

# **Princípios de Sistemas de Telecomunicações**

## **Unidades de medidas logarítmicas em telecomunicações**

Marcos Moecke  
São José - SC, 2006 (b)

# SUMÁRIO

<b><u>1. UNIDADES DE MEDIDAS LOGARÍTMICAS EM TELECOMUNICAÇÕES.....</u></b>	<b>1</b>
1.1 INTRODUÇÃO.....	1
1.2 USO DO DECIBEL PARA RAZÕES DE POTÊNCIA.....	3
1.3 MEDIDA ABSOLUTA DE POTÊNCIA EM DB (DBM).....	4
1.4 MEDIDA ABSOLUTA DE TENSÃO EM DB (DBU).....	5
1.5 OPERAÇÕES COM DB:.....	6
1.6 OPERAÇÕES COM DBM:.....	7
1.7 DECIBEL RELATIVO (DBR).....	8
1.8 POTÊNCIA ABSOLUTA DO PONTO DE REFERÊNCIA (DBM0).....	9
1.9 USO DE DBU PARA MEDIR DBM.....	10
1.10 OUTRAS UNIDADES DE MEDIDAS EM DB.....	10
1.11 PREFIXOS PARA MÚLTIPLOS DECIMAIS PARA UNIDADES.....	11
1.12 EXERCÍCIOS:.....	12

# 1. UNIDADES DE MEDIDAS LOGARÍTMICAS EM TELECOMUNICAÇÕES

## 1.1 Introdução

O **decibel (dB)** é uma medida da **razão** entre duas quantidades, sendo usado para uma grande variedade de medições em **acústica**, **física**, **eletrônica** e **telecomunicações**. Por ser uma razão entre duas quantidades iguais o **decibel** é uma unidade de medida adimensional semelhante a **percentagem**. O dB usa o logaritmo decimal ( $\log_{10}$ ) para realizar a compressão de escala. Um exemplo típico de uso do dB é na medição do ganho/perda de potência em um sistema. Além do uso do dB como medida relativa, também existem outras aplicações na medidas de valores absolutos tais como potência e tensão entre outros (dBm, dBV, dBu). O emprego da subunidade dB é para facilitar o seu uso diário (Um decibel (dB) corresponde a um décimo de bel (B)).

### 1.1.1 O bel é uma unidade do sistema SI?

Embora o [Comitê Internacional de Pesos e Medidas](#) (BIPM) recomende a inclusão do decibel no sistema **SI**, ele ainda não é uma unidade do SI. Apesar disso, seguem-se as convenções do SI, sendo a letra **d** grafada em minúscula por corresponder ao prefixo **deci-** do SI, e a letra **B** grafada em maiúscula pois é uma abreviação da unidade **bel** que é derivada de nome Alexander Graham **Bell**.

### 1.1.2 História e uso do bel e decibel

O bel foi inventado por engenheiros do [Bell Labs](#) para quantificar a redução no nível acústico sobre um **cabo telefônico** padrão com 1 **milha** de comprimento. Originalmente era chamado de **unidade de**

**transmissão** ou **TU**, mas foi renomeado entre 1923 e 1924 em homenagem ao fundador do laboratório [Alexander Graham Bell](#).

### 1.1.3 Vantagens do uso do decibel

As vantagens do uso do decibel são:

- É mais conveniente somar os ganhos em decibéis em estágios sucessivos de um sistema do que multiplicar os seus ganhos lineares.
- Faixas muito grandes de razões de valores podem ser expressas em decibéis em uma faixa mais moderada possibilitando uma melhor visualização dos valores grandes e pequenos.
- Na acústica o decibel usado como uma escala logarítmica da razão de intensidade sonora se ajusta melhor a intensidade percebida pelo ouvido humano. O aumento do nível de intensidade em decibéis corresponde aproximadamente ao aumento percebido em qualquer intensidade, fato conhecido com a Lei de potências de Stevens. Por exemplo, um humano percebe um aumento de 90 dB para 95 dB como sendo o mesmo que um aumento de 20 dB para 25 dB.

### 1.1.4 Outras escalas logarítmicas

O [neper](#) é uma unidade similar que usa o [logaritmo natural](#). A [escala Richter](#) também usa números expressos em bels. Na [espectrometria](#) e na [óptica](#) as unidades de [absorbância](#) são equivalentes a  $-1$  B. Na [astronomia](#) a [magnitude aparente](#) que mede o brilho das [estrelas](#) também é uma unidade logarítmica, uma vez que da mesma forma que o [ouvido](#) responde de modo logarítmico a [potencia acústica](#), o [olho](#) também responde de modo logarítmico a [intensidade luminosa](#).

## 1.2 Uso do decibel para razões de potência

O cálculo da relação de potência em dB  $G_{dB}$  entre dois valores de potência corresponde ao ganho de potência, sendo dado por

$$G_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_0} \right)$$

ou vice-versa

$$\frac{P_1}{P_0} = 10^{(G_{dB}/10)}$$

onde  $P_0$  e  $P_1$  são níveis de potências absolutas expressas na mesma unidade (W, mW, pW, etc), e  $G_{dB}$  é a razão entre as potências (ganho) expressa em dB. A relação entre 2 potências é conhecida como ganho linear

$$G_{W/W} = \frac{P_1}{P_0}$$

O recíproco do ganho é conhecido como atenuação

$$A_{W/W} = \frac{1}{G_{W/W}}$$

Em decibéis a atenuação é dada por

$$A_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{-1} = -G_{dB}$$

Como o dB é uma unidade de comparação de níveis de potência. Não é correto dizer que uma potência vale X dB e sim que uma potência  $P_1$  é X dB maior ( $G_{dB} > 0$ ) ou menor ( $G_{dB} < 0$ ) que a outra potência  $P_0$ . Quando  $P_1$  representar a potência de um sinal (S - *Signal*) e  $P_0$  a potência de um ruído (N - *Noise*) designamos a razão entre as potências de razão sinal/ruído (SNR – *Signal Noise Ratio*).

A razão entre [tensões](#) também pode ser expressas em decibéis através da equação

$$G_{dB} = 10 \log \frac{(V_1^2/Z_0)}{(V_0^2/Z_0)} = 20 \log \left| \frac{V_1}{V_0} \right|$$

ou vice-versa

$$\left| \frac{V_1}{V_0} \right| = 10^{(G_{dB}/20)}$$

Essa relação de tensões em dB é equivalente a relação de potências entre os pontos se as [impedâncias](#)  $Z_0$  e  $Z_1$  forem iguais. No entanto se forem diferentes, é incorreto utilizar essa medida. Veja porque abaixo:

$$G_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_0} \right) = 10 \log \frac{(V_1^2/Z_1)}{(V_0^2/Z_0)}$$

se  $Z_1 = Z_0$  então

$$G_{dB} = 10 \log \left( \frac{V_1}{V_0} \right)^2 = 20 \log \left| \frac{V_1}{V_0} \right|$$

se  $Z_1 \neq Z_0$  então

$$G_{dB} = 20 \log \left| \frac{V_1}{V_0} \right| + 10 \log \frac{Z_0}{Z_1}$$

### 1.3 Medida absoluta de potência em dB (dBm)

O [dBm](#) ou dBmW é o nível absoluto de potência em dB, em relação à potência de 1mW. É usado em telecomunicações como uma medida de potência absoluta devido a sua capacidade de expressar tanto valores muito grandes como muito pequenos de uma forma curta. A grande vantagem do uso do dBm é que sua medida independe da impedância.

Para expressar um potência  $P_{mW}$  como  $P_{dBm}$  usa-se

$$P_{dBm} = 10 \log \frac{P_W}{1mW}$$

e vice-versa

$$P_{mW} = (1mW)10^{(P_{dBm}/10)}$$

Quando o valor  $P_{dBm} = x > 0$ , então a potência  $P_{mW}$  é  $x$  dB maior que 1mW. Se  $P_{dBm} = x < 0$ , então a potência  $P_{mW}$  é  $x$  dB menor que 1mW.

Outras medidas de potência absoluta que são raramente usadas:

**dBW** — **potência** absoluta relativa a 1 [watt](#).

**dBf** — **potência** absoluta relativa a 1 [femtowatt](#).

**dBk** — **potência** absoluta relativa a 1 [kilowatt](#).

Nível	Potência	Potência	Situação prática em que ocorre
80 dBm	100000 W	100 kilowatt	Potência típica de uma transmissora de radio FM
60 dBm	1000 W	1 kilowatt	Potência de RF dentro de um forno microondas.
27 dBm	500 mW	½ kilowatt	Potência típica de transmissão do telefone celular
20 dBm	100 mW		
10 dBm	10 mW		
0 dBm	1.0 mW	1 miliwatt	
-10 dBm	0.1 mW		
-20 dBm	0.01 mW	10 microwatt	
-55 dBm	0,00000316 mW	3,16 nanowatt	Potência típica de recepção do telefone celular
-80 dBm	0,00000001 mW	10 picowatt	
-127.5 dBm	0,00000000000018 mW	0,18 femtowatt	Potência de recepção do aparelho GPS

Figura 1 – Potências típicas em Watt e dBm

## 1.4 Medida absoluta de tensão em dB (dBu)

Se na equação de definição do ganho em dB

$$G_{dB} = 20 \log \left| \frac{V_1}{V_0} \right|$$

substituímos a tensão  $V_0$  pelo valor  $0.775V$  que equivale a potência de 1mW (0dBm) quando aplicado a uma impedância de  $600\Omega$ , teremos uma forma de expressar em valores absolutos a tensão de um ponto do sistema. A impedância de  $600\Omega$  é o valor padronizado para a maioria dos circuitos de voz em telefonia pelo ITU-T. A unidade obtida é

conhecida por  $V_{dBu}$ . A transformação de uma tensão  $V_1$  em dBu é feita através de:

$$G_{dB} = 20 \log \frac{V_1}{0,775}$$

e vice-versa

$$|V_1| = (0,775 \text{ V}) 10^{(V_{dBu}/20)}$$

As vezes também é usada a abreviação dBv, mas dBu é mais comum pois dBv é facilmente confundida com dBV que é a medida da tensão absoluta relativa a 1 volt.

$$V_{dBV} = 20 \log \left| \frac{V_1}{1\text{V}} \right|$$

e vice-versa

$$|V_1| = 10^{(V_{dBV}/20)} \text{ V}$$

## 1.5 Operações com dB:

As únicas operações possíveis entre dois valores expressos em dB são a soma e a subtração, sendo o resultado também expresso em dB. Como as razões expressas dB estão em escala logarítmica, a operação de soma em dB corresponde a uma multiplicação na escala linear e a subtração em dB a uma divisão.

$$G3_{dB} = G1_{dB} + G2_{dB} \Rightarrow G1_{\frac{w}{w}} \times G2_{\frac{w}{w}}$$

$$G3_{dB} = G1_{dB} - G2_{dB} \Rightarrow \frac{G1_{\frac{w}{w}}}{G2_{\frac{w}{w}}}$$

A tabela a seguir apresenta alguns valores típicos de parcelas em dB e o significado equivalente, em escala linear, da soma ou subtração dessas parcelas.

ESCALA LOGARÍTMICA Parcela a somar (ou subtrair)	ESCALA LINEAR Fator a multiplicar (ou dividir)
0dB	=1
1dB	~1,25
2dB	~1,6
3dB	~2
4dB	~2,5
5dB (3dB + 2dB)	~3,2 (2 x 1,6)
6dB (3dB + 3dB)	~4 (2 x 2)
7dB (10dB - 3dB)	~5 (10 ÷ 2)
10dB	=10
-3dB	~0,5 (1 ÷ 2)
-10dB	=0,1 (1 ÷ 10)
20dB (10dB + 10dB)	=100 (10 x 10)
23dB (20dB + 3dB)	~200 (100 x 2)
27dB (30dB - 3dB)	~500 (1000 ÷ 2)
30dB (10dB + 10dB + 10dB)	=1000 (10 x 10 x 10)

Figura 2 – Escala Logarítmica x escala linear

## 1.6 Operações com dBm:

Dada uma certa potência absoluta expressa em dBm, a soma (ou subtração) de um valor em dB significa, em escala linear, a multiplicação (ou divisão) da potência pelo fator correspondente. O resultado é uma nova potência absoluta, portanto expressa em dBm.

$$P2_{dBm} = P1_{dBm} + G_{dB} \Rightarrow P2_w = P1_w \times G_{\frac{w}{w}}$$

Assim, se dobramos uma potência teremos em dB

$$P2_{dBm} = P1_{dBm} + 3dB \Rightarrow P2_w = P1_w \times 2_{\frac{w}{w}}$$

Se reduzimos a potência a metade então

$$P2_{dBm} = P1_{dBm} - 3dB \Rightarrow P2_w = \frac{P1_w}{2_{\frac{w}{w}}}$$

Ou seja, somar 3dB equivale a dobrar a potência enquanto diminuir 3dB corresponde reduzir a potência à metade.

A comparação de dois valores expressos em dBm pode ser feita subtraindo os valores  $P_{2,dBm} - P_{1,dBm}$  e obtendo-se a razão entre as

potências ( $P_2/P_1$ ) em dB. Note que neste caso o resultado é em dB, pois se trata de uma razão entre potências e não é uma potência absoluta.

$$G_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = P2_{dBm} - P1_{dBm}$$

A subtração de duas potências dadas em dBm resulta no valor em dB da razão dessas duas potências. O valor de potência em dBm somado (ou subtraído) à dB resulta num novo valor de potência em dBm. Duas potências dadas em dBm não podem ser somadas.

Quanto tivermos duas ou mais potências dadas em dBm e quisermos saber a soma resultante, desde que os sinais que produzem essas potências sejam descorrelacionados, as potências terão que ser passadas para a escala linear (w), somadas e o resultado retornado para a escala logarítmica (dBm).

$$P_{dBm} = 10 \log_{10} \left( 10^{(P1_{dbm}/10)} + 10^{(P2_{dbm}/10)} + \dots + 10^{(P3_{dbm}/10)} \right)$$

## 1.7 Decibel relativo (dBr)

Esta unidade, denominada dB relativo, é utilizada para indicar a atenuação ou o ganho em um ponto qualquer de um sistema, em relação a um ponto de referência do sistema. O ponto de referência é definido como tendo um nível de 0dBr, e todos os outros pontos tem seus níveis indicados com níveis relativos a esse de referência. O ponto de referência pode, em princípio, ser arbitrariamente definido como sendo qualquer ponto do sistema, ou mesmo fora dele.

Deve-se notar que os níveis relativos não estão relacionados diretamente com a potência ou amplitudes reais no sistema, podendo ser indicados mesmo na ausência de qualquer sinal.

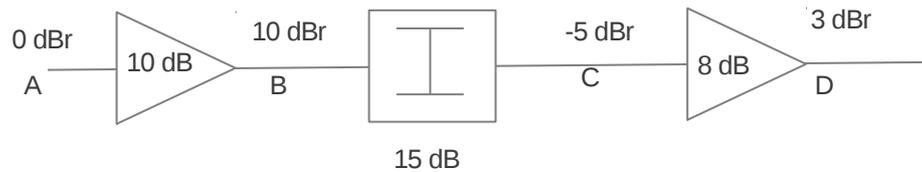


Figura 3 – Sistema

Na figura 3 o nível relativo no ponto D, igual a 3dBr, indica que neste ponto o nível é 3dB acima do ponto de referência (A). Por exemplo, se um sinal de 10mW (10dBm) for aplicado em A (0dBr), o nível no ponto D (3dBr) estará valor 3dB acima, ou seja, 10dBm + 3dB → 13dBm (20mW). Por outro lado se o sinal aplicado em A for de 1mW (0dBm), então em D teremos 3dBm (2mW).

## 1.8 Potência absoluta do ponto de referência (dBm0)

A unidade dBm0 é a potência absoluta, em dBm, medida no ponto de referência - nível relativo zero do sistema (0dBr). Esta unidade é normalmente usada para indicar a potência de sinais de níveis fixos tais como: sinais de teste, tons de sinalização, pilotos, etc. Acrescenta-se o zero "0" para significar que o nível em dBm corresponde ao valor medido no ponto de referência.

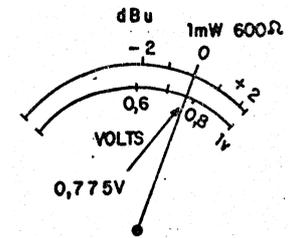
Em um sistema se o ponto de referência tem um determinado nível absoluto (por exemplo -20dBm), então se diz que em qualquer ponto do sistema este sinal tem essa potência em -20dBm0. A potência absoluta nos diversos pontos do sistema é obtida somando-se a potência dBm0 com a potência dBr do ponto.

$$P_{A,dBm} = P_{A,dBm0} + P_{A,dBr}$$

Assim por exemplo, um ponto com 5dBr e potência de -20dBm0 terá -15dBm de potencia absoluta.

### 1.9 Uso de dBu para medir dBm

Em telecomunicações, para se medir o nível de potência em dBm de um determinado ponto de um circuito, normalmente se termina o sistema com uma carga resistiva igual a impedância nominal do sistema e mede-se a tensão através de um voltímetro que tem uma escala calibrada conforme a figura mostrada ao lado. Se a impedância característica no ponto de teste é de 600Ω, a potência em dBm é a mesma do nível obtido em dBu.



$$P_{dBm} = V_{dBu}$$

Se a impedância for diferente de 600Ω, então a potência em dBm será obtida pela leitura em dBu acrescido do fator de correção K.

$$P_{dBm} = V_{dBu} + K \quad \text{onde} \quad K = 10 \log \frac{600}{Z_1}$$

A tabela abaixo mostra o fator de correção K para alguns valores de impedância.

Z	1200Ω	600Ω	300Ω	150Ω	120Ω	75Ω	60Ω
K	-3dB	0dB	3dB	6dB	7dB	9dB	10dB

Figura 4 – Fatores de correção K de impedância

### 1.10 Outras unidades de medidas em dB

- dBu** intensidade do campo elétrico relativo a 1 [microvolt](#) por metro.
- dBd** medida de **ganho de antena** com relação a uma antena de **dipolo** de 1/2 comprimento de onda.
- dBi** medida de **ganho de antena** com relação a uma antena **isotrópica**.
- dBm** potencia de **ruído** acima do ruído de referencia (1 picowatt → -90dBm).

## 1.11 Prefixos para múltiplos decimais para unidades

Fator	Valor completo	palavra	Prefixo SI	Símbolo SI
1.0E+24	1 000 000 000 000 000 000 000 000	septilhão	yotta	Y
1.0E+21	1 000 000 000 000 000 000 000	sextilhão	zetta	Z
1.0E+18	1 000 000 000 000 000 000	quintilhão	exa	E
1.0E+15	1 000 000 000 000 000	quadriilhão	peta	P
1.0E+12	1 000 000 000 000	trilhão	tera	T
1.0E+9	1 000 000 000	bilhão	giga	G
1.0E+6	1 000 000	milhão	mega	M
1.0E+3	1 000	mil	kilo	k
1.0E+2	100	cem	hecto	h
1.0E+1	10	dez	deka	da
<b>1.0E 0</b>	<b>1</b>	<b>unidade</b>	<b>um</b>	<b>-</b>
1.0E-1	0.1	décimo	deci	d
1.0E-2	0.01	centésimo	centi	c
1.0E-3	0.001	milésimo	milli	m
1.0E-6	0.000 001	milhonésimo	micro	μ
1.0E-9	0.000 000 001	bilhonésimo	nano	n
1.0E-12	0.000 000 000 001	trilhonésimo	pico	p
1.0E-15	0.000 000 000 000 001	quadrihlonésimo	femto	f
1.0E-18	0.000 000 000 000 000 001	quintilhlonésimo	atto	a
1.0E-21	0.000 000 000 000 000 000 001	sextilhlonésimo	zepto	z
1.0E-24	0.000 000 000 000 000 000 000 001	septilhlonésimo	yocto	y

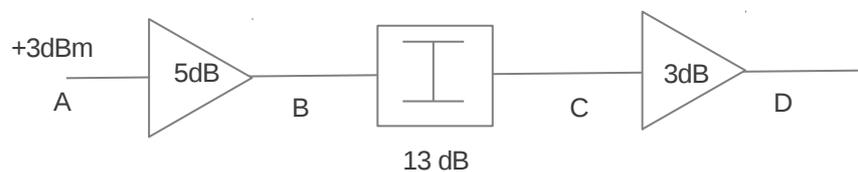
Figura 5 – Múltiplos, submúltiplos e prefixos do sistema internacional (SI)

## 1.12 Exercícios:

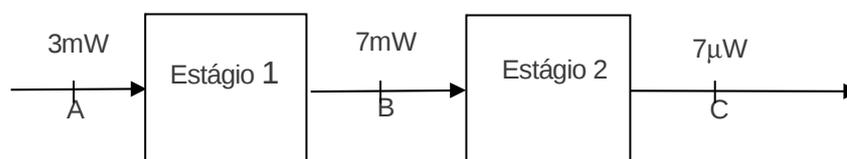
- 1) Calcule, em dB, a relação entre as potências:
- 2) 100mW e 10mW
- 3) 10pW e 1mW
- 4) 2fw e 10kW
- 5) A potência de saída transmitida pelo telefone celular é de +30dBm. No receptor o sinal recebido está com apenas 5pW. Qual é a atenuação  $A_{dB}$  do sinal entre o transmissor e receptor?
- 6) Num ponto A de um sistema foi determinada que a potencia do sinal é de 1mW, e a potencia do ruído de 1pW. Qual é a SNR em dB?
- 7) Determine qual a razão de potências  $P_1/P_0$  que equivale a -55dB, -10dB, 0dB, 1dB, 6dB, 10dB, 50dB, 56dB e 100dB.
- 8) Determine qual a razão de tensões  $V_1/V_0$  que equivale a -55dB, -10dB, 0dB, 1dB, 6dB, 10dB, 50dB, 56dB e 100dB.
- 9) Um sistema com 0,3mV na entrada, fornecer 3V na saída. Calcule o seu ganho em dB.
- 10) Aumentando-se em 6dB uma potência  $P = 10mW$ , quanto vale a nova potência obtida?
- 11) Dada uma potência  $P = 10mW$ , calcule os valores de potência que estão 5dB acima e 7dB abaixo.
- 12) Dada uma potência  $P = 7pW$ , calcule o valor da potência 62 dB acima.

- 13)** Determine em dBm as potências
- 14)** 3500pW
  - 15)** 250mW
  - 16)** 12fW
  - 17)** 6,12pW
  - 18)** 0,000000000023W
- 19)** Determine -18dBm em potência absoluta (Watts).
- 20)** Qual é o valor em dBm (e em mW)
- 21)** do dobro de uma potência igual a 32dBm?
  - 22)** da metade de uma potência a 32dBm?
  - 23)** de uma potência 8 vezes maior que 32dBm?
  - 24)** de uma potência 8 vezes menor que 32dBm?
- 25)** Qual é o resultado da soma de dois sinais descorrelacionados com potência de -40dBm e -45dBm?
- 26)** Qual é o resultado da soma de dois sinais descorrelacionados com potência de -40dBm e 95dBm?
- 27)** Qual o resultado da soma de duas potências iguais a 32 dBm?
- 28)** Qual a razão entre a potência 23dBm e a potência 10dBm?
- 29)** Quantas vezes a potência de 10dBm é superior a -30 dBm?
- 30)** Um nível de -35dBu é medido num ponto de  $600\Omega$  de impedância. Qual é o nível em dBm?
- 31)** Qual é o nível medido em dBu de ponto do sistema, cuja impedância é  $75\Omega$ , e potência de 5dBm?

- 32)** Um sinal de teste senoidal é medido em um ponto com impedância de  $600\Omega$  de um sistema. O valor medido com voltímetro é de  $130\text{mV}_{\text{RMS}}$ . Qual é o valor da tensão de pico, o valor pico a pico e os valores equivalentes em dBu, dBV, dBm? Qual é a potência equivalente em Watts?
- 33)** Quais seriam os valores se a impedância no ponto fosse  $60\Omega$  e o valor medido com voltímetro é de  $130\text{mV}_{\text{RMS}}$ ?
- 34)** Dado o sistema abaixo com os pontos de medição A, B, C e D:



- a) Determine as potências para cada ponto em dBm.
- b) Determine as potências para cada ponto em Watts.
- c) Considerando que a impedância nesses pontos é de  $600\Omega$ , determine a tensão produzida para cada ponto pela potência calculada em (b).
- d) Determine para cada ponto o nível em dBu.
- e) Considere o ponto C como sendo o ponto de referência. Qual seria o nível dBr de cada ponto.
- 35)** Dado o sistema abaixo e as potências nos pontos de medição A, B, e C:

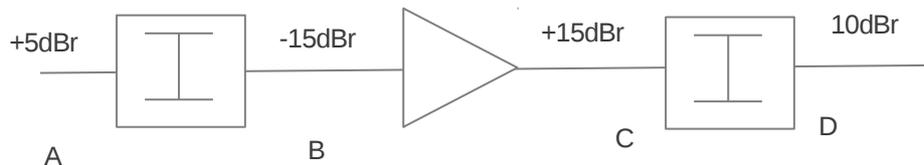


- a) Determine as potências em dBm de cada ponto.
- b) Determine o ganho (perda) em cada estágio em (dB) e em razão de

potências.

- c) Considerando que a impedância é de  $75\Omega$  em todos os pontos, qual seria o nível medido em dBu nestes pontos.

**36)** Dado o sistema abaixo:



- a) Aplicando-se um sinal de nível igual a 12dBm no ponto A, qual será o nível em dBm desse sinal nos pontos C, B e D?
- b) Qual é o nível em dBr no ponto de referência do sistema?
- c) Qual seria a potencia em dBm, nos pontos A, B, C e D, de um sinal de teste de -30dBm?
- 37)** O ruído térmico gerado por um resistor depende dos fatores temperatura, resistência e largura de banda na qual a medida é feita. Sabe-se que a tensão RMS  $V_n$  produzida pelo ruído térmico é dada por:

$$V_n = \sqrt{4k_B T D f R}$$

onde  $k_B = 1,3806505 \cdot 10^{-23}$  J/K é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura em Kelvin  $T(K) = 273,15 + T(^{\circ}C)$ ,  $Df$  é a largura de banda de freqüência em Hz, e  $R$  é a resistência.

Determine o ruído térmico em V, dBu, dBm e dBm de um resistor de  $600\Omega$  para:

- a) A temperatura de  $25^{\circ}C$  e a largura de banda é de 20kHz?
- b) A temperatura de  $85^{\circ}C$  e a largura de banda é de 20kHz?
- c) A temperatura de  $85^{\circ}C$  e a largura de banda é de 2MHz?
- d) A temperatura de  $-212^{\circ}C$  e a largura de banda é de 2MHz?

- e) A temperatura de 0°C e a largura de banda é de 1Hz?
- f) A temperatura de -273,15°C e a largura de banda é de 2MHz?
- 38)** Um amplificador tem uma entrada de 10mV e saída de 2V. Qual é o ganho de tensão em dB?
- 39)** O menor sinal que uma pessoa jovem consegue ouvir em condições de silêncio é um sinal de 0dB<sub>SPL</sub>. O nível mais alto que a mesma pessoa pode ouvir sem que tenha danos no seu sistema auditivo é de 110 dB<sub>SPL</sub>. Qual é o aumento de potência que deve ser dado ao Altofalante para que a potência passe do mínimo audível para o máximo suportável sem prejuízo para o ouvido?

dB <sub>SPL</sub>	Fonte (distância)
194	Limite teórico da intensidade de um uma onda sonora a pressão atmosférica de 1 atm.
180	<a href="#">Motor</a> de foguete a 30 m; Explosão do <a href="#">Krakatoa</a> a 160 km
150	<a href="#">Motor</a> a jata a 30 m
140	<a href="#">Disparo</a> de um rifle a 1 m
130	Limiar da dor do ouvido humano; apito de trem a 10 m
120	<a href="#">Concerto</a> de Rock; avião a jato na decolagem a 100 m
110	Motocicleta acelerando 5 m; Motosserra a 1 m
100	Dentro de uma discoteca
90	Fabrica barulhenta, caminhão pesado a 1 m
80	<a href="#">Aspirador</a> de pó a 1 m, calçada em um rua engarrafada
70	Trafego pesado a 5 m
60	Dentro de escritórios e restaurantes
50	Dentro de um <a href="#">restaurante</a> silencioso
40	Área Residencial a noite
30	Dentro de um teatro, com ninguém falando
10	Respiração de uma pessoa a 3 m
0	Limiar de audição do ser humano

**Figura 6 – Níveis sonoros de diversas fontes (FONTE: Wikipedia)**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**IFSC** - Campus São José  
**Área de Telecomunicações**

# **Uso do Espectro Eletromagnético**

Marcos Moecke

São José - SC, 2011

# SUMÁRIO

<b><u>1. ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO.....</u></b>	<b>2</b>
<b>1.1 NOME DAS FAIXAS DO ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO.....</b>	<b>3</b>
<b>1.2 ATRIBUIÇÃO DE FAIXAS DE FREQUÊNCIAS.....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 QUADRO DE ATRIBUIÇÃO DE FAIXAS DE FREQUÊNCIAS NO BRASIL ...</b>	<b>6</b>
<b>1.4 INTRODUÇÃO A PROPAGAÇÃO DAS ONDAS DE RADIO.....</b>	<b>7</b>
<b>1.5 DIFERENTES MODOS DE PROPAGAÇÃO NA ATMOSFERA.....</b>	<b>9</b>

# 1.

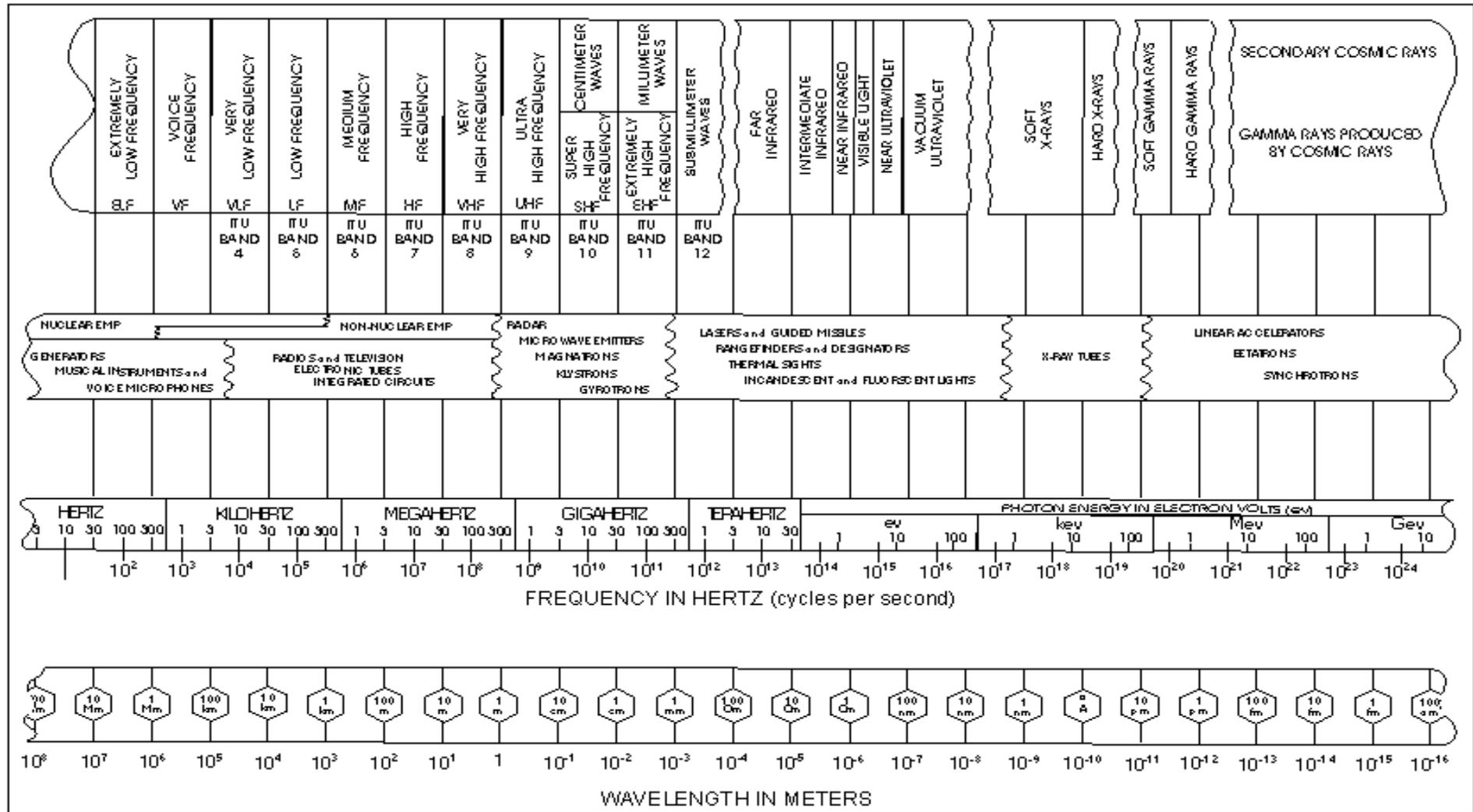
## ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO

A faixa de frequências do espectro de radiação vai de zero ao infinito. O espectro eletromagnético foi dividido em 26 bandas com designação alfabética. No entanto é mais comum utilizar as 12 bandas definidas pelo ITU, de 30Hz a 3000 GHz.

CLASS	FREQUENCY	WAVELENGTH	ENERGY	Legenda:
$\gamma$	300 EHz	1 pm	1.24 MeV	$\gamma$ = <a href="#">Gamma rays</a> (raios Gama)
HX	30 EHz	10 pm	124 keV	HX = Hard <a href="#">X-rays</a>
SX	3 EHz	100 pm	12.4 keV	SX = Soft X-Rays
EUV	300 PHz	1 nm	1.24 keV	EUV = Extreme <a href="#">ultraviolet</a>
NUV	30 PHz	10 nm	124 eV	NUV = Near ultraviolet
NIR	3 PHz	100 nm	12.4 eV	<a href="#">Luz visível</a>
MIR	300 THz	1 $\mu$ m	1.24 eV	NIR = Near <a href="#">infrared</a>
FIR	30 THz	10 $\mu$ m	124 meV	MIR = Moderate infrared
EHF	3 THz	100 $\mu$ m	12.4 meV	FIR = Far infrared
SHF	300 GHz	1 mm	1.24 meV	<b>Ondas de rádio:</b>
UHF	30 GHz	1 cm	124 $\mu$ eV	EHF = <a href="#">Extremely high frequency</a> (Microondas)
VHF	3 GHz	1 dm	12.4 $\mu$ eV	SHF = <a href="#">Super high frequency</a> (Microondas)
HF	300 MHz	1 m	1.24 $\mu$ eV	UHF = <a href="#">Ultrahigh frequency</a>
MF	30 MHz	1 dam	124 neV	VHF = <a href="#">Very high frequency</a>
LF	3 MHz	1 hm	12.4 neV	HF = <a href="#">High frequency</a>
VLF	300 kHz	1 km	1.24 neV	MF = <a href="#">Medium frequency</a>
VF	30 kHz	10 km	124 peV	LF = <a href="#">Low frequency</a>
ELF	3 kHz	100 km	12.4 peV	VLF = <a href="#">Very low frequency</a>
	300 Hz	1 Mm	1.24 peV	VF = <a href="#">Voice frequency</a>
	30 Hz	10 Mm	124 feV	ELF = <a href="#">Extremely low frequency</a>

FONTE: [http://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic\\_radiation](http://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_radiation)

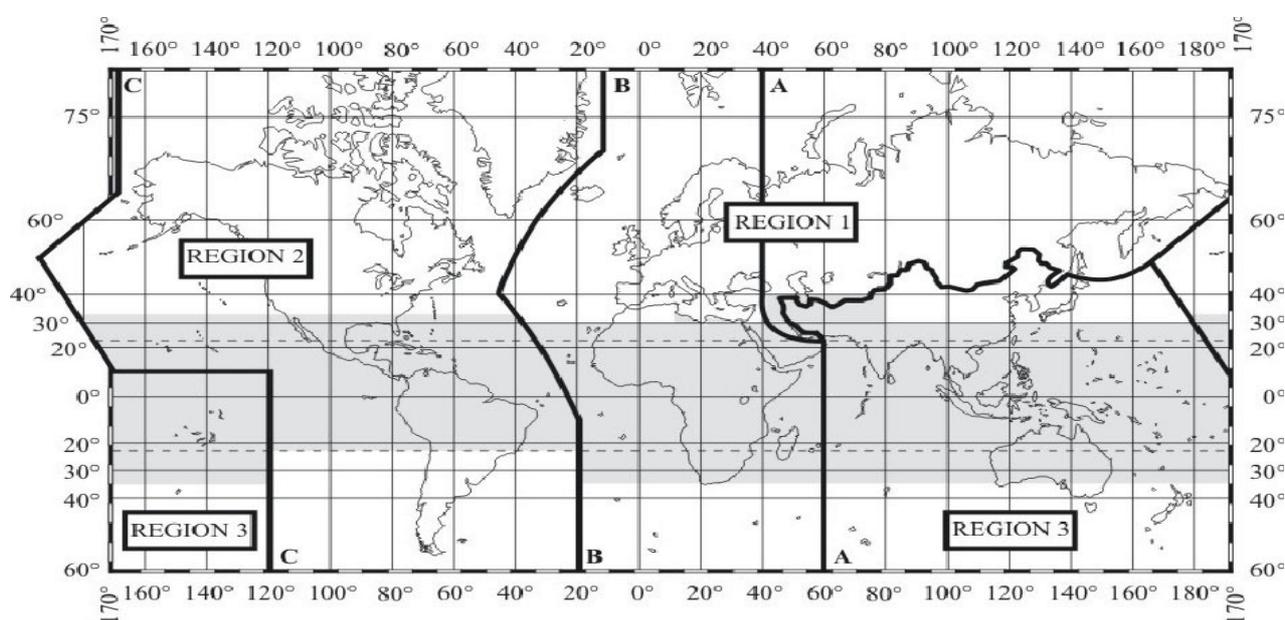
# 1.1 Nome das faixas do espectro eletromagnético



FONTE: <http://www.its.bldrdoc.gov/fs-1037/images/frqcharc.gif>

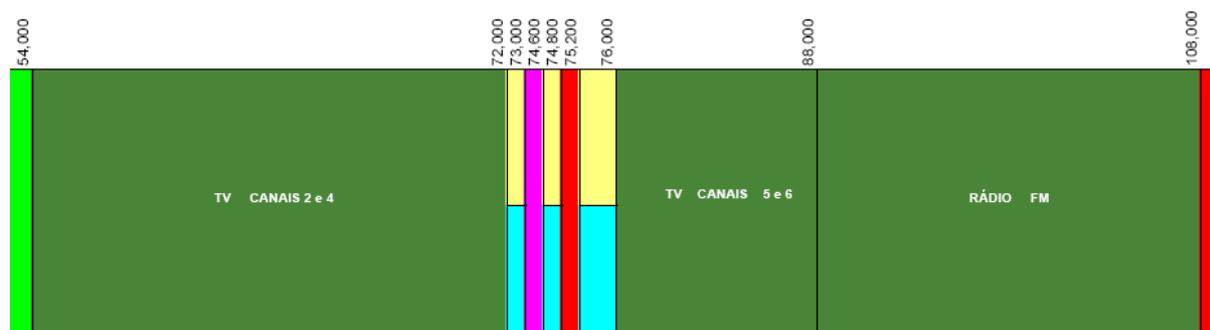
## 1.2 Atribuição de Faixas de frequências

A União Internacional de Telecomunicações – ITU – divide o globo terrestre em três regiões, conforme o mapa abaixo, para fins de administração do espectro de radiofrequências. As administrações são instadas a acompanhar as atribuições definidas para as faixas de radiofrequências, aprovadas em Assembleias, por representantes dos países membros, durante as conferências mundiais, realizadas periodicamente na sede da ITU. A Região 2 é constituída pelas administrações dos países das Américas, entre os quais está a do Brasil.



FONTE: [ITU](http://ITU)



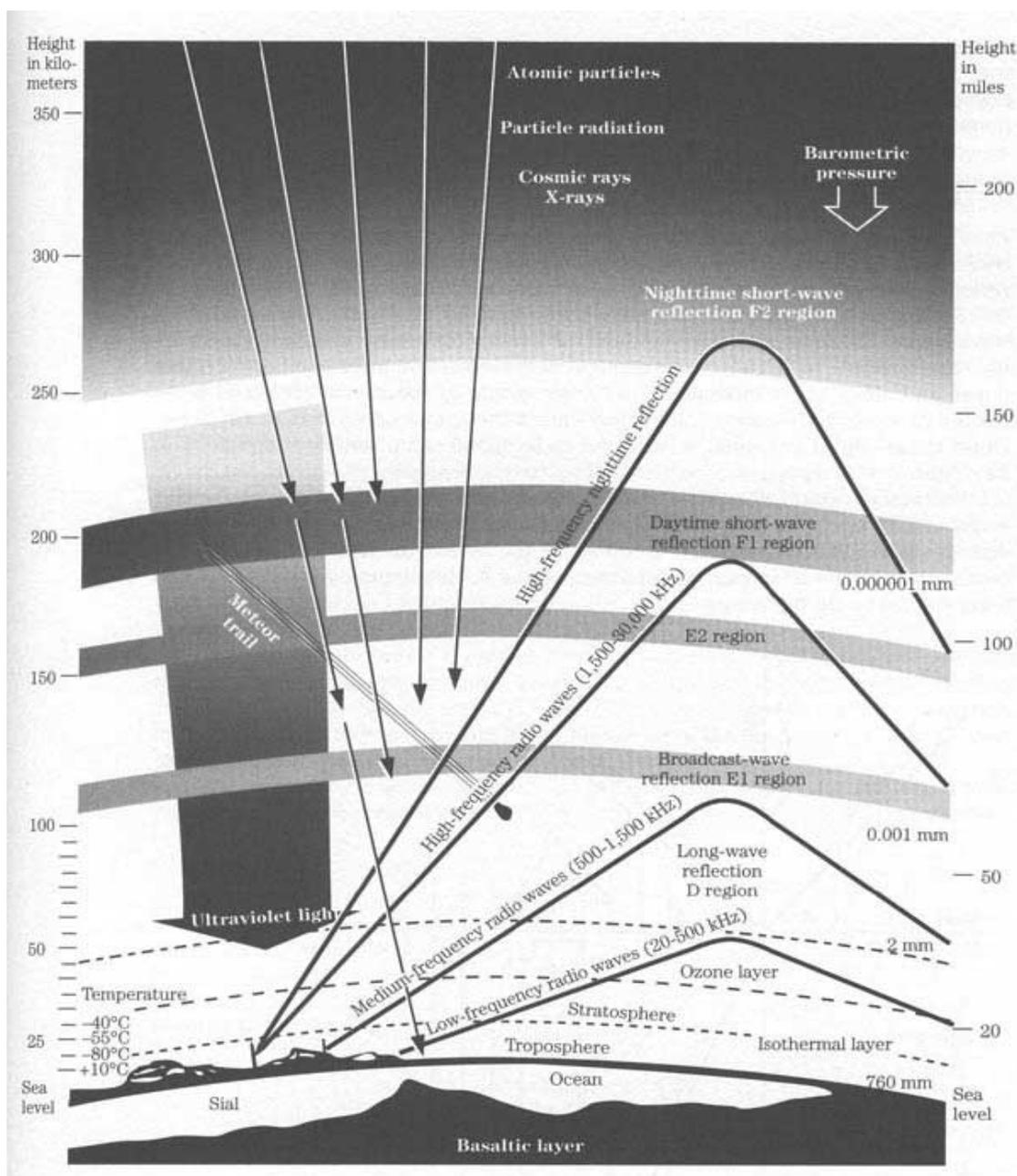
FONTE: [Anatel](#)

## 1.4 Introdução a Propagação das ondas de radio

Ondas que viajam ao longo da superfície da terra são chamadas de ondas de superfície (ground waves). Em baixas frequências (150 a 500 kHz), essas ondas podem viajar centenas e milhares de quilômetros com pouca atenuação, sendo por isso, utilizadas para comunicações militares, especialmente entre navios e submarinos. As rádios comerciais de AM usam frequências entre 530 e 1600kHz, as quais são na maioria recebidas por ondas de superfície. Por esta razão as antenas de transmissores de rádio AM são colocadas em regiões baixas.

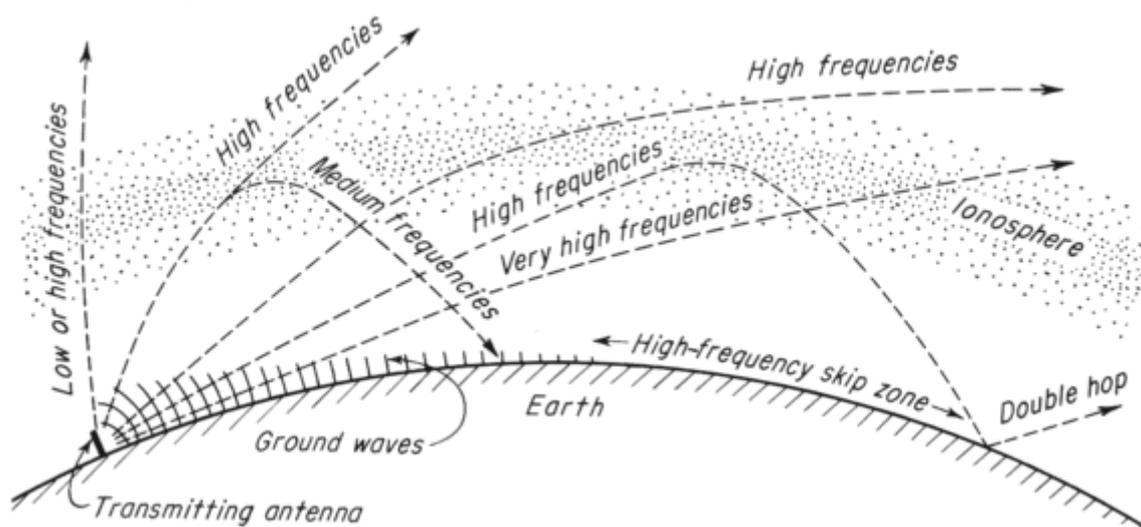
A terra absorve a energia das ondas de superfície mais rapidamente a medida que a frequência aumenta. No caso das frequências usadas em sistemas de TV e radio FM, que começam em 54MHz, elas são muito altas para terem sua propagação guiada pela superfície, de modo que a recepção depende de ondas diretas. Por esta razão as torres de TV e FM são colocadas no topo de montanhas, e prédios.

As partículas do ar são ionizadas (separadas em íons positivos e negativos) a medida que absorvem a energia ultravioleta do sol. Camadas estratificadas surgem na atmosfera em função destes íons, sendo chamadas de ionosfera, podendo estar situadas entre 100 e 500 km acima da superfície da terra.



fonte: <http://www.sarmiento.eng.br/Geofisica.htm>

Estas camadas possibilitam uma propagação mais rápida das ondas de rádio que no ar denso abaixo. Como resultado ocorre uma refração das ondas fazendo com que retornem ao solo. Quanto maior for a ionização maior será a curvatura. A quantidade de refração depende da intensidade de ionização e da frequência da onda. frequências entre 500kHz e 30MHz são mais susceptíveis de serem refratadas.



Nas horas de luz do dia, as camadas D e E (entre 100 e 115km de altitude) refratam a maioria das ondas de rádio, limitando a distância que estas ondas podem viajar. No entanto após o por do sol, as partículas ionizadas se recombina rapidamente, de modo que estas camadas desaparecem e a propagação pode ser feita até as camadas superiores da ionosfera aumentando a distância em que o sinal pode ser recebido. A camada F (300km de altitude) é responsável pela maior parte da refração nestas condições.

## 1.5 Diferentes Modos de Propagação na Atmosfera

- Ondas Ionosféricas – Propagação a grandes distâncias por reflexão nas camadas da ionosfera. Propagação na faixa da onda curta (3-30 MHz).
- Ondas de Solo
  1. Ondas Superficiais (Ondas Terrestres)- Propagação ao longo da superfície da Terra (que serve de guia). Propagação abaixo dos 3 MHz.
  2. Ondas Espaciais – Resultam da sobreposição da onda direta (se houver linha de visada) com todas as ondas refletidas convergentes, em cada instante e em cada local.

Propagação:

- ✓ até à distância de rádio-horizonte.
- ✓ próxima da superfície da Terra (1 a 4 km de altura)
- ✓ feixe de ondas muito afastado da superfície da Terra (em  $\lambda$ )
- ✓ faixas de VHF e UHF (30 MHz a 3 GHz)

3. Ondas Diretas - Propagação através do percurso direto (linha de visada entre antenas de emissão e de recepção). Comunicações via satélite em VHF ( $f > 30$  MHz).

➤ Ondas Troposféricas

- ✓ Resultam do fenômeno de Dispersão Troposférica.
- ✓ Propagação possível até centenas de km ao longo da Troposfera.
- ✓ Faixa entre 100 MHz e 1 GHz.



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**IFSC - Campus São José**  
**Curso de Telecomunicações**

# **Noções de Espectro de Frequência**

Marcos Moecke

São José - SC, 2006

# SUMÁRIO

## 3. ESPECTROS DE FREQUÊNCIAS

3.1 ANÁLISE DE SINAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	2
3.2 SINAIS PERIÓDICOS E APERIÓDICOS.....	2
3.3 TEOREMA DE FOURIER .....	4
3.4 REPRESENTAÇÃO DE SINAIS ATRAVÉS DO ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS.....	8
3.5 ANALISADOR DE ESPECTROS.....	11
3.6 ANÁLISE DA RESPOSTA DE UM CIRCUITO À SINAIS COMPLEXOS UTILIZANDO O ESPECTRO DE AMPLITUDES E O DIAGRAMA DE BODE.....	11
3.7 EXERCÍCIOS.....	17

# 3. ESPECTROS DE FREQUÊNCIAS

## 3.1 Análise de Sinais no Domínio da Frequência

A partir do estudo da resposta em frequência dos circuitos, sabemos determinar o sinal de saída para cada sinal de entrada conforme a sua frequência. Nos sistemas de telecomunicações os sinais utilizados são sinais complexos, isto é não são sinais puramente senoidais. Exemplos de sinais utilizados são: o sinal de voz (telefone, PC), o sinal de imagem (TV), o sinal de dados (MODEMs), o sinal modulado (Radio), etc.

Neste capítulo estudaremos os sinais, buscando responder as seguintes perguntas:

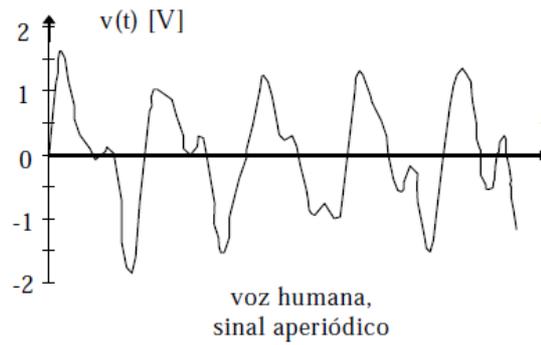
- Como representar um sinal com várias frequências?
- Como utilizar as técnicas de circuitos estudadas até aqui, quando na entrada do circuito temos um sinal diferente de uma senoide?

## 3.2 Sinais periódicos e aperiódicos

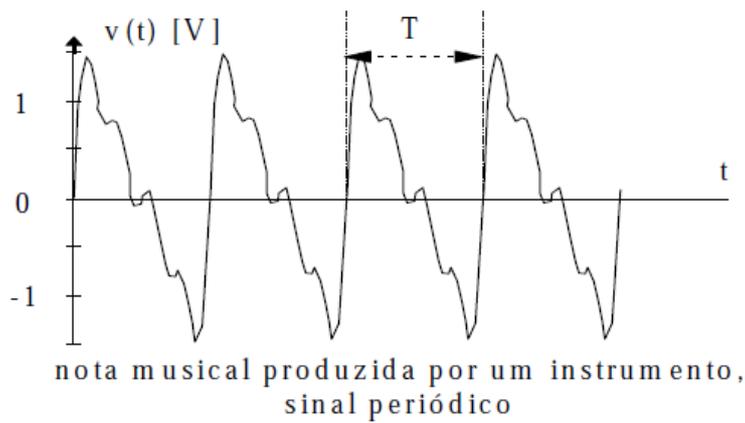
Os sinais podem ser *periódicos* ou *aperiódicos*. Os *sinais periódicos* são aqueles que se repetem em iguais intervalos de tempo, sendo que este intervalo chamamos de período do sinal( $T$ ). Os sinais aperiódicos, por exclusão, são aqueles que não tem nenhum padrão de repetição ao longo do tempo.

A seguir ilustraremos alguns tipos de sinais, onde buscamos observar se ele se repete ao longo do tempo.

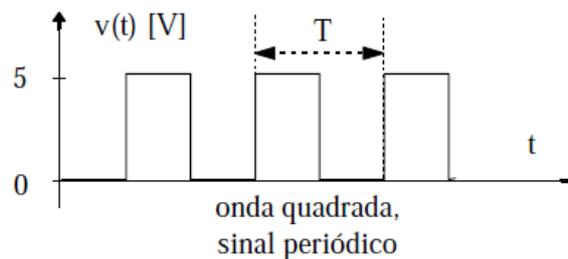
- A voz humana é um sinal aperiódico



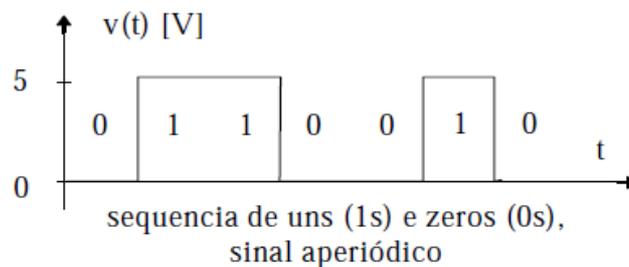
- A nota de um instrumento musical é um sinal periódico.



- A onda quadrada utilizada em eletrônica digital para determinar a cadencia de operação dos circuitos é um sinal periódico.



- As seqüências de 0 e 1 obtidas nas saídas dos circuitos são aperiódicas.



### 3.3 Teorema de Fourier

“Qualquer sinal pode ser obtido por uma soma de senoides de amplitudes e frequências distintas. Se o sinal é periódico, as senoides são todas de frequências múltiplas inteiras (harmônicas) da frequência do sinal (fundamental).”

Qualquer sinal (função) periódico  $f(t)$  pode ser expresso como a soma de uma série de senos (e cossenos) com amplitudes e fases específicas, conhecidos como coeficientes da *Série de Fourier*. As frequências dos senos são múltiplas inteiras da frequência fundamental ( $\omega_0$ ) do sinal, isto é  $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, 4\omega_0, \dots$ . Esta descoberta é normalmente atribuída ao matemático francês *Baron Jean Baptiste Joseph Fourier* (1768 - 1830), sendo conhecido como **Teorema de Fourier**.



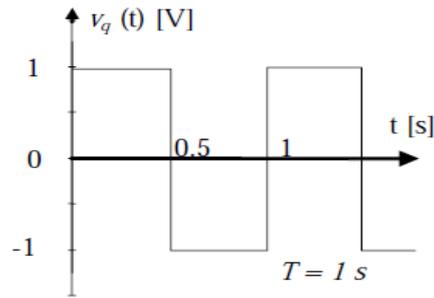
A sua expressão matemática é dada por:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \dots$$

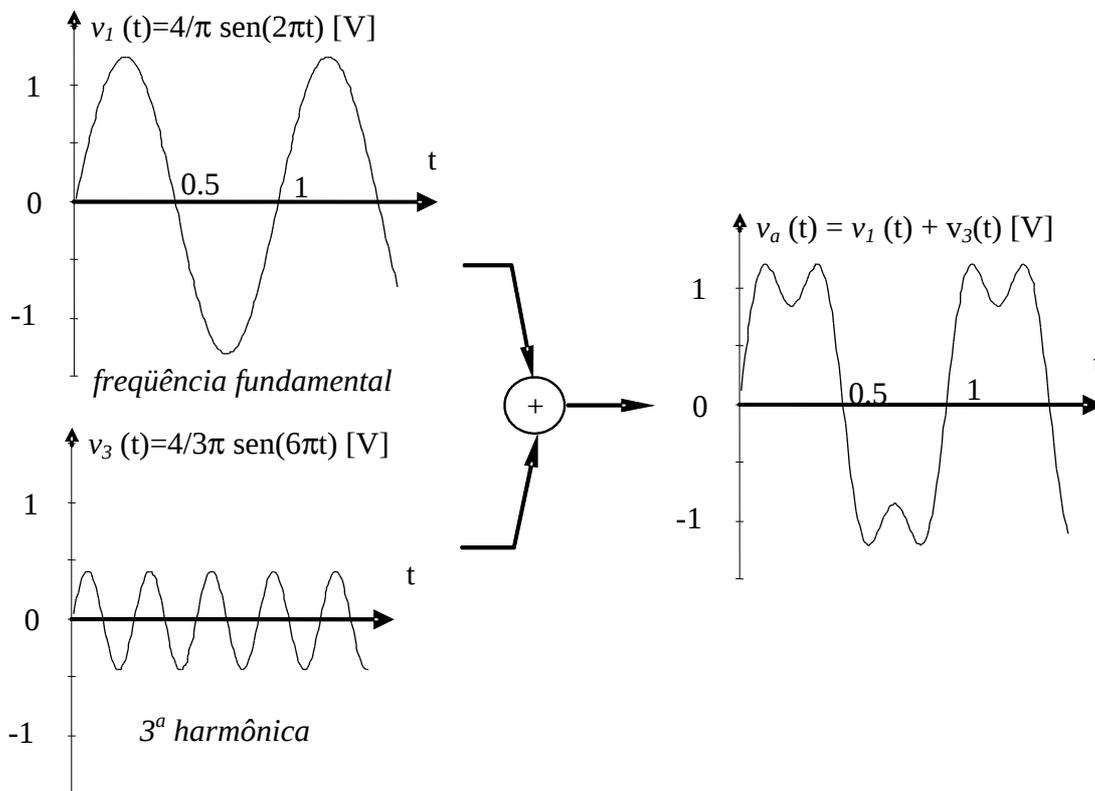
$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad \Sigma \text{ símbolo de somatória.}$$

onde  $f(t)$  é uma função periódica no tempo, tal como uma tensão  $v(t)$  ou uma corrente  $i(t)$ ;  $a_n$  e  $b_n$  são os coeficientes com números reais;  $\omega$  é a frequência fundamental em radianos; e  $n$  é a ordem das componentes harmônicas do sinal.

Vejamos como se pode aplicar este teorema para decompor a onda quadrada abaixo em componentes senoidais.



Segundo o teorema de Fourier, este sinal periódico pode ser obtido pela soma de senoides. Faremos inicialmente a soma das duas senoides abaixo:



Essa soma de senoides corresponde a:

$$v_a(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + b_3 \sin 3\omega t$$

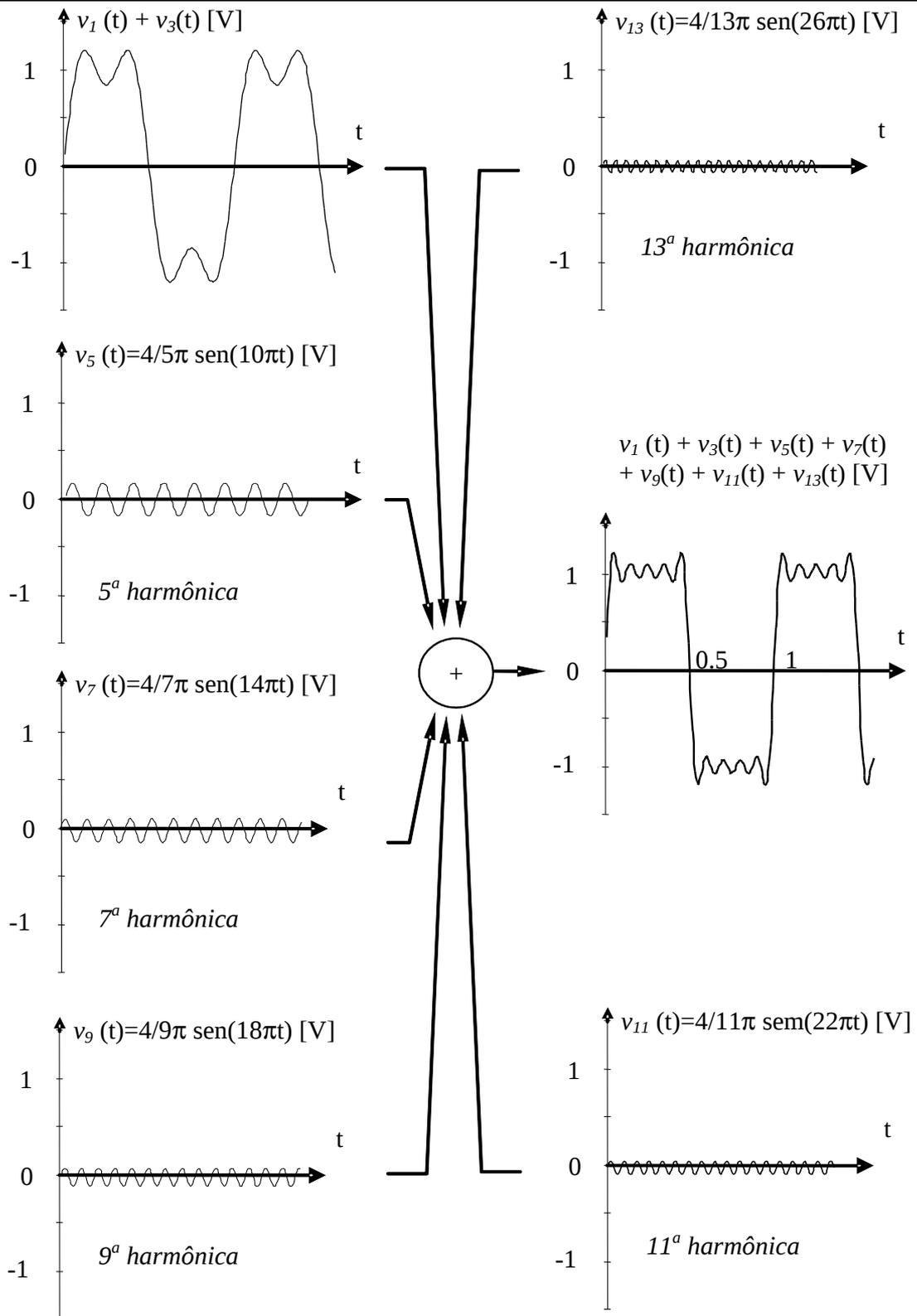
fazendo  $a_n = 0 \forall n$  ;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  ;  $b_1 = \frac{4}{\pi}$  ;  $b_2 = 0$  ;  $b_3 = \frac{4}{(3\pi)}$

Pode-se perceber que o sinal obtido com a soma das senoides, já apresenta alguma semelhança com a onda quadrada. Somando mais 5 componentes senoidais adequadas obteremos:

$$v_b(t) = v_a(t) + b_5 \text{sen } 5\omega t + b_7 \text{sen } 7\omega t + b_9 \text{sen } 9\omega t + b_{11} \text{sen } 11\omega t + b_{13} \text{sen } 13\omega t$$

$$v_b(t) = \sum_{n=1}^{11} b_n \text{sen } n\omega t \quad \text{para } n \text{ ímpar (} n = 1, 3, 5, 7, 9 \text{ e } 11\text{)}$$

$$v_b(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{11} (a_n \cos n\omega t + b_n \text{sen } n\omega t) \quad \text{com } a_n = 0 \forall n; \begin{cases} b_n = \frac{4}{(n\pi)} \text{ para } n \text{ ímpar} \\ b_n = 0 \text{ para } n \text{ par} \end{cases} ;$$

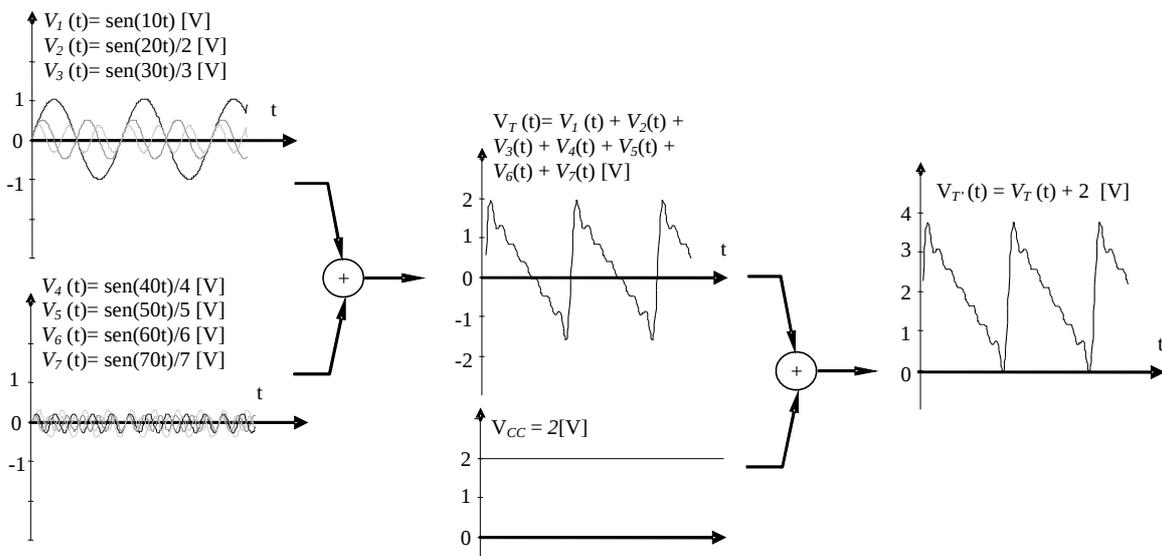


Agora a forma de onda do sinal esta muito mais próxima de uma onda quadrada. Quanto mais aumentarmos o número de senoides mais a composição se aproxima do sinal quadrado. Somando-se infinitas componentes senoidais obteremos um sinal quadrado.

$$v_{quadrada}(t) = A \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4}{n\pi} \text{sen } n\omega t \right) \quad , \text{ onde } A \text{ é amplitude do sinal quadrado.}$$

O teorema de Fourier exemplificado para o caso do sinal quadrado é válido para todos os tipos de sinais periódicos, variando-se a composição dos coeficientes  $a_n$  e  $b_n$ . O coeficiente  $a_0$  representa a componente contínua do sinal (valor médio).

Como exemplo mostramos a seguir os sinais que devem ser somados para gerar uma dente de serra.

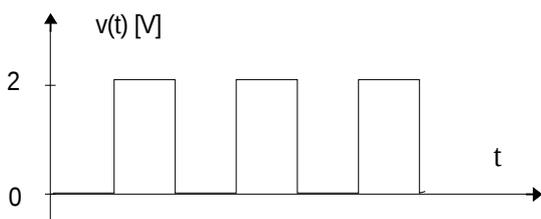


Nos exemplos da onda quadrada e da dente de serra, podemos observar que as frequências das senoides que compõem os sinais são todas múltiplas da menor frequência utilizada. Isto é, *dividindo as frequências das senoides pela frequência mais baixa resulta um número inteiro*. Toda vez em que este fato ocorrer o sinal obtido será periódico.

Nas séries de Fourier (somadas de senoides) de sinais periódicos, chamamos a frequência *mais baixa de fundamental* ( $\omega$ ). A frequência dessa senoide também será a frequência da onda obtida com a soma com as outras senoides. As demais frequências são as harmônicas de segunda ordem (2ª harmônica), terceira (3ª harmônica), ..., enésima ordem ( $n^{\text{ésima}}$  harmônica), ordem da harmônica é definida pelo valor resultante da divisão da harmônica pela fundamental.

$$v_r(t) = \underbrace{\text{sen}(10t)}_{\text{frequência fundamental}} + \underbrace{\text{sen}(20t)/2}_{\text{2ª Harmônica (20/10) = 2}} + \text{sen}(30t)/3 + \underbrace{\text{sen}(40t)/4}_{\text{4ª Harmônica (40/10) = 4}} + \underbrace{\text{sen}(50t)/5}_{\text{5ª Harmônica (50/10) = 5}} + \text{sen}(60t)/6 + \text{sen}(70t)/7$$

Alguns sinais periódicos apresentam também uma *componente contínua*. Um exemplo muito comum é uma onda quadrada com valor médio diferente de zero. Nestes casos a série de Fourier apresentará um harmônico de ordem zero (frequência igual a zero).



$$V_0(t) = 1 + 4/\pi[\text{sen}(10t) + \text{sen}(30t)/3 + \text{sen}(50t)/5 + \text{sen}(70t)/7 + \text{sen}(90t)/9 + \dots]$$

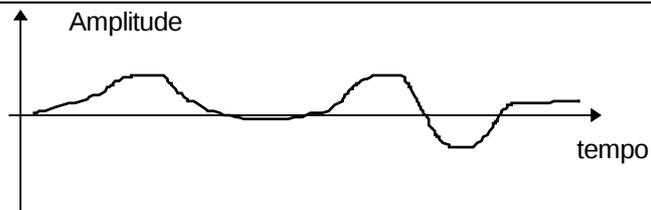
Outro dado importante nas séries de Fourier é o comportamento dos valores de pico dos diversos harmônicos, observe que geralmente a amplitude da senoide diminui com o aumento da ordem da harmônica.

OBS: Quando o sinal é aperiódico, a sua obtenção somente é possível com a soma de infinitas componentes senoidais, que são completamente independentes entre si, ou seja não há frequência fundamental nem harmônicas do sinal.

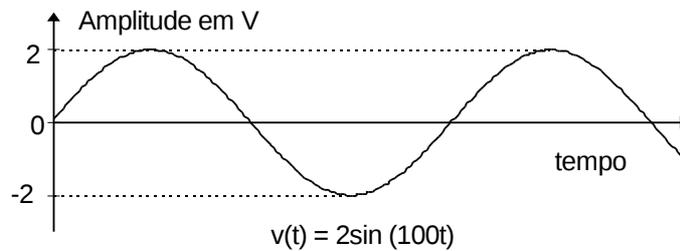
### 3.4 Representação de Sinais através do Espectro de Frequências

Existem duas formas gerais de representar um mesmo sinal, no *Domínio do Tempo* e no *Domínio da Frequência*.

O **Osciloscópio** é um equipamento que mostra o sinal no domínio do tempo, fornecendo um gráfico da tensão (ou corrente) com relação ao tempo. O conhecimento da variação da amplitude com o tempo de um sinal elétrico o caracteriza de forma completa. A esta representação do sinal chamamos de representação no *Domínio do Tempo (DT)*, pois conhecemos o valor do sinal em cada instante de tempo.

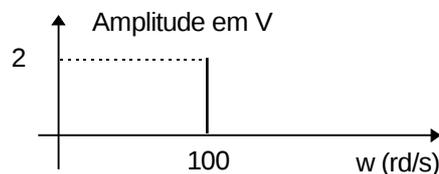


No caso particular de um sinal senoidal, a sua representação no domínio do tempo é dada por:

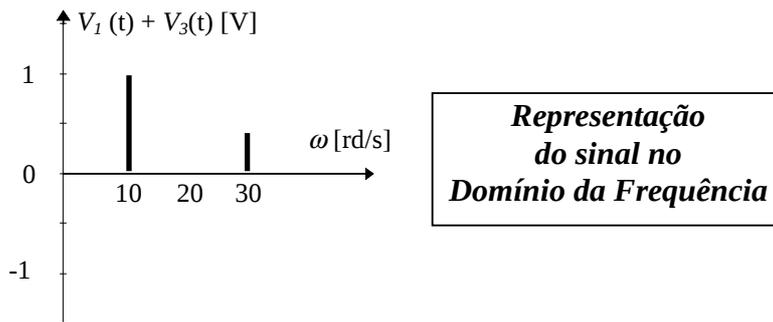
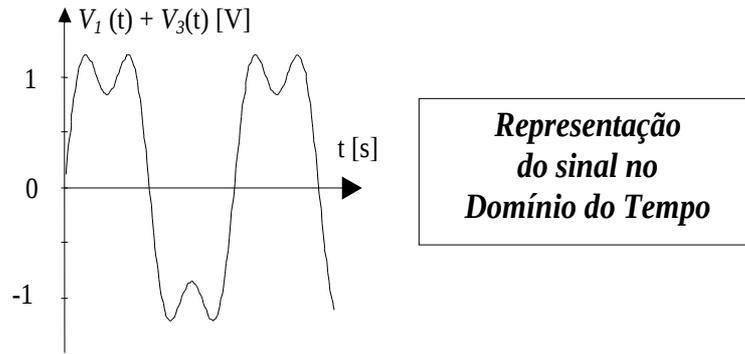


Sinais também podem ser representados no *Domínio da Frequência (DF)*, onde a amplitude ou a potência de cada componente senoidal do sinal é mostrada em um gráfico com a frequência no eixo da ordenadas. Quando representamos a amplitude como função da frequência, denominamos a representação de *espectro de amplitudes* do sinal, e quando é representado o quadrado da amplitude (ou potência) denominamos de *espectro de potências*. A *análise de Fourier* ou *análise espectral* é fornecida pelo equipamento denominado de **Analisador de Espectro**.

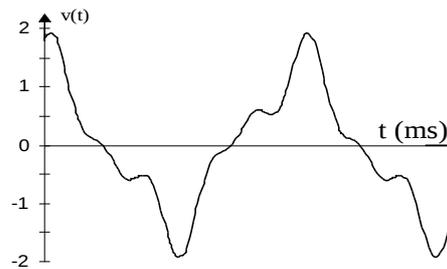
No caso de uma senoide pura o conhecimento da amplitude da senoide ( $V_p$ ), e da frequência ( $\omega$  ou  $f$ ) do sinal são suficientes para caracteriza-lo. Portanto o espectro de amplitudes da senoide anterior é dado por:



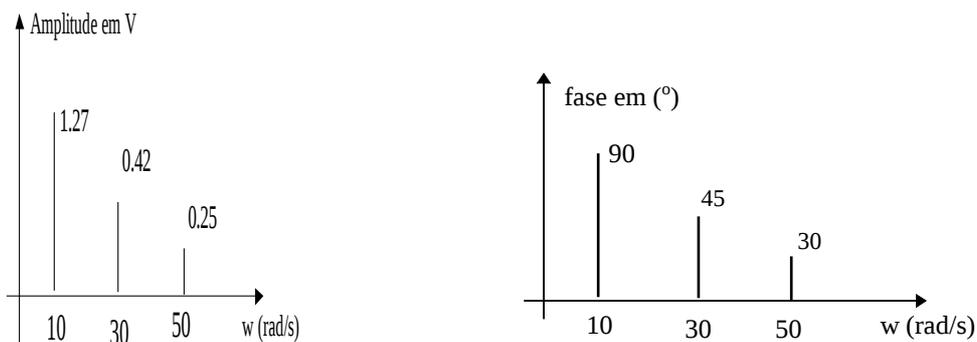
Se tivermos um sinal  $v(t) = \sin(10t) + 4/3\pi \sin(30t)$  que é a soma de duas senoides com amplitudes e frequências diferentes, podemos representa-lo também no DT e DF.



Apesar de normalmente ser representada apenas a amplitude, a representação gráfica completa de um sinal no DF necessita de dois gráficos, o *espectro de amplitudes* e o *espectro de fases*. O segundo gráfico representa a fase correspondente a essas mesmas frequências. No exemplo da onda quadrada a fase de todas as componentes é nula, e por isso o *espectro de fases* não precisa ser representado. Vejamos a seguir um exemplo onde as fases não são nulas.

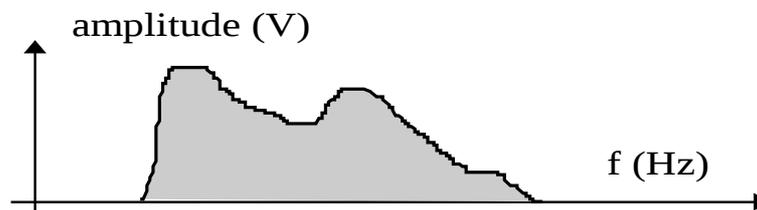


Sinal no domínio do tempo.



Sinal no domínio da frequência.

No caso de sinais aperiódicos, eles também podem ser representados por espectros de frequência, os quais por serem formados por um conjunto contínuo infinito de frequências, apresentam um *espectro de amplitudes contínuo*, o qual é representado da seguinte forma:



### 3.5 Analisador de Espectros

Um analisador de espectros é um equipamento usado para examinar a composição espectral de sinais elétricos, acústicos ou ópticos. Geralmente ele mede o espectro de potência. Os analisadores podem ser do tipo analógico ou digital.

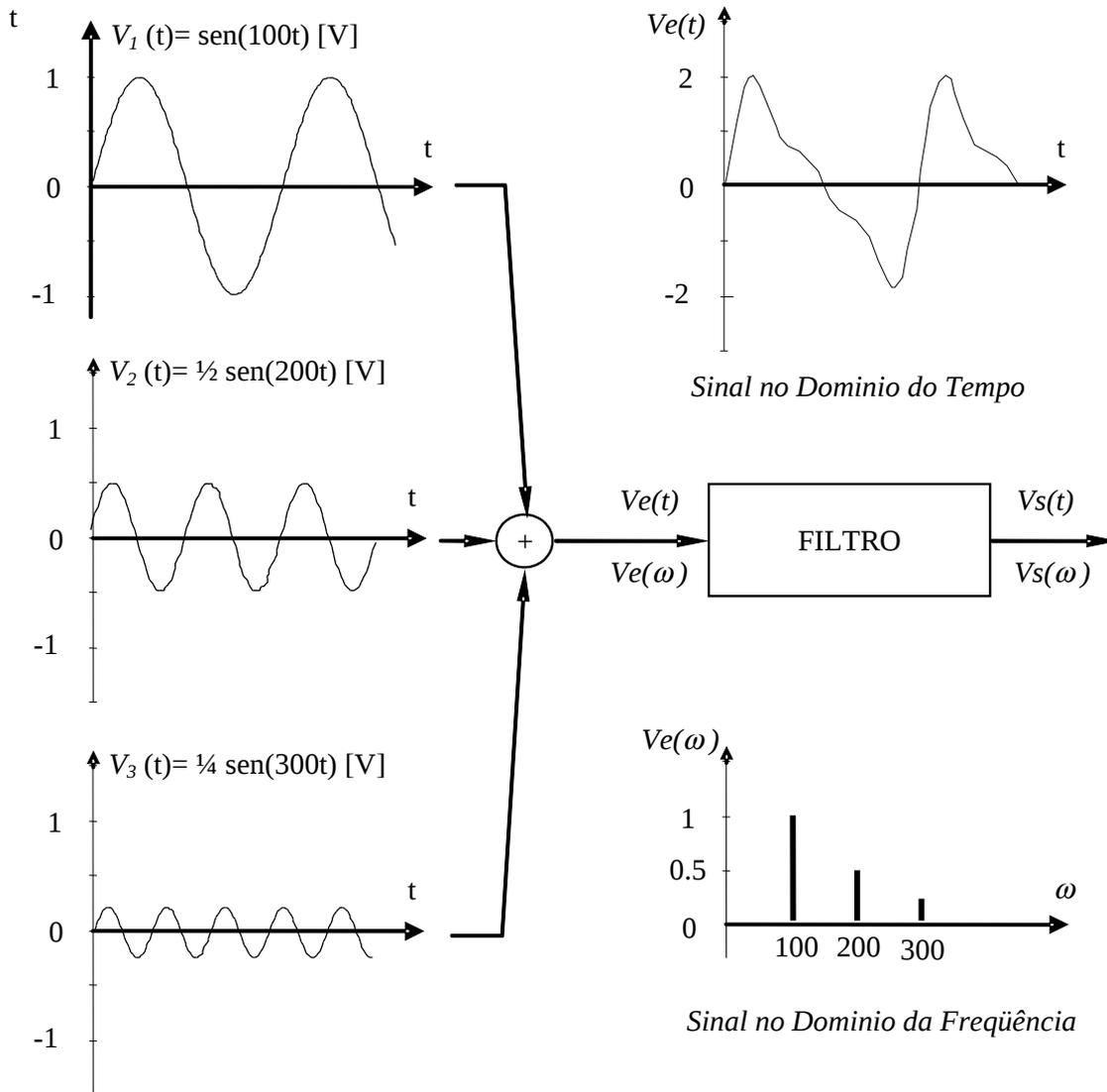
Um *analisador de espectros analógico* usa um **filtro passa-banda** variável, cuja frequência central é automaticamente sintonizada (feita uma varredura) por toda a faixa de frequências na qual o espectro é medido. Também pode ser utilizado um **receptor super-heteródino** no qual o oscilador local tem sua frequência variada em toda a faixa de frequências.

Nos *analisadores de espectro digitais* é utilizada uma **transformada rápida de Fourier (FFT)**, que consiste em um processo matemático que transforma a forma de onda de um sinal nas suas componentes de frequência.

### 3.6 Análise da resposta de um circuito à sinais complexos utilizando o espectro de amplitudes e o diagrama de Bode.

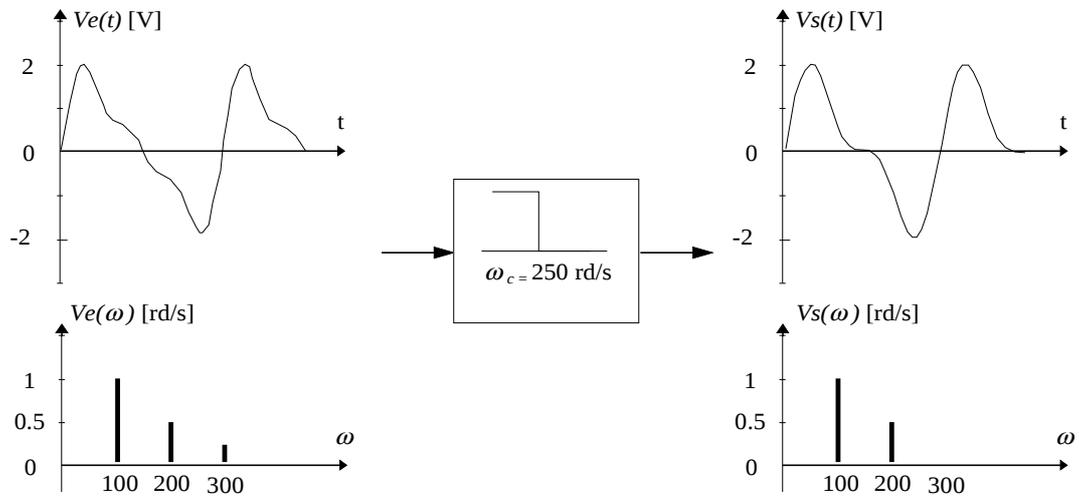
Uma vez sabendo que os sinais complexos são na realidade uma composição de senoides, podemos entender melhor o funcionamento dos filtros.

Na ilustração a seguir é mostrada a composição de um sinal a partir de três fontes senoidais em série que estão ligadas a entrada de um circuito "FILTRO". A forma de onda do sinal na entrada ( $V_e$ ) do circuito "FILTRO" é resultante da soma "ponto a ponto" dos sinais das três fontes e o espectro de amplitudes do sinal resultante é composto pelas frequências das três fontes.

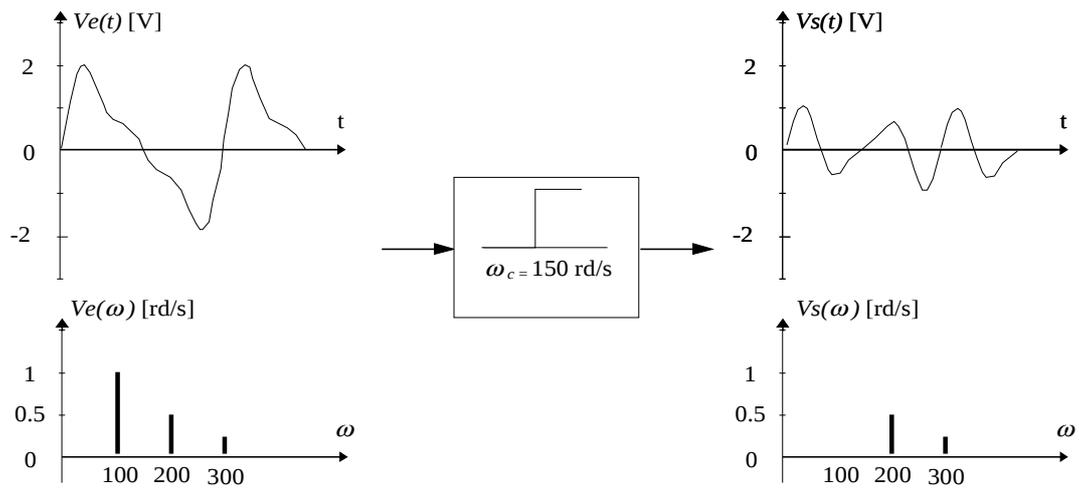


De acordo com o tipo de filtro que for utilizado teremos diferentes sinais de saída ( $V_s$ ), pois sabemos que algumas das componentes do sinal serão atenuadas pelo filtro. A seguir ilustraremos através de 4 tipos de filtros ideais como seria o sinal de saída em cada caso.

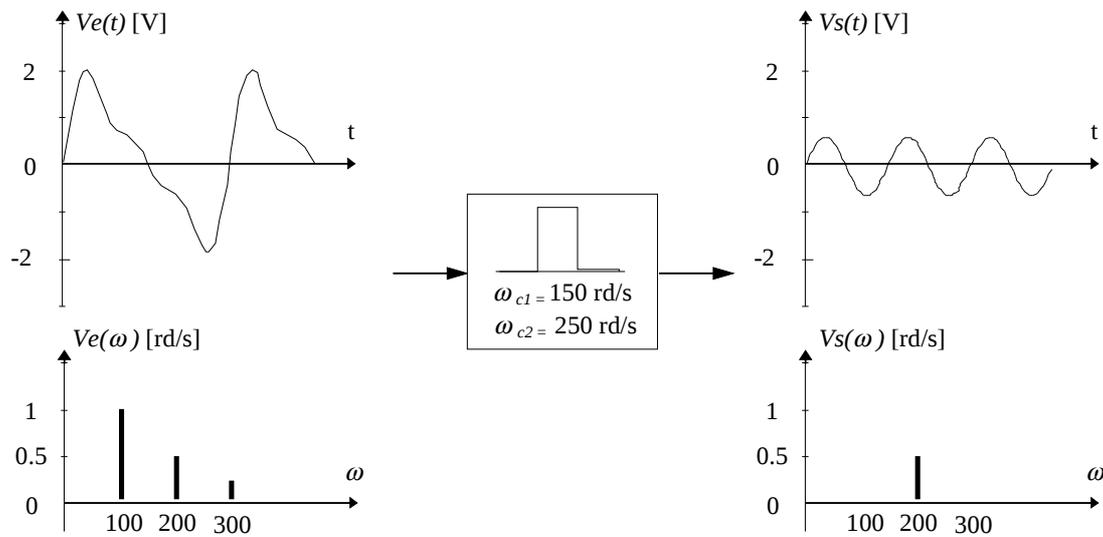
**a) Filtro passa baixa com  $\omega_c = 250$  rd/s**



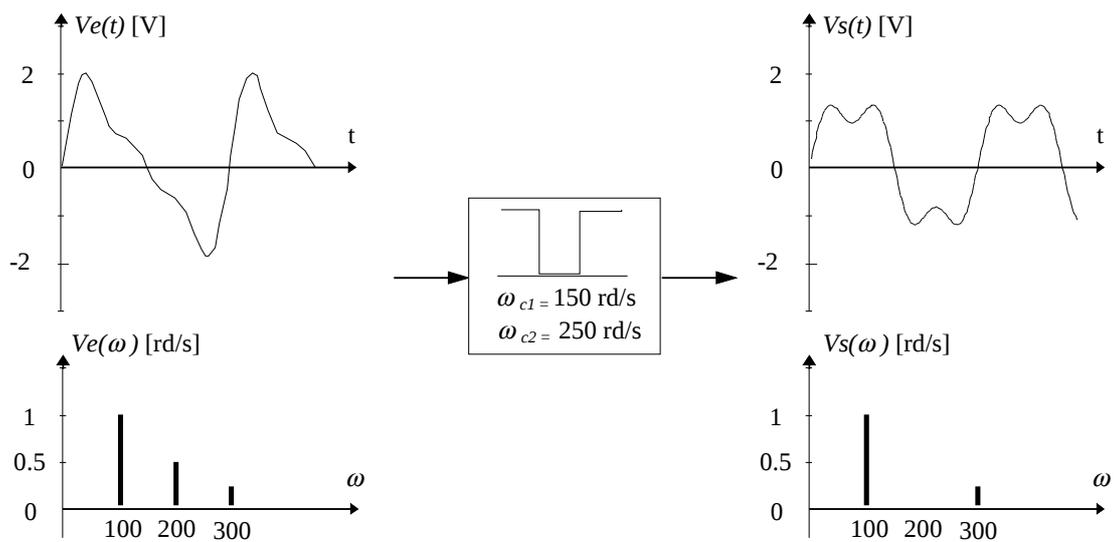
**b) Filtro passa alta com  $\omega_c = 150$  rd/s**



**c) Filtro passa faixa com  $\omega_{c1} = 150$  rd/s,  $\omega_{c2} = 250$  rd/s**

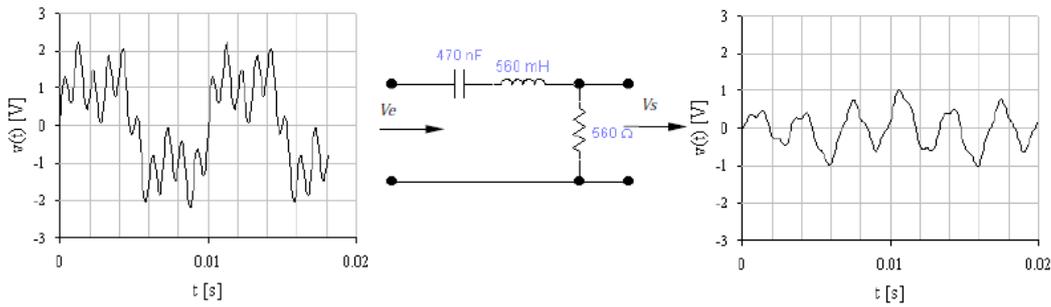


**d) Filtro rejeita faixa com  $\omega_{c1} = 150$  rd/s,  $\omega_{c2} = 250$  rd/s**



Agora vejamos como podemos obter o sinal de resposta ( $V_s$ ) do circuito para um sinal de entrada ( $V_e$ ), conhecendo-se o espectro de frequência do sinal de entrada e o diagrama de ganho do circuito.

Utilizaremos como exemplo o circuito abaixo, onde estão ilustrados os sinais de entrada e saída no *domínio do tempo*.



### Caso 1 - O diagrama de ganho não está em dB

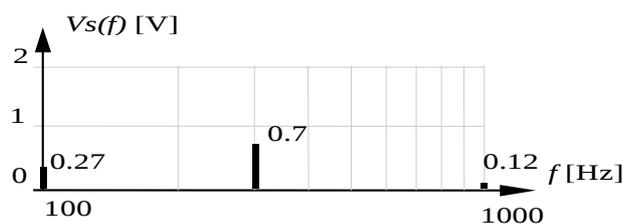
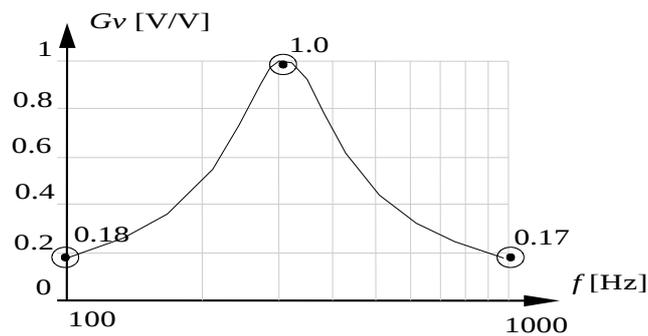
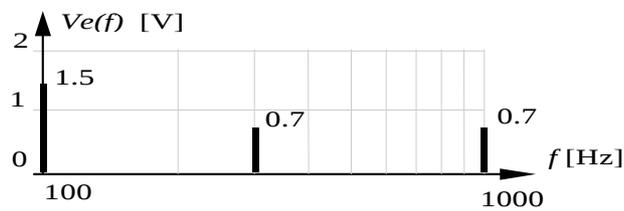
Para determinar o sinal de resposta, precisamos multiplicar a amplitude de cada uma das componentes do sinal de entrada pelos valores de ganho em cada frequência, conforme é dado no diagrama de ganho.

Portanto teremos:

$$f = 100 \text{ Hz} \text{ temos } V_s = V_e * 0.18 \Rightarrow V_s = 1.5 * 0.18 = 0.27 \text{ [V]}$$

$$f = 300 \text{ Hz} \text{ temos } V_s = V_e * 1 \Rightarrow V_s = 0.7 * 1 = 0.7 \text{ [V]}$$

$$f = 1000 \text{ Hz} \text{ temos } V_s = V_e * 0.17 \Rightarrow V_s = 0.7 * 0.17 = 0.12 \text{ [V]}$$



**Caso 2 - O diagrama de ganho está em dB**

Para determinar o sinal de resposta, precisamos primeiro converter o valor da tensão de cada uma das componentes do sinal de entrada para dBV. Utilizaremos para isto uma unidade que é o dBV ( $Ve[dBV]= 20 \log (Ve /1 V)$ , ou seja, a tensão do sinal relativo a 1 V). Uma vez obtido o sinal de entrada em uma unidade logarítmica, somamos a este os ganhos em dB nas frequências correspondentes e obtemos assim o sinal de saída.

Portanto teremos:

$$f = 100 \text{ Hz} \text{ temos } Ve [dBV]= 20 \log (1.5 /1) = 3.52$$

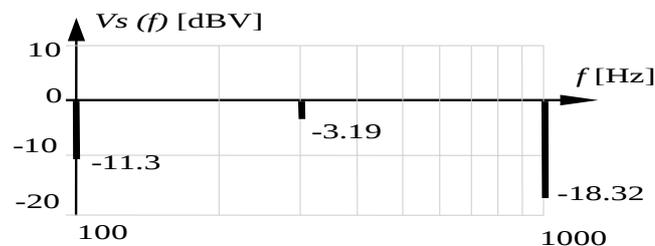
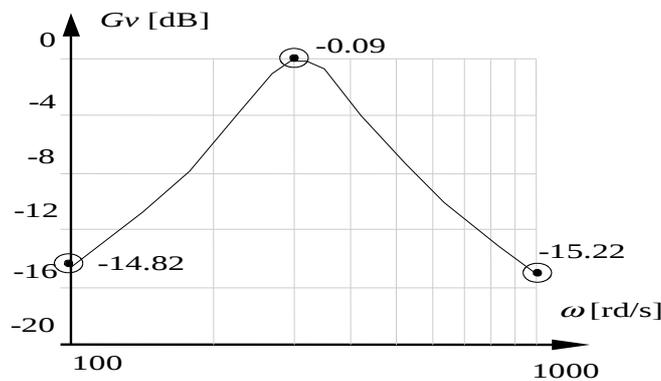
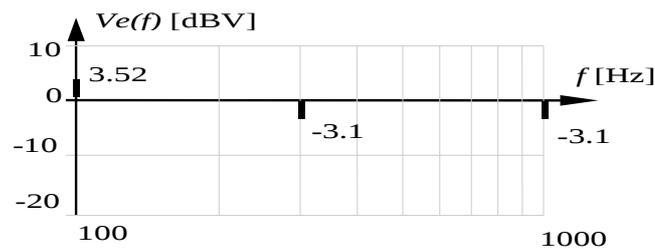
$$Vs = Ve - 14.82 \Rightarrow Vs = 3.52 - 14.82 = -11.3 [dBV] \cong 0.27 [V]$$

$$f = 300 \text{ Hz} \text{ temos } Ve [dBV]= 20 \log (0.7 /1) = -3.10$$

$$Vs = Ve - 3.10 \Rightarrow Vs = -3.10 - 0.09 = -3.19 [dBV] \cong 0.7 [V]$$

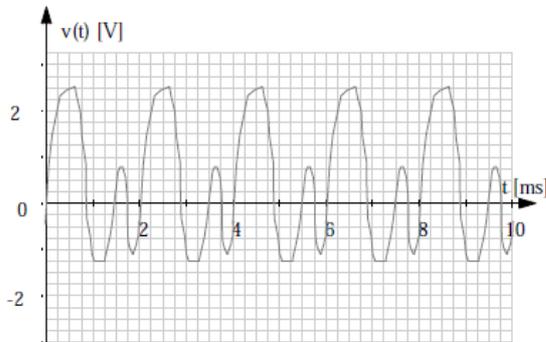
$$f = 1000 \text{ Hz} \text{ temos } Ve [dBV]= 20 \log (0.7 /1) = -3.10$$

$$Vs = Ve - 3.10 \Rightarrow Vs = -3.10 - 15.22 = -18.32 [dBV] \cong 0.12 [V]$$

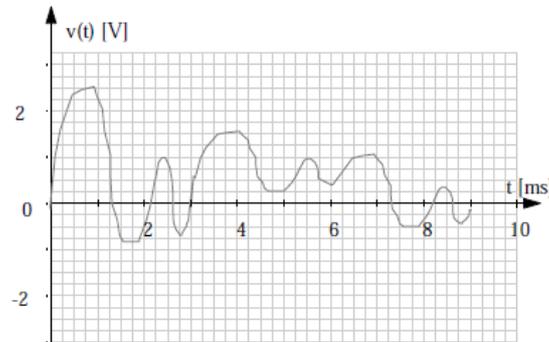


### 3.7 Exercícios

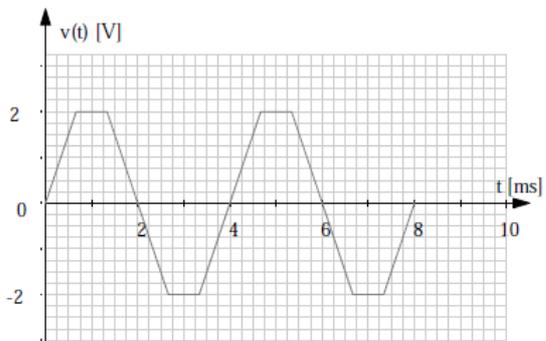
1. Para cada um dos sinais abaixo análise as seguintes afirmações, dizendo se a afirmação é verdadeira ou falsa, e justificando a sua resposta.



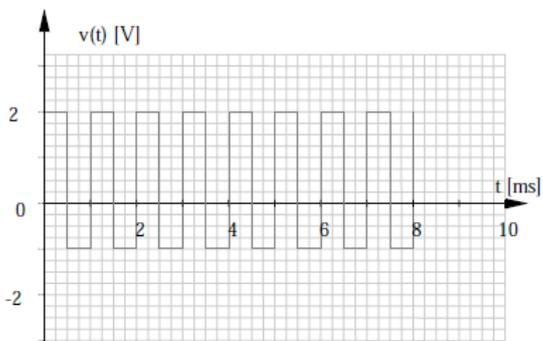
SINAL A



SINAL B



SINAL C

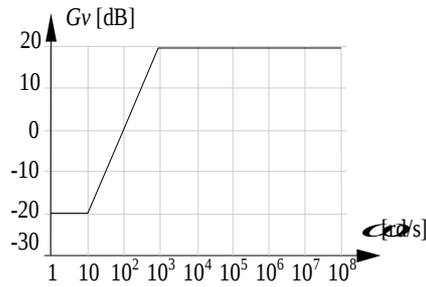


SINAL D

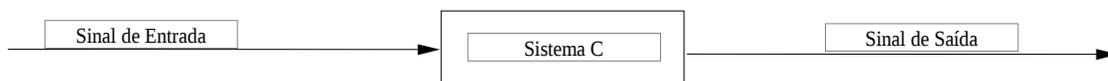
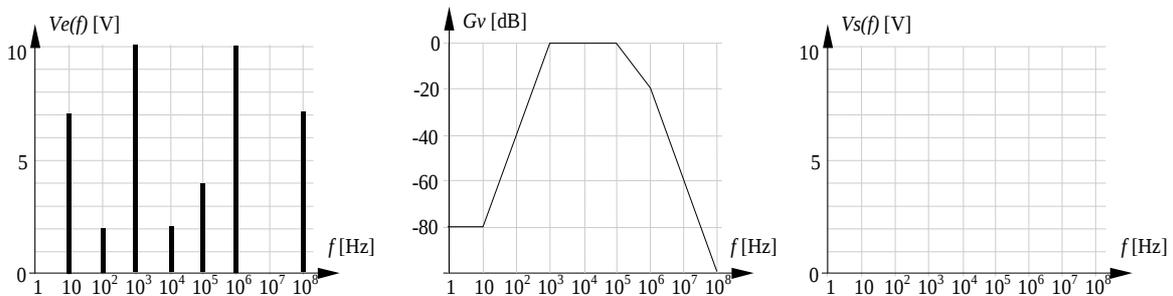
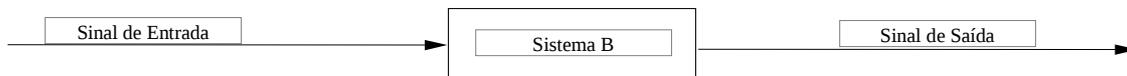
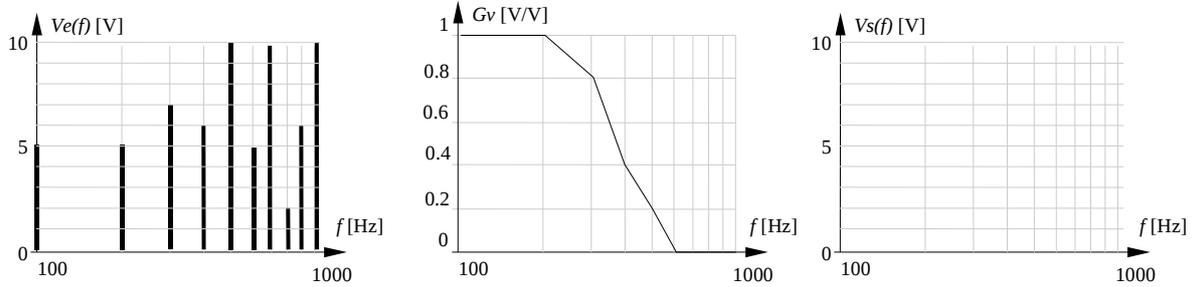
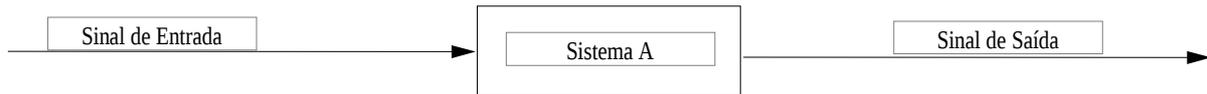
- a) O sinal possui um componente contínua.
  - b) O sinal pode possuir na sua composição uma senoide de 500 Hz.
  - c) O sinal pode possuir na sua composição uma senoide de 2250 Hz.
  - d) O sinal pode possuir na sua composição uma senoide de 50 Hz.
  - e) O sinal pode possuir na sua composição uma senoide de 2000 Hz.
  - f) O sinal pode possuir na sua composição uma senoide de 700 Hz.
2. Em relação a cada um dos sinais da questão 1, responda as seguintes perguntas:
- a) Calcule as frequências harmônicas de 2ª e 10ª ordem do sinal.
  - b) Classifique os sinais em periódicos ou aperiódicos.

3. Para cada par (sinal de entrada - sistema) abaixo, determine aproximadamente o sinal de saída.

$$V_e(t) = 2\text{sen}(10t) + 1\text{sen}(100t) + 0.5\text{sen}(1000t) + 0.2\text{sen}(2000t)$$



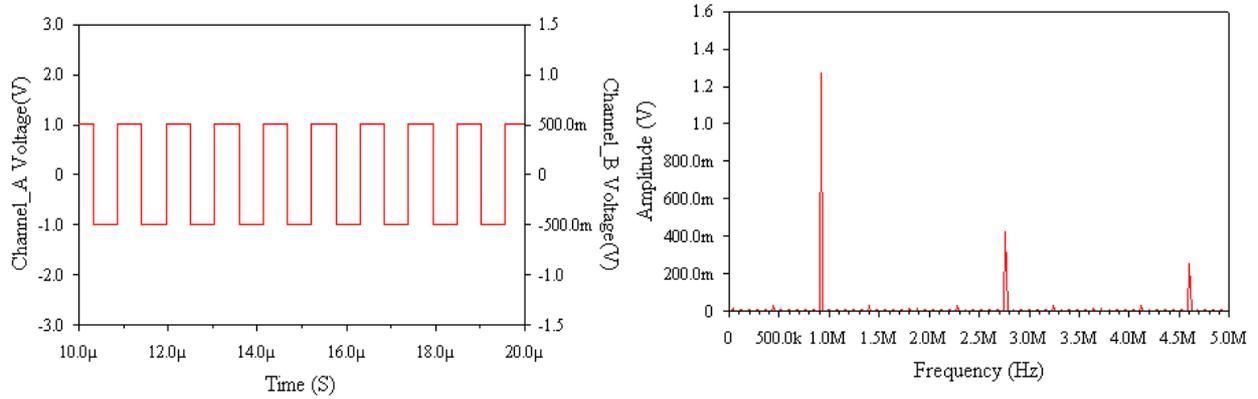
$$V_s(t) =$$



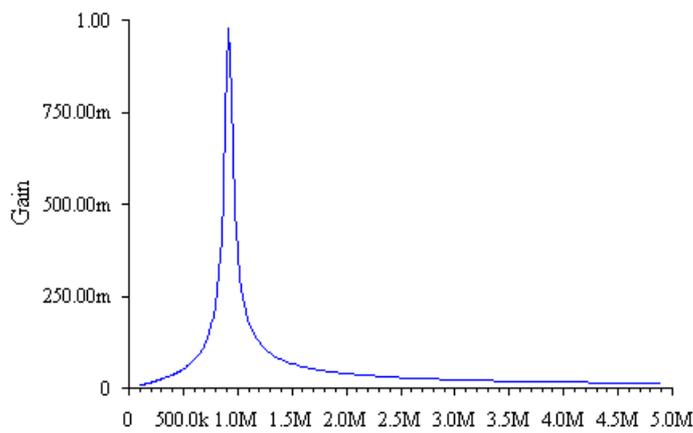
4. Utilizando o Simulador Electronic WorkBench© (ou similar), faça a simulação de alguns sinais periódicos através da sua composição a partir das senoides. Observe o que acontece a medida que você vai incluindo mais harmônicas.

- Utilizando o Simulador Multisim, faça a simulação de um filtro passa faixa para a frequência de 920kHz, com largura de banda de 60kHz. Analise os sinais de entrada e saída no domínio do tempo e no domínio da frequência. Use como sinal de entrada uma onda quadrada de 920kHz com 1Vpp.

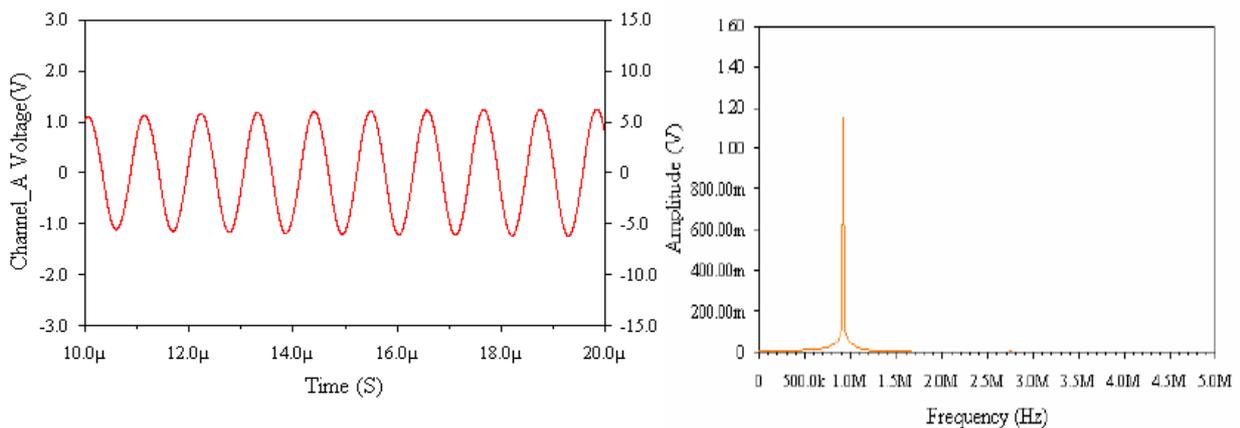
Sinal de Entrada



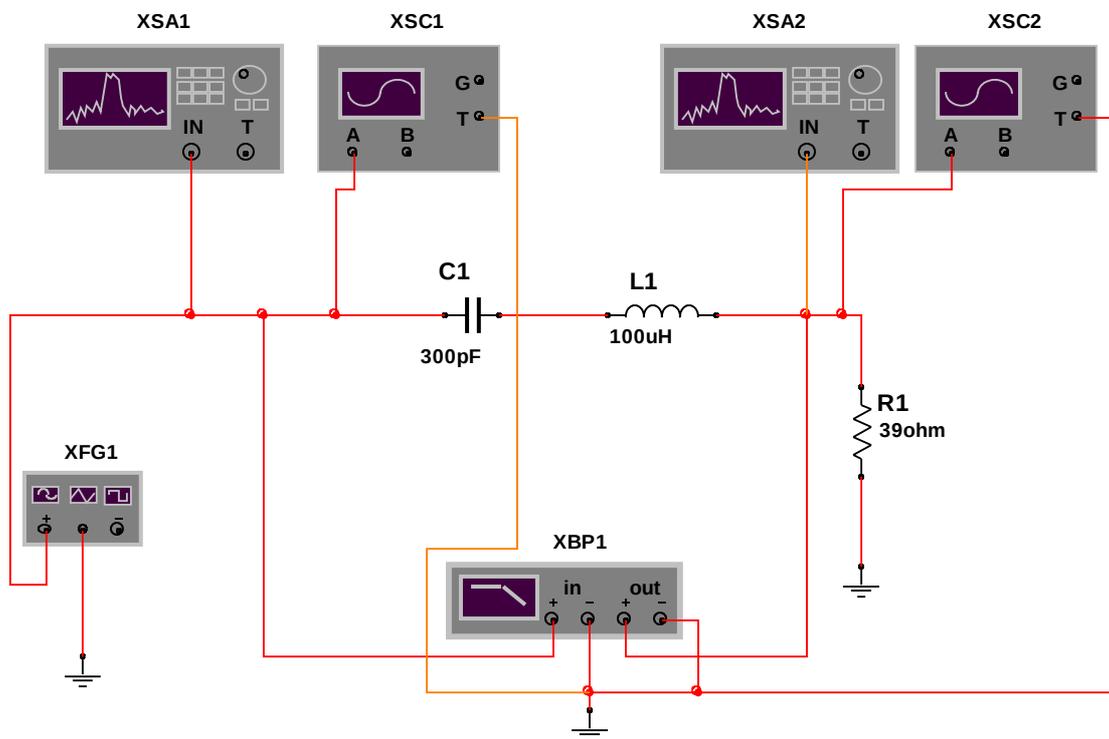
Filtro Passa Faixa (Resposta em Frequência)



Sinal de Saída



Simulação do circuito no MULTISIM 2001





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**IFSC** - Campus São José  
**Área de Telecomunicações**

# **Filtros em Telecomunicações**

Marcos Moecke

São José - SC, 2006

# SUMÁRIO

<b>2. FILTROS .....</b>	<b>2</b>
<b>2.1 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE CIRCUITOS.....</b>	<b>2</b>
<b>2.2 LEVANTAMENTO PRÁTICO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.....</b>	<b>6</b>
<b>2.3 FILTRO PASSA BAIXAS.....</b>	<b>8</b>
2.3.1 FREQUÊNCIA DE CORTE (FC).....	8
2.3.2 BANDA PASSANTE OU FAIXA DE PASSAGEM (BW).....	8
2.3.3 ORDEM DO FILTRO (N).....	8
2.3.4 TIPO DE APROXIMAÇÕES (RESPOSTA DO FILTRO).....	9
2.3.5 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (H(w)).....	10
2.3.6 TOPOLOGIA DE FILTROS PASSIVOS.....	12
2.3.7 RESPOSTA AO TRANSITÓRIO (RESPOSTA NATURAL).....	14
<b>2.4 FILTRO PASSA ALTAS .....</b>	<b>15</b>
2.4.1 FREQUÊNCIA DE CORTE (FC) .....	15
2.4.2 BANDA PASSANTE OU FAIXA DE PASSAGEM (BW) .....	16
2.4.3 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (H(w)) .....	16
2.4.4 FILTRO ATIVOS PASSA-ALTAS.....	17
<b>2.5 FILTRO PASSA FAIXA.....</b>	<b>18</b>
2.5.1 FREQUÊNCIAS DE CORTE .....	18
2.5.2 FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA (F0) .....	18
2.5.3 BANDA PASSANTE OU FAIXA DE PASSAGEM (BW).....	19
2.5.4 ORDEM DO FILTRO (N) .....	19
2.5.5 FATOR DE QUALIDADE (Q).....	19
2.5.6 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (H(w)) .....	19
2.5.7 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS Q, F0, FI, FS, BW.....	20
2.5.8 FILTROS PASSIVOS PASSA-FAIXA.....	22
2.5.9 FILTROS ATIVOS PASSA-FAIXA.....	23
<b>2.6 FILTRO REJEITA FAIXA.....</b>	<b>23</b>
2.6.1 FREQUÊNCIAS DE CORTE .....	24
2.6.2 FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA (F0) .....	24
2.6.3 BANDA DE REJEIÇÃO OU FAIXA DE REJEIÇÃO (BW) .....	24
2.6.4 ORDEM DO FILTRO (N).....	24
2.6.5 FATOR DE QUALIDADE (Q).....	24
2.6.6 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (H(w)).....	25
2.6.7 FILTROS REJEITA FAIXA PASSIVOS.....	25
2.6.8 FILTROS ATIVOS REJEITA FAIXA.....	26
<b>2.7 EXERCÍCIOS:.....</b>	<b>27</b>

# 2. FILTROS

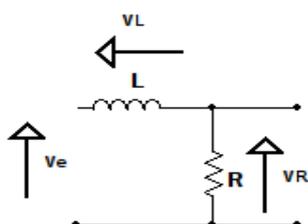
## 2.1 Resposta em frequência de circuitos

A análise CA de um circuito é realizada fixando-se uma frequência de operação para o circuito através de uma fonte senoidal (por exemplo,  $v_F(t) = A \sin(120\pi t)$ ), fazendo com que o circuito opere sempre na frequência de 60 Hz, e por consequência todos os cálculos podem ser realizados considerando as impedâncias fixadas em  $Z_L = j\omega L$  e  $Z_C = 1/(j\omega C)$ ).

No entanto, em muitos circuitos a frequência de operação varia, e a análise do circuito necessita mostrar o seu comportamento em toda uma faixa de frequências. O mesmo ocorre quando o sinal processado pelo circuito contém um conjunto de frequências como por exemplo na telefonia, pois a voz contém componentes de frequências em toda a faixa entre 300Hz e 3400Hz.

A análise do circuito em função da frequência é realizada através da determinação da resposta em frequência, que pode ser obtida através de gráficos de ganho e diferença de fase entre as tensões de entrada e saída do circuito para cada frequência (**Diagramas de Bode – ganho e fase**), ou também pela equação matemática que descreve a relação entre a tensão de saída e a de entrada em função da frequência ( $\omega$ ) (**Função de Transferência –  $H(\omega)$** ).

Iniciaremos o estudo da resposta em frequência, calculando a tensão sobre o indutor e sobre o resistor de um circuito RL série para diferentes frequências.



$$L = 10 \text{ mH}$$

$$R = 10 \Omega$$

$$v_e(t) = \text{sen}(\omega t)$$

A tensão sobre o indutor ( $V_L$ ) e sobre o resistor ( $V_R$ ) em função da tensão de entrada ( $V_e$ ) e das impedâncias ( $R$  e  $Z_L = j \omega L$ ), é obtida por:

$$V_R = \frac{(V_e * R)}{(R + j\omega L)} \quad \text{e} \quad V_L = \frac{(V_e * j\omega L)}{(R + j\omega L)}$$

Dividindo os dois lados da equação por  $V_e$  teremos a função de transferência para as saídas em  $L$  e  $R$ :

$$H_1(\omega) = \frac{V_R}{V_e} = \frac{R}{(R + j\omega L)} \quad \text{e} \quad H_2(\omega) = \frac{V_L}{V_e} = \frac{j\omega L}{(R + j\omega L)}$$

Resolvendo as equações para as frequências de 10 a 100 krd/s:

$\omega$ (rd/s)	10	100	1000	10.000	100.000
<b>R</b>	10	10	10	10	10
<b>j<math>\omega L</math></b>	j 100m	j 1	j 10	j 100	j 1000
<b>R + j<math>\omega L</math></b>	10 $\angle$ 0,57°	10,05 $\angle$ 5,71°	14,14 $\angle$ 45°	100,5 $\angle$ 84,29°	1000 $\angle$ 89,43°
<b><math>H_1(\omega) = V_R/V_e</math></b>	1 $\angle$ -0,57°	0,995 $\angle$ -5,71°	0,707 $\angle$ -45°	0,1 $\angle$ -84,29°	0,01 $\angle$ -89,43°
<b><math>H_2(\omega) = V_L/V_e</math></b>	0,01 $\angle$ 89,43°	0,1 $\angle$ 84,29°	0,707 $\angle$ 45°	0,995 $\angle$ 5,71°	1 $\angle$ 0,57°

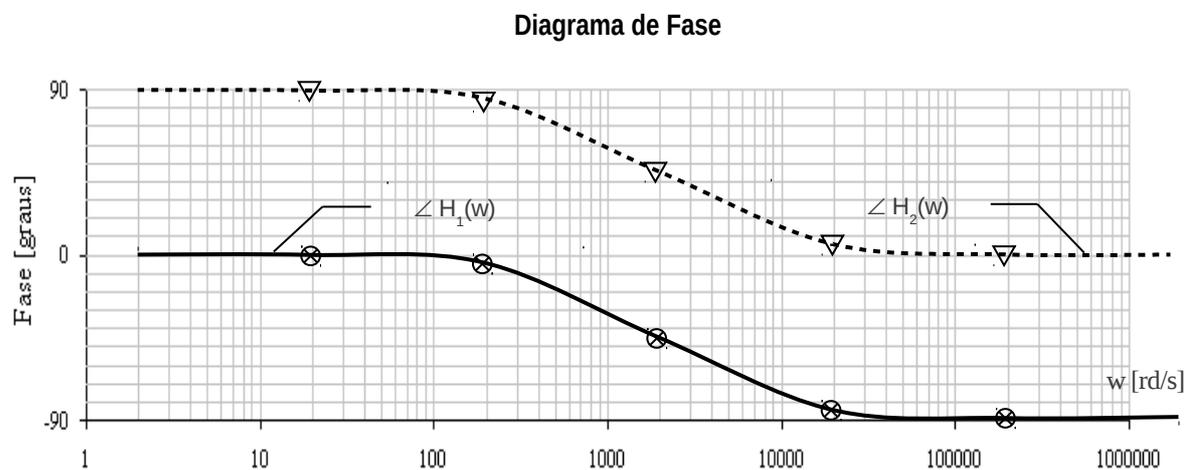
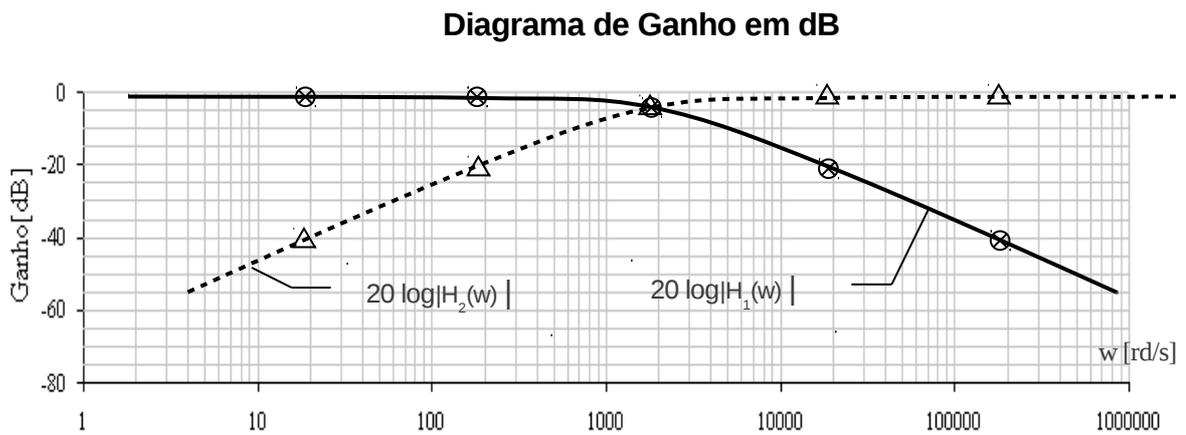
O valor do módulo de  $H(\omega)$  denominamos de ganho de tensão ( $G_v$ ) e o ângulo de  $H(\omega)$  de fase ( $\theta_v$ ). Observe que neste caso o ganho está variando entre 1 e 0,01. Para melhorar a escala do ganho e facilitar os cálculos no cascadeamento de sistemas, utilizaremos uma escala logarítmica para o ganho, a qual denominamos de escala em dB (deciBell). A transformação do ganho de tensão em ganho em dB ( $G_{dB}$ ) é feita através de:

$$G_{dB} = 20 \log(G_v)$$

Assim os valores do ganho em dB para as saídas sobre o resistor e indutor são:

$\omega$ (rd/s)	10	100	1000	10.000	100.000
<b>20log <math>H_1(\omega)</math> </b>	0 dB	-0,04 dB	-3,01 dB	-20,09 dB	-40 dB
<b>20log <math>H_2(\omega)</math> </b>	-40 dB	-20,09 dB	-3,01 dB	-0,04 dB	0 dB

Para a determinação completa da resposta em frequência, é necessário determinar para cada frequência o ganho e a fase. No entanto, na maioria dos casos é possível interpolar os valores, traçando um gráfico do ganho em dB e da fase. Assim para  $H_1(\omega)$  e  $H_2(\omega)$ , obtemos:



No gráfico de  $H_1(\omega)$  podemos observar que na frequência de 1000 rd/s o comportamento do circuito muda, pois abaixo desta frequência praticamente não existe atenuação na tensão de saída, ou seja a tensão sobre o resistor é a mesma que a tensão de entrada (pois o indutor é praticamente um curto circuito  $Z_L \rightarrow 0$ ). Para frequências superiores a 1000 rd/s a tensão de saída diminui com o aumento da frequência. Na frequência de 10 Krd/s a atenuação é de 20 dB e em 100 Krd/s é de 40 dB (atenuação de 20 dB/década, i.e, cada vez que a frequência aumenta de 10 vezes ocorre uma atenuação de 20 dB). No gráfico de  $H_2(\omega)$  o comportamento é o inverso.

Os diagramas de ganho de  $H_1(\omega)$  e  $H_2(\omega)$  mostram dois casos típicos de resposta em frequência de circuitos, que são respectivamente o Filtro Passa Baixas e Filtro Passa Altas.

Quando temos um circuito com resposta passa baixa em uma saída, teremos necessariamente uma resposta do tipo passa alta na saída complementar.

Os diagramas de fase apresentam variações de comportamento que também permitem caracterizar um filtro, mas como na maioria das aplicações a maior interesse na amplitude do sinal do que na fase, a partir de agora, faremos as análises somente sobre o diagrama de ganho.

## 2.2 Levantamento prático da resposta em frequência

Para realizar o levantamento da resposta em frequência de um circuito em laboratório, o procedimento a ser adotado é:

- 1 Conectar na entrada do circuito, uma fonte senoidal cuja frequência possa ser controlada com precisão e que tenha uma resposta plana na faixa de frequência de interesse.
- 2 Conectar na saída do circuito, um equipamento de medição que permita determinar com precisão a tensão de saída (voltímetro digital, osciloscópio).
- 3 Fixando-se a tensão de entrada ( $V_e$ ) e variando passo a passo a frequência ( $\omega$  ou  $f$ ), faz-se o levantamento das tensões de saída ( $V_s$ ) para determinar o ganho em dB nestas frequências. A varredura inicial pode ser feita nas frequências (1, 10, 100, 1K, 10K, 100K, 1M, 10M, 100M, 1G, etc).

f (Hz)	1	10	100	1k	10k	100k	1M
$V_e$							
$V_s$							
$G_v = V_s/V_e$							
$G_{dB} = 20\log G_v$							

- 4 Após ter uma noção inicial da resposta de frequência do circuito, pode-se fazer novas medidas em torno da(s) frequência(s) onde houve a variação maior no ganho.

f (Hz)

$V_e$

$V_s$

$$G_v = V_s/V_e$$

$$G_{dB} = 20\log G_v$$

- 5 Finalmente traça-se o gráfico do ganho de tensão em dB para ter uma representação da resposta em frequência.

Diagrama de Ganho em dB

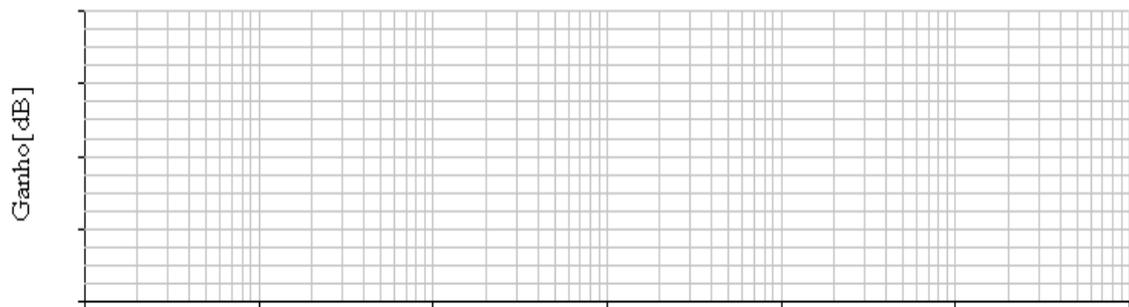
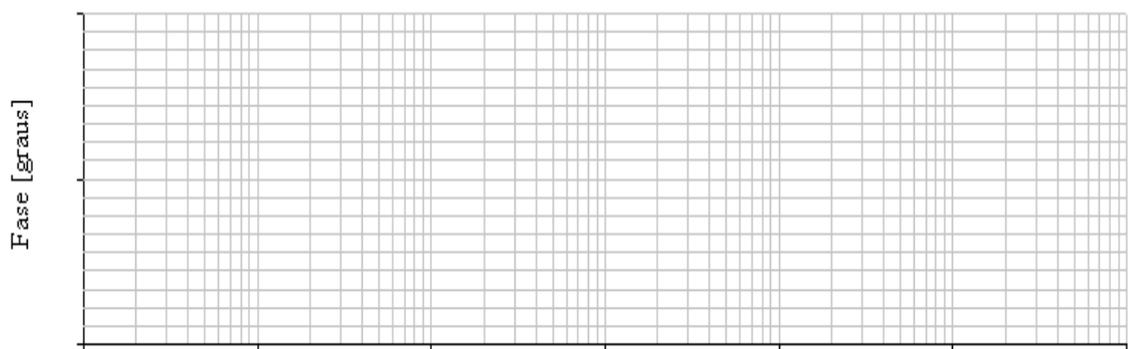


Diagrama de Fase



## 2.3 Filtro Passa Baixas

Os filtros passa baixas são circuitos que não atenuam os sinais cujas frequências estão abaixo da *frequência de corte* ( $f_c$  ou  $w_c$ ), e que atenuam as frequências acima dessa frequência de corte. A resposta em frequência do ganho é caracterizada pelo gráfico a seguir:

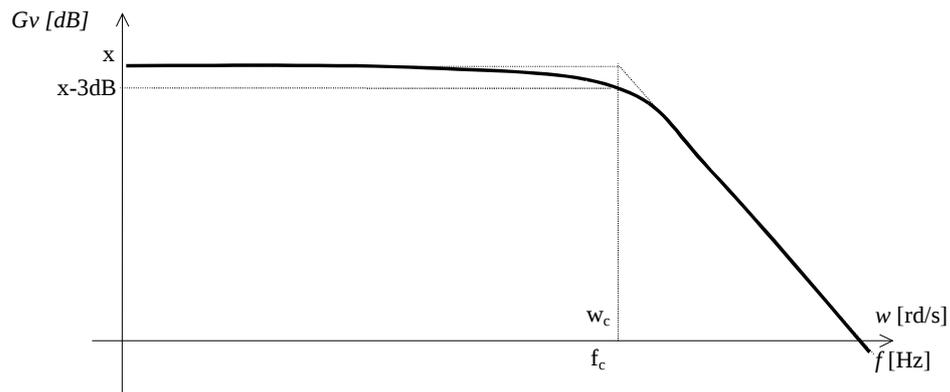


Figura 2.1 Resposta do filtros passa-baixas.

### 2.3.1 frequência de corte ( $f_c$ )

Os sinais cujas frequências são maiores que  $f_c$  são atenuadas. Na frequência de corte existe uma atenuação de 3 dB (ou  $G_v = 0.707$ ). No caso de filtros PB de 1ª ordem temos:

$$f_c = \frac{w_c}{(2\pi)} \text{ e } w_c = \frac{1}{\tau} \text{ ou } f_c = \frac{1}{(2\pi\tau)}$$

### 2.3.2 Banda Passante ou Faixa de passagem (BW)

É a faixa de frequência em que os sinais passam pelo filtro “sem” serem atenuados.

$$BW = f_c - 0 \quad \text{ou} \quad BW_{rd} = w_c - 0$$

### 2.3.3 Ordem do filtro ( $n$ )

Cada conjunto de componentes RC ou RL apresentam uma constante de tempo. A ordem do filtro corresponde ao número de constantes de tempo que atuam sobre o filtro. A ordem do filtro influencia diretamente na taxa de atenuação a partir da frequência de corte. Cada aumento de grau na ordem resulta em uma atenuação

de 6dB/oitava<sup>1</sup> (20dB/década<sup>2</sup>), e uma mudança de fase de 180°.

### 2.3.4 Tipo de aproximações (Resposta do Filtro)

Descreve a função de transferência do filtro em relação a amplitude e fase. As respostas padrões mais usadas são Butterworth, Chebyshev, Cauer (ou Eliptica), Bessel, Equiripple, Gaussiana.

**Butterworth:** Essa resposta é maximamente plana na faixa de passagem.

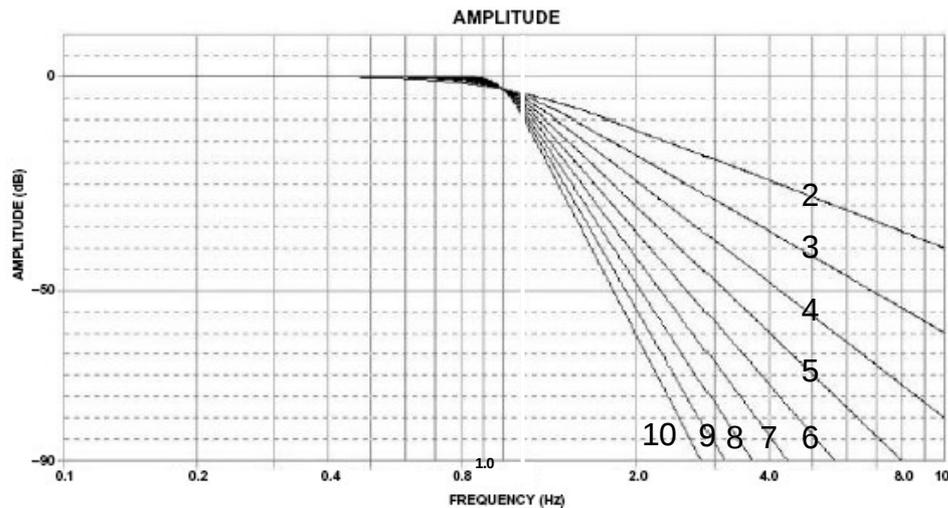


Figura 2.2 Resposta tipo Butterworth

**Chebyshev:** apresenta ondulações uniformes na banda de passagem, mas em contrapartida apresenta uma atenuação mais abrupta após a frequência de corte, resultando em uma menor faixa de transição.

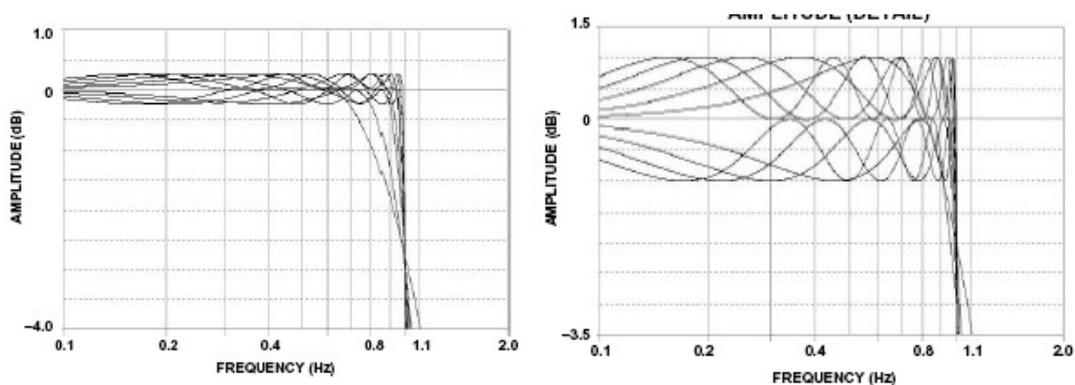


Figura 2.3 Resposta tipo Chebyshev (a) 0,25dB de ripple (b) 1db de ripple.

**Chebyshev Inverso:** apresenta ondulações uniformes na banda de rejeição.

<sup>1</sup> Uma oitava corresponde ao dobro da frequência. Assim uma oitava acima de 1000Hz, corresponde a 2000Hz.

<sup>2</sup> Uma década corresponde a dez vezes a frequência. Uma década acima de 1000Hz é 10.000Hz.

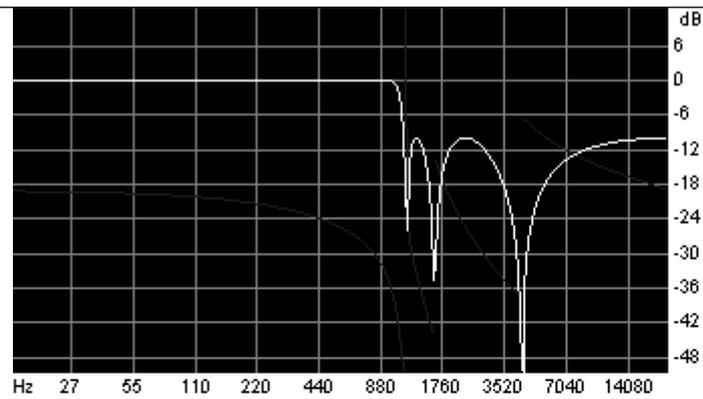


Figura 2.4 Resposta tipo Chebyshev Inverso.

**Cauer ou Elíptico:** apresenta ondulações uniformes tanto na banda de passagem com na banda de rejeição. Este é o tipo de filtro que apresenta a maior atenuação após a frequência de corte para uma ordem dada.

**Bessel:** É um filtro otimizado para obter a melhor resposta a transitório, devido a sua fase linear (atraso constante). Como consequência este tipo de aproximação apresenta a pior resposta em frequência (pior discriminação de amplitude).

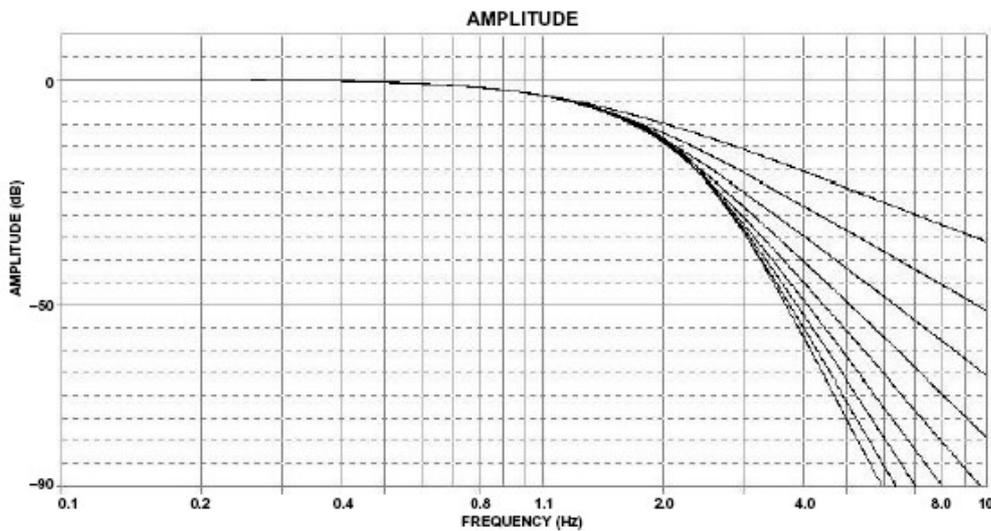


Figura 2.5 Resposta tipo Bessel.

### 2.3.5 Função de Transferência (H(w))

É a equação matemática que relaciona a tensão de saída com a tensão de entrada do filtro ( $V_s/V_e$ ). No caso de filtro passa baixas de 1ª ordem temos:

$$H(w) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{(1 + jw\tau)} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Aw_0}{(w_0 + s)}$$

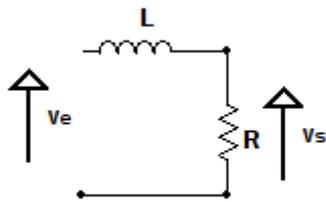
No caso de filtro passa baixas de 2ª ordem temos:

$$H(\omega) \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{((1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2))} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Aw_0^2}{(s^2 + \alpha w_0 s + w_0^2)}$$

onde  $\alpha$  é o fator de amortecimento do filtro.

A partir do conhecimento dessas características, podemos resolver alguns problemas simples com filtros PB.

Inicialmente utilizaremos o mesmo circuito RL série já utilizado, para demonstrar que conhecendo-se a frequência de corte desejada, podemos determinar diretamente a resposta em frequência (diagrama de bode aproximado).



Podemos verificar facilmente que o circuito é FPB:

$$\omega \rightarrow 0, Z_L \rightarrow 0, V_s = V_e \quad \text{e}$$

$$\omega \rightarrow \infty, Z_L \rightarrow \infty, V_s = 0$$

A partir do cálculo de  $V_s$  podemos obter a função de transferência  $H(\omega) = V_s/V_e$ :

$$V_s = \frac{V_e \times R}{R + j\omega L} \Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R + j\omega L}$$

Dividindo o numerador e denominador por  $R$  obtemos a função de transferência padronizada  $H(\omega)$  na qual é simples encontrar a frequência de corte

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R/R}{(R + j\omega L)/R} = \frac{1}{1 + j\omega(L/R)} = \frac{1}{1 + j\omega(\tau)} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_c}$$

onde por comparação obtemos que:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow \omega_c = \frac{R}{L} \Rightarrow f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

Considerando os valores dos componentes ( $R = 10$  e  $L = 10$  mH), podemos calcular diretamente a frequência de corte sem calcularmos os valores de ganho para um conjunto de frequências.

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{10\text{ m}}{10} = 1\text{ ms} \Rightarrow \omega_c = 1000\text{ rd/s} \Rightarrow f_c = 169,15\text{ Hz}$$

Como o filtro é de 1ª ordem, sabemos que a atenuação após a frequência de corte é de 20 dB/década.

$\omega$ (rd/s)	$\omega/100$	$\omega/10$	$\omega_c$	$10 \omega_c$	$100 \omega_c$
GdB	0 db	0 db	-3 dB	-20 dB	-40 db

### 2.3.6 Topologia de filtros passivos

A implementação dos filtros pode ser realizada de diversas formas diferentes: com componentes passivos (circuitos RLC), com amplificadores operacionais (filtros ativos), com circuitos de capacitores chaveado (filtros amostrados), e filtros digitais.

Entre os filtros ativos as topologias mais utilizadas são:

**Sallen Key:** Essa é uma das topologias mais usadas em projetos de baixa ordem, pois apresenta uma menor dependência do desempenho do filtro em relação ao Ampop<sup>3</sup> usado.

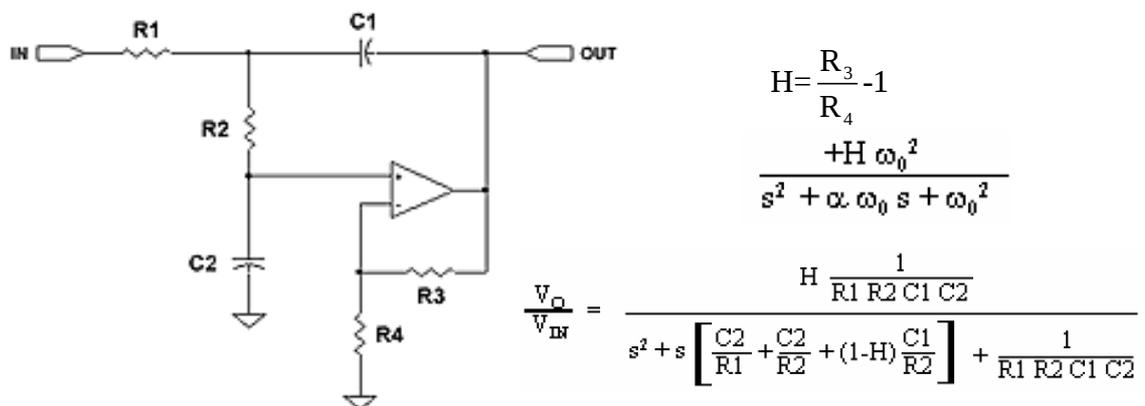


Figura 2.6 Filtro ativo passa-baixas Sallen Key.

**Múltiplas Realimentações (MFB):** Utiliza o ampop como circuito integrador, apresentando uma maior dependência dos parâmetros do ampop.

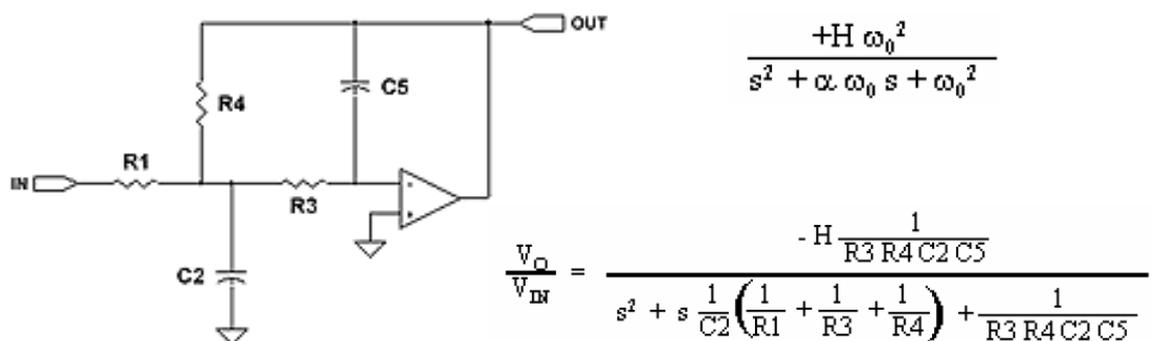
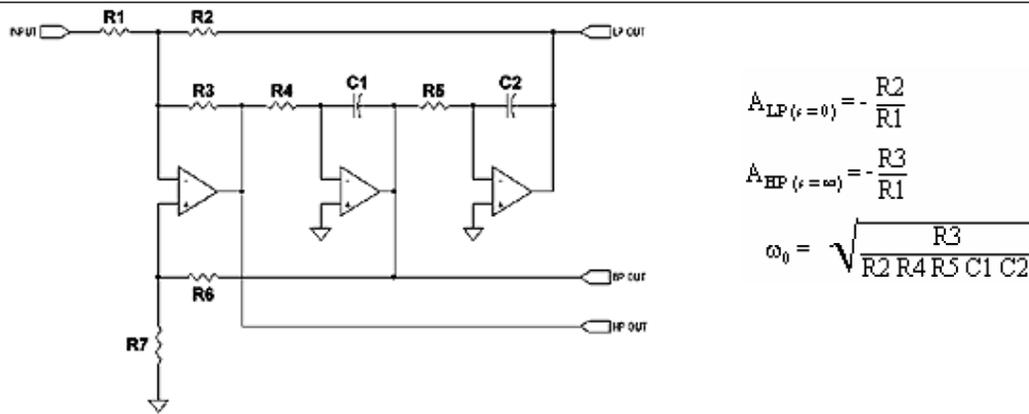


Figura 2.7 Filtro ativo passa-baixas de Múltiplas Realimentações.

**Circuito de estado-variável (State-Variable):** é uma opção para a implementação mais precisa da resposta desejada, porém apresenta um custo maior em função da maior quantidade de ampops e componentes passivos. Nesta topologia todos os parâmetros do filtro podem ser ajustados independentemente. O circuito apresenta simultaneamente saídas do tipo passa-baixas, passa-altas e passa-faixa.

<sup>3</sup> Circuito amplificador operacional



$$A_{LP} (\omega = 0) = - \frac{R2}{R1}$$

$$A_{HP} (\omega = \infty) = - \frac{R3}{R1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R3}{R2 R4 R5 C1 C2}}$$

Figura 2.8 Filtro ativo de estado-variável.

**Filtro Biquadrado (Biquad Filter):** é um rearranjo do circuito de estado-variável. Uma das principais diferenças é a inexistência da saída separada passa-altas.

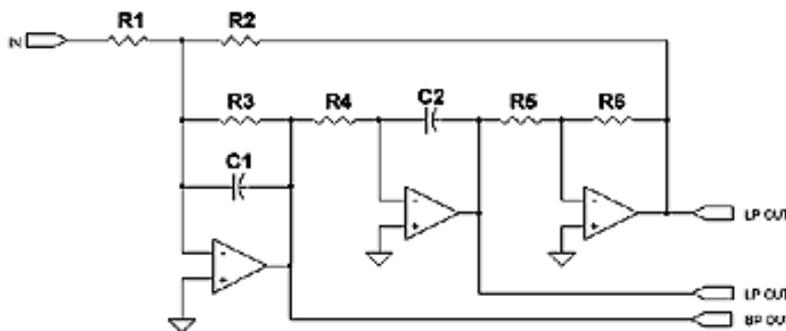


Figura 2.9 Filtro ativo Filtro Biquadrado.

### 2.3.7 Resposta ao transitório (resposta natural)

Indica a velocidade com que o filtro apresenta na saída o resultado, ou seja o tempo que o filtro demora para entrar em equilíbrio. A resposta ao impulso e a resposta ao degrau são dois tipos de respostas ao transitório para entradas específicas (impulso e degrau).

O fator que mais influencia na resposta transitória é o fator de amortecimento do sistema (filtro). Um sistema subamortecido apresenta diversas oscilações e o sistema demora mais para entrar no regime permanente. No caso de sistema criticamente amortecido, o estado permanente é atingido mais rapidamente sem que haja oscilações. Os sistema super-amortecidos não tem resposta oscilatória, mas demoram mais tempo para entrar em regime.

Na Figura 2.10 as oscilações na resposta ao degrau do filtro Butterworth indicam que existe diferença de tempo de resposta para diferentes frequências. No filtro Bessel como o atraso é linear, não ocorrem as oscilações. Além disso, no exemplo

ilustrado abaixo a mudança de 0V para 1V ocorre mais rápido no filtro Bessel, ou seja ele atinge o regime permanente mais rápido.

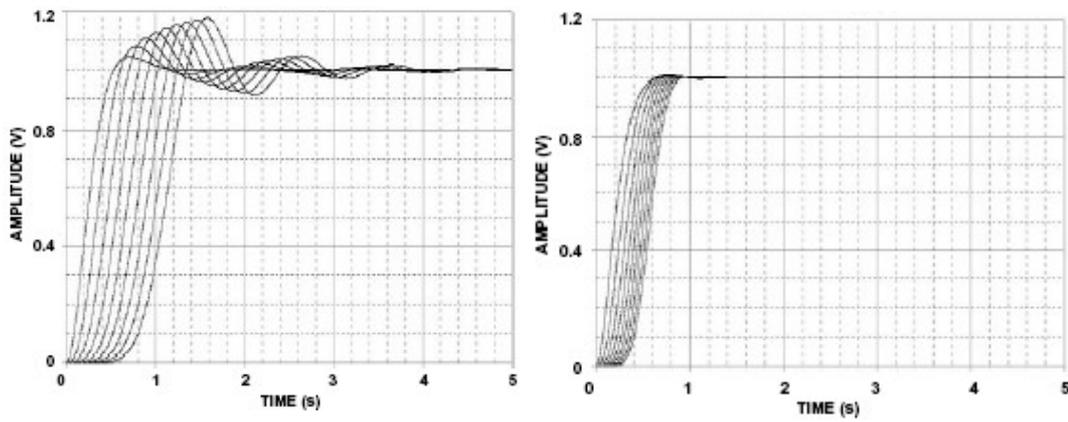


Figura 2.10 Resposta ao degrau de filtros do tipo (a) Butterworth, (b) Bessel.

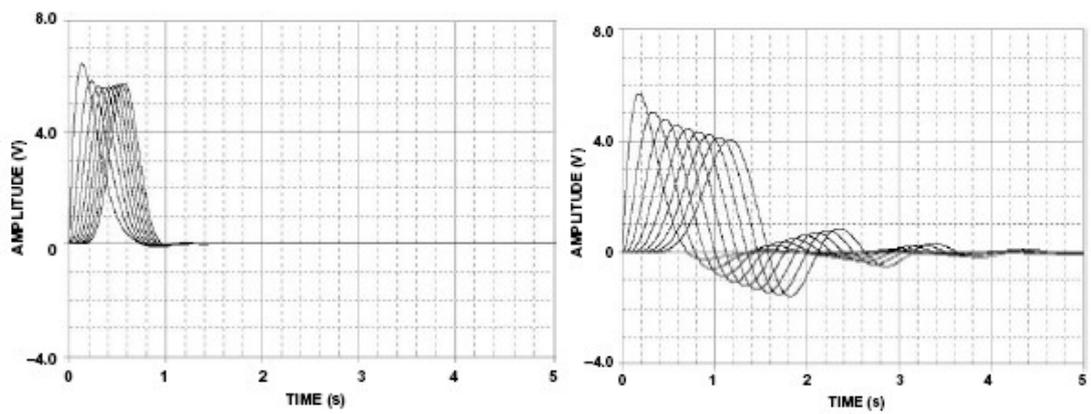


Figura 2.11 Resposta ao impulso de filtros do tipo (a) Butterworth, (b) Bessel.

## 2.4 Filtro Passa Altas

Os filtros passa altas são circuitos que atenuam os sinais cujas frequências estão abaixo da *frequência de corte* ( $f_c$  ou  $w_c$ ), e que não atenuam as frequências acima dessa frequência de corte. A resposta em frequência do ganho é caracterizada pelo gráfico a seguir:

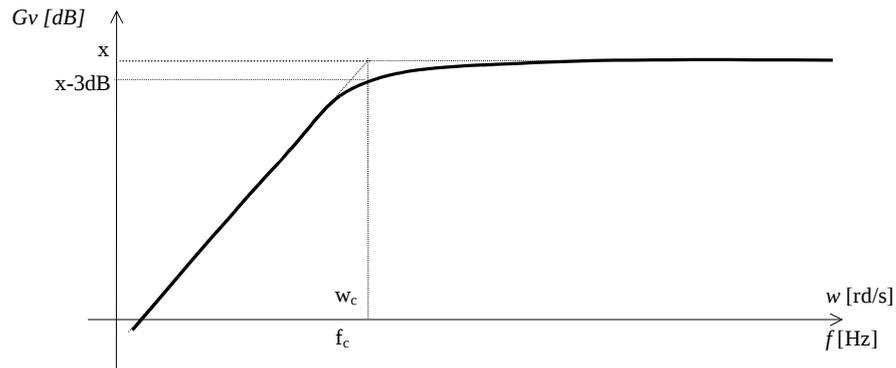


Figura 2.12 Resposta filtros passa-altas.

### 2.4.1 frequência de corte ( $f_c$ )

Os sinais cujas frequências são menores que  $f_c$  são atenuadas. No caso de filtros PA de 1ª ordem temos:

$$f_c = \frac{w_c}{2\pi} \text{ e } w_c = 1/\tau \text{ ou } f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$$

### 2.4.2 Banda Passante ou Faixa de passagem (BW)

Idem ao filtro PB

$$BW = \infty - f_c \text{ ou } BW_{rd} = \infty - w_c$$

*OBS: quando implementado na forma de filtro ativo, o ampop empregado limita a frequência superior, de modo que o circuito se comporta como um filtro passa-faixa.*

### 2.4.3 Função de Transferência (H(w))

No caso de filtro passa altas de 1ª ordem temos:

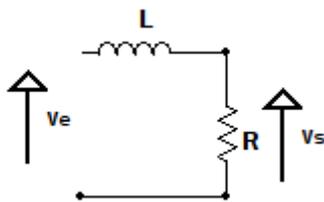
$$H(w) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(Ajw\tau)}{(1+jw\tau)} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{Vs}{Ve} = \frac{As}{w_0 + s}$$

No caso de filtro passa baixas de 2ª ordem temos:

$$H(w) = \frac{(A(jw)^2\tau_1\tau_2)}{((1+jw\tau_1)(1+jw\tau_2))} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{As^2}{(s^2 + \alpha w_0 s + w_0^2)}$$

onde  $\alpha$  é o fator de amortecimento do filtro.

Utilizando o mesmo circuito RL série com a saída no indutor, determinaremos a frequência de corte e a resposta em frequência, apenas pela comparação da função de transferência.



Podemos verificar facilmente que o circuito é FPA:

$$w \rightarrow 0, Z_L \rightarrow 0, V_s = 0$$

$$w \rightarrow \infty, Z_L \rightarrow \infty, V_s = \infty$$

A partir do cálculo de Vs podemos obter a função de transferência  $H(w) = Vs/Ve$ :

$$Vs = \frac{Ve \times jwL}{R + jwL} \Rightarrow \frac{Vs}{Ve} = \frac{jwL}{R + jwL}$$

Dividindo o numerador e denominador por R obtemos a função de transferência padronizada  $H(\omega)$  na qual é simples encontrar a frequência de corte

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{jwL/R}{(R + jwL)/R} = \frac{jwL/R}{1 + jw(L/R)} = \frac{jw\tau}{1 + jw(\tau)} = \frac{jw/w_c}{1 + jw/w_c}$$

logo:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow w_c = \frac{R}{L} \Rightarrow f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{10m}{10} = 1ms \Rightarrow w_c = 1000 \text{ rd/s} \Rightarrow f_c = 169,15 \text{ Hz}$$

Como o filtro é de 1ª ordem, sabemos que a atenuação antes da frequência de corte é de 20 dB/década.

$\omega$ (rad/s)	$\omega_c/100$	$\omega_c/10$	$\omega_c$	$10 \omega_c$	$100 \omega_c$
GdB	-40 db	-20 dB	-3 dB	0 db	0 db

### 2.4.4 Filtro ativos passa-altas

As topologias utilizadas são as mesmas empregadas nos filtros passa-baixas, trocando-se basicamente a posição dos resistores pelos capacitores. No caso do filtro biquadrado, sempre existe uma saída do tipo passa-alta.

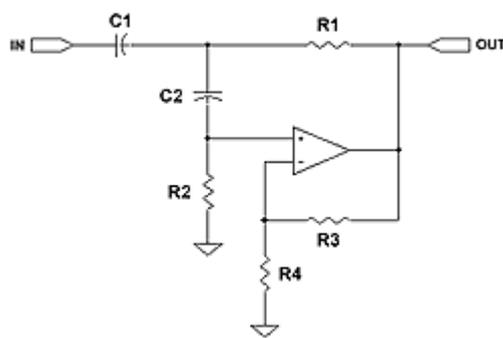


Figura 2.13 Filtro ativo passa-baixas com topologia Sallen Key.

## 2.5 Filtro Passa Faixa

Os filtros passa faixa são circuitos que permitem a passagem dos sinais cujas frequências estão situadas na faixa delimitada pela *frequência de corte inferior* ( $f_i$ ) e pela *frequência de corte superior* ( $f_s$ ). A resposta em frequência é caracterizada pelo gráfico a seguir:

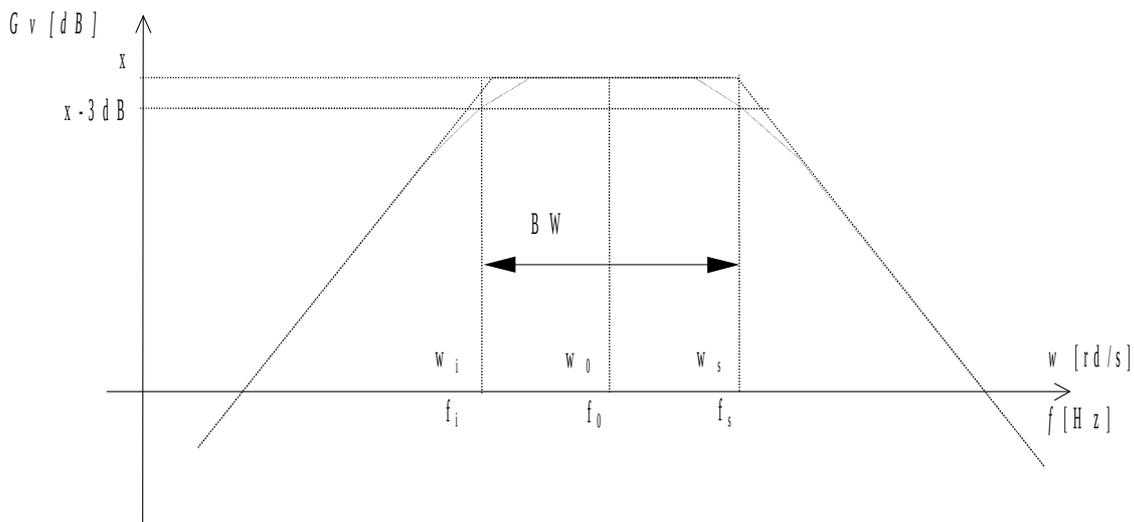


Figura 2.14 Resposta filtros passa-faixa.

### 2.5.1 frequências de corte

A frequência de corte inferior ( $f_i$ ) é aquela abaixo da qual os sinais são atenuados. A frequência de corte superior ( $f_s$ ) é aquela acima da qual os sinais são atenuados.

### 2.5.2 frequência de ressonância ( $f_0$ )

É a frequência central do filtro, na qual o ganho é máximo. É a média geométrica de  $f_i$  e  $f_s$  portanto:

$$f_0 = \sqrt{f_i \times f_s} \quad \text{ou} \quad w_0 = \sqrt{w_i \times w_s}$$

*Observação:*

Em circuitos LC série e LC paralelo, a ressonância ocorre quando:

$$X_L = X_C \Rightarrow w_0 L = 1/w_0 C \Rightarrow w_0 = 1/\sqrt{LC}.$$

No circuito LC série, a impedância na frequência de ressonância é nula ( $0 \Omega$ ), e no LC paralelo a impedância é infinita ( $\infty \Omega$ ).

### 2.5.3 Banda Passante ou Faixa de passagem (BW)

$$BW = fs - fi \quad \text{ou} \quad BW_{rd} = ws - wi$$

### 2.5.4 Ordem do filtro (n)

A ordem mínima de um filtro PF é de dois. Para filtros de 2ª ordem temos uma atenuação de 20 dB/década antes da frequência de corte inferior e após a frequência de corte superior.

### 2.5.5 Fator de Qualidade (Q)

Indica o grau de seletividade do filtro, isto é, quanto maior o valor de Q mais seletivo é o filtro (tem resposta em frequência mais aguda).

Observe os dois filtros passa faixa abaixo. O segundo filtro possui um melhor seletividade, portanto deve possuir um melhor fator de qualidade.

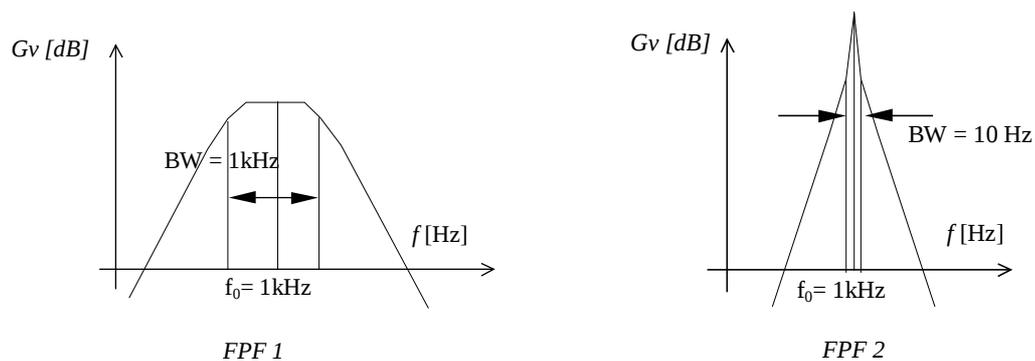


Figura 2.15 Fator de qualidade de filtros passa-faixa .

O cálculo de Q pode ser feito diretamente a partir da banda passante e da frequência de ressonância.

$$Q = \frac{f_0}{BW} \quad \text{ou} \quad Q = \frac{w_0}{BW_{rd}} \quad \text{com} \quad \alpha = \frac{1}{Q}$$

No exemplo dos filtros FPF<sub>1</sub> e FPF<sub>2</sub> teremos respectivamente os seguintes fatores de qualidade:

$$Q_1 = 1k/1k = 1 \quad \text{e} \quad Q_2 = 1k/10 = 100.$$

## 2.5.6 Função de Transferência (H(w))

No caso de filtro passa faixa de 2ª ordem temos:

$$H(w) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{AjwBWrd}{((jw)^2 + BWrd(jw) + w_0^2)} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(A\alpha w_0 s)}{(s^2 + \alpha w_0 s + w_0^2)}$$

## 2.5.7 Determinação dos parâmetros Q, f0, fi, fs, BW

**CASO 1:** Conhecendo-se as frequências de corte inferior ( $f_i$ ) e superior ( $f_s$ ), podemos determinar:

A frequência de ressonância:  $f_0 = \sqrt{f_i \times f_s}$

A banda passante:  $BW = f_s - f_i$

O fator de qualidade:  $Q = \frac{f_0}{BW}$ ;  $Q = \frac{1}{\alpha}$

**CASO 2:** Não se conhecendo as frequências de corte inferior ( $f_i$ ) e superior ( $f_s$ ), podemos determiná-las conhecendo  $f_0$  e  $BW$ :

$$f_s = \frac{BW}{2} (\sqrt{1+4Q^2} + 1);$$

$$f_i = \frac{BW}{2} (\sqrt{1+4Q^2} - 1).$$

O caminho para esta solução é substituir o valor de  $f_i$  ( $f_s$ ) da equação de  $f_0$  na equação de  $BW$ , levando a uma equação de 2º grau.

$$f_0 = \sqrt{f_i \times f_s} \therefore f_0^2 = f_i \times f_s \Rightarrow f_i = f_0^2 / f_s$$

como  $BW = f_s - f_i$

substituindo  $f_i = f_0^2 / f_s$  nesta equação teremos:

$$BW = f_s - f_0^2 / f_s$$

multiplicando tudo por  $f_s$  e reordenando obtemos a seguinte equação do 2º grau:

$$-f_s^2 + BW \cdot f_s + f_0^2 = 0$$

cujas soluções são:

$$f_{s1} = \frac{BW + \sqrt{BW^2 + 4f_0^2}}{2} \quad \text{e} \quad f_{s2} = \frac{BW - \sqrt{BW^2 + 4f_0^2}}{2}$$

por se tratar de um frequência, o único resultado possível é o 1º, pois o segundo implica em frequência negativa.

Uma vez calculado a frequência de corte superior, podemos calcular a frequência de corte inferior através de:

$f_i = f_0^2 / f_s$  ou através de  $f_i = f_s - BW$  Trabalhando as equações de  $f_s$  e  $f_i$ , e substituindo o fator de qualidade (Q), obteremos:

$$f_s = \frac{BW}{2} (\sqrt{1 + 4Q^2} + 1) ;$$

$$f_i = \frac{BW}{2} (\sqrt{1 + 4Q^2} - 1) \text{ cqd.}$$

**CASO 3:** Se o filtro tiver um fator de qualidade superior a 10 ( $Q > 10$ ), e não conhecemos as frequências de corte inferior ( $f_i$ ) e superior ( $f_s$ ), podemos determiná-las conhecendo  $f_0$  e  $BW$  de uma forma mais simplificada, considerando que na medida em que cresce o fator de qualidade Q esta aproximação se torna mais exata.

$$f_s \approx \frac{BW}{2} (2Q + 1) \approx f_0 + \frac{BW}{2} ;$$

$$f_i \approx \frac{BW}{2} (2Q - 1) \approx f_0 - \frac{BW}{2} .$$

### **Exemplos:**

- 1) Determinar a frequência de ressonância, fator de qualidade e largura de banda de um filtro PF que tem  $f_i = 350$  Hz e  $f_s = 500$  Hz.

$$f_0 = \sqrt{350 \times 500} = 418,33 \text{ Hz} ;$$

$$BW = 500 - 350 = 150 \text{ Hz} ;$$

$$Q = \frac{418,33}{150} = 2,79$$

- 2) Determinar as frequências de corte de um filtro PF com largura de banda de 1kHz e frequência de ressonância de 12kHz.

$$Q = \frac{12k}{1k} = 12 ;$$

$$f_s = \frac{1k}{2} (\sqrt{1 + 4 \times (12)^2} + 1) = 12510,4 \text{ Hz} ;$$

$$f_i = \frac{1k}{2}(\sqrt{1+4 \times 12^2}-1) = 11510,4 \text{ Hz}$$

Neste caso, como temos  $Q > 10$ , poderíamos ter calculado pela aproximação:

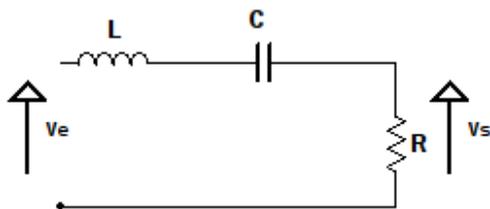
$$f_s \approx 12k + \frac{1k}{2} = 12,5 \text{ kHz} ; f_i \approx 12k - \frac{1k}{2} = 11,5 \text{ kHz}$$

dando um erro de apenas 10,4 Hz (< 0,1%)

### 2.5.8 Filtros passivos passa-faixa

A seguir mostramos dois circuitos muito utilizados como filtros PF.

#### a) Circuito LC série



Podemos verificar que o circuito é FPF:

$$\omega \rightarrow 0, Z_c \rightarrow \infty, V_s = 0$$

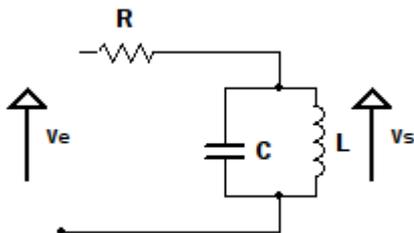
$$\omega \rightarrow \infty, Z_L \rightarrow \infty, V_s = 0$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{j\omega RC}{(1 + j\omega RC + (j\omega)^2 LC)}$$

$$RC = BWrd / \omega_0^2$$

$BWrd = R/L$

#### b) Circuito LC paralelo



Podemos verificar que o circuito é FPF:

$$\omega \rightarrow 0, Z_L \rightarrow 0, V_s = 0$$

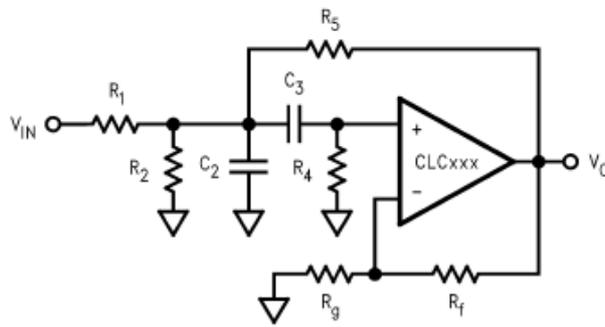
$$\omega \rightarrow \infty, Z_C \rightarrow 0, V_s = 0$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{(j\omega)^2 LC + 1}{(j\omega)^2 LC + j\omega L/R + 1}$$

$$L/R = BWrd / \omega_0^2$$

$BWrd = 1/RC$

### 2.5.9 Filtros ativos passa-faixa.



$$\frac{V_0}{V_{IN}} \approx \frac{H_p(\omega_p/Q_p)s}{s^2 + (\omega_p/Q_p)s + (\omega_p^2)}, \quad s = j\omega$$

$$\omega_p/Q_p = \left( \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} - \frac{K-1}{R_5} \right) \cdot \frac{1}{C_2} + \frac{1}{R_4 C_3}$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{R_4 C_2 C_3} \left( \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_5} \right)$$

$$K = 1 + R_f/R_g$$

$$H_p = \frac{\alpha K}{R_{12} C_2} \cdot \frac{Q_p}{\omega_p}$$

Figura 2.16 Filtro passa-faixa.

## 2.6 Filtro Rejeita Faixa

Os filtros rejeita faixa são circuitos que não permitem a passagem dos sinais cujas frequências estão situadas na faixa delimitada pela *frequência de corte inferior* ( $f_i$ ) e pela *frequência de corte superior* ( $f_s$ ). A resposta em frequência é caracterizada pelo gráfico a seguir:

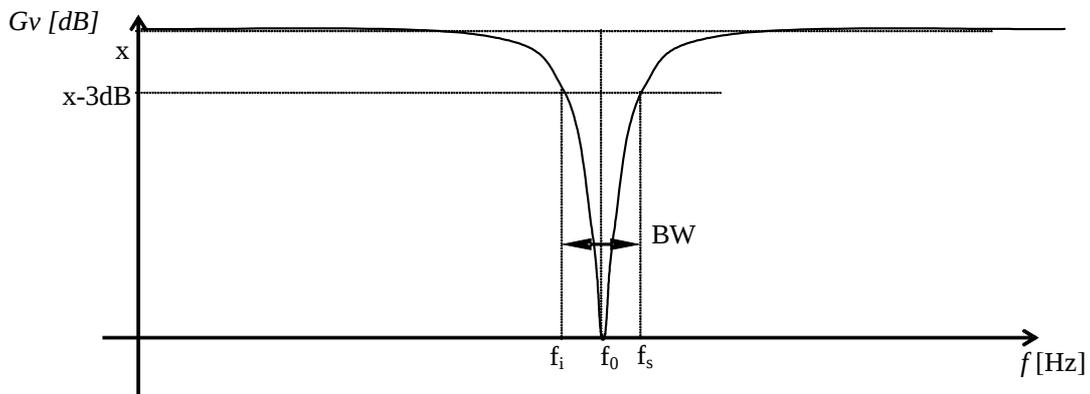


Figura 2.17 Resposta filtros rejeita-faixa.

### 2.6.1 frequências de corte

A frequência de corte inferior ( $f_i$ ) é aquela abaixo da qual quase não há atenuação. A frequência de corte superior ( $f_s$ ) é aquela acima da qual quase não há atenuação.

### 2.6.2 frequência de ressonância ( $f_0$ )

É a frequência central do filtro, onde o ganho é mínimo, i.e a atenuação é máxima, e corresponde a média geométrica de  $f_i$  e  $f_s$  portanto:

$$f_0 = \sqrt{f_i \times f_s} \quad \text{ou} \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_i \times \omega_s}$$

### 2.6.3 Banda de rejeição ou Faixa de rejeição (BW)

A BW é a faixa de frequência na qual os sinais são atenuados pelo filtro.

$$BW = f_s - f_i \quad \text{ou} \quad BW_{rd} = \omega_s - \omega_i$$

### 2.6.4 Ordem do filtro (n)

A ordem mínima de um filtro PF é de dois.

### 2.6.5 Fator de Qualidade (Q)

Indica o grau de seletividade do filtro, isto é, quanto maior o valor de Q mais seletivo é o filtro (tem resposta em frequência mais aguda).

### 2.6.6 Função de Transferência (H(w))

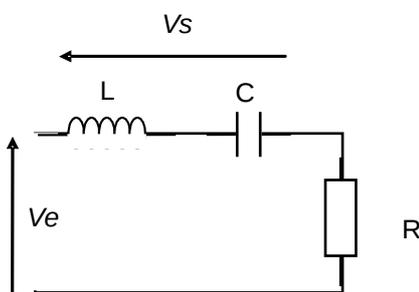
Para filtro rejeita faixa de 2ª ordem temos:

$$H(\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(\omega_0^2 + (j\omega)^2)}{(\omega_0^2 + j\omega BW_{rd} + (j\omega)^2)} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A(s^2 + \omega_0^2)}{(s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2)}$$

### 2.6.7 Filtros rejeita faixa passivos.

Os circuitos utilizados são os mesmos dos filtros PF, sendo a saída complementar utilizada.

#### a) Circuito LC série

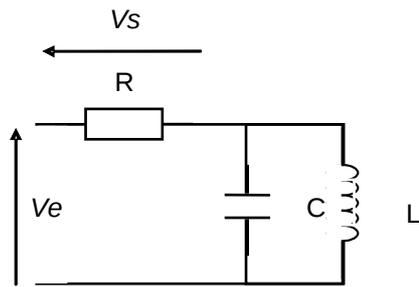


Podemos verificar que o circuito é FRF:

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow 0, \quad Z_C \rightarrow \infty, \quad V_R = 0, \quad V_s = V_e \\ \omega \rightarrow \infty, \quad Z_L \rightarrow \infty, \quad V_R = 0, \quad V_s = V_e \end{aligned}$$

Comparando esta função de transferência com a forma padrão podemos observar que os valores da frequência de ressonância e largura de banda são os mesmos do filtro PF.

**b) Circuito LC paralelo**



Podemos verificar que o circuito é FRF:

$$\omega \rightarrow 0, \quad Z_L \rightarrow 0, \quad V_R = 0, \quad V_s = V_e$$

$$\omega \rightarrow \infty, \quad Z_C \rightarrow 0, \quad V_R = 0, \quad V_s = V_e$$

Comparando esta função de transferência com a forma padrão podemos observar também que os valores da frequência de ressonância e largura de banda são os mesmos do filtro PF.

**2.6.8 Filtros ativos rejeita faixa.**

Figura 2.18 Filtro rejeita faixa de alto Q.

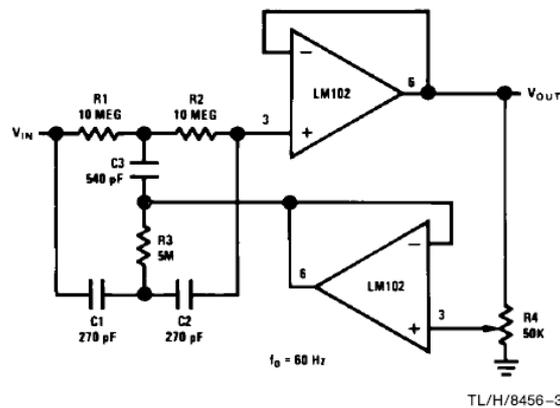
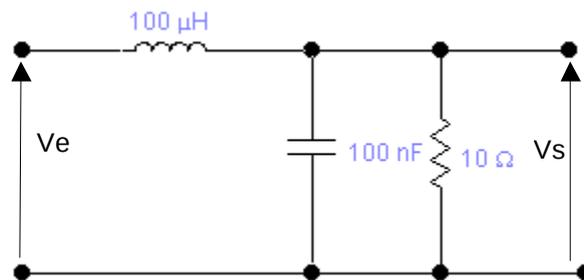


Figura 2.19 Filtro rejeita faixa de Q ajustável.

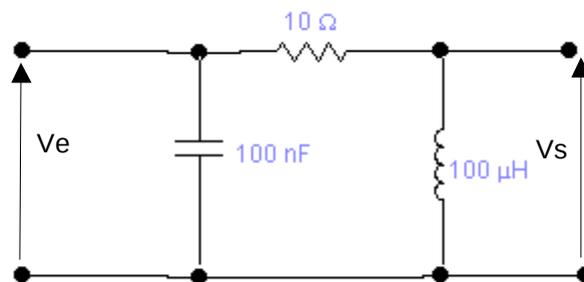
## 2.7 Exercícios:

- 1) Determine os valores de  $Q$ ,  $f_s$ ,  $f_i$ ,  $BW$ ,  $f_0$  dos seguintes filtros:
  - a) Um filtro PF com frequências limite de 300 e 3400 Hz, muito utilizado em telefonia.
  - b) Um filtro PF de 20Hz a 20kHz utilizado para limitar a frequência de áudio.
  - c) Um filtro PF de 455kHz com BW de 10kHz utilizado em sistemas de rádio AM como frequência intermediária.
  - d) Um filtro PF de 10,7MHz com BW de 200kHz utilizado em sistemas de rádio FM como frequência intermediária.
  - e) Um filtro PF de  $425\text{Hz} \pm 25\text{Hz}$  utilizado para a detecção do tom de discar do telefone.
  - f) Um filtro PF de 1200Hz com BW de 200Hz utilizado em MODENS V22Bis de 2400 bits/s, no canal baixo.
  - g) Um filtro PF de 900MHz com largura de banda de 30kHz, para telefone celular.
  - h) Filtros PF com  $f_0 = 1\text{kHz}$  e  $Q = 0.1, 1, 10$  e 100
  - i) Filtros PF com  $f_0 = 5\text{MHz}$  e  $Q = 0.1, 1, 10$  e 100
  - j) Um filtro RF para 60Hz com BW de 6Hz, utilizado em diversas aplicações para rejeitar a frequência da rede comercial de energia.
    - a) Um filtro RF com frequências limite de 1140Hz e 1380Hz.
    - b) Um filtro RF para 45kHz com BW de 2kHz.
    - c) Um filtro RF para 7MHz com  $Q = 12$ .

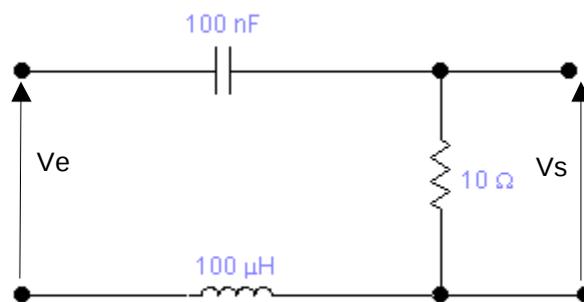
Utilizando o EWB determine para cada circuito a seguir o tipo de filtro ( PA, PB, PF ou RF), as respostas em frequência e as frequências de corte:



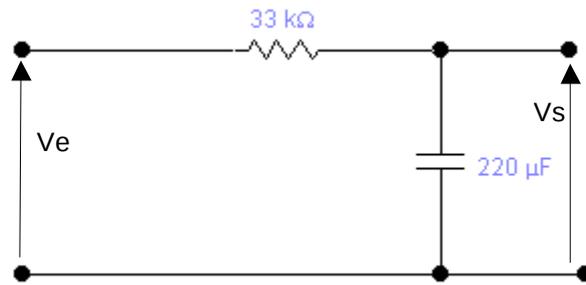
Circuito 1



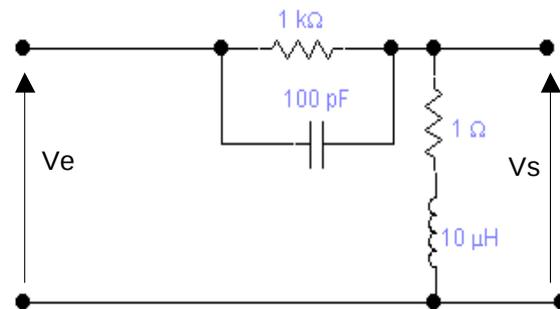
Circuito 2



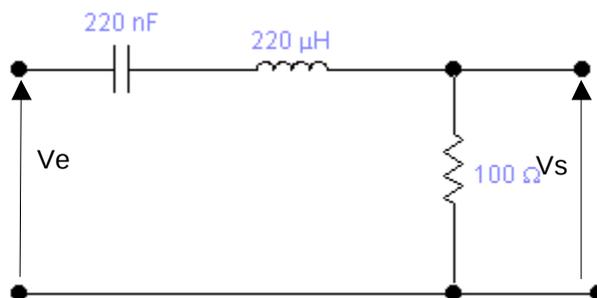
Circuito 3



Circuito 4



Circuito 5



Circuito 6

Diagrama de Ganho em dB

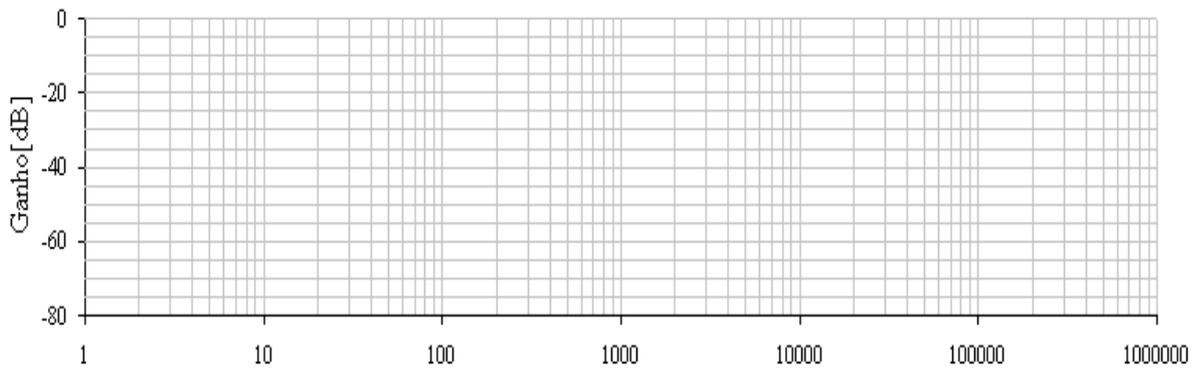


Diagrama de Ganho em dB

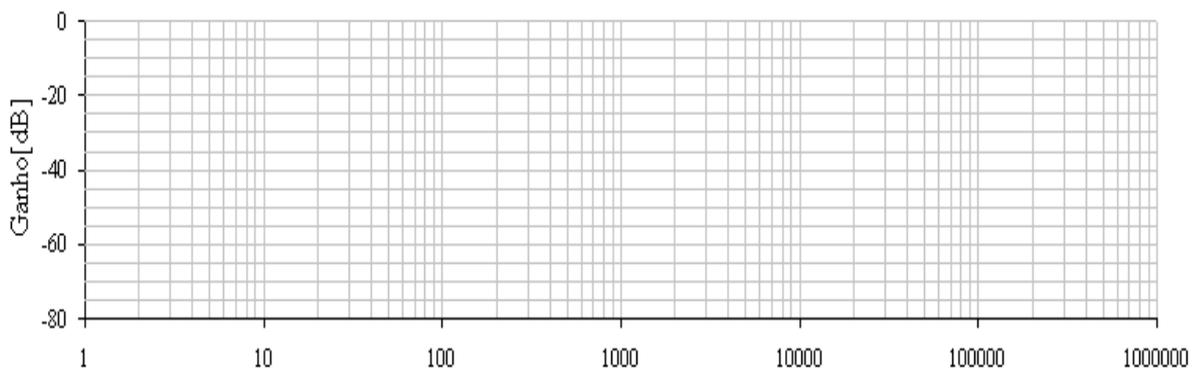
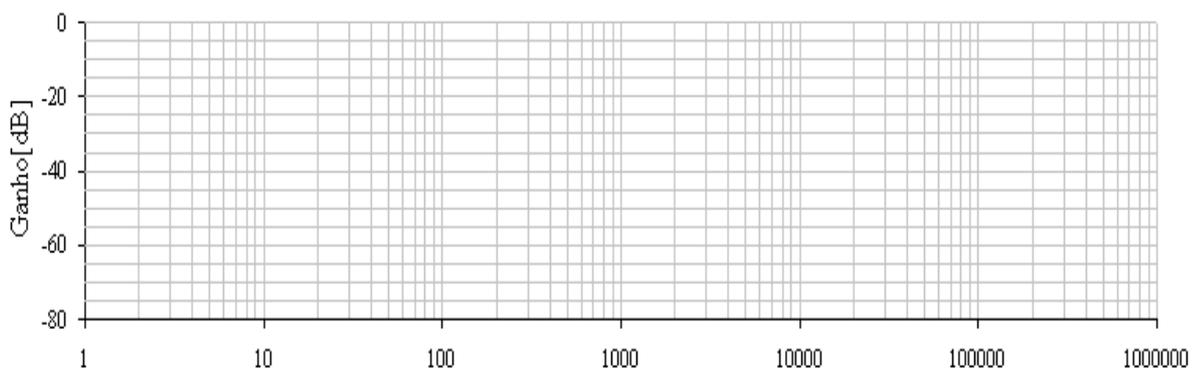


Diagrama de Ganho em dB





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
IFSC - Campus São José  
**Área de Telecomunicações**

# **Conversão de Sinais para Transmissão**

Marcos Moecke  
São José - SC, 2013

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. O PROCESSO DE MODULAÇÃO AM DSB.....</b>	<b>5</b>
<b>3. MODULAÇÃO EM FASE E FREQUÊNCIA.....</b>	<b>15</b>
<b>4. MODULAÇÃO DIGITAL.....</b>	<b>31</b>
<b>5. CODIFICAÇÃO DE LINHA.....</b>	<b>43</b>
<b>6. MODULAÇÃO DIGITAL POR PULSOS.....</b>	<b>51</b>
<b>7. EXERCÍCIOS:.....</b>	<b>65</b>

---

# 1.

## INTRODUÇÃO

A conversão de sinais para a transmissão consiste em modificar o sinal que contém a informação com o objetivo de transmiti-la com:

- a menor potência possível,
- a menor distorção possível,
- uma faixa de frequência limitada,
- facilidade de recuperação da informação na recepção, e
- ao menor custo.

O processo de conversão pode ser feito através de duas formas:

- Modulação
- Codificação.

No caso da modulação ocorre um deslocamento de sinal de informação no espectro de frequência elevando a frequência de sinal resultante para viabilizar a transmissão desse sinal através de ondas eletromagnéticas. Esta elevação da frequência do sinal é necessária para que se consiga utilizar antenas de tamanho razoável. O tamanho de uma antena depende da frequência do sinal, sendo da ordem de grandeza do comprimento de onda ( $\lambda$ ) do sinal a ser transmitido. Sabe-se que o comprimento de onda é dado por  $\lambda = c / f$  onde  $c = 3 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz e  $f$  é a frequência do sinal. (Note que para se transmitir um sinal de 300Hz seria necessário uma antena da ordem de 1000km de comprimento).

---

---

O processo de codificação do sinal consiste na sua modificação visando principalmente torná-lo mais robusto a erros e reduzir a banda de frequência necessária para a transmissão do sinal. Neste caso não existe um deslocamento em frequência, pois o sinal normalmente é transmitido através de um meio físico como o par de fios, cabo coaxial ou fibra óptica.

Neste capítulo estudaremos diversas formas de modulação e codificação de sinais de informação, do tipo analógico e digital.

Os tipos de informação mais comumente utilizados são: sinal de voz (300 a 3400Hz), sinal de áudio (20Hz a 20kHz), sinal de vídeo (10Hz a 4.2MHz), sinal de dados. Para teste dos circuitos é comum utilizarmos sinais mais simples como o sinal cossenoidal, a soma de dois sinais cossenoidais, e a onda quadrada. Estes sinais substituem os sinais reais de informação na realização de projetos e na avaliação de desempenho dos sistemas de conversão devido à simplicidade matemática e facilidade de geração.

### **Os nomes importantes na história das telecomunicações:**

A transmissão dos sinais de voz através do espaço através de ondas eletromagnéticas se deve a uma série de trabalhos pioneiros. Em **1864 James Clerk Maxwell** desenvolveu matematicamente as equações que demonstram que a radiotransmissão é possível. Em **1888 Heinrich Rudolf Hertz** produziu e detectou ondas de radio. Em **1896 Guglielmo Marconi** construiu um dispositivo que transformava as ondas de radio em sinais elétricos (pulsos de um telégrafo) e transmitiu uma informação por 2,5km na Inglaterra. Em **1900 Reginald A. Fessenden** descobriu a Modulação de Amplitude (AM) e explicou o seu princípio científico. Ele pôs em prática a idéia de misturar dois sinais de alta frequência para transportar as baixas frequências da voz humana. Em **1906** ele criou a primeira estação de Rádio, emitindo da Brant Rock Station, em Massachussets (EUA). No dia 24 de dezembro a bordo de navios as pessoas puderam ouvir o próprio **Fessenden** tocando seu violino: "*Holly Night*" e lendo uma passagem da Bíblia (Lucas capítulo 2).

---

---

## A parte brasileira na história da radiotransmissão:

Em 1893/1894, Roberto Landell de Moura constrói um transmissor de ondas que permite a transmissão da palavra humana articulada. O aparelho era um transmissor de ondas, um transmissor-receptor de sinais telegráficos por ondas eletromagnéticas, um transmissor-receptor telegráfico por pulsos de luz e um transmissor-receptor de sinais de áudio via luz. Em junho de 1900, foi feita uma demonstração pública de seus inventos, em São Paulo. Mais tarde em 1904 após ter conseguido sua patente brasileira, Landell conseguiu suas patentes nos Estados Unidos. Landell preconizou a utilização de ondas curtas para comunicação à longa distância.

Veja a notícia do "O Estado de S.Paulo" de 16 de julho de 1899 sobre o experimento.

**O ESTADO DE S. PAULO**  
16 de julho de 1899 (domingo)  
Número avulso, do dia, 100 réis. - atrasado, 130 réis.

**Amparo**  
Na avenida Bernardino de Campos, em terrenos pertencentes ao Banco Industrial Amparense, já se acha depositada uma grande parte do material destinado ao estabelecimento das redes de agua e exgottos desta cidade.

**Telephonia sem fios**  
Hoje, ás 9 horas da manhã, no Collegio das Irmãs de S. José, em Sant'Anna, realisar-se-á uma experiencia de telephonia sem fios, com aparelhos inventados pelo redvmo, padre Landell de Moura. A experiencia versará sobre a telephonia aerea e subterranea. O sr. padre Landell de Moura, que convidou para este acto de varias auctoridades, homens de sciencia e representantes de imprensa, fará uma preleção antes de proceder nas experiencias do seu invento.

**Italianos na America**  
O governo italiano nomeou uma comissão para estudar os meios praticos de proporcionar aos Italianos residentes na America condições seguras e vantajosas para remessa de dinheiro.

**Conflictos**  
Durante a festa de Santa Cruz da rua Oriente, que se realisou hontem á noite, deu-se um pequeno conflicto entre populares, saindo ferido o hespanhol Felipe Nobun, morador á rua Sayão Lobato, 17, o qual, como curioso, se acercára do grupo em que se originou a questão e que logo dissolveu á aproximação da policia. Os guardas que accudiram aos apitos que trilharam, prenderam Felipe por vello ferido, levando-o á repartição central, onde foi medicado pelo dr. Archer de Castilho, medico-legista.

**Annuncios**  
Precisa-se numa familia ingleza de duas creadas, sendo uma para cozinheira e outra para engomar e fazer os servicos domesticos. Preferem-se francezas. Informaçes á rua Vergueiro, 200. Vila Mariana.

Para saber leia mais em: <http://www.rlandell.hpg.ig.com.br/histradiot.html>

<http://www2.uol.com.br/cienciahoje/perfis/landell/landell1.htm>

---

---

---

---

## 2. O PROCESSO DE MODULAÇÃO AM DSB

O processo de modulação AM consiste em alterar a amplitude de um sinal cossenoidal de alta frequência proporcionalmente ao sinal de informação.

O sinal a ser transmitido é denominado de sinal de informação ou **modulante**:

$$e_m(t) = E_m \cos(\omega_m t) = E_m \cos(2\pi f_m t)$$

e o sinal a ser utilizado para modificar este sinal é chamado de portadora:

$$e_0(t) = E_0 \cos(\omega_0 t) = E_0 \cos(2\pi f_0 t)$$

A frequência da **portadora** sempre será maior que a modulante em função do objetivo da modulação que é a redução do tamanho da antena:

$$\omega_m \ll \omega_0$$

Quanto maior a frequência da portadora menor será o tamanho necessário da antena, mas também maior será a atenuação sofrida pelo sinal no meio.

No processo de modulação AM, a modulação é feita sobre a amplitude da portadora, fazendo com que a amplitude desse sinal varie conforme o sinal de informação.

Desta forma temos:

$$e(t) = (E_0 + E_m \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_0 t) \quad \text{ou} \quad e(t) = E_0 \cos(\omega_0 t) + E_m \cos(\omega_m t) \cos(\omega_0 t)$$

Como sabemos da trigonometria que:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B)$$

fazendo  $A = \omega_0 t$  e  $B = \omega_m t$  para que A-B não de um número negativo,

termos então que:

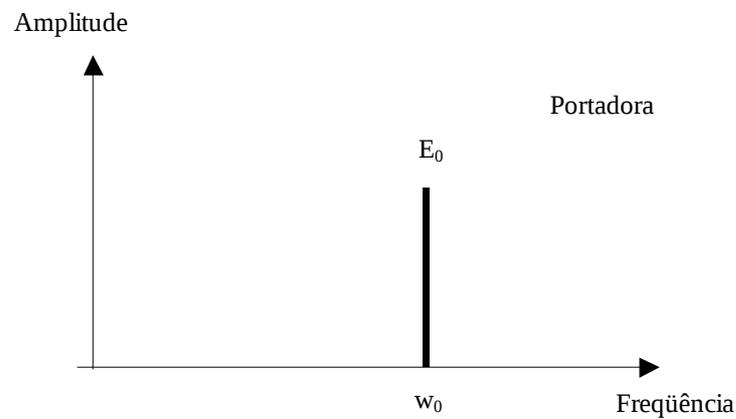
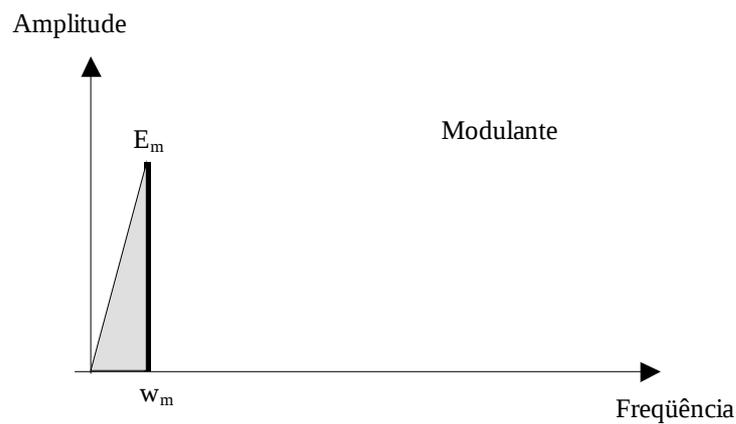
---

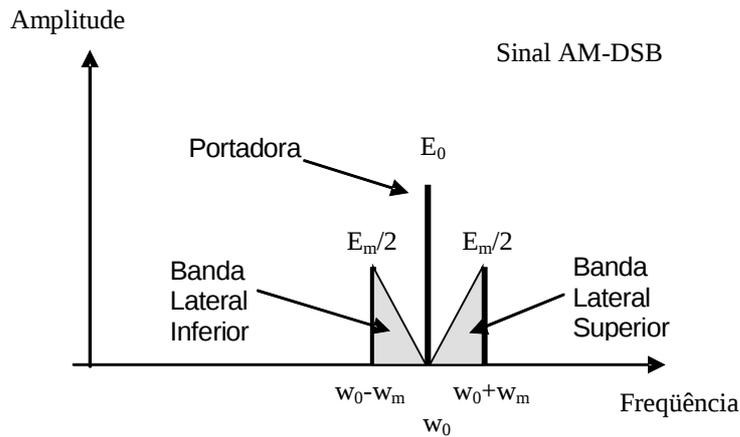
---

$$e(t) = E_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{E_m}{2} \cos((\omega_0 + \omega_m)t) + \frac{E_m}{2} \cos((\omega_0 - \omega_m)t)$$

Note que no sinal AM resultante contém a frequência da portadora, uma frequência igual à portadora menos a modulante e uma frequência igual à portadora mais a modulante.

Em termos de **espectro de frequências** temos então a seguinte representação:



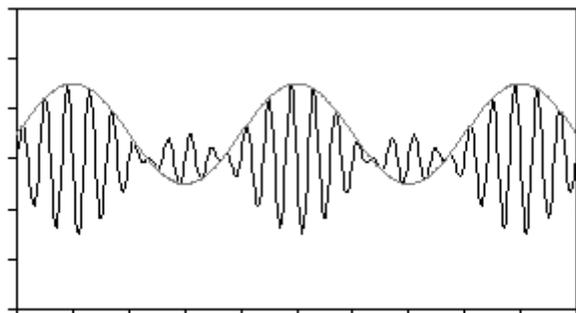


A representação em barras acima é para sinais cossenoidais puros. Na realidade o sinal modulante possui informação em uma faixa de frequência conforme representado pelo triângulo hachureado.

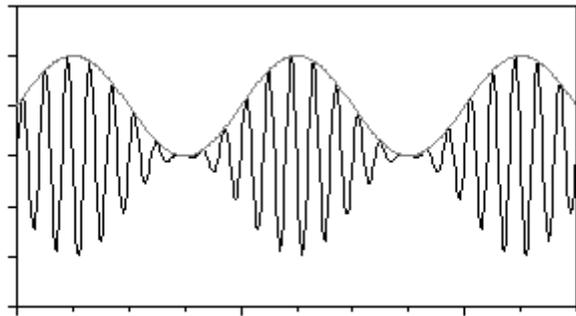
Como pode ser notado o sinal modulado em AM possui a portadora e duas bandas laterais, e por este motivo o sinal é chamado de AM-DSB (*Double Side Band*). A representação desse sinal no domínio do tempo depende da relação existente entre as amplitudes da portadora e da modulante. A esta relação chamamos de **índice de modulação** ( $m$ ):

$$m = \frac{E_m}{E_0}$$

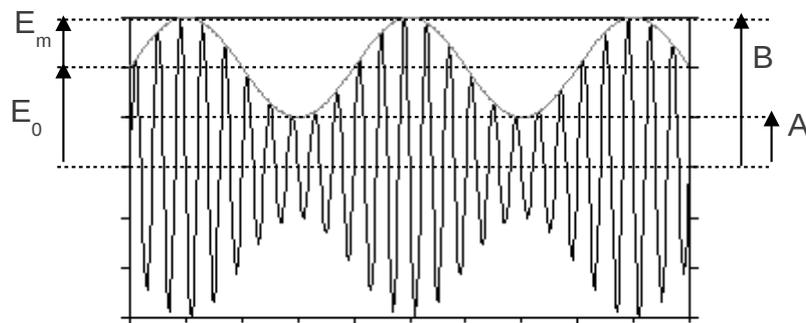
Assim podemos verificar que os sinais vistos no domínio do tempo são os seguintes:



Índice de modulação  $m > 1$



Índice de modulação  $m = 1$



Índice de modulação  $0 < m < 1$

Na prática veremos que apenas o caso de índice de modulação  $m < 1$  é utilizado, em função da forma como a demodulação é feita.

A determinação do índice de modulação pode ser feita diretamente sobre o sinal no domínio do tempo, pois como podemos ver no gráfico:

$$B - A = 2E_m \quad \text{e} \quad B + A = 2E_0$$

portanto temos que:

$$\frac{B - A}{B + A} = \frac{2E_m}{2E_0} = \frac{E_m}{E_0} = m$$

Uma outra característica importante a ser levada em conta na modulação é a parcela de potência que é destinada à informação. Para determinarmos essa parcela iremos determinar a distribuição de potência média entre os componentes. Lembrando que  $P = V_{ef}^2 / Z$ , e considerando a impedância unitária

---

$Z = 1\Omega$ , e que  $V_{ef} = V_p / \sqrt{2}$ , teremos que  $P = V_p^2 / 2$ . Assim para a portadora temos:

$$P_0 = \frac{E_0^2}{2}$$

Para a banda lateral inferior e superior:

$$P_{BLI} = P_{BLS} = \left( \frac{E_m / \sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{E_m^2}{8}$$

Logo teremos que a potência média total é:

$$P_{TOTAL} = P_0 + P_{BLI} + P_{BLS} = \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_m^2}{8} + \frac{E_m^2}{8}$$

lembrando que  $m = \frac{E_m}{E_0} \Rightarrow E_m = mE_0$  teremos:

$$P_{TOTAL} = \frac{E_0^2}{2} + \frac{(mE_0)^2}{4} = \frac{E_0^2}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)$$

Agora determinamos a eficiência de transmissão de potência da informação como sendo:

$$\eta = \frac{P_{BLS} + P_{BLI}}{P_{TOTAL}} = \frac{\frac{(mE_0)^2}{4}}{\frac{E_0^2}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)} \quad \text{logo} \quad \boxed{\eta = \frac{m^2}{2 + m^2}}$$

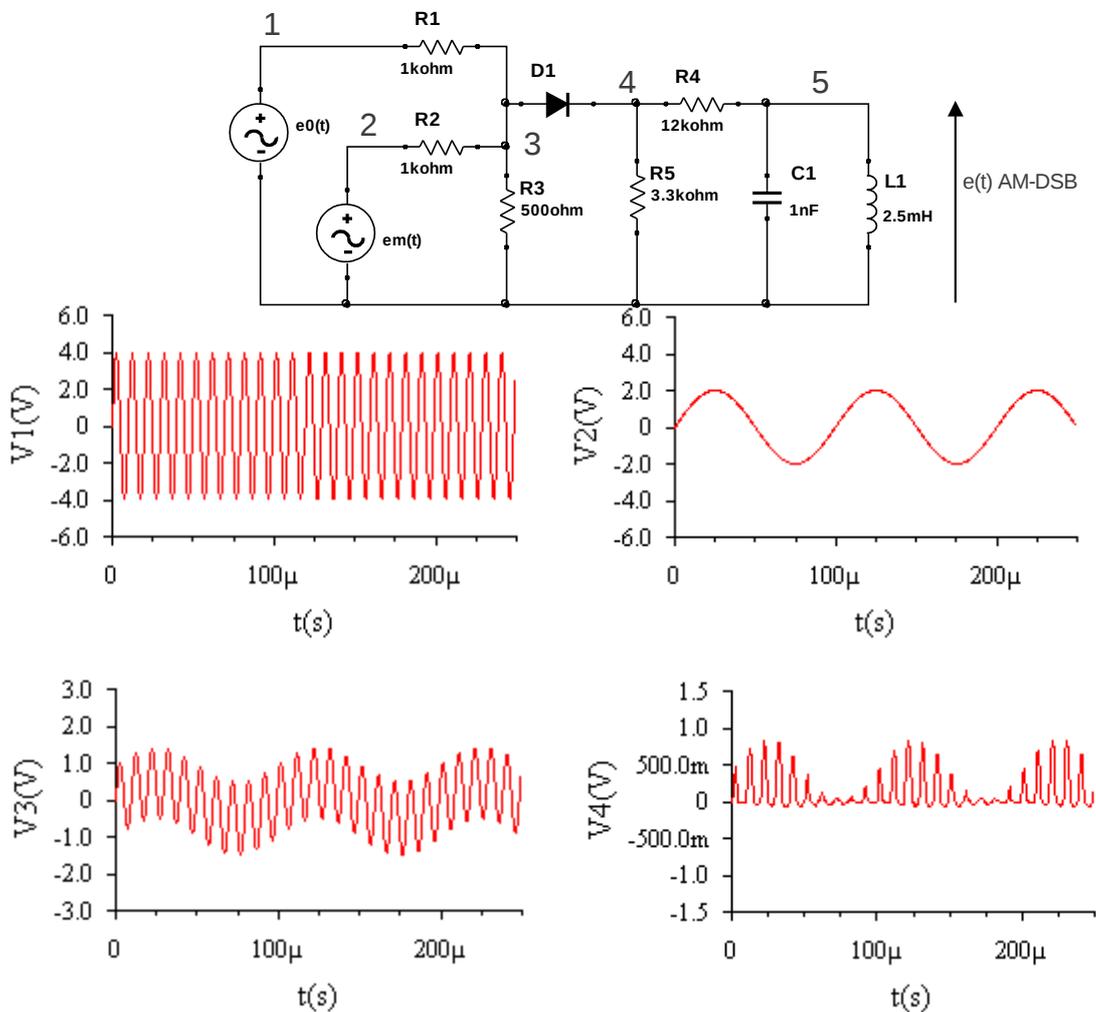
Note que para o melhor caso possível de transmissão ( $m = 1$ ) teremos a eficiência  $\eta = 1/3$ , ou seja apenas 1/3 da potência é utilizada para a transmissão de informação, enquanto que os outros 2/3 são utilizados para transmissão da portadora. Esta característica é uma das desvantagens da modulação AM-DSB. A outra desvantagem é a transmissão de duas bandas laterais quando toda a informação já está contida em uma banda apenas.

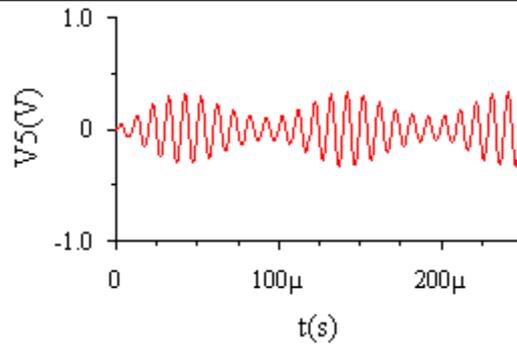
---

## 2.1 Circuitos Moduladores e Demoduladores AM-DSB.

### 2.1.1 Modulador síncrono a Diodo:

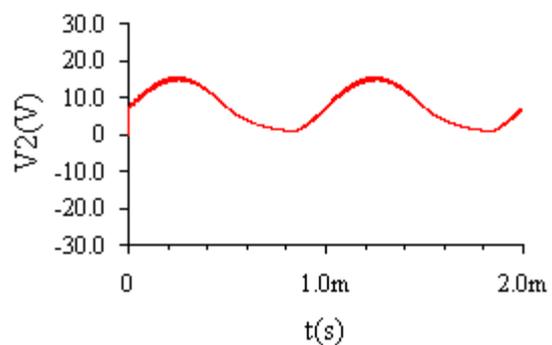
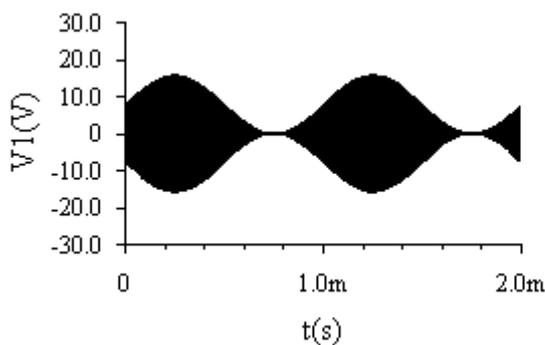
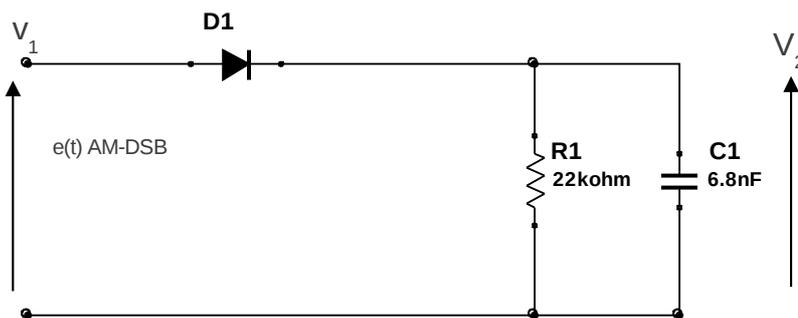
Consiste de um circuito onde o diodo funciona como uma chave síncrona que gera o sinal modulado e seus harmônicos, os quais são eliminados através de uma filtragem passa faixa. (Os valores do circuito tanque LC utilizado abaixo são para uma frequência central de 100kHz).





### 2.1.2 Demodulador - Detector de Envoltória:

É um circuito onde o diodo detector funciona como uma chave síncrona, e o circuito RC funciona com filtro passa baixa, eliminando os componentes de modulação, mantendo apenas o sinal modulante (a envoltória). A frequência de corte do circuito RC deve ser tal que  $1/RC \geq m \times w_{\max}$  do sinal modulante.



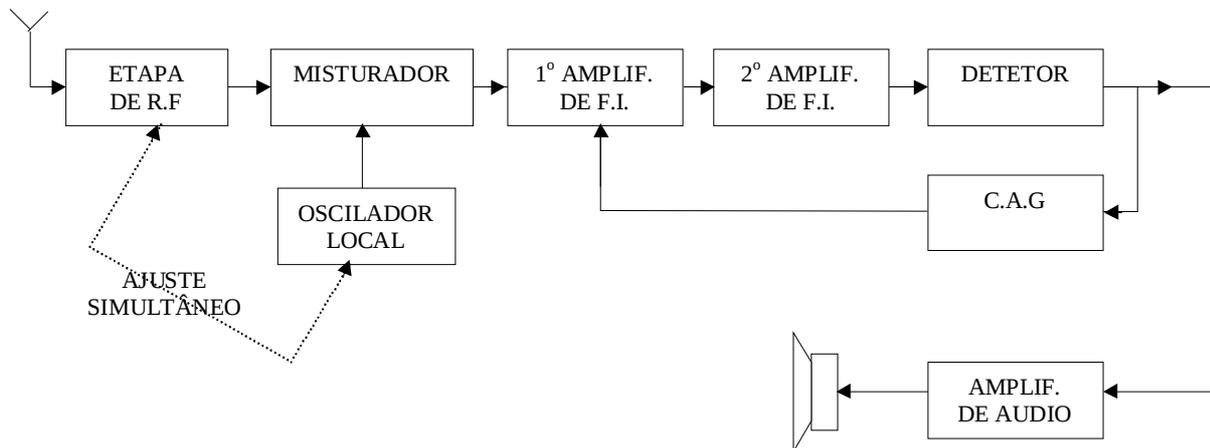
### 2.1.3 Receptor super-heteródino:

É um circuito radio receptor sintonizado utilizado nos receptores comerciais AM-DSB. Este tipo de receptor permite através da etapa seletora escolher dentre vários sinais de estações. Para evitar que os circuitos sintonizados precisem ser ajustados a cada frequência de portadora, eles trabalham em uma

---

frequência intermediária fixa (F.I.). O Misturador realiza a modulação da frequência da portadora para a F.I. Para a sintonia da estação é necessário ajustar simultaneamente a etapa de R.F. e o oscilador local, o que é conseguido com um capacitor variável duplo.

O diagrama em blocos deste receptor é mostrado a seguir:



## 2.2 Outros Modulações AM

### 2.2.1 Modulação AM-DSB/SC

Este tipo de modulação SC (*supressed carrier*) surgiu como tentativa de economizar a potência utilizada para o envio da portadora. Neste sistema são enviadas as duas bandas laterais, mas no entanto a portadora é suprimida, e portanto toda a potência é utilizada para a transmissão do sinal de informação ( $\eta = 1$ ). Os circuitos moduladores utilizados neste tipo de modulação são o modulador balanceado, e o modulador em ponte.

O problema deste tipo de modulação é como demodular o sinal, uma vez que a portadora não é enviada junto com o sinal modulado. Assim é necessário que o demodulador possua um oscilador local que esteja sintonizado em frequência com o modulador (para evitar o desvio de frequência do sinal recebido) e também em fase (para evitar a redução do nível de recepção quando a fase é constante e também a flutuação da amplitude do sinal rece-

---

---

bido em função de uma fase variável). Em virtude destes problemas este tipo de modulação não é utilizado de forma isolada.

### **2.2.2 Modulação AM-SSB**

Este tipo de modulação surgiu em função da necessidade de reduzir a largura de banda necessária para a transmissão e também um melhor aproveitamento da potência de transmissão. O AM-SSB (*Single Side Banda*) possui uma banda lateral única, e não possui portadora (SC). Este sistema aproveita ao máximo a potência de transmissão, pois apenas a informação é transmitida em uma única banda lateral, além disso, ocupa uma banda de frequência correspondente a metade do AM-DSB. Em função disto este sistema é muito utilizado em multiplexação de sinais analógicos e em comunicações ponto a ponto. O único inconveniente deste tipo de modulação é a necessidade de se ter um oscilador local sincronizado com a frequência da portadora. A ausência de sincronismo perfeito produz o desvio de frequência do sinal de informação.

### **2.2.3 Modulação AM-VSB**

A modulação AM-VSB (banda lateral vestigial) elimina uma parte de uma banda lateral, mantendo uma parcela da portadora. Este tipo de modulação barateia muito o custo em relação ao sistema AM SSB, pois o filtro utilizado para a eliminação de uma parte da banda lateral é mais simples. Os inconvenientes são os mesmo que do sistema SSB, apresentando ainda o inconveniente de utilizar uma largura de banda maior. Este sistema é utilizado na modulação do sinal de vídeo da televisão.

---

---

---

---

# 3.

## MODULAÇÃO EM FASE E FREQUÊNCIA

Sistemas de comunicação por rádio, que necessitam de elevada relação sinal-ruído, empregam alguma forma de modulação angular. Estes sistemas, por não carregarem a informação na amplitude possuem uma imunidade ao ruído muito superior a dos sistemas AM.

A modulação angular é normalmente dividida em dois tipos:

- Modulação em frequência, ou FM (*Frequency Modulation*), e
- Modulação em Fase, ou PM (*Phase Modulation*).

Utilizaremos novamente a notação de:

- sinal de informação ou modulante:

$$e_m(t) = E_m \cos(\omega_m t),$$

- portadora:

$$e_0(t) = E_0 \cos(\omega_0 t)$$

No processo de modulação FM e PM, a modulação é feita sobre o ângulo da portadora, fazendo com que a amplitude desse sinal permaneça constante independente da modulante.

Desta forma temos:

$$e(t) = E_0 \cos \varphi i(t)$$

onde  $\varphi i(t)$  é a fase instantânea de  $e(t)$

---

---

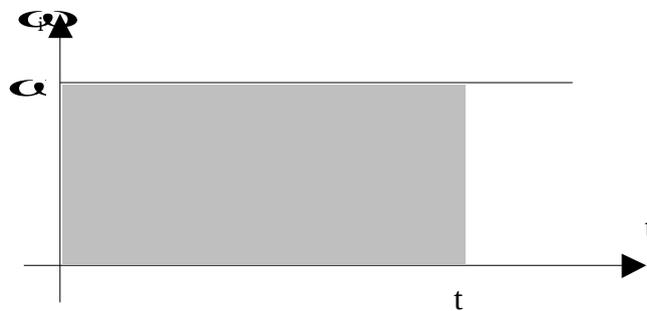
**LEMBRETE:**

$$v(t) = V_p \text{sen}(wt + \theta)$$

onde  $V_p$  é a amplitude,  $\theta$  é a fase do sinal e  $w$  é a velocidade angular do sinal

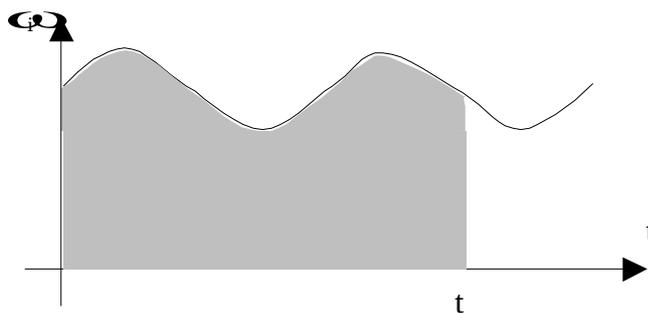
A transformação da velocidade angular em fase instantânea ocorre através da obtenção da área formada pela função que descreve a velocidade angular em relação ao tempo.

Assim quando a velocidade angular é constante  $\omega_i = \omega$ , temos a área mostrada na figura abaixo:



e a fase instantânea é calculada pela área hachureada  $\varphi i(t) = \omega \times t$

Assim quando a velocidade angular varia em função do tempo  $\omega_i = \omega(t)$  temos a área mostrada na figura abaixo:



e a fase instantânea é calculada pela área hachureada:

$$\varphi i(t) = \int_0^t \omega(t) dt$$

---

## 3.1 Modulação em Fase

Quando o sinal modulante interfere diretamente no valor da fase instantânea do sinal modulado, temos a **modulação em fase**:

$$\phi i(t) = \omega_0 t + Kp \times e_m(t) \quad \Rightarrow \quad e_{PM}(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + Kp \times e_m(t))$$

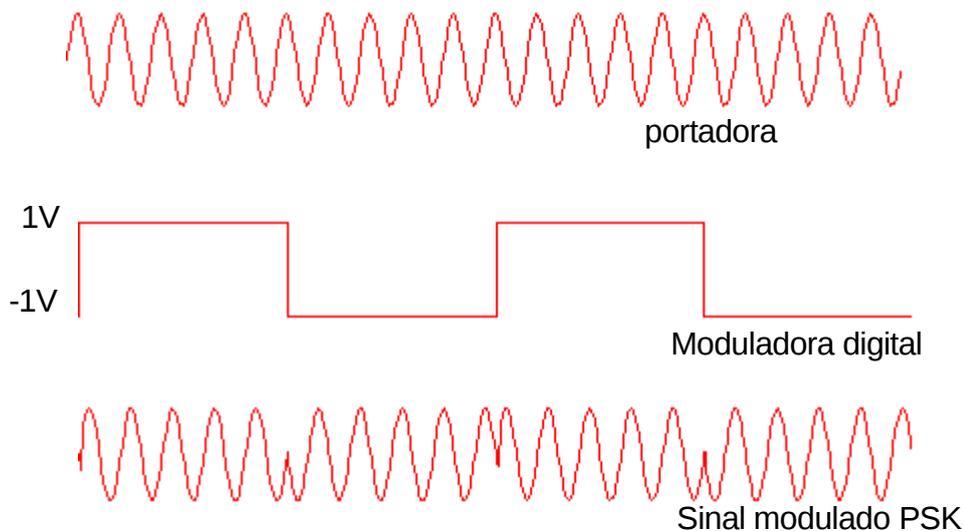
A constante de modulação em fase  $Kp$  representa o circuito modulador que realiza a conversão da variação de amplitude do sinal modulante  $e_m(t)$  em variações de fase no sinal modulado.

$$Kp = \frac{\Delta \theta}{\Delta e_m} \text{ [rd/V]}$$

*A modulação em fase pode ser interpretada como associar um avanço (atraso) de fase do sinal modulado  $e_{PM}(t)$  em relação à portadora  $e_o(t)$  quando  $e_m(t)$  é positivo (negativo), e como a portadora  $e_o(t)$  quando  $e_m(t)=0$ .*

A seguir é mostrado um exemplo de modulação em fase:

### PSK



---

## 3.2 Modulação em frequência

Quando o sinal modulante interfere diretamente no valor da velocidade angular instantânea do sinal modulado, temos a **modulação em frequência** :

$$\varphi_i(t) = \omega_0 + Kf \times e_m(t)$$

A constante de modulação em frequência  $Kf$  representa a conversão da variação de amplitude do sinal modulante  $e_m(t)$  em variações de velocidade angular instantânea.

$$Kf = \frac{\Delta f}{\Delta e_m} \text{ [rd/(s.V)]}$$

para obtermos a fase instantânea neste caso é necessário integrar a velocidade angular instantânea.

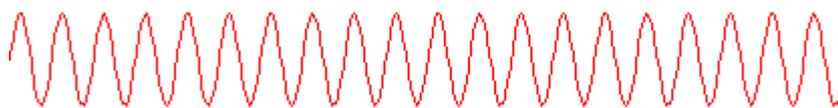
$$\varphi_i(t) = \int_0^t \omega(t) dt = \int_0^t [\omega_0 + Kf \times e_m(t)] dt = \omega_0 t + Kf \int_0^t e_m(t) dt$$

$$e_{FM}(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + Kf \int_0^t e_m(t) dt)$$

*A modulação em frequência pode ser interpretada como associar um incremento (decremento) da frequência do sinal modulado  $e_{FM}(t)$  em relação à portadora  $e_o(t)$  quando  $e_m(t)$  é positivo (negativo), e ainda como à portadora  $e_o(t)$  quando  $e_m(t) = 0$ .*

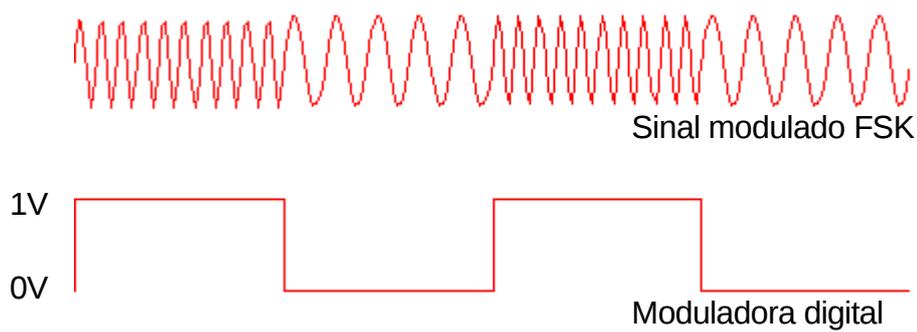
A seguir são mostrados dois exemplos de modulação em frequência :

### FSK

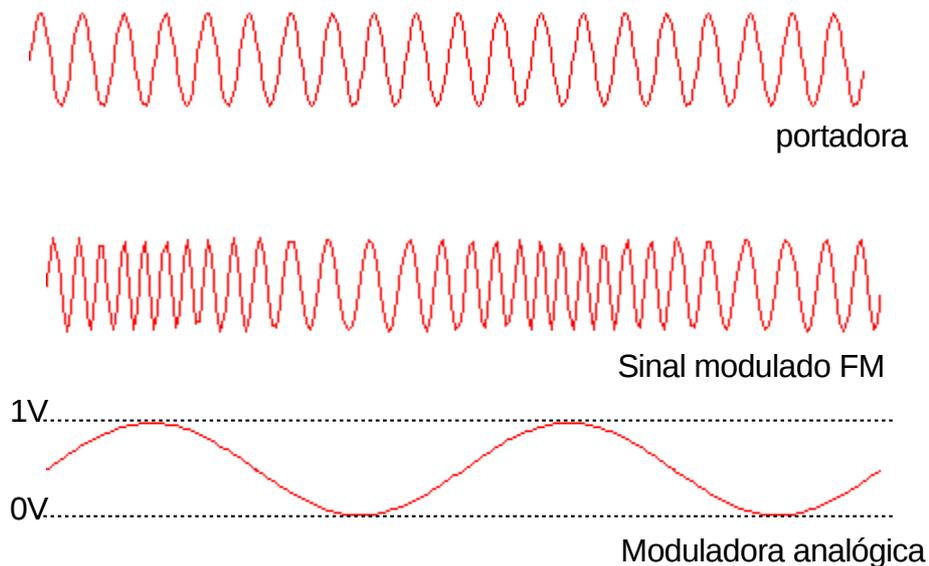


portadora

---



## FM



### 3.3 Largura de Banda do sinal FM

Diferentemente do que ocorre com a modulação AM, onde apenas um par de banda laterais é criado, na modulação angular um grande número de bandas laterais é criado. O número de faixas é uma função do índice de modulação em frequência:

$$\beta = \frac{\Delta \omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

---

Teoricamente, um sinal modulado em frequência possui uma largura de banda infinita. Contudo, para tornar possível a transmissão FM devemos limitar o espectro de transmissão dentro de uma faixa aceitável.

Um **sinal modulado em FM** tem sua **largura de faixa (  $BW_{FM}$  )** calculada em função do número de bandas laterais, que se concentram ao redor da portadora, resultando, de uma maneira geral:

$$BW_{FM} = 2nf_m$$

onde,  $n$  é o número de bandas laterais para cada lado da portadora (por isso o fator 2) e  $f_m$  é a frequência máxima do sinal modulante.

Para limitar a largura de faixa, se utiliza um filtro que permite a passagem de apenas:

$$n = \beta + 1$$

Desta forma o sinal FM permanece com 98% da potência do sinal. As componentes de frequência além deste limite possuem amplitudes pequenas, quase insignificantes.

A equação final para o cálculo da largura de faixa ocupada por um sinal modulado FM, depende da frequência do sinal modulante e o desvio por ele provocado na frequência da portadora, dada pela expressão:

$$BW_{FM} = 2(\Delta f + f_m)$$

Os sistemas de FM comerciais possuem uma especificação de máximo desvio de frequência e frequência modulante, que implicam em uma largura de banda mínima e no índice de modulação que pode ser usado.

Aplicação	$\Delta f$ (máx)	$f_m$ (máx)	BW	$\Delta f / f_m$
Rádiodifusão em FM	$\pm 75$ KHz	15 KHz	180 KHz	5
Canal de áudio de TV	$\pm 25$ KHz	15 KHz	80 KHz	1,67
Radiocomunicação VHF-UHF	$\pm 5$ KHz	3 KHz	16 KHz	1,67

---

---

Também em função do índice da modulação em frequência, podemos classificar a modulação em FM de Faixa Estreita (FMFE) ou FM de Faixa Larga(FM).

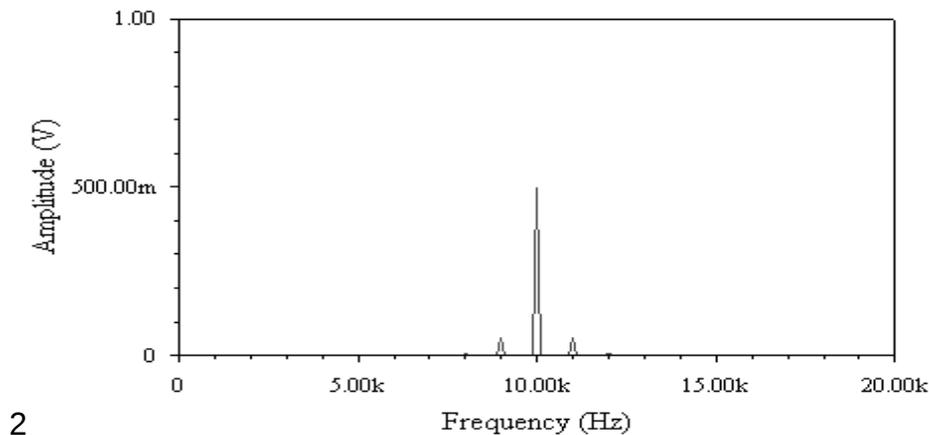
### 3.4 FM de Faixa Estreita

O FMFE utiliza um índice de modulação baixo ( $\beta \leq 0,2$ ) e resulta em um espectro de frequências onde apenas um par de bandas laterais aparece. A equação do FMFE é dada por:

$$e_{FMFE}(t) = E_0 \cos(\omega_0 t) - \frac{\beta E_0}{2} \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{\beta E_0}{2} \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

Nas figuras a seguir são mostrados os sinais no tempo e o espectro de um FMFE, note que a variação na frequência é muito pequena em função de  $\beta = 0,2 \Rightarrow \Delta f = 0,2 \times f_m = 200\text{Hz}$ . Como  $f_0 = 10\text{kHz}$ , a variação na frequência da portadora é de apenas 2%. ( $f_m = 1\text{kHz}$ )

#### Sinal modulado FMFE $\beta=0,2$



---

Perceba que tanto a equação como o espectro de frequências deste sinal são parecidos com os mostrados para o sinal AM-DSB.

### 3.5 FM de Faixa Larga

O FM de Faixa Larga (doravante chamado simplesmente de FM) utiliza um índice de modulação ( $\beta > 0,2$ ), e resulta em um número de pares de bandas laterais que será função do valor de  $\beta$  (conforme visto anteriormente). A amplitude da portadora e das bandas laterais é dada pelos coeficientes ( $J_n(\beta)$ ) das funções de Bessel.

O número de bandas laterais que precisa ser determinada é  $\beta+1$ , pois a potência correspondente aos coeficientes de ordem superior contribui com menos de 2% da potência total, podendo ser desprezada.

$$\begin{aligned} e_{FM}(t) = & J_0(\beta)E_0 \cos(\omega_0 t) + \\ & J_1(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + \omega_m)t - \cos(\omega_0 - \omega_m)t] + \\ & J_2(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + 2\omega_m)t + \cos(\omega_0 - 2\omega_m)t] + \\ & J_3(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + 3\omega_m)t - \cos(\omega_0 - 3\omega_m)t] + \\ & J_4(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + 4\omega_m)t + \cos(\omega_0 - 4\omega_m)t] + L \end{aligned}$$

Os coeficientes de Bessel  $J_n(\beta)$  que aparecem na equação de um sinal FM, podem ser obtidos através de uma tabela, ou ainda por meio de um gráfico, como os mostrados a seguir, O gráfico tem a vantagem de permitir a procura dos coeficientes de  $J_n(\beta)$  para qualquer valor real positivo de  $\beta$ .

---

### Gráfico dos coeficientes das funções de Bessel

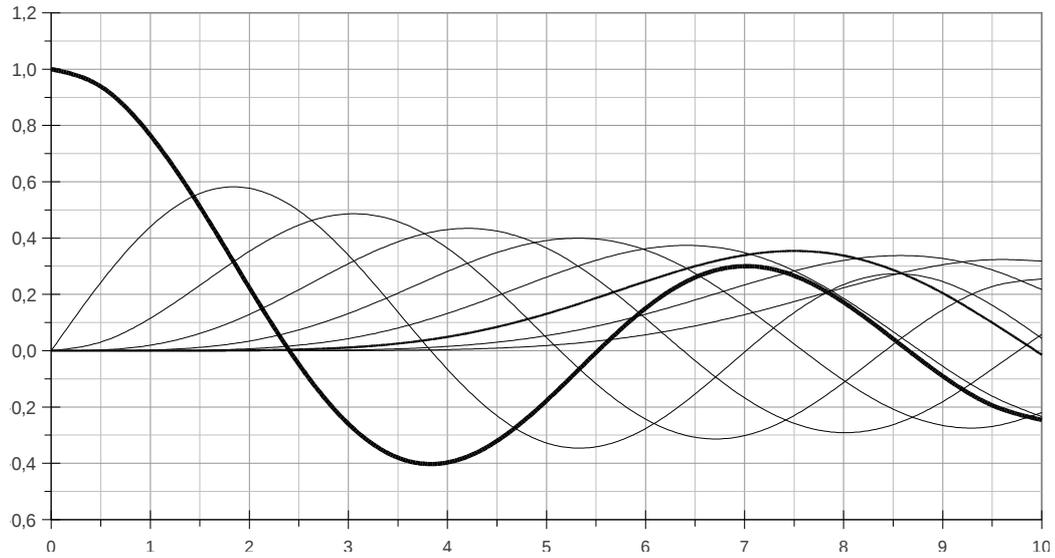


Tabela dos coeficientes das funções de Bessel.

$\beta$	$J_0(\beta)$	$J_1(\beta)$	$J_2(\beta)$	$J_3(\beta)$	$J_4(\beta)$	$J_5(\beta)$	$J_6(\beta)$	$J_7(\beta)$	$J_8(\beta)$	$J_9(\beta)$	$J_{10}(\beta)$	$J_{11}(\beta)$	$J_{12}(\beta)$
0,0	1,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,938	0,242	0,031	0,003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,0	0,765	0,440	0,115	0,020	0,002	0	0	0	0	0	0	0	0
1,5	0,512	0,558	0,232	0,061	0,012	0,002	0	0	0	0	0	0	0
2,0	0,224	0,577	0,353	0,129	0,034	0,007	0,001	0	0	0	0	0	0
2,5	-0,048	0,497	0,446	0,217	0,074	0,020	0,004	0,001	0	0	0	0	0
3,0	-0,260	0,339	0,486	0,309	0,132	0,043	0,011	0,003	0	0	0	0	0
3,5	-0,380	0,137	0,459	0,387	0,204	0,080	0,025	0,007	0,002	0	0	0	0
4,0	-0,397	-0,066	0,364	0,430	0,281	0,132	0,049	0,015	0,004	0,001	0	0	0
4,5	-0,321	-0,231	0,218	0,425	0,348	0,195	0,084	0,030	0,009	0,002	0,001	0	0
5,0	-0,178	-0,328	0,047	0,365	0,391	0,261	0,131	0,053	0,018	0,006	0,001	0	0
5,5	-0,007	-0,341	-0,117	0,256	0,397	0,321	0,187	0,087	0,034	0,011	0,003	0,001	0
6,0	0,151	-0,277	-0,243	0,115	0,358	0,362	0,246	0,130	0,057	0,021	0,007	0,002	0,001
6,5	0,260	-0,154	-0,307	-0,035	0,275	0,374	0,300	0,180	0,088	0,037	0,013	0,004	0,001
7,0	0,300	-0,005	-0,301	-0,168	0,158	0,348	0,339	0,234	0,128	0,059	0,024	0,008	0,003
7,5	0,266	0,135	-0,230	-0,258	0,024	0,283	0,354	0,283	0,174	0,089	0,039	0,015	0,005
8,0	0,172	0,235	-0,113	-0,291	-0,105	0,186	0,338	0,321	0,223	0,126	0,061	0,026	0,010
8,5	0,042	0,273	0,022	-0,263	-0,208	0,067	0,287	0,338	0,269	0,169	0,089	0,041	0,017
9,0	-0,090	0,245	0,145	-0,181	-0,265	-0,055	0,204	0,327	0,305	0,215	0,125	0,062	0,027
9,5	-0,194	0,161	0,228	-0,065	-0,269	-0,161	0,099	0,287	0,323	0,258	0,165	0,090	0,043
10,0	-0,246	0,043	0,255	0,058	-0,220	-0,234	-0,014	0,217	0,318	0,292	0,207	0,123	0,063

---

**Exemplo:**

Determinar o espectro de frequências do sinal modulado em FM com índice de modulação de 5, frequência da portadora de 10KHz com amplitude de 10V e uma frequência modulante de 1KHz. Determine a largura de banda necessária para a transmissão deste sinal.

Inicialmente determinamos o número de bandas laterais:

$$n = \beta + 1 \Rightarrow n = 6.$$

Em seguida podemos determinar a largura de banda

$$BW = 2 (\beta + 1) \times f_m = 2(5+1) \times 1K = 12KHz.$$

A partir do gráfico (ou tabela) acima são determinados os valores dos 6 primeiros coeficientes de Bessel para  $\beta=5$ , que são  $J_0= -0,18$ ;  $J_1= -0,33$ ;  $J_2 = 0,05$ ;  $J_3 = 0,36$ ;  $J_4=0,39$ ;  $J_5 =0,26$  e  $J_6 = 0,13$ .

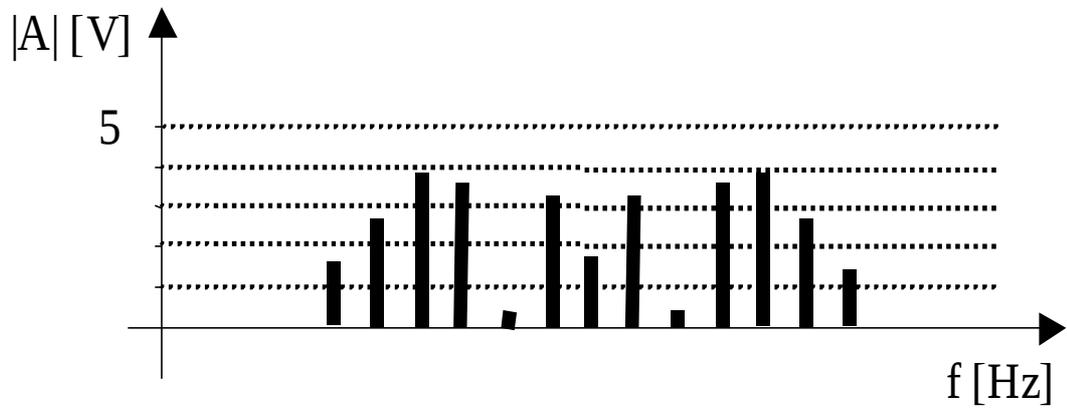
Assim teremos o seguinte sinal modulado:

$$\begin{aligned} e_{FM}(t) = & -1,8 \cos(20k\pi \cdot t) \\ & - 3,3 [\cos(22k\pi \cdot t) - \cos(18k\pi \cdot t)] + \\ & 0,5 [\cos(24k\pi \cdot t) + \cos(16k\pi \cdot t)] + \\ & 3,6 [\cos(26k\pi \cdot t) - \cos(14k\pi \cdot t)] + \\ & 3,9 [\cos(28k\pi \cdot t) + \cos(12k\pi \cdot t)] + \\ & 2,6 [\cos(30k\pi \cdot t) + \cos(10k\pi \cdot t)] + \\ & 1,3 [\cos(32k\pi \cdot t) + \cos(8k\pi \cdot t)] \end{aligned}$$

---

---

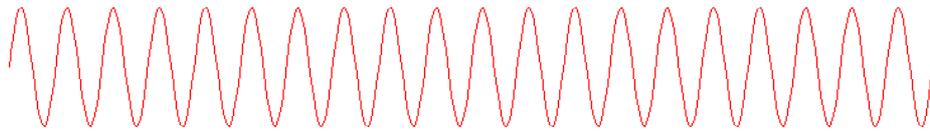
Estas componentes podem ser representando pelo seguinte espectro do módulo de amplitude:



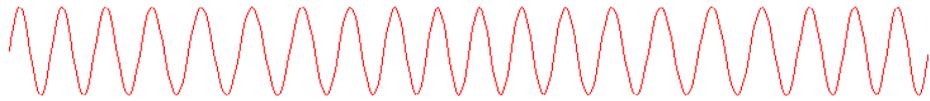
---

Nos exemplos a seguir será ilustrado o **efeito que a frequência de modulação tem** sobre o formato do sinal FM no tempo e no espectro do sinal modulado.

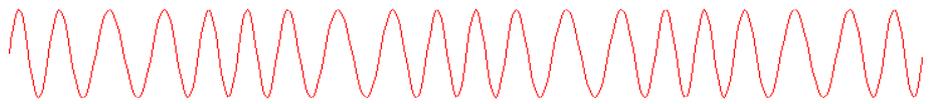
---



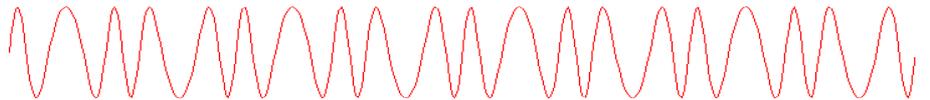
Portadora ( $f_0 = 10 \text{ KHz}$ )



FM ( $f_0 = 10 \text{ KHz}$ ,  $F_m = 1 \text{ KHz}$  e  $\beta = 1$ )



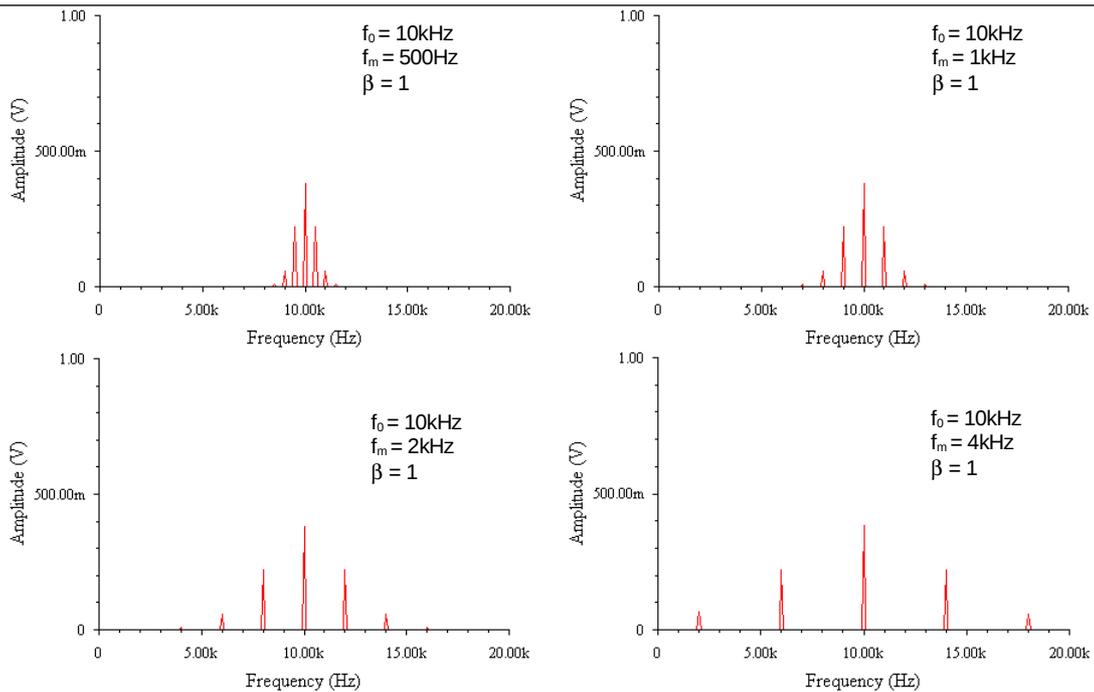
FM ( $f_0 = 10 \text{ KHz}$ ,  $F_m = 2 \text{ KHz}$  e  $\beta = 1$ )



FM ( $f_0 = 10 \text{ KHz}$ ,  $F_m = 4 \text{ KHz}$  e  $\beta = 1$ )

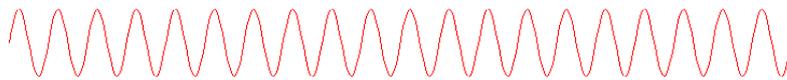
Observe nos sinais no tempo acima que a influência do sinal modulador está na **velocidade com que a frequência do sinal varia**.

---

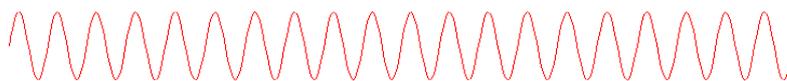


Observe nos espectros acima que o sinal modulador influencia diretamente na **largura do espectro**, através do **afastamento das bandas** de um fator igual a  $f_m$ .

Nos exemplos a seguir será ilustrado o **efeito que o índice de modulação tem** sobre o formato do sinal FM no tempo e no espectro do sinal modulado.



Portadora  $F_0 = 10\text{kHz}$



FMFE  $f_0 = 10\text{kHz}$ ,  $f_m = 1\text{kHz}$ ,  $\beta = 0,2$



FM  $f_0 = 10\text{kHz}$ ,  $f_m = 1\text{kHz}$ ,  $\beta = 1$

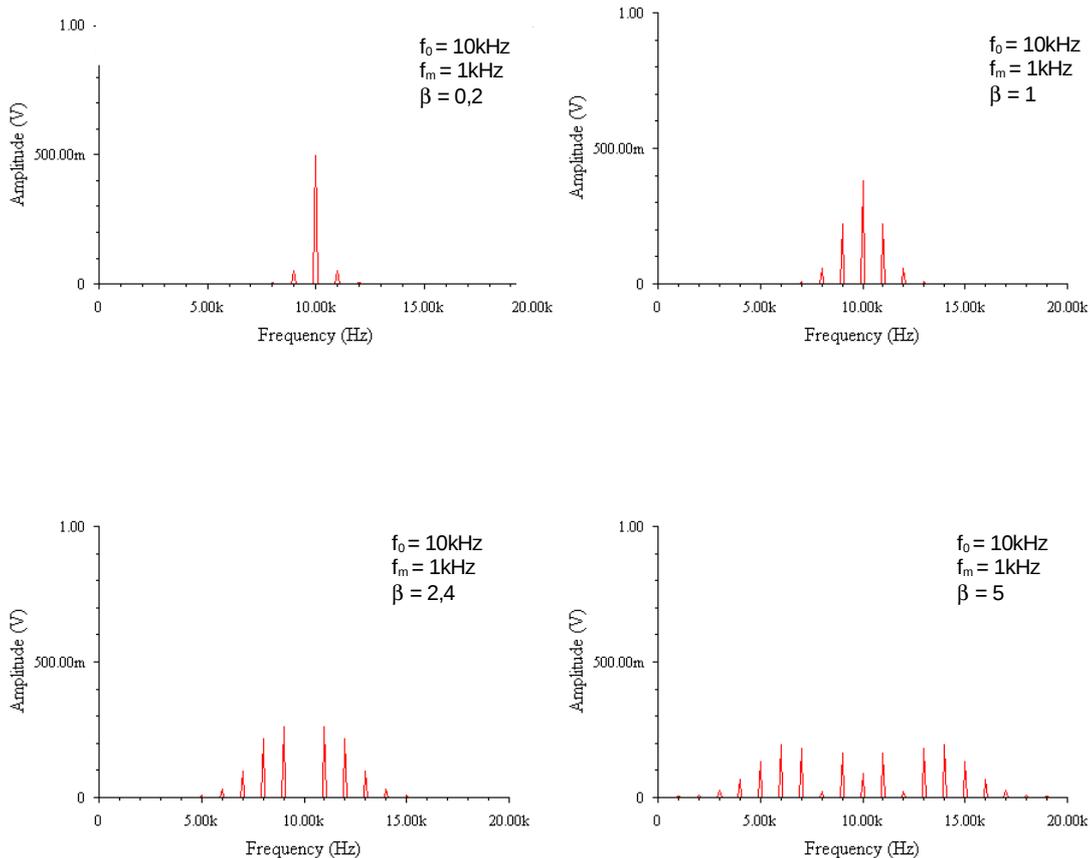


FM  $f_0 = 10\text{kHz}$ ,  $f_m = 1\text{kHz}$ ,  $\beta = 2,4$



FM  $f_0 = 10\text{kHz}$ ,  $f_m = 1\text{kHz}$ ,  $\beta = 5$

Observe nos sinais no tempo acima que o índice de modulação influencia no **desvio máximo de frequência** em relação a frequência da portadora. Note que para  $\beta=0,2$  o sinal FMFE praticamente não sofre desvio de frequência ( $\Delta f = \pm 200\text{Hz}$ ), enquanto que para  $\beta=5$  o sinal FMFL sofre uma grande variação de frequência ( $\Delta f = \pm 5\text{kHz}$ ).



Observe nos espectros anteriores que o índice de modulação influencia diretamente na **largura do espectro**, através do **acréscimo de novas bandas**. Note também que para os valores de  $\beta=2,4$  a frequência da portadora não é transmitida.

### 3.6 Pré-ênfase e De-ênfase

A transmissão de sinais por meio de ondas eletromagnéticas sofre a ação de vários tipos de ruído, constata-se que a maior incidência de ruído ocorre nas altas frequências do sinal de áudio. A relação entre a amplitude do sinal e o nível de ruído é chamada de relação sinal/ruído ( $\text{SNR} = 10\log P_{\text{sinal}}/ P_{\text{ruído}} [\text{dB}]$ ).

---

Outro fator que influencia a SNR nos sistemas FM é o índice de modulação, pois quanto maior a frequência do sinal modulante menor será o índice de modulação, considerando um desvio de frequência constante. ( $\beta = \Delta f / f_m$ ).

Para solucionar este problema utiliza-se um filtro passa-alta de 1ª ordem (RC), com frequência de corte ligeiramente superior à frequência máxima do sinal modulante. Detalhes do projeto deste circuito ver em [Gomes 1985] p.153 ou [Nascimento 2000] p.125.

No receptor é necessário inverter o processo através da de-ênfase, onde é utilizado um filtro passa baixa (RC) com a frequência de corte igual à frequência final de atenuação do circuito de pré-ênfase.

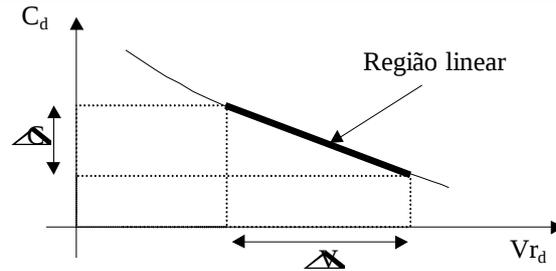
### 3.7 Limitador de desvio

Nos circuitos de comunicação por rádio FM é necessário limitar o índice máximo de modulação para limitar a largura de banda do sinal modulado. Esta limitação é conseguida através da limitação do desvio máximo de frequência que por sua vez é obtido pela limitação da amplitude máxima do sinal modulante ( $\beta = \Delta f / f_m$  e  $\Delta f = K_f \times e_m(t) \Rightarrow \beta = K_f \times e_m(t) / f_m$ ). Esta limitação da amplitude é feita por um circuito ceifador.

### 3.8 Tipos de circuitos Moduladores FM.

Para a obtenção do desvio de frequência em função da amplitude do sinal modulante, existem dois métodos que são empregados.

- **Método direto** - Osciladores controlados por Diodos Varactores “Varicap”, que é um componente semiconductor cuja capacitância é inversamente proporcional à tensão inversa aplicada. Na figura abaixo é mostrado símbolo do Varicap e a curva típica  $C_d \times V_r$ .

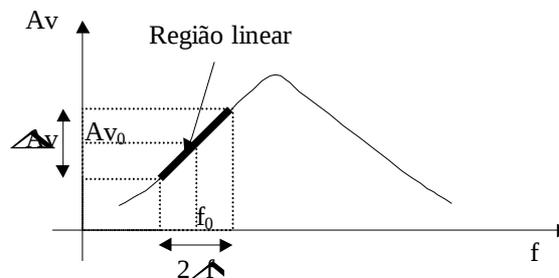


- **Método VCO** – Utiliza-se um circuito cuja frequência de saída é controlada por tensão (Voltage Controlled Oscillator – VCO). Neste caso o sinal modulante é aplicado diretamente no ponto de controle da frequência, e se obtém na saída um sinal modulado em FM.

### 3.9 Tipos de circuitos Demoduladores FM.

Existem dois métodos que são empregados.

- **Detector de inclinação** – Utiliza a característica de variação da amplitude em função da frequência de um (ou dois) filtro passa faixa para transformar as variações em frequência em variações de amplitude (sinal AM). Em seguida o sinal é recuperado por um detector de envoltória.



- **Detector de quadratura** – Utiliza a variação de fase ( $45^\circ$  a  $-45^\circ$ ) produzida nas frequências da banda passante de um filtro passa faixa. A informação de fase obtida é comparada com a fase do sinal original e transformada em uma amplitude que por sua vez é filtrada para recuperar a informação.

---

# 4.

## MODULAÇÃO DIGITAL

Sistemas de comunicação por rádio digital e os modems, utilizam também a modulação para modificar o espectro do sinal a ser transmitido. Neste caso o sinal modulante é um sinal digital que pode estar na forma unipolar ou binária, ou pode ter sido modificado por algumas das técnicas de codificação digital que veremos mais adiante.

No caso do rádio digital o principal objetivo da modulação é viabilizar a transmissão via onda eletromagnética com antenas de pequeno tamanho.

A modulação digital apresenta como vantagem sobre a modulação analógica:

- Maior qualidade na transmissão da informação.
- Maior facilidade de integração, e produção.
- Menor manutenção (não precisa de reajuste de frequências)

Existem diferentes tipos de modulação digital:

- **ASK** - Modulação de Amplitude
- **FSK** - Modulação de frequência
- **PSK** - Modulação de Fase
- **DPSK** – Modulação de Fase Diferencial
- **QAM** – Modulação em Amplitude e Fase

Antes de iniciarmos o estudo das modulações iremos trazer alguns breves comentários sobre alguns aspectos muito importantes na transmissão digital.

---

---

## 4.1 Taxa de Modulação e Taxa de Transmissão

A taxa de modulação (ou velocidade de modulação) é um valor que indica quantas variações de símbolo (sinal elétrico) ocorrem na unidade de tempo segundo. A unidade que é utilizada é o BAUD.

$$D_{\text{mod}} = \frac{1}{\tau} \text{ [baud]}$$

onde  $\tau$  é a duração do menor símbolo transmitido.

A taxa de transmissão (ou velocidade de transmissão) é um valor que indica quantos unidades de informação (bits) ocorrem na unidade de tempo segundo. A unidade que é utilizada é o bit por segundo (bps).

$$D_{\text{TX}} = \frac{\text{número\_de\_bits}}{\text{tempo}} \text{ [bps]}$$

A relação entre a taxa de transmissão e a taxa de modulação corresponde ao número de bits ( $N$ ) associado a cada símbolo.

$$N = \frac{D_{\text{TX}}}{D_{\text{mod}}} \text{ [bits]}$$

onde  $N = \log_2 M = \frac{\log_{10} M}{\log_{10} 2}$  e  $M$  é o número de símbolos utilizados.

A interpretação dessas taxas é que dependendo da técnica de modulação utilizada temos a transmissão símbolos que podem representar 1, 2, ...  $N$  bits. Assim para 4 símbolos ( $S_1 \rightarrow 00$ ,  $S_2 \rightarrow 01$ ,  $S_3 \rightarrow 10$  e  $S_4 \rightarrow 11$ ) teremos a cada símbolo transmitido à transmissão de dois bits, ou seja, a taxa de transmissão é o dobro da taxa de modulação.

Símbolos ( $M$ )	Bits ( $N$ )	Combinações
2	1	0, 1
4	2	00, 01, 10, 11
8	3	000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

Mas e o que é este símbolo? O símbolo corresponde a algumas variações das características do sinal da portadora, como frequência (FSK), amplitude

---

---

(ASK), fase (PSK), diferença de fase (DPSK), e também a combinação destes.

---

EXEMPLO:

Em um sistema que utiliza símbolos com duração de 5 ms e tem associado a cada símbolo 3 bits, determine o número de símbolos utilizados, a taxa de modulação e a taxa de transmissão.

Solução:

- Como cada símbolo transmite 3 bits ( $N = 3$ ), teremos que ter 8 símbolos para transmitir as 8 combinações de 3 bits.  
 $M = 2^N = 2^3 = 8$ .
  - A taxa de modulação é determinada por  $D_{\text{mod}} = 1/\tau = 1/5\text{ms} = 200$  baud.
  - A taxa de transmissão é determinada por  $D_{\text{TX}} = D_{\text{mod}} \times N = 200 \times 3 = 600$  bps.
- 

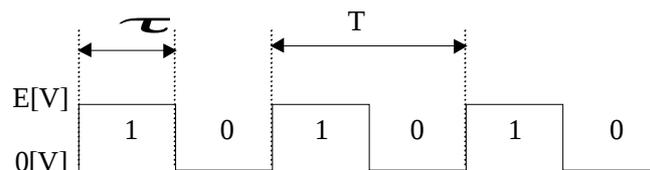
## 4.2 Largura de Banda de um Sinal Digital.

Para ilustrar os processos de modulação utilizaremos os seguintes sinais e notações matemáticas:

- sinal da portadora (*carrier*):

$$e_0(t) = E_0 \cos(w_0 t)$$

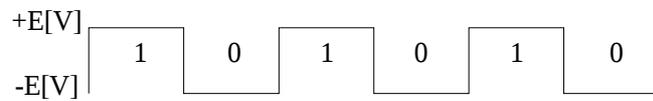
- sinal de informação UNIPOLAR (*onda quadrada com DC de  $E/2$* ):



$$e_d(t) = \frac{E_d}{2} + \frac{2E_d}{\pi} \left\{ \cos(w_1 t) - \frac{1}{3} \cos(3w_1 t) + \frac{1}{5} \cos(5w_1 t) - L \right\}$$

---

- sinal de informação POLAR (*onda quadrada sem DC*):



$$e_d(t) = \frac{4E_d}{\pi} \left\{ \cos(w_i t) - \frac{1}{3} \cos(3w_i t) + \frac{1}{5} \cos(5w_i t) - L \right\}$$

A duração de cada nível é chamada de largura de pulso ( $\tau$ ), e este determinará quantos níveis serão transmitidos por segundo. Na figura anterior, se considerarmos que cada nível do sinal dura  $\tau=1\text{ms}$  ( $\Rightarrow$  *período da onda quadrada de  $T=2\text{ms}$ ,  $\Rightarrow f_i = 500\text{ Hz}$* ) e cada nível corresponde a um bit, então teremos uma taxa de transmissão de bits é de 1000 bits por segundo.

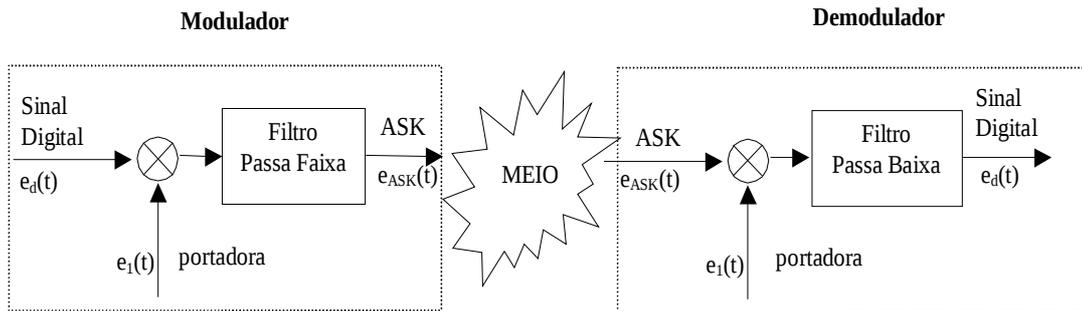
Observe acima que estamos utilizando com sinal de informação uma onda quadrada com frequência  $w_i = 2\pi f_i$ , mas sabemos que na prática os sinais transmitidos têm uma seqüência aleatória de 1s e 0s. O fato de termos 0s ou 1s seguidos no sinal de informação apenas faz com que mude as amplitudes e fases das harmônicas do sinal sem no entanto mudar a sua frequência, que continua relativa a frequência da onda quadrada equivalente mostrada acima.

Um sinal digital ocupa uma banda infinita pois conforme Fourier, ele possui um espectro com a frequência fundamental e suas harmônicas, sendo que a amplitude das harmônicas reduz com o aumento da ordem das mesmas. No entanto pode ser demonstrado que para fins de transmissão a largura de banda do sinal pode ser limitada a  $BW = 1/(2\tau)$  através de filtros passa baixa.

Note que a largura de banda do sinal digital é inversamente proporcional à largura do símbolo. Também note que a amplitude do sinal não afeta a largura de banda, assim podemos utilizar diferentes amplitudes (AM) e transmitir um maior número de bits utilizando a mesma largura de banda. Esta é a solução utilizada nas técnicas mais modernas, no entanto, o ruído que afeta a amplitude se torna um problema maior, pois existe informação contida na diferença entre os níveis.

## 4.3 Modulação ASK

O modulador (demodulador) ASK é basicamente um modulador (demodulador) AM onde a frequência modulante é um sinal digital Unipolar. Desta forma o sinal ASK consiste em um chaveamento da portadora, existindo portadora quando o sinal digital está em 1 e sem portadora quando em 0. O circuito básico é mostrado abaixo:



onde:

$$e_d(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left\{ \cos(w_1 t) - \frac{1}{3} \cos(3w_1 t) + \frac{1}{5} \cos(5w_1 t) - L \right\}$$

$$e_1(t) = E_1 \cos(w_1 t)$$

$$e_{ASK}(t) = e_1(t) \times e_d(t)$$

Para determinarmos o sinal ASK e seu espectro procedemos da seguinte forma. Multiplicamos a portadora pela modulante digital :

$$e_{ASK}(t) = \frac{1}{2} \cos(w_1 t) + \frac{2}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos(w_1 t) \cos(w_1 t) \\ -\frac{1}{3} \cos(w_1 t) \cos(3w_1 t) \\ +\frac{1}{5} \cos(w_1 t) \cos(5w_1 t) - L \end{array} \right\}$$

Usamos a identidade trigonométrica:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B)$$

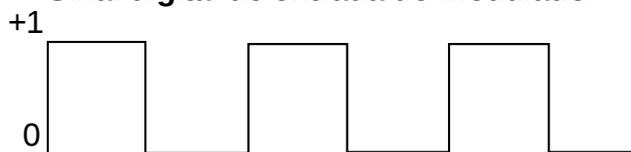
e teremos como resultado a composição de frequências do sinal ASK:

$$e_{ASK}(t) = \frac{1}{2} \cos(w_1 t) + \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos(w_1 - w_i)t + \cos(w_1 + w_i)t \\ -\frac{1}{3} \cos(w_1 - 3w_i)t - \frac{1}{3} \cos(w_1 + 3w_i)t \\ +\frac{1}{5} \cos(w_1 - 5w_i)t + \frac{1}{5} \cos(w_1 + 5w_i)t L \end{array} \right\}$$

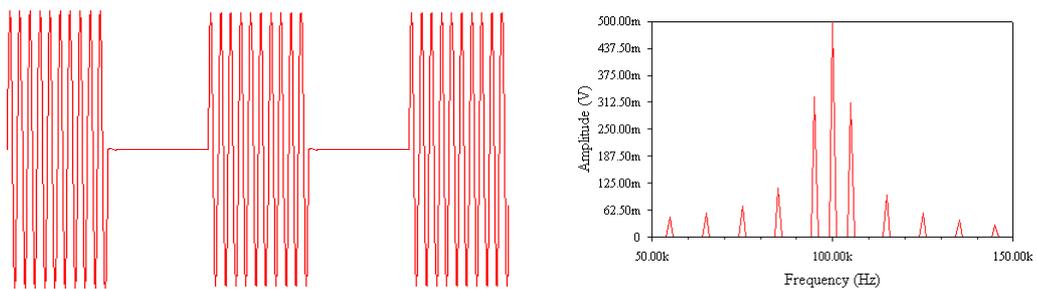
Note que o sinal ASK tem originalmente um espectro ilimitado em função da modulação pelo sinal digital que possui um espectro de frequências infinito. O papel do filtro passa faixa no modulador é reduzir a amplitude das harmônicas e limitar o espectro de frequência do sinal ASK (também pode ser utilizado um filtro passa baixa antes da modulação para limitar o espectro do sinal modulador digital). O demodulador é basicamente um retificador e filtro passa baixa (detector de envoltória) tem a função de recuperar a modulante digital (informação).

Nas figuras abaixo estão ilustrados os sinais no domínio do tempo e da frequência correspondentes ao processo de modulação ASK.

### Sinal digital de entrada do modulador

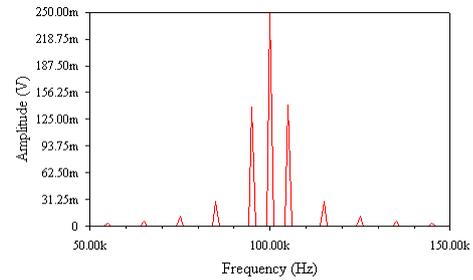
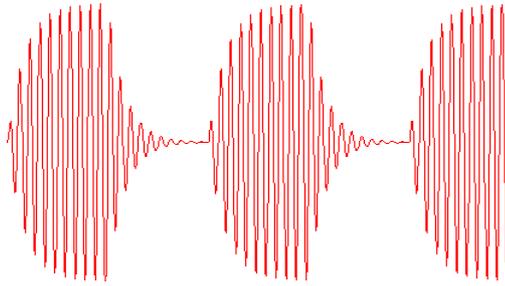


### ASK antes da filtragem



---

## ASK após a filtragem



## Sinal digital na saída do demodulador



## 4.4 Modulação FSK

O modulador (demodulador) FSK é basicamente um modulador (demodulador) FM onde a frequência modulante é um sinal digital Unipolar. Isto corresponde ao envio de duas portadoras conforme a informação digital seja 1 ou 0.

O FSK também pode ser compreendido como sendo o resultado da soma de dois moduladores ASK com frequência da portadora diferente e onde o sinal modulante de um modulador é o complemento do outro. Isto facilita a compreensão do espectro de frequência do sinal FSK, cuja determinação é feita a seguir:

$$e_d(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left\{ \cos(w_1 t) - \frac{1}{3} \cos(3w_1 t) + \frac{1}{5} \cos(5w_1 t) - L \right\}$$

Portadora :

$$e_1(t) = E_1 \cos(w_1 t)$$

Portadora 2:

$$e_2(t) = E_2 \cos(w_2 t)$$

O sinal FSK fica:

$$e_{FSK}(t) = e_1(t) \otimes e_d(t) + e_2(t) \otimes e_d'(t)$$

---

onde

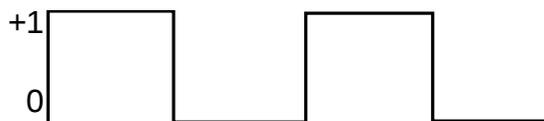
$$e_d'(t) = 1 - x_d(t)$$

Multiplicando cada portadora pela modulante digital e usando a identidade trigonométrica  $\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B)$  teremos como resultado a composição de frequências do sinal FSK:

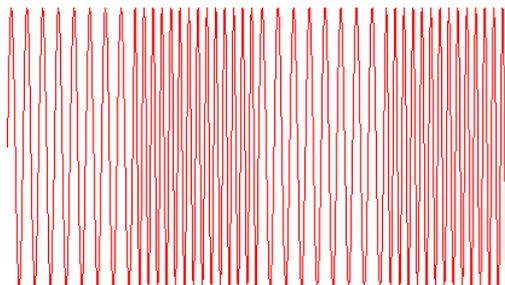
$$e_{FSK}(t) = \frac{1}{2} \cos(w_1 t) + \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos(w_1 - w_i)t + \cos(w_1 + w_i)t \\ -\frac{1}{3} \cos(w_1 - 3w_i)t - \frac{1}{3} \cos(w_1 + 3w_i)t \\ +\frac{1}{5} \cos(w_1 - 5w_i)t + \frac{1}{5} \cos(w_1 + 5w_i)t \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cos(w_2 t) - \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos(w_2 - w_i)t + \cos(w_2 + w_i)t \\ -\frac{1}{3} \cos(w_2 - 3w_i)t - \frac{1}{3} \cos(w_2 + 3w_i)t \\ +\frac{1}{5} \cos(w_2 - 5w_i)t + \frac{1}{5} \cos(w_2 + 5w_i)t \end{array} \right\} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ASK}(w_1) \\ \text{ASK}(w_2) \end{array} \right\}$$

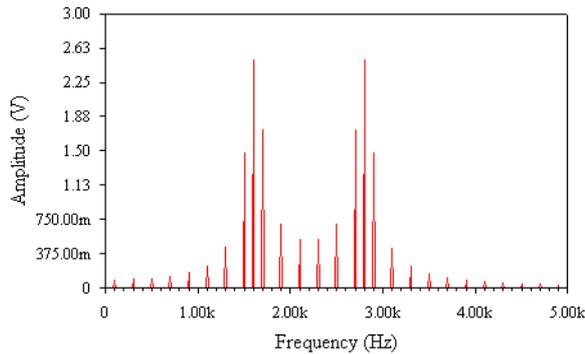
Note que o sinal FSK tem um espectro que depende fundamentalmente das frequências das portadoras, e sempre ocupará uma banda de frequência maior que o sinal ASK. No entanto em função da modulação ser sobre a frequência, o sinal FSK é mais robusto quanto a erros.

### Sinal digital de entrada do modulador



### Sinal FSK





## 4.5 Modulação PSK

Visando manter a mesma largura de banda que o sinal ASK, mas tornando a transmissão mais robusta, foi desenvolvida a modulação PSK, onde a modulação é feita na fase. Neste sinal basicamente existe uma portadora que é transmitida sempre, sendo apenas a sua fase alterada. No caso do sinal 2-PSK (binário) são utilizadas apenas as fases  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

A modulação PSK pode ser também entendida a partir da modulação ASK, substituindo a modulante digital unipolar por uma polar, fazendo com que a cada “um” seja enviada a portadora e a cada “zero” seja enviada a portadora com o sinal trocado (defasada de  $180^\circ$ ):

$$e_d(t) = \frac{4}{\pi} \left\{ \cos(w_i t) - \frac{1}{3} \cos(3w_i t) + \frac{1}{5} \cos(5w_i t) - L \right\}$$

$$e_1(t) = E_1 \cos(w_1 t) \quad \text{e} \quad e_{PSK}(t) = e_1(t) \otimes e_d(t)$$

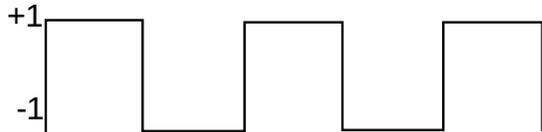
Multiplicando a portadora pela modulante digital e usando a identidade trigonométrica  $\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B)$  teremos como resultado a composição de frequências do sinal PSK:

$$e_{PSK}(t) = \frac{2}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos(w_1 - w_i)t + \cos(w_1 + w_i)t \\ -\frac{1}{3} \cos(w_1 - 3w_i)t - \frac{1}{3} \cos(w_1 + 3w_i)t \\ +\frac{1}{5} \cos(w_1 - 5w_i)t + \frac{1}{5} \cos(w_1 + 5w_i)t - L \end{array} \right\}$$

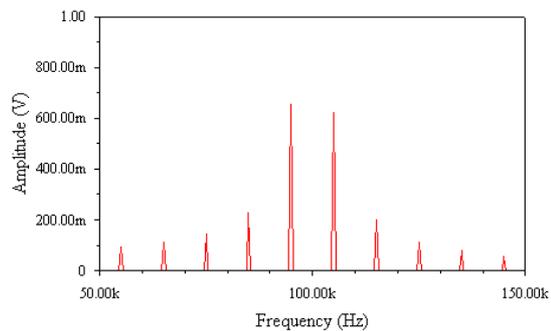
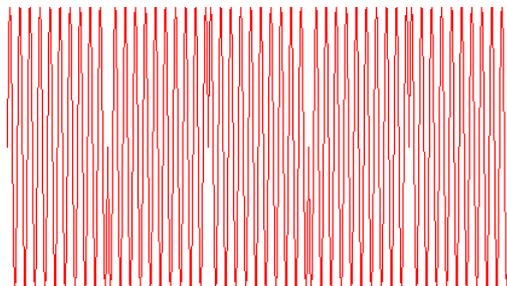
---

Note que o sinal PSK tem um espectro praticamente idêntico ao do sinal ASK, sendo a grande diferença a ausência da frequência da portadora no espectro. O sinal PSK é no entanto mais robusto que o ASK, em função da modulação ser sobre a fase do sinal.

### Sinal digital de entrada do modulador



### Sinal PSK



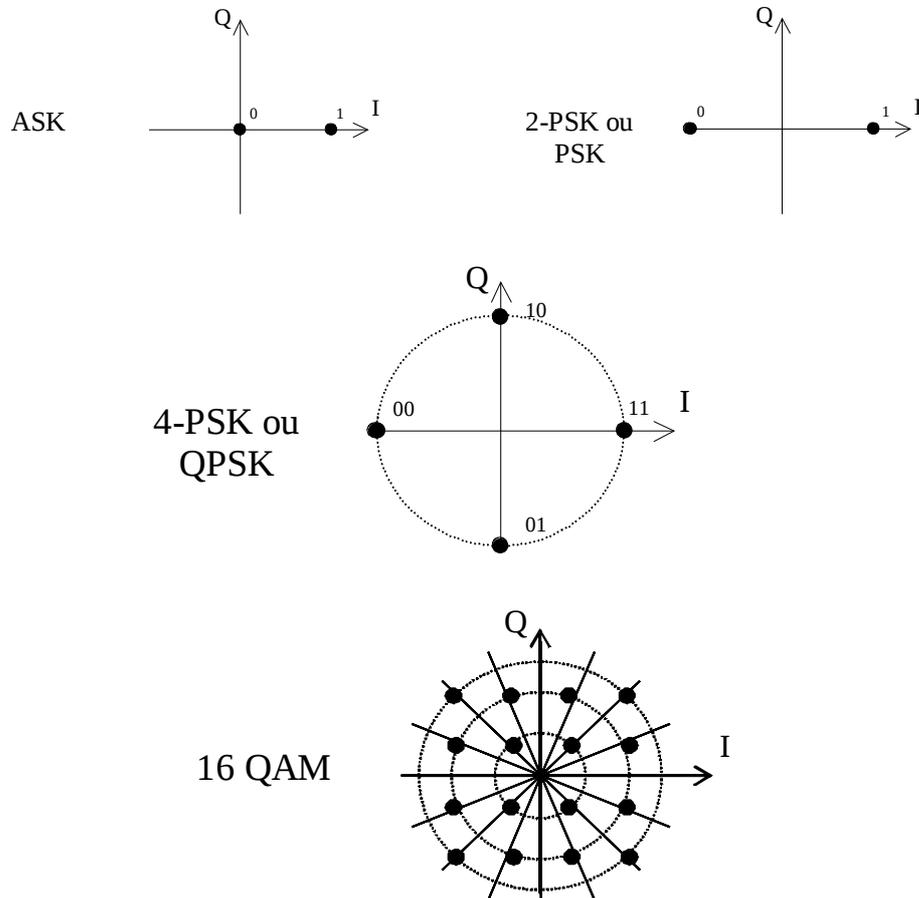
## 4.7 Modulações multinível PSK e ASK.

As modulações ASK e PSK podem ser combinadas produzindo modulações nas quais os símbolos podem representar mais do que 1 bit resultando em uma maior taxa de transmissão para a mesma largura de banda. Para representar as diferentes modulações é comum utilizar o *diagrama de fase* ou *constelação* do modulador. Este diagrama representa as fases e amplitudes

---

---

dos símbolos, sendo no eixo horizontal denominado de “em fase” e o eixo vertical de “em quadratura”. A seguir são mostradas algumas constelações de moduladores básicos e multinível.



Os sinais ASK e PSK já foram estudados e nestes cada bit é representado por um símbolo. No sinal QPSK cada símbolo representa 2 bits, e no sinal 16-QAM cada símbolo representa 4 bits. Este artifício permite a transmissão de uma maior taxa de transmissão com a mesma taxa de modulação.

---

---

---

---

# 5.

## CODIFICAÇÃO DE LINHA

Os sinais digitais podem ser utilizados diretamente para a transmissão de informações digitais, necessitando para isto das seguintes características:

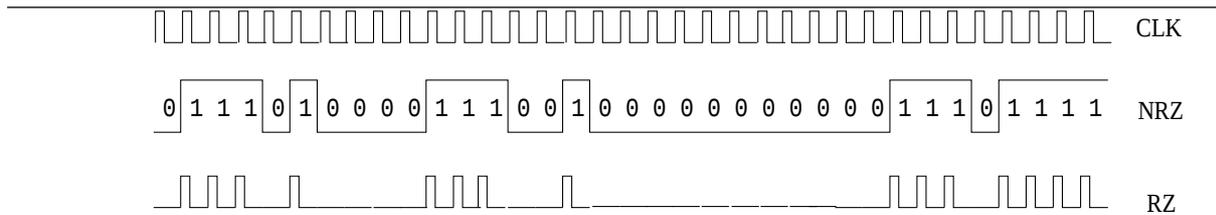
- Ausência de componente contínua .
- Redução da banda de frequência .
- Transmissão adequada da informação do relógio.
- Facilidade de detecção de erros .

O sinal binário não apresenta nenhuma dessas características e normalmente não é utilizado diretamente em transmissão digital. O processo de codificação de linha consiste modificar o sinal digital de modo a atender as características acima. Existem inúmeras formas de codificação de linha, e nas próximas seções estudaremos as mais importantes e utilizadas.

### 5.1 Sinal Binário NRZ e RZ

O sinal NRZ (Não Retorna a Zero) consiste em manter o nível do sinal em alto quando o bit é 1 e em nível baixo quando o bit é 0. O sinal RZ (Retorna a Zero) consiste em uma pequena modificação onde o sinal retorna ao nível baixo no meio do bit 1.

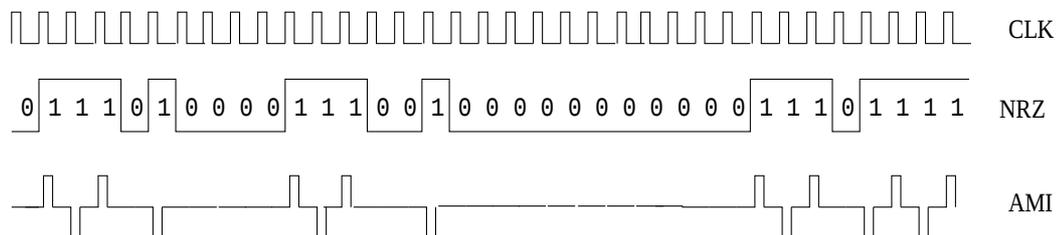
---



Os sinais NRZ e RZ podem ser Unipolares onde o nível baixo corresponde ao zero, ou Polares onde os níveis baixos correspondem ao inverso da tensão que o nível alto. Todos os tipos de sinais binários possuem componente contínua que depende do número de 1s e 0s da seqüência de bits.

## 5.2 Código Bipolar, ou AMI<sup>1</sup>.

O processo de codificação consiste em gerar marcas (pulsos) positivas e negativas alternadamente cada vez que a informação é "1". Os espaços "0" são caracterizados pela ausência de pulsos.



A principal limitação do código AMI é a ausência da informação de relógio quando a mensagem binária tem longas seqüências de espaços. Por este motivo é comum o código AMI ser utilizado em conjunto com um circuito embaralhador de bits ("scrambler"), que é um circuito feito utilizando uma porta ou exclusiva e um registrador de deslocamento.

<sup>1</sup>

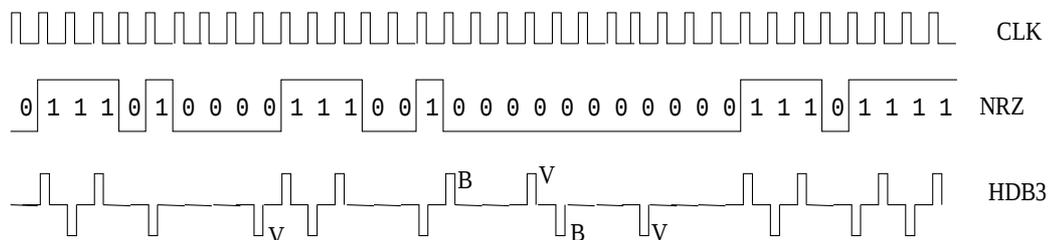
---

No código AMI, a presença ocasional de erros, nas marcas ou espaços, é detectada pela violação da seqüência alternada de marcas.

### 5.3 Código HDBn<sup>2</sup>.

É uma família de códigos semelhante ao AMI, mas que evita as seqüências de mais de "n" espaços sucessivos, através da substituição do zero "n+1" por uma marca de violação ("V"), que consiste em um pulso com a mesma polaridade que o pulso anterior.

O código mais utilizado desta família é o HDB3 onde n = 3, que é empregado nos sistemas transmissão multiplex de telefonia. A regra de codificação do HDB3 é substituir toda seqüência de quatro zeros consecutivos pela seqüência B00V ou 000V, onde B é um pulso em conformidade com a regra AMI, e V representa um pulso que viola a regra AMI. A escolha da seqüência **B00V** ou **000V** é feita de tal modo que o número de pulsos entre dois pulsos violados consecutivos seja sempre impar.



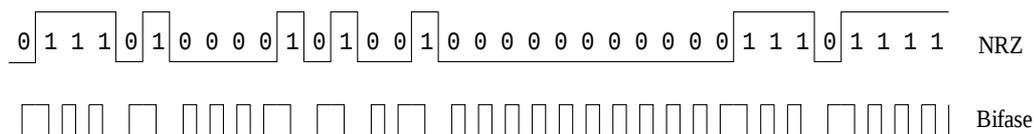
A aplicação desta regra garante a ausência da componente contínua, pois as violações sempre têm polaridade oposta à última violação. A transmissão do sinal de relógio também se torna independente da informação transmitida, ou seja, mesmo contendo longas seqüências de zeros na informação.

---

## 5.4 Código Bifase (Manchester)

O código bifase usa um ciclo de uma onda quadrada em uma fase para codificar o 1 e um ciclo na fase oposta para codificar o 0. Devido a esta característica, sempre existirá uma transição no centro de cada intervalo de bit, fazendo com que a componente do relógio seja muito forte. A oscilação lenta do nível de tensão contínua também não existe, mas no entanto este código não permite a monitoração do seu desempenho, e necessita de uma banda de frequência maior que os anteriores.

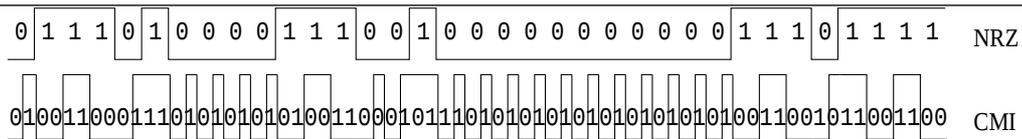
O código bifase é utilizado em enlaces curtos onde o custo do codificador é mais significativo que o uso da banda do meio. As redes locais **Ethernet** usam este código.



## 5.5 Código CMI<sup>3</sup>.

O código CMI é um código do tipo 1B/2B onde cada bit binário é representado por 2 bits o que representa um aumento na taxa de sinalização (símbolos). Neste código, os zeros são sempre representados por "01", e as marcas são representadas alternadamente por "11" e "00". A ocorrência da seqüência "10" no decodificador é interpretada como erro.

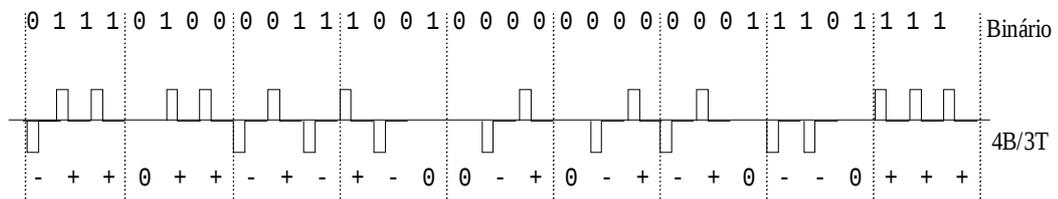
O CMI possui a vantagem de ser um código binário que elimina a componente de baixa frequência do sinal, e possibilita uma excelente transmissão da informação de relógio. A maior limitação do CMI é a necessidade de maior largura de banda.



## 5.6 Código 4B/3T.

Neste código, os dígitos binários são agrupados em grupos de 4 bits, e cada grupo de 4 bits é convertido em 3 dígitos ternários (+, 0, -). O resultado desta codificação é uma redução da taxa de sinalização (símbolos) de  $\frac{3}{4}$ .

Como na conversão de 16 combinações binárias em 27 combinações ternárias existem muitas seqüências sobrando, a conversão é feita de forma que sejam utilizadas duas seqüências diferentes para aquelas combinações que têm uma polarização (disparidade) de corrente contínua.



A escolha do modo é feita de acordo com o valor médio atual da componente contínua do sinal, se o nível médio é positivo (negativo) utiliza-se a seqüência do modo negativo e vice-versa. Na determinação da componente contínua o valor nulo não é considerado. A seqüência "000" também não é utilizada, pois não possibilita a boa transmissão do relógio.

Palavra Binária	Modo Positivo	Modo Negativo	Disparidade DC
0 0 0 0		0 - +	0
0 0 0 1		- + 0	0
0 0 1 0		- 0 +	0
0 0 1 1	+ - +	- + -	1
0 1 0 0	0 + +	0 - -	2
0 1 0 1	0 + 0	0 - 0	1
0 1 1 0	0 0 +	0 0 -	1
0 1 1 1	- + +	+ - -	1
1 0 0 0		0 + -	0
1 0 0 1		+ - 0	0
1 0 1 0		+ 0 -	0
1 0 1 1	+ 0 0	- 0 0	1
1 1 0 0	+ 0 +	- 0 -	2
1 1 0 1	+ + 0	- - 0	2
1 1 1 0	+ + -	- - +	1
1 1 1 1	+ + +	- - -	3

Alfabeto do código 4B/3T

## 5.7 Códigos Multinível.

Nas aplicações onde a banda de frequência é limitada e é necessária uma alta taxa de transmissão, o número de níveis pode ser aumentado enquanto que se mantém a mesma taxa de sinalização. A taxa de transmissão  $D_{TX}$  em um sistema multinível é dada por:

$$D_{TX} = \log_2 L \times \left( \frac{1}{T} \right)$$

onde  $L$  é o número de níveis, e  $T$  é a duração do símbolo.

A taxa de sinalização é geralmente chamada de taxa de símbolos e medida em *bauds*. A taxa de transmissão é por sua vez medida em *bps*.

Um exemplo de uso de transmissão multinível é o código **2B1Q** (2 bits  $\rightarrow$  1 símbolo quaternário) que é utilizado na transmissão da voz em linhas telefônicas digitais de assinante – RDSI. Neste caso são utilizados quatro níveis a uma taxa de sinalização de 80 bauds para obter 160 kbits/s.



---

---

---

# 6.

## MODULAÇÃO DIGITAL POR PULSOS

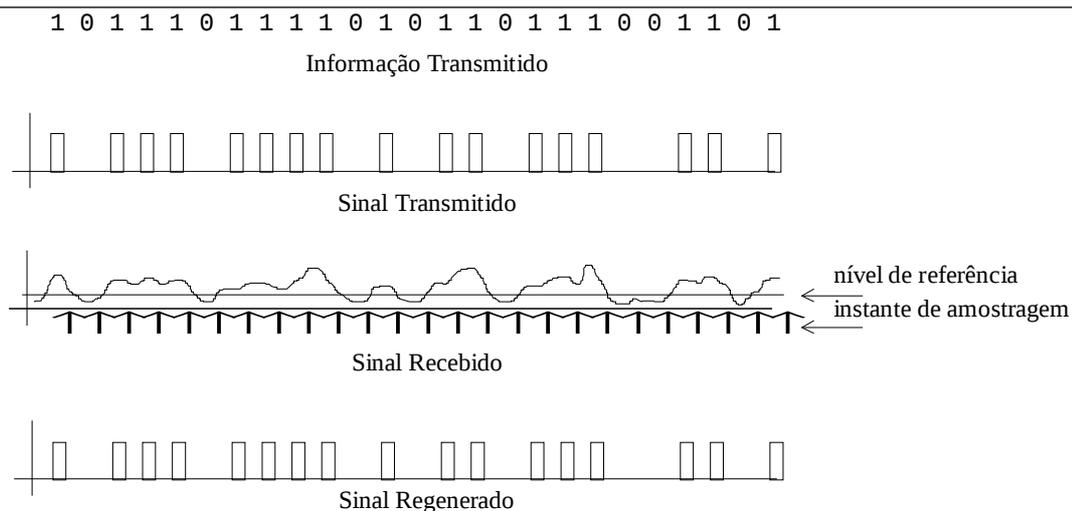
Uma grande parte dos sinais de informações que são processados em uma rede de telecomunicações são sinais analógicos, tal como por exemplo o sinal de voz captado por um microfone, ou a imagem capturada através de dispositivos CCD. Para realizar o processamento digital (transmissão, armazenamento, comutação) destes sinais, é necessário convertê-los para um formato digital.

A técnica mais conhecida e utilizada para realizar a conversão de um sinal analógico em digital é a modulação por código de pulso, abreviadamente denominada de PCM (*Pulse Code Modulation*). Esta técnica foi patenteada, em 1939, pelo Sr. Alec. Reeves.

Na técnica *Modulação por Código de Pulso (PCM)*, a amplitude de cada amostra de sinal é representada por um código de vários bits, sendo cada bit transmitido através de um pulso. Por isso, as deformações na largura e amplitude do pulso são irrelevantes, desde que se possa distinguir claramente a presença e ausência de um pulso. Pelo fato de o PCM ser um sinal digital, a informação contida na palavra PCM não sofre atenuação.

O ruído introduzido durante a transmissão do sinal não é cumulativo, pois ele pode ser removido através de um processo chamado de regeneração, de modo que a qualidade do sinal PCM depende somente do processo de geração do sinal, e não do meio onde o sinal é transmitido. O diagrama abaixo ilustra o processo de regeneração do sinal, no qual o sinal transmitido sobre a degeneração ao ser transmitido por um meio. Não haverá perda de informação, desde que o sinal recebido possa ter os bits “0” e “1” recuperados nos instantes de amostragem.

---



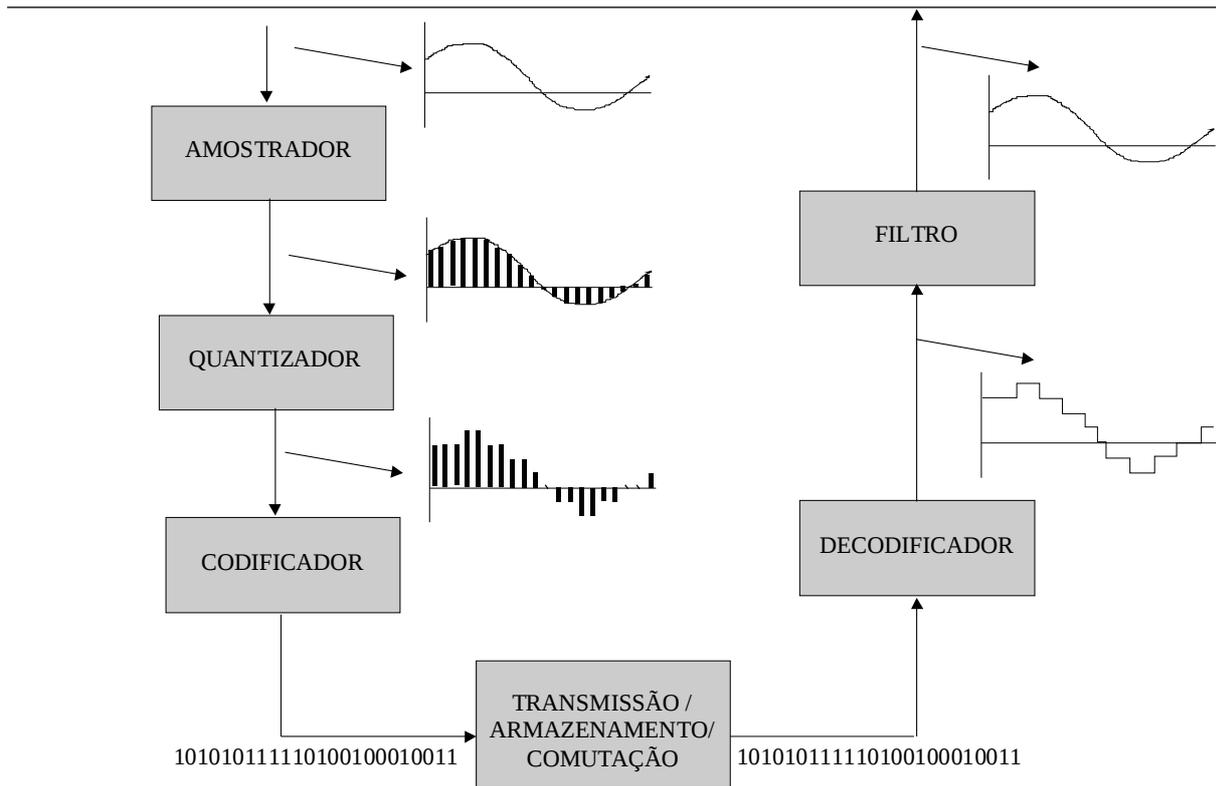
### Regeneração de um sinal PCM.

Uma grande vantagem da modulação PCM é o fato de transformar a informação em um sinal digital, o que possibilita o seu processamento a um menor custo e maior confiabilidade através de circuitos digitais. O uso da informação digitalizada possibilitou o surgimento de uma enorme gama de aplicações como: RDSI, voz e imagem na INTERNET, Telefonia Digital Fixa e Celular, TV digital, Radio Digital, Áudio-CD, DVD, Vídeo Telefonia, etc.

## 6.1 Etapas da modulação PCM

A modulação PCM consiste basicamente de três operações separadas: amostragem, quantização e codificação. Inicialmente a informação analógica é medida (amostrada) em intervalos regulares de tempo; em seguida, os valores obtidos são aproximados (quantizados) para um dos níveis de referência preestabelecidos, e finalmente os valores aproximados obtidos são codificados através de uma seqüência de bits. Para a recuperação da informação original, deve ser feita a inversão do processo através de uma etapa de decodificação e uma filtragem. A figura abaixo mostra o processo de transformação de um sinal analógico em digital, e o retorno ao sinal analógico através da técnica PCM.

---



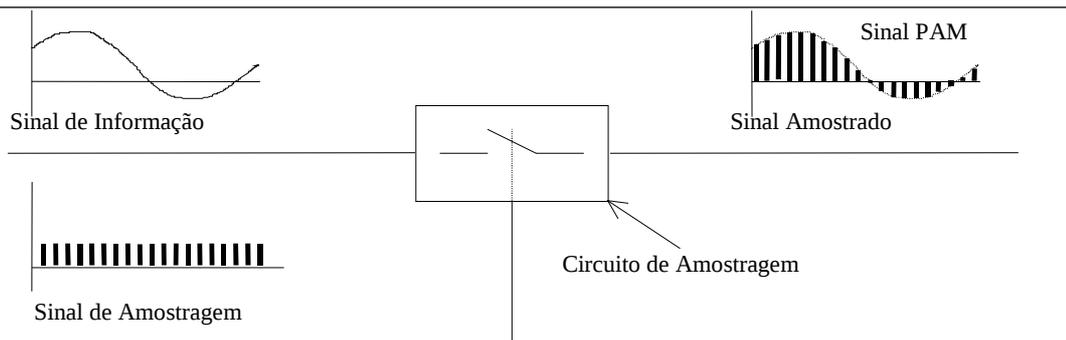
**Modulação por Código de Pulso - PCM.**

Nas seções seguintes será descrita cada uma das etapas necessárias para a conversão de um sinal analógico em digital.

## 6.2 Amostragem

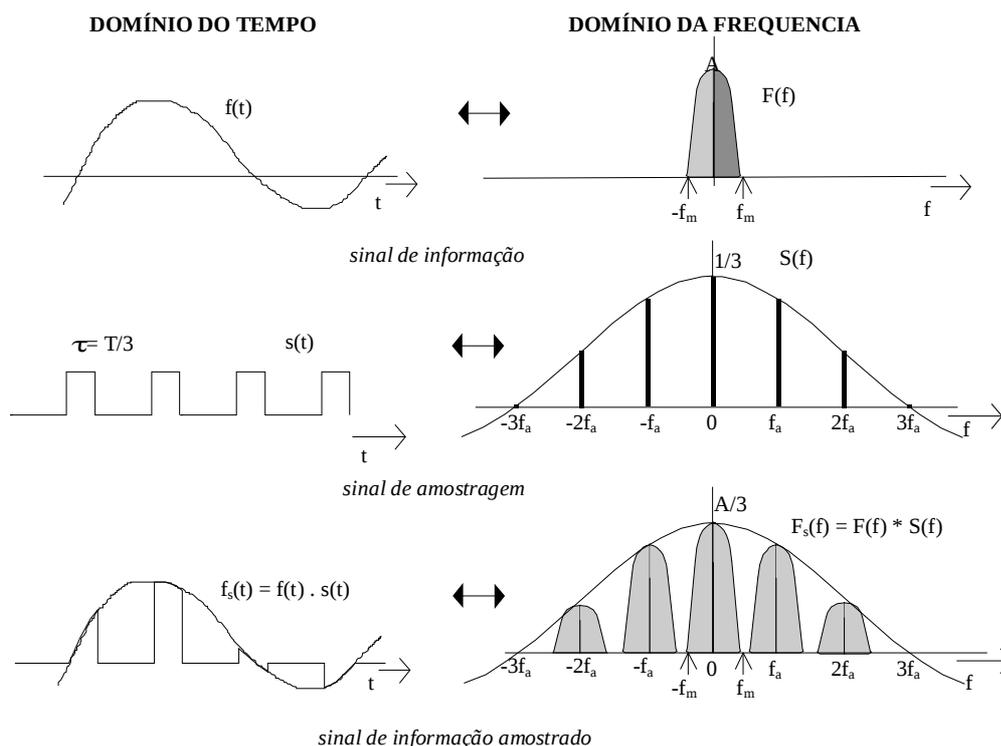
Nesta seção, mostraremos que um sinal analógico contínuo pode ser processado através das suas amostras, desde que certas condições sejam respeitadas, onde as amostras são as medidas instantâneas do valor da amplitude do sinal, obtidas em intervalos regulares de tempo.

A figura abaixo mostra um diagrama em blocos do processo de amostragem, onde o amostrador é basicamente constituído por uma chave que é controlada por um sinal de amostragem, fazendo com que parcelas do sinal de informação sejam transferidas para a saída.



**Diagrama em blocos de um circuito de amostragem.**

O processo de amostragem é equivalente a modulação do sinal de informação pelo sinal de amostragem (um trem de pulsos). Como um trem de pulsos é composto por diversas frequências, o espectro resultante é dado pela soma das modulações AM de cada frequência que compõe o sinal de amostragem pelo sinal de informação, conforme mostra o diagrama abaixo.



**Espectro de um sinal amostrado.**

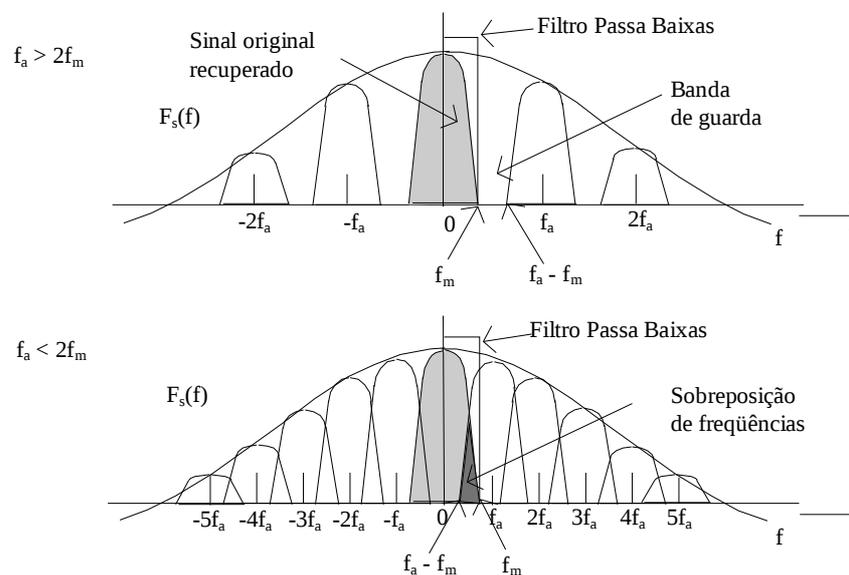
Ao observar o processo de amostragem no domínio do tempo, a primeira impressão que se tem é que informações estão sendo perdidas durante este processo, no entanto, a observação do espectro de frequências do sinal de informação original e do sinal de informação amostrado permite afirmar que

---

este processo pode ser feito sem que haja nenhum tipo de perda de informação, desde que haja uma separação entre as bandas resultantes da modulação, o que possibilita uma posterior recuperação da informação.

Desta forma pode-se verificar que desde que a frequência de amostragem ( $f_a$ ) utilizada seja superior ao dobro da frequência máxima ( $f_m$ ) do sinal de informação, não haverá perda de informação. Se esta regra não for respeitada, ocorrerá uma sobreposição das bandas de modulação, que impossibilitará a recuperação da informação original. Esta regra que deve ser seguida durante a amostragem é conhecida por *Teorema da Amostragem* ou *Teorema da Nyquist*, sendo o valor correspondente ao dobro da frequência máxima do sinal conhecido como taxa de *Nyquist*.

A figura abaixo ilustra as possíveis situações em uma amostragem. No primeiro caso o sinal original é recuperado através de uma filtragem passa baixas, enquanto que no segundo caso esta recuperação não é possível pois ocorreu uma sobreposição de algumas frequências.



### Ilustração do teorema da amostragem

Em aplicações práticas, a limitação em frequência do sinal de informação não pode ser garantida sem a realização de uma filtragem passa baixas antes de

---

---

amostrar o sinal. O filtro normalmente possui uma frequência de corte um pouco inferior a metade da frequência de amostragem ( $f_c < f_a/2$ ).

No sistema telefônico a voz transmitida tem sua banda limitada na frequência máxima de  $f_m = 3400$  Hz sendo portanto a taxa de Nyquist de 6800 Hz. A taxa de amostragem padronizada pelo ITU-T<sup>4</sup> é de 8000 Hz, resultando em uma banda de guarda de 1200 Hz, que permite a realização da filtragem através de filtros menos complexos.

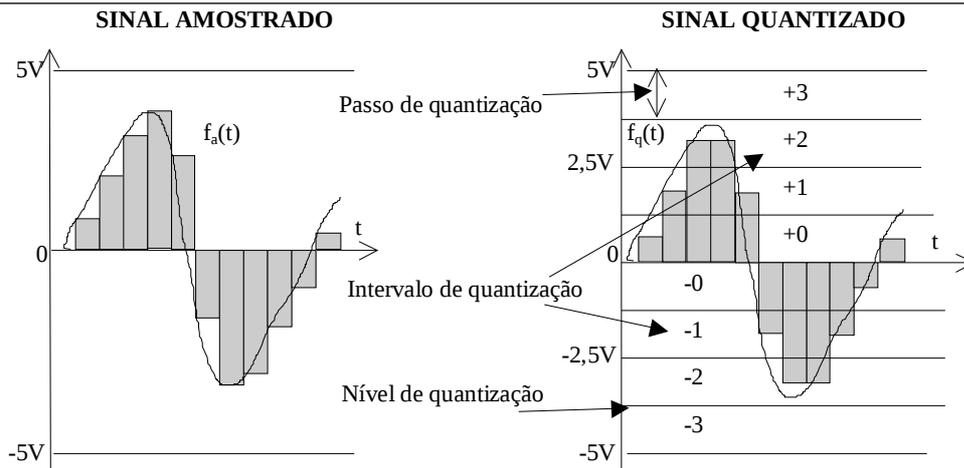
## 6.3 Quantização e codificação

A quantização é um processo no qual as amostras do sinal de informação são arredondadas para o nível de tensão de referência (níveis de quantização) preestabelecido mais próximo. O erro introduzido neste processo é conhecido como *erro de quantização* ou *ruído de quantização*, e não pode ser evitado, mas apenas minimizado através do aumento do número de níveis de quantização, que depende do número de bits utilizado no código. O intervalo entre os níveis pode ser uniforme ou variar conforme a amplitude da amostra.

A codificação é o processo de atribuição de códigos binários aos intervalos de quantização. Estas duas etapas são normalmente realizadas através de um único circuito denominado de “Conversor Analógico-Digital”, que é fabricado em circuitos integrados para diferentes aplicações, número de bits e frequências de amostragem.

### 6.3.1 Quantização Uniforme

Na quantização uniforme o intervalo entre os níveis de tensão ( $\Delta V$  - passo de quantização) é constante em toda a faixa de amplitudes. Se a amplitude máxima do que o sinal pode ter é de  $\pm A$  [ $V_p$ ], então o passo de quantização é determinado através de  $\Delta V = 2A/N$ , onde  $N$  é o número de intervalos. A figura abaixo ilustra o processo de quantização.



**Quantização uniforme de um sinal de informação para  $N=8$**

Se as amostras do sinal quantizadas são representadas pelo valor correspondente a metade do intervalo entre os níveis, pode-se garantir que o erro de quantização será igual ou inferior a  $\Delta V/2$ , e a potência média do erro de quantização pode ser determinada através de  $\Delta V^2/12$ . Este ruído é o único que existe nos sistemas que utilizam a codificação digital da informação, e possui uma característica de ruído branco, isto é, possui uma distribuição espectral uniforme.

A medição do desempenho é um aspecto fundamental no projeto, desenvolvimento e manutenção de qualquer sistema. Nos sistemas de voz e imagem é utilizada com frequência a relação sinal/ruído ( $SNR = P_{\text{sinal}}/P_{\text{ruído}}$ ), onde  $P_{\text{sinal}}$  é a potência de sinal de informação e  $P_{\text{ruído}}$  é a potência do ruído no sistema. Quanto maior a relação melhor será o desempenho do sistema. A  $SNR$  é geralmente calculada em unidades logarítmicas em relação ao valor máximo do sinal de informação, sendo neste caso conhecida como relação sinal/ruído de pico:

$$(PSNR = 10 \log (P_{\text{max\_sinal}}/P_{\text{ruído}})).$$

Conhecendo-se a  $PSNR$  e a relação entre a máxima e a mínima amplitude do sinal ( $FD$  – faixa dinâmica), é possível determinar a quantidade de bits ( $n$ ) necessária no processo de quantização:

$$n = (PSNR + FD - 1,76)/6,02$$

---

Por exemplo, no sistema telefônico, a PSNR necessária para que haja uma boa inteligibilidade é de 35 dB , e a faixa dinâmica normal é de 40 dB. Assim temos que o número de bits necessários é de 13, o que corresponde a existência de 8192 intervalos de quantização. Se a amplitude máxima do sinal de informação é de  $\pm 1$  Vp, teremos que o passo de quantização é de 244  $\mu$ V.

O código para quantizadores uniformes normalmente utilizado é o binário simétrico, no qual o intervalo é representado pelo número binário correspondente ao nível, acrescido da polaridade da amostra (**1 para positivo e 0 para negativo**).

---

**Exemplo:**

Duas amostras de um sistema cuja amplitude máxima é de  $\pm 1$ V, devem ser codificadas em 13 bits. As amostras são  $-78,77$  mV e  $+3,73$  mV. Como a amplitude máxima é de  $\pm 1$ V e são utilizados  $2^{13}$  intervalos de quantização, podemos determinar o passo de quantização como  $\Delta V = 1 \cdot 2 / 2^{13} = 1/2^{12} = 244 \mu\text{V}$ . Para determinar o intervalo a que pertence cada amostra, basta dividir o valor da amostra pelo passo de quantização e considerar apenas a parte inteira do número resultante. Assim temos para a:

*Amostra1:*

$$V_{a1} = -78,77 \text{ mV} \Rightarrow I_{a1} = -78,77\text{m} / \Delta V = -78,77\text{m} * 2^{12} = -322,64 \Rightarrow -322$$

O intervalo  $-322_d$  ou  $-142_H$  é representado em 13 bits por  $0.0001.0100.0010_b$

*Amostra2:*

$$V_{a1} = +3,73 \text{ mV} \Rightarrow I_{a1} = +3,73 \text{ m} / \Delta V = +3,73 \text{ m} * 2^{12} = +15,27 \Rightarrow +15$$

O intervalo  $+15_d$  ou  $-00F_H$  é representado em 13 bits por  $1.0000.0000.1111_b$

---

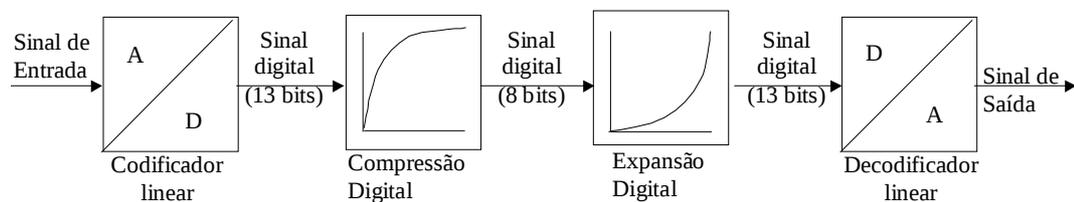
---

### 6.3.2 Quantização não uniforme

Como na quantização uniforme, o tamanho do intervalo de quantização é determinado pelos requisitos de SNR para o menor sinal codificado, o resultado é que as amostras maiores são também codificadas com o mesmo intervalo de quantização, gerando uma qualidade muito superior a necessária para estes sinais.

Utilizando-se um passo de quantização menor para as baixas amplitudes e um passo progressivamente maior para as amplitudes maiores, pode-se manter a PSNR dentro do desejado, economizando-se preciosos bits na codificação do sinal. Esta técnica, conhecida como quantização não uniforme, é freqüentemente utilizada para a codificação da voz, principalmente no sistema telefônico.

A implementação da quantização não uniforme é feita através da compressão do sinal digital na entrada e revertida através da expansão do sinal digital na saída. Este processo permite comprimir para 8 bits, uma informação que necessitaria normalmente de 13 bits para assegurar a mesma qualidade com quantização uniforme.



A compressão e expansão são realizadas através de tabelas que realizam a transformação do código de 13 bits para 8 bits e vice-versa. Sendo a curva de compressão e expansão definidas através de funções logarítmicas. Na tabela abaixo são mostradas transformações utilizadas no sistema telefônico conhecidas como “Lei A”, para realizar a quantização não uniforme em 8 bits.

---

Código de 13 bits													Código 8 bits							
b <sub>12</sub>	b <sub>11</sub>	b <sub>10</sub>	b <sub>9</sub>	b <sub>8</sub>	b <sub>7</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>7</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>
p	0	0	0	0	0	0	0	w	x	y	z	a	p	0	0	0	w	x	y	z
p	0	0	0	0	0	0	1	w	x	y	z	a	p	0	0	1	w	x	y	z
p	0	0	0	0	0	1	w	x	y	z	a	b	p	0	1	0	w	x	y	z
p	0	0	0	0	1	w	x	y	z	a	b	c	p	0	1	1	w	x	y	z
p	0	0	0	1	w	x	y	z	a	b	c	d	p	1	0	0	w	x	y	z
p	0	0	1	w	x	y	z	a	b	c	d	e	p	1	0	1	w	x	y	z
p	0	1	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	p	1	1	0	w	x	y	z
p	1	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	p	1	1	1	w	x	y	z

Tabela de compressão digital - lei A.

Código de 8 bits								Código 13 bits												
b <sub>7</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>12</sub>	b <sub>11</sub>	b <sub>10</sub>	b <sub>9</sub>	b <sub>8</sub>	b <sub>7</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>
p	0	0	0	w	x	y	z	p	0	0	0	0	0	0	0	w	x	y	z	1
p	0	0	1	w	x	y	z	p	0	0	0	0	0	0	1	w	x	y	z	1
p	0	1	0	w	x	y	z	p	0	0	0	0	0	1	w	x	y	z	1	0
p	0	1	1	w	x	y	z	p	0	0	0	0	1	w	x	y	z	1	0	0
p	1	0	0	w	x	y	z	p	0	0	0	1	w	x	y	z	1	0	0	0
p	1	0	1	w	x	y	z	p	0	0	1	w	x	y	z	1	0	0	0	0
p	1	1	0	w	x	y	z	p	0	1	w	x	y	z	1	0	0	0	0	0
p	1	1	1	w	x	y	z	p	1	w	x	y	z	1	0	0	0	0	0	0

Tabela de expansão digital - lei A.

**Exemplo:**

Prosseguindo com o exemplo anterior onde as amostras foram codificadas em 13 bits teremos a sua codificação em 8 bits através da “Lei A” antes da sua transmissão.

*Amostra1:*

O intervalo - 322<sub>d</sub> representado em 13 bits por 0.0001.0100.0010<sub>b</sub> é convertido nos 8 bits 0100.0100<sub>b</sub> conforme a 5ª linha da tabela.

*Amostra2:*

O intervalo +15<sub>d</sub> representado em 13 bits por 1.0000.0000.1111<sub>b</sub> é convertido nos 8 bits 1000.0111<sub>b</sub> conforme a 1ª linha da tabela.

Código de 13 bits													Código 8 bits							
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1

Após a transmissão, os intervalos das amostras pode ser recuperados, usando a tabela de expansão, retorna-se ao código de 13 bits obtendo-se  $0.0001.0100.1000_b$  e  $1.0000.0000.1111_b$  que correspondem respectivamente aos intervalos de quantização  $-328_d$  e  $+15_d$ .

Código de 8 bits								Código 13 bits											
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0		
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Os valores de tensão correspondentes a estas amostras podem ser determinados utilizando-se o valor correspondente a metade do intervalo de quantização correspondente através de  $V_a = \text{sgn}(I_a) (| I_a | + 0,5) \Delta V$ ,  $\text{sgn}(x)$  é a polaridade do intervalo e  $| x |$  é o valor absoluto do intervalo. Assim temos para:

*Amostra 1:*

$$V_{a1'} = -(328 + 0,5) / 2^{12} = -80,20 \text{ mV.}$$

*Amostra 2:*

$$V_{a2'} = +(15 + 0,5) / 2^{12} = +3,784 \text{ mV.}$$

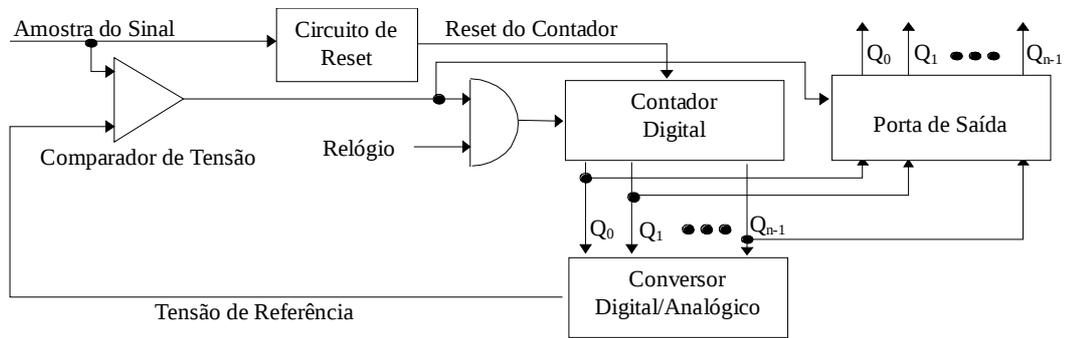
## 6.4 Circuitos de codificação - Conversor A/D

Existem diversos tipos de circuito que realizam a codificação digital de um sinal. Os codificadores mais utilizados são aqueles que empregam a comparação de tensão entre valores de referência e a amplitude da amostra para a obtenção do código.

### 6.4.1 Codificador Serial (Contador)

Os codificadores seriais são os mais baratos e simples, no entanto têm um tempo de conversão muito lento. O princípio de funcionamento é comparação da tensão da amostra com a tensão de referência gerada internamente, através da conversão Digital/Analógica (D/A) da saída de um contador digital. O contador inicia a contagem a partir do zero, e continua contando até que o valor da referência interna atinja o valor da amostra. Neste ponto o valor do contador é transferido para a porta de saída e representa o valor da amostra

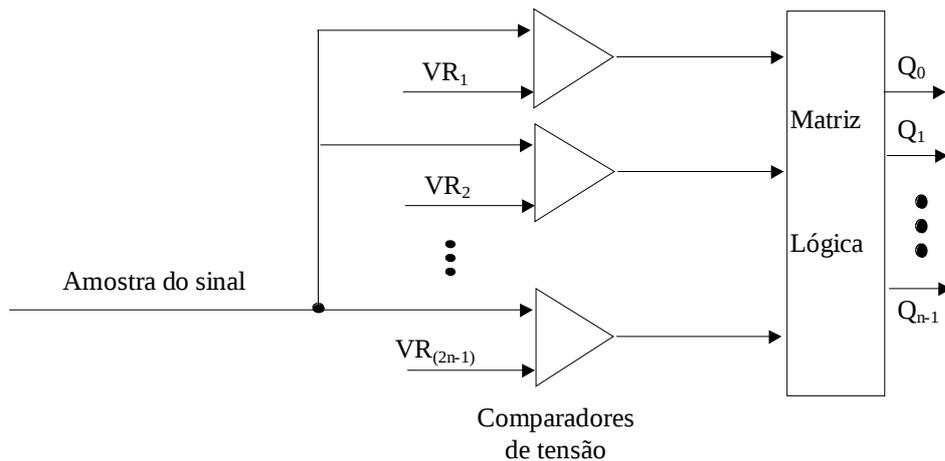
convertido em digital. O tempo de conversão depende do intervalo de quantização a que pertence a amostra podendo demorar  $2^{(n-1)}$  períodos de relógio.



**Codificador Serial**

### 6.4.2 Codificador Paralelo (Rápido)

Os codificadores paralelos são caros e complexos, mas possuem um tempo de conversão muito pequeno. Neste tipo de codificador, utiliza-se um comparador de tensão e um nível de referência para cada intervalo de quantização. A amostra é comparada simultaneamente com  $2^{(n-1)}$  tensões de referência, sendo o resultado destas comparações transformado em uma palavra digital binária através uma matriz lógica. O tempo de conversão independe do valor da amostra, depende apenas do tempo de atraso do circuito de comparação e da matriz lógica.

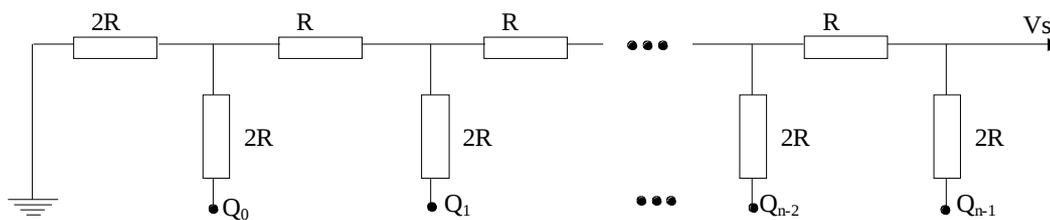


**Codificador Paralelo.**

## 6.5 Circuitos de decodificação - Conversor D/A

Na decodificação um valor de tensão é atribuído a cada código, após feita a expansão do sinal quando utilizada a quantização linear. Esta etapa é realizada através de circuitos conversores D/A. A tensão de saída corresponde a um sinal do tipo escadaria, que mantém o valor decodificado durante um período de amostragem.

Um circuito muito utilizado para realizar a conversão D/A é o R-2R, que é uma rede resistiva composta de dois valores de resistores que facilmente é implementada em circuitos integrados, conforme mostrado na figura abaixo. O seu funcionamento é baseado na divisão de tensão na rede resistiva. Para cada entrada  $Q_i$ , ao aplicarmos uma tensão  $V_x$ , obtemos na saída uma tensão  $V_s = V_x/2^{(n+i)}$ . A máxima tensão de saída é dada por  $V_{s \max} = V_e(2^n-1)/2^n$ .



Decodificador R-2R.

Assim por exemplo, para um decodificador de 8 bits, se aplicarmos simultaneamente a tensão  $V_x$  nas entradas correspondentes aos bits 0, 2, 4 e 7 e 0V nas outras entradas, teremos uma tensão de saída:

$$V_s = V_x/2^{(8-0)} + V_x/2^{(8-2)} + V_x/2^{(8-4)} + V_x/2^{(8-7)}$$

$$V_s = (1/256 + 1/64 + 1/32 + 1/2) V_x$$

$$V_s = 141/256 V_x. = 0.5508 V_x.$$

---

---

---

# 7.

## EXERCÍCIOS:

- 1) Pesquise 3 aplicações de modulação analógica e anote na tabela abaixo o que você encontrou.

Aplicação	Modulação	frequências

- 2) Pesquise 3 aplicações de modulação digital e anote na tabela abaixo o que você encontrou.

Aplicação	Modulação	$D_{\text{mod}}$ [baud]	$D_{\text{TX}}$ [bps]

- 3) Pesquise 3 aplicações de codificação digital e anote na tabela abaixo o que você encontrou.

Aplicação	Codificação	$D_{\text{sinal}}$ [baud]	$D_{\text{TX}}$ [bps]

---

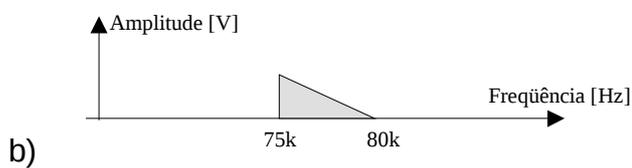
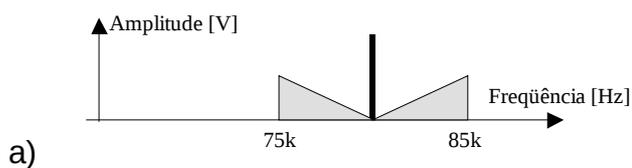
- 
- |  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
- 4) Faça uma comparação entre as modulações analógicas mostrando as vantagens e desvantagens de cada uma.
  - 5) Faça uma comparação entre as modulações digitais mostrando as vantagens e desvantagens de cada uma.
  - 6) Descreva sucintamente cada forma de modulação analógica:
    - a) AM-DSB,
    - b) AM-SSB,
    - c) FM
    - d) Mais uma de sua livre escolha.
  - 7) Quais são os motivos da utilização da modulação digital?
  - 8) Quais são os motivos da utilização da codificação digital?
  - 9) Assinale um V nas afirmações que são verdadeiras, e justifique por as demais são falsas.
    - a) A modulação AM DSB/SC consistem em um processo de conversão de sinais para transmissão que visa uma redução do tamanho da antena utilizada para irradiar o sinal para convertê-lo em onda eletromagnética, no qual se modula a amplitude de um sinal cossenoidal de acordo com a amplitude do sinal de informação. O processo de demodulação consiste em um circuito “detector de envoltória”, que recupera a informação transmitida.
    - b) A modulação FM é menos susceptível a ruídos do que as modulações AM, devido a utilização do desvio de frequência como forma de transmitir a informação. Uma das desvantagens da modulação FM em relação a AM é que ela ocupa o dobro da largura de banda.
    - c) O sinal FM pode ser modulado através de um detector de envoltória, desde que antes o sinal passe por um circuito que transforme as variações de amplitude do sinal em variações de frequência.
-

---

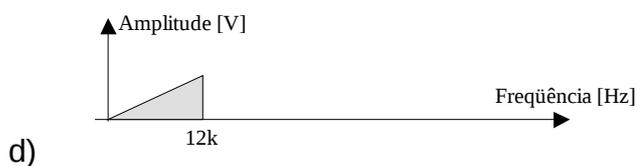
d) A principal diferença entre os sistemas AM-DSB, AM-DSB/SC e AM-SSB é o espectro de frequências ocupado por cada um desses sinais. Nestes sistemas a porcentagem de potência utilizada para a transmissão da informação em relação a portadora é sempre a mesma.

**10)** Um sistema de modulação FM utiliza uma frequência de portadora de 100MHz, com amplitude de 1Vp. A frequência máxima do sinal modulante é limitada em 15kHz através de um filtro passa baixa. Utilizando um modulador com coeficiente de modulação  $K_f = 10\text{kHz/V}$ , qual deve ser a máxima amplitude do sinal modulante para que o índice de modulação ( $\beta$ ) não ultrapasse o valor 5?

**11)** Para cada um dos espectros de frequência abaixo, determine se foi feito algum tipo de modulação, se houve modulação, determine o tipo utilizado, a frequência de modulação e a frequência máxima do sinal modulante.



c)



**12)** Um sistema de modulação FM, utiliza uma frequência de portadora de 200kHz, com amplitude de 4Vpp, desvio máximo de 6 kHz. O sinal modulante tem frequência máxima de 2kHz e amplitude máxima de 1Vpp.

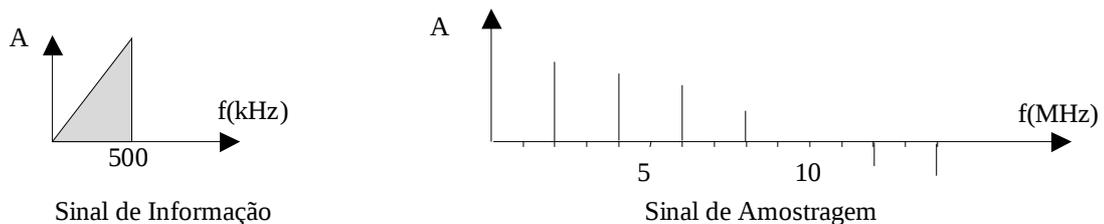
a) Determine o índice de modulação utilizado.

b) Determine a largura de banda do sinal modulado.

---

- 
- c) A afirmativa: "O sistema FM acima é um sistema FM de faixa estreita" é falsa ou verdadeira? Justifique.
- 13)** Como é feita a remoção da componente contínua nos sinais AMI, CMI e Manchester?
- 14)** Dentre as codificações digitais estudadas qual é a que utiliza a menor banda de frequência?
- 15)** Descreva sucintamente cada forma de modulação digital:
- a) ASK,
  - b) FSK,
  - c) PSK,
  - d) DPSK,
  - e) Mais uma de sua livre escolha.
- 16)** Descreva sucintamente cada forma de codificação digital:
- a) AMI
  - b) HDB3
  - c) CMI
  - d) Manchester
  - e) Mais uma de sua livre escolha.
- 17)** Para uma frequência de modulação de 15 kHz, desvio de frequência máximo de 3 kHz e valor pico máximo da tensão do sinal de entrada 5 V:
- a) Desenhe o espectro de frequências aproximado
  - b) Determine o índice de modulação
  - c) Determine o número de pares de bandas laterais
  - d) A largura de banda do sinal modulado
- 18)** Descreva sucintamente cada etapa da modulação PCM, fazendo um diagrama em blocos dessas etapas.
- 19)** Por que a frequência de amostragem utilizada sempre deve ser no mínimo superior à taxa de *Nyquist*.
-

- 
- 20) Qual é a função do filtro passa baixas, utilizado antes da amostragem?
- 21) Qual é a função do filtro passa baixas, utilizado depois do decodificador?
- 22) O que acontece quando um sinal é amostrado com uma frequência maior que o dobro da sua frequência máxima?
- 23) O que acontece quando um sinal é amostrado com uma frequência menor que o dobro da sua frequência máxima?
- 24) Dados os espectros do sinal de informação e do sinal de amostragem utilizado em uma amostragem natural, determine:
- O espectro aproximado do sinal amostrado.
  - A banda de guarda resultante?



- 25) O que é o erro de quantização? Como ele pode ser reduzido?
- 26) Um sinal de vídeo cuja frequência máxima é de 5 Mhz deve ser amostrado para a sua posterior transmissão digital. Devido a construção do filtro no receptor é necessário que seja deixada uma banda de guarda de 2 MHz. Qual deve ser o período deixado entre as amostras do sinal?
- 27) Qual é o motivo que leva a utilização de quantizadores não uniformes?
- 28) Um sinal de voz é amostrado a taxa de 8kHz, e suas amostras são quantizadas linearmente e codificadas em 13 bits e em seguida comprimidas para 8 bits pela "Lei A". Sabe-se que o valor máximo de tensão permitido no sistema é de  $\pm 500\text{mV}$ .
-

- 
- a) Determine o número de intervalos de quantização e o passo de quantização utilizado na codificação em 13 bits.
- b) Determine o intervalo de quantização a que as amostras pertencem :  
 $A1 = +0.05\text{mV}$ ;  $A2 = +120.00\text{mV}$ ;  $A3 = -1.33\text{mV}$  e  $A4 = -499.89\text{mV}$ .
- c) Determine o código em 13 bits de cada amostras.
- d) Determine o código em 8 bits de cada amostras.
- e) Determine o valor de tensão correspondente a cada amostra depois da decodificação
-

29) Codifique a seqüência de bits nos códigos de linha indicados (para o HDB3 considere a violação anterior negativa)

**CLOCK**

**Binário NRZ**

BITS 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**Binário RZ**

BITS 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**AMI**

BITS 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**HDB3**

BITS 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**CMI**

BITS 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**Manchester**

*Conversão de Sinais para a Transmissão*

*IFSC*

BITS      0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**2B1Q**

BITS      0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0

**30)** Decodifique a seqüência de bits dos códigos de linha abaixo

**Binário NRZ**

BITS

**Binário RZ**

BITS

**AMI**

BITS

**HDB3**

BITS

**CMI**

BITS

**Manchester**

BITS

**2B1Q**

BITS

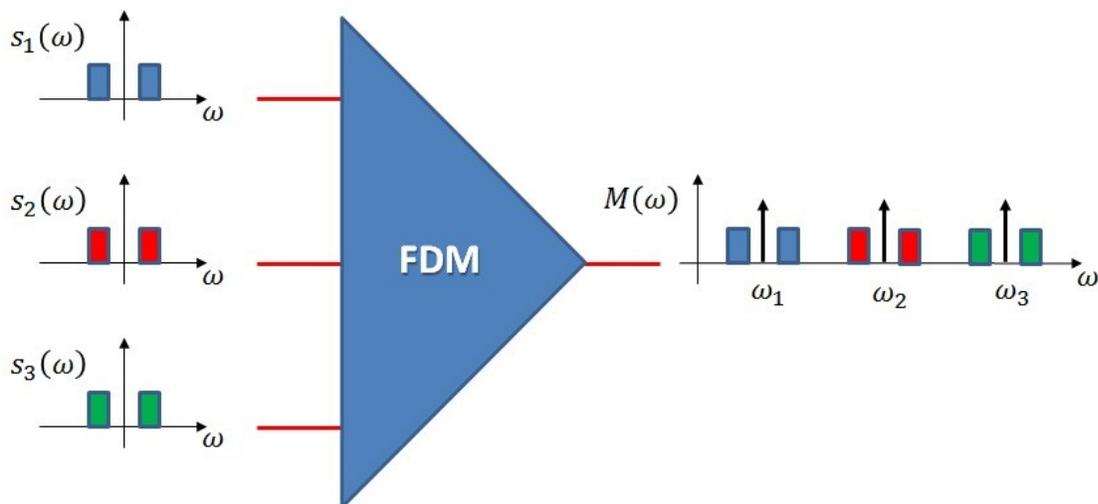
## MULTIPLEXAÇÃO

A multiplexação é uma operação que consiste em agrupar vários canais de informação não relacionados, de modo a transmiti-los simultaneamente em um mesmo meio físico (cabo, enlace de rádio, satélite, fibra óptica, etc) sem que haja mistura ou interferência entre os canais. A demultiplexação é a separação dos canais, recuperando a informação individual de cada canal.

Existem basicamente quatro tipos de multiplexação: ***multiplexação por divisão do espectro de frequências (FDM)***, ***multiplexação por divisão do tempo (TDM)***, ***multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM)*** e ***multiplexação por divisão de código (CDM)***.

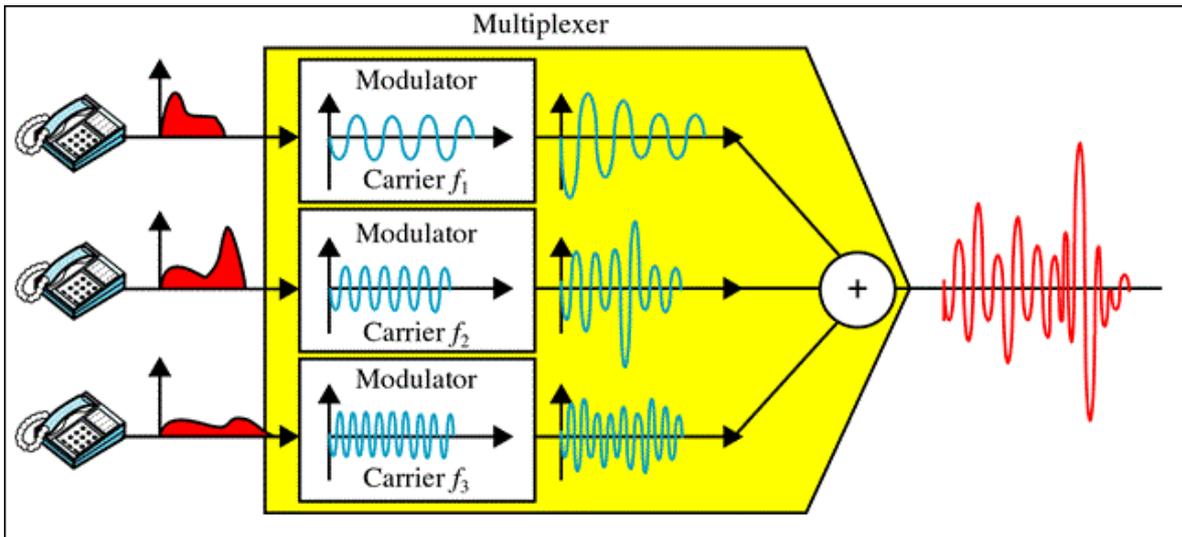
### 1 FDM

Na multiplexação por divisão de frequências é designada uma faixa de frequência para cada canal. O sinal deve ser deslocado em frequência para sua posição antes de ser realizada a multiplexação dos canais. O deslocamento do canal até uma posição específica do espectro de frequências é feito mediante a modulação do sinal. Esse processo deve ser feito de tal forma que o sinal modulado não interfira nos outros canais a serem multiplexados.



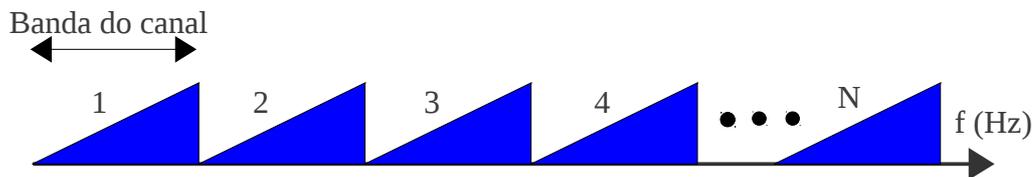
$$M(\omega) = [A_1 + s_1(\omega)] \cos \omega_1 t + [A_2 + s_2(\omega)] \cos \omega_2 t + [A_3 + s_3(\omega)] \cos \omega_3 t$$

*FDM - representação no domínio da frequência*



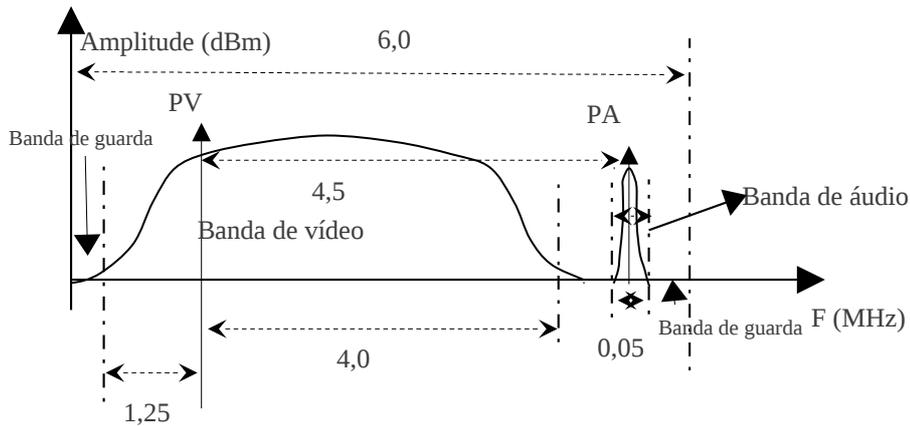
FDM - representação no domínio do tempo.

A multiplexação FDM é basicamente uma *separação em frequência* dos  $N$  canais a serem multiplexados, resultando em uma *sobreposição no tempo* dos sinais. Por exemplo na telefonia, a FDM é implementada através de modulação AM - SSB, sendo designada uma faixa de 4 kHz para cada canal telefônico (300 a 3400 Hz).



Na FDM a banda ocupada pelos  $N$  canais é igual a soma da banda de todos os canais

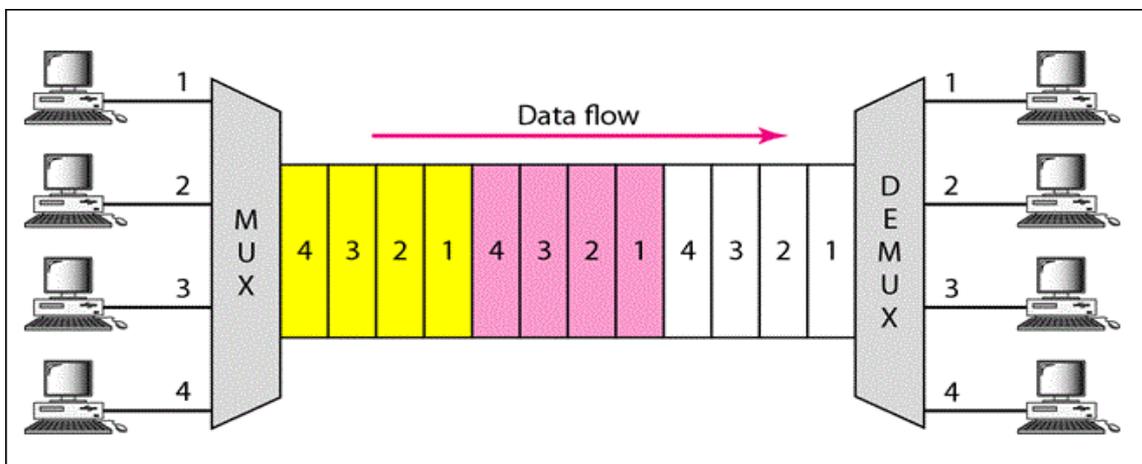
Na BW destinada para cada canal, são reservadas bandas de guarda para evitar a interferência entre canais adjacentes. Nos canais de TV aberta, cada emissora possui uma BW de 6MHz. Nesta faixa são transmitidos dois canais, o de som modulado em FM e o de vídeo, modulado em AM-SSB-VC. Além dos sinais dentro desses 6 MHz estão as bandas de guarda, conforme indicado na figura abaixo.



*Espectro de um canal de TV mostrando o canal de vídeo e o canal de voz. Nos dois extremos do canal existem bandas de guarda para evitar a interferência em canais adjacentes.*

## 2 TDM

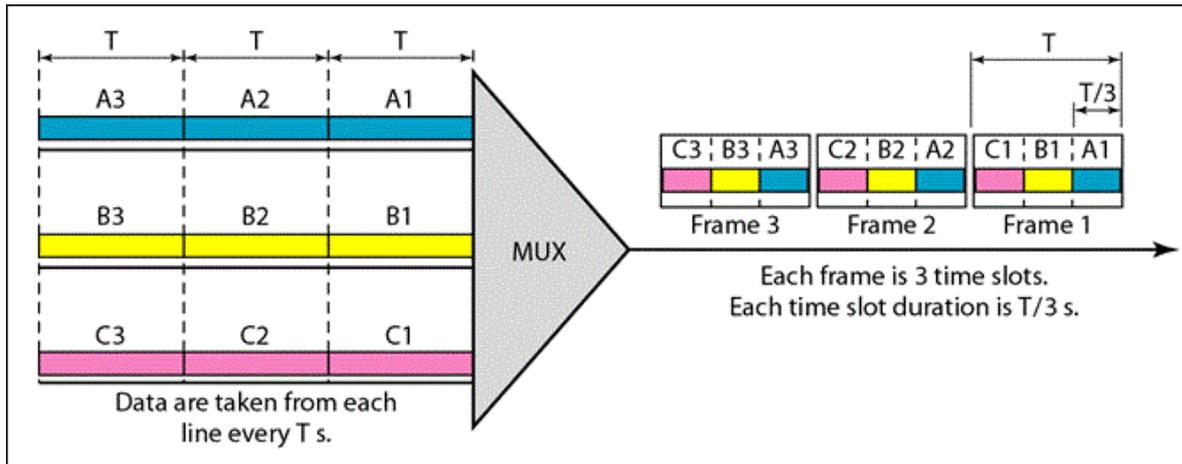
Na multiplexação por divisão do tempo não há necessidade de modular o sinal. Neste tipo de multiplexação é designado um intervalo de tempo (**time slot**) para cada canal transmitir no meio de transmissão. A TDM é utilizada em transmissões digitais, na qual a informação a ser transmitida corresponde a uma sequência de bits e cada **time slot** pode facilmente ser adaptado para corresponder a um número inteiro de bits.



*TDM - Cada transmissor ocupa o meio durante um time slot*

A multiplexação TDM é realizada pelos multiplexadores, equipamentos que recebem a informação de cada transmissor e dispõe nos respectivos **time slots**. No outro extremo do meio de transmissão o demultiplexador distribui a informação correspondente para cada um dos destinatários.

Quando todos os canais possuem times slots em cada ciclo de transmissão independentemente se utilizam ou não esse tempo a TDM é dita síncrona. Cada intervalo de tempo correspondente a um ciclo no qual todos os canais transmitem é chamado de **frame** (quadro). A cada **frame** todos os canais ocupam o meio de transmissão durante um **time slot**. Não há a necessidade dos **times slots** serem do mesmo tamanho.



*Frames de uma comunicação TDM, a cada frame um slot é reservado para cada transmissor*

Quando a TDM é assíncrona, os canais utilizam somente quando precisam transmitir, neste caso cada time slot tem em seu início um cabeçalho com um sinal que permitira o demultiplexador ajustar o seu clock com o clock do sinal transmitido.

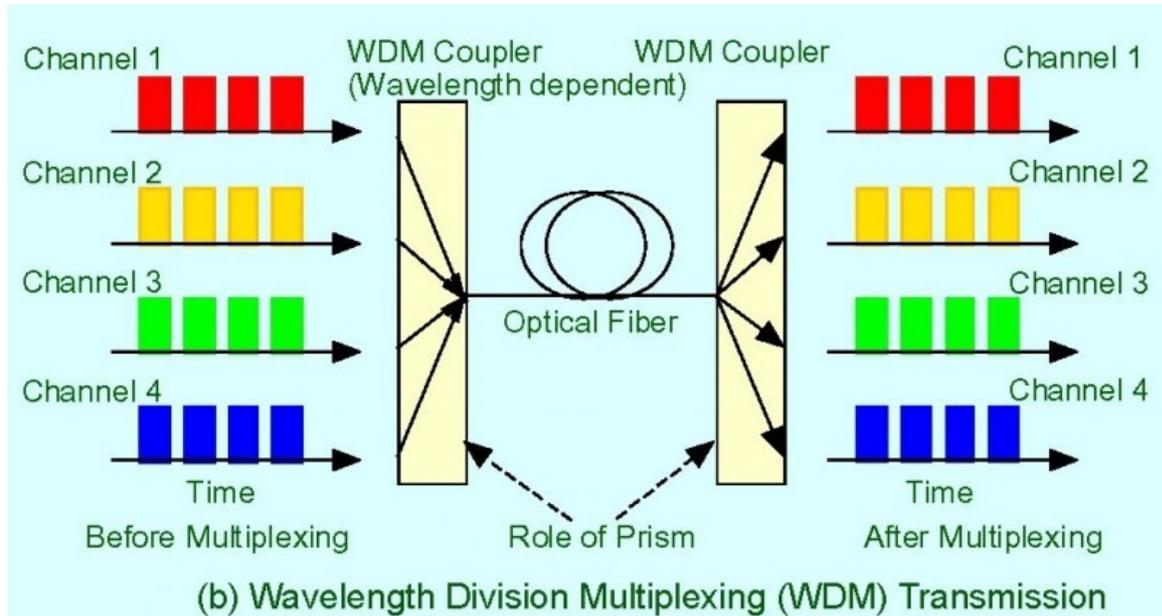
Os sistemas de telecomunicações empregam muito a TDM que permite o uso eficiente do canal de transmissão. Os backbones das redes nacionais e de muitas redes metropolitanas, utilizam o sistema de transmissão chamado de SDH (Hierarquia digital síncrona) o qual corresponde a uma multiplexação TDM. Tanto o sistema telefônico como a internet utilizam desses backbone para o envio e o recebimento de mensagens.

### 3 WDM

Nos sistemas ópticos os sinais são transmitidos por pulsos de luz. Para diferenciar esse tipo de transmissão daquelas que utilizam sinais elétricos, convencionou-se representar o espectro de transmissão das comunicações ópticas em função do comprimento de onda ( $\lambda$ ).

Nas transmissões ópticas também são empregados sistemas de multiplexação, além da TDM é utilizada a multiplexação por divisão de comprimento de onda WDM, a qual corresponde a FDM no domínio óptico.

Cada canal irá trafegar na fibra óptica, o meio de transmissão desse sistema, em um comprimento de onda diferente. É comum a representação dos canais com cores diferentes, porém ressalta-se que a luz utilizada nas transmissões ópticas é invisível, correspondendo a faixa do infravermelho do espectro eletromagnético.



O uso da fibra como meio de transmissão apresenta duas grandes vantagens sobre os cabos metálicos e a comunicação via micro-ondas no espaço aberto: a baixa atenuação e a grande largura de banda (BW). Além dessas vantagens nos sistemas ópticos vários componentes são passivos, não precisam de alimentação elétrica o que facilita sua instalação no ambiente externo. Um exemplo desses elementos passivos são os multiplexadores e demultiplexadores ópticos, os quais são construídos pela fusão de fibras ou dispositivos semicondutores.



*Multiplexador óptico fabricado através da fusão de fibras ópticas*

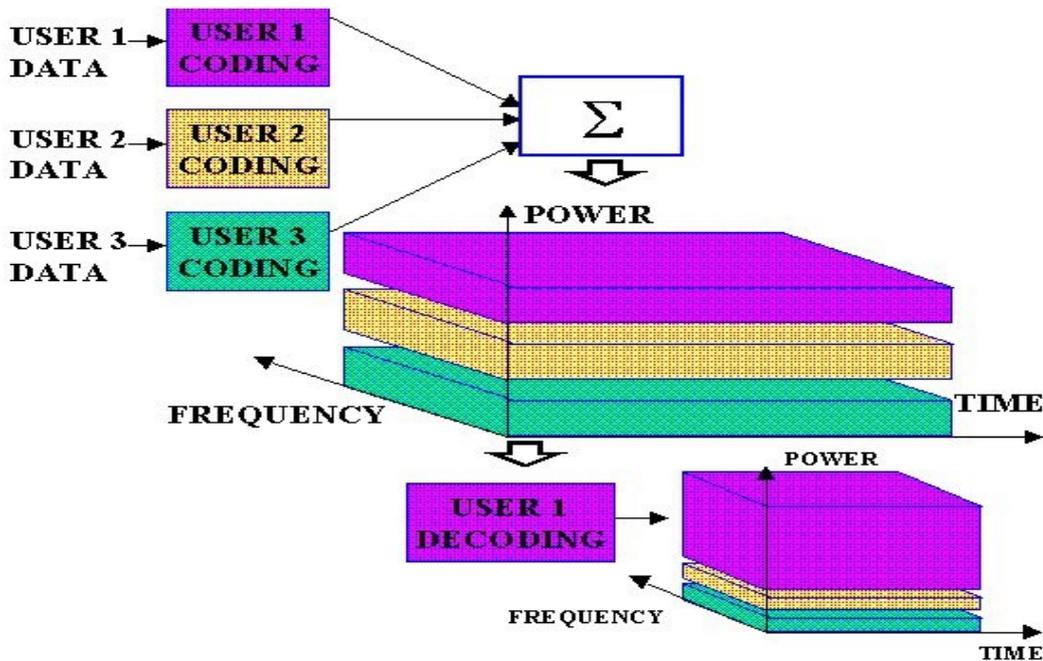
#### 4 CDM

Na multiplexação por divisão de código, mais conhecida como CDMA (Acesso ao meio por divisão de código) cada transmissor transmite com um código diferente. Podemos fazer uma analogia da CDM com o que ocorre numa sala com várias duplas tentando conversar ao mesmo tempo. Quando todos falarem ao mesmo tempo, a conversa de uma dupla atrapalha a de outra, muitas vezes impedindo a transmissão de informação. Essa situação é minimizada se cada dupla conversar em uma língua diferente, a primeira em português, a segunda em inglês, a terceira em mandarim ... Cada dupla entenderá

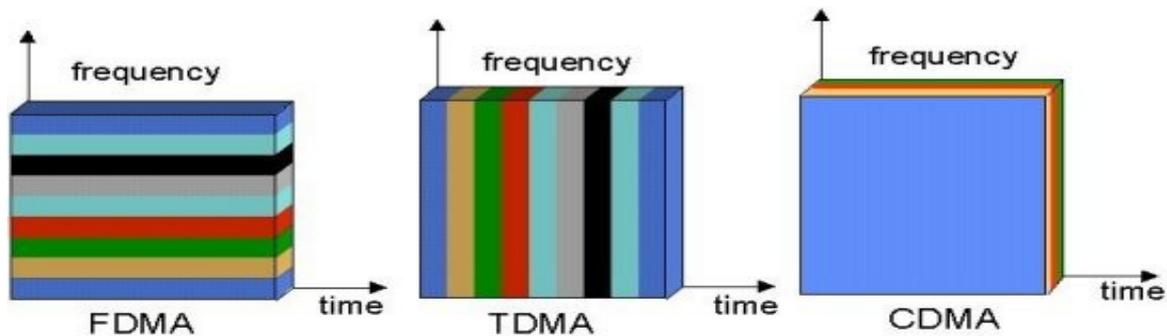
com mais facilidade a sua conversação pois tratará as outras falas como ruído a ser rejeitado.

Na CDMA cada par transmissor-receptor se comunicará com um código específico, o qual será utilizado para filtrar a informação contida na sinal transmitido.

A CDMA foi amplamente empregada na telefonia celular.



*Esquema mostrando a CDM, observe o uso do mesmo código pelo canal USER 1. O receptor reconhece o código e amplifica o sinal recebido*



*Uso do espectro de frequência e do tempo pelas três técnicas de multiplexação*

## 5 Usos da multiplexação nos sistemas de telecomunicações

Um mesmo sistema de telecomunicações pode empregar mais de uma técnica de multiplexação. Nos backbones nacionais e nas redes PONs (redes ópticas passivas) empregadas para interligar os usuários finais as concessionárias, ambos compostos por enlaces de fibra óptica são empregadas a WDM e a TDM. Na telefonia celular no sistema GSM (Global System for Mobile Communications) emprega a FDM e a TDM.