ENERGIA CINÉTICA E TRABALHO

O que é energia?

O termo energia é tão amplo que é difícil pensar numa definição concisa. Teoricamente, a energia é uma grandeza escalar associada ao estado de um ou mais objetos; entretanto, esta definição é excessivamente vaga para ser útil para quem está começando.

Uma definição menos rigorosa pode servir pelo menos de ponto de partida. Energia é um número que associamos a um sistema de um ou mais objetos. Se uma força muda um dos objetos, fazendo-o entrar em movimento, por exemplo, o número que descreve a energia do sistema varia.

Uma coisa importante sobre a energia: A energia pode ser transformada de uma forma para outra e transferida de um objeto para outro, mas a quantidade total é sempre a mesma (a energia é conservada). Até hoje, nunca foi encontrada uma exceção da lei de conservação de energia.

ENERGIA CINÉTICA

A energia cinética K é a energia associada ao movimento de um objeto. Quanto mais depressa ele se move, maior a sua energia cinética.

Quando um objeto está em repouso, a energia cinética é nula.

Para um objeto de massa m e velocidade v (muito menor do que a velocidade da luz), teremos:

$$K = \frac{1}{2}m.v^2 \quad \text{(energia cinética)}$$

Por **exemplo**, uma siriema de 3,0 Kg que corre a uma velocidade de 2,0 m/s tem energia cinética:

$$K = \frac{1}{2}3(kg).\left(2\frac{m}{s}\right)^2 = 6 \text{ joules}$$

A unidade de energia cinética (e de qualquer forma de energia) no sistema internacional é o joule (J).

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

TRABALHO (W)

Trabalho é a energia transferida para um objeto ou de um objeto através de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo.

Trabalho, portanto, é energia transferida; "realizar trabalho" é o ato de transferir energia. O trabalho tem a mesma unidade que a energia e é uma grandeza escalar.

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Para calcular o trabalho que uma força realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento, usamos apenas a componente da força em relação ao deslocamento do objeto. A componente da força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

$W = \vec{F}.\vec{d}$ (trabalho executado por uma força constante)

ou ainda:

$W = Fd\cos\phi$, onde ϕ é o ângulo entre a força e o deslocamento.

Existem duas restrições para o uso desta equação acima:

i) a força deve ser constante, ou seja, nem o módulo nem a orientação da força deve variar durante o deslocamento do objeto).

ii) O objeto deve se comportar como uma partícula, ou seja, o objeto deve ser rígido.

O sinal do trabalho ➔ Pode ser positivo ou negativo. Se o ângulo ϕ é menor do que 90^0, cos ϕ é positivo e o trabalho é positivo. Se ϕ é maior do que 90^0 e menor que 180^0, cos ϕ é negativo e o trabalho é negativo. Se $\phi=90^0$, o trabalho é nulo. Esses resultados levam a uma regra simples:

Para determinar o sinal do trabalho realizado por uma força considere a componente da força paralela ao deslocamento.

Uma força realiza trabalho positivo se possui uma componente vetorial no mesmo sentido do deslocamento, e realiza trabalho negativo quando possui uma componente vetorial no sentido oposto. A força possui um trabalho nulo quando NÃO possuir uma componente vetorial na direção do deslocamento.

A unidade de trabalho é a mesma que a energia ➔ Joule (J).

Podemos escrever ainda o trabalho como a variação da energia cinética. Assim:

$$\Delta K = K_f - K_i = W = Fd\cos\phi\,,$$

onde K_f e K_i são as energias cinéticas final e inicial da partícula.

Assim, podemos escrever:

$$K_f = K_i + W,$$

o que significa que:

(A energia cinética depois da execução do trabalho) = (energia cinética antes da execução do trabalho) + (o trabalho executado).

Por exemplo, se a energia cinética de uma partícula é inicialmente 5 J e a partícula recebe uma energia de 2 J (trabalho total positivo), a energia cinética final é de 7 J. Por outro lado, se a partícula cede uma energia total de 2 J (trabalho total negativo), a energia cinética final é 3 J.

TESTE 1 Uma partícula está se movendo ao longo do eixo x. A energia cinética aumenta, diminui ou permanece a mesma se a velocidade da partícula varia (a) de -3 m/s para -2 m/s e (b) de -2 m/s para 2 m/s? (c) Nas situações dos itens (a) e (b), o trabalho realizado sobre a partícula é positivo, negativo ou nulo?

$K = \frac{1}{2} m.v^2$ Assim:

(a) $v_i = -3$ m/s; $v_f = -2$ m/s

$$K_i = \frac{1}{2} m.v_i^{\,2} = \frac{1}{2} m.(-3)^2 = 4{,}5.m$$

$$K_f = \frac{1}{2} m.v_f^{\,2} = \frac{1}{2} m.(-2)^2 = 2.m$$

energia cinética diminuiu.

(b) $v_i = -2$ m/s; $v_f = 2$ m/s

$$K_i = \frac{1}{2} m.v_i^{\,2} = \frac{1}{2} m.(-2)^2 = 2.m$$

$$K_f = \frac{1}{2} m.v_f^{\,2} = \frac{1}{2} m.(2)^2 = 2.m$$

a energia cinética é mesma.

(c) O trabalho fica:

Na situação (a): $W = \Delta K = K_f - K_i = (2\ m) - (4{,}5\ m)$ ➔ **W < 0**

Na situação (b): $W = \Delta K = K_f - K_i = (2\ m) - (2\ m)$ ➔ **W = 0.**

Exemplo:

A figura 7-4 a mostra dois espiões industriais arrastando um cofre de 225 Kg a partir do repouso e, assim, produzindo um deslocamento d de módulo 8,5 m em direção a um caminhão. O empurrão $\vec{F}_1$ do espião 001 tem módulo de 12 N e faz um ângulo de 30^0 para baixo com a horizontal; O puxão $\vec{F}_2$ do espião 002 tem módulo de 10 N e faz um ângulo de 40^0 para cima com a horizontal. Os módulos e as orientações das forças não variam quando o cofre se desloca, e o atrito entre o cofre o piso é desprezível.

(a) Qual o trabalho realizado pelas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sobre o cofre durante o deslocamento d?

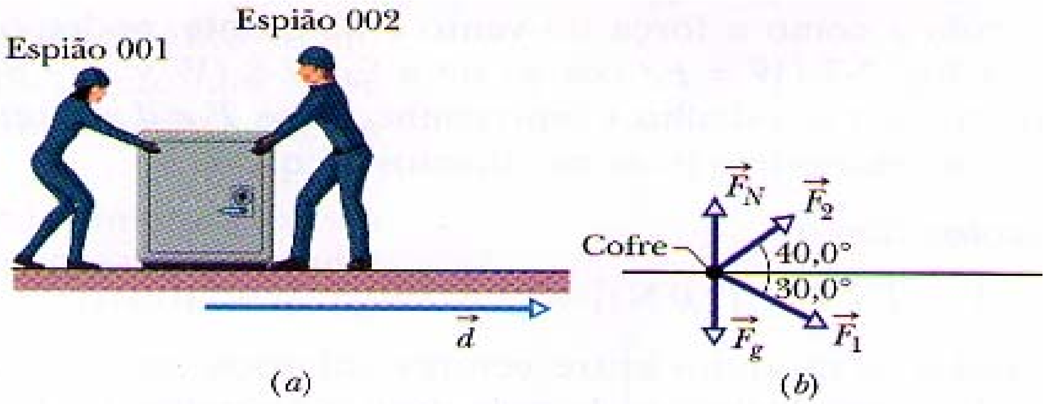

FIG. 7-4 (a) Dois espiões arrastam um cofre, produzindo um deslocamento $\vec{d}$. (b) Diagrama de corpo livre do cofre.

Solução:

O trabalho realizado sobre o cofre é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas duas forças.

O trabalho realizado por $\vec{F}_1$ é:

$W_1 = F_1 \, d \cos \phi_1 = (12N)\,(8{,}5\text{ m})\,(\cos 30^0) = 88{,}3$ J.

E o trabalho realizado por $\vec{F}_2$ é

$W_2 = F_2 \, d \cos \phi_2 = (10{,}0N)\,(8{,}5\text{ m})\,(\cos 40^0) = 65{,}11$ J.

Assim, o trabalho total W é:

$$\mathbf{W = W_1 + W_2 = 88{,}3 + 65{,}11 = 153{,}4\ J.}$$

Durante o deslocamento de 8,5 m os espiões transferem 153 J para a energia cinética do cofre.

(b) Qual o trabalho realizado pela força gravitacional $\vec{F}_g$ sobre o cofre durante o deslocamento, e qual é o trabalho W_n realizado pela força normal $\vec{F}_N$ sobre o cofre durante o deslocamento?

Solução:

$W_g = F_g d \cos 90^0 = m g d .0 = 0$

$W_N = F_N d \cos 90^0 = F_N d 0 = 0$

As duas forças são perpendiculares ao deslocamento do cofre, não realizando trabalho e não transferindo energia para o cofre.

(c) O cofre está inicialmente em repouso. Qual a sua velocidade v_f após o deslocamento de 8,5 m?

Como a energia cinética do cofre variou (W = ΔK), o velocidade quando $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ transferem energia para ele. Assim,

$$W = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$153,4 = \frac{1}{2}.225.v_f^2 - \frac{1}{2}.225.0$$

$$\frac{(153,4)(2)}{225} = v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{1,36} = 1,17\ m/s$$

Exemplo 2: Durante uma tempestade, um caixote desliza pelo piso escorregadio de um estacionamento, sofrendo um deslocamento $\vec{d} = (-3{,}0m)\hat{i}$ ao ser empurrado por um vento com força $\vec{F} = (2{,}0N)\hat{i} + (-6{,}0N)\hat{j}$. Qual o trabalho realizado pelo vento sobre caixote?

Solução:

A situação é mostrada na figura abaixo:

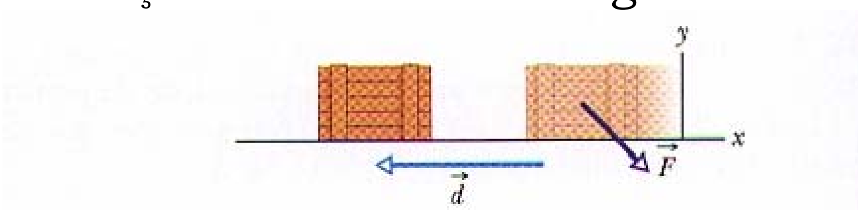

FIG. 7-5 Uma força $\vec{F}$ desacelera um caixote durante um deslocamento $\vec{d}$.

$$W = \vec{F}.\vec{d} = [(2{,}0N)\hat{i} + (-6{,}0N)\hat{j}]\bullet[(-3{,}0m)\hat{i}]$$

Assim:

$$W = [(2{,}0N)\hat{i} \bullet (-3{,}0m)\hat{i}] + [(-6{,}0N)\overbrace{\hat{j} \bullet (-3{,}0m)\hat{i}}^{=0}]$$

$$W = -6J$$

Trabalho realizado pela força Peso

Imagine uma bola de massa *m* lançada verticalmente para cima com velocidade inicial v_o e, portanto possui uma energia cinética inicial $K = \frac{1}{2} m v_0^2$. A bola é desacelerada na subida pela força gravitacional, fazendo a velocidade da bola diminuir, diminuindo assim sua energia cinética. Assim, a força gravitacional realizou trabalho sobre a bola durante a subida.

Lembrando que trabalho pode ser escrito como: W = F d cosϕ, onde ϕ é o ângulo entre a força aplicada e o deslocamento, podemos escrever para a força peso:

$$W_g = mgd \cos \phi \qquad \text{(trabalho executado por uma força gravitacional).}$$

já que $\vec{F}_G = \vec{P} = m\vec{g}$

Durante a subida:
F_g tem sentido contrário ao deslocamento (ϕ = 180º) e W_g = m g d cos (180º) ϕ < 0.

$$W_g = mgd \cos 180° = mgd(-1) = -mgd.$$

O sinal negativo indica que a força gravitacional remove uma energia cinética mgd da energia cinética do objeto.

Depois que a bola atinge a altura máxima, começa a descer e o ângulo entre a F_g e o deslocamento é zero. Assim,

$$W_g = mgd \cos 0° = mgd(+1) = +mgd.$$

O sinal positivo significa que agora a força gravitacional transfere uma energia mgd para a energia cinética do objeto. Isto está de acordo com o fato de que o objeto ganha velocidade na descida.

Trabalho realizado para levantar e baixar um objeto

Para levantar um objeto, você aplica uma força que realiza trabalho positivo, W_a, durante o deslocamento para cima. Já a força gravitacional realiza um trabalho negativo, W_g. a força aplicada tende a transferir energia para o objeto, enquanto a força gravitacional tende a remover energia do objeto. A variação de energia cinética do objeto devido a essas duas transferências de energia é:

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g$$

Essa equação também se aplica à descida do objeto, mas nesse caso, a força gravitacional tende a transferir energia para o objeto, enquanto a força aplicada tende a remover energia do objeto.

Em muitos casos, o objeto está em repouso antes e depois do levantamento. Isso acontece, por exemplo, quando você levanta um livro do chão e o coloca em uma estante. Nesse caso, K_f e K_i são nulas e:

$$W_a + W_g = 0$$

ou

$$W_a = -W_g.$$

Ou seja, o trabalho realizado pela força aplicada é o negativo do trabalho realizado pela força gravitacional. A força aplicada transfere para o objeto a mesma quantidade de energia que a força gravitacional remove do objeto. Note que obteremos o mesmo resultado se K_f e K_i forem iguais, mesmo que não sejam nulas. Assim,

$$W_a = -mgd\cos\phi \qquad \text{(trabalho para levantar e baixar; } K_f = K_i\text{)}.$$

onde ϕ é o ângulo entre a força e o deslocamento.

Exemplo 7-4 Do Halliday

O recorde estabelecido em um dos levantamentos realizados por Paul Anderson (Fig. 7-8) na década de 1950 não foi batido até hoje. Anderson posicionou-se debaixo de uma plataforma de madeira reforçada, apoiou as mãos em um banquinho para se equilibrar e empurrou a plataforma para cima com as costas, fazendo-a subir cerca de 1,0 cm. Sobre a plataforma estavam peças de automóvel e um cofre cheio de chumbo, com um peso total de 27 900 N.

(a) Que trabalho foi realizado sobre a carga pela força gravitacional $\vec{F}_g$ durante este levantamento de Anderson?

Solução:

Como todas as componentes da carga se moveram juntas, podemos tratar a carga como uma única partícula e podemos usar $W_g = m\,g\,d\cos\phi$ para calcular o trabalho realizado pela força gravitacional sobre a carga:

$W_g = m\, g\, d \cos\phi = (27900 \text{ N})\ (0{,}010 \text{ m}) \cos(180^o) = -280 \text{ J}.$

(b) Qual foi o trabalho realizado pela força que Anderson usou para realizar o levantamento?

Como vimos, o trabalho realizado pela força aplicada é o negativo do trabalho realizado pela força gravitacional. Assim,

$W_a = -W_g = +280 \text{ J}.$

Exercício:

Uma caixa de parafusos com massa de 1,5 kg, inicialmente em repouso, percorre uma distância d = 5,70 m, puxado por um cabo em uma rampa sem atrito, até uma altura h de 2,50 m, parando em seguida.

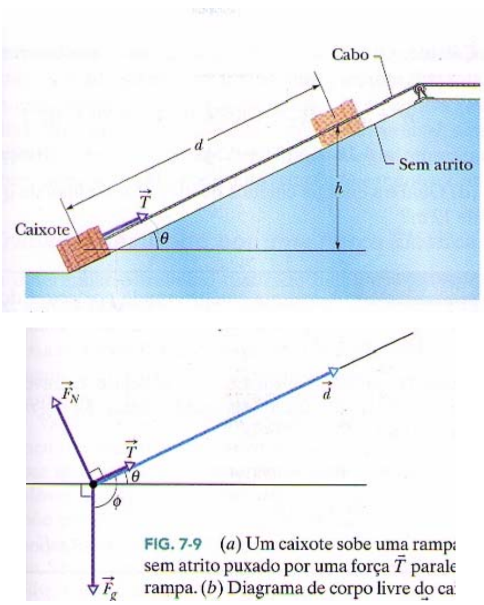

FIG. 7-9 (*a*) Um caixote sobe uma ramp[a] sem atrito puxado por uma força $\vec{T}$ parale[la à] rampa. (*b*) Diagrama de corpo livre do ca[ixote]

(a) Qual o trabalho realizado pela força gravitacional sobre a caixa de parafuso durante a subida?

(b) Qual foi o trabalho realizado sobre o caixote pela força de tensão exercida pelo cabo durante a subida?

Solução:
(a)
W_g = m g d cos (θ + 90º) = - m g d sen θ = -mgh
W_g = -(1,5 kg) (9,8 m/s²) (2,5m) = -36,75 J.

IMPORTANTE: a partir da equação acima, fica mostrado que o trabalho realizado pela força gravitacional depende do deslocamento vertical, mas não depende do deslocamento horizontal.

(b) Para responder a esse item, não podemos aplicar a mesma fórmula acima, pq não conhecemos o valor da força de tensão. Assim, devemos aplicar o teorema do trabalho e energia cinética:

$\Delta K = W = W_T + W_g + W_n$

Como o caixote está em repouso antes e depois da subida, $\Delta K = 0$. Assim,

$0 = W_T + W_g + W_n$

A força normal é perpendicular ao deslocamento, não realizando trabalho. Assim, $W_n = 0$ e a equação acima se trona:

$0 = W_T - 36{,}75\ \text{J} + 0 \Rightarrow W_T = 36{,}75\ \text{J}$.