirse, como se verá más adelante, la posibilidad de que en dicha zona se produzcan deslizamientos superficiales que favorezcan el inicio del proceso erosivo al romper la continuidad del talud. Otra zona de posible inicio de la erosión es la de coronación, donde se produce un violento cambio de dirección del agua y localmente succiones que pueden provocar el levantamiento de partículas favoreciendo su arrastre. También puede iniciarse el proceso erosivo a partir del levantamiento de partículas de menor peso y con menor imbricación en el conjunto o dispuestas de modo menos favorable, por ejemplo, con su superficie mayor paralela a la superficie del talud. Se ha comprobado mediante ensayos en modelo reducido que dicha posición resulta mucho menos estable frente al arrastre que la correspondiente a la superficie mayor ortogonal al talud y paralela a la dirección del agua sobre el mismo.

En consecuencia, para evitar la rotura de una presa de escollera por vertido sobre la coronación, las medidas deben encaminarse a la protección del pie de presa, del perímetro de contacto con el terreno de apoyo y de la coronación. También debe elegirse un tamaño de escollera de protección adecuado, teniendo en cuenta al analizar la estabilidad que la imbricación y forma y disposición de la escollera también influyen en la estabilidad. Numerosos investigadores se han ocupado del estudio de la estabilidad de la escollera frente al arrastre, algunos de los cuales se verán en el capítulo siguiente.



### 6.1.3 Rotura por deslizamiento en masa

Para que se produzca la rotura por deslizamiento en masa es preciso que el agua penetre en el espaldón de aguas abajo, saturándolo parcial o totalmente e instalando un campo de presiones intersticiales suficiente para provocar la inestabilidad de una parte del espaldón según una superficie de deslizamiento potencial. Si la presa es de escollera, el agua encuentra poca dificultad para penetrar en el espaldón de aguas abajo al producirse el vertido sobre coronación, por lo que la saturación del espaldón puede producirse de forma rápida, siendo factible que ello suceda en el intervalo de tiempo que dure el vertido sobre la coronación. Por tanto, en este caso pueden darse las condiciones para que se produzca un deslizamiento en masa. En cambio, el tiempo necesario para que se produzca la saturación del espaldón, aunque sólo sea parcial, de una presa de material cohesivo arcilloso es grande, mucho mayor que la duración de una avenida. En consecuencia, difícilmente puede producirse la rotura de una presa de material cohesivo por deslizamiento en masa. Este tipo de presa romperá, si el caudal y la duración del vertido son suficientes, por erosión superficial.

A continuación se presentan algunos casos de presas en cuya rotura ha participado el mecanismo de rotura por deslizamiento en masa.

#### ROTURA DE LA PRESA DE BELCI<sup>7</sup>

La presa de Belci (Rumanía) tenía 415 m. de longitud de coronación, con una parte central de hormigón en la que se situaban los órganos de desagüe, y dos diques laterales de tierra con núcleo de arcilla. Además, el talud de agua arriba se impermeabilizó mediante una pantalla de hormigón. Los espaldones eran de grava del aluvial del río compactada. La altura total de la presa en los diques de tierra era de 18,5 m. sobre el fondo de la zanja de apoyo del núcleo arcilloso.

---

<sup>7</sup>*Diacon, Stematiu y Mircea; 1992. (17)*

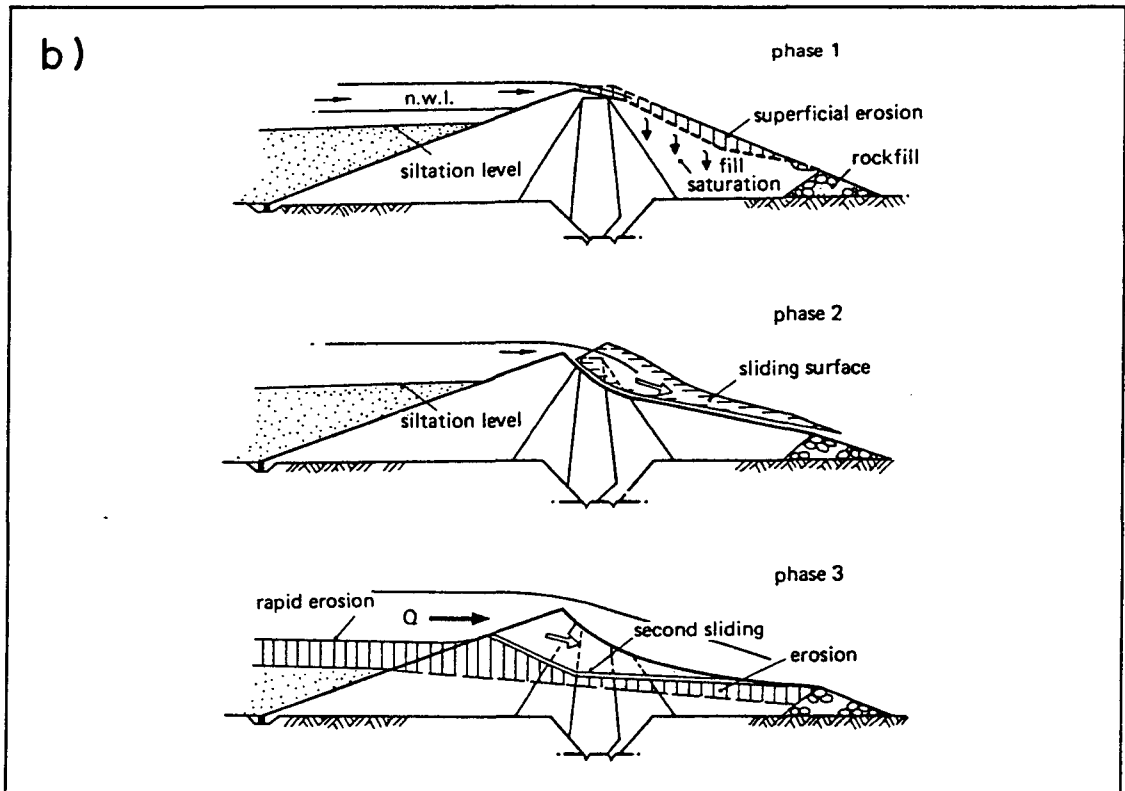
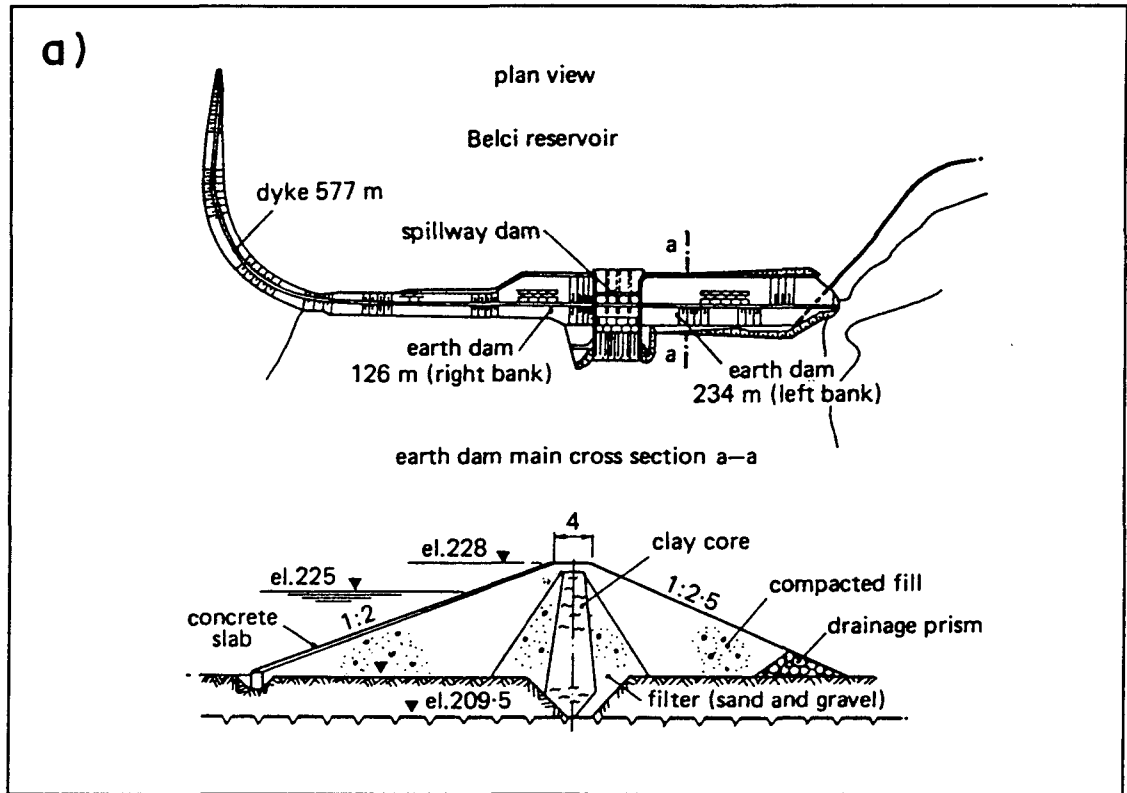


Fig. nº 6.2: Presa de Belci: a) Planta y sección tipo; b) Esquema de las fases de rotura por sobrevertido.

(Fuente: Diacon, Stematiu y mircea; 1992)(17)

La cronología de la rotura puede resumirse así:

22:00 Inicio del episodio lluvioso cuando el agua se encontraba 0,40 m. bajo la cota del máximo nivel normal. Se registran en las estaciones próximas precipitaciones de 95,6 y 148,8 mm. en hora y media.

23:50 Intento de apertura de compuertas y fallo de suministro eléctrico. Sólo pueden abrirse 0,40 m. de una compuerta.

2:15 Inicio de vertido sobre coronación.

4:50 Primer deslizamiento en el dique de la margen izquierda, abriendo una brecha de unos 80 m. de longitud y 3,5 m. de profundidad.

6:15 Segundo deslizamiento, que amplía la brecha anterior a unos 100 m. de longitud y 6,5 m. de profundidad.

6:30 Inundación principal de las ciudades de Slobozia y Gura Vaii.

7:15 El embalse se encuentra ya casi vacío.

7:50 El río circula a través de la brecha abierta en la presa hasta el nivel de los aterramientos.

En el momento de inicio del vertido el caudal de avenida era de 2.200 m<sup>3</sup>/s. Como consecuencia de los deslizamientos producidos se registraron en las estaciones situadas aguas abajo de la presa violentas ondas de rotura. El tiempo transcurrido desde el inicio del vertido hasta el primer deslizamiento fue de unas 2,5 h., lo que parece indicar que el campo de presiones intersticiales se instaló en el espaldón de aguas abajo de una forma relativamente rápida. El mecanismo de rotura fue mixto, produciéndose varios deslizamientos combinados con arrastre y erosión.

## ROTURA DE LA ATAGUIA DE LA PRESA DE HANS STRYDOM<sup>8</sup>

La atagüa de la presa de Hans Strydom (Suráfrica), de escollera con núcleo de arcilla, sufrió sobrevertido el 7 de Marzo de 1.977, cuando se habían completado 18,6 m. de los 22 que habría de tener una vez finalizada, como ya se ha mencionado en el apartado anterior.

Los intentos de abrir brechas en roca sana para facilitar la salida del agua sin daños fue inútil. A las 9:30 h. comenzó el vertido sobre coronación. A las 10:30 h. el nivel del agua seguía subiendo y antes de finalizar una apertura que estaba siendo ejecutada en el cuerpo de la presa se produjo un gran deslizamiento. Además de la erosión que se produjo a continuación, se observó una sucesión de deslizamientos progresivamente más profundos. El espaldón de escollera fue totalmente eliminado mientras, como ya se dijo anteriormente, el núcleo se mantuvo en ménsula un tiempo para acabar volcando como un sólido rígido.

También en este caso parece que la saturación del espaldón debió producirse en un intervalo de tiempo reducido.

Hay otros casos en los que se han producido deslizamientos como consecuencia del vertido sobre coronación. En la presa de Bridle Drift, de escollera armada con núcleo inclinado y 51 m. de altura, parece que se produjo un deslizamiento profundo en la zona superior, según deducen Shand y Pells de un descenso rápido que se produjo en la lámina de agua<sup>9</sup>.

En la presa de Hell Hole se produjeron grandes deslizamientos después de haberse producido una erosión que cambió la geometría del talud<sup>10</sup>.

---

<sup>8</sup>*Odendaal y Van Zyl; 1979. (64)*

<sup>9</sup>*Shand y Pells; 1970. (79)*

<sup>10</sup>*Shand y Pells; 1970. (79)*

La presa de Xonxa (Sudáfrica), de tierra y escollera armada con altura máxima de 48 m., se rompió como consecuencia de un vertido sobre coronación, pero no se encontraron indicios de que se hubieran producido deslizamientos profundos, lo que se explicó teniendo en cuenta la elevada permeabilidad horizontal y reducida

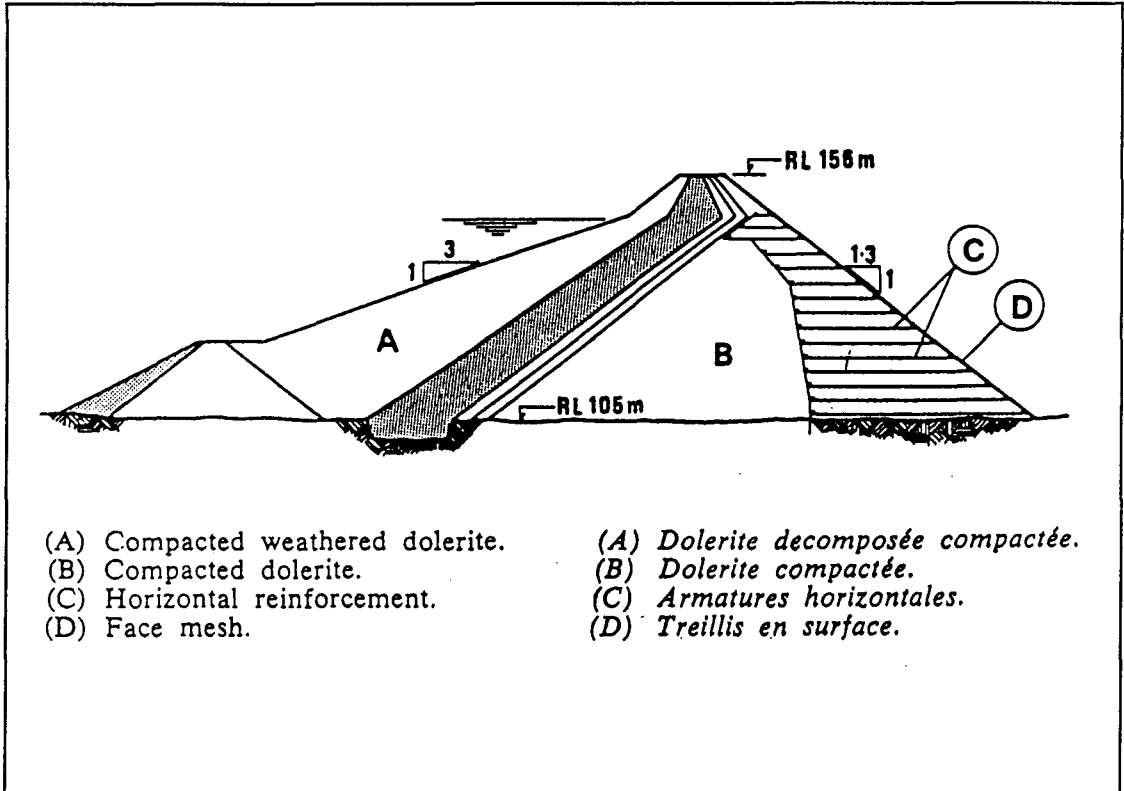


Fig. nº 6.3: Presa de Bridle Drift. Sección tipo

(Fuente: Shand y Pells; 1970) (79)

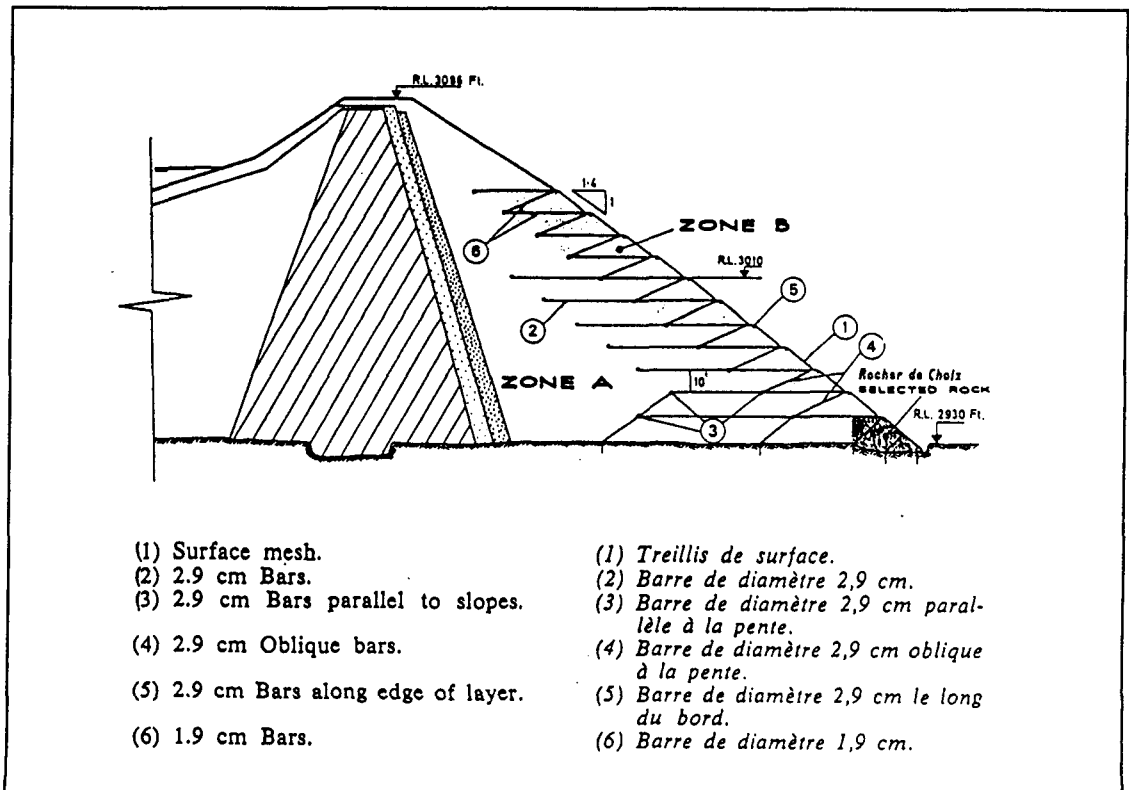


Fig. nº 6.4: Presa de Xonxa. Sección tipo

(Fuente: Shand y Pells; 1970) (79)

permeabilidad vertical de la escollera, que debió impedir la instalación del campo de presiones intersticiales en la zona inferior del espaldón<sup>11</sup>.

#### 6.1.4 Planteamiento del análisis

Como se puede deducir de los casos referenciados de roturas de presas de escollera por sobrevertido, el mecanismo de rotura es complejo, participando generalmente los dos mecanismos básicos de arrastre y deslizamiento. En ocasiones los deslizamientos quedarán enmascarados por el fenómeno de arrastre al ser los deslizamientos muy superficiales. En este caso los deslizamientos aceleran el proceso de arrastre de la escollera del espaldón, pero no provocan por sí mismos la rotura súbita de la presa, aunque sí pueden, por cambio de geometría del espaldón, favorecer el desencadenamiento de deslizamientos más profundos, como sucedió en la presa de Hell Hole<sup>12</sup>.

El análisis de la estabilidad frente al deslizamiento en una presa de escollera sometida a sobrevertido puede tener básicamente dos objetivos alternativos:

- a) Definir el coeficiente de seguridad de una presa existente o el talud mínimo con que se ha de diseñar una presa para que el coeficiente de seguridad sea uno prefijado. En este caso debe admitirse la situación pésima de espaldón completamente saturado, que es una situación estacionaria.
- b) Analizar el comportamiento de una presa, existente o en fase de diseño, frente al sobrevertido producido por una avenida de proyecto. En este caso el factor

---

<sup>11</sup> *Odendaal y Van Zyl; 1979. (64)*

<sup>12</sup> *Shand y Pells; 1970. (79)*

tiempo resulta esencial y los fenómenos de arrastre y deslizamiento, somero o profundo, deben considerarse de forma acoplada.

A efectos de diseño o determinación de la seguridad de una presa existente el primero de los dos objetivos anteriores es prioritario. En esta Tesis Doctoral, en el apartado siguiente, se analiza de forma detallada el caso de presa de escollera sometida a sobrevvertido, habiéndose alcanzado la situación de espaldón completamente saturado. Este capítulo termina analizando de forma cualitativa los factores incidentes en el proceso de saturación del espaldón y su influencia en el mecanismo de rotura, dejando abierta una vía de investigación para el análisis cuantitativo de todo ello.



## 6.2 ROTURA POR DESLIZAMIENTO EN MASA

### 6.2.1 Introducción

Los cálculos de estabilidad del estudio paramétrico se han realizado con el conocido paquete informático SLOPE/W en la hipótesis de espaldón completamente saturado, partiendo de las presiones del agua obtenidas mediante el programa MNLEE.RDF. Para evitar la limitación de las superficies de deslizamiento en profundidad se ha completado la presa con un núcleo y un espaldón de agua arriba, añadiéndolos al espaldón de agua abajo considerado al modelizar el movimiento del agua por el interior del mismo.

El objetivo esencial es la determinación de la relación existente entre la geometría de la presa, las características de la escollera utilizada y el coeficiente de seguridad de la presa frente al deslizamiento por sobrevertido. Además se analiza lo que se denomina *área inestable*, definida por la envolvente de todas las superficies de deslizamiento que tienen coeficiente de seguridad menor que la unidad.

Para ello se realiza un estudio paramétrico haciendo variar en el modelo matemático las principales magnitudes intervinientes, como se detalla en el apartado 6.2.3.

Los resultados obtenidos confirman la bondad de la fórmula que se propone en el apartado 6.2.4 para determinar el coeficiente de seguridad frente al deslizamiento.

### 6.2.2 Método de cálculo de la estabilidad de la presa

Los cálculos de estabilidad frente al deslizamiento se han realizado mediante el *método general del equilibrio límite*<sup>13</sup>. Se han considerado, por comodidad en el

---

<sup>13</sup>Ver Capítulo 8 del Manual del Usuario del programa SLOPE/W. (31)

estudio paramétrico, ya que se han realizado numerosos cálculos de estabilidad, superficies de deslizamiento potencial circulares con centros en una malla definida en cada caso y cinco radios para cada centro.

### 6.2.3 Estudio paramétrico

El estudio paramétrico se plantea en función de los objetivos propuestos y teniendo en cuenta las conclusiones obtenidas del análisis del movimiento del agua a través del espaldón sometido a sobrevertido.

Los aspectos que se pretende analizar son:

- 1° Coeficiente de seguridad frente al deslizamiento.
- 2° Area inestable.
- 3° Influencia de la linealidad o no linealidad de la fórmula de resistencia.

A continuación se especifican los cálculos de estabilidad realizados para cubrir cada uno de los objetivos anteriores.

#### a) COEFICIENTE DE SEGURIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO

Dado que las presiones relativas, expresadas como porcentaje de la altura de espaldón sobre el punto considerado, no dependen de la altura de presa, ni tampoco del coeficiente de la fórmula de resistencia de la escollera, y teniendo en cuenta que el exponente de dicha fórmula se encuentra generalmente próximo al valor 1,85 y la dependencia de dicho exponente es despreciable en el rango de valores existentes en la práctica, se han fijado los valores de dichos parámetros, para hacer variar los que tienen influencia en la estabilidad de la presa. Así, todos los cálculos realizados tienen en común:

- \* Altura de presa: 50 m.
- \* Fórmula de resistencia:  $i = 0,07134 \times v^{1,85}$

Los parámetros que se han hecho variar son:

- \* Talud (N)
- \* Angulo de rozamiento de la escollera ( $\varphi$ )
- \* Densidad saturada de la escollera ( $\gamma_{e,sat}$ )

Los 32 casos modelizados son:

N	$\varphi(^{\circ})$	$\gamma_{e,sat}(T/m^3)$	
1,5	32	2	
		2,2	
	38	2	
		2,2	
	45	2	
		2,2	
	50	2	
		2,2	
	1,75	32	2
			2,2
38		2	
		2,2	
45		2	
		2,2	
50		2	
		2,2	
2		32	2
			2,2
	38	2	
		2,2	
	45	2	
		2,2	
	50	2	
		2,2	
	3	32	2
			2,2
38		2	
		2,2	
45		2	
		2,2	
50		2	
		2,2	

Los casos modelizados abarcan la inmensa mayoría de los que pueden presentarse en la práctica. Los resultados pueden verse en el Apéndice 6.1, situado al final de este capítulo. Para cada caso se incluye un gráfico en el que se representa el círculo pésimo, las líneas de isoseguridad y el coeficiente de seguridad de la presa, correspondiente al referido círculo pésimo, situado junto al centro de dicho círculo.

Previamente a la realización de los cálculos anteriores, se analizó la influencia de la profundidad de los círculos superficiales en el coeficiente de seguridad obtenido. Para ello se realizaron los siguientes cálculos, para dos taludes distintos, haciendo variar la profundidad de círculo mínima a considerar, expresada como un porcentaje de la altura de presa ( $P_{\min}$ ).

N	$P_{\min}$ (%)
1,5	2
	5
	10
	15
3	2
	5
	10
	15

Los parámetros que se mantuvieron fijos son:

Altura de presa:  $H = 50$  m.

Fórmula de resistencia:  $i = 0,07134 \times v^{1,85}$

Angulo de rozamiento:  $\varphi = 45^\circ$

Densidad saturada de la escollera:  $\gamma_{e,\text{sat}} = 2,2$  T/m<sup>3</sup>

Los resultados obtenidos se representan gráficamente en el Apéndice 6.2.

b) AREA INESTABLE

Para analizar el área inestable de la presa se han realizado cálculos manteniendo invariables:

Altura de presa:  $H = 50$  m.

Fórmula de resistencia:  $i = 0,07134 \times v^{1,85}$

Densidad saturada de la escollera:  $\gamma_{e,sat} = 2,2$  T/m<sup>3</sup>

Se ha definido la envolvente de las superficies de deslizamiento con coeficiente de seguridad  $F \leq 1$  en los siguientes casos:

N	$\varphi(^{\circ})$
1,5	32
	38
	45
	50
1,75	32
	38
	45
	50
2	32
	38
	45
	50

En el Apéndice 6.4 pueden verse las envolventes mencionadas, correspondientes a cada uno de los casos anteriores.

c) INFLUENCIA DE LA LINEALIDAD O NO LINEALIDAD DE LA FORMULA DE RESISTENCIA

Se ha realizado el cálculo correspondiente a:

Altura de presa:  $H = 50$  m.

Fórmula de resistencia: lineal y no lineal.

Angulo de rozamiento:  $\varphi = 45^\circ$

Densidad saturada de la escollera:  $\gamma_{e,sat} = 2,2$  T/m<sup>3</sup>

Talud:  $N = 2$

considerando los campos de presiones intersticiales obtenidos en dos casos, de movimiento lineal y no lineal, con fórmulas de resistencia con exponente  $m = 1$  y  $m = 1,85$  respectivamente. Los resultados se presentan en el Apéndice 6.3, donde se incluyen también las envolventes de las superficies de deslizamiento con coeficiente de seguridad  $F \leq 1$ , que definen el área inestable en ambos casos.

#### 6.2.4 Coeficiente de seguridad. Fórmula que se propone

##### CIRCULOS DE DESLIZAMIENTO PESIMOS

Los círculos de deslizamiento pésimos son superficiales y se producen en todos los casos en las proximidades del pie de presa, que es donde la presión relativa<sup>14</sup> es mayor, del orden del 100%.

---

<sup>14</sup>Presión del agua expresada como un porcentaje de la altura de escollera existente sobre el punto considerado.

Como puede deducirse observando las curvas de isoseguridad de cualquiera de los casos calculados<sup>15</sup>, el coeficiente de seguridad decrece monótonamente a medida que aumenta el radio del círculo y a medida que se aproxima su centro a la normal al talud por el pie de presa. También decrece el coeficiente de seguridad obtenido a medida que los círculos considerados son más superficiales.

La malla de centros de deslizamiento se ha elegido de modo que el coeficiente de seguridad obtenido se aproxime adecuadamente al valor asintótico. Otra elección que debe hacerse para realizar el cálculo es la profundidad del círculo más superficial. Antes de optar por una profundidad mínima se han realizado cálculos con distintas profundidades del círculo más somero, como puede verse en el Apéndice 6.2, considerando profundidades bajo el talud entre el 2% y el 15% de la altura de presa. En la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos<sup>16</sup>.

N	P (%)	F
1,5	2	0,798
	5	0,824
	10	0,847
	15	0,865
3	2	1,506
	5	1,528
	10	1,579
	15	1,606

Respecto a los círculos extremadamente superficiales pueden hacerse las siguientes consideraciones:

<sup>15</sup>Ver Apéndice 6.1

<sup>16</sup>Los cálculos se han realizado para una presa de 50 m. de altura, con  $\varphi = 45^\circ$  y  $\gamma_{e,sat} = 2,2$  T/m<sup>3</sup>.



- 1° Aunque no sean causa directa de rotura catastrófica de la presa, por afectar a un volumen reducido del espaldón, sí que pueden marcar el inicio de la rotura, facilitando el fenómeno de arrastre de la escollera y el desencadenamiento de deslizamientos más profundos.
- 2° Cuando el círculo es extremadamente superficial las hipótesis de cálculo dejan de ser válidas, ya que factores que pueden despreciarse incluso para círculos someros, cuando la profundidad se reduce a valores extremadamente reducidos pueden desempeñar un papel relativamente mucho más significativo, como la imbibición de las piedras de escollera, la lámina de agua que, aunque mínima, circula sobre el talud de aguas abajo, etc.

Por todo ello, se ha considerado razonable una limitación de la profundidad del círculo más somero al 2% de la altura de la presa, y con este criterio se han realizado todos los cálculos cuyo resultado se puede ver en el Apéndice 6.1. En la tabla que se incluye al hablar de la fórmula que se propone para calcular el coeficiente de seguridad se incluyen los coeficientes de seguridad obtenidos en cada caso.

#### INFLUENCIA DE LA FORMULA DE RESISTENCIA

Al analizar en el capítulo anterior el movimiento del agua a través del espaldón, ya se observó que la influencia de la fórmula de resistencia en el campo de presiones del agua es reducida. El coeficiente de la fórmula no tiene influencia alguna y el exponente introduce unas diferencias que se han analizado en el apartado 5.8. Para comprobar que la linealidad o no linealidad del movimiento no tiene incidencia significativa en el coeficiente de seguridad se ha realizado el cálculo de estabilidad en un caso concreto considerando los campos de presiones obtenidos a partir de una fórmula de resistencia con exponente unidad, y de otra fórmula de resistencia con exponente 1,85. Los resultados pueden verse en el Apéndice 6.3. Los coeficientes de seguridad obtenidos son de 0,734 y 0,730 respectivamente. Por tanto, el error cometido al considerar el movimiento lineal en vez de no lineal, como es en realidad,

es menor que el 1%. En consecuencia, puede asegurarse que, a efectos prácticos, el cálculo de estabilidad puede realizarse a partir del campo de presiones obtenido considerando el movimiento lineal, lo que permite la utilización de los programas comerciales existentes. Esto facilitará las investigaciones que puedan realizarse con posterioridad.

#### FORMULA QUE SE PROPONE PARA DETERMINAR EL COEFICIENTE DE SEGURIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO

Como se vio en el Capítulo anterior, la presión del agua en la zona del pie de presa es del orden del 100% de la altura de escollera sobre el punto considerado. La extensión del área afectada por una presión relativa próxima al 100% depende esencialmente del talud. Podemos establecer el equilibrio de una rebanada del espaldón limitada por la superficie del mismo y una superficie paralela a una distancia prefijada.

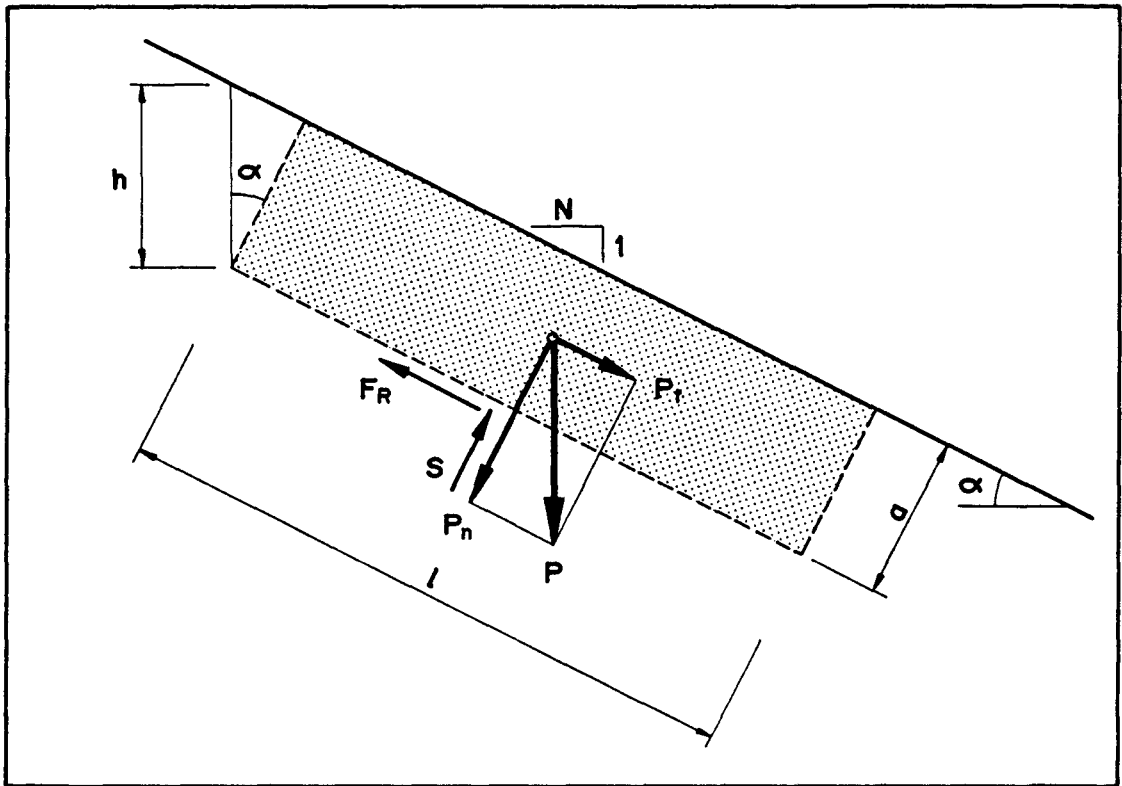


Fig. nº 6.5: Acciones sobre una rebanada según el talud.

La presión media del agua en la base de la rebanada será una fracción de la altura de escollera sobre dicha base.

$$S = \beta \cdot h \cdot l \cdot \gamma_w$$

siendo:

- S: subpresión resultante sobre la base de la rebanada.
- $\beta$ : coeficiente de subpresión.

- h: altura de escollera sobre la base, medida verticalmente.  
 l: longitud de la rebanada considerada.  
 $\gamma_w$ : densidad del agua.

Hemos denominado *coeficiente de subpresión* al tanto por uno de la altura de escollera sobre la base que representa la presión media del agua en dicha base.

El peso de la rebanada será:

$$P = \gamma_{e,sat} \cdot a \cdot l$$

siendo:

- $\gamma_{e,sat}$ : densidad saturada de la escollera.  
 a: anchura de la rebanada, medida normalmente a la superficie del talud.

El peso de la rebanada puede descomponerse en sus componentes normal y tangencial en relación a la base de la rebanada, que es la superficie de deslizamiento potencial.

$$P_n = \gamma_{e,sat} \cdot a \cdot l \cdot \cos\alpha$$

$$P_t = \gamma_{e,sat} \cdot a \cdot l \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

siendo  $\alpha$  el ángulo que forma el talud con la horizontal.

La fuerza de rozamiento en la base del talud es:

$$F_R = \frac{\tan\phi}{F} (P_n - S)$$

siendo:

$\varphi$ : ángulo de rozamiento interno de la escollera.

F: coeficiente de seguridad.

El coeficiente de seguridad frente al deslizamiento se define como el valor por el que hay que dividir  $\tan\varphi$  para que el equilibrio sea estricto.

La condición de equilibrio estricto respecto al deslizamiento de la rebanada según su base es<sup>17</sup>:

$$P_t = F_R$$

Sustituyendo:

$$\gamma_{e,sat} \cdot a \cdot l \cdot \operatorname{sen}\alpha = \frac{\tan\varphi}{F} (\gamma_{e,sat} \cdot a \cdot l \cdot \operatorname{cos}\alpha - \beta \cdot h \cdot l \cdot \gamma_w)$$

Teniendo en cuenta que:

$$h = \frac{a}{\operatorname{cos}\alpha}$$

se tiene:

$$\gamma_{e,sat} \cdot \operatorname{sen}\alpha = \frac{\tan\varphi}{F} (\gamma_{e,sat} \cdot \operatorname{cos}\alpha - \frac{\beta}{\operatorname{cos}\alpha} \cdot \gamma_w)$$

Despejando F y operando se obtiene:

$$F = \frac{1}{\gamma_{e,sat}} \cdot (\gamma_{e,sat} - \frac{\beta \cdot \gamma_w}{\operatorname{cos}^2 \alpha}) \frac{\tan\varphi}{\tan\alpha}$$

---

<sup>17</sup> Admitiendo que la zona es no sísmica

En la siguiente tabla se resumen los valores:

$F_1$ : coeficiente de seguridad obtenido mediante el cálculo completo de estabilidad realizado mediante el paquete informático comercial SLOPE/W a partir de las presiones del agua obtenidas mediante el paquete informático MNLEE.RDF.

$F_2$ : coeficiente de seguridad obtenido mediante la fórmula propuesta, considerando  $\beta = 1$ .

$\beta$ : valor del coeficiente de subpresión que iguala los valores  $F_1$  y  $F_2$ .

N	$\varphi(^{\circ})$	$\gamma_{e.sat}(T/m^3)$	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	$\beta$	
1,5	32	2,0	0,402	0,260	0,79	
		2,2	0,449	0,322	0,79	
	38	2,0	0,505	0,326	0,79	
		2,2	0,566	0,402	0,79	
	45	2,0	0,646	0,417	0,79	
		2,2	0,724	0,515	0,79	
	50	2,0	0,770	0,497	0,79	
		2,2	0,860	0,610	0,79	
	1,75	32	2,0	0,435	0,368	0,91
			2,2	0,500	0,434	0,90
38		2,0	0,544	0,460	0,91	
		2,2	0,619	0,543	0,91	
45		2,0	0,696	0,589	0,91	
		2,2	0,792	0,695	0,91	
50		2,0	0,830	0,702	0,91	
		2,2	0,940	0,830	0,91	
2,0		32	2,0	0,474	0,469	0,99
			2,2	0,544	0,540	0,99
	38	2,0	0,592	0,586	0,99	
		2,2	0,681	0,675	0,99	
	45	2,0	0,758	0,750	0,99	
		2,2	0,871	0,864	0,99	
	50	2,0	0,903	0,894	0,99	
		2,2	1,040	1,030	0,99	

Se destacan las siguientes conclusiones:

- 1<sup>a</sup> Como era de esperar, el valor del coeficiente de subpresión depende únicamente del talud, que es el que determina el campo de presiones relativas del agua.

- 2ª A medida que aumenta el talud, y por tanto existe un área mayor afectada por una presión relativa del 100%, el coeficiente de subpresión se aproxima a la unidad, siendo prácticamente la unidad para talud 2.
- 3ª Por tanto, para taludes mayores o igual que 2 puede considerarse  $\beta = 1$ . Para taludes menores el coeficiente de subpresión puede determinarse a partir de la *Fig. nº 6.6*, dibujada a partir de los valores de  $\beta$  obtenidos para  $N = 1,5$ ;  $N = 1,75$  y  $N = 2$ , o bien mediante la ecuación:

$$\beta = -0,32 N^2 + 1,52 N - 0,77$$

Utilizando la fórmula propuesta se han elaborado las *Fig. nº 6.7 a 6.10* que se incluyen a continuación y que permiten una visualización clara de la influencia de los diversos factores, de la forma en que se relacionan en el rango de valores más habituales en la práctica y que permiten una determinación rápida de cualquiera de los parámetros una vez fijados los demás.



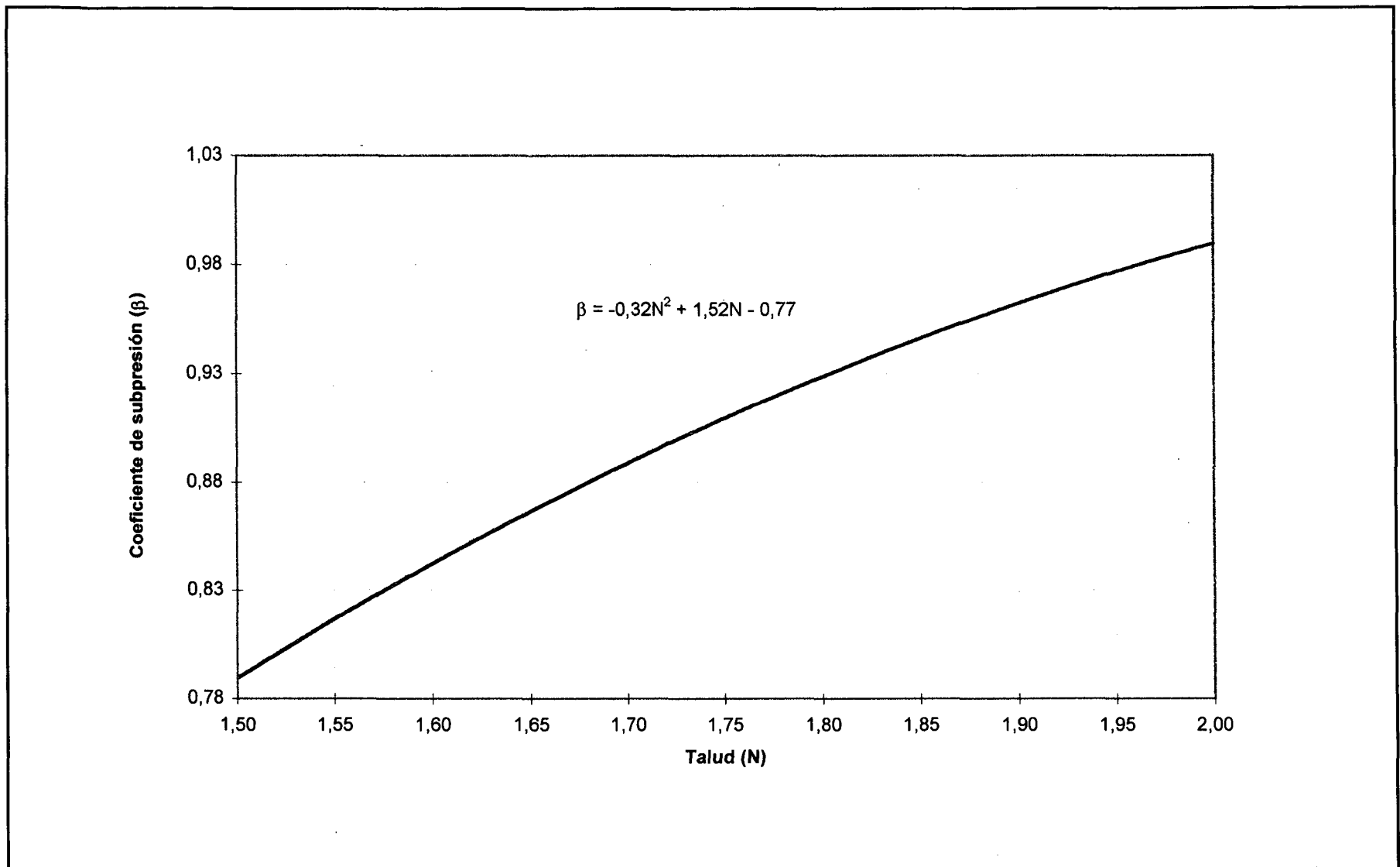


Fig. nº 6.6: Abaco para la determinación del coeficiente de subpresión

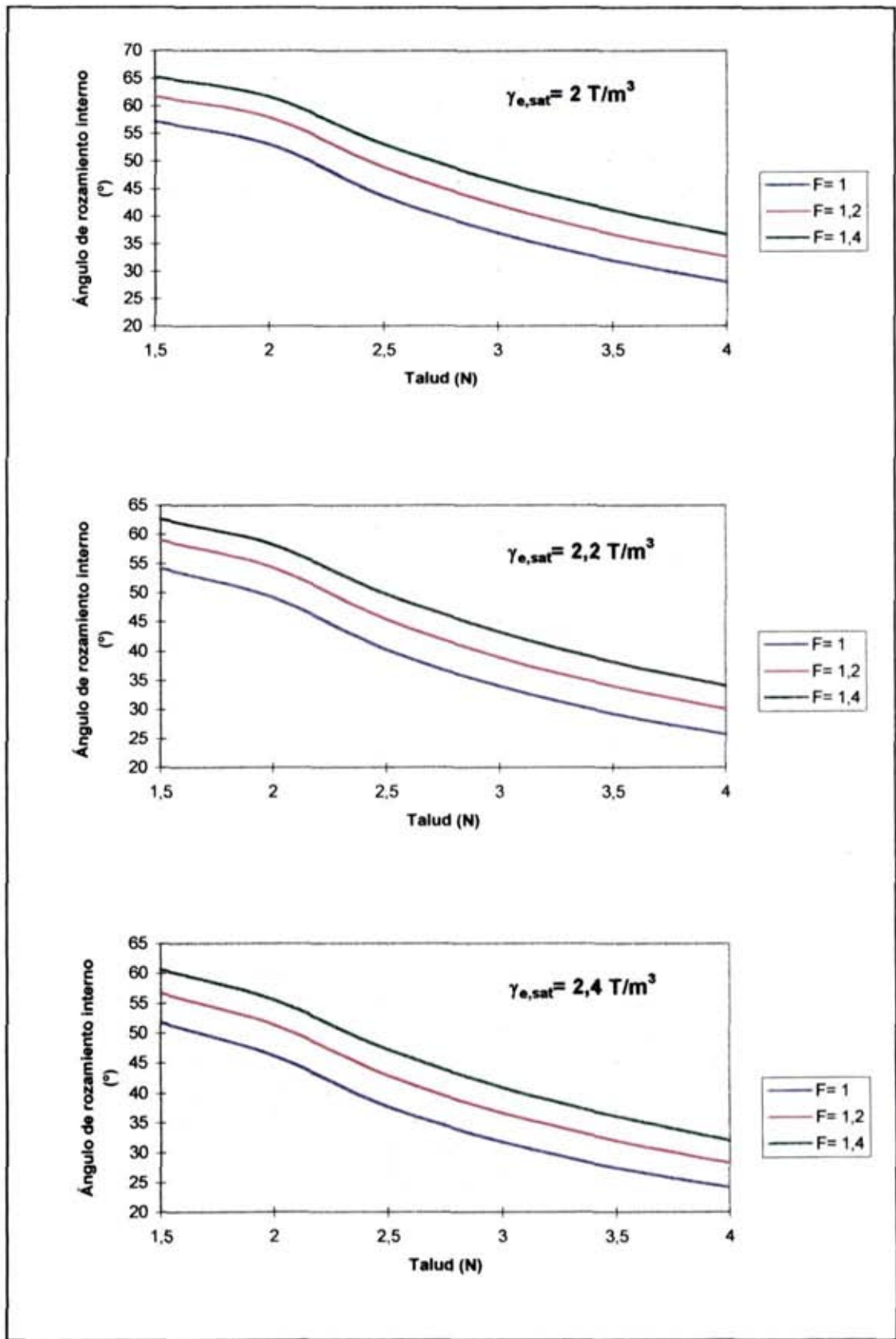


Fig. nº 6.7: Curvas de isoseguridad en el plano talud - ángulo de rozamiento interno

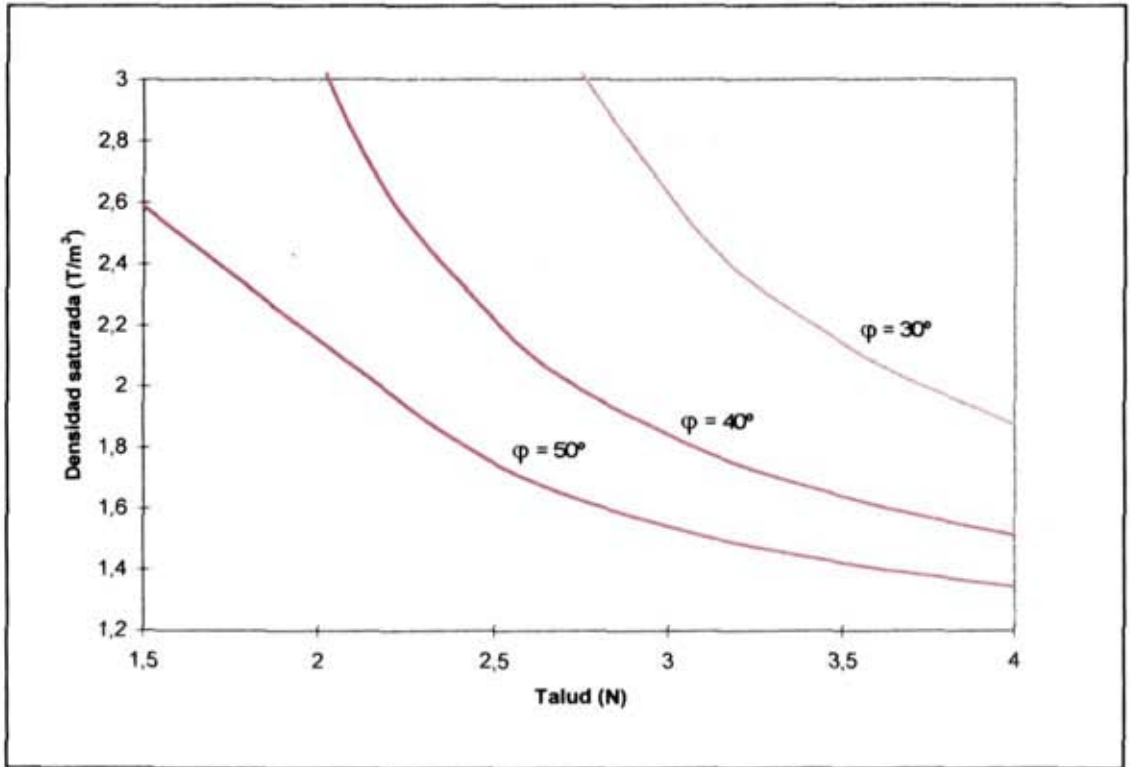


Fig. n° 6.8: Curvas de isoseguridad en el plano Talud - Densidad saturada de la escollera

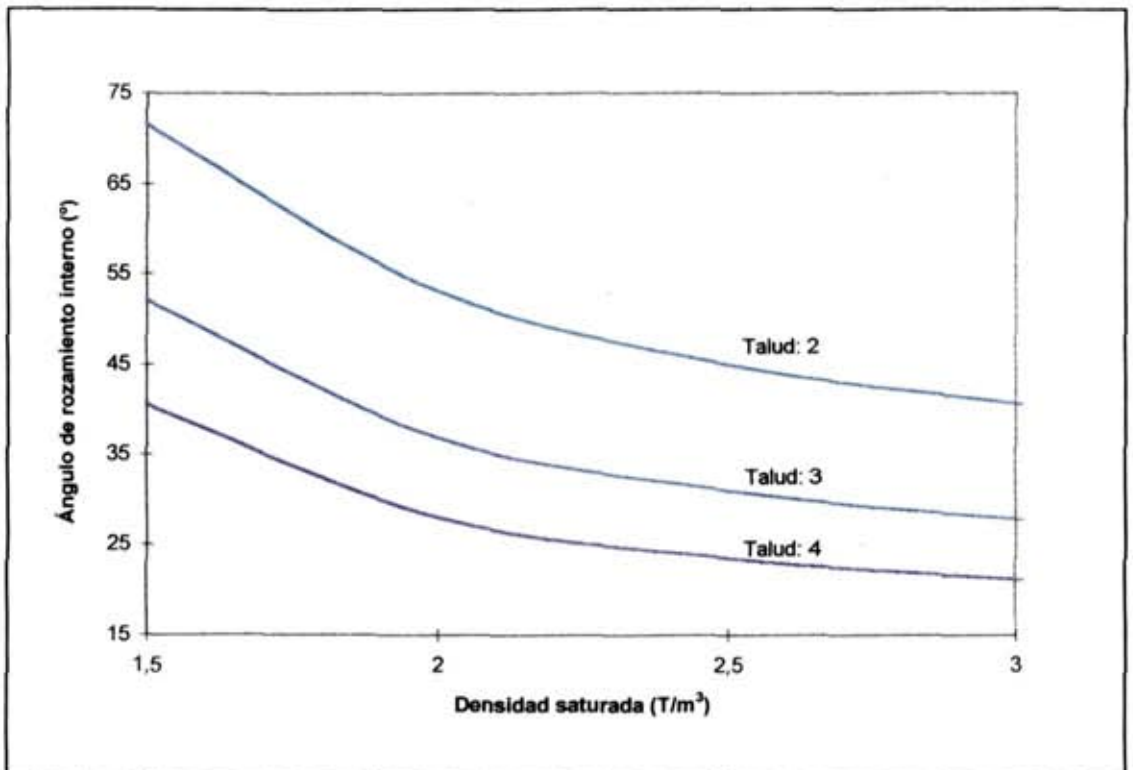


Fig. n° 6.9: Curvas de isoseguridad en el plano Densidad saturada de la escollera - Ángulo de rozamiento interno

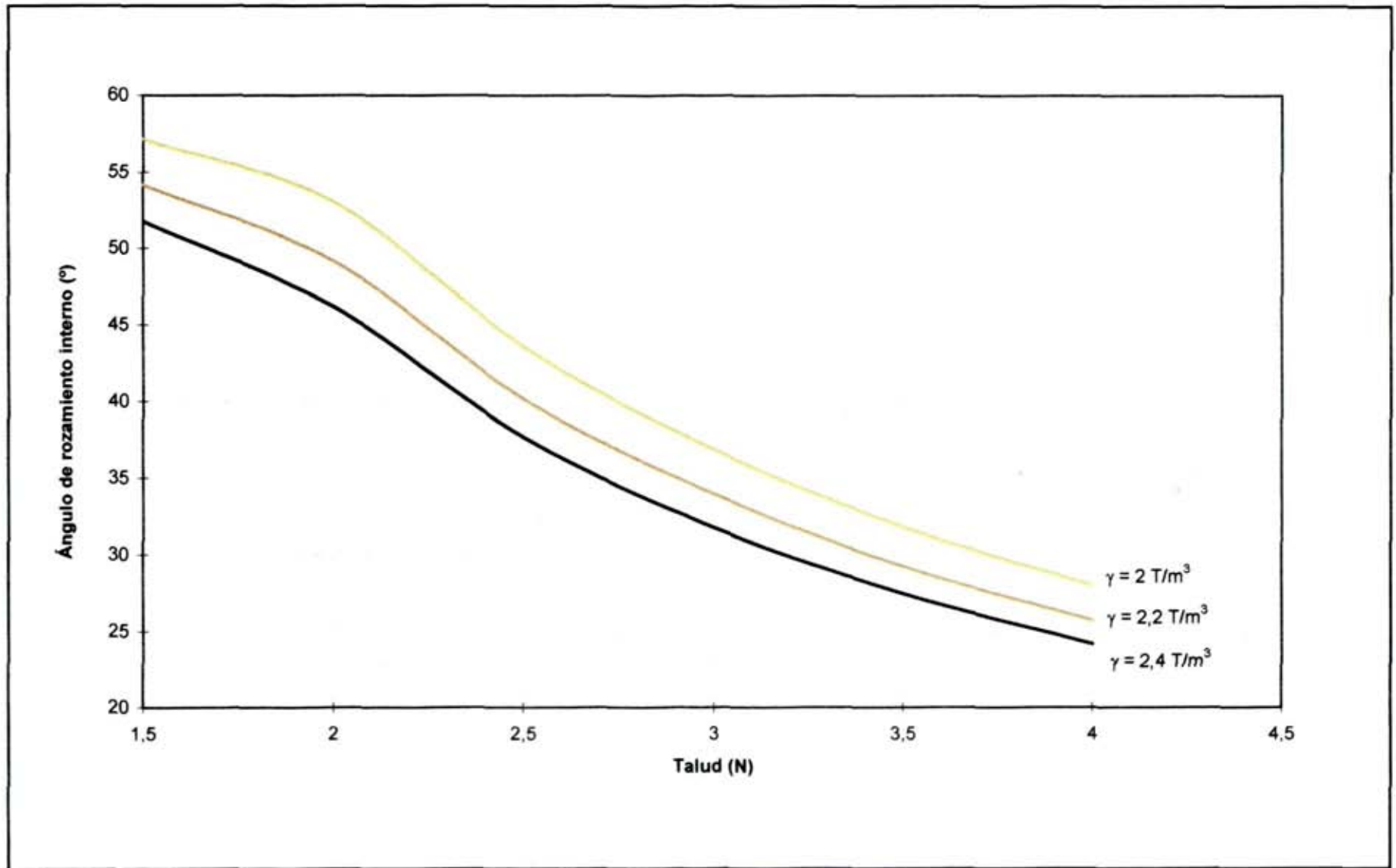


Fig. n° 6.10: Relación entre los parámetros talud, ángulo de rozamiento interno y densidad saturada de la escollera para equilibrio estricto

### 6.2.5 Círculos profundos. Área inestable

Con independencia de cuál sea la superficie pésima, con coeficiente de seguridad mínimo, el deslizamiento debe esperarse según cualquier superficie de potencial deslizamiento que tenga un coeficiente de seguridad menor que la unidad. Al hablar aquí de círculos profundos nos referimos simplemente a círculos no someros, es decir, que afectan a un volumen significativo de escollera. Se denomina *área inestable* a la abarcada por la envolvente de los círculos que tienen coeficiente de seguridad menor que la unidad. En el Apéndice 6.4 pueden verse las envolventes correspondientes a los casos modelizados.

Interesa analizar los siguientes aspectos:

- 1° Magnitud de la superficie comprendida en el *área inestable*, que determina el volumen de escollera que podría resultar movilizado de forma súbita.
- 2° Posible afección a la coronación de la presa, favoreciendo la apertura repentina de una brecha y consecuente salida de agua del embalse.

No se trata aquí de modelizar la rotura de la presa, aspecto en el que juega un papel importante el factor tiempo, como se analizará más adelante, sino que únicamente se pretende obtener algunas conclusiones respecto a los aspectos antes señalados para caracterizar el área inestable. De los resultados obtenidos se extraen las siguientes:

- 1° La extensión del área inestable depende esencialmente del talud y del ángulo de rozamiento de la escollera.
- 2° A medida que disminuye el talud (aumenta la pendiente) y disminuye el ángulo de rozamiento, el área inestable se extiende desde el pie del talud hacia arriba y en profundidad hacia el interior del espaldón.

- 3° El crecimiento en profundidad queda limitado por el cimient (supuesto rígido), siendo mayor la profundidad límite para los taludes mayores (pendiente más suave).
- 4° La coronación resulta afectada por el área inestable para taludes menores que 2, con independencia de cual sea el ángulo de rozamiento, dentro del rango habitual de éste. Para talud 2 la coronación queda afectada únicamente si el ángulo de rozamiento de la escollera es menor que unos 40°. Para taludes mayores que 2 la afección se producirá para valores menores del ángulo de rozamiento.

En la siguiente tabla se indica la profundidad máxima alcanzada por el área inestable, definida como un porcentaje de la altura de presa.

N	$\varphi(^{\circ})$	Profundidad (%)
1,5	50	Círculo somero
	45	25
	38	33
	32	33
1,75	50	Círculo somero
	45	22
	38	33
	32	36
2,0	50	Círculo somero
	45	9
	38	35
	32	38

El hecho de que la coronación no quede afectada por el área inestable no implica que no se formará brecha en la presa, ya que una vez producido el deslizamiento inicial la zona de coronación quedará sometida a unas condiciones muy desfavorables para mantener la estabilidad, por lo que cabe esperar que se produzca otro u otros deslizamientos sucesivos, combinados con el efecto de arrastre de la escollera por el caudal que circule sobre el espaldón.

### **6.3 PROCESO DE SATURACION DEL ESPALDON. INFLUENCIA SOBRE LA ESTABILIDAD DE LA PRESA. UNA VIA DE INVESTIGACION**

#### **6.3.1 Introducción**

El proceso de saturación del espaldón de aguas abajo influye de forma decisiva en el mecanismo de rotura de la presa por sobrevertido que, como hemos visto en los casos presentados en este capítulo, es complejo, sucediéndose generalmente diversas fases de arrastre y erosión progresiva y de deslizamientos sucesivos más o menos profundos. El estudio del proceso de saturación del espaldón de escollera tiene interés para aproximar el modo en que se produce la rotura de una presa de escollera con objeto de:

- 1° Estimar de la forma más realista posible la onda de rotura producida por la salida del agua del embalse, con independencia de que se adopten márgenes de seguridad adecuados a las incertidumbres inevitables.
- 2° Explicar de forma adecuada las roturas por sobrevertido que se han producido en este tipo de presas o que puedan producirse en el futuro.
- 3° Estudiar procedimientos sencillos que retrasen o eviten el proceso de saturación del espaldón, mejorando así la seguridad de la presa frente al sobrevertido.

Se analizan aquí los aspectos que han de tenerse en cuenta al analizar el proceso de saturación del espaldón y su implicación en la estabilidad de la presa, dejando abierta una interesante vía de investigación.



### 6.3.2 Hidrograma de sobrevertido

Para analizar el proceso de saturación es preciso partir de un hidrograma de sobrevertido que defina la evolución con el tiempo del caudal que vierte sobre la coronación de la presa.

En el caso de una presa diseñada para resistir el sobrevertido y que no tenga aliviadero adicional alguno el hidrograma de sobrevertido coincide con el hidrograma de avenida una vez laminado por el embalse.

En el caso de una presa convencional con aliviadero lateral o de una presa también con aliviadero lateral, pero diseñada para resistir el sobrevertido que podría producirse como consecuencia de una avenida mayor que la prevista, el hidrograma de sobrevertido se obtiene restando, en cada instante, del hidrograma laminado, el caudal desaguado a través del aliviadero lateral<sup>18</sup>. En la *Fig. nº 6.11*, se ilustra lo anterior. El vertido sobre la coronación de la presa se inicia cuando el caudal del hidrograma laminado supera la capacidad máxima del aliviadero después de haber agotado el resguardo previsto ( $Q_{máx}$ , en el instante  $T_o$ ). El sobrevertido finaliza cuando el caudal del hidrograma laminado desciende por debajo del caudal antedicho  $Q_{máx}$ , en el instante  $T_f$ . La duración del vertido es:

$$D_r = T_f - T_o$$

El hidrograma de sobrevertido queda definido por la parte del hidrograma laminado que queda por encima del caudal  $Q_{máx}$ , entre los instantes  $T_o$  y  $T_f$ . Considerando como origen en el plano (T,Q) el punto ( $t_o$ ,  $Q_{máx}$ ) de inicio del vertido, el hidrograma de sobrevertido puede representarse en unos ejes paralelos a los originales. Este hidrograma contiene la información necesaria para iniciar el análisis del proceso de saturación del espaldón, incluyendo datos como velocidad de variación del caudal con

---

<sup>18</sup>y el caudal evacuado por los desagües y tomas si se considera conveniente.

el tiempo en cada instante, caudal máximo de vertido ( $Q_{v,máx}$ ), volumen de agua que pasa sobre la coronación y duración del vertido.

Si el objetivo es analizar el comportamiento de la presa ante una avenida concreta, como sucede en el caso de estudio de una rotura por sobrevertido que de hecho se ha producido, entonces el hidrograma de sobrevertido es punto de partida del análisis. En cambio, si se trata de analizar la vulnerabilidad de una determinada presa frente al sobrevertido, es preciso determinar qué características ha de tener la avenida para que el hidrograma de sobrevertido conduzca a la rotura de la presa y estimar la probabilidad de que una avenida de esas características pueda producirse.

El hidrograma de sobrevertido ha de influir decisivamente en el predominio del fenómeno de arrastre o deslizamiento en el inicio y progreso de la rotura de la presa. Este aspecto se analiza en el siguiente apartado.

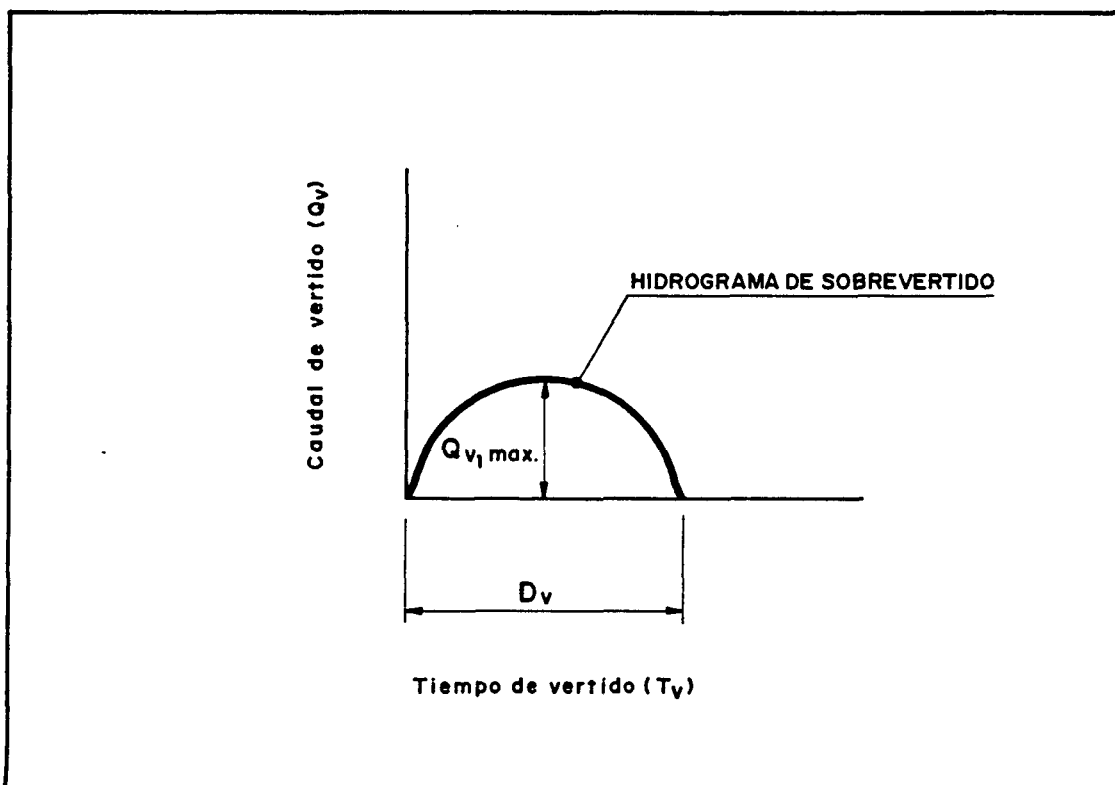
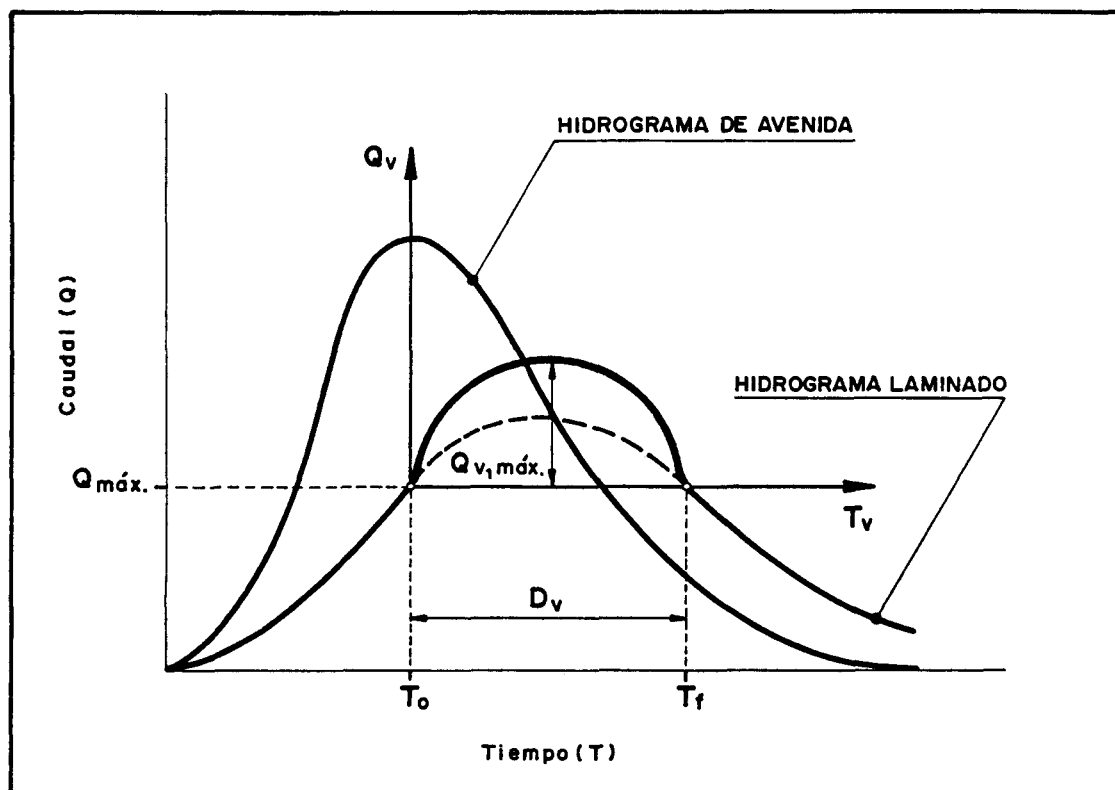


Fig. nº 6.11: Hidrograma de sobrevertido

### 6.3.3 Control hidráulico

De forma intuitiva se comprende que si el caudal de sobrevertido crece de forma suficientemente lenta, el espaldón se irá saturando sin que se produzca una circulación significativa de agua sobre el talud. En este caso no se producirá arrastre superficial de la escollera mientras se instala el campo de presiones del agua necesario para que se produzca el deslizamiento, favoreciendo que sea éste último el mecanismo de rotura. Esta circunstancia se da cuando el hidrograma laminado tiene un caudal punta que supera ligeramente la capacidad del aliviadero, y sobre todo si el referido hidrograma es suave, con pendientes pequeñas. Naturalmente, si el caudal máximo de sobrevertido no supera el caudal de saturación del espaldón, será improbable que pueda producirse arrastre superficial de escollera.

En cambio, si el caudal de sobrevertido crece rápidamente y supera con diferencia notable el caudal de saturación, pueden darse las condiciones para que se produzca el arrastre superficial de la escollera antes de que haya podido instalarse el campo de presiones necesario para que se produzca el deslizamiento.

Para establecer en cada instante el reparto del caudal de sobrevertido diferenciando el caudal que circula por el interior del espaldón del que circula sobre el talud, caudales circulantes interna y externamente respectivamente, es preciso establecer la situación del control hidráulico.

En la *Fig. nº 6.12* se presenta el croquis de un ejemplo en el que pueden verse las líneas de filtración que delimitan cuatro tubos de filtración, accediendo el agua a cada uno de ellos a través de una longitud de infiltración ( $i_j$ ) y saliendo de cada uno de ellos a través de una longitud de emergencia ( $e_j$ ).

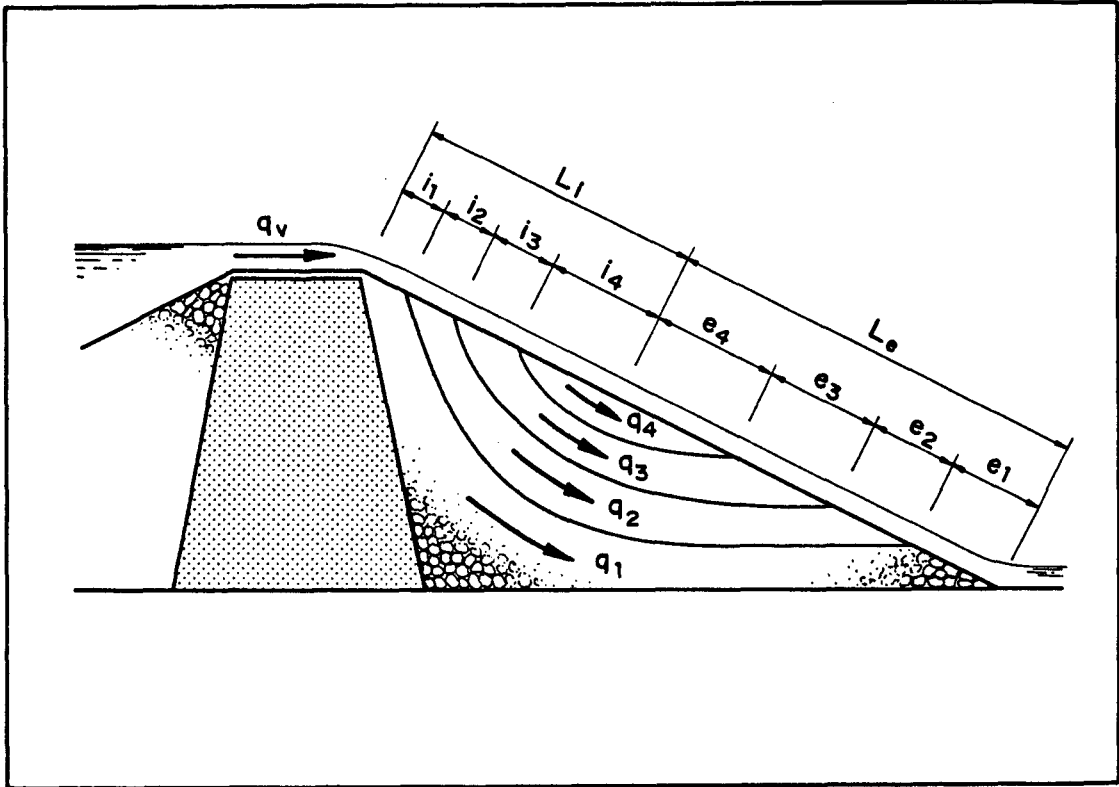


Fig. nº 6.12: Esquema de circulación de caudales por el interior del espaldón.

Admitido que el espaldón ha llegado a saturarse completamente, pueden obtenerse los caudales que circulan por el interior de cada tubo de filtración ( $q_j$ ). El caudal que circularía por el exterior del talud en la zona de infiltración sería<sup>19</sup>:

$$q_j' = q_v - \sum_{k=1}^j q_k$$

<sup>19</sup>En el punto final de cada tramo.

y el circulante por la zona de emergencia:

$$q'_j = q_v - \sum_{k=1}^n q_k + \sum_{k=j}^n q_k$$

siendo  $n$  el número de tubos de filtración, 4 en el caso de la *Fig. n° 6.12*.

Pero para que esto suceda deben darse dos condiciones:

- 1° Que el caudal de sobrevertido ( $q_v$ ) sea mayor o igual que el caudal de saturación del espaldón:

$$q_v \geq \sum_{k=1}^n q_k$$

- 2° Que la capacidad de infiltración a través de cada zona de infiltración correspondiente a cada tubo de filtración sea mayor que el caudal correspondiente al mismo. En caso contrario el control hidráulico estaría en la zona de infiltración y el caudal circulante internamente quedaría limitado por la capacidad de infiltración a través de la misma.

La capacidad de infiltración desde la superficie depende principalmente de la granulometría de la escollera, de la pendiente y de la velocidad y calado del agua sobre el talud. La capacidad de infiltración será mayor cuanto más gruesa y uniforme sea la escollera, cuanto menor sea la pendiente y cuanto menor sea la velocidad del agua sobre el talud.

### 6.3.4 Proceso de saturación.

#### UN MODELO CONCEPTUAL DEL PROCESO DE SATURACION

En la *Fig. n° 6.13* se representa de forma resumida un modelo conceptual simple del proceso de saturación del espaldón. Cuando se inicia el vertido, con un caudal de sobrevertido mínimo, todo él se infiltra en el espaldón para circular por el interior del mismo (*Fig. n° 6.13 a*). La longitud de infiltración ( $L_i$ ) depende de la capacidad de infiltración. En esta primera fase todavía no ha comenzado a emerger el agua en el pie de presa.

A medida que aumenta el caudal de sobrevertido, lo hace también la longitud de infiltración, reduciéndose la longitud de talud que permanece seca ( $L_s$ ). Mientras existe una parte del talud que permanece seca, el caudal circulante internamente coincide con el caudal de sobrevertido (*Fig. n° 6.13 b*).

El caudal que alcanza, cayendo "en cascada", la base del espaldón, va creando una corriente de fondo, que lleva asociado un campo de presiones de agua. Por otra parte, cuando el caudal de sobrevertido supera la capacidad de infiltración superficial de la escollera deja de existir zona seca en el talud y el caudal circulante internamente deja de ser igual al caudal de sobrevertido, quedando éste dividido en dos partes, una de las cuales no llega a penetrar en el espaldón en ningún momento, circulando siempre sobre el talud ( $q_{ce}$ ) (*Fig. n° 6.13 c*).

A medida que transcurre el tiempo y aumenta el caudal de sobrevertido se produce la elevación de la superficie libre del agua que circula por el interior del espaldón, aumentando las presiones del agua, y también aumenta el caudal que circula sobre el talud. El caudal que circula por el interior del espaldón está todavía limitado por la capacidad de infiltración superficial y se diferencian dos zonas, que pueden denominarse *zona de movimiento en cascada* y *zona de percolación*.

El momento de inicio de la existencia de corriente de fondo, que constituye la *zona de percolación*, y de inicio de la existencia del caudal circulante externamente ( $q_{ce}$ ), que circula en todo momento sobre el talud, así como la evolución temporal de las referidas zonas de percolación, con su campo de presiones del agua asociado, y del  $q_{ce}$ , depende de la forma y magnitud del hidrograma de vertido y de la capacidad de infiltración superficial, que en la primera fase del proceso de saturación del espaldón ejerce el control hidráulico. En función de ello se producirá en un instante anterior la condición crítica de deslizamiento, por instalación de un campo de presiones suficientemente desfavorable, o la condición crítica para que se produzca el arrastre superficial de la escollera como consecuencia de la circulación sobre el talud de un caudal de magnitud suficiente.

En el momento en que el proceso de saturación se completa, si no se ha producido con anterioridad la rotura, el control hidráulico se encuentra en la zona de emergencia y el caudal que circula por el interior es el calculado en la hipótesis de espaldón saturado.

La situación crítica frente al deslizamiento se produce en el instante en que existe una superficie de potencial deslizamiento con coeficiente de seguridad menor que la unidad, lo que sucederá en general antes de que el espaldón esté completamente saturado. Para conocer la superficie según la cual se producirá el deslizamiento pueden realizarse cálculos de estabilidad en instantes sucesivos considerando en cada instante el campo de presiones de agua correspondiente.

Desarrollando cuantitativamente el modelo conceptual propuesto podría aproximarse el mecanismo desencadenante de la rotura de la presa y el instante en que se produce. No obstante, el camino por recorrer es largo todavía, resultando necesaria una comprobación experimental y la evolución desde este modelo simple hacia otros más complejos que tengan en cuenta factores como la anisotropía, zonificación etc.



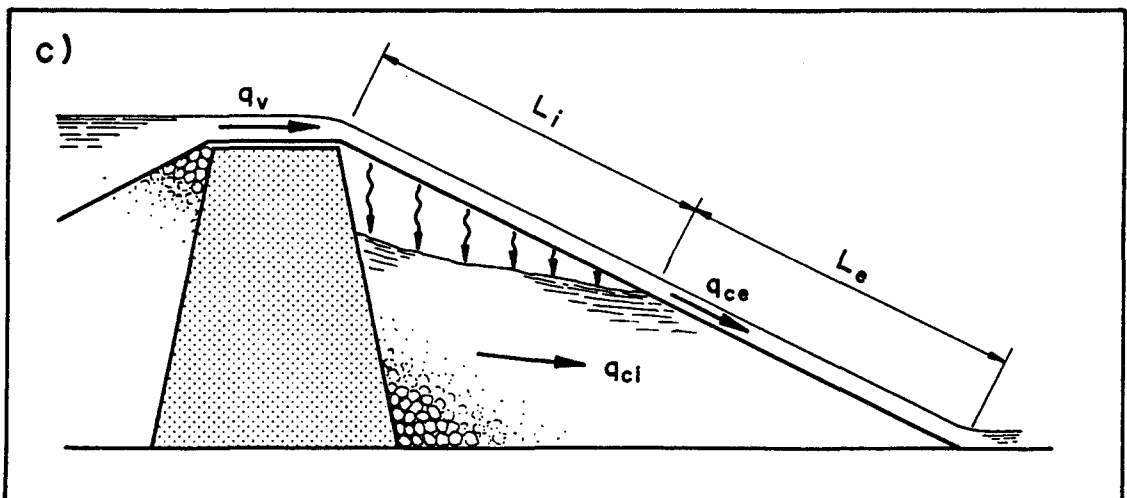
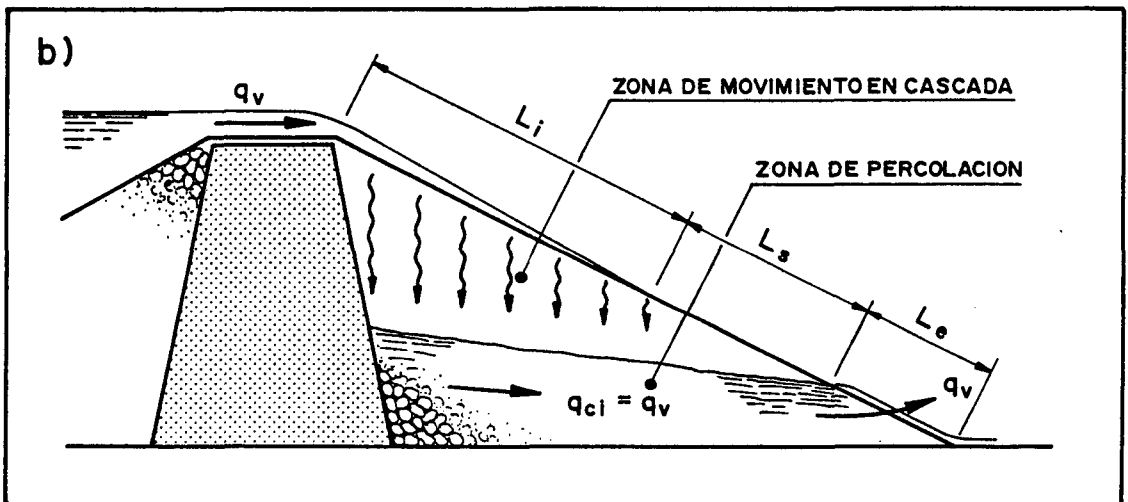
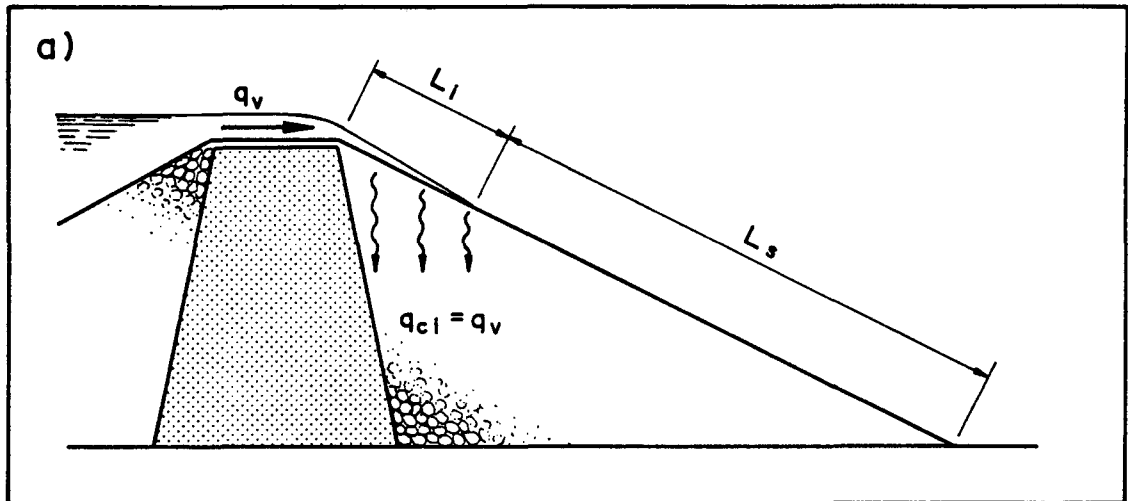


Fig. nº 6.13: Proceso de saturación del espaldón.

## EFFECTO DE LA COMPACTACION DE LA ESCOLLERA

Durante la compactación de la escollera por tongadas se produce una mayor o menor alteración de la granulometría por rotura de las partículas próximas a la superficie superior de la tongada. Esta alteración puede ser más o menos significativa dependiendo de la energía de compactación aplicada y de la dureza de la escollera. Si el efecto de rotura de partículas durante la compactación es importante, puede existir una diferencia apreciable entre la permeabilidad horizontal y la vertical, menor ésta última como consecuencia de la existencia de capas horizontales de menor permeabilidad que el resto, correspondiendo dichas capas a las partes superiores de las tongadas. Si la diferencia de permeabilidad horizontal y vertical es significativa el medio deberá modelizarse como anisótropo, alterándose la red de filtración correspondiente a la hipótesis de espaldón completamente saturado, así como el proceso de saturación del mismo.

Respecto a la situación de espaldón completamente saturado, cabe esperar las siguientes diferencias respecto a la hipótesis de medio isótropo:

- 1° Las líneas de filtración tendrán menor pendiente, presentando una tendencia mayor a la horizontalidad.
- 2° Consecuentemente, las líneas equipotenciales tendrán una mayor tendencia a la verticalidad.
- 3° Con carácter general las presiones del agua serán algo mayores, salvo en la zona donde ya en la hipótesis de medio isótropo la presión relativa era del 100%.
- 4° La zona del pie de aguas abajo afectada por presiones relativas próximas al 100% será mayor.

Como consecuencia de todo ello, cabe esperar que el *área inestable*, envolvente de todas las superficies de deslizamiento con coeficiente de seguridad menor que la unida, tenga una extensión algo mayor. En cambio, el coeficiente de seguridad de la presa no debe cambiar apreciablemente, ya que la superficie pésima de deslizamiento seguirá siendo somera, sometida a una presión relativa en su base del 100%, igual que en el caso de medio isótropo. Para taludes menores que 2 debe esperarse una reducción del coeficiente de seguridad como consecuencia del mayor coeficiente de subpresión que corresponderá al nuevo campo de presiones del agua.

Mayor importancia puede tener la anisotropía en el proceso de saturación del espaldón, ya que al tener menor permeabilidad la parte superior de cada tongada, la zona inferior de la misma puede actuar como un dren horizontal, retrasando la progresión del agua hacia los niveles inferiores y la correspondiente instalación del campo de presiones del agua. Cada parte superior de tongada ejerce el control hidráulico, limitando el caudal que circula hacia la base de la presa, evacuándose hacia el exterior el caudal excedente por la parte inferior de cada tongada.

De este modo puede darse la circunstancia de que la zona superior de la presa, por encima de un nivel de permeabilidad especialmente reducida, quede completamente saturada antes de que el agua haya alcanzado la parte inferior de la misma, lo que podría conducir a deslizamientos más o menos profundos en las proximidades de la coronación.

Durante la rotura por sobrevertido de la atagüa de la presa de Hans Strydom<sup>20</sup>, en Suráfrica, se observó agua saliendo al talud de agua abajo a diferentes niveles, coincidentes con los niveles superiores de las tongadas de compactación. Tras la rotura de la atagüa, en la que se produjeron diversos deslizamientos, como ya se ha comentado al comienzo del capítulo, pudo observarse la acumulación de finos en la zona superior de cada tongada, debido sin duda al proceso de compactación.

---

<sup>20</sup>Odendaal y Van Zyl; 1979.(64)

Al analizar la rotura por sobrevertido de la presa de Xonxa<sup>21</sup>, también en Suráfrica, de 48 m. de altura, Mackellar y Shand explicaron la no producción de deslizamientos profundos como consecuencia de la reducida permeabilidad vertical de la escollera, que debió impedir la instalación del campo de presiones del agua en la zona inferior del espaldón.

El estudio del proceso de saturación de espaldones de escollera en función de las características reales de puesta en obra y en función del material empleado queda abierto a futuras investigaciones.

---

<sup>21</sup>*Mackellar y Shand; 1979. (56)*

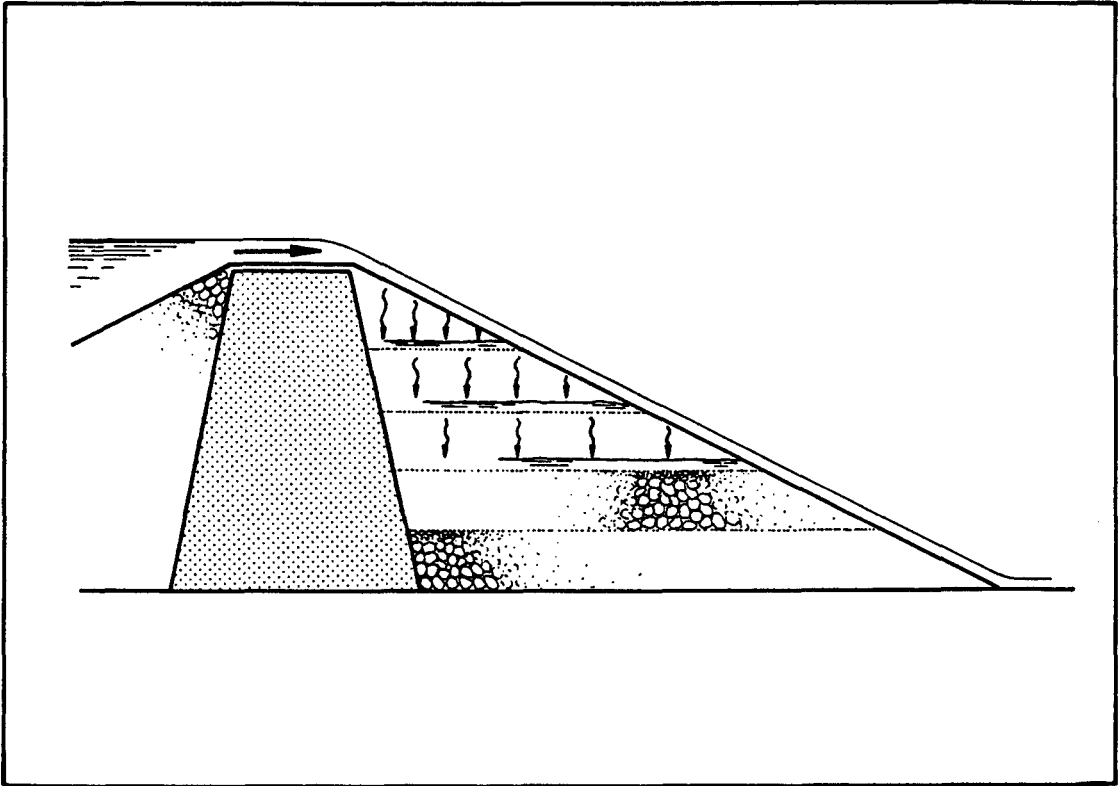


Fig. nº 6.14: Penetración del agua en espaldón anisótropo por compactación de la escollera.

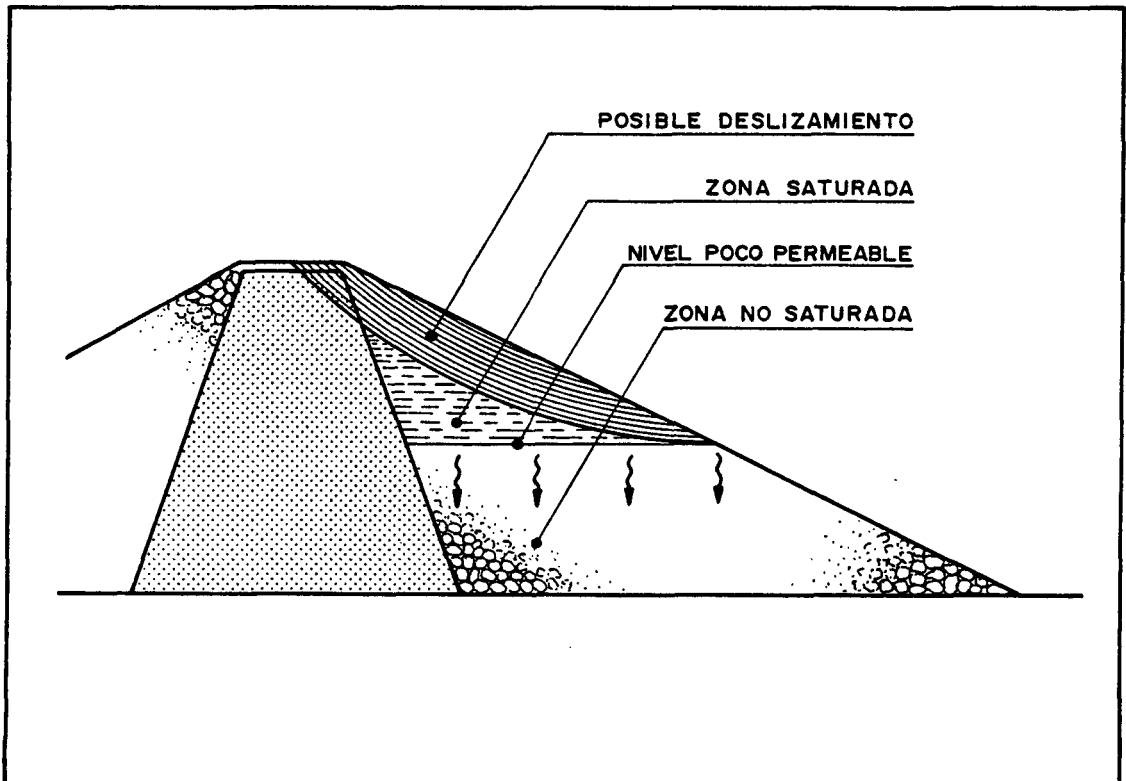


Fig. nº 6.15: Posibilidad de deslizamiento en la zona de coronación sobre un nivel poco permeable.

**Apéndice 6.1: Estudios de estabilidad.  
Círculos críticos.**

---

H=50 N=1.5 a=0.4 n=1.85

Escollera:  $\Phi=32^\circ$   $\gamma=2$

File Name H50N1'5N.SLP

Analysis Method GLE

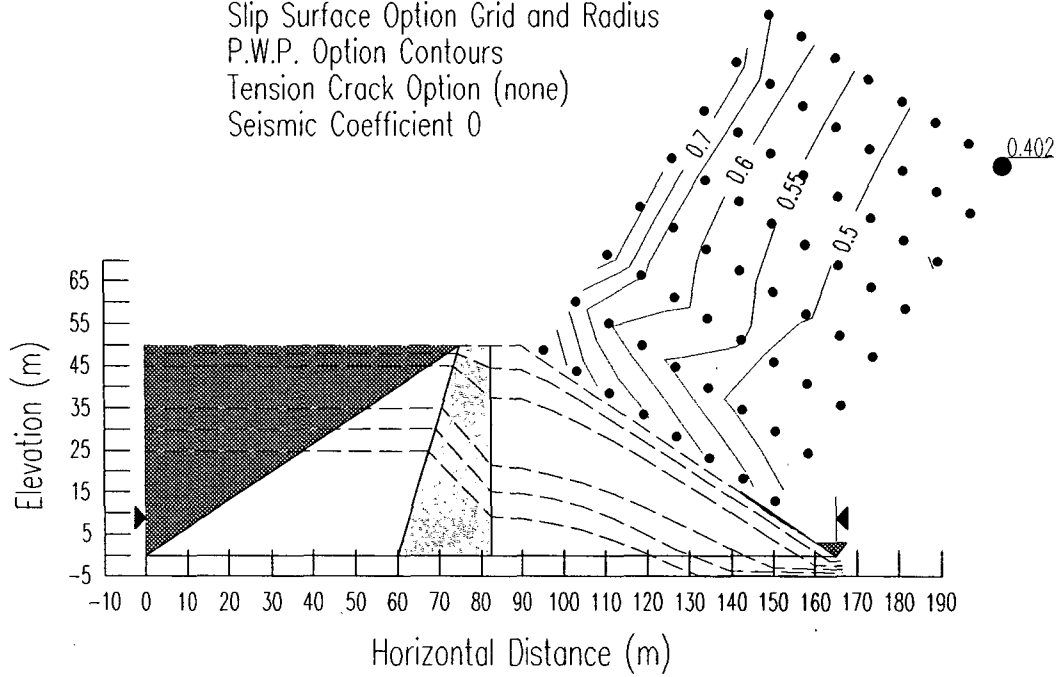
Direction of Slip Movement Left to Right

Slip Surface Option Grid and Radius

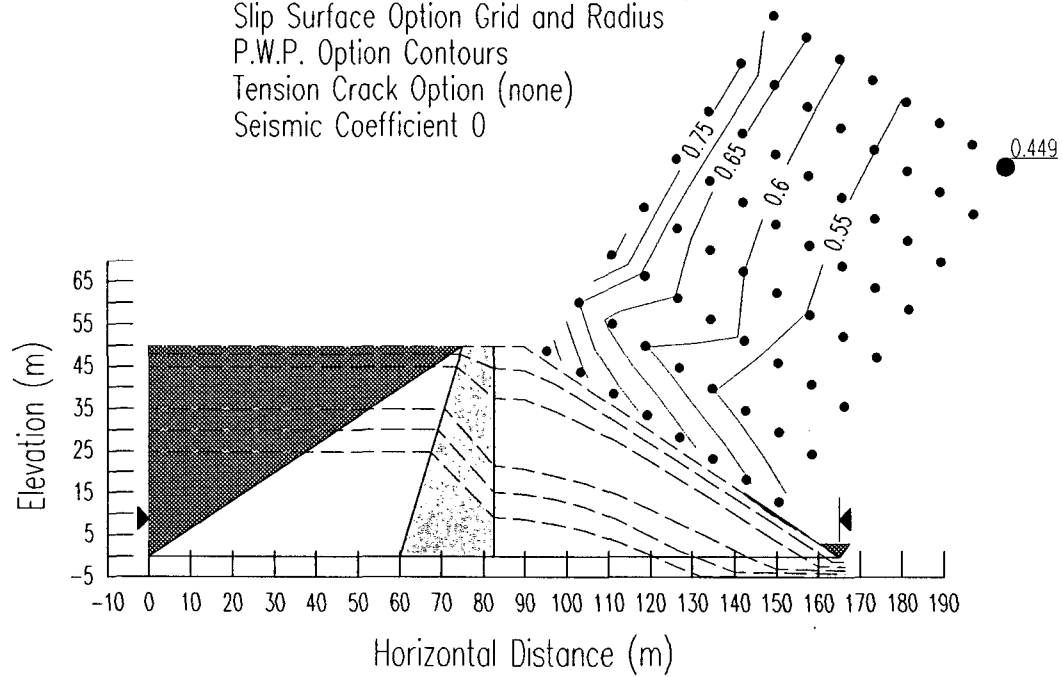
P.W.P. Option Contours

Tension Crack Option (none)

Seismic Coefficient 0

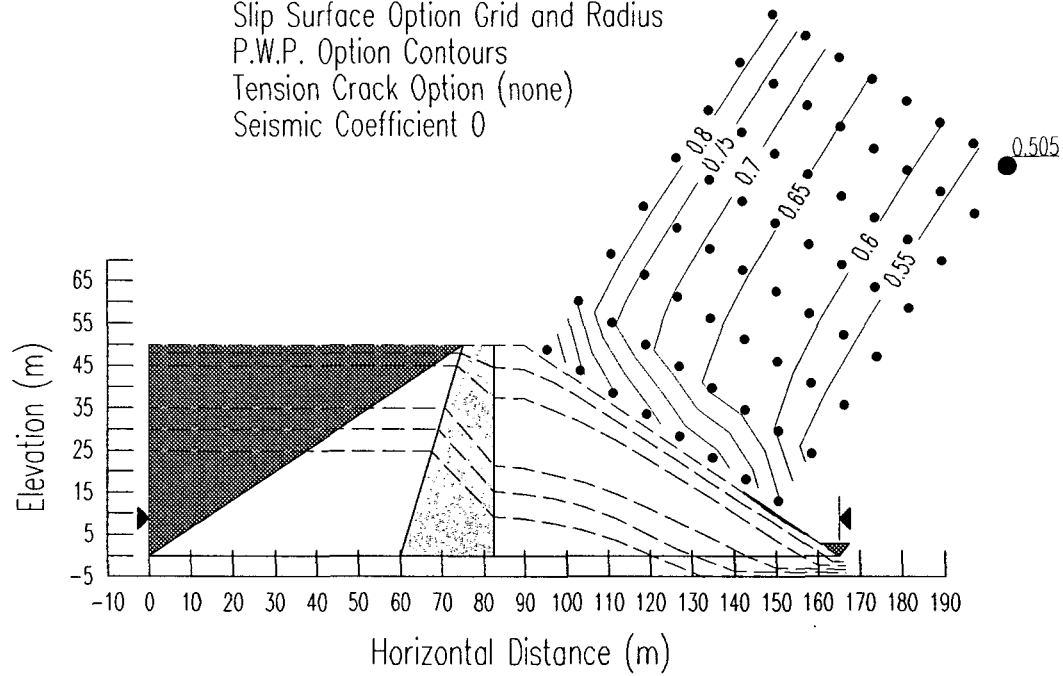


H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=32^\circ$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

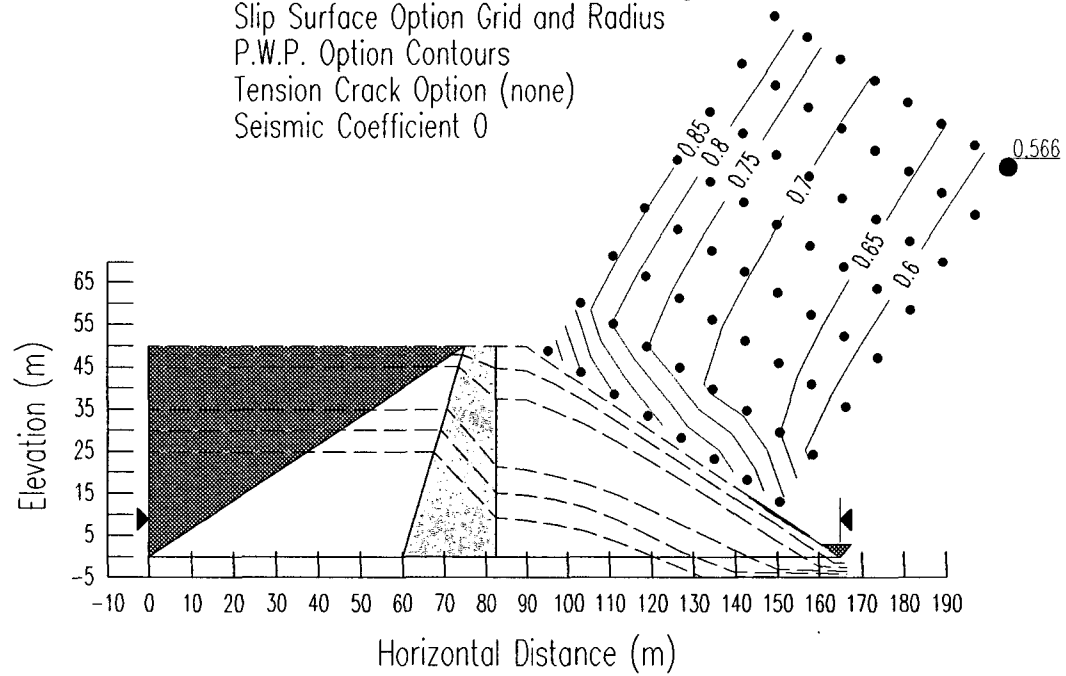




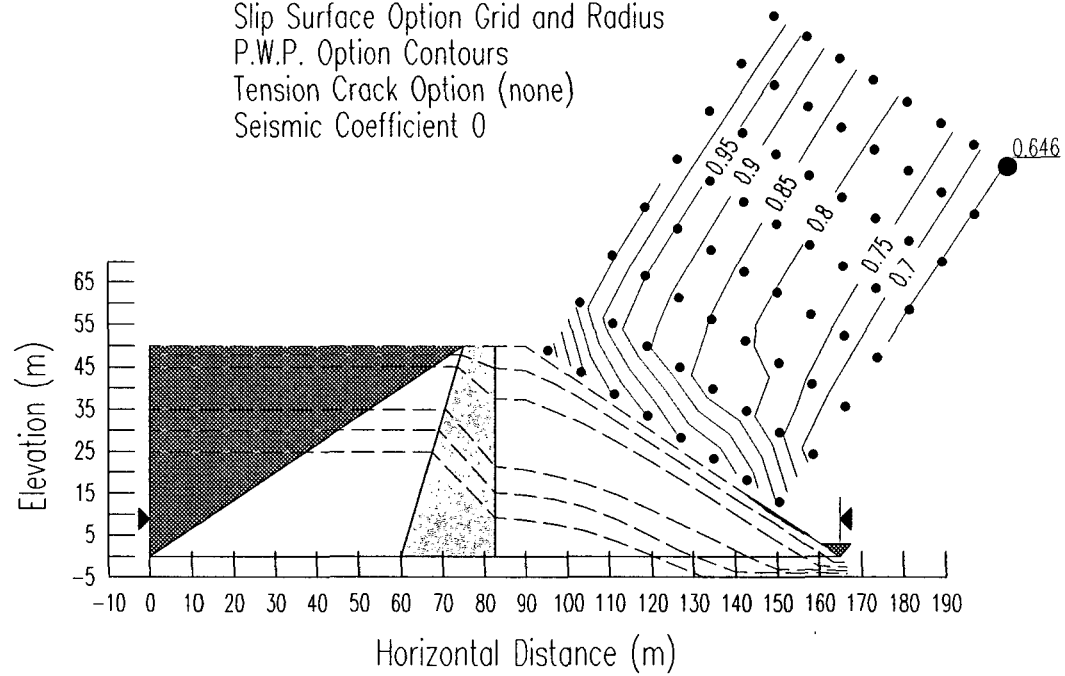
H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=38^\circ$   $\gamma=2$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



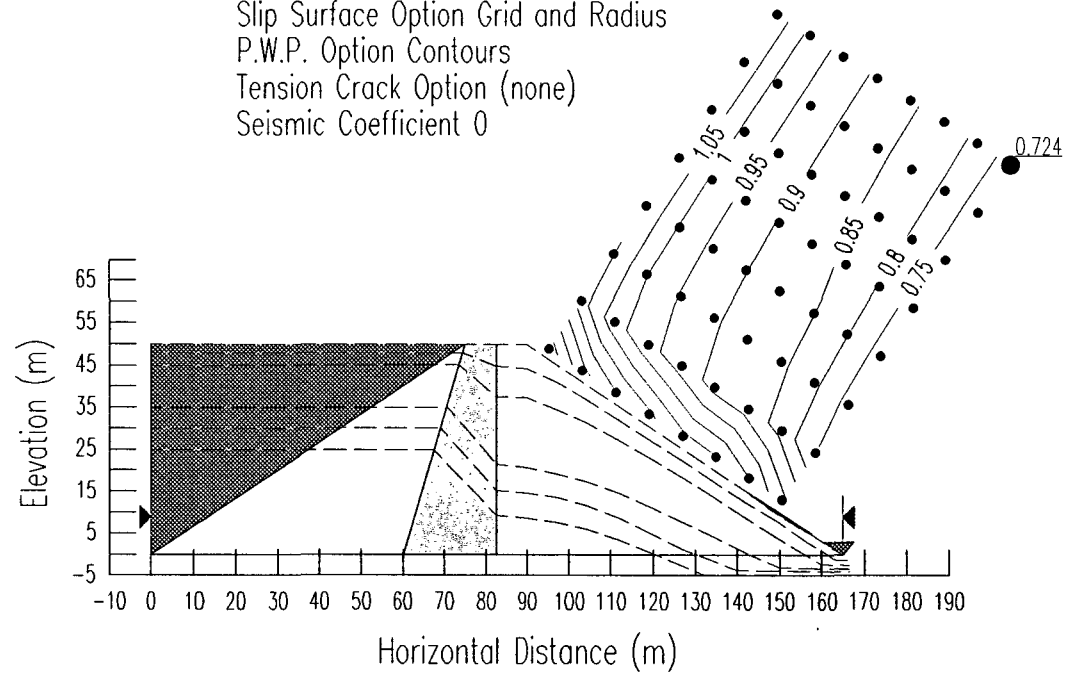
H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=38^\circ$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=45$   $\gamma=2$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=45$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$  n=1.85

Escollera: Phi=50 gamma=2

File Name H50N1\*5N.SLP

Analysis Method GLE

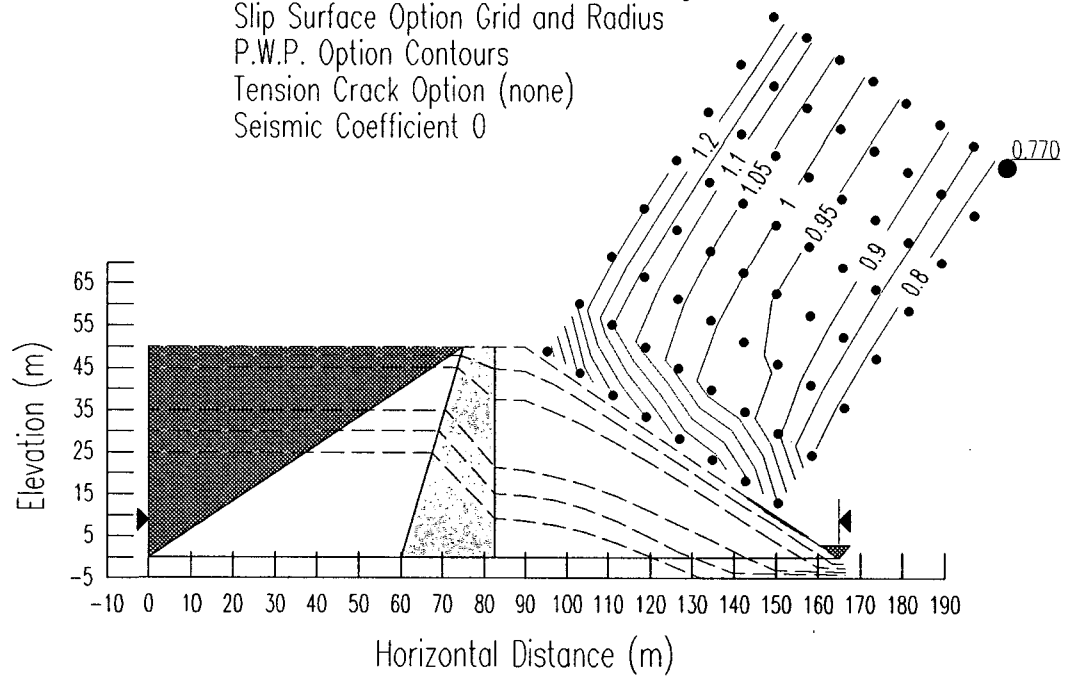
Direction of Slip Movement Left to Right

Slip Surface Option Grid and Radius

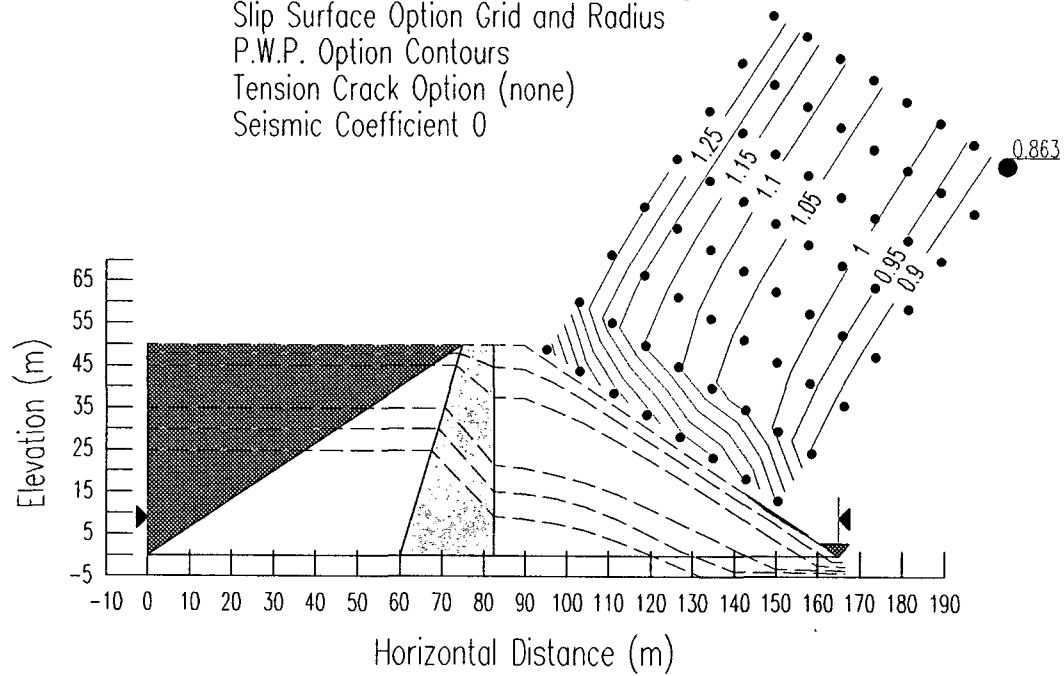
P.W.P. Option Contours

Tension Crack Option (none)

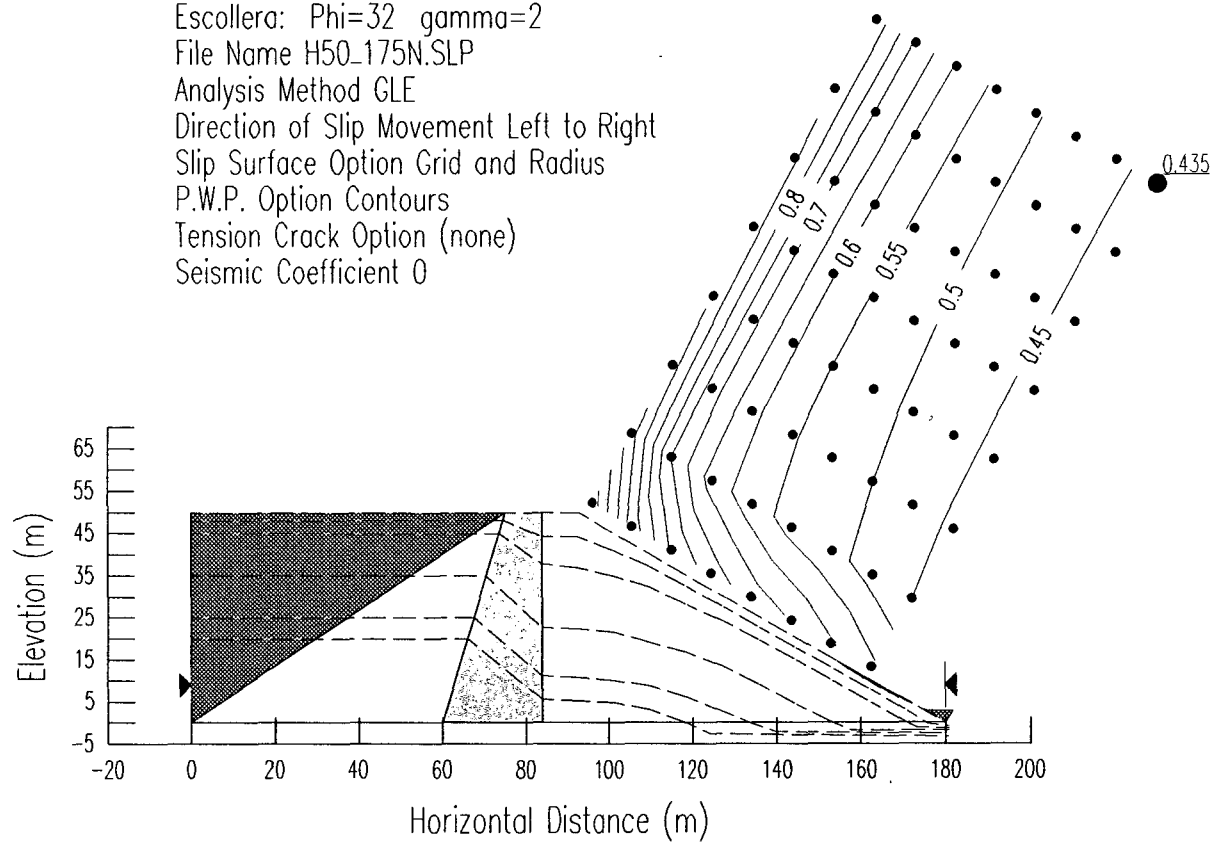
Seismic Coefficient 0



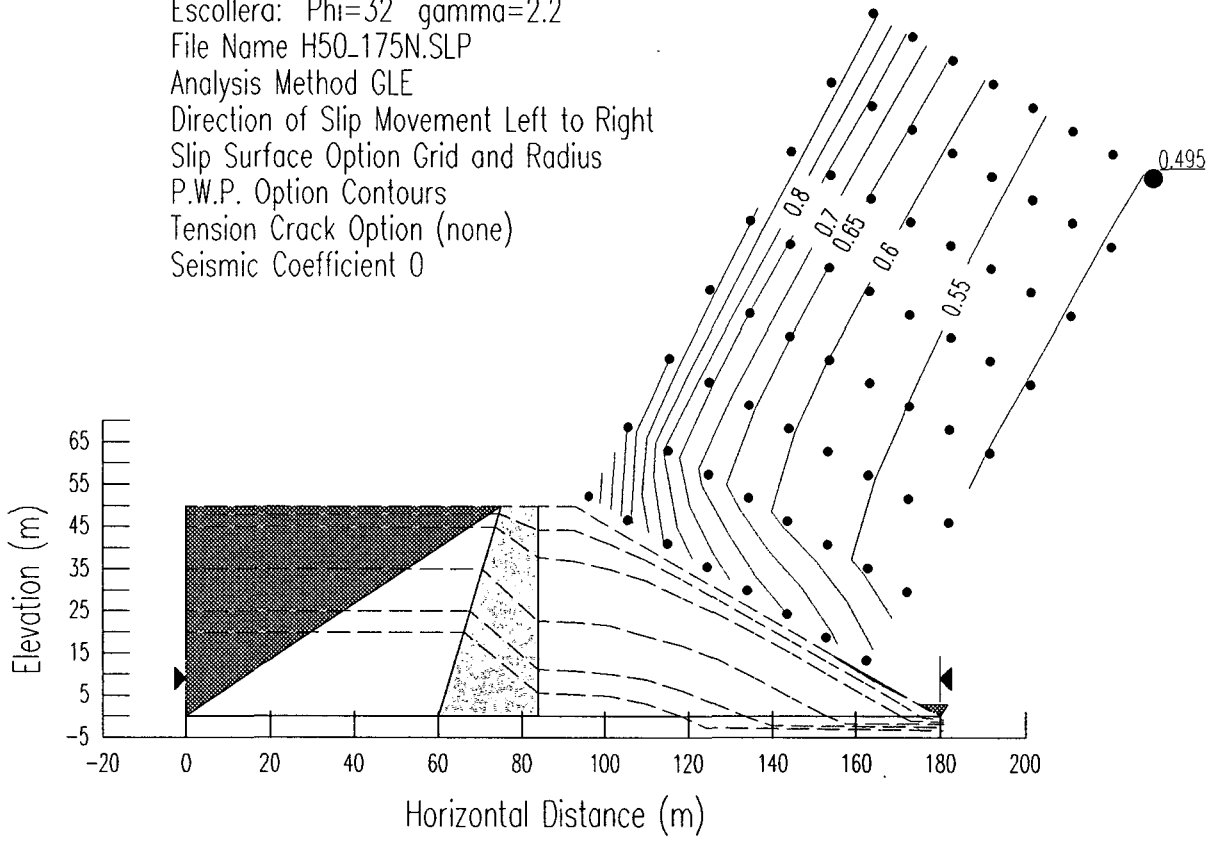
H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$  n=1.85  
Escollera: Phi=50 gamma=2.2  
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.75  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=32$   $\gamma=2$   
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

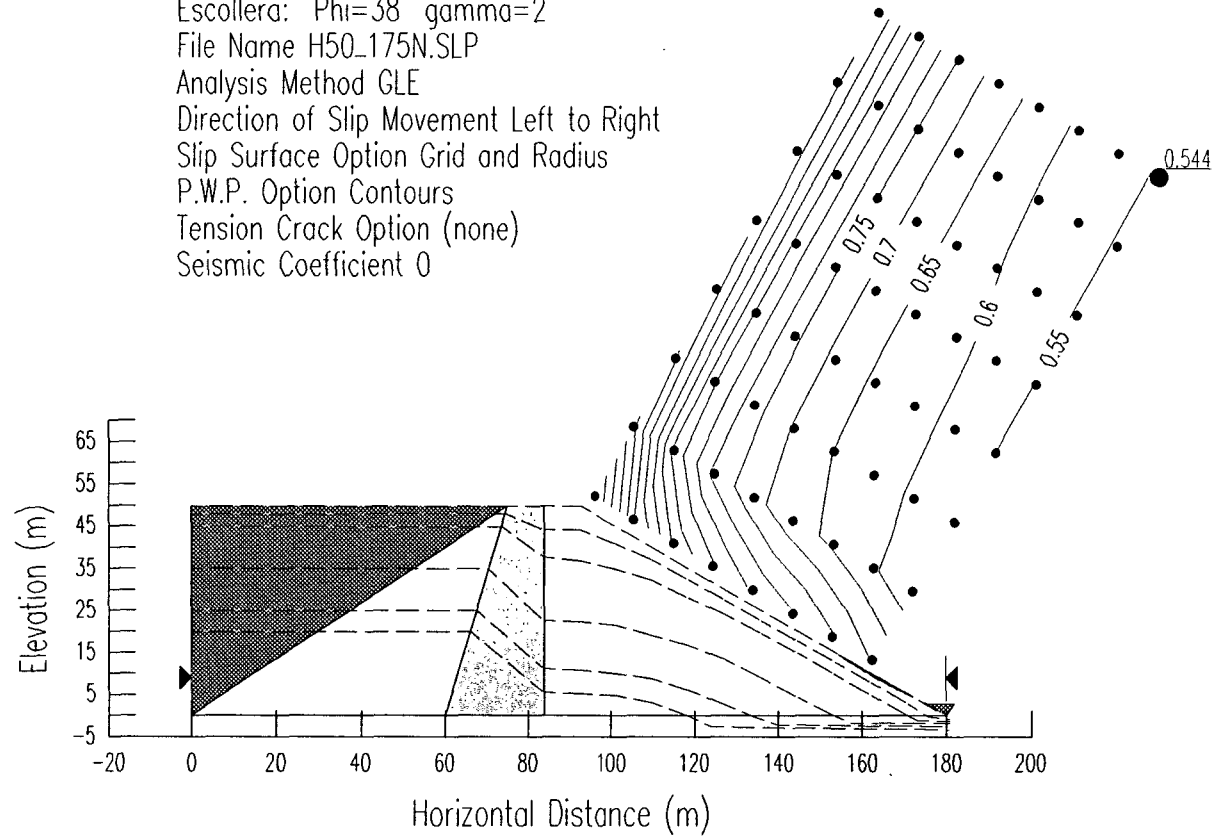


H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=32 gamma=2.2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

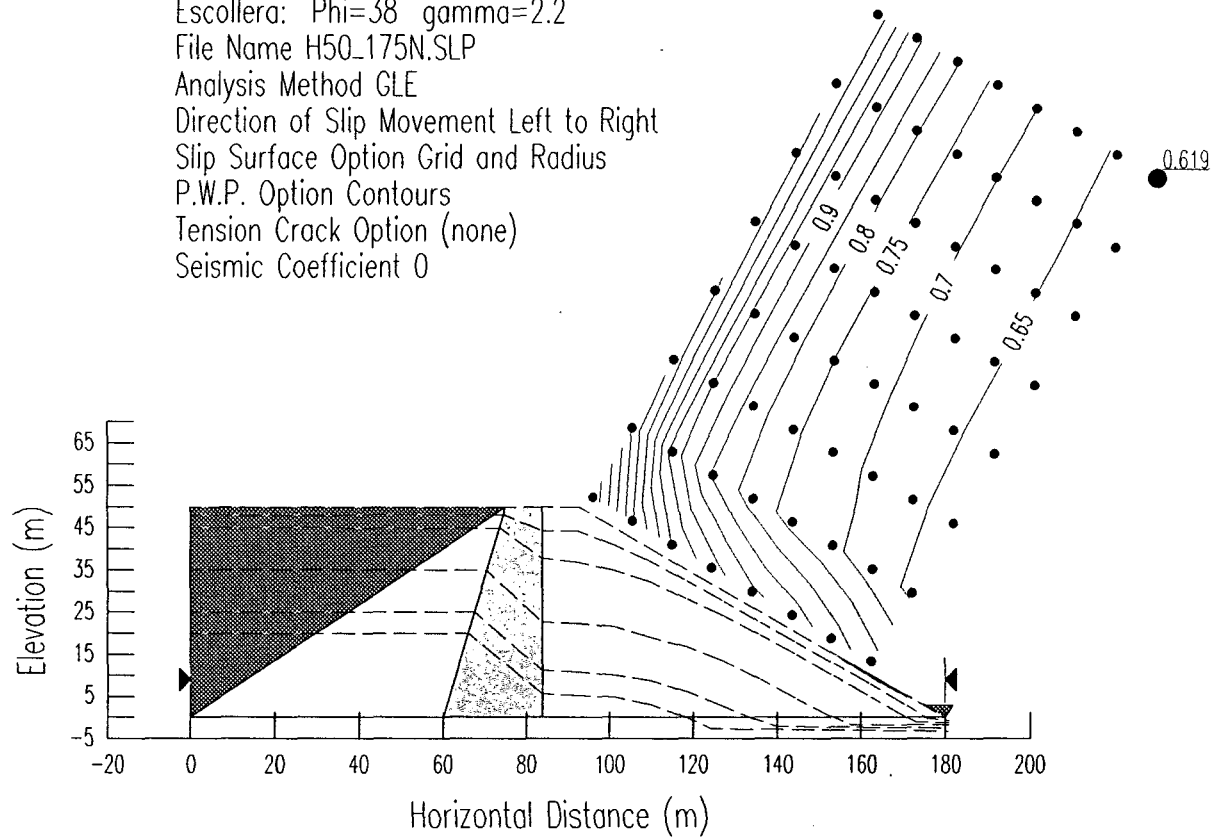




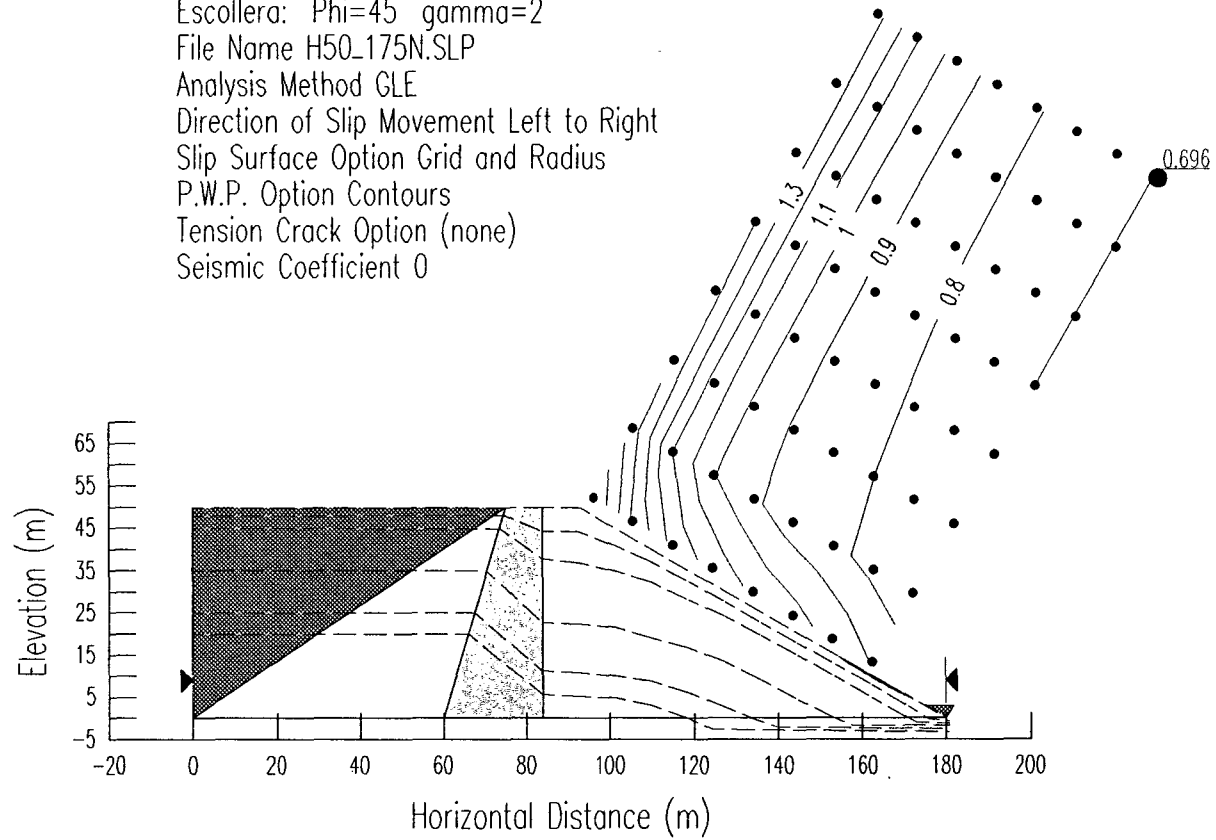
H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=38 gamma=2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



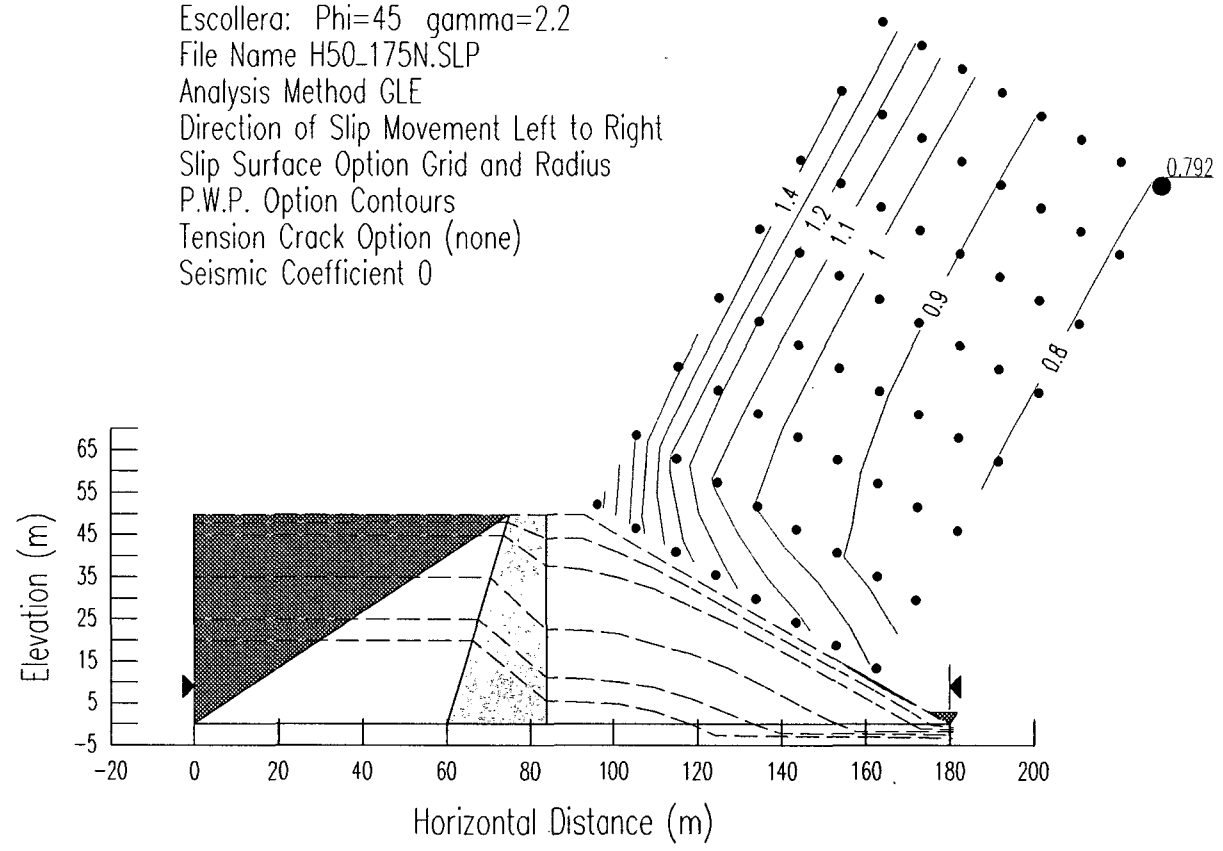
H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=38 gamma=2.2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



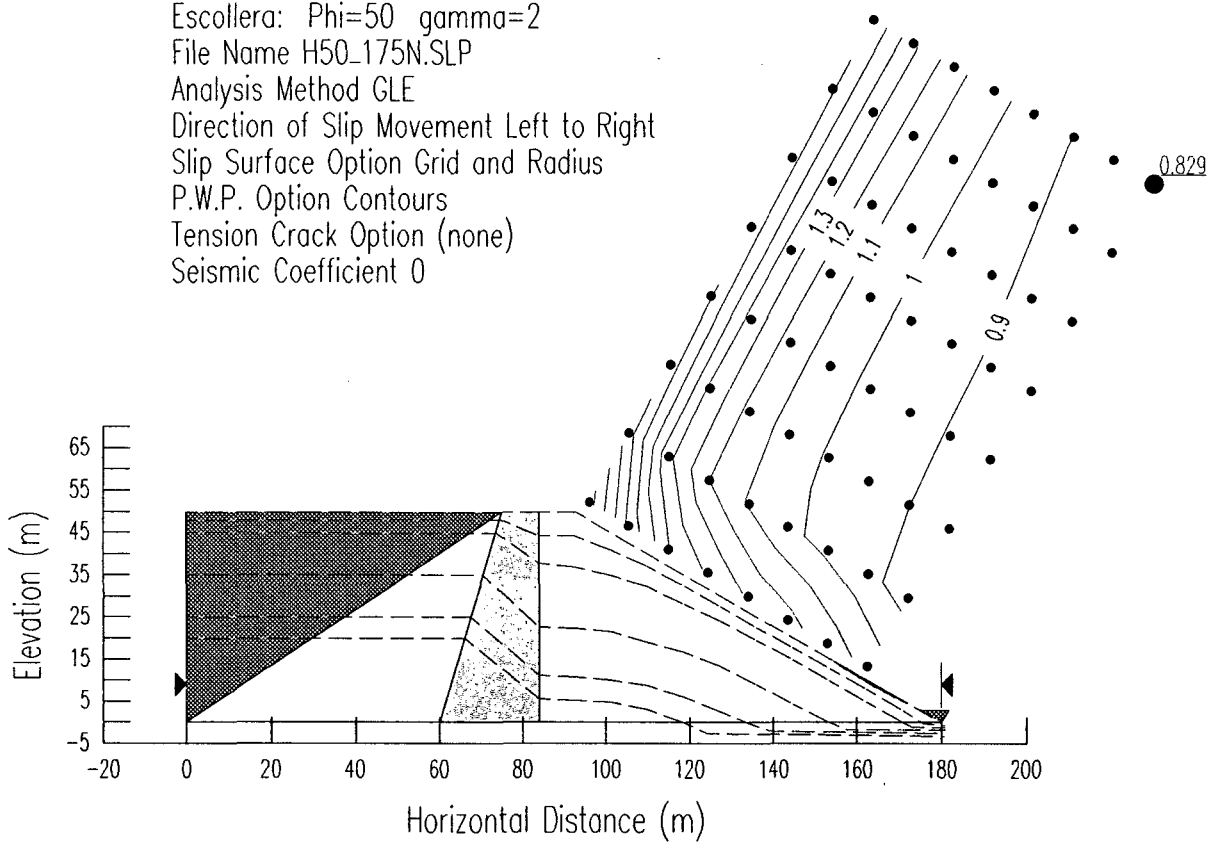
H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=45 gamma=2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



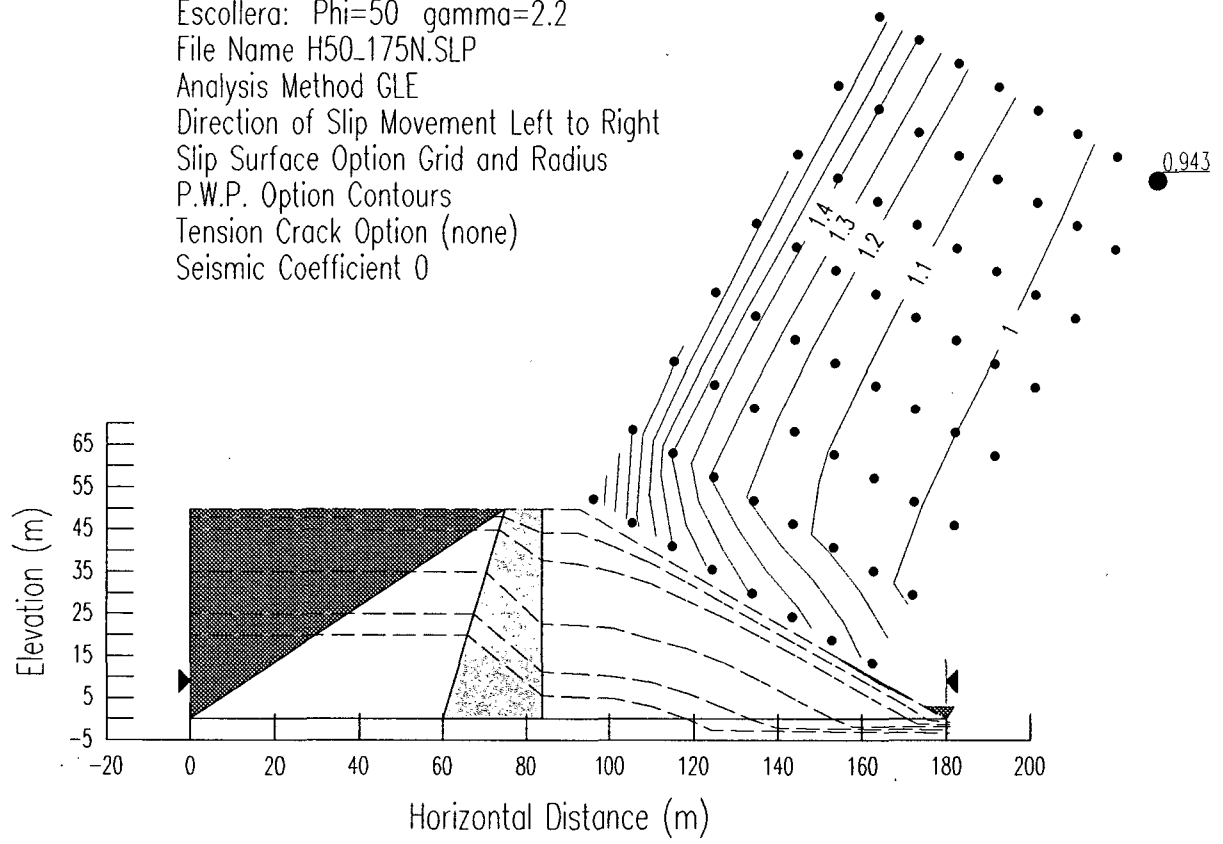
H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=45 gamma=2.2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



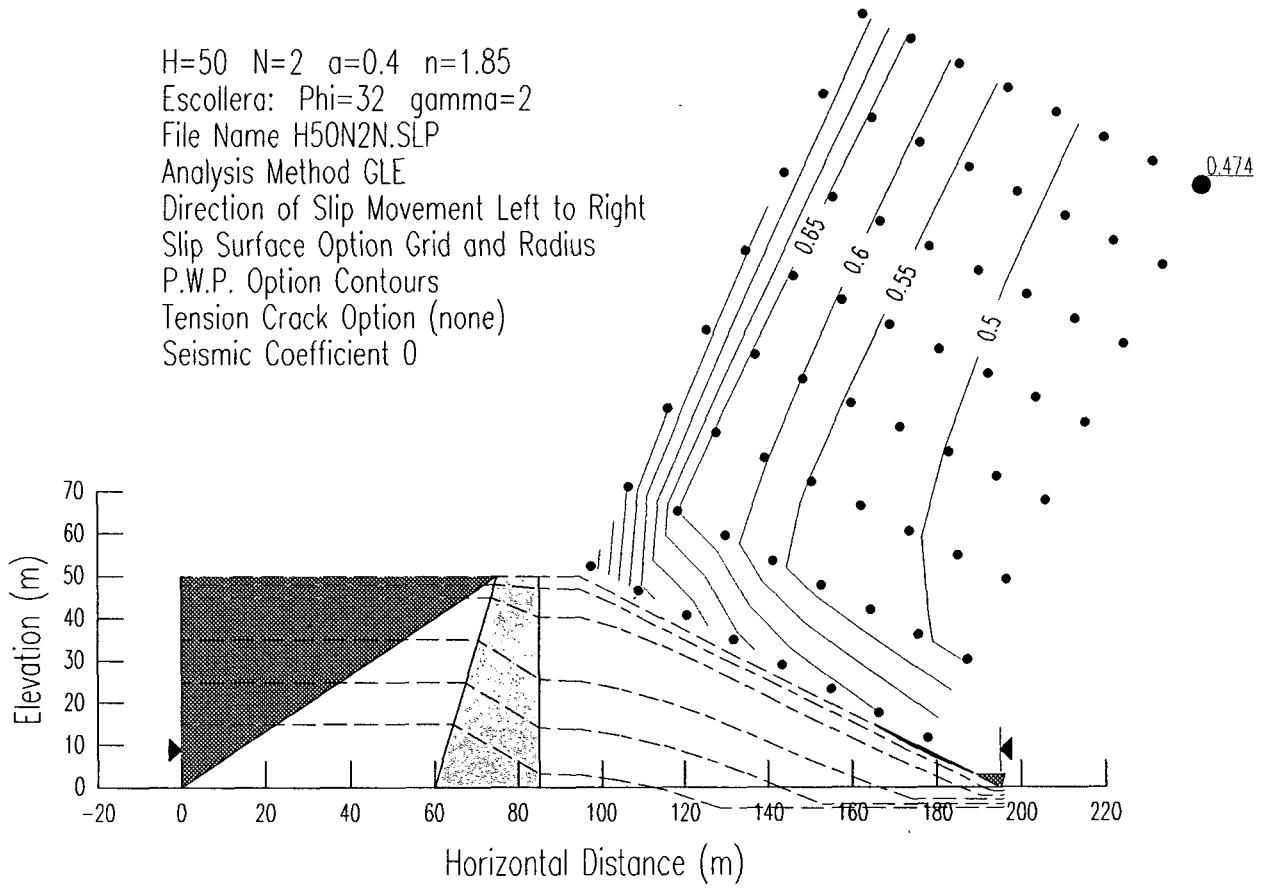
H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=50 gamma=2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



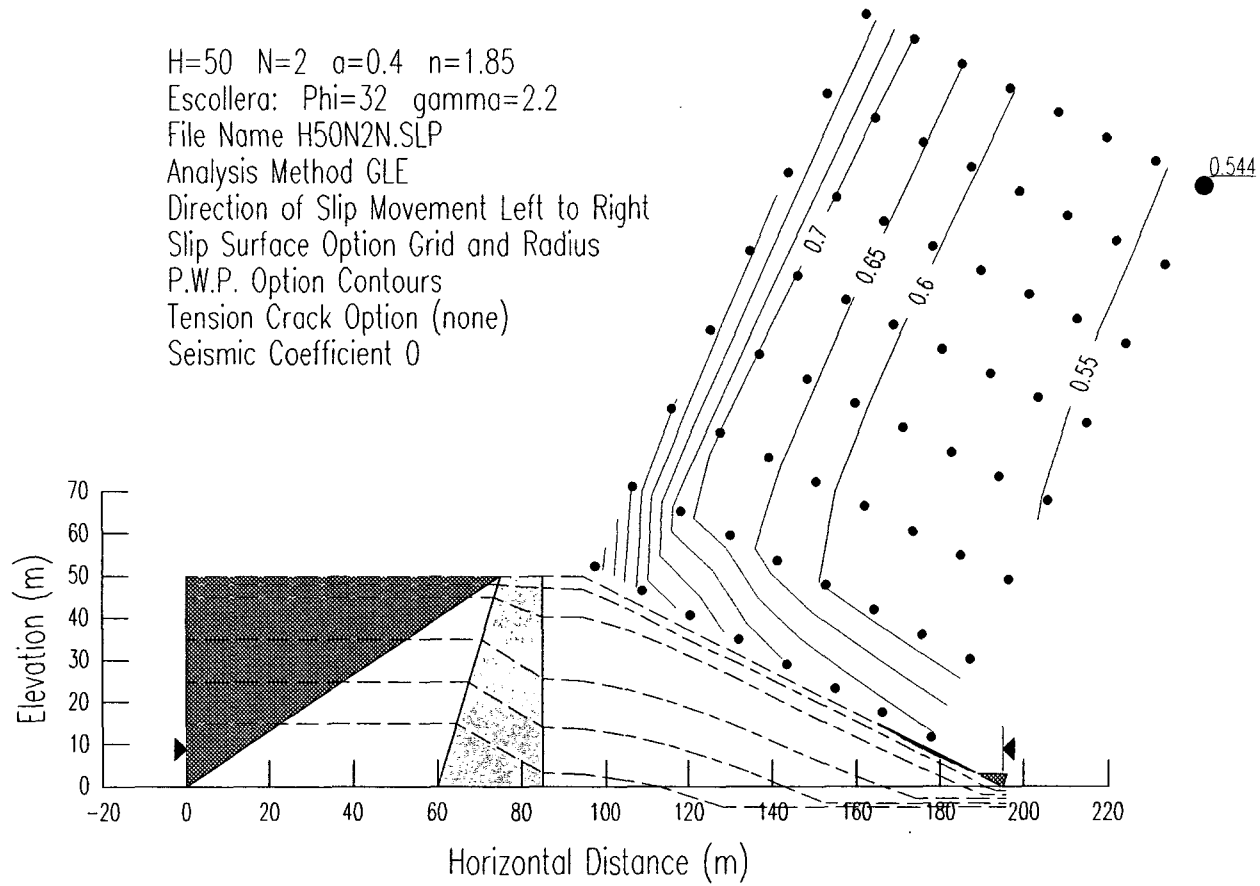
H=50 N=1.75  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=50$   $\gamma=2.2$   
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=32$   $\gamma=2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

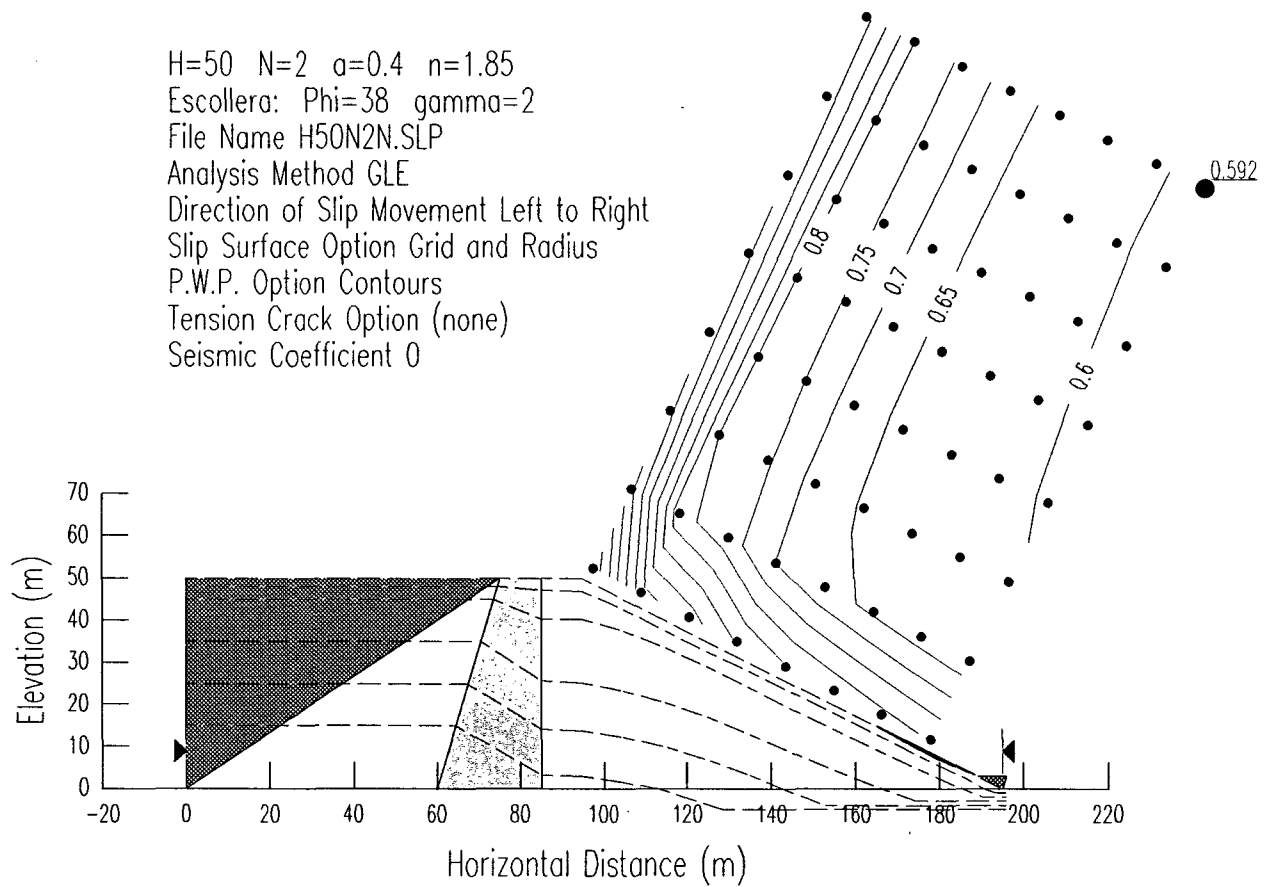


H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=32$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

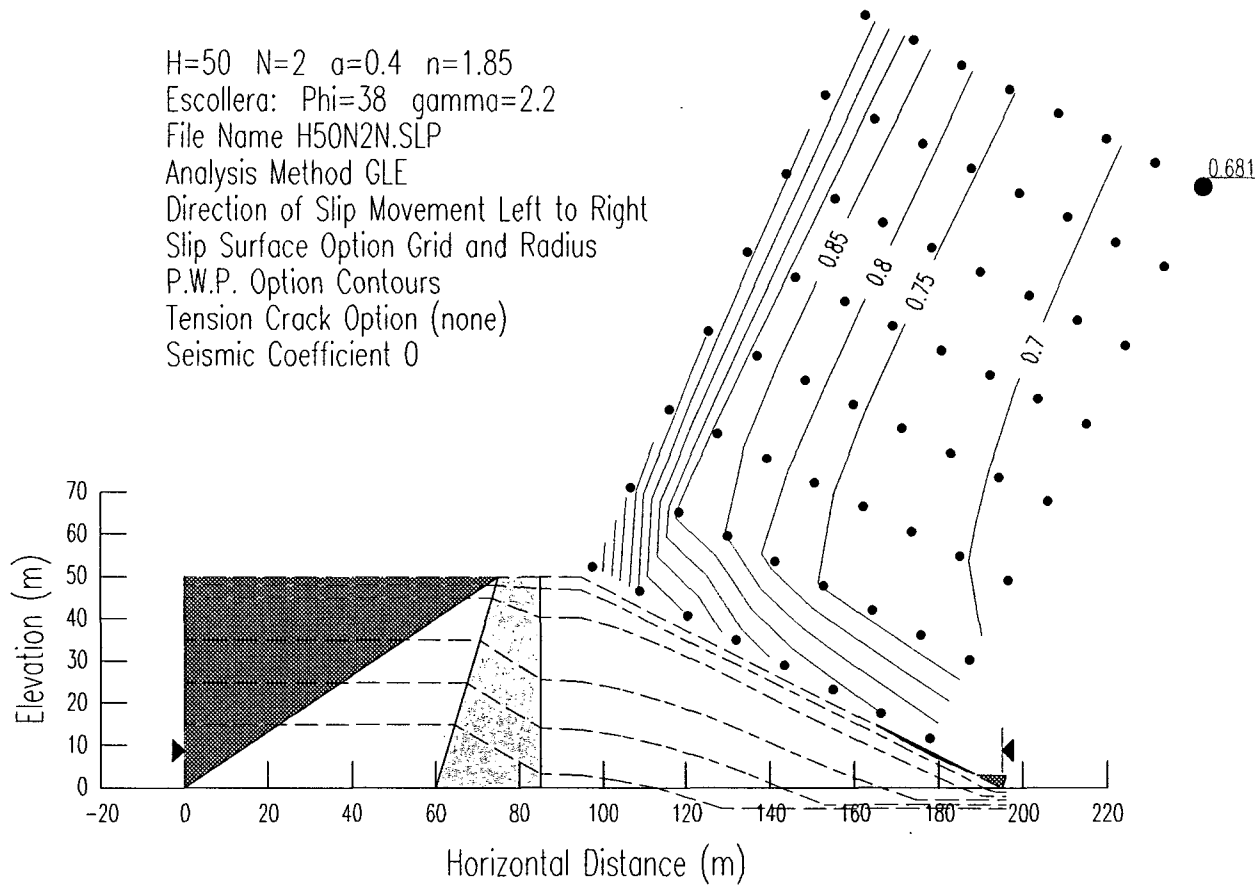




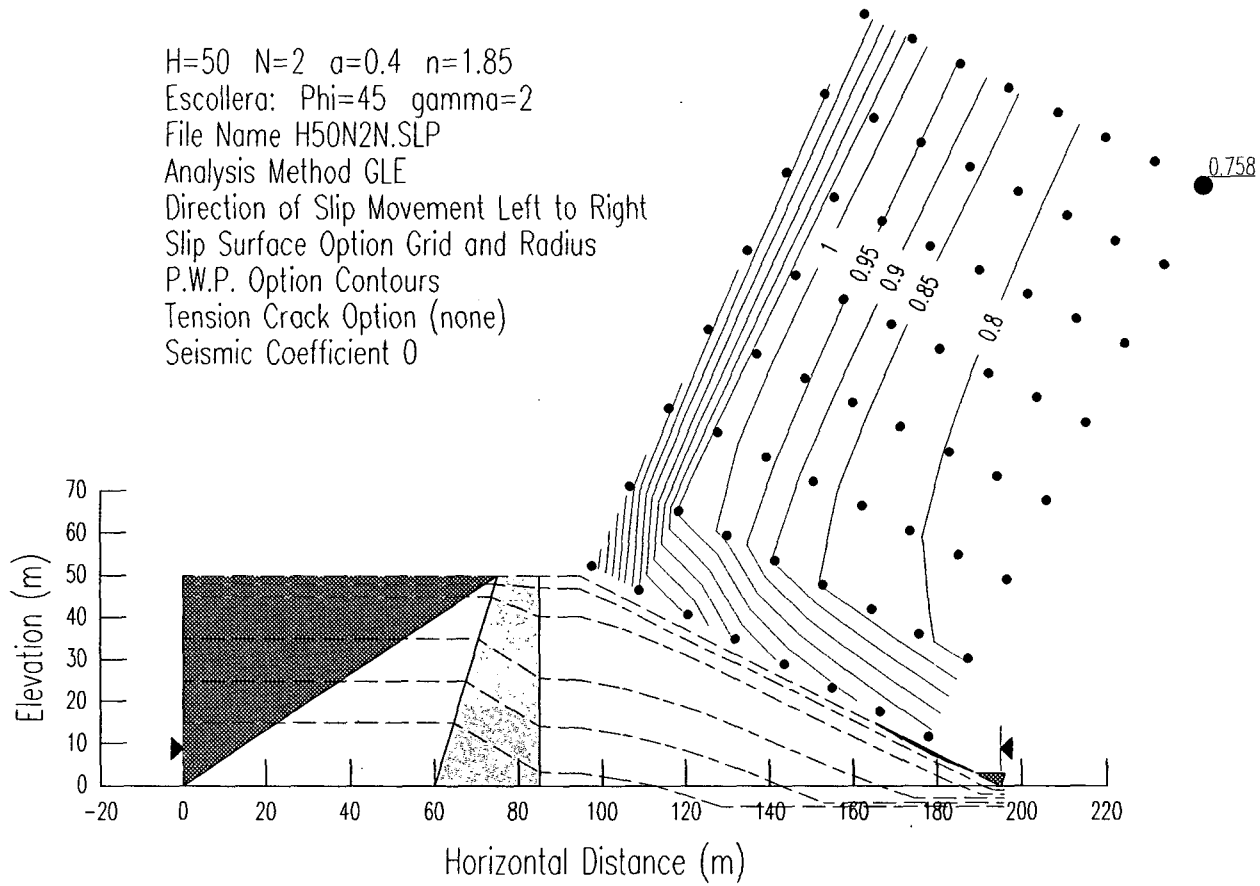
H=50 N=2 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=38 gamma=2  
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



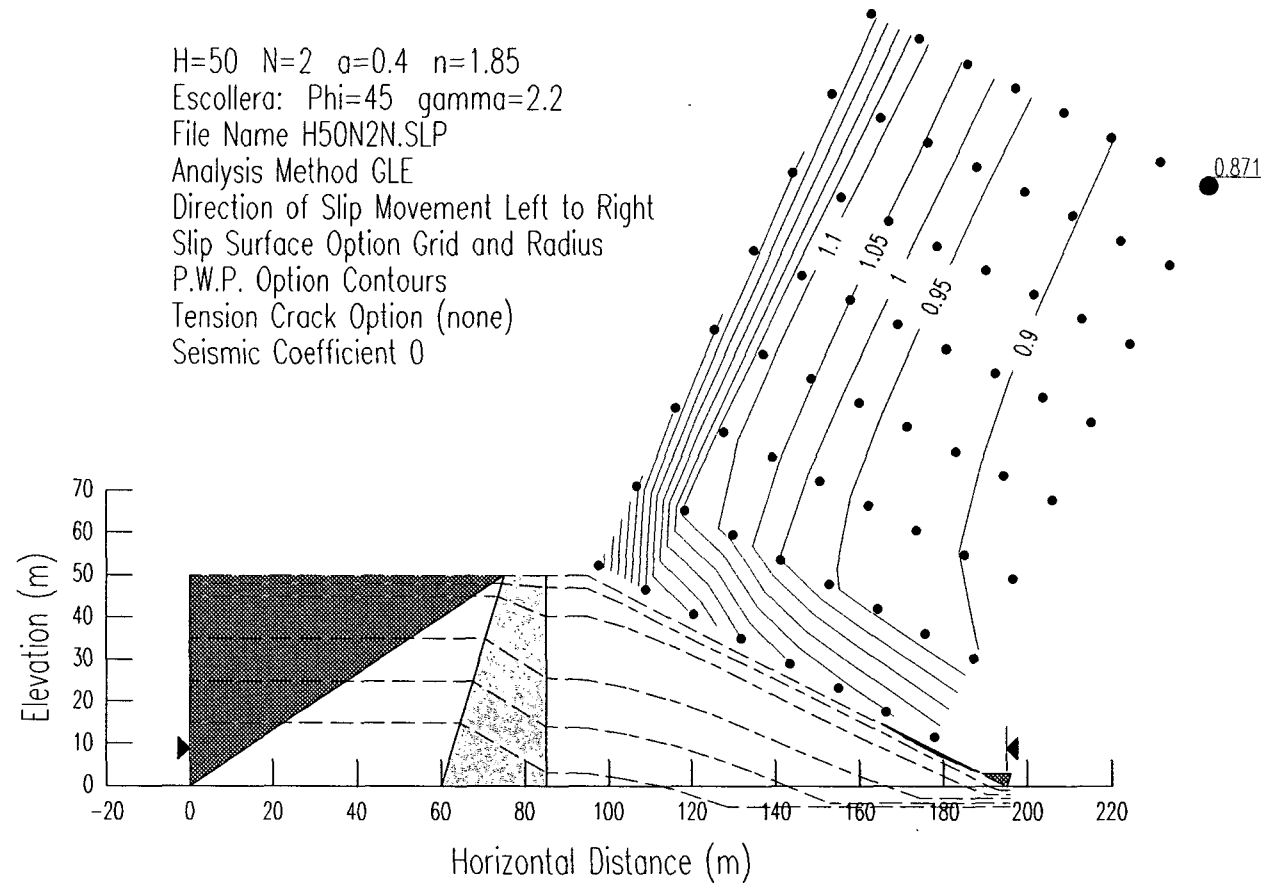
H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=38$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



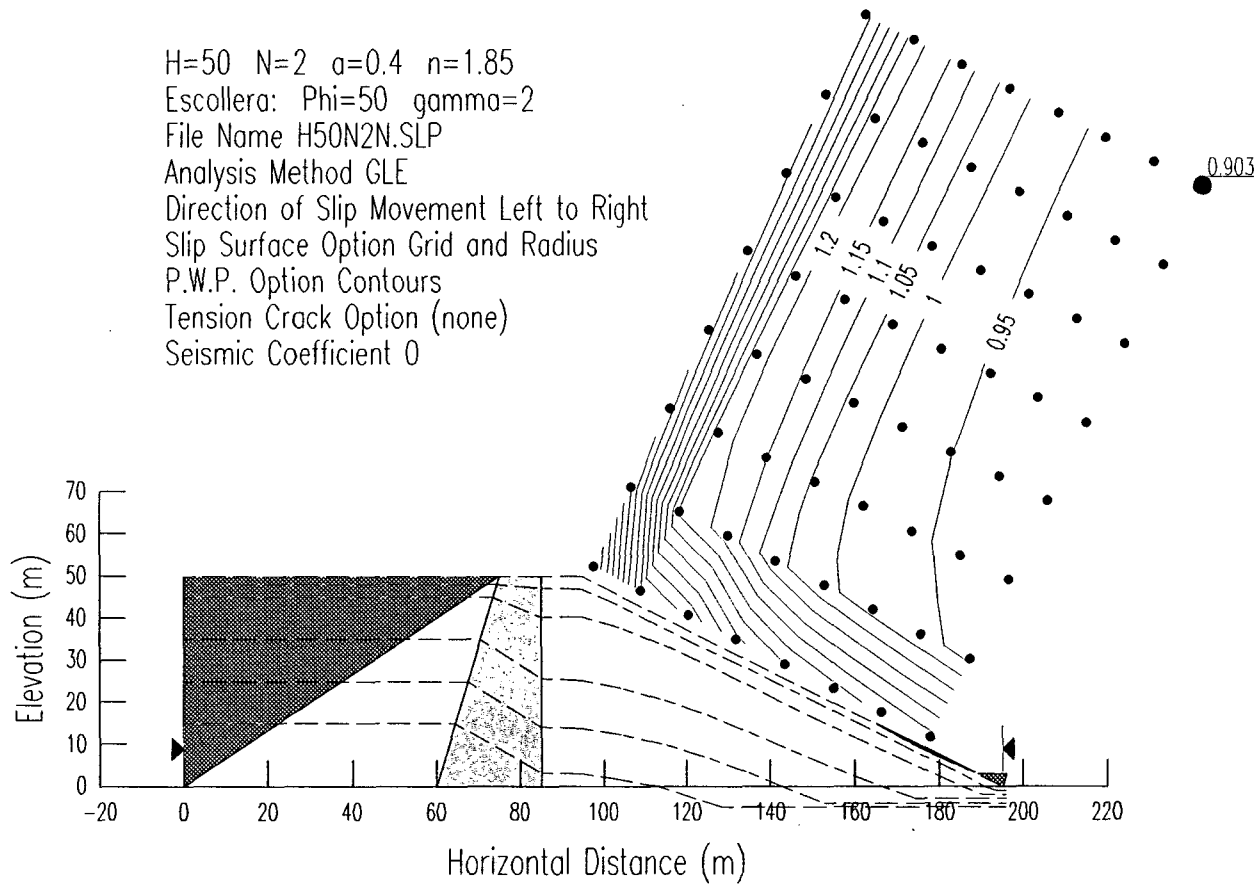
H=50 N=2 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi=45 gamma=2  
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



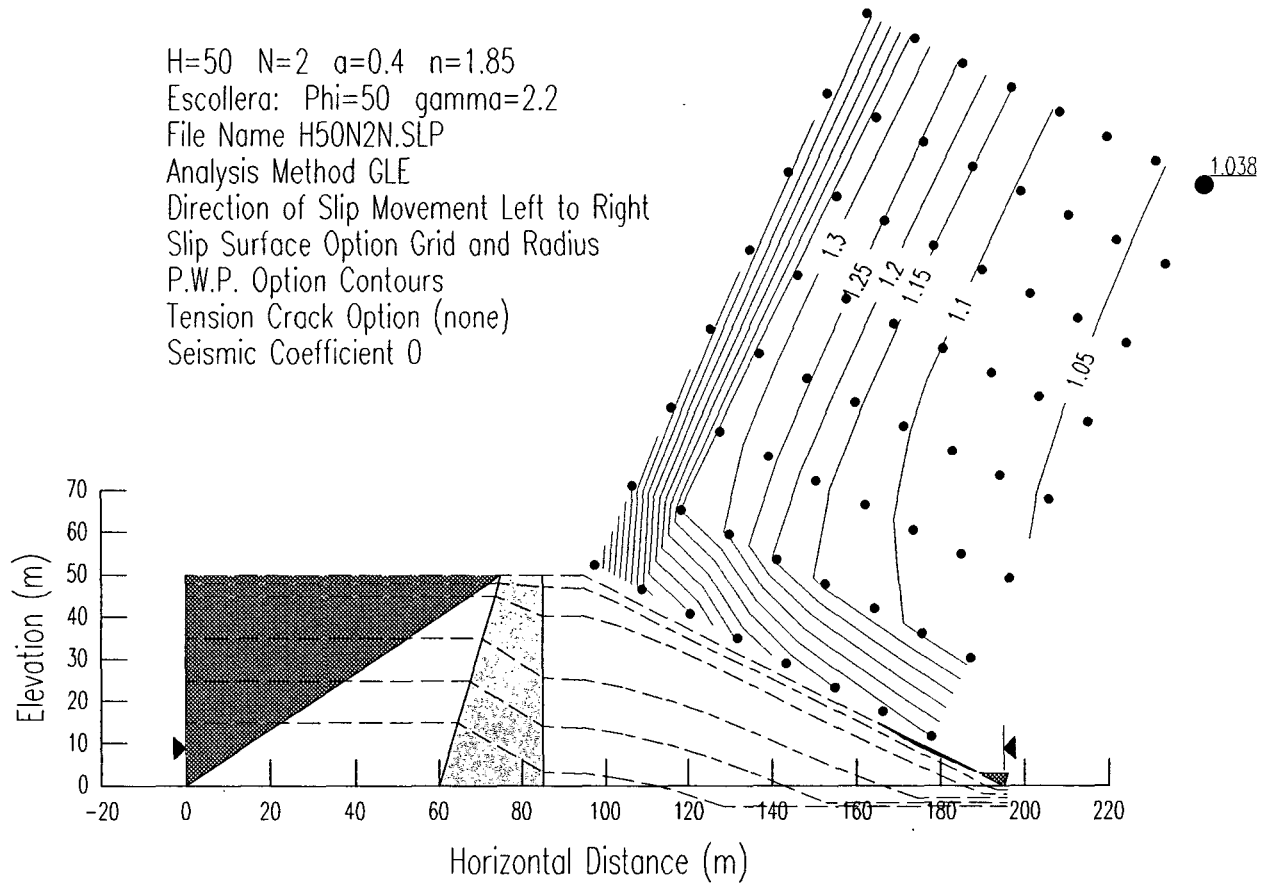
H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=45$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



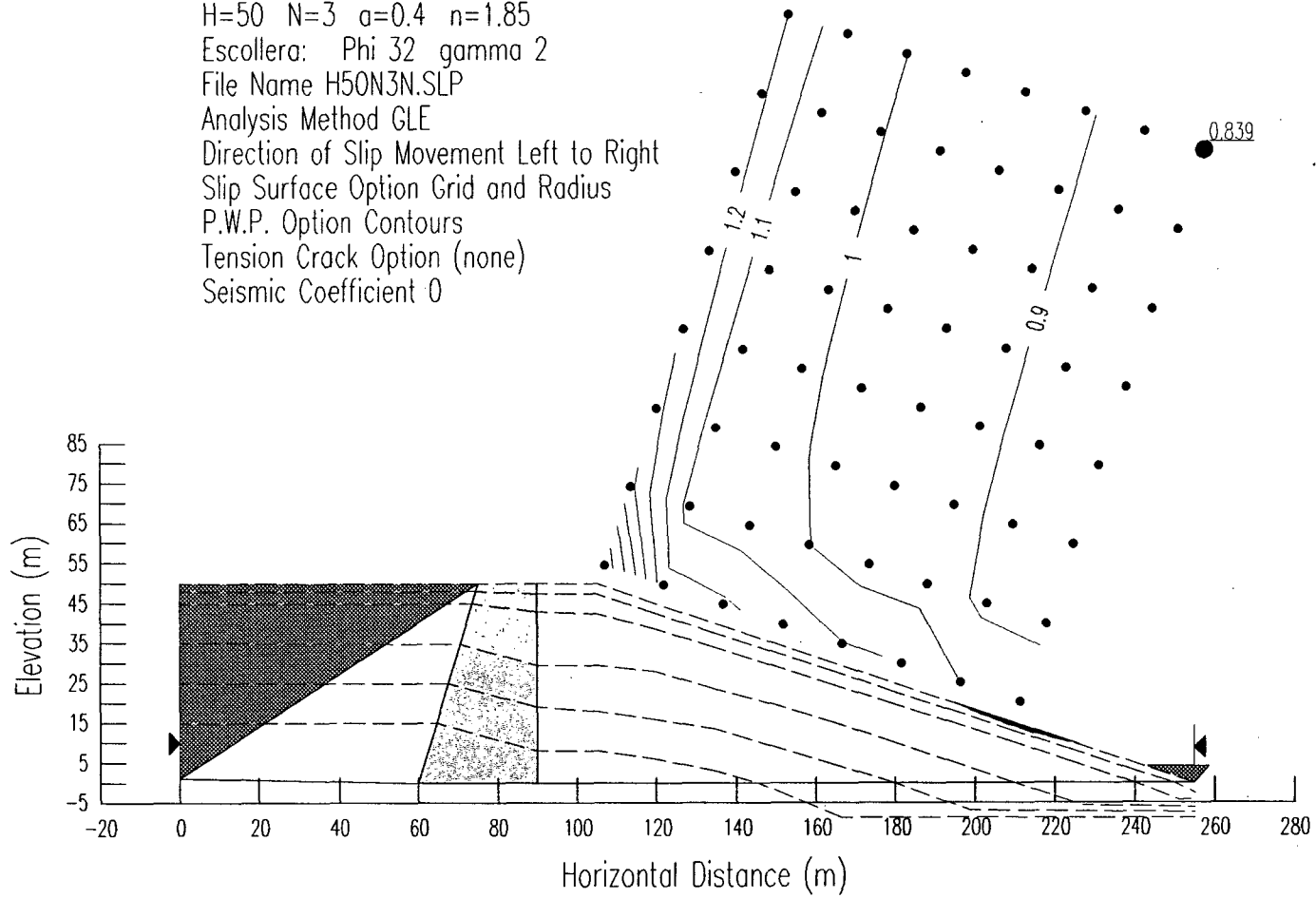
H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=50$   $\gamma=2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



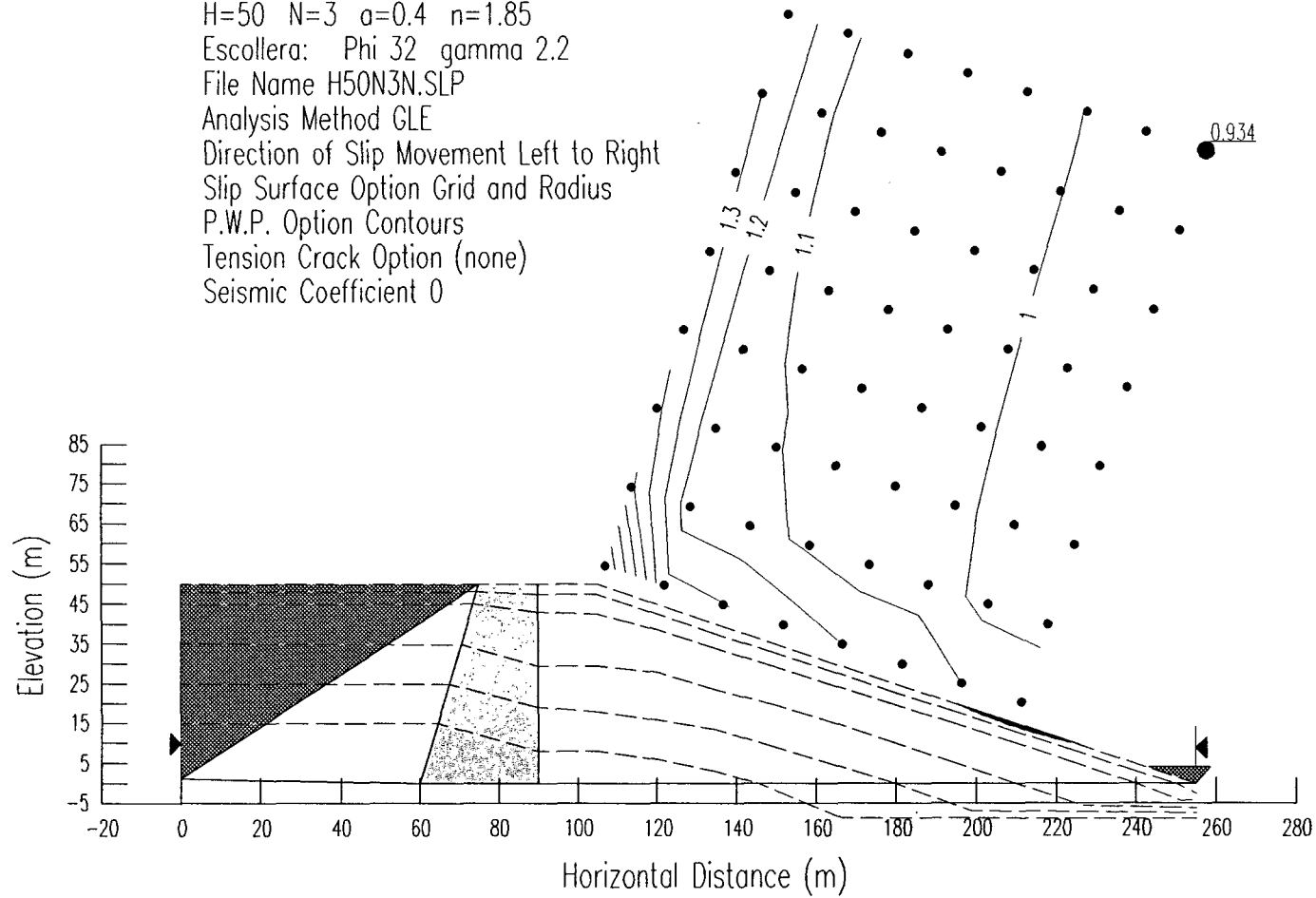
H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera:  $\Phi=50$   $\gamma=2.2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=3 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 32 gamma 2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

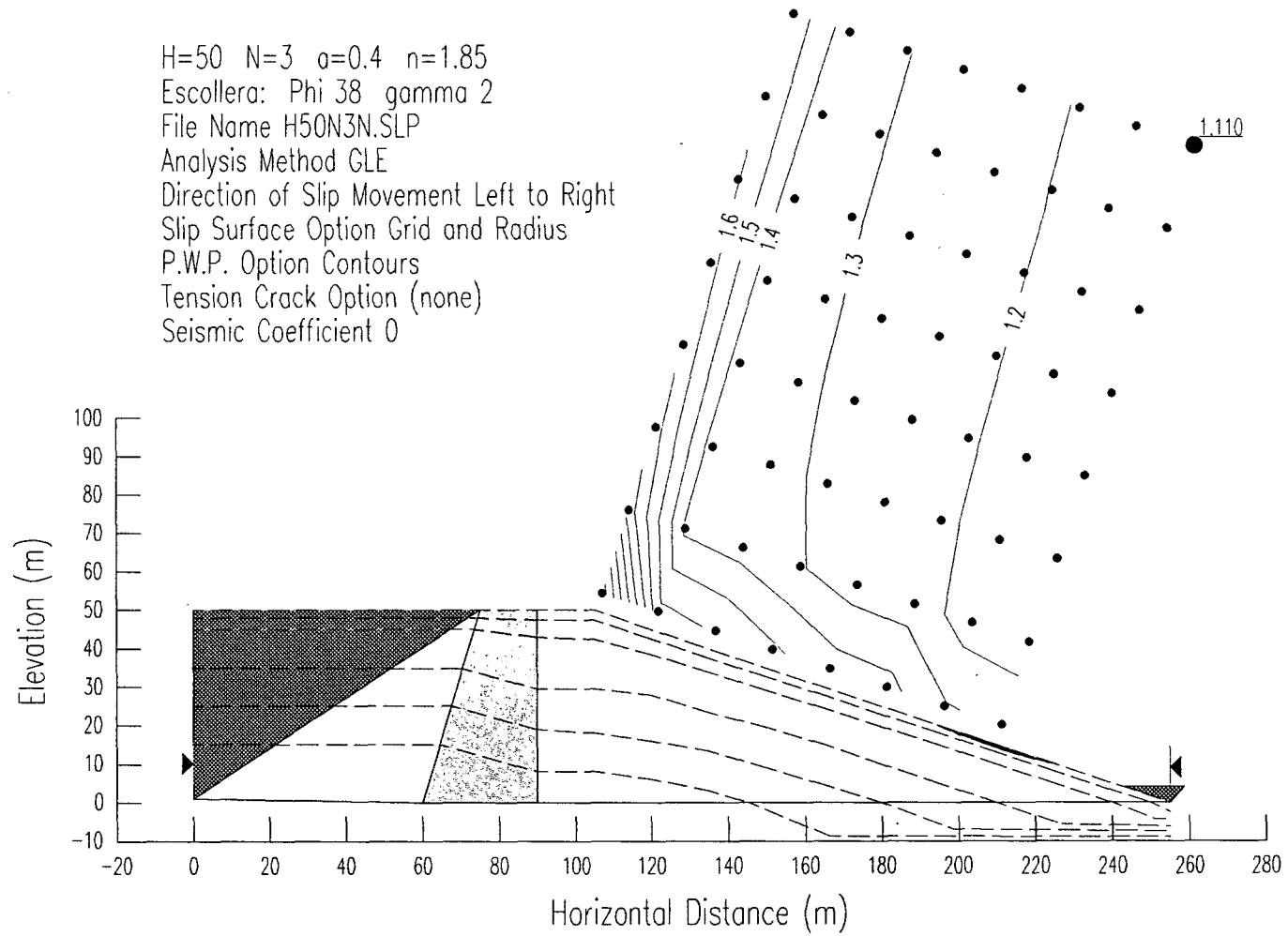


H=50 N=3 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 32 gamma 2.2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

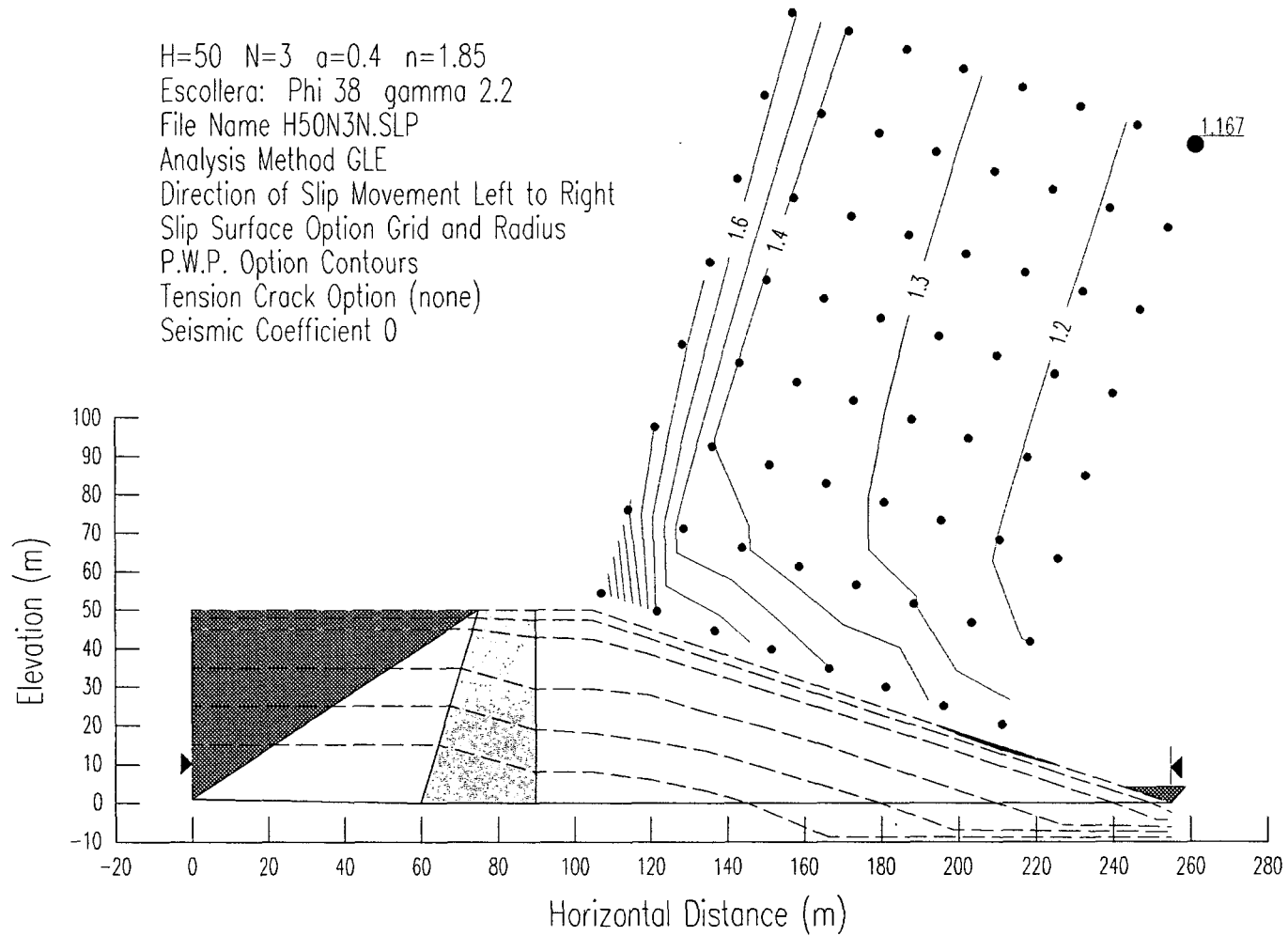




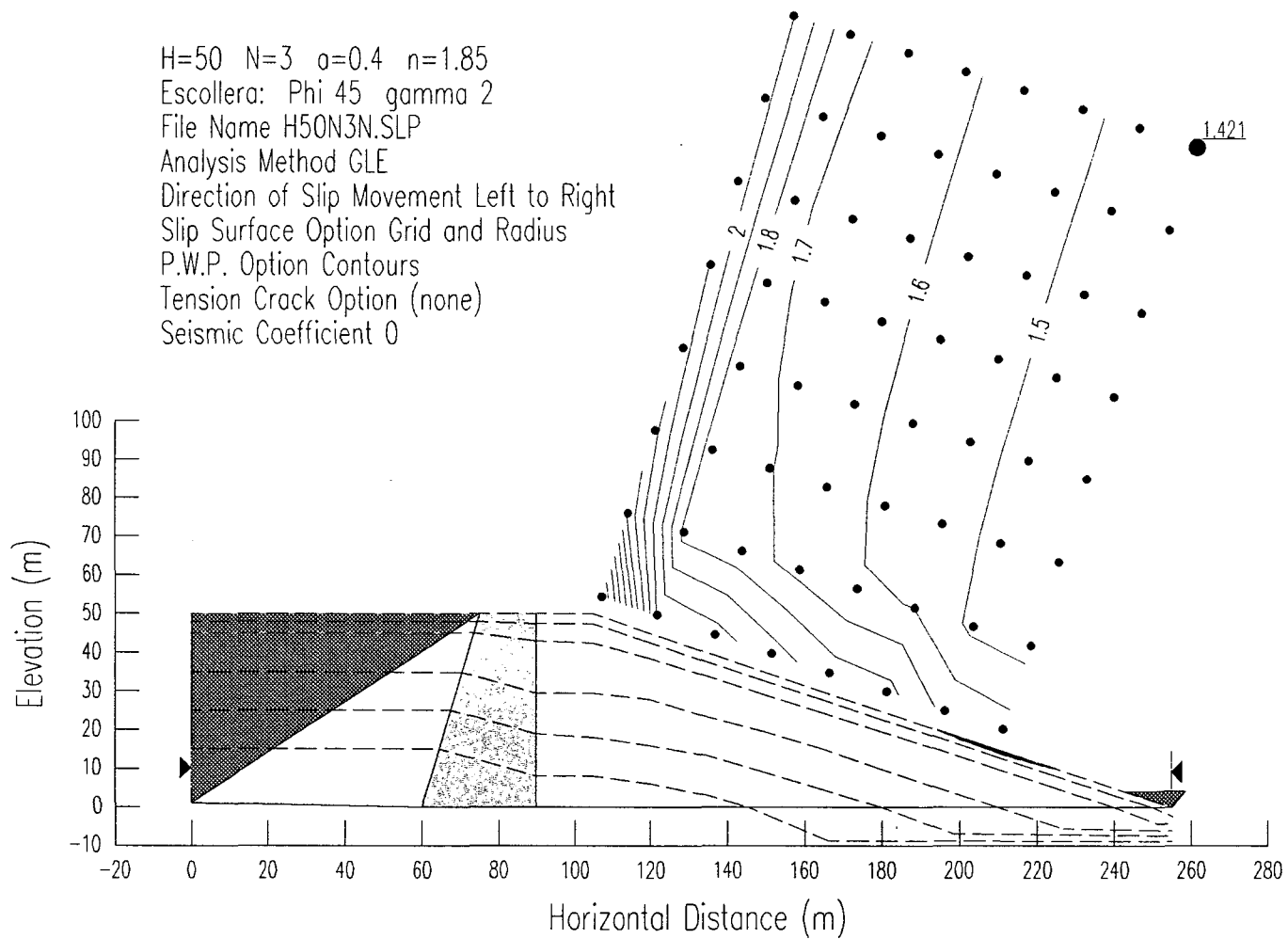
H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 38 gamma 2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



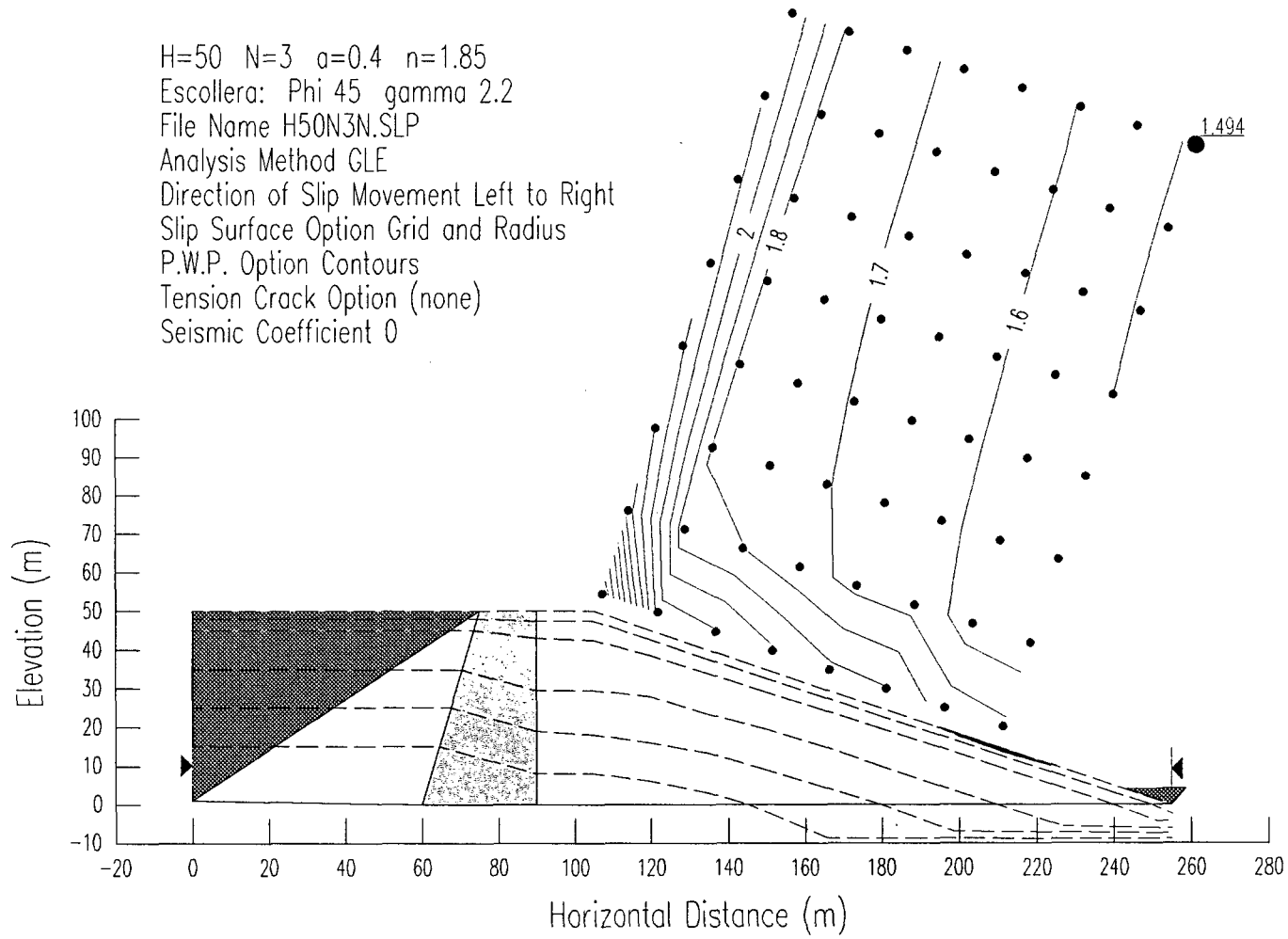
H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 38 gamma 2.2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



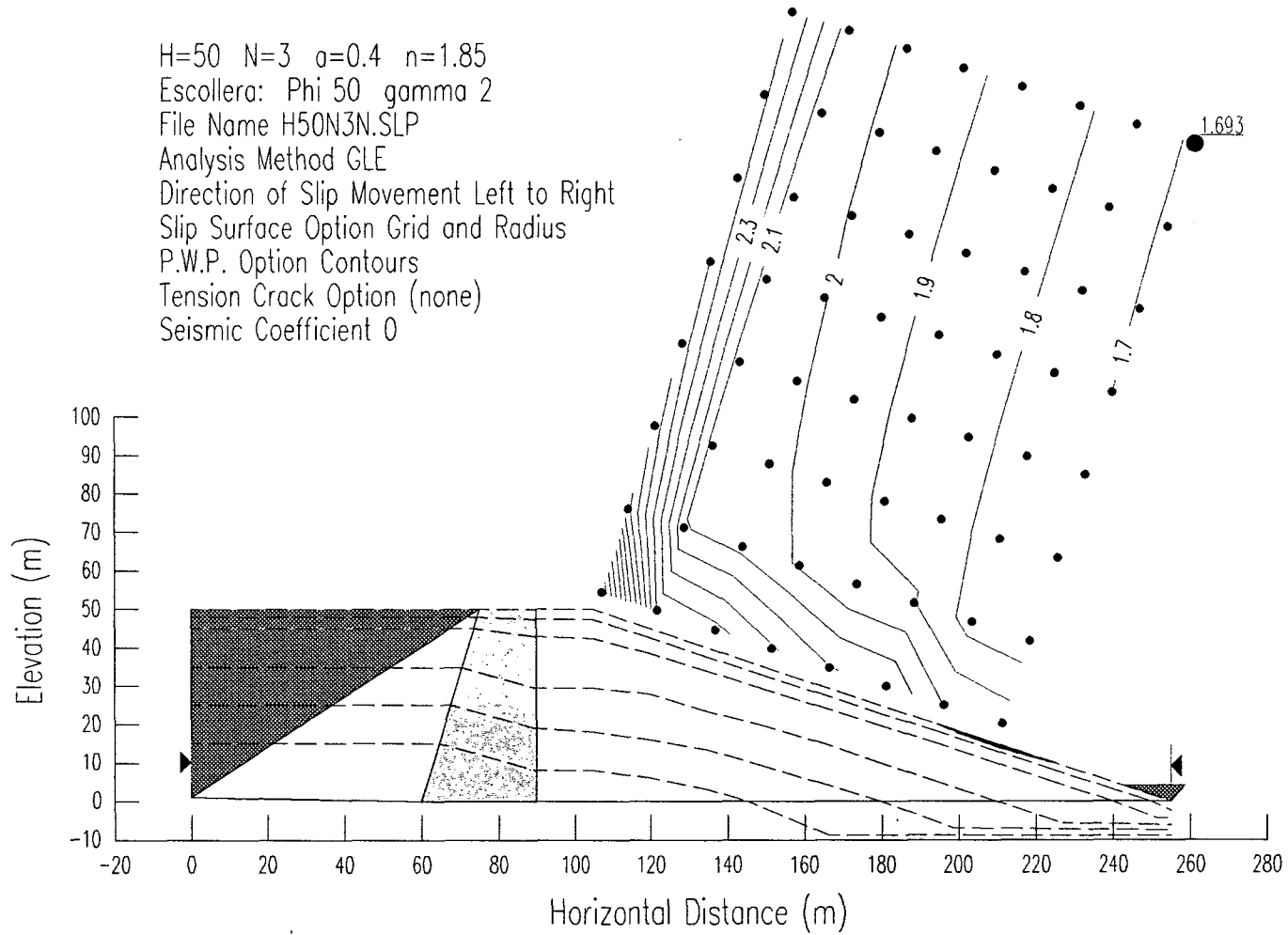
H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 45 gamma 2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



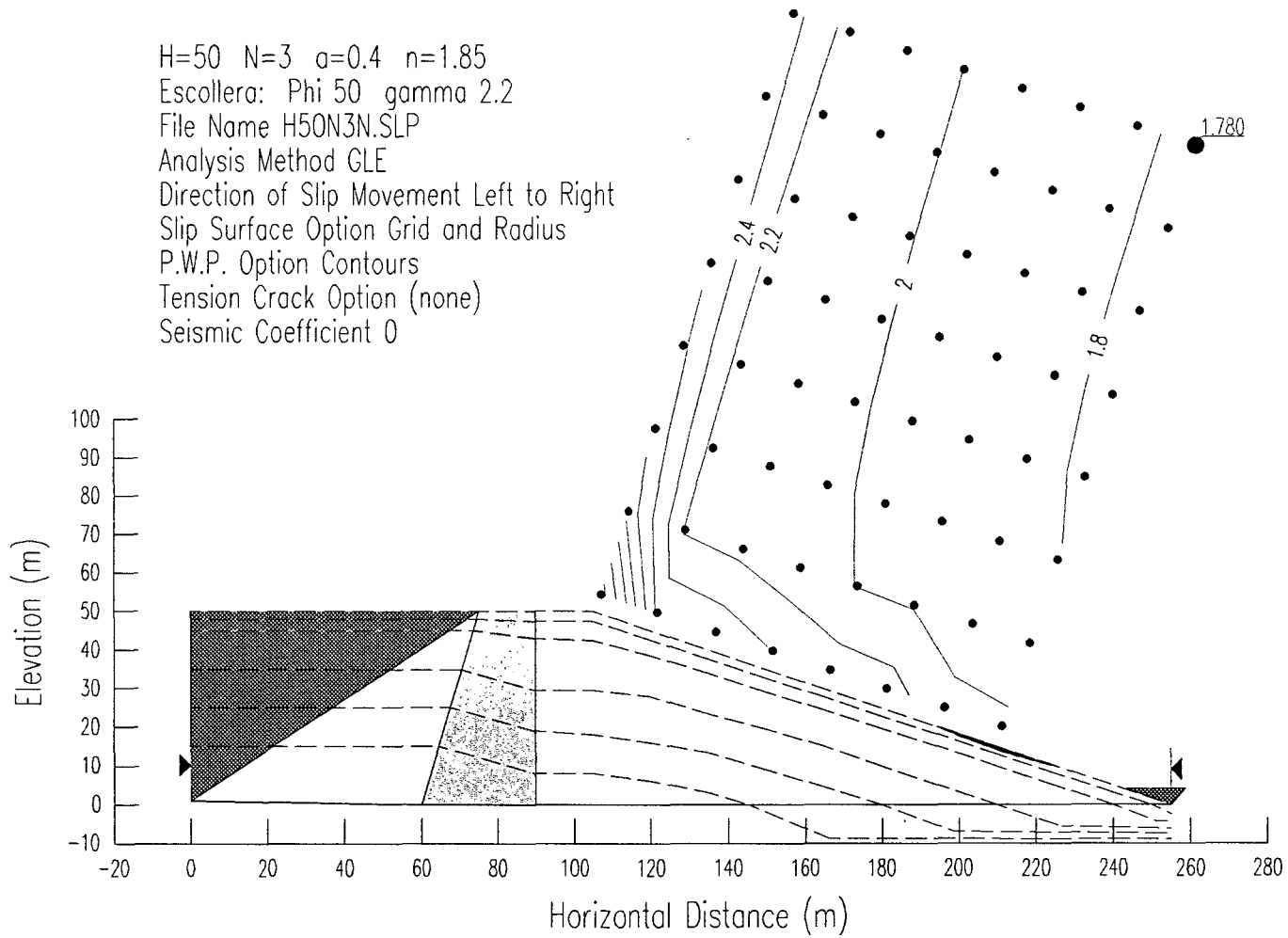
H=50 N=3 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 45 gamma 2.2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=3  $\sigma=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 50 gamma 2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



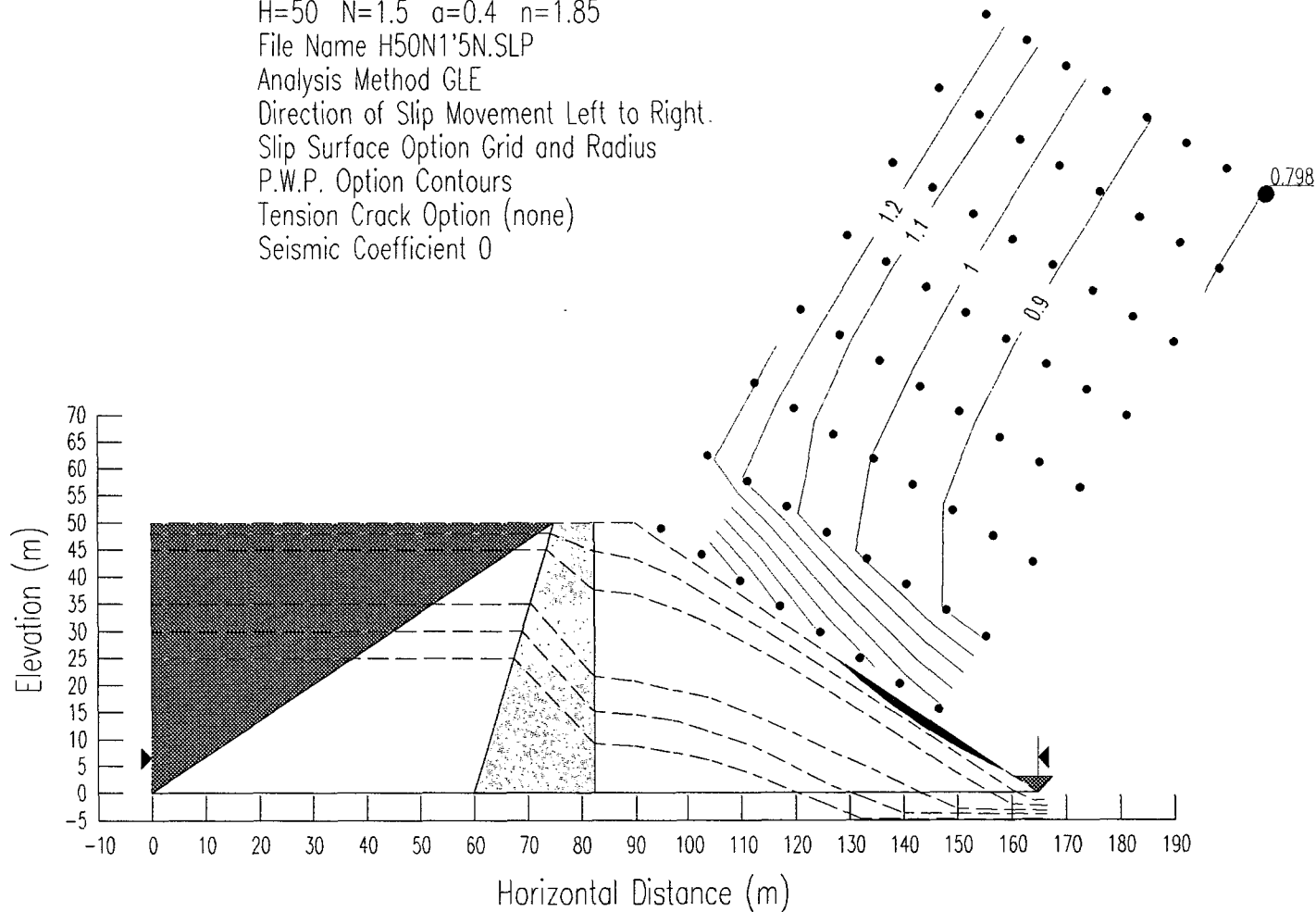
H=50 N=3 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 50 gamma 2.2  
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



**Apéndice 6.2:** Estudios de estabilidad con profundidades mínimas de los círculos más someros entre el 2% y el 15% de la altura de presa.

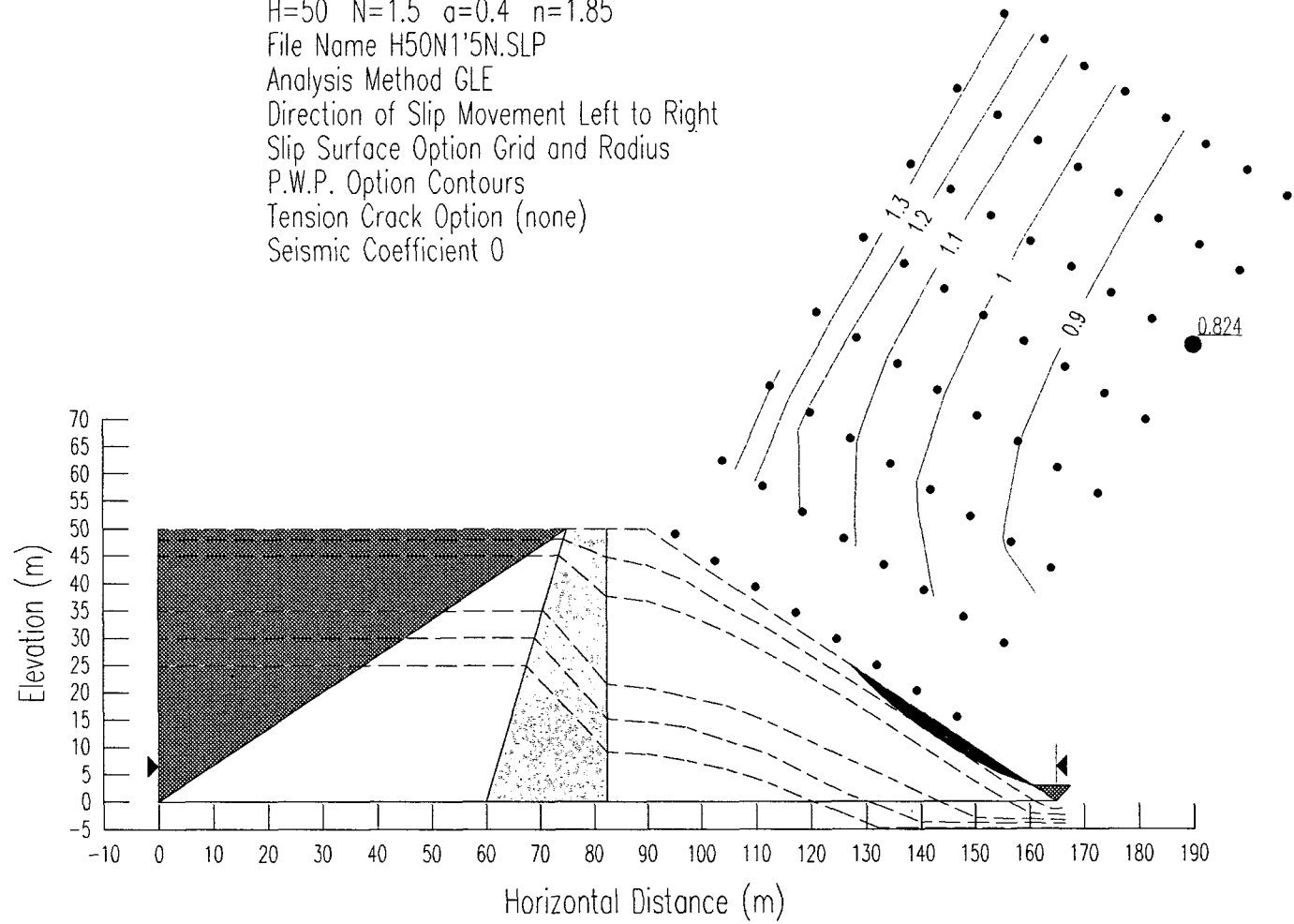
---

H=50 N=1.5 a=0.4 n=1.85  
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right.  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

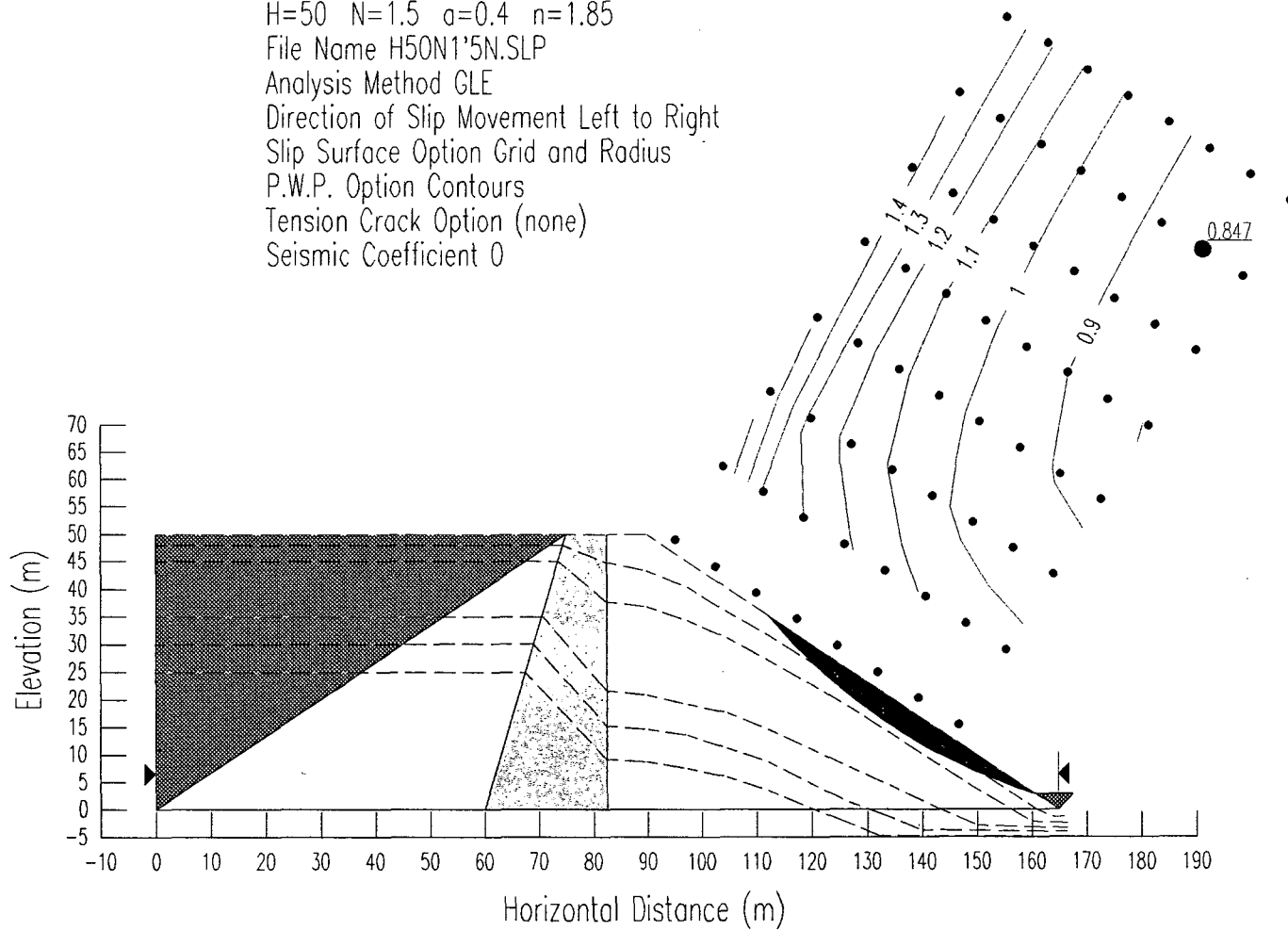




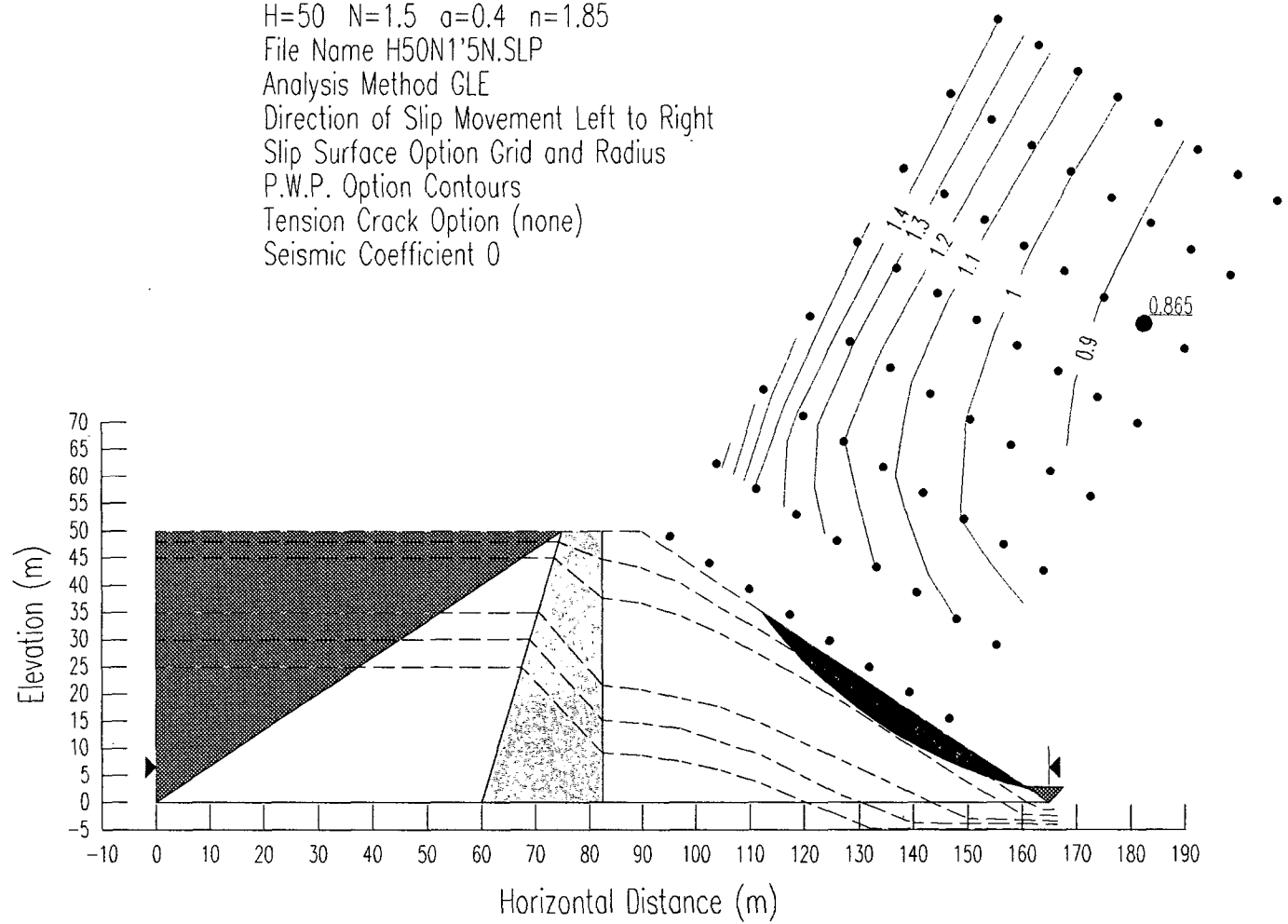
H=50 N=1.5 a=0.4 n=1.85  
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



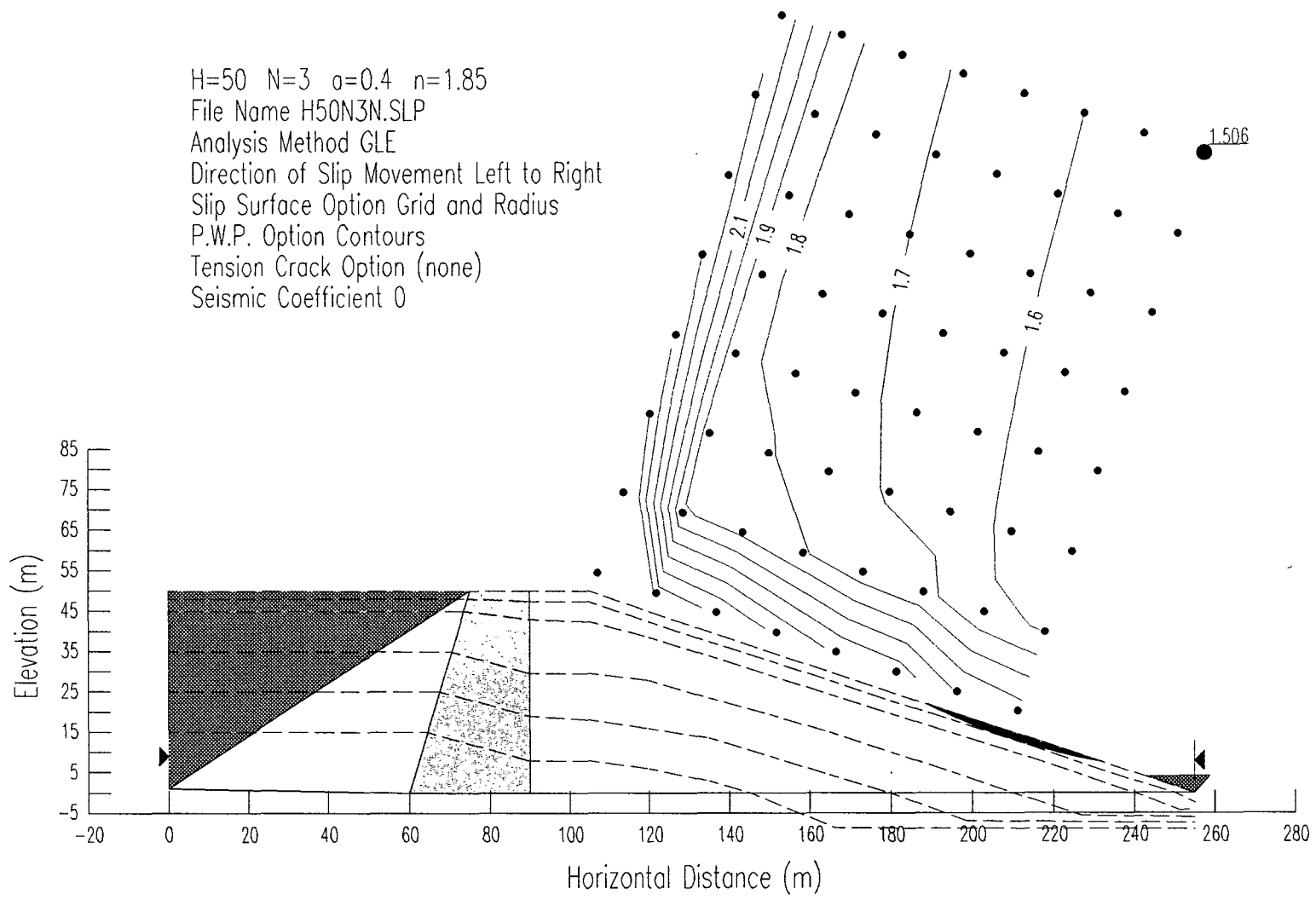
H=50 N=1.5  $\sigma=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



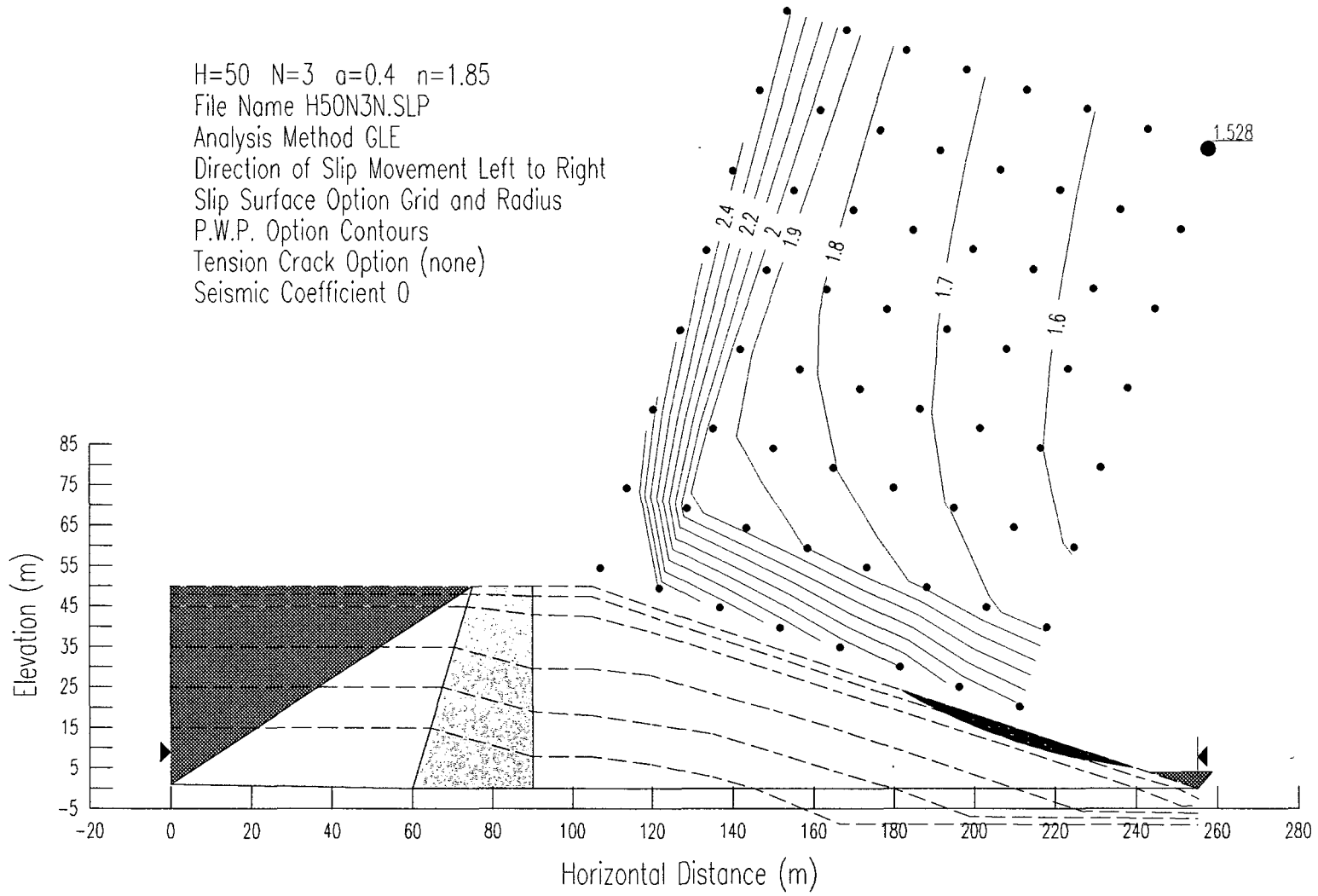
H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N1'5N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



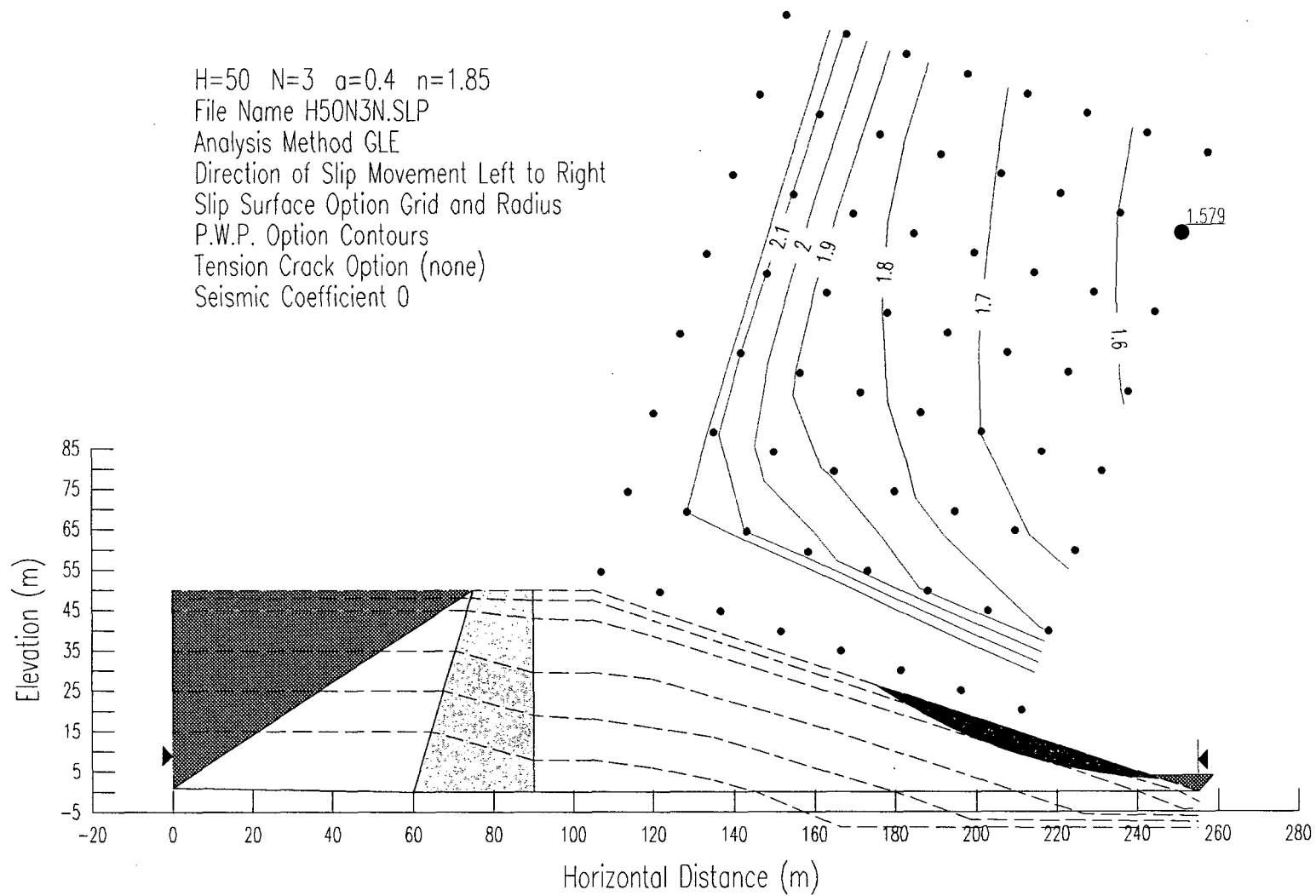
H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



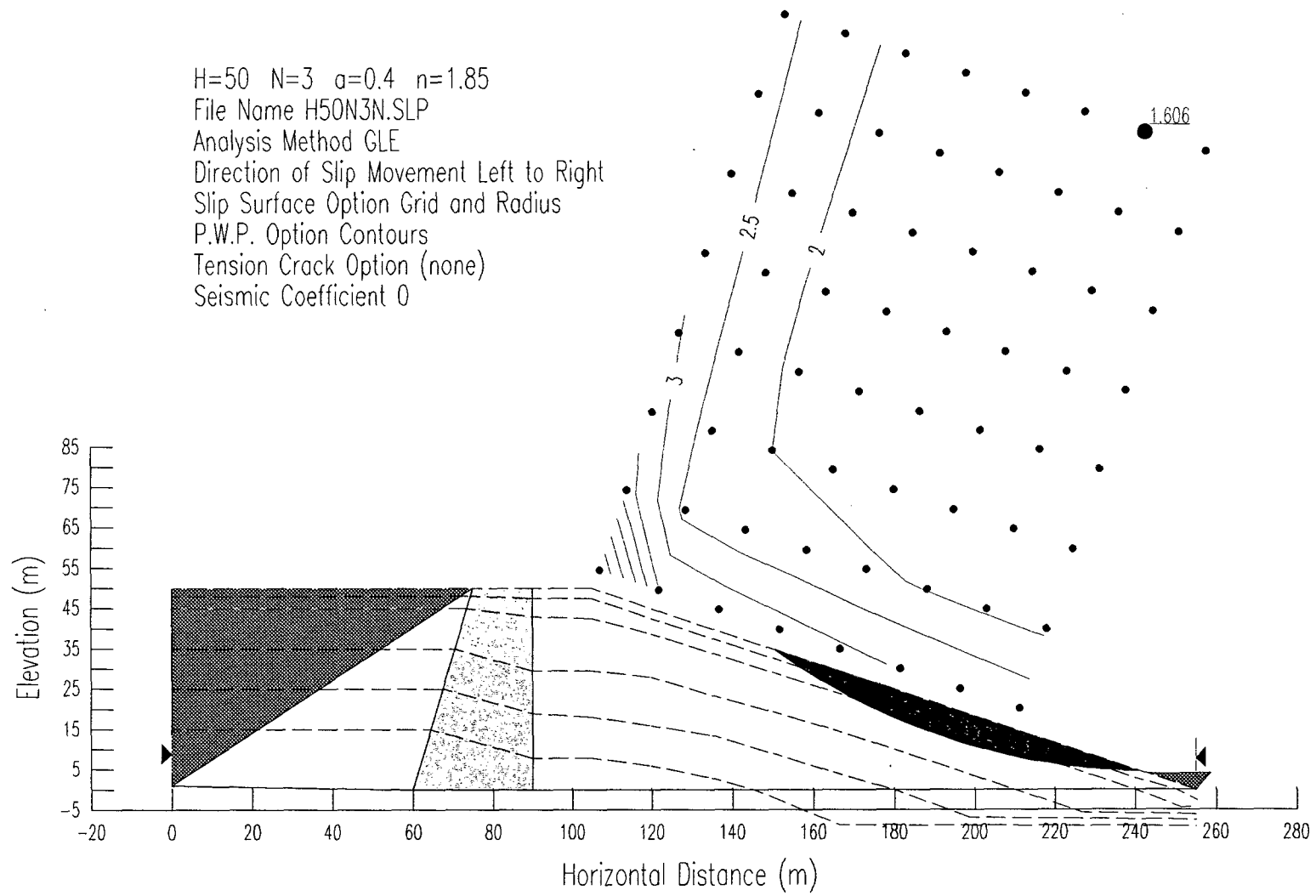
H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=3  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N3N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

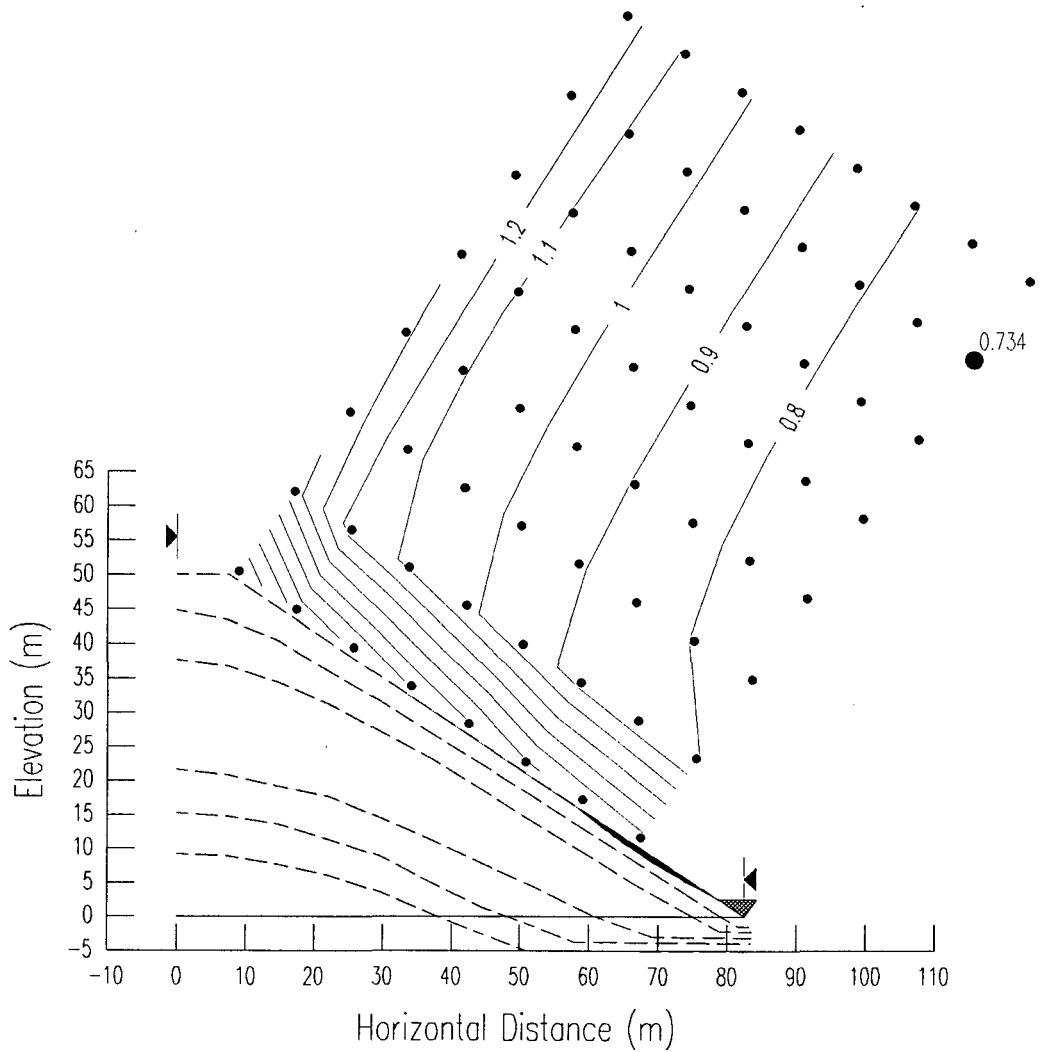


**Apéndice 6.3:** Estudios de estabilidad considerando movimiento lineal y no lineal.

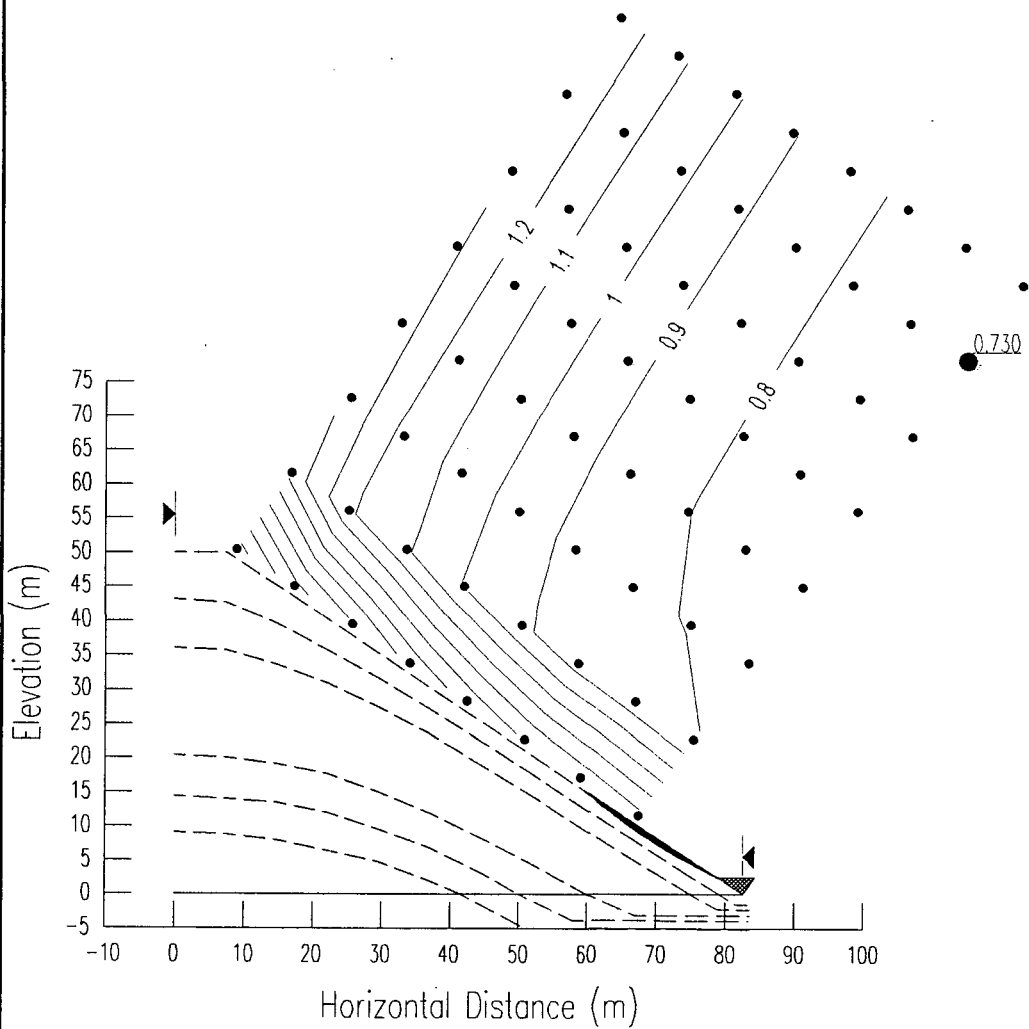
---



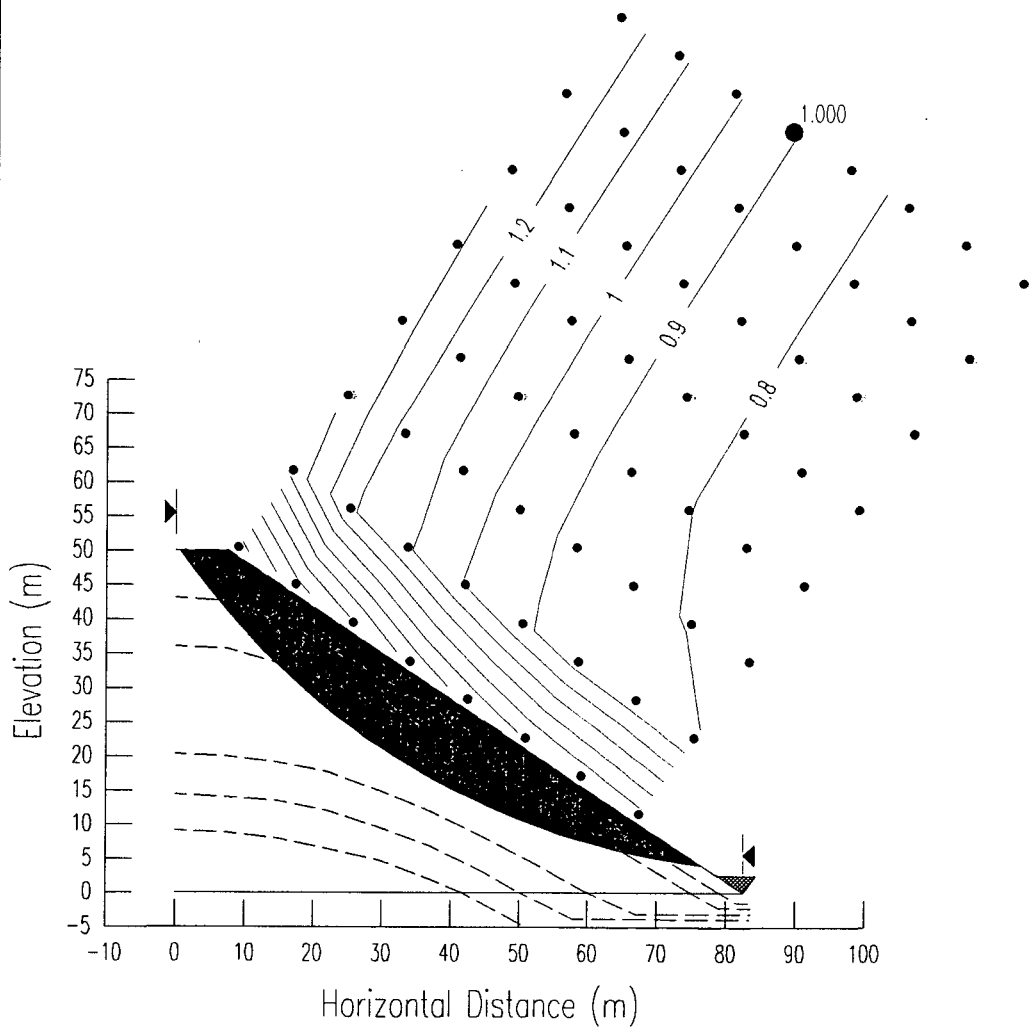
H=50 N=1.5  $\alpha=0.66$  n=1  
File Name H50N1'5L.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



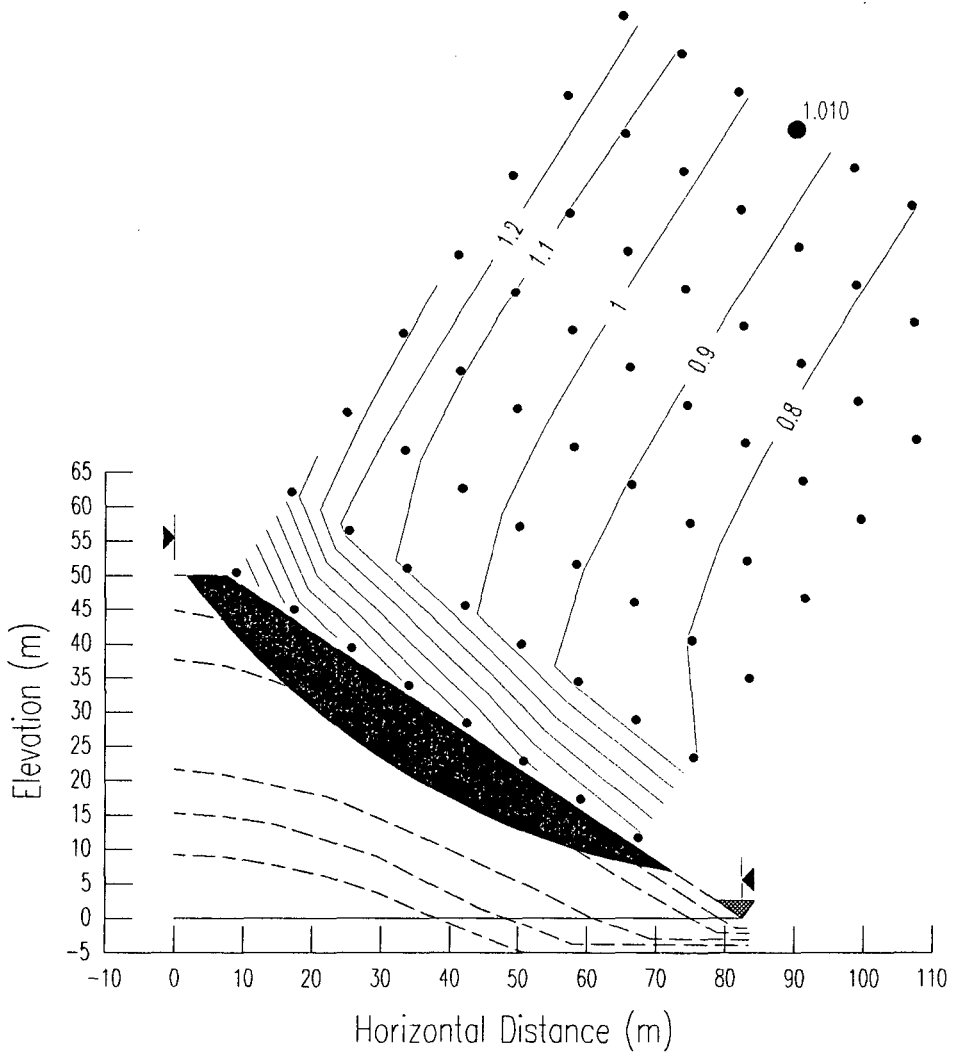
H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N1'5.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
File Name H50N1'5.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



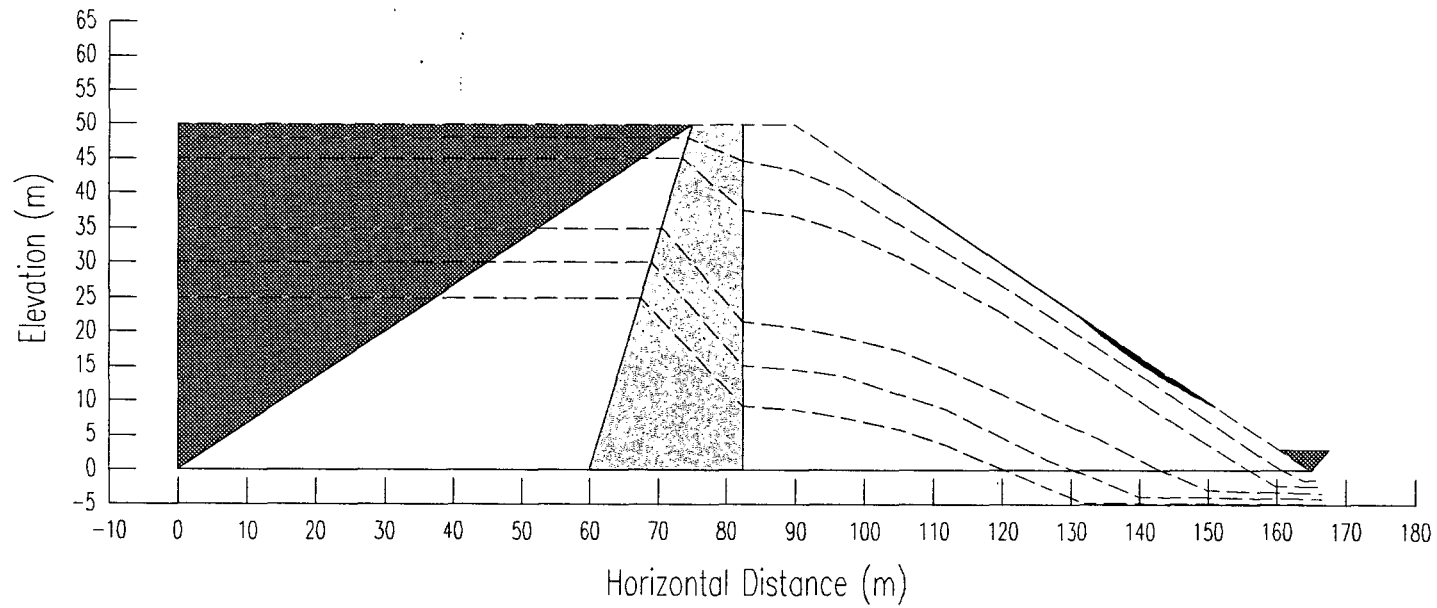
H=50 N=1.5  $\alpha=0.66$   $n=1$   
File Name H50N1'5L.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



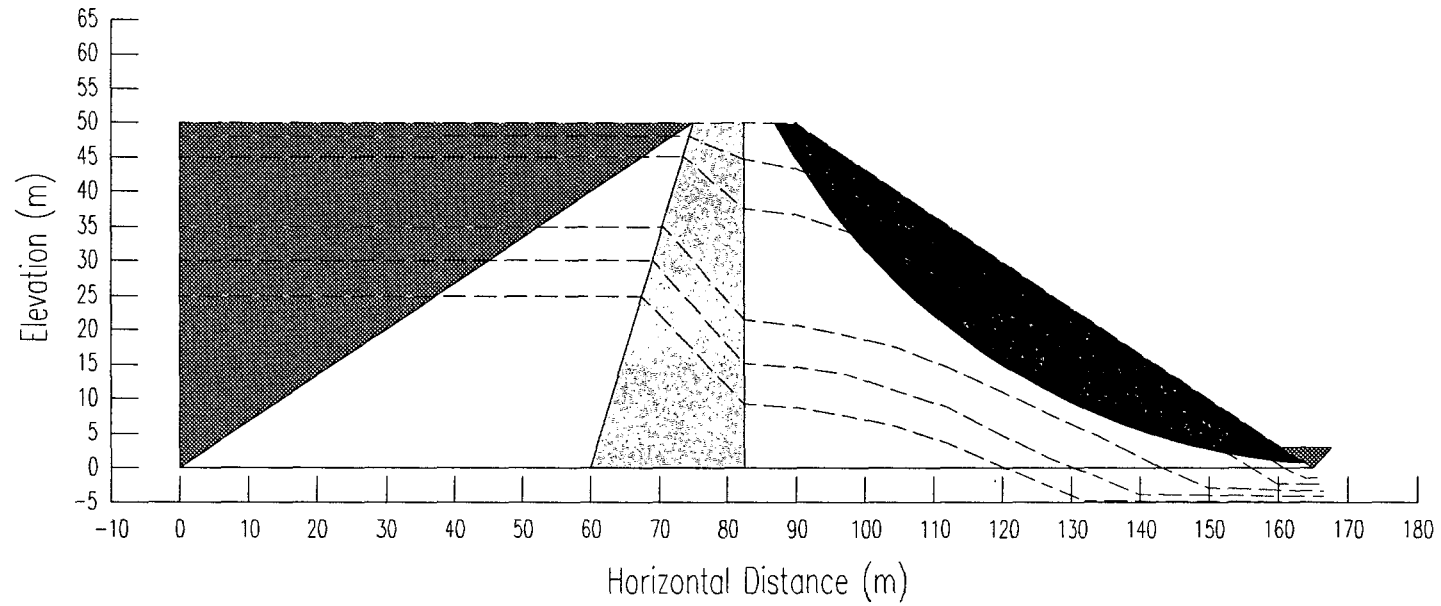
**Apéndice 6.4:** Estudios de estabilidad. Areas inestables.

---

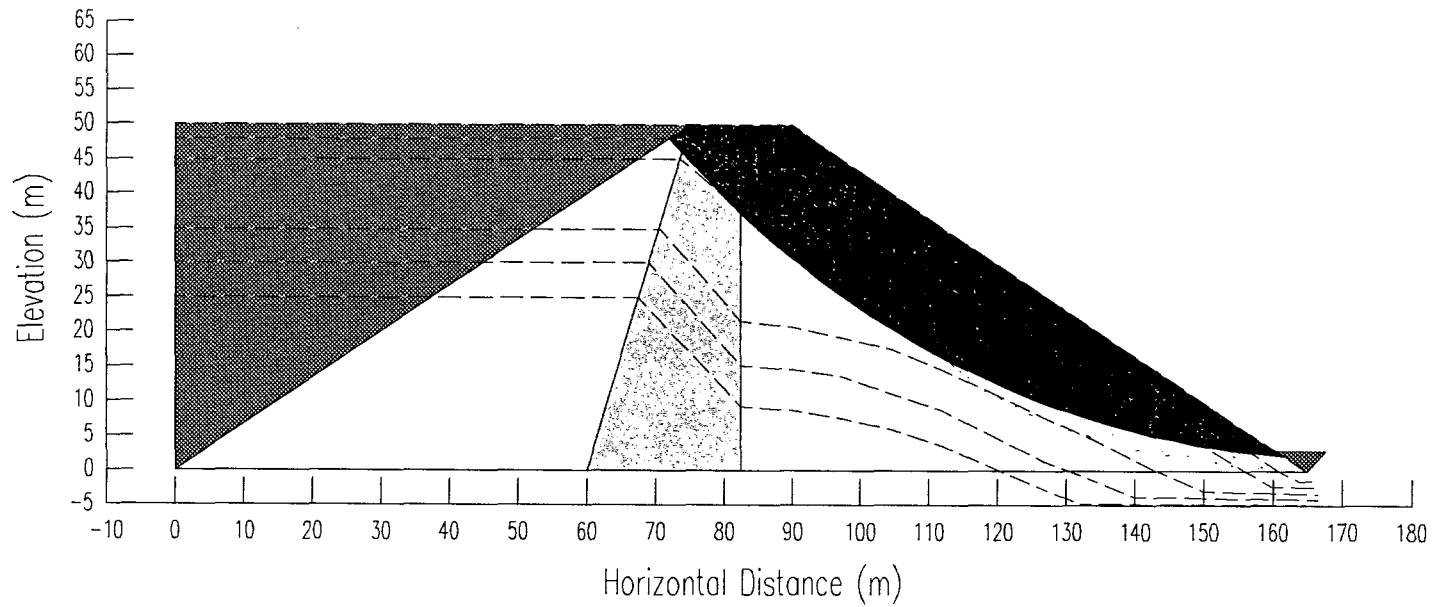
H=50 N=1.5 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 50 gamma 2.2  
File Name H50N1,5n.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.5 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 45 gamma 2.2  
File Name H50N1,5n.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

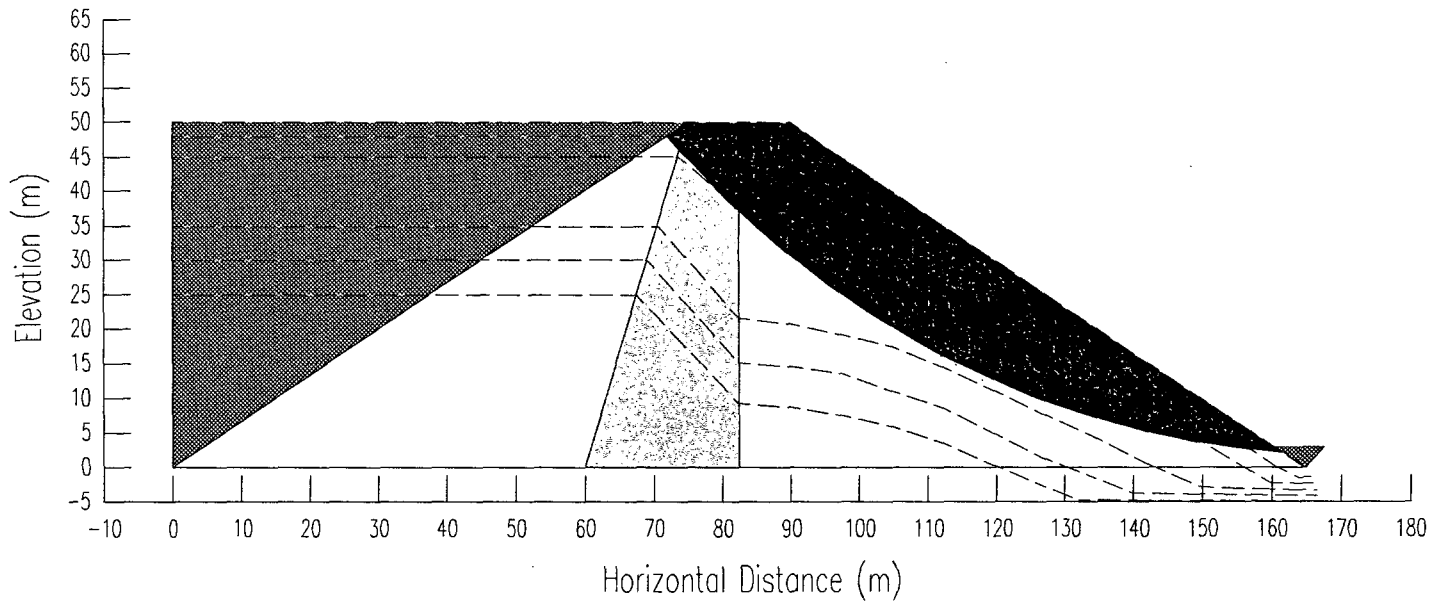


H=50 N=1.5  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 38 gamma 2.2  
File Name H50N1,5n.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

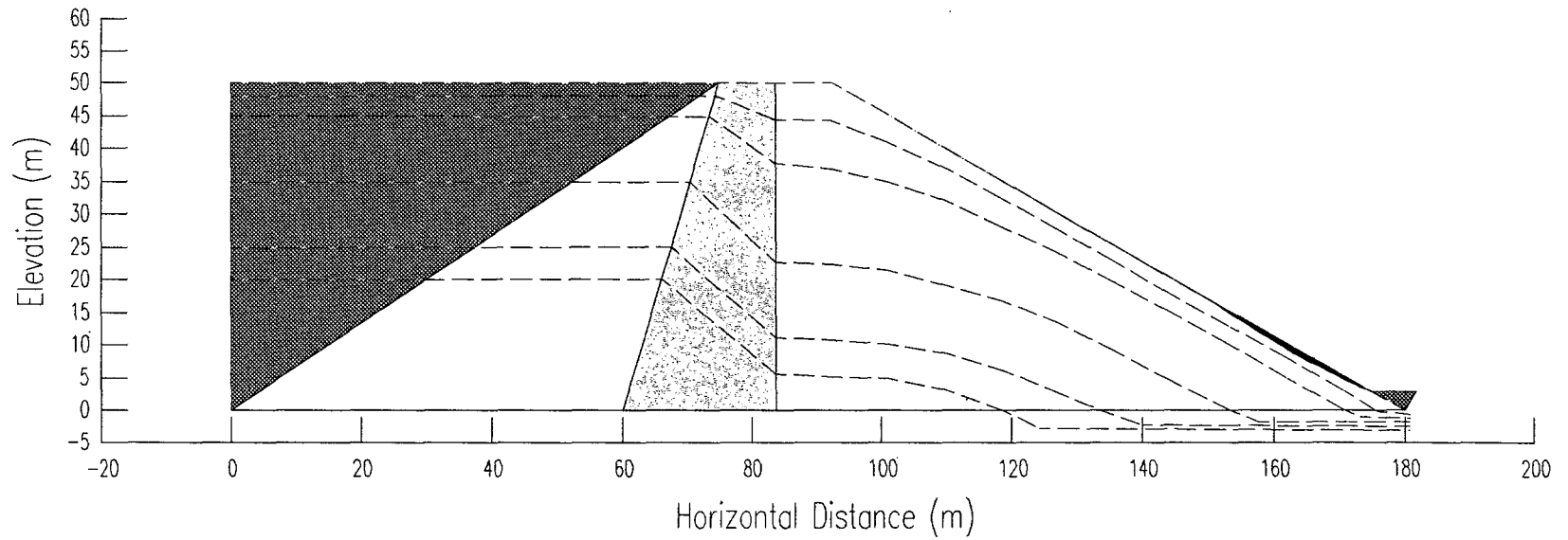




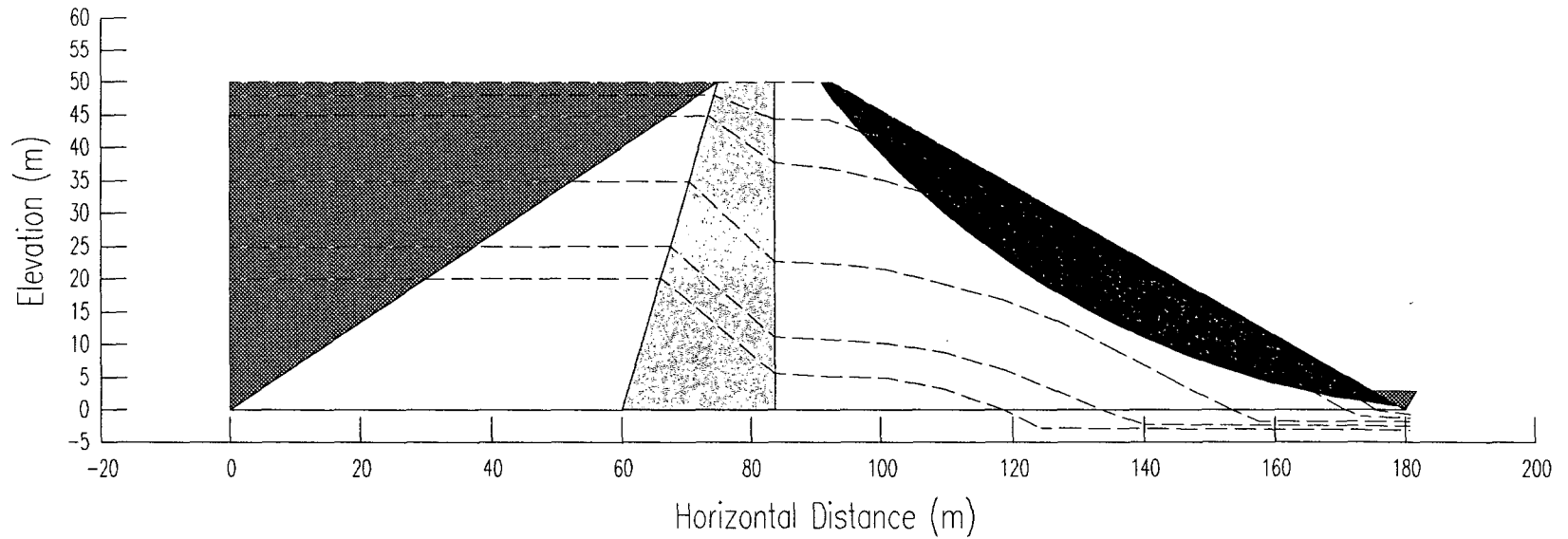
H=50 N=1.5 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 32 gamma 2.2  
File Name H50N1,5n.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=1.75  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 50 gamma 2.2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

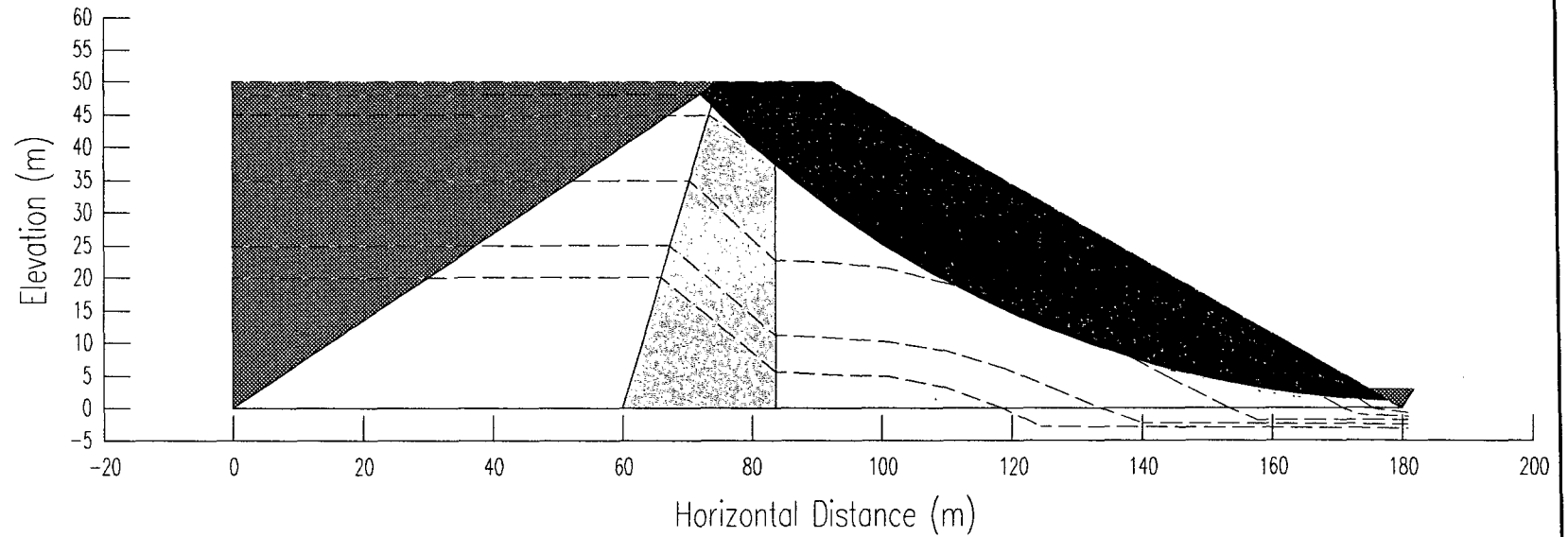


H=50 N=1.75 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 45 gamma 2.2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

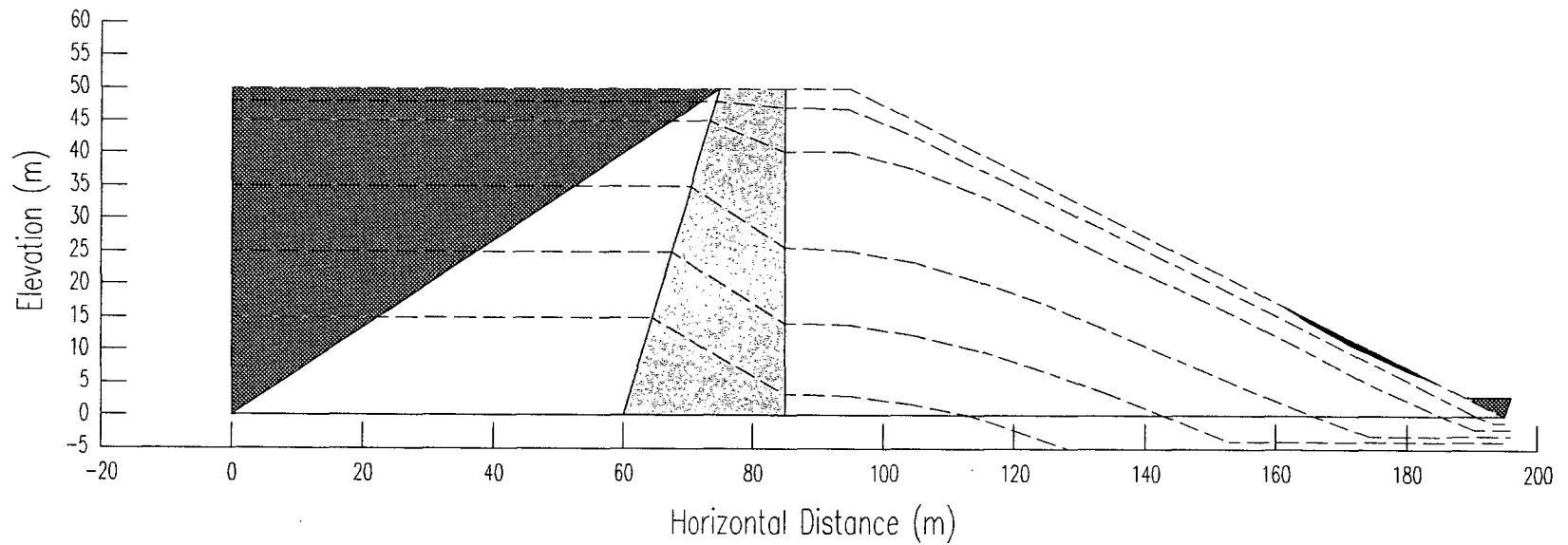




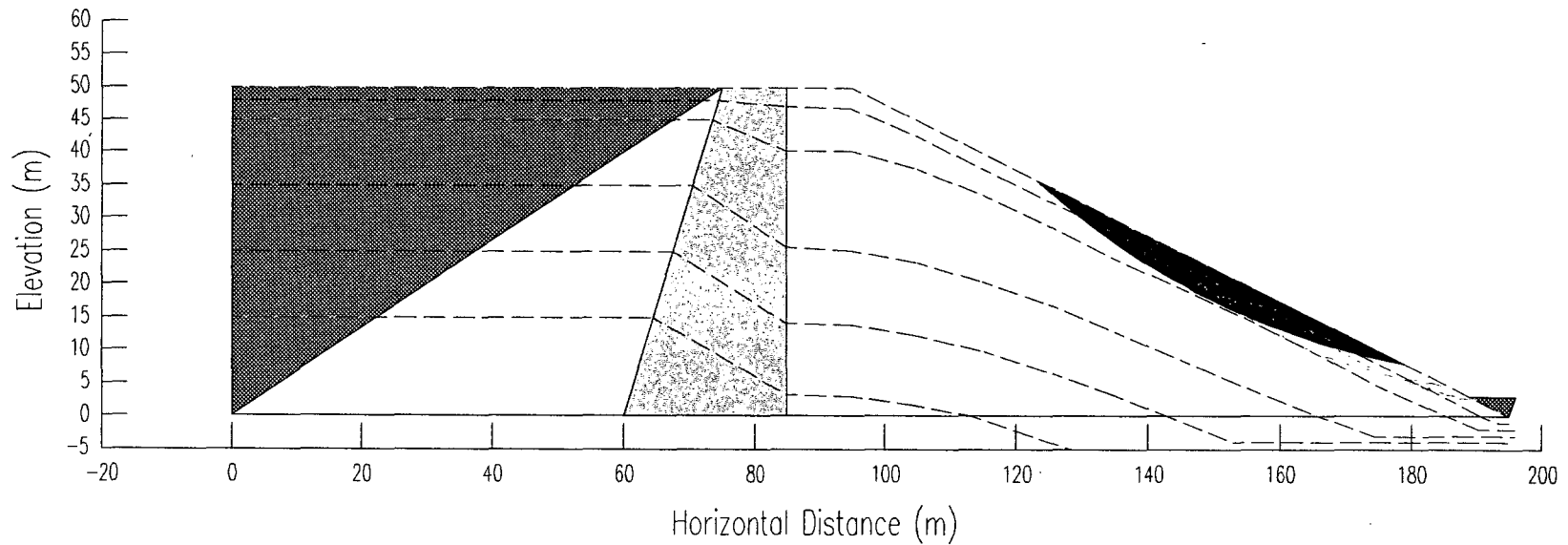
H=50 N=1.75  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 32 gamma 2.2  
File Name H50\_175N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



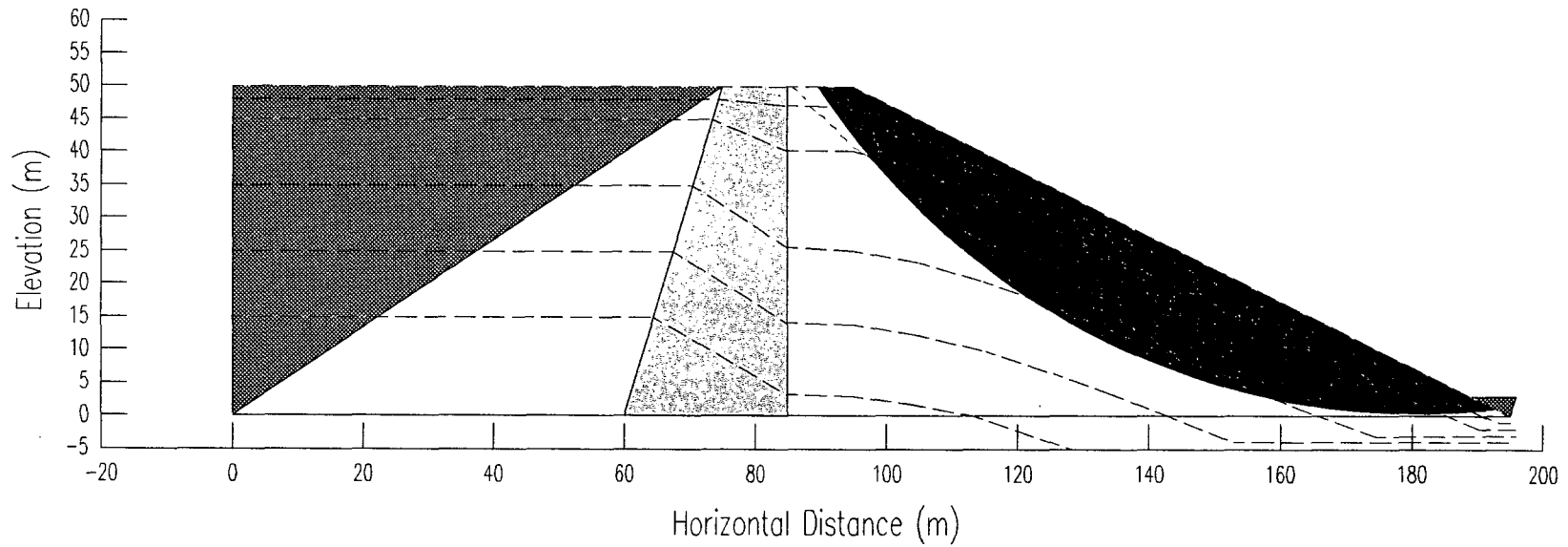
H=50 N=2  $\alpha=0.4$   $n=1.85$   
Escollera: Phi 50  $\gamma=2.2$   
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



H=50 N=2 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 45 gamma 2.2  
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0

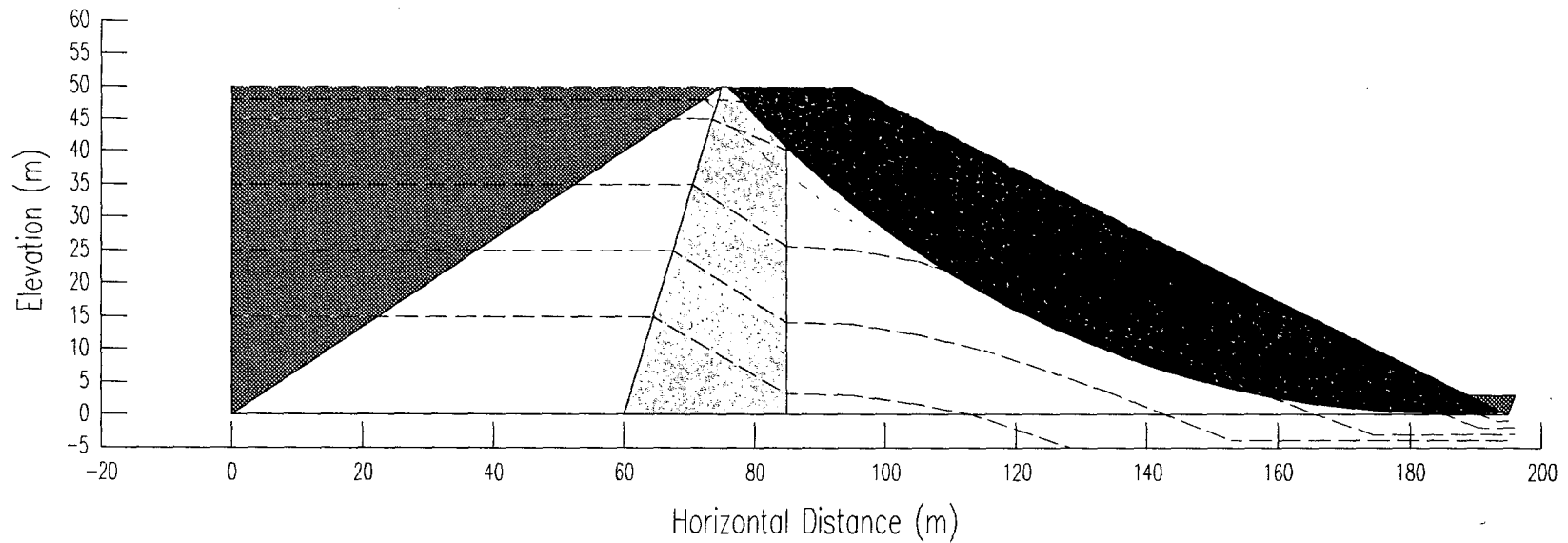


H=50 N=2 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 38 gamma 2.2  
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0





H=50 N=2 a=0.4 n=1.85  
Escollera: Phi 32 gamma 2.2  
File Name H50N2N.SLP  
Analysis Method GLE  
Direction of Slip Movement Left to Right  
Slip Surface Option Grid and Radius  
P.W.P. Option Contours  
Tension Crack Option (none)  
Seismic Coefficient 0



## DIMENSIONAMIENTO

---

### 7.1 INTRODUCCION

El objetivo de este capítulo es definir un procedimiento para dimensionar una presa de escollera con núcleo que sea resistente al sobrevertido, determinando los parámetros básicos, talud y tamaño de la escollera de protección, de modo que se cumplan las condiciones de estabilidad frente al deslizamiento en masa y de estabilidad superficial frente al fenómeno de arrastre.

El fenómeno de arrastre, que no es objeto de esta Tesis Doctoral, ha sido estudiado por numerosos investigadores. En el siguiente apartado se resumen algunos de los procedimientos existentes para la determinación del tamaño de escollera necesario para evitar que se produzca el arrastre de la misma y la erosión progresiva del espaldón. En este capítulo se pone de relieve la necesidad de que el diseño se realice compatibilizando las condiciones de estabilidad al deslizamiento y estabilidad superficial y se llama la atención sobre la importancia de la condición de estabilidad frente al deslizamiento, que resulta en muchas ocasiones más severa que la de estabilidad frente al arrastre.

El alcance de este capítulo se limita al objetivo antes expresado, sin pretender detallar unos criterios de diseño que deberían incluir aspectos tan importantes como la protección de la coronación de presa, los contactos con las laderas y el pie de presa o la necesidad de garantizar la permanencia de los tamaños menores, evitando su escape a través de la escollera de protección, etc.

Los criterios de dimensionamiento aquí expuestos, utilizando para la determinación del tamaño de la escollera de protección el método de Hartung-Sheuerlein-Knauss que aquí se considera o bien otro que alternativamente se elija, pueden tener aplicación en casos como:

- \* *Presa existente cuyo aliviadero resulta insuficiente de acuerdo con los datos disponibles y los criterios actuales de cálculo y diseño.* En este caso, como alternativa a la ampliación del aliviadero o a la protección del talud de aguas abajo por otros procedimientos (HCR, etc.) puede resultar interesante en ocasiones acondicionar el espaldón de aguas abajo para que resista el sobrevertido esperable de acuerdo con los criterios establecidos. En este caso, al tratarse de una situación excepcional podría adoptarse un coeficiente de seguridad frente al deslizamiento poco mayor que la unidad.
  
- \* *Ataguías.* Al tratarse de obras temporales cuyo condicionante es principalmente económico, puede resultar interesante admitir el sobrevertido, lo que permitiría reducir el costo del desvío del río. En los casos en que el volumen embalsado por la ataguía sea importante, pudiendo producir su rotura una onda de avenida de consideración, puede ser interesante diseñar la ataguía para que pueda resistir un eventual sobrevertido, ya que dicha posibilidad siempre existe al no poderse dimensionar el desvío para períodos de retorno muy elevados, por resultar prohibitivo económicamente. Una solución de presa resistente al sobrevertido puede conciliar de forma adecuada las necesidades de economía y seguridad, garantizando ésta última mejor que una ataguía de mayor altura pero no diseñada para soportar el sobrevertido.

- \* *Azudes de retención de sedimentos, de protección de cauces, etc.* Se trata en general de obras modestas que si se ejecutan de materiales sueltos podrían resultar muy económicas pero que en muchas ocasiones requieren un aliviadero costoso. Permitiendo el sobrevertido pueden conseguirse economías importantes.
  
- \* *Nueva presa en la que se admita el sobrevertido en caso de avenida excepcional.* La protección frente al sobrevertido juega el mismo papel que un aliviadero de emergencia. De este modo puede conseguirse una economía importante como consecuencia de la reducción de la capacidad del aliviadero y, sobre todo, como consecuencia de la admisión de resguardos menos amplios, lo que permite la reducción de la altura de la presa.
  
- \* *Nuevas presas de alto riesgo potencial en las que, a pesar de tomar todas las medidas habituales, exista una incertidumbre inaceptable sobre si llegará a producirse el sobrevertido como consecuencia de una avenida más desfavorable que la máxima que puede evacuar el aliviadero.* La protección frente al sobrevertido puede adoptarse como medida adicional de seguridad.
  
- \* *Nuevas presas de escaso riesgo potencial, con implicaciones meramente económicas, en las que la protección frente a sobrevertido resulte una alternativa ventajosa al aliviadero lateral que tradicionalmente se proyecta.*

Naturalmente, la aplicación de nuevas técnicas debe realizarse siempre con la prudencia necesaria y garantizando en todo momento un adecuado nivel de seguridad.

## 7.2 DETERMINACION DEL TAMAÑO DE LA ESCOLLERA DE PROTECCION

Diversos investigadores han realizado estudios con el objetivo de determinar el tamaño que ha de tener la escollera para que no se produzca su arrastre por la corriente de agua que circula sobre el talud. Ya en 1.936 Isbash propuso una fórmula para determinar la velocidad crítica del agua que provoca el arrastre de una piedra inmersa en la corriente.

$$v_c = E_2 \sqrt{\frac{2g \cdot (\gamma_s - \gamma_w)}{\gamma_w}} \cdot \sqrt{d_s} \quad ; \quad E_2 = cte = 1,2$$

siendo:

- $v_c$  = velocidad crítica
- $E_2$  = factor de estabilidad
- $\gamma_s$  = peso específico de la piedra
- $\gamma_w$  = peso específico del agua
- $d_s$  = diámetro equivalente de la piedra

Se denomina diámetro equivalente al de la esfera de igual volumen que el de la piedra. Estos primeros esfuerzos por determinar el tamaño de piedra preciso para resistir el paso de una corriente de agua iban encaminados a la construcción de presas en agua corriente, sin relación con el fenómeno de sobrevertido, partiéndose de la hipótesis de lecho horizontal.

Basándose en los trabajos de Linford y Saunders, y en los realizados por él mismo, Olivier <sup>1</sup> presenta en 1.967 una fórmula para determinar el caudal crítico.

$$q_c (m^3/s/m) = cte \cdot \left( \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_w} \right)^{\frac{5}{3}} \cdot J^{\frac{-7}{6}} \cdot d_s^{\frac{3}{2}}$$

---

<sup>1</sup>Olivier; 1967. (65)

siendo:

$q_c$  = caudal crítico a partir del cual comienza a producirse el movimiento de piedras aisladas

cte = constante con valor 0,235 para piedra angulosa

$\gamma_s$  = peso específico de la piedra

$\gamma_w$  = peso específico del agua

J = pendiente

$d_s$  = diámetro equivalente

El desarrollo de esta fórmula se basa en desarrollos de carácter teórico y en ensayos realizados en modelo reducido con taludes comprendidos entre 5 y 12. Olivier tiene en cuenta el efecto de la pendiente y el de imbricación de cada piedra en el conjunto de la escollera, para lo que introduce un *coeficiente de compacidad*, cuya influencia queda recogida por la cte. de la fórmula.

En 1.970, Hartung y Scheuerlein<sup>2</sup> presentan un procedimiento para la determinación del tamaño de escollera. El método se basa en unas investigaciones realizadas previamente en modelo reducido sobre el movimiento del agua sobre lechos de escollera. El método de cálculo de calados y velocidades desarrollado por Hartung y Scheuerlein se expuso con detalle en el Capítulo 2 de esta Tesis Doctoral. Los modelos reducidos utilizados reproducían taludes entre 1,5 y 10, con rango más amplio que el de los estudios de Olivier, abarcando los taludes habituales de las presas de escollera. El modelo matemático desarrollado considera también un *coeficiente de compacidad*, aunque con definición distinta que el de Olivier, si bien puede establecerse una relación explícita entre ambos coeficientes.

A partir de los datos de calado y velocidad determinados mediante el modelo desarrollado, que tiene en cuenta la elevada rugosidad del lecho y la aireación del agua, Hartung y Scheuerlein establecen el equilibrio de una piedra de escollera,

---

<sup>2</sup>Hartung y Scheuerlein; 1970. (38)

obteniendo la siguiente fórmula para la velocidad crítica, correspondiente al equilibrio estricto<sup>3</sup>.

$$v_c = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot (\tan\varphi - \tan\alpha)} \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{(\gamma_s - \gamma_w)}{\sigma \cdot \gamma_w}} \cdot \sqrt{d_s \cdot \cos\alpha}$$

siendo:

- $v_c$  = velocidad crítica
- $\varphi$  = ángulo de rozamiento de la escollera
- $\alpha$  = ángulo del talud con la horizontal
- $\sigma$  = coeficiente de aireación

La similitud con la fórmula de Isbash es evidente. Si no se considera el efecto de la aireación ni de la pendiente ( $\sigma = 1$  y  $\cos\varphi = 1$ ), los dos últimos radicales coinciden en ambas fórmulas. Además, Hartung y Scheuerlein admiten 1,2 como una aproximación útil del primer radical, recomendado su uso para el cálculo. Esto último resulta cuestionable, ya que los valores del referido radical en función del talud, para un ángulo de rozamiento de la escollera de 45°, son:

N	1 <sup>er</sup> Radical
1,5	0,47
3	0,67
5	0,73
10	0,77

Para que el 1<sup>er</sup> radical tenga un valor próximo a 1,2 es preciso que el ángulo de rozamiento sea mayor que unos 65°. Un ángulo de rozamiento de esta magnitud

---

<sup>3</sup>Se ha alterado la notación original para seguir la utilizada en el resto del texto.

puede explicarse teniendo en cuenta la importancia de la imbricación de cada piedra en el conjunto de la escollera.

Kauss<sup>4</sup> presenta en 1.979 un estudio comparativo de los modelos desarrollados por Olivier y por Hartung y Scheuerlein.

Para taludes muy suaves, mayores que 8 aproximadamente, existe una buena concordancia de resultados, pero para taludes menores, que son los habituales, la discrepancia es notable. Knauss atribuye las diferencias a la no consideración del efecto de la aireación por el modelo de Olivier, ya que se basó en ensayos con taludes entre 12 y 5, comenzando a producirse la aireación precisamente a partir del talud 5 y para taludes menores que éste. Al representar los resultados de los ensayos realizados por Hartung y Scheuerlein esto queda claramente de manifiesto. Al producirse aireación, el caudal admisible sin que se produzca el arrastre de la escollera es mayor. Otro motivo de la divergencia de resultados para taludes bajos (gran pendiente) es la aproximación que hace Olivier del seno por la tangente del ángulo que forma el talud con la horizontal, que resulta aceptable para taludes muy suaves, pero no para taludes de fuerte pendiente como los que son habituales en presas de escollera.

Como consecuencia de todo ello, Knauss recomienda el modelo de Hartung y Scheuerlein. Además, simplifica la formulación del mismo al definir el coeficiente de aireación correspondiente a la situación crítica mediante una fórmula que permite su cálculo directo<sup>5</sup>:

$$\sigma_c = 1,18 + 0,08 \cdot \phi - 1,44 \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

---

<sup>4</sup>Knauss; 1979. (48)

<sup>5</sup>La fórmula está obtenida como aproximación a los resultados de los ensayos de Hartung y Scheuerlein, que fueron realizados con escollera de  $\gamma_s = 2,7 \text{ T/m}^3$ .



Admitiendo esta simplificación, que proporciona resultados prácticamente idénticos que los obtenidos por el método completo, y definiendo la piedra por su peso en vez de su diámetro equivalente, Knauss obtiene la siguiente fórmula para determinar el caudal crítico<sup>6</sup>.

$$q_c \text{ (m}^3\text{/s/m)} = 0,84 \cdot \sqrt{G_s \text{ (KN)}} \cdot (1,9 + 0,8 \cdot \phi - 3 \text{ sen} \alpha)$$

siendo:

- $q_c$  = caudal crítico, en m<sup>3</sup>/s/m
- $G_s$  = peso de la escollera media, en KN
- $\phi$  = coeficiente de compacidad
- $\alpha$  = ángulo del talud con la horizontal

La fórmula anterior también puede expresarse en función del diámetro equivalente  $d_s$ , en m., siendo en este caso:

$$q_c = \sqrt{g} \cdot d_s^{\frac{3}{2}} \cdot (1,9 + 0,8 \cdot \phi - 3 \text{ sen} \alpha)$$

El coeficiente de compacidad se define:

$$\phi = l' \cdot \sqrt{N} = \frac{l'}{b}$$

siendo:

- $\phi$  = coeficiente de compacidad de Hartung y Scheuerlein
- $l'$  = altura vertical media de la rugosidad
- $N$  = número de piedras por unidad de área
- $b$  = anchura horizontal media de los elementos de rugosidad

El valor del coeficiente de compacidad oscila entre los siguientes valores:

---

<sup>6</sup>Admitiendo  $\gamma_s = 2,7 \text{ T/m}^3$  y  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$\phi = 0,625$  para escollera vertida

$\phi = 1,125$  para escollera colocada manualmente

Knauss da una fórmula para determinar de forma sencilla el coeficiente de compacidad.

$$\phi = 0,0575 \cdot G_s \cdot N^{\frac{3}{2}}$$

siendo:

$G_s =$  peso de la escollera media, en KN

$N =$  número de piedras por  $m^2$

Siguiendo el método de Hartung y Scheuerlein con las simplificaciones introducidas por Knauss, se han diseñado y construido las Presas de Wadi Khasab, Wadi Shariyah y Wadi Mawa, en Omán, en la Península de Musandam<sup>7</sup>. El propósito de las presas es la laminación de avenidas de tres ramblas que confluyen en la zona de desarrollo de la vieja ciudad de Khasab, donde además resultaba necesaria la construcción de un aeropuerto por estar la Península de Musandam separada del resto de Omán por los Emiratos Arabes Unidos, sin conexión directa por carretera.

Las características principales de las tres cuencas, embalses y presas se resumen en la siguiente tabla.

---

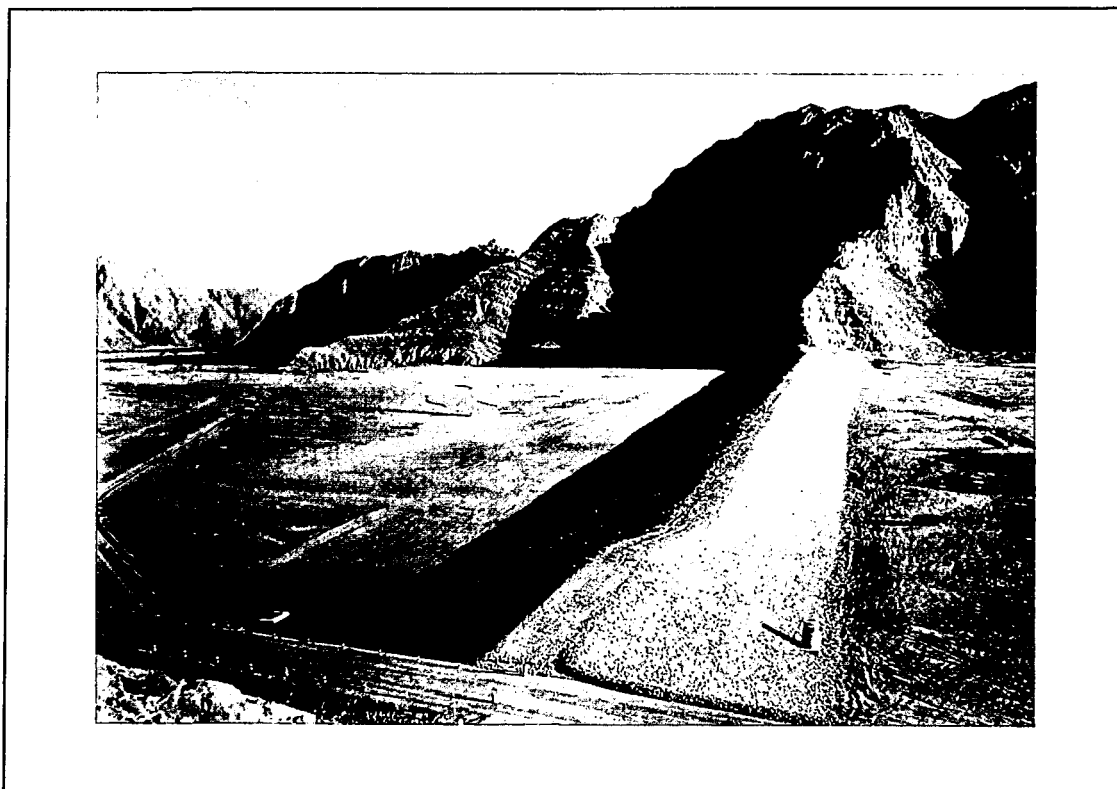
<sup>7</sup>Taylor; 1991. (89)

	Khasab	Shariyah	Mawa
Altura de coronación sobre cauce en zona de sobrevertido (m)	17,9	9,0	7,0
Altura de coronación sobre cimiento en zona de no sobrevertido (m)	28,0	12,0	9,5
Talud de aguas abajo	4:1	4:1	4:1
Capacidad de embalse (Hm <sup>3</sup> )	13,00	1,38	1,36
Longitud total de coronación (m)	830	740	910
Longitud de sobrevertido (m)	685	570	730
Caudal punta de la PMF (m <sup>3</sup> /s)	3.500	670	630
Volumen de la PMF (Hm <sup>3</sup> )	61,2	7,4	6,7
Superficie de la cuenca (Km <sup>2</sup> )	265	21	19
Caudal de sobrevertido unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	5,1	1,17	0,86

El tamaño de piedra elegido para la protección del talud de aguas abajo, expresado como diámetro equivalente, fue de 1,7 m. como valor máximo y 0,5 m. como valor mínimo para la presa de Khasab. Se realizaron ensayos en modelo reducido de la presa de Khasab. Se destaca aquí como conclusión principal, relativa a la utilidad del método de Hartung-Scheuerlein-Knauss<sup>8</sup>, que se produjo el movimiento de piedras aisladas para caudales del orden del 50% del caudal de diseño, generalmente piedras de tamaño grande y forma de laja colocadas con la cara de mayor superficie paralela al talud. Las piedras de menor tamaño, teóricamente menos estables, resultaban en realidad más difíciles de arrastrar por quedar encajadas en los huecos dejados por las piedras de mayor tamaño. Las piedras que se movían para el caudal más bajo no resultaban generalmente arrastradas fuera del talud, sino que se movían hasta alcanzar una posición más estable, resistiendo nuevos incrementos de caudal sin ser desplazadas. A pesar de producirse el movimiento de piedras aisladas para caudales del orden de la mitad del caudal de diseño, correspondiente a la PMF de 3.500 m<sup>3</sup>/s/m, la protección de escollera resistió varios ensayos con el caudal de diseño sin

<sup>8</sup>Denominaremos en lo sucesivo HSK a este método.

que resultase dañado el espaldón protegido. A la vista del buen comportamiento, se elevó el caudal por encima del de proyecto hasta la rotura, que se produjo para un caudal de 4.250 m<sup>3</sup>/s. A la vista del correcto funcionamiento demostrado en el ensayo en modelo reducido, el diseño fue aprobado y la presa se construyó en conformidad con el mismo.



*Fig. n° 7.1: Presa de Wadi Khasab.*

*(Fuente: Taylor; 1991)(89)*

En el mismo Congreso de ICOLD, Viena (1.991), en que se presentaba el caso de la Presa de Khasab, el noruego Solvik presentaba un ábaco para la determinación del tamaño de piedra necesario en la coronación y zona próxima del talud para resistir un determinado sobrevvertido. Este ábaco se reproduce en la *Fig. nº 7.2*<sup>9</sup>. El ábaco se basa en ensayos de los que no se proporcionan datos, y se refiere a la situación crítica en la que se inicial el movimiento de piedras aisladas.

En la siguiente tabla se comparan con carácter orientativo los caudales de sobrevvertido críticos que se obtienen por el método HSK y mediante el ábaco de Solvik para diferentes tamaños de piedra y taludes. Para transformar las alturas de lámina obtenidas del ábaco de Solvik en caudales unitarios se considera un coeficiente de desagüe de 1,5 teniendo en cuenta los resultados obtenidos en los ensayos en modelo reducido de la Presa de Khasab.

---

<sup>9</sup>Solvik; 1991. (42).

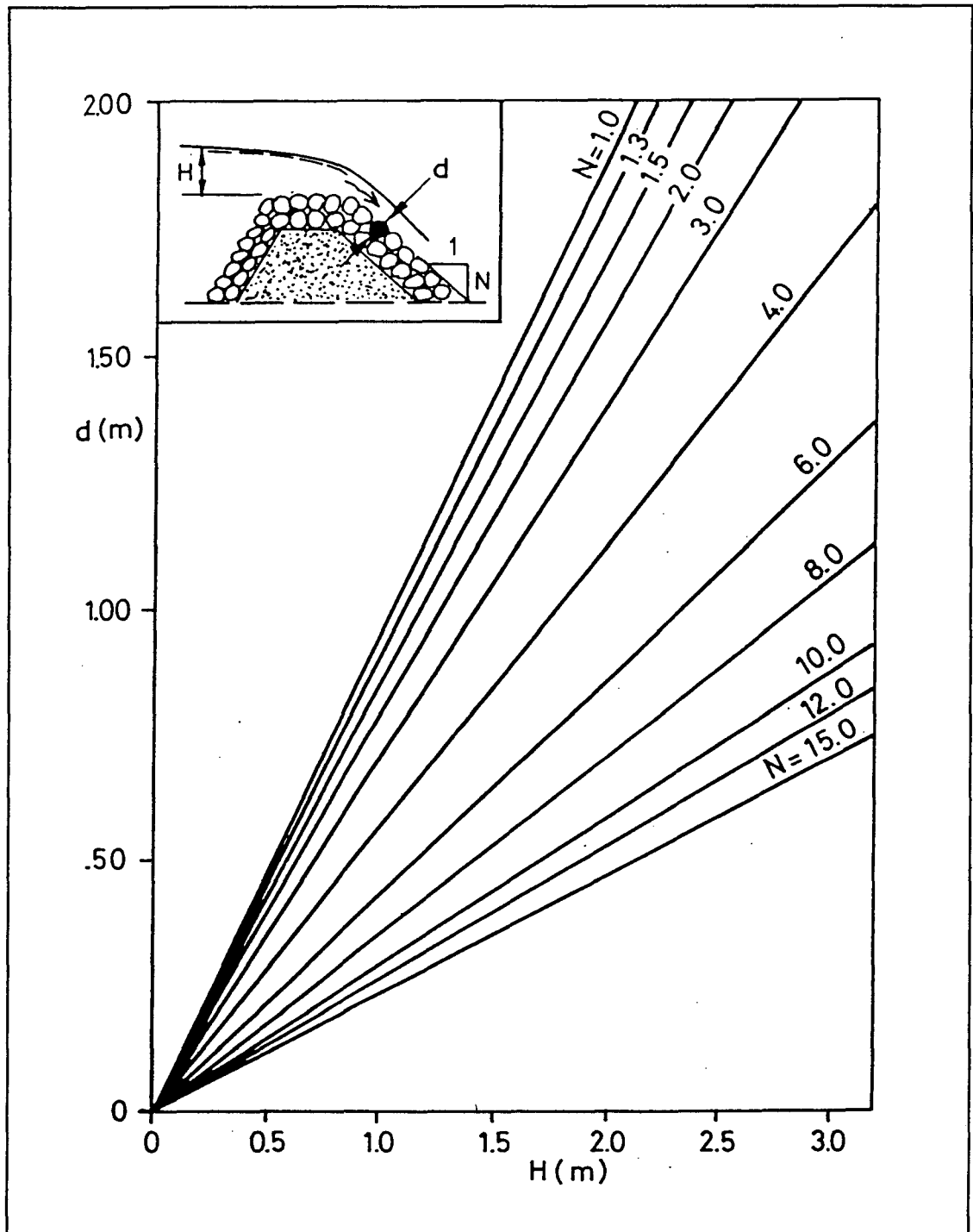


Fig. n° 7.2: Abaco de Solvik.

(Fuente: Solvik; 1991) (82)

$d_e$ (m)	N	$q_c$ (HSK)(m <sup>3</sup> /s/m)		$q_c$ (S)(m <sup>3</sup> /s/m)	$q_c$ (S)(%)
		$\phi = 0,625$	$\phi = 1,125$		
0,5	1,5	0,81	1,26	0,68	53
	4,0	1,85	2,30	1,26	55
1,0	1,5	2,30	3,56	1,95	55
	4,0	5,24	6,49	3,56	55

$d_e$  = diámetro equivalente, en m.

N = talud.

$q_c$ (HSK) = caudal de sobrevertido crítico calculado por el método HSK, en m<sup>3</sup>/s/m.

$\phi$  = coeficiente de compacidad.  $\phi = 0,625$  para escollera vertida y  $\phi = 1,125$  para escollera colocada manualmente.

$q_c$ (S) = caudal de sobrevertido crítico calculado mediante el ábaco de Solvik en m<sup>3</sup>/s/m y en % del  $q_c$ (HSK) correspondiente a  $\phi = 1,125$  (escollera colocada manualmente).

No se dispone de información acerca del modo de colocación de la escollera en los ensayos que sirvieron para la elaboración del ábaco de Solvik, pero llama la atención que el caudal crítico obtenido mediante dicho ábaco representa un porcentaje poco variable, entorno al 55%, del caudal crítico obtenido por el método HSK en el caso de escollera colocada manualmente y esto sucede para taludes y tamaños de escollera muy distintos. El ábaco de Solvik parece estar en consonancia con los resultados obtenidos en los ensayos en modelo reducido realizados en fase de diseño de la Presa de Khasab, según los cuales, como se ha comentado con anterioridad, el movimiento de piedras aisladas comienza a producirse para caudales de sobrevertido del orden del 50% de los obtenidos por el método HSK.

A la vista de todo lo anterior puede tomarse en cada caso la decisión sobre el margen de seguridad a adoptar, en lo que se refiere al tamaño de la escollera de protección,



dependiendo de factores como el riesgo potencial en caso de rotura, frecuencia y duración de las avenidas previsible, posibilidad de rehabilitación en caso de que se produzcan daños localmente en algunas zonas del talud, carácter temporal o permanente de la presa, etc.

En este capítulo se utiliza el método HSK para la determinación del tamaño que ha de tener la escollera para que no se produzca el fallo de la presa por arrastre superficial, integrando el método HSK en un proceso de dimensionamiento que con visión más amplia incluya la necesaria condición de que no se produzca el fallo de la presa por deslizamiento en masa.

## 7.3 PROCESO DE DIMENSIONAMIENTO

### 7.3.1 Coeficientes de seguridad

El proceso de dimensionamiento debe conducir a la solución más económica que cumpla las dos condiciones, de no arrastre y no deslizamiento, con márgenes de seguridad adecuados respecto a ambos mecanismos de fallo.

La definición del coeficiente de seguridad (F) frente al deslizamiento, valor por el que se ha de dividir la tangente del ángulo de rozamiento de la escollera para que se produzca el equilibrio estricto en la superficie de potencial deslizamiento pésima, es la que se utiliza habitualmente y ya ha sido manejada en capítulos anteriores.

El rango de variación de F puede ir desde  $F=1$  cuando la situación de sobrevertido es extrema o la obra tiene carácter temporal, hasta  $F=1,4$  si la situación de sobrevertido es normal.

Respecto al coeficiente de seguridad frente al arrastre, puede definirse como coeficiente de minoración del peso medio o del diámetro equivalente medio de la escollera, o bien del caudal de sobrevertido máximo aceptable. Denotando con el asterisco el valor de cálculo o de diseño y sin él el valor real, tenemos:

- Coeficiente de minoración del peso:  $F_G = G/G^*$
- Coeficiente de minoración del diámetro:  $F_d = d/d^*$
- Coeficiente de minoración del caudal:  $F_q = q/q^*$

La relación entre  $F_G$  y  $F_d$  es clara:

$$F_G = \frac{G}{G^*} = \frac{\gamma_s \cdot s \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3}{\gamma_s \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (d^*)^3} = \left( \frac{d}{d^*} \right)^3 = F_d^3$$

Por otra parte, utilizando la fórmula de Knauss:

$$F_q = \frac{q}{q^*} = \frac{\sqrt{g} \cdot d^{\frac{3}{2}} \cdot (1,9 + 0,8 \phi - 3 \operatorname{sen} \alpha)}{\sqrt{g} \cdot (d^*)^{\frac{3}{2}} \cdot (1,9 + 0,8 \phi - 3 \operatorname{sen} \alpha)}$$

Admitiendo un factor de compacidad aproximadamente constante en función de que la colocación de la escollera sea a mano o mediante vertido, tenemos:

$$F_q = \left( \frac{d}{d^*} \right)^{\frac{3}{2}} = F_d^{\frac{3}{2}}$$

Entonces, existe una relación entre los tres coeficientes de minoración:

$$F_q = F_d^{\frac{3}{2}} = \left( \sqrt[3]{F_G} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Por tanto:

$$F_q = F_d^{\frac{3}{2}} = \sqrt{F_G}$$

De acuerdo con lo expuesto en el apartado anterior, se propone la utilización del coeficiente de seguridad  $F_q$ , determinando el caudal de sobrevertido crítico mediante el método HSK, variable entre  $F_q=1$  para obras con escaso riesgo potencial, de carácter temporal, etc. y  $F_q=2$  o mayor para obras en las que se requiera una mayor garantía. El coeficiente  $F_q=2$  implica una reducción del caudal de sobrevertido admisible del 50% del teóricamente admisible aplicando el método HSK, siendo entonces previsible que no se produzca ni siguiera el movimiento de piedras aisladas. Si se utiliza el coeficiente  $F_q=1$  es previsible que se producirá el movimiento de piedras, y el arrastre de algunas de ellas, pero no se producirá el fallo de la estructura.

El valor de  $F_q = 2$  se corresponde con:

$$F_G = F_q^2 = 2^2 = 4$$

y con:

$$F_d = (F_q)^{2/3} = 2^{2/3} \approx 1,6$$

Por tanto, el rango de variación propuesto es:

$F_q$  entre 1 y 2

$F_G$  entre 1 y 4

$F_d$  entre 1 y 1,6

Naturalmente, en cada caso han de juzgarse todas las circunstancias pudiendo decidirse en algunos casos la adopción de coeficientes de seguridad frente al arrastre mayores.

### 7.3.2 Abaco de dimensionamiento

El coeficiente de seguridad frente al deslizamiento depende esencialmente del talud (N) y del ángulo de rozamiento de la escollera ( $\varphi$ ). También depende del peso específico saturado de la escollera ( $\gamma_{e,sat}$ ), aunque de forma mucho menos marcada. La dependencia anterior queda definida por la fórmula que se propone en esta Tesis Doctoral y que se ha justificado en el capítulo anterior.

$$F = \frac{1}{\gamma_{e,sat}} \left( \gamma_{e,sat} - \frac{\beta \cdot \gamma_w}{\cos^2 \alpha} \right) \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

El coeficiente de seguridad frente al arrastre, expresado en cualquiera de las formas antes consideradas, depende principalmente del talud, del caudal de sobrevertido, del tamaño de piedra y del coeficiente de compacidad, que recoge la influencia de aspectos como la forma y colocación de las piedras. También depende del peso específico de las piedras ( $\gamma_s$ ), excluyendo los huecos entre las mismas, pero este factor tiene una repercusión de segundo orden en el rango habitual de valores de  $\gamma_s$ .

para la escollera susceptible de ser utilizada como protección del talud de aguas abajo frente al arrastre por sobrevertido. La relación entre las referidas variables viene dada, según el método HSK, admitiendo  $\gamma_s = 2,7 \text{ T/m}^3$ , por la fórmula<sup>10</sup>:

$$q_c = \sqrt{q} \cdot d_s^{\frac{3}{2}} \cdot (1,9 + 0,8 \phi - 3 \text{ sen } \alpha)$$

Ambas relaciones pueden representarse en un solo ábaco que puede verse en la *Fig. n° 7.3*, con los siguientes ejes:

- Eje de abscisas: Talud
- Eje de ordenadas positivo hacia arriba: Angulo de rozamiento
- Eje de ordenadas positivo hacia abajo: Caudal de sobrevertido

Se llama la atención sobre los siguientes aspectos:

- 1° Debe introducirse el ángulo de rozamiento de la escollera del espaldón, no el de la escollera de protección. Generalmente, el ábaco quedará en este aspecto del lado de la seguridad, ya que la escollera de protección tendrá en general un ángulo de rozamiento mayor con un efecto estabilizador que puede resultar despreciable para un círculo profundo, pero significativo para los círculos someros, que son los de menor coeficiente de seguridad.
- 2° Se entiende que el caudal de sobrevertido se refiere al caudal que circula por el exterior del talud, excluido el que circula por el interior del espaldón. No obstante, conviene considerar el caudal de sobrevertido total por dos motivos. En primer lugar, porque no hay garantía total de que la reducción del caudal circulante externamente como consecuencia de la circulación interna se

---

<sup>10</sup>Para valores de  $\gamma_s$  sensiblemente distintos de  $2,7 \text{ T/m}^3$  debería utilizarse el método de Hartung y Scheuerlein, sin la simplificación introducida por Knauss. En tal caso la relación no puede formularse de forma explícita.

mantenga a lo largo de la explotación de la presa, y en segundo lugar porque en la zona del pie de presa el caudal circulante externamente es próximo al total de sobrevertido.

- 3° El plano  $(N, \varphi)$  queda dividido en dos partes por la curva  $F = 1$ . Cualquier punto situado por debajo de la misma corresponde a una situación de inestabilidad, por lo que se denomina a dicha zona *dominio de inestabilidad al deslizamiento*.

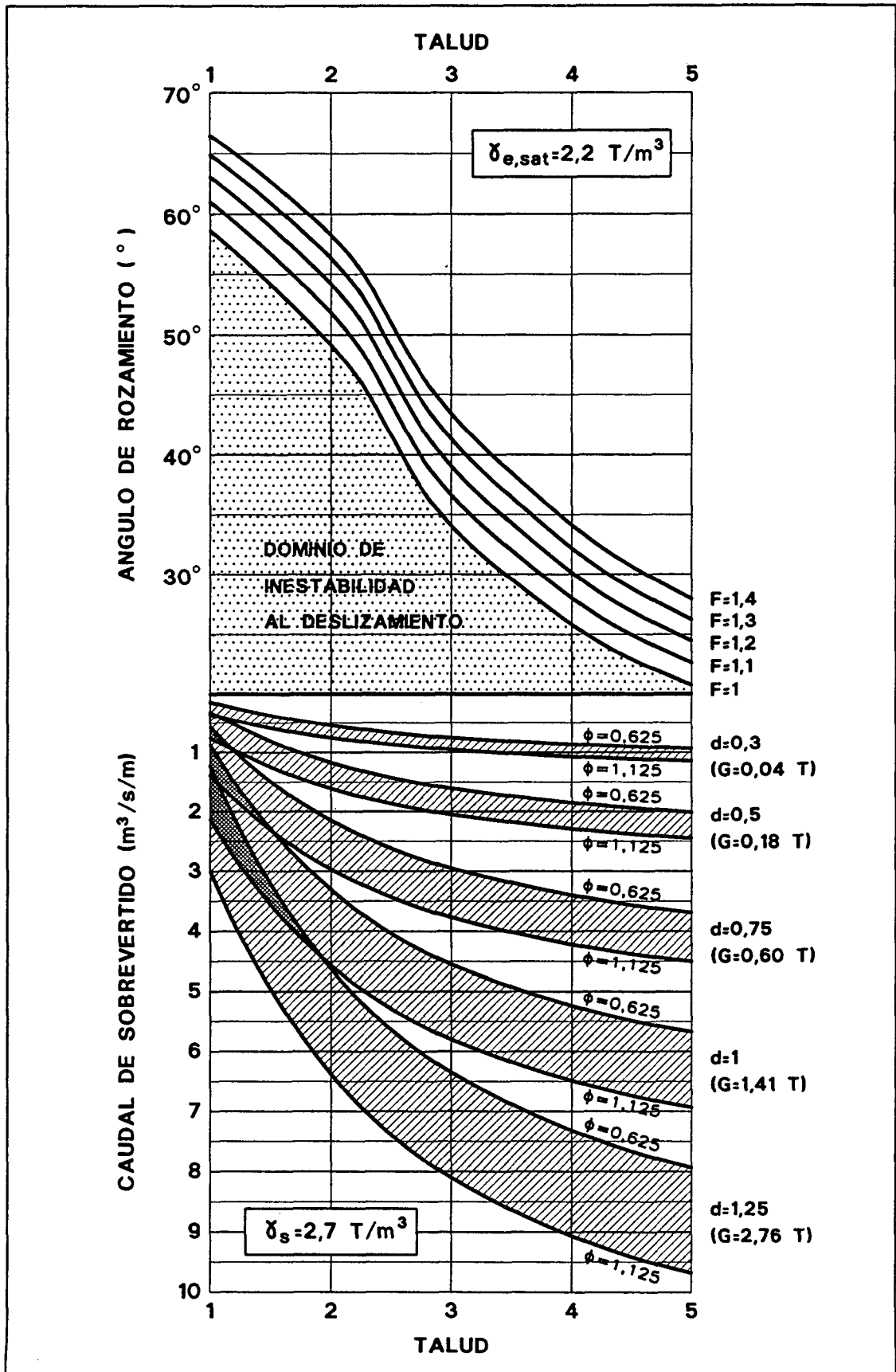


Fig. nº 7.3: Abaco de dimensionamiento.

### 7.3.3 Proceso de dimensionamiento

Generalmente son datos:

- Coeficiente de seguridad frente al deslizamiento (F)
- Coeficiente de seguridad frente al arrastre ( $F_q$ ,  $F_G$  ó  $F_d$ )
- Angulo de rozamiento ( $\varphi$ )
- Caudal de sobrevertido ( $q_c$ )

y deben determinarse los parámetros:

- Talud (N)
- Tamaño de la escollera de protección (d)
- Modo de colocación manual ( $\phi = 1,125$ ) o mediante vertido ( $\phi = 0,625$ ).

Puede procederse del siguiente modo:

- 1° Determinación del talud mínimo necesario para garantizar la estabilidad frente al deslizamiento ( $N_{\min,d}$ )

Caben dos posibilidades. La primera es entrar en el ábaco con el valor real del ángulo de rozamiento, desplazarse horizontalmente hasta cortar a la curva correspondiente al F prefijado y luego desplazarse verticalmente hasta el eje de abscisas, donde se obtendrá el talud mínimo necesario. Alternativamente, puede realizarse previamente a la entrada en el ábaco la determinación del ángulo de rozamiento de cálculo y utilizar la curva  $F = 1$ . Si denominamos  $\varphi^*$  al valor de cálculo tenemos que:

$$\varphi^* = \arctg \left( \frac{\text{tg}\varphi}{F} \right)$$



- 2° Determinación del talud mínimo que permite el cumplimiento de la condición de estabilidad frente al arrastre ( $N_{\min, a}$ ).

Existe una limitación de carácter constructivo respecto al tamaño de escollera máximo que es factible manejar de forma económica, que depende de los medios de puesta en obra, pero que con carácter general puede decirse que no debe exceder el valor de 1 m. a 1,5 m. El tamaño máximo de escollera, con el coeficiente de seguridad incluido, determina un talud mínimo necesario para que se cumpla la condición de estabilidad frente al arrastre ( $N_{\min, a}$ ).

- 3° Determinación del talud mínimo que permite el cumplimiento de las dos condiciones de estabilidad frente al deslizamiento y frente al arrastre ( $N_{\min}$ ).

El talud anterior ( $N_{\min}$ ) es el mayor de los dos taludes determinados en los pasos anteriores.

$$N_{\min} = \text{máx.} (N_{\min, d}, N_{\min, a})$$

Si  $N_{\min, d} > N_{\min, a}$ , entonces resulta limitativa la condición de estabilidad frente al deslizamiento. En cambio, si  $N_{\min, d} < N_{\min, a}$  es la condición de estabilidad frente al arrastre la que resulta limitativa.

- 4° Determinación de diversas combinaciones Talud-Tamaño de escollera (N-d) que permiten el cumplimiento de las dos condiciones de estabilidad.

En primer lugar, debe considerarse la solución correspondiente al talud  $N_{\min}$ , determinando el tamaño de escollera necesario, que será el máximo de todas las combinaciones N-d posibles, ya que sucesivos incrementos del talud permitirán también sucesivas reducciones del tamaño de la escollera. Al aumentar el talud aumenta el volumen del espaldón, y por tanto su costo, pero la reducción del tamaño de escollera implica una reducción del costo unitario de la protección, aunque también

se incrementa la superficie a proteger. El óptimo económico puede determinarse valorando el costo correspondiente a cada combinación N-d. No obstante, la reducción del tamaño de escollera exige un incremento importante del talud, por lo que generalmente resultará antieconómico.

## 7.4 EJEMPLOS

A continuación se presentan algunos ejemplos con objeto de ilustrar el proceso de dimensionamiento y de centrar órdenes de magnitud.

### Ejemplo 1º:

Sea una presa existente con las siguientes características:

- Altura de presa . . . . . 30 m.
- Angulo de rozamiento de la escollera . . . . . 45°
- Talud . . . . . 1,4
- Longitud de coronación . . . . . 300 m.
- Caudal máximo evacuable por el aliviadero . . . . . 400 m<sup>3</sup>/s
- Caudal máximo esperable . . . . . 700 m<sup>3</sup>/s

Para acondicionar la presa para que resista el sobrevertido correspondiente al exceso del caudal esperable sobre el máximo evacuable por el aliviadero podemos proceder del siguiente modo:

- 1º Entrando en el ábaco de dimensionamiento con  $\varphi = 45^\circ$  y adoptando un valor de  $F = 1,2$  se obtiene

$$N_{\text{mín,d}} = 2,5$$

- 2º Admitiendo que el tamaño máximo de piedra que puede manejarse es de 1 m. de diámetro equivalente, y teniendo en cuenta que el caudal de sobrevertido es de 300 m<sup>3</sup>/s, lo que supone un caudal unitario de 1 m<sup>3</sup>/s/m. a lo largo de los 300 m. de coronación, entrando en el ábaco se obtiene que el talud mínimo necesario para cumplir la condición de estabilidad frente al arrastre es claramente menor que 2,5.

- 3° Por tanto, el talud mínimo que permite el cumplimiento de las dos condiciones de estabilidad es 2,5, resultando limitativa de forma muy clara la condición de estabilidad al deslizamiento.
- 4° Para  $N=2,5$  y  $q_c=1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . el diámetro equivalente necesario es de aproximadamente<sup>11</sup> 0,35 m. Para reducir el tamaño de piedra a 0,30 m. sería preciso adoptar un talud superior a 3,5, resultando obvio que la solución más económica es adoptar el talud  $N=2,5$  con un  $d_s = 0,35 \text{ m}$ .

### Ejemplo 2°

Consideremos el mismo caso del ejemplo anterior, pero admitiendo que el sobrevertido únicamente pueda realizarse por 75 m. de los 300 de coronación, resultando un caudal unitario de sobrevertido de  $4 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ , y admitamos que el diámetro equivalente máximo posible es  $d_s = 0,75 \text{ m}$ .

En este caso, el talud mínimo necesario para evitar el arrastre de la escollera, con las mismas hipótesis utilizadas en el ejemplo 1°, es de:

$$N_{\text{mín,a}} \approx 3,3$$

que es mayor que  $N_{\text{mín,d}} = 2,5$ . Por tanto, en este caso resulta limitativa la condición de estabilidad frente al arrastre.

En el ábaco puede observarse que para reducir de forma apreciable el tamaño de la escollera de protección es preciso aumentar enormemente el talud, por lo que resulta claro que la opción más económica es adoptar el talud mínimo que cumple las dos condiciones de estabilidad, en este caso 3,3, siendo preciso un diámetro equivalente medio de 0,75 m.

---

<sup>11</sup>En realidad, al redondear el diámetro equivalente por exceso a 0,35 m. el caudal crítico es de  $1,1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ ., disponiéndose de un coeficiente de seguridad frente al arrastre  $F_q = 1,1$ .

## 7.5 ANALISIS DEL CARACTER LIMITATIVO DE LAS CONDICIONES DE ESTABILIDAD

Para establecer el rango de los distintos parámetros en el que resulta limitativa la condición de estabilidad frente al deslizamiento o la condición de estabilidad frente al arrastre cabe diferenciar las situaciones extremas en lo que se refiere al coeficiente de seguridad.

- a) Situación de sobrevertido excepcional y/o bajo riesgo potencial por rotura ( $F = F_q = 1$ )

El ángulo de rozamiento de la escollera, entendiendo el término escollera en sentido amplio, oscila generalmente entre  $35^\circ$  y  $45^\circ$ . El talud necesario para conseguir  $F = 1$  en estos dos casos es de 2,9 y 2,2 respectivamente, de forma aproximada.

Considerando  $d_s = 1$  m. y  $d_s = 0,7$  m. como límites máximos del diámetro equivalente medio, los taludes anteriores permiten el sobrevertido de los siguientes caudales unitarios.

N	$q_c$ ( $m^3/s/m$ )	
	$d_s = 1$ m.	$d_s = 0,7$ m.
2,2	4,9	2,9
2,9	5,7	3,3

Vemos que se trata de caudales relativamente importantes, correspondientes a alturas de lámina entre 1,5 y 2 m. aproximadamente.

En resumen, como orden de magnitud, podemos decir que en condiciones que puedan considerarse excepcionales y/o el riesgo potencial por rotura de la presa sea bajo, admitiéndose coeficientes de seguridad igual a la unidad, tanto frente al deslizamiento

como frente al arrastre, la condición de estabilidad frente al deslizamiento resulta limitativa para caudales de sobrevertido de hasta unos 3 a 5  $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ ., lo que corresponde a alturas de lámina del orden de 1,5 a 2 m.

- b) Situación de sobrevertido normal y/o alto riesgo potencial por rotura ( $F = 1,4$ ;  $F_q = 2$  ó  $F_G = 4$  ó  $F_d = 1,6$ )

Para valores de  $\varphi$  entre  $35^\circ$  y  $45^\circ$  los taludes necesarios para que el coeficiente de seguridad frente al deslizamiento sea  $F = 1,4$  son aproximadamente 3,8 y 2,85 respectivamente.

Los caudales de sobrevertido admisibles, obtenidos dividiendo los que se extraen del ábaco de dimensionamiento entre el coeficiente de seguridad  $F_q = 2$ , son:

N	$q_c$ ( $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ )	
	$d_s = 1 \text{ m.}$	$d_s = 0,7 \text{ m.}$
2,85	2,8	1,7
3,8	3,2	1,9

Por tanto, en este caso la condición de estabilidad frente al deslizamiento resulta limitativa para caudales de sobrevertido de hasta unos 1,5 a 3  $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ ., que se corresponden con un rango de alturas de lámina entre 1 y 1,6 m.

En la siguiente tabla se resumen todo lo anterior.

Condición de estabilidad al deslizamiento limitativa		
Situación de sobrevertido	Caudal de sobrevertido	Altura de lámina
Excepcional Bajo riesgo	$q < 3 \text{ a } 5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	$h < 1,5 \text{ a } 2 \text{ m.}$
Normal Alto riesgo	$q < 1,5 \text{ a } 3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	$h < 1 \text{ a } 1,6 \text{ m.}$

La oscilación dentro de los rangos indicados que marcan el límite dependen de cuál sea el ángulo de rozamiento de la escollera y el máximo tamaño de escollera factible. Se observa que con alturas de lámina menores que 1 m. la condición limitativa será siempre la de estabilidad al deslizamiento, y lo mismo sucede con la condición de estabilidad frente al arrastre para láminas de más de 2 m. Para láminas intermedias la condición que resulta limitativa depende de que la situación sea normal o extraordinaria y de los valores de los parámetros dominantes.

Los límites indicados son meramente orientativos, pero queda claramente de manifiesto que en un número elevado de casos la condición que gobierna el talud necesario para que no se produzca el fallo es la de estabilidad al deslizamiento.

En esos casos cualquier sistema que evitara la saturación del espaldón de aguas abajo durante el sobrevertido conduciría a una reducción del talud necesario, que sería entonces el preciso para cumplir la condición de estabilidad frente al arrastre. Este aspecto puede ser objeto de investigación, ya que cuando el caudal de sobrevertido es moderado podría conseguirse una importante economía. Lo anterior se encuentra ligado al proceso de saturación del espaldón de escollera que se propone como vía de investigación.

## **APORTACIONES ORIGINALES**

---

### **8.1 INTRODUCCION**

En este capítulo se resumen las principales aportaciones originales de esta Tesis Doctoral, diferenciando las referentes al movimiento del agua a través del espaldón de escollera de aquéllas otras referentes a la estabilidad frente al deslizamiento en masa de la presa sometida a sobrevertido. El Capítulo termina señalando las vías de investigación que quedan abiertas.

Aparte de las aportaciones concretas que se detallan en los siguientes apartados, cabe destacar el enfoque del tema objeto de esta Tesis Doctoral a partir de una visión general del efecto del sobrevertido sobre las presas de materiales sueltos, los mecanismos de rotura posibles y los factores que influyen en cuál sea el que se produzca en cada caso concreto. De este modo quedan sentadas las bases para un tratamiento racional y estructurado del fenómeno del sobrevertido en relación con las presas de materiales sueltos.



## 8.2 APORTACIONES REFERENTES AL MOVIMIENTO DEL AGUA A TRAVÉS DEL ESPALDON DE ESCOLLERA

Las aportaciones de esta Tesis Doctoral referentes al movimiento del agua a través del espaldón de escollera pueden sintetizarse en los siguientes puntos.

- 1º Explicación del movimiento del agua sobre el talud de aguas abajo y a través del espaldón como dos fenómenos acoplados. El caudal que circula sobre el talud es variable a lo largo del mismo y depende de las características del movimiento del agua a través de la escollera, por el interior del espaldón. Pero, a su vez, éste es función del calado existente sobre el talud, que define la condición de frontera en el mismo, dependiendo, por tanto, del caudal que circula por el exterior del espaldón<sup>1</sup>.
- 2º Se introducen los conceptos de *ley de intercambio de caudales*, *caudal unitario de intercambio*, *caudal de saturación* y *áreas de infiltración* y de *emergencia*<sup>2</sup>, definiendo un procedimiento iterativo que permite resolver el problema acoplado mediante el ajuste en las sucesivas iteraciones de la *ley de intercambio de caudales*<sup>3</sup>.
- 3º Consideración del movimiento del agua sobre el talud y a través de la escollera del espaldón como dos fenómenos independientes cuando el espaldón está completamente saturado y las alturas de lámina sobre el talud son reducidas. Estas condiciones definen la situación crítica respecto a la estabilidad frente al deslizamiento en masa, ya que para alturas de lámina elevadas resulta condicionante la estabilidad frente al arrastre de las partículas de escollera.

---

<sup>1</sup>Ver apartado 5.3, del Capítulo 5.

<sup>2</sup>Ver apartado 5.11 y 5.12, del Capítulo 5.

<sup>3</sup>Ver apartado 5.3, del Capítulo 5.

4° Caracterización<sup>4</sup> de los campos de presiones del agua, de gradientes hidráulicos y de velocidades de filtración asociados al movimiento del agua a través de la escollera del espaldón, estableciendo la influencia de los principales parámetros<sup>5</sup> (talud, altura de presa, características de permeabilidad de la escollera). Se destacan las siguientes conclusiones:

- Se introduce el concepto de *presión relativa*<sup>6</sup> del agua, observándose que en la zona del pie de presa existe siempre un área con presiones relativas próximas al 100%, siendo este área mayor cuanto mayor es el talud. Se define la amplitud de este área en función del talud<sup>7</sup>.
- El gradiente hidráulico máximo en la *zona de emergencia* se produce en el pie de la presa y es:

$$i_{\text{máx.}} = \frac{1}{N} = \text{tg } \alpha$$

siendo N el talud y  $\alpha$  el ángulo que forma con la horizontal.

---

<sup>4</sup> A partir de una formulación del problema de filtración en diferencias finitas y del paquete informático MNLEE.RDF, expresamente desarrollados para esta Tesis Doctoral y que consideran una fórmula de resistencia no lineal de tipo exponencial.

<sup>5</sup> Ver apartados 5.9 y 5.10, del Capítulo 5.

<sup>6</sup> Es la presión del agua expresada como porcentaje de la altura de escollera existente sobre el punto considerado.

<sup>7</sup> Ver Fig. nº 5.15 a 5.18.

- Los valores mayores del gradiente hidráulico se producen en la salida del agua al exterior a través de la zona de emergencia, y son en toda el área<sup>8</sup> próximos al valor máximo antes indicado.
  - La altura de presa no influye en los valores relativos, como la presión relativa o el gradiente hidráulico.
- 5° Se cuantifica la influencia de la consideración de movimiento lineal en vez de no lineal, como es en realidad, en las distintas zonas del dominio de filtración, resultando una diferencia moderada en general en lo relativo a presiones del agua y gradientes hidráulicos<sup>9</sup>.
- 6° Se define un ábaco<sup>10</sup> para la determinación del *caudal de saturación* del espaldón en función de la constante de la fórmula de resistencia y de la altura de la presa, habiendo establecido previamente la influencia despreciable del talud.
- 7° Se establece que la *ley de intercambio de caudales*, expresada en forma adimensional<sup>11</sup>, es función únicamente del talud, y se elabora un ábaco para la determinación de la referida *ley de intercambio de caudales*<sup>12</sup>.

---

<sup>8</sup>Ver Fig. n° 5.11 a 5.14.

<sup>9</sup>Ver Fig. n° 5.19 a 5.21.

<sup>10</sup>Fig. n° 5.30

<sup>11</sup>Dividiendo el "caudal unitario de intercambio" entre el "caudal de saturación" y la longitud medida sobre el talud entre la longitud total del mismo.

<sup>12</sup>Fig. n° 5.34

- 8° Se cuantifica la influencia de la consideración de fórmula de resistencia lineal o no lineal en la *ley de intercambio de caudales*, resultando moderada, por lo que la aproximación lineal es válida a efectos prácticos<sup>13</sup>.
- 9° Se introduce el concepto de *coeficiente de permeabilidad equivalente* ( $K_{eq}$ )<sup>14</sup> para sustituir el problema de filtración no lineal por otro lineal equivalente en cuanto a caudales filtrados. Se define también el concepto de *coeficiente de permeabilidad equivalente relativo* ( $K_{eq,r}$ ) que se obtiene así:

$$K_{eq,r} = \frac{K_{eq}}{\left(\frac{1/N}{C}\right)^{1/m}}$$

siendo N el talud e  $i = c \cdot v^m$  la fórmula de resistencia de la escollera.

Se establece que el parámetro  $K_{eq,r}$  depende exclusivamente del talud y que la relación es lineal, definida por la ecuación<sup>15</sup>:

$$K_{eq,r} = 0,48 \cdot N + 0,1$$

Así, se define un procedimiento para determinar el *coeficiente de permeabilidad equivalente* ( $K_{eq}$ ) obteniendo primero la  $K_{eq,r}$  correspondiente al talud de que se trate y utilizando después la fórmula anteriormente expuesta que define el parámetro  $K_{eq,r}$ .

---

<sup>13</sup> Ver Fig. n° 5.37

<sup>14</sup> Es el coeficiente de permeabilidad de un medio con fórmula de resistencia lineal que proporciona para el problema planteado el mismo caudal de saturación que el medio realmente existente con fórmula de resistencia no lineal.

<sup>15</sup> Fig. n° 5.46

### 8.3 APORTACIONES REFERENTES A LA ESTABILIDAD FRENTE AL DESLIZAMIENTO EN MASA

Las aportaciones originales se resumen en los siguientes puntos:

- 1° Se analizan los posibles mecanismos de rotura por sobrevertido y el papel que desempeña la estabilidad frente al deslizamiento en función de la tipología de presa de materiales sueltos.
- 2° Se introduce el concepto de *coeficiente de subpresión*<sup>16</sup> ( $\beta$ ) y se propone la siguiente fórmula para la determinación del coeficiente de estabilidad frente al deslizamiento en masa por sobrevertido.

$$F = \frac{1}{\gamma_{e,sat}} \left( \gamma_{e,sat} - \frac{\beta \gamma_w}{\cos^2 \alpha} \right) \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \alpha}$$

siendo:

F: coeficiente de seguridad frente al deslizamiento en masa.

$\gamma_{e,sat}$ : densidad saturada de la escollera.

$\gamma_w$ : densidad del agua.

$\beta$ : coeficiente de subpresión.

$\varphi$ : ángulo de rozamiento de la escollera.

$\alpha$ : ángulo que forma el talud con la horizontal.

El *coeficiente de subpresión* puede considerarse la unidad para taludes mayores o igual a 2. Para taludes menores que 2, puede obtenerse mediante la *Fig. nº 6.6* o bien mediante la ecuación:

---

<sup>16</sup>Ver apartado 6.2.4, del capítulo 6.

$$\beta = -0,32 N^2 + 1,52 N - 0,77$$

siendo N el talud<sup>17</sup>.

- 3° Se introduce el concepto de *área inestable*<sup>18</sup>, que se caracteriza en función de los parámetros más influyentes, el talud y el ángulo de rozamiento de la escollera<sup>19</sup>.
- 4° Se presenta un modelo conceptual de saturación del espaldón de una presa de escollera sometida a sobrevertido, analizando el papel que juega el referido proceso de saturación en relación con el mecanismo de rotura por sobrevertido y los factores que determinan su evolución.
- 5° Se analiza el concepto de coeficiente de seguridad frente al arrastre superficial de la escollera, proponiendo tres coeficientes de seguridad alternativos, entendidos como coeficientes de minoración del caudal de sobrevertido admisible ( $F_q$ ), del peso de la escollera media ( $F_G$ ) o del diámetro equivalente medio de la escollera ( $F_d$ ), y estableciendo la relación de equivalencia entre los mismos:

$$F_q = F_d^{3/2} = \sqrt{F_G}$$

---

<sup>17</sup>Estos valores de  $\beta$  están asociados a una profundidad mínima de la superficie de deslizamiento bajo el talud del 2% de la altura de la presa.

<sup>18</sup>Envolvente de las superficies de deslizamiento potencial con coeficiente de seguridad menor que la unidad.

<sup>19</sup>En los casos de protección frente a sobrevertido mediante escollera armada los anclajes deben atravesar completamente el "área inestable".

Además, se fundamenta la siguiente propuesta del rango de variación de dichos coeficientes según que la situación de sobrevertido sea normal o accidental y del riesgo potencial por rotura.

$F_q$  entre 1 y 2

$F_G$  entre 1 y 4

$F_d$  entre 1 y 1,6

Por tanto, se propone la siguiente correspondencia entre los coeficientes de seguridad frente al deslizamiento (F) y frente al arrastre.

<u>F</u>	<u><math>F_q</math></u>	<u><math>F_G</math></u>	<u><math>F_d</math></u>
1	1	1	1
1,4	2	4	1,6

- 6° Se establece un proceso de dimensionamiento que integra las condiciones de estabilidad frente al deslizamiento en masa<sup>20</sup> y frente al arrastre superficial<sup>21</sup>, definiendo un *Abaco de dimensionamiento*<sup>22</sup> que permite un ajuste rápido de los parámetros principales de modo que los coeficientes de seguridad frente a los dos mecanismos de rotura sean iguales o mayores que los valores prefijados en función de que la situación sea normal o accidental y del riesgo de rotura.
- 7° Se delimitan los rangos de caudales de sobrevertido para los que la condición limitativa, que condiciona el dimensionamiento, es la de estabilidad frente al

---

<sup>20</sup>De acuerdo con la fórmula propuesta en esta Tesis Doctoral, incorporando el concepto de "coeficiente de subpresión".

<sup>21</sup>De acuerdo con el método HSK (Ver apartado 7.2, del Capítulo 7).

<sup>22</sup>Fig. nº 7.3.

deslizamiento, obteniéndose que sucede para caudales de sobrevertido de hasta unos 3 a 5 m<sup>3</sup>/s/m, si la situación de sobrevertido es accidental, y de hasta 1,5 a 3 m<sup>3</sup>/s/m, si es normal. La oscilación dentro del rango depende principalmente del ángulo de rozamiento ( $\varphi$ ) de la escollera y del tamaño máximo de escollera admisible, pero vemos que para caudales menores que 1,5 m<sup>3</sup>/s/m. el diseño viene impuesto por la condición de seguridad frente al deslizamiento y para caudales mayores que 5 m<sup>3</sup>/s/m. es la condición de estabilidad frente al arrastre la que manda. Entre 1,5 y 5 m<sup>3</sup>/s/m depende de los parámetros antes indicados.

Respecto a la seguridad de las presas de escollera existentes con aliviadero de capacidad insuficiente, parece deducirse de lo anterior que, con carácter general, en caso de producirse sobrevertido, es más probable que su rotura se produzca por deslizamiento en masa que por arrastre superficial, ya que la probabilidad de que se produzcan caudales de sobrevertido menores que un valor prefijado es mayor que la de que sean mayores que dicho valor. No obstante, en cada caso concreto las circunstancias particulares determinarán el mecanismo de rotura.



## 8.4 VIAS DE INVESTIGACION

El estudio del fenómeno de sobrevertido, su efecto sobre las presas de materiales sueltos y posibles aplicaciones que permitan realizaciones más seguras y económicas ofrece múltiples posibilidades para los investigadores. A continuación se resumen algunas de las vías de investigación que quedan abiertas y que constituyen la continuación de la línea de investigación iniciada con esta Tesis Doctoral.

- 1° Estudio de los límites de validez del tratamiento del medio de filtración constituido por la escollera como un medio poroso, en función del tamaño de partículas del medio y su relación con el tamaño del dominio de filtración.
- 2° Análisis de la influencia en el fenómeno de filtración a través de la escollera del espaldón de aspectos como la posición del elemento impermeable (pantalla externa, núcleo centrado o inclinado), la anisotropía de la escollera que se produce como consecuencia de la compactación, la existencia de un cimientado permeable, la zonificación, o la existencia de contraembalse significativo.
- 3° Estudio tridimensional de la influencia de la forma de la cerrada.
- 4° Estudio de optimización de la sección de presa, considerando talud de aguas abajo quebrado, ya sea para la protección de una presa existente o para el diseño de una ataguía o presa diseñada para resistir el sobrevertido en situación normal o excepcional.
- 5° Estudio del proceso de saturación del espaldón sometido a sobrevertido y su influencia sobre la seguridad de la presa y de la zona de afección aguas abajo de la misma. Análisis de las posibilidades para evitar que el espaldón llegue a saturarse, eliminando la posibilidad de deslizamiento en masa y, por tanto, de rotura súbita de la presa por sobrevertido.

- 6° A partir de lo anterior, determinación de la superficie crítica según la cual se producirá el deslizamiento, que será la primera en el tiempo que tenga un coeficiente de seguridad menor que la unidad, aunque el espaldón no esté aún totalmente saturado.
  
- 7° Definición de un modelo de simulación de la rotura de una presa de materiales sueltos por sobrevertido integrando modelos de rotura por deslizamiento en masa con modelos de arrastre y erosión, teniendo todos ellos en cuenta el factor tiempo. Esta meta es ambiciosa y constituiría el colofón de todas las investigaciones previas.

## **BIBLIOGRAFIA**

---

- (1)           **ALONSO FRANCO; 1.993**  
*Casos patológicos de las presas españolas (Conferencia especial).*  
Simposio sobre geotecnia de presas de materiales sueltos;  
Zaragoza.Octubre de 1.993.
- (2)           **ALVARES RIBEIRO; 1.991**  
*Douro river. Overtopped cofferdams.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67; R.29.
- (3)           **ARHIPAINEN; 1.970**  
*Submerge dam on lake Kemi.*  
Congreso de ICOLD de Montreal; Q.36, R.6
- (4)           **BAKER Y GARDINER; 1.994**  
*The construction and performance of wedge block spillway at Brushes  
Clough Reservoir.*  
Reservoir safety and environment; Thomas Telford; Londres.

- (5) **BAKER Y GARDINER; 1.995**  
*Building blocks.*  
Water Power & Dam Construction; Noviembre de 1.995
- (6) **BATHURST, LI y SIMONS; 1.981**  
*Resistance equation for large-scale roughness.*  
ASCE; Journal of the Hydraulics Division; Diciembre de 1.981.
- (7) **BEAR; 1.988**  
*Dynamics of fluids in porous media.*  
Dover Publications, Inc., Nueva York, USA.
- (8) **BINGHAM, SCHWEIGER y HOLDERBAUM; 1.992**  
*Three innovative approaches to modify the spillways of existing embankment dams to accommodate larger floods using RCC.*  
Anual USCOLD Lecture Series; 12º 1.992; Fort Worth, Texas.
- (9) **BOESCH y AEMMER; 1.979**  
*Spillways and outlet works for the El Cajon Project.*  
Congreso de ICOLD de Nueva Delhi; Q.50, R.30.
- (10) **BUCK; 1.991**  
*Evaluation of embankment erosion at TVA'S Chickamauga Project.*  
Hydraulic Engineering; Proceedings of the 1.991 National Conference;  
ASCE; Ed. by Richard M. Shane.
- (11) **CANTWELL; 1.978**  
*Face protection of rockfill dams. When to use it.*  
Boletín de ANCOLD nº 50.

- (12) **CEDERGREN; 1.989**  
*Semiturbulent and turbulent flow.*  
Seepage, drainage and flow nets; Ed. John Wiley and Sons; USA.
- (13) **CHRAIBI; 1.994**  
*M'Dez embankment dam has unique design.*  
Hydropower & Dams; Marzo de 1.994.
- (14) **CHUGH; 1.992**  
*Numerical analysis of embankment overtopping flows.*  
International Symposium on Dams and Extreme Floods; Granada, España.
- (15) **COMBELLES; 1.993**  
*Reinforced rockfill and reinforced fil for dams.*  
Boletín de ICOLD n° 89.
- (16) **COMMONWEALTH DEPARTMENT OF WORKS; 1.973**  
*Googong dam.*  
Boletín de ANCOLD N° 38.
- (17) **DIACON, STEMATIU Y MIRCEA; 1.992**  
*An analysis of the Belci dam failure.*  
Water Power & Dam Construction, Septiembre 1.992.
- (18) **DODGE; 1.988**  
*Overtopping flow on low embankment dams. Summary report of model tests.*  
Report n° REC-ERC-88-3 del U.S. Bureau of Reclamation.

- (19) **EUROESTUDIOS, S.A.; 1.977**  
*Memorandum nº9 (Construcción de la presa del Jerte)*  
Documento inédito; Madrid.
- (20) **EUROESTUDIOS, S.A.; 1.977**  
*Informe del ingeniero director de las obras de "La presa del Jerte", en Plasencia, sobre los daños ocasionados por la avenida en la mañana del día 7 de Diciembre de 1.997.*  
Documento inédito; Madrid.
- (21) **FELL, MacGREGOR y STAPLEDON; 1.992**  
*Design of dams for overtopping during construction.*  
Geotechnical engineering of embankment dams; Ed. Balkema; Holanda.
- (22) **FIORI y GUERCIO; 1.996**  
*Modelling the overtopping of embankment dams.*  
Hydropower & Dams; Issue Two, 1.996.
- (23) **FITZGERALD; 1.997**  
*Flood forecasting during construction of the Googong dam.*  
Boletín de ANCOLD nº 47.
- (24) **FITZPATRICK; 1.977**  
*Reinforced rockfill in hydro-electric commission dams.*  
Boletín de ANCOLD Nº 49.
- (25) **FITZPATRICK; 1.978**  
*Discussion. Reinforced rockfill in hydro-electric commission dams.*  
Boletín de ANCOLD nº 50

- (26) **FLETCHER; 1.991**  
*Computational techniques for fluid dynamics.*  
Ed. Springer-Verlag; Heidelberg, Alemania.
- (27) **FOKKEMA, SMITH y FLUTTER; 1.977**  
*Googong dam flood diversion and embankment protection during construction.*  
Boletín de ANCOLD N° 49.
- (28) **FORBES Y POTTS; 1.987**  
*Construction of Bucca Weir. Combined use of RCC and compacted earthfill.*  
Boletín de ANCOLD N° 78.
- (29) **FREER; 1.992**  
*Recent examples of reinforced grass spillways on embankment dams based on CIRIA report 116.*  
Water resources and reservoir engineering. Thomas Telford. Londres.
- (30) **GEORGE y HANSEN; 1.992**  
*Conversion between quadratic and power law for non-Darcy flow.*  
ASCE; Journal of the Hydraulics Division; 1.992.
- (31) **GEO-SLOPE INTERNATIONAL Ltd.**  
*Slope/W for stability analysis, Version 3, User's Guide.*  
Calgary, Alberta, Canada.
- (32) **GERODETTI; 1.981**  
*Model studies of an overtopped rockfill dam.*  
Water Power & Dam Construction; Septiembre de 1.981.

- (33) **GIUSEPPETTI y MOLINARO; 1.989**  
*A mathematical model of the erosion of an embankment dam by overtopping.*  
International Symposium on Analytical Evaluation of Dam Related Safety Problems. Copenhagen.
- (34) **GOUBET; 1.995**  
*Dam failures. Statistical analysis.*  
Boletín de ICOLD n° 99.
- (35) **GRAY; 1.991**  
*Cellular concrete blocks for overtopping protection of earth dams.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.25.
- (36) **HANSEN y REINHARDT; 1.991**  
*RCC applications in embankment dams.*  
Roller-Compacted Concrete dams; Ed. McGraw-Hill; Nueva York, USA.
- (37) **HANSEN; 1.992**  
*Roller-Compacted concrete for overtopping protection of embankment dams.*  
Anual USCOLD Lecture Series; 12° 1.992; Fort Worth, Texas.
- (38) **HARTUNG y SCHEUERLEIN; 1.970**  
*Design of overflow rockfill dams.*  
Congreso de ICOLD de Montreal; Q.36; R.35.
- (39) **HENSLEY y HENNIG; 1.991**  
*Overtopping protection for A.R. Bowman dam.*  
Hydraulic engineering; Proceedings of the 1.991 National Conference; ASCE. Ed. by Richard M. Shane.



- (40)           **HEWLETT Y BAKER; 1.992**  
*The use of steeped blocks for dam spillways.*  
Water resources and reservoir engineering; Thomas Telford; Londres.
- (41)           **HUANXIONG y CAIYAN; 1.991**  
*Stability of protection gabions on the downstream slope of overflow rockfill dams.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.31
- (42)           **HUGHES y HOSKINS; 1.994**  
*A practical appraisal of the overtopping of embankment dams.*  
Reservoir safety and environment. Thomas Telford. Londres.
- (43)           **HYDRO-ELECTRIC COMMISSION, TASMANIA; 1.969**  
*Cethana dam. Flood breach of partly completed rockfill dam.*  
Boletín de ANCOLD nº 28.
- (44)           **JATANA; 1.992**  
*Research needs for fill dams. Overtopping of fill dams.*  
Proceedings of the first conference *Research Needs in Dam Safety*, en Nueva Delhi, India; Ed. Balkema, Holanda.
- (45)           **JIMENEZ SALAS; 1.993**  
*Núcleos, espaldones y escolleras: Estudio de préstamos y características de los materiales (Ponencia).*  
Simposio sobre geotecnia de presas de materiales sueltos; Zaragoza, Octubre de 1.993.

- (46)           **JOHNSON; 1.971**  
*Flow through rockfill dams.*  
ASCE; Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division; Febrero de 1.971.
- (47)           **JOHNSON; 1.973**  
*Spillway types in Australia and factors affecting their choice.*  
Congreso de ICOLD de Madrid; Q.41, R.46.
- (48)           **KNAUSS; 1.979**  
*Computation of maximum discharge at overflow rockfill dams (a comparison of different model test results).*  
Congreso de ICOLD de Nueva Delhi; Q.50, R.9.
- (49)           **KOENIG y IDEL; 1.970**  
*Rockfill designed to withstand overflow.*  
Congreso de ICOLD de Montreal; Q.36, R.17.
- (50)           **LANE; 1.967**  
*Temporary dam construction under water and overtopped by floods.*  
Congreso de ICOLD de Estambul; Q.35, R.4.
- (51)           **LEARMONTH y BUTLER; 1.967**  
*Surface diversion of stream flows during construction of dams in Queensland.*  
Congreso de ICOLD de Estambul; Q.33, R.49.
- (52)           **LELIAVSKY; 1.965**  
*Design of dams for percolation and erosion.*  
Ed. Chapman & Hall; Gran Bretaña.

- (53)           **LEMPERIERE; 1.991**  
*Savings in dam construction.*  
Boletín de ICOLD n° 73.
- (54)           **LEMPERIERE; 1.991**  
*Overspill rockfill dams: Conventional and unconventional designs.*  
*Technology-Costs-Safety.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.7.
- (55)           **LEMPERIERE y LONDE; 1.992**  
*Cost impact on future dam design.*  
Boletín de ICOLD n° 83.
- (56)           **MACKELLAR y SHAND; 1.979**  
*Failure of a reinforced rockfill dam during construction.*  
Congreso de ICOLD de Nueva Delhi; Q.49, R.12.
- (57)           **MANZANARES, CARVALHO, GONÇALVES y MOREIRA; 1.973**  
*Temporary river diversion. The case of Cabora Bassa.*  
Congreso de ICOLD de Madrid; Q.41, R.45.
- (58)           **MARSAL y RESENDIZ; 1.983**  
*Presas de tierra y enrocamiento.*  
Ed. Limusa; Mejico.
- (59)           **MARTINS; 1.991**  
*Seepage flow through rockfill dams.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.14.

- (60) **McGOVERN y FRIZELL; 1.992**  
*Design of a continuously reinforced concrete slab to protect A.R. Bowman dam during overtopping.*  
Anual USCOLD Lecture Series; 12º 1.992; Fort Worth, Texas.
- (61) **MITCHELL; 1.973**  
*River diversion arrangements for the Cethana power scheme.*  
Congreso de ICOLD de Madrid; Q.41, R.9.
- (62) **MOREIRA; 1.970**  
*Overtopping tests in model of Cabora Bassa cofferdams.*  
Congreso de ICOLD de Montreal; Q.36, R.45
- (63) **NIEMI, ARTHUR y KLEBER; 1.991**  
*Design and operation of cofferdam floodway spillway.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.24.
- (64) **ODENDAAL y VAN ZYL; 1.979**  
*Failure of a cofferdam due to overtopping.*  
Congreso de ICOLD de Nueva Delhi; Q.49, R.11.
- (65) **OLIVIER; 1.967**  
*Through and overflow rockfill dams. New design techniques.*  
Institution of Civil Engineers; paper 7012, Vol. 36; Londres.
- (66) **OLIVIER y LEMPERIERE; 1.991**  
*Desvío del río durante la construcción de la presa.*  
Traducción del Boletín de ICOLD del mismo nombre. Ed. CNEGP; Madrid.

- (67)           **OSWALT; 1.991**  
*Overtopping flow spillway for Baldhill dam, Sheyenne River, North Dakota.*  
Hydraulic Engineering; Proceedings of the 1.991 National Conference; ASCE; Ed. by Richard M. Shane.
- (68)           **PARKIN, TROLLOPE y LAWSON; 1.966**  
*Rockfill structures subject to water flow.*  
ASCE; Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division; Noviembre de 1.966.
- (69)           **PARKING; 1.971**  
*Field solutions for turbulent seepage flow.*  
ASCE; Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division; Enero de 1.971.
- (70)           **PHILLIPS; 1.987**  
*Embankment protection measures against overtopping.*  
Boletín de ANCOLD nº 78.
- (71)           **PILARCZYK, VERHEY y AKKERMAN; 1.991**  
*Rockfill design criteria for overflow dams.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.28.
- (72)           **POWLEDGE Y PRAVDIVETS; 1.992**  
*Overtopping of embankments to accommodate large flood events. An overview.*  
Anual USCOLD Lecture Series; 12º 1.992; Fort Worth, Texas.

- (73) **PRAVDIVETS y SLISSKY; 1.981**  
*Passing floodwaters over embankment dams.*  
Water Power & Dam Construction; Julio de 1.981.
- (74) **QIBEI y BAKER; 1.995**  
*Dam spillways: Theoretical analysis of flow parameters for wedge-shaped spillway protection blocks.*  
Dam Engineering; Vol. VI, Issue 1.
- (75) **RESSURREIÇÃO NETO; 1.988**  
*Barragens de enrocamento drenante. Sua tecnologia*  
Serviços da Secretaria-Geral do Ministério do Planeamento e da Administração do Território; Lisboa.
- (76) **REYNOLDS; 1.994**  
*Over the top*  
Water Power & Dam Construction; Mayo de 1.994.
- (77) **RIEGLER; 1.991**  
*The overflow dikes within the embankment system of low head run-of-river schemes on the austrian Danube.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.32.
- (78) **SHACKELFORD, LEPS y SCHUMANN; 1.973**  
*The design, construction and performance of Pit 7 Afterbay dam.*  
Congreso de ICOLD de Montreal; Q.36, R.24.
- (79) **SHAND y PELLIS; 1.970**  
*Experience in the design and construction of reinforced rockfill dams.*  
Congreso de ICOLD de Montreal; Q.36, R.19.

- (80)           **SHERCLIFF; 1.990**  
*Reinforced embankments. Theory and practice.*  
Ed. Thomas Telford, Londres.
- (81)           **SKOGLUND y SOLVIK; 1.995**  
*External and internal erosion in rockfill dams.*  
Hydropower & Dams; Mayo de 1.995
- (82)           **SOLVIK; 1.991**  
*Throughflow and stability problems in rockfill dams exposed to exceptional loads.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.20.
- (83)           **SOLVIK; 1.992**  
*Overtopping of the morain core rockfill dam, state of flow and permeability.*  
Hydropower'92; Broch & Lysne (eds); Ed. Balkema; Holanda.
- (84)           **SOUTH HYDROPOWER CONSTRUCTION ASSOCIATION Ltd.; 1.996.**  
*Tianshenqiao-I Hydropower Project. Its overtopping protection, design and construction.*  
Water Power & Dam Construction; Septiembre de 1.996
- (85)           **SPEEDIE, TADGELL y CARR; 1.967**  
*Use of hydraulic models in planning flood diversion through rockfill.*  
Congreso de ICOLD de Estambul; Q.35, R.28.
- (86)           **STEPHENSON; 1.979**  
*Rockfill in hydraulic engineering.*  
Elsevier Publishing Company; Amsterdam, Holanda.

- (87)           **STROBL y HAUG; 1.995**  
*Rehabilitation of the Wadi Tanuf dam in Oman.*  
Hydropower & Dams; Noviembre de 1.995.
- (88)           **SUAREZ VILLAR; 1.993**  
*Presas de corrección de torrentes y retención de sedimentos.*  
Ministerio del Medio Ambiente y los Recursos Renovables, Venezuela.
- (89)           **TAYLOR; 1.991**  
*The Khasab self spillway embankment dams.*  
Congreso de ICOLD de Viena; Q.67, R.12.
- (90)           **UTRILLAS, GAMO y SORIANO; 1.992**  
*Reconstruction of the Tous dam.*  
Water Power & Dam Construction; Septiembre 1.992
- (91)           **VALLARINO; 1.991**  
*Atagüía y operaciones de cierre del cauce y del desvío.*  
Tratado básico de presas, Ed. Paraninfo, S.A., Madrid, España.
- (92)           **VERMEYEN y MARES; 1.992**  
*Alternatives for enhancing spillway capacity currently being pursued by the U.S. Bureau of Reclamation.*  
Anual USCOLD Lecture Series; 12º 1.992; Fort Worth, Texas.
- (93)           **VOLKER; 1.969**  
*Nonlinear flow in porous media by finite elements.*  
ASCE; Journal of the Hydraulics Division; Noviembre de 1.969.



- (94)           **VOROBJEV; 1.978**  
*The design of Turkey's Aslantas dam.*  
Water Power & Dam Construction; Mayo de 1.978.
- (95)           **WARD; 1.964**  
*Turbulent flow in porous media.*  
ASCE; Journal of the Hydraulics Division; Septiembre de 1.964.
- (96)           **WARK y SZYMAKOWSKI; 1.982**  
*Moochalabra dam. 10 years experience with an overtopped rockfill.*  
Boletín de ANCOLD nº 63.
- (97)           **WEBSTER; 1.973**  
*Spillway design and river diversion for the Ord River dam.*  
Congreso de ICOLD de Madrid; Q.41, R.31.
- (98)           **WEISS; 1.950**  
*Construction technique of passing floods over earth dams.*  
ASCE; Proceedings, Vol. 76
- (99)           **WÖRMAN y SKOGLUND; 1.992**  
*Overtopping of the core in rockfill dams. Internal erosion.*  
Hydropower'92; Broch & Lysne (eds); Ed. Balkema; Holanda.
- (100)          **WRIGHT; 1.968**  
*Nonlinear flow through granular media.*  
ASCE; Journal of the Hydraulics Division; Julio de 1.968.
- (101)          **YAMAMURA; 1.988**  
*New construction methods.*  
Boletín de ICOLD nº 63.