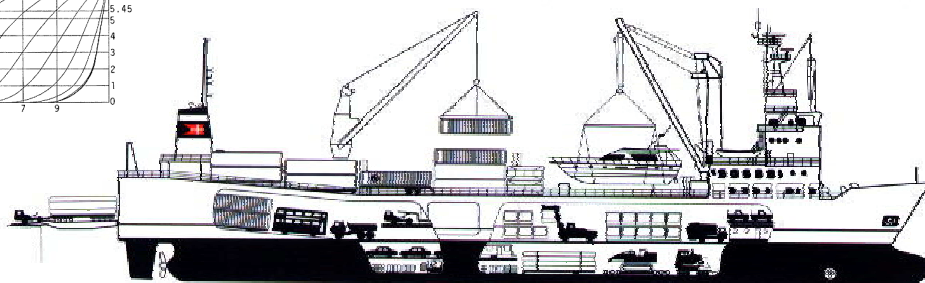
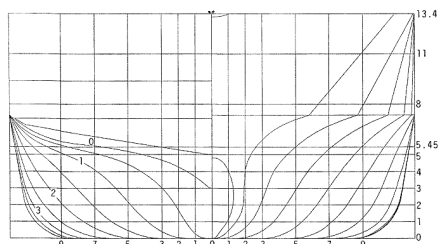
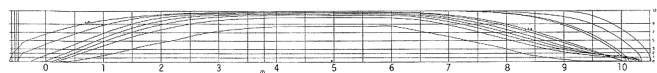


Arquitectura Naval



António José S.C. Cacho, ajcacho@tecnico.ulisboa.pt

Tiago Alexandre Rosado Santos

Sérgio B. N. Ribeiro e Silva

5 de Novembro de 2014

Índice

1	Introdução	4
2	Caracterização física do navio	7
2.1	Plano Geométrico	9
2.2	Dimensões principais do navio	12
2.3	Coefficientes de forma do navio	14
2.4	Minuta de traçado	16
2.5	Pesos do navio	18
2.5.1	O deslocamento do navio e as suas componentes	18
2.5.2	O centro de gravidade do navio	19
2.5.2.1	Cálculo do centro de gravidade	19
2.5.2.2	Movimentação de pesos	21
2.5.2.3	Embarque e desembarque de pesos	22
2.6	Exercícios	23
3	Cálculo das propriedades hidrostáticas da carena	25
3.1	Introdução	25
3.2	Métodos de integração numérica	26
3.2.1	Método dos rectângulos	28
3.2.2	Método dos trapézios	28
3.2.2.1	Implementação linearizada do método dos trapézios	29
3.2.3	Primeiro método de Simpson	31
3.2.4	Outros métodos de integração numérica	32
3.2.5	Erros de integração	33
3.2.6	Síntese	34
3.3	Integrais geométricos do navio	34
3.3.1	Introdução	35
3.3.2	Área da baliza A_{Baliza}	36
3.3.3	Momento estático M_{yy} da baliza	37
3.3.4	Cota do centróide da baliza Z_{Baliza}	37
3.3.5	Área da linha de água	37
3.3.6	Momento estático M_{yy} da linha de água	37
3.3.7	Abcissa do centro de flutuação x_F	38
3.3.8	Significado físico dos momentos	38
3.3.9	Momentos de inércia I_{yy} e I_{xx} da linha de água	38
3.3.10	Simplificações devidas à simetria do navio	39
3.4	Cálculo das propriedades hidrostáticas da carena	39
3.4.1	Volume de carena	40
3.4.2	Domínio de integração com balizas	41
3.4.3	Momento estático M_{xoy} da carena, usando as linhas de água	41
3.4.4	Momento estático M_{yoz} da carena, usando as linhas de água	42
3.4.5	Momento estático M_{xoy} da carena, usando as balizas	42
3.4.6	Momento estático M_{yoz} da carena, usando as balizas	42
3.4.7	Centro de carena	43
3.5	Cálculo da área molhada da carena	43
3.5.1	Perímetro da linha de água	43
3.5.2	Perímetro da baliza	44
3.5.3	Área molhada S_{LA} , usando as linhas de água	44
3.5.4	Área molhada S_{Ba} , usando as balizas	44

3.6	Exercícios	44
3.7	Aplicações em documentos do projecto	46
3.7.1	Curva de Áreas	47
3.7.2	Curvas de Bonjean	48
3.7.3	Área Molhada	49
3.7.4	Planos e curvas de capacidades	50
4	<i>Estática de Navios</i>	53
4.1	Pressão Hidrostática	53
4.2	Flutuabilidade do navio	54
4.2.1	Princípio de Arquimedes	54
4.2.2	Deslocamento unitário	55
4.3	Exercícios	56
4.4	Estabilidade transversal	57
4.4.1	Adornamento do navio	57
4.4.2	Tipos de equilíbrio do navio	57
4.4.3	Momento endireitante transversal	58
4.4.4	Raio metacêntrico transversal	59
4.4.5	Momento inclinante transversal	59
4.5	Estabilidade longitudinal	60
4.5.1	Caimento do navio	60
4.5.2	Momento endireitante longitudinal	61
4.5.3	Raio metacêntrico longitudinal	61
4.5.4	Momento inclinante longitudinal	62
4.5.5	Momento de caimento unitário	62
4.6	Determinação empírica do centro de gravidade	63
4.7	Gráfico de carenas direitas	63
4.8	Calado isocarénico	64
4.8.1	Relações entre calados	65
4.8.2	Determinação do calado isocarénico	65
4.8.3	Ilustração da determinação do calado isocarénico	67
4.9	Exercícios	68
5	<i>Ajustamento das características hidrostáticas de carenas</i>	72
5.1	Ajustamento do raio metacêntrico transversal	73
5.2	Ajustamento de LCB	73
5.2.1	Resolução iterativa do ajustamento de LCB	74
5.2.2	Resolução directa do ajustamento de LCB	74
5.3	Exercícios	75
6	<i>Anexo – Raios Metacêntricos</i>	77
6.1	Pequenas rotações isocarénicas	77
7	<i>Anexo – Método de Lackenby</i>	79
8	<i>Glossário</i>	80
9	<i>Respostas a exercícios seleccionados</i>	82
10	<i>Bibliografia</i>	87

1 Introdução

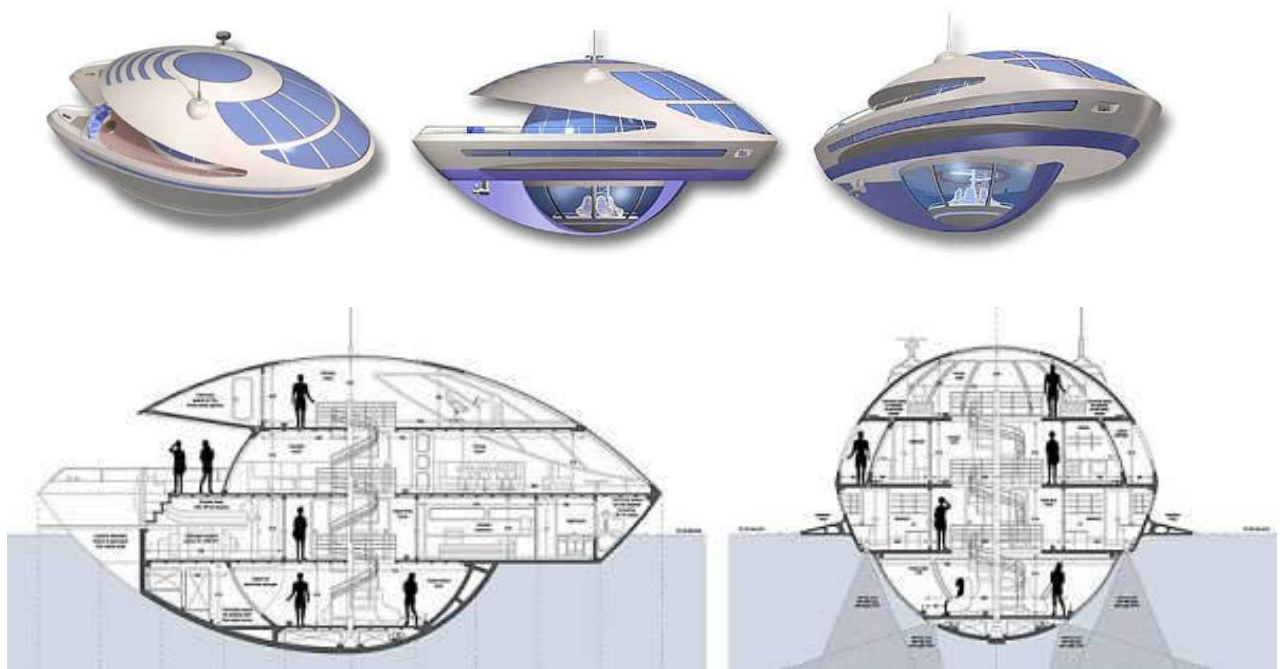


Figura 1 – A Arquitectura Naval é o ponto de partida para a criatividade do engenheiro naval (imagens do projecto de embarcação-habitação Trilobis 65).

A *Arquitectura Naval* é um ramo da engenharia que se ocupa com a ciência e a arte criativa de projectar e construir navios e outros veículos marinhos, de modo que aqueles possam desempenhar a sua missão satisfatoriamente, possuam um comportamento no mar com as características adequadas, sejam seguros, de baixo custo e respeitem o ambiente. Tendo em conta esta definição de *Arquitectura Naval*, pode então definir-se o *Arquitecto Naval* como aquele que possui e utiliza conhecimentos científicos e de engenharia para projectar e construir de uma forma criativa navios e outros veículos marinhos. Pela natureza das funções acima indicadas, o *Arquitecto Naval* está também especialmente habilitado a desempenhar funções no âmbito da operação, manutenção e, sobretudo, reparação desses mesmos navios e veículos marinhos.

Os conhecimentos científicos e, em parte, de engenharia, necessários ao *Arquitecto Naval*, encontram-se englobados na *Teoria do Navio*. Pode dizer-se que a *Teoria do Navio* se preocupa em determinar grandezas que meçam as qualidades náuticas do navio, em estabelecer relações entre estas grandezas e as características do navio, em aceder aos valores numéricos das qualidades náuticas do navio e, finalmente, em aceder aos métodos que permitem alterar as características do navio durante o processo de projecto, de modo a obter a combinação de qualidades ajustada à função do navio. As *Qualidades Náuticas* que um determinado navio deve possuir em maior ou menor grau consoante a sua finalidade e que a *Teoria do Navio* estuda são as seguintes:

Introdução

- **Flutuabilidade** – faculdade de o navio se manter na superfície da água ou, no caso de submarinos, de se manter em equilíbrio em imersão.
- **Estabilidade** – faculdade de o navio recuperar a posição de equilíbrio direita quando dela desviado.
- **Robustez** – suficiência da estrutura do navio para resistir com segurança às acções exteriores a que é submetido quando em serviço.
- **Mobilidade** – faculdade de o navio se deslocar na água tanto em termos de velocidade atingida como de distância passível de ser percorrida sem reabastecimentos.
- **Manobrabilidade** – faculdade de o navio poder manobrar ou evolucionar quer em espaços limitados quer em espaços abertos.
- **Confortabilidade** – conjunto de várias qualidades como seja o caso da suavidade de movimentos no mar, manutenção do convés enxuto, habitabilidade, etc.

De modo a desempenhar eficientemente a função a que se destina, um navio deve ainda possuir outras qualidades para além das qualidades náuticas. Estas chamam-se *Qualidades Operacionais*. No caso de um navio mercante, uma qualidade operacional será a capacidade de carga ou a versatilidade do navio. No caso de um navio de guerra, uma qualidade operacional é, por exemplo, a sua capacidade de combate. Na prática, um navio é dimensionado, projectado e construído com o objectivo de se obter uma proporção adequada de qualidades náuticas e de qualidades operacionais. Essa proporção adequada é a que melhor se adapta, globalmente, à função a que o navio se destina, devendo notar-se que o navio não irá possuir todas as qualidades náuticas e operacionais no seu mais alto grau, mas antes um compromisso entre estas. A necessidade de um compromisso advém do facto de as qualidades náuticas e operacionais do navio se encontrarem profundamente inter-relacionadas, revelando-se muito difícil obter todas as qualidades no seu mais alto grau, num dado navio. Isto, além de ser extremamente dispendioso, revela-se, na prática, impossível, pois estas qualidades exigem, por vezes, medidas absolutamente antagónicas.

Por exemplo, haverá toda a vantagem em embarcar o máximo de carga possível num determinado navio mercante, ou seja, em aumentar ao máximo a sua capacidade de carga (qualidade operacional). Contudo, no geral, uma excessiva quantidade de carga para as dimensões do navio reduzirá as reservas de flutuabilidade e estabilidade e ocasionará um deficiente comportamento no mar, podendo em casos extremos mesmo levar à perda do navio.

O Arquitecto Naval deve assegurar, recorrendo aos seus conhecimentos da Teoria do Navio, que o navio possui, pelo menos, um nível aceitável de qualidades náuticas. Aqueles conhecimentos científicos costumam dividir-se em seis grandes ramos:

- **Estática e Estabilidade.**
- **Resistência ao Avanço e Propulsão.**
- **Resistência Estrutural.**
- **Manobrabilidade.**
- **Dinâmica do Navio.**

- **Vibração e Ruído.**

Por vezes, a Estática e Estabilidade do Navio designa-se por Flutuabilidade e Estabilidade do Navio. É também frequente encontrar-se a Dinâmica do Navio designada como Comportamento no Mar de Navios.

Na Figura 2 relaciona-se a Teoria do Navio com as qualidades náuticas do navio. Pode constatar-se que estas relações não são unívocas, sendo o grau de uma determinada qualidade náutica do navio condicionado por considerações no âmbito de mais do que uma das áreas da Teoria do Navio.

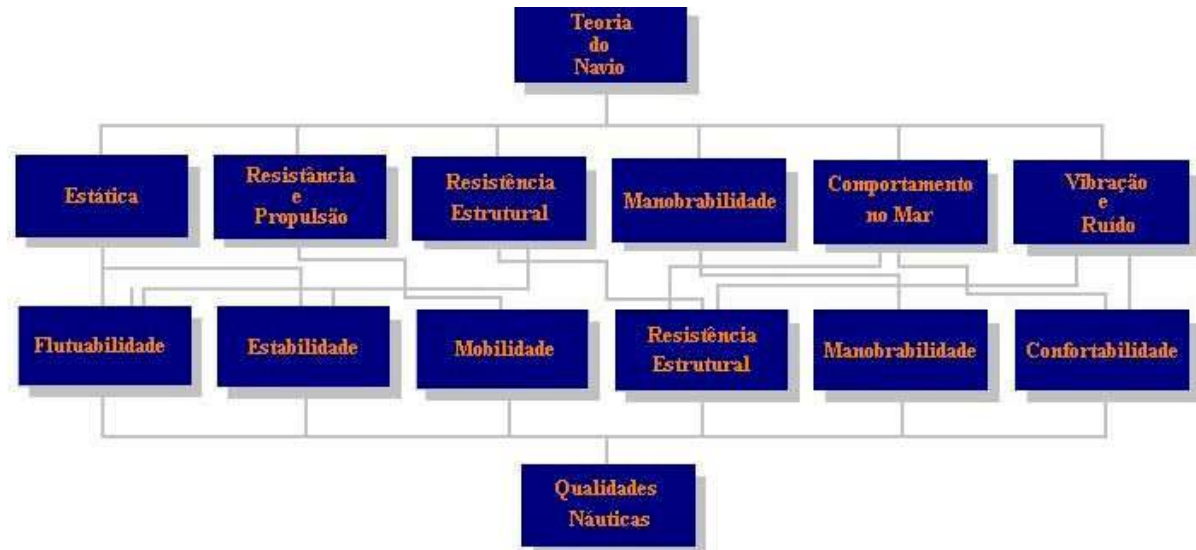


Figura 2 – Ramos da Teoria do Navio e Suas Relações com as Qualidades Náuticas do Navio.

Nos vários ramos da Teoria do Navio procura-se conhecer as relações entre as características do navio e as qualidades náuticas deste. Conhecendo estas relações pode então o Arquitecto Naval projectar um navio com melhores qualidades e desempenho. Para a análise do comportamento do navio são importantes diversas características do navio, tais como as suas dimensões principais, mas também um conjunto variado de outros parâmetros que o caracterizam e que necessitam de ser calculados: coeficientes de finura, razões de dimensões, posição do centro de flutuação, posição do centro de carena, etc. Estes parâmetros dependem da geometria do navio que costuma ser definida através de minutas de traçado e do plano geométrico.

Este curso de Introdução à Arquitectura Naval inicia-se com uma revisão de aspectos ligados à geometria do navio. Segue-se um segundo capítulo dedicado à exposição de métodos de cálculo que permitem obter parâmetros importantes que caracterizam o navio e têm aplicação no âmbito do seu estudo pelo Arquitecto Naval. Finalmente, num terceiro capítulo, aplicam-se esses parâmetros no âmbito de uma primeira introdução a um dos ramos da Teoria do Navio, a Estática do Navio (Flutuabilidade e Estabilidade).

2 Caracterização física do navio

Os navios apresentam tipicamente duas características geométricas importantes: têm um plano de simetria longitudinal e têm o comprimento muito superior às outras duas dimensões principais, a transversal e a vertical. Estas duas características são bem evidentes na Figura 3. No estudo da geometria do navio elas permitem distinguir claramente um sentido longitudinal e um sentido transversal.



Figura 3 – Navio porta-contentores.

A “casca” exterior do navio, que assegura a estanqueidade e o volume necessários ao transporte da carga e dos equipamentos do navio, denomina-se *casco* do navio. É usual distinguir entre a superfície exterior do casco, denominada *superfície fora do forro*, e a superfície interior, chamada *superfície na ossada*. Esta última coincide com a parte interior do casco e a parte exterior das balizas. A diferença entre estas duas superfícies é a espessura do casco, o que em navios metálicos representa alguns milímetros, mas em navios de madeira pode representar vários centímetros. Nos navios de aço é frequente considerar que a superfície do casco é a superfície na ossada, enquanto nos navios de madeira é a superfície fora do forro. A representação da geometria do casco faz-se normalmente pela projecção em três planos ortogonais, das intersecções de planos paralelos aos de referência com a superfície do casco, tal como se mostra nas Figuras 4 e 11. Os planos de referência são:

- **Plano diametral** ou **de simetria** (XOZ) – plano vertical, longitudinal (paralelo ao comprimento do navio), que contém a linha base.
- **Plano de construção**, sobre o qual este o a embarcação é erigida no estaleiro.
- **Plano base** (YOX) – plano paralelo à superfície da água na situação de embarcação carregada, que contém o ponto mais profundo da embarcação. Contém a linha base, em relação à qual se medem os calados. Coincide com o plano de construção, excepto se a embarcação for definida com caímento de traçado.
- **Plano transversal** (ZOY) – plano vertical perpendicular aos dois primeiros, e que contém a origem das abcissas, tipicamente localizada na perpendicular a ré, ou na perpendicular a meio.

- As intersecções (*traços*) do casco nos planos paralelos aos de referência, são figuras que se projectam em verdadeira grandeza num daqueles planos. Consoante o plano a que dizem respeito denominam-se por:
- **Secções transversais** ou **balizas de traçado** (x constante) quando são a intersecção do casco com planos verticais perpendiculares ao plano de simetria. Projectam-se em verdadeira grandeza no plano transversal e são segmentos de recta nos outros dois planos.
- **Secções ou cortes longitudinais** (y constante) quando são a intersecção com a superfície do casco de planos paralelos ao plano de simetria. São projecções em verdadeira grandeza no plano longitudinal e são segmentos de recta nos outros dois planos.
- **Secções horizontais, linhas de flutuação** ou (z constante) quando são a intersecção do casco com planos horizontais perpendiculares ao plano de simetria. Projectam-se em verdadeira grandeza no plano base e são segmentos de recta nos outros dois planos.

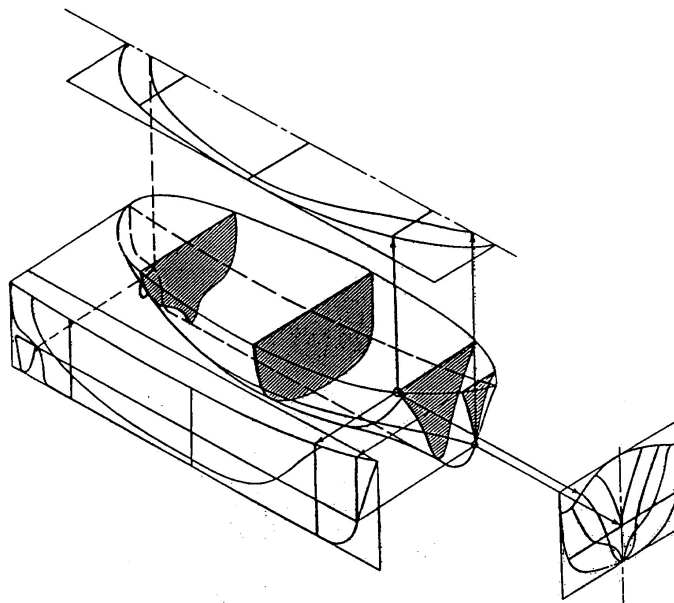


Figura 4 – Projecção em planos ortogonais de cortes do casco.

Costuma fazer-se a distinção entre as *linhas de água de traçado*, que correspondem à posição direita do navio, e as *linhas de água de flutuação* que se obtêm pela intersecção do plano de flutuação real com o casco, o que pode acontecer para posições inclinadas do navio, tanto no sentido transversal como no sentido longitudinal. Da mesma maneira, faz-se também a distinção entre as *balizas de traçado*, abstractas, e as *balizas de construção*, concretas, que são subestruturas físicas do casco.

A *linha de água carregada* corresponde à figura de flutuação que se obtém quando o navio flutua direito e com o máximo de carga em situações de serviço normal. A linha de água mais baixa que se considera no plano geométrico é a *linha base*, que é a intersecção do plano longitudinal do navio com o plano base.

2.1 Plano Geométrico

O conjunto das secções projectadas nos planos longitudinal, horizontal e transversal constitui o *plano geométrico* ou *plano de formas* do navio, dois exemplos dos quais se mostram nas Figuras 5 e 6. As secções que se representam no plano geométrico são normalmente equidistantes entre si, embora nos extremos do navio se incluam, frequentemente, secções espaçadas de metade do normal, de modo a melhor definir as formas do navio nessas áreas onde a geometria varia mais rapidamente. O número de secções incluídas no plano geométrico varia com o país e de estaleiro para estaleiro. Nos nossos estaleiros é frequente utilizarem-se 11 linhas de água numeradas de 0 a 10, correspondendo a primeira à linha base e a última à flutuação carregada. Para definir a forma do navio acima da linha de água carregada utilizam-se ainda mais algumas linhas de água. O número de secções transversais que normalmente se adopta são 21, correspondendo a dividir o comprimento do navio em 20 partes iguais. A baliza que corresponde ao meio do navio denomina-se meio navio, e representa-se pelo símbolo $\boxtimes$, designado vulgarmente por “cágado”. A secção mestra é a secção transversal de maior largura e muitas vezes coincide com o meio navio. Dada a simetria do navio, relativamente ao plano longitudinal é costume desenharem-se meias balizas, sendo usual ter as balizas de vante à direita do traço do plano longitudinal e as de ré à esquerda. As secções longitudinais também são definidas por planos equidistantes, dividindo-se a meia boca em quatro partes.

Para completar a representação da superfície do casco é também necessário representar as linhas de intersecção desta com os pavimentos do navio, o que vai originar linhas com um andamento diferente de qualquer das anteriores. A *linha da borda* é a intersecção da superfície do casco com a superfície do convés principal. As intersecções com as superfícies dos restantes pavimentos chamam-se *linhas dos pavimentos à amurada*. A intersecção do convés com o plano longitudinal é a *linha do convés a meio*. A *linha de construção* é a intersecção do plano de construção com o plano diametral. Muitas vezes a linha de construção é referida ao interior do forro, na ossada, pelo que nestes casos há uma diferença no valor da espessura do forro.

A *linha base* é a linha paralela à linha de água de projecto, que contém a intersecção do plano longitudinal com o ponto mais profundo da superfície da ossada (ou do forro, havendo neste caso um acréscimo na espessura do forro), pelo que coincide com a linha de construção quando não haja caimento de traçado. O ponto de referência para definir a linha de construção pode variar com o tipo e o material de construção, pois atendendo a que certos forros da ossada são bastante espessos (madeira, plástico), em vez da superfície da ossada pode ser necessário considerar antes a superfície exterior do forro (a verdadeira superfície de carena), evitando os erros de aproximação devidos a tomar a carena pela ossada.

A *linha recta do vau* define-se em secções transversais como a recta que une os pontos de intersecção da secção com as extremidades superiores do vau.

Caracterização física do navio

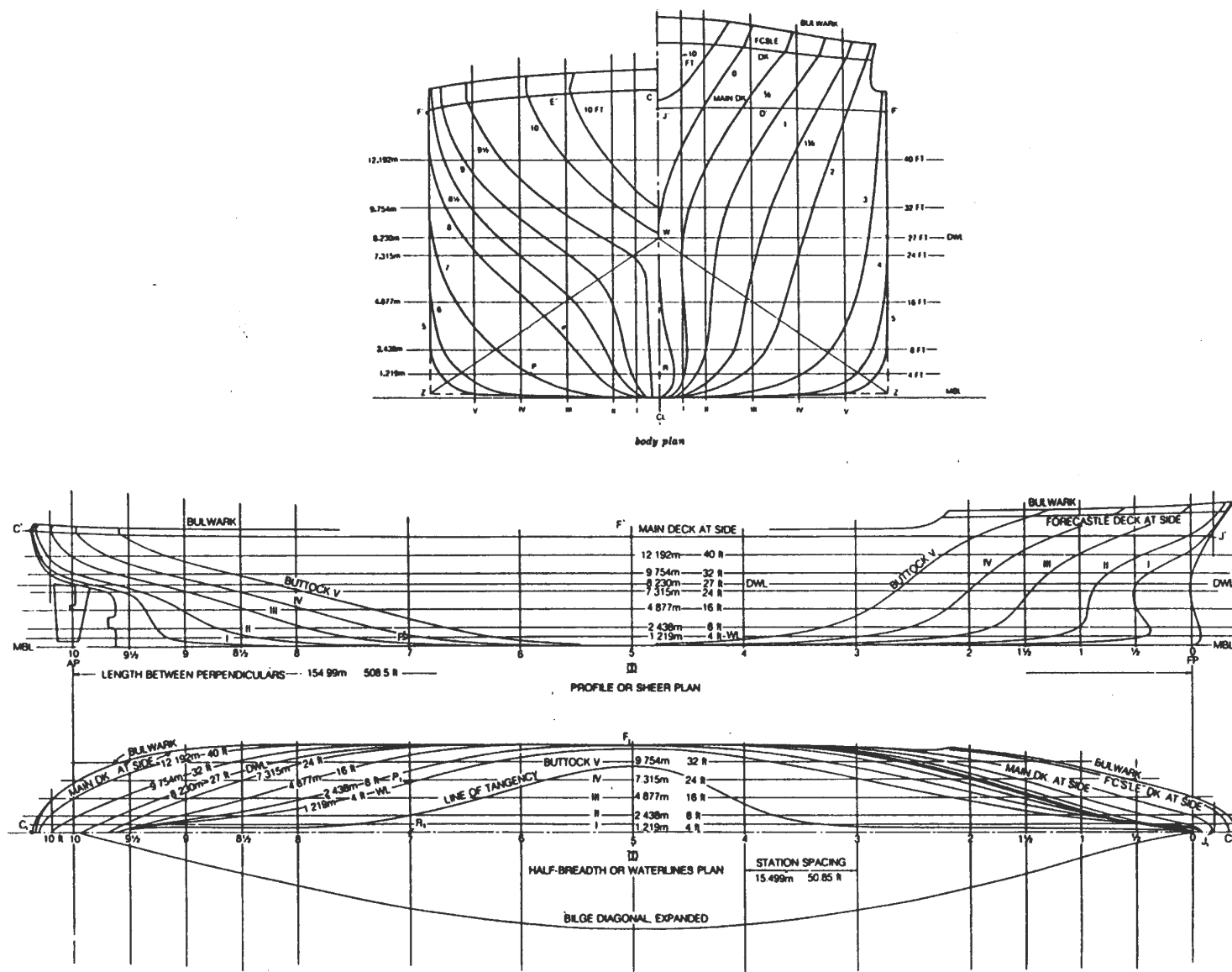


Figura 5 – Plano geométrico de um navio mercante.

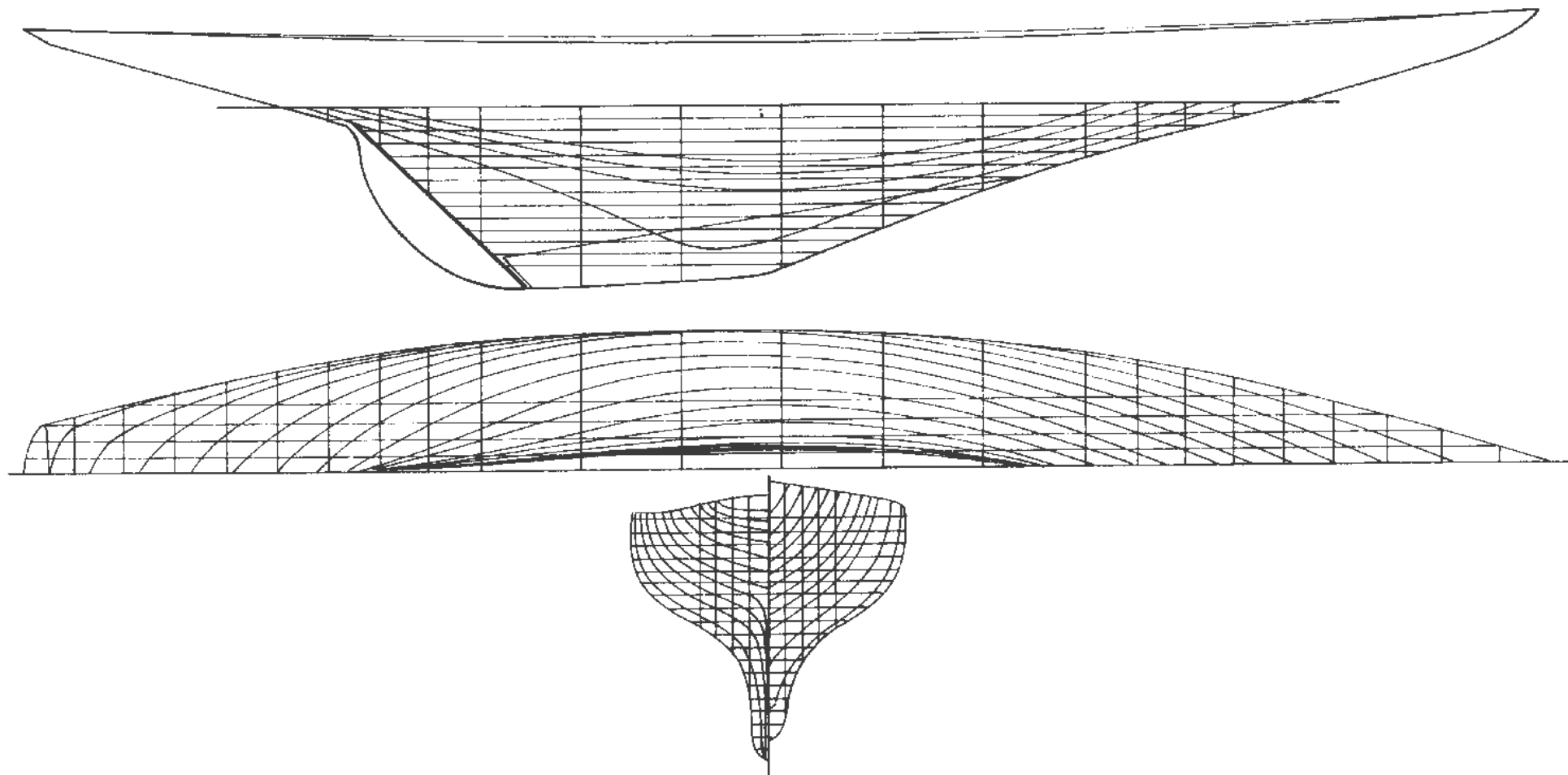


Figura 6 – Plano geométrico de um veleiro de recreio, das décadas de 50/60.

2.2 Dimensões principais do navio

Para se definir com precisão as dimensões principais do navio é necessário caracterizar as linhas de referência na Figura 7. Pelo ponto onde a linha de água carregada intercepta o perfil de proa do navio vai passar uma recta perpendicular à linha base chamada *perpendicular a vante*. A *perpendicular a ré* é definida, em alguns países, como a perpendicular à linha base que passa pela intersecção da linha de água com a popa do navio. No entanto, entre nós, é mais frequente aplicá-la à perpendicular que coincide com o eixo de rotação do leme ou com a face de ré do cadaste do leme. A perpendicular a meio define-se como a linha vertical, existente no plano longitudinal, normal à linha base e equidistante das perpendiculares de vante e de ré. Estas linhas permitem definir o *comprimento entre perpendiculares* como sendo a distância entre as perpendiculares a vante e a ré. Também se define o *comprimento na flutuação*, ou na linha de água, como a distância entre o extremo de vante da linha de água e o ponto extremo a ré da linha de água. Finalmente, define-se o *comprimento total*, ou mais vulgarmente, *comprimento fora a fora*, como a distância entre as perpendiculares que passam pelos dois pontos, mais extremos, a vante e a ré do navio.

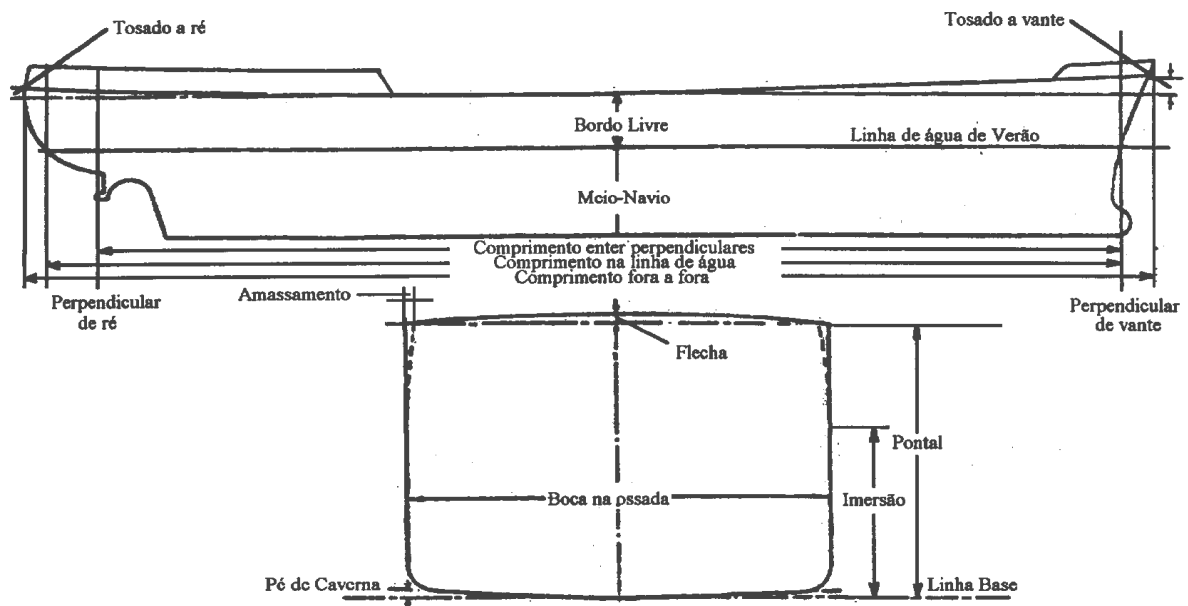


Figura 7 - Dimensões principais de um navio.

A *boca* do navio é a largura da secção mestra, medida no plano transversal e paralelamente à linha base. Distinguem-se a boca na ossada, no forro, na flutuação e máxima consoante os pontos de referência utilizados. Numa secção transversal o *pontal* é a distância vertical entre a linha de construção e a linha recta do vau nessa secção e o pontal de construção é o pontal a meio navio. A *flecha* é a distância vertical entre a linha recta do vau e a linha do convés a meio numa determinada secção transversal.

A *linha de toso* é a projecção no plano de mediania do lugar geométrico das intersecções das rectas dos vaus com o casco do navio, e representa a linha do convés à borda. Considerando agora a linha paralela à linha base que contem o ponto mais baixo da linha de toso, define-se o *tosado* numa secção transversal como a distância vertical daquela recta à

intersecção da recta do vau no plano diametral. Os tosados a vante e a ré são naturalmente os valores do tosado nas secções transversais que existem sobre as perpendiculares a vante e a ré.

A *imersão* do navio numa dada flutuação e numa secção transversal é a distância vertical da linha de construção ao plano da flutuação medida nessa secção. Valores correntemente utilizados são a imersão a vante, a ré e a meio, que são os valores da imersão nas perpendiculares a vante, a ré e a meio navio (Figura 7). Um navio, quando em operação, raramente terá a mesma imersão nas perpendiculares a vante, a ré e a meio-navio, isto é, a sua linha de flutuação estará inclinada em relação ao plano base, conforme se mostra na Figura 8. Este facto leva a definir a imersão a meio, i_m , como sendo a média das imersões nas perpendiculares a vante e a ré, e por consequência, representa a imersão na perpendicular a meio¹:

$$i_m = \frac{i_{AV} + i_{AR}}{2} \quad (1)$$

Por oposição à noção de imersão, mais usada em projecto, o calado é mais usado na operação corrente do navio. Ele excede a imersão na espessura do forro do casco, já que a imersão se mede na face interior do forro, e o calado na face exterior. O calado pode ser muito superior à imersão em navios com forro espesso, como os navios em madeira ou em plástico reforçado a fibra. As marcas de calados dos navios seriam pouco úteis à tripulação se fossem marcas de imersões, pois a embarcação poderia encalhar apesar de flutuar em águas com profundidade maior que a imersão, desde que o forro exceda a diferença. Com frequência os calados representam-se internacionalmente pela letra T , mas em Portugal a letra C poderá também ser sugestiva para a sua representação.

Define-se também caimento de um navio, quando este não tem caimento de traçado, como a diferença entre calados ou imersões nas perpendiculares (Figura 8):

$$d = i_{AV} - i_{AR} \quad (2)$$

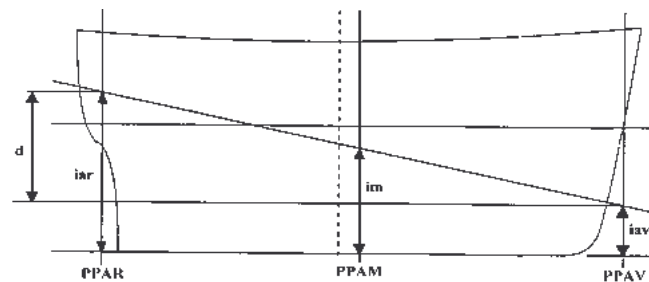


Figura 8 – Navio com caimento.

Tendo em conta esta definição de caimento, conclui-se que se $d > 0$ o navio tem caimento a vante, se $d < 0$ o navio terá caimento a ré.

Quando a linha de construção não coincide com a linha base, conforme se mostra na Figura 9, diz-se que o navio tem *caimento de traçado* ou *de construção*, d_c , sendo então:

¹ Note-se que se define ainda o calado médio como sendo o que se mede na abcissa do *centro de flutuação*, sendo este o mais importante para efeitos da estabilidade do navio.

$$d = i_{AV} - i_{AR} + d_c \quad (3)$$

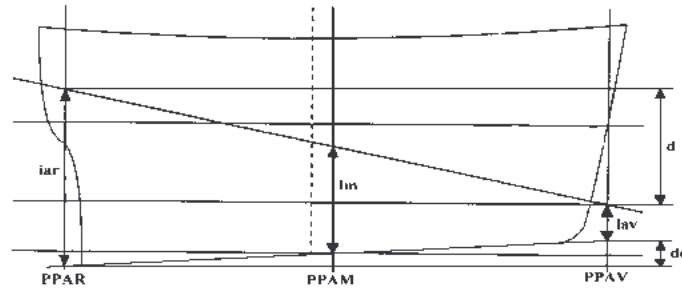


Figura 9 – Navio com caimento e caimento de traçado.

Sempre que exista caimento de traçado, na situação de caimento nulo as marcas de calados não indicarão leituras idênticas. Trata-se de um calado nominal, convencional, considerado conveniente para o navio em causa. Por exemplo, em certas embarcações de pesca o caimento de traçado pode permitir operar o hélice a uma profundidade mais adequada, e manter o convés de trabalho menos enxovalhado.

Note-se que o caimento de traçado se reparte igualmente pelas perpendiculares a vante e a ré e que se trata de uma configuração do navio, isto é, uma característica de projecto do navio, geralmente inalterável após a construção do navio.

2.3 Coeficientes de forma do navio

Os coeficientes de forma são um conjunto de índices que permitem sintetizar algumas propriedades geométricas da forma do navio. Embora a descrição completa da geometria só se encontre no plano geométrico, estes coeficientes são de muita utilidade para estudos preliminares.

Os coeficientes de forma, podem dividir-se em dois grandes grupos, as razões de dimensões e os coeficientes de finura, representados graficamente na Figura 10. No primeiro grupo são de realçar as razões comprimento/boca (L/B), boca/imersão (B/i) e comprimento/imersão (L/i). Os coeficientes de finura representam a razão entre áreas ou entre volumes, servindo de medida do grau de esbelteza da carena. Estes coeficientes de forma variam com o tipo de carena, os valores típicos destas variações são apresentados na Tabela 1.

L/B	4 a 10
B/i	1,8 a 4
L/i	10 a 30
c_f	0,67 a 0,87
c_m	0,70 a 0,98
c_p	0,55 a 0,80
c_b	0,4 a 0,8

Tabela 1 – Gammas típicas dos valores dos coeficientes de forma.

Caracterização física do navio

A *carena* do navio, também designada por *obras-vivas*, é a parte submersa do casco do navio quando este flutua livremente dentro de água numa determinada condição de carga. Consoante a condição de carga em que o navio se encontre, isto é, conforme o seu peso e centro de gravidade, assim a carena irá variar.

Começando por considerar as razões de áreas, define-se o *coeficiente de finura da figura de flutuação* c_f como a razão entre a área da flutuação A_f e a área do rectângulo circunscrito que tem por lados o comprimento na flutuação L_f a boca na flutuação é B_f :

$$c_f = \frac{A_f}{L_f B_f} \quad (4)$$

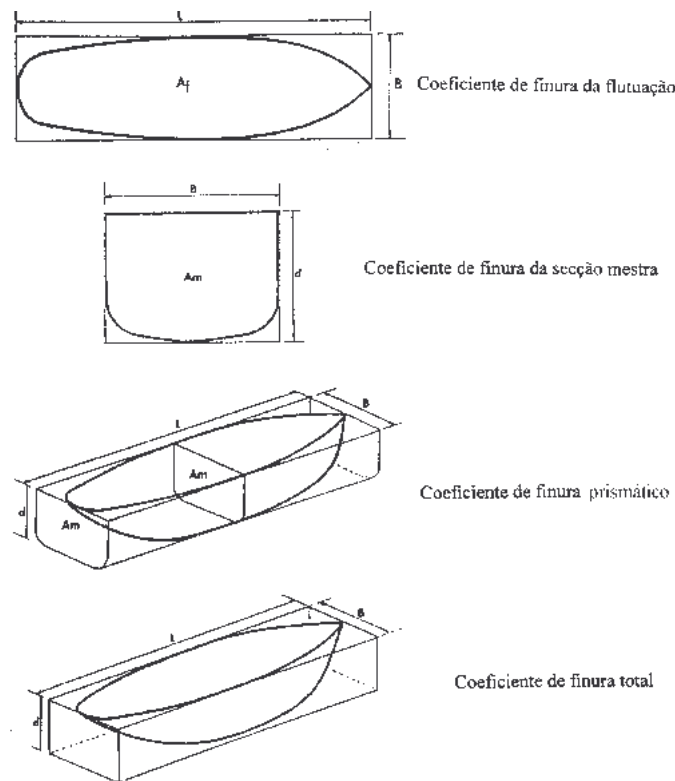


Figura 10 - Coeficientes de finura.

O *coeficiente de finura da secção mestra* c_m é a razão entre a área imersa da secção mestra A_m e a área do rectângulo circunscrito que tem por lados a boca na flutuação e a imersão a meio navio:

$$c_m = \frac{A_m}{B_f i} \quad (5)$$

Para além destas duas razões de áreas existem mais dois coeficientes que resultam de razões de volumes. O *coeficiente de finura total* c_b é a razão entre o volume da carena definida por uma dada linha de flutuação e o volume do paralelepípedo circunscrito com os lados iguais ao comprimento, boca e imersão naquela flutuação:

$$c_b = \frac{V}{L_f B_f i} \quad (6)$$

O coeficiente de finura prismático ou cilíndrico (*horizontal*) c_p é a razão entre o volume da carena definida por uma dada linha de flutuação e o volume do cilindro circunscrito que tem por secção a parte imersa da secção mestra e o comprimento naquela flutuação:

$$c_p = \frac{V}{A_m L_f} \quad (7)$$

Combinando as várias expressões indicadas, é fácil verificar a relação existente entre aqueles coeficientes:

$$c_p = \frac{V}{A_m L_f} = \frac{V}{L_f B_f i} \frac{B_f i}{A_m} = \frac{c_b}{c_m} \quad (8)$$

ou seja:

$$c_b = c_p c_m \quad (9)$$

2.4 Minuta de traçado

A superfície do casco do navio é uma superfície complexa. Ela é constituída por regiões heterogêneas como a popa, a proa, o fundo, o costado, o encolamento, etc. Dada a sua complexidade, a superfície do casco é difícil de definir matematicamente. Tradicionalmente ela tem sido definida por representações das suas secções planas (ver Figura 11), incluindo:

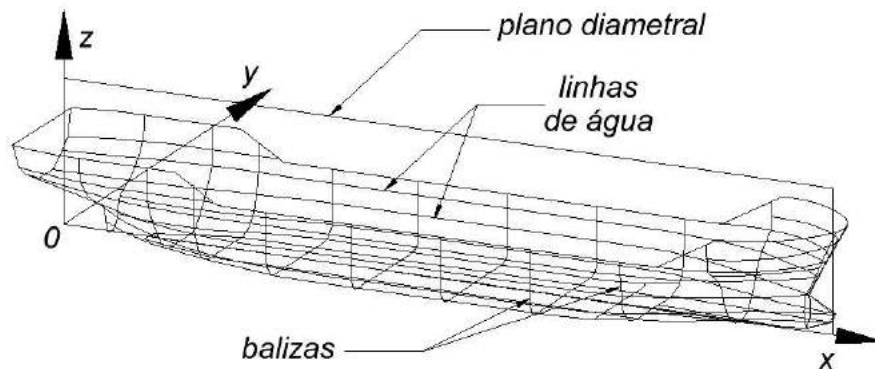


Figura 11 – Referencial na perpendicular a ré, plano diametral e algumas das linhas definidoras do casco.

As linhas de água, que são secções horizontais.

As balizas, que são secções transversais ao navio.

Presentemente, existem três sistemas de representação do casco do navio:

Base de Dados Geométricos contida nos sistemas informáticos de projecto de navios.

Plano Geométrico, que é o desenho do casco do navio segundo os princípios do Desenho Técnico.

A Minuta do Traçado, que é um conjunto de tabelas de coordenadas de determinados pontos da superfície do casco.

Os Planos Geométricos e as Minutas do Traçado são hoje exigíveis pelas autoridades para qualquer navio. É com base nestas últimas que se efectua os cálculos de Arquitectura Naval.

Uma Minuta do Traçado é geralmente formada por tabelas com as coordenadas de determinados pontos da superfície do casco do navio (ver Figura 12). Para se definirem as coordenadas de pontos sobre a superfície do casco, primeiro é necessário estabelecer um referencial. Admita-se que se está a utilizar o referencial representado na Figura 11. Como a origem do referencial está colocada no plano de simetria do navio, a coordenada y só mede meia largura do navio, pelo que é chamada *semi-bocadura*.

A Minuta de Traçado compreende, geralmente, 3 tabelas. A tabela central representa as abcissas (yy) dos pontos de intersecção das linhas de água com as balizas. A ordenada (z) a que cada linha de água foi traçada está assinalada na segunda linha da tabela, e o seu número de ordem vem logo acima. Na primeira coluna indicam-se os números de ordem das balizas, e logo ao lado indica-se a abcissa (x) da baliza.

O pontos das extremidades de cada linha de água formam uma outra tabela mais pequena, colocada abaixo da anteriormente referida. Identicamente, existe uma 3ª tabela com as extremidades das balizas, colocada à direita. É importante notar que estas tabelas mais pequenas aproveitam o alinhamento das linhas de água e das balizas da tabela de semi-bocaduras.

(coordenadas em metros)

Linhas d'Água		0	4	8	10	15				
Balizas	$x \setminus z$	0.000	0.886	1.772	2.215	3.323	z inicial	y inicial	z final	y final
0	0.000	-	-	0.675	1.200	1.400	1.661	0.000	3.323	1.400
2	0.896	0.278	0.375	1.200	1.573	1.545	0.000	0.278	3.323	1.545
10	4.478	1.389	1.834	1.945	1.945	1.945	0.000	1.389	3.323	1.945
18	8.060	-	0.389	0.922	1.111	1.389	0.277	0.000	3.323	1.389
20	8.955	-	-	-	0.000	0.900	2.215	0.000	3.323	0.900
x inicial		0.806	0.762	-0.348	-0.645	-1.240	Dimensões principais Lpp = 8.955 m I = 2.215 m 1/2 B = 1.945 m			
y inicial		0.000	0.000	0.450	0.900	1.150				
x final		7.612	8.283	8.750	8.955	9.851				
y final		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000				

Figura 12 – Uma pequena minuta do traçado, com apenas 5 linhas de água e 5 balizas.

Para a correcta interpretação da minuta recomenda-se que se faça um desenho simplificado da superfície do casco. Neste desenho devem-se indicar todos os pontos, ou pelo menos os pontos que definem o perfil do navio, ou seja, as extremidades das linhas de água e das balizas.

2.5 Pesos do navio

2.5.1 O deslocamento do navio e as suas componentes

Nas alíneas anteriores vimos como se representa a complicada geometria do navio. No entanto, no âmbito da Arquitectura Naval, é também importante o estudo da distribuição dos pesos a bordo do navio. A razão principal para essa importância reside no facto de, pelo Princípio de Arquimedes, se demonstrar que qualquer corpo está em equilíbrio dentro de água quando o seu peso iguala a impulsão hidrostática. Por outro lado, para que haja equilíbrio é também necessário que o peso do navio e a impulsão hidrostática sejam forças de sentido oposto que actuem na mesma vertical, isto é, é necessário que o centro de gravidade tenha a mesma vertical do centro de carena. Voltaremos a este ponto mais tarde.

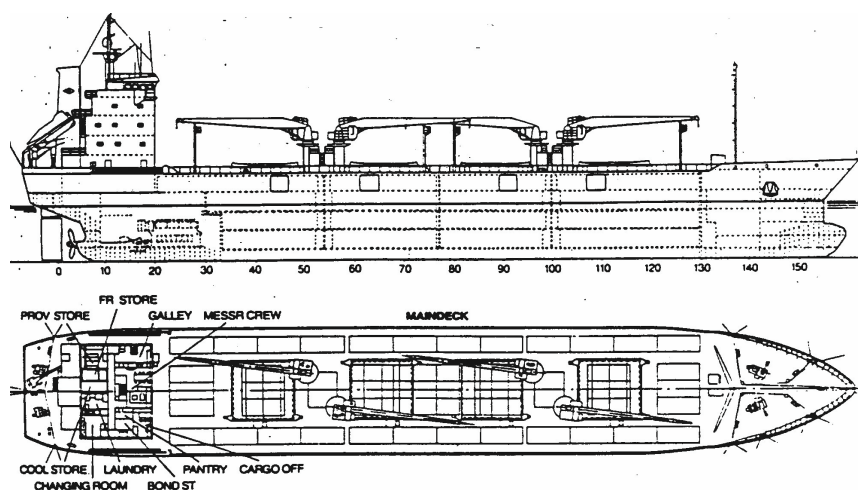


Figura 13 - O arranjo geral de um navio.

Pelas razões acima, o peso e a posição do centro de gravidade de um navio são dois dados essenciais ao estudo da flutuação e equilíbrio do navio. Pelo Princípio de Arquimedes demonstra-se que o navio está em equilíbrio vertical quando o peso do navio é igual à impulsão, a qual por sua vez é igual ao peso do volume do líquido deslocado. Por isso, tornou-se comum chamar deslocamento ao peso de um navio. O *deslocamento* do navio a uma determinada linha de flutuação é o peso da água deslocada pela carena limitada superiormente por essa linha de flutuação.

A conjugação do deslocamento com a impulsão, quantidades que dependem, respectivamente, da distribuição de pesos a bordo e da geometria do navio, determina as características de flutuação e equilíbrio do navio. O deslocamento de um navio é uma variável que depende dos pesos que existem a bordo num dado momento, os quais determinam a linha de flutuação do navio. Mesmo durante uma viagem, em que em princípio não há embarques nem desembarques de pesos, ocorre o consumo de combustível, água e mantimentos, facto que influi de um modo contínuo no valor do deslocamento. Na Figura 13, que mostra um corte longitudinal de um navio, pode verificar-se o grande número de pesos que existem a bordo de um navio: estrutura, superestrutura, máquinas, gruas, etc.

Um navio pode ter diferentes deslocamentos consoante a condição de carga em que esteja. As condições de carga básicas são as de *navio leve* e de *navio carregado*. As estas duas condições correspondem respectivamente o *deslocamento leve* e o *deslocamento carregado*.

Define-se o deslocamento leve do navio (*lightship weight*, P_L) como o seu peso quando lhe retiramos todos os líquidos e sólidos que não fazem parte da estrutura e dos equipamentos fixos. Este deslocamento compreende o casco e acessórios, os equipamento de convés, as máquinas de convés, os aparelhos de carga e manobra, a aparelhagem e apetrechos de navegação, os equipamentos eléctricos e electrónicos, o mobiliário e apetrechamento, as máquinas principais, máquinas auxiliares, encanamentos e todos os líquidos na condição de trabalho, o armamento (navios de guerra), o lastro permanente (se existir), a palamenta, utensílios e ferramentas e os sobressalentes de bordo.

A este peso leve chamaremos *peso leve construtivo*. Tendo em atenção que após a primeira viagem do navio existirá a bordo um conjunto de pequenos pesos que não mais conseguiremos remover deste (como, por exemplo, certos líquidos em circulação na maquinaria), pode definir-se um *peso leve operacional*, que será 2 a 3% superior ao peso leve construtivo. O deslocamento leve (P_L) do navio costuma ser subdividido, na fase inicial de projecto e para fins práticos, em 3 componentes: peso do casco (P_C), peso do equipamento (P_E) e peso da maquinaria (P_M).

Ao conjunto de pesos variáveis, mas necessários a que o navio possa cumprir a sua missão chama-se *porte próprio* do navio (*deadweight*, Dwp). Este consiste nos líquidos para serviço do navio (combustível, óleos, lubrificantes, águas, etc); na tripulação e sua bagagem; nos mantimentos, no equipamento móvel das câmaras, messe e cozinha; nos sobressalentes; nas ferramentas, bem como todos os objectos necessários ao navio para desempenhar a sua missão. O porte próprio depende da autonomia pretendida para o navio e o seu valor não é fixo, embora tenha um valor máximo característico. Ao peso útil transportado (CDW) em mercadorias e passageiros chama-se *porte líquido ou útil* (*net deadweight*). Ao conjunto do porte próprio e do porte líquido chama-se *porte bruto* (DW).

Com o porte bruto a bordo, o navio atinge o seu peso carregado, ou *deslocamento carregado* (D), que é a soma do deslocamento leve com o porte bruto. O deslocamento carregado define-se como o deslocamento do navio completamente carregado, pronto para serviço, isto é, com todos os pesos fixos e variáveis a bordo. Como é evidente, o porte útil e o porte próprio têm valores mínimos e máximos fixados pelas autoridades para cada navio, mas podem variar consideravelmente. O facto de estes dois pesos do navio variarem durante a viagem, cria a necessidade de se avaliar a flutuabilidade e estabilidade do navio em várias condições de carga.

2.5.2 O centro de gravidade do navio

2.5.2.1 Cálculo do centro de gravidade

Vimos na secção anterior que o deslocamento do navio se compõe de um conjunto de componentes que, por sua vez, compreendem numerosos pesos individuais. Assim, o navio pode ser encarado como um sistema de pesos discretos, em que cada um é caracterizado pela

sua magnitude e pelo seu ponto de aplicação. Calculando os momentos estáticos destes pesos em relação a um determinado ponto de referência, pode calcular-se a posição do centróide do sistema de pesos que compõem o navio. Esse centróide costuma designar-se por *centro de gravidade do navio* ou *centro de massa* e constitui um ponto onde se pode assumir que toda a massa do navio está concentrada, ou seja, é o ponto de aplicação da resultante do sistema de forças de gravidade que actuam no navio. O centro de gravidade do navio é portanto um ponto em torno do qual o somatório dos momentos provocados pelas forças de gravidade é nulo.

A posição longitudinal do centro de gravidade do navio é dada pelo quociente entre o somatório dos momentos estáticos dos pesos em relação ao plano yoz (Figura 11) e o somatório dos pesos:

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^n M_{yoz_i}}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (10)$$

A posição transversal do centro de gravidade do navio é dada pelo quociente entre o somatório dos momentos estáticos dos pesos em relação ao plano xoz (Figura 11) e o somatório dos pesos:

$$Y_G = \frac{\sum_{i=1}^n M_{xoz_i}}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (11)$$

A posição vertical do centro de gravidade do navio é dada pelo quociente entre o somatório dos momentos estáticos dos pesos em relação ao plano xoy (Figura 11) e o somatório dos pesos:

$$Z_G = \frac{\sum_{i=1}^n M_{xoy_i}}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (12)$$

A notação vectorial é mais compacta, reduzindo estas 3 expressões a uma única que relaciona a posição tridimensional do centro de gravidade, $\mathbf{G}$, com as posições tridimensionais $\mathbf{r}$ dos elementos que constituem o navio:

$$\mathbf{G} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (13)$$

Sobretudo para muitas embarcações modernas, cujo casco é constituído como um único elemento contínuo (*monocoque*), os somatórios deixam de ser discretos, transformando-se em integrais, sendo o domínio de integração o volume do navio, incluindo as obras mortas:

$$\mathbf{G} = \frac{\int_V \mathbf{r} \, dp}{\int_V dp} \quad (14)$$

2.5.2.2 Movimentação de pesos

Quando ocorre a mudança de posição de um peso existente a bordo de um navio, é também alterada a posição do centro de gravidade do navio. A razão desta alteração prende-se directamente com a deslocação do dito peso, uma vez que esta induz uma modificação no sistema de pesos que constitui o navio.

Consideremos uma movimentação vertical de um peso que designaremos por p , de um ponto g_1 para outro ponto g_2 , conforme se mostra na Figura 14. O peso p é parte integrante do deslocamento do navio. Se assim não fosse, o centro de gravidade estaria em G . O ponto O poderia constituir a origem do sistema de coordenadas, mas essa localização é irrelevante nesta questão.

O centro de gravidade do navio desloca-se de G_1 para G_2 devido à deslocação do peso p . A posição inicial do centro de gravidade é dada por:

$$Z_{G_1} = \frac{p \cdot Z_{g_1} + (\Delta - p) \cdot Z_G}{\Delta} \quad (15)$$

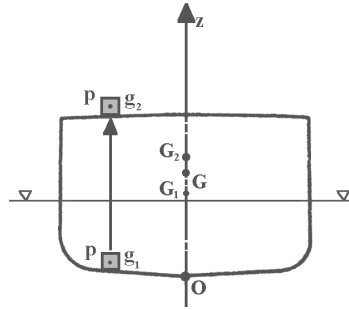


Figura 14 - Movimentação vertical de peso.

A posição final do centro de gravidade é dada por:

$$Z_{G_2} = \frac{p \cdot (Z_{g_1} + g_1 g_2) + (\Delta - p) \cdot Z_G}{\Delta} \quad (16)$$

...Pelo que a distância que o centro de gravidade se move é dada por:

$$Z_{G_2} - Z_{G_1} = \frac{p \, g_1 g_2}{\Delta} \quad (17)$$

Conclui-se assim que a movimentação de um peso p de uma distância $g_1 g_2$, numa direcção qualquer, provoca a movimentação paralela do centro de gravidade do navio dada pela expressão acima.

Rescrevendo esta expressão em termos de variações de momentos estáticos, obtemos:

$$\Delta (Z_{G_2} - Z_{G_1}) = p g_1 g_2 \quad (18)$$

2.5.2.3 Embarque e desembarque de pesos

Quando ocorre o embarque ou desembarque de um peso, altera-se a composição do sistema de pesos a bordo, e consequentemente também se altera a localização do centro de gravidade.

Consideremos o desembarque do peso p localizado em $\mathbf{g}_1$, conforme a Figura 15. Este peso é parte integrante do deslocamento inicial do navio. O ponto $\mathbf{O}$ é a origem do sistema de coordenadas e $\mathbf{G}_1$ é a localização inicial do centro de gravidade.

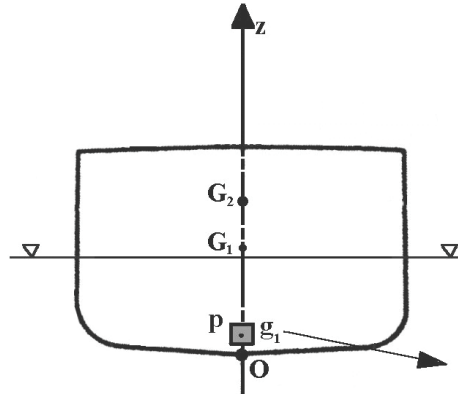


Figura 15 - Desembarque de peso.

A remoção do peso p deixa o centro de gravidade do navio em $\mathbf{G}_2$. Formulando a composição do sistema de pesos de forma a evidenciar a contribuição devida a p , antes do desembarque:

$$\mathbf{G}_1 = \frac{\mathbf{G}_2 (\Delta - p) + \mathbf{g} p}{\Delta} \quad (19)$$

A expressão anterior equivale a:

$$(\Delta - p) (\mathbf{G}_2 - \mathbf{G}_1) = -p (\mathbf{g} - \mathbf{G}_1) \quad (20)$$

Esta equação exprime a igualdade entre a variação de momento estático do sistema (membro esquerdo) e a que é devida à remoção do peso (membro direito), ambos calculados no centro de gravidade inicial. Repare-se nos termos entre parêntesis que representam os braços: o da esquerda representa a migração do centro de gravidade, e o da direita representa uma deslocação virtual de um peso negativo, que cancela o peso a desembarcar. Este peso virtual negativo é inicialmente considerado embarcado no centro de gravidade para não afectar o momento estático, corrigindo apenas o peso do navio, e só num segundo estágio virtual ele é ‘deslocado’ para posição $\mathbf{g}$, onde cancela também o momento estático do peso desembarcado.

Resolvendo-se a expressão 19 determina-se $\mathbf{G}_2$:

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{G}_1 - \frac{p}{\Delta - p} (\mathbf{g} - \mathbf{G}_1) \quad (21)$$

Esta expressão também se aplica a situações de embarque de peso, com a pequena correcção de tornar positivo o momento do peso:

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{G}_1 + \frac{p}{\Delta + p} (\mathbf{g} - \mathbf{G}_1) \quad (22)$$

Em termos de variações de momentos estáticos as expressões 21 e 22 podem ser rescritas da seguinte forma:

$$(\Delta \pm p) (\mathbf{G}_2 - \mathbf{G}_1) = \pm p (\mathbf{g} - \mathbf{G}_1) \quad (23)$$

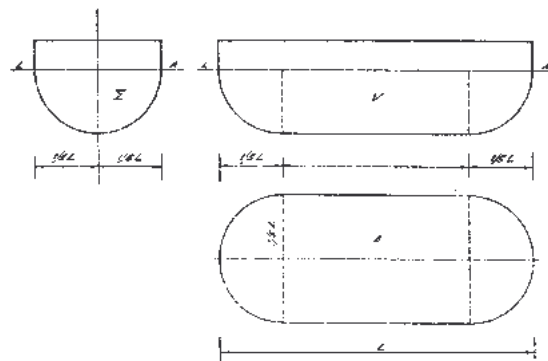
Repare-se como esta expressão traduz a igualdade entre causas e efeitos: a variação de momento estático do sistema iguala a variação de momento estático devida ao embarque/desembarque do peso. Sem perda de generalidade, considere-se o referencial localizado na posição inicial do centro de gravidade. Note-se que a colocação ou remoção de massas no centro de gravidade não altera a posição deste. Assim, considere-se agora que o peso é embarcado/desembarcado em dois movimentos sucessivos: um movimento (virtual) que o coloca ou remove no centro de gravidade inicial, e outro que o desloca da sua posição de estiva de/para o centro de gravidade inicial. Desta forma, o embarque e desembarque podem ser considerados casos particulares de movimentos de massas, nos termos da secção anterior.

2.6 Exercícios

1. Calcule os coeficientes C_b , C_p , C_f e C_m para os navios da tabela abaixo e compare os valores obtidos:

	Rebocador	Ferry	Carga Geral	Carga Geral	Passageiros	Navio-Tanque	Navio-Tanque
Lpp	31.7	47.2	126.5	161.0	201.0	125.0	250.0
B	8.5	13.25	18.9	23.2	28.5	18.9	34.25
I	2.9	2.45	8.0	9.0	9.9	7.3	14.1
V	388	888	12480	21340	35590	13680	101500
A_M	20.50	30.25	144.7	206.2	275	136.59	478.1
A_{LA}	199	468	1960	2801	4385	2070	7750

2. Calcule o raio do encolamento de uma secção mestra de um navio sem pé de caverna nem amassamento, sabendo que a boca do navio é de 35m, a imersão é 14m e C_m é 0.973.
3. Calcule os coeficientes de finura de um batelão cuja carena é mostrada na figura seguinte:



4. Os coeficientes de finura de um navio na linha de água 10 são: $C_b=0.585$; $C_f=0.78$; $C_m=0.88$. O coeficiente de finura da figura de flutuação na linha de água 9 é 0.766. Considere a amurada vertical entre estas duas linhas de água e a variação no

Caracterização física do navio

comprimento de flutuação desprezável. Calcule os restantes coeficientes na linha de água 9.

5. Um navio com 80 m de comprimento entre perpendiculares encontra-se na condição de carga descrita abaixo. Calcule a posição longitudinal (relativa a meio navio) e vertical do centro de gravidade do navio nesta condição de carga.

Descrição	Peso (t)	Abcissa (m)	Cota (m)
Leve	1500	1.0 AR	5.0
Combustível	150	20.0 AR	2.1
Aguada	40	10.0 AR	1.6
Mantimentos	5	10.0 AR	3.6
Lastro	30	30.0 AV	1.6

6. Calcule o desvio do centro de gravidade $dG=\{dG_x \ dG_y \ dG_z\}$ de um navio que desloca $D=1000t$, sabendo que se embarca um peso $p=10t$, estivado na posição $\{25 \ -5 \ -2\}m$ em relação ao centro de gravidade.

3 Cálculo das propriedades hidrostáticas da carena



Figura 16 – Thomas Simpson (1710-1761) dá o seu nome ao mais popular algoritmo de integração numérica; no entanto este já havia sido descoberto 150 anos antes pelo famoso astrónomo Johannes Kepler.

3.1 Introdução

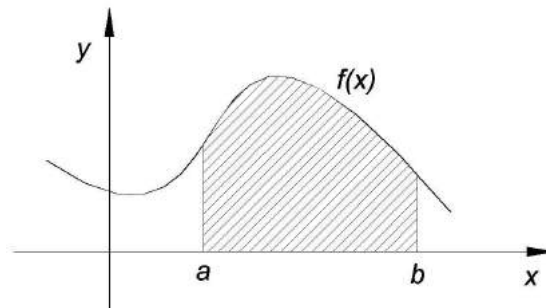


Figura 17 - Integral definido da função $f(x)$.

Designa-se por *integração numérica* o processo de obter valores aproximados para $I(f)$, dado por:

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx \quad (24)$$

A função $f(x)$ é uma função integrável no intervalo $x \in [a, b]$ finito da recta real, e dx é uma variação infinitesimal da variável x . O integral $I(f)$ diz-se definido uma vez que é especificado o intervalo ao longo do qual se faz a integração.

O produto $f(x)dx$ representa uma área elementar, dado que $f(x)$ é a altura de um rectângulo cuja largura é dx . A acumulação das áreas de todos os rectângulos $f(x)dx$ resulta na área tracejada na Figura 17. Portanto, o valor do integral da expressão 24 é o dessa área tracejada.

Note-se que o integral é exacto no calculo da área porque dx é infinitesimal, portanto os rectângulos elementares são tão estreitos que se ajustam perfeitamente à forma da curva $f(x)$. Se em vez de dx tivéssemos uma diferença finita Δx , a acumulação das parcelas $f(x)\Delta x$ já não

daria o valor exacto da área entre $f(x)$ e o eixo dos xx , como se pode ver na Figura 18. Deste modo, apesar do integral ser uma soma *contínua*, constatamos ser possível ser aproximado através da utilização de *somatórios discretos* Σ .

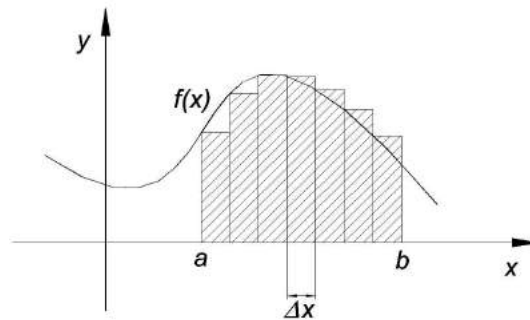


Figura 18 – Área calculada pelo somatório discreto de $f(x)\Delta x$.

Para calcular o valor exacto da área, sempre que $f(x)$ tenha primitiva Pf no intervalo $[a,b]$, o teorema fundamental do cálculo integral diz-nos que:

$$\int_a^b f(x) dx = Pf(b) - Pf(a) \quad (25)$$

A necessidade de ter que se recorrer a métodos aproximados para calcular $I(f)$ ocorre normalmente em duas situações:

- A expressão analítica de f não é conhecida, como acontece quando a carena é definida apenas pelos pontos da minuta do traçado, ou então pelos desenhos do plano geométrico.
- A expressão analítica de f é conhecida, mas a primitiva Pf desta função não o é, e portanto o teorema fundamental do cálculo integral (expressão 25) também não é aplicável.

Para os navios, acrescenta-se que as propriedades hidrostáticas são grandezas calculáveis através de integrais de grandezas básicas da carena, como sejam áreas, volumes, momentos estáticos de áreas e volumes, e momentos de inércia de áreas. No entanto continuamos a poder avaliar todas estas grandezas por aplicação de integrais simples, com a mesma forma da expressão 24.

3.2 Métodos de integração numérica

Nesta secção vamos rever alguns dos métodos mais correntes de integração numérica que permitem resolver as dificuldades acabadas de referir. A solução do problema passa por aproximar a função f por outra função cujo integral seja fácil de calcular. Este objectivo é atingido recorrendo, por exemplo, a polinómios interpoladores de f . Designa-se por p_n o polinómio de grau n que interpola f nos nós $x_1 < x_2 < \dots < x_{n+1}$, pertencentes ao intervalo $[a,b]$.

Assim será razoável esperar que o valor $I_n(f) = I(p_n)$ seja próximo do valor $I(f)$, e que a diferença entre ambos, designada por erro de integração numérica, seja:

$$E_n(f) = I(f) - I_n(f) = I(f) - I(p_n) = I(f - p_n) \quad (26)$$

Naturalmente este erro depende do ajustamento do polinómio interpolador p_n à função f . É importante conhecer pelo menos a ordem do erro de aproximação, pelo que adiante serão apresentadas estimativas da sua grandeza.

Considerando um dado polinómio p_n de grau n , que interpola a função f nos pontos $\{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$, ele pode ser genericamente representado pela expressão 27:

$$p_n(x) = \sum_{i=1}^{n+1} [L_i(x)f(x_i)] \quad (27)$$

Nesta expressão cada factor L_i representa o polinómio de Lagrange associado ao nó i , nos termos da expressão 28:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad (28)$$

Combinando as expressões 24 e 27 obtém-se:

$$I(p_n) = \int_a^b p_n(x) dx = \sum_{i=1}^{n+1} \left[f(x_i) \int_a^b L_i(x) dx \right] \quad (29)$$

Designando por W_i o factor com integral (expressão 31), pode-se obter a formulação mais concisa da expressão 30:

$$I_n(f) = \sum_{i=1}^{n+1} [W_i f(x_i)] \quad (30)$$

$$W_i = \int_a^b L_i(x) dx \quad (31)$$

A expressão 30 é conhecida por fórmula de quadratura. Os termos W_i são designados coeficientes ou pesos. Variando o grau n e a colocação dos nós no intervalo $[a,b]$, obtém-se diversas regras de integração. Repare-se que na expressão 30 o valor exacto do integral é aproximado por uma soma ponderada de valores da função integranda. Esta soma ponderada traduz-se no produto interno do vector de valores da função integranda nos vários pontos, $f(x_i)$, e um vector de factores ponderadores W_i :

$$\int_{a=x_1}^{b=x_n} f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n W_i f(x_i) \quad (32)$$

Vamos pois considerar alguns casos particulares dos métodos de integração, correspondentes a diferentes escolhas de polinómios interpoladores L_i , de que resultam diferentes vectores ponderadores W_i .

3.2.1 Método dos rectângulos

Já vimos que o integral pode ser aproximado por um método que utiliza simplesmente rectângulos, que corresponde a um polinómio interpolador de grau $n = 0$ e que interpola a função f apenas no ponto a . Deste modo $p_0(x) = f(a)$ e o integral é dado por:

$$I_0(f) = \int_a^b f(a) dx = (b - a) f(a) \quad (33)$$

O valor exacto do integral foi neste caso substituído pelo valor da área de um rectângulo com lado $b-a$ e altura $f(a)$.

Se a função estiver definida por mais de 2 pontos, adicionam-se os integrais dos vários segmentos consecutivos. Se o número de segmentos for n , têm-se $n+1$ pontos e o integral resulta em:

$$I_0(f) = \int_{x_1}^{x_n} f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_i) f(x_i) \quad (34)$$

Repare-se que este somatório só está definido até n , mas existe ainda o ponto x_{n+1} . Para determinar um vector ponderador A que tenha dimensão idêntica à do vector de ordenadas da função integranda, acrescenta-se um zero no fim:

$$\begin{aligned} A_i &= x_{i+1} - x_i, & i &\leq n \\ A_{n+1} &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

3.2.2 Método dos trapézios

Este método ajusta melhor a função que o método dos rectângulos, como se pode verificar comparando as Figuras 18 e 19. Ao invés de um polinómio interpolador de grau 0, este método utiliza um polinómio de grau 1, com os nós da função f nos pontos $x_1 = a$ e $x_2 = b$. Portanto, os termos de Lagrange resultam idênticos entre si, de acordo com a expressão 31:

$$\begin{aligned} W_0 &= \int_a^b \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} dx = \int_a^b \frac{x - b}{a - b} dx = \frac{b - a}{2} \\ W_1 &= \int_a^b \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} dx = \int_a^b \frac{x - a}{b - a} dx = \frac{b - a}{2} \end{aligned} \quad (36)$$

A aproximação ao integral (expressão 30) toma então esta forma bem simples:

$$I_1(f) = \frac{b - a}{2} [f(a) + f(b)] \quad (37)$$

Obviamente este método deverá ser preferido ao método dos rectângulos, pois apesar da sua simplicidade algorítmica, é geralmente mais preciso, pois ajusta melhor a curva da função integranda.

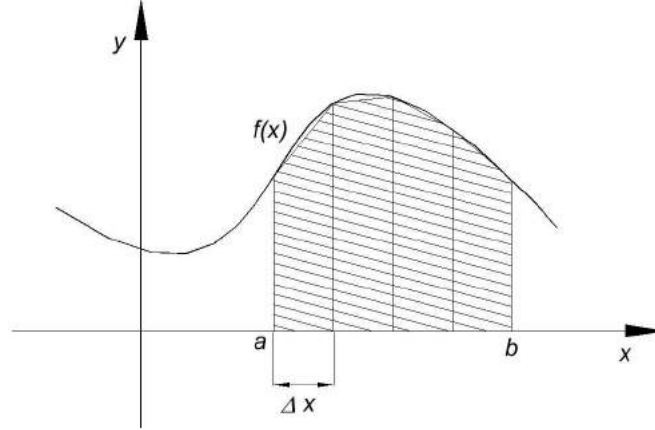


Figura 19 - O método dos trapézios.

Se conhecermos os valores de $n+1$ ordenadas podemos subdividir o domínio de integração (Figura 19) e aplicar repetidamente este método aos pares de ordenadas consecutivas. O valor aproximado do integral delimitado pelas ordenadas $y_i=f(x_i)$, com espaçamento Δx_i (não necessariamente constante), será:

$$\int_{x_1}^{x_n} f(x) dx \approx \frac{\Delta x_1}{2} f(x_1) + \sum_{i=2}^n \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2} f(x_i) + \frac{\Delta x_n}{2} f(x_{n+1}) \quad (38)$$

Os termos inicial e final do vector ponderador W_i têm forma distinta da dos termos interiores ao intervalo de integração:

$$\begin{aligned} W_i &= \left\{ \frac{\Delta x_1}{2} \quad \frac{\Delta x_2 + \Delta x_1}{2} \quad \dots \quad \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2} \quad \dots \quad \frac{\Delta x_{n+1}}{2} \right\} = \\ &= \left\{ \frac{x_2 - x_1}{2} \quad \frac{x_3 - x_1}{2} \quad \dots \quad \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} \quad \dots \quad \frac{x_{n+1} - x_n}{2} \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

Repare-se que os termos do vector ponderador W_i estabelecem uma partição do domínio de integração, pois:

$$\sum_{i=1}^{n+1} W_i = \sum_{i=1}^n \Delta x_i = x_n - x_1 \quad (40)$$

Esta partição verifica-se também noutros métodos, como o dos rectângulos e o de Simpson, que se apresenta de seguida. Um dos aspectos do seu significado é que o vector de W_i representa de facto a discretização do infinitésimo dx .

3.2.2.1 Implementação linearizada do método dos trapézios

Para uma implementação compacta pode-se linearizar explicitamente o método dos trapézios nestes termos:

$$\int_{x_1}^{x_n} f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n W_i f_i = \mathbf{W} \mathbf{F} \quad (41)$$

$$\mathbf{X} = \{ x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n \} \quad (42)$$

$$\mathbf{F} = \{ f_1, f_2, f_3, \dots, f_i, \dots, f_n \}, \quad f_i = f(x_i) \quad (43)$$

$$\mathbf{W} = \frac{\mathbf{u} - \mathbf{v}}{2} \quad (44)$$

$$\mathbf{u} = \{ x_2, x_3, x_4, \dots, x_{i+1}, \dots, x_n, x_n \} \quad (45)$$

$$\mathbf{v} = \{ x_1, x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, \dots, x_{n-2}, x_{n-1} \} \quad (46)$$

Note-se que $\mathbf{v}$ se inicia com uma repetição, e que $\mathbf{u}$ termina com uma repetição.

$$\mathbf{u} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & & \\ 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & \dots & & \\ 0 & 0 & 1 & \dots & & \\ & & & \dots & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & & \\ & & & & \dots & 1 & 0 \\ & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\mathbf{W} = \frac{\mathbf{u} - \mathbf{v}}{2} = \mathbf{X} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & & & \\ 1 & 0 & -1 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & -1 & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & \dots & 0 & -1 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 & -1 \\ & & & & & & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Sendo que $\mathbf{W} = \mathbf{X}^2 \mathbf{W}^* \mathbf{X}$, o algoritmo em Matlab para obter o vector $\mathbf{X}^2 \mathbf{W}$ pode ser:

```
function X2W=trapezW(X)
% Produces the transform from the row vector X to the weight vector
% W=X*X2W, to be used in the trapezoidal integration of Y, as in:
%      integral= ( X * X2W ) * Y';
%      ajcacho@tecnico.ulisboa.pt
n= length(X);
X2W= spdiags( [ ones(n,1), - ones(n,1) ], [-1 1], n, n );
X2W(1,1)= -1;
X2W(n,n)= 1;
X2W= 0.5 * full(X2W);
end
```

Esta função permite uma expressão compacta e explicitamente linearizada dos integrais, apropriada para tratamento simbólico de condições com integrais numéricos. Para outros casos, mais básicos, há que ter em mente que o Matlab tem originalmente a função `trapz` para integrar eficientemente pelo método dos trapézios.

3.2.3 Primeiro método de Simpson

Este método é também conhecido por primeira *regra* de Simpson. Aumentando o grau do polinómio para 2, cada intervalo de integração fica definido por 3 pontos, pois a parábola de 2º grau tem 3 coeficientes a definir. Este método tem a restrição adicional de que x_1 , x_2 e x_3 estejam uniformemente espaçados: $x_2 - x_1 = x_3 - x_2$. Repare-se que com o método dos trapézios, 3 pontos consecutivos poderiam ter espaçamentos irregulares. A expressão resultante da integração da parábola é naturalmente mais complexa que a do método dos trapézios:

$$I_2(f) = \frac{\Delta x}{3} [f(x_1) + 4f(x_2) + f(x_3)] \quad (50)$$

Apesar de ser apenas de 2º grau, este método tem o mérito notável de permitir que se integre exactamente polinómios de 3º grau.

Acontece ainda que os virotes, tradicionalmente empregues no traçado manual de cascos, comportam-se como vigas simplesmente apoiadas, cujas deformadas são curvas de 3º grau. Compreende-se que o método de Simpson seja *exacto na integração de formas traçadas com virotes*². É portanto compreensível a excelente aceitação de que este método desfruta na engenharia naval.

Mas se o virote não for bem utilizado pelo desenhador, por exemplo ao usar pesos muito próximos, tornado os apoios mais encastrados que simples, o grau da deformada é acrescido, tornando inexacto este método de integração. O adequado desempolamento das formas da carena previne estes problemas.

² A área dum polinómio cúbico é invariante numa translação que o centre na origem. O termo cúbico deste polinómio tem paridade ímpar ($f(-x) = -f(x)$), pelo que a sua integração num domínio simétrico dá zero. Portanto *basta um polinómio interpolador de grau 2 para integrar exactamente um polinómio cúbico*, mesmo não sendo exacto a ajustar a curva!

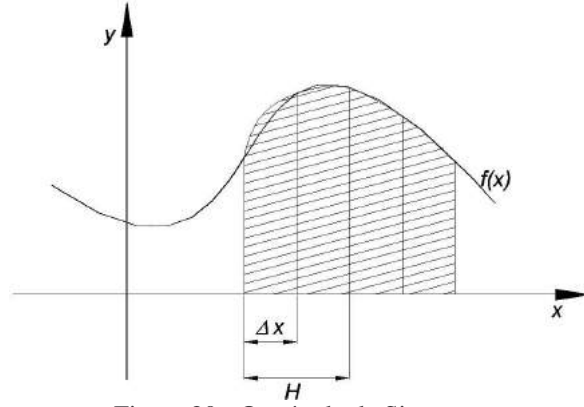


Figura 20 - O método de Simpson.

O primeiro método de Simpson toma a seguinte forma se os 3 nós considerados não forem necessariamente os primeiros:

$$I_2(f)_j = \frac{\Delta x_j}{3} [f(x_j) + 4f(x_{j+1}) + f(x_{j+2})] \quad (51)$$

$$W_j = \left\{ \frac{\Delta x_j}{3}, \frac{4\Delta x_j}{3}, \frac{\Delta x_j}{3} \right\} \quad (52)$$

Estes valores ponderadores W_i devem ser acumulados com os ponderadores dos segmentos adjacentes, que até podem ser integrados por outro método que não o de Simpson. No caso mais simples de se pretender integrar uma curva definida pelos pontos $(x_i, f(x_i))$, com $i \in \{1, \dots, n+1\}$, sendo as abcissas uniformemente espaçadas de $\Delta x = (b-a)/n$, e n ímpar maior que dois, far-se-á a adição dos sucessivos segmentos, obtidos pelo método de Simpson:

$$\sum_{j=1, j < n-1, j=j+3} I_2(f)_j = \frac{\Delta x}{3} \left[f(x_1) + f(x_{n+1}) + 4 \sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i}) + 2 \sum_{i=1}^{i=n/2-1} f(x_{2i+1}) \right] \quad (53)$$

3.2.4 Outros métodos de integração numérica

O segundo método de Simpson (ou *segunda regra de Simpson*) utiliza polinómios interpoladores de 3º grau, o que já exige 4 pontos, x_1, x_2, x_3 e x_4 , uniformemente espaçados. Este método é aplicável quando se tem 4, 7, 10, ..., $1+3k$ pontos igualmente espaçados.

$$I_3(f) = \frac{8\Delta x}{3} [f(x_1) + 3f(x_2) + 3f(x_3) + f(x_4)] \quad (54)$$

Apesar de utilizar polinómios do 3º grau, o segundo método de Simpson só oferece exactidão até ao 3º grau, tal como o primeiro método de Simpson. Como é mais complexo e não tem um desempenho numérico apreciavelmente melhor deve ser preterido em favor da primeira regra de Simpson.

Todos estes métodos têm uma característica comum, que é a de recorrerem a polinómios interpoladores da função integranda em nós equidistantes no intervalo de integração. São por isso designados *métodos de Newton-Cotes*. Quando os pontos x_l e x_{n+1} coincidirem com os extremos do intervalo a e b , as fórmulas dizem-se fechadas; no caso de todos os pontos respeitarem $a < x_i < b$, então designam-se por fórmulas abertas.

A expressão 55 e a Tabela 2 resumem alguns dos métodos de Newton-Cotes. Para informação mais completa sobre estes métodos, e sobre as regras de Gauss, as regras de Gauss-Legendre, e os métodos de integração adaptativa, podem ser consultada as obras de Michel Carpintier (IST 1988) ou de Heitor Pina (IST 1992).

$$I_h(f) = \frac{b-a}{d} \sum_{i=1}^{n+1} [c_i f(x_i)] \quad (55)$$

Tal como podemos constatar, a partir de $n=8$ surgem pesos com sinais positivos e negativos. Esta característica não é muito benéfica sob o ponto de vista dos erros de arredondamento já que promove o aparecimento do cancelamento subtrativo. Por isso, os métodos de Newton-Cotes de grau mais elevado não oferecem grandes vantagens.

n	d	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
1	2	1				
2	6	1	4			
3	8	1	3			
4	90	7	32	12		
5	288	19	75	50		
6	840	41	216	27	272	
7	17280	751	3577	1323	2989	
8	28350	989	5888	-928	10496	-4540

Tabela 2 – Métodos básicos de Newton-Cotes.

3.2.5 Erros de integração

Para orientar a escolha do método de integração que melhor se adapta ao nosso caso é conveniente dispor de estimativas do erro cometido por cada um dos métodos. Tal como é demonstrado nas referências acima indicadas, aplicando o teorema do valor médio para integrais e rescrevendo o polinómio interpolador em função do polinómio nodal Y_n chegamos a uma expressão do erro absoluto cometido no processo de integração numérica por qualquer um dos métodos de Newton-Cotes dada por:

$$E_h(f) = \frac{1}{(n+2)!} f^{(n+2)}(\xi) \int_a^b Y_{n+1}(x) dx \quad (56)$$

Note-se que ξ corresponde a uma abcissas algures no intervalo de integração.

Aplicando esta expressão da estimativa do erro aos métodos de integração mas usuais, verifica-se que o grau de exactidão do método é $n+1$, uma unidade superior ao grau do polinómio usado na construção da regra de integração, conforme é ilustrado na Tabela3.

Os factores de derivada confirmam que o método de Simpson integra exactamente curvas de 3º grau, e que o método dos trapézios é exacto para curvas poligonais (1º grau). Por outro lado, o factor em h permite constatar que uma redução dos espaçamentos para metade rende um aumento de precisão de 4× no método dos Trapézios, e de 16× no método de Simpson. Por isso o método de Simpson é muito mais sensível ao espaçamento dos pontos que definem a curva. Para espaçamentos menores que 1 unidade este termo é menor no método de Simpson, mas para espaçamentos maiores que a unidade, que são frequentes, este termo já se torna maior que o dos Trapézios.

Quando se trate de curvas de grau superior ao cúbico, o método de Simpson deixa de ser exacto e até pode ser menos preciso que o dos Trapézios, se os espaçamentos forem bastante grandes. Isto acontece com minutas do traçado de navios muito grandes. Por exemplo, um navio graneleiro com 250 metros de comprimento pode ter em algumas regiões os pontos das linhas de água separados de mais de 10 metros, por isso o termo do espaçamento no erro do método de Simpson será 100 vezes maior que o do método dos trapézios. Porém, caso tenha havido um correcto despolamento da carena, a quarta derivada de $f(x)$ será geralmente bastante inferior há segunda, o que mitiga ou elimina esta desvantagem.

Método	Grau do Polinómio	Erro Absoluto E_h
Rectângulos (à esquerda)	$n = 0$	$E_h(f) = (b-a)/2 f'(\xi) h$
Trapézios	$n = 1$	$E_h(f) = - (b-a)/12 f''(\xi) h^2$
Simpson 1º	$n = 2$	$E_h(f) = (b-a)/2880 f^{IV}(\xi) h^4$

Tabela 3 – Estimativas dos erros dos métodos compostos de Newton-Cotes.

3.2.6 Síntese

Dada a sua simplicidade e bom desempenho numérico, o primeiro método de Simpson e o método dos trapézios são as fórmulas de Newton-Cotes de utilização mais comum neste tipo de aplicações, e serão a base da integração numérica nesta disciplina.

3.3 Integrais geométricos do navio

Muitas propriedades físicas do navio são de natureza geométrica, como é o caso do volume de carena, do centro de flutuação, ou do centro de carena. É importante notar que os integrais geométricos só se calculam na parte molhada do casco, ou seja, até à linha de água à qual o navio flutua. À parte molhada do casco chama-se *carena* ou *obras-vivas*. Por outro lado, sendo a carena simétrica em relação ao plano da mediania, basta integrar um bordo e multiplicar por dois para obter o total do navio.

As mais importantes propriedades físicas do navio, associadas à sua geometria, são:

O *centro de flutuação*, em torno do qual o navio oscila nos seus balanços. O centro de flutuação é o centróide da linha de água à qual o navio flutua. O navio oscila em torno do seu centro de flutuação, e não em torno do seu centro de gravidade, como faria um sólido livre, ao ser afectado por forças exteriores.

Os *momentos de inércia da flutuação*, que conferem ao navio estabilidade no balanço. Os momentos de inércia são medidas de dispersão das áreas elementares que constituem a linha de água à qual o navio flutua. Quanto mais dispersas ou afastadas estiverem essas áreas mais estável é o navio. Daí o interesse nos catamarans, dado que o afastamento dos seus dois cascos garante uma grande dispersão dos elementos de área das linhas de água.

O *centro de carena*, pelo qual passa a linha de aplicação da resultante das forças de impulsão, que fazem o navio flutuar direito. A resultante das forças de impulsão produzidas pela pressão da água exercida na superfície da carena, é equivalente ao deslocamento do navio aplicado sobre o centro de carena. Portanto, é necessário saber a posição deste para calcular a estabilidade do navio.

O *volume de carena*, que confere ao navio a impulsão que o faz flutuar. O Princípio de Arquimedes afirma que o peso de um corpo flutuante é igualado pelo peso do fluído por ele deslocado. Portanto, o deslocamento é o peso que teria o volume da carena se fosse preenchido pelo fluído.

A *área molhada da carena* é uma propriedade física importante porque é proporcional a uma das componentes da resistência hidrodinâmica ao avanço do navio.

3.3.1 Introdução

Os momentos estáticos permitem calcular os centróides do navio, nomeadamente o centro de carena, o centro de flutuação, e o centro de gravidade. Fazendo uma analogia com a Estatística, pode-se dizer que o centróide é um valor médio ponderado. Por outro lado, os momentos de inércia podem ser considerados análogos à variância da estatística, pois medem a dispersão da população em torno do seu valor médio, sendo a população neste caso constituída pelos elementos de área da linha de água.

Enquanto os momentos estáticos são de 1º grau, os de inércia são de 2º grau:

$$M = \sum r^1 dA \quad (\text{momento estático de uma área}) \quad (57)$$

$$M = \sum r^1 dV \quad (\text{momento estático de um volume}) \quad (58)$$

$$I = \sum r^2 dA \quad (\text{momento de inércia de uma área}) \quad (59)$$

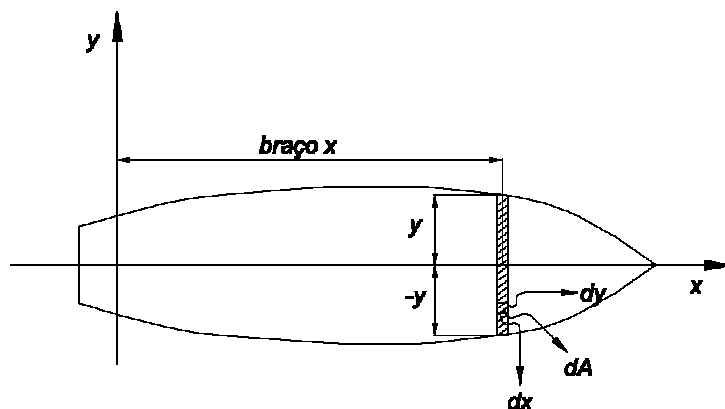


Figura 21 - O momento elementar respeita a uma faixa da linha de água em que o braço é constante.

M representa momento estático, e I indica momento de inércia. Nestas expressões, r chama-se *braço* e representa a distância ao eixo ou ao plano de referência, em relação ao qual se calcula o momento. Os momentos de áreas são referidos a um eixo, os momentos de volumes são referidos a um plano. Muitas vezes este eixo ou plano é indicado em índice no símbolo do momento:

$M_{yoz} \rightarrow$ momento estático em ordem ao plano yoz (o braço é x)

Ou em:

$I_{yy} \rightarrow$ momento de inércia em ordem ao eixo dos yy (numa linha de água o braço seria x , numa baliza seria z)

Note-se que nesta disciplina a inércia só é definida para áreas, mais concretamente para as áreas das linhas de água.

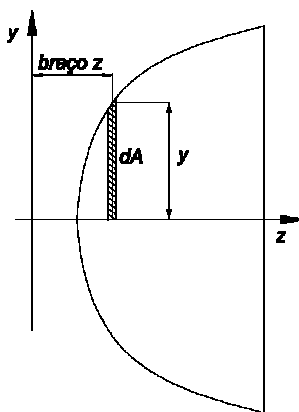


Figura 22 - O momento elementar respeita a uma faixa da baliza em que o braço é constante.

Recapitulando: um momento elementar é a ponderação de um braço ou do seu quadrado, consoante seja estático ou de inércia; o factor ponderador é o volume ou a área elementar localizado na extremidade do braço; o momento total é a soma de todos os momentos elementares.

3.3.2 Área da baliza A_{Baliza}

A área de baliza abaixo da linha de água varia com a imersão considerada:

$$\frac{1}{2} A_{Baliza} = \int_{z \text{ inferior da Baliza}}^{z \text{ da flutuação}} y \, dz \quad (60)$$

Note-se que ydz é a área numa faixa elementar da baliza, sendo y a altura e dz a largura.

3.3.3 Momento estático M_{yy} da baliza

O momento estático M_{yy} de uma baliza é dado por:

$$\frac{1}{2} M_{yy} = \int_{z \text{ inferior da Baliza}}^{z \text{ da flutuação}} zy \, dz \quad (61)$$

Note-se que ydz é a área numa faixa elementar da baliza, sendo y a altura e dz a largura. O braço da faixa elementar é z .

3.3.4 Cota do centróide da baliza Z_{Baliza}

A cota do centróide de uma baliza é dada por:

$$Z_{Baliza} = \frac{M_{yy}}{A_{Baliza}} \quad (62)$$

3.3.5 Área da linha de água

A área da linha de água de um navio é dada por:

$$\frac{1}{2} A_F = \int_{\text{menor } x \text{ da L.A.}}^{\text{maior } x \text{ da L.A.}} y \, dx \quad (63)$$

Note-se que ydx é a área numa faixa elementar da linha de água, sendo y a altura e dx a largura, como na Figura 21.

3.3.6 Momento estático M_{yy} da linha de água

O momento estático M_{yy} da linha de água é dado por:

$$\frac{1}{2} M_{yy} = \int_{\text{menor } x \text{ da Carena}}^{\text{maior } x \text{ da Carena}} xy \, dx \quad (64)$$

Note-se que ydx é a área numa faixa elementar da linha de água, sendo y a altura e dx a largura. Essa faixa tem braço x .

3.3.7 Abcissa do centro de flutuação x_F

A abcissa do centro de flutuação X_F é dada por:

$$X_F = \frac{M_{yy}}{A_F} \quad (65)$$

3.3.8 Significado físico dos momentos

Sendo o braço a distância a um eixo ou plano de referência, se este último for deslocado, o braço toma um valor diferente, o que modifica o momento elementar. Dado que quer o momento estático quer o de inércia mudam com o sistema de coordenadas, então não se pode considerar que os seus valores sejam propriedades do navio. Neste ponto de vista, os valores dos momentos não têm para nós qualquer interesse. Porém, no caso do momento estático ele permite-nos o cálculo dos centróides do navio que são, eles sim, propriedades do navio, como é o caso do centro de flutuação:

$$X_F = \frac{\int x dA}{\int dA} = \frac{M_{yy}}{A_F} \quad (66)$$

Em geral, a localização de um centróide obtém-se pelo quociente dum momento estático pelo volume ou área em que esse centróide se define.

O momento de inércia, como medida de dispersão que é, tem de ter significado físico para o navio. Para isso temos de admitir que ele é calculado no referencial com origem no centróide da linha de água, e cujos eixos se orientam como eixos principais de inércia, ou seja eixos de simetria da linha de água. Este referencial diz-se de inércia. O momento de inércia fica invariante quando calculado no referencial de inércia, pois este é único.

Quando calculamos os momentos de inércia noutra referencial que não o de inércia, temos de corrigir os valores obtidos. Para tal, emprega-se o *teorema de Steiner*. Com este teorema ter-se-á numa linha de água:

$$I_{0yy} = I_{yy} - X_F^2 A_F \quad (67)$$

$$I_{0xx} = I_{xx} - Y_F^2 A_F \quad (68)$$

Note-se que o termo da área multiplicada pelo quadrado da coordenada do centro de flutuação, é ele próprio um momento de inércia: a coordenada do centro de flutuação representa o braço de toda a área da linha de água.

3.3.9 Momentos de inércia I_{yy} e I_{xx} da linha de água

Para uma linha de água curva, as expressões dos momentos de inércia não são tão simplificáveis como no exemplo do pontão:

Cálculo das propriedades hidrostáticas da carena

$$I_{yy} = \iint x^2 dA = \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} \left(\int_{-y}^{+y} x^2 dy \right) dx = \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} x^2 \left(\int_{-y}^{+y} dy \right) dx = \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} x^2 [y]_{-y}^{+y} dx \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_{yy} = \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} x^2 y dx \quad (69)$$

$$I_{xx} = \iint y^2 dA = \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} \left(\int_{-y}^{+y} y^2 dy \right) dx = \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-y}^{+y} dx \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_{xx} = \frac{1}{3} \int_{x \text{ inicial da L.A.}}^{x \text{ final da L.A.}} y^3 dx \quad (70)$$

3.3.10 Simplificações devidas à simetria do navio

Na sua maioria, os navios são simétricos em relação ao plano diametral. Portanto os centróides destes navios estão sobre o eixo dos xx , logo:

$$y_F = 0 \quad (71)$$

$$I_{0xx} = I_{xx} \quad (72)$$

$$M_{xx} = 0 \quad (73)$$

3.4 Cálculo das propriedades hidrostáticas da carena

O navio apesar de ser tridimensional (3D), é frequentemente representado por entidades bidimensionais (2D) como as linhas de água ou as balizas. Por isso é conveniente calcular cada integral 3D usando resultados já anteriormente obtidos para os integrais 2D das linhas de água e das balizas.

Consideremos que M^n representa um momento genérico de ordem n , em que n pode ser 0, 1 ou 2:

$$n = 0 \Rightarrow M^0 = A \text{ ou } V \text{ (consoante se trate de secções ou da carena)}$$

$$n = 1 \Rightarrow M^1 = M$$

$$n = 2 \Rightarrow M^2 = I$$

Cálculo das propriedades hidrostáticas da carena

O integral do momento de ordem n sobre o volume da carena será ou o volume de carena ou o momento estático total da carena, consoante o valor n :

$$\iiint_{\text{Carena}} r^n dv = \int_{z \text{ inferior}}^{z \text{ flutuação}} \left(\iint_{\text{L.A.}} r^n dx dy \right) dz = \int_{z \text{ inferior}}^{z \text{ flutuação}} \left(\iint_{\text{L.A.}} r^n dA \right) dz = \int_{z \text{ inferior}}^{z \text{ flutuação}} M_{\text{L.A.}}^n dz \quad (74)$$

Repare-se que a ordem de integração foi $dy-dx-dz$. Conclusão: os momentos das linhas de água integram-se para obter o momento total da carena. Note-se ainda que $M_{\text{L.A.}}^n dz$ representa um “volume” de altura dz , cuja base tem “área” $M_{\text{L.A.}}^n$.

Se quisermos fazer o cálculo usando balizas em vez de linhas de água, temos de trocar a ordem de integração para $dy-dz-dx$:

$$\iiint_{\text{Carena}} r^n dv = \int_{x \text{ extremo a ré}}^{x \text{ extremo a vante}} \left(\iint_{\text{Baliza}} r^n dy dz \right) dx = \int_{x \text{ extremo a ré}}^{x \text{ extremo a vante}} \left(\iint_{\text{Baliza}} r^n dA \right) dx = \int_{x \text{ extremo a ré}}^{x \text{ extremo a vante}} M_{\text{Baliza}}^n dx \quad (75)$$

Dado que cada baliza tem uma abcissa constante, a variável de integração neste caso é x .

3.4.1 Volume de carena

Para saber o volume de carena há que integrar as áreas das linhas de água ou as das balizas. Estas podem ser decompostas em faixas estreitas, cujas áreas são somadas para obter a área total da secção. A área da linha de água é dada por:

$$\frac{1}{2} A_F = \int_{\text{menor } x \text{ da L.A.}}^{\text{maior } x \text{ da L.A.}} y dx \quad (76)$$

Note-se que ydx é a área numa faixa elementar da linha de água, sendo y a altura e dx a largura, como na Figura 21.

A área de uma baliza é dada por:

$$\frac{1}{2} A_{\text{Baliza}} = \int_{z \text{ inferior da Baliza}}^{z \text{ da flutuação}} y dz \quad (77)$$

Note-se que ydz é a área numa faixa elementar da baliza, sendo y a altura e dz a largura, como na Figura 22.

Assim, o volume de carena calculado através das flutuações (linhas de água) é:

$$\frac{1}{2} \nabla_{Fs} = \int_{z \text{ inferior da Carena}}^{z \text{ da flutuação}} \frac{A_F(z)}{2} dz \quad (78)$$

Note-se que $A_F dz$ é o volume numa fatia elementar do casco, sendo dz a altura e A_F a área da base.

O volume de carena, calculado pelas balizas é:

$$\frac{1}{2} \nabla_{Balizas} = \int_{\text{menor } x \text{ da Carena}}^{\text{maior } x \text{ da Carena}} \frac{A_{Baliza}(x)}{2} dx \quad (79)$$

Note-se que $A_{Baliza} dx$ é o volume duma fatia elementar do casco, sendo dx o comprimento e A_{Baliza} a área da face.

3.4.2 Domínio de integração com balizas

Salvaguardando o rigor físico, o vector de áreas de baliza A_{Baliza} não tem só as balizas de traçado. Ele é acrescido de uma baliza virtual a ré, de área nula, que marca a extremidade de ré do domínio de integração, sempre que esta extremidade não coincida com uma baliza de traçado. E procede-se identicamente com a extremidade de vante. Veja-se o exemplo da Figura 23.

O domínio da integração é toda a gama de abcissas da linha de água em que o navio flutue. Isto aplica-se tanto à integração da curva de áreas como da curva de momentos estáticos, ou qualquer outra grandeza da carena integrada em ordem às abcissas. Se nos extremos da flutuação não coincidirem balizas de traçado, então tem de se definir balizas virtuais, que acrescem o vector de valores da função integranda com valores nulos nos extremos, havendo ainda que inserir as abcissas destas balizas virtuais nos extremos do vector de abcissas de baliza.

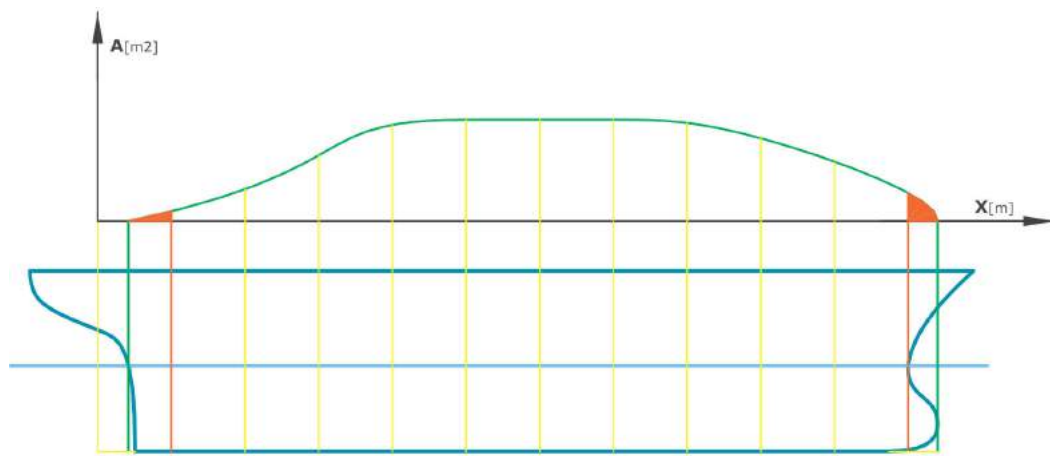


Figura 23 – Erros na definição do domínio de integração: as balizas a verde não são balizas de traçado, mas são necessárias para definir correctamente o domínio de integração da curva de áreas da carena; de outra forma o integral ficaria subestimado no valor das regiões a laranja, pois as balizas extremas passariam a ser as de traçado, aqui representadas a vermelho.

3.4.3 Momento estático M_{xoy} da carena, usando as linhas de água

O momento estático M_{xoy} da carena, usando as linhas de água é:

$$\frac{1}{2} M_{xoy} = \int_{z \text{ inferior da Carena}}^{z \text{ da flutuação}} \frac{z A_F(z)}{2} dz \quad (80)$$

Note-se que $A_{LA} dz$ é o volume duma fatia elementar do casco, sendo dz a altura e A_{LA} a área da base. Esta fatia tem um braço de valor z , pelo que o produto $z A_{LA}$ representa o momento estático elementar. Pode então fazer-se:

$$\frac{1}{2} M_{xoy} = \int_{z \text{ inferior da Carena}}^{z \text{ da flutuação}} \frac{M_{xoy}(z)}{2} dz \quad (81)$$

A função integranda é o momento estático da linha de água que usa o braço z , e que por isso tem de ser calculado para todas as linhas de água *antes* de se integrar a carena:

$$M_{xoy}(z) = z A_F(z) \quad (82)$$

3.4.4 Momento estático M_{yoz} da carena, usando as linhas de água

O momento estático M_{yoz} da carena, usando as linhas de água é:

$$\frac{1}{2} M_{yoz} = \int_{z \text{ inferior da Carena}}^{z \text{ da flutuação}} \frac{M_{yy}(z)}{2} dz \quad (83)$$

Note-se que M_{yy} é o momento estático da linha de água com braço x_{cf} , que é também o braço de M_{yoz} .

3.4.5 Momento estático M_{xoy} da carena, usando as balizas

O momento estático M_{xoy} da carena, usando as balizas é:

$$\frac{1}{2} M_{xoy} = \int_{\text{menor } x \text{ da Carena}}^{\text{maior } x \text{ da Carena}} \frac{M_{yy}(x)}{2} dx \quad (84)$$

3.4.6 Momento estático M_{yoz} da carena, usando as balizas

O momento estático M_{yoz} da carena, usando as balizas é:

Cálculo da área molhada da carena

$$\frac{1}{2} M_{yoz} = \int_{\text{menor } x \text{ da Carena}}^{\text{maior } x \text{ da Carena}} \frac{x A_{Baliza}(x)}{2} dx \quad (85)$$

Note-se que $A_{Baliza} dx$ é o volume duma fatia elementar do casco, sendo dx o comprimento e A_{Baliza} a área seccional. Esta fatia tem um braço de valor x , pelo que o produto $x A_{Baliza} dx$ representa o momento estático elementar. Pode então fazer-se:

$$\frac{1}{2} M_{yoz} = \int_{\text{menor } x \text{ da Carena}}^{\text{maior } x \text{ da Carena}} \frac{M_{yoz}(x)}{2} dx$$

A função integranda é o momento estático da baliza que usa o braço x , e que por isso tem de ser calculado para todas as balizas *antes* de se integrar a carena:

$$M_{yoz}(x) = x A_{Baliza}(x) \quad (86)$$

3.4.7 Centro de carena

O centro de carena é o centróide do volume da carena. As coordenadas não nulas da sua posição obtêm-se por:

$$x_C = \frac{M_{yoz}}{\nabla} \quad (87)$$

$$z_C = \frac{M_{xoy}}{\nabla} \quad (88)$$

O momentos estáticos podem ser obtidos por integração das linhas de água ou das balizas.

3.5 Cálculo da área molhada da carena

A área da superfície da carena é ela própria uma importante propriedade do navio, visto que é proporcional à resistência de atrito hidrodinâmico. Para saber essa área há que integrar os perímetros das linhas de água ou os das balizas, e adicionar a área de eventuais superfícies planas que sejam perpendiculares ao domínio de integração, e que por isso não estejam discretizadas nos perímetros.

3.5.1 Perímetro da linha de água

O perímetro de uma linha de água é dado por (recorde-se a expressão da distância entre dois pontos):

$$\frac{1}{2} P_{LA} = \int_{x \text{ do início LA}}^{x \text{ do fim da LA}} \sqrt{dx^2 + dy^2} \approx \sum_{i=1}^{i=n-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (89)$$

3.5.2 Perímetro da baliza

O perímetro de uma baliza é dado por:

$$\frac{1}{2} P_{LA} = \int_{z \text{ do início da Baliza}}^{z \text{ da flutuação}} \sqrt{dz^2 + dy^2} \approx \sum_{i=1}^{i=n-1} \sqrt{(z_{i+1} - z_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (90)$$

3.5.3 Área molhada S_{LA} , usando as linhas de água

A integração dos perímetros das Linhas de Água é realizada variando a cota z . Por isso permite calcular as áreas de todas as regiões da carena que se desenvolvam verticalmente (ou obliquamente). Porém, não permite calcular a área de superfícies horizontais, como a da Linha de Água 0. Por isso a área desta Linha de Água tem de ser somada à área que é calculada pelo integral abaixo:

$$\frac{1}{2} S_{LA} = \frac{A_{LA0}}{2} + \int_{z \text{ inferior da Carena}}^{z \text{ da flutuação}} \frac{P_{LA}(z)}{2} dz \quad (91)$$

3.5.4 Área molhada S_{Ba} , usando as balizas

A integração dos perímetros das Balizas é realizada variando a abcissa x . Por isso permite calcular as áreas de todas as regiões da carena que se desenvolvam longitudinalmente (ou obliquamente). Porém, não permite calcular a área de superfícies verticais, como a de um possível painel de popa. Por isso a área deste tem de ser somada à área que é calculada pelo integral abaixo:

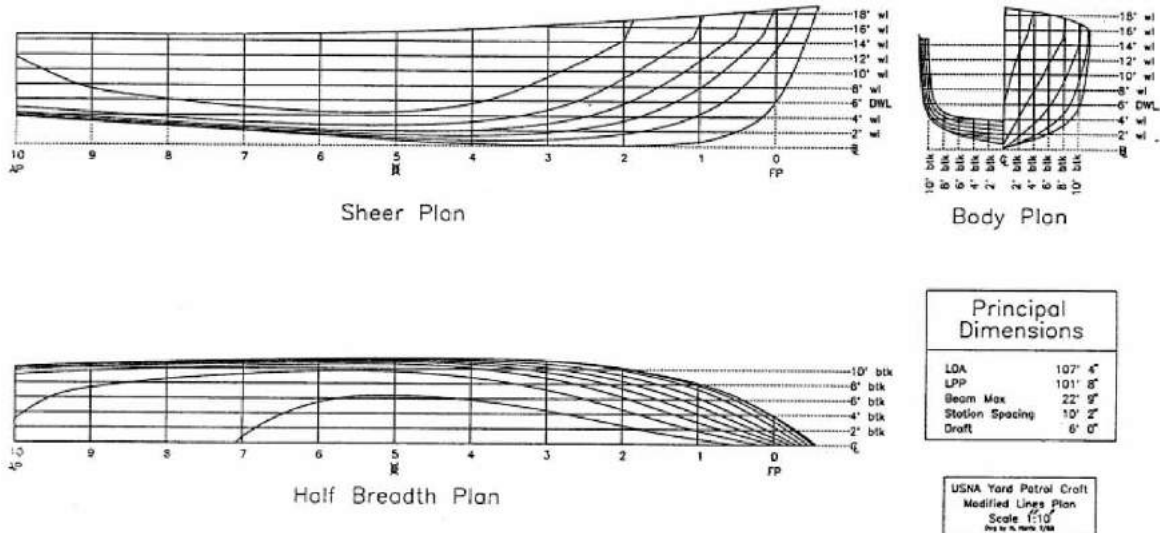
$$\frac{1}{2} S_{Ba} = \frac{A_{\text{Painel de popa}}}{2} + \int_{x \text{ mínimo da Carena}}^{x \text{ máximo da Carena}} \frac{P_{\text{Baliza}}(x)}{2} dx \quad (92)$$

3.6 Exercícios

1. Determine os momentos de inércia da linha de água de projecto da minuta da figura 12.

Exercícios

2. Considere a carena seguinte, referente a um navio de treino da academia naval norte-americana. Note que neste caso o plano geométrico e a minuta apresentam a proa em sentidos opostos. *Bulwark height* é a altura do topo da borda falsa acima da quilha (*keel*). As unidades são o pé (ft ou '), e a polegada (in ou "), sendo esta 25.4mm e um duodécimo daquele.



USNA YARD PATROL CRAFT - TABLE OF OFFSETS

Half-breadths from Centerline (ft)

Stations	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Top of Bulwark	3.85	8.14	10.19	11.15	11.40	11.40	11.26	11.07	10.84	10.53	10.09
18' Waterline	3.72	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16' Waterline	3.20	7.92	10.13	11.15	-	-	-	-	-	-	-
14' Waterline	2.41	7.36	9.93	11.10	11.39	11.40	11.26	11.07	10.84	10.53	10.09
12' Waterline	1.58	6.26	9.20	10.70	11.19	11.32	11.21	11.02	10.76	10.45	10.02
10' Waterline	0.97	5.19	8.39	10.21	10.93	11.17	11.05	10.84	10.59	10.27	9.84
8' Waterline	0.46	4.07	7.43	9.63	10.64	10.98	10.87	10.66	10.41	10.07	9.65
6' Waterline	0.00	2.94	6.25	8.81	10.15	10.65	10.56	10.32	9.97	9.56	9.04
4' Waterline	-	1.80	4.60	7.23	8.88	9.65	9.67	9.25	8.50	7.27	3.08
2' Waterline	-	0.72	2.44	4.44	5.85	6.39	5.46	0.80	-	-	-

Heights Above Baseline (ft)

Stations	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Top of Bulwark	18.50	17.62	16.85	16.19	15.65	15.24	14.97	14.79	14.71	14.71	14.70
10' Buttock	-	-	14.20	9.24	5.63	4.48	4.49	5.11	6.08	7.52	11.75
8' Buttock	-	16.59	9.14	4.82	3.24	2.71	2.77	3.16	3.71	4.36	4.97
6' Buttock	-	11.51	5.65	3.00	2.07	1.88	2.10	2.55	3.10	3.69	4.30
4' Buttock	-	7.87	3.40	1.76	1.32	1.41	1.78	2.30	2.86	3.45	4.08
2' Buttock	13.09	4.36	1.63	0.82	0.73	1.02	1.53	2.10	2.68	3.27	3.91
Keel	6.00	0.66	0.10	0.09	0.28	0.71	1.34	1.95	2.54	3.14	3.76

Waterlines endings from aft perpendicular

	WL 2'	WL 4'	WL 6'	WL 8'	WL 10'	WL 12'	WL 14'
aft	29' 8"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"
forward	96' 6"	100' 2"	101' 10"	103' 1"	104' 0"	104' 11"	105' 8"

2.1. Para as linhas de água de traçado, calcule por meios computacionais:

1.1.1. a curva das áreas das linhas de água, em função da imersão z.

1.1.2. a curva da abscissa do centro de flutuação, em função da imersão z.

Aplicações em documentos do projecto

- 1.1.3. as curvas dos momentos de inércia I_{0xx} e I_{0yy} , em função da imersão z .
- 1.1.4. a curva do volume de carena em função da imersão z .
- 1.1.5. a curva da abcissa do centro de carena, em função da imersão z .
- 1.1.6. a curva da cota do centro de carena, em função da imersão z .
- 1.2. Para as balizas de traçado, calcule por meios computacionais:
 - 1.2.1. as curvas das áreas das balizas, em função da imersão z .
 - 1.2.2. as curvas das cotas dos centróides das balizas, em função da imersão z .
 - 1.2.3. a curva do volume de carena, em função da imersão z .
 - 1.2.4. a curva da abcissa do centro de carena, em função da imersão z .
 - 1.2.5. a curva da cota do centro de carena, em função da imersão z .
- 1.3. Para as secções longitudinais de traçado, calcule por meios computacionais:
 - 1.3.1. as curvas de áreas das secções longitudinais, em função da imersão z .
 - 1.3.2. as curvas das cotas dos centróides das secções longitudinais, em função da imersão z .
 - 1.3.3. a curva do volume de carena, em função da imersão z .
 - 1.3.4. a curva da abcissa do centro de carena, em função da imersão z .
 - 1.3.5. a curva da cota do centro de carena, em função da imersão z .
2. Como explica a discrepância entre os valores do volume de carena e da abcissa e cota do centro de carena, quando são obtidos com linhas de água, com balizas, ou com secções longitudinais?
3. Que valor preferirá assumir para cada uma dessas 3 grandezas, e que estimativa faz para o erros absoluto e relativo desses valores? Represente graficamente estes novos resultados, em função da imersão z .

3.7 Aplicações em documentos do projecto

As regras de integração numérica acima descritas são utilizadas pelo engenheiro naval para o cálculo de certas propriedades da carena, da figura de flutuação e das secções transversais, conforme se viu. Estas propriedades costumam representar-se em forma gráfica, constituindo elementos úteis na fase de projecto do navio e/ou, posteriormente, durante a operação com o navio durante a sua vida útil. Entre esses elementos contam-se a curva de áreas transversais, as curvas de Bonjean e as curvas de capacidades dos tanques do navio.

3.7.1 Curva de Áreas

A *curva de áreas* é um gráfico essencial no âmbito do projecto de navios, tendo especial importância nos aspectos relacionados com o cálculo da resistência ao avanço que o navio vai experimentar quando se encontrar a navegar. A curva de áreas representa a distribuição longitudinal das áreas transversais abaixo de uma determinada linha de água, geralmente a linha de água de projecto. No entanto, podem representar-se curvas de áreas para qualquer linha de água, sendo de salientar que o navio, durante a sua vida útil, irá operar numa grande variedade de condições de carga, e consequentemente com diversas linhas de água. Assim, na Figura 24, as ordenadas da curva representam a área transversal abaixo da linha de água na secção em questão. Por consequência, a área compreendida entre a curva de áreas e o eixo das abcissas representa o *volume de carena* para a linha de água em questão.

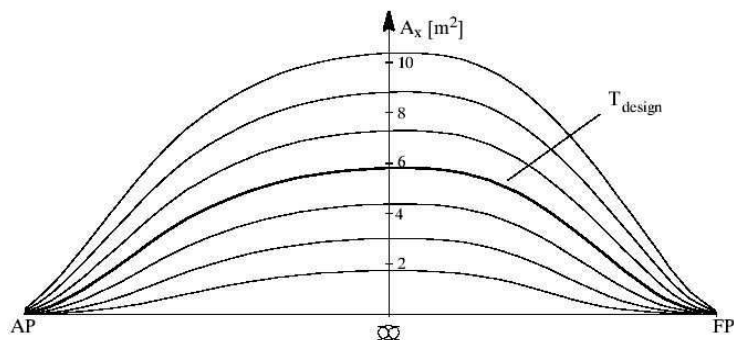


Figura 24 - Curvas de áreas para várias imersões.

A forma da curva de áreas expressa a esbelteza da carena do navio, sendo a carena tanto mais “cheia” quanto a curva de áreas se aproximar de uma linha recta horizontal sobre uma porção substancial do comprimento do navio. Essa parte da curva localizada na região de meio-navio que corresponde a uma linha recta horizontal indica a presença do *corpo médio paralelo* do navio, onde as secções têm forma e área constantes. À porção do navio localizada a vante do corpo médio paralelo chama-se *corpo de vante*. À porção do navio localizada a ré do corpo médio paralelo chama-se *corpo de ré*. As zonas de transição entre o corpo médio paralelo e os corpos de vante e ré, onde a curva de áreas tem maior curvatura (menor raio de curvatura) chamam-se “ombros” do navio.

Convém também referir que a posição longitudinal do centro geométrico da curva de áreas corresponde à posição longitudinal do centro de carena. Por outro lado, a razão entre a área abaixo da curva de áreas e a área do rectângulo que circunscreve a curva de áreas é igual ao coeficiente de finura prismático, c_p .

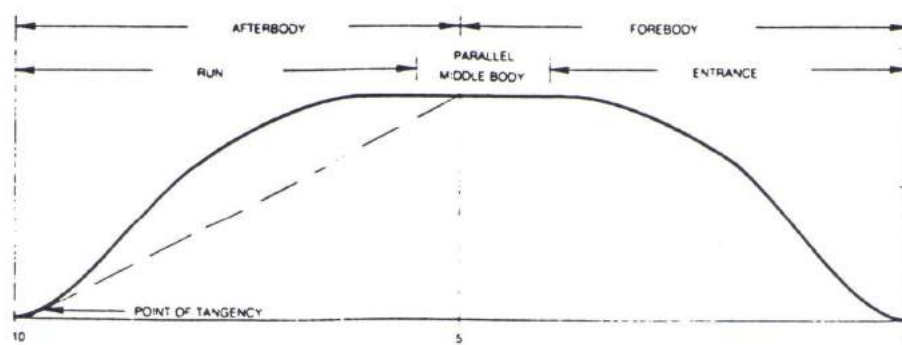


Figura 25 - Zonas das curvas de áreas

3.7.2 Curvas de Bonjean

É também costume calcular as áreas das secções transversais do navio para várias linhas de água diferentes e representar os valores de forma gráfica, originando uma curva. Assim, a cada secção transversal presente no plano vertical do navio corresponderá uma destas curvas, que representa para cada linha de água, indicada no eixo das ordenadas, o valor da área transversal da secção até essa linha de água, sendo este valor lido no eixo das abcissas. Ao conjunto destas curvas para todas as secções transversais contidas no plano vertical chama-se *curvas de Bonjean*, sendo este último nome o de um oficial da marinha francesa do início do século XIX.

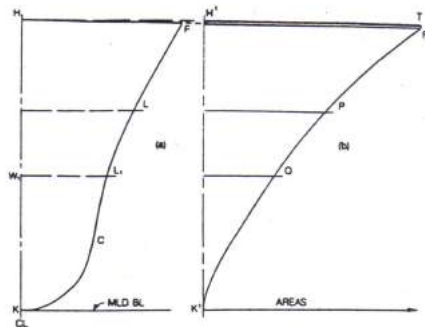


Figura 26 – Baliza e sua curva de áreas.

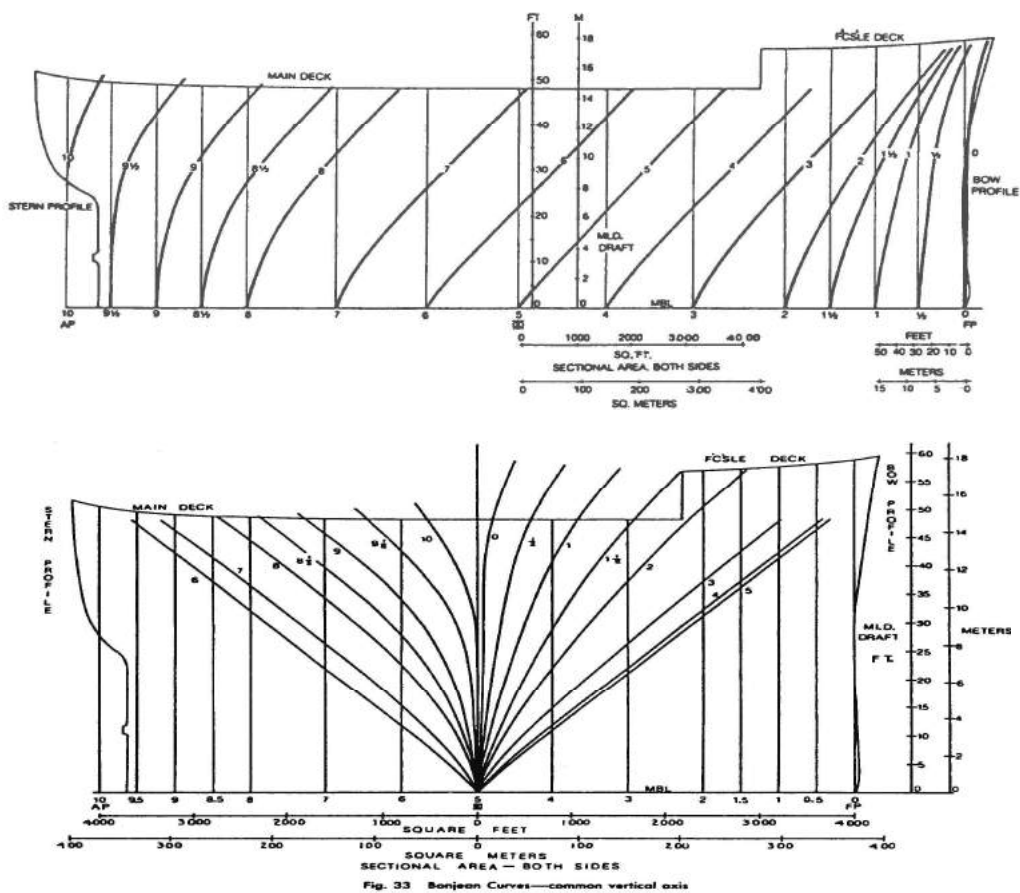


Figura 27 – Representações alternativas para as curvas de Bonjean.

As curvas de Bonjean são representadas sobre o perfil longitudinal do navio na forma indicada na Figura 27. Estas curvas permitem calcular grandezas geométricas da carena, tais como o volume de carena e a posição longitudinal do centro de carena de um navio para qualquer linha de água que se deseje, incluindo linhas de água correspondentes à presença de uma onda. Para tal, basta desenhar o perfil da linha de água sobre a Figura 27 e obter em cada secção a área transversal imersa da secção. O volume de carena é obtido através da integração longitudinal das áreas transversais imersas. No caso de a imersão do navio ser uniforme, a linha de água será uma linha recta horizontal. No caso de a imersão não ser constante, isto é, tendo o navio caimento, a linha de água será uma linha recta com um determinado declive. No caso de se estar em presença de uma onda, a linha de água será uma curva com o perfil da própria onda.

A posição longitudinal do centro de carena pode ser calculada através da integração longitudinal dos momentos estáticos das áreas transversais imersas e sua divisão posterior pelo volume de carena.

3.7.3 Área Molhada

Um navio que flutua a uma determinada linha de água possui uma determinada área de superfície do casco em contacto com a água. A esta área dá-se o nome de *área da superfície molhada*, ou simplesmente *área molhada*.

Esta grandeza é importante quando se pretenda estimar a resistência de fricção causada pelo movimento do navio através da água. É assim comum calcular esta área para várias linhas de água às quais o navio possa vir a encontrar-se durante a sua operação. A superfície molhada pode também ser necessária para estimar a quantidade de tinta necessária para pintar as obras vivas ou a área de chaparia do casco do navio, neste último caso se somada à área acima da linha de água. Esta área permite depois obter o peso da chaparia do casco do navio. É comum a área molhada para as várias linhas de água surgir incluída no Gráfico de Carenas Direitas (ver capítulo 3). É também costume fazer correcções à área da superfície molhada obtida do plano geométrico para ter em conta a superfície molhada dos apêndices do casco (leme, aranhas, enchimentos dos veios, robaletes).

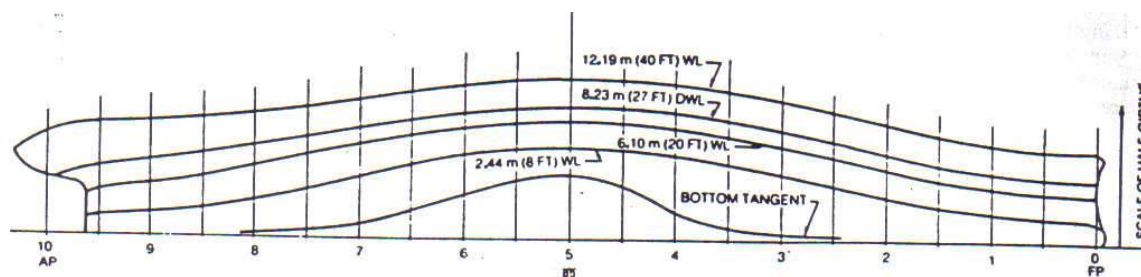


Figura 28 - Curvas de perímetros molhados.

A Figura 28 mostra os perímetros das secções transversais para várias secções ao longo do navio e para várias linhas de água. Para uma determinada linha de água, a integração longitudinal dos perímetros das secções transversais permite obter uma aproximação por defeito da área da superfície molhada. No corpo prismático a área abaixo da curva dos perímetros e acima do eixo das abcissas corresponde à área da superfície molhada.

Afim de poder comparar as superfícies molhadas de diferentes navios, é útil calcular um coeficiente adimensional que relacione a área da superfície molhada com as características básicas do casco. Assim, costuma definir-se o coeficiente seguinte:

$$C_{ws} = \frac{WS}{\sqrt{\nabla L}} \quad (93)$$

WS representa a superfície molhada até à linha de água em questão, ∇ representa o volume de carena e L o comprimento do navio. Os valores normais deste coeficiente compreendem-se entre 2.5 e 3.1 para navios de formas usuais, crescendo os valores à medida que a razão B/T aumenta ou que o coeficiente C_M aumenta. No entanto, existe em geral um mínimo de C_{ws} para valores de B/T entre 2.5 e 4.0.

3.7.4 Planos e curvas de capacidades

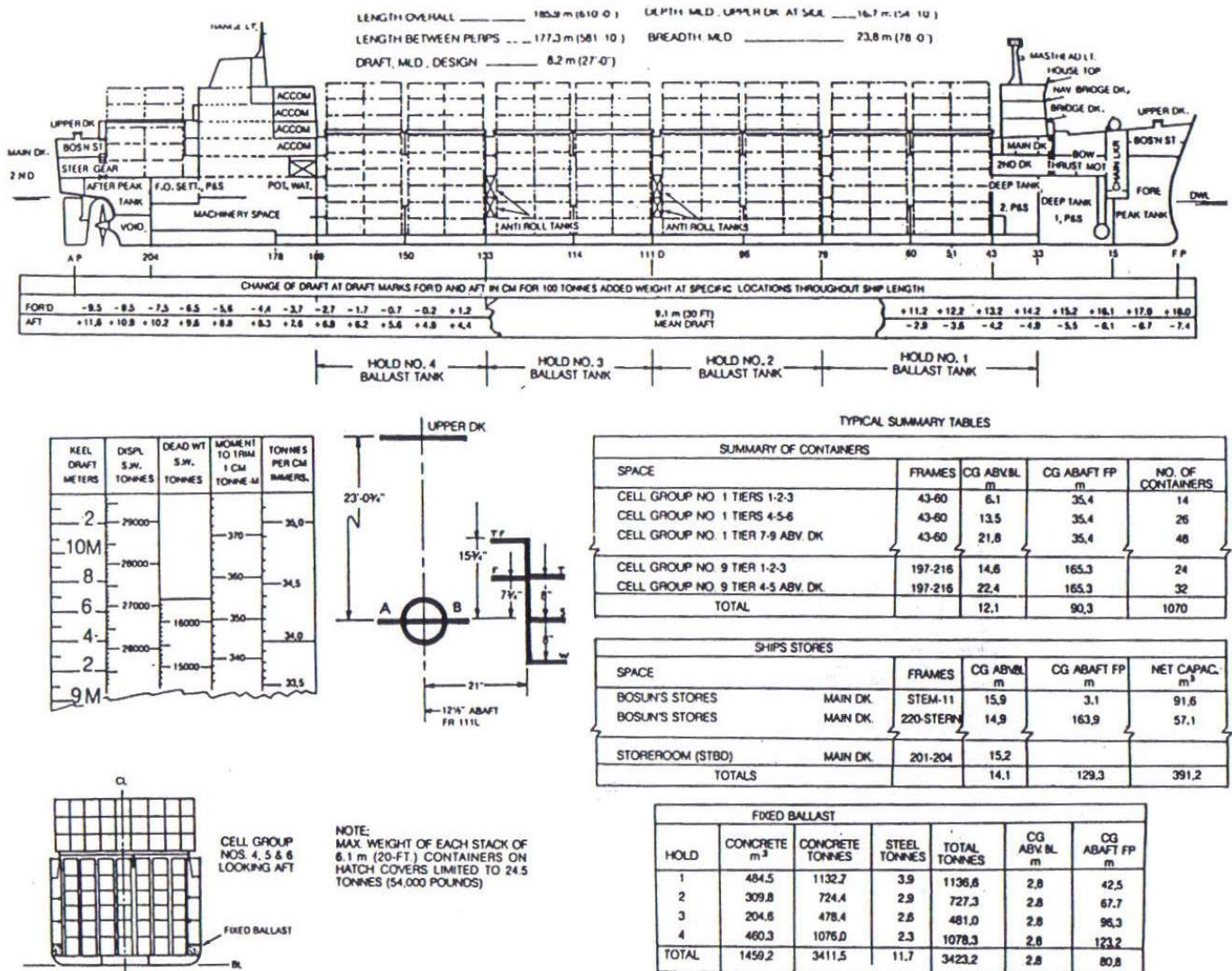


Figura 29 - Plano de capacidades.

A generalidade dos navios de carga possuem o chamado *plano de capacidades*, semelhante ao que se mostra na Figura 29, documento onde são indicadas as capacidades de carga dos vários espaços destinados a carga, a combustível, a água doce, a lastro ou a provisões. A quantidade de detalhes e a disposição dos elementos neste plano de capacidades variam com o estaleiro ou projectista e dependem também dos requisitos do armador. Geralmente, existe um corte longitudinal do navio que mostra a localização dos tanques, paióis e espaços de carga. Frequentemente, existem também planos dos vários pavimentos e cobertas do navio, bem como cortes transversais em certas balizas do navio. O plano inclui também as dimensões principais do navio, bem como quadros com os nomes, localizações, volumes e posições do centróide dos espaços de carga, tanques ou paióis. Finalmente, é também incluída uma escala vertical onde se incluem a imersão, deslocamento, deadweight, deslocamento unitário e momento de caimento unitário (ver capítulo 3) para a gama de imersões entre a imersão leve e a imersão carregada.

Por vezes é preparado um desenho como o da Figura 30, que é em tudo análogo à curva de áreas, as diferenças sendo que as áreas transversais são agora medidas até ao convés principal e subdivididas de acordo com a utilização dos espaços. Note-se que a área de cada paralelogramo no interior desta curva de áreas corresponde ao volume do espaço em questão e que são assinalados no diagrama as sucessivas cobertas do navio e indicados os usos de cada espaço. Este diagrama costuma ser utilizado durante a fase de projecto do navio para fins de verificação dos espaços disponíveis para carga e consumíveis e também para fins de cálculo da arqueação do navio.

Os volumes e centróides de tanques de formas retangulares ou cilíndricas são fáceis de calcular para qualquer percentagem do seu enchimento. Contudo, os tanques possuem geralmente formas irregulares, uma vez que estes tanques se localizam em geral nas zonas do fundo do navio, dos seus costados ou dos extremos da proa e popa. Nesses casos, é comum serem incluídos no plano de capacidades, tabelas ou gráficos contendo o volume, o centróide e os momentos de inércia da superfície livre no interior do tanque, para várias percentagens de enchimento. A Figura 31 mostra um exemplo em que se mostram apenas as curvas correspondentes ao volume do tanque e à cota do centróide do tanque.

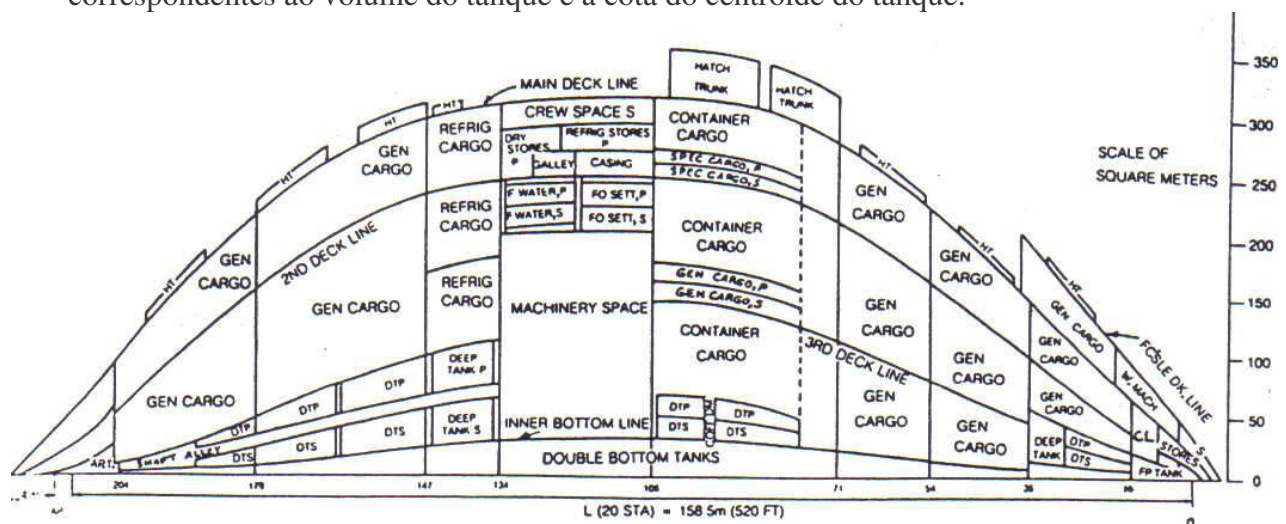


Figura 30 - Curva de áreas e espaços.

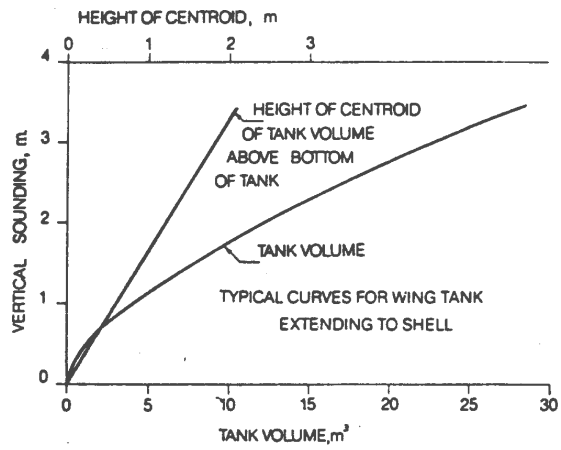


Figura 31 - Curva de capacidade de um tanque.

4 Estática de Navios

Os conhecimentos sobre geometria do navio, distribuição de pesos a bordo e integração numérica adquiridos nos dois capítulos anteriores encontram uma primeira aplicação muito simples num dos ramos da *Teoria do Navio* designado por *Estática e Estabilidade do Navio*. Este ramo preocupa-se com duas qualidades náuticas essenciais a qualquer navio: a *Flutuabilidade* e a *Estabilidade*. A Flutuabilidade do navio é a faculdade de o navio se manter na superfície da água ou, no caso de submarinos, de se manter em equilíbrio em imersão. A Estabilidade do navio é a faculdade de o navio recuperar a posição de equilíbrio direita quando dela desviado.

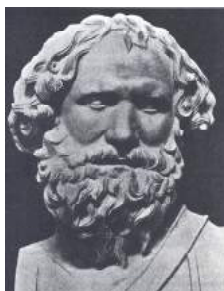


Figura 32 - Arquimedes foi o precursor da Estática e Estabilidade do Navio.

4.1 Pressão Hidrostática

Qualquer navio que flutue na água, está sujeito à pressão exercida pela água que o rodeia. A essa pressão chama-se *pressão hidrostática*. O valor da pressão hidrostática num determinado ponto da carena do navio é dado pela *Lei de Stevin-Pascal*:

$$p_i = p_a + \gamma z_i \quad (94)$$

Nesta expressão z_i representa a profundidade do ponto em questão e p_a é a pressão atmosférica. Esta lei pode enunciar-se do seguinte modo:

“A pressão hidrostática exercida num ponto por um líquido homogéneo e incompressível tem magnitude igual ao produto do peso específico do líquido pela distância vertical do ponto à superfície livre, adicionada à pressão atmosférica que existe nessa superfície livre, e é independente da direcção considerada.”

Como, nos problemas mais usuais, a pressão atmosférica está sempre presente, e exerce-se igualmente sobre todos os corpos, o seu efeito é nulo. Os referidos problemas podem resolver-se considerando não a pressão absoluta, mas aquela que se obtém por subtracção da pressão atmosférica e se designa por pressão hidrostática relativa. Consoante a pressão hidrostática se refira à pressão atmosférica ou ao zero absoluto, assim se denomina por pressão relativa ou absoluta.

Um conceito derivado do de pressão hidrostática é o de *impulsão hidrostática*. Assim, quando um fluído tem como fronteira uma porção de uma superfície (por exemplo, o casco de um navio), pela Lei de Stevin-Pascal exerce a pressão hidrostática sobre essa superfície. A força resultante do

sistema de pressões hidrostáticas que actuam numa determinada superfície denomina-se *impulsão hidrostática* ou, simplesmente, *impulsão*.

4.2 Flutuabilidade do navio

4.2.1 Princípio de Arquimedes

No caso de um navio que flutua livremente na água, a impulsão a que está sujeito obedece ao Princípio de Arquimedes. Este pode enunciar-se da seguinte forma:

“Um corpo imerso, em repouso, numa dada massa líquida, sofre uma impulsão vertical, dirigida de baixo para cima, que passa pelo centro geométrico do volume imerso e é igual ao peso da massa líquida deslocada pelo corpo imerso.”

Este princípio traduz-se pela seguinte expressão matemática:

$$I + \Delta = 0 \quad (95)$$

onde I representa a impulsão hidrostática e Δ o peso do navio. Pode-se verificar a validade deste teorema através da aplicação das condições de equilíbrio a um corpo flutuante.

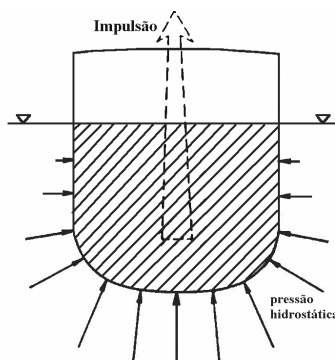


Figura 33 - Equilíbrio de um corpo imerso.

Considere-se o navio da Figura 33 que se encontra imerso num líquido e em equilíbrio. Como esta figura sugere, as componentes horizontais das forças num lado do navio são simétricas em relação ao lado oposto, anulando-se mutuamente e estando por isso em equilíbrio. Quanto às componentes verticais dessas forças, considere-se a porção submersa do casco do navio. Esse volume seria ocupado por água, não fosse a presença do navio. Dado que se admite o estado de equilíbrio, conclui-se que a impulsão tem de ser igual e de sentido oposto ao peso de líquido deslocada pelo navio.

Dado que a impulsão depende só do volume envolvido pela superfície de contorno, quando um corpo é constituído por uma substância de diferente peso específico, o valor da impulsão não se altera, mas o corpo deixa de estar em equilíbrio.

Se a densidade do corpo é maior do que a do líquido o peso é maior do que a impulsão e o corpo afunda-se até tocar no fundo, de onde vai receber uma reacção igual à diferença entre o peso e a impulsão.

No caso contrário, o corpo sobe até à superfície livre, ficando com parte do seu volume fora de água por forma a que o volume submerso vezes o peso específico de líquido seja igual ao seu peso. O corpo encontrar-se-á então a flutuar, sendo este o caso do corpo que estamos a considerar, que é o navio.

Sendo a impulsão igual ao peso do volume de líquido deslocado pelo corpo, o ponto de aplicação da impulsão deverá, naturalmente, coincidir com o centro do volume submerso. Assim, a impulsão hidrostática é uma força vertical, dirigida de baixo para cima, que tem como linha de acção a vertical do centro do volume submerso. No caso de um navio, ao seu volume submerso chama-se *volume de carena* e ao centro geométrico do volume submerso chama-se *centro de carena*. Estas são duas propriedades hidrostáticas importantes da carena do navio e vimos no capítulo anterior como calculá-las. O volume de carena relaciona-se com o deslocamento do navio através de:

$$\Delta = \gamma \nabla \quad (96)$$

4.2.2 Deslocamento unitário

Uma outra propriedade hidrostática importante é o *deslocamento unitário*. Este consiste no deslocamento proporcionado por uma "fatia" horizontal da carena do navio com a cota de 1 centímetro.

Para compreendermos melhor o que este conceito representa, consideremos um navio que flutua em água de peso específico γ . Suponha-se agora que o navio se afunda um pouco mais dentro de água ou emerge um pouco mais à superfície. As razões para uma destas situações não nos importam, podem ser, por exemplo, um embarque de um peso ou um desembarque de um peso. Se a movimentação vertical do navio for pequena, então as variações da figura de flutuação são também pequenas, pelo que é apropriado considerar-se que a figura de flutuação se mantém praticamente inalterada, como se vê na Figura 34.

Neste caso, as variações do volume de carena representam volumes "cilíndricos" com altura Δi e área constante A_F :

$$\delta V = A_F \delta i \quad (97)$$

A correspondente variação do deslocamento será:

$$\delta \Delta = \delta \nabla \gamma = A_F \delta i \gamma \quad (98)$$

Assim, a variação do deslocamento do navio que corresponde a uma variação da imersão de 1 cm chama-se *deslocamento unitário* e pode calcular-se usando a seguinte expressão:

$$D_u = \frac{\gamma A_F}{100} \text{ [ton]} \quad (99)$$

No entanto, uma vez que esta grandeza expressa a variação de deslocamento associada com uma variação de imersão de 1 cm, é mais comum usar unidades de *t/cm*, que têm somente a vantagem de serem explícitas quanto ao significado do conceito de deslocamento unitário. Note-se ainda que o deslocamento unitário depende da área da figura de flutuação, e esta depende da imersão do navio.

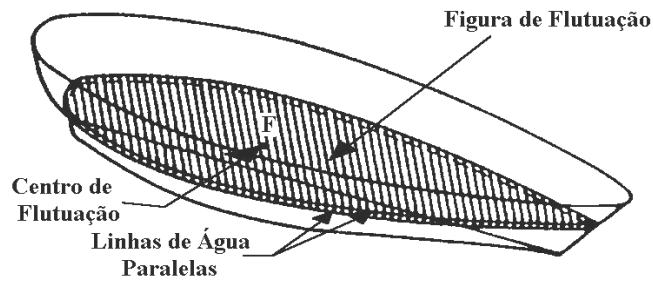
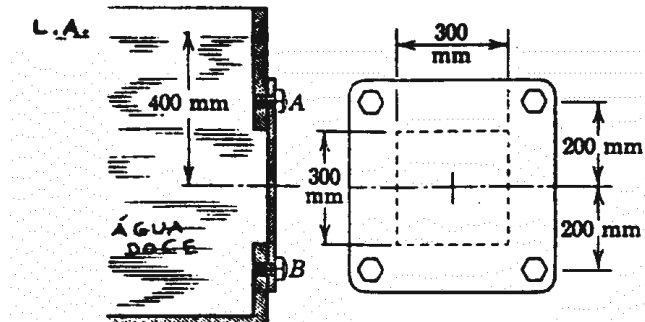


Figura 34 - Duas figuras de flutuação próximas definem um volume cujo centróide é aproximado pelo centro de flutuação.

4.3 Exercícios

1. A figura abaixo representa um corte vertical dum tanque de aguada, parcialmente cheio, dotado de uma porta de visita encerrada por 4 parafusos. Determine a força de tracção suportada por cada parafuso.



2. Considere que um navio de 1000t flutua em água doce, tem centro de gravidade $G=\{10, 0, 4\}$ m e área de flutuação $A_f=200\text{m}^2$. Retira-se um peso de 10t localizado em $\{8, -1, 6\}$.
 - 2.1. Qual a variação média de imersão?
 - 2.2. Por equilíbrio de variações de momentos estáticos ($m \delta \mathbf{x} = M \delta \mathbf{X}$) calcule o vector de translação do centro de gravidade.

4.4 Estabilidade transversal



Figura 35 – Com o seu “Traité du Navire” publicado em 1746, Pierre Bouguer introduziu as noções de metacentro e de evoluta metacêntrica na teoria do navio.

4.4.1 Adornamento do navio

Após a satisfação do equilíbrio vertical através do Princípio de Arquimedes, se o centro de gravidade e o centro de carena do navio não estiverem, transversalmente, na mesma vertical, o navio encontra-se sujeito a duas forças de intensidade igual e sentidos opostos, como se mostra na Figura 36. Estas duas forças provocam um momento inclinante transversal no navio que causa a inclinação transversal deste. O navio continuará a inclinar-se até que o centro de carena esteja na mesma vertical do centro de gravidade. Diz-se que o navio irá adquirir um ângulo de adornamento, θ .

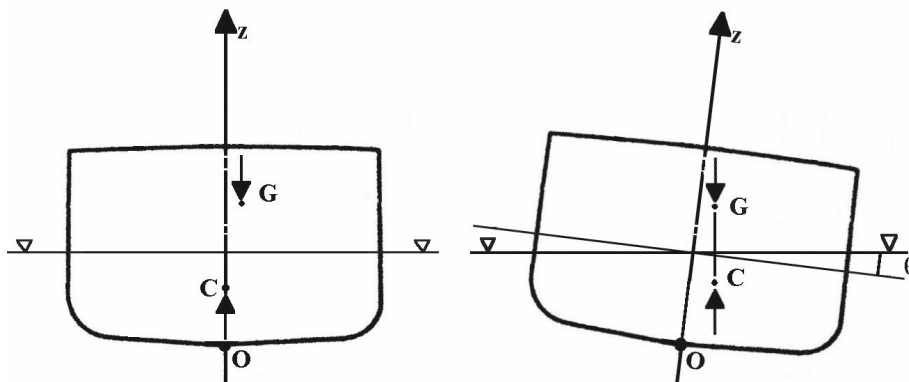


Figura 36 - Equilíbrio transversal do navio (adornamento).

4.4.2 Tipos de equilíbrio do navio

Mesmo que o centro de gravidade do navio se encontre na mesma vertical do centro de carena, pode suceder que o navio não seja estável na sua posição direita, isto é, naquela posição em que não há adorno.

Neste ponto, recorde-se que o equilíbrio de um corpo é *estável* quando este revela tendência para voltar à posição inicial de equilíbrio após um pequeno deslocamento daquela posição. Diz-se que o equilíbrio é *instável* quando o corpo não revela tendência para voltar à posição inicial de equilíbrio.

Diz-se que o equilíbrio é *neutro* quando o corpo não mostra reacção à alteração da posição de equilíbrio.

No caso da rotação de navios o tipo de equilíbrio do navio é determinado por um conjunto de parâmetros. A maioria dos navios é estável numa posição direita ou quase direita e também com o fundo para cima. Alguns navios são instáveis na posição direita e, quando livres, adquirem um ângulo de adorno maior ou menor.

Consideremos a Figura 37, a qual mostra a secção de um navio que, encontrando-se inicialmente na posição direita, foi forçado a adornar a um pequeno ângulo θ . Nessa posição adornada, o deslocamento do navio mantém-se como uma força vertical dirigida de cima para baixo que actua no centro de gravidade do navio. No entanto, como à medida que o navio se inclina a forma da carena do navio se altera, o centro de carena muda de posição.

A impulsão, que é uma força vertical dirigida para cima, actua sempre na vertical desse ponto. Verifica-se na figura que, excepto para o navio do meio, nas outras duas situações o centro de gravidade e o centro de carena não estão na mesma vertical, pelo que o deslocamento e impulsão actuando no navio são forças de igual intensidade e sentidos opostos que causam um momento no navio. Na figura da esquerda o momento tende a fazer rodar o navio de volta à sua posição original. Na figura da direita verifica-se que o momento tende a fazer o navio inclinar-se ainda mais.

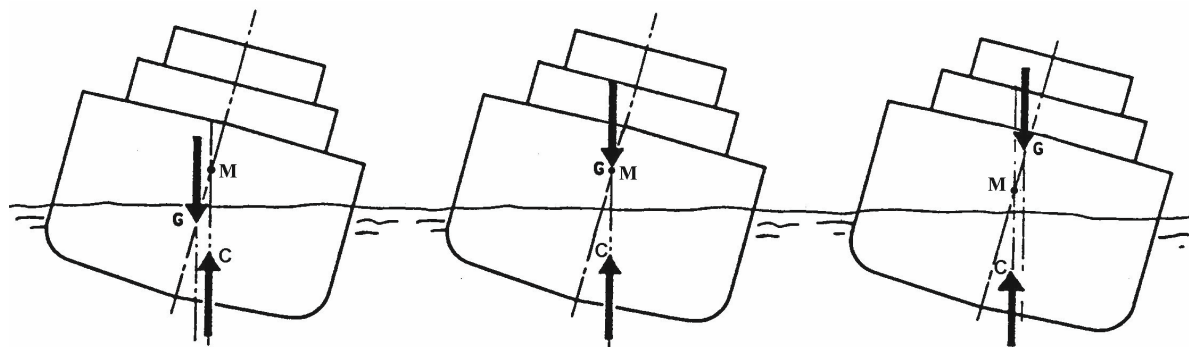


Figura 37 - Tipos de equilíbrio do navio: estável, neutro e instável.

O facto que determina se o momento é endireitante ou inclinante é a colocação do centro de carena C à direita ou à esquerda do centro de gravidade G . Isto é equivalente a dizer que o sentido do momento que actua no navio é determinado pelo facto do ponto M , chamado *metacentro transversal*, e que representa a intersecção da vertical que passa pelo centro de carena C com a mediania, se encontrar acima ou abaixo (sobre a linha de mediania) do centro de gravidade. Ainda de outra forma, o que define a direcção do momento que actua no navio é o valor de GM ser positivo ou negativo. A GM chama-se altura metacêntrica e trata-se de uma grandeza determinante para o equilíbrio transversal do navio.

4.4.3 Momento endireitante transversal

Verifica-se que o momento que actua no navio é dado pela expressão abaixo (Figura 37):

$$M = \Delta GZ = \Delta GM \sin \theta \quad (100)$$

A distância GZ constitui o braço do momento formado pelo deslocamento e impulsão, o qual se pretende que faça regressar o navio à posição inicial direita e por isso se denomina *momento endireitante*. De maneira análoga, GZ será chamado o *braço endireitante*. Tendo em conta que o

deslocamento é uma grandeza positiva e que θ é um pequeno ângulo positivo, podem extrair-se as seguintes conclusões:

Quando $GM > 0$ o momento endireitante é positivo e o navio tem tendência a voltar à posição inicial.

Quando $GM = 0$ o momento endireitante é nulo, não havendo reacção à perturbação do equilíbrio, o qual é indiferente.

Quando $GM < 0$ o momento endireitante é negativo, pelo que o equilíbrio é instável pois com a inclinação cria-se um momento que é proporcional à inclinação e que tende a aumentá-la.

Para verificar se um determinado navio é estável na sua posição direita, torna-se assim necessário determinar a sua altura metacêntrica e verificar se é positiva. Esta é dada pela seguinte expressão:

$$GM = KC + CM - KG \quad (101)$$

Nesta expressão intervém a altura do centro de carena KC (Z_C), que é uma propriedade geométrica da carena do navio que pode ser calculada por integração numérica das suas semi-bocaduras. Intervém também a altura do centro de gravidade do navio, a qual depende da condição de carga do navio e pode ser obtida facilmente se a posição dos pesos que constituem o navio for conhecida. Finalmente, intervém a distância CM , denominada raio metacêntrico transversal.

4.4.4 Raio metacêntrico transversal

O raio metacêntrico transversal é uma grandeza que depende de propriedades hidrostáticas calculadas no capítulo 2: o momento de inércia da figura de flutuação em relação ao eixo xx e o volume da carena do navio. No Anexo – Raios Metacêntricos (pg.77) trata-se o equilíbrio de navios em situações de pequenas inclinações, sejam elas adornamentos ou caimentos. O raio metacêntrico é calculado por uma expressão bem simples:

$$CM = \frac{I_{xx}}{\nabla} \quad (102)$$

Outros símbolos usados para designar esta grandeza são: r , ρ_T . Conhecida a maneira de calcular o raio metacêntrico, a altura do centro de carena e a altura do centro de gravidade, pode então calcular-se facilmente a altura metacêntrica do navio para um determinado deslocamento e imersão, a qual determina se o navio permanece ou não direito na sua posição direita, i.e., se é estável ou não.

4.4.5 Momento inclinante transversal

Quando o equilíbrio de um navio é estável, este tem sempre tendência a voltar à posição inicial. No entanto, quando é sujeito à acção de um momento inclinante, M_I , o navio vai procurar uma nova posição de equilíbrio na qual o momento endireitante equilibre o momento inclinante.

No caso em que o momento inclinante é provocado por uma movimentação transversal de um peso p de uma distância y tem-se que o momento inclinante é dado por:

$$M_I = p y \cos\theta \quad (103)$$

e que o momento endireitante é dado por:

$$M_F = D \, G M \sin \theta \quad (104)$$

ou seja, o ângulo de equilíbrio transversal é dado por:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p y}{D G M} \quad (105)$$

Esta expressão traduz afinal uma proporção simples e clara, entre o momento inclinante no numerador, e o momento endireitante no denominador.

Mas se a translação do peso tiver uma componente vertical significativa, então:

$$M_l = p (y \cos\theta + z \sin\theta) \quad (106)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p y}{D G M - p z} \quad (107)$$

Esta redução de estabilidade aparece claramente associada à elevação do peso.

4.5 Estabilidade longitudinal

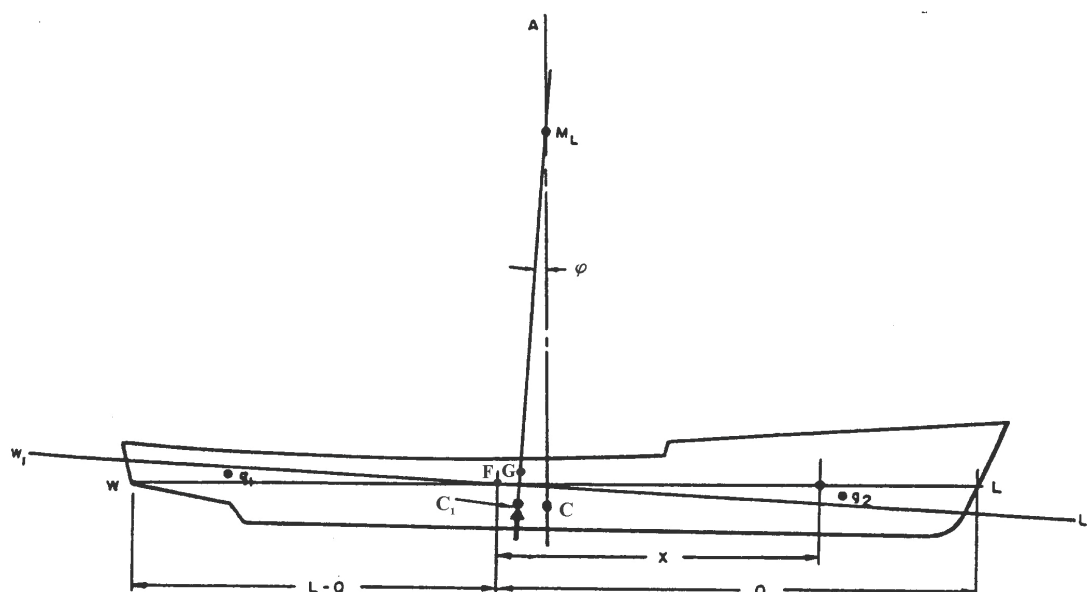


Figura 38 - Equilíbrio longitudinal do navio com caimento.

A estabilidade longitudinal é muito maior que a transversal, dada natureza longilínea do navio. Por não ser tão crítica como a estabilidade transversal, permite aproximações mais grosseiras.

4.5.1 Caimento do navio

O equilíbrio longitudinal é semelhante ao transversal. Tal como neste último, se o centro de gravidade e o centro de carena do navio não estiverem (agora longitudinalmente), na mesma

vertical, o navio encontra-se sujeito a duas forças de intensidade igual e sentidos opostos. Estas duas forças provocam um momento inclinante longitudinal no navio que causa a inclinação longitudinal deste. O navio continuará a inclinar-se até que o seu centro de gravidade e o seu centro de carena se encontrem na mesma vertical, como se mostra na Figura 38. Nesta figura o equilíbrio ocorre quando se atinge a linha de água L_1W_1 . Para essa linha de água, diz-se que o navio tem caimento, o que significa que longitudinalmente não está nivelado.

As mesmas considerações que se fizeram sobre a natureza do equilíbrio transversal do navio são válidas para inclinações longitudinais do mesmo. No entanto, uma vez que em geral os corpos de vante e de ré de um navio não são simétricos em torno de meio-navio, torna-se óbvio que a rotação do mesmo não pode dar-se em torno de meio-navio. Pode demonstrar-se que, para rotações longitudinais, os navios rodam em torno de um eixo que contém o centro de área da figura de flutuação (centro de flutuação, F).

4.5.2 Momento endireitante longitudinal

De maneira idêntica ao caso transversal, também agora o momento endireitante longitudinal é dado por:

$$M = \Delta GZ = \Delta GM_L \sin \phi \quad (108)$$

onde intervém a altura metacêntrica longitudinal. Esta é normalmente muito maior do que a altura metacêntrica transversal, pelo que os navios são, geralmente, estáveis no sentido longitudinal.

A altura metacêntrica longitudinal é dada pela seguinte expressão:

$$GM_L = KC + CM_L - KG \quad (109)$$

Nesta expressão intervém a altura do centro de carena, KC , que é uma propriedade geométrica da carena do navio que pode ser calculada por integração numérica das suas semi-bocaduras. Intervém também a altura do centro de gravidade do navio, a qual depende da condição de carga do navio e pode ser obtida facilmente se a posição dos pesos que constituem o navio for conhecida. Finalmente, intervém a distância CM_L , denominada raio metacêntrico longitudinal.

4.5.3 Raio metacêntrico longitudinal

O raio metacêntrico longitudinal é dado por:

$$CM_L = \frac{I_{0yy}}{V} \quad (110)$$

podendo também ser referido pelos símbolos: R , ρ_L . O momento de área I_{0yy} difere do momento de área da linha de água em torno de yy e é dado por:

$$I_{0yy} = I_{yy} - A_F X_F^2 \quad (111)$$

O valor usual de I_{0yy} é bastante elevado pelo que o valor de CM_L é também bastante grande e sempre muito maior do que CM .

4.5.4 Momento inclinante longitudinal

Para o caso de um momento inclinante longitudinal tem-se que a posição de equilíbrio é dada por:

$$M_i = M_E = D GM_L \sin \varphi \quad (112)$$

Donde se deduz que o ângulo de equilíbrio é:

$$\sin \varphi = \frac{M_i}{D GM_L} \quad (113)$$

No caso em que o momento inclinante é provocado por uma movimentação longitudinal de um peso p de uma distância x , tem-se que o momento inclinante é dado por:

$$M_i = p x \cos \varphi \quad (114)$$

logo o ângulo de inclinação longitudinal provocado por uma movimentação longitudinal x de um peso:

$$\tan \varphi = \frac{p x}{D GM_L} \quad (115)$$

4.5.5 Momento de caimento unitário

O valor elevado do raio metacêntrico longitudinal conduz a os valores muito pequenos para o ângulo de caimento φ , o que leva a que seja preferível medir diferenças de imersão a vante e a ré do navio em vez de medir os pequenos ângulos φ . A diferença entre as imersões denomina-se caimento (d), como já visto no capítulo 1.

O facto dos ângulos de inclinação longitudinal serem pequenos autoriza ainda que se possa aproximar $\tan \varphi$ por $\sin \varphi$ e mesmo por φ . Assim, pode-se escrever:

$$\tan \varphi = \frac{d}{L} \cong \sin \varphi \cong \varphi \quad (116)$$

onde L é o comprimento entre perpendiculares do navio. O caimento provocado por um momento inclinante obtém-se então combinando esta última expressão com a eq.113:

$$d = \frac{L M_i}{D GM_L} \quad (117)$$

Geralmente, pode aproximar-se a altura metacêntrica com o raio metacêntrico. Lembrando que o deslocamento depende do peso específico γ :

$$d = \frac{L M_i}{V \gamma \frac{I_{0yy}}{V}} \quad (118)$$

É usual e conveniente definir o *momento de caimento unitário* M_u , que é o momento inclinante necessário para produzir o caimento de um centímetro:

$$M_u = \frac{\gamma I_{0yy}}{100L} \quad (119)$$

Tendo em conta esta definição do momento de caimento unitário, verifica-se que o caimento provocado por um dado momento inclinante será dado por:

$$d = \frac{M_i}{M_u} \quad (120)$$

4.6 Determinação empírica do centro de gravidade

A movimentação bem controlada de massas a bordo permite a determinação empírica da posição do centro de gravidade do navio. Basta conhecer com rigor o peso que é deslocado e a distância que este percorre para determinar o momento inclinante (ver por exemplo as expressões 105 e 115). Qualquer destas equações pode ser facilmente resolvida em ordem à cota do centro de gravidade.

Sendo o navio menos estável transversalmente, é nesta direcção que este tipo de ensaios é realizado, pois assim consegue-se mais facilmente uma inclinação acentuada, por forma a que o erro absoluto da medida do ângulo seja repartido por um maior valor de medição, reduzindo o erro relativo.

Usualmente este trabalho é feito a bordo durante as provas que precedem a aceitação de um navio novo pelo seu comprador, mas também é realizado diversas vezes ao longo da vida do navio. Estes ensaios designam-se por *provas de estabilidade*, ou em inglês, *inclining tests*.

Para determinar a abcissa do centro de gravidade basta notar que estando o navio em equilíbrio, o centro de gravidade está forçosamente na vertical do centro de carena. Como este último é determinado por integração geométrica do casco, torna-se relativamente óbvio como determinar a abcissa do centro de gravidade, fazendo uma mera correção trigonométrica por referência à cota do centro de gravidade (ver Figura 38), no âmbito da teoria metacêntrica – deduza esta expressão.

4.7 Gráfico de carenas direitas

Como visto anteriormente, os navios têm em regra formas que não são facilmente expressáveis de forma analítica. Por isso, as grandezas do tipo de áreas, volumes e respectivos centros, que são indispensáveis aos cálculos hidrostáticos, têm de ser determinadas numericamente. Este facto torna pouco prático proceder-se a estes cálculos de cada vez que é necessário determinar qualquer propriedade hidrostática de um navio, para um determinado deslocamento, e levou à adopção das *Curvas ou Gráficos de Carenas Direitas* (ou *Querenas Direitas*). Em inglês estes gráficos designam-se simplesmente *hydrostatic curves*. Estas curvas são determinadas logo na fase de projecto do navio e são muito importantes pois contém toda a informação necessária ao estudo da estática e estabilidade dos navios. Existem, normalmente, curvas para as seguintes propriedades:

- Deslocamento.
- Volume de carena.

- Área da figura de flutuação (e/ou deslocamento unitário).
- Posição longitudinal do centro de flutuação.
- Posição longitudinal do centro de carena.
- Posição vertical do centro de carena.
- Raio metacêntrico transversal.
- Raio metacêntrico longitudinal.

Note-se que as propriedades hidrostáticas do navio variam consoante o deslocamento do navio, por vezes até muito substancialmente. Esta variação deve-se a que o deslocamento determina a imersão do navio e esta, por sua vez, dita a dimensão e forma da carena. Como as propriedades hidrostáticas do navio são propriedades geométricas da carena, variam quando a imersão do navio varia.

A Figura 45 mostra um gráfico de carenas direitas, o qual consiste num conjunto de curvas em que cada curva representa uma propriedade hidrostática para várias imersões do navio. A escala das imersões é a escala vertical da figura. Note-se que, na escala vertical desta figura, se indica o calado do navio, mas este é apenas o resultados da soma à imersão da espessura da quilha do navio. Na escala horizontal do gráfico da figura lêem-se valores em centímetros para cada curva (propriedade hidrostática) a um determinado calado médio. Esses valores, têm origem a meio do gráfico, e são afectados por factores de escala diversos uns dos outros, que se podem ler junto a cada curva.

O Gráfico de Carenas Direitas considera que o navio está direito no sentido transversal, isto é, não tem adornamento. Pode considerar que o navio está a flutuar em água salgada, com peso volúmico de 1.025 t/m^3 , ou em água doce com peso volúmico de 1.000 t/m^3 . Normalmente (mas nem sempre) este gráfico considera também que a carena do navio está direita no sentido longitudinal, isto é, sem caimento de traçado. No entanto pode ser entendido como conveniente e é usual que a minuta do traçado em que se baseia o gráfico de carenas direitas descreva o navio sem caimento, facilitando a interpolação das secções. Mas desde o advento do computador digital podem-se interpolar quaisquer secções oblíquas sem dificuldade de maior.



Figura 39 – Semi-submersível Dockwise Blue Marlin.

4.8 Calado isocarénico

A determinação do deslocamento correcto a partir das curvas de carenas direitas requer uma adequada determinação do calado do navio. Um erro δT no calado acarreta uma previsão errada do deslocamento de $\delta D = \delta T D_u$, o que pode por exemplo ser traduzido em perdas significativas de

receitas de frete de carga³, e em geral pode conduzir a decisões inadequadas na exploração do navio.

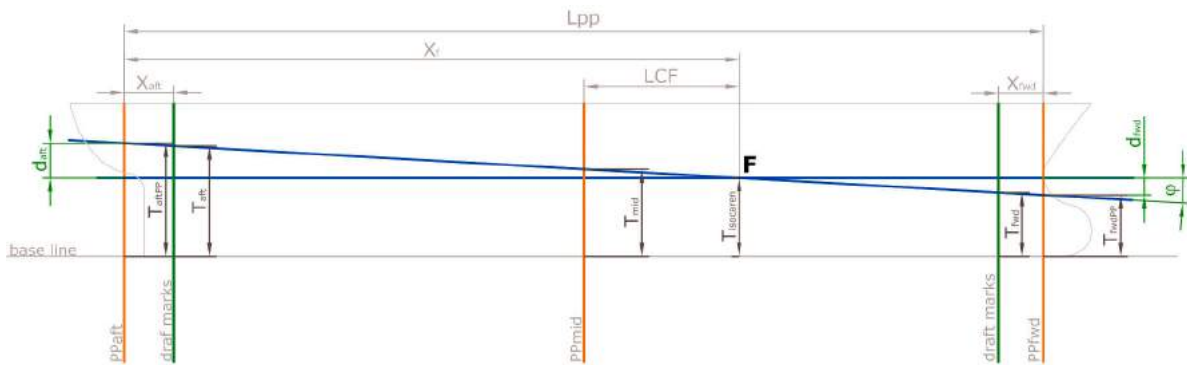


Figura 40 – Calados e caimento. **F** é o centro de flutuação.

4.8.1 Relações entre calados

Havendo caimento não nulo, os calados observados nas marcas de calados não coincidem com os calados nas perpendiculares, pois estão em abscissas geralmente diferentes (Figura 40):

$$\begin{aligned} C_{PPAV} &= C_{AV} - d \frac{X_{av}}{L_{pp}} \\ C_{PPAR} &= C_{AR} + d \frac{X_{ar}}{L_{pp}} \end{aligned} \quad (121)$$

4.8.2 Determinação do calado isocarénico

Para caimentos não nulos a coordenada vertical a usar nos gráficos de carenas direitas é um calado de referência, que representa a média para toda a flutuação. Sendo o calado num ponto da flutuação a distância vertical desde esse ponto até ao plano base, e sendo a flutuação uma figura bidimensional, este calado de referência não é a média simples dos calados extremos, mas sim a média dos calados de todos os pontos da figura de flutuação. Este calado de referência é designado calado *isocarénico*. Consequentemente, o calado isocarénico é o que se mede no centro de flutuação, que é a localização média de todos os pontos da figura de flutuação.

³ Ilustrando o caso da perda de frete, uma sub-utilização sistemática de porte de carga de apenas 1mm na determinação do calado num navio com $D_u=1000t/m$, sob frete de 10 centavos por tonelada e por milha percorrida, e admitindo que navegue a uma velocidade média de 15 nós uns 200 dias por ano, resulta que ao fim do tempo de vida do navio, digamos 20 anos, este transportaria em média menos uma tonelada de carga por viagem e acumularia perdas de receitas totais no montante de:

$$\text{Custo de erro no calado} = \text{anos} \cdot \text{diasNavegAnual} \cdot \text{hdia} \cdot v \cdot \text{frete} \cdot dT \cdot D_u = 20 \cdot 200 \cdot 24 \cdot 15 \cdot 0.10 \cdot 0.001 \cdot 1000 = 144\,000 \text{ €}$$

Desta forma o calado isocarénico é efectivamente a média dos calados na figura de flutuação, sendo esta uma média *bidimensional*, que atende quer à gama de variação das abcissas quer também à gama de variação das ordenadas ao longo da figura de flutuação.

Este calado designa-se isocarénico porque sendo o deslocamento constante, a carena tem sempre este calado no centro de flutuação, qualquer que seja o caímento e o adornamento.

No entanto, o calado usualmente designado como calado *médio* é a média *mono-dimensional* dos calados tomados ao longo do comprimento da figura de flutuação, ignorando que as zonas mais largas do casco deveriam contribuir mais para essa média. Portanto, o calado médio é apenas a média simples dos calados medidos nas duas perpendiculares. Apesar de ser fácil de obter, o calado médio não tem qualquer significado físico, e serve apenas como estimativa inicial do calado isocarénico, este sim definidor do deslocamento e das outras grandezas relevantes da carena. Embora para muitos tipos de navios o calado a meio seja uma boa aproximação do calado isocarénico, isso deixa de ser verdade para embarcações muito assimétricas em relação ao meio-navio, como por exemplo um navio semi-submersível.

Empregando o calado médio como uma primeira estimativa do calado isocarénico, determina-se a abcissa do centro de flutuação nos gráficos de carenas direitas⁴: A estimativa inicial para o centro de flutuação é $\{LCF_0 T_0\} = \{0 T_{med}\}$. Com esta abcissa corrige-se o calado médio linearmente, para obter o calado na abcissa do centro de flutuação (Figura 41), em função do ângulo de caímento⁵:

$$T_1 = T_0 - (LCF_1 - LCF_0) \operatorname{tg} \varphi \quad (122)$$

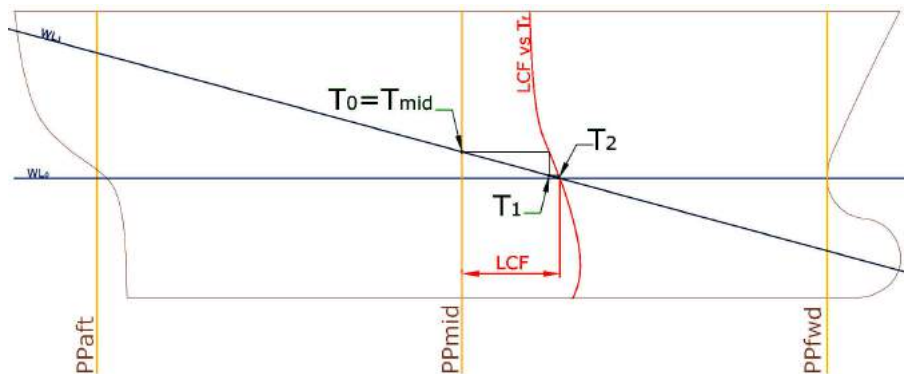


Figura 41 – Iteração para a determinação do calado isocarénico a partir do calado médio.

Ou seja:

$$T_1 = T_{med} - LCF_1 \operatorname{tg} \varphi \quad (123)$$

Note-se que $\{LCF_1 T_1\}$ são as coordenadas desta aproximação ao centro de flutuação. Com esta estimativa mais aproximada para o calado isocarénico obtém-se das curvas de carenas direitas o novo valor LCF_2 , que conduz a nova correcção do calado isocarénico:

⁴ Esta abcissa designa-se usualmente LCF, se for referida à perpendicular a meio-navio, ou designa-se X_F se for referida a uma das perpendiculares extremas.

⁵ Se em vez do ângulo de caímento preferirmos usar o caimento propriamente dito (como *distância*), designado por d :

$$d = d_{PP_{av}} + d_{PP_{ar}}, \quad \varphi = \frac{d}{L_{pp}}, \quad T_{isocaren} = T_{med} - LCF \frac{d}{L_{pp}}$$

$$T_2 = T_1 - (LCF_2 - LCF_1) \operatorname{tg} \varphi \quad (124)$$

E assim sucessivamente:

$$T_{i+1} = T_i - (LCF_{i+1} - LCF_i) \operatorname{tg} \varphi \quad (125)$$

Este procedimento é iterado até que $T_{n+1} - T_n$ seja suficientemente pequeno. Há que atentar para o facto de que um erro δT conduz a outros erros, como $\delta D = \delta T D_u$, sendo D_u um factor fortemente amplificador do erro.

4.8.3 Ilustração da determinação do calado isocarénico

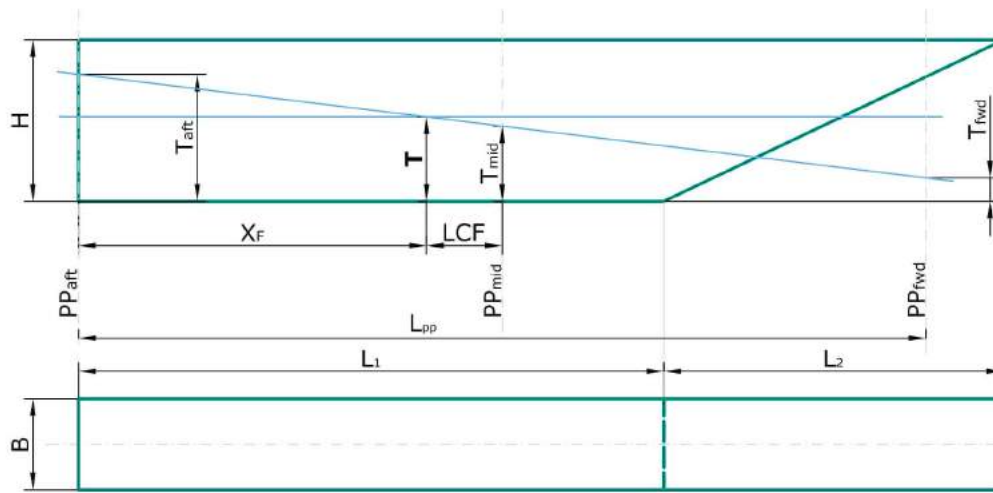


Figura 42 – Plataforma flutuante.

Considere a plataforma ilustrada na Figura 42. Admita-se que flutua em água doce, e que:

$$B=10\text{m} \quad L1=60\text{m} \quad L2=40\text{m} \quad Lpp=90\text{m} \quad H=20\text{m} \quad T_{aft}=15\text{m} \quad T_{fwd}=5\text{m}$$

Pretende-se determinar o centro de flutuação, o calado isocarénico e o deslocamento, tendo-se desenvolvido o pequeno programa Tf_wedge.m (ver recursos matlab da disciplina):

```
% main dimensions:
B=10; L1=60; L2=40; Lpp=90; H=20; Taft=15; Tfwd=5;

% first results about the leveled hull at several water lines
Xmid=Lpp/2;
Ti=0:0.1:H;
Lwl=L1+Ti*L2/H;
Xf_wl=Lwl/2;
Vi=B*Ti.*(Lwl+L1)/2;

% iterating Tf until Xf is accurate
trim=Taft-Tfwd;
Tmid=( Taft + Tfwd )/2; % midships draft
Xf_z=@(z)spline( Ti, Xf_wl, z ); % function Xf(Tf)
T_x=@(x)( Tmid - trim * ( x - Xmid )/Lpp ); % function T(X)
V_z=@(z)spline( Ti, Vi, z ); % function V(Tf)
iter=1; Tacc= 0.0005; % iteration counter and iteration stop draft accuracy
T=zeros(50,1); X=zeros(50,1);
T(iter)=Tmid;
fprintf( 1, [ ' i Xf[m] Tf[m] V[m3] dT[m] \n' ...
```

```

'-----\n' ] );
while true
    X(iter)= Xf_z( T(iter) );
    T(iter+1)= T_x( X(iter) );
    fprintf( 1, '%2d %6.3f %6.3f %6.1f %7.5f \n', ...
        iter, X(iter), T(iter), V_z(T(iter)), abs(T(iter+1)-T(iter)) );
    if abs( T(iter+1) - T(iter) ) < Tacc
        Tf=T(iter+1);
        Xf=X(iter);
        break;
    end
    iter=iter+1;
end
V_Tf=V_z(Tf);
% then some plotting...

```

Deste código resulta a tabela abaixo.

i	X _f [m]	T _f [m]	V[m ³]	dT[m]
1	40.000	10.000	7000.0	0.55556
2	40.556	10.556	7447.5	0.06173
3	40.494	10.494	7397.5	0.00686
4	40.501	10.501	7403.1	0.00076
5	40.500	10.500	7402.4	0.00008

Tabela 4 – Resultados do processo iterativo refinando a estimativa de X_f e T_f.

A Figura 43 traduz a evolução destas iterações, que como se vê convergem muito rapidamente.

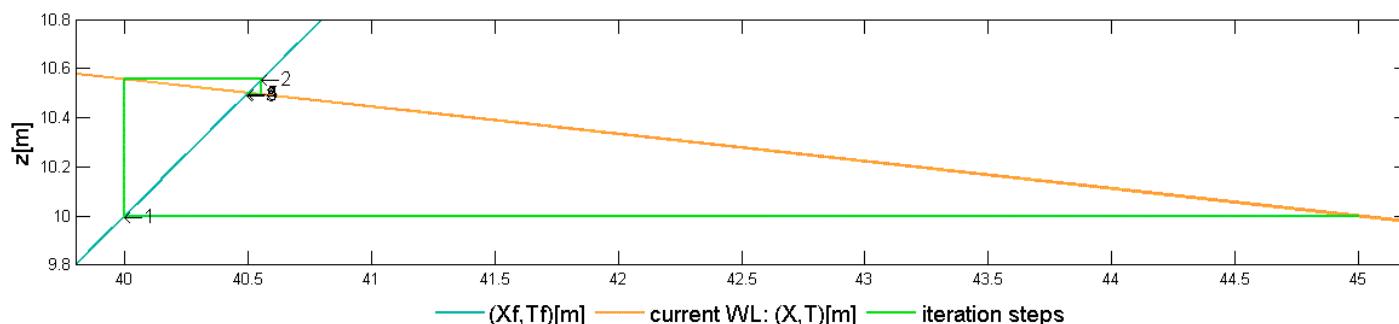


Figura 43 – Iteração do cálculo do calado isocarênico na determinação da intersecção da curva de Tf(Xf) com o perfil da linha de água T(X) da plataforma flutuante.

4.9 Exercícios

1. Considere um batelão de secção rectangular com comprimento 18m, boca 6m e deslocamento 277t. O centro de gravidade está localizado 2.0m acima da quilha. Determine as alturas metacêntricas do batelão.
2. Uma bóia cilíndrica tem 2m de diâmetro e 3m de altura, é construída em aço com pequena espessura, pesando 3t. A bóia é cheia de cimento de densidade 2.5 até à altura de 0.40m. Verifique se a bóia flutua em água doce com o eixo vertical.
3. Um navio com 80m de comprimento entre perpendiculares flutua num estuário de densidade 1.015, apresentando calados de 2.50m AV e 4.36m AR. O navio tem um caimento de

construção de 1.0m e as marcas de calados estão situadas 0.4m AR da PPAV e 3.6m AV da PPAR.

- 3.1. Calcule o calado na perpendicular a meio.
- 3.2. Calcule o caimento do navio.
- 3.3. Calcule o calado isocarénico, sabendo que $LCF = 3.2m$ AR, e que este pouco varia com o calado.
- 3.4. Do gráfico de carenas direitas obtém-se $\Delta = 1520t$ para água salgada ($1.025t/m^3$). Determine o deslocamento correcto.
- 3.5. Do gráfico de carenas direitas obtém-se $D_u = 6t/cm$ para água salgada. Determine o calado isocarénico quando o navio sai para o mar.
- 3.6. Do gráfico de carenas direitas obtém-se $KB = 2.5m$, $LCB = 0.8m$ AV e $M_u = 2t.m/cm$ (água salgada). Determine o caimento quando o navio sai para o mar.
4. Um navio com um deslocamento de 6000t, um KG de 6.70m e um KM de 7.30m, flutua direito. Movimenta-se transversalmente um peso de 60t da mediania para um ponto a 12.0m da mediania. Calcule o ângulo de adorno.
5. Um navio com $L_{pp} = 140m$, $\Delta = 18500t$, $X_F = 4.1m$ AR, $M_u = 212.8t.m/cm$, tem os calados $c_{AV} = 9.00m$ e $c_{AR} = 9.30m$. Desloca-se um peso de 200t, 80m para ré. Calcule os calados finais.
6. Num navio com 1200t de deslocamento e altura metacêntrica de 0.6m, desloca-se um peso de 20t entre dois pontos à distância vertical de 6m e à distância transversal de 4m. O navio na condição inicial encontrava-se sem adorno. Que ângulo de adorno adquire o navio?
7. Um navio flutua direito com um deslocamento de 9000t, KG de 6m, e KM de 7m. Embarca-se um peso de 750t que se coloca a 8.5m de cota e a 2m a BB da linha de centro. Calcule a altura metacêntrica e o ângulo de adorno, assumindo que KM se mantém constante.
8. Um navio de 60m de L_{pp} , amuradas verticais perto da flutuação, flutua à imersão uniforme de 2.40m. A esta imersão o deslocamento é de 1200t, o deslocamento unitário é de 5.0t/cm, o momento de caimento unitário é de 15.0t.m/cm e o centro de flutuação está a 2.0m AR de meio navio. Em que posição devemos embarcar um peso de 60t para que a imersão a ré não varie?
9. Um pontão a flutuar em água salgada tem as seguintes características: $L_{pp}=25m$, $B=4m$, $H=6m$, $D= 400t$, $KG= 2m$, $LCG=-1m$.
 - 9.1. Determine a imersão, o caimento e o adorno em que o pontão flutua.
 - 9.2. Que acontece se $KG=3m$?
 - 9.3. Que acontece se $KG=2.5m$?
10. Considere que a seguinte plataforma de produção submarina opera no oceano, e que tem forma paralelepípedica rectangular, com dimensões $L_{pp}=80m$, $B=20m$, $H=20m$, $KG_{leve}= 9m$, $LCG_{leve}= 0,250m$ e $D_{leve}= 8000t$. Para apoio às operações de produção submarina existe uma oficina interior localizada com centróide 5m para ré do meio-navio, com o seu pavimento 6m acima da quilha, tendo a oficina 40m de comprimento, 15m de largura e 8m de altura. Essa oficina tem um poço central aberto ao mar (*moonpool*) com secção horizontal quadrada de 4x4m. Determine:
 - 10.1. O deslocamento, os centros de gravidade, carena e flutuação, o caimento, os calados, e as alturas metacêntricas (condição leve).

- 10.2. Admita que perante um súbito agravamento de mau tempo se pretende aumentar a estabilidade baixando o centro de gravidade, pelo embarque de 2000t de lastro com centróide sob o centro de flutuação 2m acima da quilha. Determine as alturas metacêntricas nesta situação de lastro, sem descurar a subida do nível da água no poço, com possível alagamento da oficina.

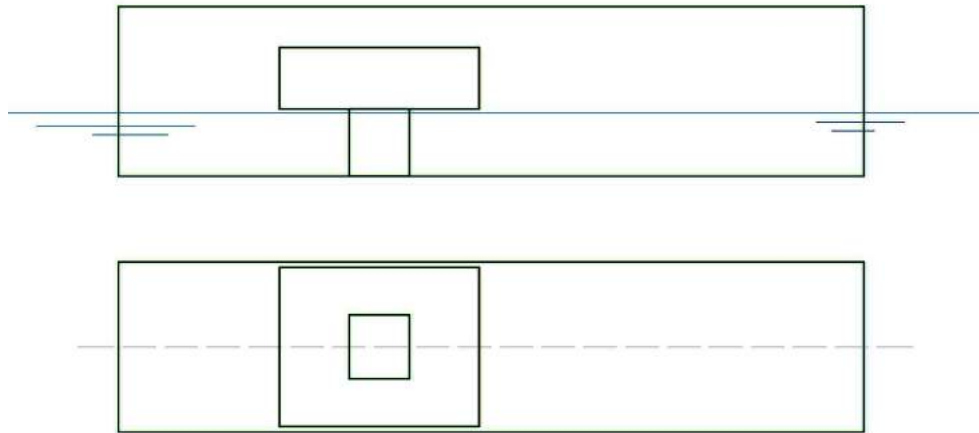


Figura 44 – Representação simplificada da plataforma de produção submarina, assinalando a oficina interna e o poço (*moonpool*) nela localizado.

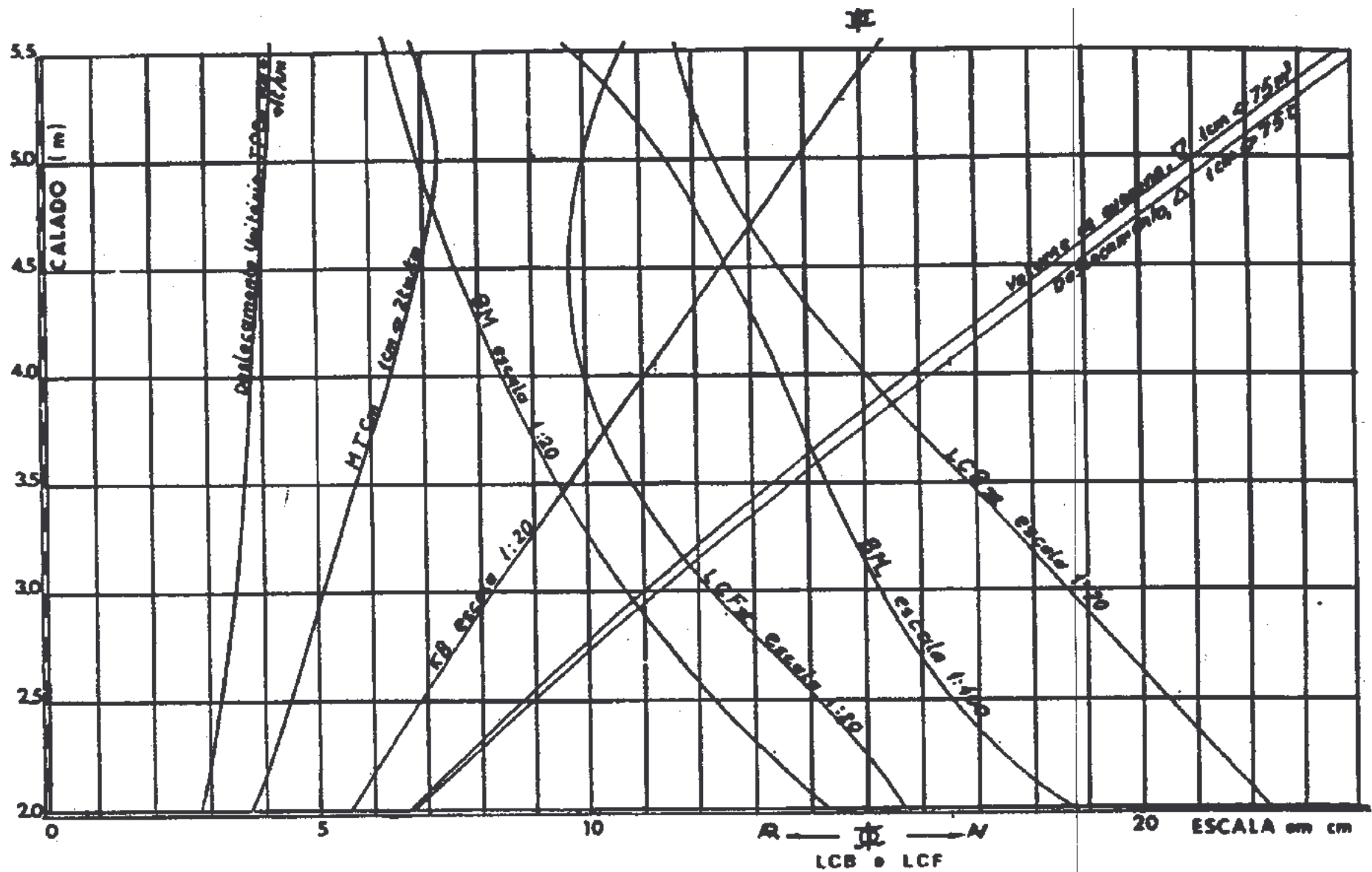


Figura 45 - Gráfico de Carenas Direitas com diferentes factores de escala, e com LCF e LCB referidos ao meio-navio.

5 Ajustamento das características hidrostáticas de carenas

O arquitecto naval tem a possibilidade de ajustar as características hidrostáticas de carenas, de acordo com requisitos estabelecidos. Algumas dessas características poderão ser a localização do centro de carena (LCB, KB), a do centro de flutuação (LCF), o raio metacêntrico transversal (BMt), etc.. Para não desvirtuar o projecto, estes ajustamentos devem ser realizados preservando tanto quanto possível outros parâmetros, como sejam o comprimento (L_{pp} ou L_{WL}), o calado (T), o deslocamento (D), etc.

Para conseguir estes ajustamentos podem-se aplicar factores de escala à minuta do traçado. Estes podem até ser aplicados apenas numa dimensão, em vez de afectarem as três dimensões por igual. Ou então pode-se manipular o espaçamento entre secções, como no método de Lackenby.

Em qualquer caso as variações introduzidas numa carena deverão ser cuidadosamente limitadas, para que a nova carena resultante mantenha o essencial das características desejáveis da carena inicial. A selecção da carena inicial tem por base um conjunto de critérios, que ficariam comprometidos se as alterações forem excessivas. Embora aqui estejamos a considerar a manipulação de aspectos apenas hidrostáticos, o navio é um todo complexo, e uma variação acentuada de um só parâmetro pode comprometer, por exemplo, o desejável desempenho hidrodinâmico do navio.

Uma vez gerada uma nova carena, deve ser verificada a sua validade recalculando todos os seus parâmetros hidrostáticos. Caso hajam parâmetros que tenham passado a violar os requisitos, a carena deve ser ajustada de novo, mas agora de forma a repor a conformidade destes parâmetros. Este reajustamento deve seguir um procedimento diverso do ajustamento anterior, caso contrário poderá reverter a correção já conseguida no parâmetro inicial. Por exemplo, para corrigir o LCB pode-se deslocar um pouco as balizas de traçado (δx), sem mexer nas semi-bocaduras (y constante) nem nas cotas (z constante). Se esta modificação tiver degradado o raio metacêntrico, pode ser aplicado um factor de escala nas semi-bocaduras (δy) sem modificar as outras coordenadas. Este segundo ajustamento pretende manter o valor de LCB entretanto encontrado, mas não garante em absoluto que tal aconteça. Sendo necessário poderá ser efectuado novo ajustamento das balizas (δx), que será bem menor que o inicial. Se o raio metacêntrico voltar a reduzir abaixo de um patamar aceitável, ainda haverá lugar a novo ajustamento da escala das semi-bocaduras, e assim sucessivamente, num processo iterativo cuja convergência deve ser verificada passo a passo.

5.1 Ajustamento do raio metacêntrico transversal

Para ajustar BMt podem-se fazer variar as semi-bocaduras aplicando apenas a estas um factor de escala, e mantendo constantes as cotas e abcissas. Dado que o volume varia linearmente com a escala em y , e que a inércia I_{xx} varia cúbicamente com esta mesma escala, então o raio metacêntrico $BMt = I_{xx}/V$ varia com y^2 . Nestes termos basta estabelecer uma base de interpolação com 3 valores diferentes da escala, para calcular por interpolação quadrática a escala adequada, que produzirá o valor pretendido de BMt.

É importante ter em mente que se assumem aqui diversas simplificações, e que por isso este método é mais adequado para pequenas variações dos parâmetros hidrostáticos, ou seja, quando as alterações à carena são pequenas, por exemplo com escalas na gama [0.8, 1.2]. Os referidos 3 valores de escala que servem de base à interpolação quadrática, deverão compreender entre si a escala final, caso contrário tratar-se-á de uma extrapolação, o que torna menos válidas as simplificações que foram assumidas.

5.2 Ajustamento de LCB

Durante as sucessivas alterações, inevitáveis no decurso de um projecto, o reposicionamento de equipamentos a bordo pode comprometer as condições hidrostáticas e requerer medidas compensatórias, como a correção da posição longitudinal do centro de carena. Uma forma relativamente simples de o fazer seria a alteração da abcissa das balizas de traçado, como no método de Lackenby (ver o anexo a esse respeito). O método de Lackenby preserva o comprimento do navio desde que este não tenha painel de popa ou proa verticais e submersos. No caso de um destes painéis submersos, a curva das áreas de baliza não tem ordenada nula nesse extremo. Por isso o método de Lackenby desloca esse extremo, e não preserva o comprimento do navio, o que levanta questões hidrodinâmicas e outras, indesejáveis.

Em vez do método de Lackenby, o reposicionamento das balizas de traçado pode ser controlado por uma mera distribuição quadrática, em função da abcissa. As translações δx das balizas são assim determinadas por um polinómio de segundo grau em x , com raízes nos extremos que se pretendem inalterados:

$$\delta x(x) = k (x - x_{PPAR}) (x - x_{PPAV}) = k x (x - L_{PP}) \quad (126)$$

Sem perda de generalidade, admita-se que a origem das abcissas está na perpendicular a ré. A constante k é calculada para satisfazer o valor pretendido $LCB1$, o que determina as novas posições para cada baliza de traçado. Esse cálculo pode ser realizado de forma numericamente robusta através de um pequeno algoritmo implementado em Matlab.

Esse algoritmo emprega o vector **A** das áreas de baliza, o vector **X** das abcissas originais das balizas de traçado, o vector **X1** das abcissas modificadas das balizas, e os vectores **W** e **W1** dos factores de integração numérica construídos com cada um dos vectores de abcissas.

O algoritmo faz uso da operação $\cdot$ de produto das coordenadas homónimas ($\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{c}$, com $c_i = a_i b_i$), que não é associativa nem distributiva com o produto interno. Faz ainda uso da

transformação **X2W** (ver a implementação computacional do método dos trapézios na pg.29 e seguintes):

$$lcb = \frac{\mathbf{X1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{W1}'}{\mathbf{A} \cdot \mathbf{W1}'} \quad (127)$$

$$\mathbf{A} = \{ A_1, A_2, A_3, \dots, A_i, \dots, A_n \} \quad (128)$$

$$\mathbf{X} = \{ X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots, X_n \} \quad (129)$$

$$\mathbf{X1} = \mathbf{X} + k \mathbf{X} \cdot (\mathbf{X} - L_{pp}) \quad (130)$$

$$\mathbf{W1} = \mathbf{X1} \cdot \mathbf{X2W} \quad (131)$$

5.2.1 Resolução iterativa do ajustamento de LCB

Para uma implementação em Matlab, a equação 127 é reformulada para a forma homogénea:

$$lcb \mathbf{A} \cdot \mathbf{W1}' - \mathbf{X1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{W1}' = 0 \quad (132)$$

$$(lcb \mathbf{A} - \mathbf{X1} \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{W1}' = 0 \quad (133)$$

$$m = \text{length}(\mathbf{A}) \quad (134)$$

$$[lcb \mathbf{eye}(m, 1) - \mathbf{X1}] \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{W1}' = 0 \quad (135)$$

5.2.2 Resolução directa do ajustamento de LCB

Pretende-se que a equação 127, que é de segundo grau em k, seja resolvida de forma directa, não iterativa. Procurando obter expressões manejáveis para os coeficientes da forma canónica da equação homogénea de segundo grau, as operações vectoriais da expressão 127 têm de ser explicitadas em termos de k. Por exemplo, **W1** pode ser expresso em termos de k:

$$\mathbf{W1} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X2W} + k \mathbf{X} \cdot (\mathbf{X} - L_{pp}) \cdot \mathbf{X2W} \quad (136)$$

Definindo os vectores:

$$\mathbf{W} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X2W} \quad (137)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{X} \cdot (\mathbf{X} - L_{pp}) \quad (138)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X2W} \quad (139)$$

Resulta:

$$\mathbf{X1} = \mathbf{X} + k \mathbf{F} \quad (140)$$

$$\mathbf{W1} = \mathbf{W} + k \mathbf{E} \quad (141)$$

O denominador da expressão 127 fica:

$$\mathbf{A} * \mathbf{W}' = \mathbf{A} * (\mathbf{W} + k \mathbf{E}) = \mathbf{A} * \mathbf{W}' + k * \mathbf{A} * \mathbf{E}' \quad (142)$$

O numerador da expressão 127 fica:

$$\mathbf{X}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{W}' = \mathbf{X}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{W}' + k(\mathbf{F}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{W}' + \mathbf{X}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{E}') + k^2 \mathbf{F}_2 * \mathbf{A} * \mathbf{E}' \quad (143)$$

Definindo os escalares:

$$d_0 = \mathbf{A} * \mathbf{W}' \quad (144)$$

$$d_1 = \mathbf{A} * \mathbf{E}' \quad (145)$$

$$n_0 = \mathbf{X}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{W}' \quad (146)$$

$$n_1 = \mathbf{F}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{W}' + \mathbf{X}_1 * \mathbf{A} * \mathbf{E}' \quad (147)$$

$$n_2 = \mathbf{F}_2 * \mathbf{A} * \mathbf{E}' \quad (148)$$

Nestes termos a expressão 127 fica:

$$lcb = \frac{n_0 + n_1 k + n_2 k^2}{d_0 + k d_1} \quad (149)$$

A forma homogénea fica:

$$n_2 k^2 + (n_1 - lcb d_1) k + (n_0 - lcb d_0) = 0 \quad (150)$$

A solução é directa:

$$k = \frac{-\left(n_1 - lcb d_1\right) \pm \sqrt{\left(n_1 - lcb d_1\right)^2 - 4 n_2 \left(n_0 - lcb d_0\right)}}{2 n_2} \quad (151)$$

Com o valor obtido para k obtém-se $\mathbf{X}_1$, e verifica-se a nova minuta em termos hidrostáticos. Se a alteração na minuta produzir desvios apreciáveis noutros parâmetros, como o deslocamento ou o raio metacêntrico transversal, então pode-se corrigir a minuta de novo, mas agora pela simples aplicação de factores de escala monodimensionais. De seguida deve-se verificar o valor de LCB que pode ter sido alterado, e num procedimento iterativo corrigi-lo de novo para verificar se os desvios nos vários parâmetros já são aceitáveis ou se se deve reiterar este procedimento.

5.3 Exercícios

1. Partindo do modelo da série sistemática NPL cuja minuta se segue, determine uma carena com LCB recuado 1% de L_{pp} e com BM_t elevado em 5% do seu valor inicial.

Ajustamento das características hidrostáticas de carenas

NPL Series Parent Hull (model 100A)

		Lwl_m	Bwl_m	T_m	LCB_m	Cb	Cp	Cm										
		2.540	0.406	0.140	-0.163	0.397	0.693	0.573										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
		0(AP)	0.5	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	8.5	9	9.5	10(FP)		
		0.000	0.127	0.254	0.381	0.508	0.782	1.016	1.270	1.524	1.778	2.032	2.159	2.286	2.413	2.540		
		0.171	0.179	0.188	0.196	0.202	0.212	0.218	0.222	0.220	0.214	0.189	0.167	0.135	0.094	0.046		
		0.170	0.179	0.187	0.195	0.202	0.211	0.217	0.219	0.215	0.203	0.173	0.149	0.117	0.078	0.036		
		0.170	0.179	0.186	0.194	0.201	0.210	0.215	0.216	0.209	0.192	0.158	0.132	0.100	0.065	0.027		
		0.170	0.178	0.186	0.193	0.200	0.206	0.213	0.212	0.203	0.181	0.143	0.117	0.087	0.054	0.020		
		0.169	0.178	0.185	0.192	0.198	0.207	0.210	0.208	0.196	0.169	0.129	0.102	0.074	0.044	0.013		
		0.168	0.177	0.184	0.190	0.196	0.204	0.207	0.204	0.188	0.158	0.116	0.090	0.064	0.037	0.008		
		0.168	0.176	0.182	0.189	0.194	0.202	0.205	0.200	0.183	0.152	0.119	0.084	0.058	0.033	0.006		
		0.167	0.174	0.181	0.186	0.192	0.200	0.203	0.197	0.178	0.145	0.103	0.078	0.054	0.030	0.000		
		0.165	0.171	0.178	0.183	0.189	0.197	0.200	0.192	0.172	0.138	0.096	0.073	0.050	0.028	NaN		
		0.160	0.165	0.172	0.177	0.185	0.193	0.196	0.187	0.166	0.130	0.090	0.067	0.046	0.024	NaN		
		0.151	0.155	0.164	0.170	0.178	0.188	0.191	0.180	0.158	0.123	0.083	0.062	0.041	0.021	NaN		
		0.132	0.141	0.151	0.159	0.169	0.180	0.183	0.171	0.149	0.114	0.076	0.056	0.037	0.019	NaN		
		0.103	0.117	0.132	0.141	0.154	0.168	0.172	0.161	0.139	0.105	0.070	0.051	0.033	0.016	NaN		
		0.085	0.082	0.098	0.116	0.131	0.149	0.157	0.149	0.128	0.098	0.063	0.046	0.029	0.014	NaN		
		0.020	0.040	0.060	0.079	0.099	0.122	0.137	0.135	0.116	0.086	0.056	0.040	0.026	0.012	NaN		
		NaN	NaN	NaN	0.019	0.044	0.063	0.092	0.115	0.117	0.102	0.076	0.049	0.035	0.022	NaN		
		NaN	NaN	NaN	NaN	0.022	0.058	0.088	0.097	0.086	0.065	0.042	0.030	0.017	0.007	NaN		
		NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.023	0.058	0.074	0.070	0.054	0.034	0.025	0.015	0.004	NaN		
		NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.025	0.048	0.053	0.042	0.027	0.019	0.011	NaN	NaN		
		NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.022	0.034	0.029	0.019	0.014	0.008	NaN	NaN		
		NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.015	0.016	0.011	0.008	0.004	NaN	NaN		
		NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.003	0.003	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN		
		0.067	0.062	0.056	0.050	0.045	0.034	0.023	0.012	0.003	0.000	0.000	0.000	0.007	0.035	0.140		
		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000		

		WL aft ends		WL forward ends	
		Xi	Yi	Xf	Yf
22	0.000	0.171	22	2.622	0.000
21	0.000	0.170	21	2.610	0.000
20	0.000	0.170	20	2.596	0.000
19	0.000	0.170	19	2.582	0.000
18	0.000	0.169	18	2.569	0.000
17	0.000	0.168	17	2.555	0.000
16	0.000	0.168	16	2.549	0.000
15	0.000	0.167	15	2.540	0.000
14	0.000	0.165	14	2.532	0.000
13	0.000	0.160	13	2.523	0.000
12	0.000	0.151	12	2.514	0.000
11	0.000	0.132	11	2.505	0.000
10	0.000	0.103	10	2.495	0.000
9	0.000	0.085	9	2.485	0.000
8	0.000	0.020	8	2.473	0.000
7	0.176	0.000	7	2.460	0.000
6	0.385	0.000	6	2.445	0.000
5	0.598	0.000	5	2.425	0.000
4	0.851	0.000	4	2.399	0.000
3	1.084	0.000	3	2.361	0.000
2	1.333	0.000	2	2.308	0.000
1	1.737	0.000	1	2.179	0.000

6 Anexo – Raios Metacêntricos

Para que um flutuador esteja em equilíbrio é necessário que sejam nulos o momento e a força resultantes. Se o centro de gravidade e o centro de carena de um flutuador não estiverem na mesma vertical, o flutuador roda sobre si próprio isocarenicamente, ou seja, mantendo o mesmo volume de carena, até repor o equilíbrio alinhado de novo as resultantes das forças da impulsão e do peso. Neste caso, admite-se que os ângulos de rotação são pequenos, inferiores a 6 ou 7 graus. É nestes termos que se desenvolveu a Teoria Metacêntrica, que trata da estabilidade inicial dos corpos flutuantes.

6.1 Pequenas rotações isocarénicas

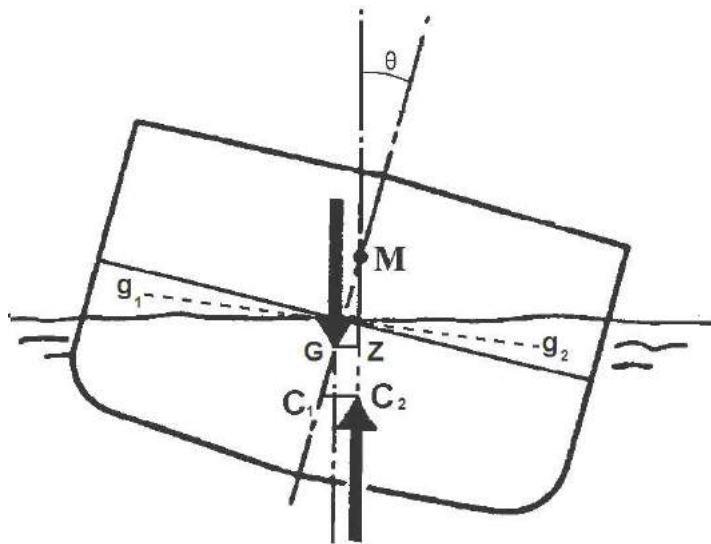


Figura 46 - Rotação isocarénica de um navio.

Uma rotação isocarénica é uma rotação que preserva o volume de carena. Quando um navio sofre uma rotação, emerge uma parte da carena, e outra parte, que antes estava fora de água, é submersa. Esta modificação da carena é representada na Figura 46. Repare-se que tratando-se de uma rotação isocarénica, o volume emerso iguala o volume submerso. Designemos os seus valores idênticos por v , e ambos têm forma em cunha, portanto com secções triangulares.

Na figura a duas cunhas têm centróides em g_1 e g_2 . O centro de carena muda porque o volume emerso é substituído pelo submerso, gerando um movimento aparente g_1g_2 , indicado a traço interrompido na Figura 46. O momento estático desta translação é $v g_1g_2$. A deslocação do centro de carena, C_1C_2 , é então paralela a g_1g_2 , de acordo com a expressão:

$$C_1C_2 = \frac{v}{V} g_1g_2 \quad (152)$$

A translação C_1C_2 depende do volume de carena, V , já bem conhecido, e do produto $y g_1 g_2$, definido pela geometria das cunhas com centróides em g_1 e g_2 . Sendo que as secções planas destas cunhas são triangulares, têm necessariamente centróide a $1/3$ da altura e $1/3$ da largura. Tratando-se de ângulos pequenos, a altura é muito menor que a largura, sendo por isso negligenciada. A largura de cada cunha é o dobro da semi-bocadura $y(x)$.

$$g_1 g_2(x) = 2 \cdot \frac{2}{3} y(x) = \frac{4}{3} y(x) \quad (153)$$

Quanto à área da secção de cada cunha, ela é função da rotação θ :

$$a(x) = \frac{y(x) \cdot y(x) \cdot \tan(\theta)}{2} = \frac{1}{2} y^2(x) \tan(\theta) \quad (154)$$

Esta área, multiplicada pela translação $g_1 g_2$ representa o momento estático da secção x , e é integrada ao longo da carena para obter o volume e momentos estáticos das cunhas.

$$C_1 C_2 = \frac{1}{V} \int \frac{1}{2} y^2 \tan(\theta) \frac{4}{3} y \, dx = \frac{1}{V} \int \frac{2}{3} y^3 \tan(\theta) \, dx = \frac{2}{V} \tan(\theta) \int \frac{y^3}{3} \, dx \quad (155)$$

Este integral estende-se sobre toda a extensão da linha de água, tal como as cunhas. Dado que $y^3/3$ é o integral de y^2 entre 0 e a semi-bocadura y , $C_1 C_2$ pode então exprimir-se como:

$$C_1 C_2 = \tan(\theta) \frac{2}{V} \iint_{L.A.} y^2 \, dx = \tan(\theta) \frac{I_{xx}}{V} \quad (156)$$

O factor 2 faz parte do termo de inércia, I_{xx} , dada a simetria do navio em relação à mediania. A tangente de θ pode ser eliminada, permitindo determinar a distância $C_1 M$:

$$\tan(\theta) = \frac{C_1 C_2}{C_1 M} \Rightarrow C_1 M = \frac{C_1 C_2}{\tan(\theta)} = \frac{I_{xx}}{V} \quad (157)$$

No caso de rotações do navio em torno do eixo dos yy , as cunhas desenvolvem-se a partir do eixo dos yy , que passa pelo centro de flutuação. A sua integração resulta no momento de inércia longitudinal I_{yy} :

$$C_1 M_L = \frac{C_1 C_2}{\tan(\theta)} = \frac{I_{yy}}{V} \quad (158)$$

Estas distâncias dos metacentros transversal e longitudinal acima do centro de carena designam-se raios metacêntricos, e são decisivas na estabilidade inicial dos corpos flutuantes. Para se estar no domínio da estabilidade inicial, em que são válidas as aproximações referidas atrás, podem ter-se ângulos na ordem de grandeza do 5 ou 6 graus, ou mesmo mais, dependendo este gama de valores sobretudo da forma do casco.

7 Anexo – Método de Lackenby

Com o método de Lackenby modificam-se o centro de carena e os coeficientes de forma, sem alterar muito as outras grandezas importantes. Este método preserva o comprimento do navio desde que não haja um painel de popa ou proa vertical submerso. Nestes casos a curva das áreas de baliza não tem ordenada nula no extremo. Como o Método de Lackenby efectua translações das balizas que são proporcionais à sua área, representada em ordenada, no case de existir um painel nestas condições o método provoca a variação do comprimento do navio.

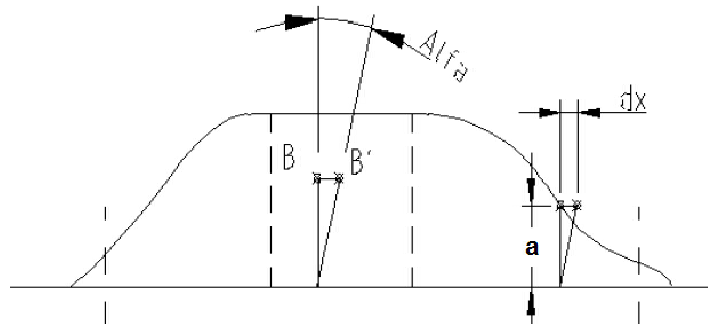


Figura 47 – Utilização da curva das áreas de balizas no método de Lackenby.

O procedimento deste método é o seguinte:

1. Determine a curva de áreas de baliza, $a=A(x)$.
2. Determine a abcissa LCB e a ordenada ψ do centróide da área definida por esta curva e pelo eixo dos xx . Note que enquanto LCB é a conhecida abcissa do centro de carena, já ψ é uma grandeza mais abstracta:

$$\psi = \frac{\int \frac{A^2(x)}{2} dx}{V} \quad (159)$$

3. Dada a nova posição B' pretendida para o centro de carena, determine o ângulo $\alpha = \arctg(BB'/\psi)$.
4. Translacione horizontalmente todos os pontos (a, x) da curva de áreas para $(a, x+a.tg(\alpha))$.
5. Note que desta forma a minuta tem as suas balizas recolocadas em abcissa.
6. Calcule o novo centro de carena B^* , e verifique se $B^*=B'$ (a menos de um erro aceitável), caso contrário repita o procedimento dos pontos anteriores.

8 Glossário

Adornamento é a inclinação transversal do navio, referenciada pelo símbolo θ (*teta* ou θ grego), e geralmente expressa em graus.

Carena (ou Querena) é a porção da superfície exterior do casco que se encontra em contacto com a água.

Caimento é a inclinação longitudinal do navio, medida quer pela diferença d entre os calados nas perpendiculares (em metros), ou pelo símbolo φ (*fi* ou ϕ grego) que indica o ângulo.

Centro de Flutuação é o centróide da figura de flutuação.

Centro de Carena é o centróide da carena (ou querena).

Desempolar é a operação do projecto da superfície do casco em que se removem empolamentos, ou seja, eliminam-se ou reduzem-se pequenas concavidades da carena, que resultaram de imprecisões nas fases anteriores de projecto.

Densidade de uma substância é a proporção entre o seu peso específico e o da água doce, em condições normalizadas de pressão e temperatura, sendo por isso uma grandeza adimensional.

Encolamento é a região do casco que faz a transição do fundo para o costado.

Figura de Flutuação é a figura geométrica criada pela intersecção da superfície da água com o casco do navio.

Imersão é diferença de cota entre a flutuação e a linha de água tangente ao fundo.

Impulsão é a força resultante das pressões hidrostáticas exercidas sobre um corpo imerso num fluído.

Linha Base é a linha de água mais baixa que se considera no plano geométrico, coincidindo com a intersecção do plano diametral do navio com o plano base.

Metacentro Longitudinal é o ponto onde se intersectam as verticais que passam pelos centros de carena correspondentes a dois planos de flutuação separados por um pequeno caimento.

Metacentro Transversal é o ponto onde se intersectam as verticais que passem pelos centros de carena correspondentes a dois planos de flutuação separados por um pequeno adornamento.

Plano Diametral ou de Simetria é o plano vertical e longitudinal do navio, colocado precisamente a meia largura deste. É, geralmente, um plano de simetria do navio.

Plano Base é o plano horizontal, paralelo à linha de flutuação carregada, que contém a linha base.

Plano Transversal é o plano vertical perpendicular aos dois primeiros.

Plano Geométrico ou Plano de Formas do Navio é o conjunto das secções do navio projectadas nos planos longitudinal, horizontal e transversal.

Peso Específico é o peso de uma unidade de volume de uma determinada substância em condições de pressão e temperatura normalizadas. Representa-se com a letra grega gama (γ) e mede-se por exemplo em N/m^3 (não confundir com densidade).

Pressão é a força exercida numa unidade de superfície, tendo por isso unidades de força por área. No sistema ISO mede-se em Pascal ($P = \text{N/m}^2$).

9 Respostas a exercícios seleccionados

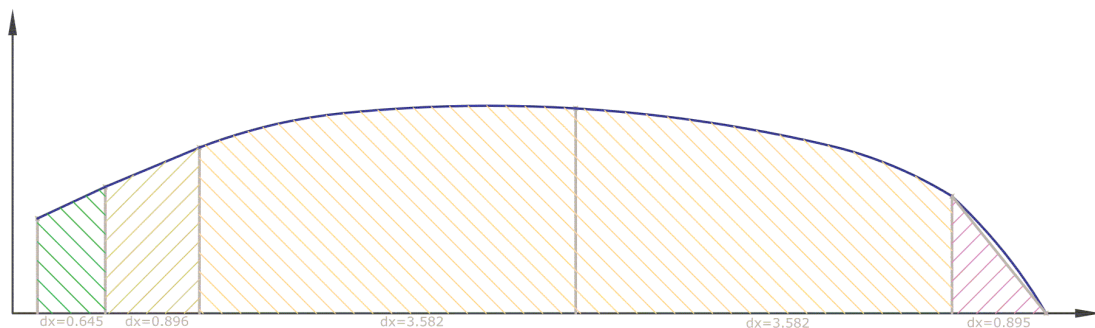
Exercício 2 pg.23, resposta: 5.55m^2 .

Exercício 3 pg.23, resposta: $C_F = 0.914$ $C_M = 0.785$ $C_B = 0.681$ $C_P = 0.868$.

Exercício 4 pg.23, resposta: $C_M = 0.86$ $C_B = 0.564$.

Exercício 5 pg.24, resposta: $X_G = 2.35\text{m}$ $Z_G = 4.61\text{m}$.

Exercício 1 pg.44, resposta:



Numeric integration of the DWL		X (m) : -0.645 0.000 0.896 4.478 8.060 8.955						
		dX (m) : 0.645 0.896 3.582 3.582 0.895						
determining the numeric integration coefficients C	methods	a	trpz	trpz	simps	simps	simps	none
		b	none	trpz	trpz	none	trpz	trpz
	spacings	dXa (m)	0.645	0.645	3.582	3.582	3.582	0
		dXb (m)	0	0.896	0.896	0	0.895	0.895
	constants	Ca	1/2	1/2	1/3	4/3	1/3	0
		Cb	0	1/2	1/2	0	1/2	1/2
		Ca dXa	0.323	0.323	1.194	4.776	1.194	0
		Cb dXb	0	0.448	0.448	0	0.448	0.448
		C = Ca dXa + Cb dXb	0.323	0.771	1.642	4.776	1.642	0.448
		Y (m)	0.900	1.200	1.573	1.945	1.111	0.000
Results:		area :	$A = 2 * Y * C' = 29.8 \text{ m}^2$					
		floatation centre :	$LCF = 2 * XY * C' / A = 3.918 \text{ m}$					
		transversal inertia :	$I_{xx} = 2 * X^2 Y * C' - A * LCF^2 = 156.1 \text{ m}^4$					
		longitudinal inertia :	$I_{yy} = Y^3 * C' * 2/3 = 30.2 \text{ m}^4$					

Matlab equivalent:
 $X = [-0.645 \ 0 \ 0.896 \ 4.478 \ 8.06 \ 8.955]$
 $dX = \text{diff}(X)$
 $dXa = [0.645 \ 0.645 \ 3.582 \ 3.582 \ 3.582 \ 0]$
 $dXb = [0 \ 0.896 \ 0.896 \ 0 \ 0.895 \ 0.895]$
 $Ca = [1/2 \ 1/2 \ 1/3 \ 4/3 \ 1/3 \ 0]$
 $Cb = [0 \ 1/2 \ 1/2 \ 0 \ 1/2 \ 1/2]$
 $C = Ca .* dXa + Cb .* dXb$
 $Y = [0.9 \ 1.2 \ 1.573 \ 1.945 \ 1.111 \ 0]$
 $XY = X .* Y$
 $X2Y = (X.^2) .* Y$
 $Y3 = Y.^3$

Exercício 2, pg. 46, resposta: Estes três tipos de secções traduzem amostragens diferentes da superfície da carena, pelo que só com frequências muito elevadas, ou seja, com espaçamentos muito próximos, produziram resultados indiscerníveis entre si.

Exercício 3, pg. 46, resposta: Admitindo que os três tipos e secções amostram a carena com mérito semelhante, então será prudente assumir como melhor valor a média dos três resultados, e como estimativa do majorante do erro absoluto a diferença desta média ao valor mais afastado.

Exercício 2.1 pg.56, resposta: $D_u = 200 \text{ l} / 100 = 2\text{t/cm} \Rightarrow \delta I = 10 / 2 = 5\text{cm}$.

Respostas a exercícios seleccionados

Exercício 2.2 pg.56, resposta: {0.020 0.100 -0.020}m.

Exercício 1 pg.68, resposta: $GM_T = 0.45m$ $GM_L = 10.05m$.

Exercício 2 pg.68, resposta: $GM = 0.27m > 0 \Rightarrow$ a bóia permanece vertical.

Exercício 3 pg.68, resolução Matlab:

```
% Exercício 3: Um navio com Lpp=80m, densidade 1.015, apresentando calados de
% 2.50m AV e 4.36m AR, tem 1.0m de caimento de construção, marcas de calados
% 0.4m AR da PPAV e 3.6m AV da PPAR.
clc;
Lpp=80; roEstuario=1.015; zAV=2.5; zAR=4.36; dConstr= 1; xAV= 0.4; xAR=3.6;
% 3.1 Calcule o calado na perpendicular a meio
fi= atan( ( zAR - zAV ) / ( Lpp - xAR - xAV ) ); % ângulo de caimento
zPPAM= zAR - ( Lpp/2 - xAR ) * fi;
fprintf( 1, 'Calado a meio no estuário = %8.3fm \n', zPPAM );
% 3.2 Calcule o caimento do navio
dEstuario= Lpp * fi - dConstr;
fprintf( 1, 'Caimento no estuário = %8.3fm \n', dEstuario );
% 3.3 Calcule o calado isocarénico, sabendo que LCF = 3.2m AR, e que este
% pouco varia com o calado
LCF= -3.2;
xF= Lpp/2 + LCF;
zFestuario= zAR - ( xF - xAR ) * fi;
fprintf( 1, 'Calado médio no estuário = %8.3fm \n', zFestuario );
% 3.4 Do gráfico de carenas direitas obtém-se D = 1520t (água salgada, 1.025t/m3).
% Determine o deslocamento correcto
roMar= 1.025;
Dccd= 1520;
V= Dccd / roMar;
D= V * roEstuario;
fprintf( 1, 'Deslocamento = %8.3ft \n', D );
% 3.5 Do gráfico de carenas direitas obtém-se Du = 6t/cm para água salgada.
% Determine o calado isocarénico quando o navio sai para o mar
Du= 6;
deltaD= V * ( roMar - roEstuario );
deltaZ= deltaD / ( 100 * Du ); % cm
zFmar= zFestuario - deltaZ;
fprintf( 1, 'Calado médio no mar = %8.3fm \n', zFmar );
% 3.6 Do gráfico de carenas direitas obtém-se KB = 2.5m, LCB = 0.8m AV e
% Mu = 2t.m/cm (água salgada). Determine o caimento quando o navio
% sai para o mar.
% Note-se que o centro de carena (B-boyancy) varia em z e em x
KB1= 2.5; LCB1= .8; Mu= 2; Af= Du/roMar;
dV= Af*deltaZ;
deltaKB= -( ( zFestuario-deltaZ/2 )-KB1)*dV/(V-dV); % variação desprezável
deltaLCB= -(LCF-LCB1)*dV/(V-dV); % variação não desprezável
Mi= deltaLCB * D;
dMar= dEstuario + ( Mi/Mu ) / 100;
fprintf( 1, 'Caimento no mar = %8.3fm \n', dMar );
```

Execução:

```
Calado a meio no estuário =    3.469m
Caimento no estuário =    0.958m
Calado médio no estuário =    3.548m
Deslocamento = 1505.171t
Calado médio no mar =    3.523m
Caimento no mar =    0.960m
```

Exercício 5 pg.69, resposta: $C_{AR} = 9.65 m$; $C_{AV} = 8.6 m$.

Exercício 6 pg.69, resposta: $\theta_T = 7.6^\circ$.

Exercício 7 pg.69, resposta: $GM = 0.81 m$ $\theta = 10.5^\circ$.

Exercício 8 pg.69, resposta: $X_p = 4.43 m$ AV.

Respostas a exercícios seleccionados

Exercício 10.1 pg.69, resolução:

a) Parte dos valores estão enunciados, os outros valores são:

LCF=0.051m LCB=0.051m KB=2.464m GMt=0.294m GMI=102.742m T=4.927m Tr=4.854m Tv=5.000m Tpoço=-1.082m d=-0.146m

b) T=6.252m Tr=6.205m Tv=6.292m Tpoço=0.243m d=-0.087m

GMI= 72.287m **GMt=-0.206m<0**. Portanto a oficina é alagada e a embarcação soçobra.

Cálculos em Matlab (esta resolução poderia ser mais simples, pois admite estudar situações adicionais à questão; sugere-se que faça copy-paste para explorar em Matlab ou Octave):

```
function [V,A,LCF,lxx,lyy,LCB,KB,GMt,GMI,Du,Mu,T,Tr,Tv,To,d]=condHidrost(D, LCG, KG)
% Calcula a condição de equilíbrio hidrostático para o pontão com moonpool.
% Considera-se o referencial colocado na linha base a meio-navio.
% D - deslocamento em t
% LCG - abcissa do centro de gravidade, em m
% KG - cota do centro de gravidade, em m
% V - volume de carena, em m3
% A - área da figura de flutuação, em m2
% LCF - abcissa do centro de flutuação, em m
% lxx - momento de inércia transversal, no centro de flutuação, em m4
% lyy - momento de inércia longitudinal, no centro de flutuação, em m4
% LCB - abcissa do centro da carena direita, em m
% KB - cota do centro da carena direita, em m
% GMt - altura metacêntrica transversal, em m
% GMI - altura metacêntrica longitudinal, em m
% Du - deslocamento unitário, em t/cm
% Mu - momento de calado unitário, em t.m/cm
% T - calado no centro de flutuação, em m
% Tr - calado na perpendicular a ré, em m
% Tv - calado na perpendicular a vante, em m
% To - nível de água no centróide da oficina, em m
% d - calado, em m

% 17/12/2012 ajcacho@tecnico.ulisboa.pt

Lpp=80; B=20; H=20; % carena
Lo=40; Bo=15; Ho=8; Xfo=-5; % oficina
Lp=4; Bp=Lp; Hp=6; Xfp=Xfo; % poço
ro=1.025; %t/m3

clear V A LCF lxx lyy LCB KB GMt GMI Du Mu T Tr Tv To d;

% dadas as 3 figuras de flutuação direitas possíveis há transições discretas entre elas:
% 1. se a flutuação seccionar o poço:
A1=Lpp*B-Lp*Bp;
V1=A1*Hp;
D1max=A1*Hp*ro; % máximo deslocamento com flutuação abaixo do pavimento da oficina
LCF1=(Lpp*B*0.0-Lp*Bp*Xfp)/A1;
lxx1=Lpp*B^3/12-Lp*Bp^3/12;
lyy1=Lpp^3*B/12+Lpp*B*LCF1^2-(Lp^3*Bp/12+Lp*Bp*(LCF1-Xfp)^2);
% 2. se a flutuação seccionar a oficina:
A2=Lpp*B-Lo*Bo;
V2=A2*Ho;
D2max=D1max+V2*ro; % máximo deslocamento com flutuação abaixo do teto da oficina
LCF2=(Lpp*B*0.0-Lo*Bo*Xfo)/A2;
lxx2=Lpp*B^3/12-Lo*Bo^3/12;
lyy2=Lpp^3*B/12+Lpp*B*LCF2^2-(Lo^3*Bo/12+Lo*Bo*(LCF2-Xfo)^2);
% 3. se a flutuação estiver acima do teto da oficina:
A3=Lpp*B;
V3=A3*(H-Hp-Ho);
D3max=D2max+V3*ro; % máximo deslocamento com flutuação acima do teto da oficina
LCF3=0.0; % flutuação simétrica
lxx3=Lpp*B^3/12;
lyy3=Lpp^3*B/12;

V=D/ro;
% calado no centro de flutuação
if D<D1max
    A=A1;
    LCF=LCF1;
    lxx=lxx1;
    lyy=lyy1;
```

Respostas a exercícios seleccionados

```

T=V/A1;
LCB=LCF;
KB=T/2;
elseif D<D2max
A=A2;
LCF=LCF2;
lxx=lxx2;
lyy=lyy2;

dV=V-V1;
dT=dV/A;
T=Hp+dT;
LCB=( V1*LCF1 + dV*LCF2 )/V;
KB=( V1*Hp/2 + dV*(Hp+dT/2) )/V;
elseif D<D3max
A=A3;
LCF=LCF3;
lxx=lxx3;
lyy=lyy3;

dV=V-V1-V2;
dT=dV/A;
T=Hp+Ho+dT;
LCB=( V1*LCF1 + V2*LCF2 + dV*LCF3 )/V;
KB=( V1*Hp/2 + V2*(Hp+Ho/2) + dV*(Hp+Ho+dT/2) )/V;
else
fprintf( '\nFlutuabilidade negativa - navio afunda-se\n\n' );
return;
end

% B,GMt,GMI,T,Tr,Tv,d,teta
GMt=KB+lxx/V-KG;
GMI=KB+lyy/V-KG;
Du=ro*A/100;
Mu=ro*lyy/(100*Lpp);
d=(LCB-LCG)*D/(100*Mu);
Tr=T+d*(Lpp/2+LCF)/Lpp;
Tv=T-d*(Lpp/2-LCF)/Lpp;
To=T+d*(LCF-Xfo)/Lpp - Hp;

fprintf( ['\nCondição hidrostática:\n' ...
'V=%7.1fm3 A=%6.1fm2 lxx=%7.1fm4 lyy=%8.1fm4 ' ...
'LCF=%5.3fm LCB=%5.3fm KB=%5.3fm\n' ...
'GMt=%5.3fm GMI=%7.3fm Du=%5.3ft/cm Mu=%5.3ft.m/cm\n' ...
'T=%5.3fm Tr=%5.3fm Tv=%5.3fm To=%5.3fm d=%6.3fm\n\n' ], ...
V, A, lxx, lyy, LCF, LCB, KB, GMt, GMI, Du, Mu, T, Tr, Tv, To, d );

clear;
D1=8000; KG1=9; LCG1=0.250;
[V,A,LCF,lxx,lyy,LCB,KB,GMt,GMI,Du,Mu,T,Tr,Tv,To,d]= ...
condHidrost(D1, LCG1, KG1);

Output:
V= 7804.9m3 A=1584.0m2 lxx=53312.0m4 lyy=852908.0m4 LCF=0.051m
LCB=0.051m KB=2.464m
GMt=0.294m GMI=102.742m Du=16.236t/cm Mu=109.279t.m/cm
T=4.927m Tr=4.854m Tv=5.000m To=-1.082m d=-0.146m

```

A água não chega à oficina (To<0).

Exercício 10.2 pg.70, resolução Matlab (continua questão anterior e reutiliza mesma função):

```

D2=2000; KG2=2; LCG2=LCF;
D=D1+D2;
KG=(KG1*D1+KG2*D2)/D;
LCG=(LCG1*D1+LCG2*D2)/D;
[V,A,LCF,lxx,lyy,LCB,KB,GMt,GMI,Du,Mu,T,Tr,Tv,To,d]= condHidrost(D, LCG, KG);

Output:
V= 9756.1m3 A=1000.0m2 lxx=42083.3m4 lyy=749333.3m4 LCF=3.000m
LCB=0.127m KB=3.081m

```

Respostas a exercícios seleccionados

GMt=-0.206m GMl= 72.287m Du=10.250t/cm Mu=96.008t.m/cm
T=6.252m Tr=6.205m Tv=6.292m To=0.243m d=-0.087m

A água chega à oficina (To>0) e a lastragem torna-se contraproducente e até desastrosa (GM<0).

Exercício 1 pg.75:

Para cada região rectangular na minuta abaixo, definida por uma cor única, gerou-se um ficheiro em formato txt, para importação pelo Matlab. Verifique estes ficheiros e outros acerca da resolução em Matlab, na pasta HullGen do *kit* documental da disciplina.

NPL Series Parent Hull (model 100A)

		Lwl_m	Bwl_m	T_m	LCB_m	Cb	Cp	Cm														
		2.540	0.406	0.140	-0.163	0.397	0.693	0.573														
		1	2	3	4	5	6	7	8	8.5	9	9.5	10(FP)									
X*10/Lpp		0(AP)	0.5	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	8.5	9	9.5	10(FP)						
Z X		0.000	0.127	0.254	0.381	0.508	0.762	1.016	1.270	1.524	1.778	2.032	2.159	2.286	2.413	2.540						
20	0.260	0.171	0.179	0.188	0.196	0.202	0.212	0.218	0.222	0.220	0.214	0.189	0.167	0.135	0.094	0.046	20	0.000	0.171	20	2.622	0.000
15	0.240	0.170	0.179	0.187	0.195	0.202	0.211	0.217	0.219	0.215	0.203	0.173	0.149	0.117	0.078	0.036	15	0.000	0.170	15	2.610	0.000
10	0.220	0.170	0.179	0.186	0.194	0.201	0.210	0.215	0.216	0.209	0.192	0.158	0.132	0.100	0.065	0.027	10	0.000	0.170	10	2.596	0.000
5	0.200	0.170	0.178	0.186	0.193	0.200	0.208	0.213	0.212	0.203	0.181	0.143	0.117	0.087	0.054	0.020	5	0.000	0.170	5	2.582	0.000
0	0.180	0.169	0.178	0.185	0.192	0.198	0.207	0.210	0.208	0.196	0.169	0.129	0.102	0.074	0.044	0.013	0	0.000	0.169	0	2.569	0.000
	0.160	0.168	0.177	0.184	0.190	0.196	0.204	0.207	0.204	0.188	0.158	0.116	0.090	0.064	0.037	0.008		0.000	0.168		2.555	0.000
	0.150	0.168	0.176	0.182	0.189	0.194	0.202	0.205	0.200	0.183	0.152	0.119	0.084	0.058	0.033	0.006		0.000	0.168		2.549	0.000
	0.140	0.167	0.174	0.181	0.186	0.192	0.200	0.203	0.197	0.178	0.145	0.103	0.078	0.054	0.030	0.000		0.000	0.167		2.540	0.000
	0.130	0.165	0.171	0.178	0.183	0.189	0.197	0.200	0.192	0.172	0.138	0.096	0.073	0.050	0.028	NaN		0.000	0.165		2.532	0.000
	0.120	0.160	0.165	0.172	0.177	0.185	0.193	0.196	0.187	0.166	0.130	0.090	0.067	0.046	0.024	NaN		0.000	0.160		2.523	0.000
	0.110	0.151	0.155	0.164	0.170	0.178	0.188	0.191	0.180	0.158	0.123	0.083	0.062	0.041	0.021	NaN		0.000	0.151		2.514	0.000
	0.100	0.132	0.141	0.151	0.159	0.169	0.180	0.183	0.171	0.149	0.114	0.076	0.056	0.037	0.019	NaN		0.000	0.132		2.505	0.000
	0.090	0.103	0.117	0.132	0.141	0.154	0.168	0.172	0.161	0.139	0.105	0.070	0.051	0.033	0.016	NaN		0.000	0.103		2.495	0.000
	0.080	0.065	0.082	0.098	0.116	0.131	0.149	0.157	0.149	0.128	0.096	0.063	0.046	0.029	0.014	NaN		0.000	0.095		2.485	0.000
	0.070	0.020	0.040	0.060	0.079	0.099	0.122	0.137	0.135	0.116	0.086	0.056	0.040	0.026	0.012	NaN		0.000	0.020		2.473	0.000
	0.060	NaN	NaN	0.019	0.044	0.063	0.092	0.115	0.117	0.102	0.076	0.049	0.035	0.022	0.009	NaN		0.176	0.000		2.460	0.000
	0.050	NaN	NaN	NaN	NaN	0.022	0.058	0.088	0.097	0.086	0.065	0.042	0.030	0.017	0.007	NaN		0.385	0.000		2.445	0.000
	0.040	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.023	0.058	0.074	0.070	0.054	0.034	0.025	0.015	0.004	NaN		0.598	0.000		2.425	0.000
	0.030	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.025	0.048	0.053	0.042	0.027	0.019	0.011	NaN	NaN		0.851	0.000		2.399	0.000
	0.020	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.022	0.034	0.029	0.019	0.014	0.008	NaN	NaN		1.084	0.000		2.361	0.000
	0.010	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.015	0.016	0.011	0.008	0.004	NaN	NaN		1.337	0.000		2.308	0.000
	0.000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.003	0.003	NaN	NaN	NaN	NaN		1.737	0.000		2.179	0.000
Stations bottom ends																						
Z	0.067	0.062	0.056	0.050	0.045	0.034	0.023	0.012	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.007	0.035	0.140						
Y	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000						

10 Bibliografia

Hamlin, N A., Goldberg, L. *Principles of Naval Architecture*, Capítulos 1 e 2, Lewis, E., Jersey City, NJ., 1988,

Lackenby, H., "On the Systematic Geometrical Variation of Ship Forms", 1950, RINA Transactions, Vol.92, 1950.

Rawson, J., Tupper, E.C. *Basic Ship Theory*, Vol. 1, Longman Inc, 1991.