CIRCUITOS ELÉTRICOS III

5ª Termo

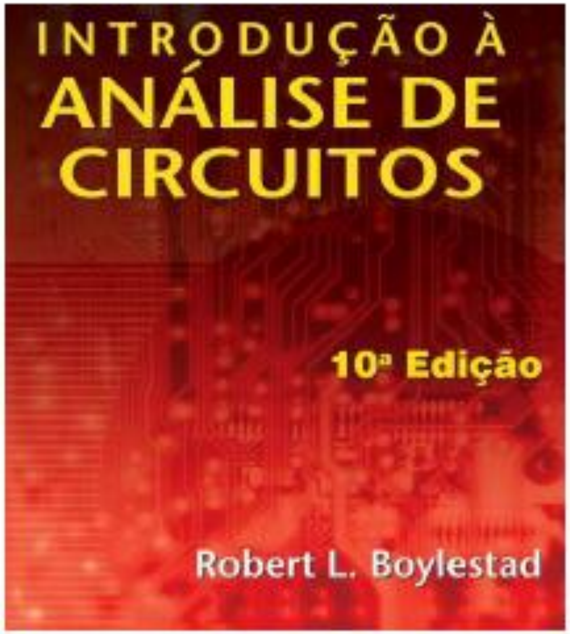
Engenharia Elétrica

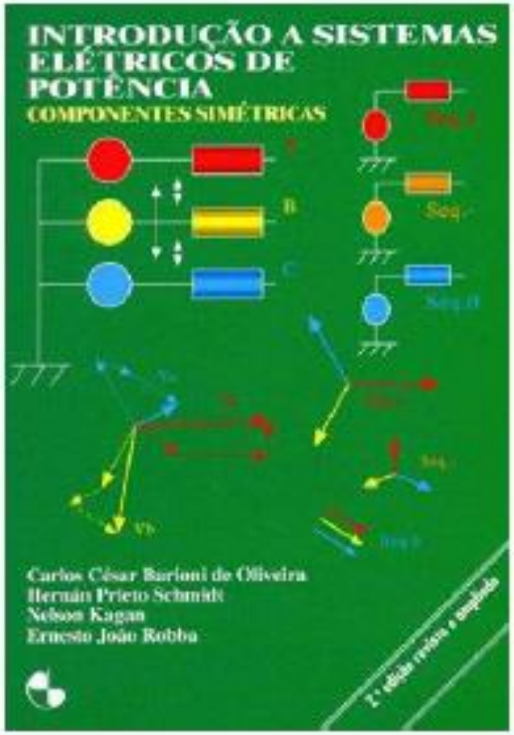
Prof. Dr. Giuliano Pierre Estevam

Aula 01

www.electroenge.com.br

BIBLIOGRAFIA BÁSICA





Avaliação

Prova (80%), Listas de exercícios (20%)

MF = MP x 0,8 + MT x 0,2

Sendo

MF : Média final
MP : Média das provas realizadas
MT : Média dos trabalhos realizados

Sistemas elétricos trifásicos

É a forma mais comum de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica em corrente alternada.

Este sistema incorpora o uso de três ondas senoidais balanceadas, defasadas em 120 graus entre si, de forma a balancear o sistema, tornando-a muito mais eficiente ao se comparar com três sistemas isolados.

As máquinas elétricas trifásicas tendem a ser mais eficientes pela utilização plena dos circuitos magnéticos.

As linhas de transmissão permitem a ausência do neutro, e o acoplamento entre as fases reduz significantemente os campos eletromagnéticos.

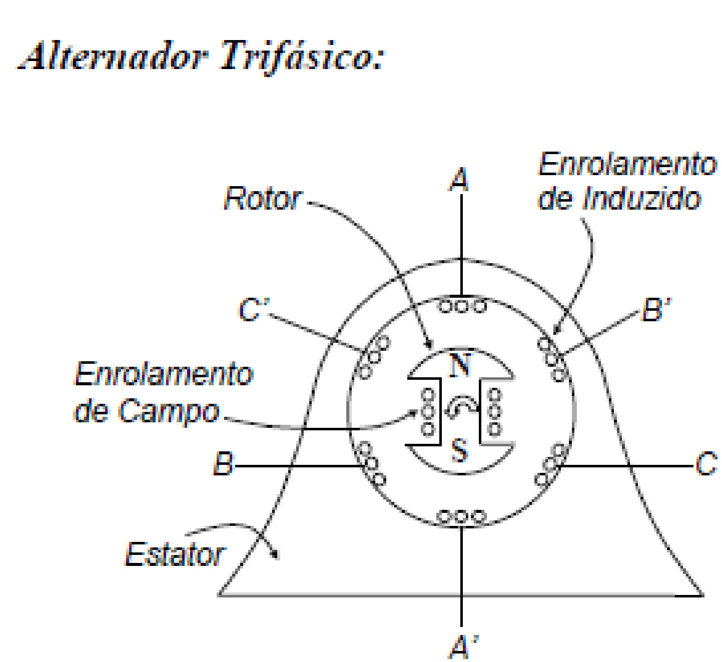
O sistema trifásico permite a flexibilidade entre dois níveis de tensão TENSÃO DE LINHA E TENSÃO DE FASE

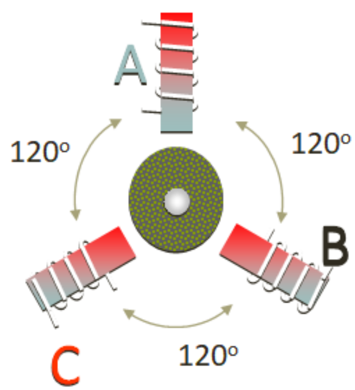
Em sistemas trifásicos o módulo do campo girante total é constante, o que não ocorre em outros sistemas polifásicos (todos os sistemas polifásicos com $n \times 3$ fases apresentam esta característica, mas com $n>1$ estes sistemas não são interessantes economicamente).

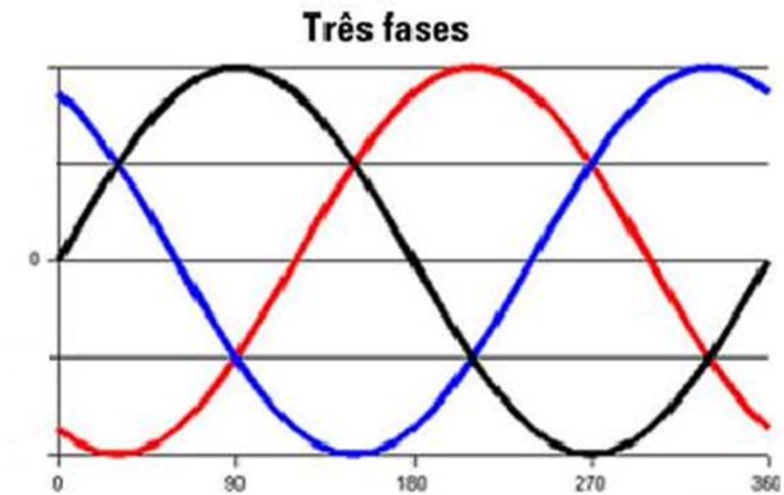
A potência p(t) é constante (no monofásico é pulsante):

$p(t) = e\,i + e\,i + e\,i = 3EI\cos\emptyset$

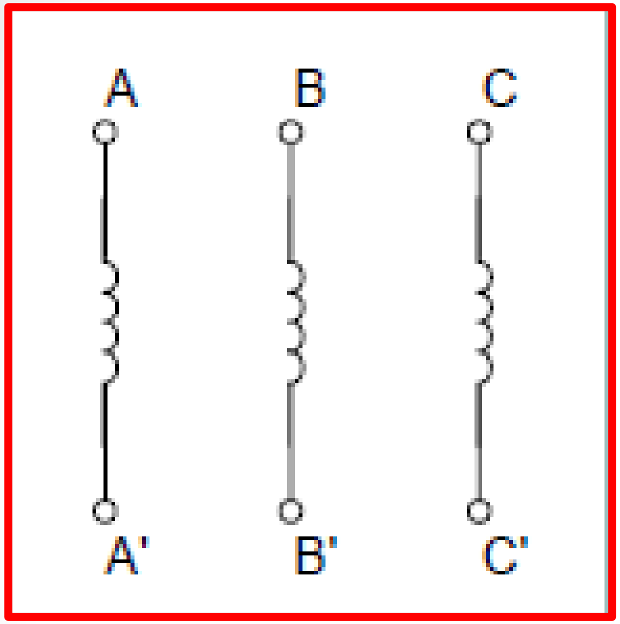
DEVIDO A SUA DISPOSIÇÃO FÍSICA CADA GRUPO DE BOBINA GERA ENERGIA ELÉTRICA EM MOMENTOS DISTINTOS PROVOCANDO UM DEFASAMENTO ENTRE AS TENSÕES







Sistemas em Triângulo e Estrela



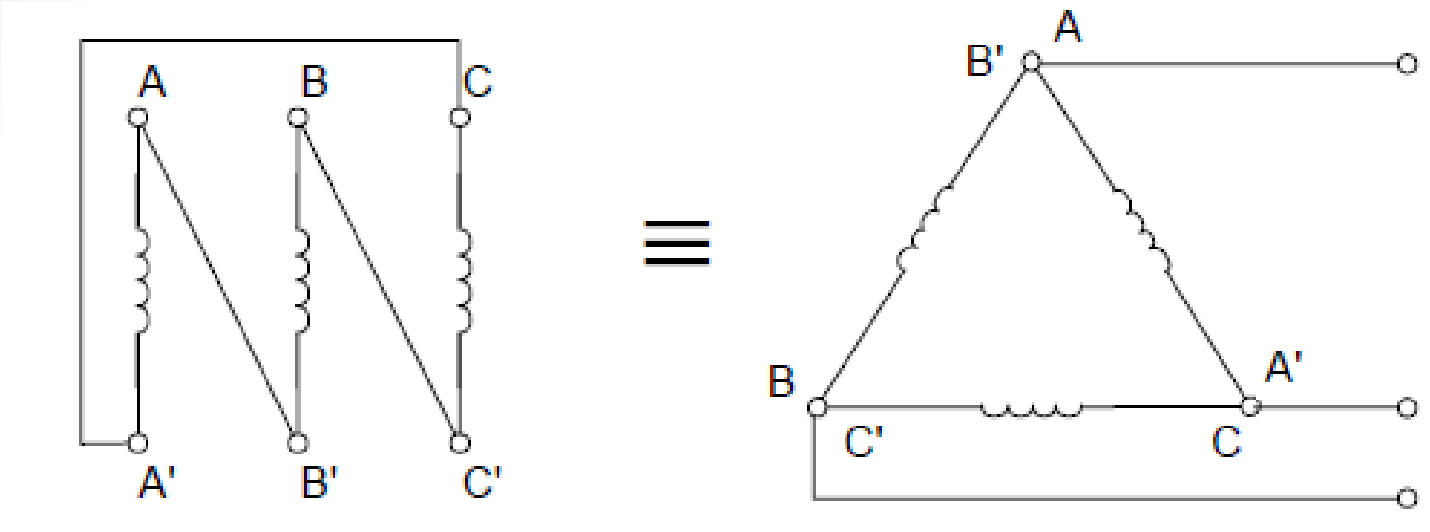
A figura ao lado apresenta de maneira esquemática os três enrolamentos de um gerador trifásico. Os terminais destes enrolamentos são ligados para diminuir o número de linhas necessárias para as conexões em relação às cargas. Desta maneira pode-se ter dois tipos de ligações:

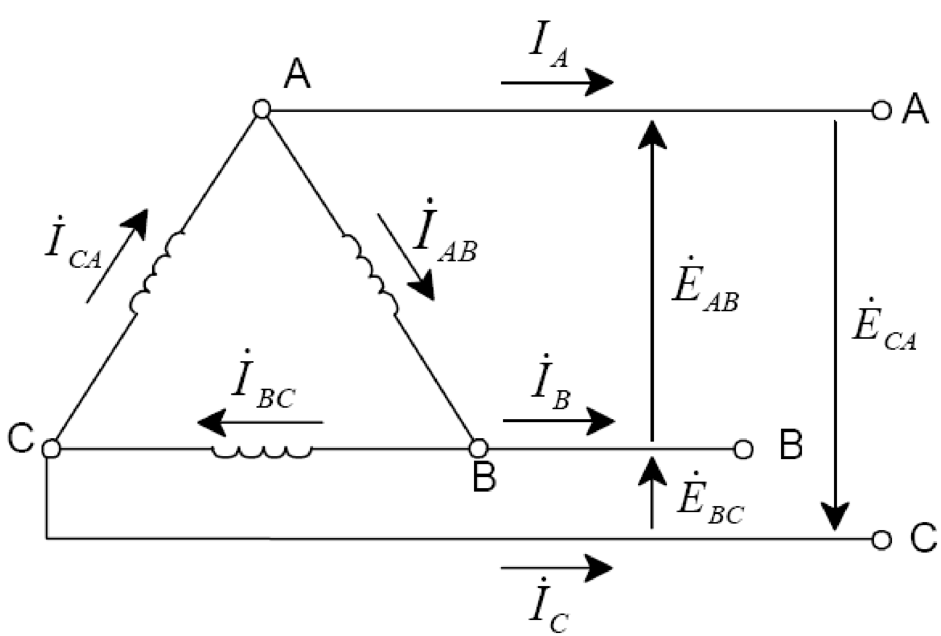
- Estrela ou Y
- Triângulo ou Δ

Nomenclatura:

- **Tensão de linha**: é a tensão entre duas linhas.
- **Tensão de fase**: é a tensão no enrolamento ou na impedância de cada ramo.
- **Corrente de linha**: é a corrente na linha que sai do gerador ou a corrente solicitada pela carga.
- **Corrente de fase**: é a corrente no enrolamento do gerador, ou na impedância de cada ramo.

LIGAÇÃO EM Δ

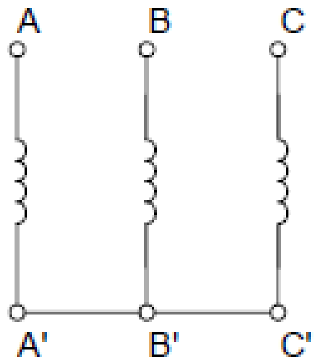




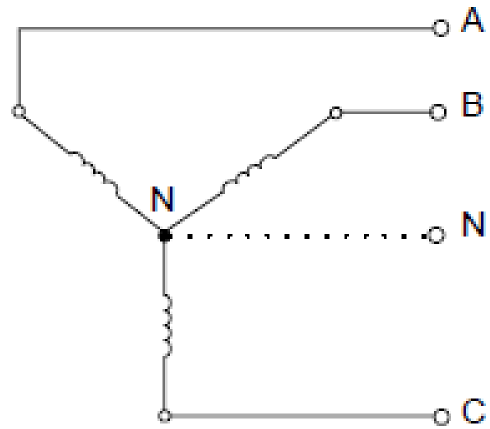
$$V_L = V_F$$

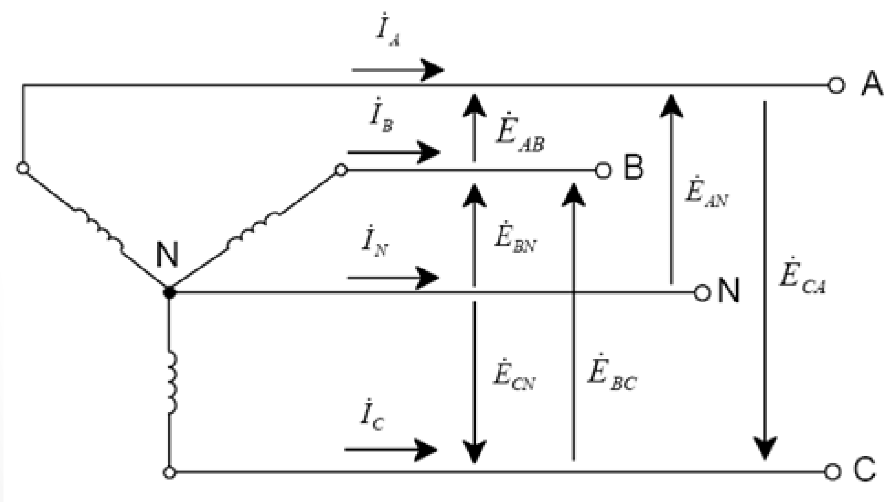
$$I_L \neq I_F$$

LIGAÇÃO EM Y



$\equiv$





$$\boxed{V_L \neq V_F}$$

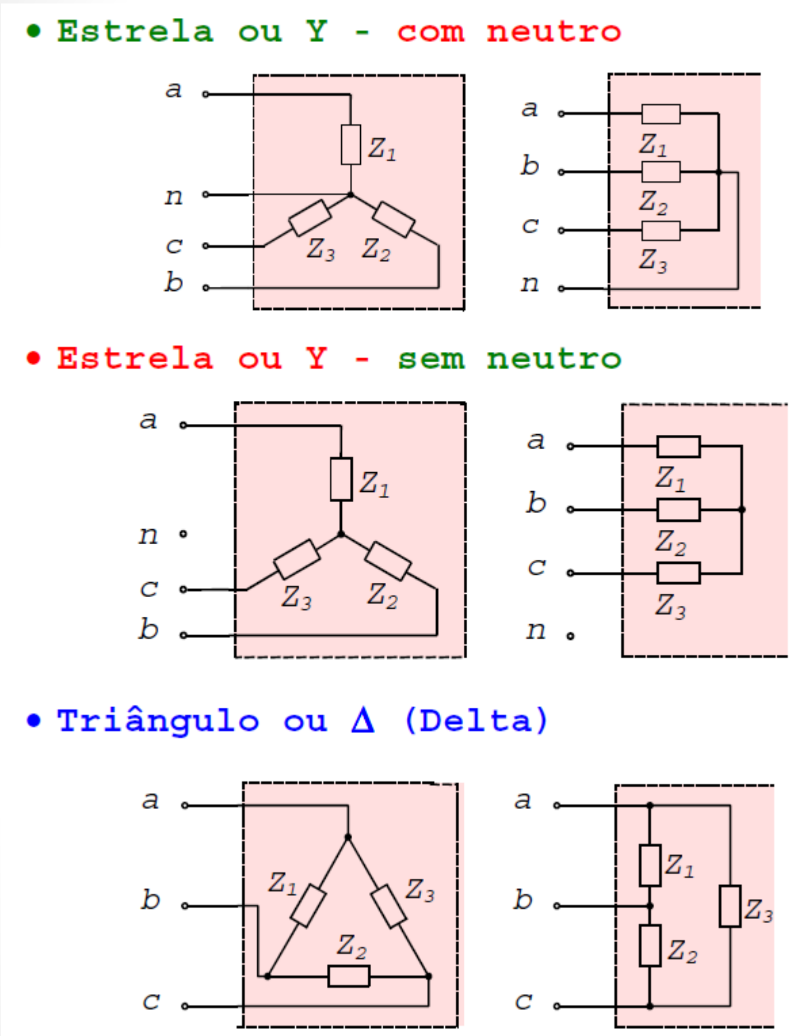
$$\boxed{I_L = I_F}$$

$$\boxed{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para as tensões tem-se:

$$\dot{E}_{AB} - \dot{E}_{AN} + \dot{E}_{BN} = 0$$

$$\dot{E}_{AB} = \dot{E}_{AN} - \dot{E}_{BN} = \dot{E}_{AN} + (-\dot{E}_{BN})$$



Conexões trifásicas

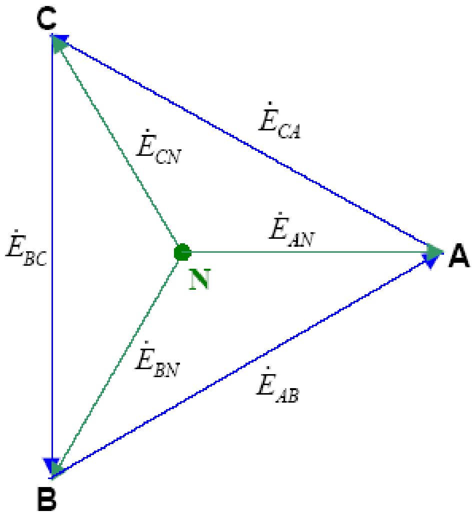
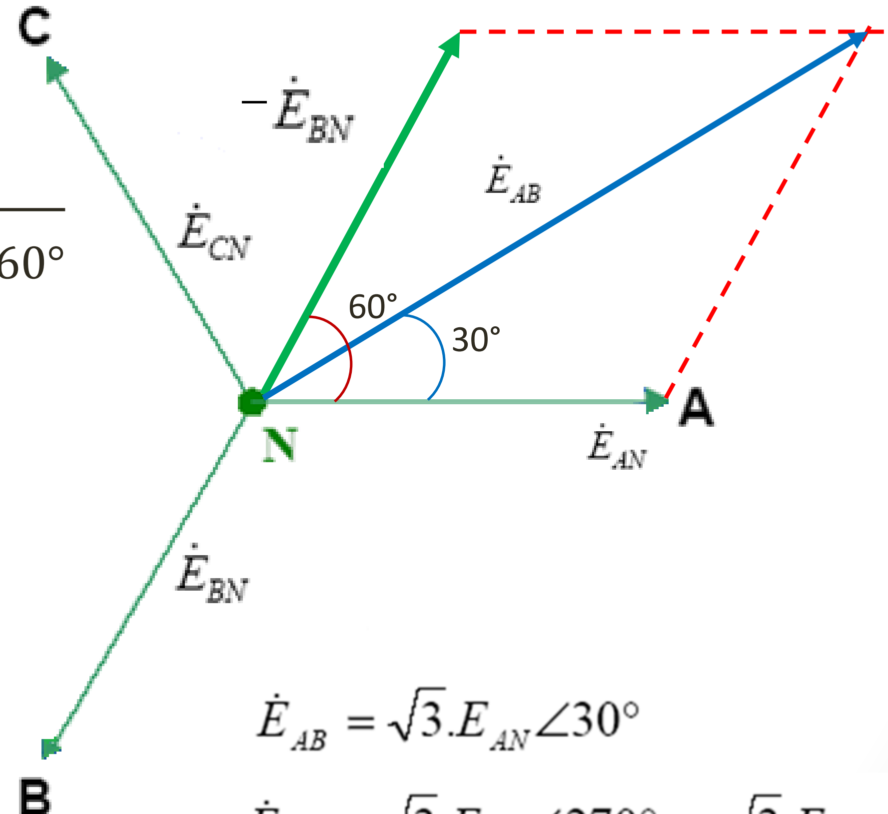


DIAGRAMA FASORIAL

$$\dot{E}_{AB} - \dot{E}_{AN} + \dot{E}_{BN} = 0$$

$$\dot{E}_{AB} = \dot{E}_{AN} - \dot{E}_{BN} = \dot{E}_{AN} + (-\dot{E}_{BN})$$



$$E_{AB} = \sqrt{E_{AN}^2 + E_{BN}^2 + 2 \,.\, E_{AN} \,.\, E_{BN} \,.\, COS60°}$$

$$E_{AN} = E_{BN} = E_f$$

$$E_{AB} = E_L$$

$$E_L = \sqrt{E_f^2 + E_f^2 + 2 \,.\, E_f \,.\, E_f \,.\, \frac{1}{2}}$$

$$E_L = \sqrt{2E_f^2 + E_f^2}$$

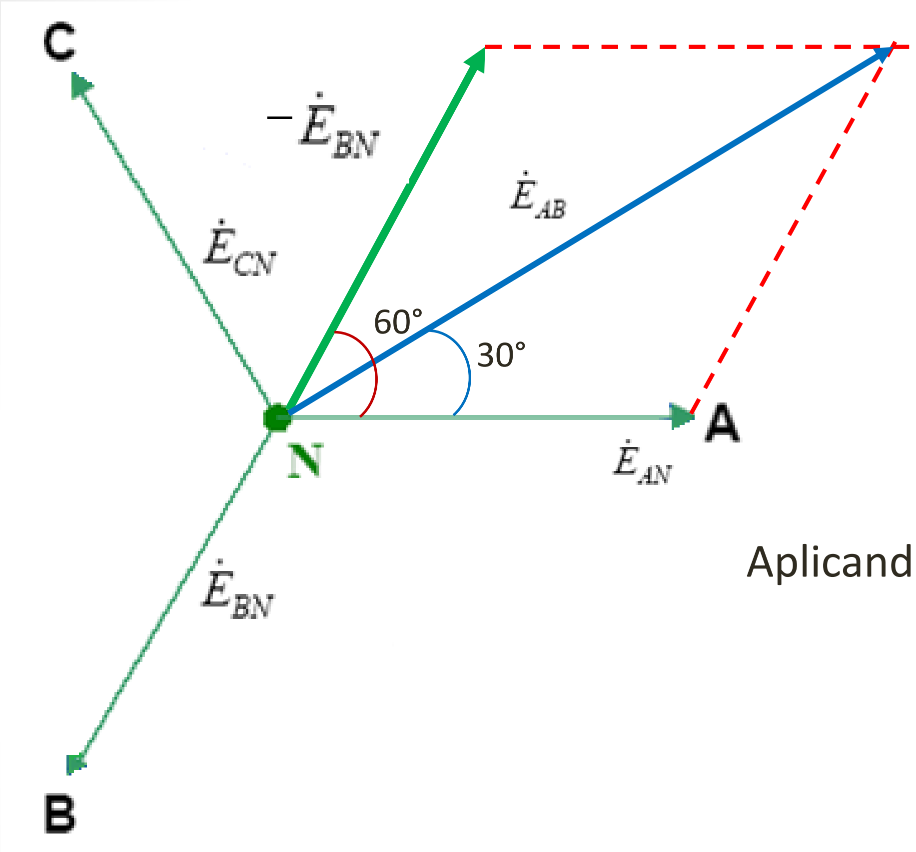
$$\boxed{E_L = \sqrt{3}\ E_f}$$

$$\dot{E}_{AB} = \sqrt{3}.E_{AN}\angle 30°$$

$$\dot{E}_{BC} = \sqrt{3}.E_{BN}\angle 270° = \sqrt{3}.E_{BN}\angle\text{-}90°$$

$$\dot{E}_{CA} = \sqrt{3}.E_{CN}\angle 150°$$

VALOR DE LINHA (EAB, EBC, ECA) E VALOR DE FASE (EAN, EBN, ECN)



Aplicando a lei dos cossenos tem-se que :

$$\dot{E}_{AB} = \sqrt{3}.E_{AN}\angle 30°$$

$$\dot{E}_{BC} = \sqrt{3}.E_{BN}\angle 270° = \sqrt{3}.E_{BN}\angle\text{-}90°$$

$$\dot{E}_{CA} = \sqrt{3}.E_{CN}\angle 150°$$

$$I_A = \sqrt{3}.\ I_{AB}\ \angle 30°$$

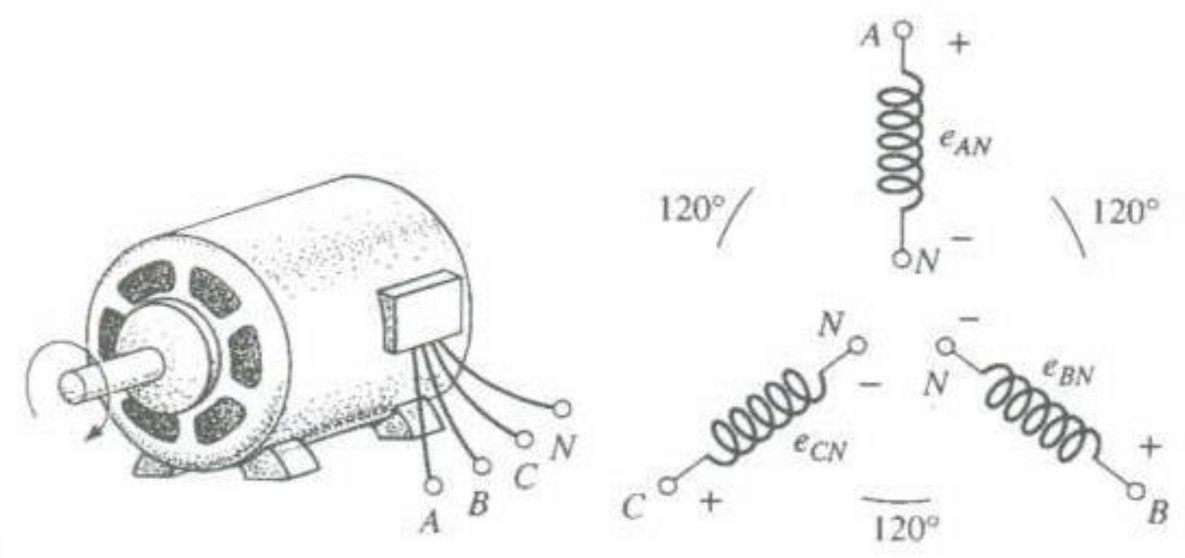
$$\dot{I}_B = \sqrt{3}\,\dot{I}_{BC}\angle 270° = \sqrt{3}\,\dot{I}_{BC}\angle\text{-}90°$$

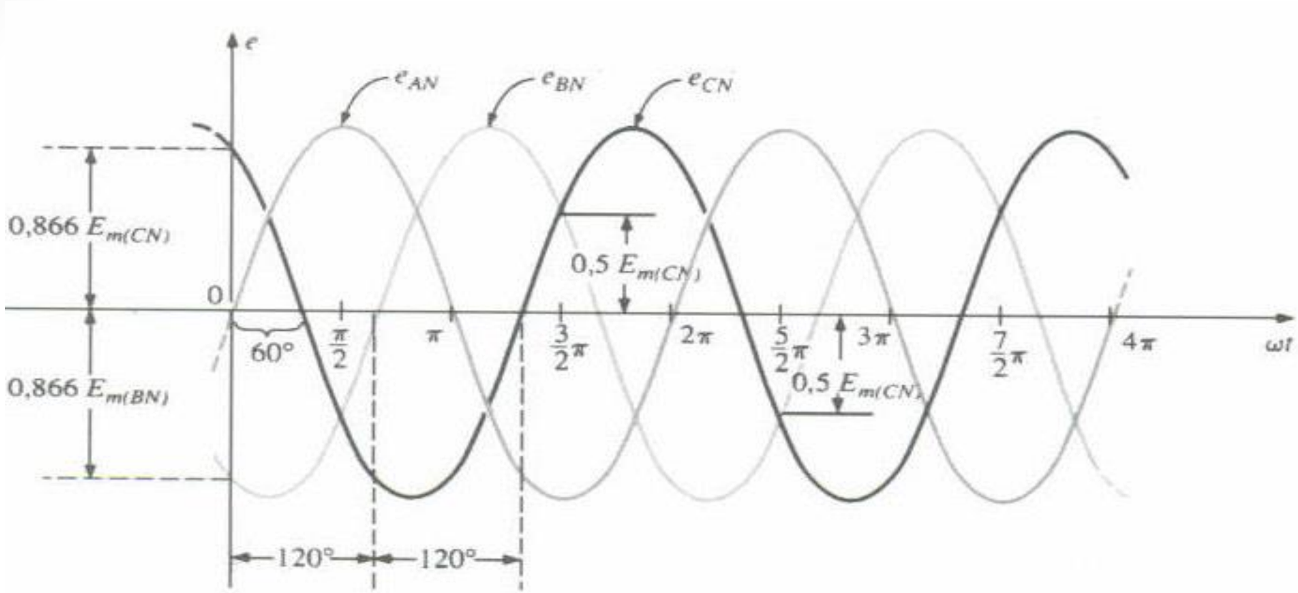
$$\dot{I}_C = \sqrt{3}\ i_{CA}\ \angle 150°$$

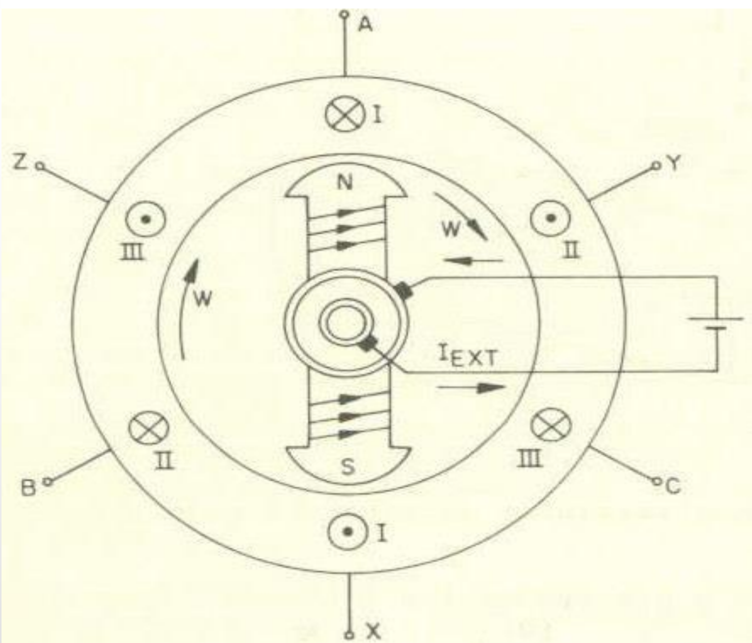
GERADOR TRIFÁSICO

Utiliza três enrolamentos posicionados a 120º um do outro em torno do estator .

Como os três enrolamento s possuem o mesmo número de espiras e giram com a mesma velocidade angular, as tensões induzidas possuem mesma amplitude e frequência.



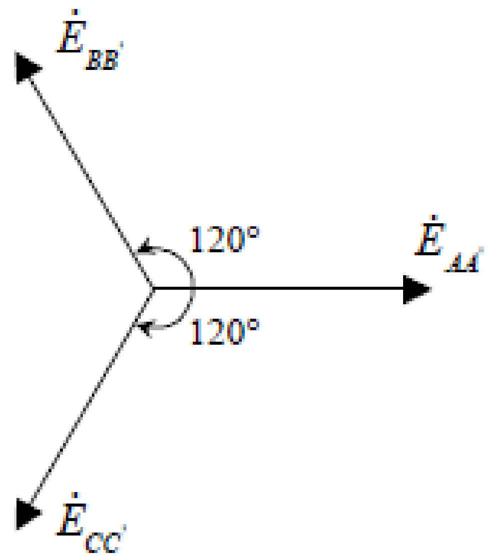




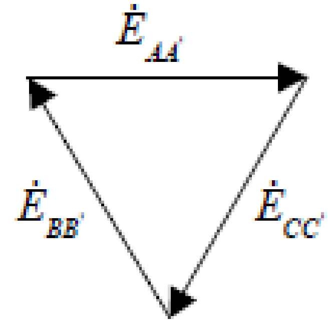
$$e_{AN} = Esen\omega t$$

$$e_{BN} = Esen(\omega t - 120º)$$

$$e_{CN} = Esen(\omega t + 120º)$$



ou



$$\dot{E}_{AA'} + \dot{E}_{BB'} + \dot{E}_{CC'} = 0$$

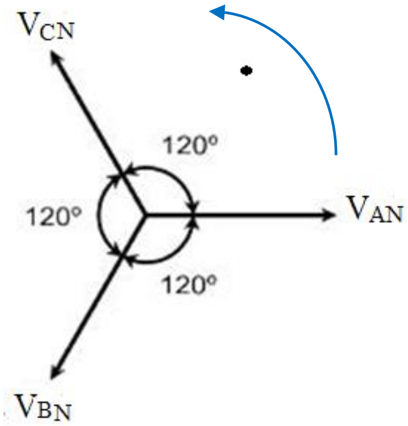
$$e_{AN} = Esen\omega t = E < 0$$

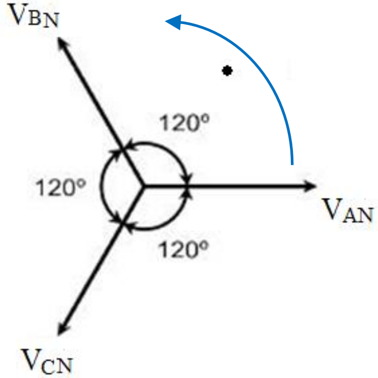
$$e_{BN} = Esen(\omega t - 120º) = \mathrm{E} < -120$$

$$e_{CN} = Esen(\omega t + 120º) = E < 120$$

SEQUÊNCIA DE FASE

Ordem nas qual as tensões e correntes atingem seus valores máximos.





$$\dot{V}\text{AN} = \text{VAN} < 0$$

$$\dot{V}\text{BN} = \text{VBN} < -120$$

$$\dot{V}\text{CN} = \text{VCN} < 120$$

SEQUENCIA POSITIVA

$$V_{AB} = V_{AN}\sqrt{3} < 30°$$

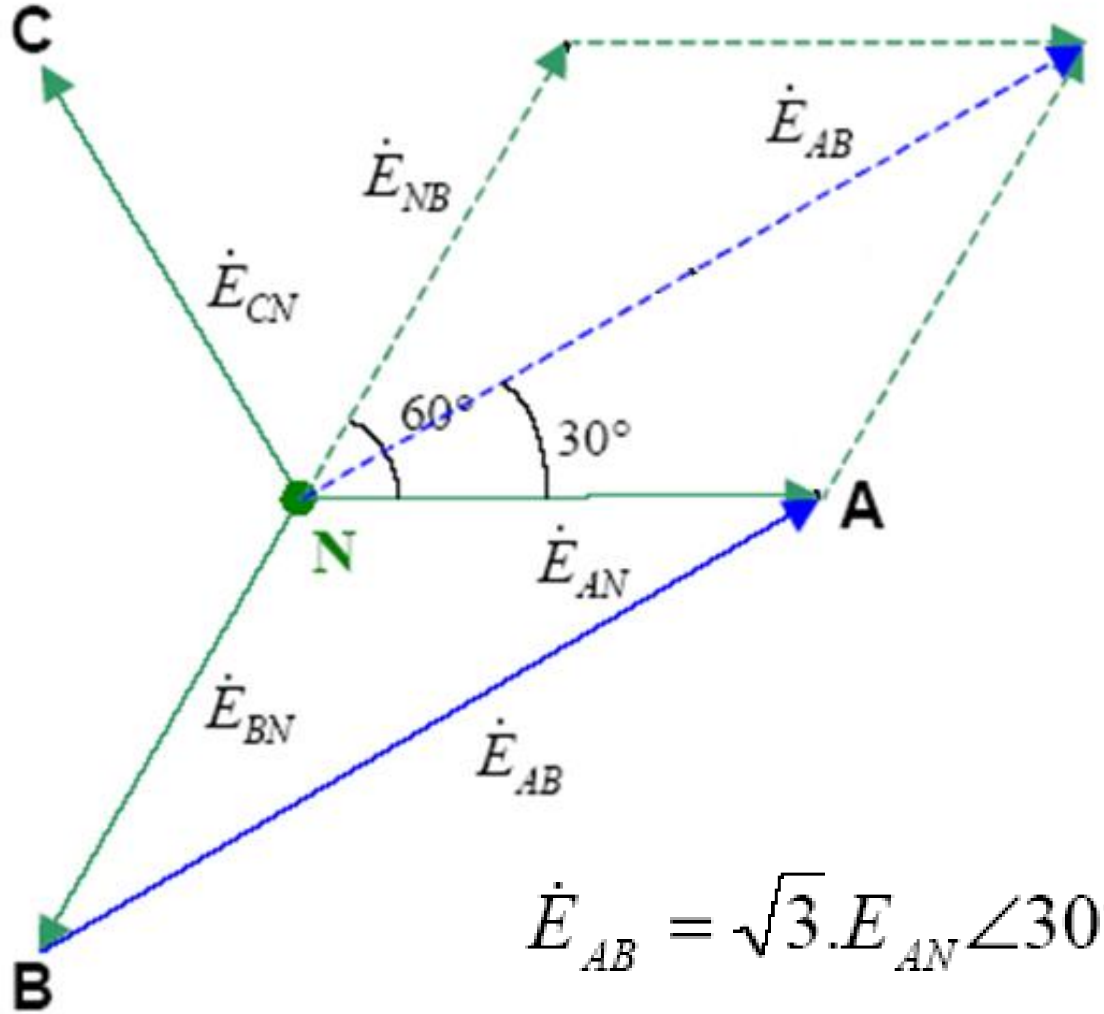
$$\dot{V}\text{AN} = \text{VAN} < 0$$

$$\dot{V}\text{CN} = \text{VCN} < -120$$

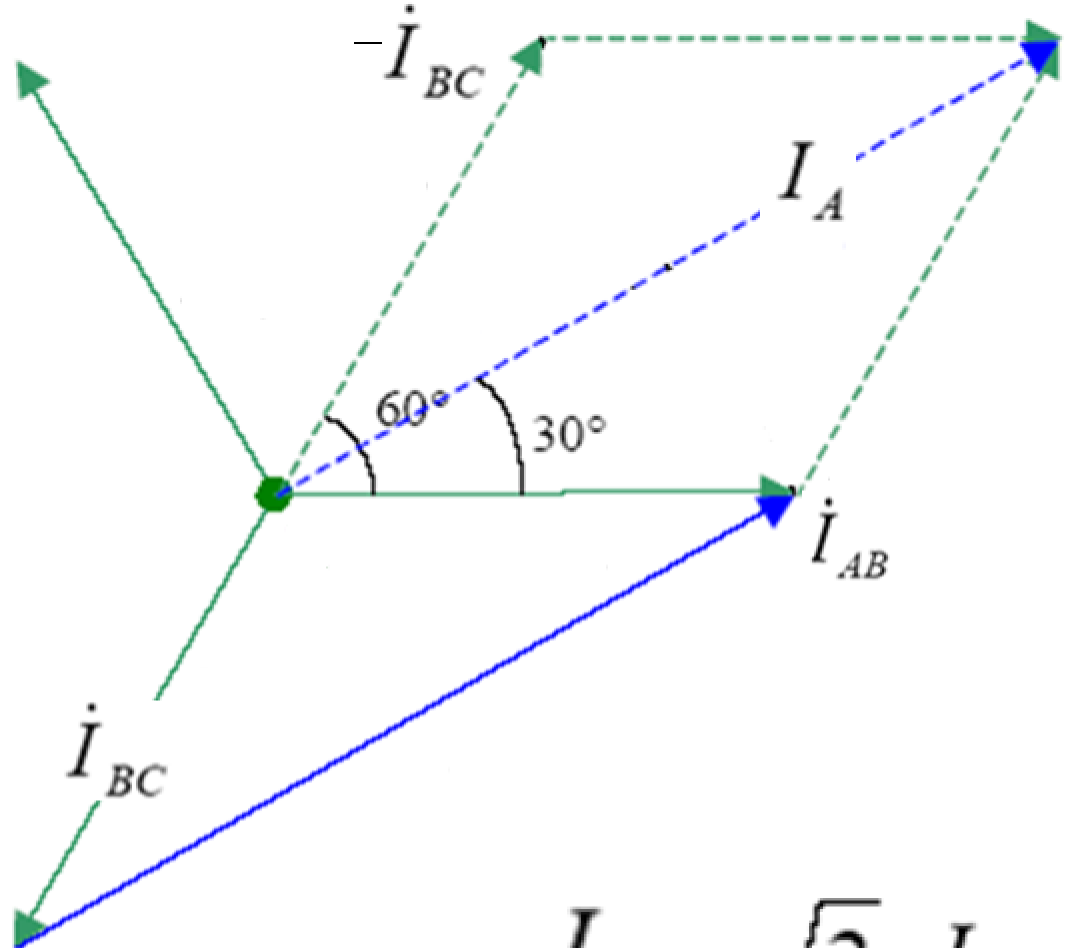
$$\dot{V}\text{BN} = \text{VBN} < 120$$

SEQUENCIA NEGATIVA

$$V_{AB} = V_{AN}\sqrt{3} < -30°$$

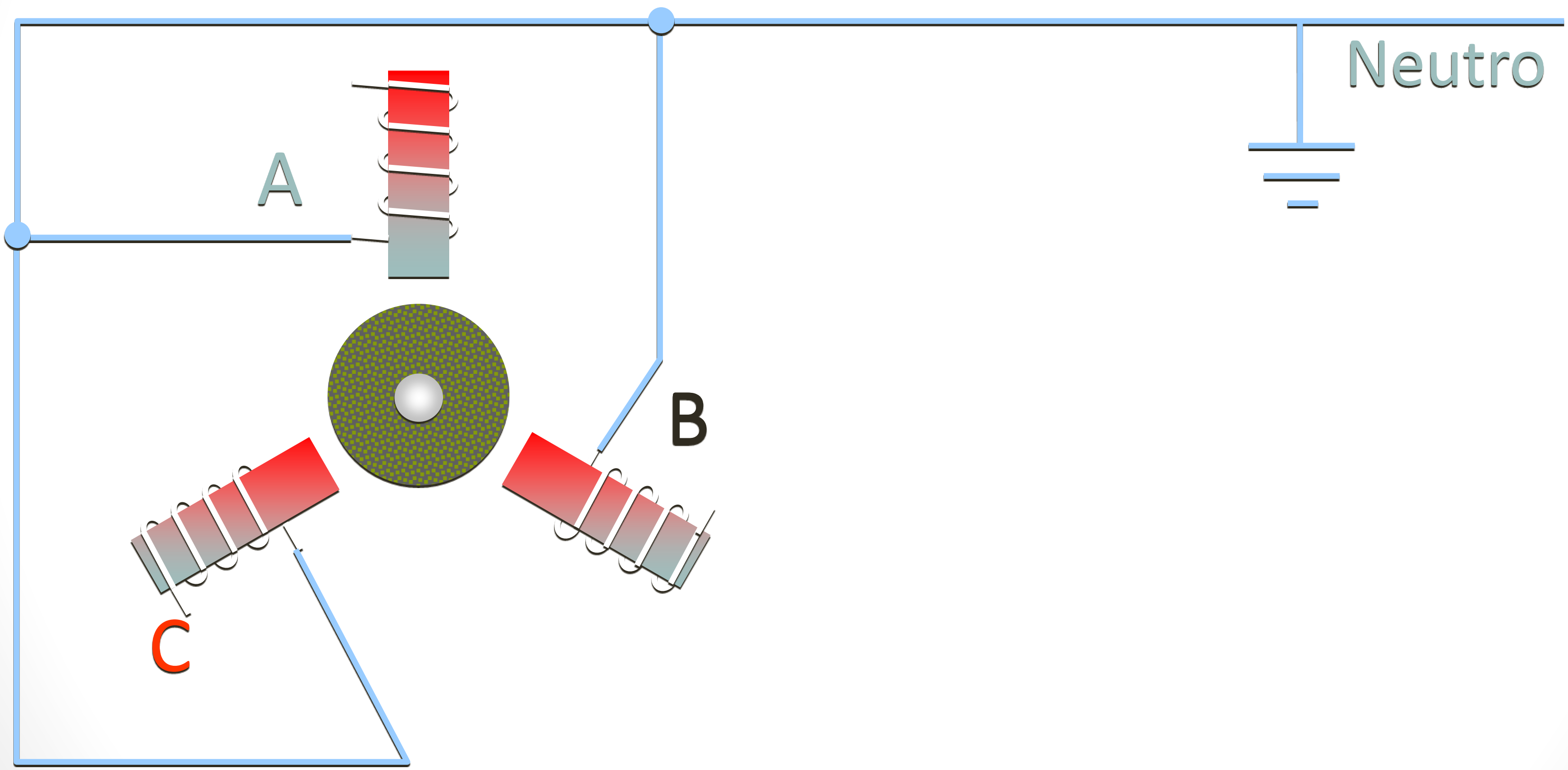


$$\dot{E}_{AB} = \sqrt{3}.E_{AN}\angle 30^{\circ}$$

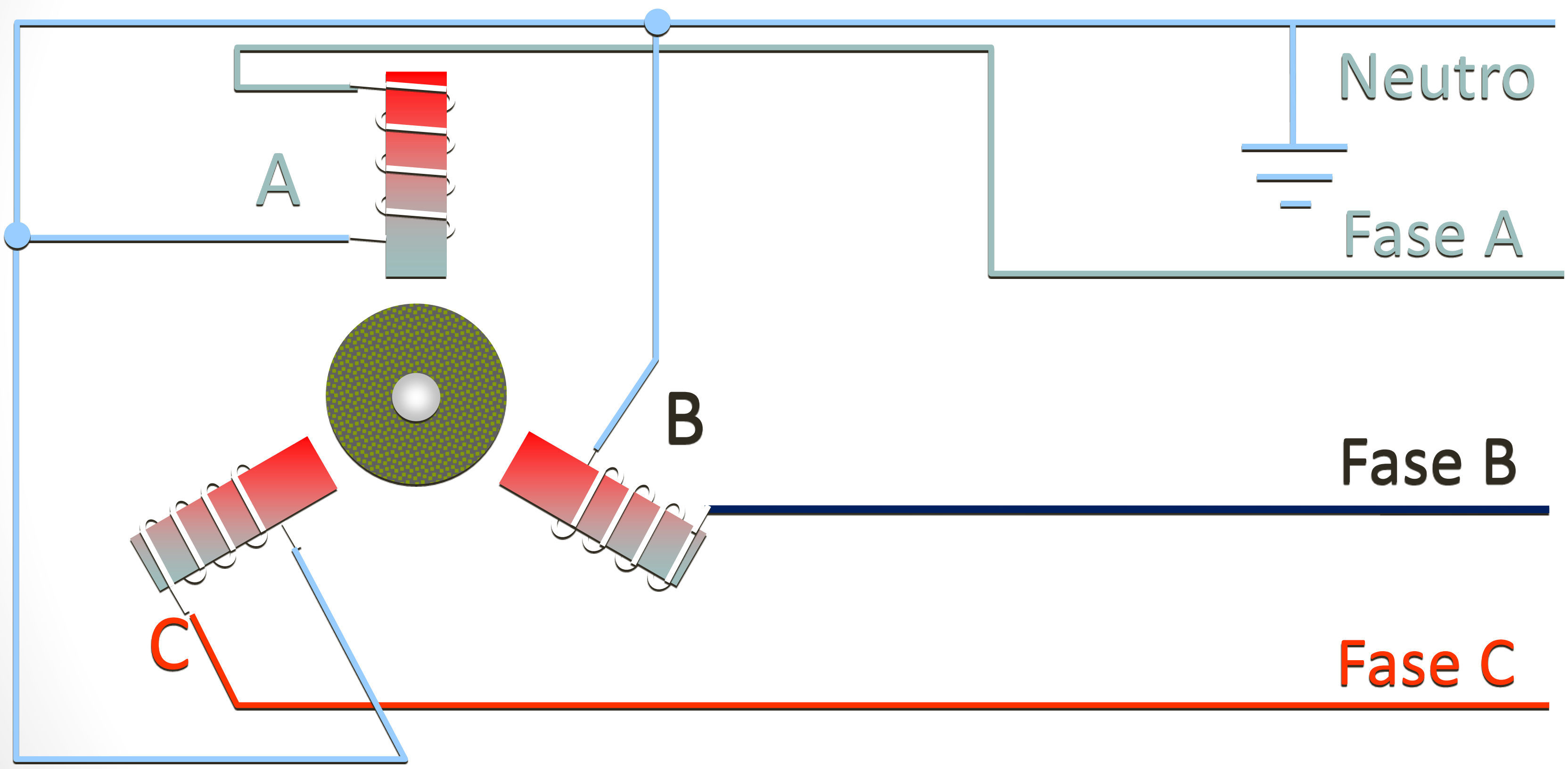


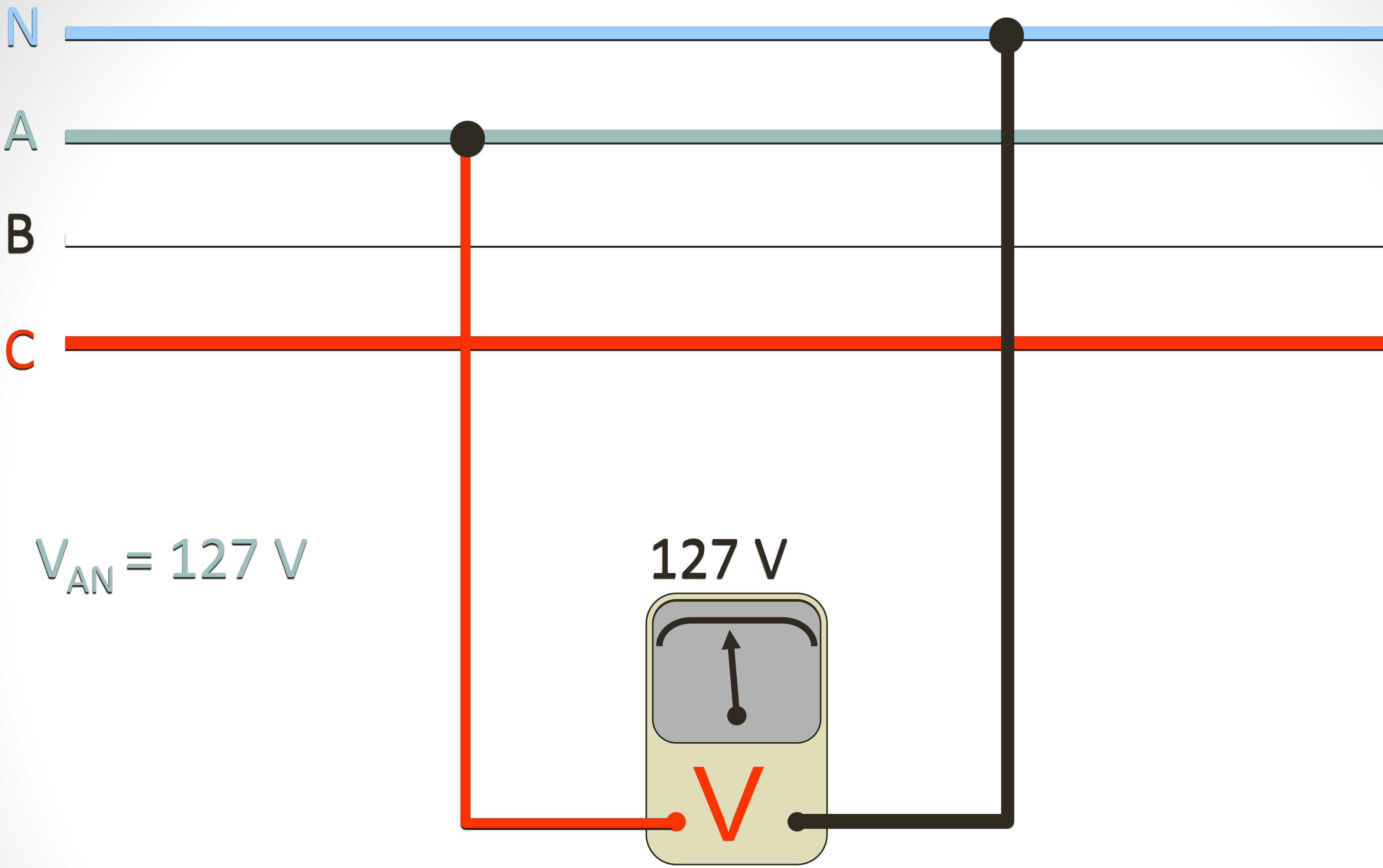
$$I_A = \sqrt{3}.\ I_{AB} \angle 30^\circ$$

INTERLIGANDO UMA DAS EXTREMIDADES DE CADA GRUPO DE BOBINA ENTRE SI, OBTEREMOS O CONDUTOR NEUTRO

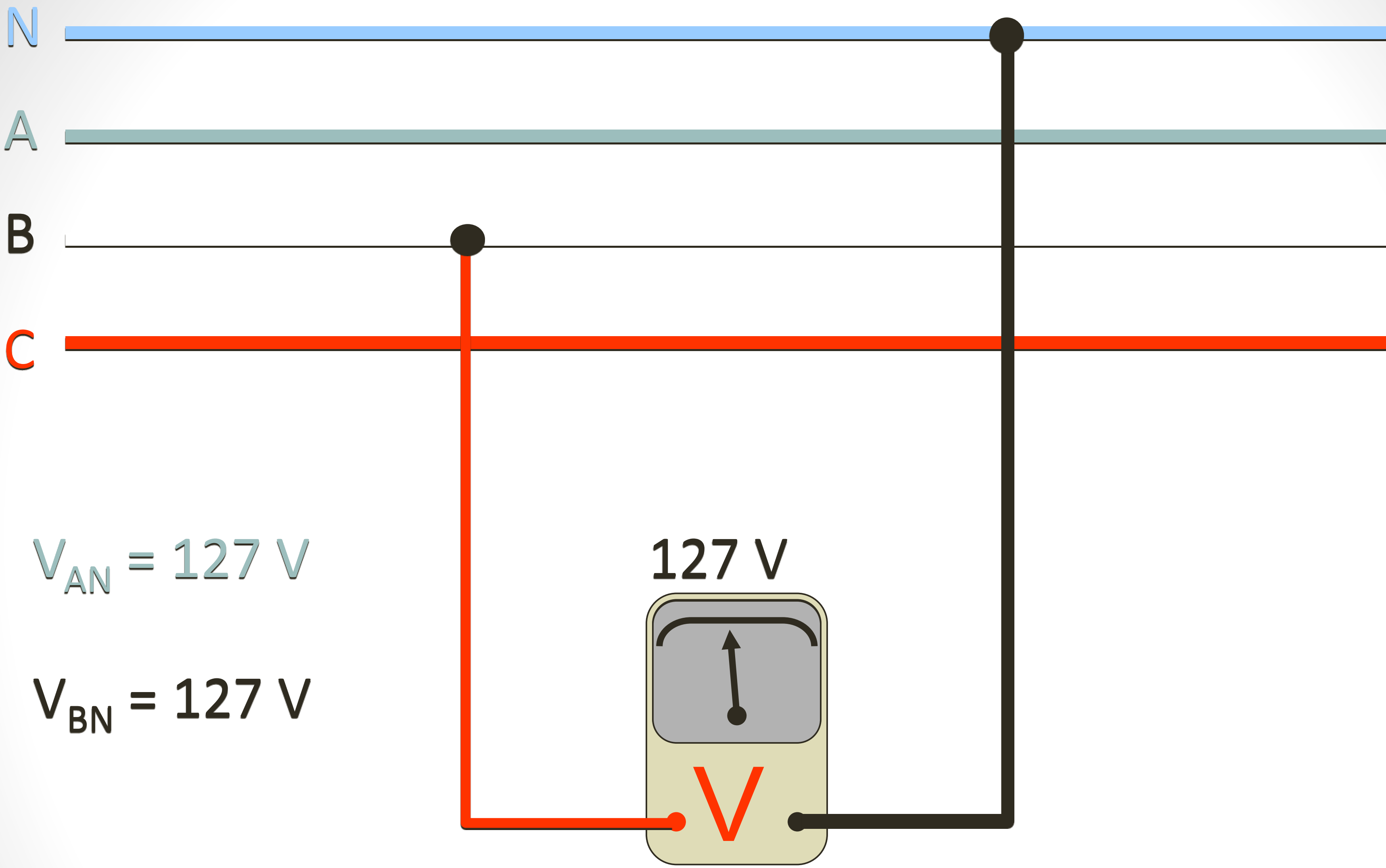


AS EXTREMIDADES RESTANTES FORMAM AS FASES



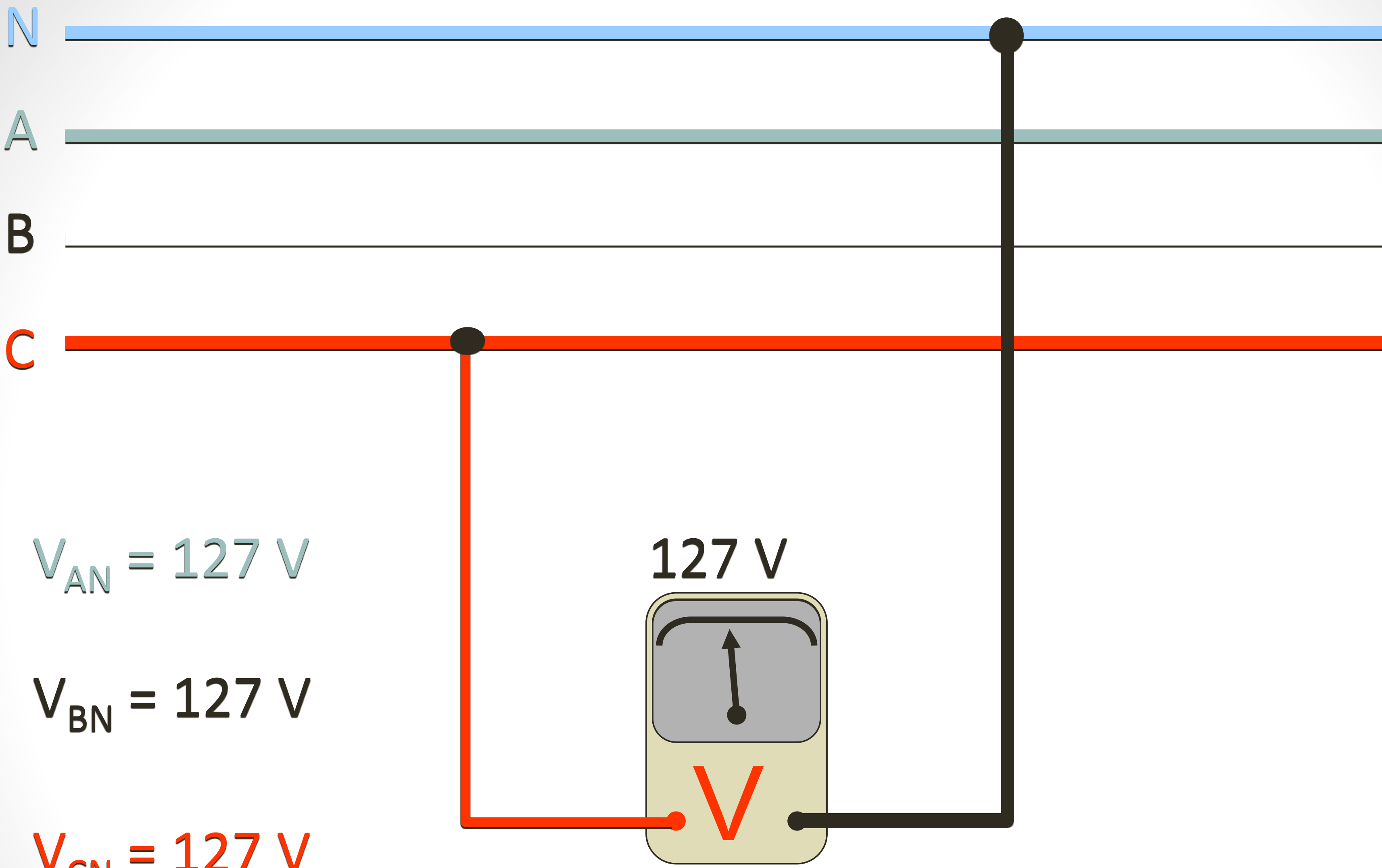


$V_{AN} = 127$ V



$V_{AN} = 127\ V$

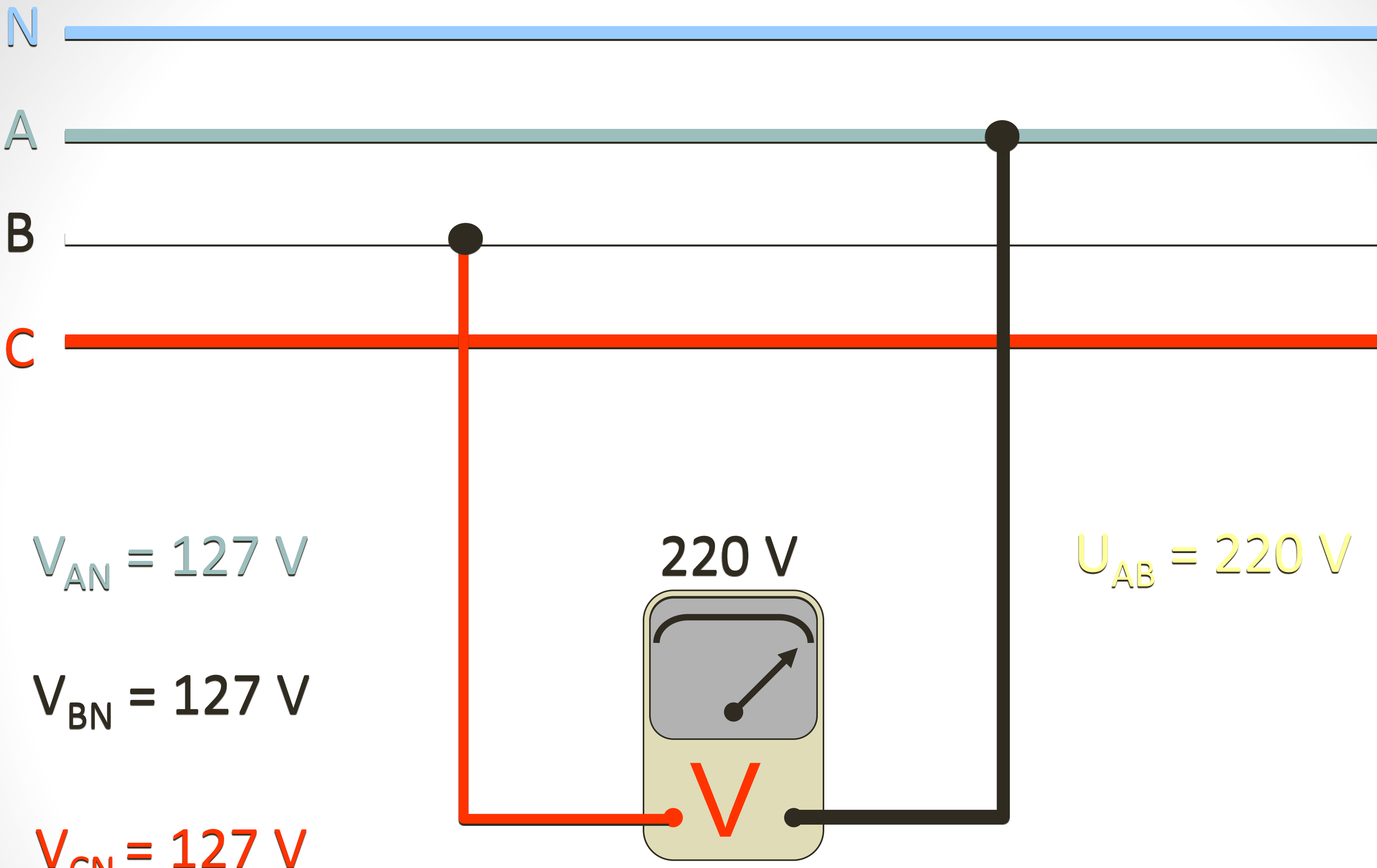
$V_{BN} = 127\ V$

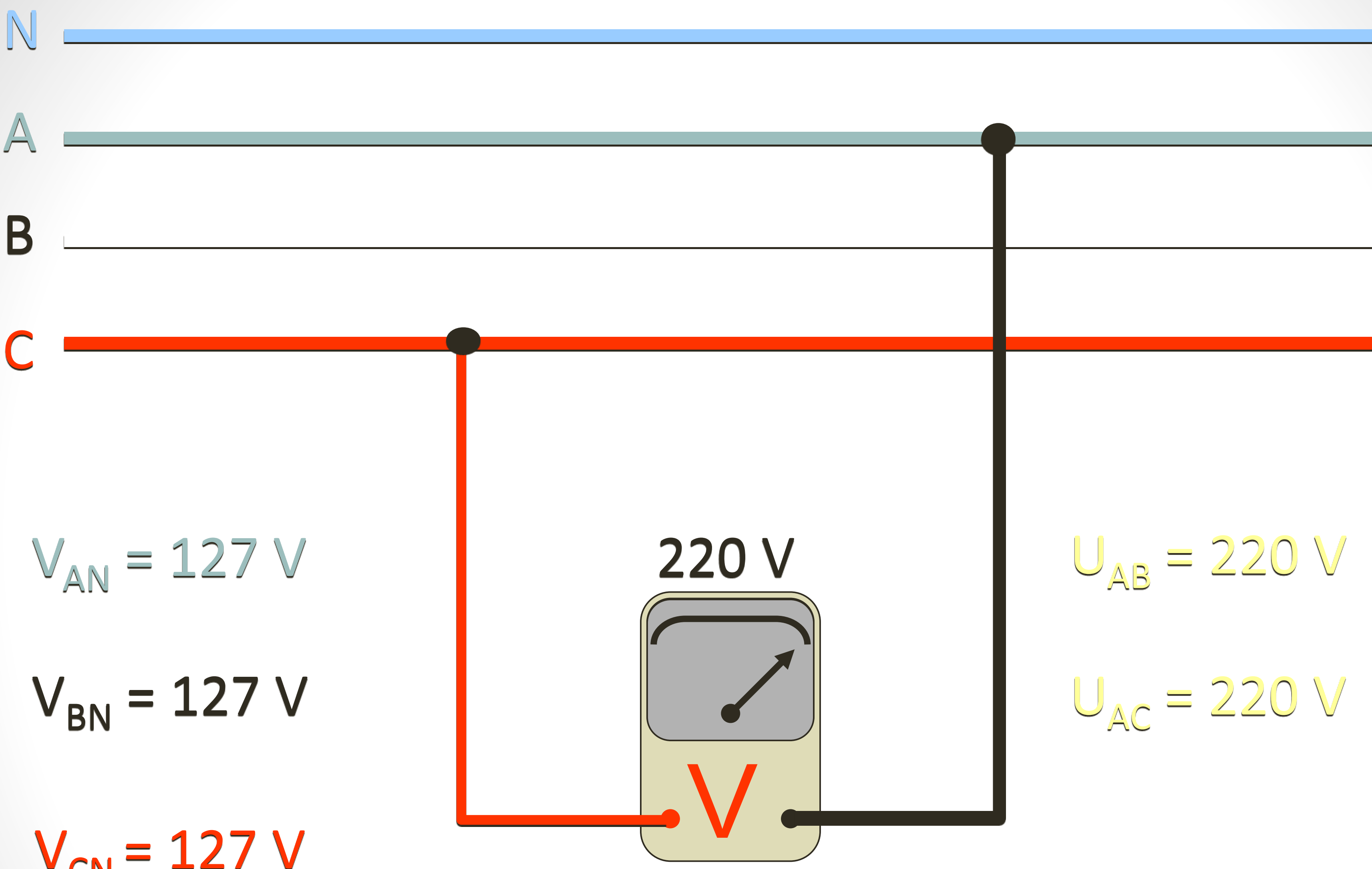


$V_{AN} = 127\ V$

$V_{BN} = 127\ V$

$V_{CN} = 127\ V$


N
A
B
C
$V_{AN} = 127\ V$
220 V
$U_{AB} = 220\ V$
$V_{BN} = 127\ V$
V
$V_{CN} = 127\ V$



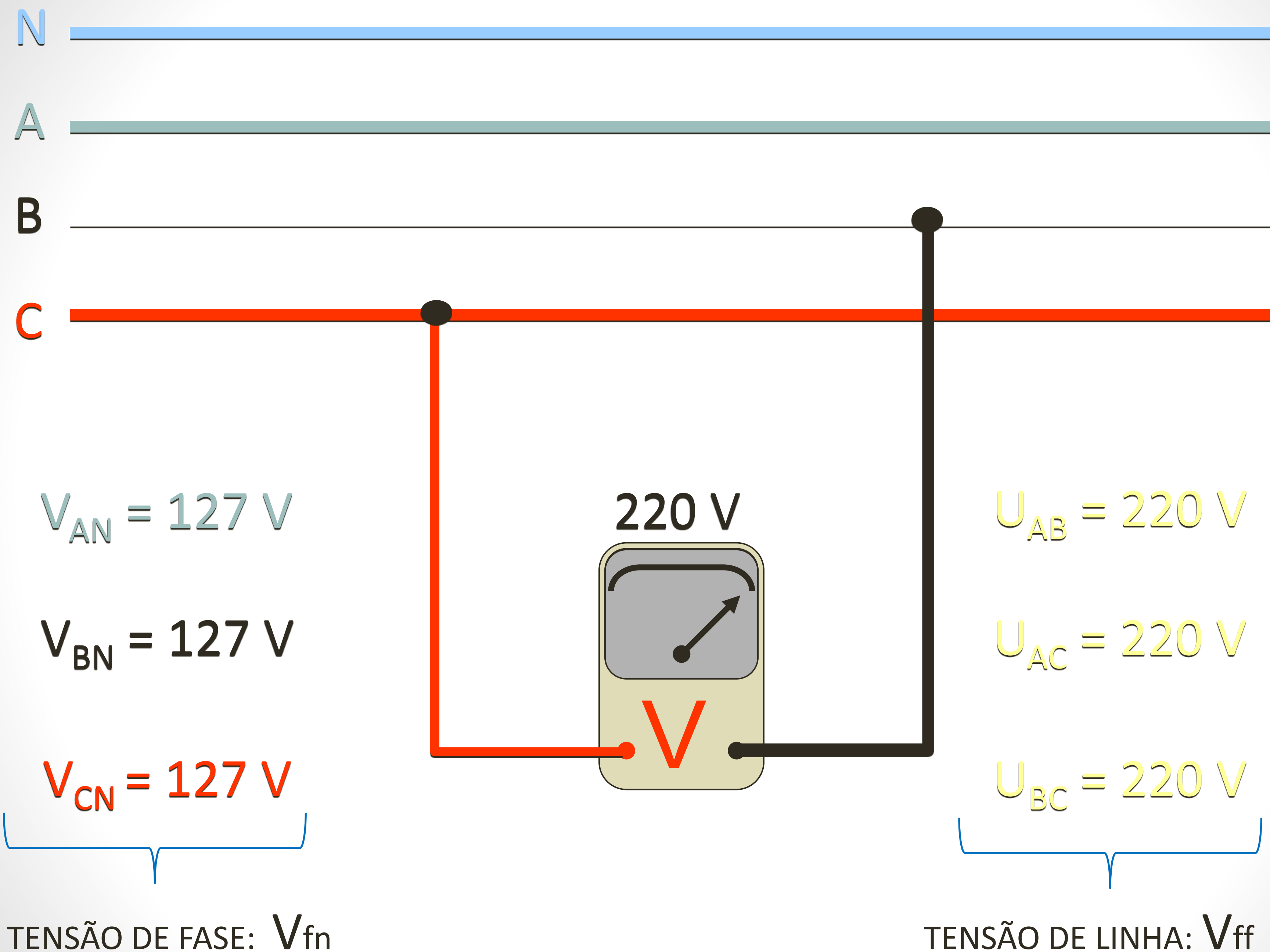
$V_{AN} = 127\ V$

$V_{BN} = 127\ V$

$V_{CN} = 127\ V$

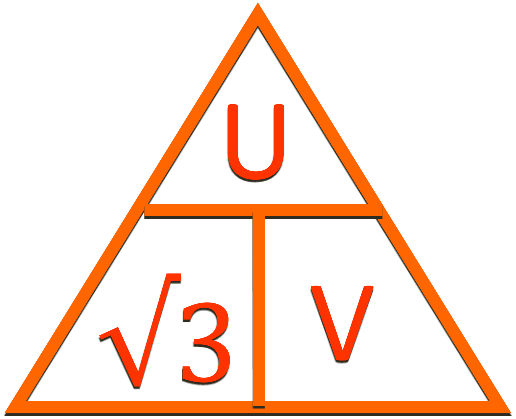
$U_{AB} = 220\ V$

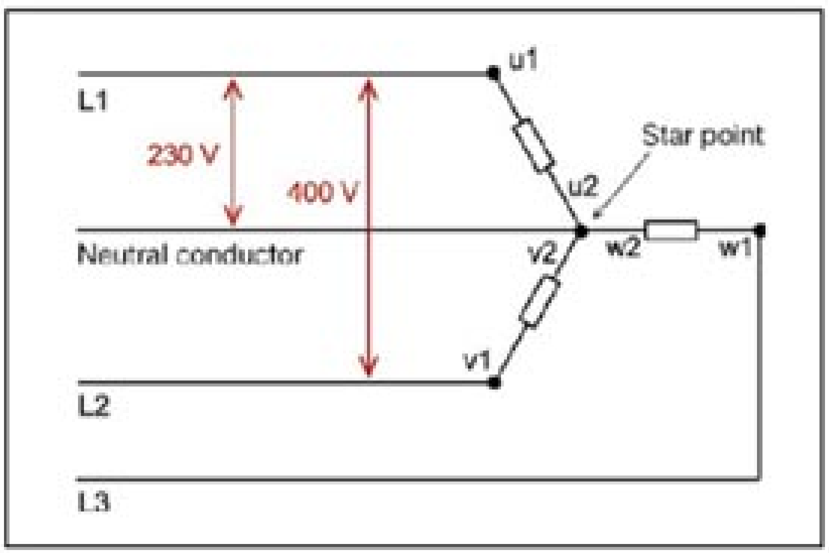
$U_{AC} = 220\ V$

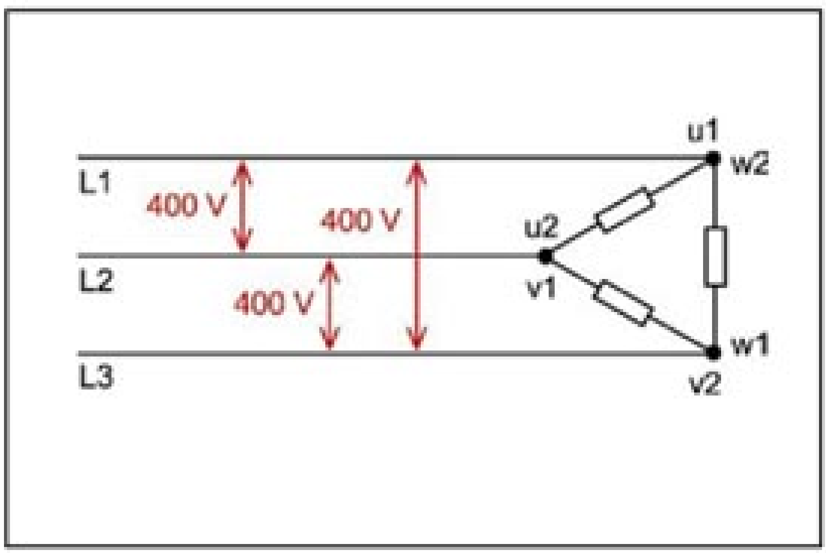

N
A
B
C
220 V
V
V_AN = 127 V
V_BN = 127 V
V_CN = 127 V
U_AB = 220 V
U_AC = 220 V
U_BC = 220 V
TENSÃO DE FASE: Vfn
TENSÃO DE LINHA: Vff

A TENSÃO DE LINHA É √3 VEZES MAIOR QUE A TENSÃO DE FASE

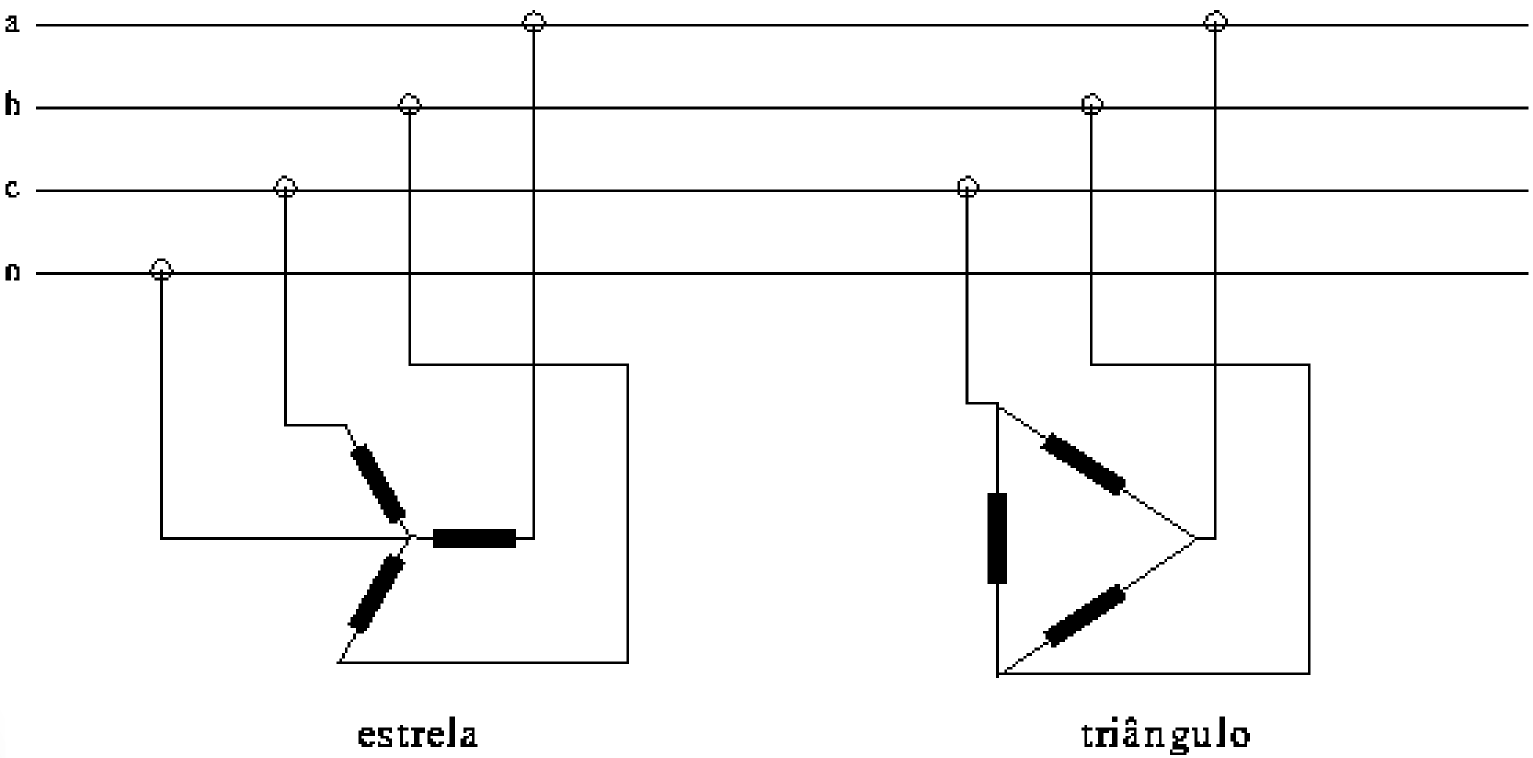
$$U = \sqrt{3} \times V$$



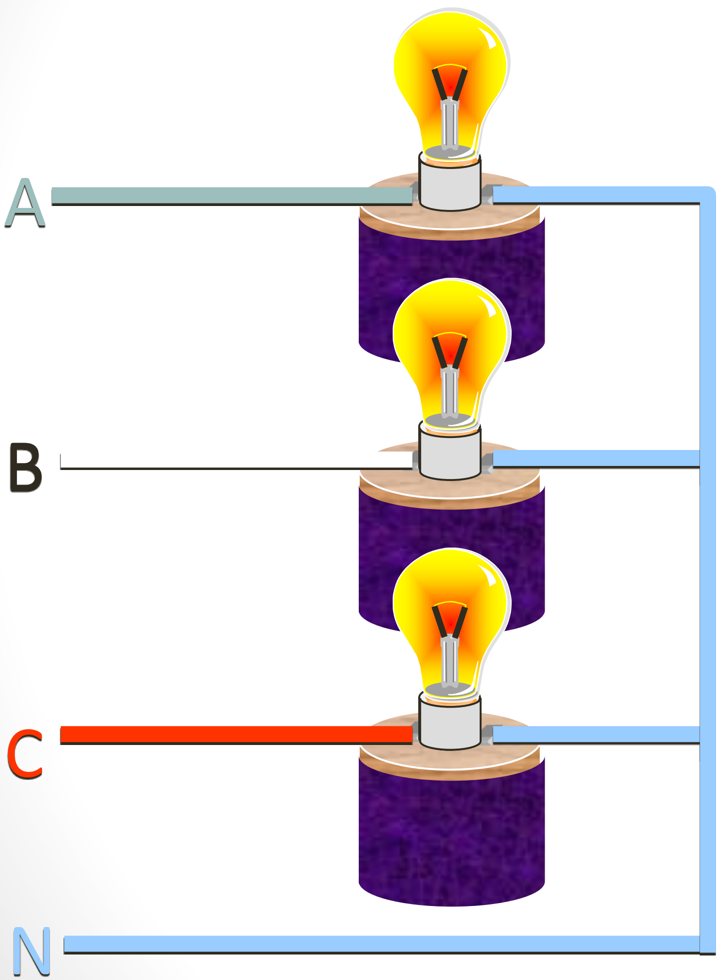




EM CIRCUITO TRIFÁSICOS AS LIGAÇÕES PODEM SER ESTRELA (Y) OU TRIÂNGULO (Δ)



CIRCUITO ESTRELA - Y



CARGAS

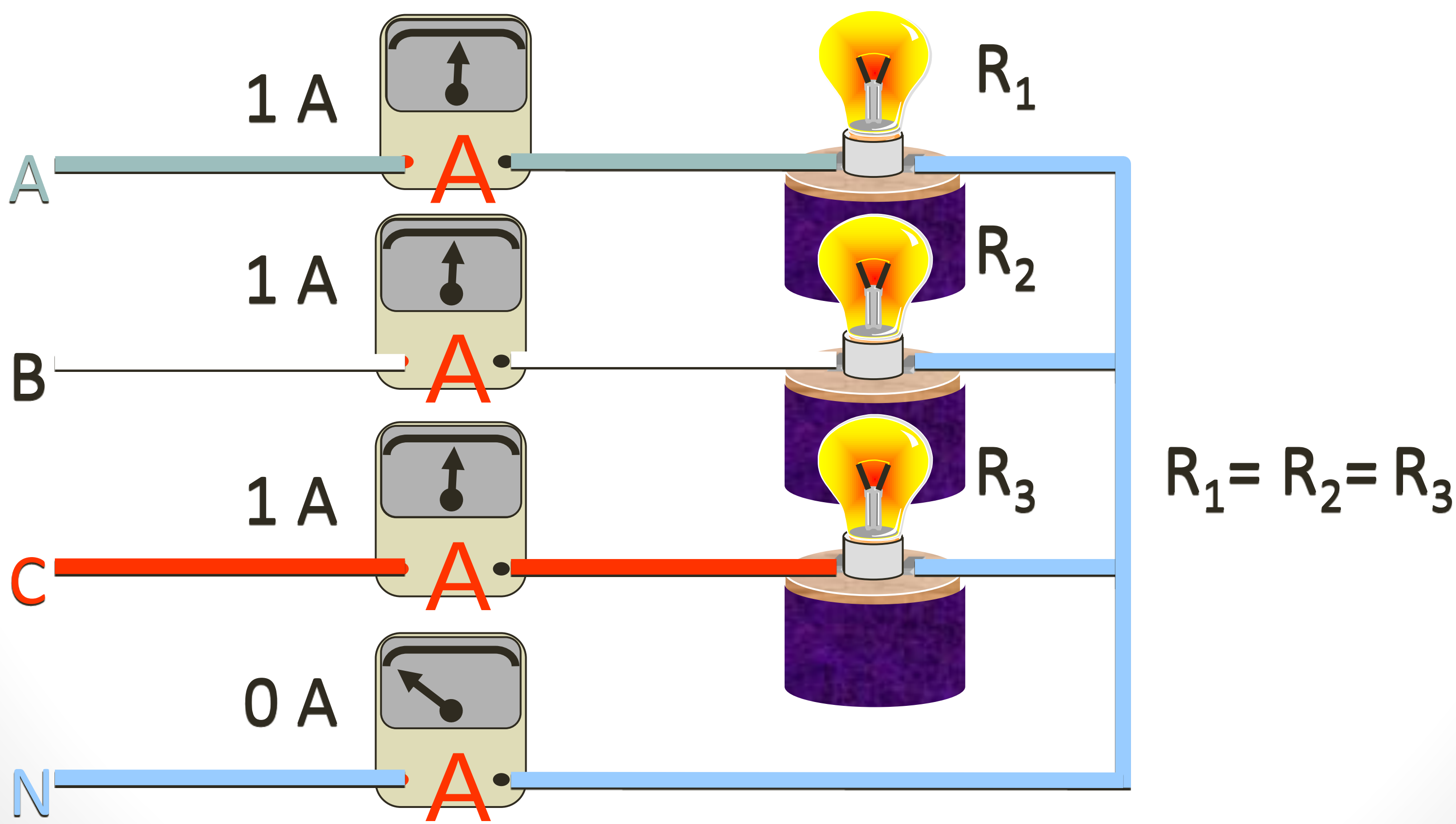
LIGADAS ENTRE

FASE E NEUTRO

CIRCUITO ESTRELA EQUILIBRADO

CORRENTE NO NEUTRO NULA

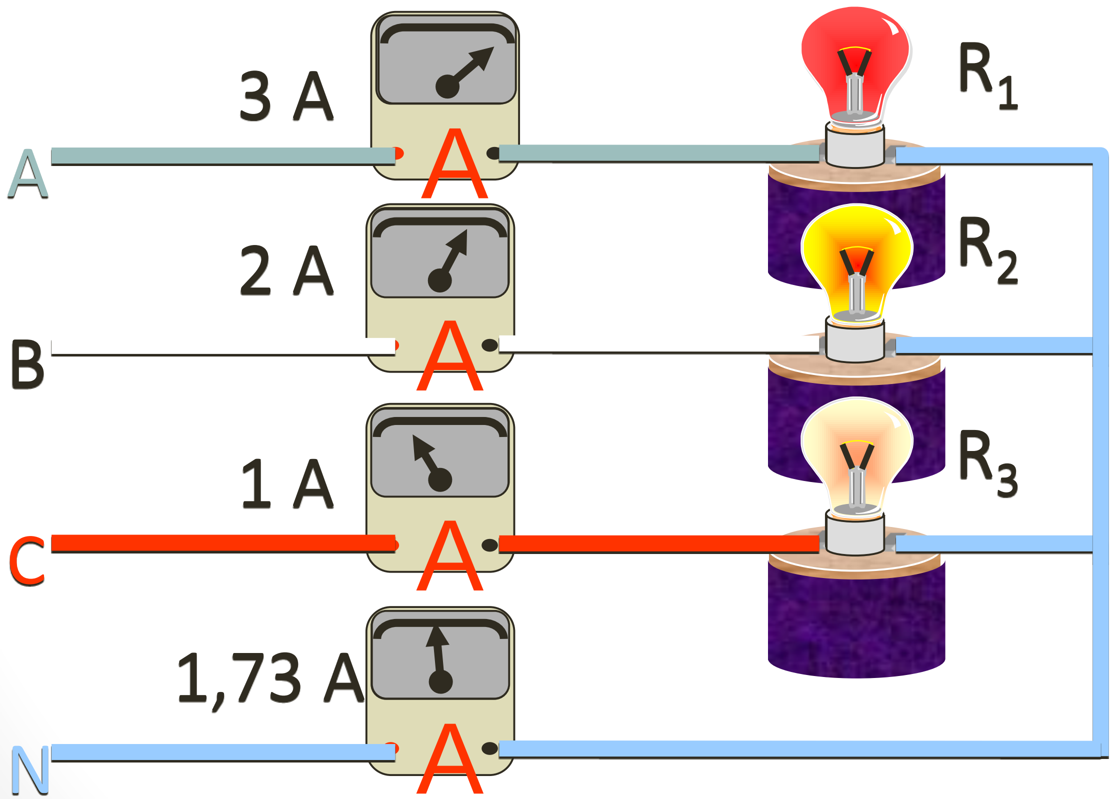
CARGAS DE MESMA POTÊNCIA NAS TRÊS FASES



CIRCUITO ESTRELA DESEQUILIBRADO

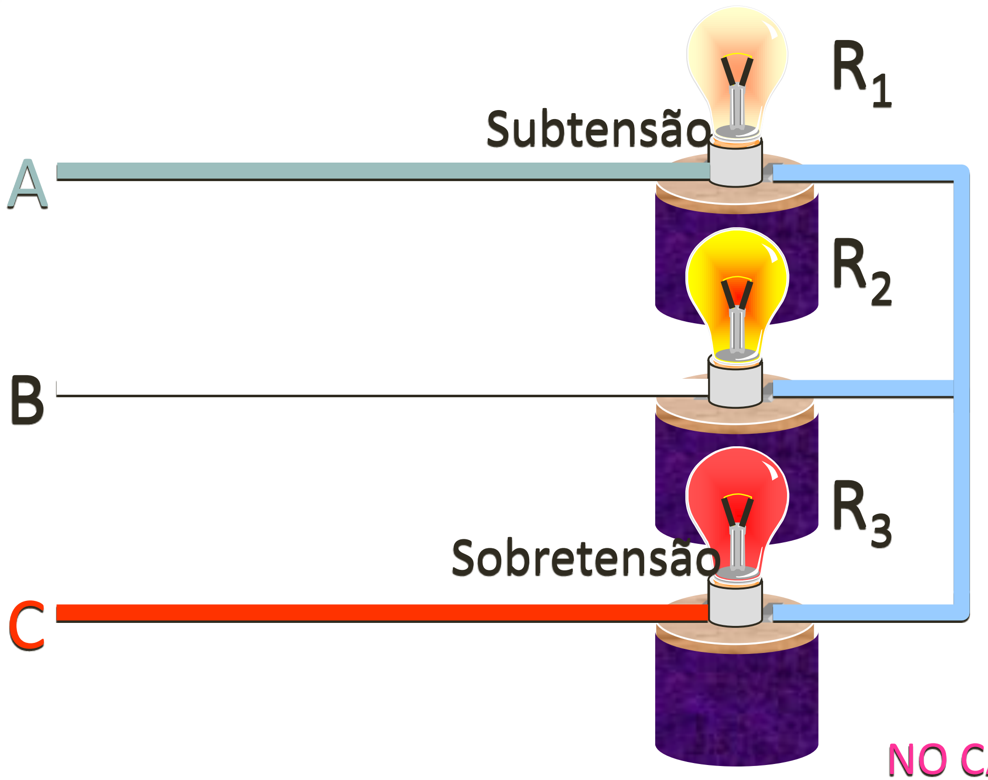
CORRENTE NO NEUTRO NÃO NULA

CARGAS DE POTÊNCIAS DIFERENTES NAS TRÊS FASES



$R_1 \neq R_2 \neq R_3$

- A FASE MENOS CARREGADA SOFRERÁ UMA SOBRETENSÃO
- A FASE MAIS CARREGADA SOFRERÁ UMA SUBTENSÃO



$R_1 \neq R_2 \neq R_3$

NOS SISTEMAS ELÉTRICOS USA-SE

O ATERRAMENTO DO CONDUTOR NEUTRO

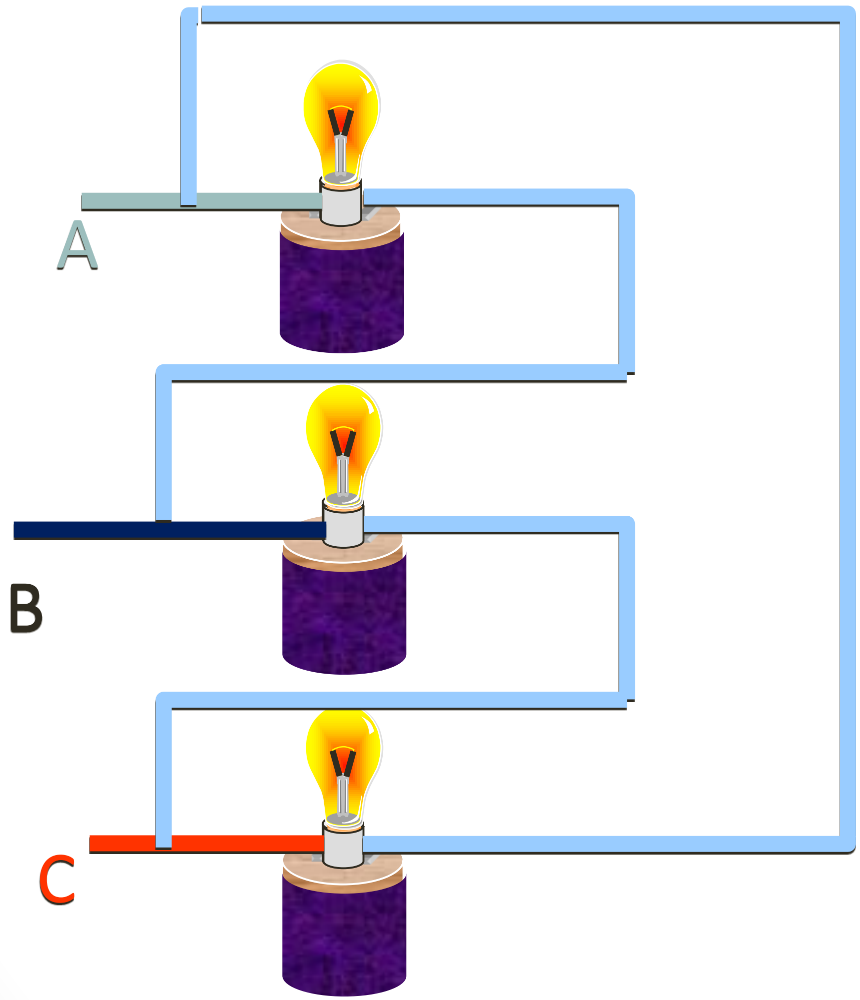
NO CASO DE INTERRUPÇÃO DO

NEUTRO, ESTE GARANTE O

RETORNO DA CORRENTE PARA

A TERRA

CIRCUITO TRIÂNGULO (Δ)

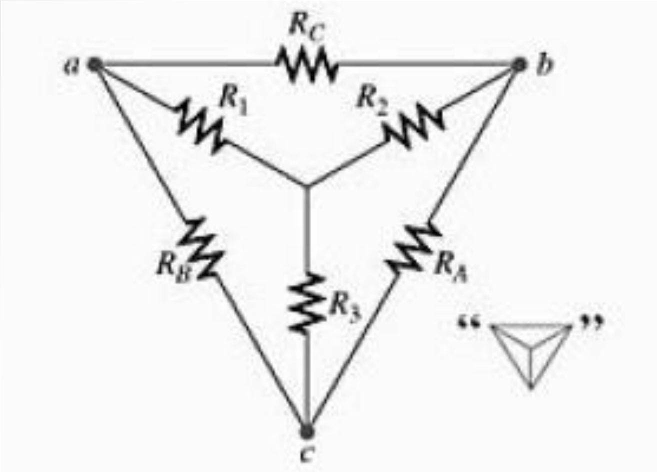


CARGAS

LIGADAS

ENTRE FASES

CONVERSÕES Y-Δ (T-π) E Δ-Y (π-T)



$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

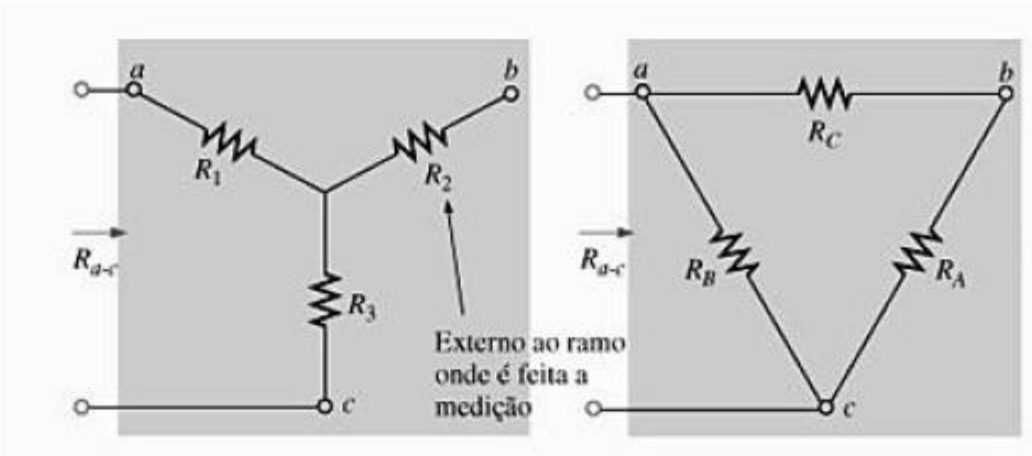
$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_A = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$$

$$R_C = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3}$$

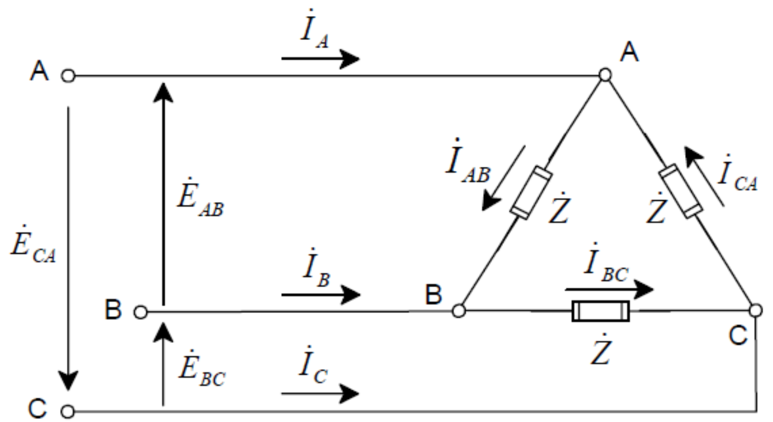


A figura abaixo apresenta uma carga trifásica equilibrada ligada em Δ. Cada uma das impedâncias tem valor **Z** = 5∠45°Ω. O gerador está ligado com a seqüência ABC e o valor da tensão de linha é de 220 V. Para esta determine :

a) os valores de tensão e corrente para a carga;

b) as correntes de linha;

c) o diagrama fasorial completo das tensões e correntes.



a)

Tensão na carga

$$\dot{E}_{AB} = 220\angle 120°\,\text{V}$$

$$\dot{E}_{BC} = 220\angle 0°\,\text{V}$$

$$\dot{E}_{CA} = 220\angle -120°\,\text{V}$$

Corrente na carga

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{E}_{AB}}{\dot{Z}} = \frac{220\angle 120°}{5\angle 45°} = 44\angle 75°\,\text{A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{E}_{BC}}{\dot{Z}} = \frac{220\angle 0°}{5\angle 45°} = 44\angle -45°\,\text{A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{E}_{CA}}{\dot{Z}} = \frac{220\angle -120°}{5\angle 45°} = 44\angle -165°\,\text{A}$$

b) as correntes de linha;

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 44\angle 75° - 44\angle -165°$$

$$\dot{I}_A = 76{,}21\angle 45°\ \text{A}$$

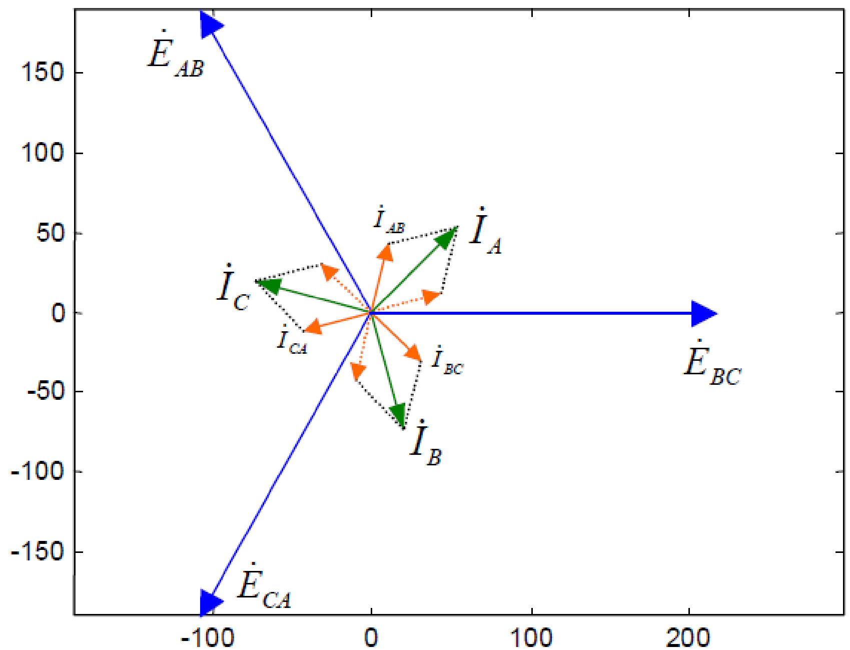
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 44\angle -45° - 44\angle 75°$$

$$\dot{I}_B = 76{,}21\angle -75°\ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 44\angle -165° - 44\angle -45°$$

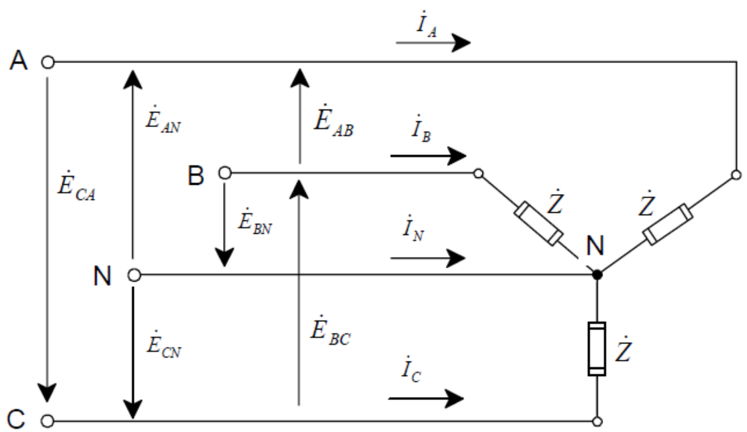
$$\dot{I}_C = 76{,}21\angle 165°\ \text{A}$$

c) o diagrama fasorial completo das tensões e correntes.



A figura abaixo apresenta uma carga trifásica equilibrada ligada em Y. Cada uma das impedâncias tem valor Z = 20<- 30°. O gerador está ligado com a seqüência CBA e o valor da tensão de linha é de 220 V.

a) os valores de tensão na carga;
b) as correntes de linha;
c) o diagrama fasorial completo das tensões e correntes.



a)

Tensão na carga

$$\dot{E}_{AB} = 220\angle 180^\circ \text{ V} \qquad \dot{E}_{AN} = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle -150^\circ = 127{,}02\angle -150^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{BC} = 220\angle -60^\circ \text{ V} \qquad \dot{E}_{BN} = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle -30^\circ = 127{,}02\angle -30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{CA} = 220\angle 60^\circ \text{ V} \qquad \dot{E}_{CN} = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle 90^\circ = 127{,}02\angle 90^\circ \text{ V}$$

b)

Corrente na carga

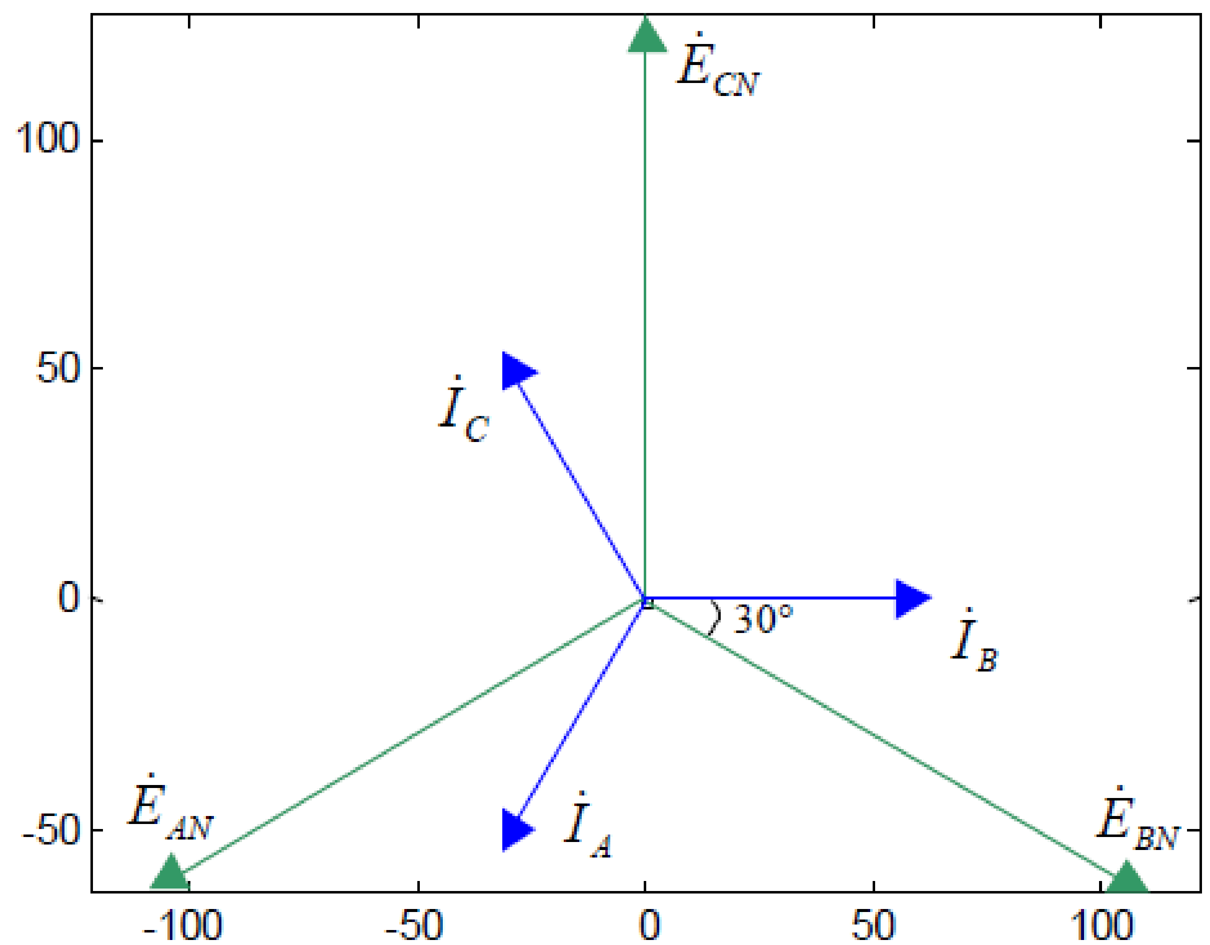
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{AN}}{\dot{Z}} = \frac{127{,}02\angle -150^\circ}{2\angle -30^\circ} = 63{,}51\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{BN}}{\dot{Z}} = \frac{127{,}02\angle -30^\circ}{2\angle -30^\circ} = 63{,}51\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{CN}}{\dot{Z}} = \frac{127{,}02\angle 90^\circ}{2\angle -30^\circ} = 63{,}51\angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

c)



$\dot{E}_{CN}$
$\dot{I}_C$
$\dot{I}_B$
$\dot{I}_A$
$\dot{E}_{AN}$
$\dot{E}_{BN}$
30°
100
50
0
-50
-100
-50
0
50
100

EXERCÍCIO

Considere um gerador trifásico, ligado em y, com uma sequencia de fases positiva tem uma impedância de 0,2+j0,5Ω/fase em uma tensão a vazio de 120V/fase. O gerador alimenta uma carga trifásica equiibrada, ligada em Y, com uma impedância de 39+j28Ω/fase. A impedância da linha que liga o gerador à carga é 0,8+j1,5 Ω/fase. A tensão em vazio da fase a do gerador é tomada como fasor de referência.

a) Construa o circuito equivalente da fase a do sistema;
b) Calcule a três correntes de linha IA, IB E IC;
c) Calcule as três tensões de fase na carga Van, Vbn, Vcn;
d) Calcule as tensões de linha Vab, Vbc, Vca, nos terminais da carga.
e) Calcule as tensões de fase nos terminais do gerador Van, Vbn, Vcn
f) Calcule as tensões de linha Vab, Vbc, Vca, nos terminais do gerador.
g) Repita os itens anteriores para sequencia negativa.

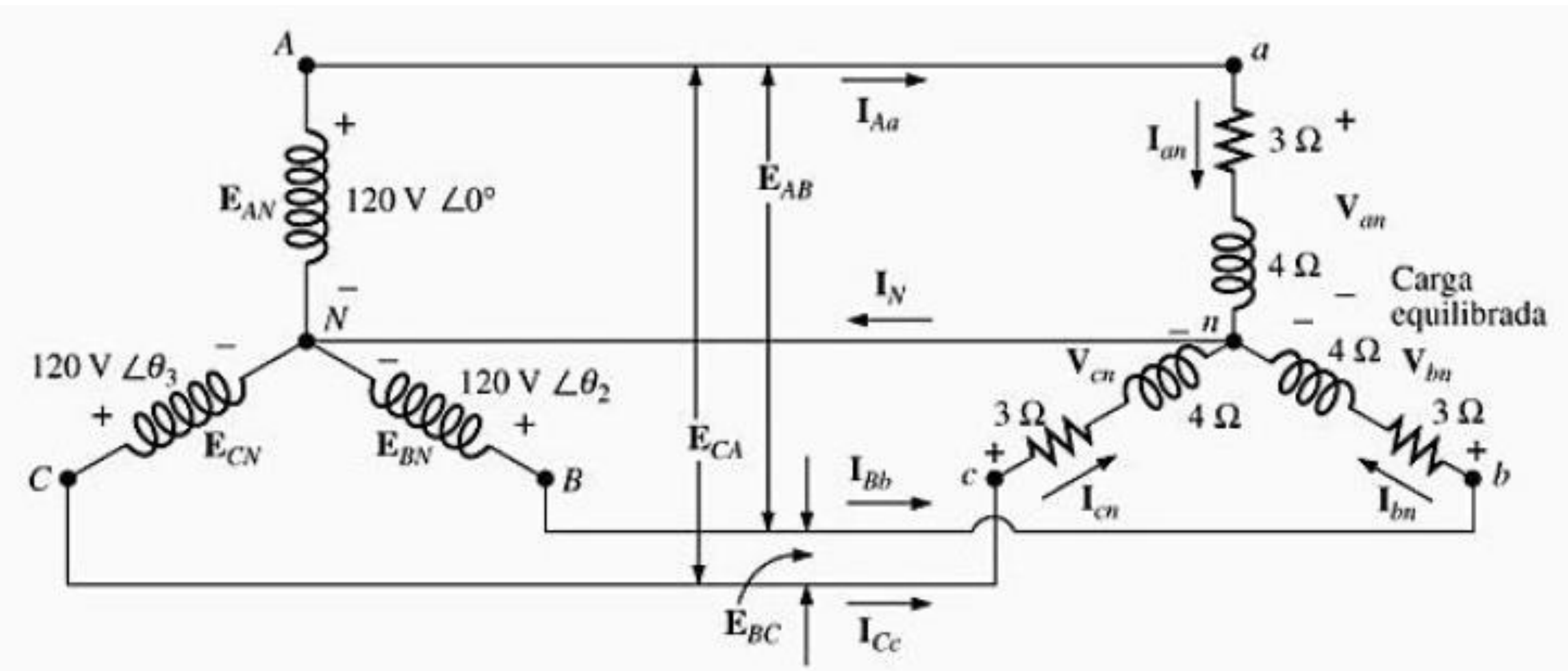
A seqüência de fase do gerador conectado em Y visto na Figura 22.13 é *ABC*.

a. Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3.

b. Determine o módulo das tensões de linha.

c. Determine as correntes de linha.

d. Verifique que, como a carga é balanceada, $\mathbf{I}_N = 0$.



EXEMPLO 1.5 - Um alternador trifásico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Conhecemos:

(1) a tensão de linha do alternador (380 V) e a freqüência (60 Hz);
(2) o tipo de ligação do alternador (Y);
(3) o número de fios da linha (3);
(4) a resistência (0,2 Ω) e a reatância indutiva (0,5 Ω) de cada fio da linha (salientamos que estamos desprezando as mútuas entre os fios da linha);
(5) a impedância da carga ($3 + j\,4\ \Omega$).

Pedimos:

(a) as tensões de fase e de linha no gerador;
(b) as correntes de fase e de linha fornecidas pelo gerador;
(c) as tensões de fase e de linha na carga;
(d) a queda de tensão na linha (valores de fase e de linha);
(e) o diagrama de fasores.

EXEMPLO 1.6 - Um gerador trifásico alimenta por meio de uma linha uma carga trifásica equilibrada. Conhecemos:

(1) o tipo de ligação do gerador (Δ) e da carga (Δ);

(2) a tensão de linha do gerador (220 V), a freqüência (60 Hz), e a seqüência de fase (direta);

(3) a impedância de cada um dos ramos da carga, $(3 + j4)\ \Omega$;

(4) a resistência $0{,}2\ \Omega$ e a reatância indutiva $0{,}15\ \Omega$ de cada fio da linha (estamos desprezando as mútuas).

Pedimos:

(a) as tensões de fase e de linha no gerador;

(b) as correntes de linha;

(c) as correntes de fase na carga;

(d) as tensões de fase e de linha na carga;

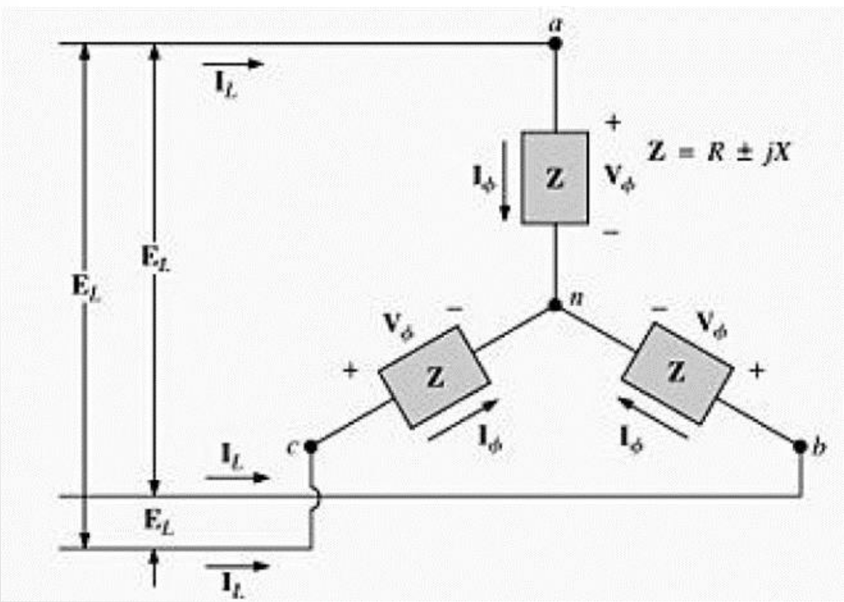
(e) o diagrama de fasores.

Potência em circuitos trifásicos

A potência total fornecida a uma carga trifásica é igual à soma das potências em cada impedância da carga.

Potências aparente e ativa em carga trifásica

Carga trifásica em Y



$$\boxed{P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}}$$

$$\boxed{P_T = 3P_\phi}$$

$$V_\phi = \frac{E_L}{\sqrt{3}} \quad \text{e} \quad I_\phi = I_L$$

$$\boxed{P_T = \sqrt{3} E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}}$$

CARGA EM Y – POTÊNCIA REATIVA

$$Q_T = \sqrt{3}E_L I_L \text{ sen } \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \text{ sen } \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$

$$Q_T = 3Q_\phi$$

CARGA EM Y – POTÊNCIA APARENTE

$$S_\phi = V_\phi I_\phi$$

$$S_T = \sqrt{3}E_L I_L$$

$$S_T = 3S_\phi$$

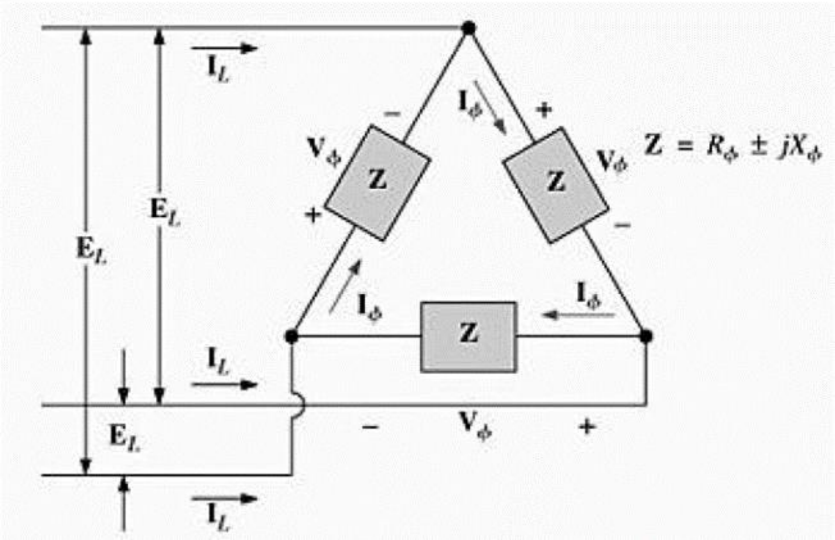
CARGA EM Y – FATOR DE POTÊNCIA

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} \text{ (adiantado ou atrasado)}$$

Potência em circuitos trifásicos equilibrados

Potências aparente e ativa em carga trifásica

Carga trifásica em Δ



$$\boxed{P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}}$$

$$I_\emptyset = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \qquad V_L = V_\emptyset$$

$$\boxed{P_T = 3P_\phi}$$

CARGA EM Δ – POTÊNCIA REATIVA

$$Q_T = \sqrt{3}E_L I_L \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$

$$Q_T = 3Q_\phi$$

CARGA EM Δ – POTÊNCIA APARENTE

$$S_\phi = V_\phi I_\phi$$

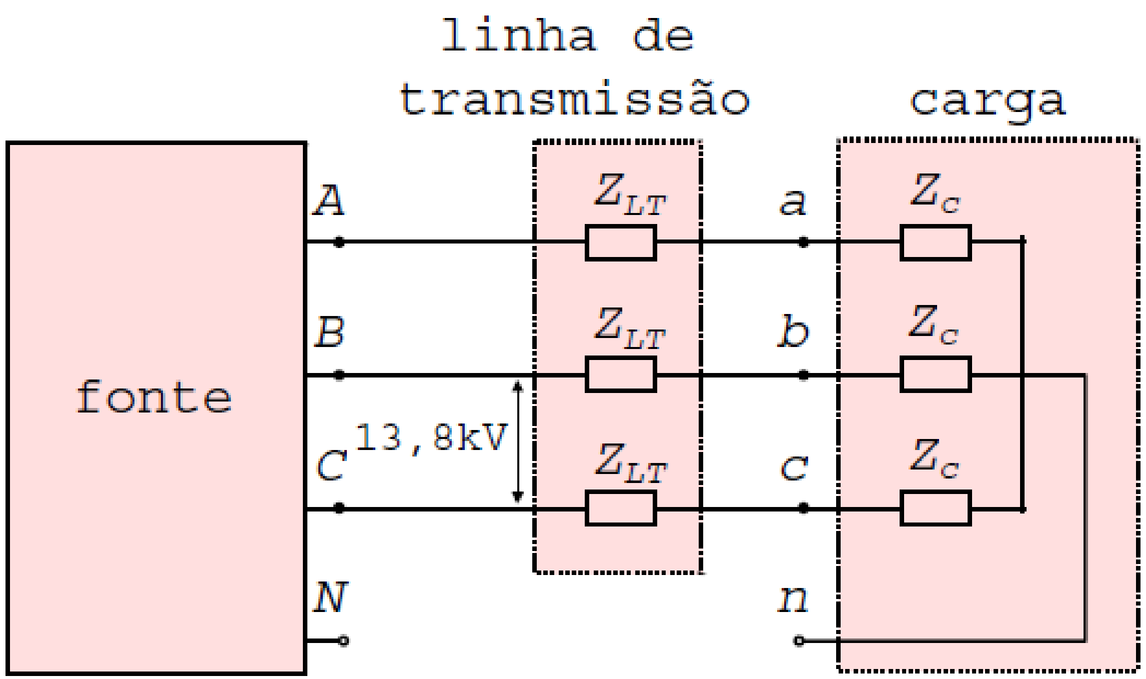
$$S_T = \sqrt{3}E_L I_L$$

$$S_T = 3S_\phi$$

CARGA EM Δ – FATOR DE POTÊNCIA

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} \text{ (adiantado ou atrasado)}$$

Fonte trifásica 13,8 kV alimenta uma carga equilibrada em Y com impedância $Z_C = 200 + j50\ \Omega$ por fase através de uma linha de transmissão com impedância $Z_{LT} = j10\Omega$ por fase.



Obter:
a) a corrente de linha;

a) Como a carga é equilibrada, pode-se calcular somente as tensões e correntes para uma das fases. As tensões e correntes das outras fases podem ser obtidas levando em conta as defasagens apropriadas, já que seus valores eficazes são os mesmos.

$$\hat{U}_{AN} = \frac{13{,}8}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \ \text{kV}$$

Corrente na fase A:

$$\hat{I}_A = \frac{\hat{U}_{AN}}{Z_C + Z_{LT}} = 38{,}16 \angle -16{,}7^\circ \ \text{A}$$

b) a tensão na carga, queda de tensão na linha e diagrama fasorial da fase a;

b) Tensão de fase na carga:

$$\hat{U}_{an} = Z_C \cdot \hat{I}_A = 7{,}87\angle -2{,}66^\circ \text{ kV}$$

Queda de tensão na linha de transmissão:

$$\hat{U}_{LT} = \hat{U}_{AN} - \hat{U}_{an} = 381{,}6\angle 73{,}3^\circ \text{ V}$$

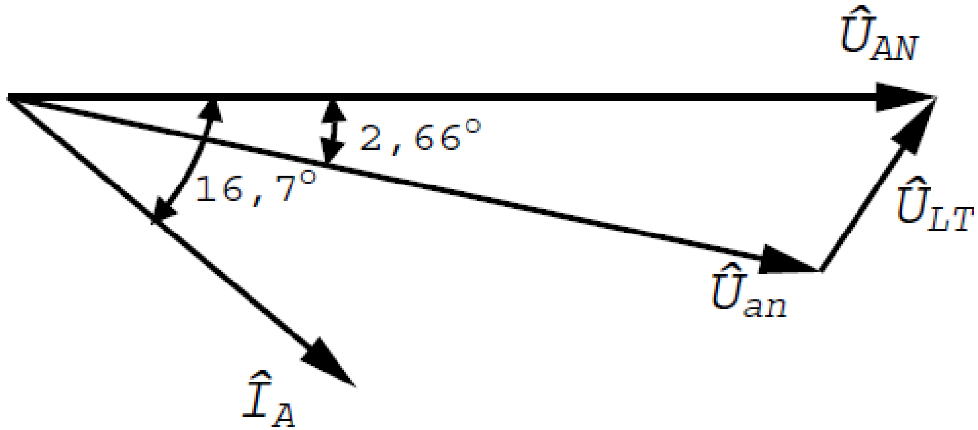


Diagrama fasorial da fase A

c) Potência aparente entregue à carga:

$$\left|S_C\right| = 3.U_{an}.I_A = 900{,}5 \text{ kVA}$$

d) a potência aparente fornecida à fonte;

$$\left|S_F\right| = 3.U_{AN}.I_A = 912 \text{ kVA}$$

e) as potências ativa e reativa consumidas pela linha;

$$S_{LT} = 3.\hat{U}_{LT}.\hat{I}_A^* = 43{,}7\angle 90^\circ \text{ kVA}$$

$$P_{LT} = 0 \qquad Q_{LT} = 43{,}7 \text{ kVA}$$

f) o fator de potência da carga

O fator de potência da carga é igual ao cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão da fase A e a corrente na fase A :

$$fp_{carga} = cos\left[\angle\hat{U}_{an} - \angle\hat{I}_{A}\right] = cos\left[(-2,66^{\circ}) - (-16,7^{\circ})\right] = 0,970$$

e também corresponde ao cosseno do ângulo da impedância da carga, ou seja:

$$fp_{carga} = cos\left[tg^{-1}\left(\frac{X_C}{R_C}\right)\right] = cos\left[tg^{-1}\left(\frac{50}{200}\right)\right] = 0,970$$

fator de potência visto pela fonte.

Fator de potência na fonte:

$$fp_{fonte} = cos\left(\angle\hat{U}_{AN} - \angle\hat{I}_A\right) = cos\left((0^\circ) - (-16{,}7^\circ)\right) = 0{,}958$$

Como a impedância da linha é puramente indutiva, o fator de potência visto pela fonte é menor do que o fator de potência da carga.

Uma carga equilibrada em Δ com $Z_Δ = 12 \angle 30°Ω$ e uma carga ligada em Y com $Z_Y = 5,0\angle 45°Ω$ são alimentadas por um sistema trifásico com $E_L = 208V$. Determinar a corrente na linha, todas as potências e o fator de potência.

Pode-se então calcular as potências:

$$\theta = \angle Z_{eq} = 36{,}62°$$

$$FP = \cos\phi = \cos(36{,}62°) = 0{,}80 \text{ atrasado}$$

$$P = \sqrt{3}.E_\ell.I_\ell.\cos\phi = \sqrt{3}.208.53{,}57.0{,}8 = 15490\ W$$

$$Q = \sqrt{3}.E_\ell.I_\ell.\mathrm{sen}\,\phi = \sqrt{3}.208.53{,}57.\mathrm{sen}(36{,}62°) = 11512\ VAR$$

$$S = \sqrt{3}.E_\ell.I_\ell = \sqrt{3}.208.53{,}57 = 19294\ VA$$

EXERCÍCIOS

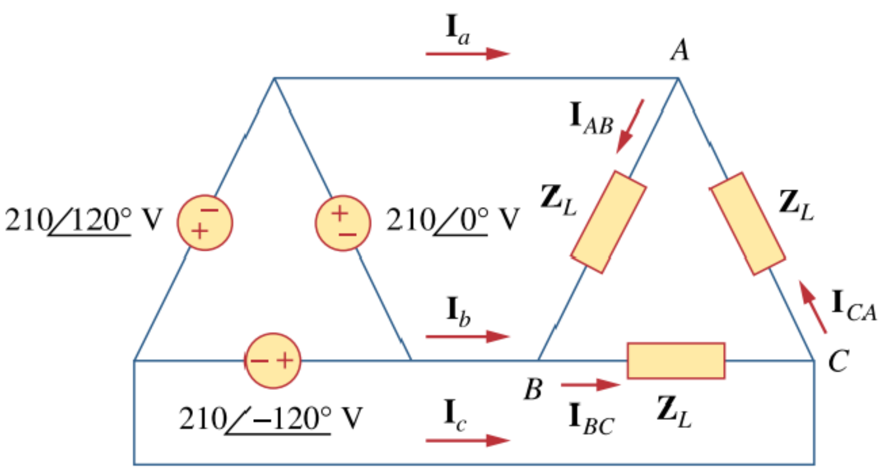
1) Uma determinada carga trifásica conectada em Δ possui uma corrente $I_{AC} = 10\angle{-30°}$ A . Nessas condições, pede-se:

(a) Determinar as correntes de linha, assumindo que o circuito opera com uma sequência de fases direta;

(b) Calcular a impedância da carga sabendo-se que $V_{AB} = 110\angle 0°$ V.

RESP: (a) $I_A = 17{,}32\ \angle 0°$ A $I_B = 17{,}32\ \angle{-120°}$ A $I_C = 17{,}32\ \angle 120°$ A   (b) $Z = 11\ \angle{-30°}\ \Omega$

2) Considerando-se o circuito Δ-Δ indicado na figura a seguir, calcule as respectivas correntes de linha e de fase, sabendo-se que a impedância da carga seja $Z_L = 12 + j9\ \Omega$.



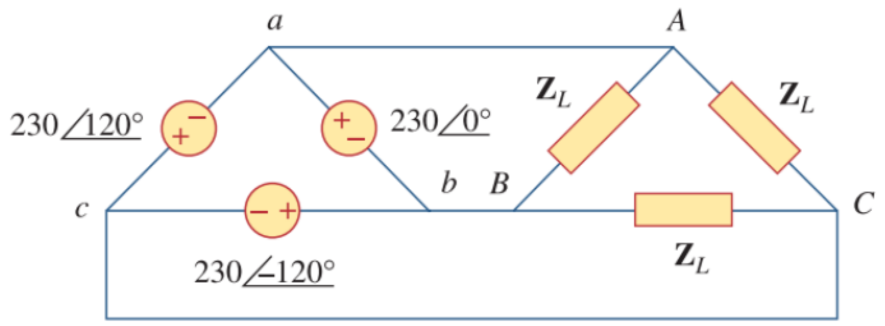
RESP: $I_{AB} = 14\angle{-36{,}87°}$ A $I_{BC} = 14\angle{-156{,}87°}$ A $I_{CA} = 14\angle 83{,}13°$ A

$I_a = 24{,}25\angle{-66{,}87°}$ A $I_b = 24{,}25\angle{-186{,}87°}$ A $I_c = 24.25\angle 53{,}13°$ A

3) Três geradores de 230 V formam uma fonte trifásica conectada em Δ, a qual é conectada a uma carga balanceada também conectada em Δ, conforme mostrado na figura. Sabendo-se que a impedância da carga (Z_L) é igual a 10 + j8 Ω, calcule:

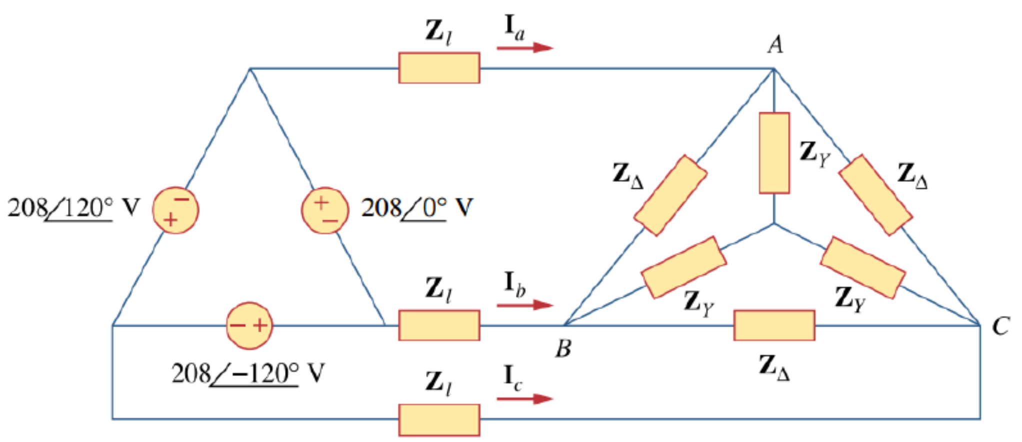
a) A amplitude de I_{AC};

b) A amplitude da corrente I_b.



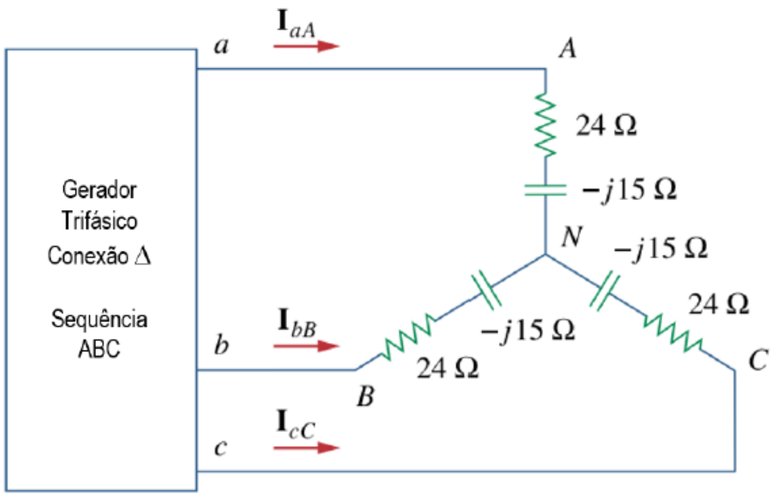
RESP: (a) I_{AC} = 17,96 ∠98,66° A (b) I_b = 31,1∠171,34° A

4) Calcule as correntes de linha I_a, I_b e I_c no circuito no circuito trifásico mostrado na figura abaixo, sabendo-se que: $Z_\Delta = 12 - j15\ \Omega$, $Z_Y = 4 + j6\ \Omega$ e $Z_l = 2\Omega$.



RESP: I_a = 15,53∠ -28,4° A I_b = 15,53∠ -148,4° A I_c = 15,53∠91,6° A

5) No circuito trifásico balanceado mostrado na figura a seguir tem-se que $V_{ab} = 125\angle 0°$ V. Diante do exposto, calcule as correntes I_{aA}, I_{bB} e I_{cC}.



RESP: $I_{aA} = 2{,}55\angle 2°$ A $I_{bB} = 2{,}55\angle -118°$ A $I_{cC} = 2{,}55\angle 122°$ A

6) Um circuito trifásico balanceado, conectado em Y-Δ, possui $V_{an} = 120\angle 0°$ V e $Z_{\Delta} = 51 + j45\ \Omega$. Nessas condições, sabendo-se que a impedância da linha por fase é igual a $0{,}4 + j1{,}2\ \Omega$, calcule a potência aparente complexa entregue para a carga.

RESP: $S_T = 1{,}3 + j1{,}15$ kVA

7) Uma carga balanceada, conectada em Δ, é suprida por uma fonte trifásica em 60 Hz com tensão de linha de 240 V. A carga de cada fase exige 6 kW com um fator de potência de 0,8 pu atrasado. Calcule:

a) A impedância da carga por fase;
b) A magnitude da corrente de linha.

RESP: (a) $Z_{CARGA} = 6{,}144 + j\,4{,}608\ \Omega$ (b) $I_L = 54{,}12$ A

8) Uma carga balanceada, conectada em Y, é suprida por uma fonte trifásica em 60 Hz com tensão de linha $V_{ab} = 240\angle 0°$ V. Sabendo-se que a carga apresenta um fator de potência igual a 0,5 pu atrasado e que cada fase exige 5 kW da fonte. Calcule:

c) A impedância Z_Y;

d) As correntes de linha I_a, I_b e I_c.

RESP: (a) $Z_Y = 0{,}96 + j1{,}663\ \Omega$ (b) Ia = $72{,}17\angle{-90°}$ A Ib = $72{,}17\angle{-210°}$ A Ic = $72{,}17\angle 30°$ A

9) Uma fonte trifásica entrega 4800 VA para uma carga trifásica conectada em Y, com uma tensão de fase igual a 208 V e um fator de potência igual a 0,9 pu atrasado. Nessas condições, calcule a magnitude da corrente de linha e da tensão de linha.

RESP: $I_L = 7{,}69$ A $V_L = 360{,}3$ V

10) Três impedâncias idênticas, com $60 + j30\ \Omega$ cada, são conectadas em Δ a uma tensão de 230 V_{rms} de um circuito determinado trifásico. Adicionalmente, um outro conjunto de três impedâncias idênticas, com $40 + j10\ \Omega$ cada, são conectadas em Y ao mesmo circuito trifásico. Nessas condições, determine:

a) A corrente de linha;

b) A potência aparente complexa suprida para as duas cargas;

c) O fator de potência das duas cargas combinadas.

RESP: (a) $I_L = 5{,}59 + j\,7{,}20$ A (b) $S_T = 3{,}36 + j\,1{,}37$ kVA (c) fp = 0,93 pu

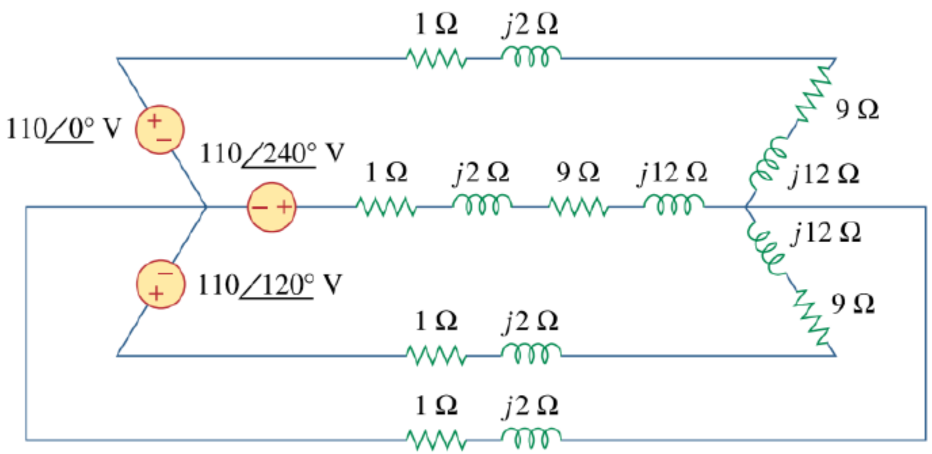
11) Uma alimentador trifásico possui uma impedância de $4 + j10\ \Omega$ por fase. Sabendo-se que o mesmo supre uma carga trifásica de 1 MVA com fator de potência igual a 0,75 atrasado e que a tensão de linha nos terminais da carga é igual a 4200 V, calcule:

a) A potência aparente complexa da carga;

b) As perdas totais no alimentador.

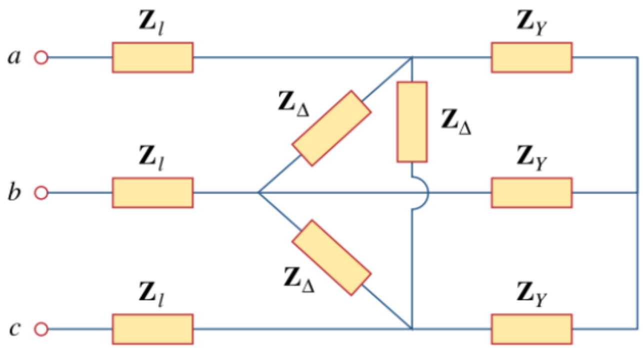
RESP: (a) $S = 0{,}75 + j0{,}6614$ MVA (b) $P_{Perdas} = 226{,}76$ kW

12) Dado o circuito indicado na figura a seguir, calcule a potência aparente complexa absorvida pela carga.



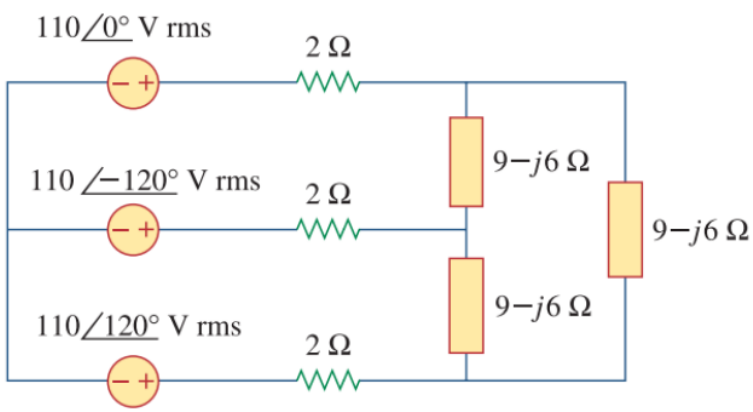
RESP: $S = 1103 + j1470$ VA

13) O circuito da figura abaixo é alimentado por uma fonte trifásica balanceada com tensão de linha de magnitude igual a 210 V. Se $Z_l = 1 + j1\ \Omega$, $Z_\Delta = 24 - j30\ \Omega$ e $Z_Y = 12 + j5\ \Omega$, determine a magnitude da corrente de linha das duas cargas combinadas.



RESP: $I_L = 13{,}66$ A

14) Para o sistema trifásico balanceado mostrado na figura abaixo, calcular a corrente de linha e a potência ativa total entregue para a carga.



RESP: $I_L = 20{,}43$ A $P_T = 3744$ W

Um gerador de 220 V (tensão de linha), 60 Hz, trifásico simétrico, alimenta as seguintes cargas equilibradas:

(1)Iluminação: 25 kW, fator de potência unitário.

(2)Compressor: motor de indução de 100 cv com rendimento de 92 % e fator de potência 0,85 indutivo.

(3) Máquinas diversas: motores de indução, totalizando 46,7 kW, com fator de potência 0,75 indutivo.

Pede-se:

(a) A potência total fornecida pelo gerador.

(b) O fator de potência global.

(c) O banco de capacitores a ser instalado para que o fator de potência global da instalação seja 0,95 indutivo.

(d) A corrente antes e após a inserção do banco de capacitores.

CIRCUITOS ELÉTRICOS III

5ª Termo

Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Giuliano Pierre Estevam

Aula 02

www.electroenge.com.br

ELECTROENGE

SISTEMAS COM CARGAS DESEQUILIBRADAS

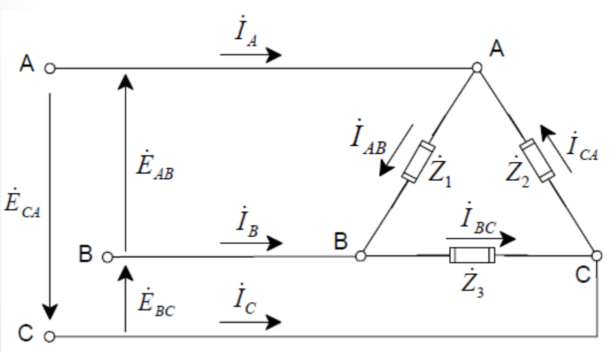
Prof. Dr. Giuliano Pierre Estevam

CARGAS DESEQUILIBRADAS

A seguir são apresentados sistemas nos quais as cargas trifásicas não são iguais. Cargas trifásicas diferentes são chamadas cargas desequilibradas. Para cada uma das configurações são apresentadas as equações necessárias à solução do circuito.

Carga em Δ

A resolução de um circuito com uma carga desequilibrada ligada em Δ consiste em calcular as correntes de fase I_{AB}, I_{BC} e I_{CA} para após, utilizando estas correntes e a Lei das Correntes de Kirchoff calcular as correntes de linha. Desta maneira tem-se que:



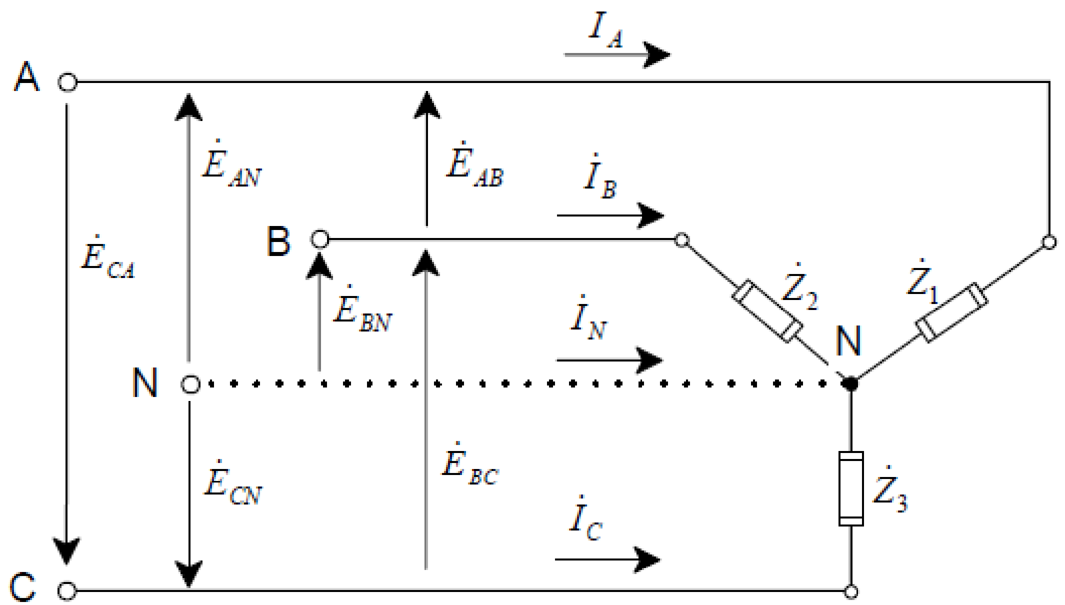
$$\dot I_{AB} = \frac{\dot E_{AB}}{\dot Z_1}, \quad \dot I_{BC} = \frac{\dot E_{BC}}{\dot Z_3}, \quad \dot I_{CA} = \frac{\dot E_{CA}}{\dot Z_2}$$

$$\underbrace{\dot I_A = \dot I_{AB} - \dot I_{CA}}_{\text{NÓ A}} \qquad \underbrace{\dot I_B = \dot I_{BC} - \dot I_{AB}}_{\text{NÓ B}} \qquad \underbrace{\dot I_C = \dot I_{CA} - \dot I_{BC}}_{\text{NÓ C}}$$

Carga em Y com Neutro

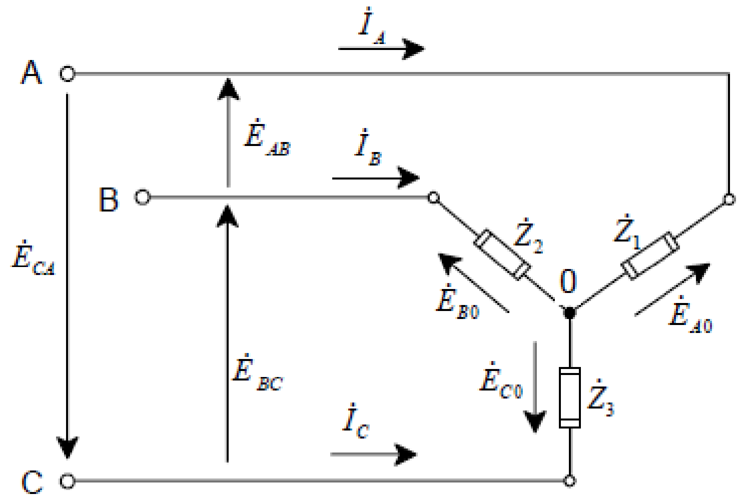
Em um sistema com uma carga trifásica ligada em Y com neutro, o condutor neutro transporta a corrente não equilibrada. As correntes nas impedâncias são as próprias correntes de linha que são desiguais e não apresentam simetria. Estas correntes não simétricas e a corrente no neutro são dadas por:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{AN}}{\dot{Z}_1} \qquad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{BN}}{\dot{Z}_2} \qquad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{CN}}{\dot{Z}_3} \qquad \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$



Carga em Y sem Neutro

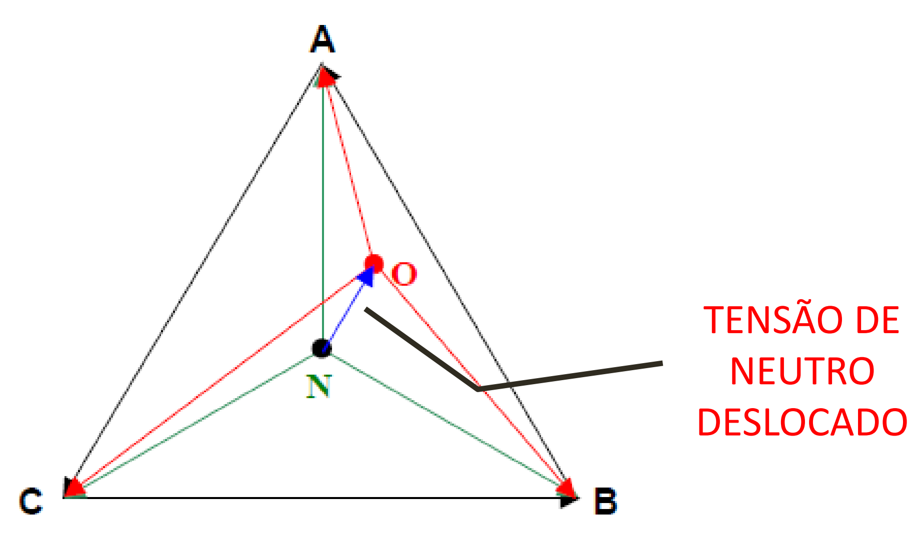
Existem três métodos de solução: (1) utilização do método das correntes de Malha (JÁ VISTO); (2) transformação da carga em Y em uma carga em Δ (JÁ VISTO); (3) utilização do método do deslocamento do neutro.



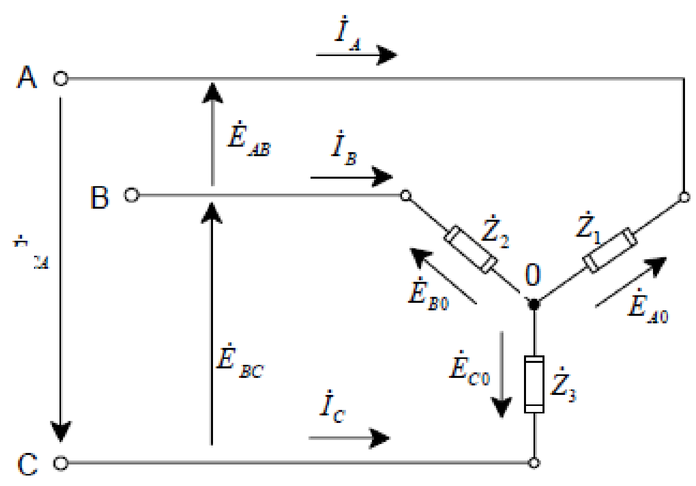
Método do deslocamento do neutro

Para este método deve ser construído o triângulo de tensões apresentado abaixo a direita.

Para este método deve ser construído o triângulo de tensões apresentado abaixo:



CIRCUITO COM O NEUTRO DESLOCADO



Do circuito obtém-se as seguintes equações:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Aplicando-se a lei de Ohm para as impedâncias tem-se:

$$\frac{\dot{E}_{A0}}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{E}_{C0}}{\dot{Z}_3} = 0$$

Como as tensões **E**AB e **E**BC são conhecidas pode-se obter a tensão **E**B0.

$$\frac{\dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB}}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC}}{\dot{Z}_3} = 0$$

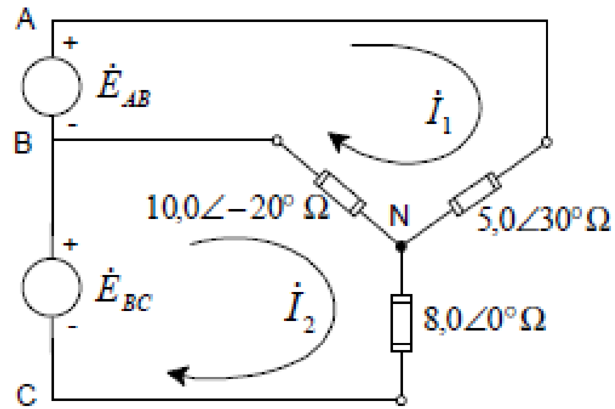
A partir do triângulo das tensões pode-se obter as tensões $\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{E}_{B0} + \mathbf{E}_{AB}$ e $\mathbf{E}_{C0} = \mathbf{E}_{B0} - \mathbf{E}_{BC}$ e então obter as correntes nas linhas:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{A0}}{\dot{Z}_1} \qquad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} \qquad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{C0}}{\dot{Z}_3}$$

A tensão de deslocamentos é dada então por: $\mathbf{E}_{0N} = \mathbf{E}_{BN} - \mathbf{E}_{BO}$

EXEMPLO

Um sistema ABC, 220 V trifásico a três fios possui uma carga ligada em Y com $\mathbf{Z}_1 = 5{,}0\angle 30°\Omega$, $\mathbf{Z}_2 = 10{,}0\angle -20°\Omega$ e $\mathbf{Z}_3 = 8{,}0\angle 0°\Omega$. Deseja-se obter as correntes de linha em cada carga e a tensão de deslocamento do neutro considerando $\mathbf{E}_{BC}$ como referência.



As tensões de fase com a seqüência ABC são:

$$\dot{E}_{AB} = 220\angle 120°\,\text{V}$$
$$\dot{E}_{BC} = 220\angle 0°\ \ \text{V}$$
$$\dot{E}_{CA} = 20\angle 240°\ \ \text{V}$$

1. A solução pelo método das malhas é dada por $\left[\dot{E}\right] = \left[\dot{Z}\right]\left[\dot{I}\right]$, ou seja:

$$\begin{bmatrix} 220\angle 120° \\ 220\angle 0° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13{,}73 - j0{,}92 & -10\angle -20° \\ -10\angle -20° & 17{,}40 - j3{,}72 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \text{ e tem-se: } \begin{matrix} \dot{I}_1 = 19{,}15\angle 74{,}20°\,\text{A} \\ \dot{I}_2 = 20{,}67\angle 36{,}19°\,\text{A} \end{matrix}.$$

Pode-se então determinar as correntes de linha/fase:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 = 19{,}15\angle 74{,}20°\,\text{A}$$
$$\dot{I}_B = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = 13{,}05\angle -28{,}57°\,\text{A}$$
$$\dot{I}_C = -\dot{I}_2 = 20{,}67\angle -143{,}81°\,\text{A}$$

Pode-se então determinar as correntes de linha/fase:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 = 19{,}15\angle 74{,}20°\,\text{A}$$
$$\dot{I}_B = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = 13{,}05\angle -28{,}57°\,\text{A}$$
$$\dot{I}_C = -\dot{I}_2 = 20{,}67\angle -143{,}81°\,\text{A}$$

E para um circuito em Y a três fios deve-se ter $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ que pode ser utilizado para verificar-se a exatitude dos cálculos.

Pode-se então calcular a tensão de deslocamento de neutro:

$$\dot{E}_{B0} = \dot{I}_B.\dot{Z}_B = 13{,}05\angle -28{,}51°.10\angle -20° = 130{,}5\angle -48{,}51°\,\mathrm{V}$$

$$\dot{E}_{0N} = \dot{E}_{BN} - \dot{E}_{B0} = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle -30° - 130{,}5\angle -48{,}51° = 41{,}56\angle 55{,}48°\,\mathrm{V}$$

2. Solução pelo método de deslocamento do neutro:

$$\frac{\dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB}}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC}}{\dot{Z}_3} = 0$$

$$\frac{\dot{E}_{B0} + 220\angle 120°}{5\angle 30°} + \frac{\dot{E}_{B0}}{10\angle -20°} + \frac{\dot{E}_{B0} - 220\angle 0°}{8\angle 0°} = 0$$

$$\dot{E}_{B0} = 130{,}5\angle -48{,}45°\,\mathrm{V} \qquad \dot{E}_{A0} = \dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB} = 95{,}78\angle 104{,}17°\,\mathrm{V}$$

$$\dot{E}_{C0} = \dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC} = 165{,}36\angle -143{,}80°\,\mathrm{V}$$

Pode-se então determinar as correntes de linha/fase:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{A0}}{\dot{Z}_1} = 19{,}16\angle 74{,}17°\,\mathrm{A} \qquad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} = 13{,}05\angle -28{,}45°\,\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{C0}}{\dot{Z}_3} = 20{,}67\angle -143{,}80°\,\mathrm{A}$$

Pode-se então calcular a tensão de deslocamento de neutro: $\dot{E}_{0N} = \dot{E}_{BN} - \dot{E}_{B0} = 41{,}42\angle 55{,}53°\,\mathrm{V}$

Potência em Cargas Trifásicas Desequilibradas

Com impedâncias diferentes tem-se correntes diferentes e potências por fase diferentes. Logo deve-se calcular a potência em cada fase e depois somá-las (somente as potências ativa e reativa).

$$P_{f1} = E_{f1}.I_{f1}.\cos\phi_1 \;\; [W]$$
$$P_{f2} = E_{f2}.I_{f2}.\cos\phi_2 \;\; [W]$$
$$P_{f3} = E_{f3}.I_{f3}.\cos\phi_3 \;\; [W]$$
$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 \;\; [W]$$

$$Q_{f1} = E_{f1}.I_{f1}.\operatorname{sen}\phi_1 \;\; [VAR]$$
$$Q_{f2} = E_{f2}.I_{f2}.\operatorname{sen}\phi_2 \;\; [VAR]$$
$$Q_{f3} = E_{f3}.I_{f3}.\operatorname{sen}\phi_3 \;\; [VAR]$$
$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \;\; [VAR]$$

$$S = P_T + jQ_T \;\; [VA]$$

$$FP = \cos\phi = \frac{P_T}{S_T}$$

Um sistema trifásico, 220 V, alimenta as seguintes cargas ligadas em Y a 4 fios: $Z_A = 5\angle 30°\Omega$, $Z_B = 10\angle -20°\Omega$ e $Z_C = 8\angle 0°\Omega$. Pede-se determinar as potências por fase e as potências totais.

O primeiro passo é a determinação das correntes solicitadas pelas impedâncias.

$$I_A = \frac{E_{AN}}{Z_A} = \frac{E_{AB}}{\sqrt{3}.Z_A} = \frac{220}{\sqrt{3}.5} = 25,40 \text{ A}$$

$$I_B = \frac{E_{BN}}{Z_B} = \frac{E_{BC}}{\sqrt{3}.Z_B} = \frac{220}{\sqrt{3}.10} = 12,70 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{E_{CN}}{Z_C} = \frac{E_{CA}}{\sqrt{3}.Z_C} = \frac{220}{\sqrt{3}.8} = 15,88 \text{ A}$$

Pode-se agora determinar as potências ativas nas fases:

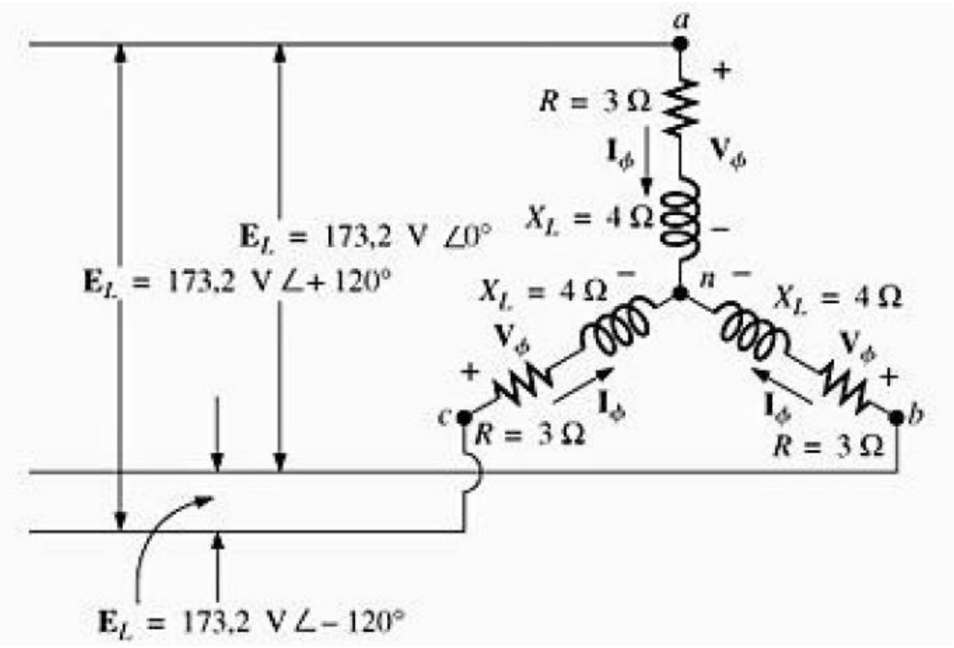
$$P_A = E_{AN}.I_A.\cos\phi_A = \frac{220}{\sqrt{3}}.25,40.\cos(30°) = 2794 \text{ W}$$

$$P_B = E_{BN}.I_B.\cos\phi_B = \frac{220}{\sqrt{3}}.12,70.\cos(-20°) = 1516 \text{ W}$$

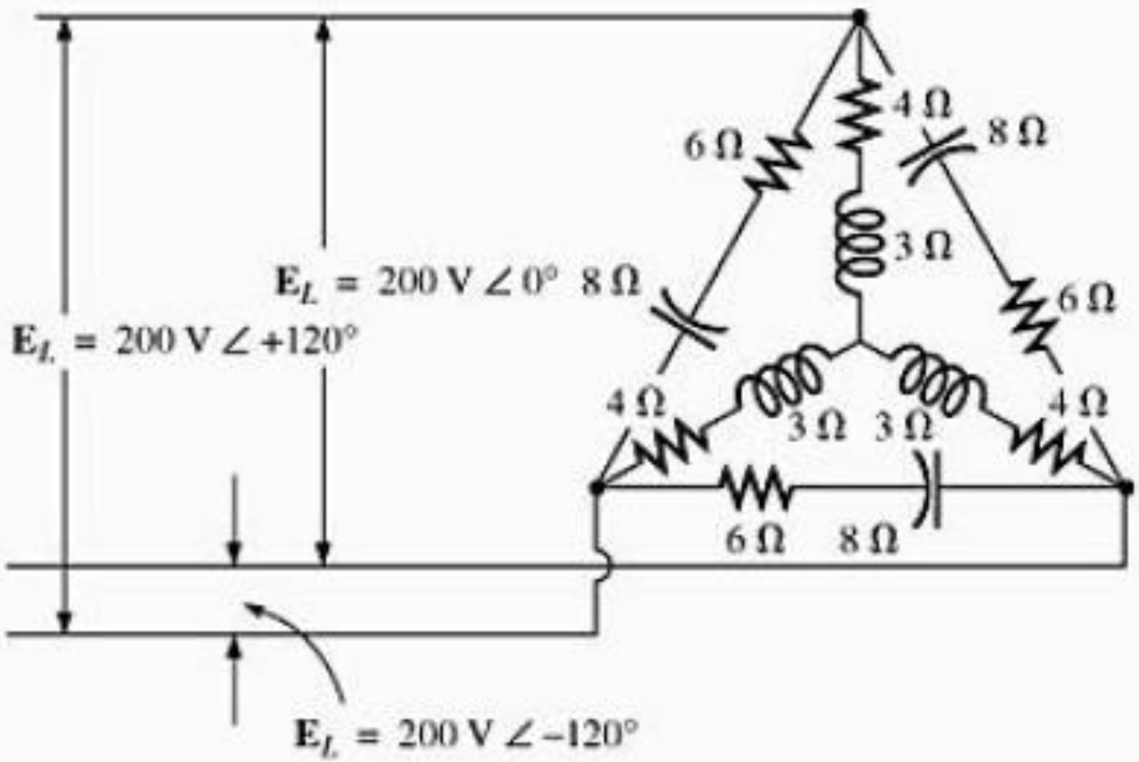
$$P_C = E_{CN}.I_C.\cos\phi_C = \frac{220}{\sqrt{3}}.15,88.\cos(0°) = 2017 \text{ W}$$

Para a carga conectada em Y vista na Figura 22.23:

a. Determine a potência média para cada fase e a potência média total.
b. Determine a potência reativa para cada fase e a potência reativa total.
c. Determine a potência aparente para cada fase e a potência aparente total.
d. Determine o fator de potência da carga.



Para a carga conectada em Δ-Y mostrada na Figura 22.25, determine os valores totais das potências média, reativa e aparente. Além disso, determine o fator de potência da carga.



8) Um sistema trifásico de seqüência *abc* de 240 Volts, a três condutores (figura 5), tem carga ligada em triângulo com $\underline{Z}_{AB} = 10\underline{|0,0^o}$, $\underline{Z}_{BC} = 10\underline{|30,0^o}$ e $\underline{Z}_{CA} = 15\underline{|-30,0^o}$. Calcular as três correntes de linha e traçar o diagrama de fasores. Dados: $\overline{V}_{AB} = 240\underline{|120^o}\ (V)$, $\overline{V}_{BC} = 240\underline{|0,0^o}\ (V)$ e $\overline{V}_{CA} = 240\underline{|240^o}\ (V)$.

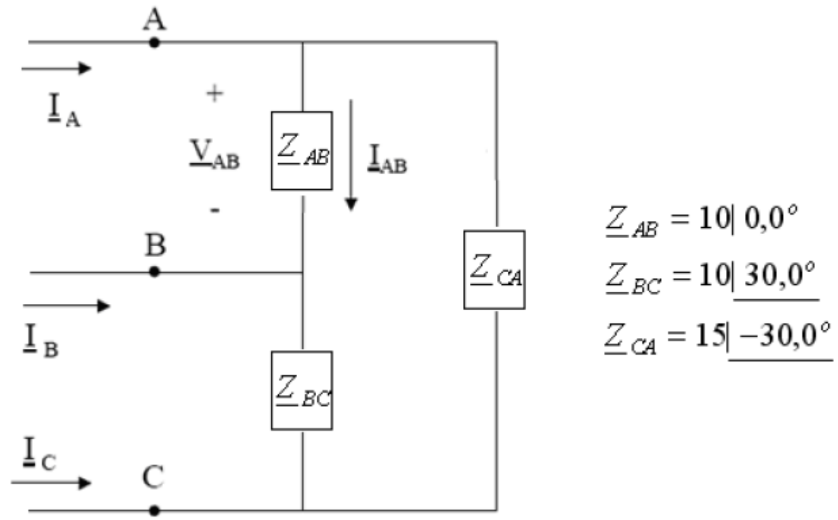


Figura 5: Sistema trifásico com carga desequilibrada em triângulo

Resposta: $\overline{I}_A = 38,7\underline{|108,1^o}\ (A)$; $\overline{I}_B = 46,4\underline{|-45^o}\ (A)$; $\overline{I}_C = 21,2\underline{|190,9^o}\ (A)$.

9) Calcule a potência total da carga trifásica do circuito da figura 5.

Resposta: $P_{3\phi}^{carga} = 14073,6\ (W)$.

10) Um sistema trifásico de seqüência *acb* e tensão de 208 Volts (figura 6), tem carga ligada em estrela com o centro-estrela aterrado (sem impedância) e apresenta $\underline{Z}_A = 6|\underline{0,0^o}$, $\underline{Z}_B = 6|\underline{30,0^o}$ e $\underline{Z}_C = 5|\underline{45^o}$. Determinar: a) as correntes de linha e no neutro; b) o diagrama de fasores das correntes de linha e no neutro. Dados: $\overline{V}_{AN} = 120|\underline{-90^o}\ (V)$, $\overline{V}_{BN} = 120|\underline{30^o}\ (V)$ e $\overline{V}_{CN} = 120|\underline{150^o}\ (V)$.

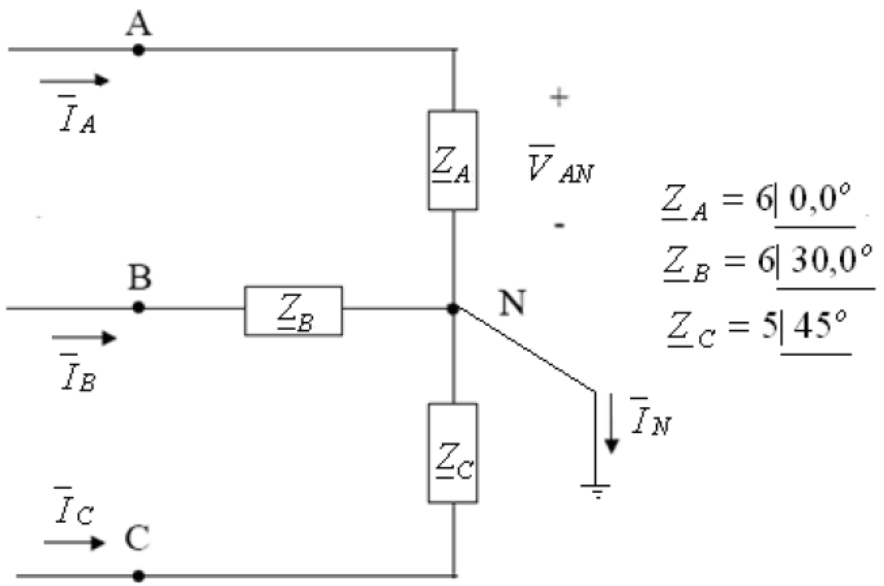


Figura 6: Sistema trifásico a quatro fios com carga desequilibrada em estrela

Resposta: a) $\overline{I}_A = 20|\underline{-90^o}\ (A)$; $\overline{I}_B = 20|\underline{0,0^o}\ (A)$; $\overline{I}_C = 24|\underline{105^o}\ (A)$; $\overline{I}_N = 14,15|\underline{12,996^o}\ (A)$

11) Um sistema trifásico a três fios de seqüência *acb* e tensão de 208 Volts (figura 7), tem carga ligada em estrela com centro-estrela isolado e apresenta $\underline{Z}_A = 6\underline{|0{,}0^o}$, $\underline{Z}_B = 6\underline{|30{,}0^o}$ e $\underline{Z}_C = 5\underline{|45^o}$. Determinar: a) as correntes de linha e o fasor tensão em cada impedância; b) traçar o triângulo das tensões e determinar a tensão de deslocamento do neutro ($\overline{V}_{O'N}$) considerando que o potencial elétrico do ponto neutro N é igual a zero. Dados: $\overline{V}_{AB} = 208\underline{|240^o}\ (V)$, $\overline{V}_{BC} = 208\underline{|0{,}0^o}\ (V)$ e $\overline{V}_{CA} = 208\underline{|120^o}\ (V)$.

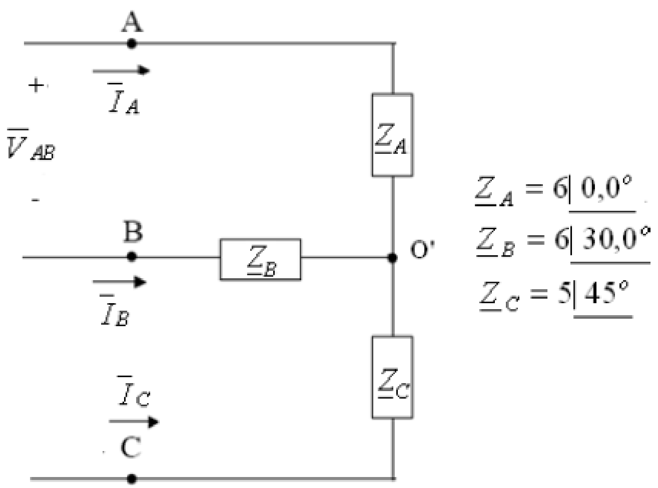


Figura 7: Sistema trifásico a três fios com carga desequilibrada em estrela

Resposta: a) $\overline{I}_A = 23{,}3\underline{|261{,}1^o}\ (A)$; $\overline{I}_B = 15{,}45\underline{|-2{,}5^o}\ (A)$; $\overline{I}_C = 26{,}5\underline{|116{,}6^o}\ (A)$; $\overline{V}_{AO'} = 139{,}8\underline{|261{,}1^o}\ (V)$,

$\overline{V}_{BO'} = 92{,}7\underline{|27{,}5^o}\ (V)$ e $\overline{V}_{CO'} = 132{,}5\underline{|161{,}6^o}\ (V)$

b) $\overline{V}_{O'N} = 28{,}1\underline{|39{,}8^o}\ (V)$

13) Para um sistema trifásico de seqüência *abc* com centro-estrela da carga aterrado solidamente, onde $\underline{Z}_A = 10\underline{|0,0^o}$, $\underline{Z}_B = 15\underline{|30,0^o}$ e $\underline{Z}_C = 10\underline{|-30^o}$. Considerando $\overline{V}_{AN} = 120\underline{|-90^o}\ (V)$, $\overline{V}_{BN} = 120\underline{|-30^o}\ (V)$ e $\overline{V}_{CN} = 120\underline{|-150^o}\ (V)$, determinar: a) as correntes de linha e do neutro; b) a potência total da carga.

14) No circuito da figura a seguir são conhecidas as seguintes tensões: $\overline{V}_{a'n'} = 127\underline{|0,0^o}\ (V)$, $\overline{V}_{b'n'} = 127\underline{|-120^o}\ (V)$ e $\overline{V}_{c'n'} = 127\underline{|120^o}\ (V)$. Determine: a) A corrente no neutro; b) As correntes de linha

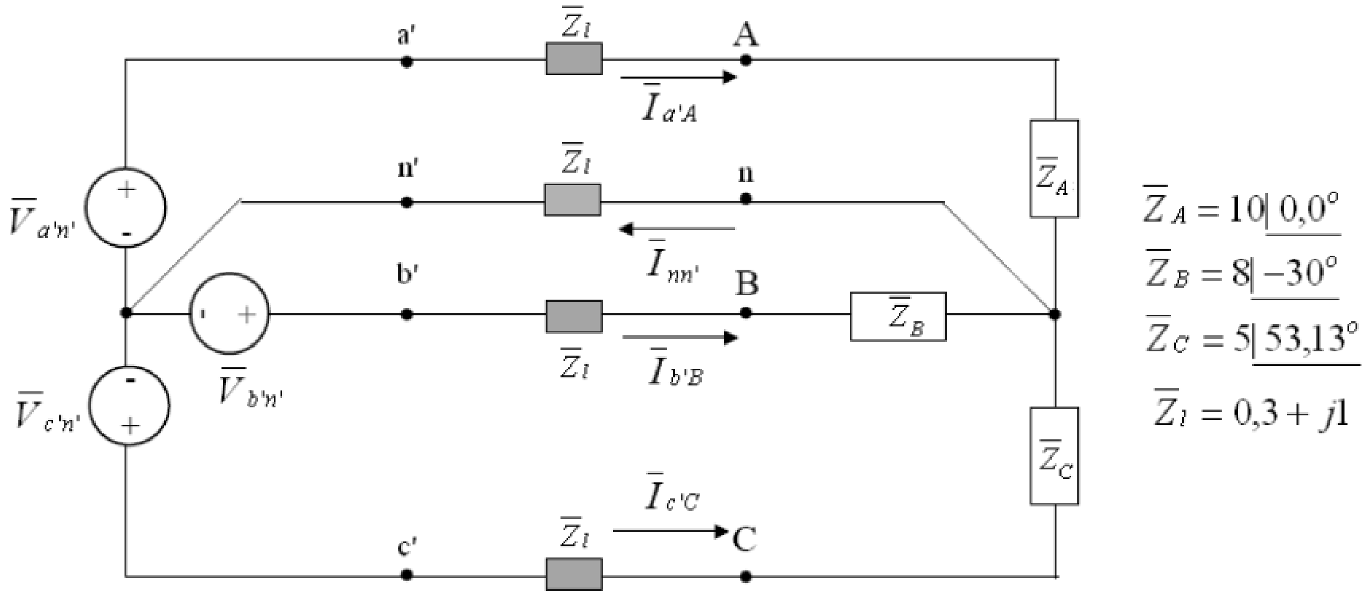


Figura 8: sistema trifásico a quatro fios com carga desequilibrada

WATTÍMETRO

O wattímetro é um instrumento de medição que utiliza o princípio eletrodinamométrico. A bobina fixa ou de campo, é utilizada em série com a carga. A bobina móvel ou de potencial, é utilizada em paralelo com a carga.

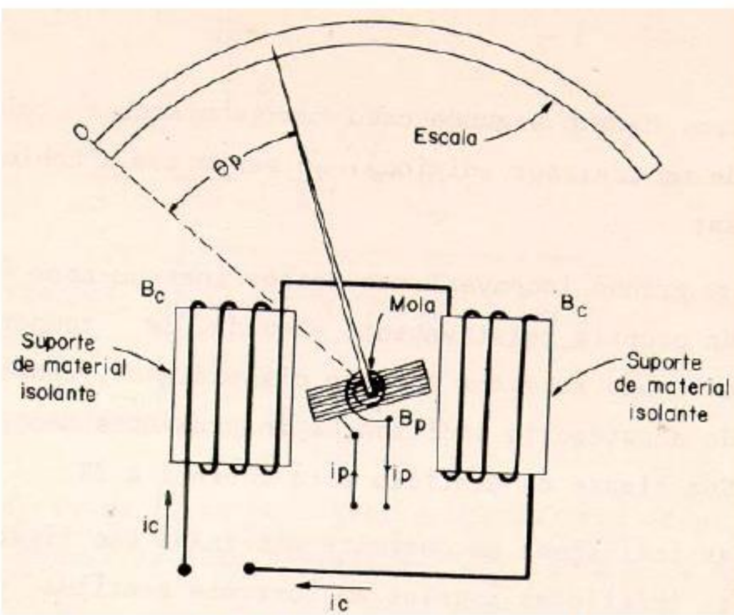


Figura 1 - Esquema básico do instrumento eletrodinâmico.

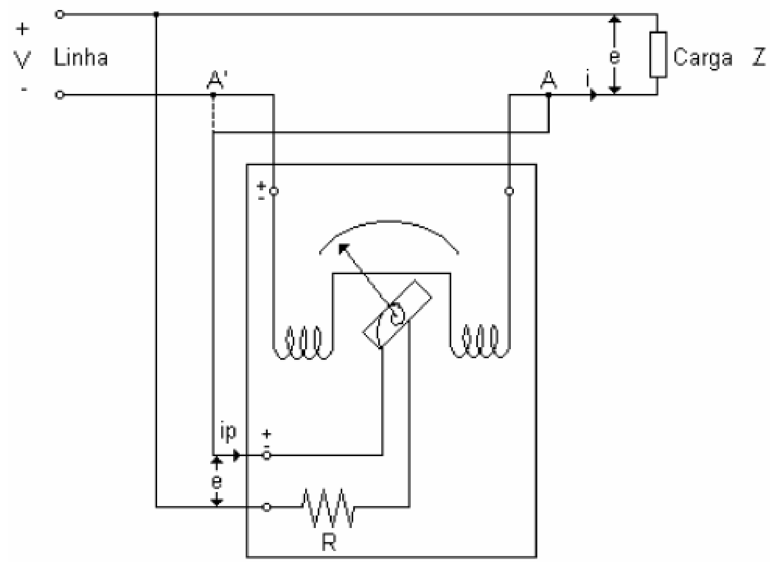


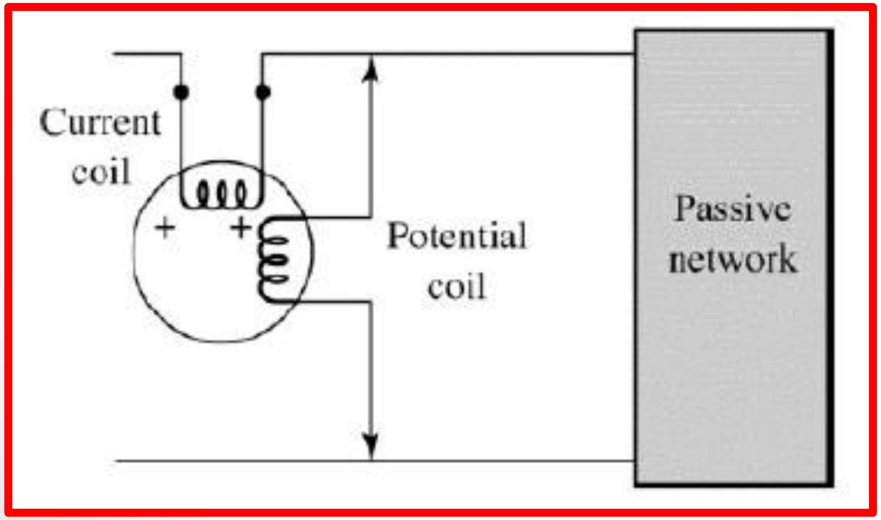
Figura 2 - Esquema básico de ligação de um wattímetro.

Medida de potência em sistemas monofásicos

Wattímetro: contém duas bobinas:

- Bobina de corrente, de baixa resistência, conectada em série com o dispositivo em teste.

- Bobina de potencial, de alta resistência, conectada em paralelo com o dispositivo em teste



A deflexão do ponteiro, que indica a potência média, é função do produto das duas correntes, portanto proporcional à potência média.

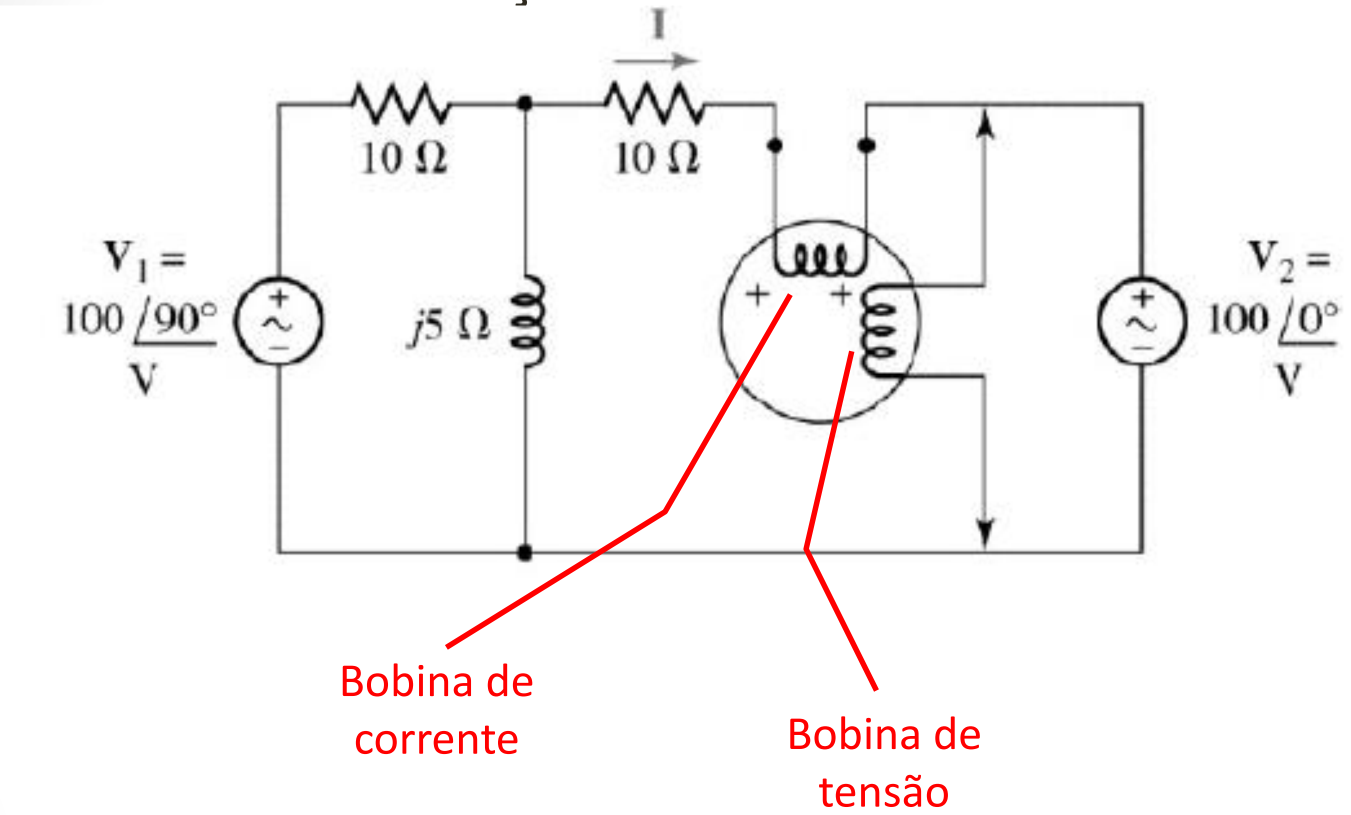
Wattímetros tem quatro terminais, com indicações para conexão apropriada:

Ambas bobinas tem um terminal marcado com o sinal “+”. A indicação do wattímetro será positiva (dispositivo consumindo potência), se:

A corrente entrando no terminal “+” da bobina de corrente for positiva quando a tensão do terminal “+” for positiva com relação ao terminal não identificado da bobina de potencial.

Exemplo

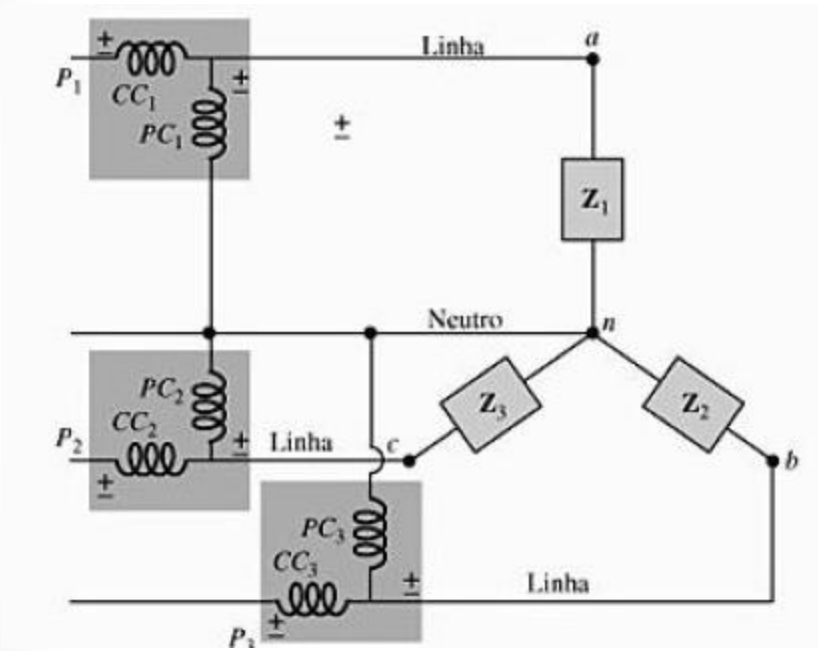
Determine a indicação do wattímetro no circuito abaixo:

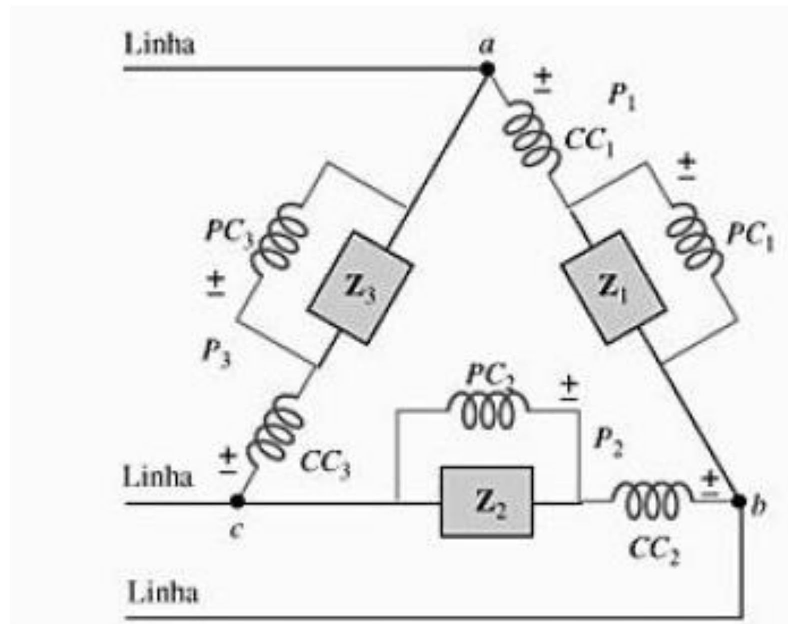


FAZER NA LOUSA

MEDIDAS DE POTÊNCIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS

MÉTODO DOS TRÊS WATTÍMETROS



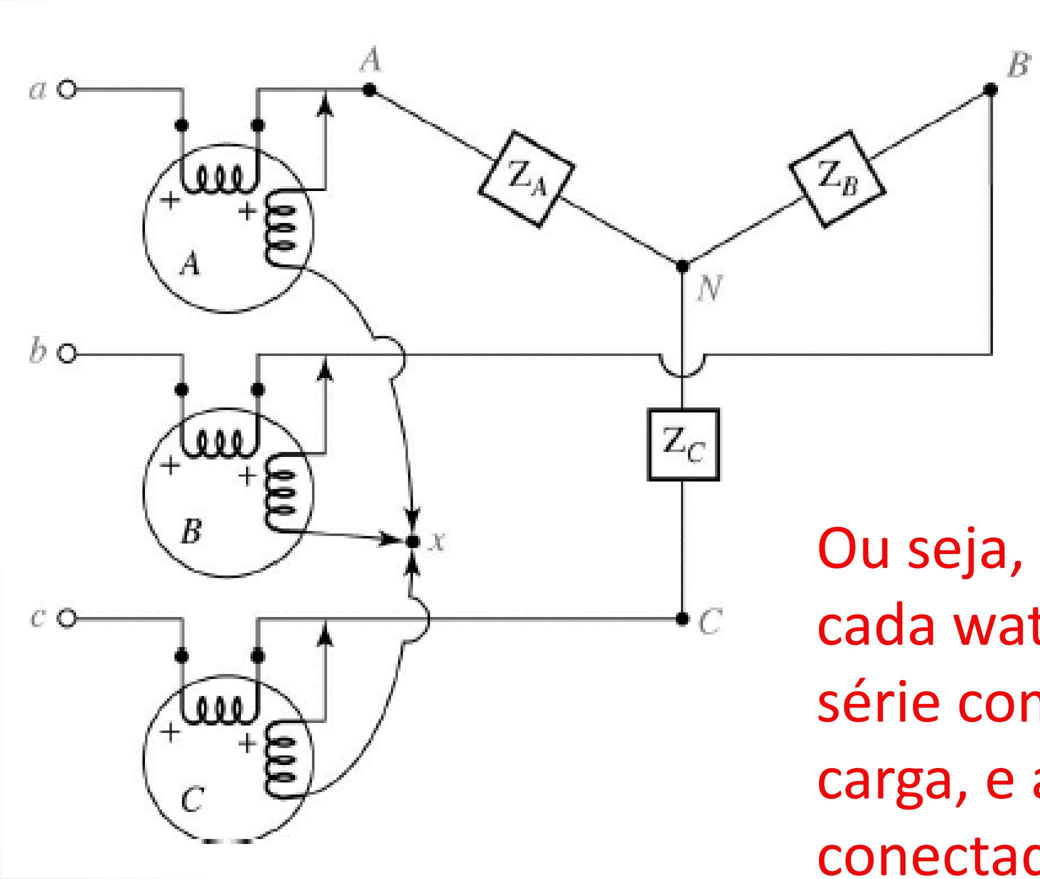


$$\boxed{P_{T_Y} = P_1 + P_2 + P_3}$$

$$\boxed{P_{T_\Delta} = P_1 + P_2 + P_3}$$

No entanto, em sempre tem-se acesso aos dois terminais de cada carga monofásica que compõem a carga trifásica.

Por exemplo, em uma carga trifásica em Y, pode-se não ter acesso ao terminal neutro.

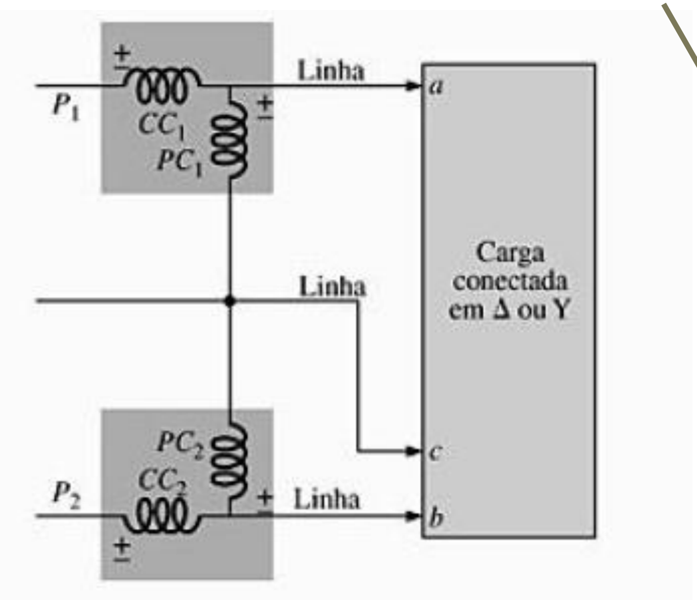


Ou seja, a bobina de corrente de cada wattímetro é conectada em série com cada elemento da carga, e a bobina de potencial é conectada entre um dos terminais da carga e um ponto comum x.

FAZER NA LOUSA

MEDIDAS DE POTÊNCIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS

MÉTODO DOS DOIS WATTÍMETROS

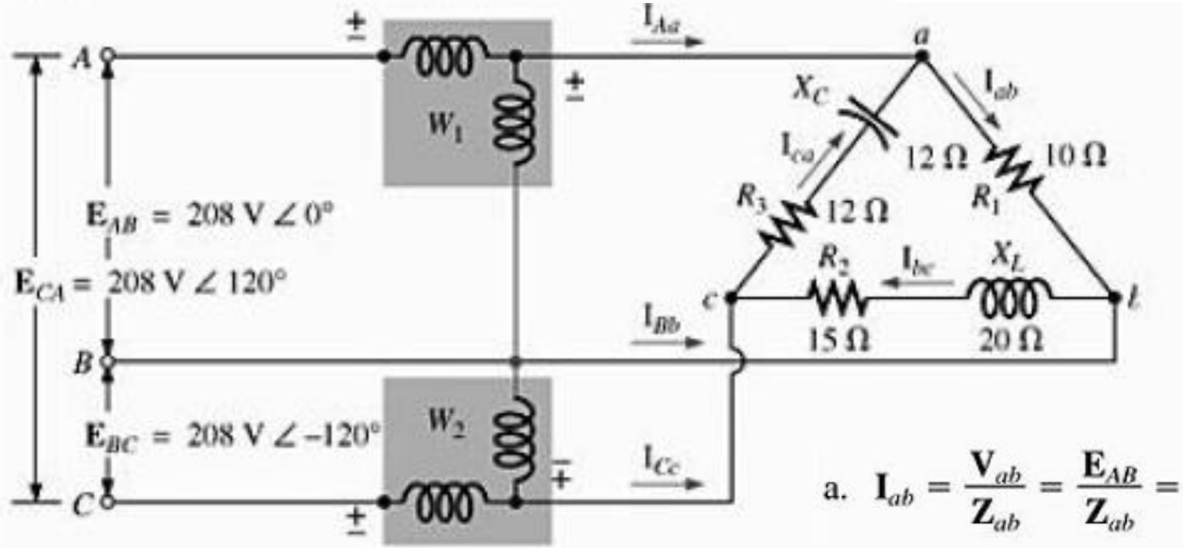


TEOREMA DE BLONDEL

“Se a energia é fornecida a uma carga polifásica através de n fios, a potência total na carga é dada pela soma algébrica das leituras de n wattímetros, ligados de tal maneira que cada um dos n fios contenha uma bobina de corrente de um wattímetro, estando a correspondente bobina de potencial ligada entre este fio e um ponto comum a todas as bobinas de potencial, o ponto O. Se este ponto estiver sobre um dos n fios, bastam (n-1) wattímetros.”

Para a carga não-equilibrada conectada em Δ mostrada na Figura 22.23, com dois wattímetros conectados adequadamente ao circuito:

a. Determine o módulo e o ângulo das correntes de fase.



a. $$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{\mathbf{E}_{AB}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{208\text{ V}\angle 0^\circ}{10\ \Omega \angle 0^\circ} = \mathbf{20{,}8\ A \angle 0^\circ}$$

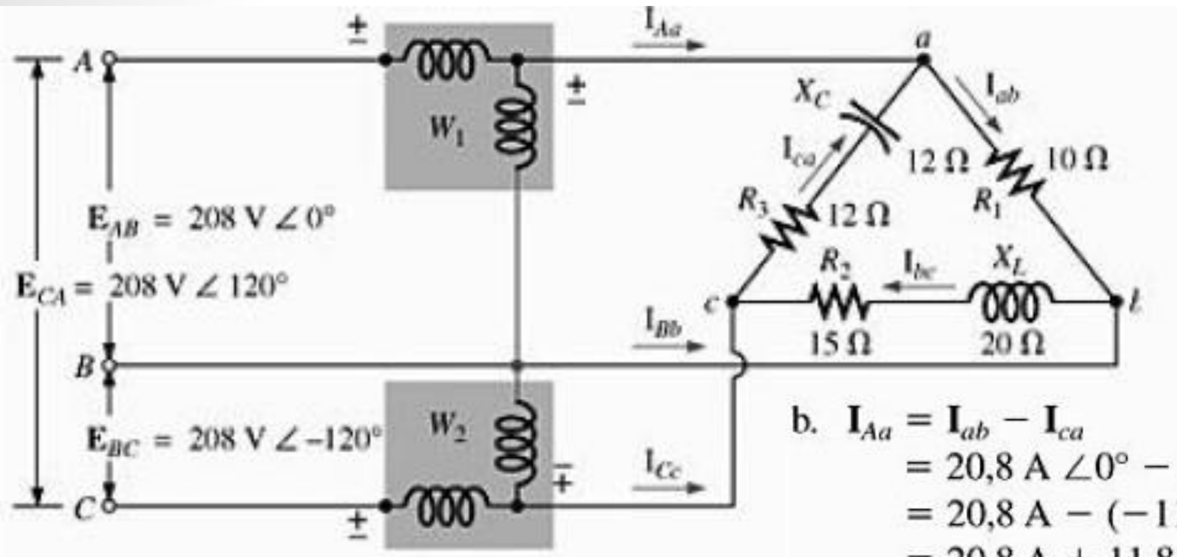
$$\mathbf{I}_{bc} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{\mathbf{E}_{BC}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{208\text{ V}\angle -120^\circ}{15\ \Omega + j\,20\ \Omega}$$

$$= \frac{208\text{ V}\angle -120^\circ}{25\ \Omega \angle 53{,}13^\circ} = \mathbf{8{,}32\ A \angle -173{,}13^\circ}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{\mathbf{E}_{CA}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{208\text{ V}\angle +120^\circ}{12\ \Omega + j\,12\ \Omega}$$

$$= \frac{208\text{ V}\angle +120^\circ}{16{,}97\ \Omega \angle -45^\circ} = \mathbf{12{,}26\ A \angle 165^\circ}$$

b. Calcule o módulo e o ângulo das correntes de linha.

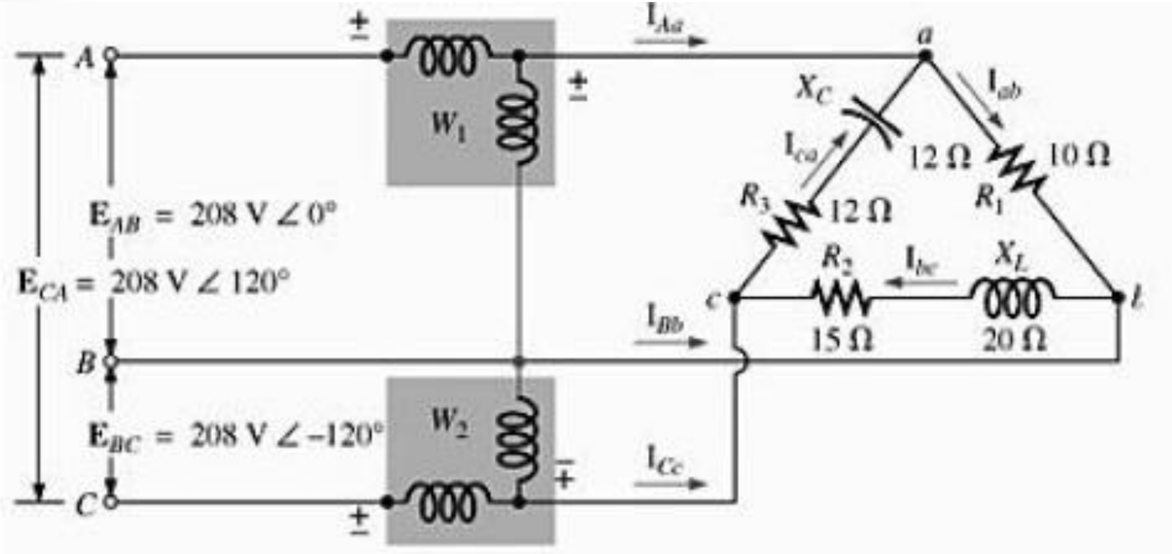


b. $\mathbf{I}_{Aa} = \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca}$

$$= 20{,}8\text{ A} \angle 0° - 12{,}26\text{ A} \angle 165°$$
$$= 20{,}8\text{ A} - (-11{,}84\text{ A} + j\,3{,}17\text{ A})$$
$$= 20{,}8\text{ A} + 11{,}84\text{ A} - j\,3{,}17\text{ A}$$
$$= 32{,}64\text{ A} - j\,3{,}17\text{ A} = \mathbf{32{,}79\text{ A} \angle -5{,}55°}$$

$$\mathbf{I}_{Bb} = \mathbf{I}_{bc} - \mathbf{I}_{ab}$$
$$= 8{,}32\text{ A} \angle -173{,}13° - 20{,}8\text{ A} \angle 0°$$
$$= (-8{,}26\text{ A} - j\,1\text{ A}) - 20{,}8\text{ A}$$
$$= -8{,}26\text{ A} - 20{,}8\text{ A} - j\,1\text{ A}$$
$$= -29{,}06\text{ A} - j\,1\text{ A}$$
$$= \mathbf{29{,}08\text{ A} \angle -178{,}03°}$$

$$\mathbf{I}_{Cc} = \mathbf{I}_{ca} - \mathbf{I}_{bc}$$
$$= 12{,}26\text{ A} \angle 165° - 8{,}32\text{ A} \angle -173{,}13°$$
$$= (-11{,}84\text{ A} + j\,3{,}17\text{ A}) - (-8{,}26\text{ A} - j\,1\text{ A})$$
$$= -11{,}84\text{ A} + 8{,}26\text{ A} + j(3{,}17\text{ A} + 1\text{ A})$$
$$= -3{,}58\text{ A} + j4{,}17\text{ A}$$
$$= \mathbf{5{,}5\text{ A} \angle 130{,}65°}$$



c. Determine a leitura dos wattímetros.

d. Calcule a potência total drenada pela carga.

c. $P_1 = V_{ab} I_{Aa} \cos \theta_{\mathbf{I}_{Aa}}^{\mathbf{V}_{ab}}$ $\quad \mathbf{V}_{ab} = 208 \text{ V} \angle 0°$

$$\mathbf{I}_{Aa} = 32{,}79 \text{ A} \angle -5{,}55°$$
$$= (208 \text{ V})(32{,}79 \text{ A}) \cos 5{,}55°$$
$$= \mathbf{6.788{,}35 \text{ W}}$$

$$\mathbf{V}_{bc} = \mathbf{E}_{BC} = 208 \text{ V} \angle -120°$$

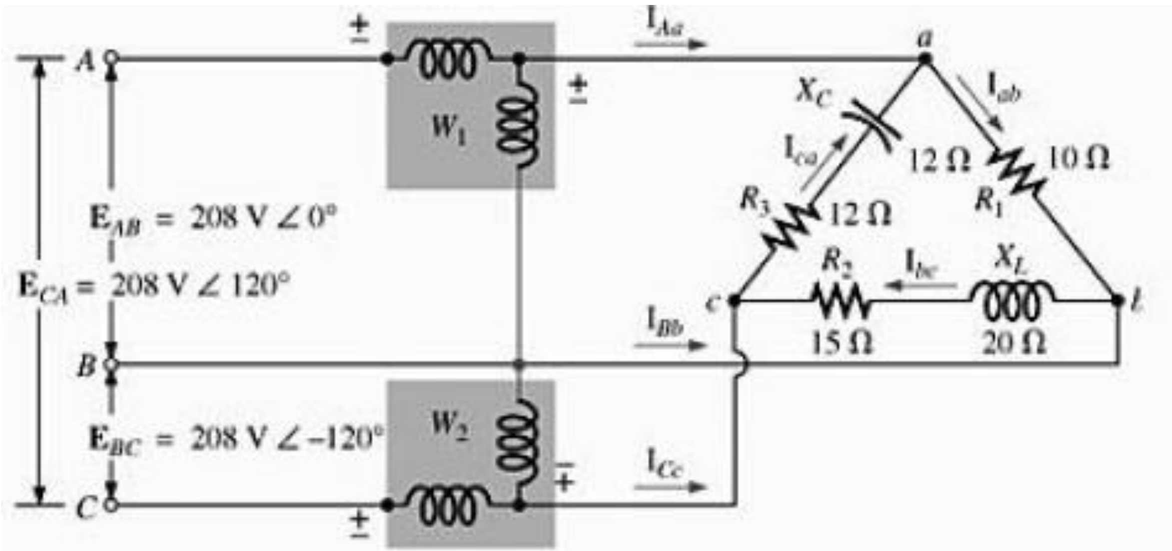
mas $\mathbf{V}_{cb} = \mathbf{E}_{CB} = 208 \text{ V} \angle -120° + 180°$
$$= 208 \text{ V} \angle 60°$$

com $\mathbf{I}_{Cc} = 5{,}5 \text{ A} \angle 130{,}65°$

$$P_2 = V_{cb} I_{Cc} \cos \theta_{\mathbf{I}_{Cc}}^{\mathbf{V}_{cb}}$$
$$= (208 \text{ V})(5{,}5 \text{ A}) \cos 70{,}65°$$
$$= \mathbf{379{,}1 \text{ W}}$$

d. $P_T = P_1 + P_2 = 6788{,}35 \text{ W} + 379{,}1 \text{ W}$
$$= \mathbf{7.167{,}45 \text{ W}}$$

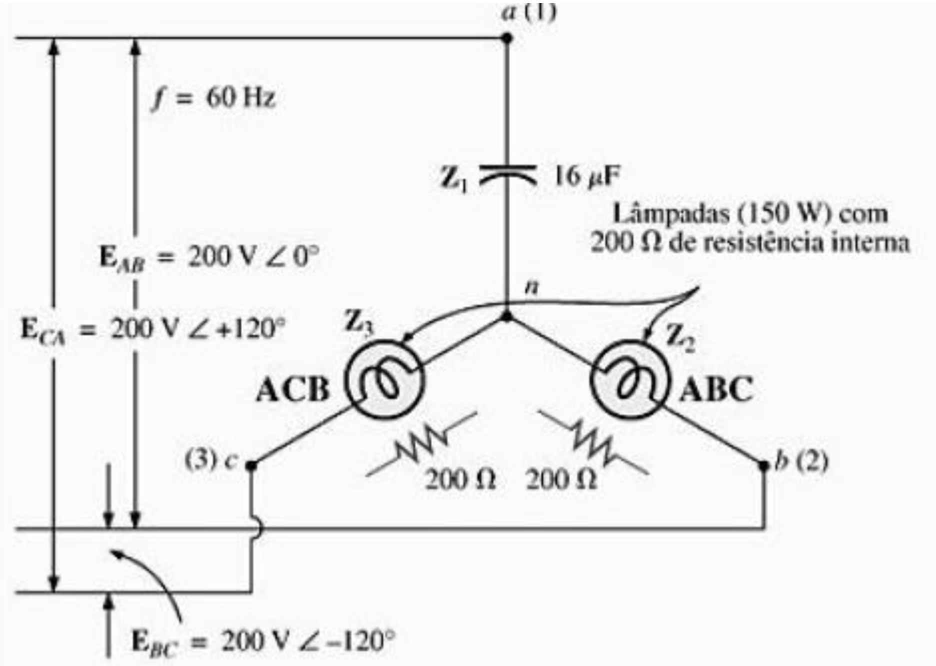
e. Compare o resultado do item (d) com a potência total calculada utilizando os valores das correntes de fase e dos elementos resistivos.



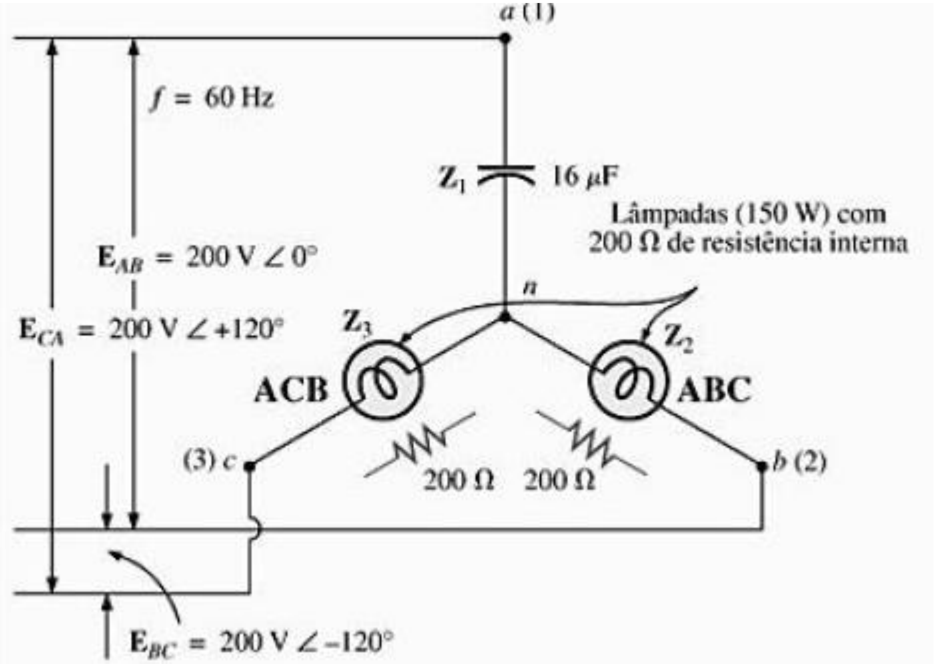
$$
\begin{aligned}
P_T &= (I_{ab})^2 R_1 + (I_{bc})^2 R_2 + (I_{ca})^2 R_3 \\
&= (20{,}8\text{ A})^2 10\ \Omega + (8{,}32\text{ A})^2 15\ \Omega \\
&\quad + (12{,}26\text{ A})^2 12\ \Omega \\
&= 4326{,}4\text{ W} + 1038{,}34\text{ W} + 1803{,}69\text{ W} \\
&= \mathbf{7.168{,}43\ W}
\end{aligned}
$$

d. $P_T = P_1 + P_2 = 6788{,}35\text{ W} + 379{,}1\text{ W}$
$= \mathbf{7.167{,}45\ W}$

O *indicador de seqüência de fase* é um instrumento capaz de indicar a seqüência de fase de um sistema polifásico. Um circuito que realiza esta função é mostrado na Figura 22.37. A seqüência de fase de tensão aplicada é *ABC*.



A lâmpada rotulada como *ABC* na figura brilha com mais intensidade do que a lâmpada *ACB* porque uma corrente maior passa por ela. Calculando as correntes de fase, podemos demonstrar que essa afirmação é verdadeira:



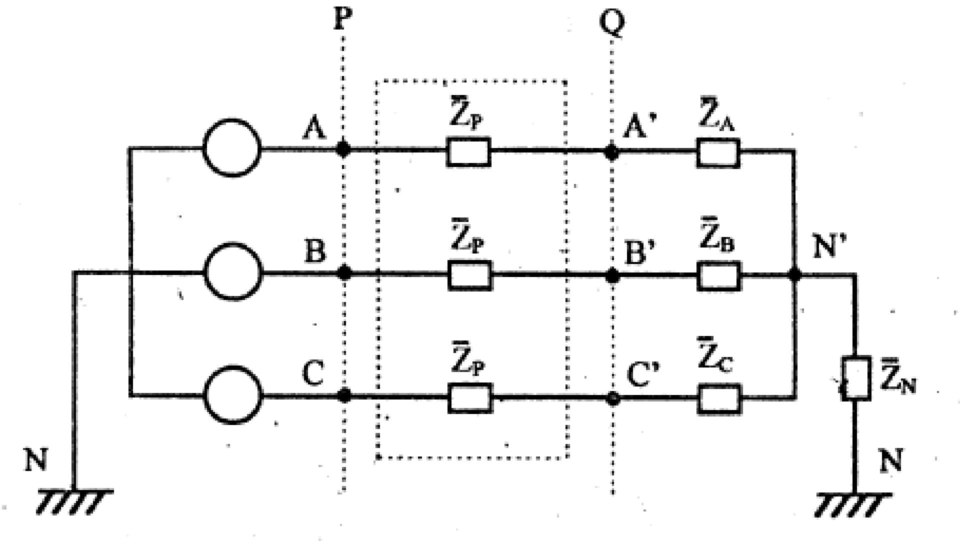
$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{\mathbf{E}_{CA}\mathbf{Z}_2 - \mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{\mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1 - \mathbf{E}_{AB}\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

$$\mathbf{I}_{cn} = 0{,}259\ \mathrm{A}\ \angle 123{,}06^\circ$$

$$\mathbf{I}_{bn} = 0{,}91\ \mathrm{A}\ \angle 225{,}36^\circ$$

CARGA DESEQUILIBRADA EM ESTRELA ATERRADA POR IMPEDÂNCIA

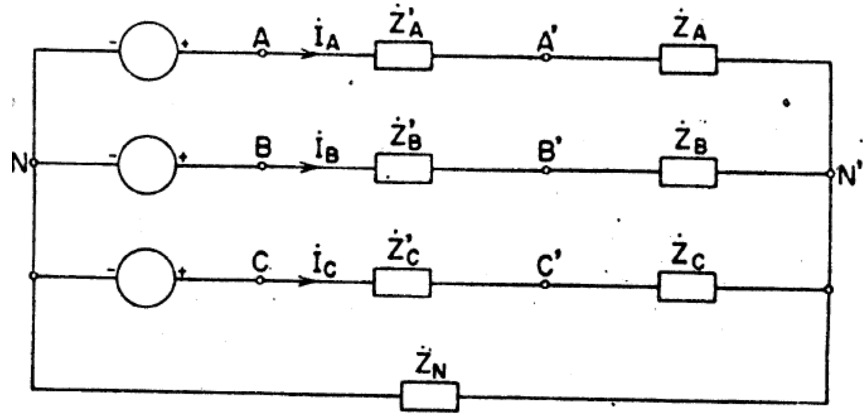


$$\dot{I}_N = \frac{\dfrac{\dot{V}_{AN}}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_P} + \dfrac{\dot{V}_{BN}}{\bar{Z}_B + \bar{Z}_P} + \dfrac{\dot{V}_{CN}}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_P}}{1 + \dfrac{\bar{Z}_N}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_P} + \dfrac{\bar{Z}_N}{\bar{Z}_B + \bar{Z}_P} + \dfrac{\bar{Z}_N}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_P}}$$

$\dot{V}_{AN} = 220\,\underline{|0^\circ}\ V\ ,\ \dot{V}_{BN} = 220\,\underline{|-120^\circ}\ V\ ,\ \dot{V}_{CN} = 220\,\underline{|120^\circ}\ V$

$Z'_A = Z'_B = Z'_C = Z_P = Z_N = (0{,}5 + j\,2{,}0)\ \Omega$

$Z_A = 20\ \Omega\ ,\ Z_B = j\,10\ \Omega\ ,\ Z_C = -j\,10\ \Omega$



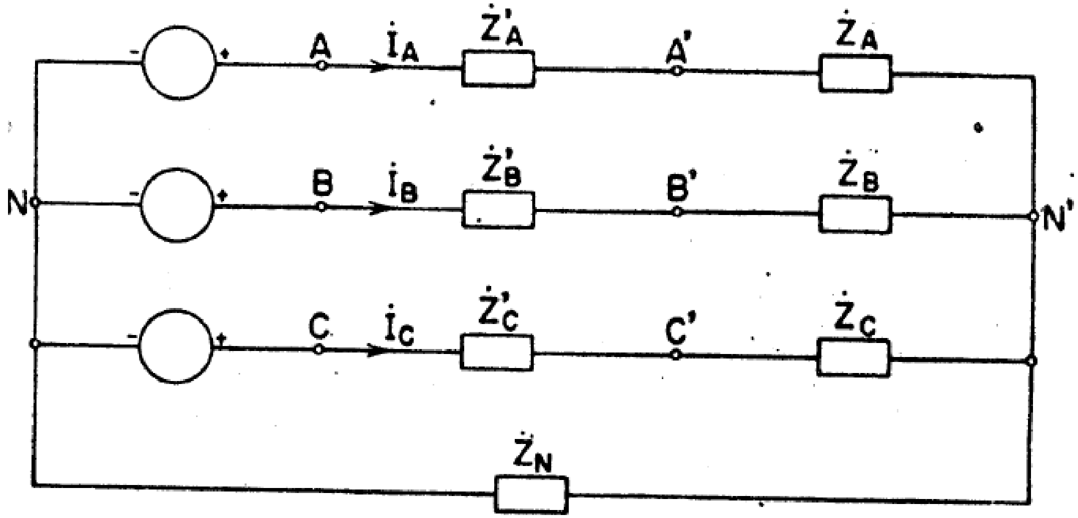
(a) Determinação da corrente no neutro

$$Z_A + Z_P = 20{,}5 + j\,2 = 20{,}6\,\underline{|5{,}6^\circ}\ \Omega$$

$$Z_B + Z_P = 0{,}5 + j\,12 = 12\,\underline{|87{,}6^\circ}\ \Omega$$

$$Z_C + Z_P = 0{,}5 - j\,8 = 8\,\underline{|-86{,}4^\circ}\ \Omega$$

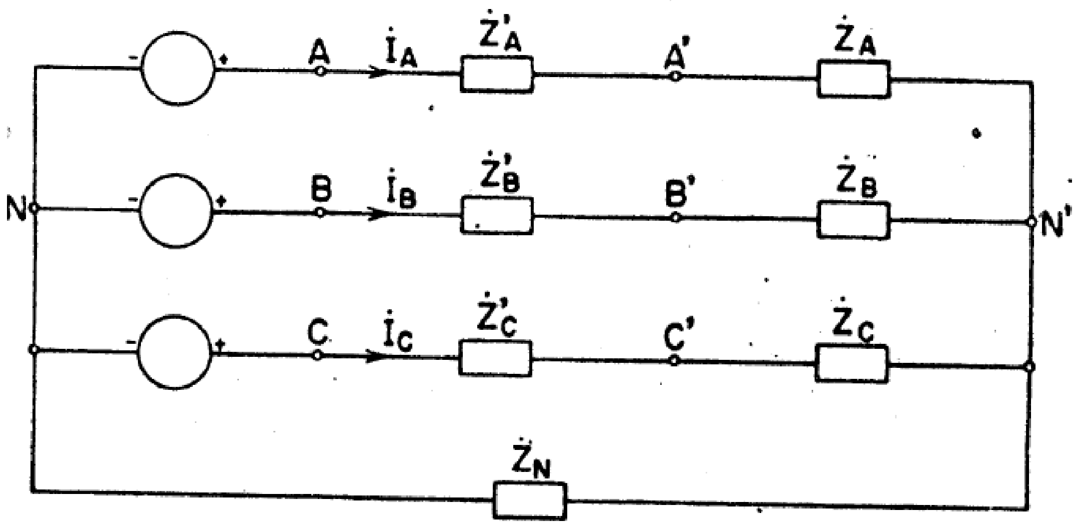
$$Z_N = 0{,}5 + j\,2 = 2{,}06\,\underline{|76{,}0^\circ}\ \Omega$$



$$I_N = \frac{\dfrac{220\,\underline{|0^\circ}}{20{,}6\,\underline{|5{,}6^\circ}} + \dfrac{220\,\underline{|-120^\circ}}{12{,}0\,\underline{|87{,}6^\circ}} + \dfrac{220\,\underline{|120^\circ}}{8{,}0\,\underline{|-86{,}4^\circ}}}{1 + \dfrac{2{,}06\,\underline{|76^\circ}}{20{,}6\,\underline{|5{,}6^\circ}} + \dfrac{2{,}06\,\underline{|76^\circ}}{12{,}0\,\underline{|87{,}6^\circ}} + \dfrac{2{,}06\,\underline{|76^\circ}}{8{,}0\,\underline{|-86{,}4^\circ}}} = 31{,}67\,\underline{|-179{,}2^\circ}\ A$$

(b) Cálculo das correntes de linha

$$\dot{V}_{AN} = 220\,\underline{|0^\circ}\ V\ ,\ \dot{V}_{BN} = 220\,\underline{|-120^\circ}\ V\ ,\ \dot{V}_{CN} = 220\,\underline{|120^\circ}\ V$$

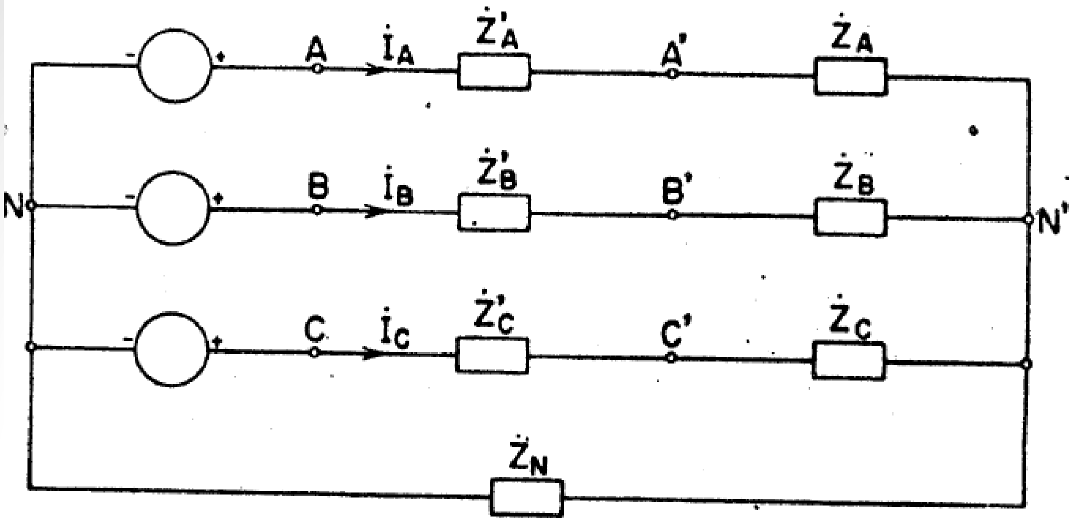


$$\dot{V}_{NN} = \dot{I}_N\,\dot{Z}_N = 31{,}67\,\underline{|-179{,}2^\circ}\,.\,2{,}06\,\underline{|76^\circ} = 65{,}2\,\underline{|-103{,}2^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{AN'} = \dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} = 220\,\underline{|0^\circ} + \left(-\,65{,}2\,\underline{|-103{,}2^\circ}\right) = 243{,}3\,\underline{|15{,}1^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{BN'} = \dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN} = 220\,\underline{|-120^\circ} + \left(-\,65{,}2\,\underline{|-103{,}2^\circ}\right) = 158{,}7\,\underline{|-126{,}8^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{CN'} = \dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'} = 220\,\underline{|120^\circ} + \left(-\,65{,}2\,\underline{|-103{,}2^\circ}\right) = 271{,}2\,\underline{|110{,}5^\circ}\ V$$



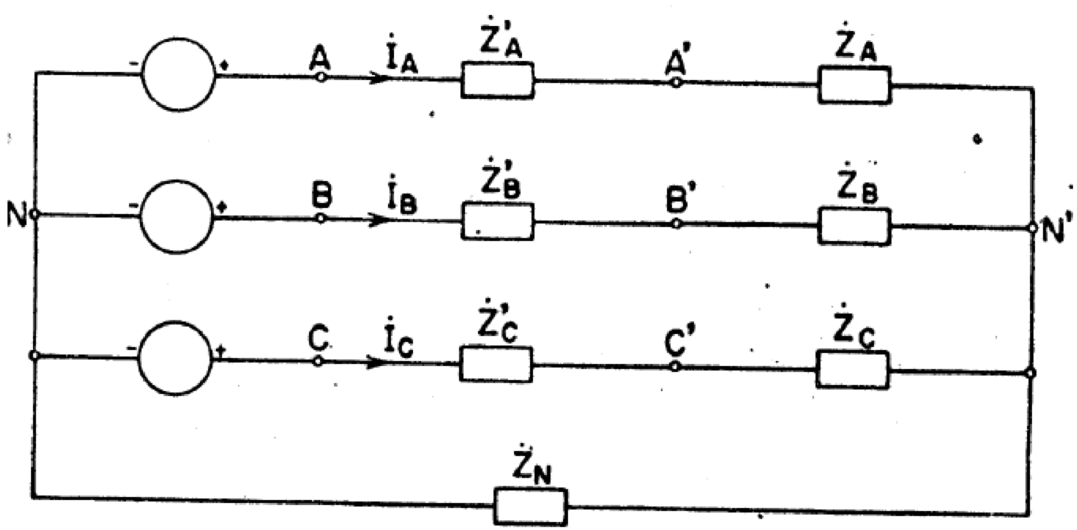
$$I_A = \frac{243{,}3\,\underline{|15{,}1^\circ}}{20{,}6\,\underline{|5{,}6^\circ}} = 11{,}8\,\underline{|9{,}5^\circ}\ A$$

$$I_B = \frac{158{,}7\,\underline{|-126{,}8^\circ}}{12{,}0\,\underline{|87{,}6^\circ}} = 13{,}2\,\underline{|145{,}6^\circ}\ A$$

$$I_C = \frac{271{,}2\,\underline{|110{,}5^\circ}}{8{,}0\,\underline{|-86{,}4^\circ}} = 33{,}9\,\underline{|-163{,}1^\circ}\ A$$

CORRENTES DE LINHA

(c) Cálculo das tensões de fase na carga

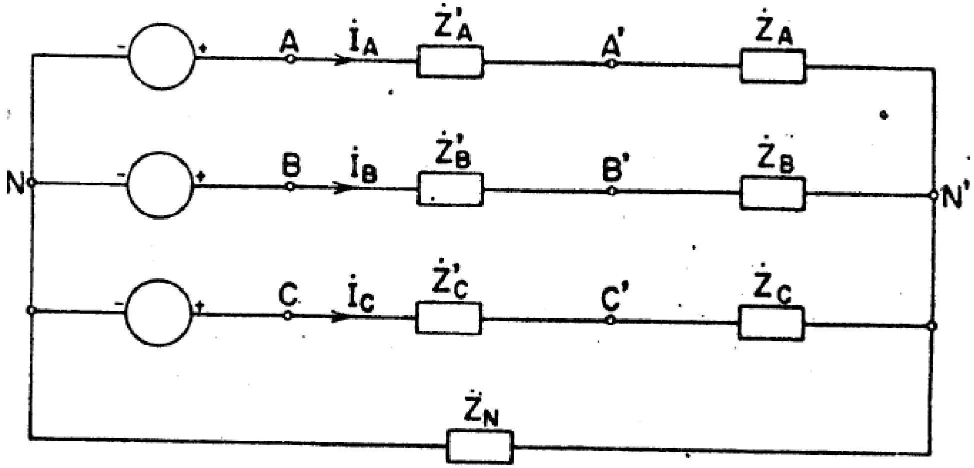


$$\dot{V}_{A'N'} = \dot{I}_A \dot{Z}_A = 11{,}8\,\underline{|9{,}5°} \cdot 20\,\underline{|0°} = 236\,\underline{|9{,}5°}\ V$$

$$\dot{V}_{B'N'} = \dot{I}_B \dot{Z}_B = 13{,}2\,\underline{|145{,}6°} \cdot 10\,\underline{|90°} = 132\,\underline{|-124{,}4°}\ V$$

$$\dot{V}_{C'N'} = \dot{I}_C \dot{Z}_C = 33{,}9\,\underline{|-163{,}1°} \cdot 10\,\underline{|-90°} = 339\,\underline{|106{,}9°}\ V$$

(d) Cálculo das tensões de linha na carga



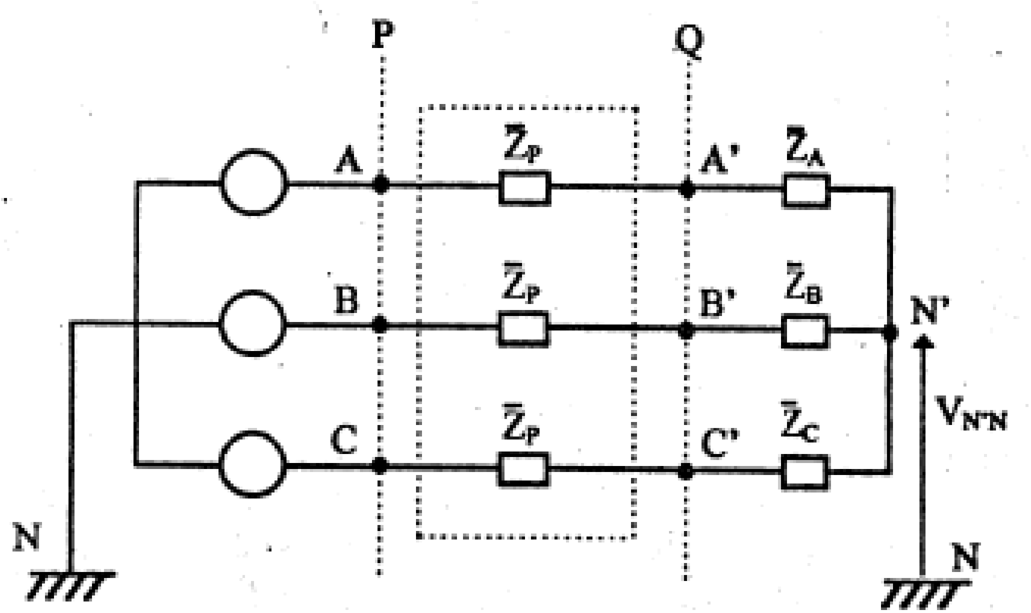
$$V_{A'B'} = V_{A'N'} - V_{B'N'}$$

$$V_{B'C'} = V_{B'N'} - V_{C'N'}$$

$$V_{C'A'} = V_{C'N'} - V_{A'N'}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{A'B'} \\ \dot{V}_{B'C'} \\ \dot{V}_{C'A'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 236 \angle 9{,}5^\circ \\ 132 \angle -124{,}4^\circ \\ 339 \angle 106{,}9^\circ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 132 \angle -124{,}4^\circ \\ 339 \angle 106{,}9^\circ \\ 236 \angle 9{,}5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 341 \angle 25{,}7^\circ \\ 434 \angle -86{,}8^\circ \\ 437 \angle 139{,}3^\circ \end{bmatrix} V$$

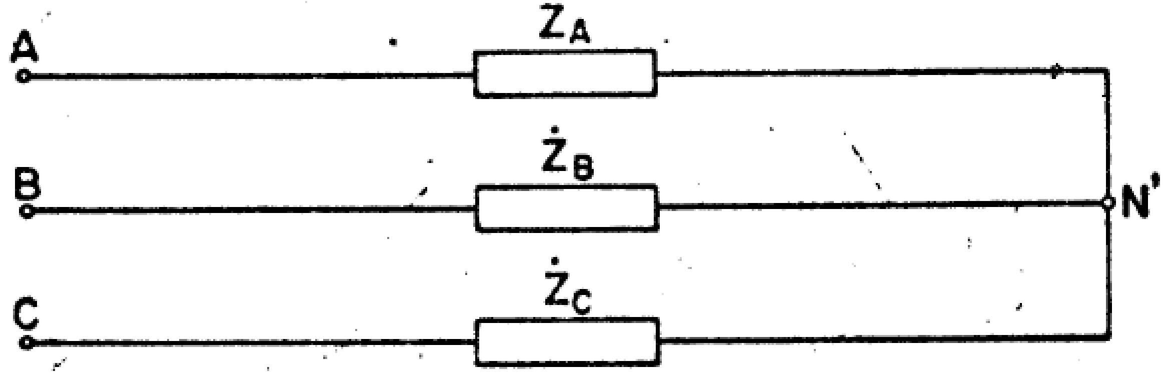
CARGA DESEQUILIBRADA EM ESTRELA COM CENTRO ESTRELA ISOLADO



$$\dot{V}_{NN'} = -\frac{\bar{Y}_A \dot{V}_{A'N} + \bar{Y}_B \dot{V}_{B'N} + \bar{Y}_C \dot{V}_{C'N}}{\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_C}$$

(i) as tensões de linha na carga: 220 V, trifásico simétrico, seqüência de fase *A-B-C*;

(ii) as impedâncias: $\dot{Z}_A = 10\ \Omega$, $\dot{Z}_B = (2 + j\,10)\ \Omega$, $\dot{Z}_C = -j\,10\ \Omega$.



(a) Determinação da diferença de potencial entre os centro-estrelas ($\dot{V}_{NN'}$)

$$\dot{Y}_A = \frac{1}{\dot{Z}_A} = \frac{1}{10} = 0{,}1\,\underline{|0^\circ}\ S$$

$$\dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B} = \frac{1}{2 + j\,10} = \frac{1}{10{,}2\,\underline{|78{,}7^\circ}} = 0{,}098\,\underline{|-78{,}7^\circ}\ S$$

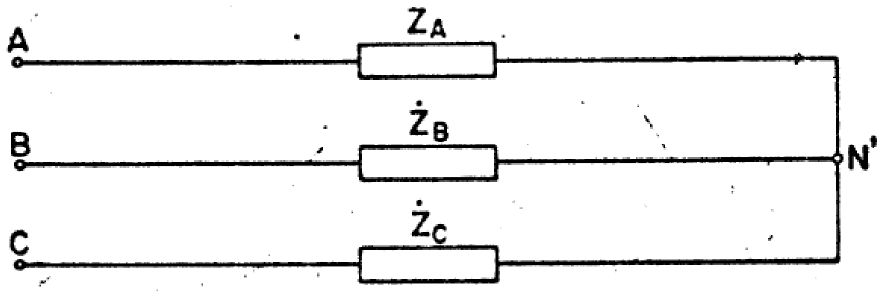
$$\dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C} = \frac{1}{-j\,10} = \frac{1}{10\,\underline{|-90^\circ}} = 0{,}1\,\underline{|90^\circ}\ S$$

(i) as tensões de linha na carga: 220 V., trifásico simétrico, seqüência de fase *A-B-C*;

$$\dot{V}_{AN} = 127\angle 0^\circ\ V \quad , \quad \dot{V}_{BN} = 127\angle -120^\circ\ V \quad , \quad \dot{V}_{CN} = 127\angle 120^\circ\ V$$

$$\dot{V}_{NN'} = -\frac{0{,}1\angle 0^\circ \cdot 127\angle 0^\circ + 0{,}098\angle -78{,}7^\circ \cdot 127\angle -120^\circ + 0{,}1\angle 90^\circ \cdot 127\angle 120^\circ}{0{,}1\angle 0^\circ + 0{,}098\angle -78{,}7^\circ + 0{,}1\angle 90^\circ} = 86{,}9\angle 11{,}3^\circ\ V$$

(b) Tensões de fase na carga



$$V_{AN'} = V_{AN} + V_{N'N}$$

$$V_{BN'} = V_{BN} + V_{N'N}$$

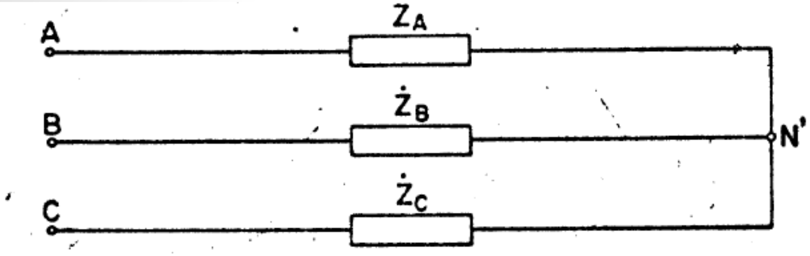
$$V_{CN'} = V_{CN} + V_{N'N}$$

$$\dot{V}_{AN'} = 127\angle 0^\circ + 86{,}9\angle 11{,}3^\circ = 212{,}9\angle 4{,}6^\circ\ V$$

$$\dot{V}_{BN'} = 127\angle -120^\circ + 86{,}9\angle 11{,}3^\circ = 95{,}5\angle -76{,}8^\circ\ V$$

$$\dot{V}_{CN'} = 127\angle 120^\circ + 86{,}9\angle 11{,}3^\circ = 128{,}9\angle 80{,}3^\circ\ V$$

(c) Determinação das correntes

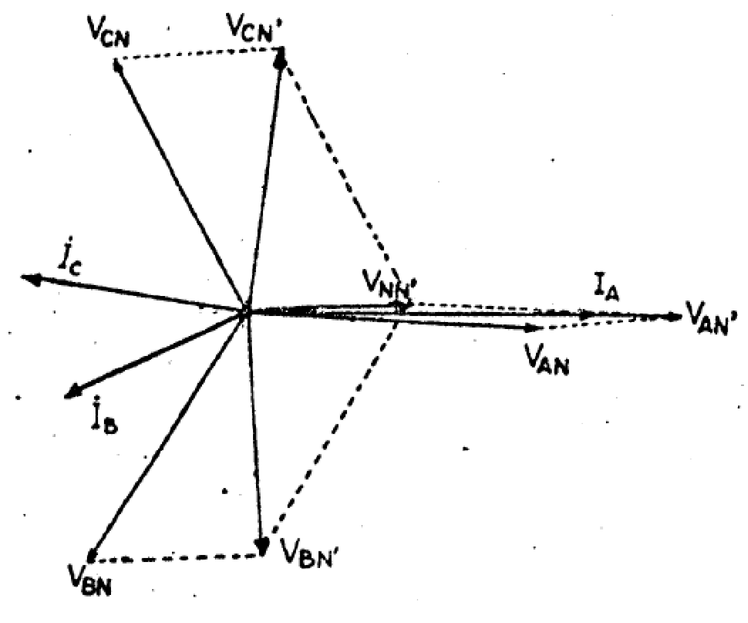


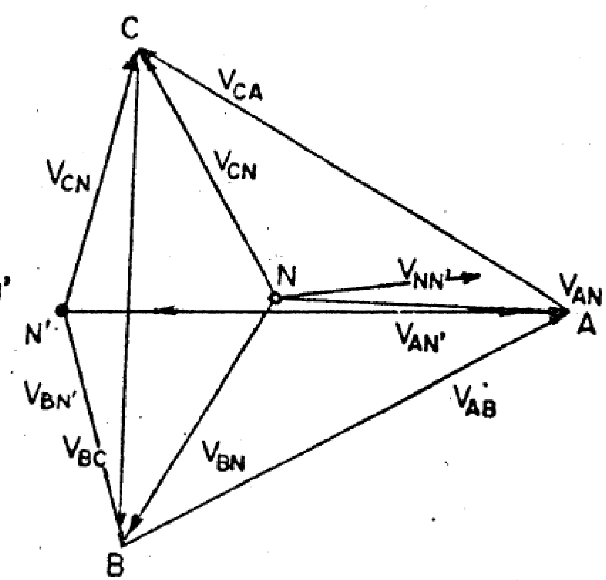
$$I_A = \frac{V_{AN'}}{Z_A} = Y_A \ . \ \ V_{AN'}$$

$$\dot{I}_A = 212{,}9 \angle 4{,}6° \, . \, 0{,}1 \angle 0° = 21{,}3 \angle 4{,}6° \ \ A$$

$$\dot{I}_B = 95{,}5 \angle -76{,}8° \, . \, 0{,}098 \angle -78{,}7° = 9{,}4 \angle -155{,}5° \ \ A$$

$$\dot{I}_C = 128{,}9 \angle 80{,}3° \, . \, 0{,}1 \angle 90° = 12{,}9 \angle 170{,}3° \ \ A$$





Exercícios

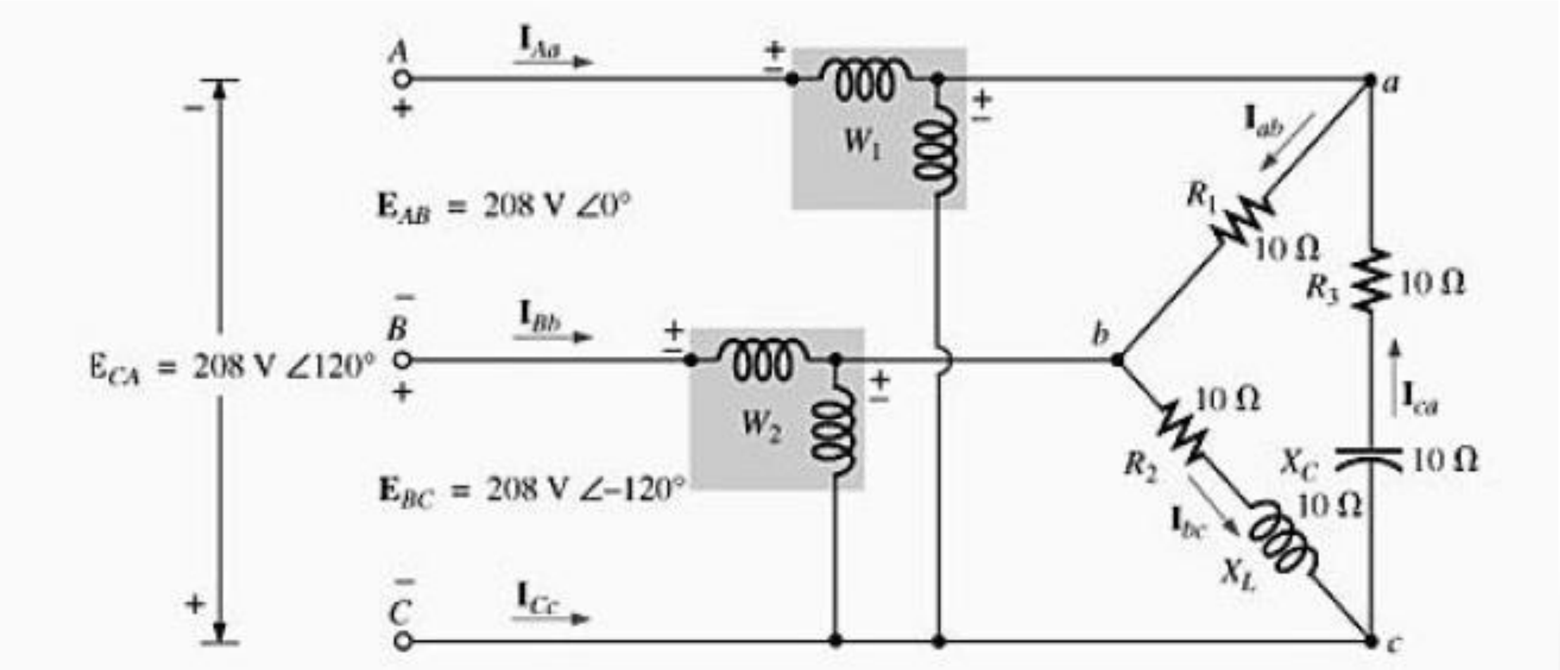
Para o sistema Y–Δ da Figura 22.50:

a. Determine o módulo e o ângulo de fase das correntes de fase.

b. Calcule o módulo e o ângulo de fase das correntes de linha.

c. Determine as leituras dos dois wattímetros.

d. Calcule a potência média total fornecida à carga.



. Para o sistema visto na Figura 22.51:

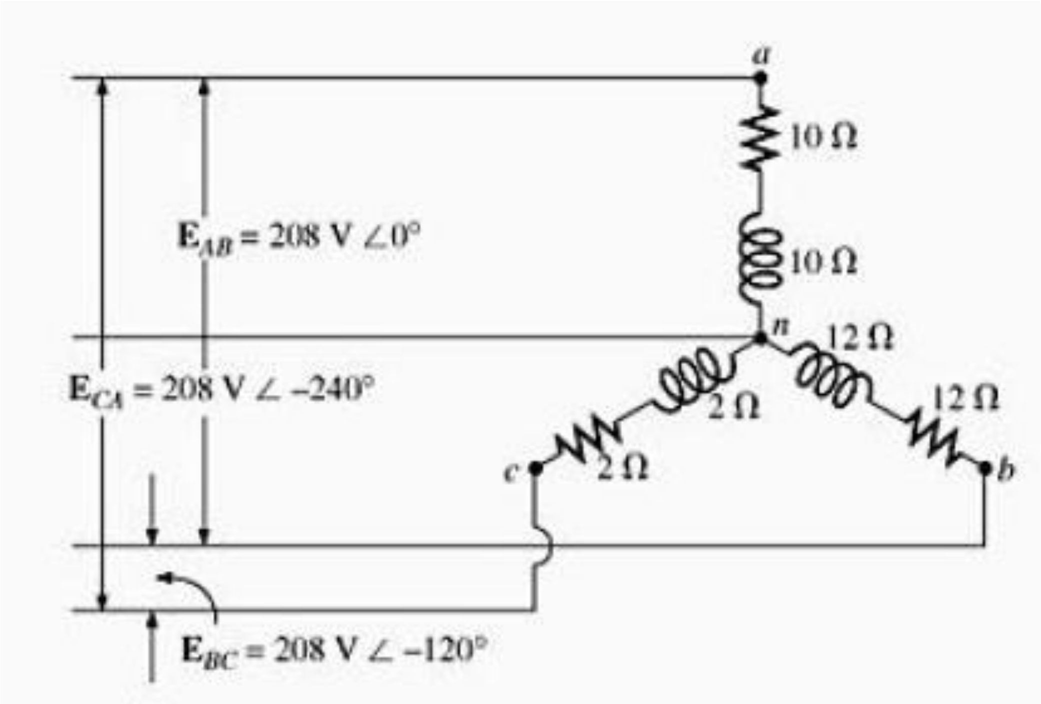
a. Calcule o módulo das tensões de fase da carga.

b. Calcule o módulo das correntes de fase da carga.

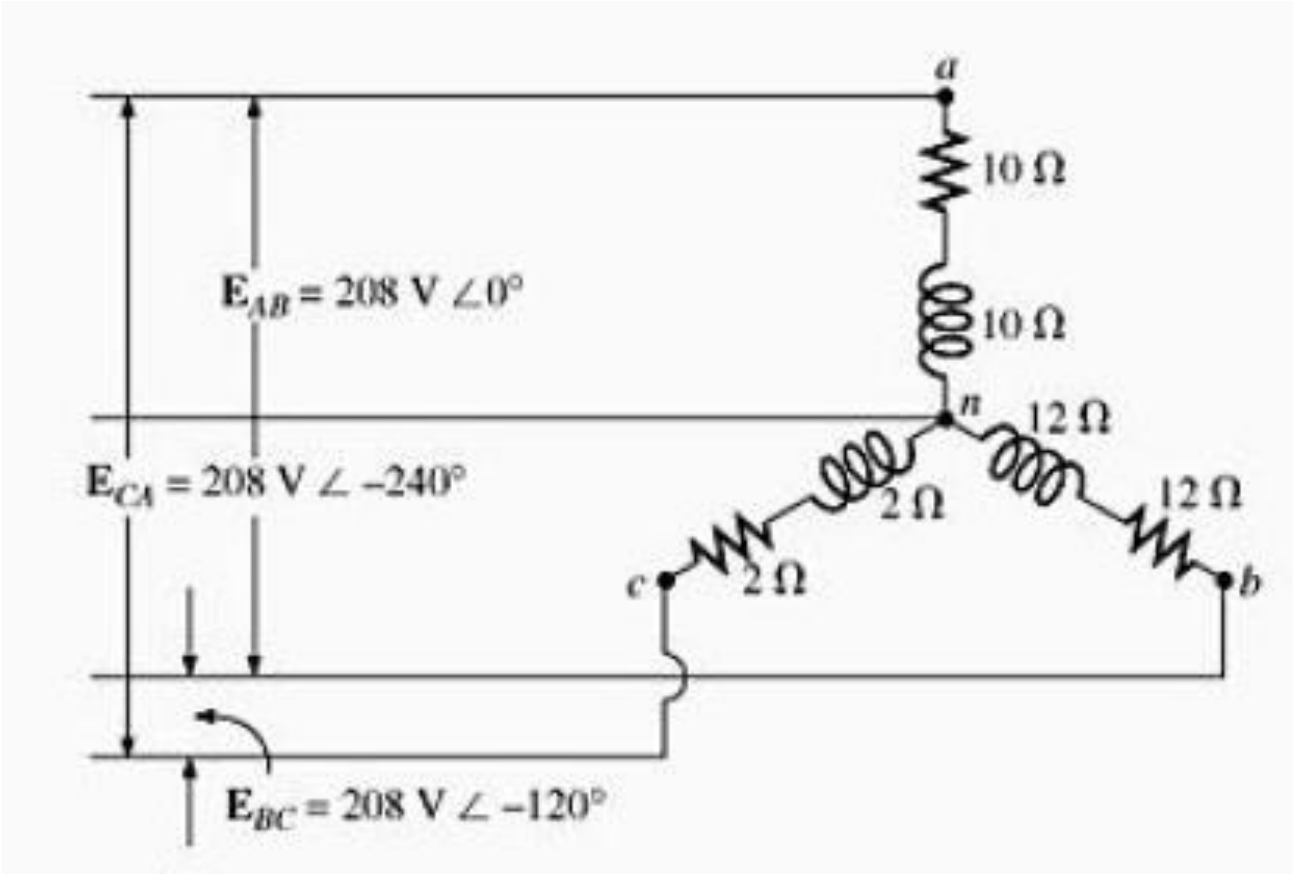
c. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência do sistema.

d. Determine as correntes de fase em forma fasorial.

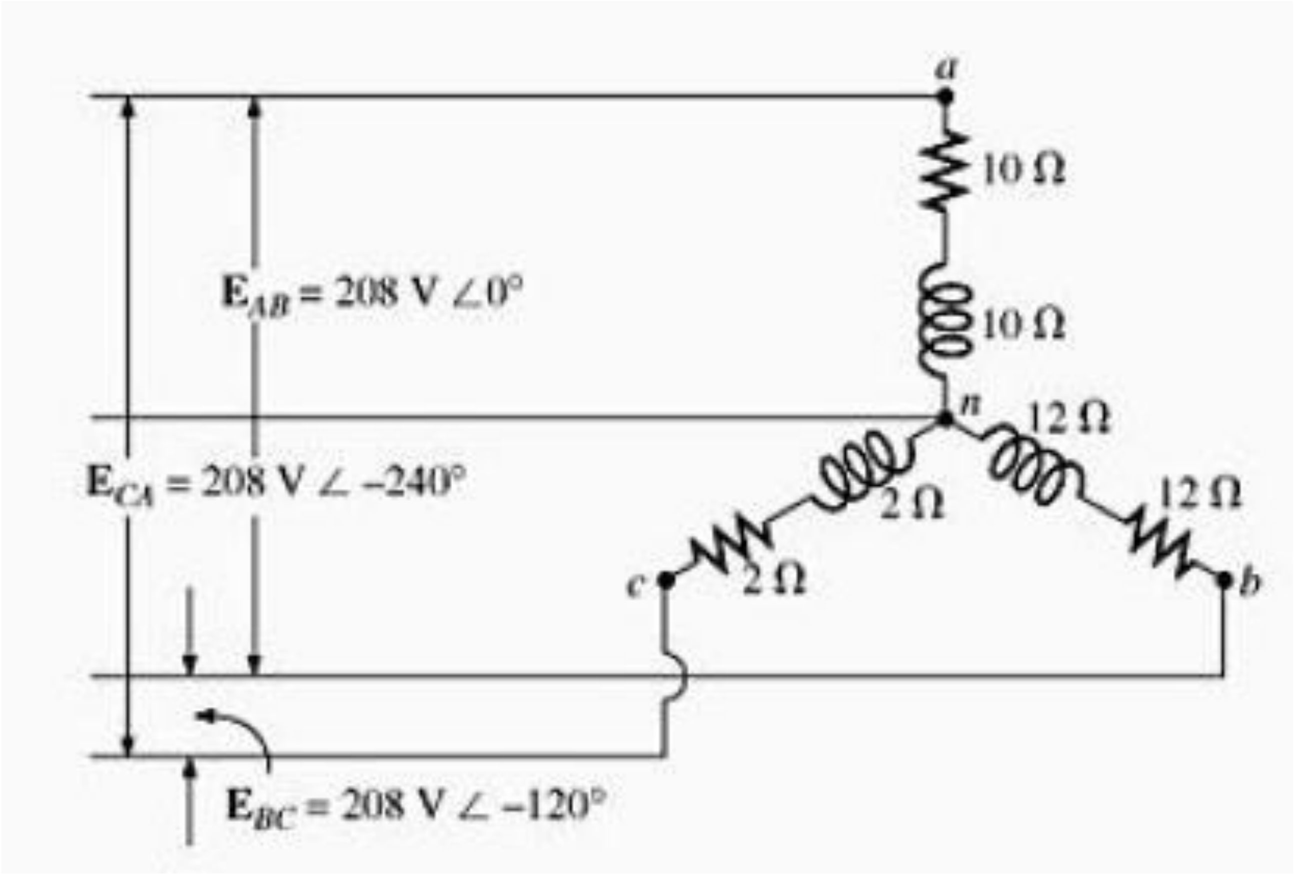
e. Usando os resultados do item (c), determine a corrente de neutro $\mathbf{I}_N$.



Considerando a impedância de neutro 0,5+0,2j Ω, determine a corrente drenada à terra a partir do neutro.



Considerando a impedância de neutro nula, determine a tensão entre neutro e terra.



CIRCUITOS ELÉTRICOS III

5ª Termo

Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Giuliano Pierre Estevam

Aula 03

www.electroenge.com.br

ELECTROENGE

COMPONETENS SIMÉTRICAS

- Fortescue (em 1918) publicou o artigo:
  - "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks".
    - Apresentado à 34º Convenção Anual de AIEE (American Institute of Electrical Engineers) em Atlantic City, N.J. o 28 de julho de 1918. *AIEE Transactions* 37 (II): 1027-1140 (1918).

  - "Um sistema trifásico desequilibrado pode ser decomposto em três sistemas equilibrados, onde esta decomposição é única".
    - Sistema equilibrado: Módulos iguais e Diferença Angulares iguais

- Objetivo de se utilizar componentes simétricas:
  - Decompor um sistema trifásico em três sistemas monofásicos desacoplados.
  - Componentes de fase: A-B-C

$$\dot{V}_{ABC} = \dot{Z}_{ABC}.\dot{I}_{ABC}$$

  - Componentes simétricas: 0-1-2 (CC, Positiva, Negativa)

$$\dot{V}_{012} = \dot{Z}_{012}.\dot{I}_{012}$$

Decomposição em Componentes Simétricas

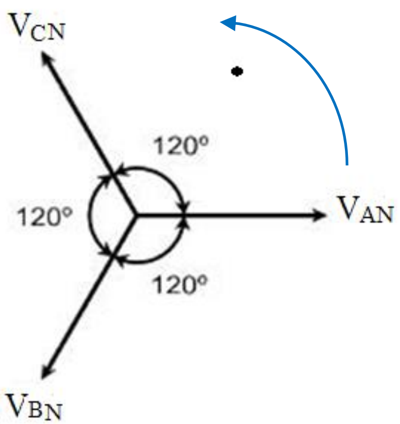
- Um sistema trifásico desequilibrado pode ser decomposto em três sistemas equilibrados, formado por **componentes de seqüência positiva (+), negativa (-) e zero (0).**

- Sistema de seqüência **Positiva** (+, 1):
  - 3 Fasores equilibrados (mesmo módulo e defasados de 120º)
  - **Seqüência** de fase igual ao do sistema **original** (ex. A-B-C)
- Sistema de seqüência **Negativa** (-, 2):
  - 3 Fasores equilibrados (mesmo módulo e defasados de 120º)
  - **Seqüência** de fase **inversa** ao do sistema original (ex. A-C-B)
- Sistema de seqüência **Zero** (0):
  - 3 Fasores de mesmo módulo e com os **mesmos ângulos** de fase.
    - Defasagem entre fasores iguais a 0.

COMPONENTES SIMÉTRICAS

SISTEMAS EQUILIBRADOS

Os sistemas trifásicos equilibrados e simétricos podem ser analisados através de uma de suas fases e o neutro (terra), tanto em condições normais de funcionamento quanto em decorrência de curtos-circuitos trifásicos.



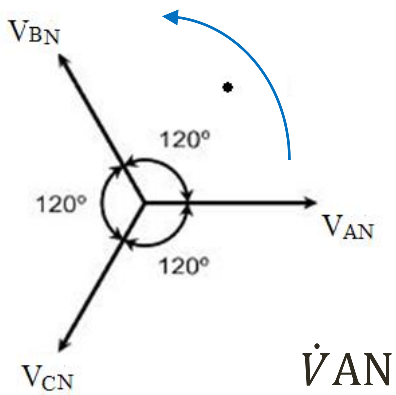
$$\dot{V}\mathrm{AN} = \mathrm{VAN} < 0$$

$$\dot{V}\mathrm{BN} = \mathrm{VBN} < -120$$

$$\dot{V}\mathrm{CN} = \mathrm{VCN} < 120$$

SEQUENCIA POSITIVA

$$V_{AB} = V_{AN}\sqrt{3} < 30°$$



$$\dot{V}\mathrm{AN} = \mathrm{VAN} < 0$$

$$\dot{V}\mathrm{CN} = \mathrm{VCN} < -120$$

$$\dot{V}\mathrm{BN} = \mathrm{VBN} < 120$$

SEQUENCIA NEGATIVA

$$V_{AB} = V_{AN}\sqrt{3} < -30°$$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

Importância

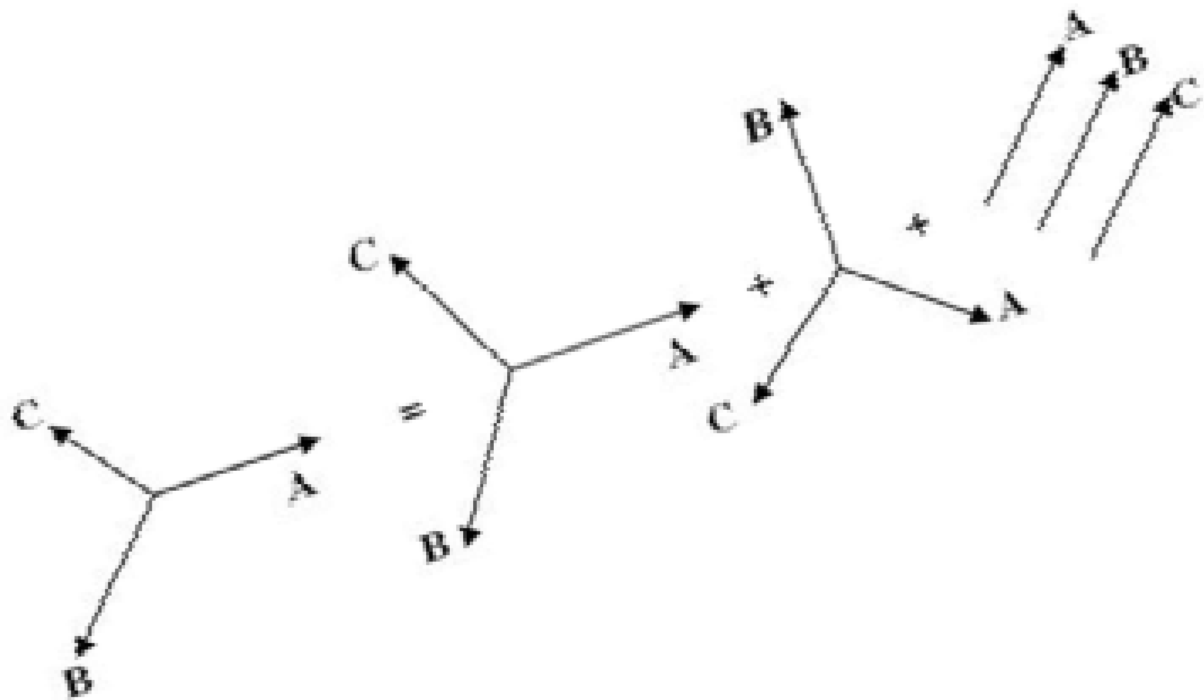
- As componentes simétricas são usadas para calcular as condições de desarranjo de um sistema trifásico (usando o cálculo monofásico).

- Isso simplifica o processo do cálculo das grandezas de falta nos sistemas de potência.

- Os valores de sequência positiva são aqueles presentes durante condições trifásicas equilibradas.

- As grandezas de sequência zero estão mais comumente associadas ao fato de se envolver a terra em condições de desbalanço.

COMPONENTES SIMÉTRICAS



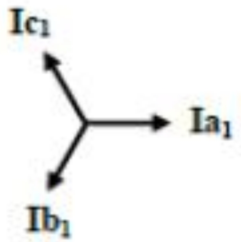
Os conjuntos equilibrados de componentes são:

1. Sistema de sequência positiva: Sistema trifásico equilibrado (defasagem de 120° entre si) com a mesma sequência de fase do sistema desequilibrado;

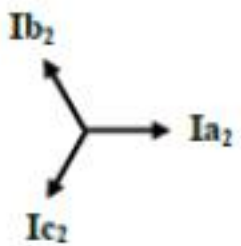
2. Sistema de sequência negativa: Sistema trifásico equilibrado (defasagem de 120° entre si) com a sequência de fase inversa a do sistema desequilibrado;

3. Sistema de sequência zero: Sistema de três vetores monofásicos iguais em módulo e em fase no tempo (defasagem de 0° entre si).

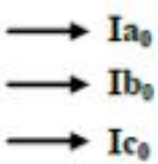
Características das componentes simétricas



Seqüência Positiva
- Sistema trifásico
- Fasores iguais em módulo e defasados de 120º
- Seqüência de fases *abc* (original do sistema)



Seqüência Negativa
- Sistema trifásico
- Fasores iguais em módulo e defasados de 120º
- Seqüência de fases *cba* (inversa ao original)



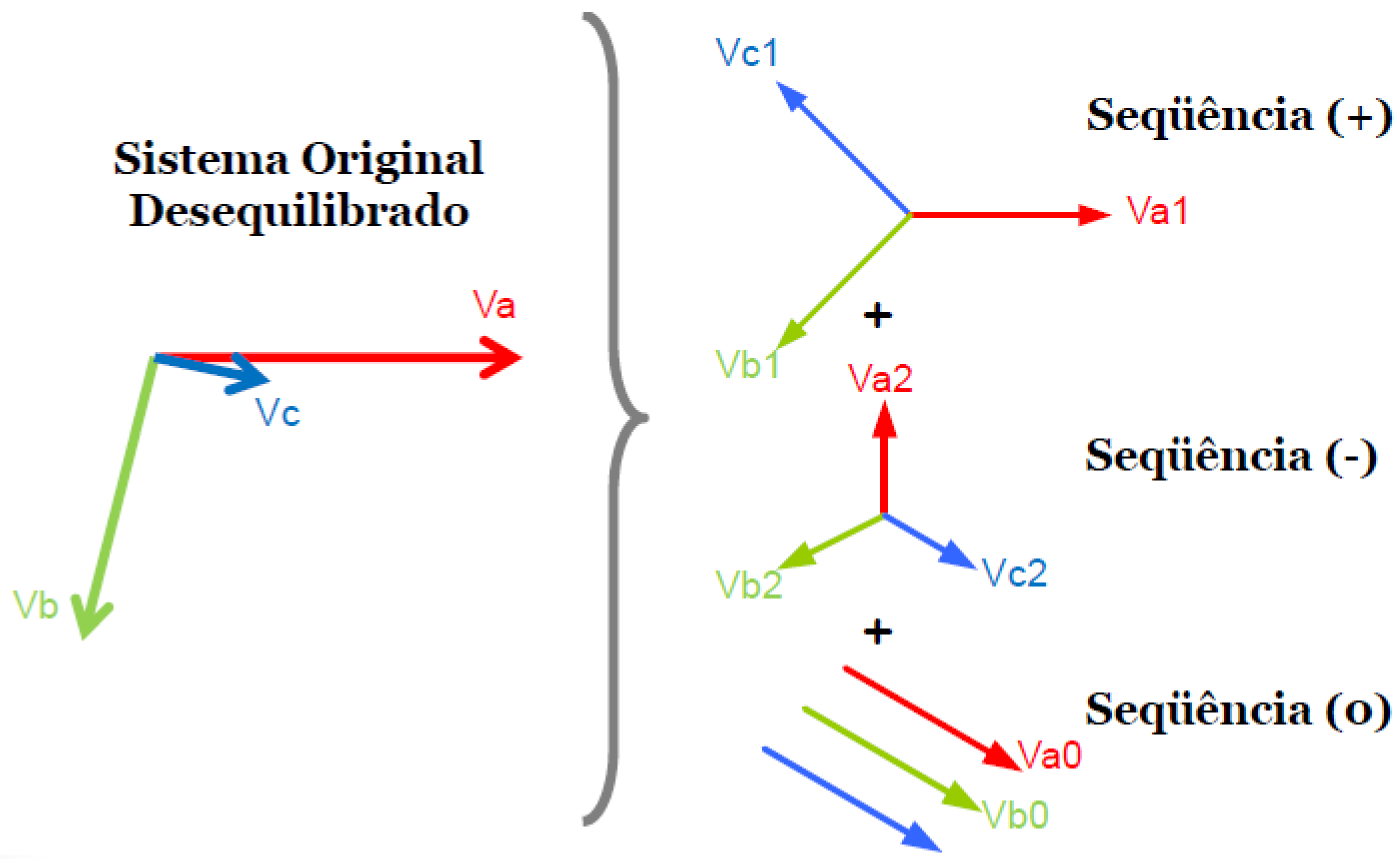
Seqüência Zero
- Sistema trifásico
- Fasores iguais (módulo e ângulo) nas três fases

$$Ia = Ia_1 + Ia_2 + Ia_0$$

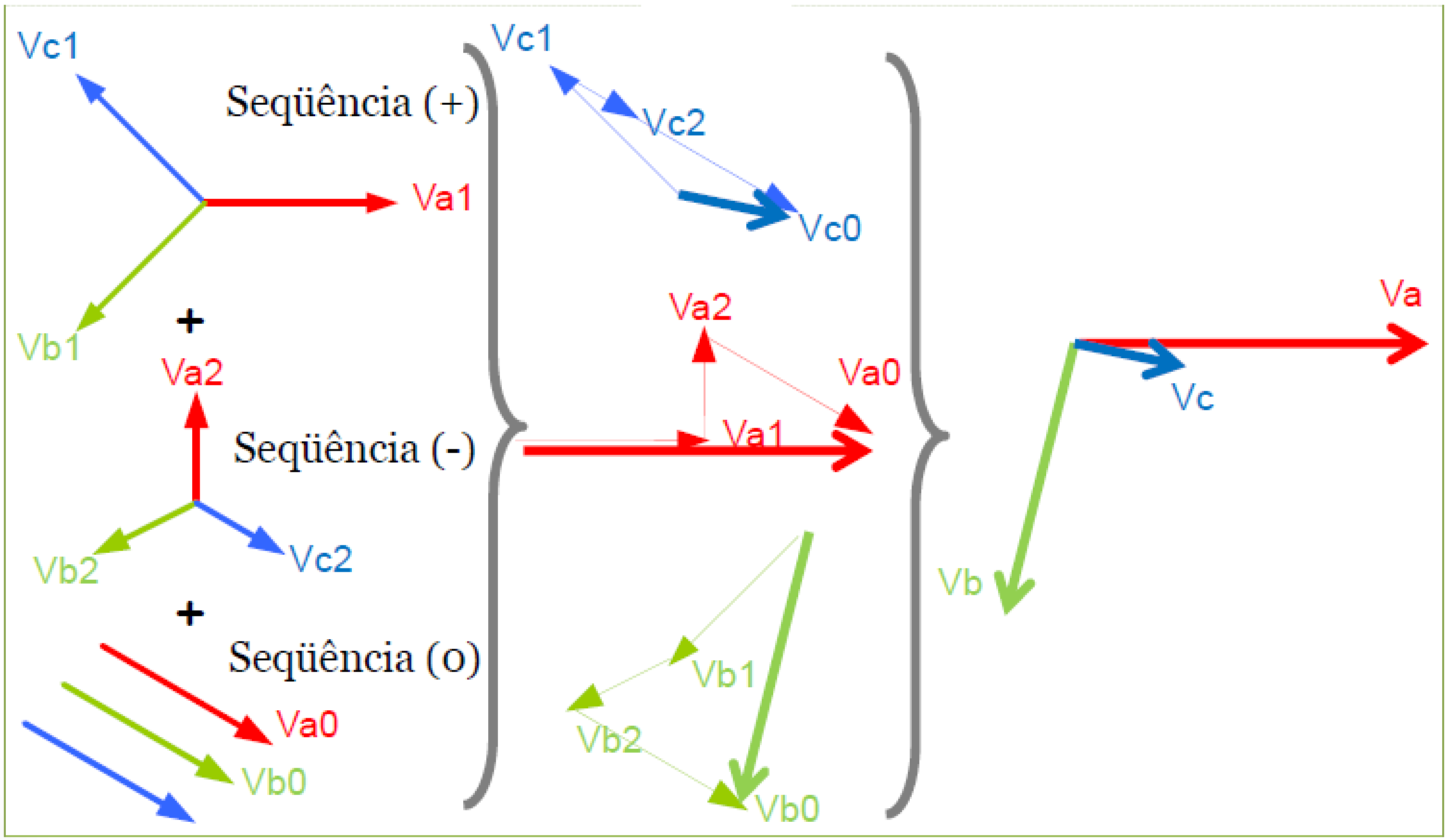
$$Ib = Ib_1 + Ib_2 + Ib_0$$

$$Ic = Ic_1 + Ic_2 + Ic_0$$

Decomposição em Componentes Simétricas



Decomposição Gráfica em C.S.

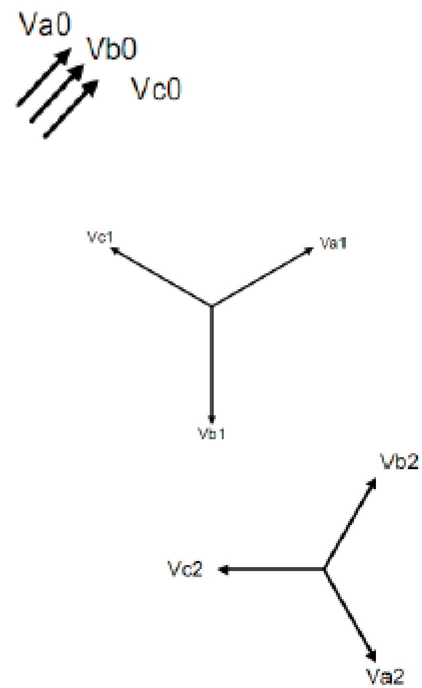


Decomposição Analítica em C.S.

$$V = \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{A0} \\ \dot{V}_{B0} \\ \dot{V}_{C0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_{A1} \\ \dot{V}_{B1} \\ \dot{V}_{C1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_{A2} \\ \dot{V}_{B2} \\ \dot{V}_{C2} \end{bmatrix}$$

$$= \dot{V}_{A0} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \dot{V}_{A1} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} + \dot{V}_{A2} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^2 \end{bmatrix}$$

S (0)　　　S (+)　　　S (-)



$$\alpha = 1\angle 120^o$$

Decomposição Analítica em C.S.

$$V=\begin{bmatrix}\dot{V}_A\\ \dot{V}_B\\ \dot{V}_C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{V}_{A0}\\ \dot{V}_{B0}\\ \dot{V}_{C0}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dot{V}_{A1}\\ \dot{V}_{B1}\\ \dot{V}_{C1}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dot{V}_{A2}\\ \dot{V}_{B2}\\ \dot{V}_{C2}\end{bmatrix}
\begin{cases}
\dot{V}_A=\dot{V}_{A0}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}+\dot{V}_{A1}\begin{bmatrix}1\\\alpha^2\\\alpha\end{bmatrix}+\dot{V}_{A2}\begin{bmatrix}1\\\alpha\\\alpha^2\end{bmatrix}\\
\dot{V}_B=\dot{V}_{B0}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}+\dot{V}_{B1}\begin{bmatrix}\alpha\\1\\\alpha^2\end{bmatrix}+\dot{V}_{B2}\begin{bmatrix}\alpha^2\\1\\\alpha\end{bmatrix}\\
\dot{V}_C=\dot{V}_{C0}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}+\dot{V}_{C1}\begin{bmatrix}\alpha^2\\\alpha\\1\end{bmatrix}+\dot{V}_{C2}\begin{bmatrix}\alpha\\\alpha^2\\1\end{bmatrix}
\end{cases}$$

Matriz de Transformação de C.S.

$$V=\begin{bmatrix}\dot V_A\\ \dot V_B\\ \dot V_C\end{bmatrix}=\dot V_0\underset{S(0)}{\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}}+\dot V_1\underset{S(+)}{\begin{bmatrix}1\\ \alpha^2\\ \alpha\end{bmatrix}}+\dot V_2\underset{S(-)}{\begin{bmatrix}1\\ \alpha\\ \alpha^2\end{bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix}\dot V_A\\ \dot V_B\\ \dot V_C\end{bmatrix}\Longleftrightarrow\begin{bmatrix}\dot V_0\\ \dot V_1\\ \dot V_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot V_A\\ \dot V_B\\ \dot V_C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot V_0+\dot V_1+\dot V_2\\ \dot V_0+\alpha^2\dot V_1+\alpha\dot V_2\\ \dot V_0+\alpha\dot V_1+\alpha^2\dot V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha^2&\alpha\\1&\alpha&\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot V_0\\ \dot V_1\\ \dot V_2\end{bmatrix}=\mathbf{T}\begin{bmatrix}\dot V_0\\ \dot V_1\\ \dot V_2\end{bmatrix}$$

MATRIZ TRANSFORMAÇÃO (T)

$$\begin{bmatrix}\dot V_A\\ \dot V_B\\ \dot V_C\end{bmatrix}=\mathbf{T}\begin{bmatrix}\dot V_0\\ \dot V_1\\ \dot V_2\end{bmatrix}\qquad\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha^2&\alpha\\1&\alpha&\alpha^2\end{bmatrix}=\mathbf{T}$$

$$\alpha=1\angle 120^o$$

$$\alpha^2=1\angle -120^o$$

$$\alpha^3=\alpha^0=1$$

Transformação

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1}$$

$$V^{012} = \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \dot{V}_A + \dot{V}_B + \dot{V}_C \\ \dot{V}_A + \alpha\dot{V}_B + \alpha^2\dot{V}_C \\ \dot{V}_A + \alpha^2\dot{V}_B + \alpha\dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_A + V_B + V_C}{3} \\ \frac{V_A + \alpha V_B + \alpha^2\, V_C}{3} \\ \frac{V_A + \alpha^2\, V_B + \alpha V_C}{3} \end{bmatrix}$$

$$V^{ABC} = \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 \\ \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

Aplicação de C.S. em SEP (V e I)

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix}$$

Aplicação de C.S. em SEP (V, I e Z)

$$\boxed{\dot{V}^{abc} = Z^{abc} \times \dot{I}^{abc}}$$

$$\dot{V}^{abc} = T \times \dot{V}^{012} \qquad \dot{I}^{abc} = T \times \dot{I}^{012}$$

$$T \times \dot{V}^{012} = Z^{abc} \times T \times \dot{I}^{012}$$

$$\underbrace{\overbrace{T^{-1}} \times T} \times \dot{V}^{012} = \overbrace{T^{-1}} \times Z^{abc} \times T \times \dot{I}^{012}$$

$$\dot{V}^{012} = \underbrace{T^{-1} \times Z^{abc} \times T}_{Z^{012}} \times \dot{I}^{012}$$

LEMBRANDO QUE:

$$\mathbf{T.T^{-1}} = \mathrm{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\dot{V}^{012} = Z^{012} . \dot{I}^{012}}$$

- Portanto, para matriz de impedância, Z^{abc}, equilibrada:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{Z}_2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

  - É análogo a ter 3 sistemas monofásico desacoplados

$$Z_0 = \frac{\overline{Z}_A + \overline{Z}_B + \overline{Z}_C}{3} =$$

$$Z_1 = \frac{Z_A + \alpha Z_B + \alpha^2 Z_C}{3} =$$

$$\overline{Z}_2 = \frac{Z_A + \alpha^2 Z_B + \alpha Z_C}{3} =$$

Ex. Dada a sequência

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 < 0 \\ 120 < -120 \\ 120 < 120 \end{bmatrix}$$

Decompor analiticamente e graficamente em suas componentes simétricas.

V_+ = 120 < 0
V_- = 0
V_0 = 0

Ex. Dada a sequência

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 < 0 \\ 380 < -90 \\ 380 < 90 \end{bmatrix}$$

Decompor analiticamente e graficamente em suas componentes simétricas.

V_+ = 260 < 0
V_- = 180 < 180
V_0 = 40 < 0

Ex. Dada a sequência

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 141{,}42 < -15 \\ 51{,}76 < -15 \\ 193{,}2 < 165 \end{bmatrix}$$

Decompor analiticamente e graficamente em suas componentes simétricas.

V_+ = 100 < 30
V_- = 100 < -60
V_0 = 0

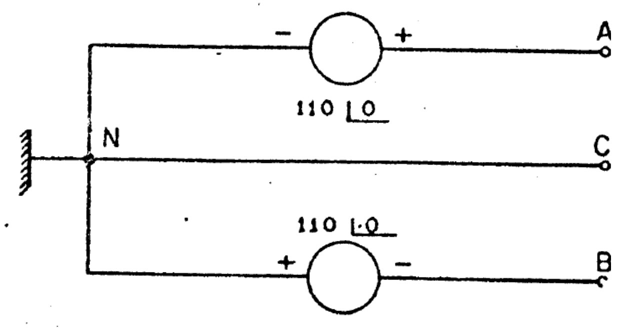
$V_+ = 260 < 0$

$V_- = 180 < 180$

$V_0 = 40 < 0$

$$V_A = V_O + V_1 + V_2 = 40 < 0 + 260 < 0 + 180 < 180$$

Para o circuito da figura, determinar as componentes simétricas de fase e de linha.



$$\dot{V}_{0L} = 0,$$

$$\dot{V}_{1L} = \sqrt{3}\angle 30^\circ\, \dot{V}_{1F} = 110\angle 0^\circ,$$

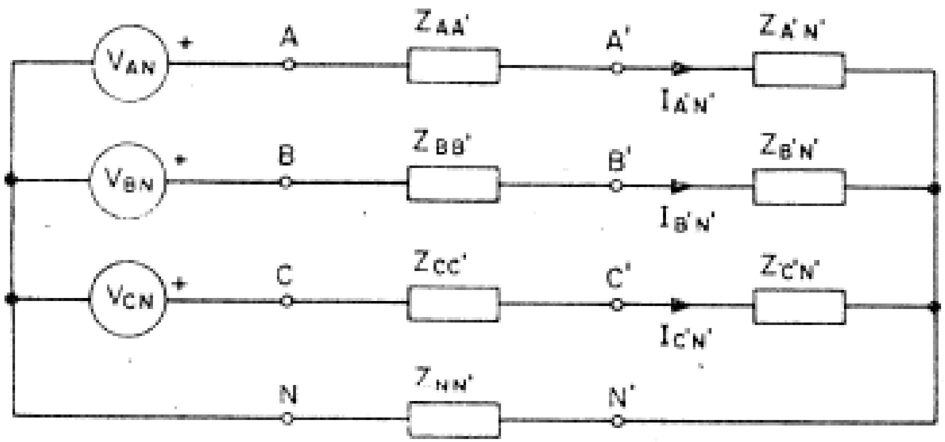
$$\dot{V}_{2L} = \sqrt{3}\angle -30^\circ\, \dot{V}_{2F} = 110\angle 0^\circ.$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{0F} \\ \dot{V}_{1F} \\ \dot{V}_{2F} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 110\angle 0^\circ \\ 110\angle 180^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ 110\sqrt{3}\angle -30^\circ \\ 110\sqrt{3}\angle 30^\circ \end{bmatrix}.$$

$$\dot{V}_{AB} = 220\angle 0^\circ \qquad \dot{V}_{BC} = 110\angle 180^\circ \quad \dot{V}_{CA} = 110\angle 180^\circ\,.$$

EXEMPLO 3.5 - Um gerador trifásico, conforme Fig. 3-15, alimenta, através de uma linha, uma carga desequilibrada na qual as tensões e correntes valem:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{A'N'} \\ \dot{V}_{B'N'} \\ \dot{V}_{C'N'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 210\angle 0^o \\ 210\angle -90^o \\ 210\angle 90^o \end{bmatrix} V \qquad \begin{bmatrix} \dot{I}_{A'N'} \\ \dot{I}_{B'N'} \\ \dot{I}_{C'N'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ -21 \\ -21 \end{bmatrix} A.$$



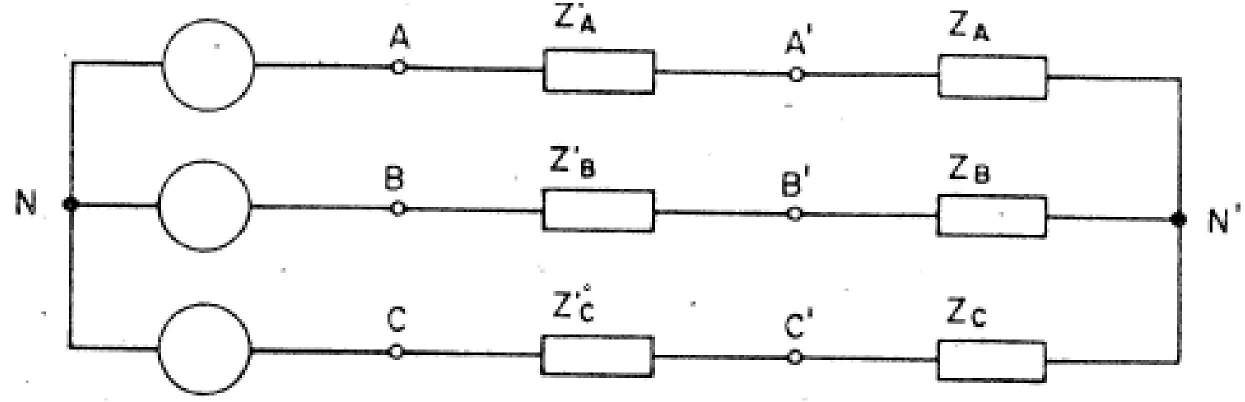
(1) Determinação das componentes simétricas da tensão na carga:
Temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{A'N'_0} \\ \dot{V}_{A'N'_1} \\ \dot{V}_{A'N'_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 210\angle 0^0 \\ 210\angle -90^0 \\ 210\angle 90^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 210\angle 0^0 + 210\angle -90^0 + 210\angle 90^0 \\ 210\angle 0^0 + 210\angle 30^0 + 210\angle -30^0 \\ 210\angle 0^0 + 210\angle -210^0 + 210\angle 210^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 + j0 \\ 191{,}24 + j0 \\ -51{,}24 + j0 \end{bmatrix} V$$

(2) Determinação das componentes simétricas da corrente na carga:

$$\begin{bmatrix} I_{A'N'_0} \\ I_{A'N'_1} \\ I_{A'N'_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21 \\ -21 \\ -21 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 21\angle 0^0 - 21\angle 0^0 - 21\angle 0^0 \\ 21\angle 0^0 - 21\angle 120^0 - 21\angle -120^0 \\ 21\angle 0^0 - 21\angle -120^0 - 21\angle 120^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 + j0 \\ 14 + j0 \\ 14 + j0 \end{bmatrix} A$$

EXEMPLO 3.6 - Uma linha alimenta uma carga equilibrada ligada em estrela, conforme Fig. 3-16. A impedância de cada um dos fios da linha é $(0,5 + j1,0)\Omega$, a impedância de fase da carga vale $(4,5 + j3,0)\Omega$ e a alimentação é através de sistema trifásico simétrico com tensão de linha de 380V.



Determine as componentes simétricas da tensão no gerador e das impedâncias da linha e da carga para Zc=0.

a. No gerador:

O trifásico simétrico será dado por:

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 220\underline{|0^0} \\ 220\underline{|-120^0} \\ 220\underline{|120^0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 220\underline{|0^0} \\ 0 \end{bmatrix} V$$

b. Impedâncias da linha:

$$Z'_0 = \frac{Z'_A + Z'_B + Z'_C}{3} = (0,5 + j1,0)\Omega,$$

$$Z'_1 = \frac{Z'_A + \alpha Z'_B + \alpha^2 Z'_C}{3} = (0,5 + j1,0)\left(\frac{1 + \alpha + \alpha^2}{3}\right) = 0,$$

$$Z'_2 = \frac{Z'_A + \alpha^2 Z'_B + \alpha Z'_C}{3} = (0,5 + j1,0)\left(\frac{1 + \alpha^2 + \alpha}{3}\right) = 0,$$

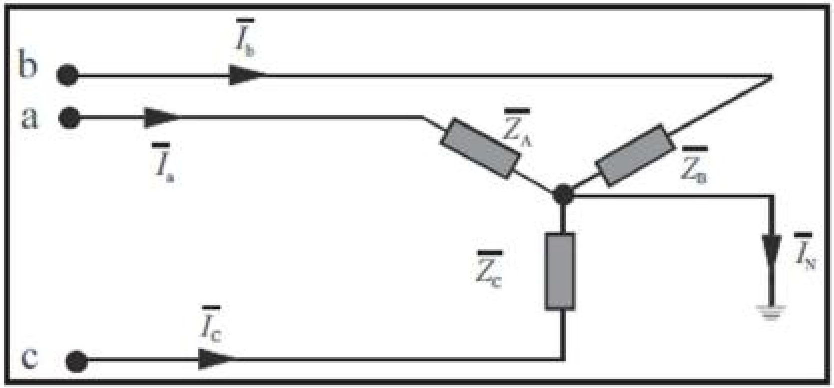
b. Impedâncias da carga:

$$Z_0 = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3} = \frac{9 + j6}{3} = (3 + j2)\Omega,$$

$$Z_1 = \frac{Z_A + \alpha Z_B + \alpha^2 Z_C}{3} = (4,5 + j3)\left(\frac{1 + \alpha}{3}\right) = -(1,5 + j)\alpha^2 = 1,8\underline{|93,7^0}\Omega,$$

$$Z_2 = \frac{Z_A + \alpha^2 Z_B + \alpha Z_C}{3} = (4,5 + j3)\left(\frac{1 + \alpha^2}{3}\right) = -(1,5 + j)\alpha = 1,8\underline{|-26,3^0}\Omega$$

A figura a seguir mostra uma carga trifásica terminada em estrela aterrada. As impedâncias de cada fase da carga, para a situação estudada, têm os seguintes valores: ZA = 30 ohms, ZB = j30 ohms e ZC = 0. As correntes em cada fase são desequilibradas e apresentam os valores fasoriais: IA = 10 A, IB = -10 A e IC = 30 A. O circuito mostra a carga e seus terminais e omite as ligações pertinentes ao gerador, que é aterrado, permitindo circulação de corrente pela terra.



A partir dos dados e do circuito acima, julgue os itens seguintes acerca das componentes simétricas das grandezas de corrente e tensão na carga. a) A corrente de sequência zero é igual a 10 A. b) A componente de sequência zero da tensão de fase apresenta intensidade inferior a 150 V. c) A componente de sequência positiva da tensão de fase é superior a 200 V.

a)

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{10 - 10 + 30}{3} = 10A$$

b)

Va=Ia*Za=300 V

Vb=Ib*Zb=-j300 V

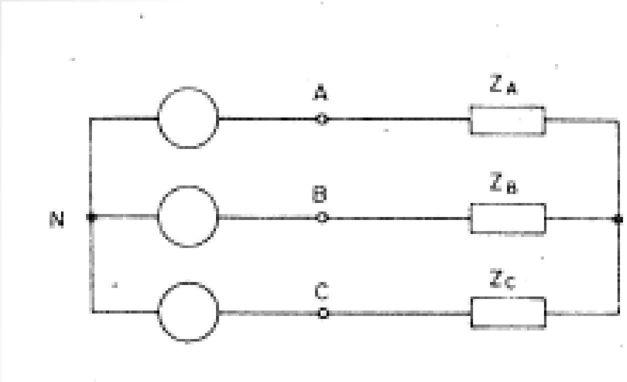
Vo=(Va+Vb+Vc)/3=141,421356 <-45

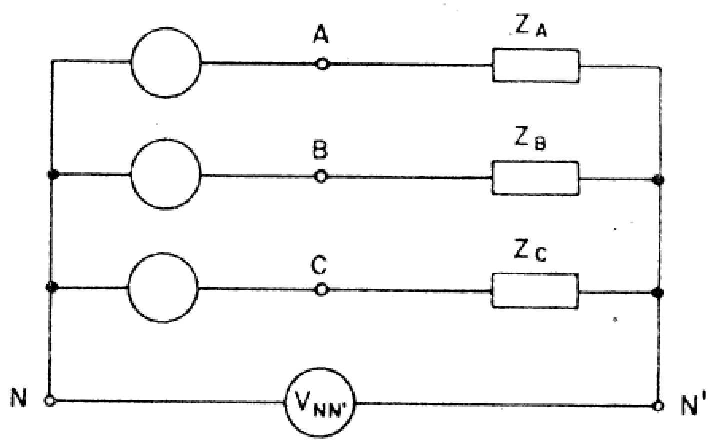
Vc=Ic*Zc= 0 V

c)

V1=(Va+Vb*α+Vc*α²)/3=193,185<15

SEGUNDA LEI DE KIRCHHOFF APLICADA A COMPONENTES SIMÉTRICAS





$$\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} + \dot{V}_{N'A} = 0$$

$$\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'} + \dot{V}_{N'B} = 0$$

$$\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'} + \dot{V}_{N'C} = 0$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS III

5ª Termo

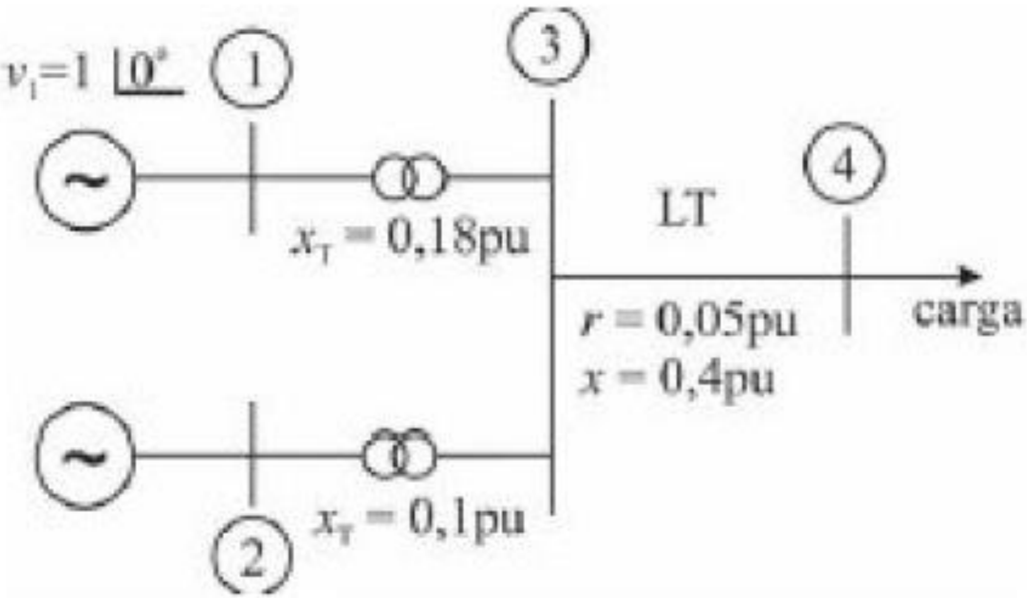
Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Giuliano Pierre Estevam

Aula 04

www.electroenge.com.br

SISTEMA POR UNIDADE
pu



Introdução

- Sistema em Valor Percentual ou Por Unidade (ou PU)
  - é uma forma de **expressar** as grandezas elétricas em um circuito de forma **normalizada**, com base em valores pré-determinados.
  - Exemplo:
    - Para uma potência base igual a 100MVA
    - Uma potência de 80MVA terá valor de 0,80pu ou 80% (=*80MVA/100MVA*)
  - Vantagens:
    - Simplificação dos cálculos (Normalização)
    - Melhor sensibilidade entre grandezas

Valores em PU

- Em Análise de **Redes**, os valores percentuais ou PU são determinados a partir das **duas relações físicas** a seguir:

Tensão

Impedância

$$V = Z \cdot I$$

$$S = V \cdot I$$

Potência

Corrente

- Assim, duas grandezas são escolhidas como valores bases e as outras duas são calculadas em relação as bases adotadas.
  - Por convenção são escolhidas a tensão e a potência.
  - Em SEP as bases geralmente são os valores nominais.

Valores Base

$$\boxed{V_{base} \quad e \quad S_{base}}$$

Corrente base:

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}}$$

Impedância base:

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}}$$

Exemplo

Exercícios: Fixando-se para uma rede elétrica trifásica os valores base: 100 MVA e 138 kV, determine:

A) Corrente base

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} = \frac{100 \, x \, 10^6}{138 \, x \, 10^3} = 724{,}63 \, A$$

B) Impedância Base

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(138 \, x \, 10^3)^2}{100 \, x \, 10^6} = 190{,}44 \, \Omega$$

Um gerador trifásico de 3125 kA, 4,16 kV tem uma reatância de 0,94 ohms. Qual a sua reatância em pu:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(4{,}16\ x\ 10^3)^2}{3125\ x\ 10^3} = 5{,}53\Omega$$

$$x = \frac{X_g}{X_b} = \frac{0{,}94}{5{,}53} = 0{,}16998\ p.u.$$

Cálculo das Grandezas em PU

- Tensão em PU: $$v = \frac{V}{V_{base}} (pu - V)$$
- Potência em PU: $$s = \frac{S}{S_{base}} (pu - VA)$$
- Impedância em PU: $$z = \frac{Z}{Z_{base}} = Z \cdot \frac{S_{base}}{V_{base}^2} (pu - \Omega)$$
- Corrente em PU: $$i = \frac{I}{I_{base}} = I \cdot \frac{V_{base}}{S_{base}} (pu - A)$$

Sistema PU com grandezas fasoriais

- Seja a tensão fasorial em Volt:

$$\dot{V} = V\angle\theta = V_r + j.V_m$$

- Em PU:

$$\dot{V}_{pu} = \frac{V}{V_{base}}\angle\theta = \frac{V_r}{V_{base}} + j.\frac{V_m}{V_{base}}$$

Sistema PU com grandezas fasorias

- A potência base adota é sempre a potência aparente,
- Então: $$\dot{S}_{pu} = \frac{S}{S_{base}}\angle\theta = \frac{P}{S_{base}} + j.\frac{Q}{S_{base}} = P_{pu} + j.Q_{pu}$$
- Obs:
  - E se fosse adotado uma base para o P e outra para o Q?
  - Digamos que desejamos calcular: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$
  - Teríamos:

$$s = \frac{S}{S_{base}} = \sqrt{\frac{P^2 + Q^2}{P_{base}^2 + Q_{base}^2}} \neq \sqrt{\left(\frac{P}{P_{base}}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_{base}}\right)^2} = \sqrt{p^2 + q^2}$$

  - Portanto, somente a potência aparente é usada como base.

Sistema PU com grandezas fasorias

- Portanto:

$$P_{pu} = \frac{P}{S_{base}} \frac{(W)}{(VA)}$$

$$S_{pu} = \frac{S}{S_{base}} \frac{(VA)}{(VA)}$$

$$Q_{pu} = \frac{Q}{S_{base}} \frac{(VAr)}{(VA)}$$

$$Z_{pu} = \frac{|\dot{Z}|}{Z_{base}} = \frac{Z}{Z_{base}} \qquad R_{pu} = \frac{R}{Z_{base}} \qquad X_{pu} = \frac{X}{Z_{base}}$$

Exercício

Seja um sistema do tipo gerador-linha-carga. A tensão no gerador é 220 V/60 Hz. A carga é de **impedância constante** e absorve 10 kW, com fator de potência 0,7 indutivo quando alimentada por tensão de 200 V. A impedância da linha é 1,28 + j0,80 ohms.

Calcule:

(a) A tensão na carga;

(b) A potência fornecida pelo gerador.

Adote: Tensão base = 200 V e Potência base = 10 kVA

Mudanças de Base

- Normalmente os parâmetros de um equipamento estão com base diferente da adotada no sistema, o que requer mudança de base.
  - Mudança de Base de Tensão;
  - Mudança de Base de Potência;
  - Mudança de Base de Corrente;
  - Mudança de Base de Impedância.

Mudanças de Base

Valor PU base antiga (Tensão)

$$v_{pu}^{0} = \frac{V}{V_{base}^{0}} \qquad V = v_{pu}^{0}.V_{base}^{0}$$

Valor PU base nova (Tensão)

$$v_{pu}^{1} = \frac{V}{V_{base}^{1}} \qquad V = v_{pu}^{1}.V_{base}^{1}$$

Relação entre as bases

$$v_{pu}^{1}.V_{base}^{1} = v_{pu}^{0}.V_{base}^{0}$$

Mudança de Base

$$\boxed{v_{pu}^{1} = v_{pu}^{0} \cdot \frac{V_{base}^{0}}{V_{base}^{1}}}$$

- A mudança de base de potência é feita de forma análoga

Mudança de Base de Corrente

Valor PU base antiga (corrente)

$$i_{pu}^{0} = \frac{I}{I_{base}^{0}} \qquad I = i_{pu}^{0} . I_{base}^{0}$$

Valor PU base nova (corrente)

$$i_{pu}^{1} = \frac{I}{I_{base}^{1}} \qquad I = i_{pu}^{1} . I_{base}^{1}$$

Relação entre as bases

$$i_{pu}^{1} . I_{base}^{1} = i_{pu}^{0} . I_{base}^{0}$$

$$I_{base}^{1} = \frac{S_{base}^{1}}{V_{base}^{1}} \qquad I_{base}^{0} = \frac{S_{base}^{0}}{V_{base}^{0}}$$

$$i_{pu}^{1} . \frac{S_{base}^{1}}{V_{base}^{1}} = i_{pu}^{0} . \frac{S_{base}^{0}}{V_{base}^{0}}$$

Mudança de Base

$$\boxed{i_{pu}^{1} = i_{pu}^{0} . \frac{S_{base}^{0}}{S_{base}^{1}} . \frac{V_{base}^{1}}{V_{base}^{0}}}$$

Mudança de Base de Impedância

Valor PU base antiga

$$z_{pu}^{0} = \frac{Z}{Z_{base}^{0}} \qquad Z = z_{pu}^{0}.Z_{base}^{0}$$

Valor PU base nova

$$z_{pu}^{1} = \frac{Z}{Z_{base}^{1}} \qquad Z = z_{pu}^{1}.Z_{base}^{1}$$

Relação entre as bases

$$z_{pu}^{1}.Z_{base}^{1} = z_{pu}^{0}.Z_{base}^{0}$$

$$Z_{base}^{1} = \frac{(V_{base}^{1})^2}{S_{base}^{1}} \qquad Z_{base}^{0} = \frac{(V_{base}^{0})^2}{S_{base}^{0}}$$

$$z_{pu}^{1}.\frac{(V_{base}^{1})^2}{S_{base}^{1}} = z_{pu}^{0}.\frac{(V_{base}^{0})^2}{S_{base}^{0}}$$

Mudança de Base

$$\boxed{z_{pu}^{1} = z_{pu}^{0}.\frac{(V_{base}^{0})^2}{(V_{base}^{1})^2}.\frac{S_{base}^{1}}{S_{base}^{0}}}$$

Circuito PU de Sistema Trifásico

- Seja um sistema trifásico simétrico equilibrado com carga equilibrada:

$$V_{fase} = Z_{fase}.I_{fase} \qquad S_{3\phi} = 3.S_{fase} \begin{cases} S_{fase} = V_{fase}.I_{fase} \\ S_{fase} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} V_{linha}.I_{linha} \end{cases}$$

- Adotando como base:
  - Tensão de fase e Potência Monofásica: $V_{base\ fase}$ e $S_{base\ fase}$
  - Então:

$$I_{base\ fase} = \frac{S_{base\ fase}}{V_{base\ fase}} \qquad Z_{base\ fase} = \frac{V_{base\ fase}}{I_{base\ fase}} = \frac{V_{base\ fase}^2}{S_{base\ fase}}$$

Circuito PU de Sistema Trifásico

- Considerando o sistema em Y e adotando como base:
  - Tensão de Linha e Potência Trifásica: $V_{baselinha}$ e $S_{base3\phi}$
  - Sabendo que: $V_{baselinha} = \sqrt{3}.V_{base\,fase}$ e $S_{base3\phi} = 3.S_{base\,fase}$
  - Portanto:

$$I_{baselinha} = \frac{S_{base3\phi}}{\sqrt{3}.V_{baselinha}} = \frac{3.S_{base\,fase}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}.V_{base\,fase}} = \frac{S_{base\,fase}}{V_{base\,fase}} = I_{base\,fase}$$

$$Z_{base} = \frac{V_{baselinha}/\sqrt{3}}{I_{baselinha}} = \frac{V_{baselinha}/\sqrt{3}}{S_{base3\phi}/\sqrt{3}V_{baselinha}} =$$

$$= \frac{V_{baselinha}^2}{S_{base3\phi}} = \frac{\left(\sqrt{3}.V_{base\,fase}\right)^2}{3.S_{base\,fase}} = \frac{V_{base\,fase}^2}{S_{base\,fase}} = Z_{base\,fase}$$

Igualdade de valores PU (fase x linha)

- Conseqüentemente, em valores em PU:

$$V_{pu\,linha} = \frac{V_{linha}}{V_{baselinha}} = \frac{\sqrt{3}.V_{fase}}{\sqrt{3}.V_{base\,fase}} = \frac{V_{fase}}{V_{base\,fase}} = V_{pu\,fase}$$

$$S_{pu3\varphi} = \frac{S_{3\varphi}}{S_{base3\varphi}} = \frac{3.S_{fase}}{3.S_{base\,fase}} = \frac{S_{fase}}{S_{base\,fase}} = S_{pu\,fase}$$

$$I_{pu\,linha} = \frac{I_{linha}}{I_{baselinha}} = \frac{I_{fase}}{I_{base\,fase}} = I_{pu\,fase}$$

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_{base}} = \frac{Z}{Z_{base\,fase}} = Z_{pu}$$

Circuito PU de Sistema Trifásico

- Escolha de base em SEP:
  - Tensão de Fase e Potência Monofásica (de Fase), ou
  - Tensão de Linha e Potência Trifásica.

- A relação em PU:

$$V_{pu_{linha}} = V_{pu_{fase}} \quad S_{pu_{3\phi}} = S_{pu_{fase}} \quad I_{pu_{linha}} = I_{pu_{fase}} \quad Z_{pu} = Z_{pu}$$

  - Note que a relação de igualdade acima só diz respeito ao **módulo das variáveis**. Portanto, para carga em Y a relação de ângulo entre a tensão de fase e de linha possui uma rotação de 30°. Exemplo com seqüência direta: $\dot{V}_{pu_{linha}} = \dot{V}_{pu_{fase}} \angle 30^0$

Igualdade de valores PU

- Observe que as igualdades são válidas para cada variável em PU na sua própria base. Exemplo:

$$V_{pu_{linha}} = V_{pu_{fase}} \qquad S_{pu_{3\phi}} = S_{pu_{fase}} \qquad I_{pu_{linha}} = I_{pu_{fase}} \qquad Z_{pu} = Z_{pu}$$

  - Termos da direita
    - Tensão de Fase e Potência Monofásica como Bases.
  - Termos da esquerda
    - Tensão de Linha e Potência Trifásica como Bases.

Exercício

- Um Gerador Trifásico Simétrico alimenta por meio de uma linha uma carga trifásica equilibrada em Y. Sabendo:
  - Impedância da Linha: $(0{,}05 + j\,0{,}15)\ \Omega$;
  - Tensão de Linha na Carga: 220V, 60Hz;
  - Potência Absorvida pela carga: 60kW com FP=0,60 indutivo.
- Calcule usando PU:

  (a) Circuito unifilar em PU;

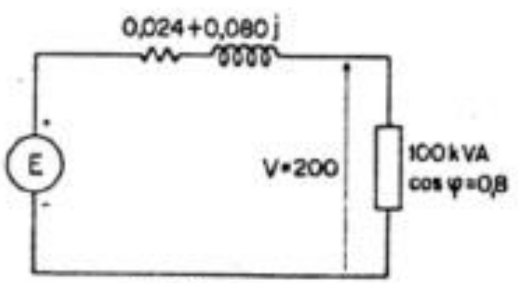
  (b) Tensão no gerador;

  (c) O tamanho do banco de capacitor (em Y) para que o FP na barra de carga seja unitário, mantendo-se a tensão de carga em 220V.

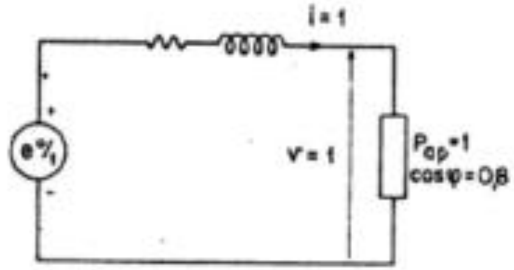
  (d) Para a condição do problema acima, qual a nova tensão do gerador?

Exercício

EXEMPLO 2.1 - Calcular, no circuito da Fig. 2-1, a tensão necessária no gerador para manter a tensão na carga em 200 V. Sabemos que a carga absorve 100 kVA com $\cos\varphi = 0{,}8$ indutivo e que a impedância da linha é $(0{,}024 + j0{,}080)\ \Omega$.



(a) Circuito



(b) Circuito em valores p.u.

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} = \frac{100 \cdot 10^3}{200} = 500\ A,$$

$$i = \frac{s}{v} = \frac{S / S_{base}}{V / V_{base}} = \frac{1}{1} = 1\ pu.$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} = \frac{4.10^4}{10^5} = 0{,}4\ \Omega.$$

$$\dot{v} = v\angle\varphi = 1\angle 36{,}9^\circ\ pu..$$

A tensão no gerador é dada por:

$$\dot{E} = \dot{V} + \dot{I}.\dot{Z}$$

dividindo ambos membros por $V_{base} = Z_{base} I_{base}$, resulta:

$$\frac{\dot{E}}{V_{base}} = \frac{\dot{V}}{V_{base}} + \frac{\dot{I}}{I_{base}} \cdot \frac{\dot{Z}}{Z_{base}},$$

isto é,

$$\dot{e} = \dot{v} + \dot{i}.\dot{z},$$

sendo,

$$\dot{Z} = 0{,}024 + j0{,}080 = 0{,}0835\,\underline{|73{,}3^\circ}\ \Omega.$$

Logo:

$$\dot{z} = \frac{\dot{Z}}{Z_{base}} = \frac{0{,}0835}{0{,}4}\underline{|73{,}3^\circ} = 0.209\,\underline{|73{,}3^\circ}\ \ pu$$

ou

$$\dot{z} = \frac{\dot{Z}}{Z_{base}} = \frac{0{,}024}{0{,}4} + j\,\frac{0{,}08}{0{,}4} = (0{,}060 + j0{,}200)\ \ pu.$$

Portanto

$$\dot{e} = 1\,\underline{|36{,}9^\circ} + 1{,}0 \cdot 0{,}209\,\underline{|73{,}3^\circ}.$$

isto é,

$$\dot{e} = 1.\left(0{,}8 + j0{,}6\right) + 1.\left(0{,}060 + j0{,}200\right) = 0{,}860 + j0{,}800 = 1{,}175\,\angle 42{,}9^\circ \;\; pu\,.$$

Exprimindo $\dot{e}$ em volt, teremos

$$\boxed{\dot{E} = \dot{e}.V_{base} = 1{,}175\,\angle 42{,}9^\circ \cdot 200 = 235\,\angle 42{,}9^\circ \;\; V\,.}$$

<u>*EXEMPLO 2.2*</u> - Um gerador alimenta uma carga por meio de uma linha. Sabendo-se que:

(1) a tensão no gerador é 220 V - 60 Hz,
(2) a carga é de impedância constante e absorve 10 kW, fator de potência 0,7 indutivo, quando alimentada por tensão de 200 V,
(3) a impedância da linha é $(1{,}28 + j0{,}80)\ \Omega$,

P

pedimos:

(a) a tensão na carga,
(b) a potência fornecida pelo gerador,
(c) a capacitância de um capacitor, ligado em paralelo com a carga, que torne unitário o fator de potência do conjunto (carga + capacitor);
(d) a tensão na carga e a potência fornecida pelo gerador após a correção do fator de potência;
(e) diagrama de fasores do circuito.