

Tema 55. Circuitos eléctricos serie, paralelo y mixto. Cálculo de magnitudes.

Índice

55.1. Introducción

55.2. Circuito serie

55.2.1. Asociación en serie de resistencias

55.2.2. Asociación en serie de generadores

55.2.3. Asociación en serie de bobinas

55.2.4. Asociación en serie de condensadores

55.3. Circuito paralelo o derivación

55.3.1. Asociación en paralelo de resistencias

55.3.2. Asociación en paralelo de generadores

55.3.3. Asociación en paralelo de condensadores

55.4. Circuito mixto

55.4.1. Asociación mixta de resistencias

55.4.2. Asociación mixta de generadores

55.4.3. Asociación mixta de condensadores

55.4.4. Asociaciones en estrella y en triángulo

55.5. Cálculo de magnitudes

55.6. Conclusión

55.1. Introducción

Un circuito eléctrico es un conjunto de elementos conductores conectados de manera que constituyen un recorrido cerrado a través del que circula (o puede circular) una corriente eléctrica.

Los elementos más comunes de que consta un circuito eléctrico son:

- **Generador** (pila, batería, etc.), que suministra energía eléctrica al circuito.
- **Receptor** (motor, bombilla, resistencia, etc.), que aprovecha la energía eléctrica suministrada por el generador, transformándola en otros tipos de energía (mecánica, luminosa, calorífica, etc.).
- **Interruptor**, que abre o cierra el circuito, para que la transformación de energía se realice cuando se solicita.
- **Conductores**, generalmente hilos metálicos, que unen el generador y el receptor. Estos conductores poseen una determinada resistencia, que se simboliza concentrada en una zona del circuito, considerándose el resto del conductor como ideal; es decir, sin resistencia. De esta forma, los dos extremos de un hilo conductor ideal tienen el mismo potencial.

Un circuito sencillo que conste de estos cuatro elementos se esquematiza de la forma que se aprecia en la figura 55.1.

La corriente (considerada en sentido convencional como el movimiento de cargas positivas) sale del generador por el polo positivo y regresa a él por el negativo, conservándose constante su intensidad a lo largo de todo el circuito (de acuerdo con el principio de conservación de la carga eléctrica).

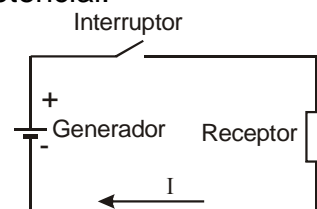


Figura 55.1.- Circuito eléctrico básico.

En este tema estudiaremos como se comportan los circuitos eléctricos al combinar diferentes generadores y también los receptores más simples, resistencias, bobinas y condensadores.

Los componentes eléctricos se pueden conectar de formas muy distintas, entre las que destacamos la asociación en **serie**, en **paralelo** y en forma **mixta**.

Otras formas de asociación que se encuentran principalmente en circuitos trifásicos son las conexiones en **estrella** y en **triángulo**.

55.2. Circuito serie

Se considera que 2 o más componentes están asociados en serie cuando se conectan uno a continuación de otro, de manera que por todos ellos circula la misma intensidad.

55.2.1. Asociación en serie de resistencias

Cuando se conectan varias resistencias en serie, se denomina **resistencia equivalente** aquella resistencia única que consume la misma energía que las asociadas y puede, por tanto, sustituirlas, sin que por ello se produzca modificación energética alguna en el circuito.

Es la que resulta al conectar las resistencias una a continuación de otra (figura 55.2), de manera que a **través de todas ellas circule la misma intensidad**, cumpliéndose que la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia equivalente es igual a la suma de las diferencias de potencial entre los extremos de las resistencias asociadas, es decir:

$$V_A - V_D = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) = \sum V_i$$

Aplicando la ley de Ohm a cada conductor, tendremos:

$$I \cdot R_{eq} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + \dots = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + \dots)$$

Y simplificando:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum R_i$$

“En una asociación de resistencias en serie la resistencia equivalente es igual a la suma de las resistencias asociadas”.

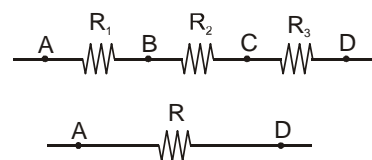


Figura 55.2.- Resistencias en serie.

Caso particular: Divisor de tensión

Un divisor de tensión consiste en una asociación en serie de resistencias. Un caso típico es el de una resistencia R provista de un cursor deslizante (de tipo potenciométrico) y conectada conforme se indica en la figura 55.3, de manera que la corriente I suministrada por el generador al llegar al punto C se ramifica, y una parte de ella, I₁, circula a través de la resistencia de carga R₁, (cualquier aparato consumidor de energía eléctrica), mientras que la parte restante I₂, lo hace a través del trozo de resistencia variable comprendido entre C y B.

Si el cursor está situado en el extremo A, una gran parte de la corriente pasa a través de la resistencia de carga, y en ella la tensión será máxima. A medida que el cursor se va desplazando hacia el extremo B, la tensión en R, va disminuyendo (dividiéndose) hasta llegar a anularse. De esta manera, situando adecuadamente el cursor, se puede obtener cualquier valor de tensión en la carga, comprendido entre cero y el valor máximo mencionado.

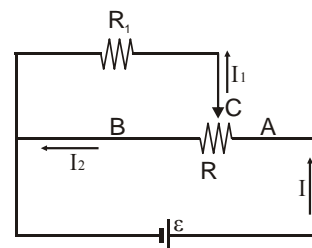


Figura 55.3.- Divisor de tensión.

Si en lugar del potenciómetro se emplean 2 resistencias fijas, la tensión del generador queda dividida en 2 tensiones proporcionales al valor de cada resistencia.

55.2.2. Asociación en serie de generadores

Es la que resulta de unir entre sí y sucesivamente los polos de signo contrario de los diferentes generadores (figura 55.4).

La fuerza electromotriz total es igual a la suma de las fuerzas electromotrices de cada uno de los generadores y la resistencia interna total es también igual a la suma de las resistencias internas de todos ellos. Por tanto, aplicando la ley de Ohm, resulta:

$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{R + \sum r_i}$$

Asociando n generadores iguales en serie se consigue una fuerza electromotriz n veces más elevada que con un solo generador.

Una **batería** está formada por una asociación en serie de pilas elementales.

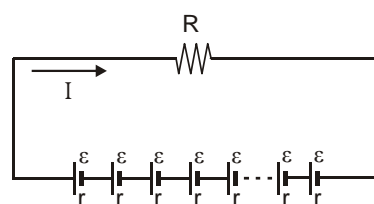


Figura 55.4.- Asociación de generadores en serie.

55.2.3. Asociación en serie de bobinas

La asociación de bobinas sigue las mismas reglas que la de resistencias, de manera que la inductancia equivalente es la suma de las inductancias de cada bobina: $L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$

55.2.4. Asociación en serie de condensadores

En una conexión serie de condensadores por todos ellos hay igual desplazamiento y acumulación de cargas, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n$, mientras que la tensiones parciales del circuito se reparten inversamente para cada capacidad ya que en un condensador se cumple:

$$V = \frac{Q}{C}$$

Así, en el circuito de la figura 55.5, con tres condensadores conectados en serie:

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

Igualando este valor de la tensión por el que adquiere con la capacidad equivalente, $V = \frac{Q}{C_{eq}}$, resulta:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Y la capacidad equivalente de una conexión serie de n condensadores:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Siendo C_{eq} la capacidad equivalente y C_1, C_2, \dots, C_n las capacidades parciales.

Las **implicaciones** de la asociación serie de condensadores son las siguientes:

- La carga Q es única en todos ellos e igual a la total.
- La tensión total es la suma de las tensiones parciales.
- La capacidad equivalente siempre es más pequeña que la capacidad parcial más pequeña.

55.3. Circuito paralelo o derivación

Es la que resulta de unir varios componentes de tal modo que tengan sus extremos conectados a los mismos puntos. Por tanto, **la diferencia de potencial entre los extremos de todos los componentes será la misma.**

52.3.1. Asociación en paralelo de resistencias

En la asociación en paralelo (figura 55.6), la tensión en cada resistencia es la misma pero por cada una de ellas circulará distinta intensidad, cumpliéndose que la intensidad de corriente total es igual a la suma de las que pasan por cada una de las resistencias asociadas (de acuerdo con el primer lema de Kirchhoff):

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots = \sum I_i$$

Y aplicando la ley de Ohm, tanto a la resistencia equivalente como a las asociadas:

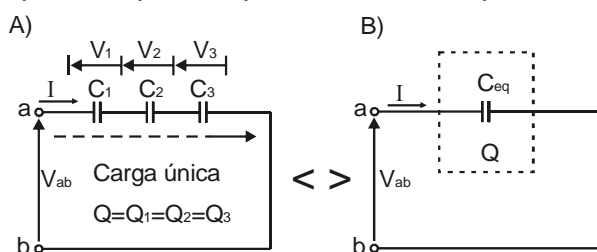


Figura 55.5.- Conexión de tres condensadores en serie. A)Esquema. B)Capacidad equivalente.

$$\frac{V_{AB}}{R} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} + \dots$$

de donde, simplificando, resulta:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots = \sum \frac{1}{R_i}$$

“En una asociación de resistencias en paralelo la inversa de la resistencia (conductancia) equivalente es igual a la suma de las inversas de las resistencias (conductancias) asociadas”.

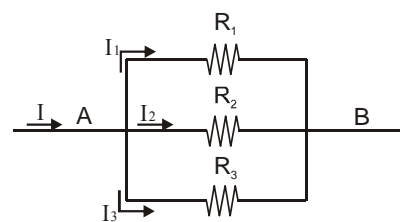


Figura 55.6.- Resistencias en paralelo.

Si se trata tan solo de dos resistencias asociadas en paralelo (figura 55.7), las intensidades de corriente que circulan por ellas, I_1 e I_2 , habrán de cumplir:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

obteniéndose por resolución de este sistema las intensidades de corriente que atraviesan cada resistencia:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

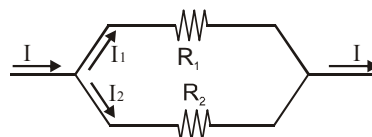


Figura 55.7.-Divisor de corriente.

Este montaje de dos resistencias en paralelo se conoce como **divisor de intensidad**. Como regla podemos establecer que la corriente por una rama del divisor de intensidad es igual a la corriente total multiplicada por la resistencia de la otra rama y dividida por la suma de las 2 resistencias.

55.3.2. Asociación en paralelo de generadores

Es la que resulta de unir por un lado todos los polos positivos y, por otro, todos los negativos de los n generadores. Hay que evitar conectar los generadores en paralelo con los polos invertidos ya que esto produciría una corriente a través de ambos generadores muy intensa, pues la resistencia interna de un generador suele ser pequeña y, muy probablemente, se destruirían ambos generadores.

Si los generadores (como ocurre en un caso práctico ya que en caso contrario todos adquirirían la tensión de la f.e.m. más pequeña) son todos iguales, se deduce fácilmente el valor de la intensidad que circula por la resistencia R :

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}}$$

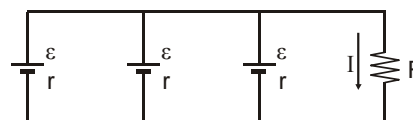


Figura 55.8.- Generadores en paralelo.

En la asociación en paralelo (figura 55.8) no se consigue entregar mayor tensión al receptor, aunque sí mayor intensidad, sobre todo en el caso de que la resistencia exterior sea pequeña. Pero en lo que radica la ventaja de este tipo de asociación es que por cada generador pasa una intensidad menor que si no hubiese asociación y de esta forma se descargan más lentamente.

55.3.3. Asociación en paralelo de condensadores

En el caso de tres condensadores conectados en paralelo, como se indica en la figura 55.9, la tensión es única:

$$V_{ab} = V_1 = V_2 = V_3$$

Y las cargas parciales son directamente proporcionales a la tensión y a la capacidad:

$$Q_1 = C_1 \cdot V_{ab}, \quad Q_2 = C_2 \cdot V_{ab}, \quad Q_3 = C_3 \cdot V_{ab}$$

Por tanto:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Sustituyendo el valor de Q por el valor de la tensión y capacidad equivalente:

$$C_{eq} \cdot V_{ab} = C_1 \cdot V_{ab} + C_2 \cdot V_{ab} + C_3 \cdot V_{ab}$$

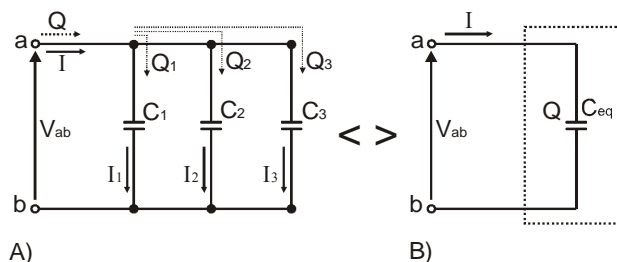


Figura 55.9.- Condensadores en paralelo. A) Esquema B) Capacidad equivalente.

En el caso general de n condensadores en paralelo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

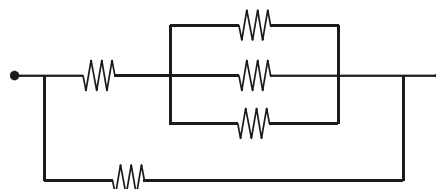
Siendo C_{eq} la capacidad equivalente.

Las **implicaciones** de la asociación en paralelo de condensadores son las siguientes:

- La tensión es única en todos ellos e igual a la total.
- La carga total es la suma de las cargas parciales.
- La capacidad equivalente siempre es más grande que la capacidad parcial más grande.

55.4. Circuito mixto

Es una combinación de las dos asociaciones anteriores que se produce cuando en el mismo circuito existen asociaciones en serie acopladas en paralelo o asociaciones en paralelo conectadas en serie.



55.4.1. Asociación mixta de resistencias

La figura 55.10 muestra dos casos prácticos. La resistencia equivalente se calcula resolviendo por separado cada una de las asociaciones sencillas formadas, hasta llegar a una resistencia única. Si se desea conocer la intensidad que circula por una cualquiera de las resistencias, lo más cómodo es obtener la diferencia de potencial entre sus extremos y aplicar luego la ley de Ohm.

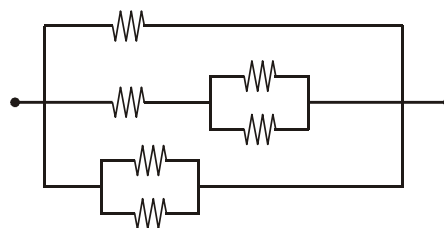


Figura 55.10.- Asociaciones mixtas de resistencias.

55.4.2. Asociación mixta de generadores

La figura 55.11 muestra dos ejemplos. La mejor manera de resolver un circuito con una asociación mixta de generadores consiste en la aplicación de las leyes de Kirchhoff.

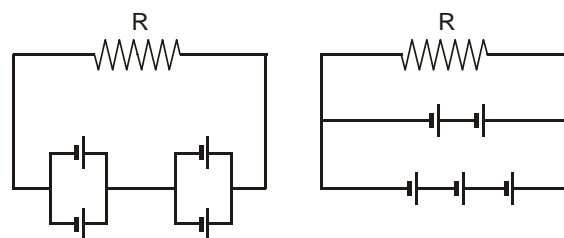


Figura 55.11.- Asociaciones mixtas de generadores.

55.4.3. Asociación mixta de condensadores

En este caso se resuelve el sistema mediante los cálculos selectivos (figura 55.12). Se calcula primero la capacidad equivalente de las ramas en paralelo y después la capacidad equivalente de las ramas resultantes en serie o viceversa, según cada esquema.

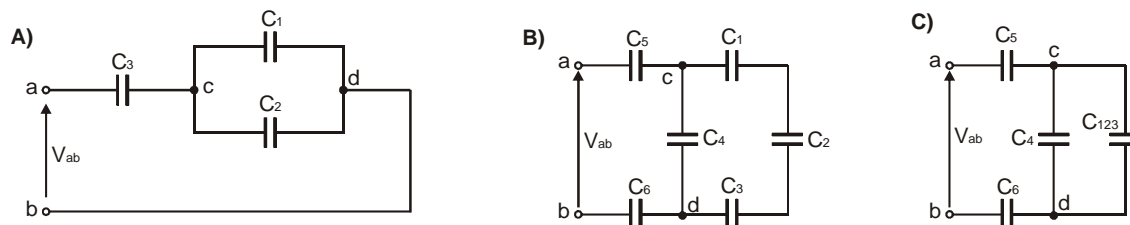


Figura 55.12.- Circuitos serie-paralelo de condensadores.

55.4.4. Asociaciones en estrella y en triángulo

Por simplicidad, ilustraremos estos casos considerando solo resistencias.

La conexión en estrella consiste en unir los finales de las tres resistencias entre sí, formando un punto común, y dejando libres los tres principios.

La conexión en triángulo consiste en unir el principio de una resistencia con el final de la siguiente, repitiendo la operación cíclicamente hasta obtener un sistema cerrado.

• Transformación de triángulo a estrella

Véase el problema siguiente: Dadas tres resistencias dispuestas en triángulo, calcular las equivalentes a los efectos de corriente y tensión, pero dispuestas en estrella (figura 55.13).

Mirando la resistencia R desde los terminales A-B del triángulo, se verá una cierta resistencia que debe ser equivalente a aquella que calculamos. Efectivamente, desde los puntos A-B se advierten las resistencias R_{ac} y R_{bc} en serie entre sí, pero en paralelo con la resistencia R_{ab} .

Mirando también desde A-B en la estrella, se ven las equivalentes del nuevo sistema: $R_a + R_b$ (la resistencia R_c queda al aire, es decir, no forma circuito cerrado desde los puntos considerados).

Haciendo lo mismo desde los puntos A-C y C-B, se llega a las ecuaciones siguientes:

$$R_{AB} = \frac{R_{ab}(R_{ac} + R_{bc})}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}} = R_A + R_B$$

$$R_{AC} = \frac{R_{ac}(R_{ab} + R_{bc})}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}} = R_A + R_C$$

$$R_{BC} = \frac{R_{bc}(R_{ac} + R_{ab})}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}} = R_C + R_B$$

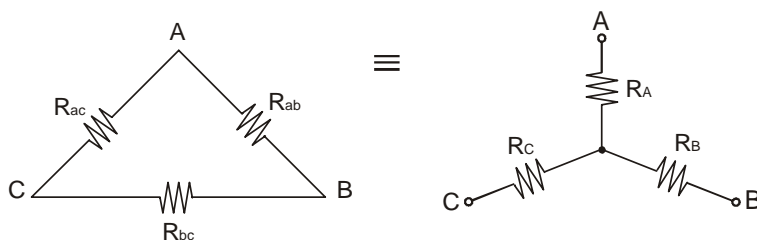


Figura 55.13.

De este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, se pueden calcular fácilmente los valores de R_A , R_B y R_C conociendo R_{ab} , R_{ac} y R_{bc} .

Para calcular R_A , bastará con sumar miembro a miembro las 2 primeras ecuaciones, restándole la tercera. De forma similar se obtienen R_B y R_C .

$$R_A = \frac{R_{ab} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$R_B = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$R_C = \frac{R_{bc} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

• **Transformación de estrella a triángulo**

En este caso se trata de despejar de las ecuaciones anteriores, R_{ac} , R_{ab} , y R_{bc} , pues ahora R_a , R_b y R_c serán valores conocidos. Resolviendo el sistema de ecuaciones por cualquier procedimiento conocido, se tiene:

$$R_{ac} = R_A + R_C + \frac{R_A \cdot R_C}{R_B}$$

$$R_{bc} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}$$

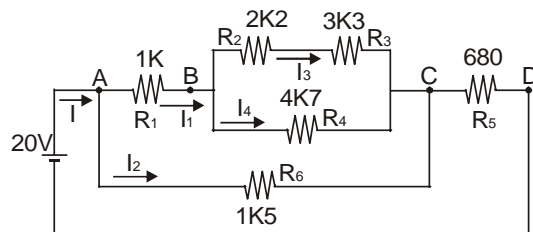
$$R_{ab} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C}$$

Estas transformaciones se han resuelto para resistencias; resultados similares se habrían obtenido para el caso de que fuesen impedancias.

55.5. Cálculo de magnitudes

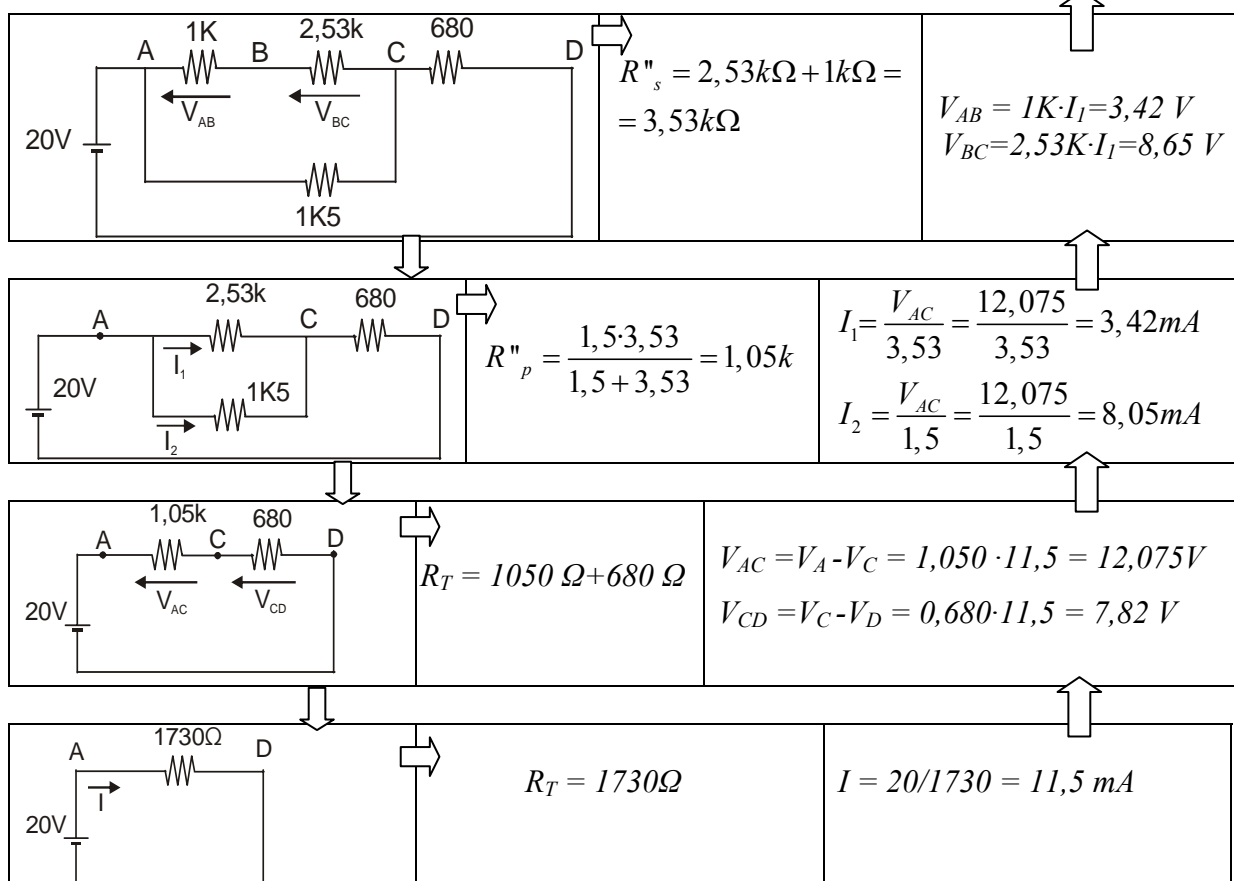
En los circuitos más sencillos analizados anteriormente ya se ha realizado el cálculo de las magnitudes equivalentes de cada asociación. Se va a describir, paso a paso, el proceso de cálculo de tensiones e intensidades en el circuito, ilustrándolo con un ejemplo de aplicación.

Sea el circuito de la figura en el que se pretende calcular la intensidad en cada rama y la tensión entre nudos.



Identificamos qué componentes están en serie o paralelo; empezamos por las resistencias de 2K2 y 3k3 que están en serie, cuya resultante es la suma, $R'_s=5k5$, y continuamos hasta reducir el circuito a una sola malla, calculando las resistencias equivalentes, como se muestra a continuación, el circuito en la primera columna y la resistencia, en la segunda:

	$R'_p = \frac{5,5 \cdot 4,7}{5,5 + 4,7} = 2,53k\Omega$	$I_3 = \frac{V_{BC}}{5,5} = \frac{8,65}{5,5} = 1,57mA$ $I_4 = \frac{V_{BC}}{4,7} = \frac{8,65}{4,7} = 1,84mA$
--	--	---



Para calcular las tensiones e intensidades en el circuito procedemos en sentido contrario, es decir de los circuitos más sencillos a los más complejos, tal como se indica en la 3ª columna de las tablas.

55.6. Conclusión

La conexión en serie simplifica el cableado de los circuitos pero presenta el inconveniente de que si falla uno de los componentes queda el circuito abierto, impidiendo el funcionamiento de todos los demás; es por lo que esta asociación no se utiliza prácticamente en instalaciones eléctricas.

La conexión en paralelo es la más adecuada para ese tipo de sistemas ya que la red de distribución entrega una tensión constante y al ser la tensión de trabajo siempre la misma se estandariza la fabricación de los componentes de la instalación.

En otros campos de aplicación de la tecnología eléctrica como las máquinas eléctricas o los automatismos se utilizan principalmente asociaciones mixtas, destacando las asociaciones estrella y triángulo en las máquinas eléctricas de corriente alterna.