



PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DE CHILE  
Departamento de Ingeniería  
Estructural y Geotécnica

# Fundamentos de Geotecnia

## ICE-1603

Esteban SÁEZ

esaez@ing.puc.cl

Período : Primer Semestre 2010

Versión : 2.0

20 de enero de 2010



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción general . . . . .	2
1.2. Aspectos generales del comportamiento mecánico del suelo . . . . .	2
1.3. Problemas típicos en geotecnia . . . . .	4
1.4. Factores de seguridad y carga . . . . .	6
<b>2. El suelo</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	10
2.2. Elementos de geología . . . . .	10
2.3. Descripción cualitativa de los suelos . . . . .	12
2.3.1. Fases de un suelo . . . . .	13
2.4. Descripción cuantitativa . . . . .	17
2.4.1. Descripción del estado de un suelo . . . . .	17
2.4.2. Propiedades de las partículas constituyentes del suelo . . . . .	19
2.4.2.1. Granulometría . . . . .	20
2.4.2.2. Límites de Atterberg . . . . .	21
2.4.3. Características del estado del suelo . . . . .	23
2.5. Clasificación de suelos . . . . .	24
<b>3. Tensiones en los suelos</b>	<b>27</b>
3.1. Introducción . . . . .	28
3.2. Repaso de mecánica de medios continuos . . . . .	28
3.2.1. Esfuerzos . . . . .	28
3.2.2. Círculo de Mohr . . . . .	30
3.2.3. Deformaciones . . . . .	32
3.2.4. Ecuaciones de equilibrio . . . . .	33
3.2.5. Trabajo de deformación . . . . .	33
3.3. Esfuerzos en mecánica de suelos . . . . .	34
3.3.1. Convención de signos . . . . .	34
3.3.2. Reseña histórica . . . . .	34
3.3.3. Principio de esfuerzos efectivos . . . . .	35
3.3.4. Esfuerzos en los suelos parcialmente saturados . . . . .	37
3.4. Esfuerzos geoestáticos . . . . .	38
3.4.1. Esfuerzos verticales en masivos semi-infinitos de superficie horizontal . . . . .	38
3.4.2. Esfuerzos horizontales en masivos semi-infinitos de superficie horizontal . . . . .	39
3.4.3. Esfuerzos en masivos semi-infinitos de superficie inclinada . . . . .	39
3.4.4. Succiones en suelos saturados . . . . .	40
3.5. Tensiones inducidas . . . . .	41
3.5.1. Suelo cargado uniformemente en superficie . . . . .	42
3.5.2. Cálculo de esfuerzos inducidos por la teoría de elasticidad . . . . .	42
3.5.2.1. Principio de superposición . . . . .	42
3.5.2.2. Cargas puntuales . . . . .	43

3.5.2.3.	Cargas distribuidas . . . . .	43
3.5.2.3.1.	Distribución rectangular uniforme . . . . .	44
3.5.2.3.2.	Distribución circular uniforme . . . . .	45
3.5.2.3.3.	Distribución arbitraria . . . . .	46
3.5.2.4.	Distribución simplificada . . . . .	46
3.6.	Ejercicios . . . . .	47
3.6.1.	Esfuerzos geostáticos . . . . .	47
<b>4.</b>	<b>El agua en el suelo</b>	<b>49</b>
4.1.	Introducción . . . . .	50
4.2.	Hidráulica de suelos . . . . .	50
4.2.1.	Carga hidráulica . . . . .	50
4.2.2.	Gradiente hidráulico . . . . .	51
4.2.3.	Velocidad de infiltración . . . . .	51
4.2.4.	Ley de Darcy . . . . .	52
4.2.5.	Coefficiente de permeabilidad . . . . .	53
4.2.6.	Flujo en suelos anisotrópicos . . . . .	54
4.2.7.	Medición de la conductividad hidráulica . . . . .	54
4.2.7.1.	Ensayos de carga constante . . . . .	55
4.2.7.2.	Ensayos de carga variable . . . . .	55
4.3.	Fuerzas de filtración . . . . .	56
4.3.1.	Caso unidimensional . . . . .	56
4.3.2.	Caso general . . . . .	57
4.3.3.	Gradiente hidráulico crítico . . . . .	57
4.4.	Flujo estacionario . . . . .	58
4.4.1.	Flujo en medios homogéneos isotrópicos . . . . .	58
4.4.1.1.	Condiciones de borde . . . . .	59
4.4.1.2.	Condiciones de continuidad . . . . .	60
4.4.2.	Flujo en medios homogéneos anisotrópicos . . . . .	61
4.4.3.	Métodos de resolución de problemas de flujo . . . . .	61
4.4.3.1.	Resolución analítica directa . . . . .	62
4.4.3.2.	Redes de flujo: método gráfico . . . . .	62
4.4.3.3.	Métodos numéricos . . . . .	64
4.5.	Ejercicios propuestos . . . . .	64
<b>5.</b>	<b>Deformaciones en suelos: asentamientos y consolidación</b>	<b>67</b>
5.1.	Introducción . . . . .	68
5.2.	Deformaciones en suelos . . . . .	68
5.2.1.	Compresibilidad . . . . .	69
5.2.1.1.	Ensayo edométrico . . . . .	69
5.2.1.2.	Curvas de compresibilidad y de consolidación . . . . .	70
5.2.1.3.	Parámetros de compresibilidad . . . . .	72
5.2.1.4.	Otros ensayos de compresibilidad . . . . .	73
5.2.1.5.	Asentamientos edométricos . . . . .	74
5.2.2.	Deformaciones desviadoras y volumétricas . . . . .	75
5.2.3.	Cálculo de asentamientos . . . . .	76
5.2.4.	Aceleración de asentamientos . . . . .	77
5.2.5.	Asentamientos admisibles . . . . .	77
5.3.	Consolidación . . . . .	79
5.3.1.	Consolidación 1D . . . . .	80
5.3.2.	Ecuación de consolidación 1D . . . . .	81
5.3.3.	Resolución de la ecuación de consolidación 1D . . . . .	82

5.3.4.	Razón de consolidación . . . . .	84
5.3.5.	Extensión al caso de doble drenaje . . . . .	85
5.3.6.	Coeficiente de consolidación . . . . .	85
5.3.7.	Coeficiente de permeabilidad . . . . .	85
5.3.8.	Cálculo del tiempo de asentamiento . . . . .	86
5.3.9.	Otras teorías de consolidación . . . . .	86
5.4.	Ejercicios . . . . .	87
5.4.1.	Asentamientos . . . . .	87
5.4.1.1.	Asentamientos bajo un terraplén . . . . .	87
5.4.2.	Consolidación . . . . .	89
5.4.2.1.	Asentamientos por consolidación . . . . .	89
5.4.2.2.	Tiempo de consolidación . . . . .	90
5.5.	Ejercicios propuestos . . . . .	91
<b>6.</b>	<b>Resistencia al corte</b> . . . . .	<b>93</b>
6.1.	Introducción . . . . .	94
6.2.	Definición de ruptura en suelos . . . . .	94
6.3.	Comportamiento drenado y no drenado de un suelo . . . . .	95
6.3.1.	Comportamiento drenado . . . . .	95
6.3.2.	Comportamiento no drenado . . . . .	96
6.3.3.	Factores que influyen en la resistencia al corte . . . . .	96
6.4.	Ensayos para determinar la resistencia al corte en suelos . . . . .	96
6.4.1.	Ensayo Triaxial . . . . .	97
6.4.1.1.	Equipo . . . . .	97
6.4.1.2.	Tipos de ensayo . . . . .	98
6.4.1.3.	Resultados . . . . .	98
6.4.2.	Ensayo de Corte Directo . . . . .	99
6.4.2.1.	Equipo . . . . .	99
6.4.2.2.	Tipos de ensayo . . . . .	100
6.4.2.3.	Resultados . . . . .	100
6.5.	Resistencia al corte en suelos granulares . . . . .	101
6.5.1.	Curva de esfuerzo-deformación . . . . .	101
6.5.2.	Curva intrínseca . . . . .	101
6.5.3.	Ángulo de fricción interno . . . . .	102
6.5.4.	Comportamiento volumétrico . . . . .	103
6.5.4.1.	Ilustración de los fenómenos de dilatancia y contractancia . . . . .	103
6.5.4.2.	Ensayo de corte directo sobre un mismo suelo a densidades iniciales distintas e idéntico esfuerzo normal . . . . .	103
6.5.4.3.	Ensayo de corte directo sobre un mismo suelo denso para dos niveles de esfuerzo normal . . . . .	105
6.6.	Resistencia al corte de suelos cohesivos . . . . .	105
6.6.1.	Características drenadas . . . . .	106
6.6.1.1.	Ensayo triaxial consolidado drenado (CD) . . . . .	106
6.6.1.2.	Ensayo triaxial consolidado no drenado (CU) . . . . .	107
6.6.1.3.	Ensayo de corte directo . . . . .	108
6.6.2.	Características no drenadas . . . . .	109
6.6.2.1.	Ensayo triaxial no consolidado no drenado (UU) . . . . .	109
6.6.2.2.	Ensayo triaxial consolidado no drenado (CU) . . . . .	110
6.6.2.3.	Ensayo de compresión no confinada . . . . .	111
6.7.	Resumen . . . . .	111
6.8.	Ejercicios propuestos . . . . .	113

<b>7. Empujes laterales</b>	<b>115</b>
7.1. Introducción . . . . .	116
7.2. Coeficientes de empuje activo y pasivo . . . . .	118
7.2.1. Empujes geoestáticos . . . . .	118
7.2.1.1. Suelos granulares . . . . .	119
7.2.1.2. Suelos finos . . . . .	120
7.2.2. Empujes bajo una superficie inclinada . . . . .	121
7.2.3. Orientación de los planos de ruptura . . . . .	123
7.3. Fuerzas de empuje activo y pasivo . . . . .	124
7.3.1. Método de Coulomb . . . . .	124
7.3.2. Método de Rankine . . . . .	126
7.3.2.1. Empuje activo: suelo granular saturado de superficie horizontal . . . . .	127
7.3.2.2. Empuje pasivo: suelo granular saturado de superficie inclinada . . . . .	127
7.3.2.3. Estabilidad de excavaciones en suelos cohesivos: noción de altura crítica	128
7.3.3. Validez de los métodos . . . . .	129
7.4. Obras de contención . . . . .	129
7.4.1. Aspectos generales del diseño de obras de contención . . . . .	131
7.4.2. Diseño de muros gravitatorios de albañilería de piedra y hormigón . . . . .	132
7.5. Ejercicios propuestos . . . . .	134
<b>8. Estabilidad de taludes</b>	<b>139</b>
8.1. Introducción . . . . .	140
8.2. Algunos aspectos prácticos . . . . .	141
8.3. Evaluación de la estabilidad . . . . .	141
8.3.1. Factor de seguridad . . . . .	142
8.3.2. Cálculo del factor de seguridad en ruptura plana . . . . .	143
8.3.3. Cálculo del factor de seguridad en ruptura circular . . . . .	144
8.3.3.1. Método global. . . . .	145
8.3.3.2. Método de las dovelas. . . . .	147
8.3.3.3. Método de las perturbaciones. . . . .	148
8.3.4. Deslizamientos a corto y largo plazo . . . . .	149
8.4. Ejercicios propuestos . . . . .	150
<b>9. Fundaciones superficiales</b>	<b>153</b>
9.1. Introducción . . . . .	154
9.2. Tensiones límites bajo una zapata corrida . . . . .	155
9.2.1. Solución simplificada: teoría de la cuña de Rankine . . . . .	156
9.2.2. Método de Terzaghi . . . . .	157
9.2.2.1. Cálculo en condiciones no drenadas . . . . .	160
9.2.2.2. Cálculo en condiciones drenadas . . . . .	160
9.3. Extensión a configuraciones más generales . . . . .	161
9.3.1. Influencia de la forma de la fundación: carga vertical y centrada . . . . .	161
9.3.2. Influencia de la inclinación y excentricidad de la carga . . . . .	162
9.3.3. Fundaciones sobre suelos heterogéneos . . . . .	164
9.4. Asentamientos bajo fundaciones superficiales . . . . .	164
9.4.1. Cálculo basado en la teoría de Elasticidad . . . . .	165
9.4.2. Cálculo basado en los resultados del ensaye edométrico . . . . .	165
9.5. Aspectos principales del diseño de fundaciones superficiales . . . . .	166
9.6. Ejercicios propuestos . . . . .	167
<b>A. Ejercicios de repaso</b>	<b>171</b>
<b>B. Respuestas ejercicios propuestos</b>	<b>173</b>

# Capítulo 1

## Introducción

### Índice

---

1.1. Introducción general . . . . .	2
1.2. Aspectos generales del comportamiento mecánico del suelo . . . . .	2
1.3. Problemas típicos en geotecnia . . . . .	4
1.4. Factores de seguridad y carga . . . . .	6

---

## 1.1. Introducción general

La mecánica de suelos y la mecánica de rocas son ciencias relativamente jóvenes que se originan sólo a mediados del siglo veinte. Son esencialmente ciencias experimentales, es decir, que se han desarrollado a partir de la observación, la medición, la comprensión de los fenómenos, la modelación y la definición de acciones cuyos resultados pueden ser observados, medidos y analizados.

Similarmente a lo que ocurre en otras áreas de las ciencias, los mecánicos de suelos o de rocas no tienen acceso a una descripción perfecta de los materiales de los cuales deben ser capaces de predecir su comportamiento. En efecto, el suelo de un determinado lugar no es ni perfectamente homogéneo ni está uniformemente distribuido en capas regulares. Por lo tanto, el ingeniero geotécnico debe ser capaz, en primer lugar, de reconstituir el contexto general del problema al que se ve enfrentado antes si quiera de comenzar a desarrollar un solución.

En consecuencia, el desarrollo de un proyecto de ingeniería geotécnica requiere de diversas competencias (Magnan, 2000a):

- Conocimiento del tipo de situaciones que se pueden encontrar en la práctica a fin de identificar y caracterizar el problema a resolver
- Familiarización con los procedimientos y técnicas de construcción, así como sus dominios de aplicación, a fin de guiar el proceso de cálculo/diseño y de comparación de posibles soluciones
- Comprensión de los fenómenos físicos y mecánicos que permitirán predecir el comportamiento del suelo antes y después de la ejecución de la obra

Si bien la experiencia es fundamental para la práctica de la ingeniería geotécnica, el aprendizaje adecuado de las nociones fundamentales ligadas tanto a la observación como al cálculo y al diseño facilitan la adquisición de dicha experiencia.

## 1.2. Aspectos generales del comportamiento mecánico del suelo

En cualquier cuerpo o mecanismo, cambios en el sistema de carga inducirán movimientos. Una variación de fuerzas modifica el campo de esfuerzos internos que debe estar en equilibrio con el sistema de cargas. Los desplazamientos alteran el campo de deformaciones que debe ser compatible con las características del material. Estos dos requisitos: *equilibrio* y *compatibilidad* son universalmente válidos. Las relaciones entre esfuerzos y deformaciones (o fuerzas y desplazamientos) están controladas por las características del material.

Existen diversas ramas de la mecánica que dependen del tipo de material, del tipo de problema y de las hipótesis formuladas. Algunas de las ramas principales de la mecánica se muestran en la Fig.1.1. La mecánica de cuerpos rígidos está asociada a mecanismos donde se asume que los distintos componentes son rígidos e indeformables. En la mecánica estructural las deformaciones están inducidas principalmente por la flexión en vigas y columnas. En la mecánica de fluidos se estudia el flujo de fluidos a través de canales, tuberías, etc. En la mecánica de medios continuos el objetivo es determinar los campos de deformaciones y esfuerzos al interior de materiales que se asumen razonablemente continuos (no fisurados o con discontinuidades). En la mecánica de medios discretos se busca la respuesta del conjunto de granos a partir del comportamiento individual de cada grano. Si bien todas estas ramas de la mecánica están relacionadas con la mecánica de suelos, la mayor parte de la geotecnia está asociada a la mecánica de medios continuos y la mecánica de cuerpos rígidos. No obstante, en la actualidad existe mucha investigación en mecánica de suelos basada en la mecánica de sistemas discretos (Dubois and Jean, 2001).

La relación entre esfuerzos y deformaciones están controladas por las propiedades de los materiales. Si el material es rígido, no existen deformaciones y sólo habrá movimiento si el cuerpo es un mecanismo. En caso contrario, el material puede experimentar contracción/extensión o distorsión. La Fig.1.2a muestra un elemento de un material de volumen inicial  $V_0$  sometido a una compresión isotrópica  $\sigma$ .

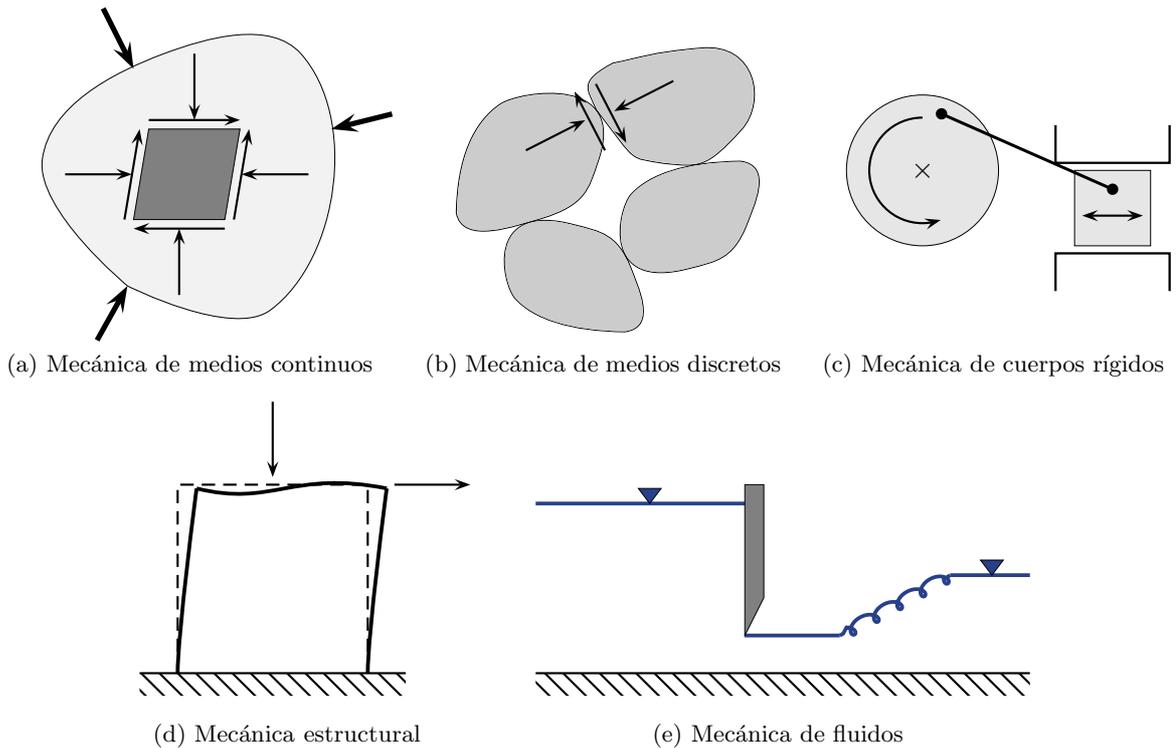


Figura 1.1: Ramas de la ingeniería mecánica relacionadas con la ingeniería geotécnica (adaptada de Atkinson, 2007)

La relación entre la compresión  $\sigma$  y la variación de volumen se presenta en la Fig.1.2c. La pendiente de dicha curva, es el módulo de deformación volumétrica  $K$  (*bulk modulus*) y su recíproco,  $\beta = \frac{1}{K}$ , la compresibilidad del material. De acuerdo a la evolución representada en la figura, el material disminuye de volumen progresivamente con el aumento de  $\sigma$  mientras que  $K$  crece.

Similarmente, la Fig.1.2b muestra un elemento de un material sometido a un esfuerzo de corte  $\tau$ . Dicho esfuerzo induce una distorsión angular  $\gamma$ . Al contrario de lo que le ocurre al material sometido a compresión, el esfuerzo de corte induce fundamentalmente un cambio de la forma del material más que una variación de volumen. En el caso general, un material estará sometido a una situación combinada de confinamiento y corte. La Fig.1.2d muestra la respuesta del material ante el esfuerzo de corte. La pendiente de dicha curva es el módulo de corte  $G$  y en este caso tiende a disminuir a medida que  $\gamma$  crece. En este caso, el material alcanza un esfuerzo de corte límite  $\tau_f$  y continúa deformándose. Este es el límite de resistencia al corte del material.

Los módulos de rigidez  $K$  y  $G$  pueden relacionarse a la variación de esfuerzos y deformaciones a través de:

$$K = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_v} \quad ; \quad G = \frac{d\tau}{d\gamma} \tag{1.1}$$

donde  $\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0}$  es la deformación volumétrica. Si el material es lineal elástico e isotrópico,  $G$  y  $K$  son constantes bajo carga/descarga, independientemente del nivel de deformación del material.

Existen dos teorías básicas con respecto a la resistencia al corte del material  $\tau_f$  a gran deformación:

- $\tau_f = c$  : el material es cohesivo y la resistencia límite al corte es una constante
- $\tau_f = \sigma \mu = \sigma \tan \phi$  : el material es friccional y la resistencia al corte es proporcional a la presión de confinamiento  $\sigma$  a través de un coeficiente de fricción  $\mu$  o un ángulo de fricción  $\phi$

Veremos que ambas teorías son aplicables a la mecánica de suelos, pero en circunstancias distintas. Los valores de los módulos  $K$  y  $G$  así como la resistencia al corte  $\tau_f$  dependerán del tipo de material,

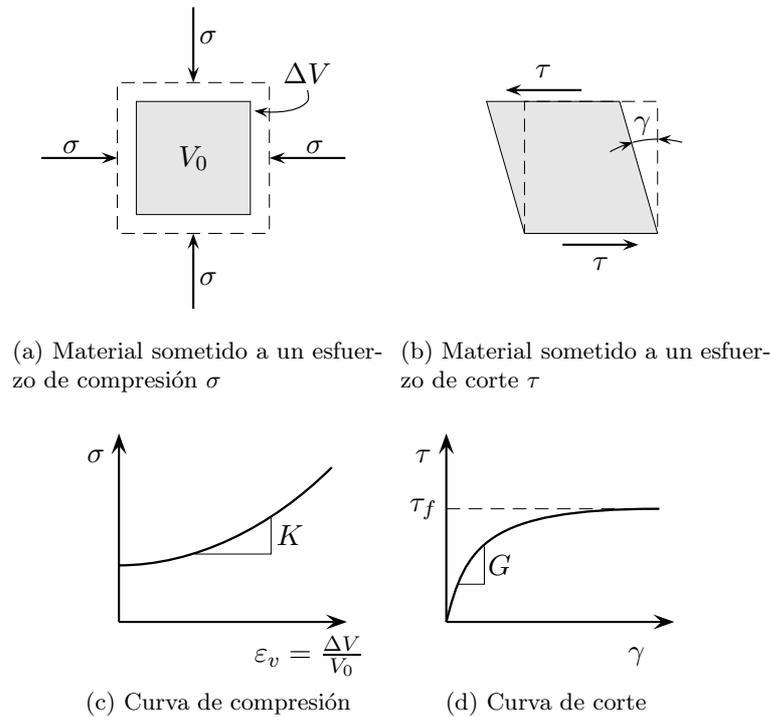


Figura 1.2: Compresión y distorsión (adaptada de Atkinson, 2007)

del confinamiento, de la temperatura y de la velocidad de carga (materiales viscosos). Veremos también que las características esenciales del comportamiento del mecánico del suelo son las siguientes:

1. Las cargas externas y la presión del agua (*presión de poros*) interactúan para producir un estado de esfuerzos efectivos que controlan el comportamiento del suelo
2. El suelo es compresible, ocurren cambios de volumen debido a la redistribución de los granos que alteran la disposición de los espacios vacíos
3. La resistencia al corte es de origen friccional, por lo tanto crece con el aumento de los esfuerzos normales y por lo tanto con la profundidad en el terreno
4. En general la resistencia del suelo disminuye con el incremento de la presión del agua intersticial, así como con el aumento del contenido de humedad
5. La compresión o distorsión del suelo no se recupera completamente a la descarga, por lo que el suelo es un material esencialmente inelástico. Este efecto es una consecuencia de la reorganización de los granos bajo carga

### 1.3. Problemas típicos en geotecnia

Los cuatro casos más típicos de problemas geotécnicos se ilustran en la Fig.1.3. Las mayor parte de las otras situaciones son variantes o combinaciones de estos cuatro casos.

Los problemas más frecuentes en geotecnia son los problemas de fundaciones superficiales o profundas (Fig.1.3a). Se denominan *fundaciones superficiales* aquellas que se ubican sobre la superficie del suelo a poca profundidad. Las *fundaciones profundas* transmiten las cargas provenientes de edificios u obras de arte a capas de suelo más profundas. Los criterios básicos de diseño de fundaciones están asociado a los asentamientos admisibles de la estructura soportada y a la estabilidad. La inestabilidades están asociadas a problemas de deslizamientos, asentamientos excesivos o rotaciones. Las variables básica de diseño son la carga  $V$ , su dimensión  $B$  y la profundidad  $D$ . Además de las cargas y la

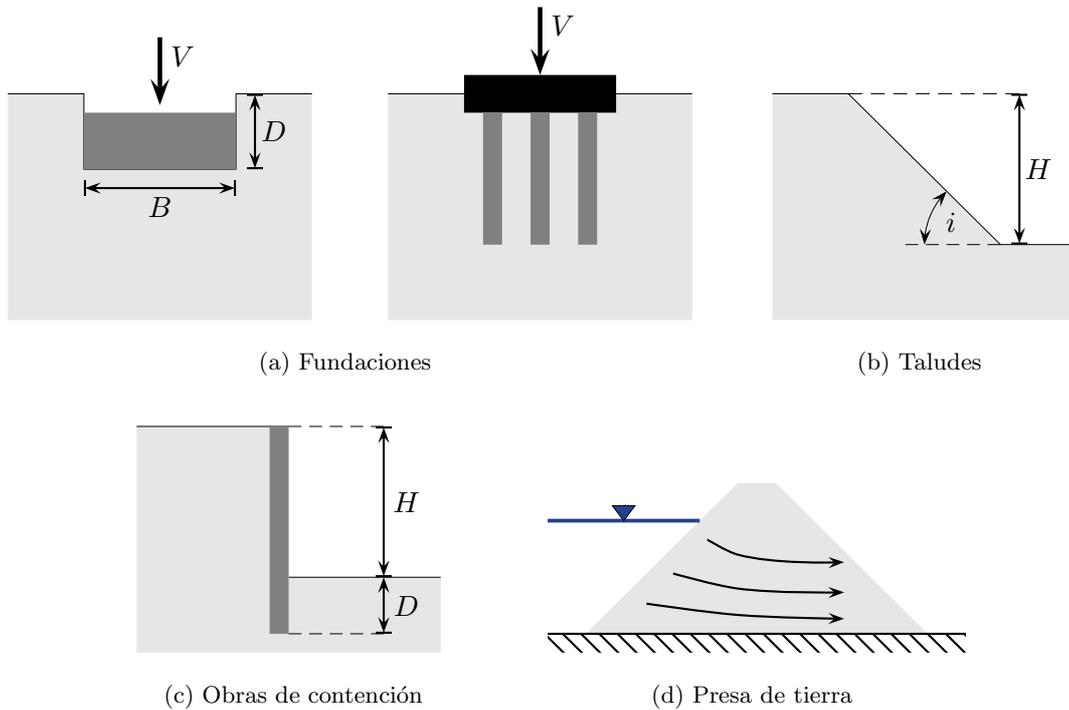


Figura 1.3: Obras típicas en geotecnia (adaptada de Atkinson, 2007)

geometría, la técnica de construcción también puede jugar un papel importante en el comportamiento de la fundación. Por lo tanto, el diseño debe incorporar las características de la técnica de construcción que se seguirá. Un estudio presentado por Biarez (1958), correspondiente al análisis de más de 250 incidentes en fundaciones en Europa, mostró que las mayores causas de siniestros están ligadas a:

- Asentamientos diferenciales (31 % de siniestros): cargas no uniformes, fundaciones a profundidades distintas, asentamientos inducidos por la construcción de un edificio nuevo, suelos heterogéneos, suelos altamente compresibles, mala ejecución, vibraciones y deslizamientos de terreno
- Daños debido al agua (21 % de siniestros): disminución de la resistencia mecánica del suelo debido al agua, erosiones, variaciones heterogéneas del contenido de humedad
- Errores o falta de cálculos (14 % de siniestros)
- Excavaciones (13 % de siniestros)

Las restantes, fueron situaciones excepcionales. En más de la mitad de los casos, los trabajos fueron ejecutados sobre la base de un reconocimiento deficiente del suelo, lo que pone de manifiesto la importancia de un adecuado estudio de las condiciones del terreno.

Los taludes (Fig.1.3b) pueden ser de origen natural por erosión, o bien de origen humano debido a excavaciones o rellenos. La falla de un talud se manifiesta por el desprendimiento (generalmente rápido) de una masa de suelo que puede ser de unos pocos metros cúbicos, hasta millones decenas de millones de metros cúbicos. En la mayor parte de los casos, se puede estudiar como el deslizamiento de uno o varios bloques rígidos sobre una superficie de falla. El desafío para el ingeniero geotécnico consiste en definir la superficie de falla existente o potencial, en la elección de los parámetros de resistencia sobre la superficie de falla y en la definición de los factores que pueden desencadenar el deslizamiento. Las variables básicas de diseño son el ángulo del talud  $i$  y la altura  $H$ .

Cuando un talud es demasiado profundo o demasiado empinado para sostenerse por si mismo, se requiere una obra de contención (Fig.1.3c). Se distingue normalmente entre las obras de contención esbeltas (cortinas, paredes o pantallas) y las obras de contención más masivas (muros cantilever o gravitatorios). La inestabilidad de una obra de contención esbelta está asociada a la flexión del elemento

estructural o a la rotación del conjunto suelo-estructura. La estabilidad de estas obras esbeltas se garantiza a través del empotramiento de parte de la estructura en el suelo (*ficha*) y por medio de elementos mecánicos de anclaje al suelo. En el caso de muros, las inestabilidades están asociadas al volcamiento, deslizamiento, punzonamiento o a la degradación de su estructura debido a acciones externas. En el caso de obras de contención, las variables básicas de diseño son la altura  $H$ , la longitud de empotramiento  $D$ , junto con las características de resistencia y rigidez del elemento estructural y de los eventuales anclajes.

La construcción de caminos y de otras obras de infraestructura involucra la extracción de grandes volúmenes de material y la ejecución de terraplenes. Junto con los diques y las presas, constituyen una área de la geotecnia donde el suelo y las rocas son los materiales de construcción y no un material natural que se debe utilizar sin poder controlar las características de sus propiedades mecánicas. Por ejemplo, una presa de tierra de un embalse debe ser estanca y estable. En este caso, uno de los mayores problemas es el flujo de agua a través de la obra, así como por debajo o por los costados (Fig.1.3d). Durante la construcción o explotación de la presa, pueden ocurrir inestabilidades asociadas al deslizamiento del cuerpo de la presa, o al deslizamiento parcial de los taludes que la conforman. Los flujos de agua preferenciales al interior de la obra pueden erosionarla internamente induciendo la falla. En efecto, el diseño de presas de tierra es uno de los problemas más complejos de la ingeniería geotécnica.

## 1.4. Factores de seguridad y carga

Existe una serie de fuentes de incertidumbres en cualquier análisis en ingeniería estructural o geotécnica: en la predicción de las cargas (sobre todo las vivas), en las simplificaciones asociadas a las teorías adoptadas para el comportamiento de los materiales, en las características de resistencia y rigidez de los materiales. Para considerar todas estas fuentes de incertidumbre, se aplican una serie de factores de seguridad en el proceso de diseño, ya sea parciales o globales. Como cualquier otra ciencia aplicada, en geotecnia existen importantes fuentes de incertidumbre como por ejemplo la variabilidad natural de las propiedades de los materiales en el terreno y la simplificaciones teóricas necesarias debido a la complejidad de los fenómenos naturales. Sin embargo, la mayor parte de los problemas prácticos de ingeniería geotécnica pueden ser resueltos sobre la base de teorías razonablemente sencillas.

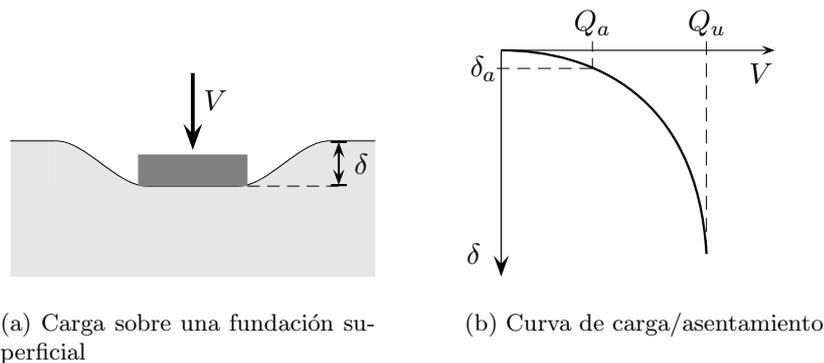


Figura 1.4: Factor de seguridad y de carga de una fundación superficial (adaptada de Atkinson, 2007)

Uno de los criterios básicos de diseño consiste en que una obra no colapse en su estado último. No obstante, para muchas estructuras y especialmente en fundaciones, los criterios de diseño están orientados a limitar los movimientos o asentamientos. A modo de ejemplo, la Fig.1.4 muestra el asentamiento  $\delta$  de una fundación superficial bajo una carga vertical  $V$ . La curva de la Fig.1.4b, muestra la carga de colapso  $V_c$  y una carga *segura*  $V_s$  que es alrededor del 80% del valor de  $V_c$ , es decir, con un factor de seguridad  $F_s$  de 1,25. En dicha curva, aparece también una carga *admisible*  $V_a$  asociada a un asentamiento muy pequeño. Entonces, la carga segura  $V_s$  se obtiene a partir de la carga de colapso  $V_c$  de acuerdo a:

$$V_s = \frac{1}{F_s} V_c \quad (1.2)$$

En geotecnia, los valores usuales del factor de seguridad  $F_s$  oscilan entre 1,25 y 1,5, dependiendo de las consecuencias de la falla y de las incertidumbres del análisis (en las cargas y en los parámetros del suelo). La carga admisible  $V_a$  se obtiene según:

$$V_a = L_f V_c \quad (1.3)$$

donde  $L_f$  es un factor de carga. Los valores usuales de  $L_f$  varían en geotecnia de  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{3}$ , dependiendo de la sensibilidad de la obra a los movimientos y asentamientos, así como de la incertidumbre en la determinación de las cargas y en los parámetros del suelo.



# Capítulo 2

## El suelo

### Índice

---

<b>2.1. Introducción</b> . . . . .	<b>10</b>
<b>2.2. Elementos de geología</b> . . . . .	<b>10</b>
<b>2.3. Descripción cualitativa de los suelos</b> . . . . .	<b>12</b>
2.3.1. Fases de un suelo . . . . .	13
<b>2.4. Descripción cuantitativa</b> . . . . .	<b>17</b>
2.4.1. Descripción del estado de un suelo . . . . .	17
2.4.2. Propiedades de las partículas constituyentes del suelo . . . . .	19
2.4.3. Características del estado del suelo . . . . .	23
<b>2.5. Clasificación de suelos</b> . . . . .	<b>24</b>

---

## 2.1. Introducción

El suelo se ubica en las capas superficiales de la corteza terrestre y es básicamente producto de la acción del clima y el tiempo sobre las rocas. En efecto, el suelo es roca descompuesta por acción de las diferencias de temperatura, de corrientes de agua, de la gravedad, de la erosión por el viento y del ambiente. Sobre la roca, el suelo puede tener desde cero a cientos de metros de profundidad. En efecto, una de las grandes dificultades en geotecnia radica en la interacción entre la exploración del sitio y el cálculo/diseño de obras. En ese sentido, la calidad de un análisis dependerá fuertemente del grado conocimiento del terreno.

Las propiedades del suelo y su distribución en el terreno dependen de forma importante de sus orígenes geológicos, por lo que el ingeniero geotécnico requiere algún grado de conocimiento en geología. Además, en mecánica de suelos es fundamental ser capaz de describir el material antes de pasar a un estudio de comportamiento mecánico o físico. En este capítulo abordaremos la problemática de la descripción del suelo. Para ello, comenzaremos con ciertas nociones básicas de geología y continuaremos con una descripción cualitativa y finalmente cuantitativa de los principales tipos de suelo.

## 2.2. Elementos de geología

La geología juega un rol esencial en la aplicación de la mecánica de suelos y rocas. Es una disciplina muy basta, que si bien no es el objeto fundamental de este curso, es muy importante para la Geotecnia. Por lo tanto, presentaremos sólo algunas nociones esenciales que ilustran el vínculo entre el suelo y su entorno en la definición de las estructura de suelos naturales.

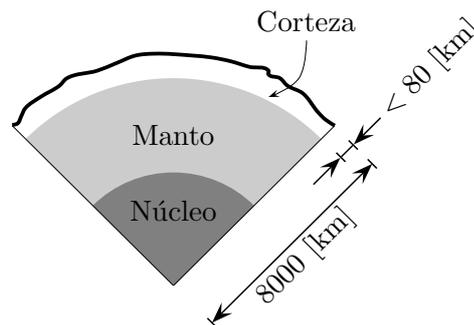


Figura 2.1: Estructura general de la Tierra (adaptada de Atkinson, 2007)

La ingeniería civil interactúa superficialmente con el globo terrestre: algunos metros en el caso de fundaciones superficiales, algunas decenas de metros en el caso de fundaciones profundas, excavaciones profundas o túneles urbanos, algunas centenas de metros en el caso de excavaciones en masivos rocosos (túneles, galerías, etc.). Estas obras representan sólo la parte superficial de una corteza terrestre, que a la vez corresponde a una ínfima parte del globo terrestre (Fig.2.1). Bajo la corteza, se ubica un manto de material plástico fundido, por el cual se mueven las placas que conforman la corteza. Los movimientos relativos de las placas tienen por efecto levantar ciertas zonas de la corteza, originando montañas. Luego, el material superficial de la corteza evoluciona bajo efecto de la gravedad y el clima (temperatura, precipitaciones, vientos, etc.). Esta evolución, puede seguir distintos caminos dependiendo de la naturaleza de las rocas y de las condiciones climáticas:

- descomposición mecánica, luego química, transporte y depósito en un lugar seco o bajo el agua
- disolución y transporte a través de cursos de agua superficiales o subterráneos, luego depósito

El transporte eólico está restringido a las partículas más finas, extraídas desde zonas áridas y transportadas grandes distancias (dunas, etc.). Sin embargo, los otros grandes movimientos son fun-

damentalmente debidos al agua en el caso de partículas finas a medianas, y a los glaciares, en el caso de partículas más gruesas y grandes bloques de rocas.

La Fig.2.2 muestra uno de los ciclos de evolución de las rocas, típico de los suelos constituidos por silicatos y de los suelos arcillosos. El clima ejerce una influencia en las diferentes etapas del proceso de descomposición de la roca y del transporte de partículas. En efecto, la descomposición mecánica de las rocas es fundamentalmente debida al ciclo de hielo y deshielo del agua al interior de las fisuras, que se extiende progresivamente hasta conseguir desprender un bloque inestable (meteorización). La descomposición química de las rocas compuesta de silicatos dependerá fundamentalmente de las condiciones de humedad, de temperatura y de acidez del medio. Los deslizamientos de terreno y el transporte por corrientes de agua superficiales dependerá de las lluvias y de la temperatura.

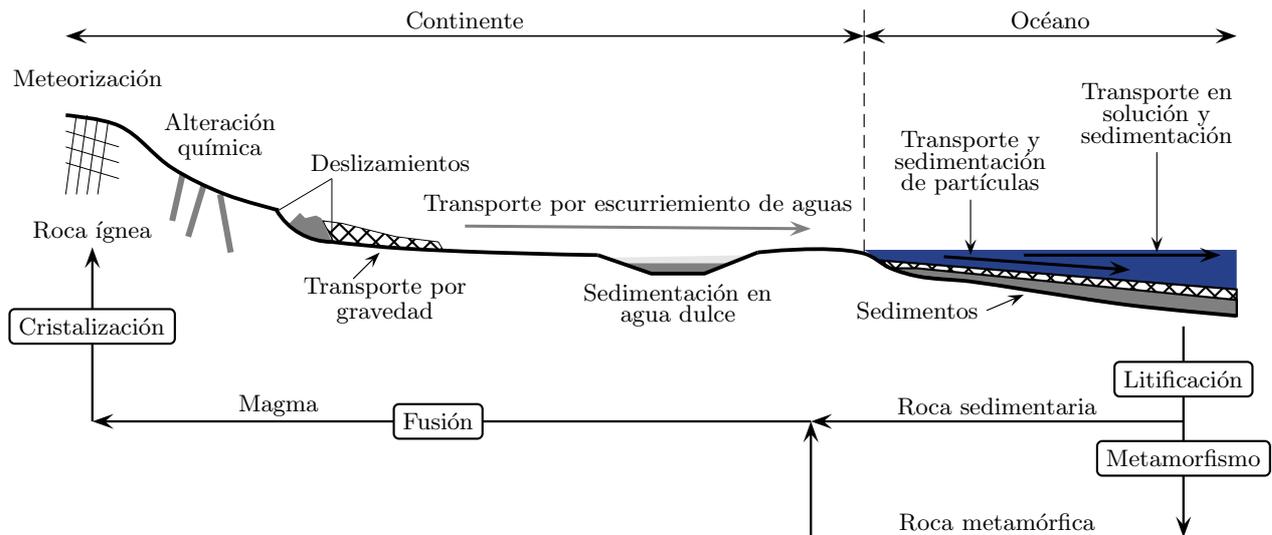


Figura 2.2: El ciclo de evolución de los suelos y rocas constituidos por silicatos (adaptada de Magnan, 2000a)

Las rocas sedimentarias se formarán por la acumulación de sedimentos a baja temperatura a presiones relativamente bajas por un proceso denominado litificación (rocas blandas como la roca calcárea). Las rocas metamórficas se forman a temperatura más elevadas (650 a 1200°C) y a presiones que pueden llegar a varios mega pascales a algunos kilómetros de profundidad (mármoles o gneiss).

Para efectos de la ingeniería, el suelo rara vez tiene una profundidad mayor a 300 [m]. Los suelos geológicamente antiguos (más de 2 millones de años de antigüedad) son relativamente rígidos y resistentes, mientras que los suelos más jóvenes (glaciares y post glaciación) son relativamente blandos y menos resistentes, y rara vez superan los 30 [m] de profundidad. Las pendientes en superficie reflejan de alguna forma las características de resistencia del material subyacente. En montañas rocosas las pendientes son mucho más pronunciadas, mientras que en suelos las pendientes son más bajas y las alturas son menores. A lo largo de prácticamente toda la superficie de la Tierra existe una capa de suelo de espesor variable, frecuentemente inferior a 1 [m] de profundidad, que permite el desarrollo de la vegetación.

Una perforación (o sondaje) en un sitio atravesará varias capas (o estratos) de suelo y roca, que en general serán progresivamente más antiguos con la profundidad. La estratigrafía, es el estudio de la secuencia de estratos que caracterizan un sitio, y que representan las características geológicas del lugar. Con el objetivo de describir la historia geológica de un sitio, los geólogos clasifican los estratos principales de acuerdo a su edad geológica y no con respecto a los materiales que conforman cada estrato. En general, los suelos y las rocas se vuelven más rígidos y resistentes con la edad. En términos generales los suelos útiles a la ingeniería se originaron en el Cenozoico o Era Terciaria (65 millones de años atrás), las rocas blandas provienen del Mesozoico o Era Secundaria (250 millones atrás) y las rocas duras del Paleozoico o Era Primaria (520 millones de años atrás). Como desde el punto de vista

de la ingeniería las propiedades de los suelos y rocas varían mucho, una clasificación sobre la base de la edad geológica no es conveniente. En geotecnia, las clasificaciones de suelos y rocas están basadas en la naturaleza de los granos, en el estado tensional y en el contenido de humedad (§2.5).

Las características del clima y el modo de transporte que experimentaron define la naturaleza de un suelo: el tamaño y forma de los granos, la distribución de los tamaños de los granos y su mineralogía. El entorno en el cual se depositaron y los eventos geológicos posteriores determinaron el estado del suelo (suelto, denso, etc.) y su estructura (fisuración, orientación, etc.). Por lo tanto, el análisis del ambiente de depositación del suelo es un aspecto clave para la interpretación de la exploración de un sitio. Existen varios tipos de ambientes de depositación: coluviales, aluviales, lacustres, litorales, glaciales, áridos y desérticos, evaporíticos, de climas tropicales y de origen volcánico. Un análisis detallado del impacto del depósito sobre las características geotécnicas de un suelo sedimentario escapa al propósito de esta presentación, ver por ejemplo González de Vallejo et al. (2002) para mayores detalles.

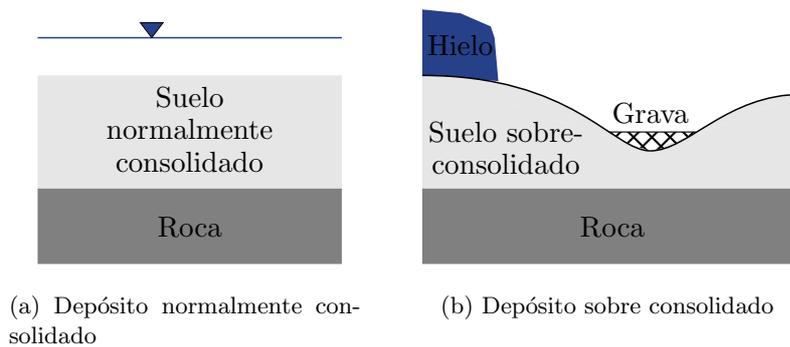


Figura 2.3: Etapas de erosión y depósito durante los cambios del nivel del mar (adaptada de Atkinson, 2007)

Si bien el ambiente de depósito tiene una influencia significativa en la formación de suelos y rocas, las características de los materiales pueden ser alteradas por eventos geológicos posteriores, como el depósito posterior de otros materiales, la erosión, actividad volcánica, etc. Desde el punto de vista de la mecánica de suelos, los eventos más importantes han sido las fluctuaciones del nivel del mar que han contribuido a erosionar y a agregar nuevos depósitos de material. Una de las causas principales de las variaciones del nivel del mar están asociadas a los cambios climáticos. Si el nivel del mar aumenta (al final de una glaciación), los depósitos de suelo se consolidan por acción de la gravedad y se denominan normalmente consolidados (Fig.2.3a). Estos materiales son blandos y poco resistentes en superficie pero su rigidez aumenta con la profundidad. Cuando el nivel del mar disminuye (inicio de una glaciación), el terreno queda expuesto a los efectos meteorológicos, erosión y transporte. En la medida que el suelo es erosionado, el suelo se vuelve preconsolidado (Fig.2.3b) debido a la reducción de carga vertical, y no recupera su estado original. Los suelos preconsolidados tienen una rigidez y resistencia que es más o menos uniforme en profundidad y que es mayor a la de los suelos normalmente consolidados a la misma profundidad.

La adecuada comprensión de la geología asociada a un terreno contribuirá a la interpretación de la exploración del sitio. El ambiente de depositación, junto con los eventos geológicos determina las características y el estado del suelo. Cada sitio tiene una historia geológica que explica cómo llegaron los materiales al lugar y porque se encuentran en una determinada condición. Una comprensión insuficiente del terreno aumentará las probabilidades de cometer un error en la fase de diseño.

## 2.3. Descripción cualitativa de los suelos

Los suelos y las rocas son un agregado de partículas generalmente minerales, pero en ocasiones orgánicas, de tamaño y forma muy variables. En el caso de los suelos, las partículas están débilmente unidas entre ellas y pueden ser separadas por simple agitación o trituración bajo el agua.

Los suelos tienen principalmente dos orígenes:

- la meteorización de las rocas por alteración mecánica o físico-química bajo los efectos de agentes naturales como:
  - fisuración debido descompresión, choques térmicos, ciclo hielo-deshielo, esfuerzos de origen tectónico
  - acciones mecánicas (choque y desgaste) durante el proceso de transporte natural: gravitatorio, glaciario, fluvial, marino, eólico
  - efectos químicos debido a cursos de agua
- la descomposición de organismos vivos: vegetales o animales

Desde el punto de vista del origen, los suelos se clasifican como:

- residuales, que permanecen sobre la roca madre o de origen, y por lo tanto es un suelo que resulta mucho más duro y firme a mayor profundidad
- sedimentarios, que ha sido transportado desde su lugar de origen a otro lugar por efecto de los agentes externos ya mencionados, y que por lo tanto no son siempre mejores a mayor profundidad.
- formaciones geológicas de rocas blandas

Dependiendo de las condiciones de formación y de depósito, los suelos pueden contener materia orgánica en proporciones relativamente elevadas.

Es muy difícil distinguir la parte de influencia de cada agente natural en la formación de un suelo, ya que la mayor parte de las veces la acción es simultánea. Sin embargo, es posible reconocer a partir de ciertas características particulares el efecto de un determinado proceso de alteración o de modo de transporte. Por ejemplo, los procesos mecánicos o físicos de evolución de las rocas no permiten reducir el tamaño de las partículas por debajo de 10 a 20 [ $\mu\text{m}$ ], ya que los efectos mecánicos debido a los choques o la fricción disminuyen rápidamente con el volumen de los granos. Para tamaños inferiores, la fragmentación de las partículas es producto de la alteración química que destruye los lazos químicos de los minerales.

### 2.3.1. Fases de un suelo

El suelo es un material constituido por tres fases:

- una fase sólida o esqueleto sólido constituida por las partículas minerales u orgánicas
- una fase líquida constituida por el agua que ocupa los espacios entre las partículas sólidas. Si todos los vacíos se encuentran llenos de agua, el suelo se dice saturado. En caso contrario el suelo se dice no saturado o parcialmente saturado
- en un suelo no saturado, parte de los vacíos están ocupados por gas, esencialmente aire

La coexistencia de estas tres fases que presentan grandes diferencias de comportamiento explican la complejidad del comportamiento mecánico del suelo. Luego, la caracterización de un suelo reposa en la descripción precisa de las tres fases.

La fase sólida de un suelo está caracterizada por la descripción de sus partículas elementales: dimensiones, formas, superficie, naturaleza química y mineralógica; además de la disposición de las mismas. Las partículas formadas por alteración física o mecánica están generalmente constituidas por fragmentos de roca madre de uno o varios minerales. Las formas de estas partículas son en general regulares. Las partículas que provienen de la alteración química, tienen por el contrario una forma más irregular de laminillas o de discos y están constituidas por fragmentos de roca madre de un sólo mineral, o de varios minerales producto de un proceso de disolución y recristalización inherentes a la

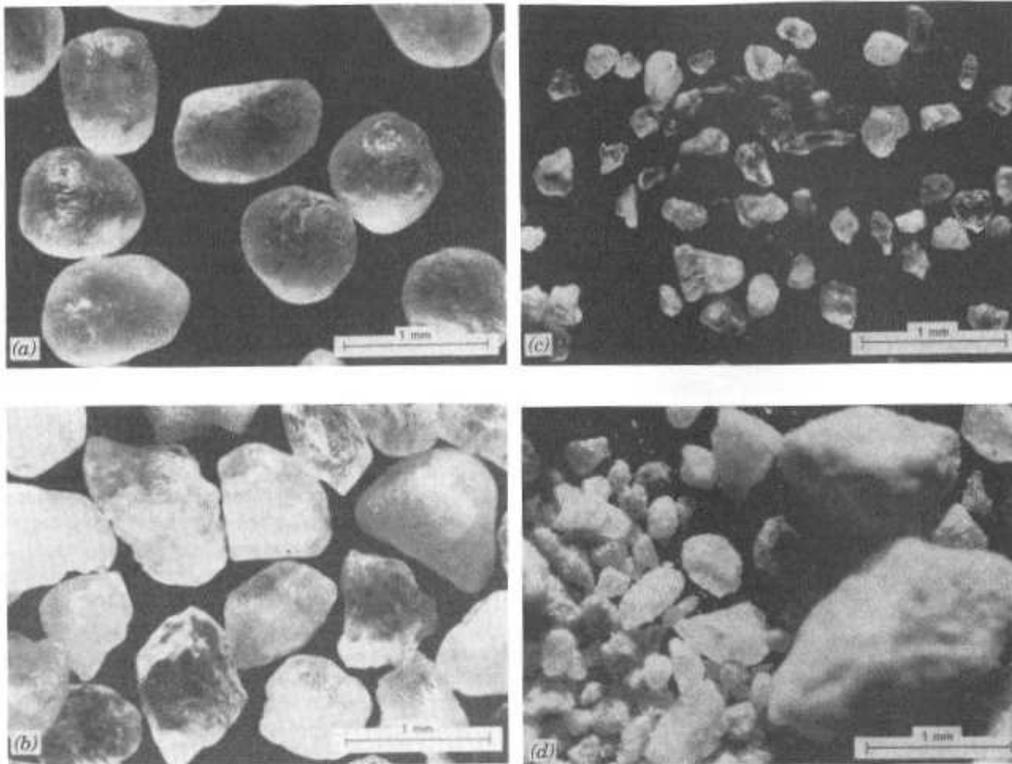


Figura 2.4: Fotomicrografías de partículas de diversos suelos: (a) arena de Ottawa, (b) arena de Monterey, (c) arena de río de Sacramento, (d) arena de Eliot (Mitchell and Soga, 2005)

alteración química. Las imágenes de la Fig.2.4 muestran algunos ejemplos de partículas de arenas y limos.

La angularidad y la redondez de las partículas que conforman la fase sólida del suelo puede ser empleada para describir las formas de las partículas según se muestra en la Fig.2.5. Las partículas planas y elongadas pueden inducir orientaciones privilegiadas al interior del suelo generando propiedades anisotrópicas. La textura de la superficie de los granos tiene gran influencia sobre las relaciones esfuerzo-deformación, así como sobre la resistencia del suelo.

Tabla 2.1: Características de los suelos en función del tamaño de los granos que lo constituyen

Dimensión $D$ de las partículas [ $\mu\text{m}$ ]	Característica del suelo	Forma de los granos
$D > 80$	granular	regular
$2 < D < 80$	fino	laminillas o discos
$D < 2$	muy fino o arcilloso	

En general, el suelo se clasifica en tres categorías en función de las dimensiones de las partículas (Tab.2.1). La fracción más fina se denomina *arcilla*, en el sentido del tamaño de los granos independientemente de la composición mineralógica. Están generalmente constituida por tres familias de arcillas (en sentido mineralógico): caolinitas, ilitas y montmorillonitas.

Los intersticios entre el esqueleto sólido del suelo están llenos completa o parcialmente por agua. Esta agua en general no es pura: contiene electrolitos disociados en cationes y aniones, materias orgánicas, coloides en suspensión y, en ciertos casos, gas disuelto. En el caso de suelos parcialmente saturados, la fase gaseosa está presente en parte o en todos los poros en la forma de una mezcla de aire, vapor de agua, gas carbónico y otros gases. Los suelos saturados también pueden contener gas, pero en la forma de burbujas o en disuelto en el agua.

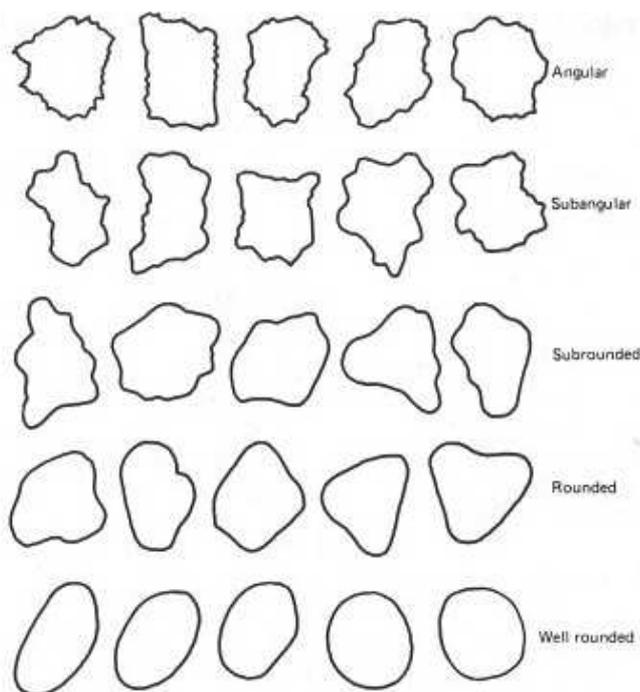


Figura 2.5: Siluetas de las formas típicas de las partículas de arenas y limos (Mitchell and Soga, 2005)

La disposición de las fases del suelo dependerá de la naturaleza de sus constituyentes, de los vínculos físico-químicos o mecánicos entre ellos, así como de la historia del suelo: condiciones de transporte y de depósito, evolución posterior a la sedimentación.

Todas las partículas del suelo están envueltas por una capa de moléculas de agua, pegada a los granos por las fuerzas de Van der Waals, vínculos de hidrógeno o cargas eléctricas negativas.

En el caso de las partículas finas, el campo eléctrico creado por las cargas de superficie orienta las moléculas dipolares del agua hacia la superficie de la partícula. Esta interacción decae rápidamente con la distancia (Fig.2.6). Las primeras capas de moléculas de agua están fuertemente ligadas y no se desplazan con respecto a la partícula. Las capas siguientes están ligadas más débilmente y tienen un comportamiento viscoso algo distinto al del agua libre. La capa de agua *adsorbida* o *higroscópica* es la capa adherida casi rígidamente. El espesor de esta capa es del orden de los  $0,005 \mu\text{m}$  dependiendo de la naturaleza mineralógica y varía poco con las dimensiones de la partícula.

Se conoce como agua pelicular a la capa que envuelve el capa adsorbida. Sus propiedades mecánicas y físicas dependen del campo eléctrico y su espesor varía entre  $0,4$  a  $0,5 \mu\text{m}$ . Estas capas adsorbidas y peliculares originan las propiedades plásticas de tixotropía y de fluencia (viscosidad) de los suelos muy finos o arcillosos. En efecto, en este tipo de suelos las fuerzas de superficie son preponderantes con respecto a las fuerzas de gravedad. La magnitud de las fuerzas entre los granos depende de la superficie, mientras que las fuerzas de gravedad dependen del volumen. A medida que el diámetro característico de los granos disminuye, la superficie decae en forma cuadrática, mientras que el volumen se reduce cúbicamente, lo que explica la relevancia de las fuerzas de superficie en el caso de suelos finos.

Debido a las particularidades de la fracción fina, los suelos se dividen en dos grandes categorías: suelos granulares y suelos finos o cohesivos. Las características fundamentales se indican en la Tab.2.2.

El agua se distribuye al interior del suelo dependiendo de las fuerzas entre sus moléculas y los granos de suelo:

- agua constituyente de las partículas sólidas
- agua adsorbida en la superficie de los granos
- agua libre que circula por los poros

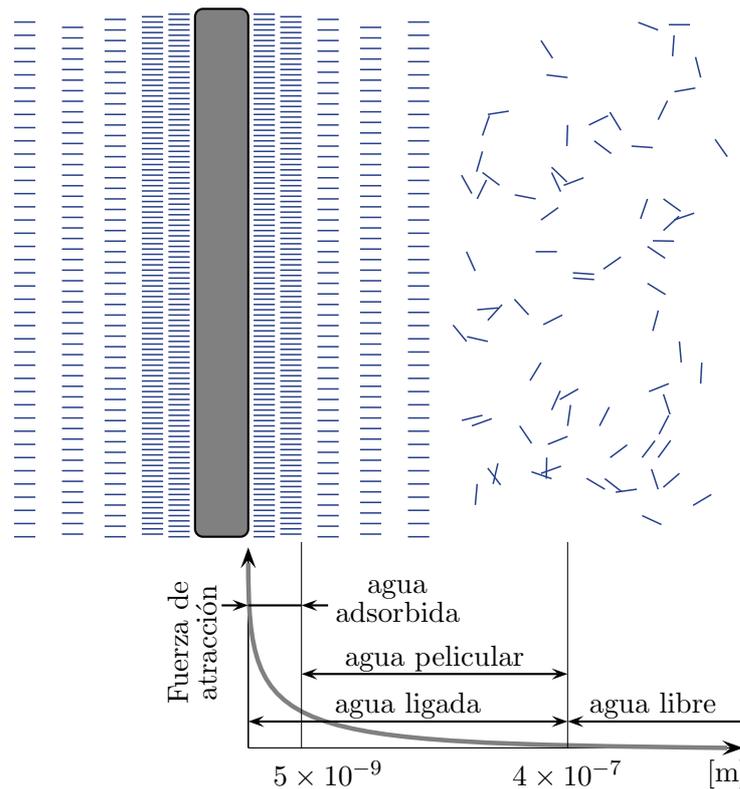


Figura 2.6: Vínculo entre las fases sólidas y líquidas: agua adherida y agua libre (adaptada de Magnan (1997))

Tabla 2.2: Suelos granulares y suelos cohesivos: características

Suelos	Granulares	Cohesivos
Partículas	granos	proporción importante de partículas finas
	forma regular	formas irregulares
	alteraciones físico-mecánicas	alteraciones físico-químicas
Vínculo partícula-agua	débil o nula	fuerte (agua adsorbida)
	no hay influencias mineralógicas ni de la carga eléctrica	influencia de la mineralogía y de la carga eléctrica
Fuerzas de atracción	fuerzas de gravedad preponderantes	fuerzas de superficie preponderantes

- agua retenida en canales capilares (suelos parcialmente saturados), cuya presión es inferior a la presión atmosférica

La extensión de la zona o franja capilar dependerá de la naturaleza del suelo (Fig.2.7). El grado de saturación de la franja capilar disminuye con la altura respecto del nivel del agua libre. A partir de cierta altura, el agua pierde continuidad entre los poros.

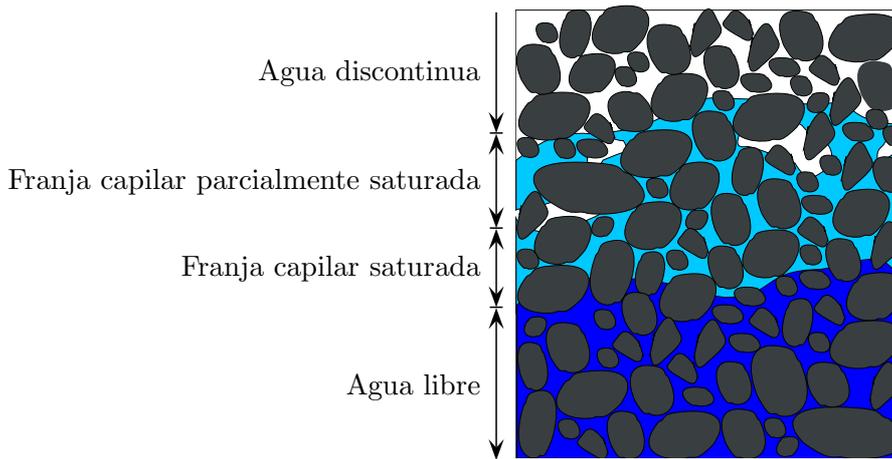


Figura 2.7: Estados del agua en el suelo (adaptada de Magnan, 1997)

## 2.4. Descripción cuantitativa

Identificar un suelo consiste en determinar el conjunto de propiedades físicas, mecánicas o químicas que permiten caracterizarlo. Estas propiedades son determinadas a través de ensayos simples y rápidos conocidos como *ensayos de identificación*. Estos ensayos, proveen de una descripción cuantitativa y no sólo una descripción del suelo. Esta caracterización cuantitativa es necesaria, ya que suelos cualitativamente similares pueden presentar comportamientos mecánicos muy distintos.

Los ensayos de identificación sirven de base a los múltiples sistemas de clasificación de suelos. Al mismo tiempo, permiten estimar a través de correlaciones los ordenes de magnitud de ciertas propiedades mecánicas especialmente útiles en las etapas de diseño preliminares.

En términos generales, existen dos grandes categorías de ensayos de identificación:

- ensayos que caracterizan la disposición y distribución de las tres fases del suelo
- ensayos que caracterizan las propiedades de las partículas y sus vínculos con las fase líquida

### 2.4.1. Descripción del estado de un suelo

La disposición de las partículas sólidas, del agua y de la fase gaseosa al interior de un suelo es muy compleja para ser descrita en forma detallada. En ese sentido, resulta más práctico describir el estado del suelo en términos de una distribución global de las proporciones de las fases sólida, líquida y gaseosa (Fig.2.8).

Si  $W$  son los pesos y  $V$  los volúmenes de las fases  $s$ ,  $w$  y  $a$  (sólido, líquido y aire), respectivamente, es posible definir:

1. Peso específico aparente total:

$$\gamma_t = \frac{W}{V} \quad [\text{FL}^{-3}]$$

2. Peso específico aparente seco:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} \quad [\text{FL}^{-3}]$$

3. Contenido de humedad:

$$w = \frac{W_w}{W_s} \quad [-] \text{ ó } [\%]$$

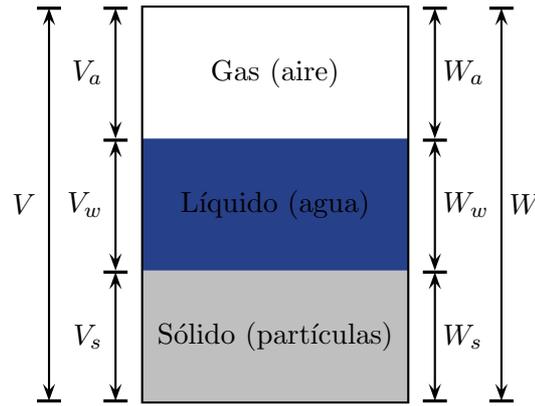


Figura 2.8: Distribución esquemática de las tres fases del suelo

4. Contenido de humedad volumétrico:

$$\theta = \frac{V_w}{V} \text{ [-] ó [%]}$$

5. Volumen de vacíos:

$$V_v = V_a + V_w \text{ [L}^3\text{]}$$

6. Grado de saturación:

$$S \text{ ó } S_r = \frac{V_w}{V_v} \text{ [-] ó [%]}$$

Si  $S_r = 1$ , todos los espacios vacíos del suelo están llenos de agua y se dice *saturado*. En caso contrario ( $S_r < 1$ ), se dice *parcialmente saturado* o no saturado.

7. Índice o razón de vacíos:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \text{ [-]}$$

Este índice de vacíos se emplea en suelos granulares limpios (sin finos) para obtener el índice de densidad:

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \times 100 \text{ [%]}$$

donde  $e_{max}$  es el máximo índice de vacíos posibles y  $e_{min}$  el mínimo posible (ver §5 en Mitchell and Soga (2005) para mayores detalles sobre  $e_{min}$  y  $e_{max}$ ). En arcillas es posible obtener  $e > 1$ .

8. Volumen específico:

$$v = \frac{V}{V_s} = 1 + e$$

9. Porosidad:

$$n = \frac{V_v}{V} \text{ [-]}$$

10. Peso específico de la fase sólida:

$$\gamma_s \text{ ó } G_s = \frac{W_s}{V_s} \text{ [FL}^{-3}\text{] ó [-]}$$

Ejemplos: cuarzo ( $G_s = 2,65$ ), montmorillonita ( $G_s = 2,67$ ). En general en suelos se considera  $G_s = 2,65$ , pero en suelos orgánicos los valores de  $G_s$  pueden ser bastante inferiores.

11. Peso específico buoyante (sumergido en agua):

$$\gamma_b \text{ ó } \gamma' = \gamma_t - \gamma_w \text{ [FL}^{-3}\text{]}$$

Los parámetros precedentes no son independientes entre si, ya que fueron definidos a partir de sólo 6 cantidades elementales. En efecto, existe entre ellos una serie de relaciones que pueden ser fácilmente derivadas a partir de las relaciones previas. Entre las más empleados están:

■ Suelos saturados y parcialmente saturados:

- Entre la porosidad e índice de vacíos:

$$n = \frac{e}{1+e} \quad \text{y} \quad e = \frac{n}{1-n}$$

- Entre el peso específico aparente seco y el del sólido:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{1+e} = \gamma_s(1-n)$$

- Entre el peso específico total y el peso aparente seco:

$$\gamma = \gamma_d(1+w) \quad \text{y} \quad \gamma = \frac{\gamma_s(1+w)}{1+e}$$

■ Suelos no saturados:

- Peso específico del suelo:

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_d + nS_r\gamma_w \\ &= \gamma_s(1-n) + nS_r\gamma_w \\ &= \frac{\gamma_s + eS_r\gamma_w}{1+e} \end{aligned}$$

- Contenido de humedad:

$$w = \frac{eS_r\gamma_w}{\gamma_s}$$

- Grado de saturación:

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{\gamma_s w}{e\gamma_w} \\ &= \frac{w}{\gamma_w \left( \frac{1}{\gamma_d} - \frac{1}{\gamma_s} \right)} \end{aligned}$$

En consecuencia, el estado del suelo puede ser definido por las siguientes combinaciones:

- Tres parámetros ( $e$ ,  $\gamma_s$  y  $S_r$  ó  $w$ ) si está parcialmente saturado.
- Dos parámetros ( $e$  ó  $w$  y  $\gamma_s$ ) si está saturado.
- Por uno (saturado) o dos (no saturado) parámetros si se acepta que  $\gamma_s = 2,65[\text{T/m}^3]$  es aproximadamente constante.

### 2.4.2. Propiedades de las partículas constituyentes del suelo

Las herramientas usuales para clasificar un suelo dentro de un determinado sistema son el análisis granulométrico y los límites de consistencia o de Atterberg. Ambos análisis se pueden efectuar sobre probetas intactas o remoldeadas.

### 2.4.2.1. Granulometría

La granulometría se define como la repartición en promedio de las dimensiones de las partículas constituyentes del suelo, expresada en términos del porcentaje de la peso total del material. Como la variación del peso de las partículas es en general baja, la distribución de los tamaños en función de peso o volumen son prácticamente equivalentes en la práctica.

La granulometría se representa a través de una curva granulométrica (Fig.2.9) trazada en una escala semi-logarítmica en donde:

- las abscisas representan el diámetro medio de las partículas  $D$
- las ordenadas corresponden al porcentaje en peso del material total que posee un diámetro inferior al de la abscisa correspondiente (porcentaje acumulado pasando en peso)

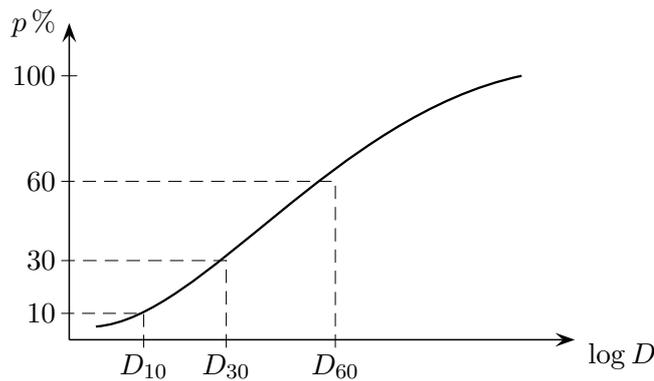


Figura 2.9: Curva granulométrica. Definición de  $D_{10}$ ,  $D_{30}$  y  $D_{60}$

Si  $D_p$  corresponde al diámetro de ordenada  $p\%$ , se define:

- Tamaño efectivo:

$$D_{10}$$

- Coeficiente de uniformidad o de Hazen:

$$C_U = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

- Coeficiente de curvatura:

$$C_C = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} D_{60}}$$

En suelos granulares como gravas y arenas se habla de suelos bien y mal graduados. Un material se considera *bien graduado* si tiene bien repartido todos los tamaños de partículas. Se considera *mal graduado* si faltan partículas de cierto diámetro. Los coeficientes de uniformidad y curvatura de un suelo bien graduado se indican en Tab.2.3.

Tabla 2.3: Coeficientes de uniformidad y curvatura en suelos bien graduados

	$C_U$	$C_C$
Gravas	$> 4$	$1 \leq C_C \leq 3$
Arenas	$> 6$	$1 \leq C_C \leq 3$

El análisis granulométrico se puede realizar hasta aproximadamente  $80[\mu\text{m}]$  de diámetro en seco o en agua. Para la fracción más gruesa del material se emplean las mallas ASTM de  $3''$ ,  $2\frac{1}{2}''$ ,  $2''$ ,  $1\frac{1}{2}''$ ,  $1''$ ,  $\frac{3}{4}''$  y  $\frac{1}{2}''$  de abertura. Para la fracción más fina se utilizan las mallas N°4, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80,

100 y 200, donde el número indica la cantidad veces que cabe la abertura de la malla en una pulgada, descontado el diámetro del alambre.

Bajo el tamiz N°200, para suelos finos o cohesivos, el análisis granulométrico se efectúa por sedimentación. La metodología está basada en la ley de Stokes (aplicable a suspensiones de baja concentración), que entrega la velocidad límite de decantación  $v_{dec}$  de partículas esféricas en suspensión en un líquido en reposo en función del diámetro  $D$ :

$$v_{dec} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{18\eta} D^2 \quad (2.1)$$

donde  $\eta$  es la viscosidad del fluido. En el caso de partículas finas o muy finas de forma irregular (discos o laminillas), la ley de Stokes requiere el empleo de un diámetro equivalente. El ensayo consiste en medir con un densímetro la densidad de la suspensión a varios instantes.

#### 2.4.2.2. Límites de Atterberg

En la medida que el contenido de humedad de una muestra de suelo decrece, el material pasa por diversos estados:

1. Estado líquido a contenido de humedad alto. El suelo se desparrama cuando se posa sobre una superficie horizontal. No posee prácticamente ninguna resistencia y las partículas están prácticamente separadas por agua.
2. Estado plástico. El suelo es estable en estado natural, pero sufre grandes deformaciones (en gran parte irreversibles) cuando se le aplica carga sin variar significativamente su volumen, y sin presentar fisuración. El suelo está en un estado maleable que conserva la forma luego de imponer deformaciones. En caso de trituración, puede perder gran parte de su resistencia. Algunos suelos (suelos tixotrópicos), recuperan parte de su resistencia con el tiempo.
3. Estado sólido. El suelo tiene el comportamiento de un sólido, es decir, la aplicación de cargas induce pequeñas deformaciones. El paso al estado sólido va acompañado de una reducción de volumen o contracción, para continuar luego a volumen constante.

Los contenidos de humedad asociados a cada uno de los estados anteriores dependen de la naturaleza del suelo. Se les conocen como (Fig.2.10):

1. Límite líquido  $w_L$ : entre el estado líquido y el plástico.
2. Límite plástico  $w_P$ : entre el estado plástico y el sólido.
3. Límite de contracción  $w_S$ : entre el estado sólido con reducción de volumen y el sólido sin contracción.

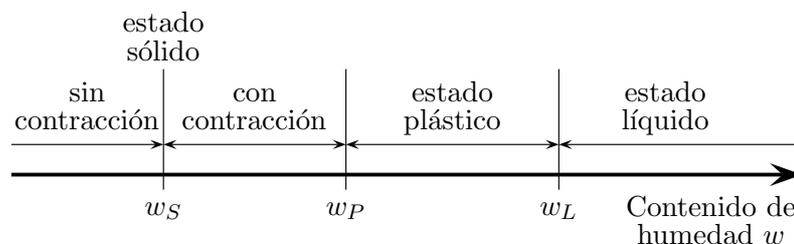


Figura 2.10: Estados del suelo en función del contenido de humedad

El límite líquido se determina por medio de un aparato normalizado conocido como *aparato de Casagrande*, constituido por una concha o recipiente de bronce de una decena de centímetros de

diámetro, de una base rígida de ebonita y de una manivela que permite levantar y dejar caer de una altura constante (10[mm]) el recipiente a razón de un golpe por segundo. El suelo fino preparado a una humedad fija se ubica en el recipiente y luego es acanalado con una espátula normalizada. Se cuenta el número de golpes  $N$  para que los bordes del canal se junten a lo largo de 10[mm] de longitud. La operación se repite para diferentes niveles del contenido de humedad. Por convención, el límite líquido corresponde al contenido de humedad para el cual el surco se cierra a los  $N = 25$  golpes (NCh1517/1.Of1979). En forma alternativa, el límite líquido puede ser estimado mediante el cono de penetración.



(a) Aparato de Casagrande para la determinación del límite líquido



(b) Determinación del límite plástico mediante amasado

Figura 2.11: Estimación de los límites de consistencia (Magnan, 1997)

El límite plástico es por convención el contenido de humedad para la cual es imposible confeccionar un bastón o cilindro de 3[mm] de diámetro y de 100[mm] de longitud sin que se rompa o se fisure. El ensayo se efectúa a la mano, amasando el suelo sobre un vidrio. El ensayo se repite tres veces y se emplea el valor promedio (NCh1517/2.Of1979).

El límite de contracción se determina mediante un procedimiento normalizado (NCh1517/3.Of1979). El procedimiento consiste en secar en un horno a 105 – 110°C una muestra inicialmente saturada hasta obtener un peso constante. El cálculo de la humedad correspondiente al límite de contracción  $w_s$  se efectúa suponiendo que la muestra seguía completamente saturada antes de alcanzar el límite de contracción.

Se define como *índice de plasticidad* a la diferencia entre los límites de liquidez y de plasticidad de un suelo:

$$I_p = w_L - w_P \quad (2.2)$$

Corresponde a una medida del intervalo de humedad en cual el suelo se encuentra en estado plástico. En función del índice de plasticidad, los suelos se pueden clasificar según se indica en la Tab.2.4. La plasticidad es una propiedad característica de la fracción más fina o arcillosa de un suelo y está relacionada a la existencia de una capa de agua adsorbida. Por lo tanto, los límites de Atterberg y el índice de plasticidad no sólo depende de la importancia de la fracción fina, si no que también de su naturaleza mineralógica.

Tabla 2.4: Grado de plasticidad de suelos

Indice de plasticidad	Grado de plasticidad
$0 < I_p < 5$	Suelos no plásticos
$5 < I_p < 30$	Suelos poco plásticos
$30 < I_p < 50$	Suelos plásticos
$50 < I_p$	Suelos muy plásticos

En el caso de suelos del mismo origen, los límites de plasticidad y de liquidez o el índice de plasticidad y el límite de liquidez, están asociados por una relación lineal empírica. La recta promedio,

conocida como la *recta de Casagrande* tiene por ecuación:

$$I_p = 0,73 (w_L - 20) \tag{2.3}$$

Esta recta se traza sobre la *carta de plasticidad de Casagrande* (Fig.2.12), que permite clasificar los suelos finos. En la figura  $I_p = I_w$  y  $w_L = L_w$ ; la recta *A* separa limos (*silt*) de arcillas (*clay*).

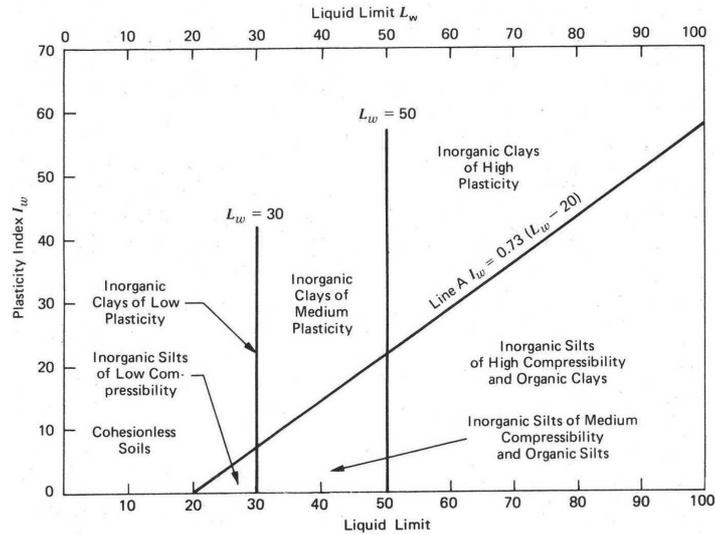


Figura 2.12: Carta de Casagrande (Mitchell and Soga, 2005)

Los límites de Atterberg son medidos sobre la fracción de suelo bajo el tamiz N°40 ( $< 425[\mu\text{m}]$ ). Sin embargo, las características plásticas de los suelos son debidas casi exclusivamente a la interacción de las partículas de tamaño arcilloso ( $< 2[\mu\text{m}]$ ) con el agua. Si la naturaleza de la arcilla es constante,  $I_p$  es proporcional a la cantidad de arcilla presente en el suelo. Entonces, una caracterización alternativa de la plasticidad del suelo (actividad  $A_c$ ) puede ser obtenida a través de:

$$A_c = \frac{I_p}{\% \text{ en peso de arcilla } (< 2\mu\text{m})} \tag{2.4}$$

que corresponde a una medida aproximada de la superficie específica del suelo. Valores típicos para los minerales arcillosos más corrientes se indican en Tab.2.5.

Tabla 2.5: Actividad de minerales arcillosos

Tipo de mineral	Actividad $A_c$
Cuarzo	0
Calcita	0,18
Kaolinita	0,46
Ilita	0,90
Montmorillonita sódica	7,5
Montmorillonita cálcica	1,5

### 2.4.3. Características del estado del suelo

Debido a que el suelo es un material esencialmente friccional y relativamente compresible, su resistencia, rigidez y volumen específico dependerá del estado actual de tensiones, así como de su historia de carga y descarga durante su formación. En el ejemplo de la Fig.2.13a el suelo a una profundidad  $z_0$  está sometido a un esfuerzo vertical  $\sigma_{z_0}$  y está en estado suelto. En Fig.2.13b, la deposición de material por encima incrementa el esfuerzo vertical a  $\sigma_{z_1}$  densificando el suelo. Después de un período

de erosión (Fig.2.13c), el suelo recupera su profundidad inicial pero queda relativamente denso. Por lo tanto, el estado del suelo en términos del contenido de humedad o de densidad dependerá de la historia de carga y descarga.

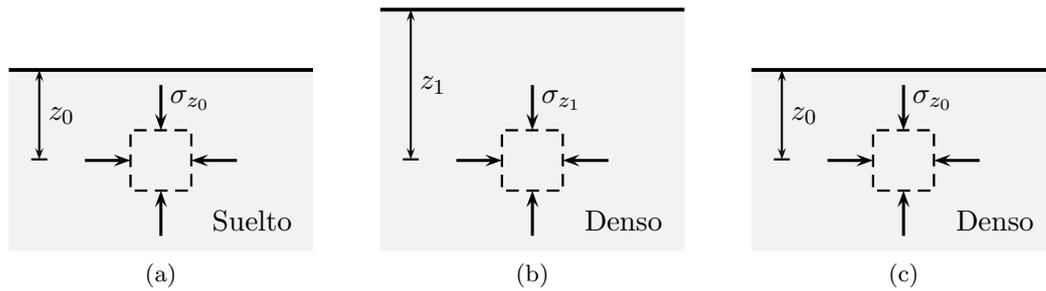


Figura 2.13: Cambios en el estado tensional de un suelo (adaptada de Atkinson, 2007)

En el caso de suelos finos o cohesivos, el estado del material se puede describir en términos del índice de consistencia:

$$I_c = \frac{w_L - w}{w_L - w_P} = \frac{w_L - w}{I_p} \quad (2.5)$$

que ubica el contenido de humedad actual  $w$  con respecto al intervalo de plasticidad. Similarmente, se puede emplear el índice de liquidez:

$$I_L = \frac{w - w_P}{w_L - w_P} = \frac{w - w_P}{I_p} = 1 - I_c \quad (2.6)$$

Ambos índices pueden tomar valores por fuera del intervalo  $[0, 1]$ . En general, se puede asociar el  $I_c$  de un suelo al orden de magnitud de su resistencia.

En el caso de suelos granulares, el índice de vacíos  $e$  no es suficiente para caracterizar el estado del suelo ya que depende fuertemente de la granulometría y de la forma de los granos. En esos caso, se prefiere el índice de densidad  $I_D$  o la densidad relativa:

$$D_r = \frac{v_{max} - v}{v_{max} - v_{min}} \quad (2.7)$$

donde  $v$  corresponde al volumen específico actual. Los volúmenes específicos máximos y mínimos  $v_{max}$  y  $v_{min}$ , son los correspondientes a  $e_{max}$  y  $e_{min}$ , por lo que las definiciones de  $I_D$  y  $D_r$  son equivalentes.

## 2.5. Clasificación de suelos

Los sistemas de clasificación de suelos tienen por objetivo ordenar los suelos en familias de similares características geotécnicas. Por ejemplo, permiten agrupar todos las muestras tomadas durante una campaña de exploración de un terreno y construir perfiles geotécnicos del sitio. Dicha información complementa los datos geológicos, ya que suelos de un mismo origen geológico pueden tener características muy distintas desde un punto de vista geotécnico.

Existen diversos sistemas de clasificación de suelos:

- Basados en la *aptitud* de un suelo para ser utilizado con alguna finalidad en ingeniería civil.
- Basados en ensayos de identificación.

El primer tipo de sistema tiene la limitante de sólo ser útil para la aplicación para la cual fueron creados. Dentro del segundo tipo de sistema, muchos sólo emplean las características granulométricas del material y difieren entre si por los límites establecidos para las diferentes categorías. Los otros emplean la granulometría y las características plásticas del material.

En geotecnia no vial, se emplea el método de clasificación USCS (*Unified Soil Classification System*). En vialidad, se emplea el método AASHTO (*American Association of State Highway and Transportation Officials*).

El método USCS está basado en ensayos clásicos de identificación de suelos:

- Criterios granulométricos:
  - Porcentaje de gravas, arenas y partículas finas.
  - Forma de la curva granulométrica: coeficientes de uniformidad  $C_U$  y de curvatura  $C_C$ .
- Características de plasticidad  $w_L$  e  $I_p$  (carta de Casagrande)
- Contenido de materia orgánica

Los símbolos  $S$ ,  $G$ ,  $M$  y  $C$  corresponden a arena, gravas, limo y arcilla, respectivamente. Desde el punto de vista de la granulometría, los símbolos  $P$  y  $W$  indican mal y bien graduado, respectivamente. El símbolo  $O$  corresponde a suelo orgánico,  $H$  a suelos de alta plasticidad ( $w_L > 50\%$ ) y  $L$  de baja plasticidad ( $w_L < 50\%$ ). Sin embargo, en la práctica un suelo con  $30 < w_L < 50\%$  se considera de mediana plasticidad.

La fracción gruesa se refiere a todo el conjunto de material que queda retenido por sobre la malla N°200. Si esta fracción es mayor al 50% el suelo se dice granular, y puede estar limpio o mezclado con fino. Si la fracción gruesa es inferior al 50%, el suelo será fino o cohesivo (limo, arcilla u orgánico).

Si el suelo es granular, la malla N°4 separa a la grava de la arena. Si más del 50% de la fracción gruesa pasa por la malla N°4, se trata de una arena. En caso contrario, el suelo es una grava. Una vez establecido si es grava o arena, si pasa menos del 5% por el tamiz N°200, es un suelo granular limpio que puede ser grava o arena, bien o mal graduada:  $GW$ ,  $GP$ ,  $SW$  ó  $SP$ . Si pasa entre 5 y 12% por la malla N°200, se trata de una mezcla de suelo granular con fino y se emplean símbolos dobles:  $GW - GM$ ,  $GP - GM$ ,  $GW - GC$  ó  $GP - GC$  si se trata de gravas;  $SW - SM$ ,  $SP - SM$ ,  $SW - SC$  o  $SP - SC$  si son arenas. El símbolo  $P$  y  $W$  depende de los valores de  $C_U$  y  $C_C$ , mientras que se determina si es limo ( $M$ ) o arcilla ( $C$ ) de la carta de plasticidad (Fig.2.12). Si pasa más de 12% por el tamiz N°12, se trata de un suelo granular más un suelo fino:  $GM$ ,  $GC$ ,  $SM$  ó  $SC$ .

Si es un suelo fino, es decir, que más del 50% pasa por el tamiz N°200, se clasifica según el límite líquido  $w_L$  y el índice de plasticidad  $I_p$  con can la carta de plasticidad (Fig.2.12). Si el punto está sobre la recta  $A$  de la carta, se emplean símbolos dobles. El procedimiento se ilustra esquemáticamente en la Fig.2.14.

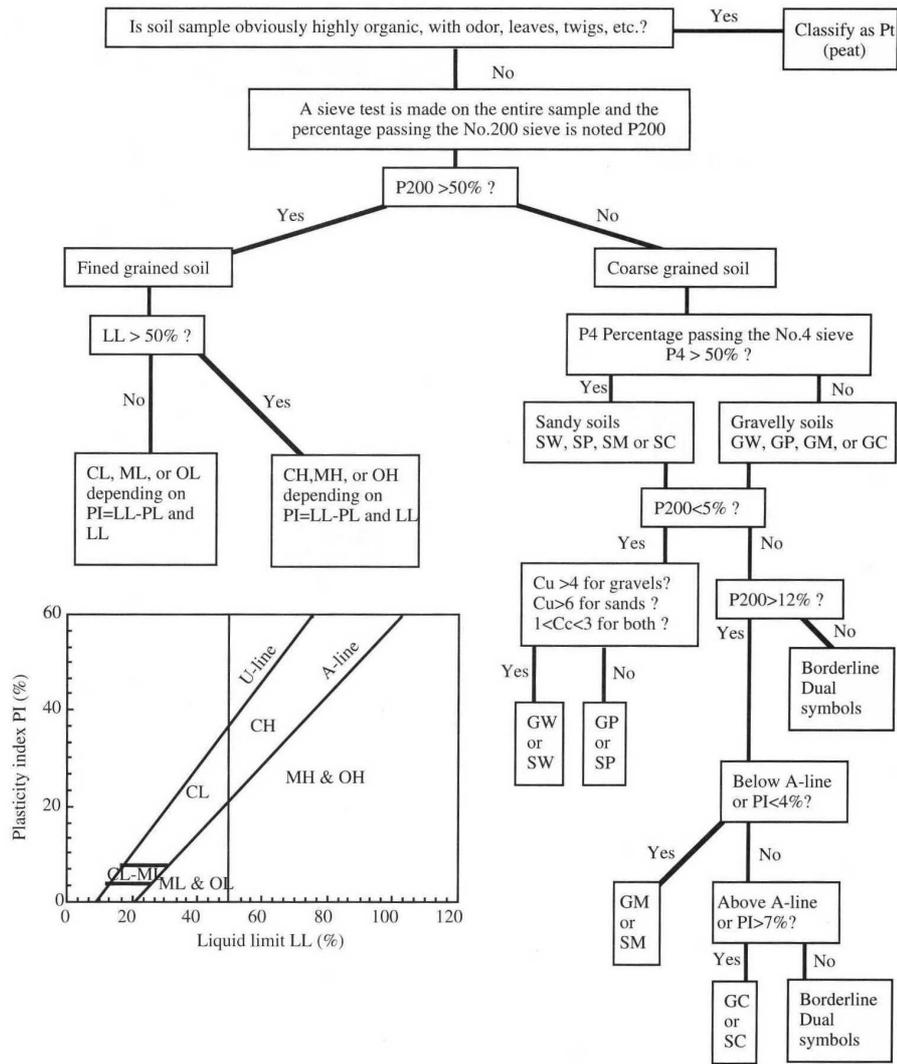


Figura 2.14: Clasificación USCS (Bardet, 1997)

# Capítulo 3

## Tensiones en los suelos

### Índice

---

<b>3.1. Introducción</b> . . . . .	<b>28</b>
<b>3.2. Repaso de mecánica de medios continuos</b> . . . . .	<b>28</b>
3.2.1. Esfuerzos . . . . .	28
3.2.2. Círculo de Mohr . . . . .	30
3.2.3. Deformaciones . . . . .	32
3.2.4. Ecuaciones de equilibrio . . . . .	33
3.2.5. Trabajo de deformación . . . . .	33
<b>3.3. Esfuerzos en mecánica de suelos</b> . . . . .	<b>34</b>
3.3.1. Convención de signos . . . . .	34
3.3.2. Reseña histórica . . . . .	34
3.3.3. Principio de esfuerzos efectivos . . . . .	35
3.3.4. Esfuerzos en los suelos parcialmente saturados . . . . .	37
<b>3.4. Esfuerzos geoestáticos</b> . . . . .	<b>38</b>
3.4.1. Esfuerzos verticales en masivos semi-infinitos de superficie horizontal . . . . .	38
3.4.2. Esfuerzos horizontales en masivos semi-infinitos de superficie horizontal . . . . .	39
3.4.3. Esfuerzos en masivos semi-infinitos de superficie inclinada . . . . .	39
3.4.4. Succiones en suelos saturados . . . . .	40
<b>3.5. Tensiones inducidas</b> . . . . .	<b>41</b>
3.5.1. Suelo cargado uniformemente en superficie . . . . .	42
3.5.2. Cálculo de esfuerzos inducidos por la teoría de elasticidad . . . . .	42
<b>3.6. Ejercicios</b> . . . . .	<b>47</b>
3.6.1. Esfuerzos geoestáticos . . . . .	47

---

### 3.1. Introducción

La descripción del comportamiento de depósitos de suelo depende del grado de fragmentación de la fase sólida del material a la escala del análisis. En mecánica de suelos, se trabaja en términos generales bajo la hipótesis de medios continuos deformables. En dichas condiciones, las características del comportamiento macroscópico pueden ser estimadas a partir de curvas de esfuerzo y deformación obtenidas de ensayos mecánicos.

La mecánica de medios continuos es la herramienta fundamental para la descripción del comportamiento de suelos. Comenzaremos por un repaso de elementos fundamentales útiles al estudio de comportamientos de suelos. En seguida, presentaremos las adaptaciones a la teoría general útiles a la mecánica de suelos. Luego, estudiaremos el caso particular más importante en geotecnia, la distribución de esfuerzos al interior del suelo bajo una superficie horizontal conocida como distribución geostática de esfuerzos. En dicha sección, definiremos el coeficiente lateral de empuje geostático o coeficiente de empuje en reposo  $K_0$ . Terminaremos el capítulo describiendo las tensiones inducidas al interior del suelo debido al efecto de cargas superficiales.

### 3.2. Repaso de mecánica de medios continuos

Un medio continuo en el sentido de la mecánica es un volumen de materia que ocupa una parte del espacio respetando tres condiciones:

1. Cada volumen elemental  $dV$  contiene una fracción de materia que posee las mismas propiedades en todo el espacio
2. Se puede pasar de un punto a otro del espacio atravesando siempre material (no hay discontinuidades)
3. Cuando la materia se deforma, dos puntos que estaban inicialmente uno junto al otro, lo siguen estando después de deformarse

#### 3.2.1. Esfuerzos

Si un sólido continuo en equilibrio con una sistema de cargas externas es cortado a través de un plano imaginario, se requiere aplicar una fuerza  $\underline{f}$  sobre la superficie de corte  $S$  para mantener en equilibrio cada una de las partes. El vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$  en un punto arbitrario sobre la superficie  $S$  es por definición el límite entre la fuerza diferencial  $d\underline{f}$  sobre la superficie infinitesimal  $dS$ , cuando esta última tiende a cero (Fig.3.1):

$$\underline{\sigma} = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{d\underline{f}}{dS} \quad (3.1)$$

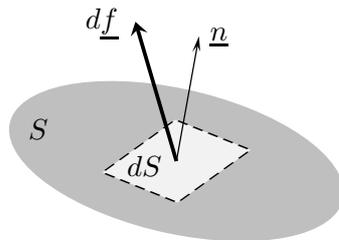


Figura 3.1: Definición de esfuerzo

Por lo tanto, la integral del vector esfuerzo sobre el plano de corte es igual a la fuerza interna que asegura el equilibrio entre las dos partes:

$$\underline{f} = \int_S \underline{\sigma} dS \quad (3.2)$$

Los esfuerzos internos de un medio continuo se suelen representar de tres formas equivalentes:

1. Bajo la forma de un vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$  y la normal  $\underline{n}$  al plano  $S$  de corte asociado.
2. En términos de un tensor de esfuerzo  $\underline{\underline{\sigma}}$ , que describe la relación entre la orientación de la superficie  $dS$  y el vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$ :

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} \quad (3.3)$$

El tensor de esfuerzos  $\underline{\underline{\sigma}}$  se suele representar bajo la forma de una matriz de  $3 \times 3$  componentes. Además, el tensor es simétrico debido a la reciprocidad de esfuerzos por lo que sólo contiene 6 componentes independientes, por ejemplo:  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}$  y  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  en coordenadas cartesianas.

El tensor de esfuerzos posee tres vectores propios ortogonales asociados a valores propios reales. Estas tres direcciones (*direcciones principales*  $\underline{e}_1, \underline{e}_2$  y  $\underline{e}_3$ ), conforman un espacio donde el tensor es diagonal. Cada componente del tensor diagonal se conoce como *esfuerzo principal*:  $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$ . Luego:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_I \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + \sigma_{II} \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \sigma_{III} \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3 \quad (3.4)$$

donde  $\otimes$  corresponde al producto tensorial estándar:

$$(\underline{a} \otimes \underline{b})_{ij} = a_i b_j$$

Frecuentemente en mecánica de suelos, conviene descomponer el tensor de esfuerzos  $\underline{\underline{\sigma}}$  en una parte isotrópica y una parte desviadora de traza nula ( $\underline{\underline{s}}$ ):

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{s}} \quad (3.5)$$

donde  $\text{tr}$  es la traza del tensor e  $\underline{\underline{I}}$  es el tensor identidad de segundo orden. Se suele definir como esfuerzo promedio  $p$  a:

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (3.6)$$

Por lo tanto, el tensor desviador  $\underline{\underline{s}}$  se escribe en forma alternativa como:

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - p \underline{\underline{I}} \quad (3.7)$$

3. Bajo la forma de una descomposición  $\underline{\sigma}_n$  y  $\underline{\tau}$  del vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$  sobre la normal a  $dS$  y sobre el plano  $dS$  (Fig.3.2a):

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_n + \underline{\tau} \quad (3.8)$$

Las componentes normal  $\underline{\sigma}_n$  y tangencial  $\underline{\tau}$  pueden ser obtenidas a través de:

$$\underline{\sigma}_n = \underbrace{(\underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n})}_{\sigma_n} \underline{n} \quad \text{y} \quad \underline{\tau} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} - \sigma_n \underline{n} \quad (3.9)$$

En mecánica de medios continuos, la convención de signos usual es:

- $\sigma > 0$  : tracción
- $\sigma < 0$  : compresión

sin embargo en mecánica de suelos se emplea generalmente lo inverso, es decir, se adopta el signo positivo para los esfuerzos de compresión y el negativo para las tracciones.

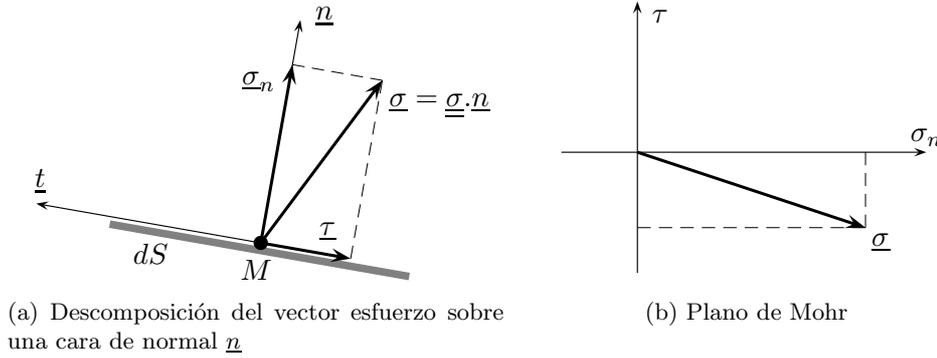


Figura 3.2: Representación de esfuerzos

### 3.2.2. Círculo de Mohr

Con la finalidad de estudiar los esfuerzos en torno a un punto, se emplea en general una representación gráfica conocida como *círculo de Mohr*. La idea consiste en representar el vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$  sobre un plano asociado a una cara en un punto arbitrario  $M$ .

Sobre la cara  $dS$  en la Fig.3.2a, orientada por su normal  $\underline{n}$  el vector esfuerzo es  $\underline{\sigma}$ . La componente tangencial  $\underline{\tau}$  del vector esfuerzo puede ser escrita en términos del vector unitario tangencial  $\underline{t}$  según  $\underline{\tau} = \tau \underline{t}$ , donde  $|\tau|$  es el módulo de  $\underline{\tau}$ . Supondremos una orientación positiva entre  $\underline{n}$  y  $\underline{t}$ , de forma que  $\underline{n} \cdot \underline{t} = \frac{\pi}{2}$ . En seguida, es posible representar el vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$  en un plano  $\sigma_n - \tau$  (Fig.3.2b) conocido como *plano de Mohr*. El signo de  $\tau$  dependerá de la elección inicial de  $\underline{t}$ , de acuerdo a la Fig.3.2a el signo de  $\tau$  es negativo con respecto del vector unitario tangencial  $\underline{t}$ .

Conocido el tensor esfuerzo  $\underline{\underline{\sigma}}$ , el objetivo es determinar una representación del estado tensional en el plano de Mohr cuando  $\underline{n}$  varía. Por simplicidad, trabajaremos en la base de las direcciones principales  $\underline{e}_1, \underline{e}_2$  y  $\underline{e}_3$ . Entonces, se tiene:

- Para el vector normal  $\underline{n}$  unitario:  $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$
- Para el vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$ :  $\sigma_1 = \sigma_I n_1, \sigma_2 = \sigma_{II} n_2$  y  $\sigma_3 = \sigma_{III} n_3$
- Para la componente normal  $\sigma_n$ :  $\sigma_n = \sigma_I n_1^2 + \sigma_{II} n_2^2 + \sigma_{III} n_3^2$
- Para el esfuerzo tangencial  $\tau$ :  $\tau^2 + \sigma_n^2 = \sigma_I^2 n_1^2 + \sigma_{II}^2 n_2^2 + \sigma_{III}^2 n_3^2$

Las expresiones anteriores constituyen un sistema de tres ecuaciones lineales para  $n_1^2, n_2^2$  y  $n_3^2$ , de donde:

$$n_1^2 = \frac{\tau^2 + (\sigma_n - \sigma_{II})(\sigma_n - \sigma_{III})}{(\sigma_I - \sigma_{II})(\sigma_I - \sigma_{III})} \quad (3.10)$$

$$n_2^2 = \frac{\tau^2 + (\sigma_n - \sigma_I)(\sigma_n - \sigma_{III})}{(\sigma_{II} - \sigma_I)(\sigma_{II} - \sigma_{III})} \quad (3.11)$$

$$n_3^2 = \frac{\tau^2 + (\sigma_n - \sigma_I)(\sigma_n - \sigma_{II})}{(\sigma_{III} - \sigma_I)(\sigma_{III} - \sigma_{II})} \quad (3.12)$$

si  $\sigma_I \neq \sigma_{II} \neq \sigma_{III}$ . Además, si los esfuerzos principales se ordenan de mayor a menor  $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$  y considerando que  $n_1^2, n_2^2$  y  $n_3^2$  son positivos, se deduce que:

$$\tau^2 + (\sigma_n - \sigma_{II})(\sigma_n - \sigma_{III}) \geq 0 \quad (3.13)$$

$$\tau^2 + (\sigma_n - \sigma_I)(\sigma_n - \sigma_{III}) \leq 0 \quad (3.14)$$

$$\tau^2 + (\sigma_n - \sigma_I)(\sigma_n - \sigma_{II}) \geq 0 \quad (3.15)$$

Por ejemplo, es posible escribir (3.13) de forma alternativa:

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_{II} + \sigma_{III}}{2}\right)^2 + \tau^2 \geq \left(\frac{\sigma_{II} - \sigma_{III}}{2}\right)^2 \quad (3.16)$$

de donde se puede deducir que el estado tensional  $(\sigma_n, \tau)$  es externo al círculo de centro  $(\frac{\sigma_{II} + \sigma_{III}}{2}, 0)$  y de radio  $\frac{\sigma_{II} - \sigma_{III}}{2}$ . Se pueden conseguir resultados similares tomando (3.14) y (3.15). La representación gráfica corresponde a los *círculos de Mohr* (Fig.3.3). Por lo tanto, cualquier estado tensional sobre una cara orientada por  $\underline{n}$  se ubica al exterior de dos círculos pequeños de diámetros  $\sigma_I - \sigma_{II}$  y  $\sigma_{II} - \sigma_{III}$ , y al interior de un círculo mayor de diámetro  $\sigma_I - \sigma_{III}$ .

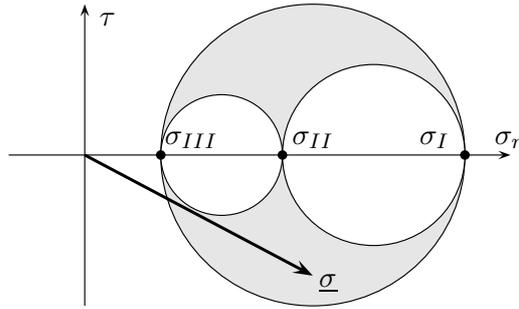


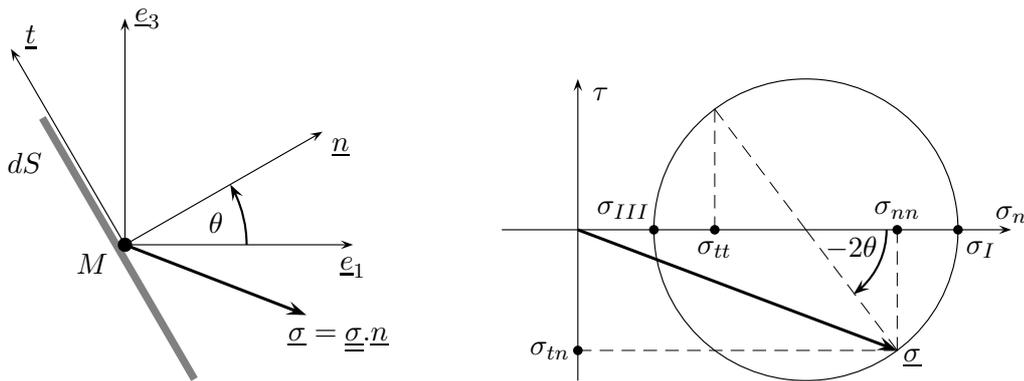
Figura 3.3: Círculos de Mohr

Desde el punto de vista práctico en suelos, interesa sobre todo el círculo mayor ya que el esfuerzo principal intermedio  $\sigma_{II}$  y el menor  $\sigma_{III}$  suelen ser iguales. En ese caso, es posible escribir el vector normal  $\underline{n}$  en términos del ángulo  $\theta$  entre el vector esfuerzo  $\underline{\sigma}$  y el eje principal mayor  $\underline{e}_1$  (Fig.3.4a):

$$\underline{n} = \cos \theta \underline{e}_1 + \sin \theta \underline{e}_3$$

Entonces, las componentes del vector esfuerzo puede ser escritas como:

$$\sigma_1 = \sigma_I \cos \theta, \quad \sigma_3 = \sigma_{III} \sin \theta \quad \text{y} \quad \sigma_2 = 0$$



(a) Proyección de esfuerzos sobre una cara

(b) Representación de Mohr

Figura 3.4: Descripción del círculo de Mohr principal (adaptada de Salençon, 2000)

Luego, las componentes en el plano de Mohr resultan:

$$\begin{aligned} \sigma_n = \sigma_{nn} &= \sigma_I \cos^2 \theta + \sigma_{III} \sin^2 \theta \\ \tau &= \sigma_{tn} = -\sigma_I \cos \theta \sin \theta + \sigma_{III} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_{tt} &= \sigma_I \sin^2 \theta + \sigma_{III} \cos^2 \theta \end{aligned}$$

o bien empleando propiedades trigonométricas:

$$\sigma_n = \sigma_{nn} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2\theta \quad (3.17)$$

$$\tau = \sigma_{tn} = -\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \sin 2\theta \quad (3.18)$$

$$\sigma_{tt} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} - \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2\theta \quad (3.19)$$

La Fig.3.4b muestra esquemáticamente el círculo de Mohr mayor. Los valores principales  $\sigma_I$  y  $\sigma_{III}$  se ubican sobre el eje horizontal del círculo ( $\theta = 0$ ). El estado tensional asociado a  $\underline{\sigma}$  se encuentra a  $-2\theta$  con respecto al centro del círculo, por lo tanto una rotación del plano de corte en  $\theta$ , se manifiesta como una rotación en  $-2\theta$  sobre el círculo de Mohr. En efecto, como los planos de los esfuerzos principales son perpendiculares entre si (existe un ángulo de  $\frac{\pi}{2}$  entre ellos), en el círculo de Mohr estos puntos se ubican sobre el diámetro horizontal del círculo ( $2\theta = \pi$  sobre la gráfica).

### 3.2.3. Deformaciones

En el caso más general, el movimiento de un medio deformable se puede descomponer en una traslación y una rotación (movimientos de cuerpo rígido), más una deformación que representa el desplazamientos relativo de los puntos materiales del sólido.

Existen dos enfoques clásicos equivalentes para describir este movimiento:

1. Un enfoque *Lagrangiano* donde el desplazamiento de un punto material  $\underline{x}$  en función del tiempo  $t$  se expresa como función de su posición en una configuración de referencia  $\underline{x}_0$  en un tiempo anterior  $t_0$ :

$$\underline{x} = \underline{\Phi}(\underline{x}_0, t_0, t) \quad (3.20)$$

2. Un enfoque *Euleriano* donde la posición actual  $\underline{x}$  se toma como configuración de referencia y se describe el desplazamiento del sólido en términos de la velocidad  $\underline{v}$  actual (en  $t$ ) del punto material:

$$\underline{v} = F(\underline{x}, t) \quad (3.21)$$

En general, la descripción de tipo Lagrangiana es la que más se emplea en mecánica de estructura o de suelos, mientras que la descripción Euleriana es especialmente útil en mecánica de fluidos. Si en el marco de un enfoque Lagrangiano se denota por  $\underline{u}$  el vector de desplazamientos de todo punto material  $\underline{x}_0$  en la configuración de referencia, se tiene:

$$\underline{u}(\underline{x}_0, t) = \underline{x} - \underline{x}_0 \quad (3.22)$$

Luego, se define el tensor de deformaciones de *Green-Lagrange*  $\underline{\underline{e}}$  en función del gradiente de de los desplazamientos  $\underline{\nabla u}$  como:

$$\underline{\underline{e}}(\underline{x}_0, t) = \frac{1}{2} (\underline{\nabla u} + \underline{\nabla u}^t + \underline{\nabla u}^t \cdot \underline{\nabla u}) \quad (3.23)$$

o alternativamente en términos de sus componentes:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_{0j}} + \frac{\partial u_j}{\partial x_{0i}} + \frac{\partial u_i}{\partial x_{0j}} \frac{\partial u_j}{\partial x_{0i}} \right)$$

En general, trabajaremos bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones o desplazamientos infinitesimales. Bajo esa hipótesis, el gradiente de los desplazamientos es pequeño  $\|\underline{\nabla u}\| \ll 1$  y las configuraciones actual  $\underline{x}$  y de referencia  $\underline{x}_0$  se confunden al primer orden de (3.23), luego:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.24)$$

donde  $\varepsilon_{ij}$  son las componentes del tensor de deformaciones linealizado  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  que resulta simétrico. En coordenadas cartesianas, la representación matricial del tensor de deformaciones se escribe:

$$[\underline{\underline{\varepsilon}}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Como veremos más adelante, en mecánica de suelos se suele trabajar con las distorsiones angulares  $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$ ,  $\gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz}$  y  $\gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz}$ , en lugar de las deformaciones unitarias de corte. Además, se emplea frecuentemente la deformación unitaria volumétrica  $\varepsilon_v$ :

$$\varepsilon_v = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \quad (3.26)$$

Similarmente a los esfuerzos, en suelos se considera usualmente que las compresiones son positivas y las extensiones negativas. Por lo tanto,  $\varepsilon_v > 0$  corresponde a una reducción de volumen.

### 3.2.4. Ecuaciones de equilibrio

La condición de equilibrio de un cuerpo sólido se expresa en función de los esfuerzos internos y externos aplicados. En el caso de cuerpos continuos deformables, el equilibrio se expresa en función del tensor de esfuerzos  $\underline{\underline{\sigma}}$ , las fuerzas de volumen  $\underline{f}$  y los efectos inerciales inducidos por una aceleración  $\underline{\ddot{u}}$ :

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}} = \underline{f} - \rho \underline{\ddot{u}} \quad (3.27)$$

donde  $\text{div}(\cdot)$  es el operador divergencia y  $\rho$  la densidad de masa del sólido. Alternativamente, componente a componente:

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = f_i - \rho \frac{d^2 u_i}{dt^2}$$

En este curso, estudiaremos principalmente situaciones estáticas. En dicho caso, las fuerzas inerciales desaparecen y las condiciones de equilibrio se escriben:

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = f_i \quad (3.28)$$

### 3.2.5. Trabajo de deformación

Buena parte de los problemas en mecánica son resueltos mediante el principio de trabajos virtuales. La aplicación de dicho principio requiere del cálculo del trabajo interno de los esfuerzos de deformación, así como del trabajo de las fuerzas externas de volumen y superficie. En el caso de medios continuos deformables, el trabajo interno  $W_{int}$  se escribe como una integral sobre todo el volumen  $V$  del sólido:

$$W_{int} = \int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}} dV \quad (3.29)$$

donde  $:$  corresponde al producto doblemente contractado:

$$\underline{\underline{A}} : \underline{\underline{B}} = \sum_i \sum_j A_{ij} B_{ij}$$

Este aspecto es fundamental para el tratamiento numérico de problemas en geotecnia mediante elementos finitos.

### 3.3. Esfuerzos en mecánica de suelos

El suelo puede ser considerado como un medio continuo bajo la siguientes hipótesis:

- Las partículas constituyentes son suficientemente pequeñas con respecto a un volumen elemental representativo  $dV$ .
- El masivo de suelo no posee planos de deslizamiento ni discontinuidades que puedan abrirse bajo el efecto de las cargas.

Estas hipótesis son en general válidas en las aplicaciones prácticas de mecánica de suelos, por lo que sistemáticamente aceptaremos la hipótesis de medio continuo.

Nos obstante, los principios de la mecánica del continuo se aplican a la mecánica de suelos con algunas adaptaciones:

- Una convención de signos especial para esfuerzos y deformaciones.
- Un enfoque particular para describir el comportamiento mecánico del agua y de las partículas o *esqueleto*. En el caso de suelos saturados, este enfoque está asociado a la noción de *esfuerzos efectivos*, mientras que en suelos parcialmente saturados la descripción es más compleja.

#### 3.3.1. Convención de signos

Debido a la baja resistencia a la tracción de los suelos, es muy raro encontrar situaciones donde aparezcan fuerzas de tracción en mecánica de suelos. Esta situación ha conducido a adoptar una convención de signos particular donde las compresiones son consideradas positivas, pero los esfuerzos de corte conservan la convención usual de mecánica de medios continuos (Fig.3.5), entonces los esfuerzos de corte opuestos a la dirección de las agujas del reloj son positivos.

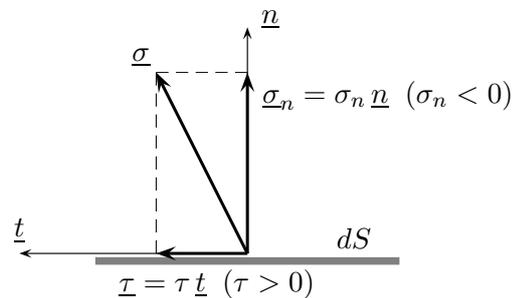


Figura 3.5: Convención de signos en mecánica de suelos para esfuerzos y deformaciones

La Fig.3.6a muestra un estado tensional típico en suelos, adoptando la convención de suelos  $\sigma_z$  corresponde al esfuerzo de compresión vertical y  $\sigma_h$  al esfuerzo de compresión horizontal. La Fig.3.6b muestra el círculo de Mohr correspondiente suponiendo que la tensión vertical es el esfuerzo principal mayor ( $\sigma_z = \sigma_I$ ) y que la tensión horizontal coincide con los esfuerzos principales intermedios y menores ( $\sigma_h = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ ). Sobre la Fig.3.6a se muestra un elemento rotado un ángulo  $\theta$  y los esfuerzos  $\sigma_{nn}$ ,  $\sigma_{tn}$  y  $\sigma_{tt}$  sobre las caras  $nn$  y  $tt$ , respectivamente. Dichos esfuerzos aparecen rotados un ángulo  $2\theta$  en la representación de Mohr.

#### 3.3.2. Reseña histórica

Los estudios desarrollados durante los siglos XVIII y XIX sobre la estabilidad y las deformaciones de masivos no fueron capaces de establecer claramente el rol de la fase líquida y gaseosa en el suelo. Los trabajos de Coulomb en 1773 introdujeron avances en la estimación de los esfuerzos sobre muros de contención. Luego, Rankine (1857) y Boussinesq (1882) extendieron la teoría de empujes en suelos, mientras que Collin (1846) avanzó sobre la estabilidad de diques. Al mismo tiempo, Boussinesq en 1885 estableció la expresiones de esfuerzo y deformación sobre un semi-espacio infinito lineal elástico

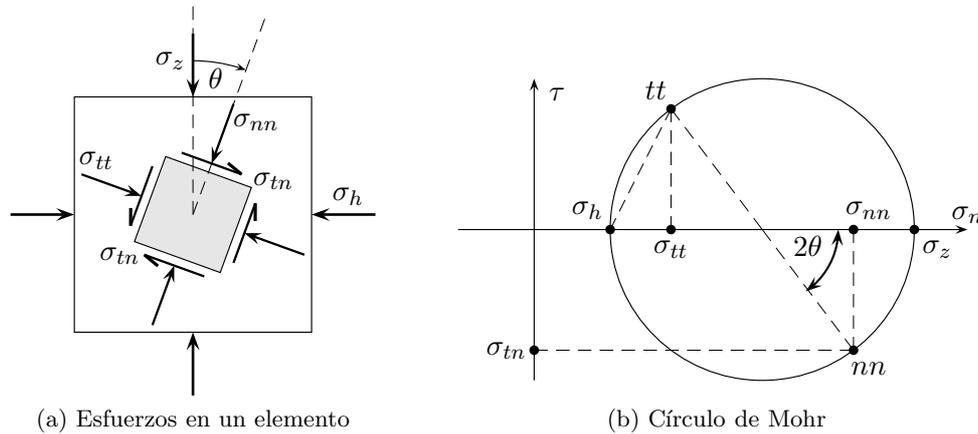


Figura 3.6: Análisis de esfuerzos empleando la convención de mecánica de suelos

bajo la acción de una carga puntual sobre la superficie. No obstante, las observaciones relativas a la variación de la resistencia de arcillas ante variaciones de humedad no fueron jamás interpretadas en términos del rol de la presión de poros.

Skempton en 1960 indicó por primera vez que la formulación del principio de esfuerzos efectivos a los comienzos de 1920 era obra de Terzaghi, sin embargo, este principio fundamental en geotecnia pudo haber sido establecido muchos años antes<sup>1</sup>:

- En 1871, el geólogo Lyell explicaba que cuando las partículas de arena se sedimentaban en el fondo del mar, la presión de agua no contribuía a la densificación del suelo en formación.
- En 1876 Boussinesq publicaba que se podía ignorar el efecto de la presión atmosférica sobre la deformación de una arena seca porque ésta se aplicaba al interior del suelo en forma isotrópica.
- A partir de las experiencias sobre la dilatancia de arenas densas de Reynolds en 1886.
- A partir de los ensayos de tracción de Fillunger en 1915 sobre cementos saturados sometidos a presión de agua variable.
- Fruto de las experiencias sobre la resistencia de arcillas no drenadas de Bell en 1915 o de Westerberg en 1921.

En efecto, la evolución de los asentamientos en masivos de arcilla como consecuencia de la expulsión del agua intersticial había sido estudiada muchos años antes por Telford (1809), Frontard (1914) y Olson (1919). Sin embargo, fue la publicación de los artículos de Terzaghi a comienzos de 1920 lo que marcó una etapa definitiva en mecánica de suelos describiendo en forma unificada la resistencia de arcillas y arenas, abriendo las puertas al cálculo de la evolución en el tiempo de las deformaciones en masivos.

El principio de esfuerzos efectivos permite tratar convenientemente la mayor parte de los problemas de comportamiento de suelos saturados y secos. Sin embargo, existen límites para su aplicación cuando existe gas al interior de los vacíos y cuando la alternancia entre ciclos de humidificación y secado terminan controlando el comportamiento del suelo. Los principios de descripción del comportamiento de suelos parcialmente saturados continúa siendo hasta el día de hoy el objeto de muchas investigaciones, y escapa al alcance de este curso. En efecto, el principio de esfuerzos efectivos constituye la base de los métodos de cálculo usados en la práctica en la mecánica de suelos saturados o secos.

### 3.3.3. Principio de esfuerzos efectivos

El comportamiento mecánico de suelos saturados está definido por tres campos de esfuerzos. Cada uno de ellos cumple un rol específico en la modelación del comportamiento del suelo:

<sup>1</sup>de acuerdo a Magnan (2000a)

- El campo de esfuerzos totales  $\underline{\underline{\sigma}}$  se define considerando el suelo como un material homogéneo de una sola fase. Verifica las ecuaciones de equilibrio de la mecánica.
- El campo de presiones de poros  $u_w \underline{\underline{I}}$  es un tensor isotrópico que representa la presión del agua que ocupa el espacio continuo de los poros del suelo.
- El campo de esfuerzos efectivos  $\underline{\underline{\sigma}}'$  es por definición la diferencia entre los dos campos precedentes:

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} - u_w \underline{\underline{I}} \quad (3.30)$$

Los esfuerzos efectivos controlan el comportamiento mecánico de masivos de suelos saturados. Las deformaciones y la estabilidad del suelo dependerán entonces de los esfuerzos totales y de la presión de poros. Existen en la literatura diversas demostraciones del principio de esfuerzos efectivos, sin embargo, quizás la mejor prueba de su validez ha sido su aplicación exitosa los últimos 80 años en geotecnia. Si bien la validez del principio es sólo aproximada, las diferencias observadas entre los cálculos y las observaciones en terreno están más bien relacionadas a la falta de información sobre las propiedades reales de los suelos. Por lo tanto, no existen evidencias que permitan poner en duda la aplicación de este principio en la práctica para problemas de suelos saturados.

Sobre una cara de normal  $\underline{n}$ , el principio de esfuerzos efectivos se escribe:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{n} = \underline{\underline{\sigma}}' + u_w \underline{n} \quad (3.31)$$

Tomando la componente normal del vector de esfuerzos totales  $\underline{\underline{\sigma}}$ , la relación se reduce a:

$$\sigma_n = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \sigma_n' + u_w \quad (3.32)$$

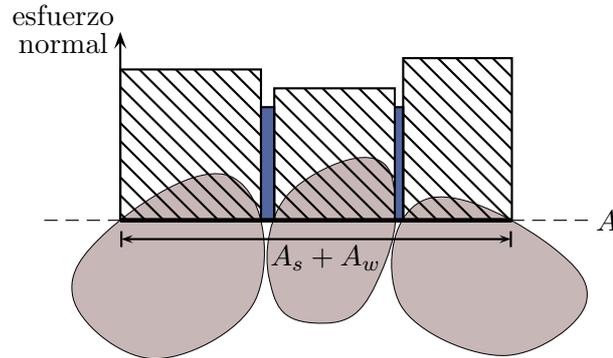


Figura 3.7: Esfuerzos normales a escala granular

Desde un punto de vista granular (Fig.3.7), el esfuerzo normal promedio sobre un superficie  $A$  puede ser escrito como:

$$\sigma_n = \frac{A_s}{A_w + A_s} \sigma_s + \frac{A_w}{A_w + A_s} u_w \quad (3.33)$$

donde  $A_s$  es el área de contacto sólido-sólido mientras  $A_w$  es el área de contacto líquido-líquido.  $\sigma_s$  es el esfuerzo promedio sobre  $A_s$  o *esfuerzo granular* y  $u_w$  la presión de poros promedio sobre  $A_w$ . Como el suelo está en estado saturado:  $A_s + A_w = A$ . El esfuerzo tangencial sobre  $A$  sólo puede ser transmitido a través del contacto sólido-sólido ya que la fase líquida no puede transmitir esfuerzos de corte:

$$\tau = \frac{A_s}{A_w + A_s} \tau_s \quad (3.34)$$

donde  $\tau_s$  es el esfuerzo de corte promedio sobre  $A_s$ . Si las proporciones entre  $A_s$  y  $A_w$  se mantiene para cualquier corte sobre el material:

$$\frac{A_w}{A} = 1 - \frac{A_s}{A} = \frac{V_w}{V} = n \quad (3.35)$$

donde  $n$  es la porosidad ( $V_v = V_w$  por estar saturado). Luego:

$$\sigma_n = (1 - n)\sigma_s + n u_w \quad \text{y} \quad \tau = (1 - n)\tau_s \quad (3.36)$$

O bien:

$$\sigma_n = \sigma'_n + u_w = (1 - n)\sigma_s + n u_w \quad (3.37)$$

Por lo tanto  $\sigma'_n = (1 - n)(\sigma_s - u_w)$  y  $\tau = (1 - n)\tau_s$ . En consecuencia los esfuerzos efectivos dependen del esfuerzos granulares y de la presión de poros. Si el esfuerzo granular es mucho más grande que la presión de poros  $\sigma_s \gg u_w$ , los esfuerzos efectivos son aproximadamente iguales al *esfuerzo granular distribuido*:  $\sigma'_n = (1 - n)\sigma_s$ .

### 3.3.4. Esfuerzos en los suelos parcialmente saturados

Los suelos no saturados están conformados por definición por una fase sólida, una líquida y una gaseosa. Las proporciones entre las fases gaseosas y líquidas en los vacíos pueden ser medidas por el grado de saturación  $S_r$  (§2.4.1). Si se comienza de un estado saturado y se aumenta homogéneamente en forma progresiva el gas al interior del suelo, el gas se reparte inicialmente en forma de burbujas de aire aisladas. Luego, las burbujas entran en contacto para formar una fase prácticamente continua al interior del suelo. Si el volumen de gas sigue aumentando, el agua pasa a ser discontinua antes de desaparecer completamente.

Para que sea factible definir esfuerzos al interior de cada una de las fases del suelo, se requiere que cada una de ellas pueden ser consideradas como continuas. En términos generales, la fase gaseosa puede ser considerada como continua para grados de saturación del orden de 0,85. La fase líquida deja de funcionar como un medio continuo a partir del límite de contracción (§2.4.2.2).

En el rango de  $S_r$  para los cuales las tres fases son razonablemente continuas, se puede definir en el suelo tres campos de esfuerzos:

- El campo de esfuerzos totales  $\underline{\underline{\sigma}}$ , que tal como en el caso de suelo saturados se asume como el correspondiente a un medio homogéneo de una fase.
- El campo de presiones de poros  $u_w \underline{\underline{I}}$  (isotrópico).
- El campo de presiones de aire (u otro gas)  $u_a \underline{\underline{I}}$  (isotrópico).

Las primeras investigaciones relativas al comportamiento de suelos parcialmente saturados, extendieron el principio de suelos saturados según (Bishop, 1959):

$$\underline{\underline{\sigma}}' = (\underline{\underline{\sigma}} - p_a \underline{\underline{I}}) + \chi (p_a \underline{\underline{I}} - p_w \underline{\underline{I}}) \quad (3.38)$$

donde el coeficiente  $\chi$  varía entre 0 (suelo seco) y 1 (saturado).

El principio de esfuerzos efectivos implica que un valor único de esfuerzo es asociado a cada estado del suelo. Sin embargo, la experimentación ha mostrado que en general no es el caso en suelos parcialmente saturados. Por dicha razón, la investigación en suelos parcialmente saturados se efectúa en la actualidad en dos direcciones:

1. Una modelación sobre la base de variables independientes que supone que el comportamiento de un suelo no saturado depende de dos campos de esfuerzos independientes:
  - Un esfuerzo total neto:  $\underline{\underline{\sigma}} - p_a \underline{\underline{I}}$
  - Una succión:  $s = p_a - p_w$
2. Una modelación en esfuerzos efectivos mejorada con el objetivo de considerar la *historia de carga* del suelo:

$$\underline{\underline{\sigma}}' = (\underline{\underline{\sigma}} - p_a \underline{\underline{I}}) + f(p_a \underline{\underline{I}} - p_w \underline{\underline{I}}) \quad (3.39)$$

donde  $f(\cdot)$  es una función de la succión.

El comportamiento del suelos no saturados puede ser extremadamente complejo por lo que no será abordado en detalle en este curso.

### 3.4. Esfuerzos geoestáticos

En general, los estados tensionales en suelos naturales pueden ser muy diversos dependiendo de las condiciones de formación y de las condiciones geológicas. En efecto, la orientación de los esfuerzos principales pueden variar de un sitio a otro, así como entre las distintas capas de terreno. Sin embargo, existen ciertos casos simples donde la distribución de los esfuerzos puede ser determinada a partir de las ecuaciones de equilibrio.

#### 3.4.1. Esfuerzos verticales en masivos semi-infinitos de superficie horizontal

Consideremos un terreno semi-infinito de superficie horizontal (Fig.3.8a). Supondremos que las únicas fuerzas que actúan son las de gravedad. Entonces, los esfuerzos totales deben satisfacer la ecuación de equilibrio:

$$\underline{\text{div}} \underline{\sigma} = -\rho g \underline{e}_z \quad (3.40)$$

donde  $\rho$  es la densidad de masa del suelo y  $g$  la fuerza de gravedad.

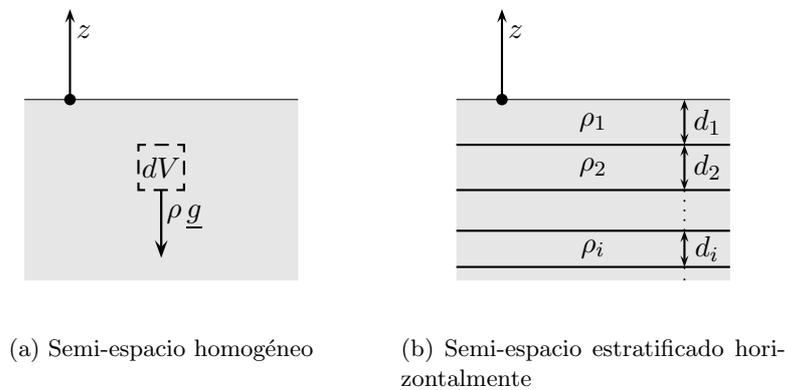


Figura 3.8: Esfuerzos totales en el suelo

Si las propiedades del masivo y las fuerzas de volumen asociadas al peso son independientes de  $x$  e  $y$ , la expresión anterior se reduce a:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = -\rho g \rightarrow \sigma_{zz} = -\rho g z \quad (3.41)$$

Por lo tanto, el esfuerzo vertical  $\sigma_{zz}$  (ó  $\sigma_z$ ) es proporcional a la profundidad  $|z|$ . Además,  $\sigma_z$  es un esfuerzo principal ya que los esfuerzos de corte son nulos sobre una cara horizontal ( $\underline{n} = \pm \underline{z}$ ). En el caso de un terreno constituido por varias capas perfectamente horizontales y homogéneas (Fig.3.8b), se obtiene:

$$\sigma_z = \sum_i \rho_i g d_i \quad (3.42)$$

donde  $\rho_i$  y  $d_i$  son la masa específica y la altura de cada capa  $i$ , respectivamente. La integración de las ecuaciones de equilibrio no entregan los valores de los esfuerzos principales horizontales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ . Dichos valores, dependerán de las características del comportamiento del suelo y de su historia geológica (§3.4.2).

Si existe una napa de agua en equilibrio hidroestático, la presión de poros aumentará proporcionalmente a la profundidad de acuerdo a:

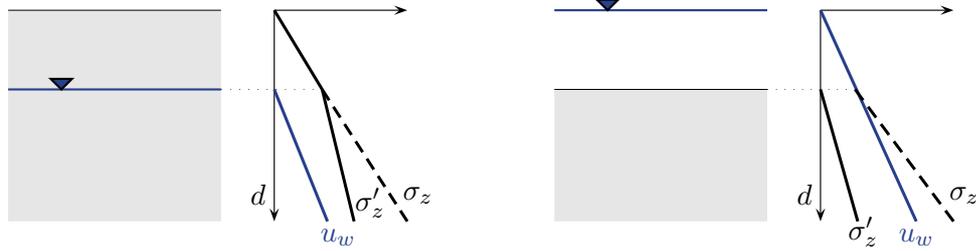
$$u_w = \rho_w g d_w \quad (3.43)$$

donde  $\rho_w$  es la masa del agua y  $d_w$  es la profundidad bajo el nivel freático en equilibrio hidroestático.

Una vez determinado el esfuerzo vertical total y la presión de poros a la misma profundidad, el esfuerzo vertical efectivo  $\sigma'_z$  se determina por diferencia:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u_w \quad (3.44)$$

La Fig.3.9a y 3.9b muestra dos situaciones de altura distinta de nivel freático junto con los perfiles de esfuerzos respectivos.



(a) Nivel de napa de agua bajo el nivel del suelo      (b) Nivel freático sobre el nivel del suelo

Figura 3.9: Perfiles de esfuerzo

### 3.4.2. Esfuerzos horizontales en masivos semi-inifinitos de superficie horizontal

La ecuaciones de equilibrio no permiten calcular explícitamente los esfuerzos horizontales  $\sigma_h$  en el caso de depósitos naturales de superficie horizontal. Sin embargo, la experiencia ha mostrado que los esfuerzos horizontales son en general proporcionales al esfuerzo vertical efectivo  $\sigma'_z$ . El cuociente entre ambas cantidades se conoce como *coeficiente lateral de empuje geoestático* o *coeficiente en reposo del suelo*  $K_0$ :

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_z} \quad (3.45)$$

Este coeficiente se aplica sólo a esfuerzos efectivos. El valor de  $K_0$  varía en función de la naturaleza del suelo y de la historia geológica del sitio. En general, oscila entre 0,4 y 0,6 para arenas y gravas y entre 0,5 a 1 para arcillas.

Para un material lineal elástico isotrópico, la relación esfuerzo deformación se escribe:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (3.46)$$

donde  $\nu$  y  $E$  son el módulo de Poisson y el módulo de Young del material, respectivamente. En la caso geoestático semi-infinito es razonable suponer deformaciones horizontales nulas ( $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 0$ ). Además, los esfuerzos horizontales son idénticos:  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_h$ . Luego, tomando por ejemplo  $\varepsilon_{xx}$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{e}}_x \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \cdot \underline{\underline{e}}_x = \varepsilon_{xx} = 0 &= \frac{1}{E} (\sigma_h - \nu (\sigma_h + \sigma_z)) \\ \rightarrow \sigma_h &= \underbrace{\frac{\nu}{1 - \nu}}_{K_0} \sigma_z \end{aligned} \quad (3.47)$$

lo que constituye un aproximación para  $K_0$  sobre la base de comportamiento lineal elástico isotrópico.

### 3.4.3. Esfuerzos en masivos semi-inifinitos de superficie inclinada

Supongamos una situación tal como se muestra en la Fig.3.10. En este caso, la superficie del terreno forma un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal. Sobre una cara paralela a la superficie, las ecuaciones de equilibrio serían:

$$\underline{\underline{\text{div}}} \underline{\underline{\sigma}} = -\rho g \sin \alpha \underline{\underline{e}}_x + \rho g \cos \alpha \underline{\underline{e}}_z \quad (3.48)$$

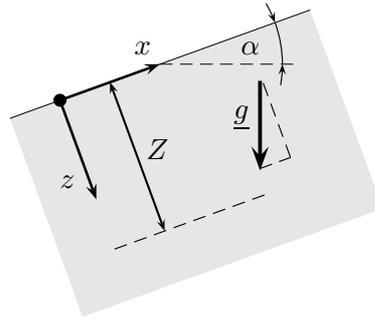


Figura 3.10: Esfuerzos bajo una superficie inclinada (adaptada de Schlosser, 2003)

Dada las características geométricas del problema no pueden existir gradientes de esfuerzos en la dirección de  $x$  ó  $y$ , por lo tanto, integrando las ecuaciones de equilibrio se obtiene:

$$\sigma_{zz} = \rho g Z \cos \alpha \quad (3.49)$$

$$\tau_{xz} = -\rho g Z \sin \alpha \quad (3.50)$$

Conociendo las características del suelo, es posible determinar  $\sigma_{xx}$  y luego reconstituir el estado tensional completo del terreno.

#### 3.4.4. Succiones en suelos saturados

Si bien supondremos en este curso que las presiones de poros son nulas sobre el nivel freático (Fig.3.9a), en la práctica existe una cierta variación de la presión intersticial entre el nivel de la napa de agua y la superficie del suelo. Inmediatamente por debajo del nivel de la superficie, puede existir una capa de suelo completamente seca (Fig.3.11a). Una región del suelo por sobre el nivel de la napa de agua permanece saturada debido a los efectos capilares a través de los poros del suelo. En dicha zona, la presión de poros es negativa y puede representarse por:

$$u_w = -\rho_w g d_w \quad (3.51)$$

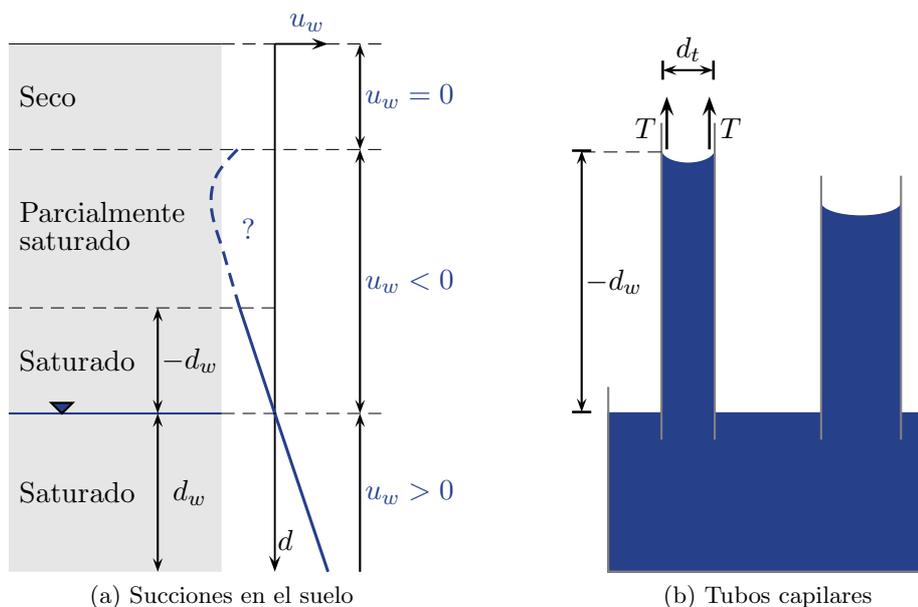


Figura 3.11: Presión de poros y succiones en el terreno (modificada de Atkinson, 2007)

Entre las zonas saturadas y secas, existe una región de suelo parcialmente saturado. En esta zona, existen diferentes presiones de agua y gas (aire), por lo que la presión de poros puede aumentar o

disminuir. Tal como se mencionó en §3.3.4, en la actualidad no existe una teoría simple y satisfactoria que caracterice el comportamiento de este tipo de suelo, por lo que continúa siendo un tema de investigación.

En la mayor parte de obras geotécnicas tales como taludes, fundaciones o muros de contención, los suelos se encuentran en estado saturado. Sin embargo, una región de suelo no saturado puede existir cerca de la superficie, en suelos compactados en zonas cálidas y secas.

En una zona saturada con presión de poros negativa o *succión*, el agua se encuentra en tensión tal y como ocurre en un tubo capilar de diámetro equivalente al tamaño de los poros de un suelo. La Fig.3.11b muestra la elevación de una columna capilar en un tubo de diámetro  $d_t$ . Para que el sistema esté en equilibrio, las tensiones sobre la superficies deben ser iguales al peso de la columna de agua capilar:

$$T \pi d_t = -\frac{\pi d_t^2}{4} \rho_w g d_w \quad \rightarrow \quad -d_w = \frac{4T}{\rho_w g d_t} \quad (3.52)$$

donde  $T$  es la tensión superficial entre el agua y el vidrio del tubo. Como  $u_w = \rho_w g d_w$ , la succión en lo alto de la columna de agua es:

$$-u_w = \frac{4T}{d_t} \quad (3.53)$$

Si el volumen específico del suelo es  $v$  y el diámetro promedio de los granos es  $d_s$ , el diámetro del tubo  $d_t$  puede ser expresado como  $d_t = (v - 1) d_s$ . Luego, la altura de la columna de agua sobre el nivel del agua resulta:

$$-d_w = \frac{4T}{\rho_w g (v - 1) d_s} \quad (3.54)$$

y la correspondiente succión máxima será:

$$-u_w = \frac{4T}{(v - 1) d_s} \quad (3.55)$$

Por lo tanto, la succión en suelos saturados es inversamente proporcional al tamaño medio de los granos. Considerando que la tensión superficial entre el agua y el cuarzo es alrededor de  $7 \times 10^{-5}$  [kN/m] y suponiendo un volumen específico  $v = 1.5$ , la Tab.3.1 muestra algunos valores de altura capilar y succión para tres tipos de suelos. Por lo tanto, pueden existir succiones relativamente elevadas incluso en suelos saturados.

Tabla 3.1: Succiones en suelos saturados (Atkinson, 2007)

Suelo	Diámetro característico [mm]	Altura capilar [m]	Succión [kPa]
Arcilla	0.001	60	600
Limos medios	0.01	6	60
Arena fina	0.1	0,6	6

### 3.5. Tensiones inducidas

Cuando se aplican un sistema de cargas sobre el suelo, se desarrollan en su interior esfuerzos adicionales que generarán deformaciones. Los desplazamientos verticales hacia abajo se denominan *asentamientos*. En la mayor parte de los casos, las cargas aplicadas son verticales y la superficie del suelo es razonablemente horizontal. Por lo tanto, los asentamientos pueden tener gran influencia sobre la superestructura.

Una parte clave del cálculo de asentamientos consiste en la determinación de los esfuerzos inducidos en el suelo por la superestructura. Para calcular estos esfuerzos o tensiones inducidas, se utiliza en

general la teoría de elasticidad lineal. Esta aproximación es razonable en el caso de esfuerzos normales verticales, que suelen ser poco sensibles al comportamiento del suelo. Sin embargo, el cálculo de las otras tensiones mediante aproximaciones elásticas puede entregar resultados muy irreales, especialmente en el caso de las tensiones horizontales.

En esta sección, presentaremos las soluciones clásicas de esfuerzos inducidos en suelos bajo la acción de cargas superficiales. Emplearemos estas soluciones más adelante (§5.2.1.5) para el cálculo de asentamientos.

### 3.5.1. Suelo cargado uniformemente en superficie

Consideremos el caso de un suelo homogéneo infinito, de peso unitario  $\gamma = \rho g$  y de superficie horizontal. Si el suelo se encuentra uniformemente cargado en superficie por una presión  $q$  (Fig.3.12), el esfuerzo vertical a una profundidad  $z$  puede ser estimado de acuerdo a:

$$\sigma_z = \gamma z + q \quad (3.56)$$

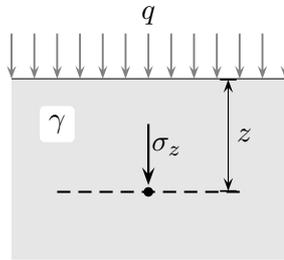


Figura 3.12: Suelo homogéneo cargado uniformemente en superficie

Este resultado es fundamental y no requiere conocimiento alguno sobre el comportamiento del suelo. Ya que el suelo es infinito en un sentido horizontal, las deformaciones horizontales deben ser nulas:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 0$ . Veremos que esta configuración se reproduce en laboratorio a través del ensayo *edométrico* o *de consolidación* (§5.2.1.1).

En práctica el suelo no está cargado sobre una superficie infinita, pero puede estar cargado sobre una superficie muy grande con respecto a la profundidad  $z$ . En dichos casos, se puede admitir que las deformaciones laterales son nulas y entonces que el ensayo edométrico es una buena representación de la situación real.

### 3.5.2. Cálculo de esfuerzos inducidos por la teoría de elasticidad

Para todo estado de carga distinto al descrito en §3.5.1, se requiere conocer el comportamiento del suelo para determinar en forma realista las tensiones inducidas. El modelo de comportamiento más simple posible es el elástico y su empleo reposa en el *principio de superposición*.

#### 3.5.2.1. Principio de superposición

Si en un medio, al campo de tensiones  $\underline{\underline{\sigma}}_1$  le corresponde el campo de deformaciones  $\underline{\underline{\varepsilon}}_1$  y al campo de tensiones  $\underline{\underline{\sigma}}_2$  le corresponde el campo de deformaciones  $\underline{\underline{\varepsilon}}_2$ , entonces al campo de esfuerzos  $\underline{\underline{\sigma}}_1 + \underline{\underline{\sigma}}_2$  le corresponde el campo de esfuerzos  $\underline{\underline{\varepsilon}}_1 + \underline{\underline{\varepsilon}}_2$ .

Este principio es fundamental para la teoría de elasticidad y es ampliamente empleado. En suelos, se tiene entonces:

$$\sigma_z = \gamma z + \Delta\sigma_z \quad (3.57)$$

donde  $\Delta\sigma_z$  corresponde al incremento de tensiones en el medio elástico sin masa (Fig.3.13).

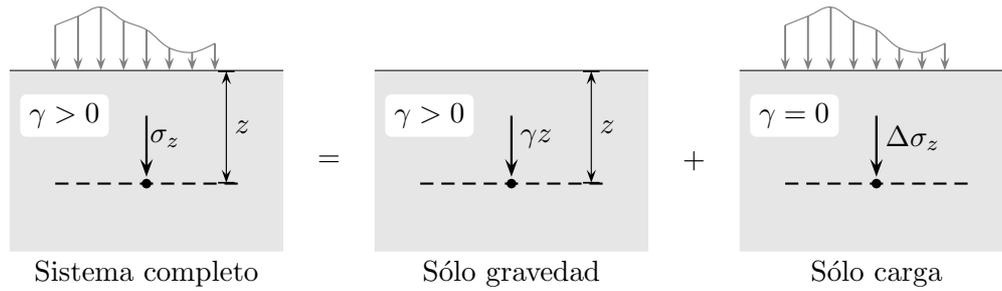


Figura 3.13: Principio de superposición para sistemas elásticos

### 3.5.2.2. Cargas puntuales

Para determinar las cargas al interior de un masivo se emplean los resultados obtenidos por Boussinesq acerca de la deformación elástica de un semi-espacio sin peso, isotrópico, homogéneo, de superficie horizontal sometido a la acción de una carga vertical aislada  $P$  (Fig.3.14).

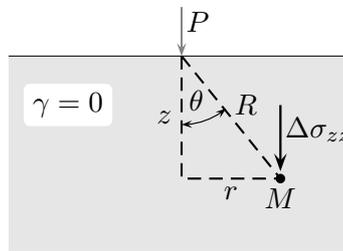


Figura 3.14: Suelo homogéneo bajo la acción de una carga puntual en superficie

Boussinesq dedujo los esfuerzos sobre una cara horizontal a través de un punto  $M$ , debido a la acción de dicha fuerza. La componente normal (vertical) de dicho esfuerzo corresponde a:

$$\Delta\sigma_{zz} = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^5 \theta \tag{3.58}$$

o bien en forma equivalente:

$$\Delta\sigma_{zz} = \frac{3Pz^3}{2\pi(r^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{3Pz^3}{2\pi R^5} = \frac{3PY\left(\frac{r}{z}\right)}{2\pi z^2} \tag{3.59}$$

donde  $R^2 = r^2 + z^2$ . La Fig.3.15a muestra la forma típica de la función  $Y(\cdot)$  de Boussinesq en función de la distancia adimensional  $\frac{r}{z}$ . Las curvas de los isovalores de esfuerzo vertical o *bulbo de presiones* tienen por ecuación (Fig.3.15b):

$$\frac{z^3}{R^5} = \text{cte.} \tag{3.60}$$

Las expresiones anteriores son independientes de los parámetros elásticos del material  $E$  y  $\nu$ . Sin embargo, el esfuerzo horizontal  $\sigma_{rr}$  depende del coeficiente de Poisson:

$$\Delta\sigma_{rr} = \frac{P}{2\pi} \left( \frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)} \right) \tag{3.61}$$

### 3.5.2.3. Cargas distribuidas

En la práctica, las tensiones inducidas en los suelos son originadas por sistemas de cargas más complejos que cargas puntuales. Sin embargo, gracias al principio de superposición, es posible calcular

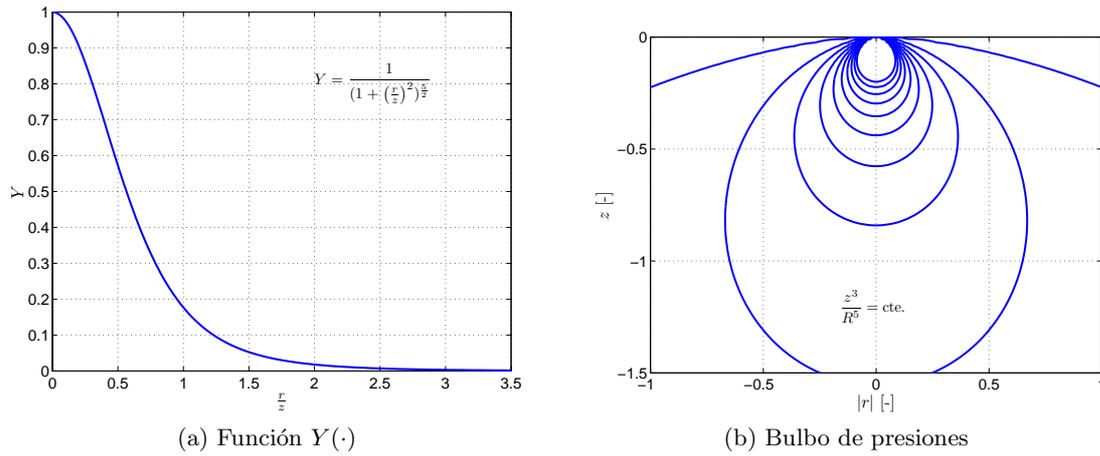


Figura 3.15: Solución de Boussinesq para una carga puntual sobre un semi-espacio elástico

las tensiones inducidas para situaciones más generales integrando la solución elemental del caso puntual. En el caso de una densidad de carga  $q$  distribuida en la superficie (Fig.3.16), un diferencial  $q dS$  induce una tensión vertical a una profundidad  $z$  de:

$$d\sigma_{zz} = \frac{3q dS}{2\pi z^2} \cos^5 \theta \quad (3.62)$$

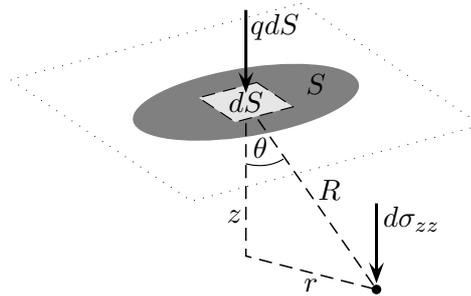


Figura 3.16: Esfuerzo vertical inducida por una carga distribuida en la superficie (adaptada de Costet and Sanglerat, 1969)

Luego, integrando la contribución de toda la carga distribuida sobre la superficie  $S$ , se obtiene el incremento total del esfuerzo vertical:

$$\Delta\sigma_{zz} = \frac{3}{2\pi z^2} \int_S q \cos^5 \theta dS \quad (3.63)$$

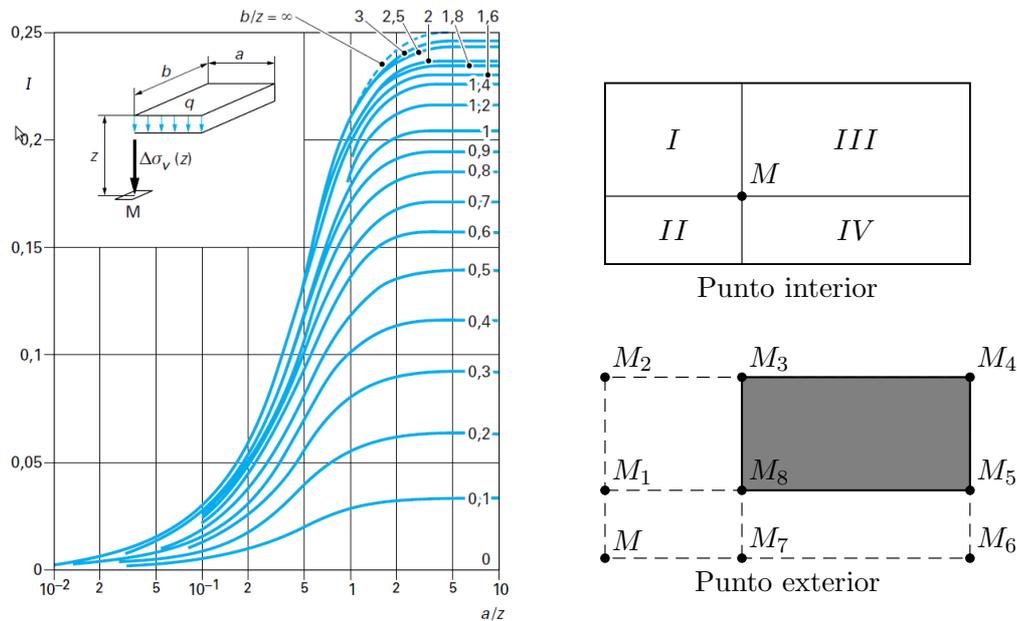
A parte la aproximación asociada al empleo de la solución de Boussinesq, en este caso existe también una aproximación asociada al valor mismo de la densidad de carga  $q$ . En la práctica, una carga distribuida en la superficie se transmite al suelo a través de una losa de fundación, zapata o radier. Este tipo de elementos posee un cierta rigidez que puede modificar significativamente la distribución de cargas que efectivamente transmite al suelo comparada con la distribución de cargas aplicada sobre el elemento. Por ejemplo, basta considerar el peso propio de dichos elementos para alterar la distribución de cargas efectivamente transmitidas al suelo. Por simplicidad, supondremos en esta sección que los elementos de transmisión de carga son *infinitamente flexibles* y sin peso. Bajo esta hipótesis, la distribución de cargas no se ve alterada.

**3.5.2.3.1. Distribución rectangular uniforme** En el caso de una carga rectangular uniforme de lados  $a$  y  $b$ , se emplean ábacos para evaluar tensión inducida sobre la proyección vertical bajo un

vértice del rectángulo.

$$\Delta\sigma_{zz}(z) = q I \left( \frac{a}{z}, \frac{b}{z} \right) \tag{3.64}$$

donde  $I(\cdot)$  es un coeficiente de influencia que depende de los parámetros adimensionales  $\frac{a}{z}$  y  $\frac{b}{z}$  en función de la profundidad  $z$ . El valor del coeficiente de influencia en un punto  $M$  se puede leer directamente del ábaco de la Fig.3.17a.



(a) Ábaco de coeficiente de influencia  $I$  (Magnan, 2000b)

(b) Cálculo de coeficientes de influencia (adaptada de Magnan, 2000b)

Figura 3.17: Cálculo de esfuerzos inducidos bajo una carga rectangular uniforme

Es posible combinar los valores de los coeficientes de influencia correspondiente a varios rectángulos para determinar los esfuerzos verticales en cualquier punto del masivo de suelo:

- Si el punto  $M$  es interior al rectángulo cargado, es posible sumar los coeficientes de influencia relativos a cada rectángulo (Fig.3.17b):

$$I(M) = \sum_{k=I}^{IV} I^k(M) \tag{3.65}$$

- Si el punto  $M$  es exterior al rectángulo cargado, los coeficientes de influencia de rectángulos que tengan en su vértice el punto  $M$  se adicionan o se restan tal y como si se estuvieran sumando o restando superficies:

$$I(M) = I^I(M) + I^{II}(M) - I^{III}(M) - I^{IV}(N) \tag{3.66}$$

donde los rectángulos  $I, II, III$  y  $IV$  están definidos por los vértices  $M M_2 M_4 M_6, M M_1 M_8 M_7, M M_2 M_3 M_7$  y  $M M_1 M_5 M_6$ , respectivamente (Fig.3.17b).

**3.5.2.3.2. Distribución circular uniforme** Si la carga superficial se distribuye uniformemente sobre un círculo de radio  $r$ , el incremento de esfuerzo en la vertical del círculo a una profundidad  $z$  queda dado por:

$$\Delta\sigma_{zz} = q \left( 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right) = q J \quad (3.67)$$

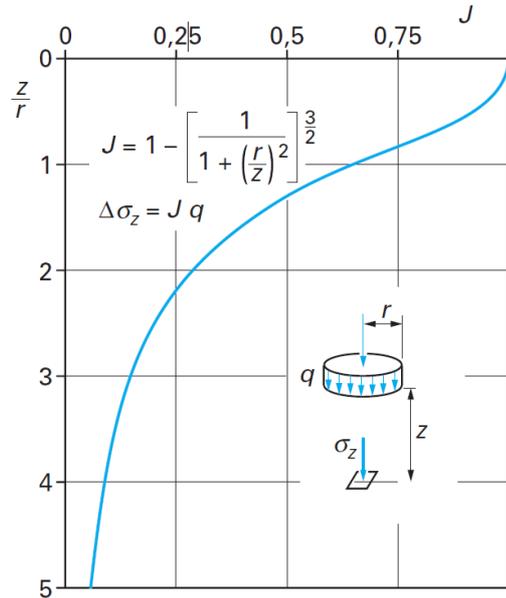


Figura 3.18: Incremento de la tensión vertical  $\Delta\sigma_{zz}$  bajo el eje de una carga uniforme distribuida circularmente (Frank, 1998)

La Fig.3.18, muestra la representación gráfica de la función  $J$  para un radio de círculo  $r$  fijo. La solución anterior sólo permite obtener la tensión inducida en el eje vertical que pasa por el centro del círculo.

**3.5.2.3.3. Distribución arbitraria** Si la distribución de la carga en superficie no es ni rectangular ni uniforme, es posible subdividir la distribución de carga en pequeños rectángulos de distribución uniforme y emplear las expresiones precedentes. En forma alternativa, se puede asimilar la carga uniforme de cada pequeño rectángulo a una carga concentrada y superponer las soluciones elementales. En general, el error es relativamente pequeño a partir de cierta profundidad.

Existe gran variedad de soluciones disponibles en la literatura para distintas configuraciones, la mayor parte de ellas basadas en las hipótesis de elasticidad. Dentro de las más clásicas se encuentran las de Poulos and Davis (1974).

#### 3.5.2.4. Distribución simplificada

Cuando se requiere un valor aproximado de las tensiones inducidas en el suelo por una carga uniforme rectangular, es posible contentarse con una distribución simplificada de esfuerzos normales.

El método consiste en suponer que la distribución de esfuerzos normales es uniforme con la profundidad y que está limitada por rectas que forman un ángulo  $\alpha$  con respecto a la vertical (Fig.3.19). En dicho caso, para un punto interior al trapecio de la figura, la tensión vertical inducida a una profundidad  $z$  puede ser estimada por:

$$\Delta\sigma_{zz} = \frac{q a b}{(a + 2 z \tan \alpha)(b + 2 z \tan \alpha)} \quad (3.68)$$

donde  $a$  y  $b$  son las dimensiones del rectángulo de carga en la superficie y  $q$  el valor de la carga distribuida. En el punto  $P$  de la Fig.3.19, la tensión inducida es nula:  $\Delta\sigma_{zz} = 0$ . En general se toma  $\alpha = 30$ .

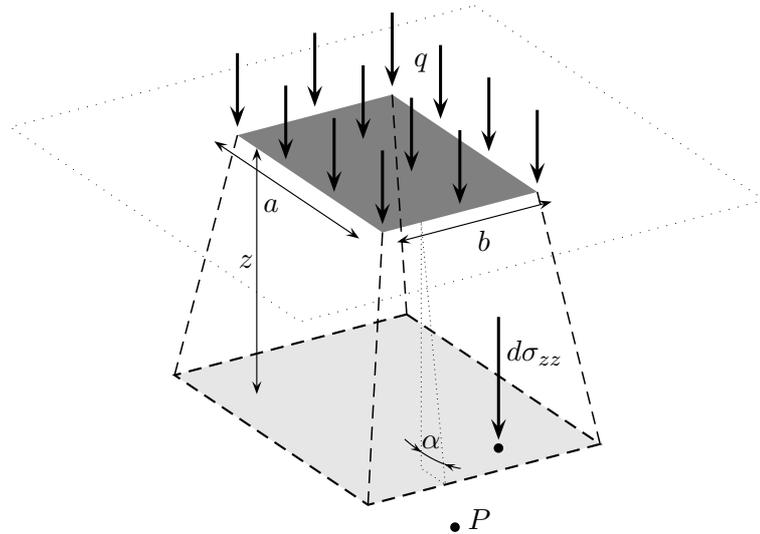


Figura 3.19: Método aproximado para el cálculo de tensiones inducidas

### 3.6. Ejercicios

#### 3.6.1. Esfuerzos geostáticos

Suponga un suelo arenoso homogéneo saturado, de peso específico saturado  $\gamma = 20[\text{kN}/\text{m}^3]$ . Inicialmente, el nivel freático coincide con la superficie del suelo. Considere dos puntos de control  $A$  y  $B$ , a  $5[\text{m}]$  y  $10[\text{m}]$  de profundidad, respectivamente (Fig.3.20). El peso específico del agua puede ser considerado igual a  $\gamma_w = 10[\text{kN}/\text{m}^3]$ . Con respecto a la situación inicial considere dos escenarios:

- a) Fruto de una crecida, el nivel de agua sube  $2[\text{m}]$  respecto del nivel inicial.
- b) Luego de un período de sequía, el nivel freático baja  $2[\text{m}]$  respecto del nivel inicial. Suponga que el suelo se desatura completamente en la franja entre  $0$  y  $2[\text{m}]$  de profundidad.

Determine en cada caso si el esfuerzo efectivo vertical  $\sigma'_z$  en  $A$  y  $B$  se reduce o aumenta con respecto al valor inicial.

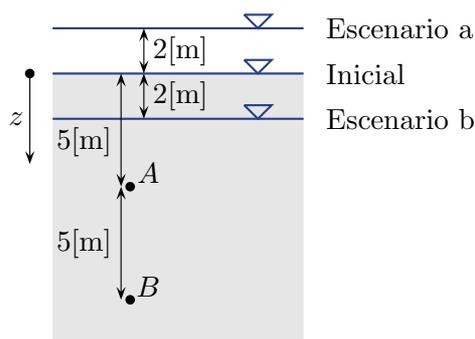


Figura 3.20: Ejercicio 3.6.1

Respuesta:

En la situación inicial, la evolución de las presiones de poros  $u_w$ , los esfuerzos verticales totales  $\sigma_z$  y los esfuerzos verticales efectivos  $\sigma'_z$  con la profundidad  $z$  están dados simplemente por:

$$\begin{aligned} u_w &= \gamma_w z \\ \sigma_z &= \gamma z \\ \sigma'_z &= (\gamma - \gamma_w) z \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene:

$$\sigma'_z{}^A = (20 - 10) \times 5 = 50[\text{kPa}] \quad \text{y} \quad \sigma'_z{}^B = (20 - 10) \times 10 = 100[\text{kPa}]$$

- a) La crecida de 2[m] agrega un esfuerzo total adicional en la superficie de  $2 \times 10 = 20[\text{kPa}]$ , por lo tanto la distribución de la presión de poros  $u_w(z)$  y de los esfuerzos totales  $\sigma_z(z)$  resulta ( $z \geq 0$ ):

$$\begin{aligned} u_w &= 20 + \gamma_w z \\ \sigma_z &= 20 + \gamma z \end{aligned}$$

Luego, los esfuerzos efectivos no se ven alterados:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u_w = (\gamma - \gamma_w) z$$

en consecuencia:

$$\sigma'_z{}^A = (20 - 10) \times 5 = 50[\text{kPa}] \quad \text{y} \quad \sigma'_z{}^B = (20 - 10) \times 10 = 100[\text{kPa}]$$

Para valores de  $z$  por sobre la superficie del suelo ( $z \leq 0$ ), los esfuerzos totales se igualan a la presión del agua y los esfuerzos efectivos son nulos:

$$\sigma_z = u_w = 20 + \gamma_w z \quad \text{y} \quad \sigma'_z = 0$$

- b) Cuando ocurre la sequía, la franja de suelo entre  $z = 0$  y  $z = 2[\text{m}]$  se desatura completamente. Recordando que:

$$\gamma = \gamma_d + n S_r \gamma_w$$

y suponiendo desaturación completa ( $S_r = 0$ ), la evolución de los esfuerzos verticales totales y efectivos está dada por ( $0 \leq z \leq 2$ ):

$$\sigma_z = \sigma'_z = \gamma_d z \quad \text{y} \quad u_w = 0$$

Por debajo de 2[m] de profundidad, el suelo se encuentra en estado saturado y por lo tanto los esfuerzos totales crecen a razón de  $\gamma = \gamma_d + n \gamma_w$ . La distribución en función de la profundidad para  $z \geq 2$  resulta:

$$\begin{aligned} u_w &= \gamma_w (z - 2) \\ \sigma_z &= 2\gamma_d + \gamma (z - 2) \\ \sigma'_z &= 2\gamma_d + (\gamma - \gamma_w) (z - 2) \end{aligned}$$

En comparación con la situación inicial se demuestra que:

$$\begin{aligned} \sigma'_z{}^{\text{inicial}} &< \sigma'_z{}^{\text{escenario b}} \\ (\gamma - \gamma_w) z &< 2\gamma_d + (\gamma - \gamma_w) (z - 2) \\ (\gamma - \gamma_w) (z - 2) + 2(\gamma - \gamma_w) &< 2\gamma_d + (\gamma - \gamma_w) (z - 2) \\ 2(\gamma_d + n \gamma_w - \gamma_w) &< 2\gamma_d \\ 2\gamma_d + \gamma_w \underbrace{(n - 1)}_{<0} &< 2\gamma_d \end{aligned}$$

Por lo tanto las tensiones efectivas aumentan en los puntos  $A$  y  $B$ . En efecto, si  $z_w$  es la profundidad que desciende la napa, la presión de poros disminuye en  $\gamma_w z_w$ . Al mismo tiempo, los esfuerzos totales disminuyen en  $n \gamma_w z_w$  si el suelo se desatura completamente. Como la presión de poros decrece más de lo que puede disminuir el esfuerzo total (a lo más el agua en los intersticios), el efecto global es desfavorable para las tensiones efectivas.

# Capítulo 4

## El agua en el suelo

### Índice

---

<b>4.1. Introducción</b>	<b>50</b>
<b>4.2. Hidráulica de suelos</b>	<b>50</b>
4.2.1. Carga hidráulica	50
4.2.2. Gradiente hidráulico	51
4.2.3. Velocidad de infiltración	51
4.2.4. Ley de Darcy	52
4.2.5. Coeficiente de permeabilidad	53
4.2.6. Flujo en suelos anisotrópicos	54
4.2.7. Medición de la conductividad hidráulica	54
<b>4.3. Fuerzas de filtración</b>	<b>56</b>
4.3.1. Caso unidimensional	56
4.3.2. Caso general	57
4.3.3. Gradiente hidráulico crítico	57
<b>4.4. Flujo estacionario</b>	<b>58</b>
4.4.1. Flujo en medios homogéneos isotrópicos	58
4.4.2. Flujo en medios homogéneos anisotrópicos	61
4.4.3. Métodos de resolución de problemas de flujo	61
<b>4.5. Ejercicios propuestos</b>	<b>64</b>

---

## 4.1. Introducción

Como vimos en §2.3, el agua se puede encontrar en distintos estados al interior del suelo:

- Agua constituyente de las partículas minerales que componen el suelo.
- Agua ligada o adsorbida adherida a las partículas de tamaño más fino.
- Agua libre que circula entre los poros bajo el efecto de las fuerzas de gravedad.
- Agua capilar retenida en los conductos capilares de un suelo en estado parcialmente saturado.

Dichos estados dependen de la naturaleza mineralógica del suelo y del tamaño de las partículas. En el caso de suelos arcillosos, el agua se puede encontrar en cualquiera de los cuatro estados descritos y la franja capilar puede ser de decenas de metros por sobre el nivel freático. En arenas, en general no existe agua constituyente y la franja capilar es de sólo unos pocos centímetros. El agua por sobre el nivel de la franja capilar (Fig.2.7) está en estado discontinuo y tiene un efecto muy menor sobre el comportamiento mecánico del suelo.

En este capítulo abordaremos el efecto del agua al interior del suelo. Veremos como las presiones y el flujo del agua al interior del suelo interactúan con las deformaciones y afectan la estabilidad de ciertas obras geotécnicas. Comenzaremos describiendo las ecuaciones que gobiernan el flujo del agua al interior del suelo, continuando con los flujos estacionarios (*steady state seepage*). Discutiremos la interacción entre las fases sólida y líquida en términos de las fuerzas de filtración debidas al flujo de agua. Terminaremos por una descripción general de los métodos de resolución de problemas de flujo en suelos.

## 4.2. Hidráulica de suelos

Para problemas de flujo de agua en suelos, el suelo se caracteriza por medio de la porosidad  $n$  (§2.4.1). Este parámetro se asume en general constante en el tiempo. En términos más rigurosos, desde el punto de vista del flujo interesa la *porosidad eficaz*, definida como el cociente entre el volumen de vacíos efectivo por donde el agua puede circular y el volumen total. Por simplicidad, supondremos que el suelo se encuentra completamente saturado en la zona donde se produce el escurrimiento de agua y que es homogéneo e isotrópico.

### 4.2.1. Carga hidráulica

La descripción de los movimientos en mecánica de fluidos se realiza mediante la noción de *carga hidráulica*. La carga hidráulica  $h$  corresponde a una medida de la energía potencial por unidad de volumen del fluido:

$$h = \frac{u_w}{g \rho_w} + z + \frac{v^2}{2g} \quad (4.1)$$

donde  $u_w$  es la presión del agua y  $\rho_w$  su densidad de masa.  $g$  es la aceleración de gravedad y  $v$  la velocidad de escurrimiento del agua.  $z$  corresponde a una cota o altura medida desde un punto de referencia, de valor positivo por sobre dicho nivel.

La expresión de la carga hidráulica está compuesta por tres términos. Los dos primeros en (4.1) corresponden a la energía de las fuerzas externas y el tercero a la energía cinética del fluido en movimiento. Las velocidades del agua al interior del suelo son en general bajas. Por ejemplo, en suelos arcillosos las velocidades usuales son del orden de los milímetros por día. En casos excepcionales, podría llegar hasta 1[m/s]. Luego, el término asociado a la energía cinética  $\frac{v^2}{2g}$  es en general despreciable con respecto a los otros y se suele omitir en mecánica de suelos:

$$h \approx \frac{u_w}{g \rho_w} + z \quad (4.2)$$

De la forma escrita en (4.1) ó (4.2), la carga hidráulica  $h$  tiene unidades de longitud, en general metros.

Por otro lado, la presión de poros  $u_w$  se puede relacionar a la carga hidráulica por medio de:

$$u_w = \gamma_w (h - z) \tag{4.3}$$

donde  $\gamma_w = \rho_w g$  es el peso por unidad de volumen del agua.

### 4.2.2. Gradiente hidráulico

El gradiente hidráulico  $\underline{i}$  es un vector definido como el negativo del gradiente de la carga hidráulica  $h$ :

$$\underline{i} = -\underline{\nabla}h \tag{4.4}$$

En un sistema de coordenadas cartesianas, se escribe:

$$\underline{i} = -\frac{\partial h}{\partial x} \underline{e}_x - \frac{\partial h}{\partial y} \underline{e}_y - \frac{\partial h}{\partial z} \underline{e}_z \tag{4.5}$$

Una superficie de carga hidráulica constante ( $h = \text{cte.}$ ) se conoce como *superficie equipotencial*. Una superficie sobre la cual  $u_w$  es constante se conoce como *superficie iso-piezométrica*. De acuerdo a la definición de  $\underline{i}$ , el gradiente hidráulico en un punto es normal a la superficie equipotencial que pasa por ese mismo punto (Fig.4.1a).

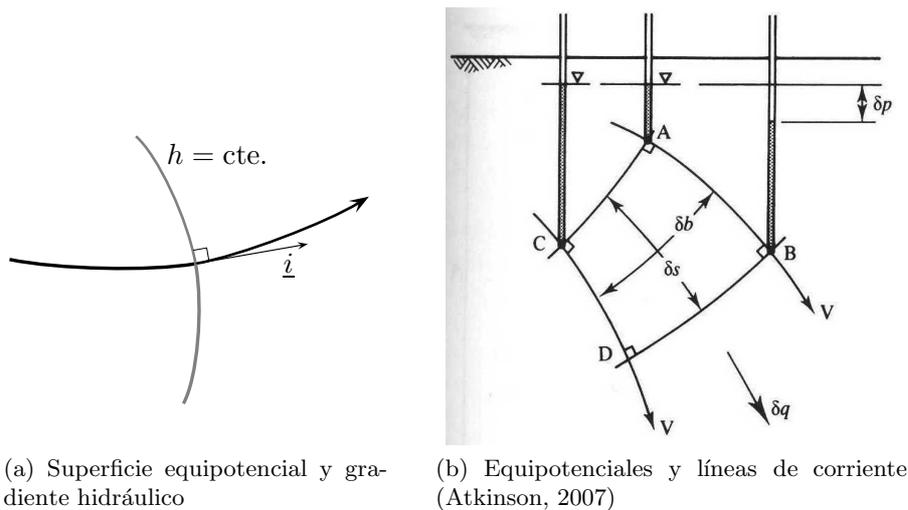


Figura 4.1: Representación esquemática de superficies equipotenciales, gradientes hidráulicos y líneas de corriente

### 4.2.3. Velocidad de infiltración

En suelos, como en cualquier otro medio poroso, los poros por donde el fluido puede circular son de tamaño y forma muy variables. Por lo tanto, las partículas de agua siguen una trayectoria sinuosa e irregular a través del medio (Fig.4.2a). Ya que no resulta práctico describir la velocidad real de las partículas a través de dicho tipo de trayectoria, se define una velocidad promedio o *velocidad de infiltración* como el límite del cociente entre el caudal diferencial  $dQ$  que pasa a través de una superficie diferencial  $dS$  orientada por la normal  $\underline{n}$  (Fig.4.2b).

En el caso de un *fluido incompresible*, la definición de la velocidad de infiltración queda:

$$\frac{dQ}{dS} = \underline{v} \cdot \underline{n} \tag{4.6}$$

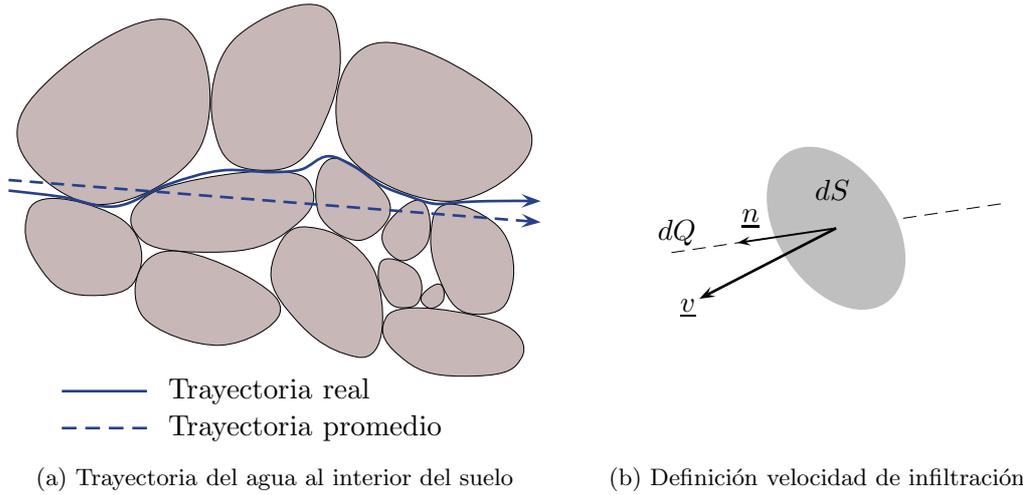


Figura 4.2: Velocidad de infiltración

El vector  $\underline{v}$  corresponde a una velocidad media aparente, ya que se trata de un cociente entre el caudal y un área total que incluye partículas y vacíos. También es posible definir una velocidad media *verdadera*  $\underline{v}'$  como el cociente entre el caudal y el área de vacíos efectivamente disponible para la infiltración del agua. La relación entre la velocidad verdadera y la aparente está dada por:

$$\underline{v}' = \frac{1}{n} \underline{v} \quad (4.7)$$

donde  $n$  es la porosidad del medio. Por supuesto, la velocidad verdadera es un poco mayor que la velocidad aparente de infiltración.

Se conoce como *línea de corriente* a una curva tangente en cada punto al vector de velocidad de infiltración. Por lo tanto, corresponde a una descripción de la trayectoria promedio del agua al interior del suelo. Si la línea de corriente es rectilínea, se dice que el escurrimiento es lineal. Existe una única línea de corriente que pasa por cada punto de un suelo homogéneo. Entre las líneas de corrientes se forman *tubos de corriente*, que delimitan un volumen de agua que circula al interior de dicho “tubo”. El fluido al interior de un tubo de corriente no puede salir lateralmente del tubo cortando otras líneas de corriente.

En la Fig.4.1b, las líneas de corriente  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  definen un tubo de corriente. Las líneas  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  corresponden a superficies equipotenciales. La caída de la carga hidráulica entre  $AC$  y  $BD$  es  $\delta p$ . Si la longitud media del tubo de corriente entre las dos equipotenciales es  $\delta s$ , el gradiente hidráulico a lo largo del tubo puede ser calculado gráficamente según:

$$i = -\frac{\delta p}{\delta s} \quad (4.8)$$

por lo tanto, entre más próximas estén las curvas equipotenciales, más alto será el gradiente hidráulico.

#### 4.2.4. Ley de Darcy

La velocidad de infiltración el agua al interior de un suelo depende fundamentalmente de los vacíos disponibles para su circulación y de los gradientes de carga hidráulica. La relación entre la velocidad de infiltración y la carga hidráulica para flujos unidimensionales, fue determinada en 1856 por Darcy empíricamente a partir de ensayos sobre un tubo lleno de arena. Dicha relación se escribe:

$$v = k i \quad (4.9)$$

donde  $v$  es la velocidad del escurrimiento 1D,  $i$  el gradiente hidráulico 1D a través del eje  $x$  por ejemplo ( $i = -\frac{dh}{dx}$ ) y  $k$  es un coeficiente de proporcionalidad conocido como *coeficiente de permeabilidad o conductividad hidráulica*.

La expresión unidimensional de Darcy fue generalizada por Schlichter para el caso de un flujo tridimensional al interior de un suelo homogéneo e isotrópico:

$$\underline{v} = \underline{K} \cdot \underline{i} = -\underline{K} \cdot \underline{\nabla} h \tag{4.10}$$

donde  $\underline{K}$  es el tensor de permeabilidad del suelo, constante para el caso homogéneo y además el caso isotrópico:

$$\underline{K} = k \cdot \underline{I} \tag{4.11}$$

En dichas condiciones, la velocidad de infiltración es colineal al gradiente hidráulico que a su vez es normal a las superficies equipotenciales. Luego,  $\underline{v}$  también es normal a las superficies  $h = \text{cte}$ .

La Ley de Darcy es válida para fluidos viscosos newtonianos en flujo laminar, es decir, cuando las fuerzas viscosas dominan a las fuerzas de inercia. En general, se acepta su aplicación si el número de Reynolds  $Re^1$  es inferior a 10.

### 4.2.5. Coeficiente de permeabilidad

El coeficiente de permeabilidad para la Ley de Darcy posee las dimensiones de una velocidad ya que el gradiente hidráulico  $\underline{i}$  es adimensional. En general se emplea [m/s]. El valor del coeficiente de permeabilidad o conductividad hidráulica varía enormemente en suelos naturales: 1[m/s] para gravas muy permeables hasta  $10^{-11}$ [m/s] para arcillas poco permeables (Tab.4.1).

Tabla 4.1: Permeabilidades de distintos suelos (Magnan, 1999)

Tipo de suelo	Gravas	Arenas	Limos	Arcillas
$k$ [m/s]	$10^0$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$
Método de medición	Ensayo de carga constante		Ensayo de carga variable	

El coeficiente de permeabilidad depende tanto de las características del suelo como de las del fluido, su forma general es:

$$k = \frac{K}{\mu} \gamma_w \tag{4.12}$$

donde  $K$  es un coeficiente que caracteriza la disposición de los vacíos que se denomina *permeabilidad geométrica* [ $L^2$ ] y  $\mu$  es la viscosidad dinámica del agua ( $\mu = 10^{-6}$ [kN s/m<sup>2</sup>] agua pura a 20°).

Los suelos sedimentarios originados por transporte y depositación de material, se presentan como una serie de estratos prácticamente horizontales de espesor variable y de diferentes permeabilidades. Esta sucesión de capas horizontales puede ser reemplazada por un único estrato de permeabilidad equivalente  $k_e$ , es decir, que presente el mismo caudal para la misma carga. Existen dos situaciones de interés:

- Si el flujo es paralelo a la estratificación (Fig.4.3a), el coeficiente de permeabilidad equivalente está dado por:

$$k_e = \frac{\sum_i k_i H_i}{\sum_i H_i} \tag{4.13}$$

donde  $k_i$  y  $H_i$  corresponden a la permeabilidad y espesor de cada capa  $i$ , respectivamente. En este caso, la situación se asimila a un sistema en paralelo y la expresión anterior se deriva sumando la contribución de cada estrato al caudal total.

---

<sup>1</sup> $Re = \frac{\rho D v}{\mu}$ ,  $D$  diámetro del tubo y  $\mu$  viscosidad dinámica: si  $Re < 2000$  el flujo es laminar y si  $Re > 4000$  el régimen es turbulento

- Si el flujo es perpendicular a la estratificación (Fig.4.3b), el coeficiente de permeabilidad equivalente se obtiene según:

$$k_e = \frac{\sum_i H_i}{\sum_i \frac{H_i}{k_i}} \quad (4.14)$$

En este caso, la permeabilidad equivalente se deriva asimilando la configuración a un sistema en serie, imponiendo la continuidad del caudal entre cada estrato.

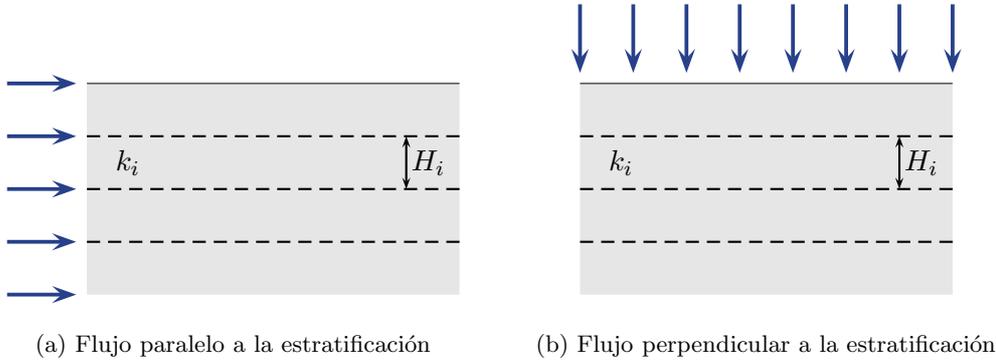


Figura 4.3: Permeabilidad de suelos estratificados

Se puede demostrar que la permeabilidad equivalente vertical es siempre inferior a la horizontal.

#### 4.2.6. Flujo en suelos anisotrópicos

En el caso de un masivo anisotrópico, el tensor de permeabilidad  $\underline{\underline{K}}$  en (4.10) posee seis componentes independientes. Sin embargo, tal y como ocurre con los tensores de esfuerzo o deformaciones, el tensor  $\underline{\underline{K}}$  puede ser diagonalizado de forma que:

$$\underline{\underline{K}} = k_1 \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + k_2 \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + k_3 \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3 \quad (4.15)$$

donde  $\underline{e}_1$ ,  $\underline{e}_2$  y  $\underline{e}_3$  son las direcciones principales del tensor de permeabilidad. En forma alternativa, su representación matricial en dicha base es:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

En los depósitos sedimentarios, las direcciones principales usuales son la vertical y las dos horizontales perpendiculares entre sí. En general, la permeabilidad es isotrópica en el plano horizontal ( $k_x = k_y$ ). En el caso anisotrópico, la velocidad de infiltración  $\underline{v}$  deja de ser colineal al gradiente hidráulico  $\underline{i}$  y por lo tanto las líneas de corriente ya no son ortogonales a las superficies equipotenciales.

#### 4.2.7. Medición de la conductividad hidráulica

Los coeficientes de permeabilidad en suelos suelen ser medidos en laboratorio sobre pequeñas muestras, idealmente inalteradas. El objetivo es representar de la mejor forma posible la disposición real de las partículas y de los vacíos en el terreno. Sin embargo, por tratarse de muestras pequeñas, no es posible representar las heterogeneidades de mayor escala que pueden existir en el terreno: fuertes variaciones de la permeabilidad de un estrato a otro, fisuras, discontinuidades, etc. En dichos casos, es deseable efectuar mediciones *in situ* para caracterizar de mejor forma la permeabilidad real del terreno.

La medición de las propiedades de conductividad hidráulica en laboratorio se realiza típicamente mediante dos procedimientos: ensayos de carga constante y de carga variable. Los ensayos de carga

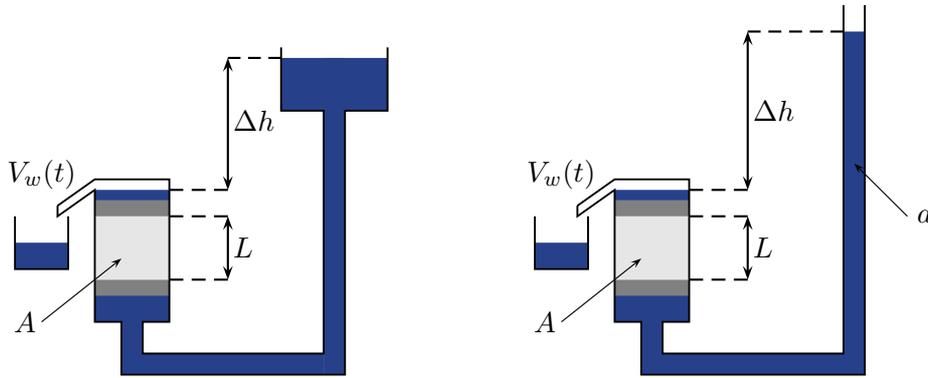
constante son más adaptados a los suelos de alta permeabilidad, mientras que los de carga variable son más adecuados para suelos de baja permeabilidad (Tab.4.1).

#### 4.2.7.1. Ensayos de carga constante

En este tipo de ensayo se impone una diferencia de carga  $\Delta h$  entre los dos extremos de una probeta de suelo de longitud  $L$  y sección transversal  $A$  (Fig.4.4a). Se mide el volumen de agua en función del tiempo  $V_w(t)$  que atraviesa la muestra. El coeficiente de permeabilidad se calcula de acuerdo a:

$$k = \frac{\text{velocidad}}{\text{gradiente}} = \frac{V_w(t_2) - V_w(t_1)}{A(t_2 - t_1)} \frac{L}{\Delta h} \quad (4.17)$$

donde  $V_w(t_1)$  y  $V_w(t_2)$  son los volúmenes de aguas medidos en dos instantes  $t_1$  y  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ), respectivamente.



(a) Ensayo a carga constante

(b) Ensayo a carga variable

Figura 4.4: Esquemas de ensayos para la medición de la permeabilidad

#### 4.2.7.2. Ensayos de carga variable

En este caso se controla la evolución de la carga hidráulica medida en un tubo largo de pequeña sección transversal  $a$ . A medida que el agua se infiltra a través de la muestra, la diferencia de carga entre los dos extremos disminuye al mismo tiempo que la velocidad del flujo. Al cabo de un tiempo, el sistema tiende a un estado de equilibrio. La aplicación de la ley de Darcy para la diferencia de carga entre los dos extremos en un instante  $t$  se escribe:

$$Q(t) = k \frac{\Delta h(t)}{L} A \quad (4.18)$$

donde  $Q(t)$  es el caudal que atraviesa la muestra en el instante  $t$ . En el tubo delgado, la variación de altura se puede relacionar con dicho caudal:

$$Q(t) = -a \frac{d(\Delta h(t))}{dt} \quad (4.19)$$

Igualando las dos expresiones anteriores se deduce la ecuación diferencial ordinaria para la altura de agua en el tubo delgado:

$$\frac{d(\Delta h(t))}{\Delta h(t)} = -\frac{A}{a} k \frac{dt}{L} \quad (4.20)$$

Por integración directa se obtiene:

$$\ln \frac{\Delta h(t)}{\Delta h(t_0)} = -\frac{Ak}{aL}(t - t_0) \quad (4.21)$$

o bien:

$$\Delta h(t) = \Delta h(t_0) e^{-\frac{Ak}{aL}(t-t_0)} \quad (4.22)$$

Para determinar el valor de  $k$ , es posible hacer una regresión logarítmica de la variación de la altura del tubo en función del tiempo. En forma alternativa, se puede calcular directamente a partir de dos mediciones de  $\Delta h$  en dos instantes distintos  $t_0$  y  $t_1$  ( $t_1 > t_0$ ):

$$k = \frac{aL}{A} \frac{1}{t_1 - t_0} \ln \frac{\Delta h_0}{\Delta h_1} \quad (4.23)$$

### 4.3. Fuerzas de filtración

La pérdida de carga a través del flujo del agua en el suelo corresponde a una disipación de energía que resulta de la interacción entre el fluido y las partículas del suelo. Al mismo tiempo, el agua en movimiento ejerce sobre las partículas un acción denominada *fuerza de filtración* que corresponde a una fuerza de arrastre sobre la fase sólida del suelo.

Esta fuerza de filtración se agrega a la presión que ejerce el agua sobre el sólido en equilibrio hidroestático (empuje de Arquímedes).

#### 4.3.1. Caso unidimensional

Consideremos dos suelos idénticos, uno bajo una napa en reposo (Fig.4.5a) y el otro bajo los efectos de un flujo vertical dirigido hacia abajo (Fig.4.5b). En ambos casos, el suelo está recubierto por una capa de agua de espesor  $H$ . En el segundo caso, el agua fluye a través del suelo hacia un recipiente ubicado a una profundidad  $D$  con respecto a la superficie del agua. Este recipiente fija la carga hidráulica en el borde inferior del suelo.

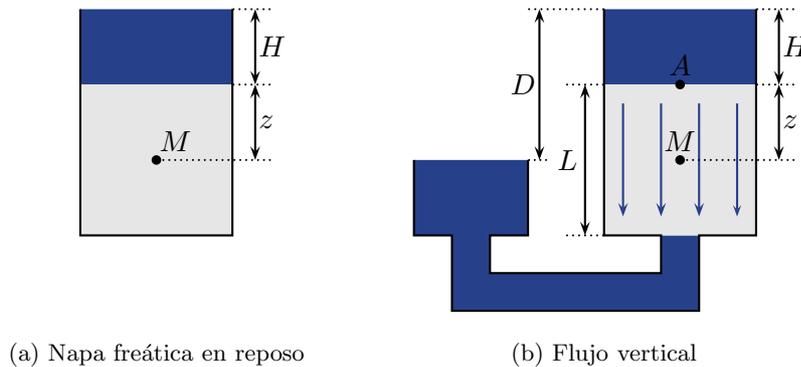


Figura 4.5: Fuerzas de filtración (adaptada de Magnan, 1999)

Fijando como referencia el nivel superior del suelo, la carga hidráulica en dicho nivel es  $H$  (punto  $A$  en Fig.4.5b). En un punto arbitrario  $M$ , situado a una profundidad  $z$  se tiene:

- Para el caso en reposo (Fig.4.5a):

$$\sigma_z = \gamma z + \gamma_w H \quad (4.24)$$

$$u_w = \gamma_w (z + H) \quad (4.25)$$

$$\sigma'_z = \gamma' z \quad (4.26)$$

- Pare el caso sometido a un flujo vertical (Fig.4.5b).

$$\sigma_z = \gamma z + \gamma_w H \quad (4.27)$$

$$u_w = \gamma_w(z + H - \delta h) \quad (4.28)$$

donde  $\delta h$  es la pérdida de carga entre la superficie del suelo y el punto  $M$  ( $D$  es la pérdida de carga total). En este caso, el esfuerzo vertical efectivo está dado por:

$$\sigma'_z = (\gamma - \gamma_w)z - \gamma_w \delta h = \underbrace{(\gamma - \gamma_w)}_{\gamma'} z + i\gamma_w z \quad (4.29)$$

El gradiente hidráulico  $i$  es constante en este caso:

$$i = -\frac{\delta h}{z} = \frac{D}{L} \quad (4.30)$$

Luego:

$$\sigma'_z = (\gamma' + i\gamma_w)z \quad (4.31)$$

por lo tanto, además del peso buoyante, aparece una fuerza de volumen  $i\gamma_w$  dirigida en el sentido del flujo.

### 4.3.2. Caso general

En el caso general (Fig.4.6), el flujo de un suelo tiene por efecto:

- Reducir el peso  $\gamma$  del suelo al peso buoyante  $\gamma' = \gamma - \gamma_w$
- Ejercer sobre la fase sólida una fuerza de filtración igual a  $\gamma_w i$  por unidad de volumen

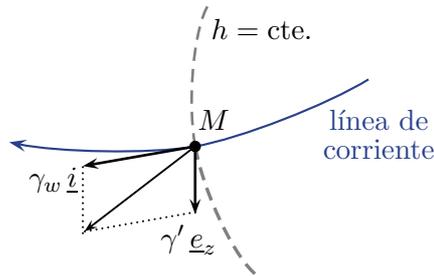


Figura 4.6: Fuerzas de filtración: caso isotrópico (adaptada de Magnan, 1999)

### 4.3.3. Gradiente hidráulico crítico

En el caso unidimensional, si el flujo es ascendente, la expresión de los esfuerzos efectivos es:

$$\sigma'_z = (\gamma' - i\gamma_w)z \quad (4.32)$$

por lo tanto el peso buoyante se reduce en  $i\gamma_w$ . Si bajo efecto de las fuerzas de infiltración el esfuerzo vertical se anula ( $i\gamma_w = \gamma'$ ), el suelo perderá toda resistencia. El valor del gradiente hidráulico para la cual esta situación ocurre se conoce como *gradiente hidráulico crítico*  $i_c$ :

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad (4.33)$$

En la Fig.4.10 el gradiente hidráulico es máximo cerca del fondo de la zanja ( $\delta s$  mínimo para  $\delta h$  constante). En esta zona, si el gradiente promedio supera al gradiente crítico ( $i > \frac{\gamma'}{\gamma_w}$ ), el suelo se puede levantar bruscamente sufriendo ebullición (*boiling* o *piping*). Este fenómeno puede ser desastroso para una obra, sobre todo cuando se excava por debajo del nivel de la napa freática. Este efecto explica las arenas movedizas naturales (*quicksands*), que se forman cuando existe un flujo vertical de agua debido al efecto de una napa artesiana (napa bajo presión).

## 4.4. Flujo estacionario

El objetivo de esta sección es describir el flujo *estacionario* o permanente (independiente del tiempo) que ocurre al interior de los suelos. Se busca determinar:

- La distribución de las cargas hidráulica y de las presiones de poros.
- El campo de velocidades del flujo.
- Los caudales.

La estimación de los flujos estacionarios están asociados a muchos problemas en geotecnia. Por ejemplo al cálculo del caudal de agua a extraer durante el agotamiento de una napa freática o a la estimación de los caudales de infiltración en presas. Desde el punto de vista de los suelos, interesa sobre todo el cálculo de la distribución de las presiones de poros, ya que que su resistencia está relacionada con los esfuerzos efectivos. Por ejemplo, el diseño de sistemas de drenaje busca sobre todo disminuir las presiones de poros para controlar las tensiones efectivas. Sin embargo, será importante estimar correctamente los caudales a drenar para asegurar un diseño eficaz.

### 4.4.1. Flujo en medios homogéneos isotrópicos

Para determinar el flujo estacionario de agua en un suelo saturado basta con conocer la carga hidráulica  $h(\underline{x})$  en todo punto  $\underline{x}$ . En seguida, la presión de poros  $u_w(\underline{x})$  se obtiene directamente de (4.3). Luego, la velocidades  $v(\underline{x})$  pueden ser calculadas con la ley de Darcy (4.10).

Al interior de un volumen de control  $V$  de un suelo, la masa de agua  $M_w$  se puede calcular de acuerdo a:

$$M_w = \int_V n \rho_w dV \quad (4.34)$$

El principio de conservación de la masa implica:

$$\frac{dM_w}{dt} = 0 \quad (4.35)$$

o bien:

$$\frac{dM_w}{dt} = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (n \rho_w) dV + \int_S n \rho_w \underline{v}' \cdot \underline{n} dS \quad (4.36)$$

La primera integral representa la variación de masa de agua al interior del volumen de control  $V$ . La segunda integral corresponde al flujo de agua a través de la superficie  $S = \partial V$  del volumen de control, por lo que representa la porción de masa de agua que sale o entra a  $V$ . El vector  $\underline{v}'$  corresponde a la velocidad real del agua (§4.7), mientras que  $\underline{n}$  es el vector unitario normal exterior a  $S$ . La aplicación del *teorema de Gauss* o *de la divergencia*<sup>2</sup> a la integral de superficie permite agrupar ambos términos al interior de la integral de volumen:

$$\int_V \left( \frac{\partial}{\partial t} (n \rho_w) + \text{div} (n \rho_w \underline{v}') \right) dV = 0 \quad (4.37)$$

<sup>2</sup>El teorema de Gauss, de Gauss-Ostrogradsky o de la Divergencia permite relacionar la integral de volumen de la divergencia de un campo vectorial  $\underline{f}$  con la integral de superficie del flujo del campo a través del borde del dominio:

$$\int_V \text{div} \underline{f} dV = \int_{\partial V} \underline{f} \cdot \underline{n} dS$$

donde  $\underline{n}$  es la normal unitaria exterior al borde  $\partial V$  de  $V$ . La aplicación del teorema requiere que  $\underline{f}$  sea de clase  $C^1$ , es decir que  $\underline{f}$  posea derivadas de primer orden continuas y que  $V$  sea simplemente conexo.

Como la expresión anterior es válida independientemente del volumen de control  $V$ , se obtiene aceptando que  $\rho_w$  es constante:

$$\operatorname{div} \underline{v} = -\frac{\partial n}{\partial t} \quad (4.38)$$

En el caso estacionario la porosidad  $n$  es constante en el tiempo, por lo que la expresión anterior se reduce a:

$$\operatorname{div} \underline{v} = 0 \quad (4.39)$$

Remplazando la expresión general de la ley de Darcy en 3D se obtiene (caso homogéneo e isotrópico):

$$\operatorname{div} (-\underline{K} \cdot \nabla h) = 0 = \Delta h \quad (4.40)$$

donde  $\Delta(\cdot)$  es el operador Laplaciano ( $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  en coordenadas cartesianas).

Un campo escalar  $h$  que satisface la ecuación de Laplace ( $\Delta h = 0$ ) se dice *armónico*, por lo que la carga hidráulica es armónica si el medio es isotrópico y homogéneo. La resolución de la ecuación de Laplace junto con las *condiciones de borde* permite determinar la carga hidráulica en cualquier punto del suelo. En el caso isotrópico, la carga hidráulica resulta independiente de la permeabilidad.

#### 4.4.1.1. Condiciones de borde

Las condiciones de borde en problemas de flujo estacionario son de cuatro tipos (Fig.4.7):

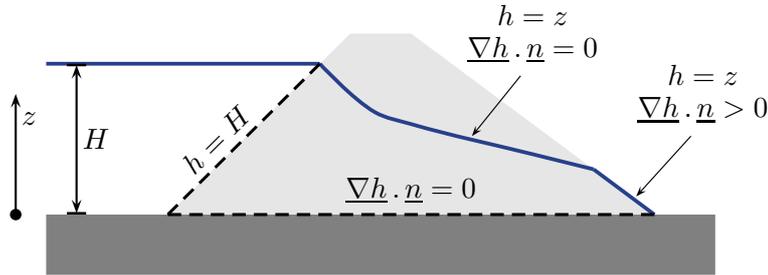


Figura 4.7: Condiciones de borde para problemas de flujo estacionario en suelos: presa de tierra homogénea (adaptada de Magnan, 2000a)

1. Superficies equipotenciales: sobre estas superficies la carga hidráulica es constante y el vector de velocidades es normal:

$$h = \text{cte.} \quad (4.41)$$

En términos matemáticos, este tipo de condición se conoce como *condición de Dirichlet* y ocurre por ejemplo entre una capa poco permeable y una muy permeable (e.g., una arcilla en contacto con una arena), o sobre la pared aguas arriba de una presa.

2. Superficies impermeables: el flujo a través de ellas es nulo. Por lo tanto, el gradiente hidráulico en la dirección perpendicular  $\underline{n}$  a la superficie impermeable también se anula:

$$\underline{\nabla} h \cdot \underline{n} = 0 \quad (4.42)$$

La expresión anterior tiene el sentido de una derivada direccional de  $h$  según  $\underline{n}$ . Una consecuencia es que el vector de velocidades debe ser paralelo a la superficie impermeable. Matemáticamente, corresponde a una *condición de Neumann* y ocurre sobre la superficie de contacto entre un suelo

y otro material (o suelo) prácticamente impermeable: núcleos de arcilla, hormigón, etc. Es raro que se imponga un flujo no nulo sobre una superficie de una obra geotécnica, pero la condición para un flujo constante no nulo es equivalente.

3. Superficie libre (del agua): se verifica simultáneamente que el vector velocidades es tangente y que la presión de poros es igual a la atmosférica (generalmente nula):

$$\underline{\nabla h} \cdot \underline{n} = 0 \quad (4.43)$$

y  $u_w = 0$  ó  $h = z$ . El agua no puede atravesar esta superficie ya que es el límite físico para el tránsito del agua. La ubicación de este tipo superficie no es conocida *a priori*, por lo que debe ser determinada por el cálculo.

4. Superficie libre (del suelo): en ciertas situaciones puede ocurrir que el agua que se desplaza al interior de un macizo llegue a la superficie externa del suelo con una componente de la velocidad orientada hacia el exterior. Sobre dicha superficie la presión de poros es idéntica a la atmosférica y se supone nula. Sin embargo, el vector de velocidades está orientado hacia el exterior del dominio:

$$\underline{\nabla h} \cdot \underline{n} > 0 \quad (4.44)$$

y  $u_w = 0$  ó  $h = z$ .

#### 4.4.1.2. Condiciones de continuidad

El flujo del agua intersticial debe ser continuo a través del suelo. Entonces, las velocidades normales de los flujos deben ser idénticas sobre la interfaz entre dos capas de distinta permeabilidad (Fig.4.8a):

$$\underline{v}_{n1} = \underline{v}_{n2} \quad (4.45)$$

donde  $\underline{v}_{n_i}$  corresponde a la velocidad normal en el suelo  $i$ . En forma equivalente, la condición anterior se puede escribir:

$$k_{n1} \underline{\nabla h}_1 \cdot \underline{n} = k_{n2} \underline{\nabla h}_2 \cdot \underline{n} \quad (4.46)$$

donde  $k_{n_i}$  son los coeficientes de permeabilidad del material  $i$  en la dirección normal,  $h_i$  la carga hidráulica respectiva y  $\underline{n}$  el vector normal sobre la interfaz entre los suelos. Las componentes tangentes de las velocidades pueden ser distintas en cada capa.

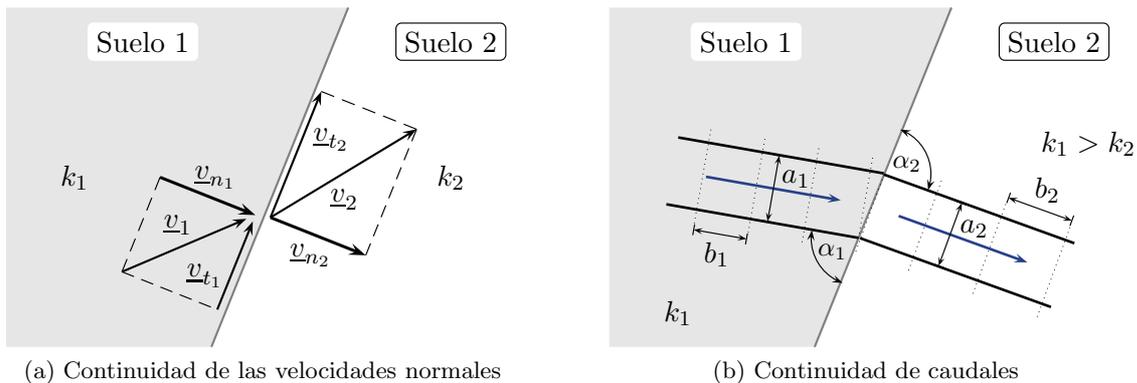


Figura 4.8: Condiciones de continuidad del flujo a través de la interfaz entre dos suelos de permeabilidades distintas (adaptada de Magnan, 2000a)

Consideremos la interfaz entre dos suelos isotrópicos de permeabilidad  $k_1$  y  $k_2$ . Las líneas de corriente y las equipotenciales para una misma variación de carga  $\Delta h$  se ilustran en la Fig.4.8b. La continuidad de caudal en el tubo de corriente requiere que:

$$q_1 = q_2 \quad (4.47)$$

donde  $q_i$  es el caudal asociado al tubo de corriente en el suelo  $i$ . Considerando los anchos de los tubo  $a_i$  y distancia  $b_i$  entre las equipotenciales de cada suelo  $i$ , la condición de continuidad se puede escribir como:

$$\begin{aligned} v_1 a_1 &= v_2 a_2 \\ k_1 \frac{\Delta h}{b_1} a_1 &= k_2 \frac{\Delta h}{b_2} a_2 \\ k_1 \frac{a_1}{b_1} &= k_2 \frac{a_2}{b_2} \end{aligned} \quad (4.48)$$

En términos de las pendientes  $\alpha_i$  de las líneas de corriente en el medio  $i$ :

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{k_2}{k_1} \quad (4.49)$$

por lo que las pendientes de las líneas de corriente son inversamente proporcionales a las permeabilidades. Si  $k_1 > k_2$  y  $a_1 = a_2$ , se cumple que  $\alpha_2 > \alpha_1$  y que:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{b_1}{b_2} > 1 \quad (4.50)$$

luego, las líneas equipotenciales estarán más cerca una de otra en el suelo de menor permeabilidad.

#### 4.4.2. Flujo en medios homogéneos anisotrópicos

En el caso de un medio homogéneo anisotrópico, la ecuación de conservación de masa de agua se escribe:

$$\operatorname{div}(-\underline{K} \cdot \nabla h) = k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (4.51)$$

donde  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$  son las permeabilidades en las direcciones principales del tensor  $\underline{K}$ .

No obstante, es posible convertir la ecuación (4.53) en la ecuación de Laplace mediante el siguiente cambio de coordenadas:

$$\bar{x} = \frac{x}{\sqrt{k_x}} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{y}{\sqrt{k_y}} \quad ; \quad \bar{z} = \frac{z}{\sqrt{k_z}} \quad (4.52)$$

luego:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (4.53)$$

En consecuencia, el flujo en un medio homogéneo anisotrópico es equivalente al de un medio homogéneo isotrópico en un sistema de coordenadas adecuado. En términos gráficos, el cambio de coordenadas precedente corresponde a un escalamiento de los ejes principales del problema original.

#### 4.4.3. Métodos de resolución de problemas de flujo

Los métodos de resolución de problemas de flujo han evolucionando de forma importante el último tiempo gracias al auge de los métodos computacionales. Sin embargo, los métodos de resolución clásicos basados en la resolución analítica directa en ciertos casos simples, constituyen la base de las herramientas empleadas en la resolución de los problemas de flujo.

Buena parte de los problemas tridimensionales pueden ser llevados a problemas bidimensional equivalentes de flujo vertical u horizontal. Los flujos sobre planos verticales se encuentran frecuentemente en problemas geotécnicos donde la dimensión perpendicular es de gran extensión comparada a

las dimensiones en el plano. Es el caso típico en presas, diques, taludes, excavaciones o rellenos. Los métodos de resolución clásicos pueden ser aplicados a la mayor parte de estas situaciones.

#### 4.4.3.1. Resolución analítica directa

En ciertas configuraciones geoméricamente simples, es posible calcular directamente las superficies equipotenciales y las líneas de corriente de un flujo estacionario. Por ejemplo, el caso del flujo horizontal en un estrato de suelo homogéneo limitado por materiales impermeables por arriba y por debajo (flujo plano o radial), como es el caso del flujo a través de un tubo cilíndrico o el del flujo superficial por sobre una pendiente.

Tomando por ejemplo el caso del flujo radial (Fig.4.9), intuitivamente es claro que la líneas de corriente serán líneas radiales y las superficies equipotenciales corresponderán a círculos concéntricos. Por lo tanto, la carga hidráulica  $h$  y la velocidad  $v$  dependerán exclusivamente de una variable radial  $r$ . Las condiciones de borde son la carga hidráulica  $h_0$  sobre un círculo equipotencial central  $r_0$  y la carga  $h_1$  sobre un círculo externo  $r_1$ .

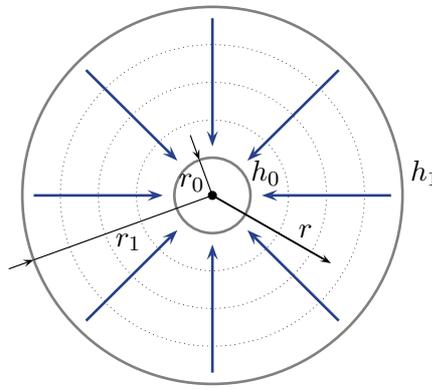


Figura 4.9: Flujo radial cilíndrico (adaptada de Magnan, 1999)

En dicha geometría, el caudal  $Q$  a través de un equipotencial se puede escribir como:

$$Q = 2\pi r v = 2\pi r k \frac{dh}{dr} \quad \rightarrow \quad \frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi k r} \quad (4.54)$$

La solución de la ecuación diferencial ordinaria tiene la forma:

$$h = a \ln r + b \quad (4.55)$$

donde  $a$  y  $b$  son las constantes de integración. Imponiendo las condiciones de borde  $h(r_0) = h_0$  y  $h(r_1) = h_1$ , se obtiene:

$$h = h_0 - (h_0 - h_1) \frac{\ln r - \ln r_0}{\ln r_1 - \ln r_0} \quad (4.56)$$

Luego, el caudal se obtiene por diferenciación:

$$Q = \frac{2\pi k (h_0 - h_1)}{\ln r_0 - \ln r_1} \quad (4.57)$$

#### 4.4.3.2. Redes de flujo: método gráfico

En el caso de un flujo bidimensional a través de un medio homogéneo e isotrópico, el conjunto de curvas equipotenciales y de líneas de corriente constituyen una red de curvas ortogonales denominada *red de flujo*. Por ejemplo, la parte derecha de la Fig.4.10 muestra la red de flujo entorno a un excavación simétrica en zanja, en un suelo homogéneo e isotrópico de permeabilidad  $k$ .

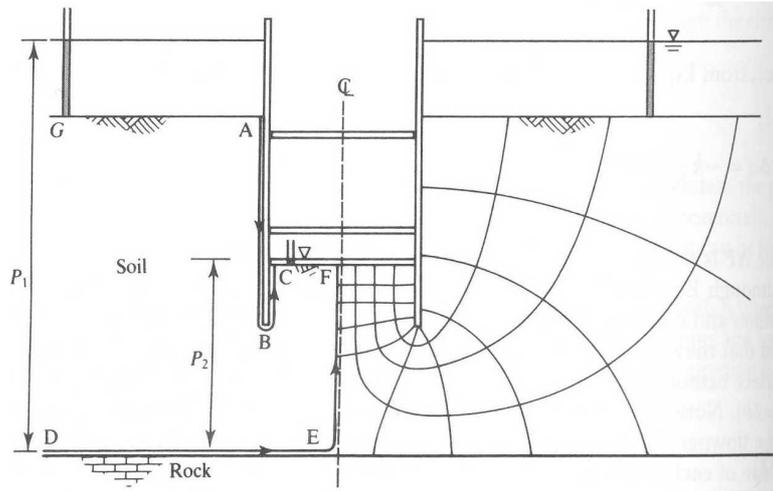


Figura 4.10: Red de flujo estacionario alrededor de la excavación de una zanja (Atkinson, 2007)

Las curvas equipotenciales de la red se trazan usualmente de forma que la pérdida de carga  $\delta H$  entre curvas sucesivas sea constante. Si  $\Delta H$  es la diferencia de carga entre el límite superior  $H_1$  y el límite inferior del escurrimiento  $H_2$  ( $\Delta H = H_1 - H_2$ ) y  $n_h$  el número de intervalos equipotenciales, la pérdida de carga entre curvas será:

$$\delta h = \frac{\Delta H}{n_h} = \frac{H_1 - H_2}{n_h} \quad (4.58)$$

Si  $M$  es un punto ubicado sobre la  $j$ -ésima equipotencial, la carga hidráulica en ese punto vale:

$$h(M) = H_1 - (j - 1)\delta h = \Delta H \left(1 - \frac{j - 1}{n_h}\right) + H_2 \quad (4.59)$$

Si el flujo es lo suficientemente lento, la presión de poros  $u_w(M)$  en  $M$  vale:

$$u_w(M) = \gamma_w(h(M) - z(M)) \quad (4.60)$$

donde  $z(M)$  es la cota del punto con respecto a la referencia.

En un tubo de corriente el caudal es constante. En la Fig.4.1b,  $\delta b$  es el ancho de un tubo de corriente. Entonces, el caudal sobre ese tubo se puede escribir como:

$$\delta q = V \delta b = k i \delta b = k \frac{\delta h}{\delta s} \delta b \quad (4.61)$$

y el caudal total será la suma de las contribuciones de los caudales de todos los tubos:  $Q = \sum \delta q$ .

En general, se pueden trazar las líneas de corriente de forma que el caudal al interior de cada tubo de corriente sea el mismo ( $\frac{\delta b}{\delta s} = \text{cte.}$ ). De hecho, se suele emplear  $\frac{\delta b}{\delta s} = 1$ . Entonces, si  $n_c$  es el número de tubos de corriente total, el caudal total está dado por:

$$Q = k \delta h n_c = k \Delta H \frac{n_c}{n_h} \quad (4.62)$$

En la parte izquierda de la Fig.4.10, el segmento  $\overline{AG}$  es una equipotencial de valor  $H_1 = P_1$  y  $CF$  es otra equipotencial de valor  $H_2 = P_2$ . Por lo tanto, la pérdida de carga total es  $\Delta H = P_1 - P_2$  en este caso. Los bordes impermeables  $\overline{ABC}$  y  $\overline{DE}$  son necesariamente líneas de corriente. La red de flujo esquematizada en la derecha de la figura satisface las condiciones de borde y está compuesta por elementos aproximadamente cuadrados ( $\frac{\delta b}{\delta s} \approx 1$ ). Para este problema, el número total de tubos de corriente son  $n_c = 8$  (4 por lado) y el número de intervalos equipotenciales es  $n_h = 10$ . Luego, el cálculo del caudal es directo mediante la expresión (4.62).

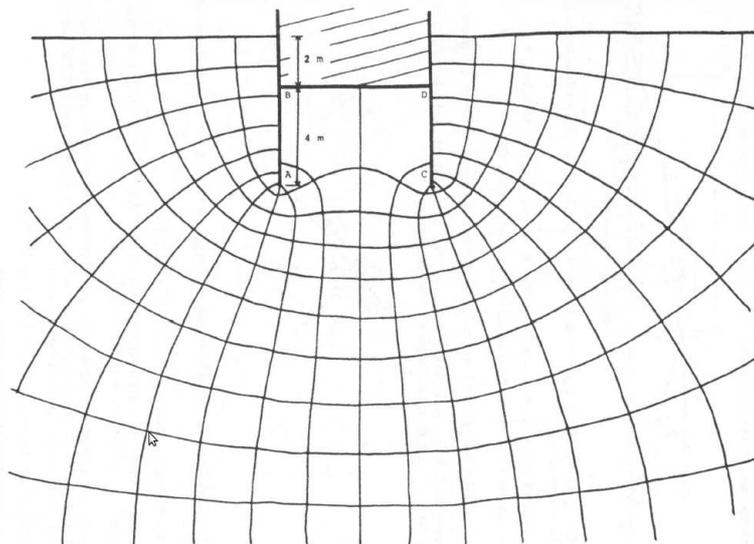
Si bien es difícil conseguir una red de flujo con elementos perfectamente cuadrados y ángulos rectos entre todas las líneas de corriente y las curvas equipotenciales, una red aproximada suele ser suficientemente buena para efectos de diseño. Por supuesto, los cálculos pueden ser mejorados mediante herramientas numéricas. Lo más importante para la aplicación de esta técnica es respetar las condiciones de borde y no cometer inconsistencias significativas al trazar la red de flujo.

#### 4.4.3.3. Métodos numéricos

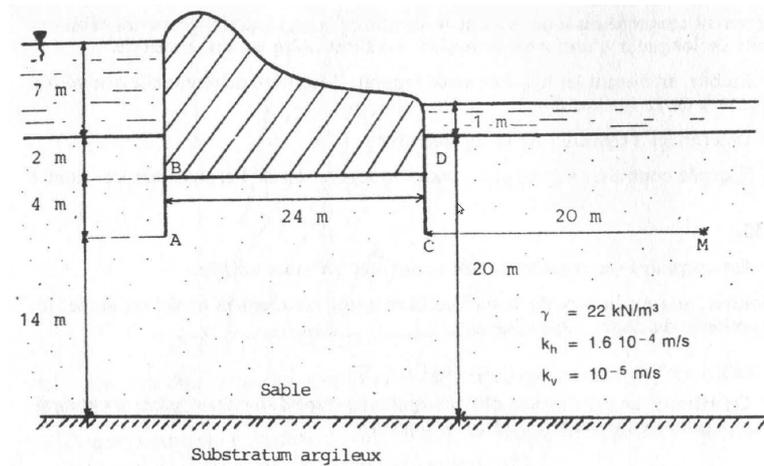
Desde hace alrededor de 40 años, los métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales parciales han experimentado un desarrollo enorme gracias al progreso espectacular de los computadores. Las ecuaciones que gobiernan los problemas de flujo forman parte de las ecuaciones que actualmente pueden ser resueltas a un costo razonable mediante herramientas numéricas. Dentro de los métodos más populares, el método de elementos finitos y de diferencias finitas son los que más se emplean en geotecnia y en particular en problemas de flujo. Una presentación detallada de estas técnicas numéricas escapa al alcance de un curso introductorio de Geotecnia, pero serán abordados en detalle en otras asignaturas ligadas a la especialidad.

## 4.5. Ejercicios propuestos

1. Considere la red de flujo de la figura, correspondiente a una excavación para la construcción de una presa impermeable.



Las líneas  $AB$  y  $CD$  en la figura representan muros impermeables que se dejaron instalados en terreno luego de la construcción de la presa. Las condiciones hidráulicas del problema se ilustran en el esquema siguiente:



- Determine el flujo de agua a través del suelo bajo la fundación de la presa.
- Determine el valor de las presiones de poros que actúan bajo la fundación de la obra.
- Obtenga el valor de las presiones de poros en los puntos A, C y en un punto M situado 20[m] aguas abajo a la misma profundidad del punto C.

*Hint:*

Recuerde que el cambio de coordenadas de un caso anisotrópico a uno isotrópico (2D) es:

$$\bar{x} = \frac{x}{\sqrt{k_x}} \quad y \quad \bar{y} = \frac{y}{\sqrt{k_y}}$$

de forma de obtener la ecuación de Laplace  $\Delta h = 0$ . Con este cambio de coordenadas, un diferencial de área queda:

$$dx dy = \sqrt{k_x k_y} d\bar{x} d\bar{y}$$

por lo tanto la ecuación para estimar el caudal de forma gráfica a partir de una red en el sistema auxiliar  $\bar{x} - \bar{y}$  se resume a:

$$Q = \sqrt{k_x k_y} \Delta H \frac{n_c}{n_h}$$

siempre y cuando se cumpla que la relación  $\frac{\delta b}{\delta s} \approx 1$  en toda la red, que es el caso en este ejemplo.



## Capítulo 5

# Deformaciones en suelos: asentamientos y consolidación

### Índice

---

<b>5.1. Introducción</b>	<b>68</b>
<b>5.2. Deformaciones en suelos</b>	<b>68</b>
5.2.1. Compresibilidad	69
5.2.2. Deformaciones desviadoras y volumétricas	75
5.2.3. Cálculo de asentamientos	76
5.2.4. Aceleración de asentamientos	77
5.2.5. Asentamientos admisibles	77
<b>5.3. Consolidación</b>	<b>79</b>
5.3.1. Consolidación 1D	80
5.3.2. Ecuación de consolidación 1D	81
5.3.3. Resolución de la ecuación de consolidación 1D	82
5.3.4. Razón de consolidación	84
5.3.5. Extensión al caso de doble drenaje	85
5.3.6. Coeficiente de consolidación	85
5.3.7. Coeficiente de permeabilidad	85
5.3.8. Cálculo del tiempo de asentamiento	86
5.3.9. Otras teorías de consolidación	86
<b>5.4. Ejercicios</b>	<b>87</b>
5.4.1. Asentamientos	87
5.4.2. Consolidación	89
<b>5.5. Ejercicios propuestos</b>	<b>91</b>

---

## 5.1. Introducción

El suelo, como cualquier otro material, se deforma bajo la acción de las cargas. En el caso de los suelos saturados, las deformaciones están ligadas a las variaciones de los esfuerzos efectivos, es decir, a la diferencia entre los esfuerzos totales y la presión de poros. Los esfuerzos totales dependen fundamentalmente de la gravedad y de las cargas aplicadas, mientras que, la presión de poros puede variar independientemente por ejemplo por cambios en el nivel de la napa freática. En el caso de suelos secos, las deformaciones están directamente relacionadas con las cargas, mientras que en el caso parcialmente saturado, dependen fundamentalmente de variaciones en el grado de saturación.

En el caso general, los desplazamientos de la fase sólida de un suelo son tridimensionales. En particular, los desplazamientos verticales se conocen como *asentamientos*. La amplitud de dichos desplazamientos depende de múltiples factores como: características del suelo, condiciones de drenaje, tiempo, carga aplicada, geometría, etc.

El cálculo de las deformaciones en suelos es viable si se conoce las características del suelo y la carga, así como el comportamiento del material. Sin embargo, los modelos de comportamiento de suelos son en general complejos y en la práctica se prefiere emplear métodos aproximados. En dichos métodos, se calculan primero las variaciones de los esfuerzos efectivos y luego las deformaciones. Por supuesto, en la práctica ambos aspectos del problema son simultáneos y su separación no es necesariamente realista.

En buena parte de los problemas en geotecnia, la superficie del suelo es prácticamente horizontal y las cargas aplicadas son verticales. En dichas condiciones, los asentamientos suelen controlar el problema. Si en forma adicional, las cargas sobre la superficie son aproximadamente uniformes, o bien la superficie de carga es mucho más grande que el espesor de la capa (2 a 3 veces), las deformaciones cerca de la región central de carga son preponderantemente verticales. Tal es el caso de un semi-espacio infinito sometido a una carga uniforme en superficie (§3.4.1). En esas condiciones, la componente horizontal del desplazamiento es nula y el problema es unidimensional. Dicha situación se reproduce en laboratorio mediante el ensayo edométrico. Veremos que la curva de compresibilidad obtenida a través de este ensayo es la herramienta básica para el cálculo de los asentamientos.

En el caso de suelos finos saturados, cuya permeabilidad es demasiado baja para que el agua pueda desplazarse rápidamente, los asentamientos no son instantáneos con respecto a la aplicación de la carga. En efecto, la carga es soportada en primer lugar por la fase líquida. En seguida, se produce el fenómeno de *consolidación*, en el cual la carga es progresivamente transferida desde la fase líquida al esqueleto sólido. Veremos que un análisis de consolidación permite calcular las amplitudes y velocidades de los asentamientos en suelos finos.

La primera parte de este capítulo describe las deformaciones en los suelos. Veremos los aspectos fundamentales junto con los ensayos empleados para caracterizar la deformabilidad de los suelos en laboratorio. Emplearemos el comportamiento observado en los ensayos para calcular los asentamientos esperados en terreno. La segunda parte del capítulo describe en detalle el fenómeno de consolidación. Veremos en detalle el caso unidimensional, discutiendo sus fundamentos teóricos así como los límites de validez. Mostraremos la metodología estándar de cálculo de asentamientos por consolidación.

## 5.2. Deformaciones en suelos

Las deformaciones en suelos dependen del tipo de carga y de obra geotécnica, por ejemplo:

1. Bajo una fundación superficial se puede distinguir: (i) una zona bajo la carga donde dominan las deformaciones volumétricas; (ii) una zona lateral donde dominan las deformaciones de corte o *desviadoras* o de distorsión. Las fundaciones de muros y columnas en general corresponden a la situación ilustrada en la Fig.5.1a, mientras que las deformaciones bajo radiéres o rellenos corresponden más bien a la Fig.5.1b.
2. Alrededor de una excavación, los esfuerzos en la paredes laterales inducen distorsiones, al mismo tiempo se observa en general un hinchamiento de naturaleza volumétrica en el fondo de la ex-

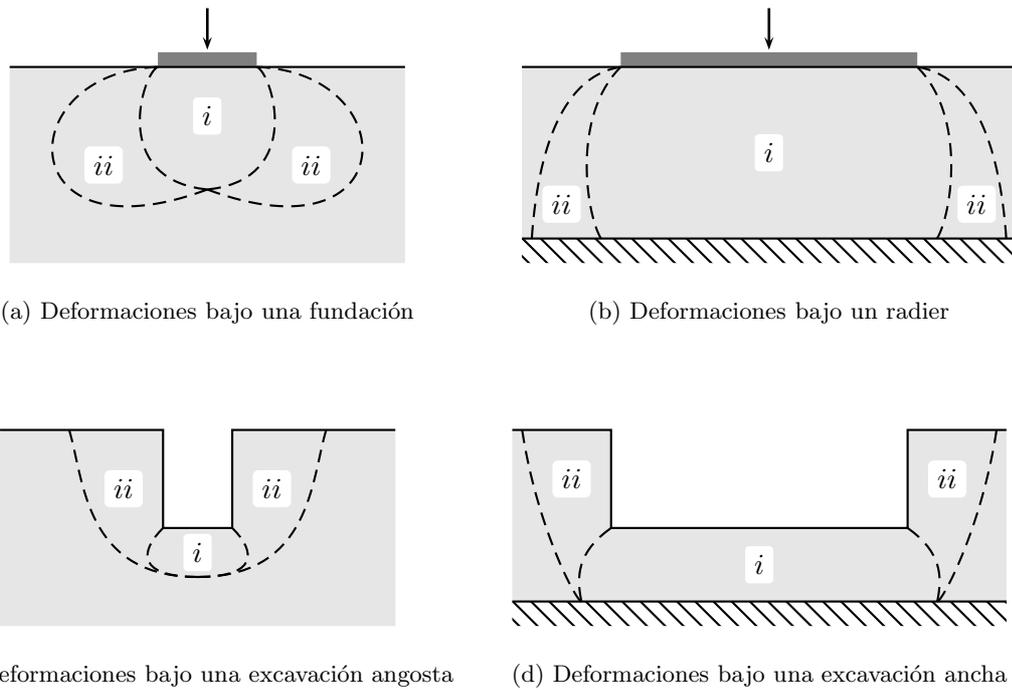


Figura 5.1: Deformaciones en obras geotécnicas: (i) zona de deformación volumétrica importante, (ii) zona de deformación desviadora dominante (adaptado de Magnan, 2000b)

cavación. En este caso, se puede distinguir entre excavaciones angostas (Fig.5.1c) y excavaciones anchas (Fig.5.1d).

3. En un talud natural, bajo la acción de la fuerza de gravedad se inducen esfuerzos desviadores que tienden a deformar el suelo en forma progresiva, pero sin alterar significativamente el volumen.

Adicionalmente a la distinción desde el punto de vista del tipo de deformación, se puede distinguir las deformaciones en suelos desde el punto de vista de su duración. Existen deformaciones casi instantáneas (arenas y gravas), deformaciones más bien viscosas (arcillas), o deformaciones volumétricas diferidas en el caso de suelos poco permeables.

Veremos en lo que sigue una descripción en detalle de las deformaciones volumétricas en suelos.

### 5.2.1. Compresibilidad

#### 5.2.1.1. Ensayo edométrico

El objetivo de un ensayo edométrico es reproducir las condiciones de un suelo de superficie horizontal cargado uniformemente, de forma que la única deformación posible sea en la dirección vertical.

El aparato consta de una célula donde se ubica la muestra de suelo y de un sistema de aplicación de carga. Existen dos tipos de células para contener el suelo: una *abierta* donde no es posible controlar la presión del agua, y una *cerrada* donde sí es posible hacerlo. Dado que el ensayo usual se realiza en condiciones abiertas, sólo trataremos dicho caso en lo que sigue.

El sistema abierto consta de (Fig.5.2)

- un anillo rígido donde se ubica la probeta de suelo,
- dos piedras porosas que garantizan el drenaje entre la cara superior e inferior de la probeta,
- un pistón que se desliza al interior del anillo cuyo objetivo es cargar el suelo,
- un depósito de agua donde el conjunto de los elementos anteriormente descritos se sumerge,

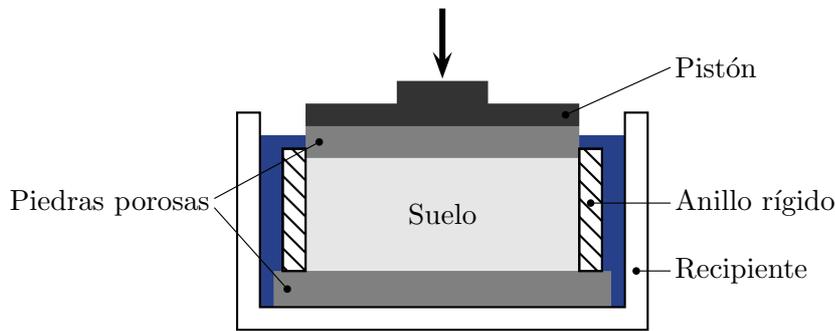


Figura 5.2: Ensayo edométrico abierto

- un sistema de medición para controlar los desplazamientos verticales del pistón.

En ciertas condiciones se reemplaza la piedra porosa inferior por un anillo metálico, de forma que el drenaje sea sólo por la parte superior de la muestra. Las dimensiones usuales de la probeta de suelo son: 60 ó 70[mm] de diámetro por 20 ó 25[mm] de alto.

Para aplicar la carga al pistón se utiliza usualmente un sistema mecánico de pesos a través de un eje de leva para incrementar los esfuerzos. Sin embargo, existen también sistemas neumáticos o hidráulicos. La presión sobre la probeta comienza usualmente alrededor de los 5 ó 10[kPa] (peso del pistón) y puede llegar hasta 2500[kPa], incrementando la carga por niveles. Para suelos excepcionalmente rígidos, existen aparatos adaptados que permiten llegar a niveles de carga hasta diez veces superiores.

El objetivo del ensayo es medir la compresibilidad del material. Para ello, se carga la probeta y se espera hasta la estabilización del desplazamiento vertical del pistón. Una vez estabilizado, se vuelve a incrementar la carga agregando un nuevo peso al sistema. La interpretación del ensayo consiste en trazar una curva que represente la variación del índice de vacíos  $e$  en función de la carga aplicada  $\sigma'_v$ . Esta curva se conoce como *curva de compresibilidad* o curva edométrica.

La ejecución del ensayo incluye las etapas siguientes:

- Tallado de la probeta e instalación en el sistema.
- Saturación de la probeta (especialmente delicado en el caso de suelos finos).
- Aplicación de la carga a través del pistón y medición de la evolución del asentamiento en función del tiempo transcurrido. En general, se agrega cada vez un peso igual al doble del precedente.
- Al final del ensayo, la muestra se pesa antes y después de secarla de forma de determinar el índice de vacíos.

### 5.2.1.2. Curvas de compresibilidad y de consolidación

En el caso de suelos granulares, la permeabilidad es general lo suficientemente alta como para que el agua no se oponga a la deformación del suelo. En este tipo de suelos, las deformaciones son prácticamente instantáneas y están asociadas con

- la reorganización de los granos que constituyen el *esqueleto* del suelo,
- la deformación elástica de las partículas localizada en los puntos de contacto entre los granos en menor medida.

La forma general de la curva de compresibilidad de un suelo granular se muestra en la Fig.5.3. En caso de descarga ( $BC$ ) y recarga ( $CD$ ) se observa que el comportamiento del material no es reversible, sólo la porción elástica de la deformación se recupera. En el tramo  $AB$ , la variación de volumen es

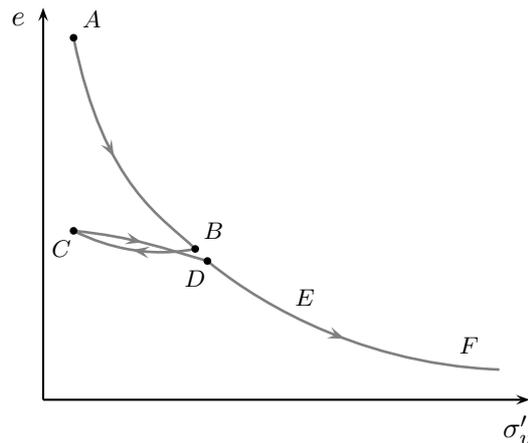


Figura 5.3: Curva de compresibilidad de un suelo granular

muy importante y está relacionada sobre todo a la reorganización de los granos. En el tramo  $EF$  la variación de volumen mucho menor y tiene que ver con la deformación elástica de los granos.

En el caso de suelo finos, la permeabilidad es baja por lo que el flujo de agua a través del suelo no ocurre en forma instantánea. La carga aplicada a la muestra se transmite en primer lugar al suelo y luego se transfiere progresivamente al esqueleto sólido del material en la medida que el agua logra salir del suelo.

Por lo tanto, el caso de suelos finos, las deformaciones experimentadas por el material dependen de forma importante del tiempo, lo que conduce a estudiar el problema en dos etapas:

1. Estudio de la evolución del asentamiento  $s$  ó del índice de vacíos  $e$  en función del tiempo, para un valor fijo de esfuerzo aplicado  $\sigma'_v$ .
2. Análisis del índice de vacíos final  $e_f$  estabilizado luego de cada carga  $\sigma'_v$  ( $\sigma'_v = \sigma_v$  en fin de etapa de carga). Este análisis permite construir la curva de compresibilidad del suelo.

La curva de variación del asentamiento (deformación axial de la probeta) con el logaritmo del tiempo  $t$  tiene el aspecto que se indica en la Fig.5.4. Se pueden distinguir tres zonas en dicha curva:

1. Una compresión inicial o instantánea luego de la aplicación de la carga.
2. Una zona de consolidación primaria que corresponde a la disipación de la presión de poros.
3. Una zona de consolidación secundaria que continúa en el tiempo luego de la disipación de la presión del agua.

En general, la consolidación primaria es el fenómeno de mayor importancia y suele terminar antes de 24 horas (tiempo  $t_{100}$  sobre Fig.5.4). Sobre dicha curva, existe una zona casi horizontal ( $AB$ ), una segunda parte decreciente cóncava ( $BI$ ), luego un punto de inflexión y un tramo decreciente convexo  $IC$ . El tiempo  $t_{100}$  para el cual se considera que la presión de poros está completamente disipada se determina gráficamente. El punto  $J$  corresponde a la intersección de las tangente del tramo  $BI$  y de la asíntota a  $IC$ . Interesan los valores del asentamiento  $s_{100}$  y final  $s_f$ .

En el caso de los suelos finos, la curva de compresibilidad se construye con los valores finales (estabilizados) del índice de vacíos  $e_f$  para cada incremento de carga. La curva se traza en función del esfuerzo vertical efectivo  $\sigma'_v$ , que es prácticamente equivalente al total  $\sigma_v$  ya que la presión de poros es despreciable una vez completada la fase de consolidación primaria. En general, se asume que el volumen de vacíos está estabilizado luego de 24 horas de haber aplicado el incremento de carga. Se suele emplear escala logarítmica para el esfuerzo vertical (Fig.5.5).

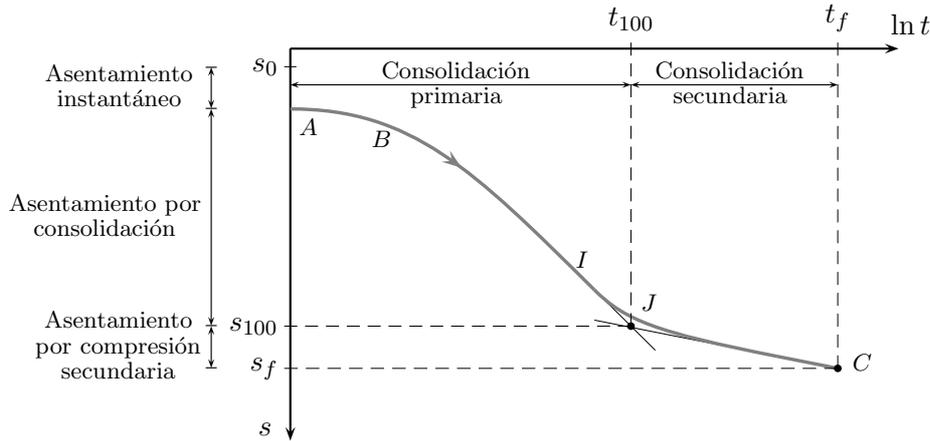


Figura 5.4: Curva de consolidación de un suelo fino

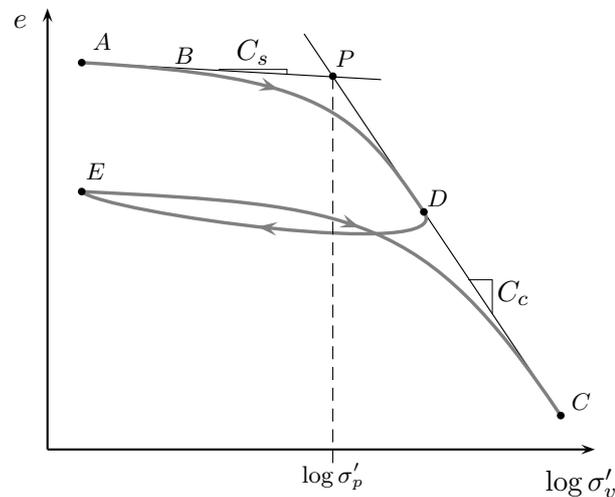


Figura 5.5: Curva de compresibilidad de un suelo fino

### 5.2.1.3. Parámetros de compresibilidad

La curva de edométrica de la Fig.5.5 puede ser caracterizada por 4 parámetros:

1. Las coordenadas del punto  $P$ : *tensión de pre-consolidación*  $\sigma'_p$  y el índice de vacíos correspondiente  $e_p$ .
2. La pendiente  $C_s$  del segmento inicial de la curva se conoce como *índice de expansión* o de *recompresión*.
3. La pendiente  $C_c$  del segmento final de la curva se denomina *índice de compresión*.
4. Estado inicial del suelo:  $\sigma'_{v_0}$  y  $e_0$ .

Ya sea  $e_0$  ó  $e_p$ , además de  $\sigma'_{v_0}$ ,  $\sigma'_p$ ,  $C_s$  y  $C_c$  caracterizan completamente la curva de compresibilidad. Existen diversos métodos para determinar  $C_s$  y  $C_c$ : método de Casagrande, método de Schmertmann, etc. (ver Van Sint Jan and Ledezma (2008)).

Si se realiza el ensayo sobre una probeta reconstituida por ejemplo por sedimentación, el tramo  $AB$  de la Fig.5.5 no aparecerá. En efecto, la aparición de una tensión de preconsolidación está asociada a algún estado de carga anterior que haya sufrido el material, y refleja en cierta forma la “memoria” del

suelo. Durante la descarga y recarga (*DEC*), el comportamiento no es elástico, apareciendo un ciclo de histéresis.

El valor de  $\sigma'_p$  no tiene porqué ser igual al valor del esfuerzo efectivo *in-situ* del material. A lo largo de su historia, éste pudo haber estado sometido al peso de capas de suelo o de hielo que actualmente no existen. El “envejecimiento” del suelo bajo su propio peso también puede contribuir a la aparición de una presión de preconsolidación. Si el valor de  $\sigma'_p$  es superior al valor del esfuerzo vertical efectivo actual  $\sigma'_{v_0}$ , se dice que el suelo está *preconsolidado*. Si los dos esfuerzos son iguales, se dice que el suelo es *normalmente consolidado*. El valor de  $\sigma'_p$  no puede ser inferior al valor actual de  $\sigma'_{v_0}$ . Si el valor de  $\sigma'_p$  es inferior al de  $\sigma'_{v_0}$  la probeta fue alterada durante el proceso de extracción o montaje del ensayo, o bien el esfuerzo efectivo *in-situ* fue mal evaluado (o ambos).

Se define como *razón de sobreconsolidación OCR* a:

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v_0}} \geq 1 \quad (5.1)$$

que es una forma de caracterizar el estado inicial del suelo. Es claro que valdrá 1 en el caso normalmente consolidado y mayor que 1 si el suelo está sobreconsolidado.

Si el tramo *AB* sobre la Fig.5.5 es inexistente, la curva compresibilidad se puede idealizar por una recta de pendiente  $C_c$  (tramo *PC*) que se denomina *curva de consolidación virgen*.

Si en lugar de escala logarítmica para  $\sigma'_v$  se usa una escala lineal, se pueden definir los parámetros:

- Coeficiente de compresibilidad  $a_v$ :

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma'_v} \quad (5.2)$$

- Coeficiente de compresibilidad  $m_v$ :

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} = \frac{\Delta e}{(1 + e_0)\Delta \sigma'_v} \quad (5.3)$$

Cada uno de estos dos coeficientes se pueden calcular localmente alrededor de un valor de esfuerzo vertical empleando la tangente a la curva. También es posible calcularlos con respecto a un estado inicial, en cuyo caso se habla de coeficientes secantes.

Otra representación clásica de la compresibilidad del suelo a partir del ensayo edométrico es a través del *módulo edométrico*  $E_{ed}$ . Se define como:

$$E_{ed} = \frac{(1 + e_0)\Delta \sigma'_v}{\Delta e} = \frac{1}{m_v} \quad (5.4)$$

Tal y como se hace para  $a_v$  ó  $m_v$ , es posible calcular módulos edométricos tangentes o secantes. Cualquiera sea el caso, es importante retener el valor de  $\sigma'_v$  para el cual fueron calculados.

#### 5.2.1.4. Otros ensayos de compresibilidad

Para cierto tipo de suelos de contenido orgánico elevado, el asentamiento asociado a la compresión secundaria puede ser importante. En dichos casos, la estimación de la pendiente de compresión secundaria es clave y se emplean ensayos de fluencia que pueden durar semanas por cada incremento de carga.

Debido a la larga duración de un ensayo edométrico estándar (dos o tres semanas), se han desarrollado variantes que permiten reducir la duración manteniendo una precisión equivalente: ensayos a velocidad de deformación constante en células cerradas, ensayos a gradiente  $\Delta u_w$  controlado entre la superficie y base de la probeta, ensayos acelerados en horno, ensayos a drenaje radial, entre otros.

### 5.2.1.5. Asentamientos edométricos

Como en el caso de un ensayo edométrico las deformaciones horizontales son nulas, la variaciones de volumen de la probeta se relacionan directamente al asentamiento:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta H}{H} \quad (5.5)$$

donde  $H$  es el alto de la muestra y  $V$  su volumen. Si se acepta que los granos que constituyen el esqueleto sólido del material no se deforman y sólo se reorganizan, entonces  $V_s = \text{cte.}$  y diferenciando se obtiene:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (5.6)$$

tomando como referencia el índice de vacíos  $e_0$  y la altura  $H_0$  inicial de la probeta. Durante el ensayo se mide la evolución del asentamiento  $s = \Delta H$ , por lo tanto la evolución del índice de vacíos se escribe simplemente:

$$e = e_0 - \Delta e = e_0 - \frac{1 + e_0}{H_0} \Delta H \quad (5.7)$$

Una vez determinado los índices de compresión y de expansión, la variación del índice de vacíos se puede calcular analíticamente para un esfuerzo vertical arbitrario  $\sigma'_v$ :

- Si el suelo está normalmente consolidado ( $\sigma'_p = \sigma'_{v0}$ ):

$$\Delta e = C_c \log \frac{\sigma'_v}{\sigma'_p} \quad (5.8)$$

- Si el suelo está preconsolidado ( $\sigma'_p > \sigma'_{v0}$ ):

$$\Delta e = C_s \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + C_c \log \frac{\sigma'_v}{\sigma'_p} \quad (5.9)$$

en la expresión precedente, el primer término (correspondiente a la preconsolidación) es en general más pequeño que el segundo.

En consecuencia, para calcular el asentamiento edométrico de un capa de suelo se debe conocer:

- El espesor inicial de la capa  $H_0$ .
- El estado inicial del suelo:  $e_0$  y  $\sigma'_{v0}$ .
- Los parámetros de compresibilidad:  $C_s$ ,  $C_c$  y  $\sigma'_p$ .
- La carga aplicada:  $\Delta\sigma'_v = \sigma'_v - \sigma'_{v0}$ .

La expresión del asentamiento por capa puede ser extrapolado al caso de una sucesión de  $n$  capas horizontales, caracterizando cada una por su espesor, estado inicial y parámetros de compresibilidad.

En términos del coeficiente de compresibilidad o del módulo edométrico, el asentamiento puede ser aproximado mediante:

$$\Delta H = H_0 m_v \Delta\sigma'_v = \frac{H_0 a_v}{1 + e_0} \Delta\sigma'_v = H_0 \frac{\Delta\sigma'_v}{E_{ed}} \quad (5.10)$$

La fórmulas anteriores no toman en cuenta el cambio de comportamiento con respecto al valor de la tensión de preconsolidación. Por lo tanto, los valores de  $m_v$ ,  $a_v$  y  $E_{ed}$  deben ser adaptados al intervalo de esfuerzos efectivos correspondientes a la carga que se está aplicando.

El índice de compresión  $C_c$  es un valor adimensional cuyos valores pueden ser muy variables de un suelo a otro. Usualmente, su valor oscila entre 0,1 a 3. Algunos valores referenciales se entregan en la Tab.5.1.

Tabla 5.1: Valores referenciales de  $C_c$  (Magnan, 2000b)

Tipo de suelo	$C_c$
Turba	3.5
Arcillas muy plásticas	0.7
Arcillas blandas plásticas	0.6
Arcillas blandas orgánicas	1.2
Arcillas poco plásticas	0.2
Limos arcillosos	0.13
Limos	0.1

### 5.2.2. Deformaciones desviadoras y volumétricas

Si las deformaciones del suelo son suficientemente pequeñas, las relaciones esfuerzo-deformación pueden ser tratadas mediante la teoría de elasticidad lineal. Ya que los suelos se forman por la deposición progresiva de capas horizontales de espesor variable, los suelos presentan una anisotropía de tipo axial y la relación esfuerzo-deformación está definida por 5 parámetros elásticos:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_v} & -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_{hh}}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & -\frac{\nu_{hh}}{E_h} & \frac{1}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{hh}}{E_h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}G_{vh} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}G_{vh} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

donde  $E_h$  es el módulo de Young horizontal y  $E_v$  el vertical,  $\nu_{hh}$  corresponde al módulo de Poisson horizontal y  $\nu_{vh}$  al vertical-horizontal,  $\mu_{vh}$  es el módulo de corte en el plano vertical.

Si el suelo es isotrópico, la relación deformación-esfuerzo está dada por (3.46). Su recíproco es:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda \operatorname{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (5.12)$$

donde  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{y} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = G \quad (5.13)$$

Tomando la traza de (5.12), se obtiene:

$$\frac{1}{3} \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) = p = \underbrace{\left( \lambda + \frac{2}{3}\mu \right)}_K \operatorname{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) = K \varepsilon_v = \frac{E}{3(1-2\nu)} \varepsilon_v \quad (5.14)$$

donde  $K$  es el módulo de deformación volumétrica,  $p$  el esfuerzo promedio y  $\varepsilon_v$  la deformación volumétrica unitaria (§3.2.1). Empleando la definición del tensor desviador de esfuerzos  $\underline{\underline{s}}$  (3.7) y el tensor desviador de deformaciones  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \operatorname{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} \quad (5.15)$$

es fácil probar que:

$$\underline{\underline{s}} = 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (5.16)$$

Por lo tanto, en forma alternativa a (5.12), la relación esfuerzo-deformación en elasticidad isotrópica se puede escribir:

$$\underline{\underline{\sigma}} = K \varepsilon_v \underline{\underline{I}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (5.17)$$

La expresión anterior pone claramente de manifiesto el efecto de la componente volumétrica y desviadora de las deformaciones sobre las tensiones. En la mayor parte de los suelos, el valor del módulo de Poisson se sitúa entre 0.2 y 0.4, de forma que la razón  $\frac{K}{G}$  varía entre 1.33 y 4.67. Por lo tanto, las deformaciones volumétricas son en general más pequeñas que las deformaciones de corte, pero los módulos volumétricos y de corte son del mismo orden de magnitud.

En la práctica, el cálculo de las deformaciones en suelos sobre la base de la elasticidad isotrópica se simplifica aún más, imponiendo un coeficiente de Poisson fijo ( $\nu = 0.3$  típicamente en arenas), variando solamente el valor de  $E$ . La determinación del valor adecuado de  $E$  se efectúa mediante ensayos de laboratorio (triaxiales o edométricos) o en terreno (ensayos de carga). A veces se emplean correlaciones entre la deformabilidad y la resistencia al corte de ciertos tipos de suelo.

Los módulos de deformación elásticos en suelos dependen mucho de la naturaleza y del estado del suelo, pero también de la amplitud de las deformaciones. Por ejemplo, los valores de los módulos secante a muy pequeña deformación ( $10^{-5}$ ) pueden ser 200 ó 300 veces más grandes que los valores asociados a los niveles de deformaciones usuales en obras geotécnicas. Algunos valores referenciales se entregan en la Tab.5.2.

Tabla 5.2: Valores referenciales de los módulos elásticos de deformación en suelos (Magnan, 2000b)

Tipo de suelo	$E$ [MPa]
Turbas	0.2 a 0.5
Arcilla blandas (normalmente consolidadas)	1 a 5
Arcillas duras (sobreconsolidadas)	10 a 50
Arenas sueltas	5 a 20
Arenas densas	100 a 200

### 5.2.3. Cálculo de asentamientos

Existen varios métodos para el cálculo de asentamientos:

- Cálculos aproximados basados en resultados de laboratorio (e.g., edométricos).
- Cálculos aproximados basados en ensayos *in-situ* (e.g., presiométricos).
- Cálculos numéricos elásticos o inelásticos (e.g., elementos finitos).

En lo que sigue, sólo abordaremos la estimación de asentamientos mediante métodos aproximados basados en ensayos de laboratorio. En particular, describiremos el llamado *método edométrico*.

La idea de base consiste en suponer que el asentamiento total puede ser calculado como la suma de un serie de capas homogéneas. Si se conoce la variación del esfuerzo vertical  $\Delta\sigma_v$  generado al interior de un suelo producto de una carga  $\Delta\sigma$  en superficie, empleando la curva de compresión edométrica (Fig.5.5) el asentamiento de una capa homogénea de espesor  $H_0$  está dado por:

$$s = \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \left( C_s \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + C_c \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \right) \quad (5.18)$$

Si el suelo está normalmente consolidado, la relación se reduce a:

$$s = \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_c \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \quad (5.19)$$

En el caso que el suelo esté sobreconsolidado, pero cargado por debajo de la presión de sobreconsolidación:

$$s = \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_s \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{v0}} \quad (5.20)$$

La expresiones anteriores se deducen directamente de las relaciones presentadas en §5.2.1.5. Para determinar el asentamiento total, basta con descomponer el perfil de terreno en capas horizontales homogéneas y calcular las tensiones inducidas (§3.5) sobre cada una de ellas. Sin embargo, es raro encontrar en condiciones naturales suelos compresibles, isotrópicos y homogéneos. En general, para un suelo normalmente consolidado de características constantes, tanto la presión de preconsolidación  $\sigma'_p$  como el índice de vacíos inicial  $e_0$  varía con la profundidad. Además, las presiones inducidas sólo se pueden considerar constantes en una región de unos pocos metros. Por lo tanto, en la práctica se divide un sitio en tantas capas como suelos diferentes haya y cada capa es subdividida en sub-capas de no más de 3 ó 4 [m]. En seguida, para efectos del cálculo de asentamientos, se emplean los valores de las tensiones inducidas al centro de cada sub-capas y las propiedades promedio al interior de la capa.

#### 5.2.4. Aceleración de asentamientos

En la práctica es poco lo que se puede hacer para controlar la amplitud de los asentamientos *finales*. Si bien de alguna forma se puede controlar la intensidad de los esfuerzos, la superficie cargada o el nivel de fundación, los valores finales de los asentamientos son difícilmente controlables. Sin embargo, existen procedimientos que permiten incidir sobre la velocidad en la que se desarrollan los asentamientos, es decir, sobre el tiempo necesario a esperar para conseguir los asentamientos finales de una obra. Por ejemplo, se puede:

- Controlar las condiciones de drenaje
- Controlar el espesor de las capas más compresibles
- Aplicar cargas temporales

o combinar alguno de los métodos precedentes. Los detalles de aplicación de este tipo de procedimiento está fuera del alcance de un curso introductorio de geotecnia, pero existe mucha literatura disponible sobre procedimientos de *mejoramiento de suelos*.

#### 5.2.5. Asentamientos admisibles

Como vimos, la componente vertical de los desplazamientos en superficie de un terreno se conoce como asentamiento. El asentamiento total  $s$  se puede descomponer en varios términos en función del fenómeno asociado:

$$s = s_i + s_c + s_\alpha + s_{lat} \quad (5.21)$$

donde  $s_i$  es el asentamiento inicial instantáneo sin expulsión de agua,  $s_c$  es el asentamiento por consolidación sin considerar deformaciones laterales,  $s_\alpha$  corresponde al asentamiento debido a la compresión secundaria sin considerar deformaciones laterales, y  $s_{lat}$  es el asentamiento asociado a la deformación lateral del suelo.

Si bien esta descomposición es arbitraria ya que separa los efectos verticales de los horizontales, se utiliza ampliamente en la práctica pues hace aparecer el término  $s_c$  que se puede calcular y que suele corresponder a la mayor parte del asentamiento total  $s$ . En el presente documento sólo nos hemos referido al cálculo de  $s_c$  que contiene parte del asentamiento secundario, sin embargo, existen procedimientos para calcular los otros términos si se juzga necesario. En ciertos suelos muy orgánicos, el término  $s_\alpha$  debe ser calculado en forma explícita.

Cualquiera sea el procedimiento de cálculo, los asentamientos forman parte de los aspectos claves a verificar en un proyecto geotécnico. Los valores calculados, se suelen comparar a valores límites *admisibles* de forma de garantizar la integridad de la obra. Un asentamiento vertical uniforme bajo una obra no representa en general ningún riesgo, ya que no induce esfuerzos en la superestructura.

Sin embargo, la diferencia de asentamientos entre distintos puntos de una estructura si puede inducir esfuerzos significativos, llegando incluso a comprometer la integridad de una obra.

La diferencia de asentamientos entre dos puntos  $A$  y  $B$  se denomina *asentamiento diferencial*  $s_{AB}$ :

$$s_{AB} = s_A - s_B \quad (5.22)$$

donde  $s_A$  y  $s_B$  son los asentamientos en los puntos  $A$  y  $B$ , respectivamente. Existen otras formas de caracterizar los asentamientos diferenciales, por ejemplo el giro o distorsión angular  $\omega_{AB}$  (Fig.5.6):

$$\omega_{AB} = \frac{s_{AB}}{l_{AB}} \quad (5.23)$$

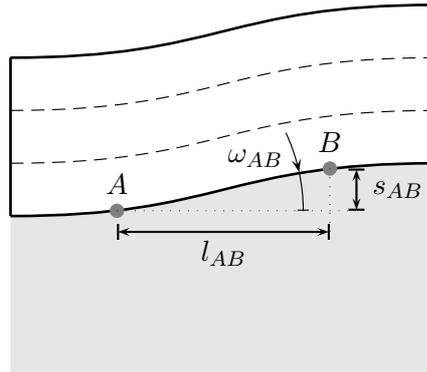


Figura 5.6: Notación para asentamientos diferenciales

Al interior de la estructura, se pueden definir deflexiones, distorsiones o curvaturas relativas. La asentamientos diferenciales pueden tener múltiples orígenes:

- Carga: diferencias en las cargas aplicadas, repartición no uniforme o superficies de carga distintas.
- Fundaciones: diferencias en la geometría de las fundaciones (dimensiones, profundidad), rigideces distintas.
- Terreno: variaciones de las características geométricas de las capas de suelo (espesor), heterogeneidad de las propiedades de los suelos.

En general, se estima que el 50% de un asentamiento diferencial está ligado a variaciones en las propiedades de los suelos. Con el fin de limitar el efecto de los asentamientos diferenciales sobre la estructura, existen ciertos valores admisibles de diseño a respetar. La Tab.5.3 entrega algunos valores de referencia de distorsiones angulares máximas admisibles.

Tabla 5.3: Valores referenciales de distorsiones angulares admisibles para estructuras de marcos, con vigas continuas de no más de 15[m] de luz (Magnan, 2000b)

Distorsión angular admisible $\omega_a$	Tipo de estructura
$\frac{1}{350}$ a $\frac{1}{250}$	Hormigón armado
$\frac{1}{200}$ a $\frac{1}{150}$	Hormigón pretensado
$\frac{1}{200}$	Acero

En el caso de edificios, distorsiones de hasta  $\frac{1}{500}$  no general daño salvo para sistemas especialmente sensibles a los asentamientos diferenciales. Deberían existir grietas visibles para distorsiones entre  $\frac{1}{500} < \omega < \frac{1}{250}$ . Para valores mayores a  $\frac{1}{250}$ , la inclinación de la estructura es visible y podría aparecer daño importante en la obra.

### 5.3. Consolidación

Definimos en §5.2.1.2 como consolidación de suelos finos al fenómeno a través del cual las presiones de poros se disipan y el volumen disminuye en función del tiempo bajo la acción de las cargas aplicadas. En efecto, la aplicación de una carga rápida superficial sobre un terreno origina un incremento de las presiones intersticiales con respecto al valor de equilibrio hidroestático. Si existen posibilidades de drenaje, se establece un flujo transitorio controlado por:

- La ecuación general del flujo de agua en suelos (§4.4.1):

$$\operatorname{div}(\underline{K} \cdot \nabla h) = -\frac{\partial n}{\partial t} \quad (5.24)$$

donde  $n$  es la porosidad y  $h$  la carga hidráulica.

- Las condiciones de borde del problema.

A medida que el agua fluye, el incremento de la presión de poros disminuye, los esfuerzos efectivos aumentan y el volumen del suelo disminuye. El fenómeno ocurre a una velocidad compatible con la permeabilidad del suelo. La situación se suele representar esquemáticamente según se indica en la Fig.5.7. El comportamiento de la fase sólida del suelo se esquematiza por medio de un resorte. La permeabilidad del suelo está ligada al tamaño de la abertura en el pistón de la figura. Existen tres etapas:

- En el instante inicial  $t = 0$  (Fig.5.7a), la carga  $\Delta\sigma$  aplicada por el pistón se transmite íntegramente al agua. El resorte no está cargado.
- Una vez que el agua puede comenzar a salir por la abertura en el pistón (Fig.5.7b), la presión en el agua cae y la carga es progresivamente tomada por el resorte.
- Al final de la consolidación (Fig.5.7c), la sobre presión del agua debido a la carga inicial se ha disipado completamente. El flujo termina y la carga  $\Delta\sigma$  se ha transferido completamente al resorte.

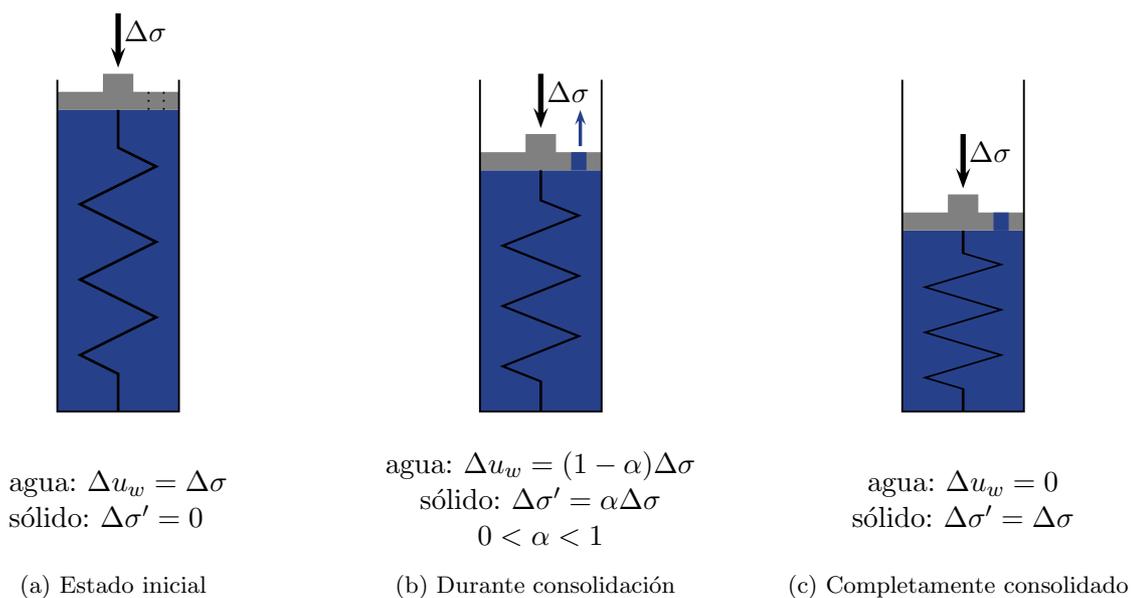


Figura 5.7: Representación esquemática de la consolidación

### 5.3.1. Consolidación 1D

La teoría de consolidación unidimensional fue presentada por Terzaghi a comienzos del siglo XX. Esta teoría considera el caso de una capa de suelo homogénea donde las deformaciones y flujos son únicamente verticales, y la carga es aplicada de forma instantánea al inicio. Por lo tanto, se ajusta a las condiciones del ensayo edométrico al comienzo de cada incremento de carga. Si bien dichas simplificaciones son bastantes fuertes desde un punto de vista del comportamiento del suelo, en la práctica es la base para el cálculo de asentamientos por consolidación ya que representa correctamente los fenómenos físicos involucrados.

Las hipótesis se resumen de la forma siguiente:

1. El suelo se supone homogéneo.
2. El suelo está inicialmente saturado y continúa estándolo durante todo el proceso de consolidación. Por lo tanto, sólo está compuesto de una fase sólida y una líquida.
3. El agua y las partículas se asumen incompresibles.
4. Las deformaciones del esqueleto sólido son únicamente verticales.
5. Se asume una relación lineal entre el esfuerzo efectivo aplicado al esqueleto sólido  $\sigma'_v$  y su variación de volumen. Dicha relación de compresibilidad se puede escribir como:

$$de = -a_v d\sigma'_v \quad (5.25)$$

done  $e$  el índice de vacíos y  $a_v$  es el factor de compresibilidad.

6. El flujo de agua se asume vertical.
7. La ley de Darcy (§4.2.4) es aplicable independientemente de valor del gradiente hidráulico.
8. El coeficiente de permeabilidad unidimensional  $k$  es constante al interior del estrato del suelo y no cambia de valor durante la consolidación.
9. Las deformaciones son pequeñas durante toda la consolidación.

Las hipótesis precedentes corresponden sólo a aproximaciones de la realidad:

- En la práctica los suelos no son homogéneos, las propiedades físicas y mecánicas varían de un punto al otro. Esta variación espacial está en gran parte relacionada con los esfuerzos efectivos, que por ejemplo varían significativamente con la profundidad.
- En el caso de suelos muy compresibles, la propiedades mecánicas varían durante la consolidación y no se pueden asumir independientes del tiempo.
- La evidencia experimental muestra que la relación entre índice de vacíos y esfuerzos efectivos es más bien logarítmica y no lineal.
- En condiciones naturales los suelos contienen un porcentaje de gas, de forma que la mezcla agua-gas no es general incompresible.
- En depósitos naturales la componente horizontal de las deformaciones no es necesariamente despreciable. En efecto, generalmente existe una componente horizontal de flujo.
- En suelos orgánicos no es posible despreciar la consolidación secundaria.
- En algunos suelos, cuando los gradientes hidráulicos son bajos, la ley de Darcy no es válida.

### 5.3.2. Ecuación de consolidación 1D

De acuerdo a las hipótesis descritas previamente, el análisis se puede limitar a una capa homogénea compresible de sección transversal unitaria (Fig.5.8). Supondremos que la dirección de interés (hipótesis 1D) corresponde al eje  $z$ . La ecuación de consolidación de Terzaghi se obtiene combinando las ecuaciones de conservación de la masa de agua de las partículas, la ley de Darcy y el modelo de compresibilidad del esqueleto sólido:

- Conservación de la masa de agua (§4.4.1):

$$\operatorname{div}(\underline{v}_w) + \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (5.26)$$

donde  $\underline{v}_w$  corresponde a la velocidad aparente del agua (se denotó simplemente como  $\underline{v}$  en §4.4.1) y  $n$  la porosidad:  $n = \frac{V_w}{V} = \frac{V_w}{V}$ , ya que el suelo se supone completamente saturado. En el caso unidimensional, la expresión (5.26) se reduce a:

$$\frac{\partial(v_w)}{\partial z} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (5.27)$$

donde  $v_w$  es la componente vertical de  $\underline{v}_w$  (las otras componentes se suponen nulas).

- Conservación de la masa de la fase sólida:

$$\operatorname{div} \underline{v}_s + \frac{\partial(1-n)}{\partial t} = 0 \quad (5.28)$$

donde  $\underline{v}_s$  es la velocidad aparente de la fase sólida. La versión unidimensional se escribe:

$$\frac{\partial v_s}{\partial z} - \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (5.29)$$

donde  $v_s$  es la única componente no-nula (vertical) de  $\underline{v}_s$ .

- Ley de Darcy generalizada sobre la velocidad real relativa entre la fase líquida y la fase sólida:

$$\underline{v}'_w - \underline{v}'_s = \frac{1}{n} \underline{K} \cdot \underline{i} = -\frac{1}{n} \underline{K} \cdot \underline{\nabla} h \quad (5.30)$$

donde  $\underline{K}$  es el tensor de permeabilidad,  $\underline{i}$  el gradiente hidráulico,  $h$  la carga hidráulica,  $\underline{v}'_w$  y  $\underline{v}'_s$  son las velocidades reales del líquido y el sólido. En el caso unidimensional, la Ley de Darcy se reduce a:

$$v_w - e v_s = -k \frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} (u_w + \gamma_w z) \quad (5.31)$$

donde  $v_s$  y  $v_w$  son las componentes verticales de la velocidad aparente de la fase sólida y líquida,  $u_w$  la presión de poros y  $\gamma_w$  el peso específico del fluido.

- Compresibilidad del esqueleto:

$$de = -a_v d\sigma'_v = -(1 + e_0) \frac{d\sigma'_v}{E_{ed}} \quad (5.32)$$

donde  $\sigma'_v$  es el esfuerzo vertical efectivo,  $a_v$  es el coeficiente de compresibilidad del esqueleto sólido,  $e_0$  es el índice de vacíos inicial y  $E_{ed}$  es el módulo edométrico.

Derivando (5.31) y reemplazando las ecuaciones de conservación de masa (5.27) y (5.29):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k}{(1+e)\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} (u_w + \gamma_w z) \right) \quad (5.33)$$

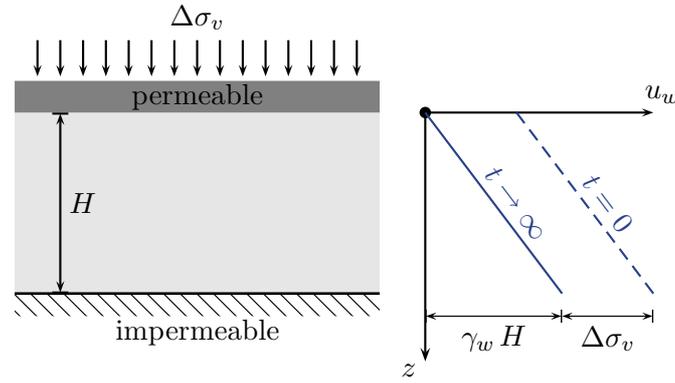


Figura 5.8: Estrato compresible saturado cargado en superficie con borde inferior impermeable

La derivada parcial de la porosidad respecto del tiempo puede ser escrita en función del índice de vacíos:

$$\frac{1}{(1+e)^2} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k}{(1+e)\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} (u_w + \gamma_w z) \right) \quad (5.34)$$

Considerando que el esfuerzo vertical total  $\sigma_v$  no varía durante la consolidación e introduciendo la compresibilidad del esqueleto (5.32) se obtiene :

$$\frac{a_v}{(1+e)^2} \frac{\partial u_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k}{(1+e)\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} (u_w + \gamma_w z) \right) \quad (5.35)$$

Bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones (por debajo de 10%), se puede aceptar que el índice de vacíos no varía demasiado respecto de su valor inicial  $e_0$ , luego:

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} = \frac{k(1+e_0)}{a_v \gamma_w} \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} \quad (5.36)$$

En forma alternativa:

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} \quad ; \quad c_v = \frac{k(1+e_0)}{a_v \gamma_w} \quad (5.37)$$

donde  $c_v$  es el denominado *coeficiente de consolidación unidimensional* y puede ser obtenido directamente del ensayo de consolidación.

### 5.3.3. Resolución de la ecuación de consolidación 1D

La ecuación (5.37), además de las condiciones iniciales y de borde, permiten determinar la función  $u_w(z, t)$  que describe la evolución de la presión de poros a través del estrato y en función del tiempo.

La presión de poros  $u_w$  es una variable hidráulica a la cual se le pueden imponer condiciones de flujo o de valor constante. Sobre una superficie permeable, el flujo es libre, pero el valor de la carga hidráulica es conocido. Sobre una superficie impermeable, la derivada de la carga hidráulica con respecto a la dirección normal a la superficie es nula (§4.4.1.1).

Consideremos por ejemplo la situación de la Fig.5.8, correspondiente a una capa homogénea de altura  $H$  con drenaje superior y límite inferior impermeable. En  $t = 0$ , se aplica en forma instantánea una sobrecarga  $\Delta\sigma_v$ . Las condiciones iniciales y de borde para este problema son:

- Condiciones de borde independientes de  $t$ :
  - En la parte inferior del estrato ( $z = H$ ), el flujo normal debe ser nulo:

$$\frac{\partial h(H, t)}{\partial z} = 0 \quad \text{ó} \quad \frac{\partial u_w(H, t)}{\partial z} = \gamma_w$$

- En la parte superior del estrato ( $z = 0$ ), el la presión de poros debe ser nula:

$$h(0, t) = 0 \quad \text{ó} \quad u_w(0, t) = 0$$

Las condiciones de borde corresponden al estado de equilibrio final de las presiones poros al interior del suelo. Una vez que  $u_w$  deja de variar con el tiempo, la ecuación (5.37) se transforma una ecuación de flujo estacionario ( $\Delta h = 0$ ). En este caso, la solución es una relación lineal entre  $u_w$  (ó  $h$ ) y la profundidad  $z$ .

- Condiciones iniciales en  $t = 0$  (Fig.5.8), independientes de  $z$  salvo para los bordes ( $z = 0$  y  $z = H$ ):

$$\Delta u_w(z, 0) = \Delta \sigma_v \quad \text{ó} \quad u_w(z, 0) = \gamma_w z + \Delta \sigma_v$$

Las condiciones iniciales pueden tener dos orígenes: una modificación rápida de los esfuerzos totales o un cambio de las condiciones de borde asociadas al estado de equilibrio actual. Este último caso ocurre por ejemplo cuando se modifica la carga hidráulica por bombeo al interior de una capa permeable ubicada por debajo de un estrato de arcilla.

Si las condiciones iniciales y de borde son suficientemente regulares, la resolución de la ecuación se efectúa mediante un desarrollo en serie. Para ello, se efectúa en primer lugar un cambio de variables de forma de adimensionalizar la ecuación:

- El tiempo se transforma en un *factor tiempo*:

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} \quad (5.38)$$

donde  $H$  se conoce como la *distancia de drenaje* del estrato de suelo. Puede corresponder a la altura o a la mitad de la altura de la capa de suelo homogéneo, dependiendo si los bordes son o no impermeables.

- La coordenada vertical  $z$  se transforma en una *profundidad reducida*:

$$Z = \frac{z}{H} \quad (5.39)$$

Le ecuación adimensional se escribe:

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial Z^2} = \frac{\partial u_w}{\partial T_v} \quad (5.40)$$

que resulta independiente de  $c_v$  y  $H$ , por lo que puede ser resuelta una única vez. Como la consolidación consiste en la disipación de la sobrepresión inicial  $\Delta u_w$ , la ecuación anterior se escribe clásicamente en función de las sobrepresiones  $\Delta u_w$ :

$$\frac{\partial^2 \Delta u_w}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Delta u_w}{\partial T_v} \quad (5.41)$$

En estas nuevas variables, las condiciones de borde e iniciales se escriben:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u_w(0, T_v) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial Z} [\Delta u_w(1, T_v)] = 0 \\ \Delta u_w(Z, 0) = f(Z) = \Delta \sigma_v \end{array} \right.$$

donde  $f(Z)$  en una función que describe el estado inicial,  $f(Z) = \Delta \sigma_v$  en el caso de la Fig.5.8.

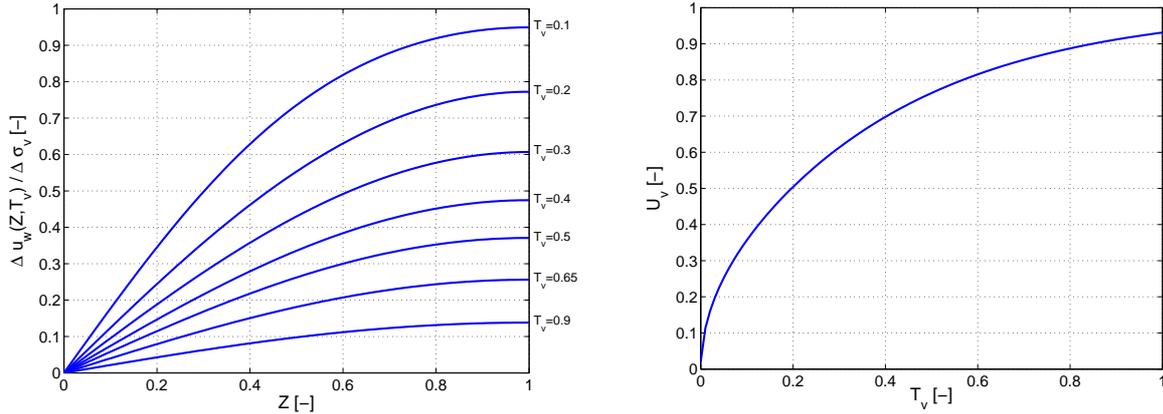
La resolución general de (5.41) se efectúa por la técnica de separación de variables en  $Z$  y  $T_v$ , junto con una descomposición en series de Fourier. La forma general de la solución se escribe:

$$\Delta u_w(Z, T_v) = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \int_0^1 f(Z) \sin \left[ \left( m + \frac{1}{2} \right) \pi Z \right] dZ \right\} \sin \left[ \left( m + \frac{1}{2} \right) \pi Z \right] \exp \left[ - \left( m + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 T_v \right] \quad (5.42)$$

Si la distribución inicial de sobre presiones es uniforme:  $f(Z) = \Delta \sigma_v$ , se obtiene:

$$\Delta u_w(Z, T_v) = \frac{4\Delta \sigma_v}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \sin \left[ \frac{2m+1}{2} \pi Z \right] \exp \left[ -(2m+1)^2 \pi^2 \frac{T_v}{4} \right] \quad (5.43)$$

En consecuencia, es posible representar gráficamente las razón  $\frac{\Delta u_w}{\Delta \sigma_v}$  en función de la profundidad relativa  $Z$  para distintos valores del factor tiempo  $T_v$  (Fig.5.9a).



(a) Isócronas de sobrepresión de poros  $\frac{\Delta u_w(Z, T_v)}{\Delta \sigma_v}$  en un estrato con drenaje superficial

(b) Evolución de la razón de consolidación  $U_v$  con el factor tiempo  $T_v$

Figura 5.9: Teoría de consolidación 1D de Terzaghi

### 5.3.4. Razón de consolidación

La hipótesis de linealidad para la relación entre esfuerzos efectivos y deformaciones permite simplificar el cálculo de los asentamientos durante la consolidación. En efecto, se puede emplear el valor promedio de la sobre presión intersticial  $\Delta u_w$  al interior del estrato con respecto a la distribución inicial  $f(Z)$ :

$$U_v(T_v) = 1 - \frac{\int_0^1 \Delta u_w(Z, T_v) dZ}{\int_0^1 f(Z) dZ} \quad (5.44)$$

donde  $U_v$  es la *razón de consolidación*. En el caso de una distribución inicial uniforme  $f(z) = \Delta \sigma_v$ , la razón de consolidación se puede calcular como:

$$U_v(T_v) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp \left[ -(2m+1)^2 \pi^2 \frac{T_v}{4} \right] \quad (5.45)$$

En la Fig.5.9b se traza la evolución de  $U_v$  en función del factor tiempo  $T_v$  a escala lineal. En forma aproximada, la relación anterior se puede escribir como:

- Si  $U_v < 60\%$ :

$$U_v = 2\sqrt{\frac{T_v}{\pi}}$$

- Para  $U_v > 5\%$ :

$$U_v = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp \left[ \frac{\pi^2 T_v}{4} \right]$$

### 5.3.5. Extensión al caso de doble drenaje

A pesar de las múltiples simplificaciones efectuadas para el desarrollo de las ecuaciones, la teoría de la consolidación de Terzaghi se emplea ampliamente en la práctica ya que describe satisfactoriamente los fenómenos físicos asociados. En particular, la relación cuadrática entre la duración de los asentamientos y el espesor de la capa de suelo compresible. Esta relación, se ve directamente en la expresión del factor tiempo  $T_v$  (5.38).

En el caso de suelo de propiedades  $c_v$ , un mismo factor  $\frac{t}{H^2}$  tendrá asociado el mismo tiempo de consolidación. En las expresiones anteriores  $H$  corresponde a la altura del estrato entre un borde permeable y otro impermeable. Por lo tanto, para resolver el caso de un suelo con ambos bordes permeables, basta con aplicar las mismas expresiones a la mitad de la altura de la capa, ya que por razones de simetría no hay flujo a través de un plano que corte por el centro al estrato. En efecto, la longitud  $H$  representa la distancia más larga que debe recorrer el agua para salir del suelo y se suele denominar *distancia de drenaje*. Por lo tanto, al momento de hacer un cálculo de asentamiento, se debe poner atención en la selección de la distancia de drenaje en función de las condiciones de borde del estrato.

### 5.3.6. Coeficiente de consolidación

El coeficiente de consolidación  $c_v$  no es un parámetro autónomo, en el sentido que depende al mismo tiempo del índice de vacíos  $e$ , del coeficiente de permeabilidad  $k$  y del coeficiente de compresibilidad vertical  $a_v$ . Como cada uno de dichos parámetros varía durante la consolidación,  $c_v$  tampoco puede ser constante. Sin embargo, para poder aplicar la teoría de consolidación 1D, en general se adopta un valor promedio correspondiente al intervalo de esfuerzos efectivos de la situación en estudio.

Para determinar el valor de  $c_v$ , se emplean las curvas de consolidación del ensayo edométrico obtenidas para cada incremento de carga. Existen diversos métodos para su determinación, los más comunes son:

- Método de Casagrande: se determina el tiempo  $t_{50}$  correspondiente una razón de consolidación del 50 % sobre la curva de consolidación a escala logarítmica de  $t$ . Luego:

$$c_v = \frac{0,197H^2}{t_{50}} \quad (5.46)$$

donde  $H$  es la distancia de drenaje de la probeta.

- Método de Taylor: se determina el tiempo  $t_{90}$  correspondiente a una razón de consolidación del 90 % sobre la curva de consolidación a escala  $\sqrt{t}$  en el eje temporal. Luego:

$$c_v = \frac{0,848H^2}{t_{90}} \quad (5.47)$$

con la misma definición de  $H$ .

Los valores de  $c_v$  para la mayor parte de los suelos varía entre  $10^{-6}$  y  $10^{-9}$  [m<sup>2</sup>/s]. Algunos valores de referencia para suelos finos se indican en la Tab.5.4.

### 5.3.7. Coeficiente de permeabilidad

El coeficiente de consolidación  $c_v$  determinado para un incremento de carga en el ensayo de consolidación, está relacionado con la compresibilidad del suelo a través de:

$$c_v = \frac{k_v E_{ed}}{\gamma_w} \quad (5.48)$$

donde  $E_{ed}$  es el módulo edométrico y  $k_v$  la permeabilidad vertical. Como la deformación es medida durante el ensayo, para ese incremento de carga es posible determinar el valor del módulo edométrico y luego despejar la permeabilidad:

Tabla 5.4: Valores referenciales de  $c_v$  (Magnan, 2000b)

Tipo de suelo	$c_v$ [m <sup>2</sup> /s]
Turba	$10^{-7}$
Arcillas muy plásticas	$10^{-8}$
Arcillas blandas plásticas	$8 \times 10^{-7}$
Arcillas blandas orgánicas	$10^{-7}$
Arcillas poco plásticas	$10^{-7}$
Limos arcillosos	$5 \times 10^{-7}$
Limos	$5 \times 10^{-7}$

$$k_v = \frac{c_v \gamma_w}{E_{ed}} \quad (5.49)$$

Los valores de  $k_v$  determinados en incrementos de carga sucesivos son en general diferentes. Sin embargo, si a cada incremento de carga se le asocia el valor promedio del índice de vacíos, los puntos se alinean en forma aproximada en el plano  $e - \log k_v$  para valores de esfuerzo por sobre la presión de preconsolidación  $\sigma'_p$ . En este rango, es posible ajustar una recta de tipo:

$$e = e_k - C_k \log k_v \quad (5.50)$$

obteniendo luego el valor de la permeabilidad inicial  $k_{v0}$  para el índice de vacíos inicial  $e_0$  empleando la ecuación de la recta ajustada. Los valores de permeabilidad obtenidos siguiendo este procedimiento son del mismo orden de magnitud de los valores entregados en Tab.4.1.

### 5.3.8. Cálculo del tiempo de asentamiento

A partir del ensayo de consolidación se conoce el coeficiente de consolidación  $c_v$  y el asentamiento final  $s_\infty$ . Si agregamos a esto la teoría de consolidación 1D, se tiene una descripción completa de la evolución de los asentamientos en función del tiempo.

Para calcular el asentamiento en un tiempo dado  $t$ , conociendo la distancia de drenaje  $H$  y el valor de  $c_v$ , se obtiene el factor tiempo  $T_v$ . En seguida, el valor de  $U_v(T_v)$  puede ser obtenido de la evaluación de expresión analítica (5.45) o de la Fig.5.9b. Luego, el asentamiento esperado en un instante  $t$  está dado simplemente por:

$$s(t) = U_v(t) s_\infty \quad (5.51)$$

Cuando se desea determinar el tiempo necesario para un determinado asentamiento, se determina en primer lugar el valor de  $U_v$  correspondiente al asentamiento deseado. En seguida, el valor del factor tiempo  $T_v$  se obtiene de (5.45) o de Fig.5.9b. Conocido el valor de  $T_v$  junto con el coeficiente de consolidación  $c_v$  y la distancia de drenaje  $H$ , el cálculo del tiempo  $t$  es inmediato.

### 5.3.9. Otras teorías de consolidación

Existen diversas extensiones a la teoría de consolidación unidimensional de Terzaghi:

- Consolidación 2D ó 3D
- Repartición no uniforme vertical de las sobrepresiones de poros iniciales
- Variación en función del tiempo de las propiedades del suelo
- Permeabilidad anisotrópica del suelo
- Combinación de fenómenos de consolidación y de compresión secundaria

- Combinación de varios estratos de características distintas
- Carga progresiva (no instantánea)
- Cálculos en grandes deformaciones

El desarrollo de modelos numéricos ha permitido eliminar buena parte de las hipótesis de la teoría de Terzaghi, de forma de obtener una evaluación más precisa del comportamiento del suelos finos en función del tiempo. De hecho, existen múltiples ábacos disponibles en la literatura que permiten resolver en forma más precisa ciertas situaciones frecuentes en geotecnia. Sobre todo, ábacos para problemas bidimensionales en deformaciones planas o en simetría de revolución. Abordaremos la modelación numérica del problema consolidación en otros cursos de la especialidad.

## 5.4. Ejercicios

### 5.4.1. Asentamientos

#### 5.4.1.1. Asentamientos bajo un terraplén

Considere un sitio conformado por dos estratos arcillosos 1 y 2 saturados, de 10[m] de espesor cada uno. Las propiedades iniciales y de compresibilidad se indican en la Fig.5.10. Sobre este suelo, se ejecuta un terraplén de 5[m] de altura, de peso  $\gamma = 20[\text{kN}/\text{m}^3]$ , de geometría según se indica en la Fig.5.10. Determine el asentamiento en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  inducidos por el peso del terraplén. Para calcular el incremento de los esfuerzos verticales totales, emplee los factores de influencia propuestos por Osterberg (1957) de acuerdo a los parámetros definidos en la Fig.5.10b:

$$I_z = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{m+n}{m} \arctan(m+n) - \frac{n}{m} \arctan(n) \right] \quad ; \quad m = \frac{a}{z} \quad ; \quad n = \frac{b}{z}$$

$$\Delta\sigma_z = I_z q$$

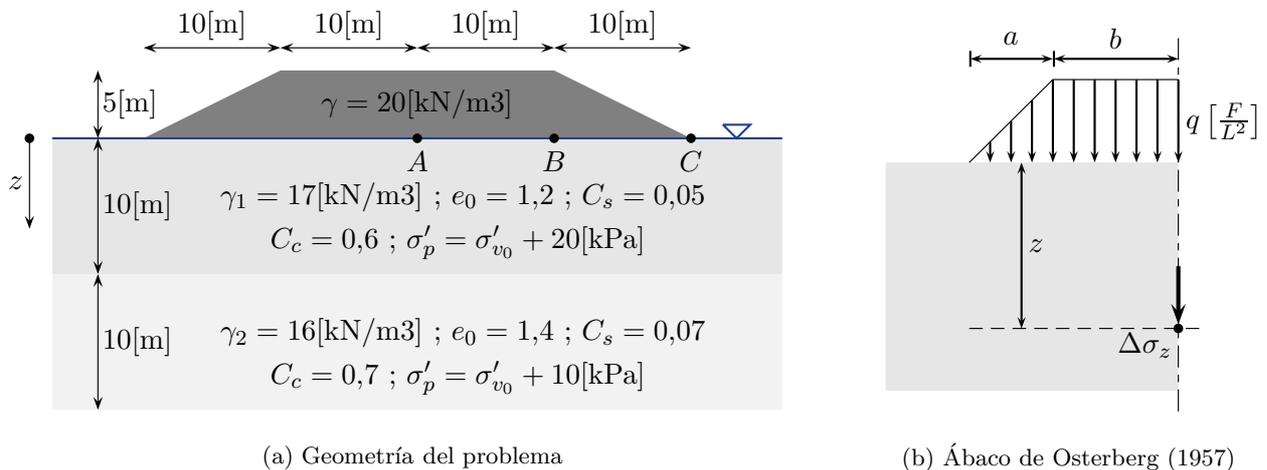


Figura 5.10: Ejercicio 5.4.1.1

Respuesta:

- Incremento de esfuerzos totales.

Para el cálculo de los asentamientos de los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , se requiere discretizar el perfil de suelo en capas homogéneas que permitan calcular el asentamiento mediante la teoría del ensayo edométrico. Consideraremos simplemente las dos capas de propiedades homogéneas definidas en el enunciado, pero un cálculo más preciso podría ser efectuado sub-dividiendo cada estrato en sub-capas de espesor menor.

Luego, el primer paso consiste en determinar el incremento de esfuerzos totales  $\Delta\sigma_z$  al centro de cada una de las capas, es decir a  $z = 5[\text{m}]$  y  $z = 15[\text{m}]$ .

Para el cálculo de  $\Delta\sigma_z$  bajo el punto  $A$ , por simetría basta considerar dos veces el factor de influencia  $I_z$  de una carga trapezoidal. Para el punto  $B$ , podemos considerar el costado izquierdo como una carga trapezoidal y superponer el costado derecho como una carga triangular, es decir  $a = 0$  para el ábaco. Para el cálculo bajo el punto  $C$ , se puede considerar el costado derecho como una carga trapezoidal, menos una carga triangular de ancho  $10[\text{m}]$  gracias al principio de superposición. Los cálculos se resumen en la Tab.5.5.

Tabla 5.5: Cálculo del incremento de esfuerzos totales al centro de las capas, bajo los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$

	$z[\text{m}]$	$a_1[\text{m}]$	$b_1[\text{m}]$	$m_1[-]$	$n_1[-]$	$I_1$	$a_2[\text{m}]$	$b_2[\text{m}]$	$m_2[-]$	$n_2[-]$	$I_2$	$\Delta\sigma_z[\text{kPa}]$
Arcilla 1												
$A$	5	10	10	2	2	0.49	10	10	2	2	0.49	98
$B$	5	10	0	2	0	0.35	10	20	2	4	0.50	85
$C$	5	10	30	2	6	0.5	10	0	2	0	-0.35	15
Arcilla 2												
$A$	15	10	10	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0.40	10	10	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0.40	80
$B$	15	10	0	$\frac{2}{3}$	0	0.18	10	20	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	0.47	65
$C$	15	10	30	$\frac{2}{3}$	2	0.48	10	0	$\frac{2}{3}$	0	-0.18	30

■ Cálculo de asentamientos.

Una vez determinados el incremento de esfuerzo vertical total  $\Delta\sigma_z$ , la deformación de cada una de las capas puede ser estimada mediante la expresión edométrica:

$$s = \frac{H}{1 + e_0} \left( C_s \log \left( \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v_0}} \right) + C_c \log \left( \frac{\sigma'_{v_0} + \Delta\sigma'_z}{\sigma'_p} \right) \right)$$

recordando que como se trata de los asentamientos finales (después de la consolidación), el incremento de esfuerzos totales  $\Delta\sigma_z$  coincide con el efectivo  $\Delta\sigma'_z$ , ya que el incremento de presiones de poros se ha disipado completamente:  $\Delta u_w \approx 0$ . Los cálculos se resumen en la Tab.5.6.

Tabla 5.6: Determinación de la contribución de cada una de las capas al asentamiento final del los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$

	$H[\text{m}]$	$e_0$	$C_s$	$C_c$	$\sigma'_{v_0} [\text{kPa}]$	$\sigma'_p$	$\Delta\sigma_z$	$s_\infty[\text{m}]$
Arcilla 1								
$A$	10	1.2	0.05	0.6	$(17 - 10) \times 5 = 35$	55	98	1.09
$B$	10	1.2	0.05	0.6	35	55	85	0.97
$C$	10	1.2	0.05	0.6	35	55	15	0.04
Arcilla 2								
$A$	10	1.2	0.07	0.7	$7 \times 10 + (16 - 10) \times 5 = 100$	110	80	0.90
$B$	10	1.2	0.07	0.7	100	110	65	0.74
$C$	10	1.2	0.07	0.7	100	110	30	0.32

Finalmente, los asentamientos totales en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  corresponden a la suma de la contribución de ambas capas arcillosas:

$$\begin{aligned} s_\infty^A &= 1,09 + 0,90 = 1,99[\text{m}] \\ s_\infty^B &= 0,97 + 0,74 = 1,71[\text{m}] \\ s_\infty^C &= 0,04 + 0,32 = 0,36[\text{m}] \end{aligned}$$

## 5.4.2. Consolidación

### 5.4.2.1. Asentamientos por consolidación

Considere un estrato de arcilla blanda de 5[m] de espesor, sobre un estrato de grava permeable. El nivel freático coincide con la superficie del terreno, de modo que la arcilla se encuentra completamente saturada. Sobre la superficie del terreno, se aplica una carga uniforme de  $\Delta\sigma_v = 100$ [kPa]. Los valores de los parámetros de compresibilidad  $a_v$ , permeabilidad  $k$  y estado inicial  $e_0$  se indican en la Fig.5.11. Determine la evolución de los asentamientos por consolidación en la superficie debidos a la carga aplicada.

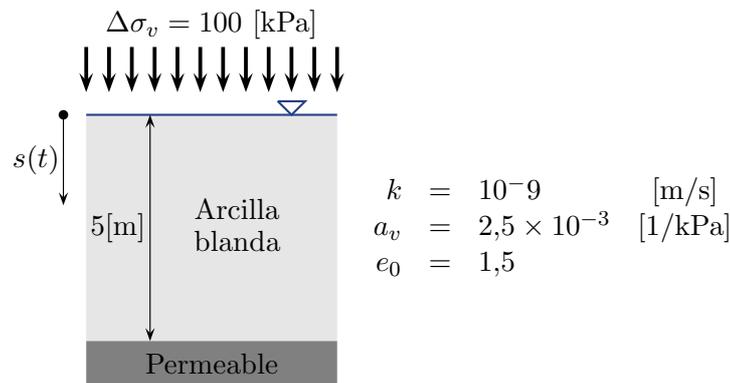


Figura 5.11: Ejercicio 5.4.2.1

Respuesta:

La evolución del asentamiento se puede calcular a partir de:

$$s(t) = U_v(T_v) s_\infty$$

donde  $U_v(T_v)$  es la razón de consolidación,  $T_v$  el factor tiempo dependiente de  $t$  y  $s_\infty$  el asentamiento final del ensayo edométrico.

- Cálculo de  $s_\infty$ .

Del ensayo edométrico se tienen las relaciones:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad y \quad \Delta e = a_v \Delta\sigma'_v$$

A partir de las relaciones anteriores, reemplazando los valores entregados se obtiene:

$$\Delta H = s_\infty = \frac{H_0}{1 + e_0} a_v \Delta\sigma'_v = \frac{5}{1 + 1,5} \cdot 2,5 \times 10^{-3} \cdot 100 = 0,5[\text{m}]$$

- Cálculo de  $U_v$ .

En primer lugar, se determina el valor del coeficiente de consolidación  $c_v$  a partir de las relaciones:

$$c_v = \frac{k E_{ed}}{\gamma_w} \quad y \quad E_{ed} = \frac{1}{m_v} = \frac{1 + e_0}{a_v}$$

Luego:

$$c_v = \frac{k(1 + e_0)}{\gamma_w a_v} = \frac{10^{-9} (1 + 1,5)}{10 \cdot 2,5 \times 10^{-3}} = 10^{-7} [\text{m}^2/\text{s}]$$

En seguida, el factor tiempo  $T_v$  se calcula considerando la distancia de drenaje  $H = \frac{H_0}{2}$  ya que el estrato inferior es permeable, de modo que el drenaje es posible tanto por arriba como por debajo del estrato:

$$T_v = \frac{c_v}{H^2} t = 1,6 \times 10^{-8} t$$

donde el tiempo  $t$  debe estar en segundos. Los valores de  $T_v$ ,  $U_v$  y  $s(t)$  se entregan en la Tab.5.7 para tiempos desde 10 a 800 días desde la aplicación de la carga. La evolución de los asentamientos se ilustra en la Fig.5.12.

Tabla 5.7: Valores de asentamientos en función del tiempo (Ejercicio 5.4.2.1)

$t$ [días]	10	50	100	200	400	800
$T_v$ [-]	0.014	0.07	0.138	0.276	0.553	1.106
$U_v$ [-]	0.14	0.3	0.42	0.59	0.79	0.95
$s(t)$ [m]	0.07	0.15	0.21	0.30	0.40	0.48

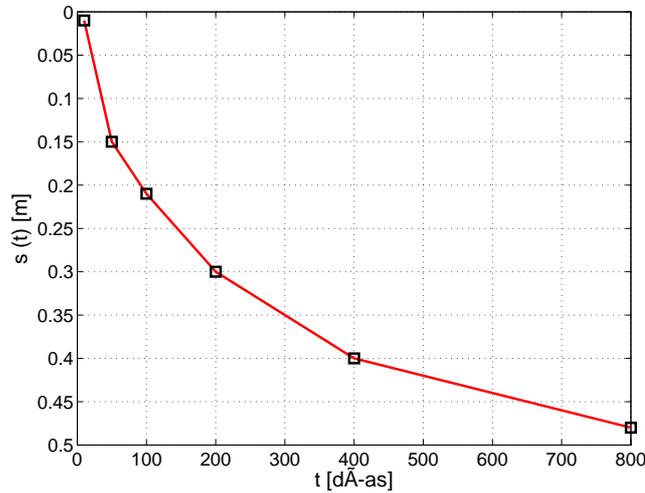


Figura 5.12: Evolución de asentamientos con el tiempo (Ejercicio 5.4.2.1)

### 5.4.2.2. Tiempo de consolidación

Considere un estrato de arcilla de 10[m] de espesor, ubicado entre dos estratos de arena permeable (Fig.5.13). Sobre la capa superficial de arena, se aplica una carga vertical  $\Delta\sigma_v = 50$ [kPa]. El coeficiente de consolidación de la arcilla es de  $c_v = 5 \times 10^{-8}$ [m<sup>2</sup>/s]. Determine el tiempo para obtener el 80% de la consolidación.

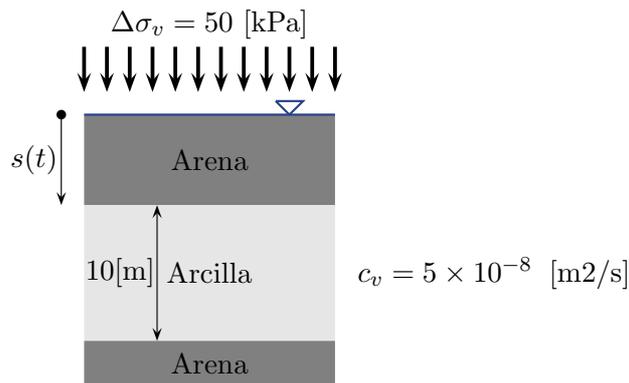


Figura 5.13: Ejercicio 5.4.2.2

Respuesta:

El problema se resume a resolver el factor tiempo  $T_v$  necesario para obtener una razón de consolidación del  $U_v(T_v) = 80\%$ . Directamente de la Fig.5.9b se obtiene:

$$T_v \approx 0,567$$

Empleando la definición de  $T_v$ , considerando que por tratarse de una situación de doble drenaje ( $H = \frac{H_0}{2} = 5$ [m])

y despejando el valor de  $t$  se determina:

$$t = \frac{T_v H^2}{c_v} = \frac{0,567.5^2}{5 \times 10^{-8}} = 2,835 \times 10^8 \text{ [s]} = 3280 \text{ [días]} \approx 9 \text{ [años]}$$

## 5.5. Ejercicios propuestos

1. El cálculo del asentamiento final de una obra sobre un estrato de arcilla normalmente consolidada dio 20[cm]. El mismo cálculo predijo un asentamiento de 8[cm] luego de los tres años de construcción. El cálculo se efectuó considerando tanto drenaje superior como inferior del estrato.
  - a) Si en la práctica el estrato de arcilla sólo pudiera drenar por la parte superior determine el asentamiento total. ¿ Cuánto habría que esperar para obtener un asentamiento total de 8[cm] ?
  - b) Un reconocimiento detallado del terreno confirmó la presencia de una capa de grava por debajo del estrato de arcilla, pero además detectó dos capas finas de arena muy permeable ubicadas al tercio y a los dos tercios del estrato arcilloso. Suponga que ambos estratos son lo suficientemente permeables y continuos a la escala de la obra que se está estudiando como para asegurar un buen drenaje de la arcilla. Determine el asentamiento total y el tiempo que habría que esperar para obtener un asentamiento de 8[cm].
  - c) Durante la construcción de la obra se efectuaron una serie de ensayos edométricos en laboratorio y se encontraron resultados un poco distintos a los valores de diseño originales. Se detectó que el índice de compresión real  $C_c$  es alrededor del 80 % del valor inicial de diseño y que el coeficiente de consolidación  $c_v$  real es aproximadamente el 70 % del valor inicial. Determine el asentamiento total y el tiempo a esperar para obtener un asentamiento de 8[cm] considerando la situación inicial de drenaje (doble drenaje sin estratos de arena intermedios).
2. Un terraplén aplica una carga vertical uniforme de 18[kPa] sobre un suelo arcilloso uniforme de 12[m] de profundidad. Las características de la arcilla son un peso específico de  $\gamma = 16[\text{kN}/\text{m}^3]$ , un índice de vacíos de  $e_0 = 1,8$  y un índice de compresión  $C_c = 0,7$ . La napa de agua coincide con el nivel de la superficie.
  - a) Si la arcilla está normalmente consolidada, calcular el asentamiento total considerando una sub-división en 4 capas de 3[m], 2 capas de 6[m] y 1 sola capa de 12[m]. Comente sus resultados.
  - b) Suponga que en realidad los primeros 1,5[m] de la arcilla están sobre consolidados por efectos de una gran sequía. La tensión de preconsolidación  $\sigma'_p$  en superficie es igual a 18[kPa] y decrece linealmente hasta llegar a ser igual a la tensión vertical efectiva a 1,5[m] de profundidad. Determine la variación del asentamiento que resulta de incorporar esta preconsolidación superficial al cálculo. Haga los supuestos necesarios.
3. Una capa de arcilla normalmente consolidada se encuentra entre dos capas de arena. La capa de arena superficial es de 4[m] de espesor, de peso específico saturado  $\gamma = 20[\text{kN}/\text{m}^3]$  y peso específico seco  $\gamma_d = 19[\text{kN}/\text{m}^3]$ . El nivel de la napa freática está 1[m] por debajo del nivel de superficie del terreno (o de la arena). La capa de arcilla es de 10[m] de espesor, peso específico saturado  $\gamma = 16[\text{kN}/\text{m}^3]$ , índice de vacíos inicial  $e_0 = 1,8$  e índice de compresión  $C_c = 0,6$ .
  - a) Se instala un sistema de bombeo que reduce en 2[m] el nivel de la napa freática, quedando a 3[m] de profundidad con respecto a la superficie. Trazar en función de la profundidad, los perfiles de esfuerzos totales, efectivos y de presión de poros, antes y después de la instalación del sistema de bombeo. Determine el asentamiento final de la arcilla debido a la variación del nivel freático.

- b) Una vez que el asentamiento de la arcilla se ha completado se aplica en superficie una carga uniforme e infinita de  $100[\text{kPa}]$ . Determine el asentamiento total de la capa arcillosa debido a dicha carga.

# Capítulo 6

## Resistencia al corte

### Índice

---

<b>6.1. Introducción</b> . . . . .	<b>94</b>
<b>6.2. Definición de ruptura en suelos</b> . . . . .	<b>94</b>
<b>6.3. Comportamiento drenado y no drenado de un suelo</b> . . . . .	<b>95</b>
6.3.1. Comportamiento drenado . . . . .	95
6.3.2. Comportamiento no drenado . . . . .	96
6.3.3. Factores que influyen en la resistencia al corte . . . . .	96
<b>6.4. Ensayos para determinar la resistencia al corte en suelos</b> . . . . .	<b>96</b>
6.4.1. Ensayo Triaxial . . . . .	97
6.4.2. Ensayo de Corte Directo . . . . .	99
<b>6.5. Resistencia al corte en suelos granulares</b> . . . . .	<b>101</b>
6.5.1. Curva de esfuerzo-deformación . . . . .	101
6.5.2. Curva intrínseca . . . . .	101
6.5.3. Ángulo de fricción interno . . . . .	102
6.5.4. Comportamiento volumétrico . . . . .	103
<b>6.6. Resistencia al corte de suelos cohesivos</b> . . . . .	<b>105</b>
6.6.1. Características drenadas . . . . .	106
6.6.2. Características no drenadas . . . . .	109
<b>6.7. Resumen</b> . . . . .	<b>111</b>
<b>6.8. Ejercicios propuestos</b> . . . . .	<b>113</b>

---

## 6.1. Introducción

En términos simples, la resistencia al corte en suelos es el esfuerzo de corte máximo que el material puede soportar justo antes de fallar. La falla o ruptura puede ser catastrófica si se produce en forma frágil, o bien se puede producir en forma dúctil por acumulación de grandes deformaciones plásticas. En general, las fallas en suelos están asociadas a la acumulación de grandes deformaciones plásticas sin una pérdida completa de la resistencia.

Como la descripción del comportamiento de los suelos desde el estado inicial a la ruptura es muy compleja, en mecánica de suelos se ha optado por definir modos de ruptura simplificados a partir de las observaciones experimentales y en terreno. En efecto, existen dos modos de ruptura principales:

1. La ruptura por deslizamiento sobre una superficie
2. La ruptura por plastificación del suelo

La representación de la resistencia al corte de los suelos en función de un esfuerzo tangencial  $\tau$  y un esfuerzo normal  $\sigma_n$  corresponde al primer modo de ruptura. Veremos que el ensayo de corte directo (§6.4.2) pone de manifiesto experimentalmente este mecanismo de ruptura. El análisis de la ruptura por plastificación del suelo es mucho más difícil de analizar. Si no existen superficies de falla preexistentes, la ruptura en suelos comienza por una plastificación en una región limitada del material que se extiende progresivamente formando ya sea una zona de plastificación importante, o bien una superficie de falla.

En este capítulo abordaremos el estudio de la resistencia al corte al suelo comenzando por la definición de ruptura. Continuaremos definiendo los comportamientos drenados y no drenados en suelos, fundamentales para la comprensión de la resistencia al corte. Veremos en seguida los ensayos que permiten definir ambos comportamientos en laboratorio. Finalmente, discutiremos con algún grado de detalle el comportamiento al corte de suelos granulares y cohesivos.

## 6.2. Definición de ruptura en suelos

Existen dos grandes dificultades en la definición de ruptura en suelos. Por un lado, la definición de la cinemática que define la ruptura. Por otro lado, la identificación del momento en el que se produce la ruptura durante algunos de los ensayos empleados para medir la *resistencia al corte* del suelo.

En la práctica, la definición de ruptura durante un ensayo de corte se efectúa sobre la base de las mediciones de las deformaciones de la probeta. Se traza una curva que caracteriza la deformación, en función de la sollicitación. Consideremos el ensayo de corte ideal esquematizado en la Fig. La forma general de las curvas obtenidas se representa en la Fig.6.1b para un mismo suelo. Al interior de la muestra de suelo, la presión de poros  $u_w$  se asume constante. En ambos casos *I* y *II*, el esfuerzo normal aplicado  $\sigma'_n$  es idéntico y constante. Sin embargo, la compacidad inicial de cada muestra es distinta. La curva *I* corresponde a un estado inicial denso, mientras que la respuesta *II* a un estado inicial suelto ( $e^I < e^{II}$ ).

Existen dos formas generales de las curvas. La curva *I* de la Fig.6.1b presenta un máximo. Admitiremos que el corte máximo  $\tau_{max}$  corresponde a la ruptura del material. El material continúa deformándose para valores mayores que  $\gamma^I$ , pero con una reducción o estabilización del esfuerzo de corte. La curva *II* sobre la Fig.6.1b presenta características asintóticas. En este caso, se establecerá en forma algo arbitraria un valor máximo de deformación  $\gamma^{II}$  (del orden del 10 al 20 % usualmente) y el correspondiente esfuerzo  $\tau_{lim}$ , a partir del cual las deformaciones son inaceptables desde el punto de vista del destino del suelo (asentamientos, deformaciones laterales, etc.).

La forma de las curvas de corte no son específicas a un modo de ruptura. En efecto, la aparición de un *peak* y la reducción del esfuerzo máximo pueden ocurrir por la aparición de superficies de deslizamiento o por plastificación masiva del suelo. Sin embargo, la forma de la curva es un buen indicio del estado del suelo. En general, las arenas densas o las arcillas intactas presentan este tipo de curva *peak*. Por el contrario, arenas sueltas y arcillas reconstituidas en laboratorio presentan usualmente un comportamiento de tipo asintótico.

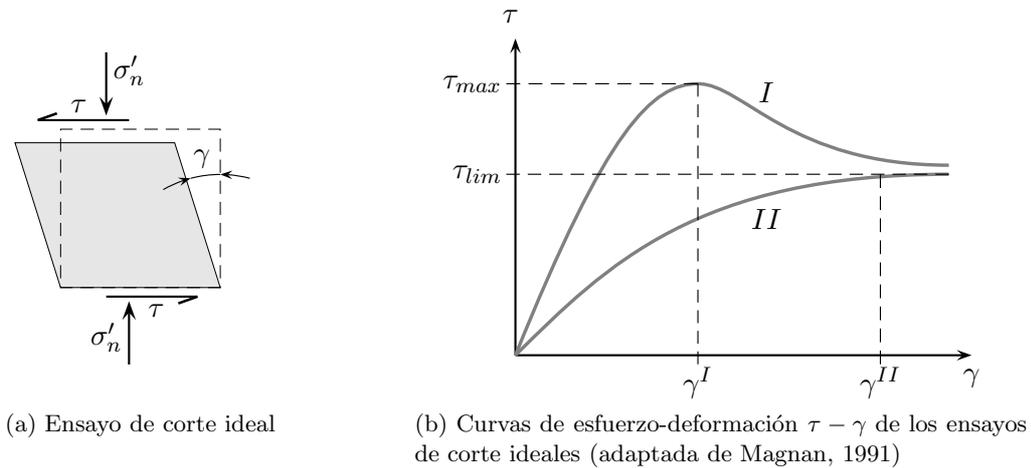


Figura 6.1: Ensayos de corte ideales sobre un mismo suelo a compacidades iniciales distintas ( $e^I < e^{II}$ ) y esfuerzo normal constante ( $\sigma_n^I = \sigma_n^{II} = \text{cte.}$ )

### 6.3. Comportamiento drenado y no drenado de un suelo

La resistencia al corte de los suelos depende de la naturaleza y estado del suelo, pero también de la intensidad y de la forma en la que se aplican las cargas. En el caso de suelos saturados, la resistencia al corte obedece sólo al esqueleto sólido del suelo ya que el agua no ofrece resistencia al corte. En efecto, depende solamente de los esfuerzos efectivos a nivel de los contactos entre las partículas del suelo. Por lo tanto, depende de las condiciones en que se apliquen las cargas ya que dichas condiciones definen la forma en que las cargas se reparten entre la fase sólida y la fase líquida del material. Como vimos en §3.3.3, los esfuerzos efectivos sobre una cara orientada por la normal  $\underline{n}$  se escriben:

$$\sigma_n = \sigma'_n + u_w \tag{6.1}$$

donde  $\sigma_n$  son los esfuerzos totales,  $\sigma'_n$  los esfuerzos efectivos y  $u_w$  la presión de poros. En relación a la forma que evolucionarán los esfuerzos efectivos durante la carga, existen dos tipos de comportamiento: *comportamiento drenado* (§6.3.1) y *comportamiento no drenado* (§6.3.2).

#### 6.3.1. Comportamiento drenado

Se habla de comportamiento drenado del suelo si se verifica una de las condiciones siguientes durante la carga:

- La aplicación de la carga es lo suficientemente lenta desde el punto de vista de la permeabilidad del suelo y de la longitud de la distancia de drenaje (§5.3.5), de forma que no se produce un incremento importante de la presión de poros (sobrepresión) al interior del suelo.
- La duración de la aplicación de la carga ha sido suficientemente larga para disipar toda sobrepresión inducida al momento en el que se desea estudiar o medir el comportamiento del suelo.

La sobrepresión de poros corresponde al incremento de la presión intersticial por sobre el valor inicial (hidroestática o flujo permanente) inducida por la aplicación de la carga. Si el material está en estado seco, el comportamiento siempre es drenado.

Si la sobrepresión es despreciable, el incremento de esfuerzos es transmitido en su totalidad al esqueleto sólido y corresponde a un aumento de los esfuerzos efectivos. Dichos esfuerzos efectivos inducirán una variación de volumen, que puede ser más o menos importante dependiendo de las características del suelo y de la amplitud de las cargas. Cuando el volumen se reduce, los granos que conforman el esqueleto sólido se acercan entre ellos y un volumen de agua equivalente a la reducción del volumen es expulsado durante la carga. En consecuencia, las características de un suelo asociadas

a un comportamiento drenado representan fundamentalmente el comportamiento del esqueleto sólido del material.

### 6.3.2. Comportamiento no drenado

Al contrario del caso drenado, en este caso la carga debe ser rápida con respecto a la permeabilidad del suelo y a la distancia de drenaje. En dichas condiciones, se produce un incremento de la presión de poros que no se alcanza a disipar durante el intervalo de tiempo considerado. En laboratorio, esta condición se materializa impidiendo el flujo del agua hacia el exterior de la muestra de suelo durante la ejecución del ensayo. Así, el volumen de la muestra es constante si el suelo está saturado.

Si no existe drenaje ni variación de volumen, las cargas aplicadas se transmiten casi íntegramente a la fase líquida del material, sin variación importante de los esfuerzos granulares a nivel de los contactos entre las partículas sólidas del material. Por lo tanto, las características de un suelo asociadas a un comportamiento no drenado representan el comportamiento conjunto de la fase líquida y sólida, y tienen sentido siempre y cuando las proporciones de ambas fases sea constante, es decir, en ausencia de drenaje.

### 6.3.3. Factores que influyen en la resistencia al corte

Existe una cierta correspondencia entre el comportamiento del suelo y su origen. En efecto, existen dos grandes categorías desde el punto de vista de la resistencia al corte: suelos granulares *friccionales* y suelos finos *cohesivos*.

En el caso de suelos granulares de alta permeabilidad como gravas y arenas gruesas, independientemente de las condiciones de aplicación de la carga el comportamiento es drenado.

En el caso de suelos de baja permeabilidad como arenas finas, limos o arcillas, se puede observar comportamiento drenado o no drenado, dependiendo de las condiciones de aplicación de la carga. Si la aplicación de la carga es lo suficientemente rápida, el comportamiento será fundamentalmente no drenado. Mientras que si las condiciones de carga son lo suficientemente lentas, el comportamiento será más bien drenado.

Por otro lado, fuera de la velocidad de aplicación de la carga y de las condiciones de drenaje, existen otros factores que afectan la resistencia al corte. Por ejemplo, en el caso de suelos finos, la resistencia al corte suele aumentar con la velocidad de deformación ya sea en condición de drenada o no drenada. Para todos los suelos, la alteración de la estructura por reconstitución de la muestra modifica la resistencia al corte con respecto a su resistencia en estado natural. Por otro lado, casi todos los suelos son anisotrópicos, por lo que distintos ensayos entregan en general valores distintos de resistencia al corte.

También es posible definir distintas resistencias del suelo dependiendo del estado de deformación en el que se encuentre:

- La resistencia en el peak de la curva esfuerzo-deformación corresponde al estado inicial del suelo y ocurre a deformaciones relativamente pequeñas (del orden de %).
- La resistencia estabilizada post-peak se denomina *resistencia al estado crítico* y es igual a la que se obtiene generalmente en el caso de suelos reconstituidos, cuando la curva tiene forma asintótica.
- La resistencia que se alcanza luego de desplazamientos importantes por sobre superficies de ruptura se denomina *resistencia residual*.

## 6.4. Ensayos para determinar la resistencia al corte en suelos

Las características de la resistencia al corte en suelos son determinadas en laboratorio sobre probetas inalteradas o reconstituidas (arenas, gravas, etc.). Las condiciones de aplicación de la carga tienen

por objetivo reproducir el carácter drenado o no drenado del comportamiento que se desea estudiar. En la práctica, hay dos factores a controlar:

- La posibilidad de drenaje
- La velocidad de aplicación de la carga

Existen diversos tipos de ensayos en laboratorio e *in-situ* para determinar las propiedades de resistencia al corte en suelos. En este curso, sólo estudiaremos dos de ellos:

1. Ensayo triaxial
2. Ensayo de corte directo

### 6.4.1. Ensayo Triaxial

#### 6.4.1.1. Equipo

El equipo para efectuar un ensayo triaxial consta de una cámara de vidrio o plástico duro transparente, un sistema de carga (prensa) y de varios dispositivos para controlar la presión. La probeta de suelo es de forma cilíndrica y se instala una piedra porosa en su parte inferior. La muestra de suelo, junto con la piedra, se recubre de una membrana impermeable. Por sobre la probeta, se instala una pieza metálica (con o sin piedra porosa), sobre la cual se apoyará el pistón que aplicará la carga (Fig.6.2).

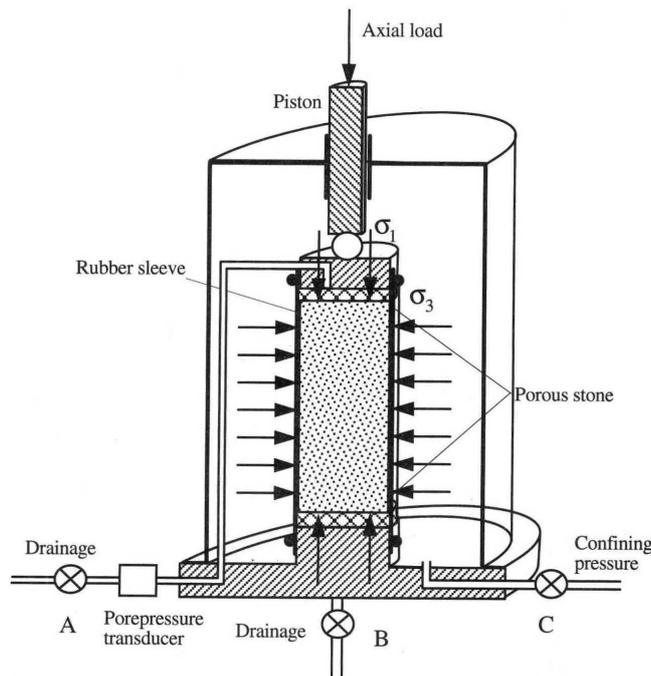


Figura 6.2: Representación esquemática ensayo triaxial (Bardet, 1997)

El ensayo consiste en la aplicación de una deformación vertical a velocidad constante sobre la probeta a presión de confinamiento controlada. Entonces, la muestra de suelo está sometida a:

- Una presión horizontal  $\sigma_3$  aplicada por medio de un fluido (agua en general).
- Una fuerza vertical  $V$  aplicada por medio de un pistón que actúa sobre la cara superior de la probeta.

Pueden existir distintas configuraciones en relación al tránsito de agua desde y hacia la muestra del suelo:

- Se puede asegurar la transferencia de agua midiendo al mismo tiempo los volúmenes de tránsito.
- Se puede medir a volumen constante la presión intersticial al interior de la probeta (captoreadores de presión).
- Se puede bloquear completamente el tránsito de agua.

Durante el ensayo se controla la presión de cámara  $\sigma_3$ , que se suele mantener constante. Por otro lado, se registra la fuerza vertical  $V$  transmitida por el pistón, el desplazamiento vertical  $\delta h$  impuesto (puede llegar hasta el 20% de la altura de la muestra), las variaciones de volumen de la muestra por medio del agua expulsada (caso drenado), o la presión intersticial al interior de la muestra  $u_w$  si el ensayo es no drenado. La medición correcta de la presión de poros requiere una saturación completa, para ello se suele imponer una contra-presión que corresponde a la aplicación simultánea de una presión de poros y de un esfuerzo total isotrópico que se mantiene constante durante el ensayo.

Se emplean cámaras de distinto tamaño dependiendo de la naturaleza del suelo a ensayar y de las características de la carga. Los probetas típicas tienen un diámetro de 3,75 a 10[cm], por un alto que suele ser el doble del diámetro. Se requieren diámetros más grandes para suelos de partículas de mayor tamaño para satisfacer condiciones de homogeneidad. A veces se emplean dispositivos especiales para disminuir las fricciones parásitas en los extremos de la probeta de forma de garantizar que las presiones aplicadas correspondan a esfuerzos principales.

#### 6.4.1.2. Tipos de ensayo

Cada ensayo triaxial consta de dos etapas:

1. Una primera etapa de consolidación donde el estado de esfuerzos sobre la muestra se ajusta a las condiciones iniciales deseadas.
2. Una segunda etapa de corte propiamente tal, donde se incrementa progresivamente el esfuerzo desviador  $\sigma_1 - \sigma_3$  hasta conseguir la ruptura.

Existen diversas modalidades dependiendo si cada una de las etapas anteriores se realiza bajo condición drenada o no drenada:

- Ensayo *no consolidado no drenado* (UU): ambas etapas se efectúan a drenaje bloqueado.
- Ensayo *consolidado no drenado* (CU): en la etapa de consolidación se permite el drenaje de forma que los esfuerzos efectivos sean iguales a los esfuerzos totales aplicados ( $\Delta u_w = 0$ ). Durante la etapa de corte, se cierra el drenaje y se mide la presión intersticial  $u_w$ .
- Ensayo *consolidado drenado* (CD): la primera etapa es idéntica a la del CU. Durante la segunda etapa, se permite el drenaje y se incrementa la carga lentamente de forma que  $\Delta u_w \approx 0$  durante toda la carga.

La etapa de consolidación puede efectuarse en forma isotrópica  $\sigma_1 = \sigma_3$  ó anisotrópica  $\sigma_1 \neq \sigma_3$ . La etapa de carga puede aplicarse incrementando el esfuerzo axial (compresión) o disminuyendo la tensión horizontal (extensión).

Dependiendo de la permeabilidad del suelo, la etapa de consolidación puede ser rápida (minutos) en el caso de suelos granulares, o mucho más lentos (meses) en el caso de suelos finos de baja permeabilidad.

#### 6.4.1.3. Resultados

En forma clásica, los resultados del ensayo triaxial se representan en el plano de Mohr ya sea en esfuerzos totales o efectivos. Dependiendo del caso, se emplea el valor peak de la curva esfuerzo-deformación, o bien los valores asintóticos (§6.2).

La interpretación del ensayo requiere el cálculo de los esfuerzos verticales, horizontales y la presión de poros en el caso no drenado. El esfuerzo horizontal  $\sigma_3$  corresponde a la presión de la cámara, corregida de forma de considerar el incremento debido a la deformación de la membrana cuando la muestra aumenta de diámetro. El esfuerzo vertical  $\sigma_1$  se deduce a partir de la fuerza  $V$  ejercida por el pistón y el diámetro promedio de la probeta, que dependerá también de la deformación horizontal durante el ensayo.

Para representar el estado de esfuerzos, se admite que las tensiones  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  corresponden a esfuerzos principales (§3.2.1), luego:

$$\sigma_I = \sigma_1 \quad \text{y} \quad \sigma_{II} = \sigma_{III} = \sigma_3 \tag{6.2}$$

En consecuencia, el estado de tensiones queda completamente descrito por  $(\sigma_1, \sigma_3)$ . Si el ensayo se ejecuta reiteradamente, para distintos valores de  $\sigma_3$ , se obtiene la familia de círculos de Mohr de la Fig.6.3.

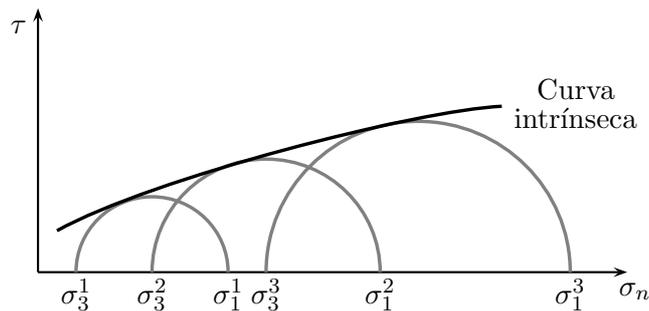


Figura 6.3: Curva intrínseca del suelo. Representación de Mohr

Como cada círculo corresponde a un estado tensional en la ruptura, se define como *criterio de ruptura* o de *plasticidad* a la envolvente de los círculos de Mohr. Esta curva se conoce también como *curva intrínseca* del suelo. Como vimos en §3.2.2, el punto de tangencia de  $(\sigma_n, \tau)$  entre la curva intrínseca y el círculo de Mohr respectivo define la orientación del plano de ruptura al interior de la probeta.

### 6.4.2. Ensayo de Corte Directo

La característica principal de los ensayos de corte directo es que la superficie de ruptura o falla está predefinida por el ensaye. Durante muchos años, los ensayos de corte directo eran los únicos técnicamente factibles en mecánica de suelos. Sólo durante los años 30, los procedimientos de ensayos triaxiales comenzaron a masificarse volviendo progresivamente obsoletos los ensayos de corte directo restringiendo su uso a los casos donde no es posible ejecutar un ensayo triaxial. Una de las mayores críticas radica en la falta de homogeneidad del campo de esfuerzos en el suelo durante el ensayo. El ensayo es útil para obtener la resistencia al corte del suelo, pero no entrega la curva de esfuerzo-deformación.

#### 6.4.2.1. Equipo

El aparato empleado se conoce como *caja de corte* o *caja de Casagrande*. Está constituida por dos partes independientes metálicas: una fija y otra móvil que se desliza para transmitir la carga de corte. La probeta suele ser cuadrada, pero existen versiones cilíndricas. Las dimensiones varían dependiendo de las características del material a ensayar. En los casos saturados, se emplean piedras porosas similarmente a los ensayos triaxiales.

Sobre la probeta se aplica una fuerza vertical  $N$  y luego se impone el esfuerzo de corte. En general, se realiza imponiendo el desplazamiento relativo entre las dos partes, midiendo la fuerza horizontal  $T$  requerida para conseguir dicho desplazamiento. Sin embargo, existen aparatos que permiten imponer directamente una fuerza horizontal a una velocidad dada.

Durante el ensayo se mide:

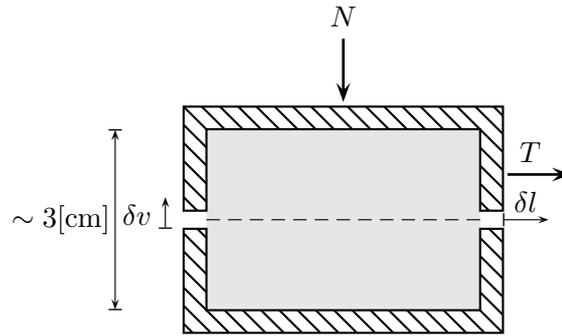


Figura 6.4: Representación esquemática del ensayo de corte directo

- La fuerza normal  $N$ .
- La fuerza horizontal de corte  $T$
- El desplazamiento horizontal relativo  $\delta l$  (del orden de los centímetros).
- El desplazamiento vertical de la parte móvil  $\delta v$ .

#### 6.4.2.2. Tipos de ensayo

Se pueden efectuar ensayos lentos o rápidos relativos a la permeabilidad del suelo. Por lo tanto, se puede teóricamente reproducir situaciones drenada y no drenadas en el suelo. En la práctica, es muy difícil controlar el intercambio de agua entre el interior y exterior de la caja de corte, por lo que el ensayo en condiciones no drenadas se ejecuta sólo excepcionalmente.

Si bien el gran defecto del ensayo de corte directo radica en la falta de homogeneidad del esfuerzo aplicado, el ensayo tiene el mérito de ser mucho más simple que un ensayo triaxial y de poder ser adaptado fácilmente a distintos tamaños de partículas constituyentes. En condiciones drenadas, se emplean piedras porosas y se deja la muestra consolidar bajo el efecto de la carga vertical  $N$ . El ensayo se ejecuta imponiendo una velocidad de corte lo suficientemente lenta como para evitar la aparición de sobrepresiones de poros significativas. Sin embargo, como no se pueden instalar captadores de presión al interior de la probeta, no se puede controlar si esta última condición se satisface correctamente. En la práctica, el ensayo se efectúa fundamentalmente sobre suelos granulares, en condiciones drenadas, a velocidad rápida o lenta dependiendo de la permeabilidad del material.

#### 6.4.2.3. Resultados

Similarmente al ensayo triaxial, el objetivo es definir la curva intrínseca del suelo. En este caso, como se conoce directamente la superficie de ruptura, es posible representar en el plano de Mohr directamente las componentes  $(\sigma_n, \tau)$  de los esfuerzos sobre la cara horizontal.

Los esfuerzos se asumen uniformes, las componentes normales  $\sigma_n$  y de corte  $\tau$  se obtienen directamente de:

$$\sigma_n = \frac{N}{A} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{T}{A} \quad (6.3)$$

donde  $A$  es el área transversal horizontal de la probeta. El valor de esta área en general no se corrige, pero si se desea hacerlo se debe incluir el efecto del roce entre el suelo y las paredes de la caja metálica.

Si el ensayo se repite varias veces para distintos valores de  $N$  (ó  $\sigma_n$ ), se puede definir la curva intrínseca del suelo.

## 6.5. Resistencia al corte en suelos granulares

El caso de mayor interés para suelos granulares corresponde a la respuesta en condiciones drenadas. Por lo tanto, los ensayos se deben efectuar en condiciones de drenaje libre, a una velocidad lo suficientemente lenta en relación a la permeabilidad del suelo. Bajo esas condiciones, la sobrepresiones se mantienen en valores despreciables y los esfuerzos efectivos y totales se confunden.

### 6.5.1. Curva de esfuerzo-deformación

Las curvas esfuerzo deformación tienen una de las formas generales representadas en la Fig.6.1b. Si la curva proviene de un ensayo triaxial, las ordenadas corresponden al esfuerzo desviador  $\sigma_1 - \sigma_3$ . En el caso de un ensayo de corte directo, las ordenadas son el esfuerzo de corte  $\tau$  obtenido dividiendo la fuerza horizontal total  $T$  por el área de la muestra  $A$ . En ambos casos, el eje de las abscisas corresponde a la deformación  $\varepsilon$  registrada.

En el caso de suelos *compactos* o *densos*, es decir, con un índice de vacíos bajo, la curva pasa por un máximo y luego decrece hasta llegar a un valor aproximadamente constante (curva *I* sobre Fig.6.1b). El valor de dicho máximo  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$  ó  $\tau_{max}$  permite definir la resistencia al corte del suelo. Dicho valor se puede interpretar como el esfuerzo necesario para desencajar los granos que están cerca del plano de corte.

En el caso de suelo *poco compactos* o *suelos* (índice de vacíos grande), el esfuerzo de corte crece hasta alcanzar un valor asintótico  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{lim}$  ó  $\tau_{lim}$  (curva *II* en la Fig.6.1b). En este caso, la ruptura se define para un cierto valor de deformación  $\varepsilon_{max}$  que suele ser inferior al 20 %.

### 6.5.2. Curva intrínseca

Tal como se indicó en §6.4.1.3, la repetición del ensayo para distintos valores de confinamiento ( $N$  ó  $\sigma_3$ ), permite definir la curva de resistencia al corte intrínseca del suelo.

En el plano de Mohr, la curva intrínseca corresponde al conjunto de puntos tangentes a los círculos para cada valor de confinamiento. Dicha curva, se aproxima a una recta que pasa por el origen ya sea para suelos granulares sueltos, como para suelos granulares densos (Fig.6.5a). Bajo dicha hipótesis, la relación entre el esfuerzo de corte  $\tau$  y el esfuerzo normal  $\sigma_n$  se escribe simplemente como:

$$\tau = \sigma_n \tan \phi \quad (6.4)$$

donde  $\phi$  es el *ángulo de fricción interna* del suelo, o bien  $\tan \phi$  la fricción interna del suelo.

Si una arena está ligeramente húmeda o con algo de cementación, la curva intrínseca no pasa por el origen (Fig.6.5b). La ordenada de intercepto con el eje  $\sigma_n = 0$  se denomina *cohesión* y se denota por  $c$ . Luego, la ecuación se escribe:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi \quad (6.5)$$

La cohesión  $c$  es independiente de  $\sigma_n$  y tiene su origen en los vínculos mecánicos que pueden existir entre los granos fruto de la cementación, o bien puede estar asociada a los meniscos de agua existentes a nivel de los contactos entre los granos. En este último caso, la cohesión desaparece a medida que el contenido de humedad del suelo aumenta.

Una representación alternativa de la curva intrínseca se puede efectuar en el plano de Cambridge  $p - q$  (Fig.6.5c) en el caso no cohesivo. En dicho plano,  $p$  corresponde al esfuerzo promedio y  $q$  al esfuerzo desviador:

$$p = \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + 2\sigma_3) \quad \text{y} \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (6.6)$$

Luego, la expresión de la curva intrínseca en el plano de Cambridge es:

$$\frac{q}{p} = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad (6.7)$$

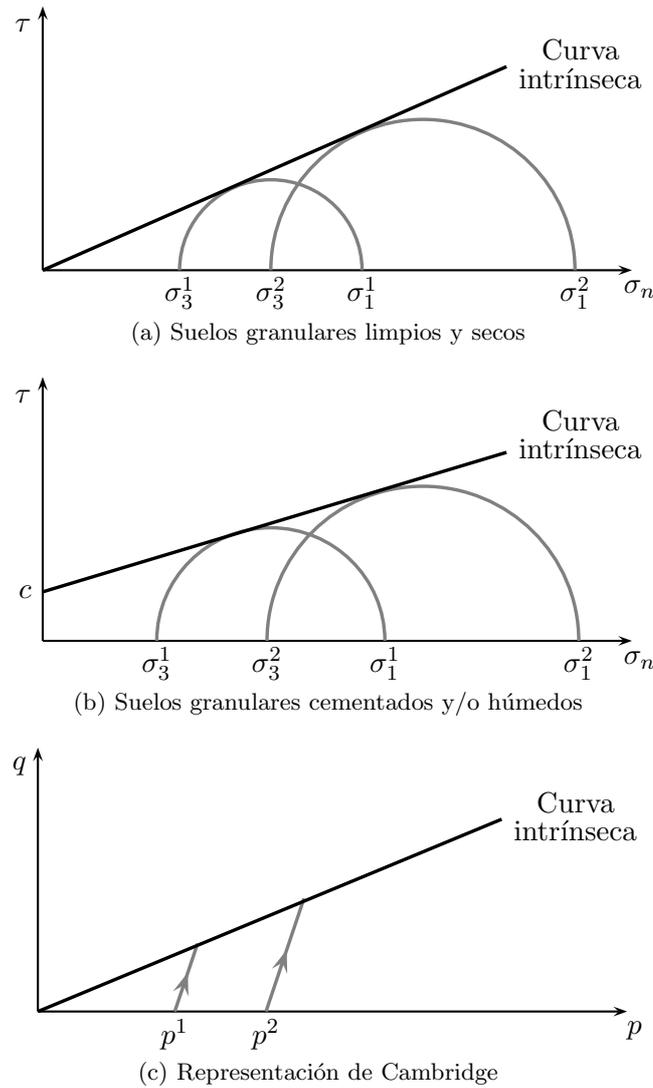


Figura 6.5: Curva intrínseca en suelos granulares

La trayectoria de las tensiones de dos ensayos triaxiales drenados, a partir de dos estados iniciales isotrópicos  $p^1 = \sigma_1^1 = \sigma_3^1$  y  $p^2 = \sigma_1^2 = \sigma_3^2$ , se indican también en la Fig.6.5c.

### 6.5.3. Ángulo de fricción interno

La compacidad de un suelo tiene una fuerte influencia sobre el ángulo de fricción interno  $\phi$ . Por ejemplo, existen relaciones empíricas entre  $\phi$  y el índice de vacíos  $e$  de tipo:

$$\tan \phi = \frac{\alpha}{e} \quad (6.8)$$

donde  $\alpha$  es un constante que varía entre 0,325 y 0,6 dependiendo del suelo. En la práctica, el ángulo de fricción interna  $\phi$  varía aproximadamente entre  $29^\circ$  y  $48^\circ$ .

Para un grado de compacidad fijo, el ángulo  $\phi$  crece si el diámetro promedio de las partículas aumenta. La fricción interna también depende de la forma de los granos, en general suelos conformados por partículas más angulosas poseen ángulos de fricción más altos que suelos de partículas más redondeadas. Lo mismo ocurre con la rugosidad de las partículas constituyentes, entonces suelos compuestos de partículas más rugosas tienen asociado valores de  $\phi$  mayores. Además,  $\phi$  tiende a aumentar en suelos bien graduados. Sin embargo, para una compacidad fija, el ángulo  $\phi$  es prácticamente independiente del contenido humedad a partir de un cierto valor. Algunos valores de referencia se indican en la Tab.6.1.

Tabla 6.1: Valores referenciales de  $\phi$  (Magnan, 1991)

Dimensiones de los granos	Compacidad	Granos redondeados gran. uniforme	Granos angulosos bien graduados
Arena media	suelta	28° a 32°	32° a 40°
	media	32° a 34°	36° a 40°
	densa	35° a 38°	44° a 46°
Mezclas arena-grava: 65 % grava y 35 % arena	suelta		39°
	media	37°	41°
	suelta	34°	
Roca fragmentada por explosivos		40° a 55°	

#### 6.5.4. Comportamiento volumétrico

Las características de contractancia y dilatancia de los suelos son uno de los aspectos fundamentales que los distingue de los otros materiales empleados en ingeniería. En efecto, como buena parte del volumen ocupado por el material está lleno de vacíos (agua y aire), es razonable esperar que cualquier perturbación mecánica de alguna forma altere la disposición de los granos al interior de los volumen. Esta modificación de la disposición de los granos inducirá un incremento o reducción de volumen dependiendo de la disposición de los granos.

##### 6.5.4.1. Ilustración de los fenómenos de dilatancia y contractancia

Una forma de ilustrar la dilatancia y contractancia en suelos es mediante el experimento representado esquemáticamente en la Fig.6.6. Supongamos un conjunto de discos rígidos representativos de la fase sólida de un suelo. La disposición de la izquierda corresponde a una distribución suelta, donde el espacio de vacíos entre los “granos” es máxima. Al aplicar un esfuerzo de corte, los discos de la fila superior tenderán a deslizarse uno sobre otro ubicándose en los espacios disponibles entre los discos de la fila inferior. Con dicho movimiento, el volumen total ocupado por los discos tenderá a disminuir. La trayectoria de un punto sobre el disco tendrá una componente  $\Delta x$  y  $\Delta y$  de signo positivo. Por el contrario, si la disposición inicial es la más densa posible (a la derecha), los discos tenderán a montar por sobre la fila inferior aumentando el volumen total empleado por el material. En este último caso, la componentes horizontal  $\Delta x$  de un punto será positiva, mientras que la vertical  $\Delta y$  será negativa (hacia arriba). En consecuencia, el material se dilata debido al esfuerzo de corte impuesto. Luego, es posible concluir que la naturaleza del comportamiento volumétrico en condiciones drenadas depende fundamentalmente de la disposición inicial del material que conforma la fase sólida del suelo.

##### 6.5.4.2. Ensayo de corte directo sobre un mismo suelo a densidades iniciales distintas e idéntico esfuerzo normal

Cuando se efectúa un ensayo drenado sobre un suelo granular, la deformación no ocurre en general a volumen constante. La variación de volumen expresada a través del índice de vacíos  $e$  durante un ensayo de corte se ilustra en la Fig.6.7. Ambas curvas corresponden a un mismo valor de esfuerzo normal  $\sigma_n$ :

$$\sigma_n = \frac{N}{A} = \text{cte.} \quad (6.9)$$

pero una de ellas corresponde a un suelo granular denso ( $I$ ) y la otra a el estado suelto ( $II$ ), por lo tanto:  $e_0^I < e_0^{II}$ . En la Fig.6.7, el eje de las abscisas  $e$  corresponde a la deformación horizontal  $\delta_l$  medida durante la ejecución del ensayo de corte directo.

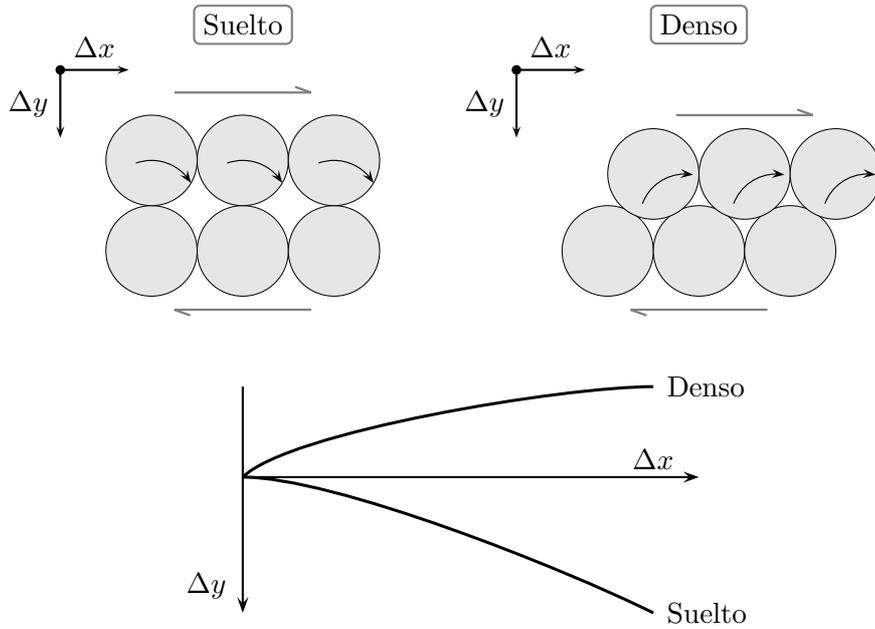


Figura 6.6: Ilustración del fenómeno de contractancia y dilatancia a partir de granos en forma de discos (adaptada de Muir Wood, 2004)

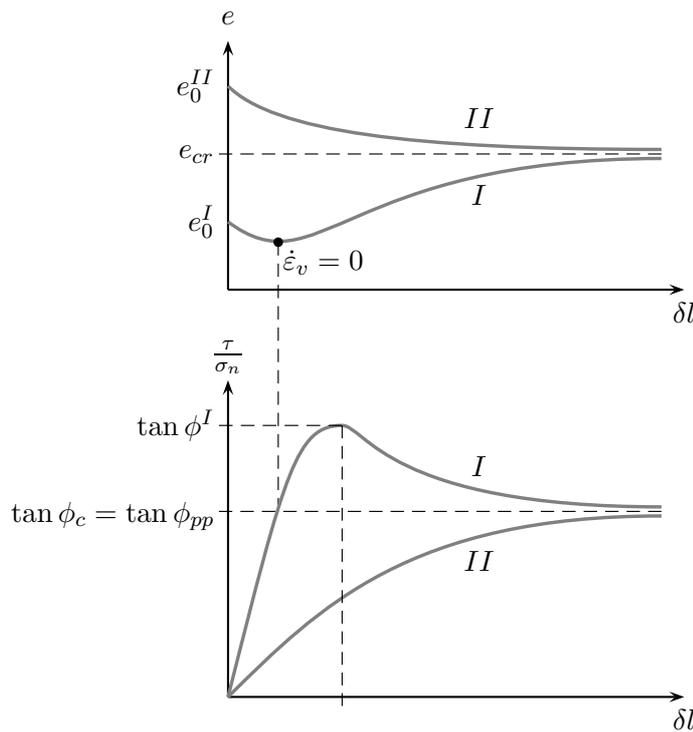


Figura 6.7: Variación de volumen en ensayos de corte directo sobre un mismo suelo granular en estado inicial denso *I* y suelto *II*, para un mismo valor de esfuerzo normal  $\sigma_n$  constante durante el ensayo

Se puede deducir que en el caso de suelos sueltos, el corte se acompaña de una disminución de volumen (*contracción*), mientras que en el caso de suelos densos se comienza por una contracción para continuar con un incremento del volumen (*dilatación*). Para valores de deformación relativamente grandes, la compacidad tiende aproximadamente al mismo valor en ambos casos. Este valor común final del índice de vacíos  $e_{cr}$  se conoce como índice de vacíos *crítico* para el estado de esfuerzos

considerados, y resulta independiente del valor inicial  $e_0$ . Si el índice de vacíos inicial  $e_0^I$  está por debajo de  $e_{cr}$ , el suelo comenzará mostrando una fase de contracción para luego dilatarse. Por lo tanto, el incremento de las deformaciones volumétricas  $\dot{\epsilon}_v$  comienza siendo positivo, se anula instantáneamente y termina siendo negativo de acuerdo a la convención de mecánica de suelos. El estado instantáneo durante el cual el incremento de la deformación volumétrica es nula  $\dot{\epsilon}_v = 0$  se conoce como *estado característico*. En este punto, la deformación se produce instantáneamente a volumen constante. Los resultados experimentales muestran que la razón de esfuerzos  $\frac{\tau}{\sigma_n}$  en el estado característico y crítico coinciden aproximadamente. En el estado característico, esta razón de esfuerzos permite definir un *ángulo característico*  $\phi_c$  que coincide con el ángulo crítico  $\phi_{pp}$  en este caso.

### 6.5.4.3. Ensayo de corte directo sobre un mismo suelo denso para dos niveles de esfuerzo normal

Si el ensayo de corte directo se repite para un mismo suelo denso a esfuerzos normales distintos  $\sigma_n^A$  y  $\sigma_n^B$  ( $\sigma_n^B > \sigma_n^A$ ), los puntos correspondientes al estado característico se alinean sobre una recta en el plano de Mohr. Dicha recta se conoce como curva de *estado característico* del suelo granular denso (Fig.6.8) y es de pendiente  $\tan \phi_c$ . Como se trata del mismo suelo, a la misma compacidad inicial, los valores peak de la curva esfuerzo deformación se alinean sobre la curva intrínseca de pendiente  $\tan \phi$  sobre el plano de Mohr. La curva característica es de vital importancia para ciertos fenómenos en dinámica de suelos. En la figura se muestra también la evolución de las deformaciones volumétricas  $\epsilon_v$ , donde se identifica el comportamiento inicial contractante ( $\dot{\epsilon}_v > 0$ ) y luego dilatante ( $\dot{\epsilon}_v < 0$ ). El eje de las abscisas en las curvas de la derecha corresponde a la deformación horizontal  $\delta l$  medida durante los ensayos de corte directo.

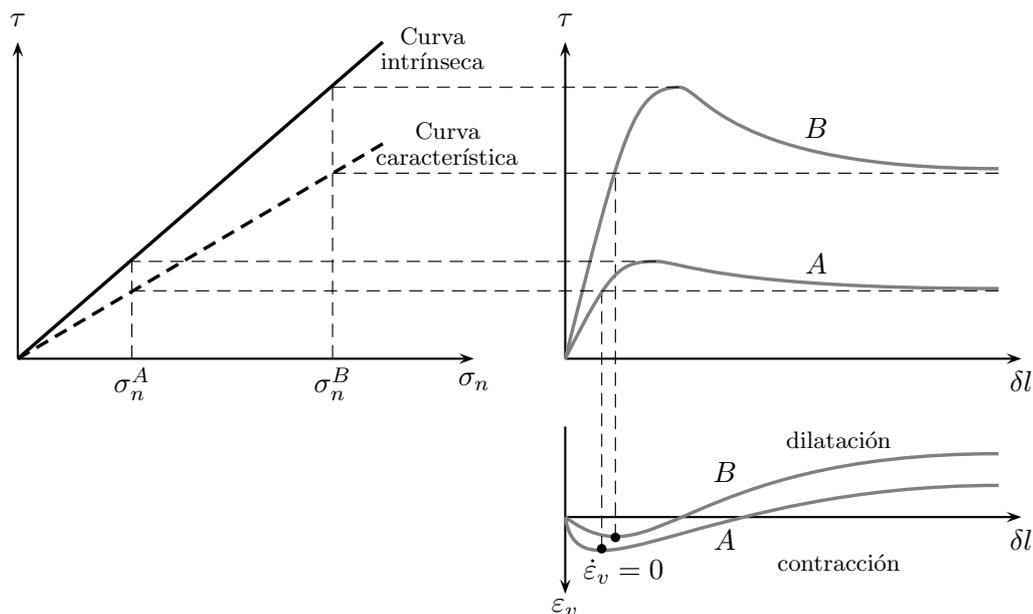


Figura 6.8: Ensayos de corte directo sobre un suelo granular denso sometido a esfuerzos normales distintos: curva intrínseca y curva característica

## 6.6. Resistencia al corte de suelos cohesivos

En la sección anterior se presentó el comportamiento drenado de suelos granulares. Sólo se examinó la respuesta drenada ya que en condiciones usuales de carga, la permeabilidad de suelos granulares es lo suficientemente alta como para que sea ese el comportamiento que domine. Sin embargo, si la

carga es muy rápida como por ejemplo en el caso sísmico, la repuesta de suelos granulares puede ser de tipo no drenada. El estudio de la respuesta dinámica de suelos granulares está fuera de los objetivos de este curso, por lo que no será tratado en detalle. En el caso de suelos cohesivos, las permeabilidades suelen ser lo suficientemente bajas como para encontrar comportamiento drenado y no drenado en condiciones normales de carga. El objetivo de la presente sección es describir ambos tipos de comportamientos en suelos finos.

Las características drenadas de suelos cohesivos se determinan mediante ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU) con registro de presión de poros, o bien por medio de ensayos triaxiales consolidados drenados (CD). Eventualmente, también posible usar ensayos de corte directo a baja velocidad de carga. La determinación de las propiedades no drenadas se determinan en laboratorio mediante ensayos triaxiales consolidados no drenados. Sin embargo, existe una serie de técnicas para obtener las propiedades drenadas y no drenadas en terreno mediante ensayos *in-situ*, que no serán tratados en el presente documento.

### 6.6.1. Características drenadas

Como se mencionó previamente, las características drenadas se obtienen en laboratorio mediante ensayo triaxiales CD o CU con medición de presión intersticial. En forma alternativa, se pueden efectuar ensayos de corte directo a baja velocidad de carga.

#### 6.6.1.1. Ensayo triaxial consolidado drenado (CD)

La ejecución del ensayo CD se efectúa en las siguientes etapas:

- Con el drenaje abierto, se consolida la muestra bajo los efectos de la presión de cámara  $\sigma_1 = \sigma_3$  si es isotrópico, o bajo  $\sigma_1 \neq \sigma_3$  si es anisotrópico.
- Se aplica un desviador de esfuerzos  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  a baja velocidad. En general, el ensayo se efectúa a deformación impuesta aplicando una velocidad de deformación constante. La presión de cámara  $\sigma_3$  permanece fija durante la etapa de corte.

La velocidad de aplicación de la deformación vertical es del orden de 0,5 a 2[ $\mu\text{m}/\text{min}$ ] en arcillas, de forma que un sólo ensayo puede durar varias semanas. En el caso de arenas, la velocidad de aplicación de deformación suele ser del orden de 5[ $\text{mm}/\text{min}$ ], por lo tanto alrededor de mil veces más rápida.

Las curvas esfuerzo deformación  $q - \varepsilon$  tienen la misma forma de la Fig.6.1b y pueden o no presentar un peak dependiendo de la compacidad y de la estructura del suelo. La resistencia al corte se determina tal como se indicó en §6.2.

El ensayo se suele repetir varias veces, empleando presiones de cámara  $\sigma_3$  distintas adecuadas a las condiciones naturales del suelo que se desea estudiar. Como en el caso de suelos granulares, la curva intrínseca se obtiene como la envolvente de los círculos de Mohr en esfuerzos efectivos. Si el ensayo es ejecutado lo suficientemente lento, los esfuerzos efectivos y totales se confunden. Se acepta que la curva intrínseca puede ser razonablemente aproximada por una recta de ecuación (Fig.6.9a):

$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi' \quad (6.10)$$

o de forma equivalente en función de los esfuerzos aplicados efectivos:

$$\sigma'_1 = 2c' \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + \sigma'_3 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) \quad (6.11)$$

donde  $c'$  se conoce como *cohesión efectiva* o drenada y  $\phi'$  como el *ángulo de fricción efectivo* o interno. En ciertas condiciones, la hipótesis de envolvente lineal no se ajusta adecuadamente a los resultados experimentales y se divide el eje de los esfuerzos normales efectivos en dos zonas. Una parte inicial no-lineal a bajo esfuerzo que corresponde a suelos de estado inicial preconsolidado. Un segundo tramo lineal a esfuerzos más altos, donde el suelo está normalmente consolidado al comienzo de la aplicación

del corte. Dependiendo del cálculo efectuado, se puede linealizar el primer tramo de la envolvente. Los suelos preconsolidados tienen en general una cohesión un poco más grande pero un ángulo de fricción menor al de un suelo normalmente consolidado. En efecto, la cohesión en suelos normalmente consolidados suele ser muy baja y se puede despreciar.

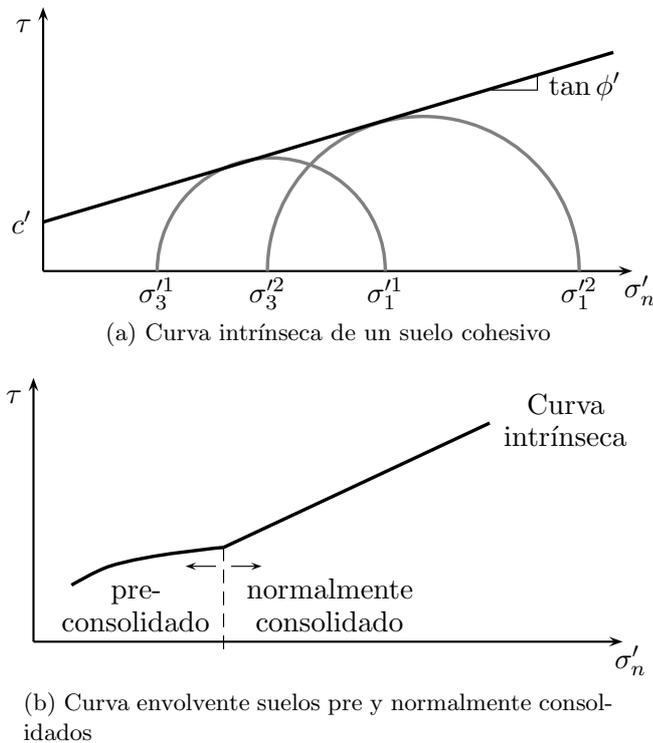


Figura 6.9: Resistencia al corte de suelos cohesivos

Si se emplea la notación de Cambridge  $p' - q$  en esfuerzos efectivos, la envolvente se escribe en el caso cohesivo como:

$$q = \frac{6(c' \cos \phi' + p' \sin \phi')}{3 - \sin \phi'} \tag{6.12}$$

### 6.6.1.2. Ensayo triaxial consolidado no drenado (CU)

Una forma alternativa de determinar las características drenadas del material es efectuando un ensayo triaxial no drenado (CU), registrando la evolución de las presiones intersticiales  $u_w$ . La ejecución del ensayo CU se efectúa en las etapas siguientes:

- La fase de consolidación a una presión de cámara  $\sigma_3$  se realiza permitiendo el drenaje. En general, la consolidación es isotrópica  $\sigma_1 = \sigma_3$ .
- Se impide el drenaje y se impone un esfuerzo desviador  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ , registrando en forma continua la presión de poros  $u_w$  durante el ensayo. Como el drenaje está bloqueado, el volumen de la muestra es constante durante la aplicación del corte ( $\varepsilon_v = 0$ ).

La velocidad de aplicación de la carga puede ser un poco mayor a la del ensayo CD, pero queda controlada por la necesidad de mantener una presión  $u_w$  lo más uniforme posible al interior de la muestra. En efecto, la presión de poros se mide experimentalmente en uno de los extremos de la probeta por lo que interesa que sea efectivamente representativa del estado interno de las presiones. Para garantizar dicha condición, las velocidades de aplicación de deformación suelen ser de 2 a 20  $[\mu\text{m}/\text{min}]$ , de forma que la duración típica de un ensayo completo es del orden de las dos semanas.

Las curvas esfuerzo deformación obtenida tienen las formas típicas de la Fig.6.1b y la resistencia a la ruptura se calcula análogamente a lo descrito en §6.2.

Como se miden simultáneamente los esfuerzos aplicados (totales) y las presiones de poros  $u_w$ , se pueden trazar los círculos de Mohr en esfuerzos efectivos. Los círculos efectivos y totales tienen el mismo diámetro, pero están trasladados en el valor de la presión intersticial  $u_w$  registrada en la ruptura (Fig.6.10). Si el ensayo se repite al menos dos veces, es posible determinar la curva intrínseca a partir de los círculos efectivos. Similarmente a lo que ocurre en el caso del ensayo CD, la curva intrínseca es aproximadamente lineal para estados iniciales normalmente consolidados (valores grandes de  $\sigma'_n$ ). Sin embargo, se suele linealizar para todo el rango de interés de forma de ajustar una recta (Eq.6.10).

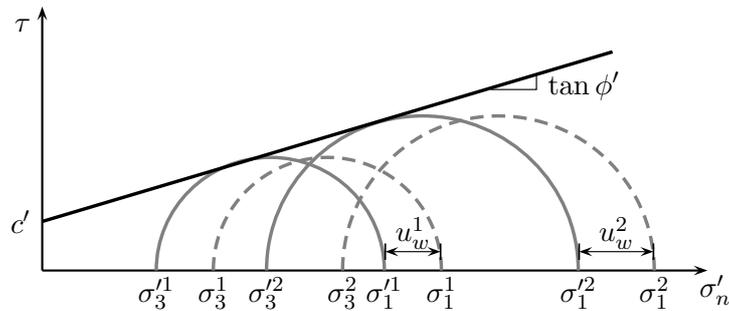


Figura 6.10: Resistencia al corte de suelos cohesivos mediante ensayos CU

Experimentalmente, los errores cometidos en la determinación de  $c'$  y  $\phi'$  en ensayos CD o CU son del mismo orden. Por lo tanto, en la práctica se suelen preferir los ensayos CU por rapidez de ejecución.

Empleando la representación de Cambridge, cada ensayo CU puede ser trazado en términos de su trayectoria en esfuerzos efectivos  $p' - q$ . La Fig.6.11 muestra las trayectorias de una arcilla normalmente consolidada durante un ensayo CU (línea continua) y la respuesta correspondiente a un triaxial CD (línea segmentada). En el caso drenado, las presiones efectivas y totales son idénticas ( $p = p'$ ). La trayectoria durante el CD corresponde a una recta de pendiente 1 a 3. La trayectoria en esfuerzos efectivos se obtiene descontando el valor de la presión intersticial  $u_w$  a esta recta. En el plano  $p' - q$ , la ruptura se alcanza sobre una recta de pendiente  $M$ . Esta recta corresponde a la proyección de la *curva de estado crítico* sobre el plano  $p' - q$ . El estudio detallado de la noción de estado crítico corresponde a un tópico avanzado de mecánica de suelos que no será abordado en este curso. La figura también muestra la evolución de la presión de poros  $u_w$ ; el valor final en la ruptura se denota por  $u_w^f$ . La interpretación de la trayectoria del ensayo CU cuando se trata de suelos cohesivos preconsolidados es un poco más delicada y requiere la separación del comportamiento en un dominio preconsolidado y otro normalmente consolidado, además de la definición de ciertos conceptos. Por tratarse de un curso introductorio, omitiremos el análisis detallado de dicho caso.

El comportamiento de suelos cohesivos normalmente consolidados es cualitativamente idéntico al presentado en la Fig.6.11 para cualquier otro valor de la presión de consolidación  $p'_0$ , mientras se mantenga aproximadamente por debajo de 1[Mpa]. En otras palabras, el valor de  $M$  o el ángulo de fricción interna son razonablemente constantes. Para presiones de consolidación más elevadas, aparecen efectos sobre el valor de la pendiente de la recta de estado crítico o variaciones sobre la fricción interna del suelo (en general disminución). Sin embargo,  $p'_0 < 1$ [MPa] cubre la mayor parte de las aplicaciones prácticas en geotecnia.

### 6.6.1.3. Ensayo de corte directo

Si la resistencia al corte en condiciones drenadas se determina mediante un ensayo de corte directo (drenado), las curvas de esfuerzo-deformación son análogas a las representadas en la Fig.6.1b. Los criterios de ruptura definidos en §6.2 son igualmente válidos. Repitiendo el ensayo para distintos valores de carga axial  $N$  se pueden construir múltiples círculos de Mohr y ajustar una recta envolvente (Eq.6.10). En general, los valores de cohesión efectiva  $c'$  y del ángulo de fricción interna  $\phi'$  determinados mediante corte directo no son demasiado diferentes a los obtenidos mediante el ensayo triaxial.

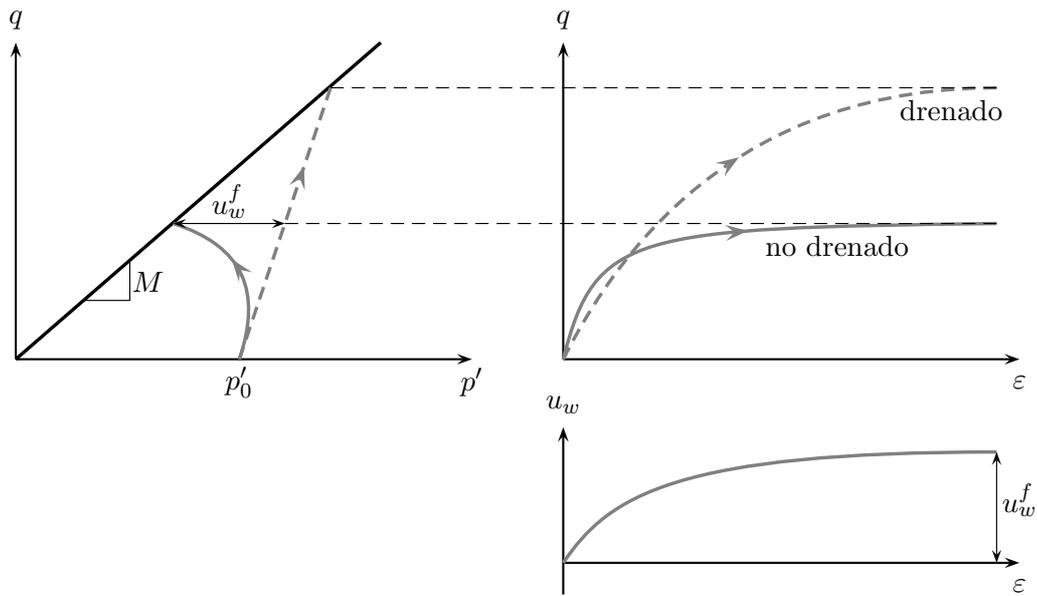


Figura 6.11: Trayectoria de esfuerzos durante un ensayo triaxial CU: arcillas normalmente consolidadas (adaptada de Biarez and Hicher, 1994)

### 6.6.2. Características no drenadas

Las características no drenadas de un suelo corresponden a su estado inicial, antes de aplicar corte o a “corto plazo”. Dichas características se pueden determinar en laboratorio mediante ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU), sin poner atención a la evolución de la presión de poros, o bien mediante ensayos triaxiales no consolidados y no drenados (UU) o de compresión simple.

#### 6.6.2.1. Ensayo triaxial no consolidado no drenado (UU)

La ejecución del ensayo se efectúa a drenaje cerrado. La presión de cámara  $\sigma_3$  y el esfuerzo desviador  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  se aplican de forma rápida. Si el ensayo se ejecuta a deformación controlada, se aplica una deformación del orden de los 0,25 a 0,5[mm/min], de forma que la duración total del ensayo es del orden de una hora.

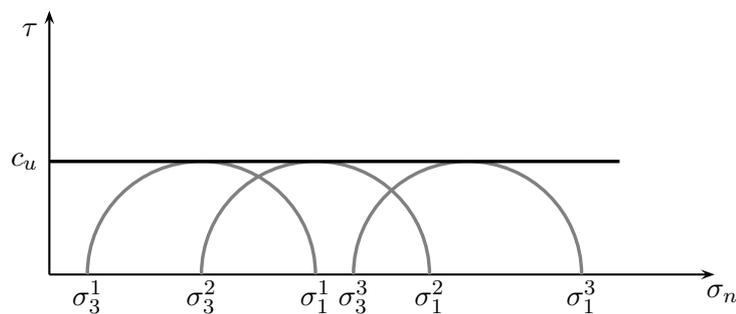


Figura 6.12: Envoltente de corte de suelos cohesivos mediante ensayos UU

Una vez que se instala la muestra en el equipo, se impone una presión de cámara  $\sigma_3$  con el drenaje bloqueado. Como el volumen es constante y el estado de carga es isotrópico, no hay transferencia de carga de la fase líquida al esqueleto sólido y la presión de poros se iguala a la de cámara  $u_w = \sigma_3$ . Durante la aplicación de la carga, como se mantiene el volumen constante se producirá un incremento de presión de poros  $\Delta u_w$  y una variación de los esfuerzos efectivos. Sin embargo, estos esfuerzos

efectivos serán completamente independientes de la presión de cámara  $\sigma_3$ . Como la ruptura depende de los esfuerzos efectivos y no de los totales, si se repite el ensayo para distintos valores de  $\sigma_3$  se obtendrá siempre el mismo círculo de Mohr en esfuerzos totales (Fig.6.12). Valores distintos de  $\sigma_3$  impondrán una traslación horizontal, pero el diámetro del círculo será siempre el mismo. De esta forma, la envolvente corresponde a una recta horizontal de ecuación:

$$\tau = c_u \quad \text{ó} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = 2c_u \quad (6.13)$$

donde  $c_u$  se denomina *cohesión no drenada* del suelo.

Si bien este resultado se obtiene a partir de un estado de esfuerzos triaxial, se considera válido para todo tipo de sollicitación. Por lo tanto, se asume que el criterio de ruptura para un suelo fino cohesivo es de tipo  $\tau = c_u$ . Si bien esta hipótesis resulta más o menos correcta en la práctica,  $c_u$  no es un parámetro intrínseco del suelo y varía con el tipo de sollicitación. En efecto, la cohesión no drenada de un suelo depende de la compacidad, tal como la resistencia al corte de un suelo granular. Sin embargo, la compacidad misma depende del esfuerzo máximo histórico que haya sufrido el suelo, es decir, de la presión de preconsolidación  $\sigma'_p$  del suelo. Luego, la cohesión  $c_u$  también dependerá de  $\sigma'_p$ .

### 6.6.2.2. Ensayo triaxial consolidado no drenado (CU)

A diferencia del ensayo descrito en la sección anterior, en un ensayo triaxial consolidado no drenado (CU) se permite el drenaje antes de la aplicación de la carga, de forma de permitir la consolidación de la muestra bajo la presión de cámara  $\sigma_3$ . Por lo tanto, el ensayo permite obtener la variación de  $c_u$  con respecto de  $\sigma_3$ .

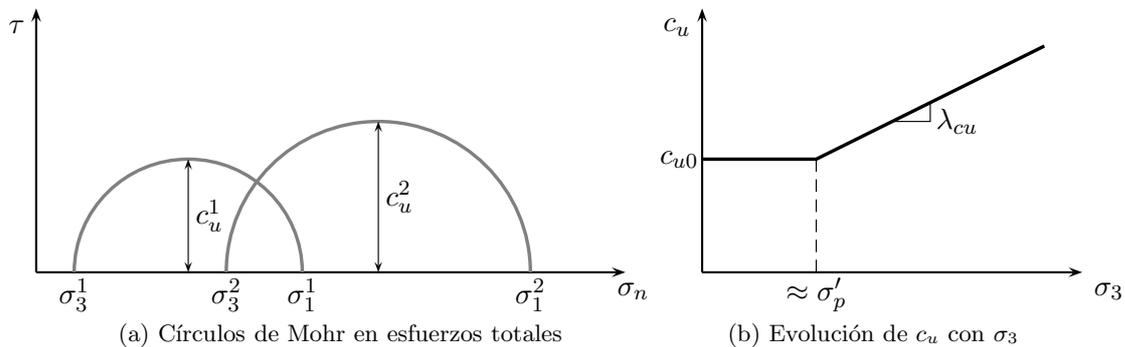


Figura 6.13: Cohesión no drenada: ensayo triaxial CU

Si el ensayo se repite para diversos confinamientos, el diámetro de los círculos de Mohr en esfuerzos totales dependerán de la presión de cámara  $\sigma_3$  (Fig.6.13a). Debido a ello, se suele representar los resultados en términos de la cohesión no drenada como función de  $\sigma_3$  (Fig.6.13b). Los resultados experimentales han mostrado que  $c_u$  aumenta de forma prácticamente lineal con  $\sigma'_3 = \sigma_3$  a partir de un cierto valor cercano a la presión de preconsolidación  $\sigma'_p$  (§5.2.1.3):

$$c_u = c_{u0} + \lambda_{cu} (\sigma'_3 - \sigma'_p) \quad \text{si} \quad \sigma'_3 > \sigma'_p \quad (6.14)$$

Para valores de presión de cámara por debajo de la presión de preconsolidación  $\sigma'_p$ , el valor de la cohesión no drenada es prácticamente constante. Si los resultados de los ensayos CU son tratados en forma estándar, ajustando una envolvente de falla lineal en el plano de Mohr en esfuerzos totales, se pueden deducir los valores  $c_{CU}$  y  $\phi_{CU}$ . Estos dos valores pueden ser empleados para estudiar problemas de estabildades en situaciones no drenadas. Como vimos en §6.6.1.2, el ensayo CU se emplea fundamentalmente para determinar las características drenadas o a “largo plazo” en lugar de ejecutar un triaxial CD que toma demasiado tiempo.

### 6.6.2.3. Ensayo de compresión no confinada

El ensayo de compresión no confinada consiste en aplicar una presión creciente vertical sobre una probeta cilíndrica de suelo fino (Fig.6.14a) sin ningún tipo de confinamiento lateral ( $\sigma_3 = 0$ ). El diámetro del cilindro va de 1.4" a 2.8", por una altura de 1.5 a 3 veces el diámetro. Si la probeta está saturada, el ensayo se considera rápido o no drenado. Como lo muestra el círculo de Mohr de la Fig.6.14b, la resistencia  $R_c$  a la compresión no confinada corresponde a:

$$R_c = 2 c_u \tag{6.15}$$

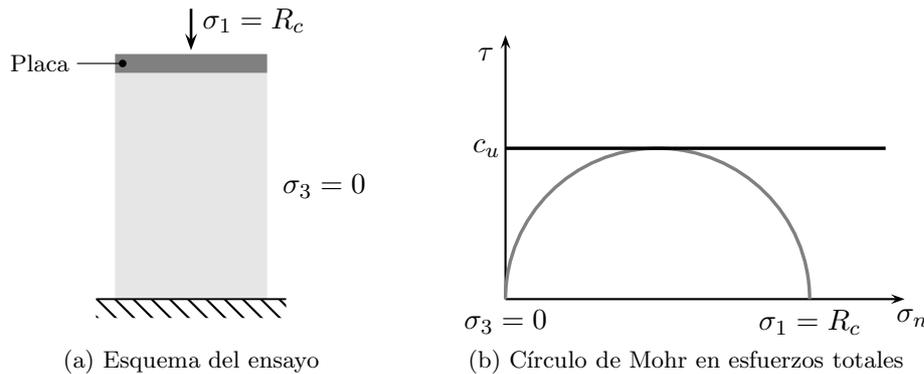


Figura 6.14: Ensayo de compresión no confinada

El objetivo es efectuar el ensayo con el suelo en el estado más húmedo posible, idealmente saturado. Sin embargo, en la práctica  $R_c$  es inferior a  $2c_u$  ya que el suelo expuesto al aire nunca está completamente saturado.

## 6.7. Resumen

Para el cálculo de la estabilidad de obras geotécnicas, las resistencia al corte se representa por:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi \tag{6.16}$$

donde  $\tau$  es la resistencia al corte,  $c$  es la cohesión,  $\sigma_n$  el esfuerzo normal sobre un plano orientado por la normal  $\underline{n}$  y  $\phi$  el ángulo de fricción interna. Esta expresión representa la envolvente de los círculos de Mohr y se acepta que es una recta.

Si la ruptura se presenta a través de una plastificación a lo largo de una región del suelo, sin formación de una superficie de ruptura, se emplea una formulación en esfuerzos principales:

$$\sigma_1 = 2 c \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + \sigma_3 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \tag{6.17}$$

donde  $\sigma_1$  es el esfuerzo principal mayor y  $\sigma_3$  el menor. Otras expresiones equivalentes existen, por ejemplo en función de  $p$  y  $q$ . Todas ellas emplean las variables básicas  $c$  y  $\phi$ .

Si bien existen situaciones donde la envolvente de los círculos de Mohr en la ruptura no es perfectamente recta, se acepta linealizar dicha envolvente en la gama de esfuerzos usuales en obras geotécnicas. Las expresiones anteriores pueden ser escritas en tensiones efectivas o totales, dependiendo de la situación.

En la mayor parte de los casos se acepta que el suelo es isotrópico y que basta con conocer los valores de  $c$  y  $\phi$  para caracterizar su resistencia. La determinación y empleo en cada caso, se resume en la Tab.6.2.

En la práctica se emplea preferentemente el ensayo triaxial, ya que permite controlar completamente las condiciones de drenaje y no impone un plano preestablecido de ruptura. En el caso de suelos

Tabla 6.2: Selección de características de resistencia al corte (Magnan, 1991)

Tipo de suelo	Tipo de comportamiento	Tipo de ensayo	Parámetros	Expresión
Cohesivo saturado	No drenado	UU, CU	$c_u, \lambda_{CU}$	$\tau = c_u$ $\Delta c_u = \lambda_{CU} \Delta \sigma'_3$
Cohesivo	Drenado	CD, CU+ $u_w$	$c', \phi'$	$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi'$
Granular	Drenado	CD	$c', \phi'$	$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi'$

granulares, así como en el caso drenado en suelos cohesivos, se suele emplear también el ensayo de corte directo.

La forma de representar la resistencia al corte del suelo en parte fundamental del diseño geotécnico y se distinguen tres grandes casos:

1. En el caso de suelos granulares, la resistencia al corte se analiza en esfuerzos efectivos. Debido a la alta permeabilidad de este tipo de suelos, las sobrepresiones son disipadas de forma casi instantáneas ( $\Delta u_w \approx 0$ ) de modo que las condiciones son siempre drenadas. Luego, la resistencia al corte se escribe:

$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi' \quad (6.18)$$

donde  $c'$  es la cohesión efectiva,  $\phi'$  es el ángulo de fricción interna efectivo y  $\sigma'_n$  es el esfuerzo normal efectivo. En la mayor parte de los casos, la contribución de la cohesión a la resistencia al corte es despreciable en suelos granulares. Para ciertos tipos de análisis, la determinación de la recta característica contribuye a la comprensión del comportamiento del suelo. En el caso ciertas arenas bajo cargas sísmicas, la permeabilidad no es lo suficientemente alta como para lograr disipar la sobre presión de poros respecto de la velocidad de aplicación de la carga. En dichas situaciones, el estudio del comportamiento del suelo se debe efectuar bajo condiciones no drenadas.

2. En el caso de suelos cohesivos, se distinguen las situaciones no drenadas o a corto plazo de las drenadas o a largo plazo. En ambos casos, la resistencia al corte está definida por el estado de esfuerzos efectivos de forma que:

$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi' \quad (6.19)$$

El empleo de dicha expresión requiere el conocimiento de la distribución de los esfuerzos efectivos al interior del suelo.

Si la carga es rápida con respecto a la velocidad de consolidación y en la ausencia de drenaje, se puede caracterizar la resistencia al corte por medio de la cohesión no drenada  $c_u$  en tensiones totales:

$$\tau = c_u \quad (6.20)$$

Esta opción resulta muy práctica, ya que se pueden realizar cálculos en esfuerzos totales sin determinar la distribución de los esfuerzos efectivos. Sin embargo, la cohesión no drenada está asociada a un cierto estado del suelo. Si dicho estado cambia, por ejemplo producto de la consolidación, dicha cohesión deja de ser válida. Por lo tanto, es importante caracterizar las variaciones de  $c_u$  con respecto al estado de esfuerzos efectivos al inicio de la aplicación del esfuerzo de corte. Esta relación se expresa en función de un parámetro  $\lambda_{CU}$  determinado sobre la base de ensayos triaxiales CU:

$$\Delta c_u = \lambda_{CU} \Delta \sigma'_3 \quad (6.21)$$

que se emplea asimilando la presión de cámara  $\sigma'_3$  del ensayo a la tensión de pre-consolidación  $\sigma'_p$ .

3. En el caso de suelos parcialmente saturados, la noción de esfuerzos efectivos no es en general aplicable y se trabaja en tensiones totales. La determinación de la resistencia al corte en este tipo de suelos es un problema más complejo, por lo que se ha omitido del presente documento de carácter introductorio.

## 6.8. Ejercicios propuestos

1. Se efectúa un ensayo de compresión no confinada sobre un suelo fino. Los valores registrados de esfuerzo vertical  $\sigma_1$  y deformación unitaria vertical  $\varepsilon_1$  se entregan en la tabla siguiente:

$\sigma_1$ [kPa]	0	119.3	338	440	518	658	686	688	677	663	646
$\varepsilon_1$	0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.08	0.1

Determine:

- Determine el valor de la cohesión no drenada  $c_u$ .
  - Se efectúa un ensayo triaxial UU sobre el mismo suelo, a una tensión de confinamiento  $\sigma_3 = 200$ [kPa]. Determine el valor de los esfuerzos principales en la ruptura.
2. Se extraen 3 probetas de una arcilla a 10[m] de profundidad. La napa de agua se encuentra a 3,5[m] de profundidad con respecto a la superficie. El peso específico saturado de la arcilla es de  $\gamma = 20$ [kN/m<sup>3</sup>]. Sobre cada probeta, se efectúan los ensayos triaxiales siguientes:

#	Tipo	$\sigma_3$ [kPa]	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ruptura}$ [kPa]	$u_{w_{ruptura}}$ [kPa]
1	CD	200	480	–
2	CU	340	240	240
3	CU	100	70	–

Determine:

- La cohesión efectiva  $c'$ , el ángulo de fricción efectiva  $\phi'$  y el coeficiente  $\lambda_{c_u}$ . ¿Cuál es el estado de consolidación de la arcilla en el terreno?
  - La cohesión no drenada a 10[m] de profundidad.
  - Se construye un terraplén de 5[m] de espesor sobre el nivel del terreno con un material de peso específico  $\gamma = 21$ [kN/m<sup>3</sup>]. Obtenga el valor de la cohesión no drenada  $c_u$  si el grado de consolidación es del 50%.
3. Considere una arcilla saturada de propiedades  $c' = 0$  y  $\phi' = 30$ .
- ¿Qué se puede decir de esta arcilla?
  - ¿Qué tipo de ensayo pudo haberse efectuado para obtener los parámetros del enunciado?
  - Suponga que se efectúa uno de los ensayos posibles muy lentamente, a un confinamiento inicial  $\sigma_3 = 200$ [kPa]. Determine los esfuerzos principales y la presión de poros a la ruptura.
4. Considere una arcilla normalmente consolidada de propiedades  $c' = 0$ ,  $\gamma = 20$ [kN/m<sup>3</sup>] y  $\phi' = 25$ . Las características de resistencia al corte de la arcilla se determinaron mediante tres ensayos triaxiales CU con registro de  $u_w$ . Las probetas para los ensayos fueron extraídas a 10[m] de profundidad y en el terreno la napa de agua llega a la superficie. Uno de los tres ensayos efectuados se realizó al confinamiento  $\sigma_3$  de la probeta en terreno y se registró en la ruptura una presión de poros  $u_w = 20$ [kPa].

- a) Dibuje los círculos de Mohr en la ruptura en esfuerzos totales y efectivos. Determine el valor de los esfuerzos principales.
- b) Determine el valor de la cohesión no drenada  $c_u$  a 10[m] de profundidad.
5. Se efectuaron tres ensayos de corte directo muy lentamente, sobre tres probetas idénticas de una arcilla normalmente consolidada extraída a 10[m] de profundidad. Los valores promedios de los esfuerzos sobre el plano de falla en la ruptura se resumen en la siguiente tabla:

$\sigma_n$ [kPa]	$\tau$ [kPa]
100	40.4
200	80.8
300	121.2

Determine el ángulo de fricción interna y la cohesión de la arcilla.

6. Se efectuó un ensayo de corte directo sobre una arena limpia. Se registró un esfuerzo de corte de  $\tau = 115$ [kPa] y un esfuerzo normal  $\sigma_n = 200$ [kPa] sobre el plano de falla en la ruptura.
- a) Obtenga los parámetros que caracterizan la resistencia al corte del suelo.
- b) Determine los valores y direcciones de los esfuerzos principales en la ruptura.
7. Se efectuó un ensayo triaxial CD sobre una arena densa. Los valores de los esfuerzos principales en la ruptura fueron de  $\sigma_3 = 100$ [kPa] y  $\sigma_1 = 400$ [kPa]. Determine:
- a) Los parámetros de resistencia al corte del suelo.
- b) La orientación del plano donde ocurre la ruptura.
- c) Los esfuerzos normales y tangenciales del plano de ruptura.

# Capítulo 7

## Empujes laterales

### Índice

---

<b>7.1. Introducción</b> . . . . .	<b>116</b>
<b>7.2. Coeficientes de empuje activo y pasivo</b> . . . . .	<b>118</b>
7.2.1. Empujes geoestáticos . . . . .	118
7.2.2. Empujes bajo una superficie inclinada . . . . .	121
7.2.3. Orientación de los planos de ruptura . . . . .	123
<b>7.3. Fuerzas de empuje activo y pasivo</b> . . . . .	<b>124</b>
7.3.1. Método de Coulomb . . . . .	124
7.3.2. Método de Rankine . . . . .	126
7.3.3. Validez de los métodos . . . . .	129
<b>7.4. Obras de contención</b> . . . . .	<b>129</b>
7.4.1. Aspectos generales del diseño de obras de contención . . . . .	131
7.4.2. Diseño de muros gravitatorios de albañilería de piedra y hormigón . . . . .	132
<b>7.5. Ejercicios propuestos</b> . . . . .	<b>134</b>

---

## 7.1. Introducción

Consideremos el muro de contención rígido de la Fig.7.1. Fuera del peso propio  $W$ , existen tres fuerzas que actúan sobre el muro:

1. Del costado derecho del muro, el suelo ejerce una fuerza  $F_a$  que tiende a volcar el muro o a desplazarlo horizontalmente. La componente principal de esta fuerza es la horizontal. Veremos que esta fuerza se conoce como *empuje activo*.
2. Del costado izquierdo del muro, aparecen fuerzas  $F_p$  que tienden a retener los desplazamientos del elemento. La componente principal de esta fuerza también es horizontal. La resultante  $F_p$  se conoce como *empuje pasivo*.
3. Por debajo del muro, el suelo ejerce una reacción que se puede descomponer en un fuerza horizontal  $T$  y una fuerza vertical  $V$ . La fuerza vertical tiene que ver con la resistencia del suelo, mientras que la horizontal se relaciona con la fricción.

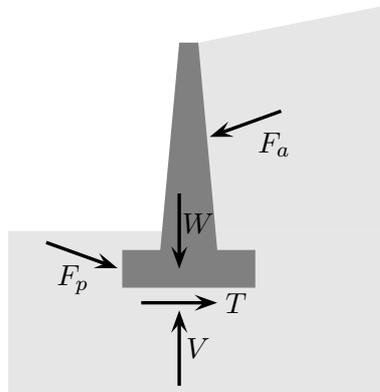


Figura 7.1: Solicitaciones sobre un muro de contención

Los resultados experimentales han mostrado que los valores de los empujes activos y pasivos están directamente relacionados con los desplazamientos horizontales de la obra. Supongamos que se hunde ligeramente dentro del suelo una pantalla vertical perfectamente lisa. Luego, se rellena lentamente el costado derecho de esta pantalla delgada (Fig.7.2a). Durante el proceso de relleno, habrá que imponer una fuerza horizontal  $F_0$  de forma de sostener el suelo y mantener un desplazamiento horizontal nulo. Si no existe ningún tipo de fricción entre el suelo y la pantalla,  $F_0$  es una fuerza perfectamente horizontal. Supongamos en seguida que se impone un desplazamiento horizontal de la pantalla hacia la derecha. La fuerza horizontal crecerá con el desplazamiento hasta alcanzar un máximo  $F_p$ , asociado a un desplazamiento  $\Delta_p$  (Fig.7.2b). En este punto, se ha desarrollado completamente el empuje pasivo del suelo. En general, el valor de  $F_p$  es del orden de 3 a 4 veces el valor inicial  $F_0$ .

Si la experiencia se efectúa de forma inversa, desplazando hacia la izquierda de la Fig.7.2a la pantalla, la fuerza disminuirá progresivamente con el desplazamiento hasta alcanzar un mínimo  $F_a$  asociado a un desplazamiento  $\Delta_a$  (Fig.7.2b). En este punto, se ha desarrollado completamente el empuje activo del suelo. Usualmente, el valor de  $F_a$  es del orden de la mitad del valor inicial  $F_0$ .

Se suele decir que el empuje activo se desarrolla cuando “el suelo empuja al muro”, mientras que el pasivo corresponde a cuando el “muro empuja al suelo”. Ambos valores  $F_a$  y  $F_p$  corresponden a valores límites, en condición de ruptura del suelo. Veremos en §7.2.1 la representación de ambos estados de ruptura en el plano de Mohr.

Desde el punto de vista de los desplazamientos, las experiencias muestran que se requiere una deformación  $\Delta_p$  relativamente importante para desarrollar el empuje pasivo, en comparación a  $\Delta_a$  para el empuje activo. Si  $H$  corresponde a la altura de la pantalla, los ordenes de magnitud de ambos desplazamientos son en general:

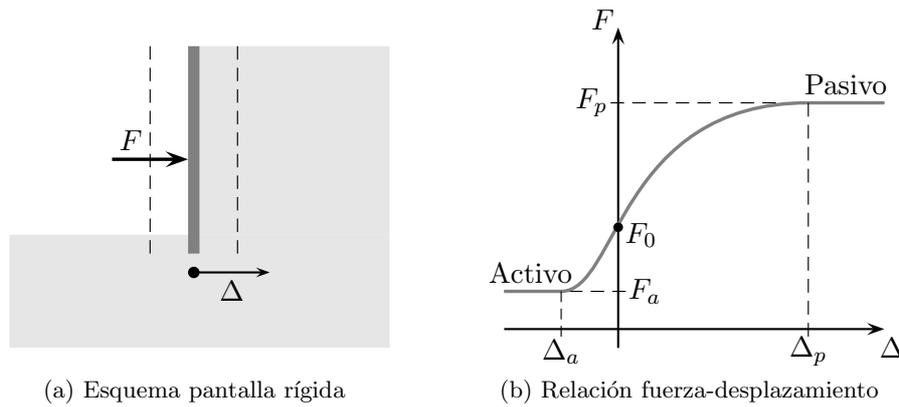


Figura 7.2: Relaciones fuerza-deformación experiencia pantalla rígida (adaptada de Schlosser, 1990)

$$\Delta_a \approx \frac{H}{1000} \quad \text{y} \quad \Delta_p \approx \frac{H}{100} \quad (7.1)$$

La forma en que se desplace el muro influye directamente sobre el diagrama de presiones activas sobre el elemento. La Fig.7.3 muestra en forma cualitativa los cuatro tipos de desplazamientos principales. En la Fig.7.3a el desplazamiento consiste en una rotación de cuerpo rígido en torno al pie; la Fig.7.3b corresponde a una traslación de cuerpo rígido horizontal; la Fig.7.3c el muro rota en torno a su extremo superior; la Fig.7.3d el muro se deforma manteniendo fijos ambos extremos. En el caso de muros gravitatorios, los desplazamientos corresponden principalmente a una rotación en torno al pie. Sin embargo, las otras situaciones son igualmente factibles para otras geometrías. En lo que sigue, consideraremos implícitamente la cinemática de cuerpo rígido de la Fig.7.3a.

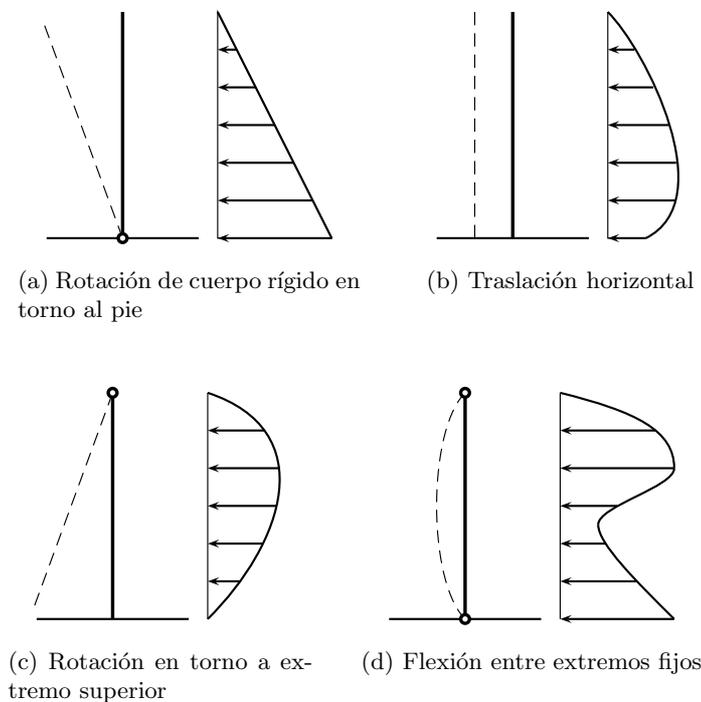


Figura 7.3: Repartición de empujes activos para distintos desplazamientos de un muro de contención (adaptada de Schlosser, 1990)

La primera parte del capítulo presenta los aspectos fundamentales del cálculo de los coeficientes de empuje asociados a la ruptura activa y pasiva del suelo. Luego, veremos algunas teorías en relación al

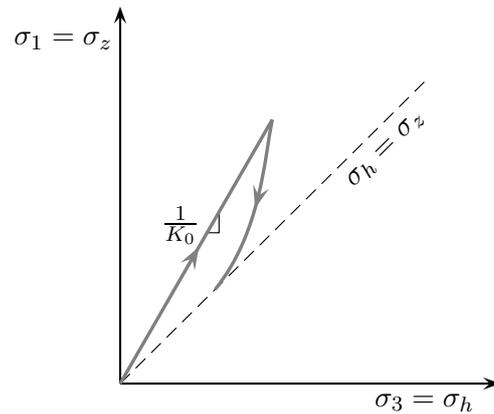


Figura 7.4: Trayectoria de esfuerzos en un ensayo triaxial para la determinación de  $K_0$  (adaptada de Schlosser, 1990)

cálculo de los empujes activos y pasivos. Terminaremos discutiendo el diseño de los casos más usuales de muros de contención.

## 7.2. Coeficientes de empuje activo y pasivo

### 7.2.1. Empujes geoestáticos

Consideremos el caso geoestático (§3.4), es decir, un suelo conformado por un espacio semi-infinito, homogéneo e isotrópico de superficie horizontal. Vimos en §3.4 que por equilibrio, el esfuerzo total vertical  $\sigma_z$  a una profundidad  $z$  se escribe:

$$\sigma_z = \gamma z = \rho g z \quad (7.2)$$

donde  $\gamma$  es el peso específico del suelo y  $\rho$  su densidad. Sin embargo, la determinación de la componente horizontal de dicho esfuerzo  $\sigma_h$  es más compleja ya que requiere información respecto del comportamiento del material. En efecto, el cociente entre la componente vertical y horizontal  $K_0$  o coeficiente de tierras en reposo se puede determinar experimentalmente mediante el aparato triaxial (§6.4.1). Como en condiciones naturales la deformación horizontal es nula  $\varepsilon_h = 0$ , el ensayo consiste en incrementar simultáneamente la tensión vertical  $\sigma_1$  y la de cámara  $\sigma_3$  de forma de mantener una deformación radial nula. El ensayo se ejecuta con el drenaje abierto, de forma de evitar la aparición de sobre-presiones intersticiales ( $\Delta u_w = 0$ ). La forma general de la curva obtenida se muestra en la Fig.7.4. Con respecto a la trayectoria de tensiones isotrópica  $\sigma_z = \sigma_h$ , se puede concluir que el valor de  $K_0$  es en general inferior a 1. En el caso saturado, el valor de  $K_0$  se aplica a los esfuerzos efectivos:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_z} \quad (7.3)$$

donde  $\sigma'_z$  y  $\sigma'_h$  son los valores de los esfuerzos efectivos:  $\sigma'_z = \sigma_z - u_w$  y  $\sigma'_h = \sigma_h - u_w$ , donde  $u_w$  es la presión de poros. Algunos valores de referencia se indican en la Tab.7.1.

En el caso de arenas, existe una relación empírica conocida como *fórmula de Jacky*, que entrega el valor de  $K_0$  como función del ángulo de fricción interna del suelo:

$$K_0 = 1 - \sin \phi' \quad (7.4)$$

En general se acepta el empleo de la expresión anterior en el caso de suelo finos normalmente consolidados, siempre y cuando se emplee el valor del ángulo de fricción interna efectivo  $\phi'$ . En el caso de arenas, el comportamiento es usualmente drenado por lo que el ángulo efectivo y total son equivalentes.

En el caso de suelo pre-consolidados, el valor de  $K_0$  corresponde a la descarga a partir de una situación normalmente consolidada. De acuerdo a la Fig.7.4, el valor de  $K_0$  obtenido es mayor, superando incluso la unidad en ciertos casos.

Tabla 7.1: Valores indicativos de  $K_0$  (Schlosser, 1990)

Tipo de suelo	$K_0$
Arena suelta	0,45 a 0,50
Arena compacta	0,40 a 0,45
Arcillas normalmente consolidadas	0,50
Arcillas pre-consolidadas	> 0,50

**7.2.1.1. Suelos granulares**

Como en el caso geostático las deformaciones horizontales no son posibles ( $\varepsilon_h = 0$ ), el estado de esfuerzos en punto a una profundidad  $z$  en un suelo homogéneo de peso unitario  $\gamma$  se escribe:

$$\sigma_z = \gamma z \quad \text{y} \quad \sigma_h = K_0 \gamma z \tag{7.5}$$

Este estado tensional se representa en el círculo de Mohr de la Fig.7.5. Si se permite una expansión lateral  $\varepsilon_h < 0$ , el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  no cambia, pero el esfuerzo lateral disminuye con dicha expansión. Esta reducción de  $\sigma_h$  culmina cuando el círculo de Mohr asociado alcanza la tangencia con las curvas intrínsecas (puntos  $A$  y  $C$  en Fig.7.5) y ocurre la ruptura en el suelo. Por trigonometría, el ángulo  $\angle ABC$  es igual a  $\frac{\pi}{2} + \phi$ , donde  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del suelo. El valor del esfuerzo principal  $\sigma_h^a$  está asociado al desarrollo completo del empuje activo.

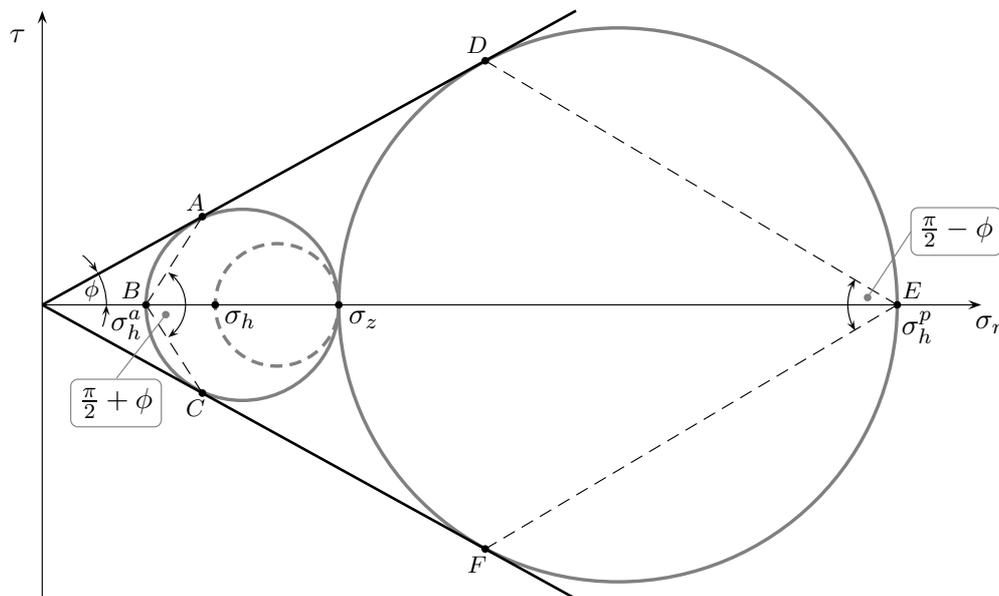


Figura 7.5: Círculos de Mohr asociados a la ruptura en el caso activo y pasivo, a partir de un estado inicial geostático

Si por el contrario se efectúa una compresión lateral del material  $\varepsilon_h > 0$ , el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  permanece constante mientras que el esfuerzo principal horizontal crece. A partir de cierto valor,  $\sigma_h > \sigma_z$  y el círculo de Mohr crece hacia la derecha de la Fig.7.5 hasta que alcanza la tangencia con las curvas intrínsecas (puntos  $D$  y  $F$ ). El esfuerzo principal correspondiente a la dirección horizontal  $\sigma_h^p$  está asociado al desarrollo completo del empuje pasivo en el suelo. Por trigonometría, el ángulo  $\angle DEF$  es igual a  $\frac{\pi}{2} - \phi$ .

La ruptura por desarrollo del empuje activo o pasivo pueden ser caracterizados por el cociente

$\frac{\sigma_h}{\sigma_v}$ . En el caso activo, a partir del diagrama de Mohr se obtiene:

$$\frac{\sigma_z - \sigma_h^a}{2} = \frac{\sigma_z + \sigma_h^a}{2} \sin \phi \quad (7.6)$$

o en forma equivalente:

$$\frac{\sigma_h^a}{\sigma_z} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) = K_a \quad (7.7)$$

donde  $K_a$  se conoce como el *coeficiente de empuje activo* para el caso de un suelo geoestático de superficie horizontal.

En el caso pasivo, el cociente  $\frac{\sigma_h^p}{\sigma_z}$  se conoce como *coeficiente de empuje pasivo*  $K_p$  y tiene por expresión:

$$K_p = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (7.8)$$

Se puede demostrar que ambos coeficientes se relacionan a través de:

$$K_a = \frac{1}{K_p} \quad (7.9)$$

El orden de magnitud de las deformaciones asociadas a los estados activo y pasivo pueden ser determinados experimentalmente a través del ensayo triaxial. El ensayo consiste en a partir de un estado inicial en reposo ( $\sigma_h = K_0 \sigma_z$ ), incrementar o disminuir la presión de cámara  $\sigma_3 = \sigma_h$  manteniendo el esfuerzo vertical  $\sigma_1 = \sigma_z$  constante hasta obtener la ruptura. Las curvas esfuerzo deformación obtenidas tienen el aspecto que se indica en la Fig.7.6. En dicha figura, la curva continua corresponde a una arena densa, mientras que la segmentada corresponde a una arena suelta. En ambos casos, una deformación  $\varepsilon_h$  del orden del 1% es necesaria para desarrollar el empuje activo, mientras que una deformación mucho más importante es necesaria para desarrollar el empuje pasivo: del orden del 5% para el caso denso y del 12% para la arena suelta.

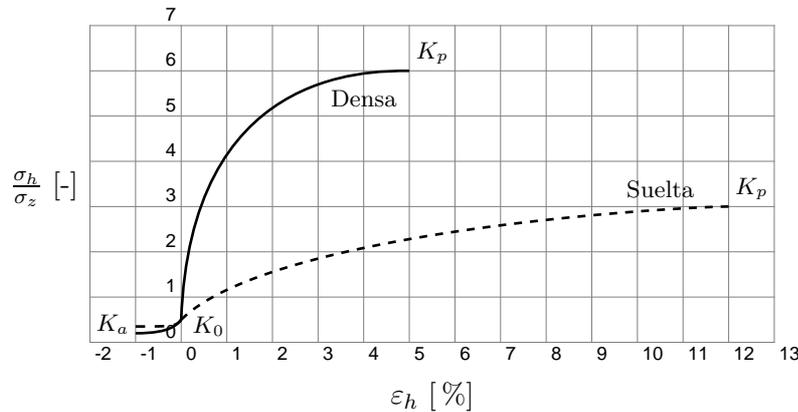


Figura 7.6: Evolución de  $\frac{\sigma_h}{\sigma_z}$  en función de la deformación lateral  $\varepsilon_h$ . Ensayo triaxial sobre dos arenas (adaptada de Schlosser, 1990)

### 7.2.1.2. Suelos finos

En el caso de suelos finos es de vital importancia la posición relativa de la napa freática. Si el comportamiento es drenado,  $c'$  y  $\phi'$  corresponden a la cohesión efectiva y al ángulo de fricción interna efectivo, respectivamente. Si el comportamiento es no drenado,  $c_u$  y  $\phi_u$  corresponden a la cohesión no drenada y al ángulo de fricción no drenada, respectivamente. Como vimos en §6.6.2, se asume en general que  $\phi_u = 0$ .

El coeficiente  $K_0$  se aplica sobre los esfuerzos efectivos. Luego, el estado inicial en condiciones no drenadas se escribe en esfuerzos totales:

$$\sigma_z = \gamma z \quad \text{y} \quad \sigma_h = u_w + K_0 \gamma z \quad (7.10)$$

Si el comportamiento es drenado, los esfuerzos totales y efectivos son equivalentes por lo tanto la relación anterior queda:

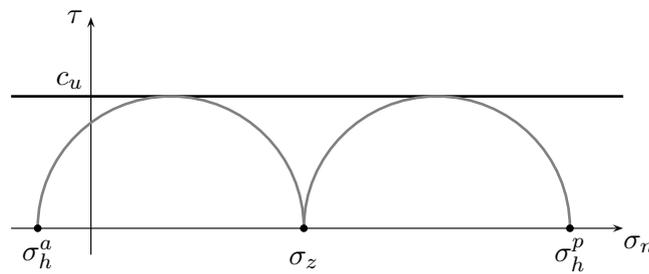
$$\sigma'_z = \gamma' z \quad \text{y} \quad \sigma'_h = K_0 \gamma' z \quad (7.11)$$

donde  $\gamma'$  es el peso específico buoyante de suelo:  $\gamma' = \gamma - \gamma_w$ , donde  $\gamma_w$  es el peso específico del agua.

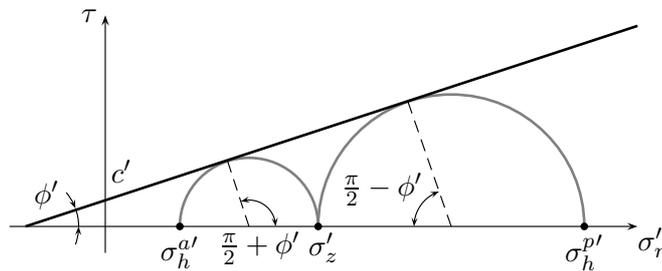
La determinación de los coeficientes  $K_a$  y  $K_p$  se realiza en forma análoga a lo descrito en §7.2.1.1. Luego, para el caso no drenado o a corto plazo, se obtiene directamente de la Fig.7.7a que:

$$\sigma_h^a = \sigma_z - 2c_u \quad (7.12)$$

$$\sigma_h^p = \sigma_z + 2c_u \quad (7.13)$$



(a) Comportamiento no drenado o a corto plazo



(b) Comportamiento drenado o a largo plazo

Figura 7.7: Círculos de Mohr a la ruptura en suelos cohesivos: empujes activos y pasivos

En el caso de comportamiento drenado o a largo plazo el cálculo se efectúa en esfuerzos efectivos. En este caso, a partir del círculo de Mohr de la Fig.7.7b se deduce que:

$$\sigma_h^{a'} = K_a \sigma'_z - 2c' \sqrt{K_a} \quad (7.14)$$

$$\sigma_h^{p'} = K_p \sigma'_z + 2c' \sqrt{K_p} \quad (7.15)$$

con las mismas definiciones anteriores de los coeficientes de empuje activo y pasivo:

$$K_a = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) \quad \text{y} \quad K_p = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) \quad (7.16)$$

### 7.2.2. Empujes bajo una superficie inclinada

Consideremos un suelo homogéneo isotrópico de peso unitario  $\gamma$  (Fig.7.8). Si la superficie del depósito forma un ángulo  $\beta$  con la horizontal, vimos en §3.4.3 que el esfuerzo vertical a una profundidad  $Z$  se escribe:

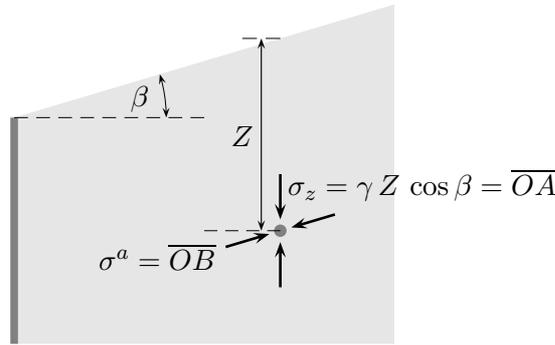


Figura 7.8: Esquema de empujes en el caso de superficies inclinadas

$$\sigma_z = \gamma Z \cos \beta \quad (7.17)$$

El objetivo es determinar el valor del esfuerzo horizontal correspondiente al estado activo y pasivo a esa misma profundidad  $Z$ . Dada la geometría del problema, el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  no es principal y corresponde al punto  $A$  del círculo Mohr de la Fig.7.9. La componente de corte asociada es:

$$\tau = \gamma Z \sin \beta \quad (7.18)$$

El ángulo del punto  $A$  con respecto al eje  $\sigma_n$  en el plano de Mohr es por lo tanto  $\beta$ . Gráficamente, el círculo de Mohr correspondiente al desarrollo del empuje activo debe ser tangente a la curva intrínseca del costado izquierdo de  $A$  y pasar por el punto  $A$ . Similarmente, el empuje pasivo corresponde al círculo de Mohr que pasa por  $A$  y es tangente a la curva intrínseca del lado derecho del punto  $A$ .

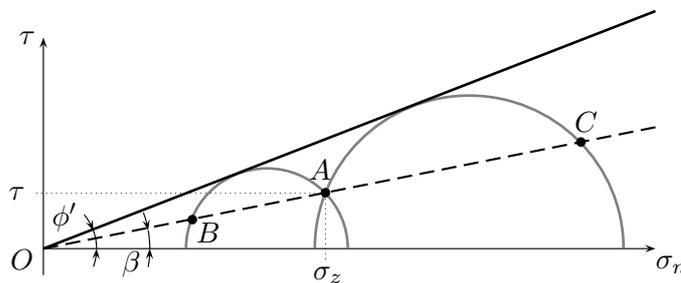


Figura 7.9: Círculos de Mohr a la ruptura en suelos geoestáticos de superficie inclinada

Por trigonometría se obtiene:

$$K_a = \frac{1}{K_p} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \quad (7.19)$$

Como el esfuerzo vertical  $\sigma_z = \overline{OA} = \gamma Z \cos \beta$ , la expresión para el empuje activo  $\sigma^a = \overline{OB}$  resulta:

$$\sigma^a = \gamma Z \cos \beta K_a \quad (7.20)$$

Algunos autores (e.g., Bowles, 1996) definen el coeficiente de empuje activo  $\bar{K}_a = \cos \beta K_a$ :

$$\bar{K}_a = \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \quad (7.21)$$

de forma que el empuje activo resulta simplemente:

$$\sigma^a = \gamma Z \bar{K}_a \quad (7.22)$$

análogamente para los empujes pasivos  $\sigma^p$ . Como en este caso los empujes son paralelos a la superficie del talud, si se desea determinar las componentes horizontales  $\sigma_h^a$  y verticales  $\sigma_v^a$ , basta con efectuar las proyecciones respectivas:

$$\sigma_h^a = \sigma^a \cos \beta \tag{7.23}$$

$$\sigma_v^a = \sigma^a \sin \beta \tag{7.24}$$

tanto para los empujes activos como pasivos. Finalmente, si la inclinación de la pendiente se iguala al ángulo de fricción interna ( $\beta = \phi$ ), ambos coeficientes toman el valor 1:

$$K_a = K_p = 1 \tag{7.25}$$

El desarrollo es análogo en el caso de suelos cohesivos en condiciones drenadas.

### 7.2.3. Orientación de los planos de ruptura

Supongamos el caso de un muro de contención rígido y un suelo granular homogéneo e isotrópico. Ignoraremos la fricción entre el muro y el suelo. Si el muro se desplaza hacia la izquierda, se desarrolla el empuje activo al interior del suelo y los planos de ruptura formarán un ángulo de  $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$  con respecto a la horizontal (Fig.7.10a). Si por el contrario, el muro se desplaza hacia la derecha, se desarrollará el empuje pasivo y los planos de ruptura estarán orientados a  $\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$  con respecto a la horizontal (Fig.7.10b).

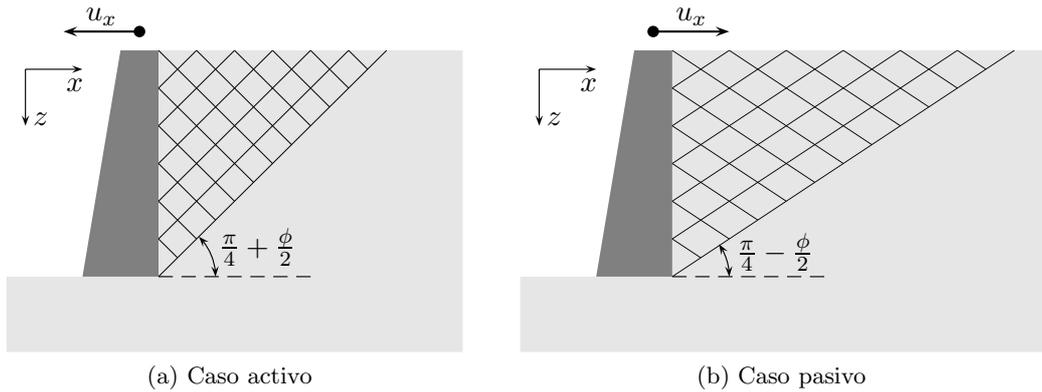


Figura 7.10: Inclinación de planos de ruptura. Suelo granular de superficie horizontal

Desde un punto de vista más formal, el estado de esfuerzos debe satisfacer el equilibrio:

$$\text{div } \underline{\underline{\sigma}} = \gamma \underline{e}_z \tag{7.26}$$

y el criterio de ruptura de Mohr-Coulomb. Si el problema es de deformaciones planas en el plano  $x - z$ , la solución del problema debe satisfacer:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma \tag{7.27}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \tag{7.28}$$

$$(\sigma_x + \sigma_z)^2 \sin^2 \phi = (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau^2 \tag{7.29}$$

junto con las condiciones de borde.

El problema anterior se puede resolver numéricamente por ejemplo mediante elementos finitos o diferencias finitas. Sin embargo, en la práctica interesa la mayor parte del tiempo evaluar la estabilidad del muro más que conocer la distribución precisa de los esfuerzos. En la siguiente sección, abordaremos el cálculo de las resultantes de los empujes activos y pasivos sobre obras de contención. Veremos algunos métodos que se diferencian sólo en las hipótesis de trabajo. Una vez determinadas las resultantes de las fuerzas, el problema de evaluación de la estabilidad de la obra es relativamente simple.

## 7.3. Fuerzas de empuje activo y pasivo

### 7.3.1. Método de Coulomb

El método de Coulomb permite determinar las resultantes de los empujes activos y pasivos sobre muros arbitrarios, independientemente del estado de tensiones existente a trasdós del muro. El método se basa en dos hipótesis:

1. La superficie de ruptura es un plano que pasa por el pie del muro.
2. La fuerza que actúa sobre el muro tiene una dirección conocida, es decir, el ángulo de fricción entre la pared del muro y el suelo  $\delta$  es conocido.

Consideremos un muro rígido que sostiene un suelo granular limpio de ángulo de fricción interna  $\phi$ . La superficie de ruptura se supone entonces que corresponde a un plano que pasa por el pie del muro que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal (Fig.7.11). En cada punto del plano de ruptura, el esfuerzo  $\underline{\sigma}$  posee una componente normal  $\sigma_n$  y una tangencial  $\tau = \sigma_n \tan \phi$ , de forma que el esfuerzo forma un ángulo  $\phi$  con respecto a la normal  $\underline{n}$ .

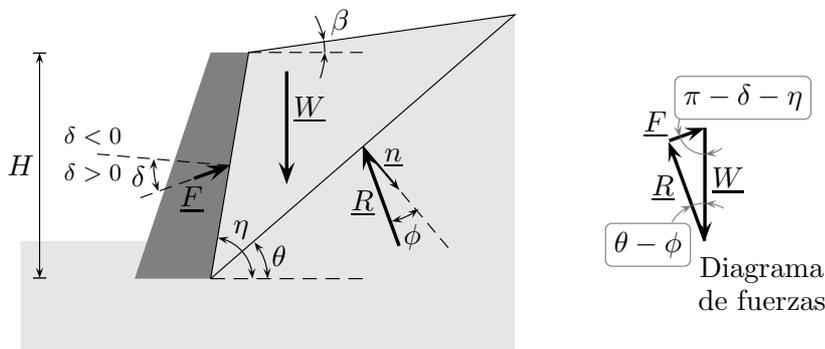


Figura 7.11: Fuerzas de empuje activo y pasivo mediante el método de Coulomb

El principio del cálculo consiste en escribir el equilibrio de fuerzas sobre la cuña de suelo a trasdós del muro. Existen tres fuerzas:

1. El peso  $\underline{W}$ .
2. La reacción  $\underline{R}$  sobre la superficie de ruptura.
3. La fuerza  $\underline{F}$  ejercida por el muro, inclinada un ángulo  $\delta$  con respecto a la normal a la interfaz muro-suelo. Escribiremos como  $F_a$  la resultante en el caso activo, cuando la inclinación de  $\underline{R}$  forma un ángulo  $+\phi$  con  $\underline{n}$ . Análogamente, la denotaremos como  $F_p$  en el caso pasivo, cuando el ángulo entre  $\underline{R}$  y  $\underline{n}$  es  $-\phi$ .

El valor de  $F_a$  y  $F_p$  se puede determinar a partir del análisis límite de la teoría de plasticidad<sup>1</sup>. En efecto, el análisis propuesto por Coulomb es de tipo cinemático, por lo que la elección del ángulo de la superficie crítica puede ser efectuado:

- minimizando la fricción que se puede movilizar, o en forma equivalente maximizando la fuerza que la cuña de suelo en movimiento ejerce sobre el muro cuando se aleja del suelo (caso activo)
- maximizando la fricción cuando el muro se desplaza hacia el suelo (caso pasivo)

<sup>1</sup>Una descripción detallada del análisis límite en teoría de plasticidad está fuera del alcance de este curso. La justificación detallada del análisis presentado puede ser encontrada en textos de referencia en el tema como Chen (1975); Salençon (1992, 2002)

En ambos casos, el problema se traduce en resolver:

$$\frac{dF(\theta)}{d\theta} = 0 \quad (7.30)$$

El método descrito permite obtener el módulo de la fuerza  $F_a$  ó  $F_p$ , pero no su punto de aplicación. Si fuera necesario, se puede suponer una repartición lineal de los esfuerzos sobre la pared, aplicando la fuerza en el centro de gravedad de dicha distribución.

De acuerdo al diagrama de fuerzas de la Fig.7.11, para el caso activo se obtiene:

$$F_a = W \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(\delta + \eta + \phi - \theta)} \quad (7.31)$$

donde el peso  $W$  de la cuña está dado por:

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin(\eta - \beta) \sin(\eta - \theta)}{\sin^2 \eta \sin(\theta - \beta)} \quad (7.32)$$

Para determinar la orientación del plano de ruptura, se debe determinar el máximo de  $F_a$  mediante (7.30). Resolviendo, se obtiene la expresión general del fuerza de empuje activo:

$$F_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 \quad (7.33)$$

donde el coeficiente de empuje activo  $K_a$  resulta:

$$K_a = \frac{\sin^2(\eta - \phi)}{\sin^2 \eta \sin(\eta + \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta)}{\sin(\eta + \delta) \sin(\eta - \beta)}} \right]^2} \quad (7.34)$$

La fuerza de empuje pasivo  $F_p$  se obtiene por minimización:

$$F_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2 \quad (7.35)$$

donde el valor del coeficiente de empuje pasivo  $K_p$  se calcula de acuerdo a:

$$K_p = \frac{\sin^2(\eta + \phi)}{\sin^2 \eta \sin(\eta + \delta) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi - \delta) \sin(\phi + \beta)}{\sin(\eta + \delta) \sin(\eta - \beta)}} \right]^2} \quad (7.36)$$

El ángulo de fricción entre el suelo y el muro  $\delta$  está limitado por el ángulo de fricción interna del suelo  $\phi$ :

$$-\phi \leq \delta \leq \phi \quad (7.37)$$

Este ángulo de fricción  $\delta$  es en general positivo, ya que en general el asentamiento del suelo es mayor al del muro. Usualmente, se considera:  $\delta = \frac{2}{3}\pi$

Si el suelo es cohesivo, el problema es un poco más complejo ya que sobre el plano de falla se debe satisfacer el criterio de ruptura de Mohr-Coulomb:  $\tau = c + \sigma_n \tan \phi$ . Desde el punto de vista del equilibrio de la cuña a trasdós del muro, basta con agregar una fuerza por unidad de superficie  $c$  sobre el plano de falla. En el caso de un muro vertical ( $\eta = \frac{\pi}{2}$ ), de un suelo de superficie horizontal ( $\beta = 0$ ) y fricción nula entre el muro y el suelo ( $\delta = 0$ ), se obtiene:

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) - 2cH \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \quad (7.38)$$

para la fuerza de empuje activo  $F_a$ .

En el caso de geometrías más complejas que las presentadas en esta sección, se debe recurrir a métodos gráficos o numéricos para calcular las fuerzas de empuje.

**Ejemplo 7.1** consideremos el caso de un muro de pared vertical ( $\eta = \frac{\pi}{2}$ ), superficie horizontal ( $\beta = 0$ ) y de fricción muro-suelo nula ( $\delta = 0$ ). En dichas condiciones, la fuerza  $F$  ejercida por el muro de acuerdo al método de Coulomb se escribe:

$$F = W \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos(\theta - \phi)} = W \tan(\theta - \phi)$$

donde:

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\tan \phi}$$

Para determinar el empuje activo, se busca el máximo de  $F$ :

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\theta} &= \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ -\frac{\tan(\theta - \phi)}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\tan \phi \cos^2(\theta - \phi)} \right] \\ &= \frac{1}{4} \gamma H^2 \left[ \frac{\sin 2\theta - \sin 2(\theta - \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \phi)} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo, se obtiene el máximo para:

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$$

que corresponde a un coeficiente de empuje activo de:

$$K_a = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

El valor correspondiente para el empuje activo es:

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

El valor del coeficiente de empuje activo es idéntico al del caso geostático determinado en §7.2.1.

En las mismas condiciones, cuando el ángulo de fricción entre el muro y el suelo  $\delta$  es igual al máximo posible ( $\delta = \phi$ ), se obtiene:

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos \phi}{(1 + \sqrt{2} \sin \phi)^2}$$

### 7.3.2. Método de Rankine

El método de Rankine consiste en calcular las fuerzas de empuje a partir de una aproximación del estado de tensiones del suelo en contacto con la pared del muro. Si  $\underline{\sigma}$  el esfuerzo ejercido por el suelo sobre el muro, la fuerza total  $\underline{F}$  se puede estimar por integración:

$$\underline{F} = \int_L \underline{\sigma} dl \quad (7.39)$$

donde  $L$  es la longitud de la interfaz suelo-muro y  $dl$  el diferencial de longitud. La hipótesis fundamental sobre la cual se basa el método es suponer que la presencia de discontinuidades como muros o pantallas no altera la distribución de esfuerzos verticales. Por lo tanto, sobre un plano paralelo a la superficie del suelo, el esfuerzo vertical está dado por:

$$\sigma_z = \gamma z \cos \alpha \quad (7.40)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de inclinación de la superficie del suelo respecto de la horizontal (Fig.3.10 en §3.4.3).

El mayor problema asociado a esta hipótesis es que se impone la dirección del esfuerzo que se ejerce sobre el muro, por lo que no se toma en cuenta el efecto de la fricción sobre la interfaz suelo-muro. Por ejemplo, en el caso de un suelo de superficie horizontal y de un muro de pared vertical, la fricción es nula ya que el esfuerzo  $\underline{\sigma}$  impuesto es horizontal.

El método conduce a suponer distribuciones triangulares de empujes, de forma que es posible calcular también la posición de las resultantes. Veremos en lo que sigue las tres situaciones clásicas de aplicación del método.

### 7.3.2.1. Empuje activo: suelo granular saturado de superficie horizontal

Consideremos el caso de un muro de pared vertical, cuando la napa freática aflora a la superficie (Fig.7.12). Si el suelo ha desarrollado completamente el empuje activo, el esfuerzo horizontal  $\sigma_h$  que se ejerce sobre la pared del muro corresponde a:

$$\sigma_h = u_w + K_a \sigma'_v \tag{7.41}$$

donde  $K_a$  es el coeficiente de empuje activo geostático (7.7).

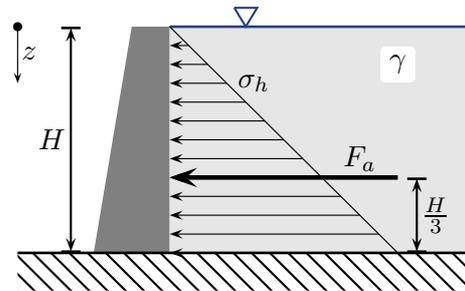


Figura 7.12: Empujes de Rankine: suelo homogéneo saturado de superficie horizontal

Introduciendo la expresión del esfuerzo vertical efectivo  $\sigma'_v$ , se obtiene:

$$\sigma_h = \gamma_w z + K_a(\gamma - \gamma_w)z \tag{7.42}$$

donde  $\gamma_w$  es el peso específico del agua. De acuerdo a la expresión anterior, la repartición de esfuerzos es triangular y la resultante se ubica a  $\frac{1}{3}$  de la altura  $H$  medida desde el pie del muro:

$$F_a = \int_0^H \sigma_h dz = \frac{1}{2} (\gamma_w + K_a \gamma_b) H^2 \tag{7.43}$$

donde  $\gamma_b$  es el peso buoyante del suelo.

### 7.3.2.2. Empuje pasivo: suelo granular saturado de superficie inclinada

Consideremos el caso de una pantalla vertical que desarrolla el empuje pasivo sobre un suelo granular homogéneo de superficie inclinada  $\alpha$  con respecto a la horizontal (Fig.7.13). Si el suelo desarrolla completamente el empuje pasivo, la fuerza total  $\underline{F}_p$  se obtiene por integración del esfuerzo  $\underline{\sigma}$  sobre la superficie vertical:

$$\underline{F}_p = \int_0^H \underline{\sigma} dz \tag{7.44}$$

De acuerdo a la expuesto en §7.2.2, el esfuerzo ejercido por el muro sobre el suelo forma un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal:

$$\sigma = K_p(\alpha) \gamma Z \cos \alpha \tag{7.45}$$

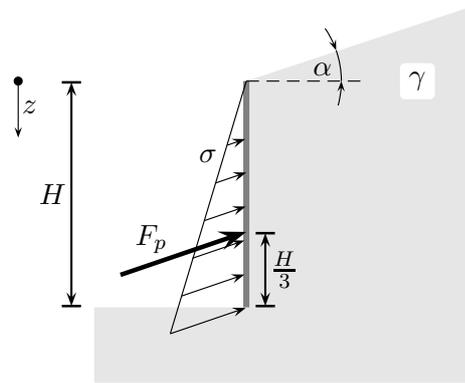


Figura 7.13: Empujes de Rankine: suelo homogéneo granular de superficie inclinada

o bien:

$$F_p = \frac{1}{2} K_p(\alpha) \gamma H^2 \cos \alpha \tag{7.46}$$

Análogamente al caso anterior, esta fuerza está inclinada un ángulo  $\alpha$  con respecto a la anterior y su resultante se ubica a  $\frac{1}{3}$  de la altura con respecto de la base.

**7.3.2.3. Estabilidad de excavaciones en suelos cohesivos: noción de altura crítica**

Los suelos cohesivos son capaces de soportar cortes verticales sin ningún elemento de soporte. La altura máxima  $H_c$  de dicha excavación se denomina *altura crítica*. Consideraremos que la excavación se ejecuta lo suficientemente rápido como para que el comportamiento sea de tipo no drenado. Sobre la pared del corte vertical (Fig.7.14), el estado de tensiones es:

$$\sigma_h = 0 \quad y \quad \sigma_z = \gamma Z \tag{7.47}$$

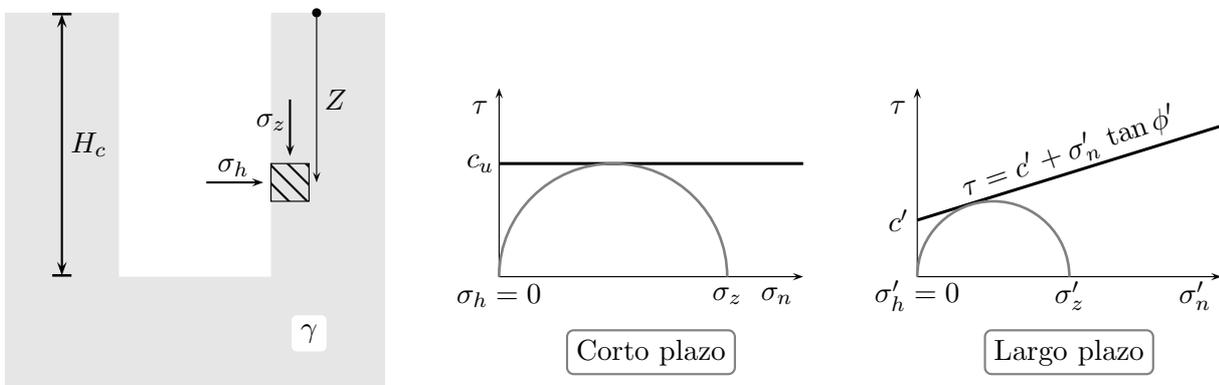


Figura 7.14: Excavaciones en suelos cohesivos

Si  $H$  es la profundidad de la excavación, la condición para no se alcance la ruptura en el suelo es:

$$\sigma_z - \sigma_h < 2 c_u \tag{7.48}$$

ya que el criterio de ruptura a corto plazo es  $\tau = c_u$ . Luego, la altura crítica de la excavación es:

$$H_c = \frac{2 c_u}{\gamma} \tag{7.49}$$

Si la excavación se ejecuta muy lentamente el comportamiento del suelo será a largo plazo o drenado. En dicha situación, el criterio de ruptura drenado impone que  $\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi'$ . La altura

crítica se calcula buscando el círculo de Mohr tangente a la curva intrínseca que satisfaga  $\sigma_h = 0$ , con lo que se obtiene:

$$H_c \approx \frac{2 \cos \phi' c'}{\gamma(1 - \sin \phi')} \quad (7.50)$$

### 7.3.3. Validez de los métodos

Los métodos presentados previamente se diferencian en la evaluación del estado de esfuerzos en el suelo, así como en la definición de ruptura. En el caso del método de Coulomb (§7.3.1), la zona de ruptura se asimila a un plano y no se toma en cuenta el estado de tensiones al interior del suelo. La práctica muestra que la hipótesis de una superficie de falla plana es razonable para el desarrollo de los empujes activos en suelos granulares, pero no lo es ni para suelos cohesivos, ni para el caso de los empujes pasivos.

En el método de Rankine (§7.3.2) se asume toda una zona de ruptura. El mayor inconveniente de esta técnica radica en imponer la fricción sobre la interfaz muro-suelo. En efecto, la hipótesis sobre los esfuerzos verticales  $\sigma_z = \gamma z$  es menos razonable en la medida que la fricción muro-suelo tiene un efecto importante.

Por otro lado, existen métodos analíticos más precisos para resolver el problema. Entre ellos, uno de la más versátiles es el método de *equilibrios límite* o *cálculo a la ruptura* o *análisis límite*. En términos muy generales, el método consiste en compatibilizar la condición de equilibrio del sistema con la condición de resistencia del material. El objetivo es determinar directamente a partir de dicha compatibilidad las cargas límites que controlan la estabilidad del sistema. La presentación formal del método requiere nociones de teoría de plasticidad por lo que está fuera del alcance de un curso introductorio de geotecnia. Ver por ejemplo Chen (1975); Salençon (1992, 2002) para una descripción detallada del método. En la práctica, se emplean directamente los resultados del análisis de equilibrio límite en la forma de tablas o ábacos de  $K_a$  y  $K_p$ .

La selección del método a emplear para el cálculo de las fuerzas de empuje activo y pasivo depende fundamentalmente de la geometría del problema:

- Muro vertical y suelo de superficie horizontal: en general se emplea el método de Rankine en las fases de pre-diseño. De todas formas, es importante verificar la validez de la hipótesis respecto de la fricción nula entre muro y suelo. Tanto el método de Coulomb como el de equilibrio límites se emplea en el cálculo de los empujes activos. Para el caso de los empujes pasivos, la hipótesis de superficie de falla plana no es razonable y se prefiere el empleo de tablas o ábacos provenientes del análisis límite.
- Muro y superficie del suelo inclinadas: el método más adecuado es el de equilibrios límites, pero también se suele emplear el método de Coulomb para el cálculo de los empujes activos.
- Muro y superficie del suelo arbitrarias: se emplea en general el método de Coulomb descomponiendo gráficamente el suelo a trasdós en cuñas regulares (método de Culmann). Una de las ventajas del método es que permite incluir en el cálculo sobrecargas puntuales o distribuidas sobre la superficie del suelo.

## 7.4. Obras de contención

Una obra de contención se ejecuta para contener cortes o rellenos de suelo. En algunas ocasiones, el rol del muro de contención es fundamentalmente prevenir la erosión ya que el suelo es capaz de sostenerse por sí solo. Sin embargo, en la mayor parte de los casos el rol de los muros de contención es resistir los esfuerzos impuestos por el suelo contenido. Estas fuerzas son resistidas fundamentalmente de tres formas:

1. Gracias al peso de la obra de contención: *muros gravitatorios*.

2. Mediante el empotramiento parcial de la obra de contención: *muros cantilever* de hormigón armado, paredes moldeadas y muros cortina.
3. Empleando sistemas de anclaje mecánicos: *muros anclados* o *atirantados*.

Junto con el sistema empleado para contener los empujes del suelo, la flexibilidad del muro juega un rol importante en el funcionamiento mecánico de la obra.

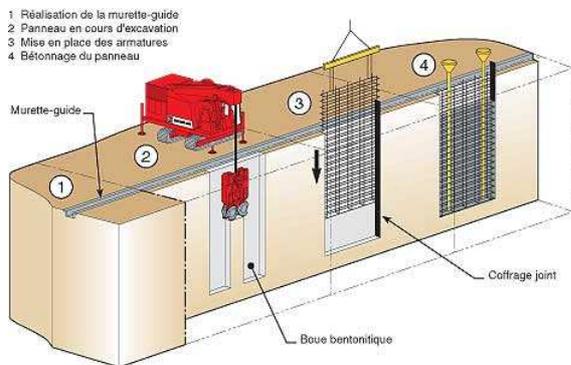
Los muros gravitatorios más comunes son los de hormigón en masa o de albañilería de piedra. En general, son estructuras muy rígidas que tienen poca resistencia a los asentamientos diferenciales (Fig.7.15a). Sin embargo, existen muros gravitatorios mucho más flexibles como los muros en tierra armada, en los cuales el suelo es reforzado a través de inclusiones rígidas resistentes a la tracción (Fig.7.15b). Existen muchas otras variantes basadas en el mismo principio: gaviones, cribas, etc.



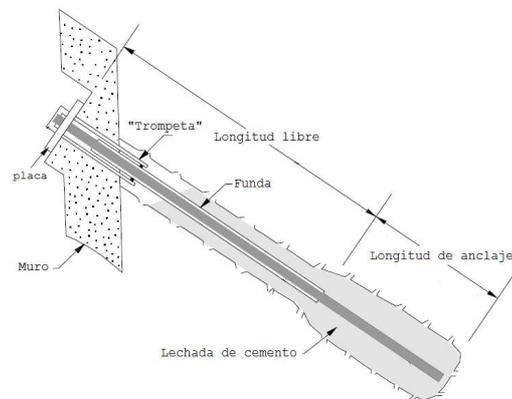
(a) Muro gravitatorio de albañilería de piedra



(b) Muro gravitatorio de tierra armada



(c) Esquema de ejecución de una pared moldeada



(d) Esquema de un anclaje post-tensado

Figura 7.15: Muros de contención

Dentro de los muros de contención que funcionan sobre la base del empotramiento parcial de la obra, los más clásicos son los muros cantilever de hormigón. La idea consiste en dotar al muro de una base alargada que se ubica parcialmente por debajo del suelo a soportar. De esta forma, parte del peso del relleno colabora directamente con la estabilidad del muro. En general se arman y se pueden considerar como rígidos. Dentro de la misma categoría se ubican las paredes moldeadas. En este caso, la idea es construir el muro al interior del suelo antes de ejecutar la excavación. La técnica consiste en excavar una zanja que se llena de un lodo para asegurar su estabilidad. En seguida, se instala la armadura y finalmente se vacía el hormigón recuperando el lodo (Fig.7.15c). Este tipo de obra especialmente práctica cuando la excavación llega por debajo de la napa freática en zonas urbanas. Una pared moldeada funciona por empotramiento total o parcial en el suelo. El mismo tipo de funcionamiento se puede encontrar en tablestacados o muros berlineses no anclados.

Cuando se trata de obras de contención para cortes en lugar de rellenos, las fuerzas de empuje activo se suelen contener total o parcialmente mediante anclajes mecánicos. Su empleo es frecuente en paredes moldeadas y muros berlineses. La diferencia entre las paredes moldeadas y los muros berlineses radica en la técnica de construcción. En el caso de muros berlineses, se ejecuta en primer lugar columnas *in-situ*. Luego, en la medida que se ejecuta la excavación se ubica entre las columnas elementos de contención prefabricados. Las fuerzas de empuje son tomadas por elementos de anclaje instalados en las columnas (Fig.7.15d) y luego post-tensados. Ver por ejemplo <http://www.terratest.cl> para mayores detalles sobre la instalación y ejemplos de obras en Chile donde se emplearon anclajes.

#### 7.4.1. Aspectos generales del diseño de obras de contención

El diseño de una obra de contención consiste en determinar su geometría y las características de los elementos estructurales que la conforman, de suerte que sea estable bajo los efectos de las fuerzas de empuje que le son impuestas. La mayor parte de los métodos de diseño están basados en cálculos a la ruptura junto con la aplicación de ciertos factores de seguridad. En el caso de estructura flexibles o semi-flexibles, se suelen efectuar los diseños en base a las deformaciones obtenidas asimilando la obra de contención a una viga continua sobre apoyo elástico o elasto-plástico mediante módulos de reacción.

Existen fundamentalmente cinco modos de ruptura global de muros de contención:

1. Deslizamiento a lo largo de la base (Fig.7.16a).
2. Volcamiento de la obra (Fig.7.16b).
3. Ruptura por punzonamiento del suelo de fundación (Fig.7.16c).
4. Deslizamiento global del sistema (Fig.7.16d).
5. Ruptura de los elementos estructurales que conforman el muro.

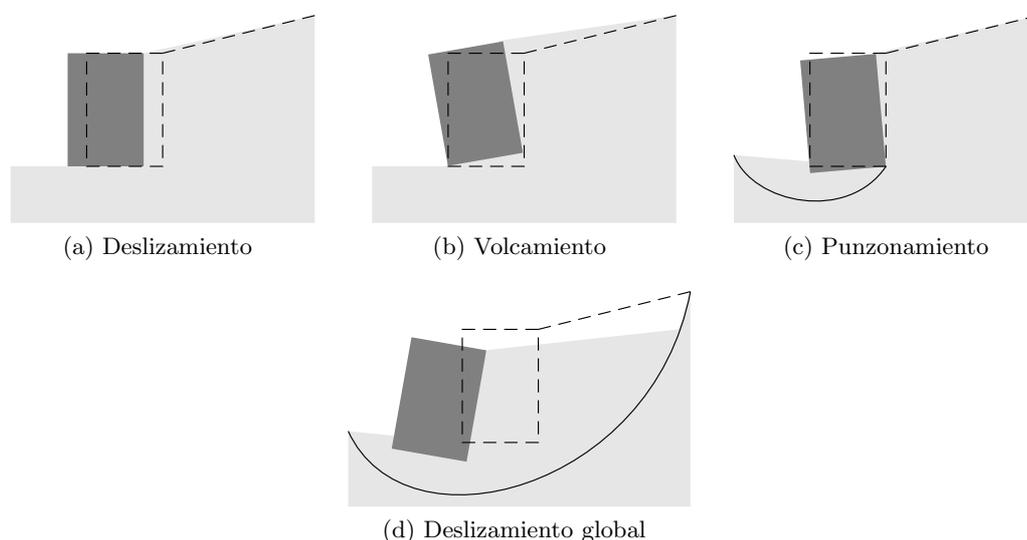


Figura 7.16: Modos de ruptura de obras de contención

Los cuatro primeros tipos están asociados a inestabilidades externas de la obra de contención, mientras que el quinto corresponde a una inestabilidad interna. El estudio de la estabilidad externa de una obra emplea conceptos que son comunes a todo tipo de obra. En este curso, trataremos sólo el caso de muros de hormigón o albañilería. Por el contrario, el análisis de la inestabilidad interna varía mucho de un caso a otro, dependiendo del comportamiento estructural de la obra de contención. No abordaremos el tema de la resistencia estructural de la obra en esta presentación.

La resistencia al corte del suelo es uno de los parámetros más importantes del problema de estabilidad de una obra de contención. En el caso de suelos granulares, la resistencia al corte está completamente definida por el ángulo de fricción interna  $\phi'$ . Si el suelo contiene una gran cantidad de finos, su resistencia al corte dependerá del grado de saturación y de la velocidad de aplicación de la carga (§6.6). En el caso de suelos finos saturados, será probablemente necesario ejecutar dos cálculos: uno a corto plazo correspondiente a las condiciones inmediatas a la construcción; uno a largo plazo para evaluar la estabilidad una vez que las sobre-presiones se disipan. En general, es el cálculo a largo plazo en esfuerzos efectivos el que controla el diseño. Por otro lado, frecuentemente se desprecia la cohesión efectiva  $c'$ , ya que su efecto favorable tiende a desaparecer junto con el desplazamiento de la obra.

La fricción  $\delta$  entre la pared del muro y el suelo depende fundamentalmente de:

- La rugosidad de la pared.
- El ángulo de fricción interno del suelo.
- El asentamiento relativo entre el muro y el suelo.
- La inclinación del suelo a trasdós del muro.

En general, el valor de  $\delta$  puede ser estimado en función de la rugosidad de la pared. Sin embargo, si el muro tiende a asentarse más que el suelo contenido el ángulo de fricción  $\delta$  puede ser negativo. Usualmente, se considera  $\delta = \frac{2}{3}\phi$  para muros rugosos de hormigón o albañilería de piedra. Si la pared es poco rugosa se puede emplear  $\delta = \frac{1}{3}\phi$  o simplemente  $\delta = 0$  si es muy lisa.

Los métodos de cálculo de las fuerzas de empuje han sido detallados en §7.3. Si bien los valores de los empujes provienen de un cálculo en condición de ruptura del suelo, implícitamente tienen asociados las deformaciones de servicio de la obra. Por ejemplo, si el muro no puede desplazarse horizontalmente (e.g., muros de subterráneos de edificios), los empujes deben ser calculados con el coeficiente de tierras en reposo  $K_0$  y  $\underline{n}$  con el coeficiente de empujes activos  $K_a$ .

De forma general, el cálculo de los empujes activos o pasivos debe considerar la amplitud posible de los desplazamientos de la obra de contención relativos al suelo. En general se acepta que para desarrollar completamente el empuje activo en arenas medias o arcillas normalmente consolidadas, el desplazamiento debe ser del orden de  $0.001H$ , donde  $H$  es la altura del muro. La rotación debe ser del orden de  $0.002[\text{rad}]$ . Para desarrollar el empuje pasivo se requiere un desplazamiento del orden de  $0.05D$ , donde  $D$  es la ficha del muro. La rotación deber ser cercana a  $0.1[\text{rad}]$  respecto del pie, o del orden de  $0.02[\text{rad}]$  respecto del extremo superior del muro. En el caso de suelos granulares muy densos, o arcillas fuertemente pre-consolidadas, se requieren movimientos de menor amplitud para desarrollar completamente los empujes activos y pasivos.

#### 7.4.2. Diseño de muros gravitatorios de albañilería de piedra y hormigón

Diseñar un muro de contención consiste en definir su geometría y su estructura (e.g., armadura en el caso de un muro de hormigón armado) para que sea estable ante la acción de las siguientes fuerzas (Fig.7.17a):

- El peso propio del muro:  $W$ .
- La fuerza de empuje activo:  $F_a$ .
- La fuerza de empuje pasivo:  $F_p$ .
- La reacción del suelo bajo la fundación:  $R$ .

Desde el punto de vista de la estabilidad, se deben verificar los siguientes criterios:

- Deslizamiento.
- Volcamiento.

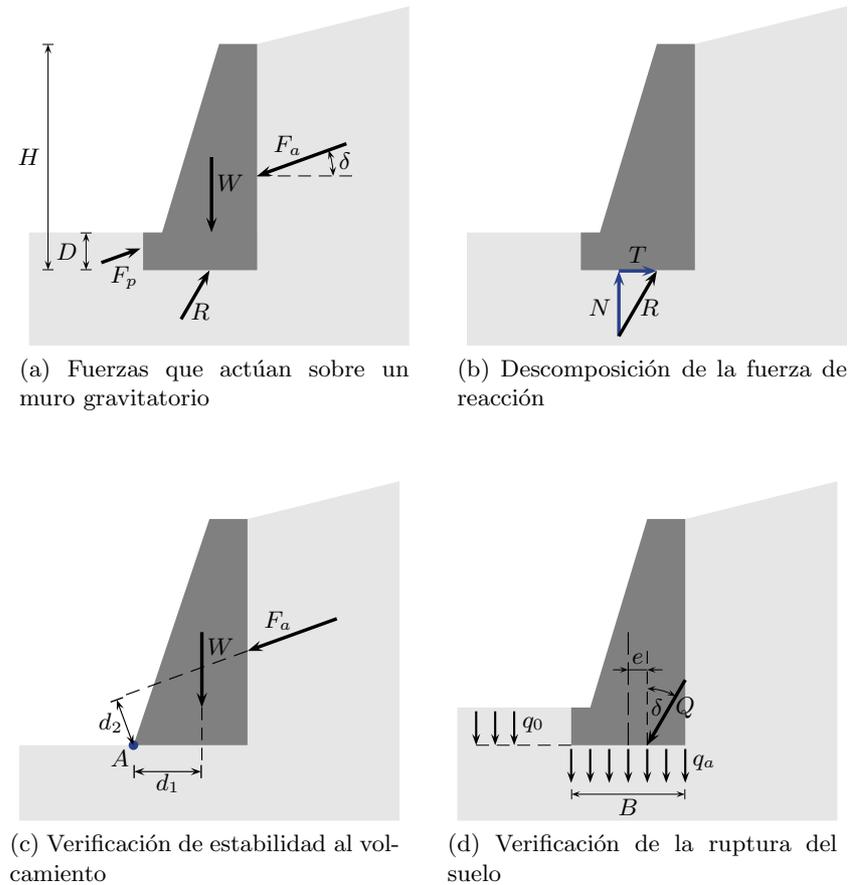


Figura 7.17: Diseño de muros gravitatorios

- Ruptura del suelo bajo la fundación.
- Deslizamiento del conjunto suelo-muro.

Al mismo tiempo, se debe verificar que los desplazamientos sean lo suficientemente grandes como para desarrollar las fuerzas de empuje activo o pasivo. Además, la fuerza de empuje activo debe ser calculada considerando los efectos de los flujos de agua probables que sean desfavorables para la estabilidad del muro. En efecto, un relleno completamente saturado puede llegar a inducir empujes hasta 2.5 veces mayores al mismo relleno seco. En la práctica, se emplean sistemas de drenaje a trasdós del muro de forma de reducir al máximo los efectos del agua sobre los empujes.

**Deslizamiento.** El factor de seguridad al deslizamiento  $F_s^D$  corresponde al cociente entre la fuerza resistente al deslizamiento a lo largo de la base y la componente tangencial de la fuerza de reacción  $R$ . Si  $T$  y  $N$  son las componentes tangenciales y normales de la reacción  $R$  (Fig.7.17b), el coeficiente de seguridad se escribe:

$$F_s^D = \frac{N}{T} \tan \delta \tag{7.51}$$

donde  $\tan \delta$  es el coeficiente de fricción entre el suelo bajo la fundación y la base del muro. Para el cálculo de  $R$  se suele despreciar la contribución del empuje pasivo  $F_p$  que se ejerce por delante del muro. En el caso de un muro de hormigón, se admite que el ángulo de fricción a nivel de la base es el mismo que sobre la pared, luego:

$$\delta = \frac{2}{3} \phi \tag{7.52}$$

donde  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del suelo. Como regla general, el valor de  $F_s^D$  debe ser mayor o igual a 1.5.

**Volcamiento.** El objetivo es verificar el equilibrio estático del muro respecto de los momentos volcantes ejercidos por las fuerzas externas. El coeficiente de seguridad  $F_s^V$  se calcula en el equilibrio límite, cuando el muro gira respecto de su extremo inferior.

Consideremos el equilibrio respecto del punto  $A$  en el esquema de la Fig.7.17c. Respecto de este punto, existen fuerzas que tienden a volcar el muro (e.g., empuje activo) y otras que tienden a estabilizar la obra (e.g., peso). Luego, el coeficiente de seguridad queda definido como:

$$F_s^V = \frac{\text{Momentos resistentes}}{\text{Momentos volcantes}} = \frac{W d_1}{F_a d_2} \quad (7.53)$$

En general se impone que  $F_s^V \geq 1.5$ .

A veces se impone la regla del *tercio central*. La idea consiste en verificar que la reacción  $R$  del suelo pase por el tercio central de la base del muro. Si se asume una distribución lineal de esfuerzos bajo la fundación, esta regla equivale a imponer que toda la base esté en contacto en el suelo. En términos de coeficiente de seguridad, esta regla es un poco más severa que simple equilibrio de momentos y equivale a un  $2 < F_s^V < 3$  dependiendo del caso.

**Ruptura del suelo.** La estabilidad respecto de la ruptura del suelo se garantiza por medio de un coeficiente de seguridad mínimo  $F_s^R = 3$  respecto de la capacidad de soporte del suelo ante una carga concentrada inclinada.

La capacidad de soporte vertical  $Q$  del suelo, incluyendo la excentricidad  $e$  de la carga (Fig.7.17d), puede ser obtenida mediante el método de Meyerhof:

$$Q = (B - 2e) q_a \quad (7.54)$$

donde  $B$  es el ancho de la base del muro y  $q_a$  la presión admisible:

$$q_a = q_0 + \frac{1}{3} \left[ c N_c + \gamma \frac{B}{2} N_\gamma + q_0 (N_q - 1) \right] \quad (7.55)$$

donde  $\gamma$  es el peso específico del suelo;  $q_0$  el esfuerzo vertical inicial;  $c$  la cohesión;  $N_c$ ,  $N_\gamma$  y  $N_q$  son coeficientes de soporte del suelo que dependen del ángulo de fricción interna  $\phi$  y de la inclinación de la carga  $\delta$  (§9.3).

En primer lugar se verifica que la capacidad de soporte vertical  $Q$  sea mayor a la componente vertical  $R_v$  de la reacción  $R$  ( $R_v = N$  si la base del muro es horizontal). Adicionalmente, se debe verificar que la presión admisible sea mayor a las presiones sobre la base del muro (se suele suponer una distribución triangular).

**Deslizamiento del conjunto.** Existe deslizamiento del conjunto suelo-muro cuando el plano de ruptura del suelo contiene a la obra de contención (Fig.7.16d). En este caso, el coeficiente de seguridad se define como el cociente entre el momento de las fuerzas motrices (asociadas a la gravedad) sobre el momento ejercido por las fuerzas resistentes sobre el plano de falla. En general, se asumen superficies de falla en forma de arco de círculo y se calcula el valor mínimo del coeficiente de seguridad probando muchas posiciones del centro del círculo que define la superficie de ruptura. La técnica usual se conoce como método de las dovelas (§8.3.3.2). En este caso, se suele aceptar una configuración que tenga asociada un coeficiente de seguridad de al menos 1.5.

## 7.5. Ejercicios propuestos

1. Determine mediante el método de Rankine las fuerzas de empuje ejercidas sobre el muro vertical en los casos de la Fig.7.18a y Fig.7.18b.
2. Considere un muro delgado de pared vertical que sostiene un relleno arenoso (Fig.7.19). Mediante el método de Rankine determine los sobre el muro en las siguientes situaciones:

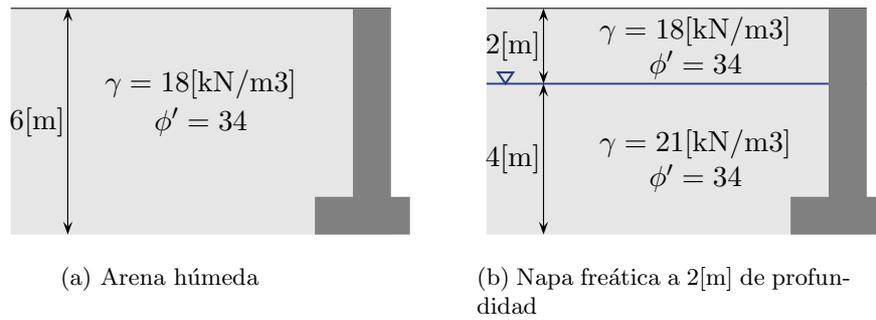


Figura 7.18

- a) Arena seca de peso específico seco  $\gamma_d = 18[\text{kN/m}^3]$ .
- b) Arena húmeda de grado de saturación  $S_r = 0,8$ .
- c) Arena completamente saturada, napa freática hasta la superficie sin posibilidad de drenaje.

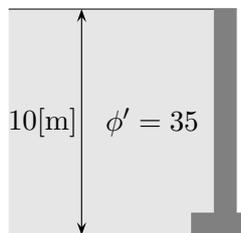


Figura 7.19

3. Un muro de contención sostiene un relleno de arcilla saturada de propiedades según se indica en la Fig.7.20. Determine el diagrama de empujes a:

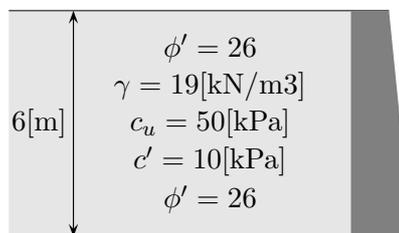


Figura 7.20

- a) A largo plazo en comportamiento drenado ( $\sigma'_h$ )
  - b) A corto plazo en comportamiento no drenado ( $\sigma_h$ )
4. Se construye un muro de contención vertical de 3[m] de alto para sujetar un relleno de arena que forma un pendiente de 30 con respecto a la horizontal (Fig.7.21). Dicha inclinación corresponde a la pendiente natural de un talud compuesto de esta arena. El peso específico unitario del material es de  $\gamma = 20[\text{kN/m}^3]$ . Determine la fuerza de empuje total de acuerdo al método de Rankine. Dibuje el diagrama de empujes.
5. Considere el muro de contención vertical de 5[m] de alto de la Fig.7.22. Las propiedades del suelo se indican en la figura. Determine la fuerza total de empuje, las componentes horizontales y verticales y la ubicación de la resultante con respecto a la base del muro. Emplee:
- a) El método de Rankine
  - b) El método de Coulomb considerando un ángulo de fricción muro-suelo de  $\delta = \frac{2}{3}\phi$

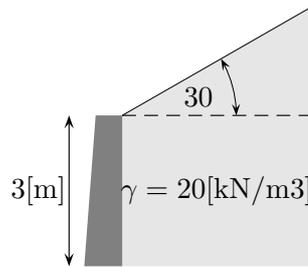


Figura 7.21

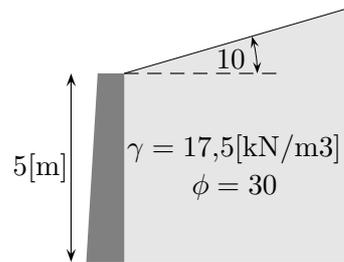


Figura 7.22

6. Un muro de contención de 6,5[m] de alto sostiene un suelo cohesivo (Fig.9.15). Determine el diagrama de empujes, el empuje total y el punto de aplicación de la fuerza equivalente con respecto a la base, bajo las siguientes hipótesis:
- Desprecie los esfuerzos en la zona en tracción
  - Suponga que la zona en tracción se fisura y se llena de agua

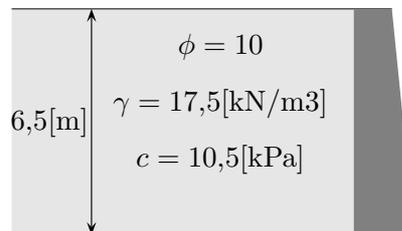


Figura 7.23

7. Determine la fuerza de empuje total y la ubicación de la resultante con respecto a la base para el muro de contención de la Fig.7.24. Considere empujes de Coulomb despreciando la fricción entre el muro y el suelo ( $\delta = 0$ ). Dibuje los diagramas de empuje.

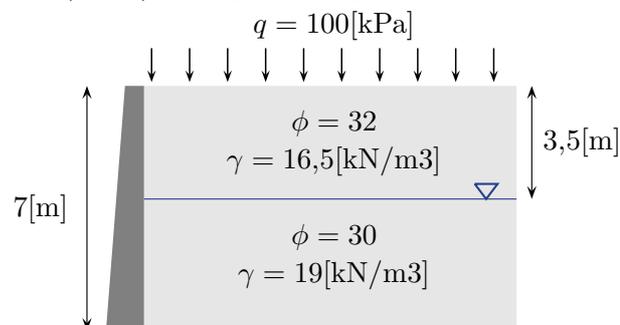


Figura 7.24

8. Obtenga el factor de seguridad al deslizamiento y volcamiento del muro Cantilever de la Fig.7.25. Suponga que el peso del muro es despreciable y emplee el método de Rankine para estimar los

empujes sobre la pared vertical ficticia  $\overline{CD}$ . El volumen de suelo contenido al interior del polígono  $\overline{ABCD}$  puede ser considerado como parte del muro.

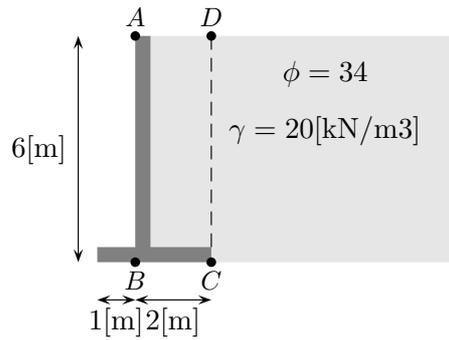


Figura 7.25

9. Considere el muro pantalla de la Fig.7.26. Determine la ficha  $f$  de la pantalla de forma que los empujes pasivos sean 3 veces los activos. Discuta sobre la movilización de dichos empujes.

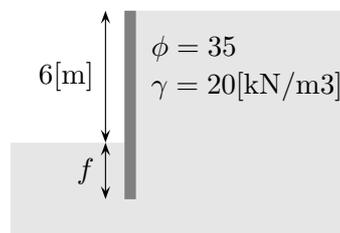


Figura 7.26

10. Considere el muro de contención gravitatorio de la Fig.7.27. El muro contiene un relleno de arena gruesa y fina de 6[m] de profundidad. La arena fina se encuentra saturada gracias al agua que drena a través de la capa superficial de arena gruesa muy permeable. El estudio de flujo de agua concluyó que la situación más desfavorable desde el punto de vista de la estabilidad del muro es la que se representa sobre la Fig.7.27. Los segmentos  $\overline{BB'}$  y  $\overline{EE'}$  definen las dos equipotenciales extremas del problema de flujo. El análisis de pérdidas de carga mostró que la caída de potencial entre  $B$  y  $C$  es el 25% de la pérdida de carga total. La caída de potencial entre  $C$  y  $D$  es el 55% de la pérdida de carga total.

- Determine los valores de las presiones de poros en los puntos  $C$  y  $D$ . Obtenga los valores de las fuerzas hidráulicas que actúan sobre el muro, suponiendo que la variación de la presión de poros es lineal entre  $B$  y  $C$ , entre  $C$  y  $D$  y entre  $D$  y  $E$ .
- Determine los diagramas de las fuerzas de empuje activo entre  $A$  y  $C$ , y de empuje pasivo sobre  $D$  y  $E$ . No olvide que las fuerzas de infiltración afectan los valores de los esfuerzos efectivos. Calcule las resultantes de los empujes.
- Evalúe si el muro de contención es estable. No considere las fuerzas de empuje pasivo en los cálculos.

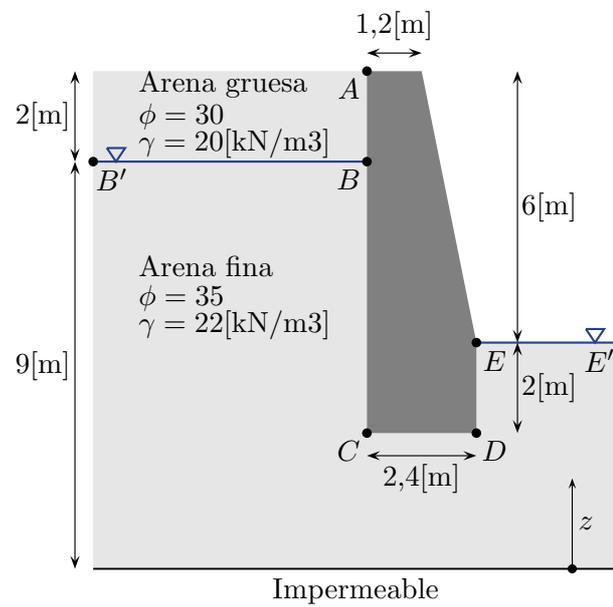


Figura 7.27

# Capítulo 8

## Estabilidad de taludes

Un deslizamiento de suelo es un movimiento de una gran masa de material que afecta un talud natural o artificial. Estos deslizamientos pueden producir daños importantes en la infraestructura, tener gran impacto económico o incluso causar muertes. En general, ocurren luego de algún evento natural importante: lluvias intensas, sismos, etc. Pero también pueden ser consecuencia directa del hombre: construcción de terraplenes, desforestación, etc. En general, el estudio de la estabilidad de taludes puede ser un área de trabajo común entre la geología aplicada y la ingeniería geotécnica.

### Índice

---

<b>8.1. Introducción</b>	<b>140</b>
<b>8.2. Algunos aspectos prácticos</b>	<b>141</b>
<b>8.3. Evaluación de la estabilidad</b>	<b>141</b>
8.3.1. Factor de seguridad	142
8.3.2. Cálculo del factor de seguridad en ruptura plana	143
8.3.3. Cálculo del factor de seguridad en ruptura circular	144
8.3.4. Deslizamientos a corto y largo plazo	149
<b>8.4. Ejercicios propuestos</b>	<b>150</b>

---

## 8.1. Introducción

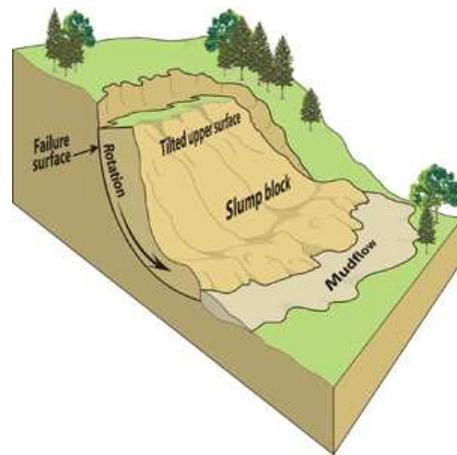
Los deslizamientos de suelos son extremadamente variados respecto del volumen de material involucrado, morfología y cinemática del movimiento. Desde el punto de vista del origen del movimiento, se pueden clasificar como:

- Deslizamientos en suelos móviles, caracterizados por la aparición de una superficie de falla a través de la cual se originan los desplazamientos.
- Desprendimiento en terrenos rocosos, generados por el desprendimiento rápido sobre discontinuidades preexistentes (en general) de una masa de roca.
- Aludes, asimilables a un fluido viscoso de elementos de tamaño variable que puede llegar a recorrer distancias importantes.

En este curso nos concentraremos solamente en la primera categoría, es decir, deslizamientos de suelos (Fig.8.1a). Desde un punto de vista mecánico, un deslizamiento ocurre cuando los esfuerzos de corte originados por las fuerzas motrices (e.g., la gravedad), supera la resistencia del suelo sobre una superficie de falla. Los elementos morfológicos principales de un deslizamiento se indican en la Fig.8.1b. En la práctica, se observan deslizamientos de forma muy variada. La Fig.8.1b representa esquemáticamente el caso de una falla rotacional: la superficie de falla es aproximadamente cilíndrica y el suelo en superficie gira hacia atrás. Sin embargo, existen situaciones donde la superficie de falla es aproximadamente plana, o bien combinaciones de varias superficies de falla de geometría más compleja.



(a) Ejemplo de un deslizamiento de suelo



(b) Representación esquemática de la falla rotacional de un talud

Figura 8.1: Deslizamiento de suelos

Las dimensiones en planta de un deslizamiento de suelo puede ir de las decenas de metros hasta algunos kilómetros. La profundidad de la superficie de falla suele oscilar entre los 5 y 10[m], pero puede llegar hasta las decenas de metros. Existen casos documentados de falla de taludes que involucraron decenas de millones de metros cúbicos de material. En general, los terrenos involucrados en fallas de taludes suelen tener una fuerte componente arcillosa, pero es posible encontrar deslizamientos en suelos arenosos o en rocas muy alteradas y fracturadas.

El ingeniero geotécnico puede ser solicitado en distintas circunstancias:

- Si se trata de un talud natural inestable experimentando movimientos lentos, la misión del ingeniero será de prever el movimiento del suelo y proponer un plan de estabilización del talud.
- Si se trata de talud que ya ha fallado, el ingeniero deberá proponer un plan de estabilización del terreno, identificar los daños sobre las obras existentes y proponer las reparaciones necesarias.

- Si el objetivo es crear un talud artificial, el ingeniero tendrá que diseñar el talud y definir los procedimientos de ejecución de la obra.
- Si se trata de una intervención sobre taludes existentes, el objetivo será de establecer las medidas a tomar para no comprometer la estabilidad del terreno.

## 8.2. Algunos aspectos prácticos

La primera etapa de todo estudio de estabilidad de taludes consiste en el estudio geológico del sitio: naturaleza del terreno, espesor de las formaciones superficiales, identificar fallas, etc. Es importante que esta estudio se extienda más allá de la zona precisa donde se ubica el talud, ya que un talud potencialmente inestable puede formar parte de una extensión de terreno inestable de mucho mayor tamaño. El objetivo es buscar indicios de deslizamientos antiguos o activos: grietas superficiales, daños en estructuras vecinas, etc.

Como veremos más adelante, el agua juega un rol primordial en la estabilidad de taludes. De hecho, se estima que alrededor del 55 %<sup>1</sup> de las inestabilidades de taludes están asociadas a fenómenos relacionados con el agua. Por lo tanto, el estudio de las presiones de poros al interior del suelo, de su evolución en el tiempo, de las condiciones de drenaje, del funcionamiento de las napas freáticas, forman parte clave de la evaluación de la estabilidad de un talud.

Desde un punto de vista mecánico, la evaluación de la estabilidad de un talud requiere una estimación de la fricción que se puede movilizar sobre el plano de falla. Como vimos en §6.6, la resistencia de un suelo cohesivo varía dependiendo si existe o no el tiempo necesario para disipar las sobrepresiones de poros: comportamiento a corto plazo (no drenado) o a largo plazo (drenado). En suelos granulares, la disipación es prácticamente instantánea y la distinción no es necesaria. Para cálculos a largo plazo, razonaremos en esfuerzos efectivos  $\underline{\sigma}'$ , mientras que a corto plazo emplearemos esfuerzos totales  $\underline{\sigma}$ . En el caso de suelos finos emplearemos la cohesión efectiva  $c'$  y el ángulo de fricción interna efectiva  $\phi'$  en condiciones drenadas; mientras que utilizaremos la cohesión no drenada  $c_u$  para cálculos a corto plazo.

Como vimos en §6.2, la existencia de un peak en las curvas de esfuerzo-deformación depende del estado de compacidad inicial del suelo. En efecto, este comportamiento suele ocurrir en arcillas preconsolidadas y en arenas densas. Luego del peak a gran deformación, la resistencia cae a un valor residual caracterizado por una cohesión casi nula y una reducción del ángulo de fricción interna. Este comportamiento se asocia al cambio de orientación de las partículas a través del plano de ruptura del suelo. Por lo tanto, si se trata de deslizamientos de tierra *nuevos*, las características de resistencia al corte a emplear serán los valores de peak. Si por el contrario, se trata de un deslizamiento *antiguo*, se deberán emplear las propiedades residuales.

Finalmente, por tratarse de un movimiento de terreno, la estimación de la cinemática del deslizamiento es fundamental. La idea consiste en delimitar en planta y en profundidad el volumen de suelo que puede estar involucrado en el movimiento. En terreno, se emplean instrumentos que permiten monitoria los deslizamientos del suelo (e.g., inclinómetros). De hecho, existen instrumentos que permiten incluso determinar la profundidad de la superficie de falla. En el caso de grandes deslizamientos existentes, el monitoreo permite definir el orden de magnitud de la velocidad del movimiento, estudiar la sensibilidad frente a factores externos (variaciones estacionales) o controlar la eficacia de una estabilización.

## 8.3. Evaluación de la estabilidad

El primer paso en la evaluación de la estabilidad de un talud consiste en desarrollar un modelo geotécnico que integre la información disponible: topografía, estratificación del suelo, condiciones hidráulicas, etc. Como se mencionó anteriormente, la evaluación de la distribución de las presiones

---

<sup>1</sup>de acuerdo a Durville and Sève (1996)

intersticiales son fundamentales para la evaluación de la estabilidad de un talud. En términos prácticos, se puede suponer una posición de la napa freática en términos de la información disponible o eventualmente estimar el flujo estacionario del agua de acuerdo a los expuesto en §4.4.

### 8.3.1. Factor de seguridad

El análisis usual de estabilidad consiste en estudiar las condiciones de equilibrio de una masa de suelo delimitada por una superficie de falla, sometida a la acción del peso propio, las reacciones del suelo a lo largo de la superficie de falla, presiones de poros y cargas exteriores eventuales. El análisis se suele ejecutar sobre un modelo geotécnico bidimensional en deformaciones planas.

En un punto sobre la superficie de ruptura potencial, el coeficiente de seguridad *local*  $F_s^l$  se define como el cuociente entre la resistencia al corte del suelo  $\tau_{max}$  y el esfuerzo de corte  $\tau$  que se ejerce sobre la superficie:

$$F_s^l = \frac{\tau_{max}}{\tau} \quad (8.1)$$

Si  $F_s^l > 1$  no existe ruptura, pero si  $F_s^l = 1$  hay ruptura local. La definición de un coeficiente de seguridad *global* presenta dos dificultades:

- Salvo situaciones simplificadas, no se conoce la distribución de los esfuerzos de corte a través toda la superficie de falla.
- El coeficiente de seguridad no es constante a lo largo de la superficie de falla.

En los métodos que presentaremos a continuación, la evaluación de la seguridad del talud se base en la estimación por un lado de  $\tau_{max}$  y por otro de  $\tau$ . El caso de suelos cohesivos en condición no drenada, se tiene  $\tau_{max} = c_u$ . Sin embargo, en el caso general  $\tau_{max}$  depende del esfuerzo normal efectivo  $\sigma'_n$  a través del criterio de ruptura de Mohr-Coulomb:  $\tau_{max} = c' + \sigma'_n \tan \phi'$ . Por lo tanto, existe una dependencia entre el esfuerzo sobre el plano de falla y la resistencia al corte por lo que se deben formular hipótesis para obtener  $\sigma'_n$ . Una de las formas de tratar los esfuerzos de corte  $\tau$  es con respecto al valor límite de ruptura en función del factor de seguridad local:

$$\tau = \frac{c'}{F_s^l} + \sigma'_n \frac{\tan \phi'}{F_s^l} \quad (8.2)$$

Esta condición puede ser interpretada como un material ficticio de resistencia al corte reducida (Fig.8.2).

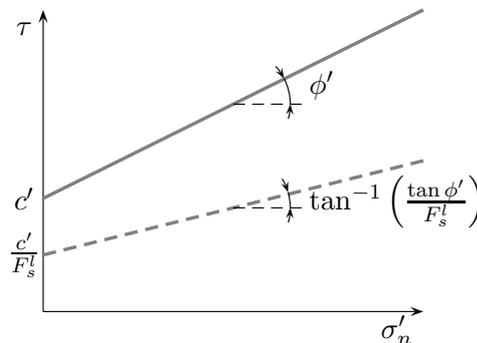


Figura 8.2: Material equivalente incluyendo factor de seguridad local

El estudio de estabilidad consiste en buscar la superficie de falla más desfavorable dentro de una familia de curvas, por ejemplo circulares. Es decir, buscar aquella que tenga asociada el coeficiente de seguridad más bajo. En condiciones normales, este factor de seguridad varía entre 1.2 y 1.5 dependiendo del caso.

### 8.3.2. Cálculo del factor de seguridad en ruptura plana

En ciertos casos, una capa o interfaz puede *guiar* la ruptura de un talud. En dichas condiciones, la superficie de falla es razonablemente plana. Desde el punto de vista del modelo geotécnico, el problema se puede asimilar a un talud infinito apoyado sobre una interfaz plana con un estrato muy rígido paralela a la superficie. La consecuencia directa de esta hipótesis es que el deslizamiento del talud es paralelo a la pendiente de la superficie.

Consideremos una porción o *dovela* de dicha pendiente (Fig.8.3). La fuerzas sobre la dovela son:

- El peso propio  $W$
- Las fuerza laterales de componentes horizontal  $H$  y vertical  $V$ .
- La reacción sobre el estrato rígido representada por su componente normal  $N$  y tangencial  $T$ .
- Si la pendiente está saturada, se agrega las fuerzas de presión del agua lateral  $U_l^l$  y a la base  $U_w$ .

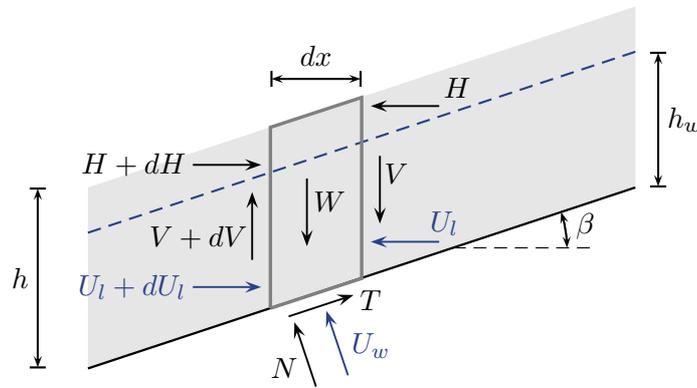


Figura 8.3: Ruptura plana: equilibrio de una dovela de suelo

Si la pendiente es infinita, no existen variaciones de  $H$ ,  $V$  y  $U_l$  ( $dH = dV = dU_l = 0$ ) y por lo tanto estas fuerzas se anulan de una lado al otro de la dovela. Imponiendo la condición de equilibrio, se obtiene directamente  $N = W \cos \beta$  y  $T = W \sin \beta$  y luego el factor de seguridad:

$$F_s = \frac{T_{max}}{T} \quad (8.3)$$

Sobre la interfaz, el criterio de ruptura de Mohr-Coulomb se escribe:

$$\tau_{max} = c' + \sigma'_n \tan \phi' \quad (8.4)$$

o bien en función de las fuerzas sobre la superficie de falla:

$$T_{max} = c' \frac{dx}{\cos \beta} + \left( N - u_w \frac{dx}{\cos \beta} \right) \tan \phi' \quad (8.5)$$

donde  $u_w$  es la presión de poros promedio sobre el plano de falla. El valor de  $u_w$  se estima dividiendo la proyección normal del peso de agua de la dovela sobre la superficie del plano de falla:

$$u_w = \frac{\gamma_w h_w dx \cos \beta}{\frac{dx}{\cos \beta}} = \gamma_w h_w \cos^2 \beta \quad (8.6)$$

Reemplazando en la expresión del factor de seguridad se obtiene:

$$F_s = \frac{2}{\sin 2\beta} \frac{c'}{\gamma h} + \frac{(\gamma h - \gamma_w h_w) \tan \phi'}{\gamma h \tan \beta} \quad (8.7)$$

Dependiendo de las condiciones del material, la expresión anterior se puede simplificar:

- En el caso de un suelo granular limpio ( $c' = 0$ ):

- Si no existe agua:

$$F_s = \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad (8.8)$$

Por lo tanto, para un valor límite  $F_s = 1$  la inclinación estable del talud será como máximo  $\beta = \phi'$ .

- Si la napa de agua aflora a la superficie ( $h = h_w$ ):

$$F_s = \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma}\right) \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad (8.9)$$

- Si se trata de un suelo arcilloso saturado en condiciones no drenadas o a corto plazo ( $c = c_u$  y  $\phi = 0$ ):

$$F_s = \frac{2}{\sin 2\beta} \frac{c_u}{\gamma h} \quad (8.10)$$

### 8.3.3. Cálculo del factor de seguridad en ruptura circular

La Fig.8.4 muestra un talud de altura  $H$ , que forma un ángulo  $\beta$  con respecto a la horizontal. Para estudiar su estabilidad, consideremos una superficie de ruptura posible. Supongamos que la superficie de ruptura corresponde a un arco de circunferencia de radio  $R$ . El objetivo es determinar las condiciones para las cuales la masa de suelo delimitada por la superficie de falla es estable.

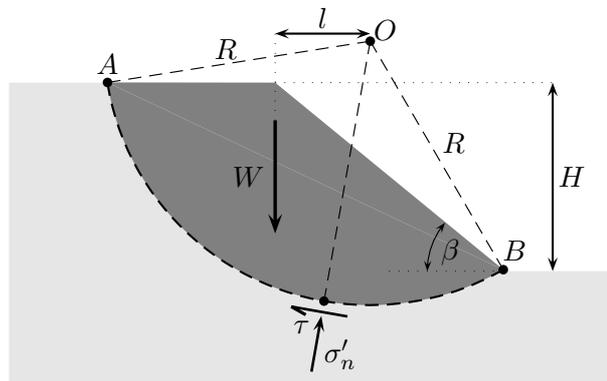


Figura 8.4: Principio de cálculo del factor de seguridad de un talud en ruptura circular

Existen varias fuerzas que actúan sobre el volumen de suelo propenso a deslizar. En primer lugar, la gravedad a través del peso  $W$  del suelo. Estas fuerzas originan los *momentos motrices* del movimiento del talud. Para equilibrar dichos momentos, se desarrollan esfuerzos de corte  $\tau$  a través de la superficie de falla. El efecto combinado de dichos esfuerzos originan los *momentos resistentes* del sistema. Si el talud está en equilibrio, se satisface:

$$Wl = R \int_A^B \tau ds \quad (8.11)$$

Si el sistema está en equilibrio, la distribución de esfuerzos de corte representadas en la Fig.8.4 no corresponde a una situación de ruptura. Por lo tanto, existe cierto margen de seguridad respecto de la resistencia del suelo. Entonces, la definición del factor de seguridad en términos del momento con respecto al centro  $O$  del arco de circunferencia en la Fig.8.4 queda:

$$F_s = \frac{\text{Momentos resistentes}}{\text{Momentos motrices}} = \frac{M_O^r}{M_O^m} \quad (8.12)$$

donde los momentos resistentes  $M_0^r$  están asociados a las fuerzas de resistencia al corte a través de la superficie de falla, mientras que los momentos motrices están asociados a la fuerza de gravedad.

Si el suelo obedece el criterio de ruptura de Mohr-Coulomb, el esfuerzo máximo que se puede movilizar sobre la superficie de falla es:

$$\tau_{max} = c' + \sigma'_n \tan \phi' \tag{8.13}$$

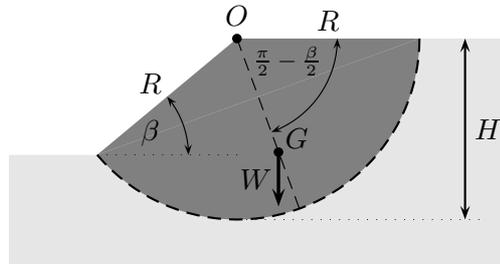
en condiciones drenadas o a largo plazo. Por lo tanto, la forma más general del factor de seguridad para una falla circular es:

$$F_s = \frac{R \int_A^B (c' + \sigma'_n \tan \phi') ds}{W l} \tag{8.14}$$

Si el talud está en equilibrio límite,  $\tau = \tau_{max}$  y  $F_s = 1$ . Por el contrario si el sistema está en equilibrio no es simple estimar el valor de  $\tau$ .

**Ejemplo 8.1** (adaptado de Schlosser, 2003)

Para ilustrar el cálculo del factor de seguridad, consideremos el talud de la figura que forma un ángulo  $\beta$  con respecto a la horizontal.



Supondremos que el arco de círculo de falla está centrado en el vértice  $O$  y que pasa por el pie del talud. Luego, el radio  $R$  se relaciona con la altura  $H$  a través de:

$$R = \frac{H}{\sin \beta} \tag{8.15}$$

Consideremos además que se trata de un suelo cohesivo saturado. Consideraremos la resistencia al corte no drenada o a corto plazo, de forma que  $\tau_{max} = c_u$  y  $\phi = 0$ . De acuerdo a la geometría, se obtiene directamente:

$$M_0^r = R^2 c_u (\pi - \beta) \tag{8.16}$$

$$M_0^m = \overline{OG} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} \right) W \tag{8.17}$$

Reemplazando los valores de  $W$  y del segmento  $\overline{OG}$  se obtiene el factor de seguridad:

$$F_s = \frac{c_u}{\gamma H} 3 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} \right) \sin \frac{\beta}{2} \tag{8.18}$$

**8.3.3.1. Método global.**

Supongamos que el talud de la Fig.8.5 es homogéneo de propiedades  $c'$  y  $\phi'$ . Eventualmente, puede existir una napa de agua o incluso un flujo de agua. Considerando la hipótesis de falla circular, la ruptura toma lugar sobre el arco de circunferencia centrado en  $O$ . El estudio de estabilidad pasa por

determinar el grado de fricción y cohesión que es necesario movilizar para mantener en equilibrio del talud a través de la superficie de ruptura.

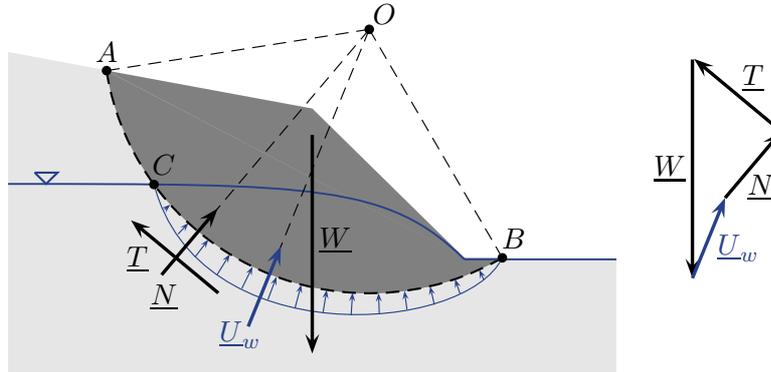


Figura 8.5: Fuerzas resultantes sobre un talud en falla circular (adaptada de Schlosser, 2003)

Las fuerzas sobre el sistema son las de gravedad  $\underline{W}$  y la resultante de las fuerzas inducidas por el agua  $\underline{U}_w$ :

$$\underline{U}_w = \int_{CB} \underline{u}_w ds \quad (8.19)$$

Supondremos que dichas fuerzas son completamente conocidas, por ejemplo a través de las técnicas expuestas en §4.4. Las fuerzas de fricción movilizadas  $\tau_m$  en un punto de la superficie de falla se escriben:

$$\tau_m = \frac{c'}{F_s} + \sigma'_n \frac{\tan \phi'}{F_s} \quad (8.20)$$

donde  $F_s$  es el factor de seguridad buscado. Sobre la superficie de falla  $\overline{AB}$  actúan tanto los esfuerzos normales  $\sigma'_n$  como los esfuerzos de corte movilizadas  $\tau_m$ . La integración sobre  $\overline{AB}$  puede ser escrita en términos de una resultante normal  $\underline{N}$  y una tangencial  $\underline{T}$ . Los módulos de ambas componentes son:

$$\|\underline{N}\| = \int_A^B \sigma'_n ds \quad (8.21)$$

$$\|\underline{T}\| = \underbrace{\int_A^B \frac{c'}{F_s} ds}_{\|\underline{T}_c\|} + \underbrace{\int_A^B \sigma'_n \frac{\tan \phi'}{F_s} ds}_{\|\underline{T}_\phi\|} \quad (8.22)$$

donde  $\underline{T}_c$  es la parte de la resultante asociada a la cohesión y  $\underline{T}_\phi$  la asociada a la fricción. Luego, la condición de equilibrio del sistema se escribe:

$$\underline{W} + \underline{U}_w + \underline{N} + \underline{T} = \underline{0} \quad (8.23)$$

lo que se representa gráficamente según se muestra en la Fig.8.5. Sin embargo, el problema radica en la determinación de  $\sigma'_n$  que no es conocido *a-priori*, por lo que se debe suponer una distribución de esfuerzos normales o bien incorporar un modelo de comportamiento para el suelo. Dentro de los métodos clásicos de resolución del problema, destaca el de Taylor (1937) o de *círculo de fricción* que supone una distribución de una semionda sinusoidal de los esfuerzos normales para resolver el problema. Sin embargo, existen otras alternativas que permiten deducir cotas inferiores y superiores para el factor de seguridad  $F_s$  (e.g., Biarez, Frohlich). No obstante, dichos métodos son poco flexibles y no permiten resolver el problema si el suelo no es homogéneo o si existen flujos de agua complejos. Presentaremos a continuación el *método de las dovelas* que tiene la ventaja de ser muy flexible y fácil de implementar, por lo que es el que más se emplea en la práctica.

### 8.3.3.2. Método de las dovelas.

La aplicación del método de las dovelas se apoya en las siguientes hipótesis:

- El talud es lo suficientemente ancho (dirección perpendicular al plano) para que un análisis bidimensional en deformaciones planas sean válido.
- No existen deformaciones previas a la ruptura. Además, la ruptura ocurre simultáneamente en todo punto sobre la superficie de falla. Luego, la masa de suelo se desplaza sin deformarse.
- El suelo es isotrópico.

El método consiste en dividir el suelo por sobre la superficie de ruptura en “rebanadas” o *dovelas* verticales. El equilibrio de cada una de ellas se estudia por separado. Agregando algunas hipótesis adicionales en relación a las fuerzas entre dovelas, se pueden calcular los esfuerzos normales  $\sigma'_n$  sobre la superficie de ruptura lo que permite resolver la ecuación de equilibrio del problema.

Consideremos la dovela  $j$  de ancho  $dx$  de la Fig.8.6. Sobre la dovela, se ejercen las fuerzas:

- El peso propio  $W^j = \gamma h^j dx$ .
- Las reacciones ejercidas por la dovela del lado izquierdo  $j - 1$ , de componentes  $H^{j-1}$  y  $V^{j-1}$ .
- Las reacciones ejercidas por la dovela del lado derecho  $j + 1$ , de componentes  $H^{j+1}$  y  $V^{j+1}$ .
- Las reacciones sobre la superficie de falla  $\underline{T}^j$  y  $\underline{N}^j$ , y la resultante hidráulica  $\underline{U}_w^j$ .

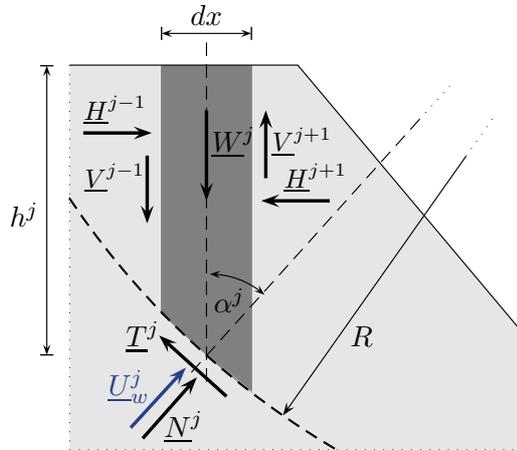


Figura 8.6: Fuerzas sobre una dovela

Definiremos un factor de seguridad local para la dovela  $j$  de acuerdo a:

$$F_s^j = \frac{\tau_{max}}{\tau^j} \tag{8.24}$$

Las componentes del equilibrio sobre las direcciones normal y tangencial a la dovela resultan:

$$\frac{u_w^j dx}{\cos \alpha^j} + \frac{\sigma_n^j dx}{\cos \alpha^j} + (W^j + dV^j) \cos \alpha^j - dH^j \sin \alpha^j = 0 \tag{8.25}$$

$$\frac{1}{F_s^j} (c' + \sigma_n^j \tan \phi') \frac{dx}{\cos \alpha^j} - (W^j + dV^j) \sin \alpha^j - dH^j \cos \alpha^j = 0 \tag{8.26}$$

donde:

$$dV^j = V^{j-1} - V^{j+1} \quad \text{y} \quad dH^j = H^{j-1} - H^{j+1}$$

El sistema anterior permite obtener  $\sigma_n^j$  en función únicamente de  $dV^j$ . Tomando momento respecto de  $O$ , considerando cada una de las fuerzas sobre las dovelas se obtiene:

$$F_s = \frac{\sum_j \left( c' + \sigma_n^j \tan \phi' \right) \frac{dx}{\cos \alpha^j}}{\sum_j W^j \sin \alpha^j} \quad (8.27)$$

en forma alternativa si  $dx$  es constante, en función del esfuerzo normal total  $\sigma_n^j$ :

$$F_s = \frac{\sum_j \left( c' + \left( \sigma_n^j - u_w^j \right) \tan \phi' \right) \frac{1}{\cos \alpha^j}}{\sum_j \gamma h^j \sin \alpha^j} \quad (8.28)$$

Reemplazando el valor de  $\sigma_n^j$  en función de  $dV^j$ , se obtiene una expresión del factor de seguridad global  $F_s$  que dependerá únicamente de la geometría. Por lo tanto, se requiere una hipótesis adicional por ejemplo entre  $dV^j$  y  $dH^j$  para poder evaluar  $F_s$ :

1. Fellenius (1927), supone que  $dV^j = dH^j = 0$  de forma que:

$$\sigma_n^j = \gamma h^j \cos^2 \alpha^j$$

y luego:

$$F_s = \frac{\sum_j \frac{\left( c' + (\gamma h^j \cos^2 \alpha^j - u_w^j) \tan \phi' \right)}{\cos \alpha^j}}{\sum_j \gamma h^j \sin \alpha^j} \quad (8.29)$$

si  $dx = \text{cte}$ .

2. Bishop (1954), supone que  $dV^j = 0$  lo que conduce a una ecuación implícita para  $F_s$ :

$$F_s = \frac{\sum_j \frac{c' dx + (W^j - u_w^j dx) \tan \phi'}{\cos \alpha^j \left( 1 + \tan \alpha^j \frac{\tan \phi'}{F_s} \right)}}{\sum_j W^j \sin \alpha^j} \quad (8.30)$$

que se puede resolver iterando. Se suele emplear el valor de Fellenius como valor inicial de  $F_s$  para comenzar a iterar.

Por tratarse de un método aproximado, el resultado dependerá del número de dovelas considerado. En general, entre 50 y 100 dovelas entregan un resultado estabilizado de  $F_s$ . Como en general tampoco se conoce la posición de la superficie de falla, los programas buscan el círculo de falla más desfavorable (el de menor  $F_s$ ) a partir de ciertos criterios de búsqueda. Dependiendo de la implementación, se suele definir una región de búsqueda para el centro  $O$  del círculo y los resultados se resumen en función de los iso-valores de los mínimos  $F_s$  obtenidos para cada centro de círculo potencial (Fig.8.7). En forma alternativa se pueden emplear ábacos para situaciones simples; los más conocidos son los de Fellenius y los de Taylor.

### 8.3.3.3. Método de las perturbaciones.

El método consiste en verificar el equilibrio de toda la porción de suelo por sobre la superficie de falla a través de la integración de dovelas verticales. A diferencia del método estándar, la superficie de ruptura no es necesariamente circular. Una vez más, el problema consiste en determinar la distribución de los esfuerzos normales totales  $\sigma_n$  sobre la superficie de falla. Si el esfuerzo normal  $\sigma_n^j$  de una dovela está inclinado  $\alpha^j$  con respecto a la vertical, el método busca una perturbación a partir del esfuerzo geostático  $\sigma_0^j = \gamma h^j \cos^2 \alpha^j$  bajo un semi-espacio infinito de superficie inclinada  $\alpha^j$ :

$$\sigma_n^j = \sigma_0^j (\beta_1 + \beta_2 \tan \alpha^j) \quad (8.31)$$

done  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son dos parámetros que representan la perturbación. Luego de la discretización, la resolución del problema consiste en resolver un sistema de 3 ecuaciones (equilibrio de fuerzas y momentos) donde las incógnitas son  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $F_s$ .

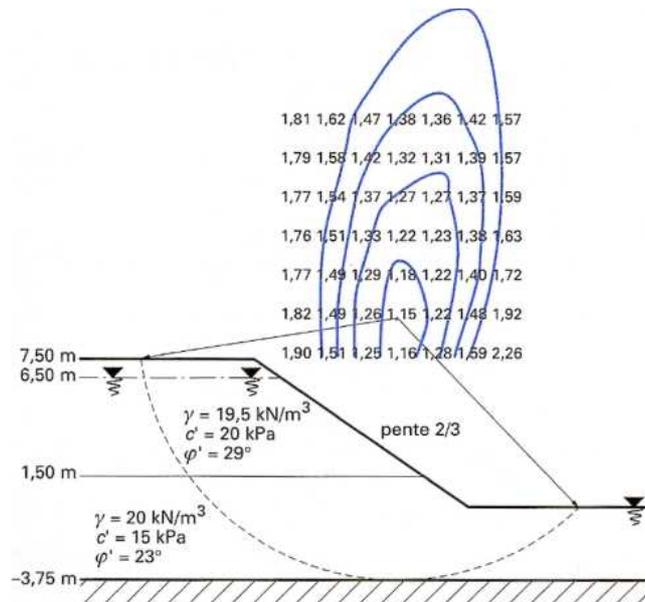


Figura 8.7: Ejemplo de cálculo de estabilidad: búsqueda de círculo de ruptura de mínimo factor de seguridad  $F_s$  (Durville and Sève, 1996)

### 8.3.4. Deslizamientos a corto y largo plazo

Si existe una napa de agua, el tipo de deslizamiento que puede ocurrir depende fundamentalmente de las características del suelo. Supongamos por ejemplo que se ejecuta un corte sobre un terreno natural. Si el suelo es granular la permeabilidad es elevada, entonces la napa freática evoluciona a medida que se va ejecutando la obra (Fig.8.8). Por lo tanto, los cálculos de estabilidad se deben ejecutar en condiciones drenadas o a largo plazo, en función de los esfuerzos efectivos y el ángulo de fricción efectivo  $\phi'$  del material.

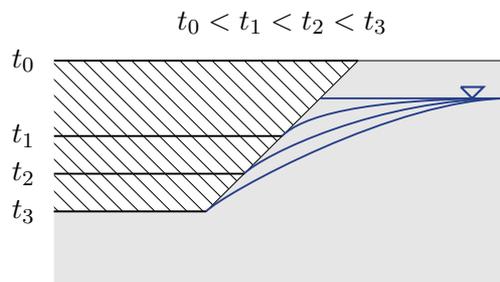


Figura 8.8: Evolución de la napa freática junto con la excavación: suelos granulares (adaptada de Schlosser, 2003)

En el caso de suelos finos como arcillas y limos poco permeables, se pueden distinguir dos etapas:

- Durante la ejecución de la obra los esfuerzos totales varían, induciendo deformaciones que incrementan las presión de poros. Debido a la baja permeabilidad del material, dichas sobre-presiones no se disipan rápidamente. Luego, el material se idealiza como si estuviera en condiciones no-drenadas o a corto plazo. El análisis se ejecuta en esfuerzos totales empleando la cohesión no drenada  $c_u$  como parámetro de resistencia.
- Luego de la disipación de las sobre-presiones (pueden ser años en el caso de arcillas), el régimen hidráulico es un flujo estacionario y la distribución de presiones de poros queda completamente definida por la red de flujo. En dichas condiciones, el análisis de estabilidad se efectúa en esfuerzos efectivos empleando las propiedades drenadas o a largo plazo del suelo.

El agua es sumamente importante para la estabilidad de un talud. En el caso a largo plazo, las fuerzas de filtración actúan como fuerzas motrices del mismo modo que la gravedad. En efecto, como vimos §8.3.2 en el caso de suelos granulares limpios el factor de seguridad cuando el agua aflora en la superficie se escribe:

$$F_s = \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma}\right) \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \approx \frac{1}{2} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \tag{8.32}$$

que corresponde aproximadamente a la mitad del  $F_s$  del caso seco, para los valores usuales de pesos específicos de suelos granulares limpios.

### 8.4. Ejercicios propuestos

1. Se desea estudiar un terreno potencialmente inestable. Los valores promedios de la exploración del terreno se indican en la Fig.8.9. Las mediciones piezométrica mostraron que el nivel freático se ubica aproximadamente a nivel de la superficie de la pendiente.
  - a) Asumiendo ruptura plana determine el coeficiente de seguridad del talud.
  - b) Se estudia la posibilidad de construir zanjas de drenajes perpendiculares al plano de la Fig. para bajar el nivel de la napa de agua. ¿Cuánto debería descender la napa para obtener un factor de seguridad de al menos 1,2 ? Desprecie el efecto de la cohesión en sus cálculos.

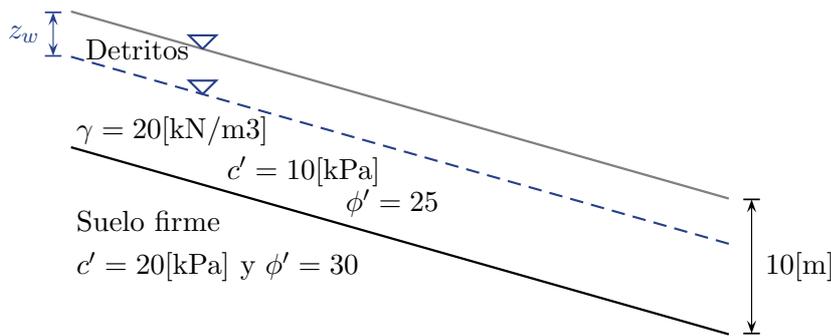


Figura 8.9

2. Considere el talud en falla circular ( $R = 12[m]$ ) de la Fig.8.10a. El suelo se encuentra estratificado en dos capas de propiedades  $s_u^1$  y  $s_u^2$ . La evolución de la resistencia al corte no drenado de cada material con la deformación se muestran en la Fig.8.10b. Determine el factor de seguridad del talud. Haga las hipótesis que estime necesarias.

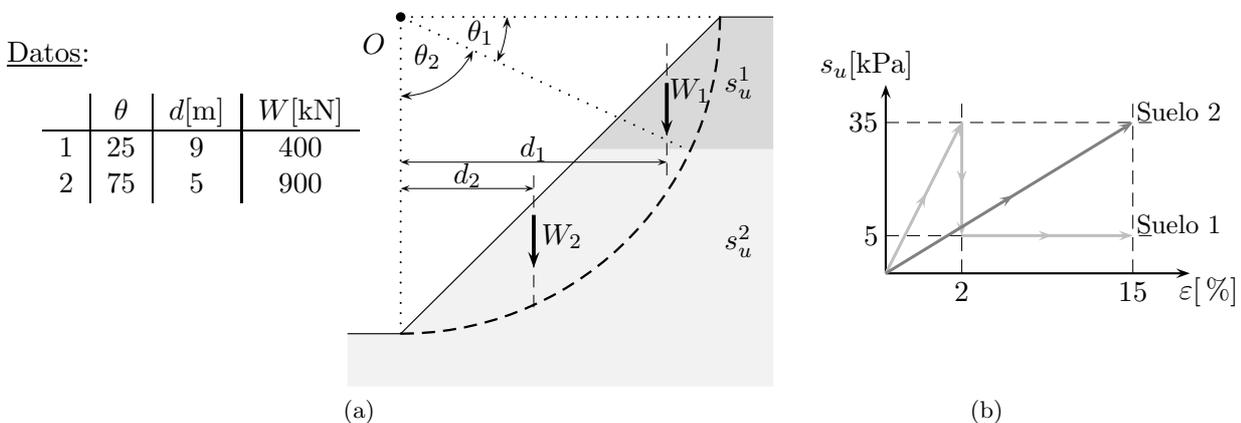


Figura 8.10

3. Considere el talud de la Fig.8.11. Supondremos una superficie de ruptura semi-circular, limitada por la derecha por una grieta existente en el terreno. Al costado izquierdo de la grieta, se aplica una carga puntual vertical de  $Q = 240[\text{kN/m}]$ . A los pies del talud, se construye un relleno de 2[m] de altura, de un material de peso específico unitario de  $21[\text{kN/m}^3]$ . Empleando las 4 dovelas indicadas en la figura, calcule el factor de seguridad del talud empleando la hipótesis de Fellenius.

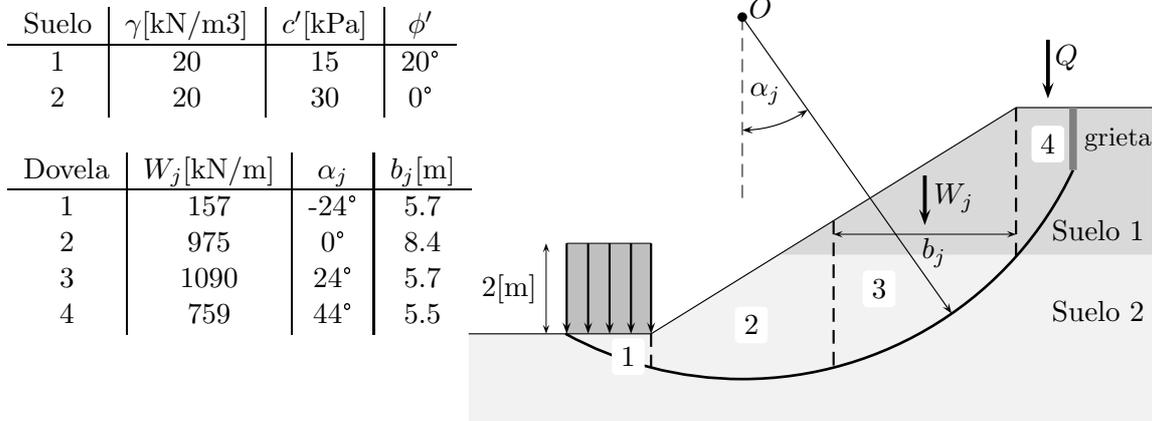


Figura 8.11

4. Considere el talud en falla circular de la Fig.8.12. Determine el factor de seguridad del talud empleando el método de las dovelas y la hipótesis de Fellenius. El peso específico del suelo es  $\gamma = 20[\text{kN/m}^3]$  y las propiedades de resistencia al corte son:  $c' = 44[\text{kPa}]$  y  $\phi' = 32^\circ$ .

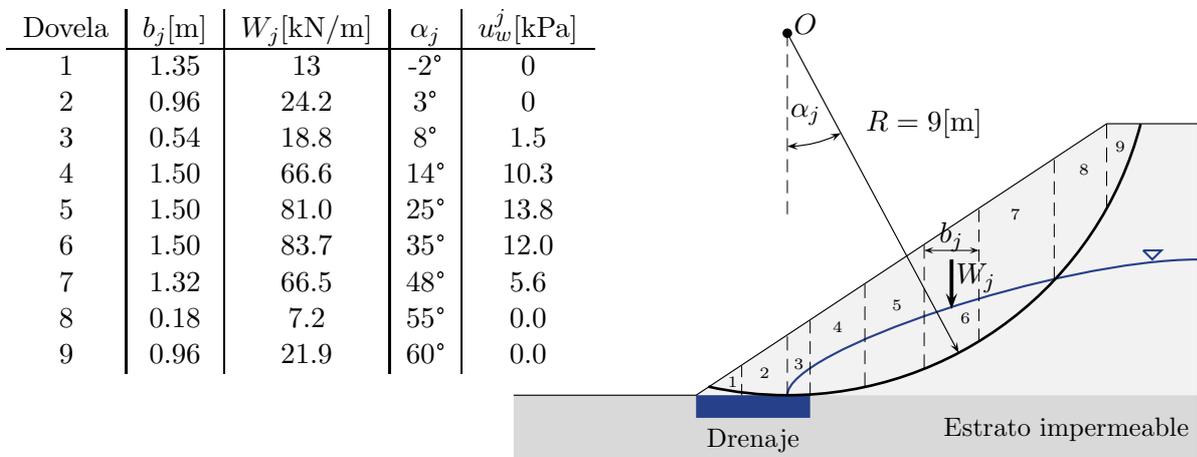


Figura 8.12



## Capítulo 9

# Fundaciones superficiales

Existen básicamente dos formas de transmitir las cargas de una obra al terreno, ya sea a través de fundaciones superficiales o bien por medio de fundaciones profundas. Una fundación superficial prácticamente descansa sobre el suelo, de forma que las cargas transmitidas sólo solicitan las capas más superficiales. Por el contrario, las fundaciones profundas distribuyen parte de la carga en zonas más profundas y parte sobre las capas más superficiales que atraviesa. El funcionamiento de una fundación superficial está ligado a las características de resistencia del suelo bajo su base. En el caso de fundaciones profundas, interviene no sólo la resistencia del suelo por debajo de su extremo, si no que también la resistencia a través de la longitud del elemento de fundación.

Las cargas transmitidas por una fundación no deben sobrepasar la resistencia del suelo, pero además se debe garantizar un nivel de deformación aceptable. En lo que sigue, trataremos ambos aspectos en relación a fundaciones superficiales.

### Índice

---

<b>9.1. Introducción</b>	<b>154</b>
<b>9.2. Tensiones límites bajo una zapata corrida</b>	<b>155</b>
9.2.1. Solución simplificada: teoría de la cuña de Rankine	156
9.2.2. Método de Terzaghi	157
<b>9.3. Extensión a configuraciones más generales</b>	<b>161</b>
9.3.1. Influencia de la forma de la fundación: carga vertical y centrada	161
9.3.2. Influencia de la inclinación y excentricidad de la carga	162
9.3.3. Fundaciones sobre suelos heterogéneos	164
<b>9.4. Asentamientos bajo fundaciones superficiales</b>	<b>164</b>
9.4.1. Cálculo basado en la teoría de Elasticidad	165
9.4.2. Cálculo basado en los resultados del ensaye edométrico	165
<b>9.5. Aspectos principales del diseño de fundaciones superficiales</b>	<b>166</b>
<b>9.6. Ejercicios propuestos</b>	<b>167</b>

---

## 9.1. Introducción

Existen básicamente tres tipos de fundaciones superficiales:

- **Zapatas aisladas** (Fig.9.1a): en general son rectangulares en planta, de largo  $L$  y ancho  $B$ . Los valores de  $B$  y  $L$  son comparables. Existen también de geometría circular en planta. Se emplean en obras de tamaño medio y pueden funcionar en forma completamente aislada, o bien parcialmente solidarias con otras fundaciones unidas por cadenas o vigas de fundación.
- **Zapatas corridas** (Fig.9.1b): también son rectangulares en planta, de largo  $L$  y ancho  $B$ , pero de largo muy superior al ancho ( $L \gg B$ ). Usualmente, se supone que una fundación es corrida si  $\frac{L}{B} > 10$ . Este tipo de fundación se emplean frecuentemente bajo muros.
- **Losas de fundación** (Fig.9.1c): en este caso, las dimensiones  $L$  y  $B$  son importantes. Se emplean cuando las fundaciones deben cubrir la mayor parte o totalmente la proyección en planta del proyecto.

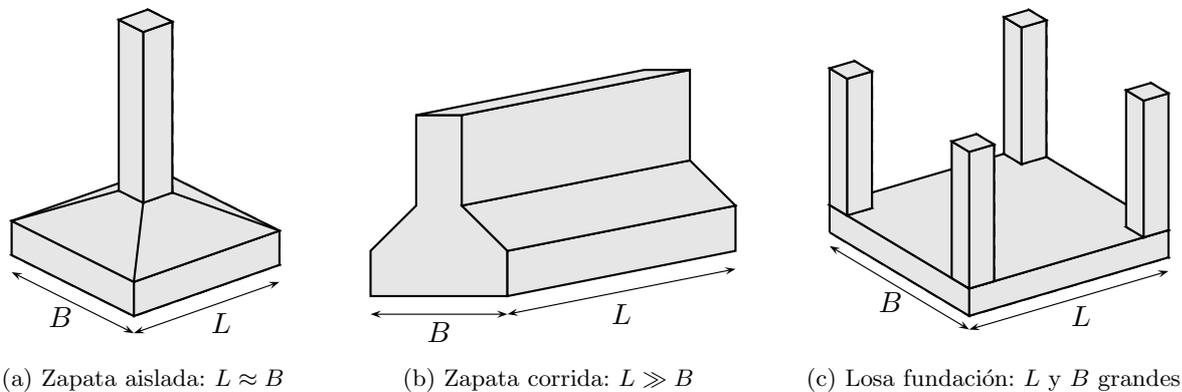


Figura 9.1: Representación esquemática de fundaciones superficiales tradicionales

Desde el punto de vista económico, en general es más conveniente fundar una obra a nivel superficial. En primer lugar, se establece el área en planta de fundación requerida para no sobrepasar la resistencia de carga del suelo. Si las dimensiones determinadas en dicha fase son razonables, se verifica enseguida que las deformaciones previstas estén dentro de los márgenes admisibles para la obra. En efecto, la *capacidad de carga* y las *deformaciones admisibles* son los dos factores que controlan el diseño de una fundación.

Tal como vimos en §1, la noción de capacidad de carga y deformación admisible pueden ser ilustradas a través de la curva de carga-asentamiento (Fig.9.2b) de una zapata ante una carga cuasi-estática vertical  $V$  (Fig.9.2a). En dichas figuras,  $B$  corresponde al ancho de la fundación,  $D$  es la profundidad del *sello de fundación* y  $\delta$  el asentamiento.

Al inicio de la carga el comportamiento es prácticamente lineal, es decir, el asentamiento es proporcional al valor de la carga  $Q$  aplicada. Luego, empieza el desarrollo de zonas plásticas al interior del suelo que se propagan conforme la carga crece. Para un cierto valor límite  $Q_u$  se consigue el *punzonamiento* del suelo y las asentamientos crecen en forma descontrolada. En términos de teoría de plasticidad, se dice que el suelo ha alcanzado flujo plástico libre. El valor  $Q_u$  define la *capacidad de carga última* de la fundación superficial.

Desde el punto de vista del diseño, interesa limitar los asentamientos a un cierto valor  $\delta_a$  asociado a una carga vertical  $Q_a$ . El valor de la carga admisible se determina sobre la base de la estimación del valor último  $Q_u$ , incorporando coeficientes de seguridad parciales sobre la resistencia del suelo. Luego, si bien se impone una condición en cargas el objetivo es limitar los asentamientos.

Los asentamientos máximos admisibles dependen de las características de las obras a fundar. Por ejemplo, en edificios habitacionales los asentamientos diferenciales se limitan de forma de no dañar los

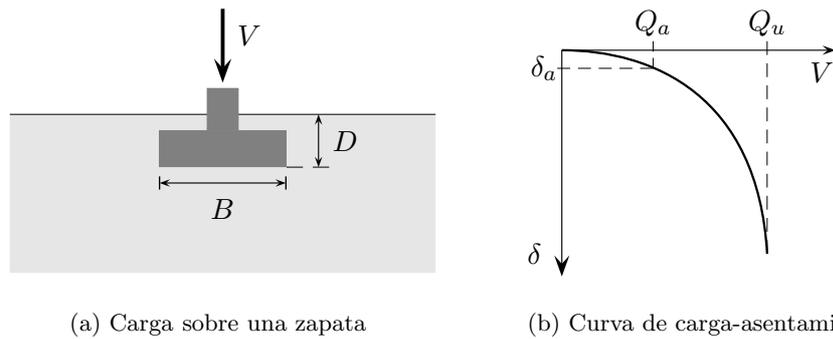


Figura 9.2: Factor de seguridad y de carga de una fundación superficial (adaptada de Frank, 1998)

elementos no estructurales que contiene. En el caso de edificios industriales, el objetivo es no alterar el funcionamiento de la maquinaria.

Si se emplea un criterio de diseño basado en *estados de límites últimos*, los asentamientos máximos deben verificar que no se altere el equilibrio de la estructura como un cuerpo rígido, así como no dañar en forma severa los elementos estructurales que puedan comprometer la integridad de la estructura. En el caso de fundaciones superficiales, se debe verificar su funcionamiento desde el un punto de vista de la capacidad del suelo, del volcamiento, del deslizamiento y de la resistencia de los materiales que conforman la fundación.

En la estimación de la capacidad de carga, así como de las cargas de servicio se debe tener en cuenta:

- Cargas permanentes: peso propio de la fundación, proporción de la carga muerta de la estructura tomada por la zapata, peso y empujes de tierras, etc.
- Cargas hidráulicas: empuje de Arquímedes en el caso de cálculos en esfuerzos efectivos, efectos hidrodinámicos, etc.
- Cargas variables: cargas de explotación, sobrecargas, efectos climáticos, etc.
- Cargas eventuales: sismos, explosiones, choques, etc.

Dependiendo del reglamento de diseño empleado, los efectos anteriores se combinan mediante coeficientes adecuados y los factores de seguridad se adaptan al tipo de eventualidad considerada.

La primera parte del capítulo expone el principio y los resultados principales del cálculo de la capacidad de carga última de zapatas. Luego, seguiremos con la estimación de los asentamientos de fundaciones. Terminaremos presentando algunas consideraciones de diseño para este tipo de fundaciones.

## 9.2. Tensiones límites bajo una zapata corrida

Si bien existen ciertas normas a respetar cuando se construye una fundación superficial, en general la capacidad de carga de fundaciones superficiales es poco sensible al método constructivo. Por el contrario, el método constructivo influencia de forma muy importante las capacidad de carga de fundaciones profundas. Sin embargo, desde el punto de vista de la interacción con el suelo, conviene distinguir una fundación superficial rígida de una flexible.

La estimación de la capacidad de carga de fundaciones superficiales se puede efectuar mediante resultados de laboratorio (a partir de los valores experimentales de  $c$  y  $\phi$ ), o bien sobre la base de ensayos *in-situ* (e.g., ensayos de penetración CPT o SPT). Ya que no hemos discutido en detalle en este curso los ensayos de carga o de penetración, nos limitaremos a describir el método basado en los parámetros  $c$  y  $\phi$ .

La estimación de la capacidad de carga última a partir de la cohesión  $c$  y el ángulo de fricción  $\phi$ , es uno de los problemas más clásicos en mecánica de suelos y existe una enorme cantidad de textos y trabajos publicados al respecto. Por tratarse de un curso introductorio, nos limitaremos a la teoría simplificada de Rankine y al método de Terzaghi. Dependiendo de las condiciones de carga y de las características del suelo, emplearemos parámetros a corto plazo en esfuerzos totales, o a largo plazo en esfuerzos efectivos (§6.3).

### 9.2.1. Solución simplificada: teoría de la cuña de Rankine

Comenzaremos presentando un método que es excesivamente simplificado como para ser empleado en la práctica, pero ilustra de buena manera el funcionamiento del suelo bajo una fundación superficial. Consideremos una zapata corrida, lo suficientemente larga fuera del plano como para considerar que el problema es bidimensional. La idea consiste en suponer que en la zona de falla del suelo se desarrollan dos cuñas rígidas (Fig.9.3a):

1. Una cuña *activa*  $I$  que se desplaza hacia abajo y hacia fuera de la zapata.
2. Una cuña *pasiva*  $II$  que se desplaza hacia afuera y hacia arriba de la zapata.

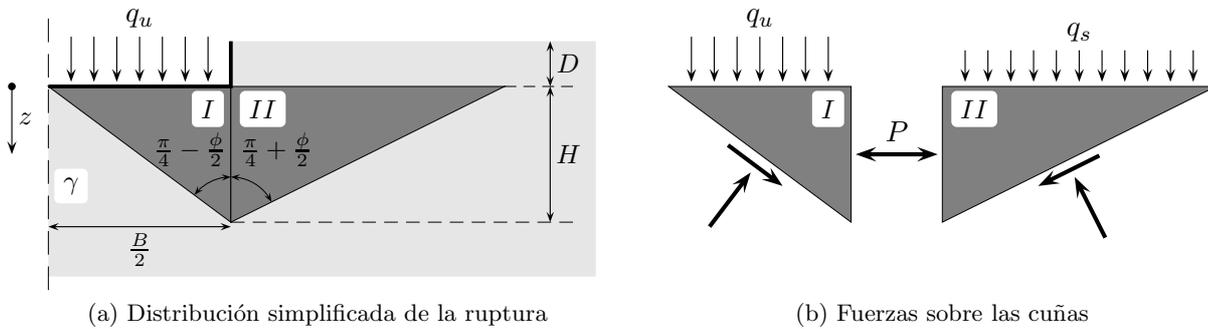


Figura 9.3: Teoría de las cuñas de Rankine (adaptada de Lambe and Whitman, 2004)

Consideraremos que el problema es completamente simétrico respecto del eje de la fundación. De acuerdo a la geometría de la cuña  $I$ , por tratarse de una cuña activa ésta forma un ángulo  $\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$  con respecto a la vertical. Luego, la altura  $H$  queda dada por:

$$H = \frac{B}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \quad (9.1)$$

Definiremos el coeficiente  $N_\phi$  como:

$$N_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = K_p \quad (9.2)$$

Se obtiene:

$$H = \frac{B}{2} \sqrt{N_\phi} \quad (9.3)$$

Sobre la cara vertical de la cuñas, se desarrolla un empuje lateral  $P$  (Fig.9.3b). Tomando por ejemplo la cuña  $II$ , el esfuerzo horizontal  $\sigma_h^{II}$  máximo a la ruptura pasiva queda dado por (§7.2.1.2):

$$\sigma_h^{II}(z) = (\gamma z + q_s) K_p + 2c\sqrt{K_p} \quad (9.4)$$

donde  $q_s = \gamma D$  es simplemente el esfuerzo debido al peso del suelo por sobre el nivel del sello de fundación. Luego, integrando sobre la cara vertical de la cuña se obtiene el valor de  $P$ :

$$P = \int_0^H \sigma_h^I(z) dz = \frac{\gamma}{2} H^2 N_\phi + q_s H N_\phi + 2cH \sqrt{N_\phi} \quad (9.5)$$

Análogamente para la cuña  $I$ , el esfuerzo horizontal asociado a la ruptura activa resulta:

$$\sigma_h^I(z) = (\gamma z + q_u) K_a - 2c\sqrt{K_a} \quad (9.6)$$

Integrando sobre  $H$  se vuelve a obtener la fuerza horizontal  $P$ . Sabiendo que  $K_a = \frac{1}{K_p} = \frac{1}{N_\phi}$  resulta:

$$P = \int_0^H \sigma_h^I(z) dz = \frac{\gamma}{2} H^2 \frac{1}{N_\phi} + q_u H \frac{1}{N_\phi} - 2cH \sqrt{\frac{1}{N_\phi}} \quad (9.7)$$

Igualando (9.5) a (9.7) y reemplazando (9.3), se despeja el valor de carga última  $q_u$ :

$$q_u = c \underbrace{\left( \frac{2N_\phi}{\cos \phi} + \sqrt{N_\phi} \right)}_{N_c} + q_s \underbrace{\frac{N_\phi^{\frac{3}{2}}}{\cos \phi}}_{N_q} + \gamma B \frac{1}{4} \underbrace{\left( \frac{N_\phi^2}{\cos \phi} - \sqrt{N_\phi} \right)}_{N_\gamma} \quad (9.8)$$

que se suele escribir simplemente como:

$$q_u = cN_c + q_s N_q + \gamma B N_\gamma \quad (9.9)$$

La expresión anterior subestima el valor de  $q_u$  por varias razones:

- Se desprecia el efecto del suelo por debajo de la cuña activa.
- La interfaz suelo-fundación es rugosa, lo que contribuye a la resistencia de la fundación.
- La forma de la zona pasiva  $II$  no es en general una cuña. Veremos a continuación que una zona en forma de espiral logarítmico describe mejor la resistencia de la zapata corrida.
- Las fundaciones tienen dimensiones finitas, por lo que se requiere agregar factores de forma.
- La resistencia al corte sobre la cara horizontal de la cuña pasiva  $II$  ha sido despreciada, lo que se puede corregir agregando factores de corrección por profundidad.
- Las cargas aplicadas no son necesariamente verticales, por lo que se deben introducir correcciones por inclinación de la carga.

El análisis presentado en esta sección es útil para describir el fenómeno, pero no deben ser usadas para diseño ya que son excesivamente simplificadas. Veremos a continuación el método usual de análisis de capacidad de carga para fundaciones superficiales.

### 9.2.2. Método de Terzaghi

Consideremos una fundación superficial sobre un suelo granular (Fig.9.4). La fundación está representada por el tramo  $\overline{AB}$  y existe una carga uniforme vertical en superficie de valor  $q$  por unidad de superficie. Sobre la fundación se aplica una fuerza inclinada  $F$ . El objetivo es determinar el valor máximo de  $F$ , es decir, su valor para que haya ruptura en el suelo.

El tensiones en cualquier punto debajo de la fundación tienen las siguientes propiedades:

- En las esquinas bajo la fundación, los esfuerzos tienen un valor finito y son proporcionales al valor de la carga distribuida  $q$ .
- El esfuerzo al interior del suelo varía con la distancia a la superficie. Esta variación está relacionada con el peso del suelo.

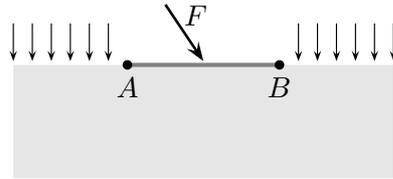


Figura 9.4: Representación esquemática de una fundación superficial (adaptada de Schlosser, 2003)

- Si el comportamiento del suelo tiene una componente cohesiva, el valor de los esfuerzos máximos por debajo de la fundación crecen proporcionalmente al valor  $c$  de la cohesión.

A partir de estas consideraciones generales, Terzaghi postuló que la carga máxima que podía soportar un suelo podía aproximarse como la suma de los tres estados siguientes:

- Suelo con peso, pero no cohesivo.
- Suelo sin peso y cohesivo.
- Suelo sin peso y no cohesivo: la carga máxima depende sólo de la sobrecarga  $q$  y del ángulo de fricción interna  $\phi$ .

Si bien el principio de superposición es estrictamente válido sólo en elasticidad, Terzaghi mostró que el error cometido al aplicarlo en condición de ruptura era razonablemente pequeño. La descomposición del problema se ilustra en Fig.9.5. Luego, el esfuerzo de ruptura bajo una zapata corrida se obtiene según:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma_1 B N_\gamma(\phi) + c N_c(\phi) + (q + \gamma_2 D) N_q(\phi) \quad (9.10)$$

donde  $\gamma_1$  es el peso unitario del suelo por debajo de la fundación y  $\gamma_2$  el del suelo ubicado a los costados de la fundación.  $N_\gamma(\phi)$ ,  $N_c(\phi)$  y  $N_q(\phi)$  son los coeficientes de capacidad y dependen únicamente del ángulo de fricción interna  $\phi$ .  $B$  y  $D$  son el ancho y la profundidad de la zapata corrida, respectivamente.

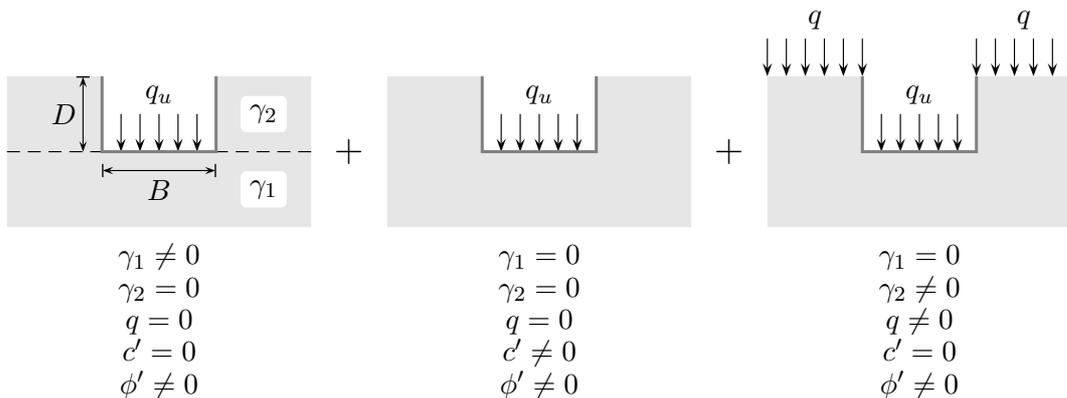


Figura 9.5: Descomposición de Terzaghi del problema de la capacidad de carga de una fundación superficial (adaptada de Frank, 1998)

Cada uno de los términos de (9.10) está asociado una componente del problema:

- El primer término, que involucra  $N_\gamma$ , es el término de superficie o de gravedad ya que es función del ancho  $B$  de la zapata y del peso específico  $\gamma_1$  del suelo bajo la fundación. Su valor se deriva de un modelo rígido-plástico para un suelo con peso y únicamente friccional: solución de Sokolovski (1965).

- El segundo término en el cual interviene  $N_c$  representa la contribución de la cohesión. Corresponde a la carga límite de un suelo friccional y cohesivo, pero sin peso. Los valores de  $N_c$  se derivan a partir del caso únicamente friccional y sin peso, mediante el principio de estados correspondientes.
- El tercer término que contiene  $N_q$ , corresponde al término de la sobrecarga o de profundidad. Corresponde a la solución para el caso de un suelo únicamente friccional, sin peso y cargado lateralmente.

La solución empleada por Terzaghi para este problema es la de Prandtl (1920). Sobre la base de la teoría de plasticidad, Prandtl demostró que de cada lado de la fundación aparecen zonas de ruptura pasiva y que bajo la fundación, aparece una zona triangular  $\overline{ABC}$  en ruptura activa (Fig.9.6). En la zona de ruptura activa, los líneas de ruptura son rectas inclinadas  $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$  con respecto a la horizontal. Bajo la línea  $\overline{BE}$ , el suelo está en ruptura pasiva. En dicha zona, las líneas de ruptura forman un ángulo  $\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$  con respecto a la horizontal. El borde de ambas zonas forman un ángulo  $\angle CBD$ . En dicho sector, las líneas de ruptura son rectas que comienzan del extremo de la fundación  $B$ . Las líneas de ruptura que hacen la transición desde la zona activa a la pasiva tienen forma de un espiral logarítmico de centro  $B$ . Se demuestra que el ángulo entre las líneas de ruptura rectas y espirales es de  $\frac{\pi}{2} + \phi$ . Luego, el suelo está en ruptura en la zona limitada por  $\overline{GFCDE}$ . De acuerdo a Prandtl, el valor límite de  $p$  se puede estimar según:

$$p = q_s N_q(\phi) \tag{9.11}$$

donde el factor  $N_q(\phi)$  queda definido por:

$$N_q(\phi) = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) e^{\pi \tan \phi} \tag{9.12}$$

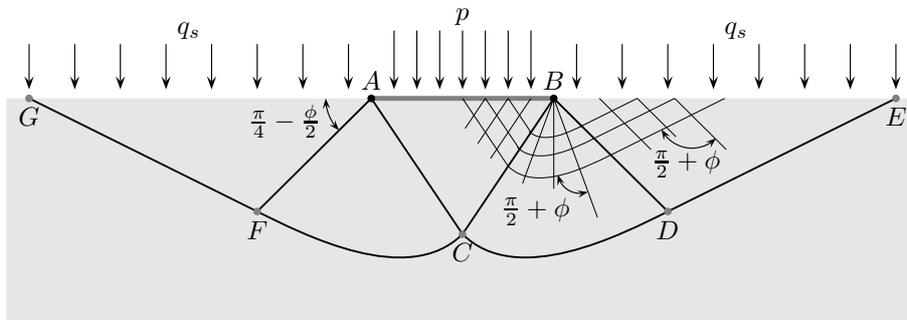


Figura 9.6: Solución de Prandtl para una fundación sobre un suelo granular sin peso (adaptada de Schlosser, 2003)

Si la fundación superficial está enterrada una profundidad  $D$ , la sobrecarga  $q_s$  se puede relacionar directamente con el peso del suelo por sobre el nivel del sello de fundación y la sobrecarga de superficie  $q$  (Fig.9.7):

$$q_s = \gamma_2 D + q \tag{9.13}$$

Si la fundación es de ancho  $B$ , el valor máximo de la carga vertical  $Q_u$  a aplicar por unidad de longitud fuera del plano es:

$$Q_u = B (q + \gamma_2 D) N_q(\phi) \tag{9.14}$$

De acuerdo a las hipótesis de bidimensionalidad empleada en la deducción, la relación anterior es válida sólo para zapatas corridas. Veremos más adelante la extensión a zapatas aisladas.

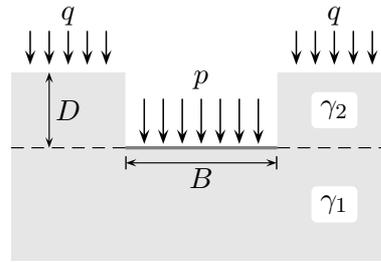


Figura 9.7: Fundación superficial enterrada

### 9.2.2.1. Cálculo en condiciones no drenadas

Si el suelo cargado es fino y está saturado, el cálculo a corto plazo debe ejecutarse en condiciones no drenadas en esfuerzos totales. El suelo se caracteriza por la cohesión no drenada  $c_u$  y se desprecia el ángulo de fricción interna.

Si el ángulo de fricción es nulo, se obtiene que  $N_\gamma = 0$  y que  $N_q = 1$ . Luego, para una zapata corrida a una profundidad  $D$ , la capacidad está dada por:

$$q_u = c_u N_c(\phi = 0) + q + \gamma_2 D \quad (9.15)$$

donde  $\gamma_2$  es el peso unitario del suelo por sobre el sello de fundación y:

- $N_c(0) = \pi + 2$  para fundaciones lisas
- $N_c(0) = 5.71$  para fundaciones rugosas

En este caso no se debe reducir el empuje de Arquímedes, es decir, se trabaja con el peso total de la fundación.

En la práctica, rara vez hay un riesgo de ruptura a largo plazo en suelos finos saturados ya que dicha resistencia es en general mayor a la de corto plazo. En efecto, a corto plazo el término  $c_u N_c$  es el que controla la resistencia de la fundación.

### 9.2.2.2. Cálculo en condiciones drenadas

Si el cálculo es a largo plazo en el caso de suelos finos saturados, o bien si se trata de suelos granulares, la evaluación se ejecuta en condiciones drenadas y en esfuerzos efectivos. Así, los parámetros que determinan la resistencia son la cohesión efectiva  $c'$  y el ángulo de fricción interna efectivo  $\phi'$ .

Luego, en el caso de zapatas corridas la capacidad se puede estimar por:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma'_1 B N_\gamma(\phi') + c' N_c(\phi') + (q + \gamma'_2 D) N_q(\phi') \quad (9.16)$$

donde  $\gamma'_1$  y  $\gamma'_2$  son los pesos efectivos.

Los pesos efectivos serán los pesos buoyantes si los suelos se encuentran por debajo del nivel de una napa de agua. Del mismo modo, el empuje de Arquímedes sobre la fundación debe ser considerado en el cálculo. Si la napa de agua aflora a la superficie:

$$q_u = \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_w) B N_\gamma(\phi') + c' N_c(\phi') + (q + (\gamma_2 - \gamma_w) D) N_q(\phi') \quad (9.17)$$

y si la napa es profunda (suelo seco):

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma_1 B N_\gamma(\phi') + c' N_c(\phi') + (q + \gamma_2 D) N_q(\phi') \quad (9.18)$$

Los factores de resistencia  $N_c(\phi')$  y  $N_q(\phi')$  están dados por la solución clásica de Prandtl:

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) \quad (9.19)$$

$$N_c = (N_q - 1) \frac{1}{\tan \phi'} \quad (9.20)$$

Los valores adoptados tradicionalmente se entregan en la Tab.9.1.

Tabla 9.1: Valores usuales para  $N_c(\phi')$ ,  $N_\gamma(\phi')$  y  $N_q(\phi')$

$\phi'$	$N_c$	$N_\gamma$	$N_q$
0°	5.14	0.0	1.0
5°	6.50	0.1	1.6
10°	8.40	0.5	2.5
15°	11.00	1.4	4.0
20°	14.80	3.5	6.4
25°	20.70	8.1	10.7
30°	30.00	18.1	18.4
35°	46.00	41.1	33.3
40°	75.30	100.0	64.2
45°	134.00	254.0	135.0

El factor  $N_\gamma(\phi')$  es el más delicado, ya que no existe una solución analítica para su estimación. Algunos reglamentos de diseño, recomiendan emplear:

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \phi' \quad (9.21)$$

si la fundación es rugosa y el ángulo de fricción entre el suelo y la fundación es mayor que  $\frac{\phi'}{2}$ .

### 9.3. Extensión a configuraciones más generales

Las expresiones presentadas en la sección anterior (§9.2) son válidas exclusivamente para zapatas corridas de ancho  $B$  de largo infinito, bajo la acción de una carga uniforme vertical. Dichas consideraciones permitieron tratar el problema bidimensionalmente. Sin embargo, en la práctica las fundaciones tienen dimensiones finitas y las cargas pueden no ser uniformes ni verticales. La hipótesis para evaluar las tensiones límites de carga en el caso de zapatas de dimensiones finitas consiste en suponer que las expresiones anteriores siguen siendo válidas, pero se deben adaptar por medio de coeficientes de corrección empíricos dependientes de la geometría de la situación en estudio. Emplearemos la misma hipótesis para estudiar condiciones de carga más generales.

#### 9.3.1. Influencia de la forma de la fundación: carga vertical y centrada

La relación general para zapatas corridas (9.10), se modifica mediante la introducción de los coeficientes  $s_\gamma$ ,  $s_c$  y  $s_q$  para incluir la forma de la fundación:

$$q_u = \frac{1}{2} s_\gamma \gamma_1 B N_\gamma(\phi) + s_c c N_c(\phi) + s_q (q + \gamma_2 D) N_q(\phi) \quad (9.22)$$

Los valores de los coeficientes se indican en la Tab.9.2. Algunos reglamentos de diseño modifican el valor de los coeficientes dependiendo si las condiciones de carga son drenadas o no drenadas (Tab.9.3). Desde el punto de vista práctico, las diferencias entre una fundación circular o cuadrada ( $\frac{B}{L} = 1$ ) a una rectangular ( $\frac{B}{L} < 1$ ) se traducen en:

- Incrementar el término de superficie ( $s_\gamma$ ) en condiciones drenadas.

Tabla 9.2: Coeficientes de forma (Terzaghi): condiciones drenadas y no drenadas

Fundación	Rectangular	Cuadrada	Circular
$s_\gamma^a$	$1 - 0.2\frac{B}{L}$	0.8	0.6
$s_c$	$1 + 0.2\frac{B}{L}$	1.2	1.3
$s_q$	1	1	1

<sup>a</sup>sólo drenado

- Disminuir el efecto de la cohesión ( $s_c$ ).
- Disminuir el término de la sobrecarga ( $s_q$ ).

Tabla 9.3: Coeficientes de forma (Eurocode 7, 2003)

Fundación	Condiciones no drenadas		Condiciones drenadas	
	Rectangular	Rectangular o cuadrada ( $\frac{B}{L} = 1$ )	Rectangular	Rectangular o cuadrada ( $\frac{B}{L} = 1$ )
$s_\gamma$			$1 - 0.3\frac{B}{L}$	0.7
$s_c$	$1 + 0.2\frac{B}{L}$	1.2	$\frac{(1 + \frac{B}{L} \sin \phi') N_q - 1}{N_q - 1}$	$\frac{(1 + \sin \phi') N_q - 1}{N_q - 1}$
$s_q$	1	1	$1 + \frac{B}{L} \sin \phi'$	$1 + \sin \phi'$

### 9.3.2. Influencia de la inclinación y excentricidad de la carga

Cuando existe una inclinación entre la carga aplicada y la vertical, la tensión límite bajo el suelo se puede calcular mediante:

$$q_u = \frac{1}{2} i_\gamma s_\gamma \gamma_1 B N_\gamma(\phi) + i_c s_c c N_c(\phi) + i_q s_q (q + \gamma_2 D) N_q(\phi) \quad (9.23)$$

donde  $i_\gamma$ ,  $i_c$  e  $i_q$  son coeficientes reductores (inferiores a 1).

Si el ángulo entre la vertical y la carga es  $\delta$  (Fig.9.8), los factores reductores pueden ser calculados empleando las expresiones propuestas por Meyerhof (1956):

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\phi'}\right)^2 \quad (9.24)$$

$$i_c = i_q = \left(1 - \frac{2\delta}{\pi}\right)^2 \quad (9.25)$$

En el caso de suelos puramente cohesivos, o bien puramente friccionales, Meyerhof propuso factores combinados  $N_{cq}$  y  $N_{\gamma q}$  que dependen del ángulo de fricción interna  $\phi$ , de la inclinación de la carga  $\delta$  y de la profundidad del sello de fundación  $\frac{D}{B}$ . Los valores de dichos coeficientes se resumen en la Tab.9.4.

Existen otras proposiciones que hacen intervenir el *área reducida* ( $A' = B' L'$ ) originada por la excentricidad de la carga en ambas direcciones:

- En condiciones no drenadas, para una carga horizontal  $H$ :

$$i_c = 0.5 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{H}{A' c_u}}\right) \quad (9.26)$$

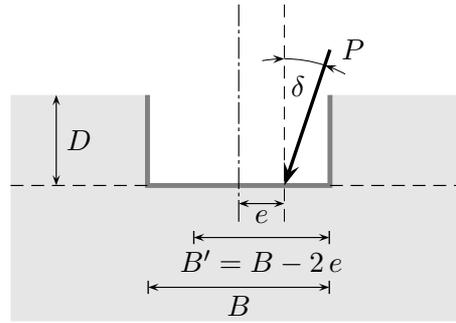


Figura 9.8: Inclinación y excentricidad de una carga en la dirección de  $B$

Tabla 9.4: Factores de reducción de Meyerhof  
Inclinación de la carga

Suelo	$\frac{D}{B}$	Inclinación de la carga							
		0°	10°	20°	30°	45°	60°	90°	
Arcillas: $\frac{N_{\gamma q}(\delta)}{N_{\gamma q}(0)}$	0 a 1	1.0	0.8	0.6	0.4	0.25	0.15	0	
Arenas: $\frac{N_{\gamma q}(\delta)}{N_{\gamma q}(0)}$	0	1.0	0.5	0.2		0 si $\delta = \phi$			
	1	1.0	0.6	0.4	0.25	0.15	0.05	0	

- En condiciones drenadas, para una carga horizontal  $H$  paralela a  $L$  y una carga vertical  $V$ :

$$i_q = i_\gamma = 1 - \frac{H}{V + A' c' \frac{1}{\tan \phi'}} \quad (9.27)$$

$$i_c = \frac{i_q N_q - 1}{N_q - 1} \quad (9.28)$$

- En condiciones drenadas, para una carga horizontal  $H$  paralela a  $B$  y una carga vertical  $V$ :

$$i_q = \left( \frac{1 - 0.7H}{V + A' c' \frac{1}{\tan \phi'}} \right)^3 \quad (9.29)$$

$$i_\gamma = \left( \frac{1 - H}{V + A' c' \frac{1}{\tan \phi'}} \right)^3 \quad (9.30)$$

$$i_c = \frac{i_q N_q - 1}{N_q - 1} \quad (9.31)$$

Para incluir el efecto de la excentricidad  $e$  paralela  $B$ , la técnica de Meyerhof consiste en reemplazar en todas las expresiones anteriores el ancho  $B$  por un ancho efectivo  $B'$ :

$$B' = B - 2e \quad (9.32)$$

lo que equivale a considerar una fundación centrada respecto de la carga. En el caso de una excentricidad  $e'$  paralela a la dimensión  $L$ , se sigue la misma lógica:

$$L' = L - 2e' \quad (9.33)$$

Con dichas dimensiones efectivas, la capacidad de la fundación se obtiene como:

$$Q_u = q_u B' L' \quad \text{zapata rectangular o cuadrada} \quad (9.34)$$

$$Q_u = q_u \pi B' \frac{B}{4} \quad \text{zapata circular} \quad (9.35)$$

donde  $q_u$  incluye todos los coeficientes de corrección pertinentes.

### 9.3.3. Fundaciones sobre suelos heterogéneos

Los factores  $N_\gamma$ ,  $N_c$  y  $N_q$  definidos previamente son aplicables sólo si el suelo bajo la fundación es homogéneo, en el sentido que pueda ser caracterizado por un único par de valores de cohesión y ángulo de fricción interna. Además, debe tener un espesor suficiente como para que se pueda desarrollar completamente los mecanismos de falla descritos en §9.2. En efecto, el suelo en terreno se ubica en estratos horizontales que pueden tener comportamientos muy distintos.

En el caso de fundaciones sobre suelos heterogéneos o de espesor limitado, existen unas pocas soluciones disponibles en la literatura:

- Capa de suelo de espesor finito, pero homogénea.
- Suelo compuesto por dos estratos horizontales.
- Suelo homogéneo con cohesión creciente con la profundidad.

Cuando las capacidades de resistencia mejoran con la profundidad y las características de las capas superficiales no son satisfactorias, el nivel de fundación se selecciona una vez que se encuentra un suelo de buenas condiciones de resistencia. Sin embargo, puede ocurrir que la capa de suelo por debajo del suelo de fundación posea bajas características de resistencia. En efecto, cuando existe una capa de suelo *blanda*, por debajo de la capa resistente a los esfuerzos impuestos por la fundación, se puede emplear el método de la *fundación ficticia*. La idea consiste en verificar la resistencia sobre la capa blanda, proyectando los esfuerzos a nivel de la fundación real por medio de un trapecio de pendiente 1:2. Por lo tanto, si la capa de suelo que resiste los esfuerzos de la fundación tiene un espesor  $H$ , la zapata ficticia a verificar tiene un ancho de  $B + H$  (Fig.9.9).

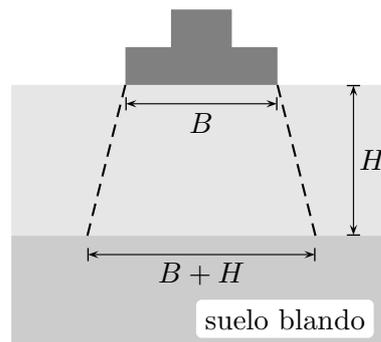


Figura 9.9: Método de la fundación ficticia

## 9.4. Asentamientos bajo fundaciones superficiales

Existe dos grandes formas de estimar los asentamiento bajo fundaciones superficiales:

- Los métodos basados en ensayos de laboratorio, sobre todo en el ensayo edométrico o de consolidación para suelos finos (§5.2.1.1).
- Los métodos basados en ensayos *in-situ*: CPT, SPT, etc. Se emplean especialmente en el caso de suelos granulares debido a la dificultad de extraer probetas inalteradas.

El empleo de los resultados de los ensayos en terreno puede ser directo o indirecto. En el caso indirecto, se trata de determinar las propiedades del suelo en función de los resultados del ensayo y curvas de correlación (e.g., módulo de elasticidad, etc.). En el caso directo, el mismo ensayo en terreno entrega los valores de los asentamientos esperados. La mayor parte de estas técnicas han sido calibradas sobre la base de los valores usuales de tensiones bajo fundaciones, es decir, valores de tensiones admisibles que corresponden a alrededor de un tercio de los valores de ruptura. Por lo tanto,

si la estrategia de diseño es en base a estados últimos, las curvas de correlación deben ser empleadas con prudencia.

Por tratarse de un curso introductorio, describiremos a continuación sólo los cálculos basados en la teoría de elasticidad y aquellos basados en los resultados del ensayo edométrico.

### 9.4.1. Cálculo basado en la teoría de Elasticidad

Existe una serie de soluciones elásticas para el cálculo de asentamientos, las más conocidas se resumen en Poulos and Davis (1974). La teoría de elasticidad se emplea de varias formas:

- Cálculo de asentamientos inmediatos.
- Estimación de la distribución del incremento de esfuerzos verticales  $\Delta\sigma_z$  con la profundidad.
- Para la interpretación de ensayos en terreno.

El asentamiento  $s$  de una fundación superficial sobre un semi-espacio elástico lineal e isotrópico se puede estimar de acuerdo a:

$$s = q \frac{1 - \nu^2}{E} B C_f \tag{9.36}$$

donde  $q$  es el esfuerzo vertical aplicado a la fundación (uniforme o promedio),  $E$  y  $\nu$  son las propiedades elásticas del suelo,  $B$  es el ancho o el diámetro de la fundación, y  $C_f$  es un coeficiente de forma (Tab.9.5). En dicha tabla, se distingue entre una fundación rígida (asentamiento uniforme) y una fundación flexible (esfuerzo uniforme). La evaluación del incremento de esfuerzo vertical  $\Delta\sigma_z$  se presentó en detalle en §3.5.

Tabla 9.5: Valores del coeficiente  $C_f$  (Frank, 1998)

		$\frac{L}{B}$												
Circular		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	
Fundación rígida		0.79	0.88	1.2	1.43	1.59	1.72	1.83	1.92	2.00	2.07	2.13	2.37	2.54
Fundación flexible	centro	1.00	1.12	1.53	1.78	1.96	2.10	2.22	2.32	2.40	2.48	2.54	2.80	2.99
	borde	0.64	0.56	0.76	1.89	0.98	1.05	1.11	1.16	1.20	1.24	1.27	1.40	1.49

### 9.4.2. Cálculo basado en los resultados del ensayo edométrico

Como vimos en §5.2.1.1, el ensayo de edométrico tiene por objetivo estudiar la consolidación uniaxial de un suelo fino. A partir de la curva de consolidación obtenida por medio del ensayo, es posible definir:

- Módulos secantes o edométricos  $E_{ed}$  que relacionan la variación de esfuerzos efectivos con la variación de volumen (o coeficiente de compresibilidad  $m_v$ ).
- Índices de compresión  $C_c$  o de expansión  $C_s$  en el caso de suelos finos, cuando se lineariza la relación entre el índice de vacíos  $e$  y el logaritmo del esfuerzo efectivo.

Conocida la distribución en profundidad de alguno de estos parámetros, junto con la distribución de esfuerzos efectivos bajo la fundación, es posible calcular el asentamiento edométrico  $s_{ed}$  (§5.2.1.5):

$$s_{ed} = H \frac{C_c}{1 + e_0} \log \left( \frac{\sigma'_{z_0} + \Delta\sigma_z}{\sigma'_p} \right) \tag{9.37}$$

donde  $H$  es el espesor del estrato compresible,  $e_0$  es el índice de vacíos inicial,  $\sigma'_{z_0}$  es esfuerzo vertical efectivo al centro del estrato y  $\sigma'_p$  es la tensión de preconsolidación.

En el rango preconsolidado ( $\sigma'_{z_0} < \sigma'_p$ ), el asentamiento edométrico está dado por:

$$s_{ed} = H \frac{C_s}{1 + e_0} \log \left( \frac{\sigma'_{z_0} + \Delta\sigma_z}{\sigma'_{z_0}} \right) \quad (9.38)$$

mientras  $\sigma'_{z_0} + \Delta\sigma_z < \sigma'_p$ .

Como fue presentado en §5.2.5, el asentamiento total de una fundación puede ser visto como la suma de varios efectos:

$$s = s_i + s_c + s_\alpha \quad (9.39)$$

donde  $s_i$  corresponde al asentamiento inmediato (a volumen constante),  $s_c$  el asentamiento asociado a la consolidación y  $s_\alpha$  es la contribución diferida asociada a fenómenos de fluencia. La contribución de la deformación lateral del suelo puede ser incluida en  $s_c$ .

El asentamiento inmediato o instantáneo  $s_i$  se calcula tradicionalmente mediante teoría de elasticidad (9.36), empleando el módulo de elasticidad no drenado del suelo y módulo de Poisson cercano a 0.5.

Una forma de incluir la deformación lateral del suelo en el cálculo del asentamiento por consolidación es la propuesta por Skempton and Bjerrum (1957):

$$s_c = \mu s_{ed} \quad (9.40)$$

donde  $\mu$  es un coeficiente que depende del factor  $A$  de Bishop (dependiente de la presión de poros) y de la geometría del problema. Sin embargo, el empleo de esta expresión no es simple ya que  $A$  varía durante la consolidación.

Para efectos prácticos se suele despreciar el efecto de las deformaciones diferidas  $s_\alpha$ , salvo que la superficie de la fundación sea muy grande y la superestructura sea muy sensible a los asentamientos diferenciales. De acuerdo a Frank (1998), en los casos usuales se puede suponer que:

- Arcillas duras preconsolidadas:

$$s_i = 0.5 s_{ed} \text{ a } 0.6 s_{ed} \quad ; \quad s_c = 0.4 s_{ed} \text{ a } 0.5 s_{ed}$$

- Arcillas blandas normalmente consolidadas:

$$s_i = 0.1 s_{ed} \quad ; \quad s_c = s_{ed}$$

En forma alternativa,  $s_i$  puede ser estimado mediante teoría de elasticidad.

## 9.5. Aspectos principales del diseño de fundaciones superficiales

Cuando una fundación es cargada, ocurren deformaciones al interior del suelo que inducen asentamientos. Los asentamientos crecerán en la medida que el suelo se acerque a su condición de ruptura. El asentamiento de una fundación puede tener efectos muy importantes sobre una superestructura, especialmente si está construida de materiales muy rígidos capaces de tolerar sólo pequeñas deformaciones: hormigón, albañilería, adobe, etc. Se puede distinguir dos tipos de asentamientos:

- Asentamiento global o total.
- Asentamientos diferenciales, que pueden ocurrir por ejemplo entre fundaciones de elementos estructurales distintos, como por ejemplo entre columnas vecinas de una misma obra.

Si en general una obra puede tolerar bien asentamientos globales del orden de decenas de centímetros, sólo se pueden aceptar asentamientos diferenciales del orden de pocos centímetros sin que se altere el funcionamiento o la integridad de la superestructura.

Por otro lado, se debe hacer la distinción entre tensión límite o última y asentamientos del suelo por debajo de una fundación. Se denomina *tensión admisible* del suelo bajo una fundación, al valor máximo de presión que puede ser soportada sin que los asentamientos superen un valor conocido como *asentamiento límite o admisible*. En la práctica, para evitar todo riesgo de ruptura, se acostumbra usar un coeficiente de seguridad del orden de 3 sobre la capacidad última, sin tomar en cuenta de forma explícita el asentamiento asociado a ese nivel de tensiones.

Los asentamientos que ocurren en el suelo están originados por la deformación de corte al interior del material, así como por la consolidación del suelo. En un cálculo de ruptura del suelo a corto plazo no ocurre consolidación, pero este efecto debe ser incluido a largo plazo.

Los valores de asentamientos máximos son del orden de los 10[cm] para un asentamiento total, y de  $\frac{3L}{1000}$  para los asentamientos diferenciales, donde  $L$  corresponde a la distancia entre puntos que sufren asentamientos distintos.

En un proyecto de diseño de fundaciones, se deben efectuar las siguientes etapas:

- Reconocimiento geotécnico y ensayos.
- Selección entre una fundación superficial y una profunda.
- Cálculo de las tensiones últimas a corto plazo y de la estabilidad de la fundación.
- Cálculo de los asentamientos y determinación de las tensiones admisibles.
- Adaptación del proyecto a los resultados obtenidos en las etapas previas.

El objetivo del reconocimiento geotécnico del terreno consiste en determinar la profundidad de fundación. Dependiendo de las características del proyecto, lo ideal es ejecutar ensayos de resistencia al corte y de compresibilidad sobre probetas inalteradas, y ensayos de clasificación sobre probetas reconstituidas. Si los suelos cerca de la superficie no son suficientemente buenos como para resistir la obra, puede que económicamente sea más ventajoso emplear fundaciones profundas en lugar de excavar una profundidad importante. En general, se recomienda siempre evaluar la alternativa de fundar superficialmente antes de optar por un sistema de fundaciones profundas.

## 9.6. Ejercicios propuestos

1. Considere la zapata superficial cuadrada de la Fig.9.10a. Determine la tensión límite bajo la fundación empleando:
  - a) El método de Terzaghi
  - b) El método de Rankine

Comente ambos resultados. Emplee los factores de capacidad de carga de Terzaghi (1943) entregados en la Fig.9.10b.

*Nota: los factores de la Tab.9.1 corresponden a los normativos del Eurocode 7 y están basados en los propuestos por Meyerhoff (1951,1963).*

2. Suponga que se va a construir una fundación superficial cuadrada sobre un suelo cohesivo. A partir de una serie de ensayos, se ha obtenido una resistencia promedio a la compresión no confinada  $R_c = 200[\text{kPa}]$ . Si la carga se aplica de forma rápida, determine la tensión admisible ( $F_s = 3$ ) para una función de ancho  $B$  a una cierta profundidad  $D$ . ¿Qué valor podría haberse empleado directamente como estimación de la tensión admisible ?
3. Determine los valores de las tensiones límites verticales bajo las zapatas corridas de la Fig.9.11a y Fig.9.11b.
  - a) Para la situación de la Fig.9.11a, compare los valores de  $q_u$  cuando la napa es profunda con respecto a cuando la napa de agua aflora en la superficie:  $\gamma_d = 15[\text{kN/m}^3]$  y  $\gamma = 19[\text{kN/m}^3]$ .

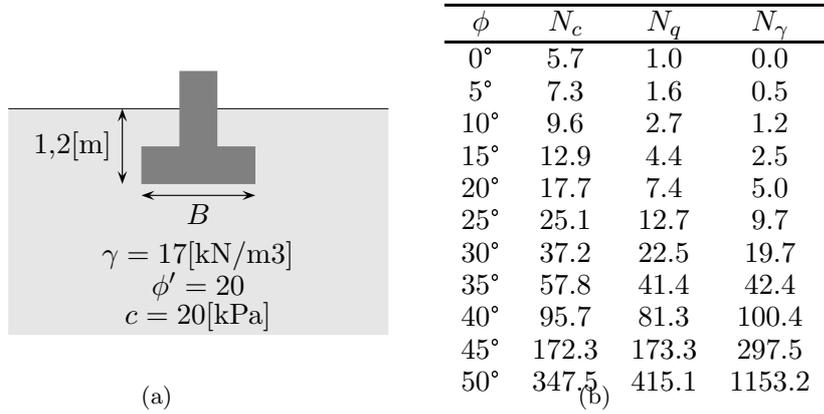


Figura 9.10

b) Para el caso de la Fig.9.11b determine la tensión límite a largo y corto plazo.

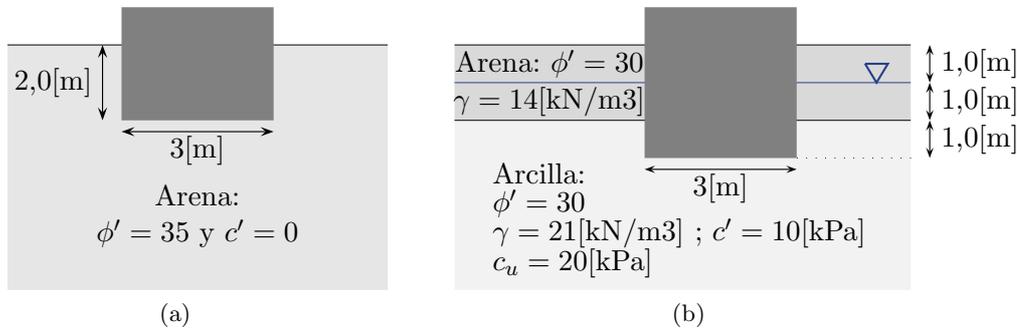


Figura 9.11

4. Se construye un gran relleno de peso específico unitario  $\gamma = 20[\text{kN/m}^3]$  sobre un suelo arcilloso saturado (Fig.9.12). A nivel de la superficie, el suelo presenta una cohesión no drenada de  $c_u = 15[\text{kPa}]$  ¿ Qué altura máxima puede alcanzar el relleno sin que haya ruptura a nivel del suelo de fundación ?

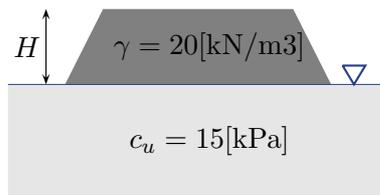


Figura 9.12

5. Considere un suelo arenoso homogéneo de peso saturado  $\gamma = 20[\text{kN/m}^3]$ , peso seco  $\gamma_d = 16[\text{kN/m}^3]$ , ángulo de fricción  $\phi' = 30$  y cohesión nula (Fig.9.13). La napa freática se encuentra a 1[m] de profundidad. Sobre dicho suelo, se desea construir un zapata corrida rígida de 1,5[m] de ancho con un de sello de fundación a 1[m] de profundidad. Determine:

- a) El valor de la fuerza vertical  $Q$  para que el esfuerzo vertical bajo la zapata sea igual a la tensión admisible.
- b) ¿ En cuánto habría que aumentar el ancho de la zapata para que sea estable ( $F_s = 3$ ) bajo una carga vertical igual a  $2Q$  ?

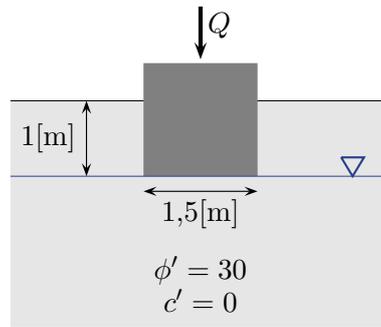


Figura 9.13

6. Una chimenea de peso  $5 \times 10^4$  [N] descansa sobre una capa de arcilla homogénea (Fig.9.14). La fundación de la chimenea es rígida y cuadrada de lado 2[m]. La chimenea se ve afectada por empujes laterales debido al viento. Dichos empujes pueden ser modelados como una fuerza horizontal de  $10^4$  [N] actuando a 1[m] por sobre el nivel de la superficie. Determine el valor del coeficiente de seguridad de esta chimenea.

*Hint: no olvide considerar el efecto de excentricidad de cargas en la distribución de tensiones sobre el suelo*

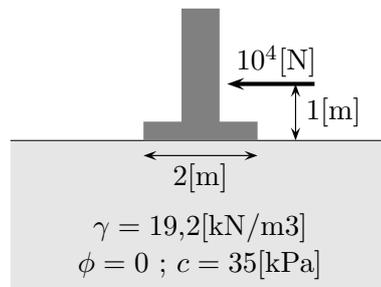


Figura 9.14

7. Considere una zapata corrida de ancho 1[m], enterrada 1[m] en una arena de características:

$$\gamma_d = 16[\text{kN/m}^3] \quad ; \quad \gamma_s = 27[\text{kN/m}^3] \quad ; \quad c' = 0 \quad ; \quad \phi' = 35$$

Determine la tensión límite bajo la fundación en los casos siguientes:

- La arena se encuentra seca.
- La napa de agua coincide con el nivel del terreno.
- La napa freática coincide con el sello de fundación.
- La arena se encuentra seca y se aplica a la fundación una fuerza horizontal a nivel de la superficie de 50[kN]. Considere que el peso de la fundación impone una presión vertical idéntica a la admisible calculada en el punto a).

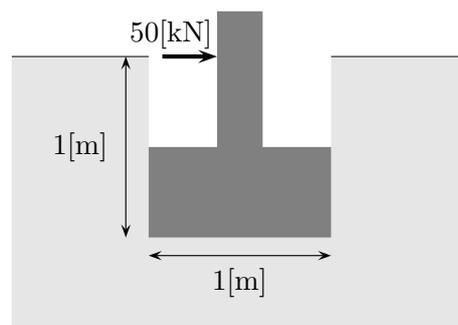
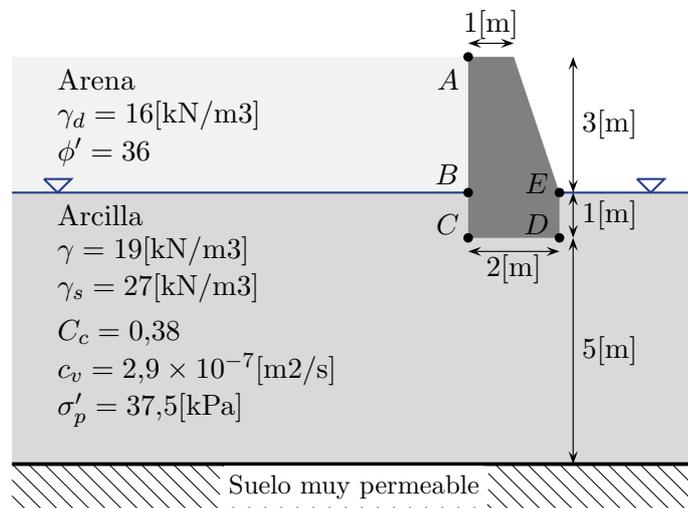


Figura 9.15

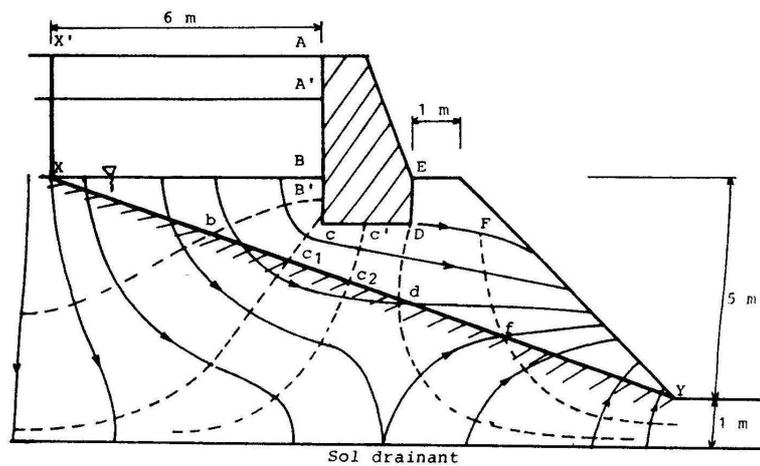
# Apéndice A

## Ejercicios de repaso

1. Considere el muro de contención de un relleno de arena limpia de  $\gamma_d = 16[\text{kN}/\text{m}^3]$  y  $\phi' = 36$ . Suponga que el muro es de hormigón armado de peso  $\gamma_{ha} = 25[\text{kN}/\text{m}^3]$ . El muro descansa sobre un depósito arcilloso de 6[m] de espesor. Las propiedades de los materiales se indican en la Fig.A.1a.



(a)



(b)

Figura A.1

a) **Estudio del relleno y del muro de contención**

- i) Obtenga el índice de vacíos  $e$  y los parámetros de resistencia al corte a largo y corto plazo de la arcilla.

Para determinar dichos parámetros considere que la resistencia registrada en un ensayo de compresión no confinada fue de  $R_c = 120[\text{kPa}]$ . Además, se dispone de la información de dos ensayos triaxiales:

- Un ensayo triaxial consolidado drenado arrojó un esfuerzo vertical de  $140[\text{kPa}]$  y un esfuerzo horizontal de  $40[\text{kPa}]$  en la ruptura.
- Los resultados de un ensayo triaxial consolidado no drenado fueron de:  $\sigma_3 = 240[\text{kPa}]$ ,  $\sigma_1 = 560[\text{kPa}]$  y  $u_w = 80[\text{kPa}]$  en la ruptura.

- ii) Asentamiento de la capa arcillosa.

Suponga que el peso del relleno impone un esfuerzo vertical uniforme en toda la capa de arcilla. Obtenga:

- El estado de consolidación antes de la construcción del relleno.
- El asentamiento final de la arcilla.
- El asentamiento seis meses después de la construcción del relleno.

- iii) Estabilidad del muro.

Determinar a corto y largo plazo los factores de seguridad asociados a:

- Deslizamiento
- Volcamiento respecto al punto  $D$
- Ruptura del suelo bajo la fundación

Emplee el método de Rankine y desprece los empujes pasivos sobre la cara  $\overline{DE}$  del muro.

b) **Estabilidad del talud**

Suponga que se efectúa una excavación de  $5[\text{m}]$  de profundidad al costado derecho del muro de contención (Fig.A.1b). El estudio de la estabilidad del talud debería efectuarse en ruptura circular, pero como primera aproximación se estudiará en ruptura plana sobre el plano definido por el segmento  $\overline{XY}$ . Aceptaremos que luego de la excavación las deformaciones son lo suficientemente grandes como para que se desarrollen completamente los empujes activos sobre el plano  $\overline{XX'}$ .

- i) Definiendo el factor de seguridad global en términos de las fuerzas tangenciales sobre el plano  $\overline{XY}$ :

$$F_s = \frac{T_{max}}{T}$$

Determine el valor de dicho factor de seguridad a corto plazo.

- ii) Considerando la red de flujo de la Fig.A.1b, determine el perfil de presiones de poros sobre el plano  $\overline{XY}$ . Con dichos valores calcule el coeficiente de seguridad a largo plazo. Comente sus resultados.

Datos:

Angulo del plano con respecto a la horizontal:  $\beta = 20$ .

Cotas de algunos puntos de la red:  $z_D = 0[\text{m}]$ ,  $z_b = -1,3[\text{m}]$ ,  $z_{c_1} = -1,9[\text{m}]$ ,  $z_{c_2} = -2,4[\text{m}]$ ,  $z_d = -2,8[\text{m}]$ ,  $z_f = -3,7[\text{m}]$  y  $z_Y = -5[\text{m}]$ .

Distancias sobre el plano de deslizamiento:  $\overline{Xb} = 4[\text{m}]$ ,  $\overline{bc_1} = 1,7[\text{m}]$ ,  $\overline{c_1c_2} = 1,6[\text{m}]$ ,  $\overline{c_2d} = 1,2[\text{m}]$ ,  $\overline{df} = 2,7[\text{m}]$  y  $\overline{fY} = 3,8[\text{m}]$ .

## Apéndice B

# Respuestas ejercicios propuestos

### Ejercicios §4.5

1. a)  $Q = 0,43[\text{m}^3/\text{h}/\text{m}]$  ; b)  $u_w = 60[\text{kPa}]$  ; c)  $u_w(A) = 112[\text{kPa}]$ ,  $u_w(C) = 94[\text{kPa}]$ ,  $u_w(D) = 82[\text{kPa}]$

### Ejercicios §5.5

1. a)  $s_\infty = 20[\text{cm}]$  y  $t(s = 8) = 12$  años ; b)  $s_\infty = 20[\text{cm}]$  y  $t(s = 8) = 4$  meses ; c)  $s_\infty = 16[\text{cm}]$  y  $t(s = 8) \approx 6,8$  años.
2. a) 4 capas:  $s_\infty = 0,72[\text{m}]$ , 2 capas:  $s_\infty = 0,64[\text{m}]$  y 1 capa:  $s_\infty = 0,53[\text{m}]$  ; b) Suponiendo una capa homogénea de  $1,5[\text{m}]$  en superficie, se obtiene una reducción de  $18[\text{cm}]$  del asentamiento total.
3. a)  $s_\infty = 19[\text{cm}]$  ; b)  $s_\infty = 66[\text{cm}]$ .

### Ejercicios §6.8

1. a)  $c_u = 344[\text{kPa}]$ ; b)  $\sigma_1 = 888[\text{kPa}]$  &  $\sigma_3 = 200[\text{kPa}]$
2. a)  $c' = 0$ ,  $\phi' = 33$ ,  $\lambda_{c_u} = 0,35$  ; b)  $c_u = 47[\text{kPa}]$  ; c)  $c_u = 65[\text{kPa}]$
3. a) Se trata de una arcilla normalmente consolidada ; b) Los valores de  $c'$  y  $\phi'$  pueden ser obtenidos mediante un ensayo triaxial CD o bien CU con registro de presión de poros; c)  $\sigma'_3 = 200[\text{kPa}]$ ,  $u_w = 0$  y  $\sigma'_1 = 600[\text{kPa}]$
4.  $\sigma'_3 = 80[\text{kPa}]$  y  $\sigma'_1 = 217[\text{kPa}]$  ; b)  $c_u = 58,5[\text{kPa}]$
5.  $c' = 0$  y  $\phi = 22$ .
6. a)  $c = 0$  y  $\phi = 30$ ; b)  $\theta = 60$ ,  $\sigma_1 = 400[\text{kPa}]$  y  $\sigma_3 = 133[\text{kPa}]$
7. a)  $\phi = 37$  y  $c = 0$ ; b)  $\theta = 63,5$  ; c)  $\tau_{max} = 120[\text{kPa}]$  y  $\sigma_n = 160[\text{kPa}]$

### Ejercicios §7.5

1. a)  $F_a = 92[\text{kN}/\text{m}]$  ; b)  $F_a = 155[\text{kN}/\text{m}]$
2. a)  $F_a = 244[\text{kN}/\text{m}]$  ; b)  $F_a = 278[\text{kN}/\text{m}]$  ; c)  $F_a = 651[\text{kN}/\text{m}]$
3. a)  $\sigma'_h = 3,51 z - 12,5[\text{kPa}]$  ; b)  $\sigma_h = 19 z - 100[\text{kPa}]$

4. a)  $F_a = 78[\text{kN/m}]$
5. a)  $F_a = 76,3[\text{kN/m}]$ , inclinación de 10 respecto de la horizontal ;  
b)  $F_a = 74,5[\text{kN/m}]$ , inclinación de 20 respecto de la horizontal
6. a)  $F_a = 158,4[\text{kN/m}]$ ,  $\bar{y} = 1,69[\text{m}]$  ; b)  $F_a = 168,6[\text{kN/m}]$ ,  $\bar{y} = 1,93[\text{m}]$
7.  $F_a = 408[\text{kN/m}]$ ,  $\bar{y} = 2,76[\text{m}]$
8.  $F_a = 101,8[\text{kN/m}]$ ,  $F_s^D = 1,6$ ,  $F_s^V = 2,4$
9.  $f = 5,28[\text{m}]$ , raíz positiva de:  $28,8 f^2 - 97,2 f - 291,6 = 0$
10. a)  $u_w^C = 50[\text{kPa}]$ ,  $u_w^D = 28[\text{kPa}]$ ,  $F_w^{BC} = 150[\text{kN/m}]$ ,  $F_w^{CD} = 93,6[\text{kN/m}]$ ,  $F_w^{DE} = 28[\text{kN/m}]$  ;  
b)  $F_p^{DE} = 59[\text{kN/m}]$ ,  $F_a^{AC} = 144,5[\text{kN/m}]$  ;  
c) El muro no es estable

### Ejercicios §8.4

1. a)  $F_s = 1$  ; b)  $z_w = 4,76[\text{m}]$
2.  $F_s = 0,38$  ( $\varepsilon = 2\%$ ),  $F_s = 0,85$  ( $\varepsilon = 15\%$ )
3.  $F_s = 1,03$
4.  $F_s = 1,24$

### Ejercicios §9.6

1. a)  $q_u = 34B + 575,8[\text{kPa}]$  ; b)  $q_u = 12,8B + 178,6[\text{kPa}]$
2. a)  $q_a = 205,6 + \frac{q_s}{2}[\text{kPa}] \approx R_c$
3. a) Caso seco:  $q_u = 2196[\text{kPa}]$ , caso saturado:  $q_u = 1317[\text{kPa}]$  ;  
b) Largo plazo:  $q_u = 1350[\text{kPa}]$ , corto plazo:  $q_u = 153,2[\text{kPa}]$
4.  $H \approx 3,9[\text{m}]$
5. a)  $Q = 253,9[\text{kN/m}]$  ; b)  $\Delta B = 1[\text{m}]$
6.  $F_s \approx 12$
7. a)  $q_u = 1002[\text{kPa}]$  ; b)  $q_u = 630[\text{kPa}]$  ; c)  $q_u = 874[\text{kPa}]$  ; d)  $q_u = 621[\text{kPa}]$

### Ejercicios §A

1. a) i)  $e = 0,89$ ,  $c_u = 60[\text{kPa}]$ ,  $\phi' = 28,6$  y  $c' = 8[\text{kPa}]$  ;  
ii) Preconsolidado,  $s_\infty = 0,36[\text{m}]$  y  $s(t = 6[\text{mes}]) = 0,29[\text{m}]$  ;  
iii) Deslizamiento:  $F_s = 2,3$  (largo plazo) y  $F_s = 6,4$  (corto plazo),  
Volcamiento:  $F_s = 4$  (largo plazo) y  $F_s = 5$  (corto plazo),  
Capacidad del suelo:  $Q_{ad} = 203[\text{kN/m}]$  (largo plazo) y  $Q_{ad} = 193[\text{kN/m}]$  (corto plazo)  
b)  $F_s = 2,88$  (corto plazo) y  $F_s = 1,44$  (largo plazo).  
La estabilidad del talud a largo plazo es crítica.

# Bibliografía

- Atkinson, J. (2007). *The mechanics of soils and foundations*. Taylor & Francis, London, UK, second edition.
- Bardet, J. (1997). *Experimental Soil Mechanics*. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Biarez, J. (1958). Pathologie des fondations et murs de soutènement. Rapport de recherche, MSSMAT, Ecole Centrale Paris.
- Biarez, J. and Hicher, P. (1994). *Elementary Mechanics of Soil Behaviour. Saturated remoulded soils*. Balkema, Paris.
- Bowles, J. (1996). *Foundation Analysis and Design*. McGraw-Hill, New York.
- Chen, W. (1975). *Limit analysis and Soil Plasticity*. Elsevier, New York.
- Costet, J. and Sanglerat, G. (1969). *Cours Pratique de Mécanique des Sols*. Dunod, Paris.
- Dubois, F. and Jean, M. (2001). LMGC90: Logiciel de Mécanique Gérant le Contact. <http://www.lmgc.univ-montp2.fr/~dubois/LMGC90/snapshots.html>.
- Durville, J. and Sève, G. (1996). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C254): Stabilité des pentes. Glissements en terrain meuble*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.
- Eurocode 7 (2003). Geotechnical design, prEN 1997-1:200X. European Standard, European Committee for Standardization.
- Frank, R. (1998). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C246): Fondations superficielles*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.
- González de Vallejo, L., Ferrer, M., Ortuño, L., and Oteo, C. (2002). *Ingeniería Geológica*. Pearson Educación, Madrid.
- Lambe, W. and Whitman, R. (2004). *Mecánica de Suelos*. Limusa, México.
- Magnan, J. (1991). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C216): Résistance au cisaillement*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.
- Magnan, J. (1997). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C208): Description, identification et classification des sols*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.
- Magnan, J. (1999). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C212): L'eau dans les sols*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.
- Magnan, J. (2000a). *Cours de Mécanique des Sols et des Roches*. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Magnan, J. (2000b). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C214): Déformabilité des sols. Tassements. Consolidation*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.

- Mitchell, J. and Soga, K. (2005). *Fundamentals of Soil Behavior*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, third edition.
- Muir Wood, D. (2004). *Geotechnical modelling*. Spon Press, London.
- NCh1517/1.Of1979 (1979). *Mecánica de suelos - Límites de consistencia - Parte 1: Determinación del límite líquido*.
- NCh1517/2.Of1979 (1979). *Mecánica de suelos - Límites de consistencia - Parte 2: Determinación del límite plástico*.
- NCh1517/3.Of1979 (1979). *Mecánica de suelos - Límites de consistencia - Parte 3: Determinación del límite de contracción*.
- Poulos, H. and Davis, E. (1974). *Elastic Solutions for Soil and Rocks Mechanis*. Wiley, New York.
- Salençon, J. (1992). *Calcul à la rupture et analyse limite*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1ère edition.
- Salençon, J. (2000). *Mécanique des milieux continus*. Éditions de l'École Polytechnique, Palaiseau, 2ème edition.
- Salençon, J. (2002). *de l'Élasto-plasticité au Calcul à la Rupture*. Éditions de l'École Polytechnique, Palaiseau, 2ème edition.
- Schlosser, F. (1990). *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction (C242): Ouvrages de soutènement. Poussée et butée*. Editions T.I. (Techniques de l'Ingénieur), Paris.
- Schlosser, F. (2003). *Éléments de Mécanique des Sols*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Skempton, A. and Bjerrum, L. (1957). A contribution to the settlement analysis of foundations on clay. *Géotechnique*, 7:168–178.
- Van Sint Jan, M. and Ledezma, C. (2008). Fundamentos de geotecnia. Apuntes ICE1603, Pontificia Universidad Católica de Chile, Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica.