

# Física

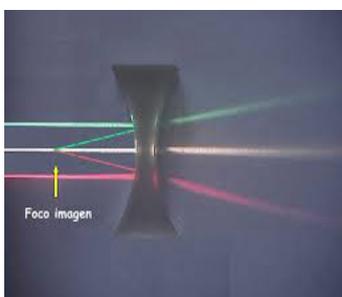
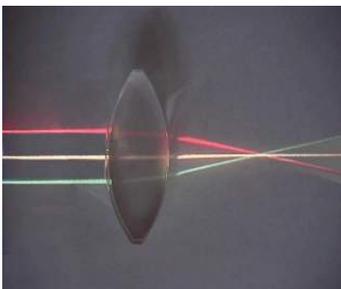
## Unidad 8

# Óptica geométrica

La óptica geométrica estudia los cambios de dirección que experimenta la luz, representada por rayos, en los fenómenos de reflexión y refracción.

En esta Unidad estudiaremos los fenómenos de reflexión y refracción de la luz cuando incide sobre la superficie de un medio material transparente y lo atraviesa (lentes), o se refleja en espejos, formando algún tipo de imagen.

Los objetivos propuestos para esta Unidad son los siguientes:



1. Entender el comportamiento de los rayos de luz al interactuar con un dioptrio.
2. Comprender la formación de imágenes en lentes y espejos.
3. Conocer las ecuaciones fundamentales que nos permiten determinar la naturaleza de las imágenes formadas en los diferentes sistemas ópticos.
4. Conocer algunos instrumentos ópticos, su funcionamiento y su utilidad.
5. Estudiar el ojo humano como sistema óptico.

# Índice de contenido

1. Conceptos fundamentales .....	3
2. Dioptrios .....	4
2.1 Dioptrio esférico .....	4
2.2 Dioptrio plano .....	6
3. Espejos .....	7
3.1 Espejos planos.....	8
3.2 Espejos esféricos.....	8
4. Lentes delgadas.....	14
4.1 Formación de imágenes.....	19
4.2 Aberraciones.....	21
5. Instrumentos ópticos.....	22
5.1 Lupa o microscopio simple .....	22
5.2 Microscopio compuesto .....	24
5.3 Telescopio .....	25
6. El ojo humano .....	27
6.1 Defectos de la visión .....	29
Solucionario .....	31

## 1. Conceptos fundamentales



Figura 7.1 Banco óptico

La *óptica geométrica* se ocupa de cuestiones relacionadas con la propagación de la luz, siendo su problema fundamental determinar las trayectorias a través de distintos medios. Su desarrollo se basa en los conceptos de *rayo luminoso* para caracterizar la luz y en el de *índice de refracción* para caracterizar los medios materiales. Los planteamientos que realiza, son puramente geométricos, y se basan en un único postulado físico; el *Principio de Fermat*.

“Al pasar de un punto a otro, el rayo de luz elige el camino para el cual el tiempo de propagación es mínimo”

A partir de este principio se derivan todas las leyes en las que se basa la óptica geométrica:

- i. Las trayectorias en los medios homogéneos e isótropos son rectilíneas.
- ii. El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.
- iii. Leyes de Snell de la reflexión y la refracción.
- iv. Las trayectorias de la luz a través de distintos medios son reversibles.

Se llama *sistema óptico* a un conjunto de superficies que separan medios de distintos índices de refracción. Los sistemas más usados en óptica son los *sistemas centrados*, formados por superficies esféricas con los centros alineados. Si el sistema está formado sólo por superficies refractantes (como es el caso de las lentes) se llama *dióptrico*, si sólo tiene espejos, *catóptrico*, y si existen ambos tipos, *catadióptrico*.

Cuando los rayos que parten de un objeto forman una imagen nítida y clara diremos que el sistema óptico es *estigmático*. En todos los sistemas que estudiaremos, para que sean estigmáticos, hemos de considerar que su radio de curvatura es muy grande comparado con el tamaño del objeto y que los ángulos de incidencia son menores de 10 grados. Los rayos que inciden con estos ángulos se llaman *rayos paraxiales*.

Para el estudio de los diferentes sistemas ópticos consideraremos que los *rayos de luz* inciden *de izquierda a derecha*, y utiliza-

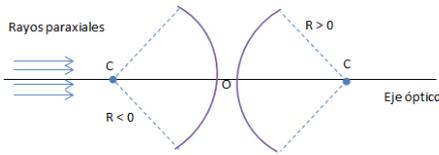


Figura 8.2 Sistema óptico centrado

remos un *sistema de referencia* con su eje de ordenadas y de abscisas, en el que tendremos en cuenta los siguientes elementos:

- El *origen de coordenadas* que será el centro geométrico del sistema óptico.
- El *eje óptico*, que se corresponde al eje de abscisas OX.
- El *centro de curvatura de las superficies* que forme parte del sistema.
- El *radio de curvatura de las superficies*, que será la distancia entre el centro óptico y el centro de curvatura de cada superficie.

El *criterio de signos* utilizado es el habitual, las distancias positivas están a la derecha del eje OX y las negativas a la izquierda. Lo mismo ocurre con el eje de ordenadas, por encima del eje son positivas y por debajo negativas. Así el radio de curvatura será positivo si el centro de curvatura está a la derecha del origen, centro óptico del sistema.

## 2. Dioptrios

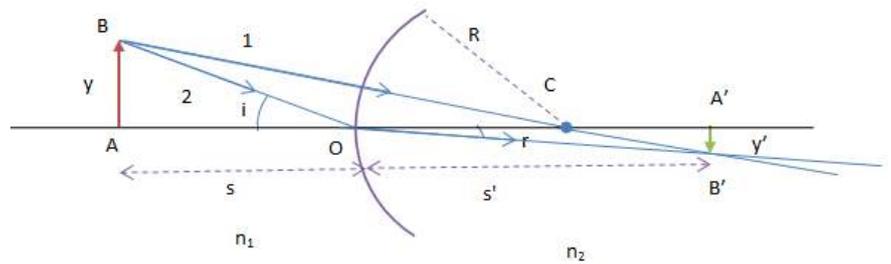
Llamamos dioptrios a la superficie de separación entre dos medios transparentes, homogéneos e isótropos con distinto índice de refracción, de modo que cuando la luz atraviesa la superficie se refracta.

### 2.1 Dioptrio esférico

Si la superficie de separación es esférica podremos describir la formación de las imágenes, pensando en un sistema óptico tal como muestra la siguiente figura.

Sea  $C$  el centro de curvatura de la superficie,  $y$  el tamaño del objeto de extremos  $AB$ , y  $n_1$  y  $n_2$  los índices de refracción de los dos medios. Sean  $s$  y  $s'$  las distancias del objeto y de la imagen al dioptrio, respectivamente, y sea  $y'$  el tamaño de la imagen de extremos  $A'B'$ .

Consideremos  $n_1 < n_2$



En la figura, el rayo 1 no se desvía por ser perpendicular a la superficie de separación, (coincidente con la normal).

El rayo 2 se desvía, y según la ley de Snell:

$$n_1 \text{sen } i = n_2 \text{sen } r$$

En aproximación paraxial los ángulos son pequeños y podemos considerar que  $\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha$ , con lo que:

$$\text{sen } i = \text{tg } i = \frac{y}{-s} \quad \text{y} \quad \text{sen } r = \text{tg } r = \frac{-y'}{s'}$$

Sustituyendo en la ley de Snell:

$$n_1 \frac{y}{-s} = n_2 \frac{-y'}{s'}$$

luego:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{n_1 s'}{-n_2 s}$$

Los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C$  son semejantes, de modo que:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{s' - R}{-s + R}$$

y sustituyendo en la expresión obtenida en la ley de Snell:

$$\frac{s' - R}{-s + R} = \frac{n_1 s'}{-n_2 s}$$

$$-n_2 s (s' - R) = n_1 s' (-s + R)$$

$$-n_2 s s' + n_2 s R = -n_1 s' s + n_1 s' R$$

Dividiendo ambos miembros entre  $ss'R$  obtenemos:

$$\frac{-n_2}{R} + \frac{n_2}{s'} = \frac{-n_1}{R} + \frac{n_1}{s}$$

que se suele expresar así:

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

que es la *ecuación fundamental del dioptrio esférico*.

Si el objeto está a una distancia infinita del dioptrio, los rayos inciden paralelos al eje principal y la imagen se produce en un punto  $F'$  que llamaremos *foco imagen*. El *foco objeto* es aquel punto  $F$  en el que los rayos que parten de él y se refractan al llegar al dioptrio, emergen paralelos al eje principal.

De la ecuación fundamental podemos deducir las distancias focales imagen y objeto:

Si hacemos  $s = -\infty$ , hallaremos la distancia focal imagen,  $f'$ , que será:  $f' = s'$ .

$$\frac{n_2}{f'} - \frac{n_1}{-\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \frac{n_2}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

luego:

$$f' = R \frac{n_2}{n_2 - n_1}$$

Para calcular la distancia focal objeto,  $s' = -\infty$ , y entonces  $s = +f$ .

$$\frac{n_2}{\infty} - \frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \frac{-n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

luego:

$$f = -R \frac{n_2}{n_2 - n_1}$$

Dividiendo estas dos expresiones miembro a miembro tendremos:

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n_1}{n_2}$$

El aumento lateral,  $\beta$ , se define como el cociente del tamaño de la imagen entre el tamaño del objeto será:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

## 2.2 Dioptrio plano

Se puede considerar este caso como si fuera un dioptrio esférico de radio infinito,  $R = \infty$ . La ecuación fundamental quedaría:

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{\infty}$$

$$\frac{n_2}{s'} = \frac{n_1}{s} \Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{n_2}{n_1}$$

Sustituyendo esta última expresión en el aumento lateral  $\beta$ :

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s} = 1 \Rightarrow y' = y$$

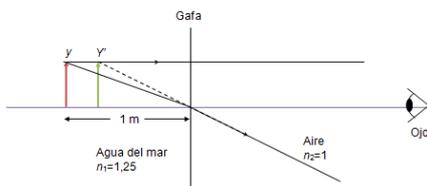


Figura 8.3 Formación de imagen en un dioptrio plano

Luego en el dioptrio plano los tamaños del objeto y de la imagen son iguales.

Aunque esto es así, sin embargo a veces nos da la sensación contraria. Si recordamos lo que vemos cuando buceamos en agua de mar con gafas de bucear, nos parece ver los peces de mayor tamaño. En el sistema óptico, dioptrio plano, formado por el aire del interior de las gafas, y el agua de fuera, consideramos el vidrio de las gafas lo suficientemente fino como para que su influencia no sea apreciable y haga de superficie de separación.

Así, si suponemos que un objeto a 1 m de distancia del dioptrio y que los índices de refracción del aire y del agua del mar son respectivamente 1 y 1,25:

$$\frac{n_2}{s'} = \frac{n_1}{s}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1,25}{-1} \Rightarrow s' = \frac{-1}{1,25} = -0,8 \text{ m}$$

Es decir, como también podemos apreciar en la figura 8.3, el tamaño de la imagen es el mismo, pero se forma más cerca de nosotros, y nos parece más grande. En realidad se trata de una imagen virtual que enfocará el ojo posteriormente.

### ACTIVIDADES

1. Calcular las distancias focales imagen y objeto en un dioptrio esférico convexo de 30cm de radio, sabiendo que dicha superficie separa el aire del vidrio, cuyo índice de refracción es 1,5. Si colocamos un objeto horizontal a 1 m del dioptrio, perpendicularmente al eje principal, halla dónde se formará la imagen.
2. ¿A qué profundidad veríamos una hoja caída en el fondo de una piscina de 2 m de profundidad? El índice de refracción del agua de la piscina es 1,3.

## 3. Espejos

Un espejo es toda superficie pulida y lisa en la cual mediante la aplicación de ley de la reflexión se puede explicar la formación de imágenes. En nuestro estudio, vamos a distinguir entre dos tipos de espejos: espejos planos y espejos esféricos.

### 3.1 Espejos planos.

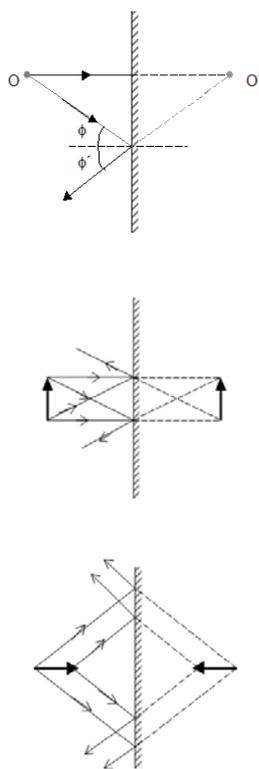


Figura 8.4 Formación de imágenes en un espejo plano

Supongamos un punto de luz, situado a una distancia  $d$  de un espejo plano, a partir del cual parten rayos luminosos. La trayectoria de esos rayos puede verse en la figura 8.4.

Si observamos el rayo perpendicular al espejo, puede comprobarse que este se refleja sin producirse ninguna desviación, pareciendo que procede de algún punto interior al espejo.

Consideremos ahora, un rayo que incida en el espejo formando un ángulo  $\phi$  con la normal, como el mostrado en la figura. Mediante la aplicación de la Ley de Snell sabemos que el ángulo de incidencia y el reflejado han de ser el mismo.

Las prolongaciones de los dos rayos considerados se cortan en un punto  $O'$  detrás del espejo, que es la posición de la imagen del espejo. A esta imagen, se le llama *imagen virtual*, ya que en realidad no se encuentra detrás del espejo, sino que se forma como prolongación de rayos reales.

Las imágenes de los espejos pueden ser iguales al objeto que las produce, o bien inversas o derechas. En las siguientes figuras se muestran algunos ejemplos de imágenes producidas en espejos planos.

La ecuación del espejo plano se puede deducir de la del dioptrio plano

$$\frac{n_2}{s'} = \frac{n_1}{s}$$

considerando que  $n_1 = n$ , y que  $n_2 = -n$ , ya que el rayo vuelve al mismo medio de índice de refracción  $n$  pero con sentido contrario. Así, la ecuación del espejo plano es:

$$\frac{-n}{s'} = \frac{n}{s} \Rightarrow s = s'$$

### 3.2 Espejos esféricos.

Consideraremos dos tipos según sea el radio de curvatura positivo o negativo. Si  $R > 0$  se trata de un *espejo convexo* y si  $R < 0$ , es un *espejo cóncavo*.

Los *elementos característicos* de los espejos esféricos son:

- *Centro de curvatura, C*, que es el centro de la esfera a la que pertenece el espejo.
- *Centro del espejo, O*, punto central de la superficie, donde colocamos el origen de coordenadas.
- *Radio de curvatura, R*, que es el radio del espejo, o distancia entre el centro del espejo y el centro de curvatura.
- *Eje óptico*. Es la recta que une el centro del espejo y el centro de curvatura.

- **Foco,  $F$ .** Es el punto en el que se cortan, una vez reflejados, los rayos que inciden paralelos al eje principal.
- **Distancia focal,  $f$ .** Es la distancia desde el centro del espejo al foco,  $F$ . La distancia focal es la mitad del radio de curvatura.

Podemos deducir la ecuación fundamental del espejo esférico considerando que el rayo luminoso se refleja desde un medio  $n_1=n$  al mismo medio, en el que los rayos viajan en sentido contrario, con lo que  $n_2=-n$ . Sustituyendo en la ecuación del dioptrio esférico:

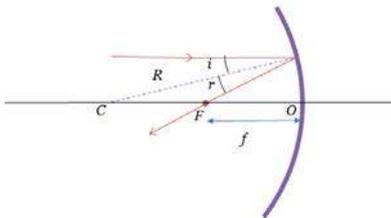


Figura 8.5 Espejo esférico

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{-n}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{-n - n}{R} \Rightarrow \frac{-n}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{-2n}{R}$$

dividiendo los dos miembros entre  $-n$ :

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

Si la distancia del objeto,  $s$ , es bastante mayor que radio de curvatura,  $R$ , del espejo, tendremos que  $1/s$  es despreciable frente a  $2/R$ , con lo que la última igualdad queda:

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \Rightarrow s' = \frac{R}{2}$$

A esta distancia  $s'$  se le llama distancia focal,  $f$ , con lo que volvemos a comprobar que  $R = 2f$ .

Con lo que la ecuación del espejo podemos también escribirla como:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Para calcular el aumento lateral  $\beta$ , consideraremos de nuevo la correspondiente expresión del dioptrio esférico

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

con  $n_1 = n$ , y  $n_2 = -n$ , con lo que:

$$\frac{y'}{y} = \frac{ns'}{-ns}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

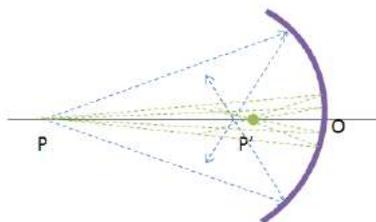


Figura 8.5 Aberración esférica

Consideremos un espejo cóncavo como el que se muestra en la figura 8.5, y el haz de rayos luminosos que parten del punto P. Todos los rayos paraxiales, próximos al eje óptico, se reflejan cortándose en un mismo punto P', que es la imagen de P. Los rayos no paraxiales no convergen en P', difuminando la imagen de P, este efecto se denomina **aberración esférica**.

Siempre que estemos trabajando en aproximación paraxial, los ángulos de incidencia son pequeños y se cumplirá que:

$$\text{sen } i \approx i$$

En los problemas de reflexión en espejos esféricos, utilizaremos el siguiente criterio de signos:

- La distancia objeto  $s$ , es negativa si el objeto está delante del espejo, y positiva si está detrás.
- La distancia imagen  $s'$ , es negativa si se forma delante del espejo, y positiva si se forma detrás.
- La distancia focal  $f$  y el radio de curvatura  $R$ , son negativas si están delante del espejo (espejo cóncavo), y positivas si están detrás (espejo convexo).
- El aumento  $\beta$  es positivo si la imagen es directa y negativo si es inversa.



### Ejemplo 1

Como espejo retrovisor de un automóvil se utiliza un espejo distancia focal  $f = 15$  cm. ¿Cuál es la posición de la imagen de un segundo automóvil que marcha detrás del primero a una distancia de 9 m del espejo?. ¿Cuál es el aumento lateral obtenido?.

Aplicamos la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{-900} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{15} \quad \Rightarrow \quad s' = 14,75 \text{ cm}$$

al ser  $s'$  positiva la imagen es virtual y está situada 14,8 cm detrás del espejo.

El aumento producido será:

$$\beta = -\frac{s'}{s} = -\frac{-14,75}{900} = 0,016$$

al ser el aumento positivo la imagen será derecha y 0,016 veces menor.



## Ejemplo 2

Un objeto de 1 cm de altura está colocado 10 cm delante de un espejo esférico y produce una imagen de 2,5 cm de altura. ¿Dónde está situada la imagen y qué tipo de espejo se ha utilizado?

El aumento del espejo es: 
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{2,5}{1} = 2,5$$

y como 
$$\beta = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -2,5s = 25 \text{ cm}$$

Por tanto la imagen estará situada 25 cm detrás del espejo.

Para determinar el tipo de espejo calculamos su distancia focal.

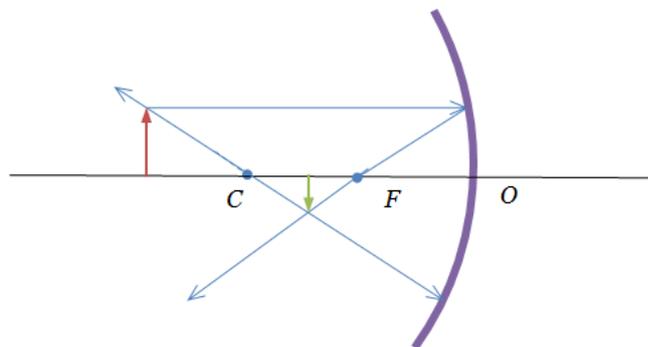
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-10} + \frac{1}{25} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{-250}{25-10} = -16,7 \text{ cm}$$

Al ser  $f$  positiva, según el criterio de signos, el espejo es cóncavo y su radio de curvatura es  $R = 2f = -33,4 \text{ cm}$ .

### 3.2.1 Formación de imágenes en espejos esféricos

Veamos ahora la construcción geométrica para determinar la posición de las imágenes en espejos esféricos.

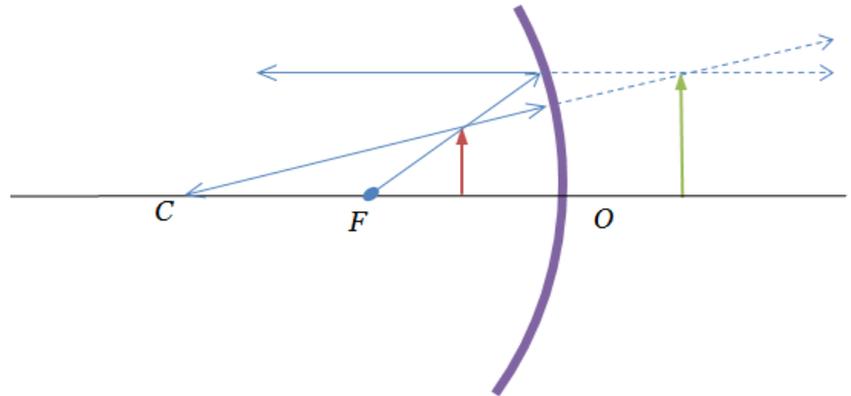
Consideremos un espejo cóncavo y un objeto situado como indica la figura.



El rayo paralelo al eje óptico se refleja según la ley de Snell dando lugar al rayo dibujado. El rayo que pasa por el centro de

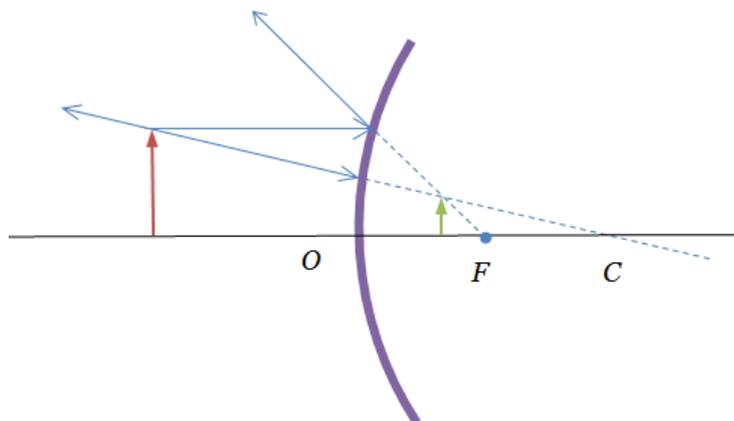
curvatura se refleja sin desviarse. La intersección entre estos dos rayos nos da la posición de la imagen, que en este caso es real e invertida.

Supongamos ahora que el objeto se encuentra situado entre el centro y el foco del espejo.



Para localizar la posición de la imagen consideremos un rayo que llega al espejo siguiendo la dirección del foco, el cual se refleja saliendo paralelo al eje óptico, y otro rayo que tiene la dirección del centro de curvatura y se refleja siguiendo el camino inverso. Prolongando estos rayos detrás del espejo se obtiene la posición de la imagen que es virtual y derecha.

Por último veamos la imagen formada en un espejo convexo.



En la figura se ha dibujado un rayo paralelo que se refleja como si procediese del foco del espejo, y un rayo que pasa por el centro de curvatura el cual se refleja sobre sí mismo. La intersección de ambos rayos nos da la posición de la imagen, siendo esta virtual y derecha.



## Ejemplo 3

Un espejo esférico cóncavo tiene una distancia focal de  $-0,8$  m. Determinar y efectuar la construcción geométrica de las posiciones del objeto y de la imagen en los siguientes casos:

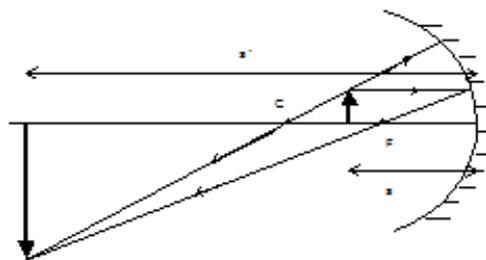
- La imagen es real, invertida y tres veces mayor que el objeto.
- La imagen es virtual, derecha y tres veces mayor que el objeto.

a)  $\beta$  será negativa al ser la imagen invertida.

$$\beta = -3 = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = 3s$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{3s} = \frac{1}{f} \Rightarrow s = \frac{4}{3}f = -1,06 \text{ m}$$

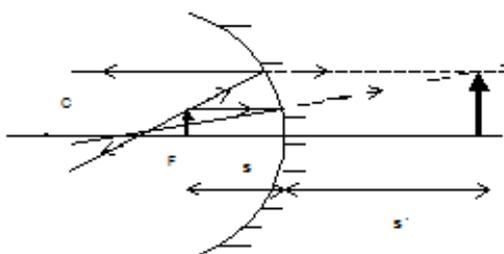
Por tanto  $s' = -3,18$  m



b)  $\beta$  será positiva puesto que la imagen es derecha

$$\beta = 3 = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -3s$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{-3s} = \frac{1}{f} \Rightarrow s = \frac{2}{3}f = -0,53 \text{ m} \Rightarrow s' = 1,6 \text{ m}$$



## ACTIVIDADES

3. Un objeto de 8 cm de altura está a 75 cm de un espejo esférico. La imagen es real y se forma a 25 cm del espejo. Calcula:
  - a. El radio de curvatura del espejo.
  - b. El tamaño de la imagen.
  
4. Un objeto se coloca a 10 cm de un espejo esférico y produce una imagen a 20 cm detrás de él. Calcula la distancia focal, el radio de curvatura, y di qué tipo de espejo es.

## 4. Lentes delgadas

Una lente es una pieza de material transparente que puede enfocar un haz de luz transmitido, de forma que produce una imagen. Las lentes son sistemas ópticos formados por dos dioptrios. Esto supone que la luz atraviesa la primera superficie y sufre una refracción, pero luego vuelve a cambiar de dirección al sufrir la segunda refracción en la última cara (segundo dioptrio).

Las lentes que estudiaremos tienen superficies esféricas centradas y un grosor despreciable comparado con el radio de curvatura de las caras, por lo que se denominan *lentes delgadas*.

Una *lente convergente o positiva* desvía los rayos hacia su eje (línea donde se encuentran sus centros de curvatura), de forma que un haz de rayos paralelos converge en un punto llamado *foco de la lente* ( $F$ ). A la distancia del centro de la lente al foco se le llama *distancia focal* ( $f'$ ), que en el caso de las lentes convergentes es siempre positiva, y a la inversa de la distancia focal ( $1/f'$ ) *potencia de la lente*.

Una *lente divergente o negativa* desvía un haz de rayos paralelos que incidan sobre ella, de modo que la prolongación de estos converge en el foco de la lente. La distancia focal de una lente divergente es siempre negativa. Tanto las lentes convergentes como las divergentes poseen dos focos que son simétricos respecto al centro de la lente.

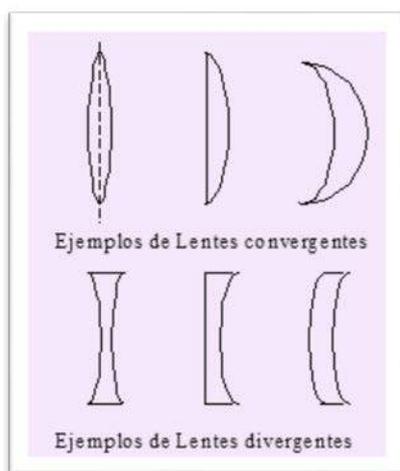
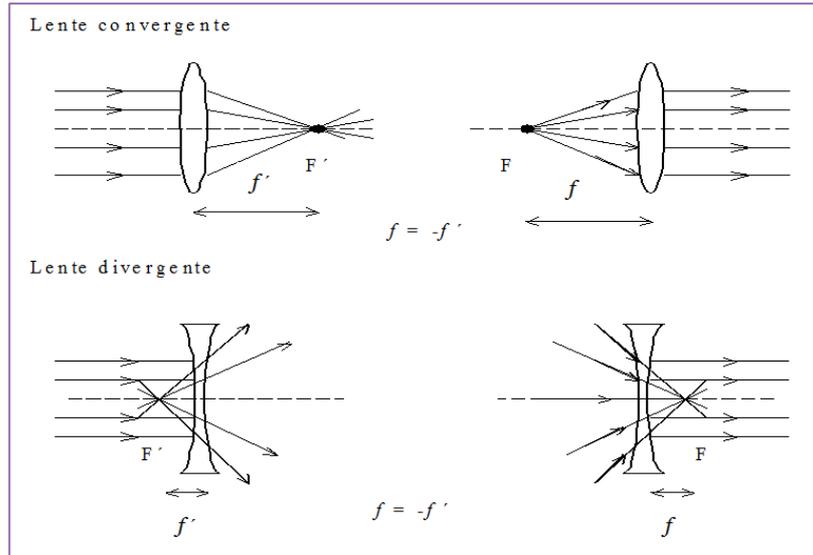


Figura 8.6 Tipos de lentes



Las lentes convergentes son más gruesas en su parte central. Una lente convergente biconvexa, como la de la figura 8.7, tendrá  $R_1 > 0$  y  $R_2 < 0$ . Las lentes divergentes, sin embargo, son más gruesas en los extremos que en la parte central, Una lente divergente bicóncava, tendrá por tanto  $R_1 < 0$  y  $R_2 > 0$ . Si las lentes presentan alguna superficie plana el radio de curvatura se considera  $\infty$ .

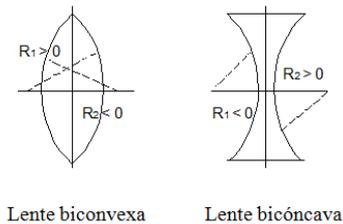


Figura 8.7 Lentes Bicóncavas y biconvexas

Consideremos una lente biconvexa, como la de la figura 8.8. En el primer dioptrio (de izquierda a derecha) pasamos del aire,  $n = 1$ , a un medio de índice  $n$ , teniendo el dioptrio forma esférica de radio  $R_1 > 0$ . En el segundo dioptrio pasamos de un medio de índice de refracción  $n$  al aire, teniendo el dioptrio un radio  $R_2 < 0$ .

Recordemos que la ecuación general del dioptrio esférico es:

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

En el primer dioptrio la imagen se formaría en un punto  $Q$  a la distancia  $s''$ , con lo que la ecuación del dioptrio quedaría:

$$\frac{n_2}{s''} - \frac{1}{s} = \frac{n - 1}{R_1}$$

En el segundo dioptrio, la distancia del objeto,  $Q$ , al dioptrio es  $s'$ , ya que la imagen formada por el primer dioptrio hace de objeto del segundo. Por lo que la ecuación sería:

$$\frac{1}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{1 - n}{R_2}$$

Sumando ambas expresiones miembro a miembro tenemos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

que es *la ecuación fundamental de las lentes delgadas*

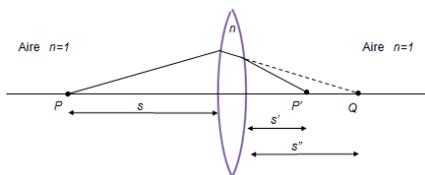


Figura 8.8 Formación de imagen en una lente biconvexa

Si  $s = -\infty$  tendremos que  $s' = f'$ , es decir, la imagen se formará con el foco de la lente.

$$\frac{1}{f'} - \frac{1}{-\infty} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Por tanto la ecuación queda:

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

A esta expresión se la conoce como *ecuación del constructor de lentes*.

Si el medio en donde se está utilizando la lente no es el aire el índice de refracción ha de interpretarse como índice de refracción relativo.

$$n' = \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{medio}}}$$

en el caso del aire  $n_{\text{medio}} = 1$ , luego  $n' = n_{\text{lente}}$



#### Ejemplo 4

Una lente biconvexa de índice de refracción  $n = 1,5$  y radios  $R_1 = 0,1$  m y  $R_2 = 0,2$  m se encuentra en el aire.

- Calcula su distancia focal
- Si metemos la lente en el agua ( $n' = 1,33$ ), ¿Cuál será su distancia focal?

a. Al tratarse de una lente biconvexa  $R_1 > 0$  y  $R_2 < 0$ , por tanto  $f'$  será:

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = (1,5 - 1) \left( \frac{1}{0,1} - \frac{1}{(-0,2)} \right) = 7,5 \text{ m}^{-1} \Rightarrow f' = 0,133 \text{ m}$$

b. El índice de refracción de la lente relativo al agua es:

$$n' = \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{medio}}} = \frac{1,5}{1,33} = 1,125$$

y la focal es:

$$\frac{1}{f'} = (n' - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = (1,125 - 1) \left( \frac{1}{0,1} - \frac{1}{(-0,2)} \right) = 1,875 \text{ m}^{-1} \Rightarrow f' = 0,533 \text{ m}$$



## Ejemplo 5

Una lente convergente de vidrio ( $n = 1,52$ ) tiene una distancia focal de 40 cm en el aire. ¿Cuál es la distancia focal cuando está sumergida en el agua, la cual tiene un índice de refracción de 1,33?

El índice de refracción relativo de la lente en el agua será:

$$n' = \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{medio}}} = \frac{1,52}{1,33} = 1,14$$

Utilizando la ecuación del constructor de lentes, tenemos:

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{y} \quad \frac{1}{f_2} = (n'-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

dividiendo ambas ecuaciones se obtiene:

$$\frac{\cancel{1}/f_1}{\cancel{1}/f_2} = \frac{n-1}{n'-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{f_2}{f_1} = \frac{1,52-1}{1,14-1} \quad \Rightarrow \quad f_2 = f_1 \frac{0,52}{0,14} = 148,6 \text{ cm}$$

Por otro lado, a partir de la ecuación general de las lentes, podemos reescribir la *ecuación de las lentes delgadas* en su forma más habitual:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Al igual que en el dioptrio, el aumento lateral de una lente, es el cociente entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

en nuestro caso, el medio a ambos lados de la lente es el mismo,  $n_1 = n_2$ , por tanto:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

El convenio de signos que tendremos que aplicar en la resolución de problemas es el siguiente:

- i. La distancia objeto  $s$  es negativa si se encuentra delante de la lente y positiva si está detrás de ella.

- ii. La distancia imagen  $s'$  es positiva si la imagen se forma detrás de la lente y negativa si está delante de ella.
- iii. El tamaño del objeto  $h$  y el de la imagen  $h'$  es positivo si está por encima del eje y negativo si está por debajo.



### Ejemplo 6

Al desplazarse un objeto a lo largo del eje de una lente delgada, se obtienen imágenes tres veces mayores que el objeto, cuando este último está a 16 cm o a 8 cm de la lente. Hállese la distancia focal de ésta.

*Cualquier valor particular del aumento sólo se produce para un valor determinado de la distancia objeto. Si se hallan dos posiciones objeto para las cuales la imagen es tres veces mayor, un aumento ha de ser +3 (correspondiente a una imagen virtual) y el otro -3 (correspondiente a una imagen real). Como una lente divergente sólo produce imágenes virtuales de objetos reales, la lente utilizada ha de ser convergente. Además la imagen virtual ha de estar producida por la distancia objeto menor. El foco de la lente ha de encontrarse entre una distancia de la lente comprendida entre 8 y 16 cm.*

Para  $s_1 = -16$  cm, tendremos una imagen real y su aumento será -3

$$\beta = \frac{s_1'}{s_1} \Rightarrow s_1' = -3s_1 \Rightarrow s_1' = 48 \text{ cm}$$

Para  $s_2 = -8$  cm, tendremos una imagen virtual y su aumento será +3

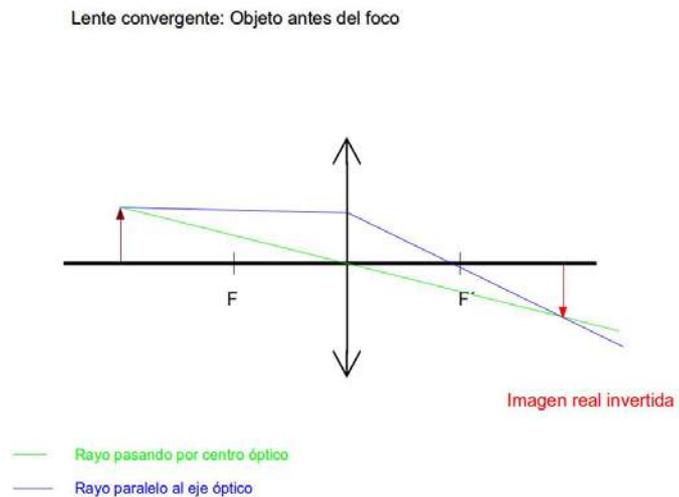
$$\beta = \frac{s_2'}{s_2} \Rightarrow s_2' = 3s_2 \Rightarrow s_2' = -24 \text{ cm}$$

La focal de la lente será por tanto:

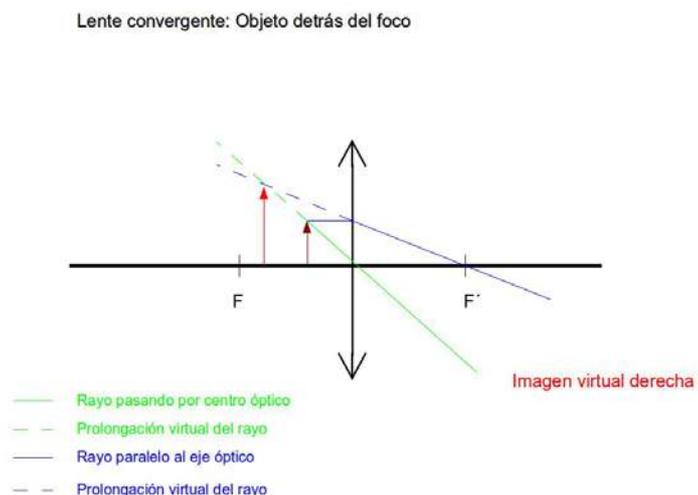
$$\begin{aligned} \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} &= \frac{1}{f'} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} \\ \frac{1}{48} - \frac{1}{-16} &= \frac{1}{f'} = \frac{1}{-24} - \frac{1}{-8} \\ \frac{1+3}{48} &= \frac{1}{f'} = \frac{3-1}{24} \Rightarrow f' = 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

## 4.1 Formación de imágenes

Supongamos un objeto delante del foco de una *lente convergente* como se muestra en la figura, y consideremos dos rayos para calcular gráficamente la posición de la imagen.



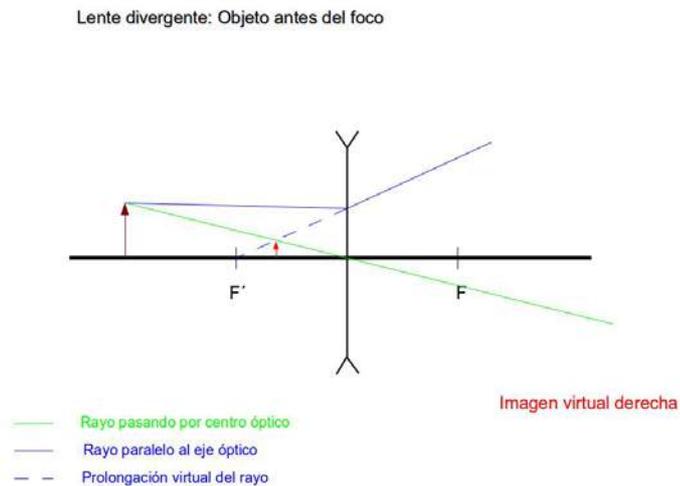
El primero de ellos pasa por el centro óptico de la lente sin desviarse. El segundo rayo dibujado es paralelo al eje óptico y pasará por el foco  $F'$  de la lente después de atravesarla. Los dos rayos se cortan en el punto marcado, dando la posición de la imagen que es una imagen real e invertida.



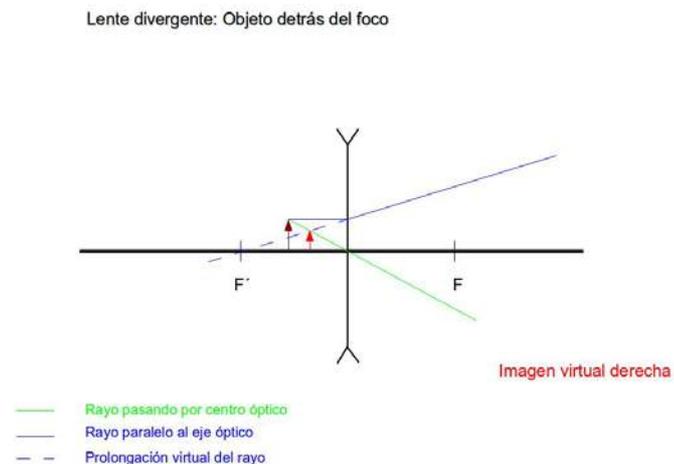
Si el objeto se encuentra entre el foco y el centro de la lente, la imagen resultante, como puede verse en la figura, será virtual, ya que se forma delante de la lente, y derecha. En este caso hemos utilizado para la construcción gráfica dos rayos, uno pasando por el centro de la lente y otro paralelo, obteniéndose la imagen como el corte entre la prolongación de éste y el primero.

Si el objeto lo situamos en el foco de la lente, los rayos se refractarán paralelos y no convergerán, por lo que no se formará imagen.

Consideremos ahora la formación de imágenes en una *lente divergente*.



En primer lugar el objeto lo situamos delante de la lente y de su foco como se aprecia en la figura. La imagen que se obtiene como intersección de la prolongación del rayo inicialmente paralelo y el que pasa por el centro de la lente es derecha y virtual, pues se forma delante de la lente.

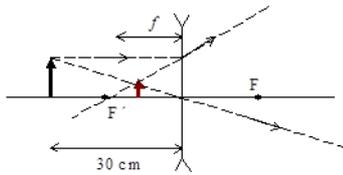


Por último, en el caso de que el objeto se encuentre detrás del foco, consideramos un rayo paralelo al eje óptico, el cual saldrá según la dirección del foco imagen. Su prolongación virtual se cortará con la prolongación de un segundo rayo que pase por el centro óptico de la lente. La imagen obtenida será virtual y derecha como en el supuesto anterior.



**Ejemplo 7**

Una lente divergente tiene una longitud focal de  $-20$  cm. Si se sitúa un objeto de  $2$  cm de altura a  $30$  cm enfrente de la lente. Localiza gráfica y analíticamente la posición y la altura de su imagen.



Aplicamos la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{-20} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-30} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{30} - \frac{1}{20}$$

$s' = -12$  cm el signo - indica que la imagen es virtual, se forma delante de la lente.

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{s'}{s} \Rightarrow h' = h \frac{s'}{s} = 2 \frac{-12}{-30} = 0,8 \text{ cm}$$

la imagen es derecha como se ve gráficamente.

## 4.2 Aberraciones

En la formación de imágenes por lentes, se distinguen dos tipos de aberraciones: *Cromáticas y Esféricas*.

La *Aberración Cromática* se produce cuando luz compuesta de varias longitudes de onda pasa a través de una lente. La luz sufre dispersión y aparecen los bordes de la imagen producida por la lente coloreados. La explicación de este fenómeno se puede encontrar si nos fijamos en la expresión de la *ecuación del constructor de lentes*.

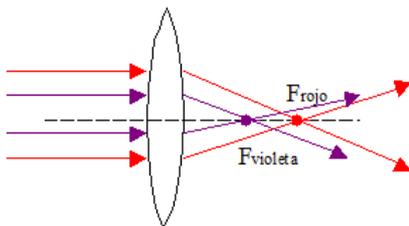


Figura 8.9 Aberración cromática

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Como puede comprobarse, la focal de la lente depende del índice de refracción, y este como vimos en el tema anterior es función de la longitud de onda  $n \equiv n(\lambda)$ . Por tanto, la focal de la lente será igualmente función de la longitud de onda incidente  $f' \equiv f'(\lambda)$  lo que produce una deslocalización del foco y la consiguiente aberración cromática. Desde un vista práctico la aberración cromática se evita a la hora del diseño de lentes estudiando el número de Abbe ( $\nu$ ) del material con que está construida. Este parámetro mide la dispersión producida en el foco por las distintas longitudes de onda con la siguiente ecuación:

$$v = \frac{n_{\text{verde}} - 1}{n_{\text{azul}} - n_{\text{rojo}}}$$

si este parámetro toma valores cercanos a 60, las lentes no presentarán significativamente este tipo de aberración.

La **Aberración Esférica** se produce cuando los rayos que inciden sobre la lente no son paraxiales. Recordemos que la ecuación del constructor de lentes se dedujo para ángulos pequeños, por tanto los rayos que no incidan bajo estas condiciones no convergerán en el mismo foco, produciéndose un tipo de aberración parecida a la estudiada para los espejos.

## ACTIVIDADES

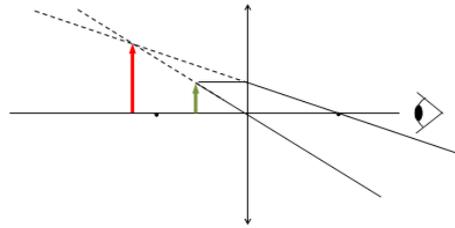
5. Delante de una lente de +5 dioptrías y a 50 cm de ella se encuentra un objeto de 3 cm de altura, situado perpendicularmente al eje principal. Calcula el tamaño de la imagen y sus características.
6. La lente de una cámara fotográfica tiene una distancia focal de + 0,1 m.
  - a. Si se enfoca un objeto que se encuentra a 2 m, ¿cuál es la distancia del objetivo a la película?
  - b. Si la altura del objeto es 1m, ¿qué tamaño tiene la imagen en la película?

## 5. Instrumentos ópticos

Son sistemas ópticos formados por lentes y espejos. Su finalidad es ayudarnos directa o indirectamente a ver mejor los objetos. Actualmente podemos ver y estudiar imágenes que el ojo humano nunca podría ver de no ser por el uso de ciertos instrumentos, tales como el microscopio, el telescopio etc.

### 5.1 Lupa o microscopio simple

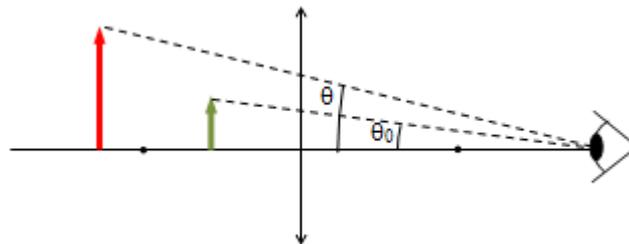
Una lupa consiste en una lente convergente que permite ver los objetos más grandes de lo que son en realidad, para ello hay que colocarlos entre el foco y la lente, para así obtener una imagen virtual y más grande.



Si tratamos de observar un objeto cercano sin ningún instrumento auxiliar y queremos obtener la mayor cantidad de detalle, deberemos observarlo lo más cerca posible, pero existe un límite fisiológico, puesto que a una distancia inferior a 0,25 m, para un ojo sano (punto próximo), no vemos con nitidez. En el punto próximo el ángulo subtendido es:

$$\theta_o = \frac{h}{0,25}$$

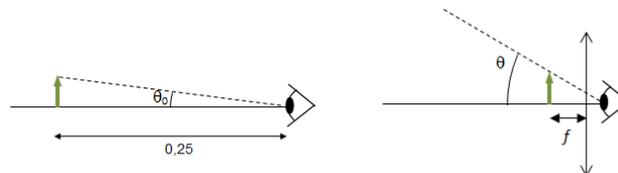
Si interponemos una lupa, de tal forma que el objeto esté entre el foco y ésta, se formará una imagen ampliada en el punto próximo, siendo el ángulo subtendido por esta  $\theta$ .



Se define el *aumento angular* de la lupa como:

$$m = \frac{\theta}{\theta_o}$$

Supongamos ahora que el objeto se coloca en el foco de la lente. La imagen se formará en el infinito y el aumento será el cociente entre los ángulos con los que vemos la imagen con lupa y sin ella.

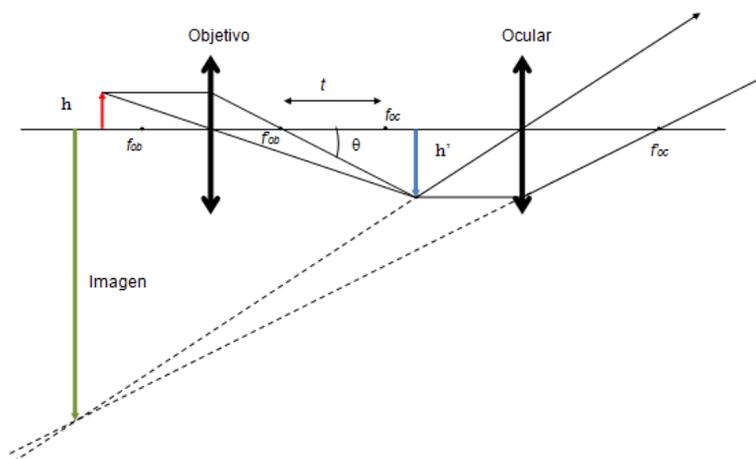


$$m = \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{h/f}{h/0,25} = \frac{0,25}{f}$$

siendo esta la expresión del *aumento comercial* de una lupa.

## 5.2 Microscopio compuesto

La finalidad de un microscopio compuesto es ver objetos muy pequeños que están muy cercanos. Está formado por dos lentes convergentes; la que está más cerca del objeto se llama *objetivo* y la otra más próxima al ojo es el *ocular*.



La distancia desde el foco imagen del objetivo hasta el foco objeto del ocular, " $t$ ", se denomina *longitud óptica del microscopio* (suele ser de 16 cm en la mayoría de los microscopios).

Para observar un objeto al microscopio, éste se coloca delante del foco del objetivo, el cual nos proporcionará una imagen real, invertida y más grande del objeto, situada dentro de la distancia focal del ocular. El ocular actuará, entonces, como una lupa dando como resultado una imagen bastante mayor que el objeto, virtual e invertida.

Para calcular el aumento, y como el ocular funciona como una lupa, vamos a disponer el sistema de forma que la imagen se forme en el foco objeto del ocular, es decir, a una distancia  $f_{ob} + t$  del objetivo.

Como se observa en la figura anterior:

$$tg \theta = \frac{h}{f_{ob}} = \frac{h'}{t}$$

Por tanto, el aumento lateral del objetivo será:

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{-t}{f_{ob}}$$

El aumento del ocular será:

$$m = \frac{0,25}{f_{oc}}$$

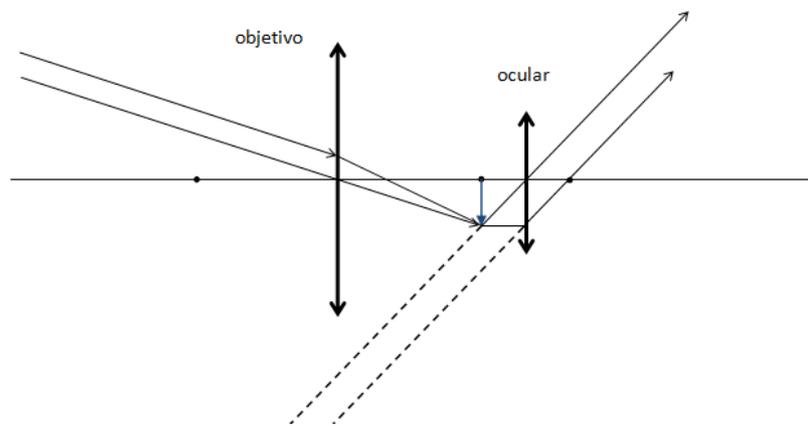
El aumento del microscopio se mide por el producto del aumento lateral del objetivo por el aumento angular del ocular.

$$m = -\frac{0,25 t}{f_{ob} f_{oc}}$$

El factor  $t/f_{ob}$  suele estar escrito en los objetivos seguido de una “x” y en el ocular aparece  $250 \text{ mm}/f_{oc}$  precedido de “x”. De manera que si en un microscopio el objetivo tiene 50x y el ocular x10 sabremos que tendrá  $10 \times 50 = 500$  aumentos.

### 5.3 Telescopio

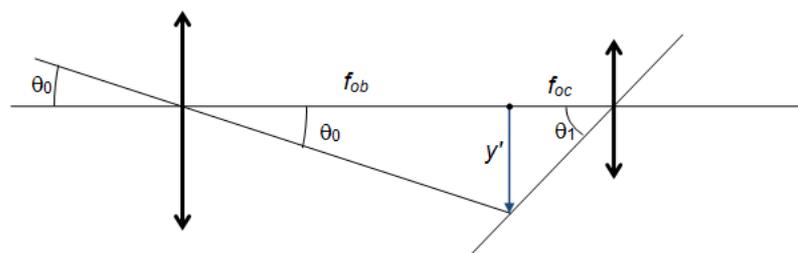
Un telescopio consta básicamente de un objetivo, un ocular y un sistema de enfoque. En un telescopio las dos lentes convergentes de las que está formado están separadas una distancia igual a la suma de sus dos distancias focales  $f_o + f_e$ . El objetivo tiene como función formar una imagen real en el foco objeto del ocular.



El objetivo es una sistema óptico convergente de distancia focal grande, y el ocular una lente convergente de distancia focal pequeña, siendo su función agrandar la imagen real producida por el objetivo formando finalmente una imagen virtual, mayor e invertida.

Para poder saber el aumento de un telescopio calcularemos su aumento angular  $m$ , que es el cociente entre el ángulo subtendido con que vemos la imagen con telescopio  $\theta_1$  y el ángulo subtendido por el objeto cuando lo observamos sin telescopio  $\theta_0$ .

$$m = \frac{\theta_1}{\theta_0}$$



Si tenemos en cuenta que los ángulos son pequeños podremos hacer la aproximación del ángulo a su tangente.

$$\operatorname{tg} \theta_1 \approx \theta_1 = \frac{y'}{f_{oc}} \quad ; \quad \operatorname{tg} \theta_o \approx \theta_o = -\frac{y'}{f_{ob}}$$

Donde  $f_{oc}$  y  $f_{ob}$  son las distancias focales del ocular y del objetivo respectivamente, como vemos en la figura anterior.

Por tanto, la expresión del aumento angular para un telescopio es:

$$m = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

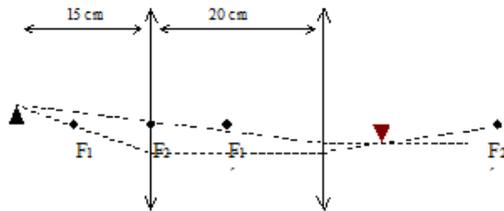


**Ejemplo 8**

Dos lentes convergentes con focales  $f'_1 = 10 \text{ cm}$  y  $f'_2 = 20 \text{ cm}$  están separadas 20 cm. Un objeto se coloca 15 cm frente a la primera lente. Encontrar gráfica y analíticamente la posición de la imagen final y el aumento del sistema.

La posición de la imagen producida por la primera lente será:

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} \Rightarrow \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{-15} \Rightarrow s'_1 = 30 \text{ cm}$$



es decir, la imagen se forma 30 cm detrás de la primera lente, por tanto es real. La distancia objeto para la segunda lente es:

$$s_2 = 30 - 20 = 10 \text{ cm}$$

siendo positiva ya que se encuentra 10 cm detrás de ella.

La imagen producida por la segunda lente se encontrará en:

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} \Rightarrow \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} \Rightarrow s'_2 = 6,66 \text{ cm}$$

por tanto, es una imagen real que se forma tras la segunda lente. El aumento lateral total del sistema será:

$$\beta_1 = \frac{s'_1}{s_1} = \frac{30}{-15} = -2$$

$$\beta_2 = \frac{s'_2}{s_2} = \frac{20/3}{10} = 2/3$$

$$\beta_{total} = \beta_1 \beta_2 = -4/3 \quad \text{imagen real e invertida.}$$

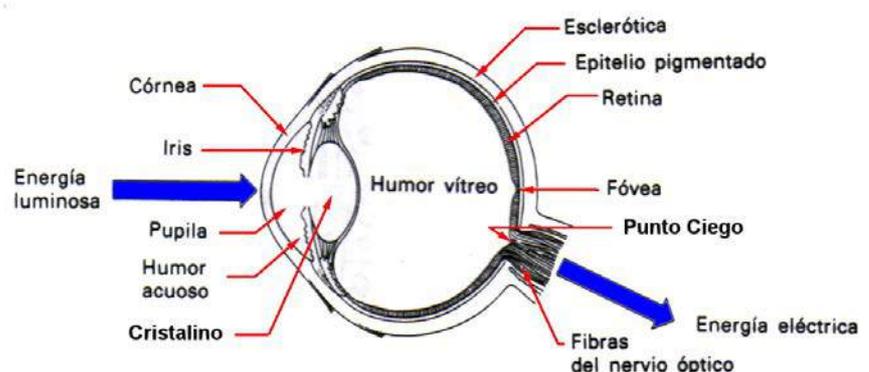
## ACTIVIDADES

7. Tenemos un sistema óptico formado por dos lentes convergentes de distancias focales 2 y 5 cm, respectivamente. Si están separadas 9 cm una de la otra, calcula la posición y las características de la imagen que se forma de un objeto situado a 3 cm de la primera lente, así como su aumento lateral.
8. En un microscopio las distancias focales de objetivo y ocular son 1,6 cm y 6 cm, respectivamente, estando separados 19,2 cm. Calcula el aumento lateral si se coloca un objeto a 1,8 cm del objetivo

## 6. El ojo humano

El ojo humano es uno de los dispositivos ópticos más sofisticados de la naturaleza, entre sus características podemos destacar el rápido cambio de enfoque que es capaz de realizar, su campo de visión, que abarca unos  $180^\circ$ , y su resolución próxima al límite impuesto por la difracción.

En la figura se representan las distintas estructuras del ojo.



El *globo ocular* tiene aproximadamente forma esférica, con un diámetro de unos 2,3 cm y consta de tres capas o túnicas; la esclera, la úvea y la retina.

La *esclerótica o esclera* es la capa más externa del ojo, es una capa fibrosa que tiene una función de protección. La parte anterior de la esclera es la *córnea*. La córnea es una estructura transpa-

rente por donde penetra la luz y es en donde se produce la mayor refracción de la misma.

La segunda de las tunicas del ojo, la *úvea*, tiene una especial importancia en el proceso de la visión pues actúa como cámara oscura y es la encargada de la nutrición del ojo.

La *retina* es la capa interna del ojo. Está formada por terminaciones nerviosas denominadas *conos* y *bastones* responsables de la transmisión de la información visual al cerebro mediante el nervio óptico. La sensibilidad máxima de la retina se da en la *mancha amarilla* y en concreto en su parte central denominada *fóvea*.

Otras estructuras del ojo que intervienen en el proceso de la visión son: el iris y el cristalino.

El *iris* es un diafragma situado delante del cristalino y detrás de la córnea con una apertura llamada pupila. La función del iris es regular la cantidad de luz que entra en el ojo. Es la misma función que hace el diafragma en las cámaras de fotos.

El *cristalino* es una lente convergente que separa al ojo en dos cámaras. La cámara anterior contiene el *humor acuoso*, que es un líquido transparente, y la posterior que contiene el *humor vítreo*, ambos con índices de refracción parecidos al agua. Los *músculos ciliares* controlan la forma y consecuentemente la distancia focal del *cristalino* puesto que si están relajados la superficie del cristalino es casi plana y la luz de los objetos distantes converge sobre la retina, mientras que si se contraen la focal disminuye (el cristalino se redondea) y el ojo es capaz de enfocar los objetos más próximos. A este ajuste de la distancia focal se le denomina *acomodación*.

Supongamos que una persona ve con claridad objetos alejados una distancia  $x_R$ . La distancia imagen será aproximadamente el diámetro del ojo ( $D$ ), ya que está se formará en la retina. La potencia para puntos alejados será:

$$P_R = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{D} - \frac{1}{x_R}$$

denominada potencia en el *punto remoto*.

Si el objeto más próximo que se puede enfocar está en  $x_p$ , la potencia en este caso será:

$$P_P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{D} - \frac{1}{x_p}$$

que es la potencia en el *punto próximo*. Por tanto, la acomodación  $A$  del ojo será:

$$A = P_P - P_R = \frac{1}{x_p} - \frac{1}{x_R}$$

Para un ojo emétrepe (sin defectos refractivos)  $x_p$  se considera 25 cm y  $x_R$  infinito.

### 6.1 Defectos de la visión

La *miopía* es un defecto de la visión que impide enfocar objetos distantes, esto se debe a que los haces de luz paralelos se enfocan en un punto delante de la retina debido a un alargamiento del globo ocular o a una mayor potencia de la córnea. La corrección de este defecto se consigue mediante gafas de *lentes divergentes*. La lente necesaria para corregir una determinada miopía, ha de formar la imagen en el punto remoto del ojo miope, para que éste pueda verla. La focal de la lente será por tanto:

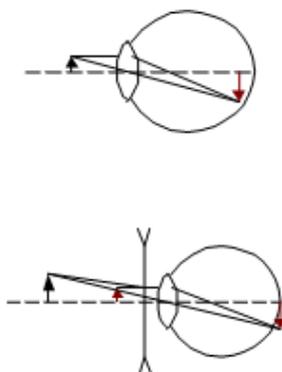


Figura 8.10 Formación de imágenes en un ojo miope

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{x_R} - \frac{1}{\infty}$$

$$f' = x_R$$

Por otra parte, la lente también moverá el punto próximo desde una distancia  $x_{n(sano)} = 25$  cm, que es la de un ojo sano, a la que tiene el ojo miope ( $x_n$ ). Esto es, un objeto en  $x_{n(sano)}$  formará una imagen virtual en  $x_n$ .

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n(sano)}}$$

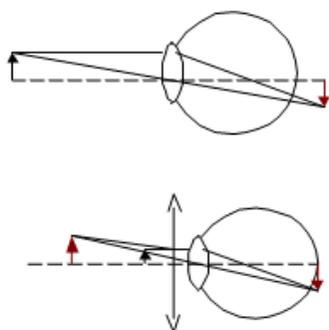


Figura 8.11 Formación de imágenes en un ojo hipermetrope

La *hipermetropía* es el defecto de la visión por el cual la luz procedente de un objeto próximo se enfoca en un punto situado detrás de la retina. Los ojos hipermétropes suelen ser ojos con un diámetro ocular corto o con una potencia de la córnea menor de lo normal. La hipermetropía se corrige con gafas de lentes convergentes, que al actuar como lupas crean una imagen virtual del objeto en el punto próximo  $x_n$  del ojo.

La *presbicia* o vista cansada se debe a un debilitamiento de los músculos ciliares y una disminución de la flexibilidad del cristalino, lo cual supone un menor poder de acomodación del ojo, que puede ser corregido mediante lentes convergentes.

El *astigmatismo* consiste en la imposibilidad de enfocar simultáneamente líneas verticales y horizontales debido, en general a que la córnea no es perfectamente esférica, presentando diferentes curvaturas en diferentes direcciones. El uso de lentes cilíndricas o lentillas rígidas puede corregir este defecto.



## Ejemplo 9

Una persona miope tiene su punto próximo a 0,1 m, y su acomodación es de 4 dioptrías.

a) ¿Dónde se halla su punto remoto?

$$A = P_p - P_R = \frac{1}{x_R} - \frac{1}{x_p} \Rightarrow \frac{1}{x_R} = \frac{1}{-0,1} + 4 = -6 m^{-1} \Rightarrow x_f = -\frac{1}{6} m$$

b) ¿Cuál es la potencia de las lentes que necesita?

$$f' = x_R = -\frac{1}{6} m \text{ luego } P = -6 \text{ dioptrías.}$$

c) ¿Dónde trasladan las gafas los objetos que se encuentran en el punto próximo de una persona normal (0,25 m)?

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{-\frac{1}{6}} + \frac{1}{-0,25} = -10 m^{-1} \Rightarrow s' = -0,1 m$$

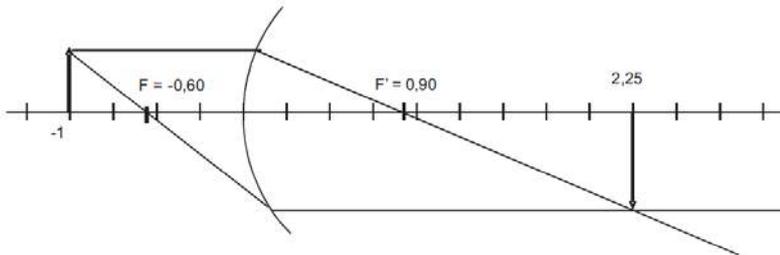
es decir, al punto próximo del ojo miope.

## ACTIVIDADES

9. Una persona cuyo punto próximo se encuentra 30 cm del ojo, usa una lupa de 20 dioptrías. Calcula cuál debe ser la posición del objeto para que se vea enfocado.
10. El punto próximo de una persona hipermétrope se halla a 1 m delante de sus ojos. ¿Qué potencia habrán de tener las gafas necesarias para que los objetos cercanos que puede ver una persona normal (emétrope) se desplacen a su punto próximo?

# Solucionario

1.



a) La distancia focal imagen  $f'$  es:  $f' = R \frac{n_2}{n_2 - n_1}$ , como el índice de refracción del aire es 1, y el radio

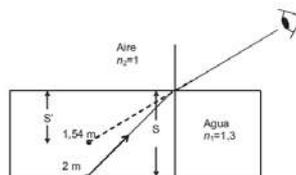
$$R = +0,30 \text{ m, tendremos: } f' = 0,30 \frac{1,5}{1,5 - 1} = 0,90 \text{ m. La distancia focal objeto es: } f = -R \frac{n_1}{n_2 - n_1} = -0,30 \frac{1}{0,5} = -0,60 \text{ m, que también podíamos haber deducido de la relación: } \frac{f}{f'} = -\frac{n_1}{n_2}$$

b) La ecuación fundamental del dioptrio es:  $\frac{n_2}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ , y como  $S = -1 \text{ m}$ :  $\frac{1,5}{S'} - \frac{1}{-1} = \frac{1,5 - 1}{0,30} \Rightarrow S' = 2,25 \text{ m}$

2.

La ecuación del dioptrio plano es:

$$\frac{n_2}{S'} = \frac{n_1}{S} \Rightarrow S' = S \frac{n_2}{n_1} = 2 \frac{1}{1,3} = 1,54 \text{ m}$$



3.

a) Se trata de un espejo cóncavo, pues los convexos

siempre dan imágenes virtuales.  $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{-75} + \frac{1}{-25} = \frac{2}{R} \Rightarrow R = -37,5 \text{ cm}$$

b)  $\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{8} = -\frac{-25}{-75} \Rightarrow y' = -2,6 \text{ cm}$

4.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-10} + \frac{1}{20} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -20 \text{ cm} \Rightarrow R = 2f = -40 \text{ cm. Se trata de un espejo cóncavo.}$$

5.

Se trata de una lente convergente de +5 dioptrías.  $P = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m}$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,5} = \frac{1}{0,2} \Rightarrow s' = \frac{1}{3} = 0,3 \text{ m; } \beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{3} = \frac{0,3}{-0,5} \Rightarrow y' = -2 \text{ cm}$$

Se trata de una imagen real, invertida y de menor tamaño que el objeto, situada a 0,3 m de la lente.

6.

a)

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,1} + \frac{1}{-2} \Rightarrow s' = 0,105\text{m}$$

b)

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{0,105}{-2} = -0,05$$

$$\beta = \frac{h'}{h} \Rightarrow h' = \beta h = -0,05\text{m}$$

La imagen es real e invertida.

7.

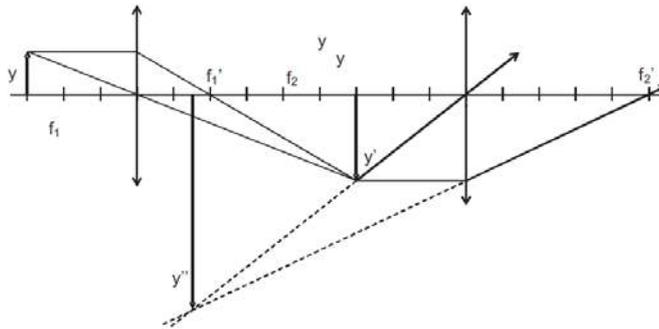
$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$  ecuación general de las lentes. Aplicada a la primera lente,  $s_1 = -3\text{ cm}$ ,  $f'_1 = +2\text{ cm}$ :

$-\frac{1}{-3} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow s'_1 = 6\text{ cm}$ . Esta imagen, que es real e invertida, es el objeto de la segunda lente. De modo que está situada a  $9 - 6 = 3\text{ cm}$  de la segunda lente y a su izquierda, luego  $s_2 = -3\text{ cm}$ . (El foco imagen de la segunda es  $5\text{ cm}$ )

$$-\frac{1}{-3} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{15} \Rightarrow s'_2 = -7,5\text{ cm}$$

La imagen final es mayor, invertida y virtual. El aumento lateral es:  $\beta = \frac{y''}{y'} \cdot \frac{y'}{y} = \frac{s'_2}{s_2} \cdot \frac{s'_1}{s_1} = \frac{-7,5}{-3} \cdot \frac{6}{-3} = -5$

Recuerda que el aumento lateral es:  $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$



8.

En primer lugar calculamos la posición de la imagen obtenida por el objetivo

$$\frac{1}{f'_{ob}} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'_{ob}} + \frac{1}{s} = \frac{1}{1,6} + \frac{1}{-1,8} \Rightarrow s'_2 = 14,4\text{ cm}$$

El aumento producido es:

$$\beta_{ob} = \frac{s'}{s} = \frac{14,4}{-1,8} = -8$$

Esta imagen (real, invertida y mayor) es el objeto para el ocular.

La distancia entre esta imagen y el ocular es:  $19,2 - 14,4 = 4,8\text{ cm}$ .

La imagen formada por el ocular tendrá las siguientes características:

$$\frac{1}{f'_c} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'_{oc}} + \frac{1}{s} = \frac{1}{6} + \frac{1}{-4,8} \Rightarrow s'_2 = -24\text{ cm}$$

El aumento producido es:

$$\beta_{oc} = \frac{s'}{s} = \frac{-24}{-4,8} = 5$$

El aumento lateral será el producto de los dos aumentos anteriores  $\beta_{total} = \beta_{oc} \cdot \beta_{ob}$ , es

9.

La lupa queda enfocada correctamente cuando la imagen se forma en el punto próximo del ojo, es decir a 30 cm. (la distancia entre la lupa y el ojo se considera despreciable)

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,3} - 20 = -0,043 \text{ m} = -4,3 \text{ cm}$$

10.

$$P = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{-1} - \frac{1}{-0,25} = 3 \text{ dioptrías}$$

Esta unidad utiliza parcialmente contenidos del libro de Física para Bachillerato a distancia (NIPO: 030-12-227-X).

### Aviso Legal

La utilización de recursos de terceros se ha realizado respetando las licencias de distribución que son de aplicación, acogiéndonos igualmente a los artículos 32.3 y 32.4 de la Ley 21/2014 por la que se modifica el Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual. Si en algún momento existiera en los materiales algún elemento cuya utilización y difusión no estuviera permitida en los términos que aquí se hace, es debido a un error, omisión o cambio en la licencia original.

Si el usuario detectara algún elemento en esta situación podría comunicarlo al CIDEAD para que tal circunstancia sea corregida de manera inmediata.

En estos materiales se facilitan enlaces a páginas externas sobre las que el CIDEAD no tiene control alguno, y respecto de las cuales declinamos toda responsabilidad.