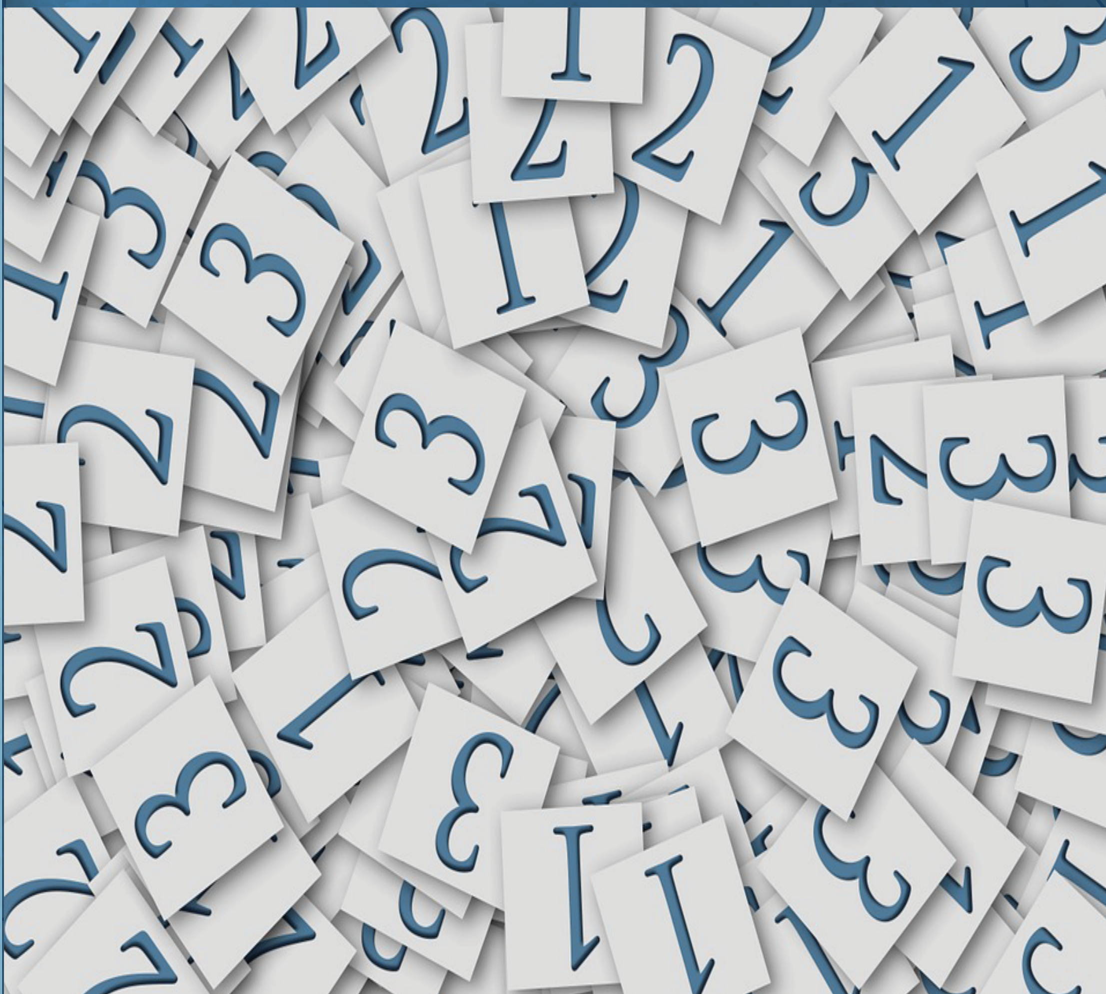
Lógica Matemática I

Enrry Castillo P, Maritza Alexandra Pinta



Universidad Técnica de Machala

Lógica Matemática
Tomo I: Proposiciones y Leyes de Inferencia

2da Edición

Lógica Matemática
Tomo I: Proposiciones y Leyes de Inferencia

2da Edición

Enrry Castillo Pacheco

Maritza Alexandra Pinta

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA
2015

Agradecimiento

Merece un gran agradecimiento por su valioso apoyo incondicional para la feliz culminación de esta obra mi compañera de camino, mi esposa, Mireya. Para ella y para mis hijos Jean Pierre y Cristhel Anahi van mis mejores parabienes por haber soportado con paciencia las horas que pase delante de la computadora trabajando en la edición del libro, tiempo en el cual no puede estar con ellos como hubiese querido.

Por sus críticas acertadas a la primera edición del libro le estoy muy agradecido al Sub–Oficial Elías Chandy, Jefe Académico del COMIL 3 por más de cuatro años consecutivos.

A los compañeros profesores del Colegio “Marcel Laniado de Wind” y del Colegio Militar “Héroes del 41” por sus sugerencias y observaciones dadas al borrador de la segunda edición, especialmente a los señores profesores: Lic. William Romero, Ing. Julio Ube, Lic.Henry Diaz, Ing. Wilson Arroyo, Ing. Antonio Espinoza, Ing. José Mascote, Ing.Anecio Martínez jefe de investigación del COMIL 3, entre otros.

A los siguientes estudiantes del COMIL 3 quienes contribuyeron enormemente con varias partes del libro, entre ellos: Dennis Tello, Jimmy Molina, Wellington León, Eladio Valarezo y Miguel Fernández. A los estudiantes que mediante clases particulares contribuyeron a revisar gran cantidad de ejercicios del libro: Andrés Altamirano, Shy Yeu, Shy Cheu, Xavier Freire, Carlos Regalado, David Zambrano, entre muchos otros.

A los estudiantes del Colegio "Marcel Laniado de Wind" que participaron en el XIII Concurso Intercolegial de Matemáticas realizado en la ESPOL, en especial a Gabriela Gonzáles quien quedo en séptimo lugar a nivel del país entre más de 450 participantes, a Orley Segovia y Jonatahan Abadie con quienes trabaje muchos de los problemas de mayor grado de dificultad del texto y varios de los problemas de razonamiento lógico.

Agradecimiento especial a la Profesora Sandra Quero del Departamento de Matemática y Física de la Facultad de Humanidades y Educación Universidad del Zulia – Venezuela por su notable esfuerzo por la revisión minuciosa de los ejercicios y contenidos del capítulo y para mi sobrina la Magister y Catedrática Universitaria Tania Alaña Castillo por su ayuda en la impresión de los borradores del libro.

Este trabajo no sería completo si el Lic. Héctor Pontón Profesor del Colegio Militar "Héroes del 41" y a la fecha Jefe Académico del mismo, del mismo no se hubiese tomado la molestia de revisar toda el léxico y sintaxis del libro.

Este trabajo que se entrega a la juventud, es un esfuerzo colectivo producto del trabajo como ayudante de cátedra de la ESPOL por tres años, de trabajar en el Colegio Militar "Héroes del 41" por cuatro años dando la materia de Matemática, de laborar dos años como maestro de la misma materia en el colegio "Marcel Laniado de Wind" y de trabajar en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Estatal de Guayaquil instituciones en donde se fue formando y revisando el borrador de este libro.

Este libro pretende, como no puede ser de otra manera, formar un estudiante que además de tener buenos conocimientos, habilidades y destrezas en las ciencias exactas, sea además analista, reflexivo, solidario, respetuoso y que posea elevados nivel de honestidad, cualidad tan venida a menos en los últimos años. Es decir se pretende que el estudiante tenga el perfil: intelectual, piscomótriz y actitudinal una vez que egrese de las aulas.

Uno de los objetivos personales en este texto es que el estudiante sea mejor que el maestro, en palabras de Leonardo Da Vinci expresadas hace muchísimos años "pobre del estudiante que no supere a su maestro"

Así mismo se pretende aplicar el concepto de educación de Hubert: "La educación es una tutela que tiene por objeto conducir al ser hasta el punto en que no tenga la necesidad de tutela".

Segunda edición 2015

ISBN: 978-9978-316-68-9

Ediciones utmach
Km. 5 1/2 Vía Machala Pasaje
www.utmachala.edu.ec

Este texto ha sido sometido a un proceso de evaluación por pares externos con base en la normativa editorial de la utmach.

Portada:
Concepto editorial: Jorge Maza Córdova
Samanta Cabezas (est. Comunicación Social)
Fotografía: Dir. de Comunicación UTMACH

Diseño, montaje y producción editorial: UTMACH

Impreso y hecho en Ecuador
Printed and made in Ecuador

Índice

¿Qué significa ser un buen maestro?

¿Cómo definiría usted a un buen maestro? ¿Es la persona que logra desarrollar la memoria del estudiante de modo que este recuerde sucesos y apruebe exámenes? ¿O es la persona que le enseña a pensar, razonar y plantearse preguntas? ¿Qué hace qué un estudiante llegue a ser un buen ciudadano?

> "Cuando admitamos que somos compañeros de nuestros alumnos en el largo y difícil viaje de la vida, cuando los tratemos con dignidad y el respeto que merece todo ser humano, entonces estamos en disposición de ser buenos maestros. Es así de fácil y, a la vez, así de difícil."
> (To Teach – The Journey of a Teacher), Despertad 8/Marzo/2002

Prefacio

Definitivamente, la tecnología y el desarrollo de la ciencia cambian vertiginosamente la cotidianidad de las personas. Las ventajas comparativas de una nación sobre otra ya no se concentran en la posesión de recursos naturales o mano de obra barata; hoy, la clave está en el conocimiento.

Esa sociedad del conocimiento empieza a construirse sobre la base cierta del desarrollo científico tecnológico de las naciones.

Ecuador está a la zaga en esta vertiginosa carrera y las dos vías existentes hasta ahora, son: quedarse ahí o asumir el reto del cambio.

Por consiguiente el objetivo primordial de este libro es contribuir al desarrollo académico e intelectual de toda la juventud deseosa de superación en beneficio propio y por consiguiente del país.

En esta segunda edición se refleja la experiencia y retroalimentación de gran número de usuarios de la edición anterior.

Características del Texto

Pedagogía

Se ha demostrado hasta la saciedad que los ejemplos resueltos y ejercicios planteados son las principales formas de aprender matemática. Por lo cual, se ha incluido una gran variedad de ejemplos desarrollados en cada sección del capítulo, dando a conocer qué conceptos básicos debe dominar el lector, así como los errores comunes que tiende a cometer. Se ha dado principal énfasis a la resolución de problemas con respuestas múltiples. En varios temas se dan estrategias metodológicas que señalan la pauta que se debe tomar en cuenta para un mejor análisis y comprensión de los contenidos ahí tratados.

Ejemplos y Ejercicios

Las personas aprenden algo, haciéndolo. Por consiguiente se plantea en el libro desde problemas sencillos hasta otros que tienen un mayor grado de dificultad. A través de todo el libro se encuentran ejemplos desarrollados y con comentarios para ayudar a los estudiantes en cada una de las diversas etapas. El conjunto de ejemplos incluye problemas de tipo de opciones múltiples. En varios de los ejercicios y problemas resueltos se hace uso de la forma gráfica para comprender mejor su solución y hacer más sólida la comprensión de los conceptos básicos. El tomo I libro contiene 104 ejemplos resueltos, unos de fácil resolución, otros más complejos y 291 problemas propuestos.

Aplicaciones

En la actualidad los estudiantes tienen la inquietud permanente de saber para qué sirve en la vida real determinado contenido de la matemática. La matemática esta relacionada con el mundo real mediante un gran número de aplicaciones, por tal motivo se han resuelto problemas y planteado ejercicios en todas las secciones del capítulo de problemas relacionados con los negocios, la ingeniería, la ecología, la psicología, la medicina, la física y problemas que a diario se ven ya sea en el colegio, en el hogar o en el trabajo. Dada la relación de la matemática con la ciencia física, la economía, los negocios, las ciencias naturales y las ciencias sociales, el texto es útil para los lectores interesados en cualquiera de estas áreas.

Motivación

En gran parte de los temas se ha planteado una motivación para lo que se está tratando. Se ha ilustrado, en forma permanente gráficos para un mejor entendimiento del tema. En cada sección del capítulo se plantean tres problemas de desafío matemático que permiten que el lector ponga a funcionar y a la vez desarrolle su capacidad de razonamiento lógico.

Cuestiones Fundamentales

Las cuestiones fundamentales que el lector debe dominar para una mejor comprensión de la matemática es el razonamiento lógico. Por ello es que se da gran importancia a la resolución de problemas empleando dicho tipo de razonamiento.

Estructura del Libro en el Capítulo

El capítulo se divide en varias secciones. En cada sección se dan a conocer los contenidos, objetivos y una motivación del tema. Los conceptos e ideas importantes se los hace notar en cursiva. Así mismo se da a conocer los errores comunes que se tiende a cometer. Los errores se los hace notar con la palabra advertencia y alguna cuestión fundamental con el texto importante. En cada sección se hace un resumen de los temas vistos, se plantean tres problemas de razonamiento lógico, sección de problemas y dos evaluaciones sumativas.

Cambios con respecto a la Primera Edición

Los capítulos 1 y 2 fueron unificados en uno sólo bajo el nombre de lógica de proposiciones los mismos que se ven en este Tomo I, como así mismo los capítulos 3, 4 y 5 en uno sólo bajo el nombre de lógica de conjuntos, los cuales se analizan en el tomo II.

Se han agregado una gran cantidad de ejemplos desarrollados y planteado una gran variedad de nuevos problemas. Se han corregido diversos tipos de errores de imprenta cometidos en la versión anterior y se ha mejorado considerablemente la presentación gráfica.

Las reglas de inferencia se han reducido de un número elevado de 15 a 7, dado que se puede demostrar que las restantes se las puede obtener aplicando las leyes del álgebra de proposiciones a las 7 reglas básicas aquí analizadas.

En cada problema resuelto se han agregado explicaciones para indicar qué paso o procedimiento se ha llevado a cabo para efectuar su resolución.

En el texto se emplean varios colores combinados entre sí para mejorar el entendimiento de los conceptos, técnicas y destrezas que el estudiante debe dominar.

Estructura de los Temas

- Existen ejemplos y ejercicios prácticos a cada sección para apoyar aún más al lector a incrementar su entendimiento sobre la aplicatividad del tema a tratarse.
- Se emplea un estilo informal en la exposición, en las proposiciones de las definiciones y en las pruebas de las demostraciones.
- El texto incluye 291 problemas propuestos cuidadosamente seleccionados y clasificados. El grado de dificultad de los ejercicios está en orden ascendente. Los iniciales son fáciles y rutinarios, los que le siguen son un poco más difíciles. En resumen el texto es adecuado para que un estudiante de nivel promedio pueda alcanzar el éxito, aunque también el texto representara un reto para el estudiante más capaz.
- Las respuestas de todos los ejercicios impares de la sección de problemas, las de las evaluaciones y de algunos ejercicios pares están al final del libro.
- El resumen del capítulo incluyen una revisión de todos los términos, definiciones y fórmulas matemáticas. Así mismo, el capítulo contiene una sección de problemas de repaso y dos evaluaciones generales. Las soluciones de todos los ejercicios impares de la sección repaso están al final del libro con la clave de la sección correspondiente del texto, así como la de varios ejercicios pares.

Capítulo I: Lógica Proposicional
Proposiciones

Objetivos:

Después de estudiar esta sección, el lector estará en capacidad de:

- Definir la importancia de la lógica matemática.
- Distinguir qué es una proposición.
- Determinar el valor de verdad de una proposición.
- Deducir cuándo una proposición es abierta o cerrada.
- Formular problemas usando los contenidos de la sección.
- Relacionar los contenidos de la sección con otras materias.

Esta sección esquematiza el concepto de las proposiciones, que son la base de la lógica matemática.

Se empieza analizando cuándo una expresión es o no proposición. Se establece la diferencia entre una proposición abierta y una cerrada.

Para afianzar lo indicado, se resuelven varios problemas y se plantean algunos ejercicios.

Al finalizar la sección se presentan tres problemas de razonamiento lógico, que constituyen un desafió para valorar la capacidad de razonamiento lógico – deductivo del lector.

Para que el docente pueda evaluar las habilidades, destrezas, capacidades y contenidos de la sección, se aplican 2 pruebas que tienen una duración de 45 minutos cada una.

Introducción

Los términos «lógico» y «matemática» asustan a muchos, ante la sola idea de pensar lógicamente. Pero el obstáculo es parcialmente imaginado: todos empleamos cada día habilidades lógico – matemáticas básicas para toda clase de tareas como: comprar; resolver problemas; clasificar facturas y cuentas y hasta resolver crucigramas. Lo que sucede es que no nos damos cuenta que las utilizamos. El pensamiento lógico es la base del razonamiento deductivo y es vital para el desarrollo del argumento racional de cada persona.

Los seres humanos todos los días obtenemos conclusiones. El padre de familia concluye que su hijo ha estudiado, cuando ha obtenido una buena prueba; el profesor concluye que el curso no ha asimilado el inter–aprendizaje, cuando un alto porcentaje del alumnado ha rendido una evaluación con bajo puntaje.

El proceso que nos permite concluir se llama razonamiento. Por consiguiente se puede decir que la lógica es la ciencia del razonamiento y se deduce que es la disciplina dedicada a identificar las formas de razonamiento, con el objeto de crear técnicas para determinar si un argumento es válido o no.

Las conclusiones se obtienen a partir de frases llamadas premisas o hipótesis. Los lógicos sostienen que, en un razonamiento, entre las proposiciones y las conclusiones existe una relación, la cual mantiene un esquema. Si ésta guarda ciertas características, se dirá que el razonamiento es válido, caso contrario falso.

El interés de la lógica es la determinación o validez de un razonamiento, es decir, su forma y no presta atención a su contenido. Con el estudio de la lógica se persigue llegar a ser preciso y cuidadoso.

La lógica para su mejor estudio ha sido dividida en:

- lógica proposicional que se estudia en el presente capítulo y .
- lógica de conjuntos que se estudia en las cuatro primeras secciones del capítulo 2 y
- lógica predicativa que se analiza en la sección 5 del capítulo 2

Proposiciones

El punto de partida para el estudio de la lógica lo constituyen las oraciones que son falsas (F) o verdaderas (V) denominadas proposiciones. De lo mencionado se puede decir que una proposición es una frase que puede ser verdadera o falsa, pero no puede tener ambos valores de verdad al mismo tiempo.

En este texto a las proposiciones verdaderas (V) se las representará con el número 1 y las falsas (F) con el número 0. Letras como p, q, r, s, t, etc., minúsculas pueden usarse para representar proposiciones.

EJEMPLO 1: Exprese simbólicamente las siguientes frases e indique su valor de verdad:

a) La Matemática es una ciencia.

p: La Matemática es una ciencia.

La proposición p es verdadera.

b) Ecuador es uno de los primeros exportadores de camarón en el mundo.

q: Ecuador es uno de los primeros exportadores de camarón en el mundo.

La proposición q es verdadera.

c) $3° \neq 1$

s: $3° \neq 1$

La proposición s es falsa.

d) Mireya viaja en tren.

p: Mireya viaja en tren.

No es posible determinar su valor de verdad.

EJEMPLO 2: Indique si las siguientes frases son proposiciones o no:

a) Con luz podemos ver.	SI
b) Los gatos vuelan.	SI
c) Mañana lloverá.	NO
d) La región costanera del Ecuador no está conformada por seis provincias.	SI
e) $\sqrt{16} = 4$ y $\sqrt{16} + 2 = 6$	SI
f) ¿Qué hora es?	NO
g) Ojalá llueva.	NO

h) El puma es un felino.	SI
i) ¡Camina!	NO
j) Juan Montalvo fue un gran escritor.	SI
k) O $\sqrt{4} = 2$ o $\sqrt[3]{27} \leq 3$	SI
l) La educación particular es muy exigente.	SI
m)Las ballenas algún día se extinguirán.	NO
n) $(2 + 4) > -3$	SI
o) Si $4 > 3$ entonces $6 \leq -3$	SI
p) Es más fácil el estudio de la música que el estudio de las matemáticas.	NO
q) El internet es vital si y solo sí contribuye a la educación del hombre.	SI

Como guía se puede decir que las frases que expresan exclamaciones; suposiciones, sugerencias y deseos no son proposiciones, sino simplemente enunciados.

Las proposiciones pueden ser enlazadas utilizando elementos gramaticales para formar proposiciones más complejas. Ejemplos de tal tipo son los literales d), e), k), o) y q) del ejemplo anterior.

Para conectar las diversas proposiciones la matemática hace uso de los operadores lógicos.

En el caso del ejemplo anterior el literal d) hace uso del operador de negación (no), el literal e) del de conjunción (y), el literal k) del de disyunción (o), el literal o) del condicional (entonces) y el literal q) del operador bicondicional (si y solo si).

Las proposiciones que no hacen uso de los operadores lógicos se les llama simples o atómicas y a las que si hacen uso de ellos tienen el nombre de compuestas o moleculares

Así, para el caso del ejemplo 2 las proposiciones compuestas son d), e), k), o) y q). Las proposiciones simples son el resto de frases que son proposiciones.

En la sección 1.2 se verá con detalle cada uno de los operadores lógicos presentes en la lógica proposicional y se analizará cómo determinar el valor de verdad de una proposición compuesta.

Proposiciones Abiertas y Cerradas

Existen algunas afirmaciones de las cuales no podemos decir inicialmente si son falsas o verdaderas por intervenir en ellas una variable.

Una proposición abierta es una expresión que contiene una variable y que al ser sustituida dicha variable por un valor determinado hace que la expresión se convierta en una proposición cuyo valor de verdad puede determinarse.

Proposiciones cerradas son todas aquellas que no son abiertas. Es decir, son todas aquellas en donde se puede determinar en forma inmediata su valor de verdad.

Las proposiciones del ejemplo siguiente son abiertas.

EJEMPLO 1:

a) x es un número no primo.
b) Este país pertenece al Pacto Andino.
c) $x + 2 = 4$
d) $\sqrt{x^2} = \pm x$
e) $\forall x, y[(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)]$

Si en el literal a) se reemplaza x por el número 6, se tendrá una proposición verdadera.[1]

En el literal b) la palabra Estados Unidos de Norte América hace que la proposición sea falsa.

¿Qué número hace que el literal c) sea una proposición verdadera?

EJEMPLO 2: Determine si las siguientes proposiciones son abiertas o cerradas y en las que sea posible determine su valor de verdad.

a) $\sqrt{25} = \pm 5$
Es cerrada y verdadera.
b) Él es Alcalde de Guayaquil.
Es abierta.
c) El Cotopaxi es una elevación que tiene 5897 m
Es cerrada y verdadera.
d) □x□ = x si x es ≥ 0
Es abierta y válida para todos los valores reales.
e) $x < 3$
Es abierta y válida para determinados valores de x

[1] El símbolo ∀x, y se lee: "para todo x, y"

EJEMPLO 3: Considérese el siguiente procedimiento, tomado de ESPOL, (2008):

Paso 1: T = 1

Paso 2: Imprimir T

Paso 3: Reemplace T por $(T + 2\sqrt{T} + 1)$

Paso 4: Volver al paso 2

Una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela:

a) Los primeros cuatro valores impresos de T son: 1, 4, 7, 10

b) El quinto valor impreso de T es: $(5 + 2\sqrt{5} + 1)$

c) Las respuestas a) y b) son verdaderas

d) Al ejecutarse el procedimiento dado, en la impresión de T se obtiene la sucesión 1, 4, 9, 16, 25, ..., n^2, ... donde n es en número de veces que se ejecuta el paso 2

e) Todas las proposiciones anteriores son falsas.

SOLUCIÓN

Al ejecutarse el procedimiento indicado se realiza lo siguiente:

Paso 1. Se asigna a T = 1

Paso 2: Se imprime 1

Paso 3: $T = 1 + 2\sqrt{1}+1 = 4$

Paso 4: Se imprime 4

Luego: $T = 4 + 2\sqrt{4} +1 = 9$

Se imprime 9

Luego: Luego: $T = 9 + 2\sqrt{9} + 1 = 16$

Se imprime 16

Luego: $T = 16 + 2\sqrt{16} + 1 = 25$

Se imprime 25

Luego: $T = 25 + 2\sqrt{25} + 1 = 36$

Se imprime 36 y así en forma sucesiva.

Entonces, en la impresión se obtiene la serie: 1; 4; 9; 16; 25; 36; etc.

Luego, la respuesta es el literal d)

EJEMPLO 4: ¿Cuál de los siguientes enunciados es una proposición?

a) El sabor del color azul es dulce.

b) Mañana jugará la selección.

c) La edad del universo es de unos quince mil millones de años.

d) 314159 es un número primo
e) Disparen al ladrón.

SOLUCIÓN
a) No, porque el color no tiene sabor.
b) No, porque no se sabe si mañana llegará.
c) No, dado que no se precisa la edad del universo.
d) Si.
e) No, es una expresión en donde no es posible determinar su valor de verdad.

Luego, la respuesta es el literal d)

Se pide al lector determinar el valor de verdad de la proposición d)

EJEMPLO 5:
Una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifiquela:

a) $(x^{-1} + y^{-1})^2 = x^{-2} + y^{-2}$; $x \neq 0 \wedge y \neq 0$
b) $\frac{2}{x+y} = \frac{2}{x} + \frac{2}{y}$; $x \neq 0, y \neq 0$
c) $x^{-1} + x = 1$; $x \neq 0$
d) $\frac{\sqrt[3]{8^4}}{\sqrt{4^5}} > \frac{5}{6}$
e) $\frac{x-4}{\sqrt{x-1}} + \frac{3}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1}$

SOLUCIÓN
a) $(x^{-1} + y^{-1})^2 = (1/x + 1/y)^2 = 1/x^2 + 2/xy + 1/y^2 \neq 1/x^2 + 1/y^2$ falsa

b) $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2y+2x}{xy} = \frac{2(x+y)}{xy} \neq \frac{2}{x+y}$ falsa

c) $\frac{1}{x} + x = \frac{1+x^2}{x} \neq 1$ falsa

d) $\frac{\sqrt[3]{8^4}}{\sqrt{4^5}} = \frac{\sqrt[3]{(2^3)^4}}{\sqrt{(2^2)^5}} = \frac{(\sqrt[3]{2^3})^4}{(\sqrt{2^2})^5} = \frac{2^4}{2^5} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

½ no es mayor que 5/6, luego d) es falso.

e) $\frac{x-4}{\sqrt{x-1}} + \frac{3}{\sqrt{x-1}} = \frac{x-4+3}{\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$

$= \frac{(x-1)}{(x-1)^{1/2}} = (x-1)^{1-1/2} = (x-1)^{1/2} = \sqrt{x-1}$ verdadera

Respuesta: e)

EJEMPLO 6:

¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

a) $A_{círculo} = \pi d^2/4$

b) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{20}} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{4-\sqrt{12}}{2} = 2-\sqrt{3}$

d) $\sqrt{x+13} - \sqrt{7-x} = 2$ si $x_1 = 3$ y $x_2 = -9$

e) $\sqrt{\sqrt{16}} = 2$

SOLUCIÓN

a) Acírculo = $\pi r^2 = \pi(d/2)^2 = \pi d^2/4$ verdadera

b) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{3^2 x 5}}{\sqrt{2^2 x 5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$ verdadera

c) $\frac{4-\sqrt{12}}{2} = \frac{4-\sqrt{2^2 x 3}}{2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{2} = 2-\sqrt{3}$ verdadera

d) comprobando con x1 = 3

$\sqrt{3+13} - \sqrt{7-3} = 2$

$\sqrt{16} - \sqrt{4} = 2$

$4 - 2 = 2$

$2 = 2$

correcto

comprobando con x2 = – 9

$\sqrt{-9+13} - \sqrt{7-(-9)} = 2$

$\sqrt{4} - \sqrt{16} = 2$

$2 - 4 = 2$

$-2 \neq 2$

incorrecto

Dado que x2 = – 9 no es solución de la ecuación cuadrática.; luego d) es falsa.

e) $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$ verdadera

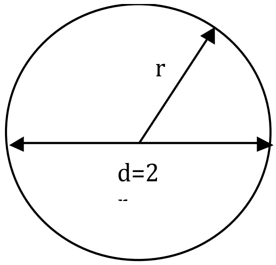
Luego, la respuesta es d)

Si pide al lector resolver la ecuación radical de la alternativa d) para que compruebe que $x_2 = -9$ es una solución extraña que se introduce al elevar al cuadrado ambos miembros de la igualdad.

Importante: En un círculo se cumple que el diámetro es igual a dos veces al radio, es decir:

$d = 2r$

$$A_{círculo} = \pi r^2; \qquad p_{círculo} = 2\pi r$$



El lector va a tratar las proposiciones de tipo abierta en todo su estudio del álgebra y posteriormente en cálculo.

Resumen

Se puede considerar a la lógica como ciencia y técnica a la vez. Técnica, porque está relacionada con la destreza para interpretar el razonamiento correcto y a la vez criticar el razonamiento incorrecto, y ciencia porque la lógica investiga, desarrolla y establece los principios fundamentales proporcionando los métodos necesarios para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto.

Lógica Matemática es una ciencia particular que se ocupa preferentemente del análisis de las reglas deductivas, las cuales son concebidas en forma gráfica o con símbolos.

La lógica proposicional es la parte de la lógica que estudia las relaciones entre las proposiciones que estructuran un razonamiento.

Proposición es una afirmación que puede ser verdadera o falsa, pero no verdadera y falsa a la vez; por lo tanto, las proposiciones serán verdaderas o falsas. De acuerdo a las clases de términos, las proposiciones se llaman abiertas, si el término es variable o cerrada, si el término es constante.

Proposición compuesta es la combinación de proposiciones simples para llegar a una conclusión o razonamiento. Se habla entones de razonamientos válidos y no válidos.

Valores de verdad:

Para proposiciones simples: verdadero $\equiv 1$; falso $\equiv 0$

Para proposiciones compuestas: válido $\equiv 1$; no válido $\equiv 0$

El valor de las proposiciones compuestas dependerá del valor de verdad de las proposiciones componentes.

Sección De Problemas

1.1)Expres simbólicamente las siguientes proposiciones y establezca su valor de verdad.

a) La capital de Bolívar es Guaranda.
b) El área de un triángulo es b•h/2
c) Ecuador tiene 22 provincias.
d) La democracia en Ecuador no ha contribuido a su desarrollo.
e) $2^o - 4 = \sqrt{9}$

1.2)Exprese simbólicamente las siguientes proposiciones y establezca su valor de verdad.

a) Ecuador ha tenido una mujer como presidente.
b) Las ecuaciones cuadráticas a lo sumo tienen tres soluciones.
c) El área de un trapecio es [(B + b)•h]/2
d) La capital de Imbabura no es Ibarra.
e) $2^o - 1$ es un número natural.

1.3)Decida si las siguientes frases son proposiciones o no. Las que resulten ser exprese si son simples o compuestas. Exprese simbólicamente cada una.

a) Algunos padres no se dan cuenta de la enorme necesidad de amor que tienen sus hijos adolescentes.
b) El número de parques de la ciudad de Machala es escaso y los que existen no son bien cuidados.
c) Si el hierro no conduce el calor entonces los gatos son aves.
d) La capital de la provincia de Tungurahua es Ambato.
e) ¡Oh mar, que pacíficas son tus aguas!

1.4)Decida si las siguientes frases son proposiciones o no. Las que resulten ser diga si son simples o compuestas. Exprese simbólicamente cada una.

a) El hierro es un metal y un buen conductor de la electricidad.
b) La capital de Morona Santiago es Macas.
c) Ecuador no tiene 10 parques nacionales.
d) Dios bendice a los hombres que progresan sin cambiar su esencia.

e) La suma de los ángulos interiores en un triángulo es igual a 180º

1.5) Establezca cuáles de las siguientes proposiciones son cerradas o abiertas y deduzca su valor de verdad.

a) Él es un escritor.
b) La capital de Morona Santiago es Macas.
c) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
d) La fórmula química del agua es H_20
e) El perímetro de un cuadrado de lado L es 4L

1.6) Establezca cuáles de las siguientes proposiciones son cerradas o abiertas y deduzca su valor de verdad.

a) $325000 = 3.25 \times 10^5$
b) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
c) Barcelona de Ecuador fue dos veces vicecampeón de la copa Libertadores de América.
d) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
e) Triángulo rectángulo es aquél que tiene 3 ángulos iguales.

1.7) Determine ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

a) 32000000000 = 0.32x1010
b) $\frac{3x+1}{(x+1)(x-2)} = \frac{3/2}{x+1} + \frac{7/3}{(x-2)}; x \neq -1; x \neq 2$
c) $x > 0 \Longrightarrow 2^x > 3^x$
d) $105^\circ \neq 7\pi/12$ radianes
e) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

1.8) Identifique la proposición falsa:

a) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
b) $\cos\alpha$ = lado adyacente/hipotenusa
c) $-0.00032 = 3.20\times10^{-4}$
d) $i^2 = -1$
e) $(-3)^4 = 81$

1.9)Determine ¿cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

a) $\frac{2+4i}{3-2i}=-\frac{2}{13}+\frac{16i}{13}$

b) tanα = lado opuesto/lado adyacente

c) $[x^n][x^m] = x^{n+m}$

d) $2x\sqrt{x}=\sqrt{2x^3}$

e) La ecuación de la recta es: y = mx + b

1.10) Determine ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

a) $\sqrt{\frac{x^2}{50}}=\frac{x\sqrt{2}}{5}$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\sqrt{3}-\sqrt{5}$

c) Triángulo isósceles es aquel que tiene 3 lados iguales.

d) $2\sqrt{4}+2^{-1}\neq 9/2$

e) $[x^n]^m = x^{nm}$

1.11) Determine ¿cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

a) $(-2-i)^2 = 3+4i$

b) $\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$

c) $\frac{x^n}{x^m}=x^{n-m}$

d) $\sqrt[3]{16x^3y^4}=2xy\ \sqrt[3]{2y}$

e) $(2x+3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 18x + 27$

1.12) Identifique la proposición verdadera:

a) Un número primo es aquél que es divisible para si mismo y para 2

b) Conjunto finito es aquel que tiene un número de elementos que no se puede contar.

c) Triángulo equilátero es aquel que tiene 2 lados iguales y uno desigual.

d) El área de un cuadrado de lado L es L^2

e) El área de un cubo de lado L es $4L^2$

1.13) Determine la proposición que no es verdadera:

a) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

b) $\sqrt{3x^3} = x\sqrt{3x}$

c) $(2x^2y^3)^2 = 2x^4y^6$

d) $0.5045 = 5.045x10^{-1}$

e) $8^{-1/3} = ½$

Problemas de Razonamiento Lógico

1) DE LOS ARCHIVOS DE SHERLOCK HOLMES, CONAN (2004)

Un enorme botín ha sido robado de un almacén. El delincuente –o delincuentes– ha(n) transportado las cosas robadas en un auto. Tres famosos delincuentes, A, B, C, fueron conducidos a Scotland Yard para ser interrogados. Se establecieron los siguientes hechos.

a) Ninguna otra persona distinta de A, B, C, estaba implicada en el robo.

b) C no esta inmerso nunca en un asunto sin utilizar a A –y posiblemente a otros– como cómplice.

c) B no sabe conducir.

¿Es A inocente o culpable?

2) VERDAD Y MENTIRA

Existen tres tipos de personas: unas, que siempre contestan la verdad; otras que siempre mienten y otras, que alternan verdad con mentira. ¿Cómo se podrá averiguar con solo dos preguntas cuya respuesta sea sí o no el que una persona sea siempre sincera, sea siempre mentirosa, o sea algunas veces sincera?

3) MÚLTIPLO DE 9

¿Qué condición ha de cumplir un número para que al restarle la suma de sus cifras el resultado sea divisible por 9?

EVALUACIÓN No. 1

1) Determine cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones. Las que sean proposiciones, indique si son abiertas o cerradas y determine su valor de verdad.

a) $i^3 = -i$
b) Las canciones son más hermosas que las poesías.
c) $45 - 35 \geq \sqrt{x}$
d) Lima es la capital de Chile.
e) El planeta tierra se está calentando peligrosamente.

2) Determine cuáles de las siguientes proposiciones son simples o compuestas, e identifique cuáles operadores lógicos están presentes en las proposiciones compuestas. En las proposiciones simples indique si son abiertas o cerradas y determine su valor de verdad.

a) $(x - y)^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
b) Si Hitler fue un santo entonces la nieve es negra.
c) La capital de Imbabura es Ibarra.
d) Las vocales débiles son a, e, o
e) El autor de la letra del Himno Nacional del Ecuador es Juan León Mera y de la música es Antonio Neumane.

3) Una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela:

a) $\frac{7-4i}{2+i} = 2 - 3i$
b) $(x^{-2} + y^{-2})^{-3} = x^6 + y^6$
c) $0,023456 = 2,3456x10^2$
d) El perímetro de un triángulo de lado L es 4L.
e) $\sqrt{-44} = 2\sqrt{11}$

4) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

a) $-21234,5 = -2,12345x10^4$
b) Si $\sqrt{2x+7} + \sqrt{x}$ =8 ==> x = 9
c) $36^{-1/2} = 1/6$
d) $\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$
e) (2x – 3)2 = 4x2 – 6x + 9

EVALUACIÓN No 2

1) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

a) Las proposiciones pueden ser abiertas o cerradas.

b) $\left(\frac{16}{25}\right)^{-2^{-1}} = \frac{5}{4}$

c) Las proposiciones que no hacen uso de los operadores lógicos se llaman compuestas.

d) 13 es un número primo.

e) La moneda del Ecuador es el dólar americano.

2) Una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela:

a) Proposiciones abiertas son aquellas en que se puede determinar su valor de verdad en forma inmediata.

b) $16^{-4^{-2^{-1}}} = \frac{1}{4}$

c) La intersección de dos conjuntos está formada por todos los elementos que pertenecen a ambos conjuntos.

d) La capital de Colombia es Cali.

e) La solución de la ecuación lineal $x + 3x - 2 = 6$ es $x = 2$

3) Determine cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones.

a) El agua es esencial para la vida.

b) Él es mi primo.

c) Mañana será un día hermoso.

d) $2 + 5^{o} > \sqrt{14}$

e) Las rosas son poesía.

4) Determine cuál de las siguientes proposiciones es abierta o cerrada.

a) Aquella chica me gusta mucho.

b) $2^{-3} + 3^{2} = 73/8$

c) Quito es una ciudad grande.

d) $x^{3} + y^{3} = (x + y)(x^{2} - xy + y^{2})$

e) x^{2} es un cuadrado perfecto.

Operadores Lógicos

Objetivos

Después de estudiar esta sección, el lector estará en capacidad de:

• Definir el concepto de cada operador lógico.
• Exponer las tablas de verdad de cada operador.
• Destacar la diferencia entre la disyunción inclusiva y exclusiva
• Interpretar los conceptos de condición necesaria y suficiente en el operador condicional.
• Traducir al lenguaje simbólico un razonamiento.
• Interpretar si un razonamiento es o no válido mediante los conceptos de tautología y contradicción.
• Determinar el operador dominante en una expresión proposicional.
• Deducir las aplicaciones de los operadores lógicos.
• Reaccionar el concepto de operadores lógicos con otras ciencias.
• Formular problemas con los contenidos vistos en la sección.
• Resolver problemas del entorno con los contenidos vistos.

Las tablas de los principales operadores lógicos que se van a analizar en esta sección son:

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

En esta sección se estudia cada uno de los operadores lógicos presentes en la lógica matemática, así como su aplicación práctica.

Se empieza analizando los operadores de: negación ( ), conjunción ($\wedge$), disyunción (V), condicional ($\Rightarrow$) y el bicondicional ($\Leftrightarrow$). En el de negación se estudia también el caso de la negación de proposiciones especiales, mientras que en la disyunción se muestran los dos casos: disyunción inclusiva (V) y disyunción exclusiva ($\underline{\vee}$) estableciendo sus diferencias y se plantean guías para la construcción de tablas de verdad de proposiciones compuestas.

Dentro del operador condicional se establece el caso, cuando una proposición es condición suficiente y/o necesaria para otra proposición. Mas adelante, se dan las pautas para la traducción de razonamientos a la forma simbólica y se explica si un razonamiento es válido o no, utilizando las tablas de verdad proporcionando el concepto de tautología, contradicción y contingencia.

Para concluir con la sección, se determina la prioridad de los operadores lógicos presentes en una fórmula proposicional y, para que el lector sepa en donde se aplican los contenidos aquí analizados se presentan la aplicación de los operadores lógicos $\wedge$ y V en el diseño de circuitos eléctricos y electrónicos.

Para afianzar todo lo indicado, se resuelven varios problemas y se plantean una variedad de ejercicios.

Al finalizar la sección se presentan tres problemas de razonamiento lógico, los cuales constituyen un desafió para valorar la capacidad de razonamiento lógico – deductivo del lector.

Para que el docente evalué las habilidades, destrezas, capacidades y contenidos de la sección, se aplican 2 pruebas que tienen una duración de 45 minutos cada una.

Negación

Este operador lógico transforma el valor de verdad de una proposición. Se lo representa por el símbolo de "~ " y "˥ " En este texto se usará el símbolo " ˥ "

˥ p se puede traducir como:

- Es falso que p
- No ocurre que p
- No p

Cada forma de traducción es equivalente, o sea significa lo mismo.

Si se toma como 1 para el valor de verdadero y 0 para el valor de falso, se puede construir la siguiente tabla para este operador lógico.

Tabla No.1- Operador de Negación

p	˥ p
1	0
0	1

Fuente: Proaño (2006)

Y sirve, como se verá más adelante, para determinar, en compañía de otros operadores lógicos, la validez de algunos tipos de razonamientos.

Ejemplo 1:

Exprese el negativo de las siguientes proposiciones y determine su valor de verdad donde sea posible.

a) p: Pedro está triste.
˥p: Pedro no está triste.
No se puede determinar su valor de verdad.

b) r: $5 < 6^{o}$
˥ r: $5 \geq 6^{o}$
r es falsa; ˥ r es verdadera.

c) ˥ s: $\sqrt{144} = 12$
s: $\sqrt{144} \neq 12$
˥ s es verdadera, s es falsa.

d) q: $4x + 2x = 6x$ o $4x + 2x = 8x^2$

$\urcorner$q: Es falso que: "$4x + 2x = 6x$ o $4x + 2x = 8x^2$"

No se puede determinar su valor de verdad, es una proposición abierta.

e) t: $2x > x - 3$

$\urcorner$t: $2x \leq x - 3$

No se puede determinar su valor de verdad, es una proposición abierta.

Del ejemplo anterior se puede apreciar que el operador de negación puede afectar a una proposición simple, como en el caso de los literales a), b), c) y e) y también a una proposición compuesta, como el literal d) Obsérvese en el literal e) la negación de mayor que (>) es menor o igual que (≤)

Negación de Proposiciones Especiales

Proposición	Negación
Todos	Algunos … no
Algunos	Ningún
Algunos … no	Todos
Ningún	Algunos

En el capítulo 2 sección 5 se analizará con más detalle este tipo de proposiciones cuando se trate sobre los predicados y cuantificadores.

Ejemplo 2:

Exprese la negación de las proposiciones siguientes.

a) p: todos los estudiantes de Matemática estudian Lógica.

$\urcorner$ p: algunos estudiantes de Matemática no estudian Lógica.

b) $\urcorner$ q: algún número es compuesto.

q: ningún número es compuesto.

c) t: ningún hombre es inmortal.

$\urcorner$t: algunos hombres son inmortales.

d) $\urcorner$s: algunos inventores son ingenieros.

s: ningún inventor es ingeniero.

Conjunción

Este operador une dos proposiciones y se lo representa como: "Λ". En algunos textos también se utiliza el símbolo: "&"

p Λ q se traduce como:

- p y q
- p pero q
- p sin embargo q

La tabla de verdad es:

Tabla No.2 - Operador de Conjunción

p	q	p Λ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Fuente: Proaño (2006)

De la tabla se deduce que p Λ q será verdadera si y solo si las dos proposiciones que la conforman son verdaderas.

EJEMPLO 1:

Exprese en lenguaje proposicional las siguientes frases y determine su valor de verdad donde sea posible.

a) Este libro es de Matemática y la vaca es un animal herbívoro.

p: este libro es de Matemática. (1)

q: la vaca es un animal herbívoro. (1)

Operador lógico presente: y (Λ)

Simbólicamente: p Λ q

p	q	p Λ q
1	1	1

Luego, la frase es verdadera.

b) El Ecuador es país amazónico, sin embargo, el hombre no es mortal.

p: el Ecuador es país amazónico. (1)

q: el hombre es mortal. (1)

Operadores lógicos presentes: sin embargo (Λ), no ($\urcorner$)

Simbólicamente: $p\Lambda(\urcorner q)$

p	q	$\urcorner q$	$p\Lambda(\urcorner q)$
1	1	0	0

Luego la frase es falsa.

El lector debe analizar críticamente la proposición p

Importante: Se debe observar como el operador Λ y $\urcorner$ pueden estar juntos en una frase.

c) Denisse y Jimmy están estudiando en el COMIL.

p: Denisse está estudiando en el COMIL.

q: Jimmy está estudiando en el COMIL.

Simbólicamente: $p\Lambda q$

No es posible determinar su valor de verdad.

d) $\sqrt{81}$ no es menor que 10 y 8 es un número primo.

p: $\sqrt{81}$ es menor que 10 (1)

q: 8 es un número primo. (0)

$\urcorner$ p: $\sqrt{81}$ no es menor que 10 (0)

El enunciado se expresa como: $\{(\urcorner p) \Lambda q\}$

p	q	$\urcorner p$	$\urcorner p\Lambda q$
1	0	0	0

Luego, el enunciado es falso.

e) $x + 2 = 2$ y $a^2 + b^2 \neq (a + b)(a - b)$

p: $x + 2 = 2$

q: $a^2 + b^2 = (a + b)(a - b)$

$\urcorner$ q: $a^2 + b^2 \neq (a + b)(a - b)$

Simbólicamente. $\{p \Lambda (\urcorner q)\}$

Obsérvese que en el literal e) no se pudo hacer la tabla de verdad porque no se conoce el valor de verdad de la proposición p ya que es una proposición abierta.

Importante: La negación de igual (=) es el signo diferente que (≠) y viceversa.

Disyunción

Dentro del lenguaje cotidiano, este operador se puede interpretar de dos maneras. La primera, la cual es la más usada, es la disyunción inclusiva que se representa por: "V"

p V q se lee:
- p o q
- p o q y ambos inclusive

La tabla de verdad es:

Tabla No.3 - Operador de Disyunción

p	q	pVq
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Fuente: Proaño (2006)

De la anterior se deduce que para que la disyunción inclusiva sea verdadera, es suficiente que una de las dos proposiciones que la conforman sea verdadera. Si las dos proposiciones son falsas la disyunción será falsa.

Ejemplo 1:

Exprese en lenguaje proposicional las siguientes frases y determine su valor de verdad donde sea posible.

a) "O leo o escucho"

p: leo

q: escucho

Luego: p V q

Obsérvese que en el problema planteado se puede estar haciendo las dos cosas al mismo tiempo: es decir, mientras se lee, se puede escuchar o mientras se escucha, se puede leer.

b) O $x \neq 2$ o $x + 2 > 3$

p: $x = 2$

q: $x + 2 > 3$

Luego: $\urcorner$ p V q

El lector debe apreciar que la proposición p se la ha extraído en forma positiva de la frase y que al momento de expresarla simbólicamente se la ha negado.

c) O Wellington estudia en la Universidad Estatal o Juan y Alberto estudian en la Universidad Técnica de Machala.

p: Wellington estudia en la Universidad Estatal.

q: Juan estudia en la Universidad Técnica de Machala.

r: Alberto estudia en la Universidad Técnica de Machala.

Simbólicamente: $p \vee (q \wedge r)$

Nótese que en el literal c) se ha agrupado entre paréntesis las dos últimas proposiciones, esto es posible debido a que ambos operadores ($\vee, \wedge$) tienen la misma prioridad y es necesario indicar cuál predomina en la expresión. Al finalizar esta sección se verá con detalle la prioridad de los operadores lógicos presentes en una fórmula proposicional.

El segundo tipo es la disyunción exclusiva y se la representa de la siguiente forma: “ $\veebar$ ”

$p \veebar q$ se traduce como: p o q pero no ambos.

Algunos autores llaman también a este operador bidisyunción o disyunción fuerte.

La tabla de verdad para este operador es:

Tabla No.4 - Operador de Bidisyunción

p	q	$p \veebar q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Fuente: Proaño (2006)

Del cuadro se observa que la disyunción exclusiva es verdadera si y sólo si las proposiciones simples tienen valores de verdad diferentes, si tienen los mismos valores, será falsa.

EJEMPLO 2: Exprese en lenguaje proposicional las siguientes frases.

a) O estoy en clase o estoy en el primer receso.

p: estoy en clase.

q: estoy en el primer receso.

Se expresa como: $p \underline{\vee} q$

b) O sabes ó no sabes.

s: Usted sabe

s: Usted no sabe

Luego: $s \underline{\vee} \neg s$

Apréciese que en los literales a) y b) no se puede efectuar ambas cosas al mismo tiempo.

EJEMPLO 3: Exprésese en lenguaje proposicional.

“Juan es político o tiene escrúpulos, pero no lo uno y lo otro a la vez”.

Las proposiciones atómicas son:

p: Juan es político

q: Juan tiene escrúpulos

Los operadores lógicos son:

o: $\vee$

no: $\neg$

pero: $\wedge$

y : $\wedge$

Luego: $(p \vee q) \wedge \{\neg (p \wedge q)\}$

Otra forma de expresar es: $p \underline{\vee} q$

EJEMPLO 4: Traduzca las siguientes fórmulas proposicionales en base a las siguientes proposiciones simples: a: practico ejercicios todos los días; b: tengo buena salud.

a) $a \wedge b$

Practico ejercicios todos los días y tengo buena salud.

b) $\neg a$

No es cierto que practique ejercicios todos los días.

c) $\neg(a \vee b)$

No es cierto que: practico ejercicios todos los días o tengo buena salud.

d) $\neg a \vee b$

No practico ejercicios todos los días o tengo buena salud.

e) $\urcorner(\urcorner b)$

No es cierto que no tenga buena salud.

f) $a \wedge \urcorner b$

Practico ejercicios todos los días pero no tengo buena salud.

El lector debe de observar que en el caso de literal c) el operador de negación afecta a toda la proposición compuesta, luego se debe de tener cuidado en su traducción.

EJEMPLO 5: Realice la tabla de verdad de las siguientes fórmulas:

a) $(p \vee \urcorner q) \wedge \urcorner p$

p	q	⌉ p	⌉ q	p V⌉ q	(p V⌉ q) Λ⌉ p
1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

b) $(\urcorner p \wedge q) \wedge \urcorner r$

p	q	r	⌉p	⌉r	⌉p Λ q	(⌉p Λ q) Λ⌉ r
1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0

Obsérvese que si en una fórmula proposicional hay n proposiciones, se puede entonces demostrar que existen 2n posibilidades para asignar valores de verdad a las proposiciones. En el caso a) como hay 2 proposiciones existen 4 filas de proposiciones resultantes; en el caso b) como hay 3 letras luego, hay 8 filas resultantes.

El lector debe analizar el por qué existen 2n posibilidades para una combinación de n proposiciones.

Estrategias Metodológicas para confeccionar Tablas de Verdad

Para realizar tablas de expresiones proposicionales compuestas se plantean las siguientes sugerencias metodológicas:

- Se pone primero, en línea horizontal, todas las letras de las proposiciones que existan en la fórmula dada.
- A continuación se ponen las proposiciones negativas que hay en la fórmula.
- Más adelante se colocan las expresiones que están entre paréntesis y se unen las expresiones resultantes con los operadores lógicos presentes en la fórmula y
- Finalmente, se unen las expresiones que se encuentran a la derecha y a la izquierda del operador principal con éste.

Condicional

Este operador es muy empleado y de gran importancia en la lógica matemática. Se lo representa como "⇒"
$p \Rightarrow q$ significa:

- sí p, entonces q
- p implica q
- p es condición suficiente para q
- q es condición necesaria para p
- sí p, q
- q, sí p
- p solo sí q
- q siempre que p
- basta p para que q
- se tiene q siempre que p
- q puesto que p
- q ya que p
- q cada vez que p
- q cuando p

El operador condicional también suele representárselo como: "→" o "⊃".

El operador condicional también conocido con el nombre de "enunciación hipotética" se construye a partir de una proposición llamada antecedente o hipótesis y de otra llamada consecuente o tesis. El condicional indica que el consecuente se deduce del antecedente y comunica una decisión y, sirve para efectuar una implicación.

La tabla de verdad es:

Tabla No.5 - Operador Condicional

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Fuente: Proaño (2006)

Según la tabla se deduce que si el antecedente es falso y el consecuente verdadero, la enunciación hipotética será siempre falsa, en el resto de casos será verdadera. Este hecho es de amplia utilización en el análisis de la validez de ciertos tipos de razonamientos usando tablas de verdad y merece tomarse muy en cuenta.

Un aspecto importante en la lógica, lo constituyen aquellas proposiciones compuestas en que su tabla de verdad resultante en cada una de sus diversas proposiciones siempre se obtiene el valor de verdadero (1) sin importar cual sea el valor de las proposiciones atómicas que la conforman. Véase el ejemplo 2 de la pagina 29.

La proposición resultante cuya tabla de verdad siempre es verdadera se la conoce con el nombre de forma proposicional tautológica.

La proposición resultante cuya tabla de verdad siempre es falsa, se la conoce con el nombre de contradicción.

Cuando la última columna arroja valores de verdad y falso se dice que existe una contingencia.

La Matemática nos permite decir que un razonamiento será válido cuando la forma proposicional que determina su lógica es una forma proposicional tautológica.

El valor de verdad de una tabla compuesta se puede determinar mecánicamente, aplicando las definiciones de los operadores que estén involucrados.

Más adelante, cuando se analice la validez o no de un razonamiento con las reglas de inferencia, se apreciará que el operador principal es el condicional.

Se pide al lector demostrar que $p \Rightarrow q$ no es conmutativo.

Ejemplo 1: Expresar en lenguaje proposicional: Si 23 = 8, entonces 4–3 = 1/64

Solución

p: $2^3 = 8$

q: $4^{-3} = 1/64$

Luego: $p \Rightarrow q$

EJEMPLO 2: Determine el valor de verdad de las siguientes expresiones:

a) Si $9 - 2 = \sqrt{-49}$ o $\sqrt{16} + \sqrt{4} = \sqrt{36}$, entonces $4^{o} + 3 \neq 3$

Solución

p: $9 - 2 = \sqrt{-49}$ (0)

q: $\sqrt{16} + \sqrt{4} = \sqrt{36}$ (1)

r: $4^{o} + 3 = 3$ (0)

Simbólicamente: $(p \vee q) \Rightarrow \neg r$

p	q	r	$\neg r$	$p \vee q$	$(p \vee \neg q) \Rightarrow \neg r$
0	1	0	1	1	1

Luego, la expresión es verdadera.

b) No es verdad que: "Si Ecuador no tiene cuatro regiones naturales entonces Esmeraldas es la capital de la provincia de Esmeraldas"

Solución

p: Ecuador tiene cuatro regiones naturales. (1)

q: Esmeraldas es la capital de la provincia de Esmeraldas. (1)

Luego: $\neg(\neg p \Rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \Rightarrow q$	$\neg(\neg p \Rightarrow q)$
1	1	0	1	0

Conclusión, la frase es falsa.

Advertencia: En la tabla del ejemplo 2b) el lector debe observar que el antecedente de la fórmula es $\neg$ p no q Es importante, no dejarse llevar por el orden en que se presentan las letras en la tabla.

EJEMPLO 3: Una de las siguientes formas proposicionales no es tautológica, identifíquela:

a) $(q \wedge p) \vee \neg q \vee \neg p$

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)$

c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg 0$

d) $(p \wedge \neg q) \vee (p \Rightarrow q)$

e) $(p \Rightarrow q) \vee \neg(\neg q \Rightarrow \neg p)$

Solución

a) $(q \wedge p) \vee \rceil q \vee \rceil p$

Para desarrollar este ejercicio, primero se pone entre paréntesis las dos últimas proposiciones, ya que están unidas con el mismo operador lógico. Así:

$(q \wedge p) \vee (\rceil q \vee \rceil p)$

p	q	$\rceil p$	$\rceil q$	$q \wedge p$	$\rceil q \vee \rceil p$	$(q \wedge p) \vee (\rceil q \vee \rceil p)$
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1

Otra forma diferente de haber agrupado esta proposición sería:

$\{(q \wedge p) \vee \rceil p\} \vee \rceil q$ o $\{(q \wedge p) \vee \rceil q\} \vee \rceil p$

El lector debe comprobar que ambas fórmulas darían como resultado la misma tabla de verdad. ¿Por qué es posible esto?

b) $(p \Longrightarrow q) \Longrightarrow (p \wedge q)$

p	q	$p \Longrightarrow q$	$p \wedge q$	$(p \Longrightarrow q) \Longrightarrow (p \wedge q)$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	0
0	0	1	0	0

c) $(p \Longrightarrow q) \Longrightarrow \rceil 0$

p	q	$p \Longrightarrow q$	$\rceil 0$	$(p \Longrightarrow q) \Longrightarrow \rceil 0$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

Luego: respuesta: b), ya que en la columna final no todas las filas resultantes tienen el valor de verdadero (1).

El lector debe comprobar que las proposiciones compuestas de los literales d) y e) si son tautológicas.

Traducción de Razonamientos

La lógica matemática establece que un razonamiento tiene la estructura:

$(P_1 \land P_2 \land P_3 \land \ldots \land P_n) \Longrightarrow C$

en donde P_1, P_2, P_3 y P_n se denominan premisas y C conclusión.

Vale indicar que, un buen número de teoremas de Matemática tienen la estructura dada anteriormente.

Las premisas P y la conclusión C son aquellas frases que pueden estar formadas por una o varias proposiciones.

Las premisas y la conclusión se encuentran separadas por el operador condicional (==>)

Para la traducción de razonamientos, se da como guía las siguientes recomendaciones:

a) El primer paso, consiste en identificar las premisas o hipótesis y la conclusión. Por lo general, las premisas se encuentran separadas por puntos, si hay varios de ellos; o por punto y coma, si en el razonamiento sólo hay un punto, o por palabras como: y, más, pero. La conclusión se encuentra después de expresiones como: en conclusión, por consiguiente, es así que, por lo tanto, de ahí que, entre otras.

b) El segundo paso es identificar las proposiciones con letras como: p, q, r, s, t, a las cuales se les llama variables proposicionales. Se sugiere extraer las proposiciones en forma positiva.

c) Se construye las premisas y la conclusión con las variables proposicionales.

d) Se estructura el razonamiento, en donde las premisas se separan una de otra por el operador de conjunción y todas éstas de la conclusión por medio del condicional.

EJEMPLO 1: Exprese simbólicamente el siguiente razonamiento. ESPOL, (2008)

"Si Dios quisiera evitar el mal y no pudiera evitarlo, Dios sería incapaz. Si Dios pudiera evitar el mal y no quisiera evitarlo, Dios sería maligno. Si Dios quisiera evitar el mal y Dios pudiera evitarlo, el mal no existiría. El mal existe. Si Dios existe, no es incapaz ni maligno. Por lo tanto, Dios existe”.

Solución

a: Dios quiere evitar el mal.
b: Dios puede evitar el mal.
c: Dios es incapaz.
d: Dios es maligno.
e: el mal existe.
f: Dios existe.
P1: $(a \wedge \rceil b) \Rightarrow c$
P2: $(b \wedge \rceil a) \Rightarrow d$
P3: $(a \wedge b) \Rightarrow \rceil e$
P4: e
P5: $f \Rightarrow (\rceil c \wedge \rceil d)$
C: f
Luego: $[\{(a \wedge \rceil b) \Rightarrow c\} \wedge \{(b \wedge \rceil a) \Rightarrow d\} \wedge \{(a \wedge b) \Rightarrow \rceil e\} \wedge e \wedge \{f \Rightarrow (\rceil c \wedge \rceil d)\}]) \Rightarrow f$

Ejemplo 2: Determine la validez del siguiente razonamiento:

“Si Juana no grita, sus hijos no le obedecen. Si los hijos de Juana no le obedecen, entonces, Juana se enoja. Juana no esta gritando. Por lo tanto Juana esta enojada”.

Solución

p: Juana grita; q: los hijos de Juana le obedecen; r: Juana está enojada.
P1: $\rceil p \Rightarrow \rceil q$
P2: $\rceil q \Rightarrow r$
P3: $\rceil p$
C: r
El razonamiento tiene la forma: $\{(\rceil p \Rightarrow \rceil q) \wedge (\rceil q \Rightarrow r) \wedge (\rceil p)\} \Rightarrow r$
La tabla de verdad es:

p	p	r	$\rceil p$	$\rceil q$	$\rceil p \Rightarrow \rceil q$	$\rceil q \Rightarrow r$	$(\rceil p \Rightarrow \rceil q) \wedge (\rceil q \Rightarrow r)$(8)	(8) $\wedge \rceil p$ (9)	(9)$\Rightarrow$ r
1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1

1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1

Luego, el razonamiento es válido, debido que es una tautología.

Ejemplo 3: Exprese simbólicamente el siguiente razonamiento:

"Si el Colegio Mariscal Sucre es un prestigioso plantel, entonces, prepara excelentes estudiantes. Los profesores del Colegio Mariscal Sucre no son gordos pero están bien preparados. Si los profesores del Colegio Mariscal Sucre están bien preparados, este es un prestigioso plantel. Luego, el Colegio Mariscal Sucre prepara excelentes estudiantes".

Solución

p: el Colegio Mariscal Sucre es un prestigioso plantel.

q: el Mariscal Sucre prepara excelentes estudiantes.

r: los profesores del Colegio Mariscal Sucre son gordos.

s: los profesores del Colegio Mariscal Sucre están bien preparados.

P1: $p \Longrightarrow q$

P2: $\neg r \wedge s$

P3: $s \Longrightarrow p$

C: q

Entonces: $\{(p \Longrightarrow q) \wedge (\neg r \wedge s) \wedge (s \Longrightarrow p)\} \Longrightarrow q$

Ejemplo 4: Tradúzcase la siguiente forma proposicional:

$(p \Longrightarrow q) \wedge (\neg p \Longrightarrow r)$, donde p, q y r significan:

Eva come manzanas; Adán come manzanas; Eva no está tranquila; respectivamente.

Solución

La traducción es:

Si Eva come manzanas, Adán también; pero si Eva no come manzanas entonces no esta tranquila.

El lector debe observar que en los 4 ejemplos últimos se ha marcado con negrilla los operadores lógicos presentes en cada ejemplo con el fin de que el lector aprecie en mejor forma en dónde intervienen estos en la frase.

Ejemplo 5:

Los valores de verdad que deben de tener las proposiciones atómicas a, b, c para que la proposición molecular: $[\neg(\neg a \Rightarrow c) \Rightarrow (a \vee \neg b)] \wedge \neg(a \vee c)$ sea verdadera, son:

a) $a \equiv 1; b \equiv 0, c \equiv 0$
b) $a \equiv 0; b \equiv 1, c \equiv 0$
c) $a \equiv 0; b \equiv 0, c \equiv 1$
d) $a \equiv 0; b \equiv 0, c \equiv 0$
e) $a \equiv 1; b \equiv 1, c \equiv 1$

Solución

Si la fórmula compuesta dada es verdadera su valor de verdad debe ser 1

$$\{\underbrace{[\neg(\neg a \Rightarrow c) \Rightarrow (a \vee \neg b)]}_{1} \wedge \underbrace{\neg(a \vee c)}_{1}\} \equiv 1$$

Dado que el operador principal que separa las dos expresiones es $\wedge$ se tiene que cada expresión debe valer 1 para que la resultante valga 1

Tomando la segunda expresión

$\neg(a \vee c) \equiv 1$

$(a \vee c) \equiv 0$; luego: $a \equiv 0$ y $c \equiv 0$

Tomando la primera expresión

$[\neg(\neg a \Rightarrow c) \Rightarrow (a \vee \neg b)] \equiv 1$

Viendo el antecedente dado que ya se conoce los valores de a y c

$\neg(\neg a \Rightarrow c) \equiv 1$

$\neg(1 \Rightarrow 0)$ reemplazando los valores de a y c

$\neg(0)$

1

Luego, el consecuente debe valer 1 para que el condicional sea igual a 1

$a \vee \neg b \equiv 1$

Como $a \equiv 0$, entonces $\neg b \equiv 1$, luego $b \equiv 0$

Resumiendo: $a \equiv 0, b \equiv 0$ y $c \equiv 0$

Respuesta: d)

Ejemplo 6:

Si $(\neg p \Rightarrow q) \vee r$ es una proposición falsa, entonces, una y sólo una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela:

a) La proposición $(p \wedge \neg q) \vee r$ es falsa
b) La proposición $(\neg p \wedge \neg q) \Rightarrow r$ es verdadera
c) La proposición $(p \wedge q) \vee \neg r$ es falsa
d) La proposición $(\neg p \wedge q) \vee \neg r$ es falsa
e) La proposición $(\neg p \wedge q) \wedge \neg r$ es verdadera

Solución

$$\underbrace{(\neg p \Rightarrow q)}_{0} \vee \underbrace{r}_{0} \equiv 0$$

Para que una disyunción sea falsa ambas proposiciones deben de ser falsas, luego: $r \equiv 0$ y $(\neg p \Rightarrow q) \equiv 0$

Para que el condicional sea falso tiene que darse: $1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

Luego: $p \equiv 0 \wedge q \equiv 0$

Analizando las opciones:

a) La proposición $(p \wedge \neg q) \vee r \equiv 0$

$(0 \wedge \neg 0) \vee 0$

$(0 \wedge 1) \vee 0$

$0 \vee 0 \equiv 0$

Luego, la respuesta es a)

El lector debe de verificar que las opciones restantes son falsas.

Otra forma de plantear los ejemplos 5) y 6) es haciendo la tabla de verdad y la fila en la que se obtenga el valor de 1 (para el ejemplo 6) será la respuesta de los valores de p, q y r. Sin embargo, este método no es recomendado cuando hay más de 3 proposiciones.

Se recomienda al lector dominar las tablas de verdad de cada operador lógico.

Importante: $1 \Rightarrow 1 \equiv 1$

$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

Condiciones Necesarias y Suficientes

Si la enunciación hipotética $p \Rightarrow q$ es verdadera, se dice que p es una condición suficiente para q. Bajo las mismas condiciones, se dice que q es una condición necesaria para p. Esquemáticamente:

$p \Rightarrow q$

en donde:

p: condición suficiente para q

q: condición necesaria para p

Una misma proposición puede ser condición suficiente para varias proposiciones: viceversa, una misma proposición puede ser condición necesaria para distintas proposiciones.

EJEMPLO 1: Las siguientes proposiciones son verdaderas:

"Si n es divisible para 18, n es divisible para 3"

"Si n es divisible para 9, n es divisible para 3"

"Si n es divisible para 18, n es divisible para 9"

n es divisible para 18

n es divisible para 9

condiciones suficientes para que n sea divisible para 3

n es divisible para 3

n es divisible para 9

condiciones necesarias para que n sea divisible para 18

EJEMPLO 2: La forma proposicional $p \Rightarrow q$ siendo:

p: Antonio Valencia juega bien.

q: Antonio Valencia triunfa en la Liga Europea de fútbol.

Se lee:

- Es condición suficiente que Antonio Valencia juegue bien, para que triunfe en la Liga Europea de fútbol.
- Si Antonio Valencia triunfa en la Liga Europea de fútbol, juega bien.

EJEMPLO 3: Si se analiza la proposición: "La vida te sonríe sólo si eres feliz" entonces, es falso que:

a) Si la vida te sonríe, entonces eres feliz.

b) Eres feliz cuando la vida te sonríe.

c) Ser feliz es necesario para que la vida sonría.

d) Eres feliz si la vida te sonríe.
e) Ser feliz es suficiente para que la vida sonría.

SOLUCIÓN

p: la vida te sonríe
q: eres feliz
La traducción es: $p \Rightarrow q$
La traducción de cada frase que no de $p \Rightarrow q$ será la respuesta.
Analizando cada alternativa
a) $p \Rightarrow q$
b) Se traduce como: "q cuando p", que se expresa como: $p \Rightarrow q$
c) Se traduce como: "q es condición necesaria para p", que se expresa como: $p \Rightarrow q$
d) Se traduce como: "q, si p", que se expresa como: $p \Rightarrow q$
e) Se traduce como: "q es condición suficiente para p", que se traduce como:
$q \Rightarrow p$; luego, la respuesta es e)

EJEMPLO 4:

Parafrasear las proposiciones dadas a las formas: " ... es condición suficiente para ...", y "... es condición necesaria para ...". Se supone que las proposiciones son verdaderas.

a) Si un triángulo tiene sus lados iguales entonces es un triángulo equilátero.
p: el triángulo tiene sus lados iguales.
q: el triángulo es equilátero.
$p \Rightarrow q$

Es condición suficiente que el triángulo tenga sus lados iguales para que sea un triángulo equilátero.

Es condición necesaria que el triángulo sea equilátero para que el triángulo tenga sus lados iguales.

b) Basta que los ángulos de un cuadrilátero sean rectos para que el cuadrilátero sea un rectángulo.
p: los ángulos de un cuadrilátero son rectos.
q: el cuadrilátero es un rectángulo.
$p \Rightarrow q$

Es condición necesaria que los ángulos de un cuadrilátero sean rectos para que el cuadrilátero sea un rectángulo.

Bicondicional

Si $p \Rightarrow q$ y $q \Rightarrow p$ son formas tautológicas se dice que p y q son equivalentes y se escribe $p \Leftrightarrow q$. El símbolo "$\Leftrightarrow$" se utiliza como un operador lógico para formar nuevas formas proposicionales. El signo aparece como dos signos condicionales que van en sentido opuesto. El operador bicondicional, también llamado equivalente, suele también representárselo como: " $\equiv$ " o " $\leftrightarrow$ ".

Si se tiene $p \equiv 1$ esto significa que la proposición p es verdadera.

¿Cómo se representa que la proposición p sea falsa?

El operador bicondicional conjuntamente con el operador condicional son los más potentes de todos los operadores lógicos. Más adelante se analizará la prioridad de los operadores lógicos. En algunos textos la palabra si y sólo si se expresa como ssi.

La proposición resultante $p \Leftrightarrow q$ puede leerse de las siguientes formas:

- p sí y solo sí q
- p es condición necesaria y suficiente para q
- p es equivalente con q
- p siempre y cuando q

La tabla de verdad para este operador lógico es:

Tabla No.6 - Operador Bicondicional

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Fuente: Proaño (2006)

Analizando la tabla se deduce que el bicondicional es cierto siempre que las proposiciones tengan el mismo valor de verdad y falsa cuando no la tengan. Por esto, una bicondicional se denomina con frecuencia una equivalencia.

Si dos proposiciones son lógicamente equivalentes, el valor de verdad de una, es siempre el mismo valor de verdad de la otra, y su condicional correspondiente será siempre verdadero, se trata de una tautología. Por esta razón, proposiciones lógicamente equivalentes se llaman también proposiciones tautológicamente equivalentes y la bicondicional (o equivalencia) se denomina una equivalencia tautológica.

EJEMPLO 1:

Exprese simbólicamente: "La proposición es simple si y solo si la proposición no tiene términos lógicos".

SOLUCIÓN

p: la proposición es simple.

q: la proposición tiene términos lógicos.

Se expresa: $p \Leftrightarrow \neg q$

EJEMPLO 2: Muéstrese la tabla de verdad de la fórmula proposicional:

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$

p	q	r	(pVq)	$\neg$(pVq) (4)	(pΛr) (5)	$\neg$(pVq) ⇔ (pΛr) (6)
1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0

Obsérvese que los valores de las columnas (4) y (5) no son iguales, luego, la equivalencia dada es falsa.

Si se observa los valores de la columna (6), se podrá apreciar que la proposición dada es una contingencia.

EJEMPLO 3: Sea p: las manzanas son frutas y q: las lechugas son vegetales; represente mediante en forma simbólica los siguientes enunciados:

a) Ni las manzanas son frutas, ni las lechugas son vegetales.

$\neg p \wedge \neg q$

o también

$p \downarrow q$

b) Las manzanas son frutas o las lechugas son vegetales, y no es verdad que: “las manzanas son frutas y las lechugas son vegetales”.

$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

o también

$(p \veebar q)$

c) Las manzanas no son frutas y no es verdad que: “las manzanas son frutas o las lechugas son vegetales.

$\neg p \wedge \neg(p \vee q)$

d) Las manzanas son frutas y las lechugas no son vegetales.

$p \wedge \neg q$

e) Las manzanas son frutas si y solamente si las lechugas son vegetales.

$p \Leftrightarrow q$

f) No es verdad que: las manzanas son frutas y las lechugas son vegetales.

$\neg(p \wedge q)$

g) Las manzanas no son frutas o las lechugas no son vegetales.

$\neg p \vee \neg q$

Más adelante, se verá cómo la traducción del literal f) y g) son equivalentes.

EJEMPLO 4: Utilizando las tablas de verdad, verifique las siguientes fórmulas:

a) $\{((p \Leftrightarrow q) \wedge r) \Rightarrow p\} \Leftrightarrow (\neg r \vee p \vee q)$

P	q	r	$\neg r$	$p \Leftrightarrow q$ (1)	(1)$\wedge$ r (2)	(2) $\Rightarrow$ p (3)	$\neg r \vee p$ (4)	(4) $\vee$ q (5)	(3) $\Leftrightarrow$(5) (6)
V	V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V	V

V	F	V	F	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V	V	V	V

Obsérvese que los valores de la columna 4) son iguales a los de la columna 5), luego la equivalencia (columna (6)) es verdadera para todos los valores de p, q y r

El lector también puede agrupar en una forma diferente a la expresión (⌉r V p V q), el resultado sería idéntico.

b) {[(p⇒ q) ∧ (r ⇒ s)] ∧ (p V r)} ⇒ (q V s)

p	q	r	s	p ⇒ q (1)	r ⇒ s (2)	(1)∧ (2) (3)	p V r (4)	(3)∧(4) (5)	q V s (6)	(5)⇒6) (7)
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1

En la columna (7) se aprecia que la fórmula proposicional dada es una tautología.

Obsérvese en el literal b) del ejemplo dado, que dado que hay 4 proposiciones el número de filas que se originan es $2^4 = 16$

El lector deberá haber notado la dificultad mecánica de analizar la validez de un razonamiento, mediante el empleo de tablas de verdad cuando existen más de tres letras proposicionales. Para salvar este escollo en la sección 1.4 se analizará dos herramientas muy importantes de la Lógica Matemática que nos permitirá determinar la validez de un razonamiento sin tener que recurrir a las tablas de verdad. Incluso, vale indicar que para algunos tipos de razonamientos se vuelve muy difícil analizar su validez aplicando las tablas de verdad dado el alto número de filas que se originaría.

Prioridad de los Operadores

Se ha visto que es frecuente encontrar proposiciones que tienen más de un término de enlace. Los términos de enlace pueden unir o pueden ser usados con proposiciones moleculares de la misma forma que con las proposiciones atómicas. En todos estos casos uno de los términos de enlace es el mayor. Por esto se le conoce como dominante porque es el que actúa sobre toda la proposición.

Para ello se dan las siguientes prioridades de los operadores involucrados en una expresión lógica.

a) El operador $\Rightarrow$ es el más potente que los operadores lógicos: $\neg, \wedge, \vee, \downarrow$

EJEMPLO 1:

$p \wedge q \Rightarrow r$

Se debe escribir como:

$(p \wedge q) \Rightarrow r$

Luego, la proposición dada es un condicional.

b) El signo de $\neg$ es el más débil de todos los operadores lógicos.

EJEMPLO 2:

$\neg p \wedge q$

No hay necesidad de poner paréntesis, se trata de una conjunción.

c) Los operadores lógicos $\wedge$, $\vee$ tienen la misma potencia.

EJEMPLO 3:

$p \wedge q \vee \neg r$

Se escribe como $(p \wedge q) \vee \neg r$

Ó también como $p \wedge (q \vee \neg r)$

Para concluir sobre la prioridad de los operadores lógicos en una fórmula proposicional, se debe considerar el orden de izquierda a derecha si no existen signos de puntuación ni paréntesis en los términos de la fórmula dada.

Usando las prioridades dadas, se puede eliminar y/o introducir paréntesis en una forma proposicional para hacerla más entendible.

Para el caso de una proposición que tenga dos o más operadores de la misma potencia, es necesario introducir paréntesis para indicar cuál es el operador dominante.

Cabe indicar que el paréntesis es muy usado en la lógica simbólica y en la matemática misma para separar expresiones a fin de no caer en confusiones.

Ejemplo 4:

a) $p \Rightarrow q \Rightarrow r$
   Tiene significado distinto de:
   $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ y de $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

b) $p \land r \lor q$ no es claro; pues
   $p \land (r \lor q)$ es una conjunción, y $(p \land r) \lor q$ es una disyunción

Ejemplo 5: Añadir los paréntesis a las siguientes expresiones:

a) $p \lor q \Rightarrow q$ se escribe como: $(p \lor q) \Rightarrow q$
b) $p \lor \neg q \land r$ se escribe como: $(p \lor \neg q) \land r$
c) $\neg p \lor q \Leftrightarrow p \land r$ se escribe como: $(\neg p \lor q) \Leftrightarrow (p \land r)$
d) $\neg p \land q \Longrightarrow q \lor r$ se escribe como: $(\neg p \land q) \Rightarrow (q \lor r)$

Ejemplo 6:

Junto a cada proposición molecular se ha puesto el nombre del tipo de proposición a la que pertenece. Añadir los paréntesis necesarios.

a)	Condicional	$p \lor \neg r \Rightarrow r \land s$	$(p \lor \neg r) \Rightarrow (r \land s)$
b)	conjunción	$p \lor q \Rightarrow \neg q \land s$	$\{(p \lor q) \Rightarrow \neg q\} \land s$
c)	disyunción	$p \Rightarrow \neg q \lor \neg t \land p$	$(p \Rightarrow \neg q) \lor (\neg t \land p)$
d)	bicondicional	$\neg p \Leftrightarrow p \Rightarrow \neg t$	$(\neg p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg t)$
e)	conjunción	$p \lor q \downarrow t \Rightarrow \neg p$	$(p \lor q) \downarrow (t \Rightarrow \neg p)$

En proposiciones que tienen más de un operador lógico es preciso indicar la manera de agruparse, pues distintas agrupaciones pueden tener diversos significados. En lengua castellana, las agrupaciones se presentan de acuerdo a la colocación de ciertas palabras, o mediante la puntuación. En lógica la agrupación se expresa por paréntesis. Se necesitan los paréntesis para indicar cuando un operador lógico domina en una proposición compuesta. Si la proposición compuesta está escrita con paréntesis la ubicación de estos indicará cuál es el operador dominante.

Aplicaciones de los Operadores Lógicos

Un campo donde la lógica matemática tiene amplia utilización, es en el diseño de circuitos eléctricos y electrónicos.

Para llegar a esta aplicación se debe establecer la analogía que existe en el estado prendido de un foco (valor de 1) y el estado de apagado (valor 0) con el fin de construir una tabla de verdad para las diferentes combinaciones que se pueden hacer tanto en un circuito eléctrico en serie como en uno en paralelo y, llegar a comparar esta tabla con las de los operadores lógicos.

Esto se detalla a continuación, en donde se esquematiza la construcción de un circuito en serie y un circuito en paralelo.

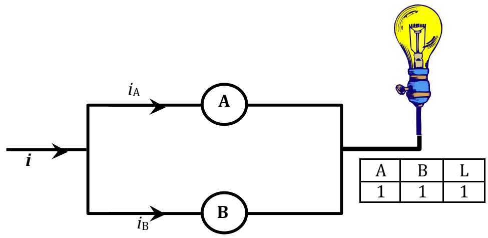
La conclusión a la que se llega, es que, en un circuito en serie, se utiliza el operador lógico $\wedge$, mientras que en un circuito en paralelo, se utiliza el operador lógico $\vee$

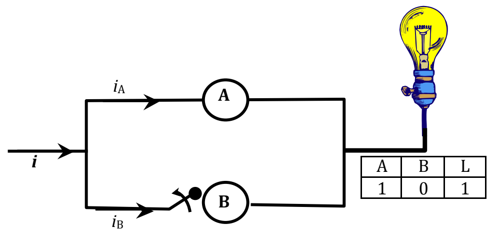
Así mismo, se puede demostrar el uso de los otros operadores lógicos y más aún de una combinación de éstos en el diseño de circuitos electrónicos denominados puertas lógicas, lo cual es materia de otro estudio.

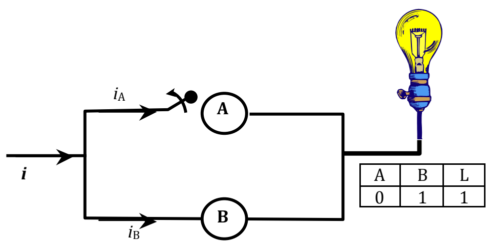
Los operadores lógicos también se pueden emplear para el diseño de circuitos de distribución de agua, en donde las válvulas que permiten el paso del fluido pueden estar abiertas (0) o cerradas (1). Pero ¿qué pasaría si la válvula no está abierta totalmente, valdría 1 la proposición? Aquí es donde surge otro tipo de análisis, lo cual está fuera del alcance de este texto.

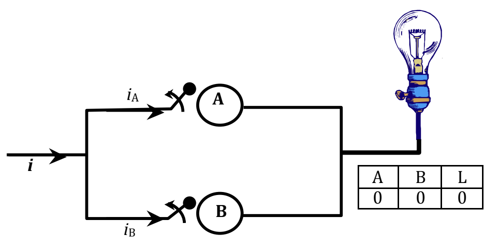
A) CIRCUITOS EN PARALELO:

$$\begin{cases} i = iA + iB \\ V = VA = VB \end{cases}$$







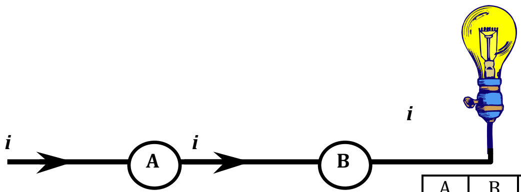


A	B	L
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

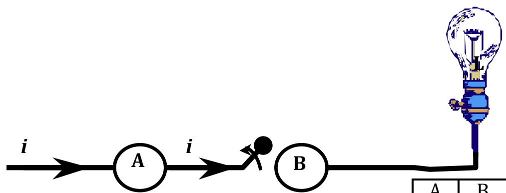
p	q	pVq
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

B) CIRCUITOS EN SERIE:

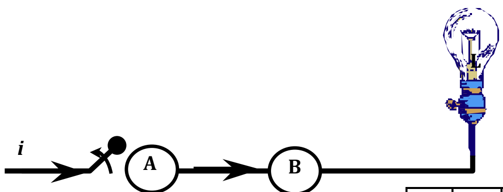
$$\begin{cases} i = iA = iB \\ V = VA + VB \end{cases}$$



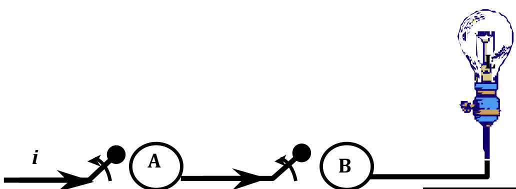
A	B	L
1	1	1



A	B	L
1	0	0



A	B	L
0	1	0



A	B	L
0	0	0

Resumiendo:

A	B	L
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p	q	p∧q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Resumen

El lenguaje lógico sirve para simplificar los razonamientos simples o compuestos; para lo cual se hace uso de los operadores lógicos: $\rceil$, $\wedge$, $\vee$, , $\downarrow$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$

La negación ($\rceil$) puede considerarse como una operación unitaria que cambia el valor de verdad de una proposición de verdadero a falso y viceversa.

Cuando 2 o más proposiciones se unen con el conectivo "y", la proposición compuesta se llama conjunción. Una conjunción ($\wedge$) es verdadera cuando las proposiciones que la componen son verdaderas. En los demás casos, la conjunción es falsa.

Cuando 2 o más proposiciones se unen con el conectivo "o", la proposición compuesta resultante se llama disyunción. Una disyunción inclusiva ($\vee$) es verdadera cuando basta que una de las proposiciones que la componen sea verdadera. Si ambas son falsas, la disyunción inclusiva es falsa.

La tabla de verdad muestra como los valores de verdad en proposiciones compuestas o simples dependen de los operadores usados y los valores de verdad de las proposiciones componentes simples.

La tabla de verdad de los principales operadores lógicos es:

p	q	$\rceil$p	$p\wedge q$	$p\vee q$	$p\veebar q$	$p\downarrow q$	$p\Rightarrow q$	$p\Leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1	1

Las formas proposicionales son expresiones que resultan de ligar formalmente variables proposicionales p, q, r, s, con operadores lógicos como $\rceil$, $\wedge$, $\vee$, $\veebar$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\downarrow$

Una proposición compuesta es una tautología, si los valores en la última casilla son todos verdaderos, es decir, el valor de verdad de la fórmula es verdadero, independiente de que los valores de verdad de las variables proposicionales componentes sean falsos o verdaderos. En este caso se dice que el razonamiento es válido.

Se tiene una contradicción cuando la proposición compuesta tiene falso en todos los casos de su tabla de verdad, en este caso se dice que el razonamiento no es válido. Se tiene una contingencia cuando la proposición compuesta tiene valores de verdadero y falso en la última columna.

El operador que predomina en una fórmula proposicional es $\Rightarrow$. Los operadores Λ y V tienen la misma potencia. El operador $\Rightarrow$ es el más débil de todos.

Sección de Problemas

1.14) Exprese la negación de las siguientes proposiciones y determine su valor de verdad.

a) Ecuador clasificó tres veces consecutivas a un mundial de fútbol.

b) $x + 3 \leq 2x + 2$

c) La capital de Manabí no es Babahoyo.

d) $\sqrt{625x^2} = 25x$

e) El trabajo de los docentes universitarios en el Ecuador es bien remunerado.

1.15) Exprese la negación de las siguientes proposiciones y determine su valor de verdad.

a) $x2 - 2 > 2x$

b) La superficie del Ecuador es de 256370 km2

c) $|-5| \neq 5$

d) La gratitud es importante en la formación del individuo.

e) La mayoría de la población no cree, ni en los políticos, ni en los banqueros.

1.16) Exprese la negación de las siguientes proposiciones:

a) Todos los rectángulos son cuadriláteros.

b) Algunos triángulos son rectángulos.

c) Ningún héroe es cobarde.

d) Algún joven no es alegre.

e) Todo mamífero es vertebrado.

1.17) Exprese la negación de las siguientes proposiciones:

a) Todos los hombres virtuosos son felices.

b) Algunas aves que vuelan son águilas.

c) Ningún trabajo es inútil.

d) Algún político no es corrupto.

e) Algunos estudiantes de geometría estudian inglés.

1.18) Traduzca las siguientes expresiones y determine su valor de verdad.

a) Si $4 + 3 = 7$, entonces, □–6□= – 6 o $2^{o} = 1$

b) $x + 2 = 4$ y $2x = 4$, entonces, $x = 2$

c) La capital de Pastaza es Puyo y la capital de Sucumbios no es Zamora.

d) O Barcelona gana o pierde, pero no debe empatar.

e) $3 - 7 = 4$ si y solo si $2^{-3} + 4 = 12$

1.19) Traduzca las siguientes expresiones y determine su valor de verdad.

a) Si $4 + 3 \neq 7$, entonces, □5□= 5^{o} y $1^{o} = 1$

b) $x^2 + 2 = 11$ y $2x = 8$, entonces, $x \neq 3$

c) O la Selección de Ecuador clasifica a la segunda fase del mundial de fútbol o es eliminada.

d) $3^2 - 7$ = número negativo si y solo si $2^3 - 5$ = número primo

e) La capital de Napo es Tena y la capital de Morona Santiago es Macas.

1.20) Construir fórmulas proposicionales correspondientes a las siguientes proposiciones, identificando primero las proposiciones simples.

a) Si la Matemática es una ciencia, entonces, jugar ajedrez es importante.

b) Si dos números no son iguales, entonces, uno es mayor que el otro.

c) Si el color es negro, entonces, no reflejará la luz.

d) María va a rendir la prueba sí y solo sí esta bien preparada.

e) O se es honrado o no se es honrado.

1.21) Construir fórmulas proposicionales correspondientes a las siguientes proposiciones, identificando primero las proposiciones simples:

a) Si Juan está en la clase de Música, entonces, Pedro no esta en la clase de Física y él está en la clase de Química.

b) El área de un triángulo esta dada por la fórmula $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ y una pulgada equivale a 2,54 cm

c) Si una sustancia orgánica se descompone, entonces sus componentes se transforman en abono y fertilizan el suelo.

d) No ocurre que los líquidos hierven a la misma temperatura.

e) La ecuación de los gases ideales es $PV = nRT$ sí y solo sí la segunda ley de Newton expresa que $F = ma$

1.22) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) No es verdad que $3 + 2 = 5$ y $8 - 2 = 6$

b) $\{9 - 16 = (3 - 4)(3 + 4)\} \vee \{(-5)\ (-2) > 0\}$

c) Quito es la capital de Perú o Lima es la capital de Ecuador.

d) 4 es mayor que 6 y 16 no es un número primo.

e) La creación de la provincia de El Oro fue el 23 de abril de 1884 y la fundación de Machala no fue el 25 de junio de 1824.

1.23) Simbolice y encuentre el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) Si $4 - 2 = 6$ o 31 es un número primo, entonces $4 + 3 \neq 6$

b) $4 + 3 \neq 7$ o $4 + 2 = 6$ y $4 + 2 \neq 6$ o $4 + 3 = 7$

c) No es verdad que $3 + 2 =5$ o $3^{-2} = 9$

d) No es verdad que: $4^{-1/2} = ½$ o $4 + 2 = 6$

e) Si $\sqrt{196}$ es 16 y $5^3 = 125$, entonces, $i^2 = -1$

1.24) Tradúzcase la siguiente forma proposicional:

$(p \Rightarrow (q \wedge r)) \wedge (\neg p \Rightarrow (\neg q \wedge \neg r))$, donde p, q y r significan:

Jean Pierre ama a sus padres; Jean Pierre respeta a sus padres; los padres de Jean Pierre son felices; respectivamente.

1.25) Exprésese al lenguaje proposicional:

a) Si es honrado se tiene escrúpulos; si es timador no se tiene escrúpulos. No se puede ser honrado y timador al mismo tiempo.

b) No se puede ser catedrático y político al mismo tiempo, porque los políticos son demagogos y los catedráticos no lo son.

1.26) Traduzca lo siguiente:

$(p \Rightarrow (q \wedge r)) \wedge s \wedge (t \wedge u) \wedge \neg w$; donde p, q, r, s, t, u y w significan:

La educación es muy importante; la educación es responsabilidad de los padres; la educación es responsabilidad de los profesores;

la enseñanza debe ser autocrítica; los alumnos deben aprender a pensar; los alumnos deben razonar; los alumnos deben mecanizar el aprendizaje, respectivamente.

1.27) Confecciónese la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $p \vee (\neg p \vee q)$
b) $p \vee (\neg p \vee \neg q)$
c) $p \Rightarrow (q \vee \neg p)$
d) $\neg p \wedge (p \Rightarrow q)$
e) $p \Rightarrow (\neg p \vee q)$

1.28) Confecciónese la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $\{(\neg p \vee q) \wedge \neg q\} \Rightarrow p$
b) $\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge (r \Rightarrow \neg p) \wedge q\} \Rightarrow r$
c) $\{(p \wedge q) \Rightarrow r\} \wedge \{(p \Rightarrow r) \wedge \neg q\}$
d) $p \vee \{q \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p)\}$
e) $(p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg r$

1.29) Confecciónese la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $\neg p \Rightarrow (q \vee p)$
b) $(\neg p \wedge \neg r) \Rightarrow q$
c) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \Rightarrow q)$
d) $\{(\neg p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow \{p \Rightarrow r)\} \Leftrightarrow (p \vee r)$
e) $\neg p \vee (q \Rightarrow p)$

1.30) Confecciónese la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $p \wedge (\neg p \vee \neg q)$
b) $\{(\neg p \vee q) \wedge (\neg r \Leftrightarrow p)\} \Rightarrow q$
c) $\neg p \Rightarrow (q \vee p)$
d) $\{(\neg r \vee q) \wedge p\} \Leftrightarrow r$
e) $(p \wedge \neg q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$

1.31) Confecciónese la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $(p \vee \rceil q) \Rightarrow (\rceil p \wedge q)$
b) $\{(\rceil p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow \rceil q) \wedge (r \Rightarrow \rceil p)\} \Rightarrow \rceil r$
c) $p \vee (q \wedge \rceil p)$
d) $\{(p \vee q) \wedge (\rceil p \wedge r)\} \Rightarrow \rceil q$
e) $\{(\rceil p \wedge q) \vee (r \Rightarrow q)\} \Rightarrow r$

1.32) Confecciónese la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $\rceil q \wedge (\rceil p \vee \rceil q)$
b) $(\rceil p \vee q) \wedge (p \Rightarrow \rceil r)$
c) $\rceil p \vee (q \Leftrightarrow p)$
d) $(p \wedge \rceil q) \Leftrightarrow (\rceil p \Rightarrow r)$
e) $(q \vee \rceil p) \Rightarrow (p \wedge r)$

1.33) Determine cuál de las siguientes formas proposicionales es una tautología.

a) $\rceil p \vee (p \wedge q)$
b) $p \wedge (p \vee \rceil q)$
c) $\{[(p \Leftrightarrow q) \wedge r] \Rightarrow p\} \Leftrightarrow \{(\rceil r \vee p) \vee q\}$
d) $q \vee (\rceil p \wedge \rceil q)$
e) $p \Rightarrow (q \wedge \rceil p)$

1.34) Considerando las proposiciones:

p: todos los alumnos cumplen con sus obligaciones.

q: todos los alumnos aprueban el examen.

r: el profesor recompensa a los alumnos con una semana de vacaciones.

Entonces la traducción al lenguaje simbólico del enunciado:

"Si todos los alumnos cumplen con sus obligaciones y logran aprobar el examen, el profesor les recompensará con una semana de vacaciones; pero si algún alumno resultará reprobado, el profesor no adoptará esa medida", es:

a) $\{(q \wedge \rceil p) \Rightarrow r\} \wedge \{\rceil q \vee r\}$
b) $\{(q \wedge r] \Rightarrow r \wedge \{q \vee \rceil r\}$
c) $\{(p \wedge q) \Rightarrow r\} \wedge \{\rceil q \Rightarrow \rceil r\}$

d) $\{q \wedge \urcorner r\} \Leftrightarrow \{p \wedge q \wedge r\}$
e) $\{(p \wedge \urcorner q) \Rightarrow r\} \wedge \{\urcorner q \Rightarrow r\}$

1.35) Una de las siguientes proposiciones es falsa, identifíquela:

a) El bicondicional entre dos proposiciones es falso cuando ambas proposiciones tiene valores diferentes de verdad.

b) La conjunción entre dos proposiciones es verdadera si y sólo si ambas proposiciones tienen igual valor de verdad.

c) Dos fórmulas proposicionales son equivalentes cuando tienen idénticas tablas de verdad.

d) La disyunción entre dos proposiciones es falsa sólo cuando ambas proposiciones tienen valor de verdad de falso.

e) Un razonamiento es válido si y sólo si su tabla de verdad resultante es una tautología.

1.36) Considere las variables proposicionales:

p: las pasadas elecciones fueron una clara demostración de democracia.

q: la mayoría de los ecuatorianos votan por el que hace más propaganda.

r: la mayoría de los ecuatorianos son inmaduros políticamente.

Entonces traducción del siguiente enunciado:

“Las pasadas elecciones fueron una clara demostración de democracia. La mayoría de los ecuatorianos votan por el que hace más propaganda, debido a que son inmaduros políticamente. No es cierto que, si la mayoría de los ecuatorianos vota por el que más propaganda hace, entonces, las pasadas elecciones fueron una clara demostración de democracia.” Es:

a) $p \wedge (q \Rightarrow r) \wedge \urcorner(p \Rightarrow q)$
b) $p \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (\urcorner q \Rightarrow p)$
c) $p \wedge (q \Rightarrow r) \wedge \urcorner(q \Rightarrow p)$
d) $p \wedge (q \Rightarrow r) \wedge \urcorner(q \Rightarrow \urcorner q)$
e) $p \wedge (r \Rightarrow q) \wedge \urcorner(q \Rightarrow p)$

1.37) Sean:

j: hoy es viernes.

e: el examen se toma el martes.

m: es suficiente que el examen se tome el martes para que hoy sea viernes, pero es necesario que el examen se tome el martes para que hoy no sea viernes.

Entonces la traducción correcta de m es:

a) $(j \Rightarrow e) \wedge \neg(e \Rightarrow j)$

b) $(e \Rightarrow j) \wedge (j \Rightarrow e)$

c) $(j \wedge \neg j) \wedge (e \wedge \neg e)$

d) $(e \Rightarrow j) \wedge (\neg j \Rightarrow e)$

e) $(j \Rightarrow e) \wedge (j \Rightarrow \neg e)$

1.38) Muéstrese que las siguientes fórmulas proposicionales son tautológicas:

a) $\{p \vee (q \wedge r)\} \equiv \{(p \vee q) \wedge (p \vee r)\}$

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$

c) $\{(p \Rightarrow q) \wedge \neg q\} \Rightarrow \neg p$

d) $\{\{(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)\} \wedge (p \vee r)\} \Rightarrow (q \vee s)$

e) $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(p \wedge \neg r) \Rightarrow \neg q]$

1.39) Determínese la validez de los siguientes razonamientos, usando tablas de verdad

a) Adán es hombre o su padre fue hombre. Adán es hombre. Si Adán es hombre, su padre no fue hombre. Por lo tanto el padre de Adán no fue hombre.

b) Si no lo hago, me siento mal. Si digo que lo haré en el futuro, no me siento mal. Si digo que lo haré en el futuro, no lo hago. Por lo tanto, no digo que lo haré en el futuro.

c) Si hay granizo en el suelo, quiere decir que ha granizado. Hay granizo en el suelo. Por lo tanto, ha granizado.

1.40) Determínese la validez de los siguientes razonamientos, usando tablas de verdad

a) Si un número es divisible para 2 y para 3, es divisible para 6. Entonces, si un número es divisible para 2 pero no para 6; no es divisible para 3.

b) Si Mireya tomo el tren especial, entonces, estuvo en el accidente, y si estuvo en el accidente, entonces, no asistió a la reunión. Mireya tomo el tren especial o no asistió a la reunión. Luego, Mireya estuvo en el accidente.

c) Si el programa no falla, entonces, debe empezar y terminar. El programa empezó y fallo, por lo tanto, no terminó.

1.41) Los siguientes razonamientos no son válidos. Demuéstrelo mediante tablas de verdad.

a) Si María termina pronto, entonces se irá a casa con Rosa. O María se irá a casa con Rosa o encontrará a Katty. María termina pronto. Por tanto, María no encontrará a Katty.

b) O el animal no es un pájaro o tiene alas. Si el animal es un pájaro, entonces, pone huevos. El animal no tiene alas. Por consiguiente, no pone huevos.

c) Juan es elegido si y solo si la votación es numerosa. La votación es numerosa. O Jorge es elegido o Juan no será elegido. Por tanto, Jorge no será elegido.

1.42) Demuestre la no validez de los siguientes razonamientos.

a) O el agua está fría o el día no es caluroso. El día es caluroso. Si el estanque se acaba de llenar, entonces, el agua está fría. Por tanto, el estanque se acaba de llenar.

b) Si Pedro es elegido ganador, entonces, Juan está fuera de combate. Si Pedro es elegido ganador, entonces, Miguel está también fuera de combate. Juan esta fuera de combate y Miguel también. Por tanto, Pedro es elegido ganador.

1.43) Dado $\{\{(p \Rightarrow q) \land (s \lor \rceil r) \land \{\rceil p \Rightarrow (r \lor \rceil s)\}\} \Rightarrow (\rceil s \lor q)\} \equiv 0$

Entonces es verdad que:

a) $r \land q \equiv 1$

b) $\rceil p \Rightarrow s \equiv 0$

c) $s \land \rceil p \equiv 1$

d) $r \land p \equiv r$

e) $r \land \rceil q \equiv 0$

1.44) Una de las siguientes formas no es tautológica, identifíquela:

a) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

b) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

c) $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow p$

d) $(\neg p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \neg q$

e) $\neg(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

1.45) Si se tienen las siguientes proposiciones:

I) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \vee p)\} \Rightarrow \neg q$

II) $(q \wedge \neg p) \vee (q \Rightarrow p)$

Entonces es verdad que:

a) La proposición I es una tautología.

b) La proposición II no es una tautología.

c) Las proposiciones I y II son tautológicas.

d) Las proposiciones I y II no son tautológicas.

e) La proposición I no es una tautología y la II es una tautología.

1.46) En cada uno de los problemas siguientes, tradúzcanse a la forma simbólica y utilizando las tablas de verdad establezca la validez de cada argumento.

a) Si trabajo no puedo tener clases de Música. Trabajo o apruebo Biología, pero no las dos. Aprobé Biología. Por tanto, tome clases de Música.

b) Si el mercado es libre, entonces un proveedor no puede afectar los precios. Si un solo proveedor no puede afectar los precios, entonces, hay muchos proveedores. No hay muchos proveedores. Luego, el mercado es libre.

1.47) Realice la tabla de verdad de las siguientes fórmulas proposicionales:

a) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \Rightarrow p)$

b) $\{(p \wedge q) \Leftrightarrow r\} \wedge \{(p \wedge r) \Leftrightarrow p\}$

c) $\{(\neg p \Rightarrow q) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (r \wedge \neg q)\} \Rightarrow (p \vee q)$

d) $\{(p \wedge q) \vee (\neg q) \wedge (\neg p)\} \Rightarrow q$

e) $\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow r) \wedge (\neg r)\} \Rightarrow p$

1.48) Sí $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee r)\} \Rightarrow r \equiv 0$

Entonces, no es verdad que:

a) $\neg r \wedge q \equiv 1$

b) $\neg p \Rightarrow r \equiv 0$

c) $r \wedge \neg p \equiv 1$

d) $r \vee \neg p \equiv q$

e) $\neg p \Rightarrow \neg r \equiv 1$

1.49) Sea Re = Z, considere el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I: $\forall x\, [(x^2 = 4) \Rightarrow (x = 2)]$

II: $\forall x\, [\{(x - 2)(x - 4) = 0\} \Rightarrow (x = 2)]$

III: $\forall x\, [(4x + 3 = x - 6) \Rightarrow (3x = -9)]$

IV: $\forall x\, [(2x^2 = 8) \Rightarrow (x = 4)]$

V: $\forall x\, [(3x + 2 = 9) \Rightarrow (x = 7/3)]$

Entonces, indique ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

a) Sólo I y III son verdaderas.

b) Sólo III y V son verdaderas.

c) Sólo I y II son verdaderas.

d) Sólo I y IV son verdaderas.

e) I, II y III son verdaderas.

1.50) Traduzca la siguiente frase en forma proposicional.

El sucre desapareció y el dólar surgió, sin embargo los precios no se estabilizaron. Los importadores se hicieron más ricos y la clase media vio disminuir aún más sus ingresos. Por lo tanto, en el Ecuador se gobernaba por intereses personales y la mayoría de los banqueros con el cambio de moneda incrementaron sus capitales.

1.51) Un diario pone el siguiente aviso: “Se necesita profesor con título o experiencia”. Si un profesor con experiencia, pero sin título, se presenta para un cargo en el que se necesita “profesor con título o experiencia”, obtendrá el cargo. ¿Podría explicar por qué? Sugerencia: Analice la tabla del operador correspondiente.

Problemas de Razonamiento Lógico

1) El caso de los Gemelos Idénticos, Conan (2004)

En este caso, que ofrece mayor interés, el robo ocurrió en Londres. La policía atrapó para su interrogatorio a tres famosos delincuentes A, B, C. A y C eran gemelos idénticos y pocas personas podían distinguirlos. Se disponía de ficheros muy completos de los tres sospechosos y se conocía una gran cantidad de datos sobre sus personalidades y hábitos. Los gemelos eran bastante tímidos, y nunca se embarcaban en una empresa sin contar con un cómplice. B, por otro lado, era bastante audaz y desdeñaba siempre el utilizar un cómplice. Así mismo, varios testigos manifestaron que en el momento del robo uno de los gemelos bebía en un bar, aunque no se sabía de cuál de ellos se trataba. Si nadie distinto a A, B, C, estaba implicado en el robo. ¿Cuáles son inocentes y cuáles culpables?

2) Buscando la Pareja

Los nombres de las esposas de Juan, Tomás, Antonio y Miguel son: Teresa, Ana, Sofia y Mercedes; aunque no necesariamente en ese orden:

Tomas y su esposa se dirigían a la piscina y encuentran a Miguel y a Juan con sus respectivas esposas. Luego, hablan:

– Teresa; Hola, ¡Qué tal! ¿Hace mucho que esperan?
– Sofia: No, recién hemos llegado; ¿Han visto a Ana por el camino?
– Juan: (Interrumpiendo a Sofia) mira querida, allá vienen.

Determinar a las parejas de esposos.

3) ¿Quién dice la verdad?

Quince personas están hablando de un número; dos de ellas mienten, y todas las demás dicen la verdad.

La 1.a persona dice <<es múltiplo de 2>>
La 2.a persona dice <<es múltiplo de 3>>
La 3.a persona dice <<es múltiplo de 4>>
La 4.a persona dice <<es múltiplo de 5>>
La 5.a persona dice >>es múltiplo de 6>>
La 6.a persona dice <<es múltiplo de 7>>
La 7.a persona dice <<es múltiplo de 8>>

La 8.a persona dice <<es múltiplo de 9>>
La 9.a persona dice <<es múltiplo de 10>>
La 10.a persona dice <<es inferior a 1000>>
La 11.a persona dice <<es inferior a 750>>
La 12.a persona dice <<es inferior a 550>>
La 13.a persona dice <<es inferior a 500>>
La 14.a persona dice <<es superior a 400>>
La 15.a persona dice <<es superior a 450>>
¿De qué número se trata?

Evaluación No.1

1) Determine la negación de las siguientes proposiciones:

a) Ningún político es sincero

b) $x + 2 < 3$

c) No es verdad que $i^2 = 1$

d) Todos los estudiantes son capaces de aprender matemática.

e) $3 + 5 \geq \sqrt{64}$

2) Confeccione la tabla de verdad de la siguiente fórmula proposicional.

$[\{(\rceil q \vee p) \wedge \rceil q\} \Rightarrow r] \vee p$

3) Traduzca al lenguaje simbólico el siguiente razonamiento.

Si Henry cumplió el contrato, la mercadería fue suministrada en la fecha convenida. Henry cumplió el contrato o su registro de envío estaba equivocado. Si su registro de envío no estaba equivocado, él no ordenó el envío de la mercadería. Por consiguiente la mercadería no fue suministrada en la fecha convenida.

4) Determine, mediante el empleo de las tablas de verdad, si el siguiente razonamiento es válido o no.

Si me prestas 10 dólares, iré al cine con Susana. Me prestas 10 dólares o no eres mi amigo. Si no eres mi amigo, no te ayudaré en tu deber de matemática. Te ayudaré en tu deber de matemática. Por consiguiente, iré al cine con Susana.

5) Si la fórmula $\{(p \vee q) \wedge q \wedge (r \Rightarrow \rceil p)\} \Rightarrow \rceil r$ es falsa, entonces, es verdad que:

a) $p \equiv 1; q \equiv 1, r \equiv 1$

b) $p \equiv 0; q \equiv 1, r \equiv 0$

c) $p \equiv 0; q \equiv 0, r \equiv 1$

d) $p \equiv 0; q \equiv 1, r \equiv 1$

e) $p \equiv 1; q \equiv 0, r \equiv 1$

Evaluación No.2

1) Determine la proposición falsa.

a) La negación de $x - 3 > 5$ es $x - 3 \leq 5$

b) La conjunción de dos proposiciones es verdadera si y solo si ambas son verdaderas.

c) Los operadores lógicos $\wedge$ y $\vee$ tienen el mismo orden de prioridad.

d) La operación $p \Rightarrow q$ es verdadera si p es verdadera y q también.

e) El operador de negación cambia el valor de verdad de una proposición.

2) Una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela:

a) La disyunción inclusiva de dos proposiciones es falsa sólo cuando ambas proposiciones que la conforman son falsas.

b) La negación de: Todos estudian Matemática es: Algunos estudian Matemática.

c) Una forma proposicional es tautológica cuando la tabla de verdad resultante presenta valores de falso.

d) El operador lógico $\Rightarrow$ es el más débil de todos.

e) Para que la disyunciòn de dos proposiciones sea verdadera es suficiente que una de las dos proposiciones sea verdadera.

3) Escriba la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge (p \vee r) \wedge \neg (p \wedge r) \wedge r\} \Rightarrow q$

b) $(\neg q \Rightarrow p) \Leftrightarrow \{(p \vee \neg q) \Rightarrow (q \wedge \neg p)\}$

4) Demuestre la validez del siguiente razonamiento usando tablas de verdad.

Estás preparado o no lo estás. Si estás preparado llegarás a la otra orilla. Si no estás preparado no llegarás a la otra orilla. Si estás preparado no seguirás entrenando. Por lo tanto, seguirás entrenando siempre y cuando no llegues a la otra orilla.

Álgebra De Proposiciones

Objetivos

Después de estudiar esta sección, el lector estará en capacidad de:

- Aplicar las leyes de la conjunción y disyunción a problemas de proposiciones.
- Aplicar las leyes de la absorción y de Morgan a problemas de proposiciones.
- Interrelacionar a problemas de razonamiento las leyes del álgebra de proposiciones.
- Formular las principales equivalencias lógicas.
- Reproducir la tabla de verdad del operador lógico $\downarrow$
- Construir la inversa, recíproca y contrarrecíproca de una proposición.
- Relacionar las leyes del álgebra de proposiciones con otras ciencias.
- Generar problemas con los contenidos vistas en la sección.

Esta sección esquematiza las Leyes del Álgebra de Proposiciones así como el concepto de la inversa (contraria), recíproca y contrarrecíproca de una proposición dada. Se empieza analizando las principales leyes tanto para el operador de conjunción como para el de disyunción, así como las propiedades distributivas de estos. También se estudia las leyes de la absorción y las leyes de Morgan, como las de la doble negación. Más adelante, se estudian las principales equivalencias tautológicas, haciendo énfasis en la ley del condicional y en la contraposición, así como se deduce la tabla de verdad del operador lógico $\downarrow$

En la parte final de la sección, se analiza la inversa, recíproca y contrarrecíproca de una expresión proposicional.

Para afianzar todo lo indicado, se resuelven varios problemas y se plantean una gran variedad de ejercicios.

Al finalizar la sección se presentan 3 problemas de razonamiento lógico, que constituyen un desafió para valorar la capacidad de razonamiento lógico – deductivo del lector.

Para que el docente pueda evaluar las habilidades, destrezas, capacidades y contenidos de la sección, se aplican 2 pruebas que tienen una duración de 45 minutos cada una.

Álgebra de Proposiciones

Disyunción:

$p \vee q \equiv q \vee p$	Propiedad Conmutativa
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$	Propiedad Asociativa
$p \vee 0 \equiv p$	Ley de la Identidad
$p \vee 1 \equiv 1$	Ley de la Absorción
$p \vee p \equiv p$	Ley de la Idempotencia
$p \vee \neg p \equiv 1$	Ley del Tercero Excluido

Conjunción:

$p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propiedad Conmutativa
$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	Propiedad Asociativa
$p \wedge 1 \equiv p$	Ley de la Identidad
$p \wedge 0 \equiv 0$	Ley de la Absorción
$p \wedge p \equiv p$	Ley de la Idempotencia
$p \wedge \neg p \equiv 0$	Ley de la Contradicción

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Propiedad Distributiva
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Propiedad Distributiva
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	Ley de la Absorción
$p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Ley de la Absorción

$\neg 0 \equiv 1$	
$\neg 1 \equiv 0$	
$\neg\neg p \equiv p$	Ley de la Doble Negación
$p \equiv \neg\neg p$	Ley de la Doble Negación
$\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	Ley de Morgan
$\neg (p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Ley de Morgan

Otras Leyes:

$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$	Ley de la Contraposición
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Ley del Condicional
$(p \veebar q) \equiv (p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q)$	Disyunción Exclusiva
$(p \downarrow q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$	Conjunción Negativa
$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	Ley del Bicondicional

Estas leyes son formas proposicionales tautológicas, es decir, para cualquier valor que tomen p, q y r, la forma proposicional resultante siempre va ser verdadera. Varias de estas leyes serán empleadas en la sección siguiente. El símbolo " $\equiv$ " significa que la expresión proposicional que está en el lado derecho es equivalente a la que está en el lado izquierdo.

La ley de la Absorción se visualiza mejor de la siguiente forma:

Operadores diferentes

$$\{p \quad \vee \quad (p \quad \wedge \quad q)\} \Rightarrow p$$

Letras iguales

La fórmula proposicional ($p \downarrow q$) se lee: "ni p ni q". Su tabla de verdad se la efectúa en base a su definición:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \downarrow q$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

De la tabla se deduce que la proposición resultante $p \downarrow q$ será verdadera sólo cuando ambas proposiciones componentes sean falsas. Recuerde que: $p \downarrow q \equiv \neg p \wedge \neg q$

El operador lógico $\downarrow$ se denomina conjunción negativa.

Para explicar la ley del condicional del álgebra de proposiciones se tiene el siguiente ejemplo: La madre enojada con su hijo le dice: "!O haces la tarea, o té quedas en casa¡"

Realmente lo que la madre quiere decir es: "si no haces la tarea, entonces te quedarás en casa".

Simbolizando las dos expresiones equivalentes anteriores:

Si no haces la tarea, te quedarás en casa: $\neg p \Rightarrow q$

O haces la tarea o te quedarás en casa: $p \vee q$

Esto es: $\neg p \Rightarrow q \equiv p \vee q$

Esta equivalencia lógica es muy importante, pues nos permite transformar un condicional a disyunción, y viceversa.

Las demostraciones de las leyes del álgebra de proposiciones son fáciles de efectuar, mediante la aplicación de las tablas de verdad y se deja como tarea para el lector.

La equivalencia de la doble negación permite pasar de una premisa única a la conclusión.

Las leyes del álgebra de proposiciones actúan también en sentido contrario.

Aplicaciones de las Leyes

A continuación se resolverán varios problemas en donde se ejercita el empleo de las principales leyes del álgebra de proposiciones, así como se simplifica expresiones proposicionales y se demuestra la igualdad de dos fórmulas proposicionales.

Las Leyes de Morgan se aplican verificando los siguientes pasos:

- Se cambia $\wedge$ en $\vee$ o $\vee$ en $\wedge$
- Se niega cada miembro de la disyunción o conjunción.
- Se niega la fórmula completa.

Las dos formas de expresar las equivalencias de Morgan son similares, es decir siguen el mismo esquema. Empleando dichas leyes con frecuencia hay más de una forma posible para la conclusión de un razonamiento. En el lenguaje común sucede, a veces, que hay proposiciones enunciadas de manera distinta que tienen el mismo significado.

EJEMPLO 1:

a) No ocurre que Ana no es un estudiante. ¿Qué conclusión se puede sacar de esta premisa?

Solución

p: Ana es una estudiante.

$\rceil$ p: Ana no es estudiante.

$\rceil\rceil$p: No es verdad que Ana no es una estudiante.

P1: $\rceil\rceil$ P

C: p

En forma horizontal: $\rceil\rceil p \equiv p$

Conclusión: Ana es una estudiante.

b) Aplique la equivalencia de la Doble Negación a la frase: María Alexandra toma el metro para ir al Colegio Experimental Alberto Einstein.

Solución

p: María Alexandra toma el metro para ir al Colegio Experimental Alberto Einstein.

P1: p

C: $\neg\neg p$

En forma horizontal: $p \equiv \neg\neg p$

Conclusión: $\neg\neg p$: Es falso que María Alexandra no toma el metro para ir al Colegio.

c) Aplique la Ley de Doble Negación a las siguientes fórmulas:

1) $(p \vee q)$	2) $((p \Rightarrow q) \wedge r)$	3) $\neg\neg[(s \wedge r) \Leftrightarrow t]$
C: $\neg\neg(p \vee q)$	C: $\neg\neg((p \Rightarrow q) \wedge r)$	C: $[(s \wedge r) \Leftrightarrow t]$

Ejemplo 2: Aplique la Ley de Morgan a las siguientes expresiones:

a) No llueve y no hace calor: $(\neg p \wedge \neg q)$

Se puede expresar también como: No ocurre que: llueve o que haga sol: $\neg(p \vee q)$

b) O no hace calor o no nieva: $(\neg p \vee \neg q)$

Se puede enunciar como: No ocurre a la vez que: hace calor y que nieva: $\neg(p \wedge q)$

c) $\neg(\neg p \wedge q)$

C1: $p \vee \neg q$

C2: $\neg\neg p \vee \neg q$

C3: $\neg\neg(p \vee \neg q)$

Estas 3 respuestas son equivalentes. Por lo general, la forma en que se expresa la primera respuesta es la que más interesa.

d)

	a)	b)	c)	d)	e)
P1:	$\neg(p \wedge \neg q)$	$\neg\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \wedge \neg q)$	$\neg(p \vee \neg q)$	$\neg p \wedge q$
C:	$\neg p \vee q$	$\neg(\neg p \wedge q)$	$p \vee q$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee \neg q)$

EJEMPLO 3: Aplique la propiedad conmutativa a las siguientes expresiones:

a) $(t \vee s) \vee \neg t \equiv \neg t \vee (t \vee s)$ Propiedad Conmutativa
$\equiv \neg t \vee (s \vee t)$ Propiedad Conmutativa

b) $(a \vee b) \wedge (b \Rightarrow \neg a) \equiv (b \vee a) \wedge (b \Rightarrow \neg a)$ Propiedad Conmutativa
$\equiv (b \Rightarrow \neg a) \wedge (b \vee a)$ Propiedad Conmutativa

c) $(\neg q \Leftrightarrow \neg p) \vee (q \vee s) \equiv (q \vee s) \vee (\neg q \Leftrightarrow \neg p)$ Propiedad Conmutativa
$\equiv (s \vee q) \vee (\neg q \Leftrightarrow \neg p)$ Propiedad Conmutativa

d) $p \Rightarrow q$ No se puede aplicar la Propiedad Conmutativa

EJEMPLO 4: Aplique la propiedad asociativa y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\neg p \wedge q \wedge r \equiv (\neg p \wedge q) \wedge r$ Propiedad Asociativa
$\equiv \neg p \wedge (q \wedge r)$ Propiedad Asociativa
$\equiv (\neg p \wedge r) \wedge q$ Propiedad Asociativa

b) $(t \vee r) \vee \neg t \equiv (t \vee \neg t) \vee r$ Propiedad Asociativa
$\equiv (1) \vee r$ Ley del Tercero Excluido
$\equiv 1$ Ley de la Absorción

c) $(\neg q \wedge \neg p) \wedge (q \wedge \neg p) \equiv (\neg q \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg p)$ Propiedad Asociativa
$\equiv (0) \wedge (\neg p \wedge \neg p)$ Ley de la Contradicción
$\equiv (0) \wedge (\neg p)$ Ley de la Idempotencia
$\equiv 0$ Ley de la Absorción

d) $\neg p \Rightarrow (p \vee q)$ No se puede aplicar la Propiedad Asociativa

Como sugerencia se plantea que se debe asociar las mismas proposiciones (o sea las que tienen las mismas letras) y luego poder aplicar las leyes de la identidad, de la absorción, de la idempotencia y/o de la contradicción para simplificar lo más posible la expresión dada.

EJEMPLO 5: Aplique la propiedad distributiva y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\neg p \vee (q \wedge r) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

b) $(\neg p \vee q) \wedge s \equiv s \wedge (\neg p \vee q)$

Propiedad Conmutativa

$\equiv (s \wedge \neg p) \vee (s \wedge q)$ Propiedad Distributiva

c) $(t \vee s) \wedge (s \vee \neg t) \equiv \{(t \vee s) \wedge s\} \vee \{(t \vee s) \wedge \neg t)$ Propiedad Distributiva

$\equiv \{s\} \vee \{(t \vee s) \wedge \neg t\}$ Ley de la Absorción

$\equiv \{s\} \vee \{\neg t \wedge (t \vee s)\}$ Propiedad Conmutativa

$\equiv \{s\} \vee \{(\neg t \wedge t) \vee (\neg t \vee s)\}$ Propiedad Distributiva

$\equiv \{s\} \vee \{(0) \vee (\neg t \vee s)\}$ Ley de la Contradicción

$\equiv \{s\} \vee \{\neg t \vee s\}$ Ley de la Identidad

d) $p \Rightarrow (\neg p \vee q)$ No se puede aplicar la Propiedad Distributiva

EJEMPLO 6: Aplique la ley de la absorción y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\neg p \vee (q \wedge \neg p) \equiv \neg p$ Ley de la Absorción

b) $s \vee \{(p \wedge \neg q) \wedge s\} \equiv s$ Ley de la Absorción

c) $\neg p \wedge \neg (p \wedge q) \equiv \neg p \wedge (\neg p \vee \neg q)$ Ley de Morgan

$\equiv \neg p$ Ley de la Absorción

d) $t \wedge (\neg t \vee s)$ No se puede aplicar Absorción porque la proposición t tiene signos diferentes.

Ejemplo 7:

a) Demuestre usando las leyes del álgebra de proposiciones, la siguiente equivalencia tautológica: $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

SOLUCIÓN

Trabajando con el lado izquierdo de la equivalencia.

$\neg(p \vee q) \vee r \equiv$ Ley del Condicional

$(\neg p \wedge \neg q) \vee r \equiv$ Ley de Morgan

$r \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv$ Propiedad Conmutativa

$(r \vee \neg p) \wedge (r \vee \neg q) \equiv$ Propiedad Distributiva

$(\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \equiv$ Propiedad Conmutativa

$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv$ Ley del Condicional

$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ L.Q.S.P.D.

b) Simplifique la proposición compuesta $\neg(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q)$

Solución

$\neg(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q)$	Enunciado
$(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q)$	Ley de Morgan
$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge p)$	Propiedad Conmutativa
$\{(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q\} \wedge \{(\neg p \wedge \neg q) \vee p\}$	Propiedad Distributiva
$\{\neg q\} \wedge \{(\neg p \wedge \neg q) \vee p\}$	Ley de la Absorción
$(\neg q) \wedge \{(\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee p)\}$	Propiedad Distributiva
$(\neg q) \wedge \{(1) \wedge (\neg q \vee p)\}$	Ley del Tercero Excluido
$(\neg q) \wedge (\neg q \vee p)$	Ley de la Identidad
$\neg q$	Ley de la Absorción

c) Demuestre, sin usar tablas de verdad, la expresión:

$\{(p \vee \neg q) \wedge (\neg q \wedge p)\} \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p \wedge (q ==> p)$

Solución

$\{(p \vee \neg q) \wedge (\neg q \wedge p)\} \vee (p \wedge q)$	Expresión
$\{(p \wedge (\neg q \wedge p)) \vee (\neg q \wedge (\neg q \wedge p))\} \vee (p \wedge q)$	Propiedad Distributiva
$\{((p \wedge p) \wedge \neg q)) \vee ((\neg q \wedge \neg q) \wedge p))\} \vee (p \wedge q)$	Propiedad Asociativa
$\{(p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge p)\} \vee (p \wedge q)$	Ley de la Idempotencia
$\{((p \wedge \neg q) \vee \neg q) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee p)\} \vee (p \wedge q)$	Propiedad Distributiva
$\{\neg q \wedge p\} \vee (p \wedge q)$	Ley de la Absorción
$\{p \wedge \neg q\} \vee (p \wedge q)$	Propiedad Conmutativa
$\{p \vee (p \wedge q)\} \wedge \{\neg q \vee (p \wedge q)\}$	Propiedad Distributiva
$\{p \vee (p \wedge q)\} \wedge \{(\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee q)\}$	Propiedad Distributiva
$p \wedge \{(\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee q)\}$	Ley de la Absorción
$p \wedge \{(\neg q \vee p) \wedge 1\}$	Ley del Tercero Excluido
$p \wedge (\neg q \vee p)$	Ley de la Identidad
$p \wedge (q \Rightarrow p)$	Ley del Condicional
$\{p \wedge (q \Rightarrow p)\} \Leftrightarrow \{p \wedge (q \Rightarrow p)\}$	L.Q.S.P.D.

EJEMPLO 8:

Aplique las propiedades del Álgebra de Proposiciones para simplificar a su mínima expresión las siguientes fórmulas:

a) $p \vee (\neg p \wedge q) \equiv (p \vee \neg p) \wedge (p \vee q)$	Propiedad Distributiva
$\equiv 1 \wedge (p \vee q)$	Ley del Tercer Excluido
$\equiv (p \vee q)$	Ley de la Identidad

b) $(p \vee \neg q) \vee (q \wedge p) \equiv \{(p \vee \neg q) \vee q\} \wedge \{(p \vee \neg q) \vee p\}$ Propiedad Distributiva
$\equiv \{q \vee (p \vee \neg q)\} \wedge \{p \vee (p \vee \neg q)\}$ Propiedad Conmutativa
$\equiv \{p \vee (q \vee \neg q)\} \wedge \{(p \vee p) \vee \neg q\}$ Propiedad Asociativa
$\equiv \{p \vee 1\} \wedge \{(p \vee p) \vee \neg q\}$ Ley del Tercer Excluido
$\equiv \{p \vee 1\} \wedge \{p \vee \neg q\}$ Ley de la Idempotencia
$\equiv \{1\} \wedge \{p \vee \neg q\}$ Ley de la Absorción
$\equiv \{p \vee \neg q\}$ Ley de la Identidad

c) $\neg p \vee (q \wedge \neg p) \equiv \neg p$ Ley de la Absorción

d) $(p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \vee p) \equiv \{\neg p \vee \neg q\} \wedge (\neg q \vee p)$ Ley del Condicional
$\equiv \{(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q\} \vee \{(\neg p \vee \neg q) \wedge p\}$ Propiedad Distributiva
$\equiv \{\neg q\} \vee \{(\neg p \vee \neg q) \wedge p\}$ Ley de la Absorción
$\equiv \{\neg q\} \vee \{p \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$ Propiedad Conmutativa
$\equiv \{\neg q\} \vee \{(p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)\}$ Propiedad Distributiva
$\equiv \{\neg q\} \vee \{0 \vee (p \wedge \neg q)\}$ Ley de la Contradicción
$\equiv \{\neg q\} \vee \{p \wedge \neg q\}$ Ley de la Identidad
$\equiv \neg q$ Ley de la Absorción

Uso de las Leyes

A continuación se resolverán varios problemas en donde se aplican la negación de una proposición, la ley del condicional, las leyes de Morgan, así como las propiedades conmutativa y asociativa.

Las proposiciones son muy a menudo empleadas para traducir los razonamientos en forma simbólica, tal como se analizó en la sección 1.2.

Algunas traducciones que son útiles en determinados problemas son:

a) a a menos que b $\neg b \Rightarrow a$
b) a debido que b $b \Rightarrow a$
c) ningún a es b $a \Rightarrow \neg b$

EJEMPLO 1: Sean las proposiciones:

p: Paúl es inteligente.

q: Juan es feliz.

r: Ana no es feliz.

Luego, la negación de: Si Paúl es inteligente, tanto Juan como Ana son felices, es:

a) $\neg\{p \Rightarrow (q \wedge r)\}$
b) $\neg(q \wedge r) \Rightarrow \neg p$
c) $\neg\{\neg p \vee (q \vee \neg r)\}$
d) $p \wedge \neg(q \wedge \neg r)$
e) $(p \wedge q) \wedge \neg r$

SOLUCIÓN

$p \Rightarrow (q \wedge \neg r)$	Traducción
$\neg\{p \Rightarrow (q \wedge \neg r)\}$	Negación
$\neg\{\neg p \vee (q \wedge \neg r)\}$	Ley del Condicional
$\neg\neg p \wedge \neg(q \wedge \neg r)$	Ley de Morgan
$p \wedge \neg(q \wedge \neg r)$	Ley de la Doble Negación

Respuesta, literal d)

Obsérvese que "tanto Juan como Ana" también se puede traducir como "Juan y Ana"

EJEMPLO 2:

Dadas las proposiciones: a: Manuel quebranta la ley; b: Manuel va a la cárcel; una traducción al lenguaje simbólico de la proposición: "Es falso que Manuel no va a la cárcel y no quebranta la ley" es:

a) $\neg a \Rightarrow \neg b$
b) $\neg a \vee \neg b$
c) $\neg a \wedge \neg b$
d) $b \wedge a$
e) $a \vee b$

SOLUCIÓN

$\neg(\neg b \wedge \neg a)$	Traducción
$b \vee a$	Ley de Morgan
$a \vee b$	Propiedad Conmutativa

Luego, la respuesta es e)

Ejemplo 3: problema adaptado de Suppes, P. & Hill, S. (2002)

Si no es verdad que: "Hoy hay examen y Juan no estudió", entonces se puede inferir:

a) La proposición "Hay examen" es condición suficiente para la proposición "Juan estudió", que a su vez es condición necesaria para "Hay examen".

b) "Juan estudió" es condición suficiente para "Hay examen" y esta última proposición es condición necesaria para "Juan estudió".

c) "Juan no estudió" es condición suficiente para "Hay examen" y esta última proposición es condición necesaria para "Juan no estudió".

d) "Juan estudió" es condición suficiente para "No hay examen" y esta última proposición es condición necesaria para "Juan estudió".

e) No es factible determinar condición necesaria y suficiente.

Solución

p: hay examen

q: Juan estudió

Expresando el enunciado en lenguaje proposicional:

$\neg(p \wedge \neg q)$	Traducción
$\neg p \vee q$	Ley de Morgan
$p \Rightarrow q$	Ley del Condicional

Traduciendo la conclusión se tiene que la repuesta es la opción es a)

Importante: $p \vee \neg q \equiv \neg p \Rightarrow \neg q$

Ejemplo 4:

Si se tiene las proposiciones a: invierto mi dinero en acciones; b: deposito mi dinero en una cuenta de ahorros. Entonces la traducción al lenguaje formal de: "Si invierto mi dinero, no lo deposito en una cuenta de ahorros", es:

a) $(a \vee b) \wedge (a \wedge b)$

b) $(a \vee b) \wedge \neg(a \wedge b)$

c) $\neg(a \vee b) \wedge (a \wedge b)$

d) $\neg(a \wedge b)$

e) $(a \vee \neg b) \wedge (\neg a \wedge b)$

SOLUCIÓN

$a \Rightarrow \neg b$	Traducción
$\neg a \vee \neg b$	Ley del Condicional
$\neg(a \wedge b)$	Ley de Morgan

Respuesta: d)

EJEMPLO 5: La traducción al lenguaje formal del enunciado:

"Si la información es correcta, entonces existe un incremento en los costos de producción o el analista tiene un error de apreciación". Considerando las proposiciones:

p: la información es correcta.

q: existe un incremento en los costos de producción.

r: el analista tiene un error de apreciación.

Es:

a) $(q \Rightarrow \neg r) \wedge p$
b) $(r \Rightarrow \neg q) \vee \neg p$
c) $p \vee (r \Rightarrow \neg q)$
d) $\neg p \vee (\neg r \Rightarrow q)$
e) $p \vee (r \Rightarrow \neg q)$

SOLUCIÓN

$(p \Rightarrow q) \vee r$	Traducción
$(\neg p \vee q) \vee r$	Ley del Condicional
$\neg p \vee (q \vee r)$	Propiedad Asociativa
$\neg p \vee (r \vee q)$	Propiedad Conmutativa
$\neg p \vee (\neg r \Rightarrow q)$	Ley del Condicional

Respuesta: d)

EJEMPLO 6: Demuestre que las siguientes expresiones son formas tautológicas.

a) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

Esta forma simbólica significa que: "si ya se tiene p, cualquier cosa implica p".

p	q	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

La expresión significa: "si cada vez que se tiene p, se tiene q; cuando no se tiene q, no se tiene p".

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$ (1)	$\neg q \Rightarrow \neg p$ (2)	(1⇒(2)
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1

Inversa, Recíproca y Contrarrecíproca

En algunos razonamientos se hace necesario conocer la inversa, recíproca y contrarrecíproca de estos, términos que se los define de la siguiente manera:

Original:	$p \Rightarrow q$	(1.1)
Inversa (contraria) de la Original:	$\rceil p \Rightarrow \rceil q$	
Recíproca de la Original:	$q \Rightarrow p$	
Contrarrecíproca de la Original:	$\rceil q \Rightarrow \rceil p$	

Obsérvese que la definición de contrarrecíproca es la misma que la Ley de Contraposición de las Leyes de Equivalencia.

El lector deberá notar que para determinar las expresiones indicadas siempre se debe partir de un condicional.

EJEMPLO 1:
Determine la inversa, recíproca y contrarrecíproca de p ==> q; siendo: p: este animal es un ave; q: este animal tiene alas.

SOLUCIÓN
Original: $p \Rightarrow q$ Si este animal es un ave entonces tiene alas
Inversa: $\rceil p \Rightarrow \rceil q$ Si este animal no es un ave, no tiene alas
Recíproca: $q \Rightarrow p$Si este animal tiene alas entonces es un ave.
Contrarrecíproca: $\rceil q \Rightarrow \rceil p$ Si este animal no tiene alas entonces no es ave.

EJEMPLO 2: La contrarrecíproca de: "Si Carlos no es feliz, no es casado" es:

a) Carlos no es feliz o no es casado.
b) Carlos no es feliz pero es casado.
c) Carlos es feliz o no es casado.
d) Si Carlos es feliz es casado.
e) Carlos es feliz y no es casado.

SOLUCIÓN

p: Carlos es feliz.

q: Carlos es casado.

$\neg p \Rightarrow \neg q$	Traducción
$q \Rightarrow p$	Contrarrecíproca (Ley de la Contraposición)
$\neg q \vee p$	Ley del Condicional
$p \vee \neg q$	Propiedad Conmutativa

Luego: "Carlos es feliz o no es casado".

La alternativa correcta es c)

EJEMPLO 3: La inversa de: "No es verdad que: Estudio pero salgo mal en los exámenes " es:

a) Si estudio, entonces salgo mal en los exámenes.
b) Si estudio, entonces salgo bien en los exámenes.
c) Si no estudio, salgo mal en los exámenes.
d) Si salgo bien en los exámenes, he estudiado.
e) Ninguna de las anteriores es la inversa.

SOLUCIÓN

p: estudio.

q: salgo mal en los exámenes.

$\neg(p \wedge q)$	Traducción
$\neg p \vee \neg q$	Ley de Morgan
$p \Rightarrow \neg q$	Ley del Condicional.– Frase Original
$\neg p \Rightarrow q$	Inversa

Traducción: Si no estudio, entonces salgo mal en los exámenes.

Respuesta: c)

Resumen

Las leyes del álgebra de Proposiciones son muy útiles para demostrar la validez de razonamientos, como se verá más adelante en la Sección 1.4

Algunas de ellas se deducen a partir de la definición de las tablas de los operadores lógicos presentes en su fórmula.

Las Leyes de Morgan expresan:

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

Otra ley muy utilizada es la Ley de la Absorción que se expresa como:

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

El lector debe observar que en cada caso los operadores lógicos son diferentes. Si se aplicará la propiedad distributiva a una de ellas, se llega a la otra fórmula.

Las principales equivalencias tautológicas son:

$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$	Ley de la Contraposición
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Ley del Condicional
$(p \veebar q) \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$	Disyunción Exclusiva
$(p \downarrow q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$	Conjunción Negativa
$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	Ley del Bicondicional

Las equivalencias tautológicas actúan en ambos sentidos.

Para determinar la inversa, recíproca y contrarrecíproca, de un razonamiento, se parte de un condicional y después se aplican las siguientes definiciones:

Original:	$p \Rightarrow q$
Inversa:	$\neg p \Rightarrow \neg q$
Recíproca:	$q \Rightarrow p$
Contrarrecíproca:	$\neg q \Rightarrow \neg p$

Sección de Problemas 1.3

1.52) Aplique la propiedad conmutativa a las siguientes expresiones:

a) $p \vee (\rceil p \wedge t)$
b) $(\rceil p \vee q) \wedge \rceil r$
c) $p \Rightarrow q$
d) $(p \Rightarrow q) \wedge (t \Rightarrow r)$
e) $(p \Leftrightarrow q) \vee (\rceil p \Rightarrow q)$

1.53) Aplique la propiedad asociativa y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\rceil p \wedge (q \wedge t)$
b) $(a \vee \rceil b) \vee \rceil a$
c) $(p \Rightarrow q) \vee \rceil (p \wedge \rceil q)$
d) $\rceil (p \vee q) \wedge p$
e) $\rceil p \wedge (q \wedge p)$

1.54) Aplique la propiedad distributiva y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\rceil p \wedge (q \vee r)$
b) $(a \vee \rceil b) \vee c$
c) $(p \vee q) \wedge (\rceil p \vee \rceil q)$
d) $(\rceil p \wedge q) \vee (q \vee p)$
e) $\rceil p \vee (q \wedge \rceil r)$

1.55) Aplique las leyes del álgebra de proposiciones a las siguientes expresiones y simplifique.

a) $\rceil p \vee (q \wedge p)$
b) $p \Rightarrow \rceil (\rceil q \vee p)$
c) $\rceil \{(p \vee q) \wedge \rceil q\}$
d) $\rceil (a \vee b) \Rightarrow \rceil a$
e) $p \vee (\rceil q \wedge \rceil p)$

1.56) Aplique las leyes del álgebra de proposiciones a las siguientes expresiones y simplifique.

a) $\rceil p \Rightarrow (\rceil p \wedge q)$
b) $\rceil (p \wedge \rceil q) \vee q$
c) $\rceil q \Rightarrow (\rceil p \wedge q)$
d) $p \vee \rceil (\rceil q \vee p)$
e) $\rceil \{(p \vee q) \wedge \rceil q\}$

1.57) Aplique las leyes del álgebra de proposiciones a las siguientes expresiones y simplifique.

a) $\neg a \Rightarrow \neg(\neg a \vee b)$
b) $\neg(\neg p \wedge \neg q) \wedge q$
c) $\neg(\neg q \vee p) \vee \neg p$
d) $\neg\{(\neg p \vee q) \vee q\}$
e) $\neg(a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg a$

1.58) Determine la negación de: "Si la guerra se detiene, entonces podré seguir estudiando o trabajando". Siendo:

p: la guerra se detiene.
q: seguiré estudiando.
r: seguiré trabajando.

a) $(\neg p \wedge q) \wedge \neg r$
b) $\neg(p \wedge q) \wedge \neg r$
c) $r \wedge (\neg q \wedge \neg p)$
d) $(q \wedge \neg p) \wedge \neg r$
e) $(\neg q \wedge p) \wedge \neg r$

1.59) Determine la expresión simbólica del razonamiento: "Juan miente o Pedro es inocente o Pablo no fue el culpable. Si Pedro es inocente, entonces Juan dice la verdad o Pablo fue el culpable. Por lo tanto, Pedro es inocente". Siendo:

a: Juan dice la verdad.
b: Pedro es inocente.
c: Pablo fue el culpable.

a) $(\neg a \vee b \vee c) \wedge (b \wedge a \wedge \neg c) \vee b$
b) $(\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge (\neg b \vee (a \vee c)) \Rightarrow b$
c) $(\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge (\neg b \Rightarrow (a \vee c)) \Rightarrow b$
d) $(a \vee \neg b \vee c) \wedge (\neg b \Rightarrow (a \vee c)) \Rightarrow \neg b$
e) $(\neg a \vee b \vee \neg c) \vee (\neg b \vee (a \vee c)) \Rightarrow b$

1.60) Considerando las proposiciones atómicas:

a: esta gráfica tiene intersección con el eje x.
b: esta gráfica tiene intersección con el eje y.

La traducción al lenguaje formal de la proposición: "No es verdad que ésta gráfica no tiene intersección con el eje x ni intersección con el eje y.", es:

a) $\neg(\neg a \vee \neg b)$
b) $\neg b \Rightarrow a$
c) $a \wedge b$
d) $b \Rightarrow \neg a$
e) $\neg(a \wedge b)$

1.61) Si se tienen las siguientes proposiciones:
f: soy honesto.
g: pierdo prestigio.
h: conservo mi paz interior
Entonces la traducción al lenguaje lógico de la proposición:
"Si no soy honesto, pierdo prestigio y no conservo mi paz interior", es:

a) $f \wedge (g \wedge \neg h)$
b) $\neg f \wedge g \wedge \neg h$
c) $f \vee (g \wedge \neg h)$
d) $(f \vee g) \wedge \neg h$
e) $f \vee (g \wedge h)$

1.62) Determine la recíproca, contraria y contrarrecíproca de cada una de las siguientes expresiones:

a) $\neg q \Rightarrow \neg p$
b) $p \vee \neg q$
c) $\neg p \vee q$
d) $\neg(p \wedge \neg q)$
e) $\neg(\neg q \wedge \neg p)$

1.63) Escríbase la recíproca, contraria y contrarrecíproca de cada una de las siguientes proposiciones compuestas:

a) Si Usted lee El Telégrafo, está bien informado.
b) Si un número es entero, entonces, su cuadrado no es negativo.
c) Si una figura es un rectángulo, entonces es un cuadrilátero.
d) O Popeye no come espinacas o es fuerte.
e) Si los que dirigen los destinos de un país no gobiernan en beneficio del pueblo, entonces, la corrupción campea.

1.64) Escríbase la recíproca, contraria y contrarrecíproca de cada una de las siguientes proposiciones.

a) $\rceil q \Rightarrow p$
b) $\rceil p \lor \rceil q$
c) $\rceil (p \land q)$
d) $\rceil q \Rightarrow p$
e) $\rceil p \lor \rceil q$

1.65) La contrarrecíproca de la proposición: "Si Andrea no hace bien el examen, entonces no aprueba la materia".

a) Si Andrea aprueba la materia, no hace bien el examen.
b) Andrea no aprueba la materia o hace bien el examen.
c) Si Andrea no aprueba la materia, hace bien el examen.
d) Si Andrea no aprueba la materia, no hace bien el examen.
e) Si Andrea aprueba la materia, hace bien el examen.

1.66) La recíproca de la proposición:

"Si el terremoto es un fenómeno o un desastre natural, entonces, no es un simple sismo." Es:

a) Si el terremoto no es un simple sismo, entonces, es un fenómeno o un desastre natural.
b) Si el terremoto es un simple sismo, entonces, no es un fenómeno o un desastre natural.
c) Si el terremoto es un simple sismo, entonces, es un fenómeno o un desastre natural.
d) Si el terremoto no es un simple sismo, entonces, no es un fenómeno o un desastre natural.
e) Si el terremoto no es un simple sismo, entonces, es un fenómeno y un desastre natural.

1.67) Determine ¿cuál de las siguientes fórmulas proposicionales es la recíproca de la expresión: $\rceil(\rceil p \land q)$

a) $q \Rightarrow \rceil p$
b) $\rceil q \lor \rceil p$
c) $\rceil p \Rightarrow \rceil q$
d) $q \lor \rceil p$
e) $q \lor p$

1.68) Si se define p € $q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$, entonces p € q no es equivalente a:

a) $(q \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg q)$
b) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$
c) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$
d) $(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p)$
e) $\neg p \wedge q \Rightarrow p \vee \neg q$

1.69) La expresión: $[(p \wedge q) \Rightarrow r]$ es equivalente a:

a) $[p \wedge (q \Rightarrow r)]$
b) $[\neg p \vee (q \Rightarrow r)]$
c) $[p \Rightarrow (q \vee r)]$
d) $[p \Rightarrow (q \wedge r)]$
e) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r]$

1.70) Dada la siguiente forma proposicional:

$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(\neg q \,\Delta\, s) \Rightarrow (\neg p \vee \neg r)]$

Entonces el operador Δ, para que la misma sea tautológica es:

a) "$\Rightarrow$"
b) "V"
c) "$\Leftrightarrow$"
d) "$\wedge$"
e) "V"

1.71) Una de las formas proposicionales especificadas en cada opción es lógicamente equivalente a $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q)$, identifíquela:

a) $p \wedge q$
b) $\neg p \wedge \neg q$
c) $p \vee \neg q$
d) $\neg q \Rightarrow p$
e) $p \Leftrightarrow q$

1.72) ¿Qué conclusiones se pueden sacar de cada una de las proposiciones siguientes mediante la aplicación de la Ley de Doble Negación?

a) Todos los mamíferos son de sangre caliente.
b) Las pocas áreas verdes de la ciudad de Machala no son atendidas.

c) La música contribuye a aumentar el razonamiento lógico matemático.

d) No es verdad que los profesores de los colegios particulares no estén bien preparados.

e) La educación universitaria en el Ecuador es gratuita.

1.73) Determine cuál de las siguientes proposiciones es falsa.

a) $p \vee (\neg p \wedge q) \equiv p \vee q$

b) $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv \neg p$

c) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

d) $\{p \wedge (p \Rightarrow q)\} \equiv p \wedge q$

e) $p \wedge (\neg p \vee q) \equiv p$

1.74) Encuéntrese dos expresiones equivalentes a:

Si Katiuska va de vacaciones a la provincia de El Oro, visitará las Islas Jambelí.

1.75) Aplique las leyes de Morgan a cada literal.

a) $\neg(p \wedge q)$

b) $\neg p \vee \neg q$

c) $p \wedge q$

d) $\neg(p \vee \neg q)$

e) $\neg s \vee \neg\neg t$

1.76) Aplique las leyes de Morgan a cada literal.

a) $\neg(p \wedge q)$

b) $\neg\neg s \vee \neg t$

c) $\neg(\neg p \Rightarrow \neg q)$

d) $\neg r \Rightarrow \neg t$

e) $\neg p \wedge \neg q$

1.77) Simplifique la siguiente expresión: $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$

1.78) Demuestre, usando las propiedades del álgebra de proposiciones, la siguiente equivalencia tautológica.

$p \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (p \Rightarrow q)$

1.79) Demuestre la siguiente equivalencia lógica sin usar tablas de verdad.

$(p \vee q) \downarrow p \Leftrightarrow \neg(\neg p \Rightarrow q)$

1.80) Simplifique: $\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\} \downarrow (p \quad q)$

1.81) Demuestre, por dos métodos diferentes, que:

$\neg\{\neg(p \Leftrightarrow q) \wedge \neg(q \wedge q)\} \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

1.82) Demuestre, utilizando dos métodos, que:

$\{p \Rightarrow (q \vee p)\} \Leftrightarrow \{(p \vee q) \Leftrightarrow p\}$

1.83) Demuestre : $\neg(p \Rightarrow \neg(p \vee q)) \vee (q \Rightarrow \neg p) \equiv 1$

1.84) Demuestre, sin usar tablas de verdad, que:

$\{(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)\} \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ es una tautología.

1.85) En las siguientes proposiciones, determine cuál es falsa:

a) $p \Rightarrow q \equiv \neg(p \wedge \neg q)$
b) $2 + 3^{o} = 3$ es una proposición verdadera
c) La expresión: $\neg p \vee (p \wedge \neg q)$ no es tautológica
d) $\neg\neg p \equiv \neg p$
e) La contrarrecíproca de: $\neg p \Rightarrow \neg q \equiv p \vee \neg q$

1.86) Empleando las leyes del Álgebra de Proposiciones simplifique, a su mínima expresión, las siguientes fórmulas.

a) $\neg p \wedge (q \vee p)$
b) $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge \neg q)$
c) $(p \Rightarrow q) \wedge \{(\neg p \vee q) \vee q\}$
d) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge \neg p)$
e) $(\neg p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)$

1.87) Un joven prometió a su novia. “Me casaré contigo sólo si consigo trabajo”. El joven consiguió trabajo y rehusó casarse con ella. La novia lo demandó por romper su promesa. ¿Tiene ella la razón? Sugerencia: Escriba la fórmula.

Problemas de Razonamiento Lógico

1) Colores

Almorzaban juntos tres periodistas: El Sr. Blanco, el Sr. Rojo y el Sr. Negro; uno de los cuales lleva corbata blanca, otro roja y el otro corbata negra, pero no necesariamente en ese orden.

En un corto dialogo, el Sr. de la corbata roja dice: "Es curioso que a pesar de que nuestros apellidos son los mismos que los colores de nuestras corbatas, ninguno lleva la que le corresponde al suyo". El Sr. Blanco responde: "Usted tiene razón".

¿De qué color es la corbata de cada periodista?

2) Verdades y Mentiras

Un viajero llega a un punto del camino, que se divide en dos (forma de Y). En tal punto hay dos personas, una de ellas dice tan solo mentiras, mientras que la otra sólo dice verdades. Si el viajero no sabe cuál de las personas es mentirosa, ¿cómo averiguará cuál es el camino correcto con tan solo una pregunta?

3) Número de Alumnos

En un examen de Matemáticas se presentaron todos los alumnos de un paralelo del colegio. El 10% del total obtuvo como calificación 8, el 40% obtuvo calificación 12, el 20% calificación 16 y los 27 restantes, calificación 20. Determine el número de alumnos que tiene el paralelo del colegio.

Evaluación No.1

1) Aplique las leyes de Morgan a los siguientes literales:

a) $\neg p \Rightarrow q$

b) $p \wedge \neg q$

c) $\neg\neg s \vee t$

d) $\neg(\neg p \Rightarrow \neg q)$

e) $p \downarrow q$

2) Determine la traducción correcta de la frase: “Si estudio aprenderé lógica y sabré razonar pero si no estudio estaré en dificultades”siendo las proposiciones:

a: estudio

b: aprenderé lógica

c: sabré razonar

d: estaré en dificultades

a) $\{(a \Rightarrow b) \wedge c\} \vee \{\neg a \Rightarrow d\}$

b) $\{\neg(a \wedge \neg c) \vee c\} \vee \{a \vee d\}$

c) $\{c \wedge (\neg a \vee c)\} \wedge (d \vee a)$

d) $\{(\neg a \vee \neg c) \wedge c\} \wedge \{a \vee d\}$

e) $\{c \wedge (a \vee c)\} \wedge (\neg d \vee a)$

3) Determine cuál es la contrarecíproca de la frase: “Si no amo a mi esposa, no soy feliz”, si las proposiciones son: p: amo a mi esposa; q: soy feliz.

a) $p \Rightarrow \neg q$

b) $\neg(p \wedge \neg q)$

c) $\neg q \vee p$

d) $\neg p \Rightarrow q$

e) $q \vee \neg p$

4) Simplificar: $\{\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg q\} \vee q$

5) Demuestre la siguiente equivalencia lógica.

$(p \wedge \neg q) \Rightarrow 0 \equiv (p \Rightarrow q)$

Evaluación No.2

1) En las siguientes proposiciones, determine cuál es falsa:

a) $p \Rightarrow \neg q \equiv \neg(p \wedge q)$

b) La expresión: $[(p \Rightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$ es tautológica

c) La inversa de: $\neg p \vee q$ es $\neg p \Rightarrow q$

d) $\neg p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow p$

e) $1 - 2^{o} = 5^{o}$ es una proposición falsa

2) La recíproca de la proposición:

"Si el terremoto es un fenómeno o un desastre natural, entonces, no es un simple sismo." Es:

a) Si el terremoto no es un simple sismo, entonces, es un fenómeno o un desastre natural.

b) Si el terremoto es un simple sismo, entonces, no es un fenómeno o un desastre natural.

c) Si el terremoto es un simple sismo, entonces, es un fenómeno o un desastre natural.

d) Si el terremoto no es un simple sismo, entonces, no es un fenómeno o un desastre natural.

e) Si el terremoto es un simple sismo, entonces, no es un fenómeno ni un desastre natural.

3) Demuestre, usando culaquier método, que:

$\neg(p \Rightarrow \neg(p \vee q)) \vee (q \Rightarrow \neg p) \equiv 1$

4) Determine la negación de: "Si la guerra se detiene, entonces podré seguir estudiando o trabajando". Siendo:

p: la guerra se detiene.

q: seguiré estudiando.

r: seguiré trabajando.

a) $(\neg p \wedge q) \wedge \neg r$

b) $\neg(p \wedge q) \wedge \neg r$

c) $r \wedge (\neg q \wedge \neg p)$

d) $(q \wedge \neg p) \wedge \neg r$

e) $(\neg q \wedge p) \wedge \neg r$

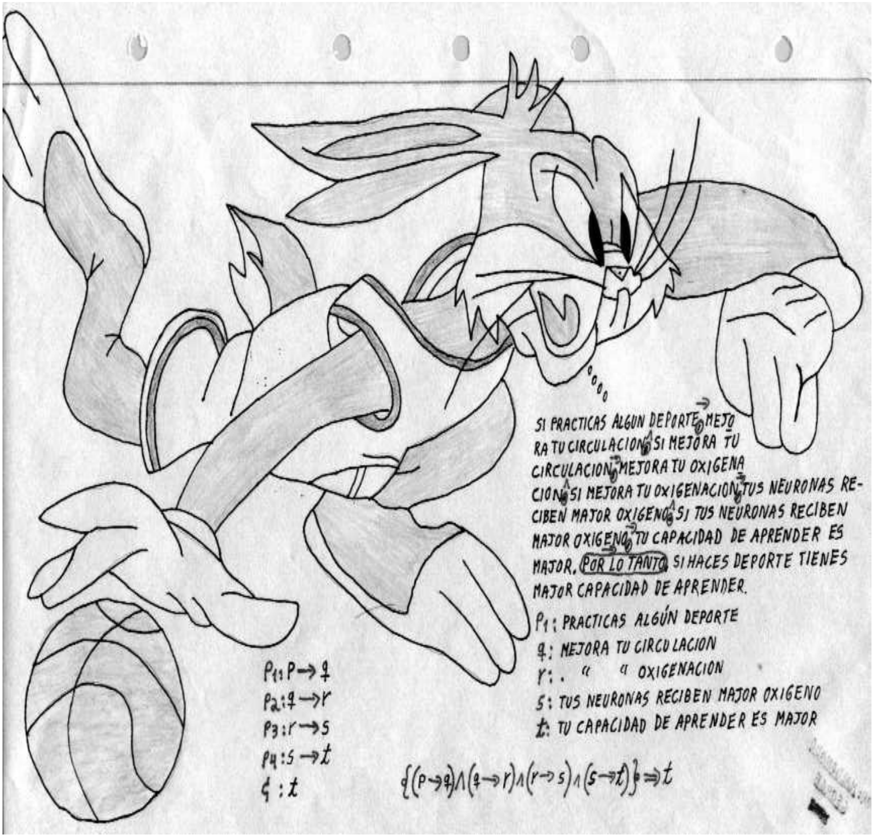
Leyes de Inferencia

Objetivos

Después de estudiar esta sección, el lector estará en capacidad de:

• Definir qué es un razonamiento.
• Reconocer los métodos para determinar la validez de un razonamiento.
• Aplicar las reglas de inferencia adecuadas para concluir sobre la validez o no de un argumento, partiendo del establecimiento de proposiciones y premisas.
• Reconocer las principales leyes de la lógica matemática.
• Aplicar las reglas de la lógica matemática para demostrar que una conclusión es una consecuencia lógica de las premisas.
• Deducir cuando un razonamiento es válido o no.
• Comprobar si un razonamiento es lógicamente verdadero o falso mediante la aplicación del método del absurdo.
• Comprobar la validez de una conclusión aplicando el método del absurdo.
• Relacionar los contenidos de la sección con otras ciencias.
• Formular problemas del entorno con los contenidos vistos.

Fotografía No.1



Ref. Imagen: Cía. Warner Bros

1.4.1 Introducción

Una parte muy importante de la Lógica Matemática es la inferencia y deducción. Las reglas de inferencia rigen el uso de los términos de enlace. Para obtener las leyes de la inferencia se empieza con un conjunto de fórmulas llamadas premisas o proposiciones, que pueden ser simples o compuestas. El paso de las premisas a la conclusión es una deducción.

Desde Aristóteles, la lógica ha dado especial preferencia a las inferencias deductivas. La validez del razonamiento deductivo, o sea, la validez de la conclusión inferida, depende del juicio o los juicios de que se parte sean válidos.

La idea de inferencia se expresa: de premisas verdaderas, se obtienen sólo conclusiones que son verdaderas.

Una conclusión que se obtiene, se dice que es una consecuencia lógica de las premisas si cada paso que se da para llegar a la conclusión está permitido por una regla.

Para aplicar las leyes de inferencia se aplica mucho el concepto de razonamiento. Un razonamiento esta formado por proposiciones que juegan el papel de premisas (P) (llamadas también hipótesis (H)) y por proposiciones que actúan como conclusión (C). La conclusión es siempre la proposición que se induce de las hipótesis. El razonamiento consiste en pasar de verdades conocidas (premisas iniciales) a una verdad no conocida (conclusión).

En la Lógica Matemática nos interesa determinar si un razonamiento es válido o no.

Determinar la validez de un razonamiento no quiere decir que vamos a analizar si lo que se afirma en un razonamiento es verdadero o falso, lo que se va a determinar es sí el razonamiento esta bien estructurado o no. Si lo esta, es válido, caso contrario es no válido. De ahí que un razonamiento puede ser válido, aunque parta de hipótesis falsas.

Los pasos para la traducción de razonamientos se indicó en la sección 1.2.4.

Métodos para Determinar la Validez de Razonamientos

Existen tres métodos para determinar la validez o no de un razonamiento:

1. Tablas de verdad, Sección 1.2
2. Por demostraciones formales (leyes de inferencia), se va a analizar en 1.4.2

3. Por demostración partiendo de que la conclusión es falsa (método del absurdo), se va a ver en la Sección 1.4.3

En la sección 1.2 se analizó que para determinar la validez de algunos razonamientos se hacía uso de las tablas de verdad, lo cual resulta muy engorroso cuando existen más de 3 letras proposicionales, debido al gran tamaño de la tabla que se generaría. Surge pues necesario introducir una nueva técnica. Esta técnica, consiste en utilizar ciertas leyes, llamadas leyes de inferencia.

Antes de estudiar las leyes de inferencia, vamos a distinguir la diferencia entre la validez y el valor de verdad de la conclusión de un argumento dado. Para ello, consideremos el ejemplo demostrativo tomado en forma textual de Seymour (2006).

Estamos en un estadio de fútbol; uno de los jugadores toma la pelota en la media cancha, se corre a la banda derecha y manda un centro a media altura que el centro delantero conecta de cabeza y anota el gol que a la postre dio el triunfo al equipo local. Si se analizamos esta situación, nos daremos cuenta que para conseguir ese gol se siguió un determinado proceso que se inicio al tomar la pelota ese jugador en la media cancha; el entrenador les había dicho a sus hombres que si hacían eso, conseguirían goles como lo consiguieron. Su consejo o "argumento" tuvo un valor de verdad "verdadero".

Pensemos ahora que antes de terminar el partido el otro equipo anotó un gol en forma similar, pero con la diferencia de que el centro delantero anotó el gol con la mano, en vez de hacerlo con la cabeza. Por supuesto, el árbitro tuvo que invalidar ese gol, porque el proceso utilizado no era válido, aunque se tuvo un valor de verdad "verdadero" al adentrarse la pelota en la portería.

En el estudio de la Lógica Matemática, existirán situaciones muy similares, igual que en el fútbol hay muchos tipos de pases de balón que conducen al mismo fin. En la Lógica hay múltiples formas de verificar un argumento para llegar a averiguar si la conclusión se desprende "validamente" de las premisas; sólo que como hay métodos válidos, también hay no válidos".

De hecho, se pueden presentar 4 casos en un argumento:

- Conclusión válida y verdadera.
- Conclusión válida y falsa.
- Conclusión no válida y verdadera.
- Conclusión no válida y falsa.

1.4.2 Leyes de Inferencia

Cada vez que se emplee leyes de inferencia para demostrar una conclusión, se observará que existe una relación lógica entre la hipótesis y la conclusión, de tal manera que se estará obligado a aceptar la conclusión cuando se haya aceptado la hipótesis. Esto quiere decir que una inferencia requiere una conexión lógica entre hipótesis y conclusión, la cual se expresa como "hipótesis ==> conclusión". Luego, cualquier inferencia deductiva que se realice tomará la forma de un condicional.

Para garantizar que las conclusiones de los razonamientos son válidas, se empleará las leyes de la lógica, las cuales reciben el nombre de leyes de inferencia.

Las leyes de inferencia expresan que sólo es posible obtener conclusiones ciertas, de premisas ciertas.

Las leyes de inferencia son del tipo:

P_1

P_2

P_3

...

P_n

C; en donde P_1, P_2, P_3 y P_n son premisas y C es la conclusión.

Otra forma de expresar lo anterior es:

$(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \ldots \wedge P_n) \Rightarrow C$

Vale indicar que un buen número de teoremas de Matemática tiene la estructura dada anteriormente.

Estrategias Metodológicas para el uso de las leyes de inferencia

- Se sugiere colocar cada premisa entre paréntesis.
- Se debe indicar qué regla se aplica.
- Se sugiere efectuar una sola deducción en una línea.
- Por lo general, la última deducción será la conclusión que se busca obtener.

Antes de entrar a analizar en detalle las leyes de inferencia que con más frecuencia se utiliza en las demostraciones matemáticas se retoma las equivalencias lógicas más importantes vistas en la Sección 1.3 y que van a servir en muchos problemas para demostrar la validez o para encontrar la conclusión de un razonamiento.

Principales Leyes del Álgebra de Proposiciones

$p \vee q \equiv q \vee p$	Propiedad Conmutativa
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$	Propiedad Asociativa
$p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propiedad Conmutativa
$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	Propiedad Asociativa
$p \wedge p \equiv p$	Ley de la Idempotencia
$p \wedge \neg p \equiv 0$	Ley de la Contradicción
$p \equiv \neg\neg p$	Ley de la Doble Negación
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	Ley de Morgan
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Ley de Morgan
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$	Ley de la Contraposición
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Ley del Condicional
$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	Ley del Bicondicional

Obsérvese en las Leyes del Álgebra que las propiedades conmutativa y asociativa sólo se aplican a los operadores $\wedge$ y $\vee$. Igual caso sucede con la equivalencia de la absorción. Las Leyes de Morgan sólo afectan a dos proposiciones simples o compuestas que estén unidas con el operador $\wedge$ o $\vee$.

Algo importante que hay que recordar es que las equivalencias tautológicas actúan en ambos sentidos.

Regla No.1: Modus Ponendo Ponens

P1: $p \Rightarrow q$
P2: p
C: q

Signos iguales

En forma horizontal es: $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p)\} \Rightarrow q$

Signos iguales

Esta ley se aplica a las proposiciones condicionales y dice que si se tiene (p==>q) y p, se puede deducir como conclusión q. Esta ley también se la conoce con el nombre de regla de separación.

El esquema anotado indica que si aceptamos las premisas P1 y P2 como verdaderas, entonces, el razonamiento válido nos obliga a aceptar que la conclusión C es también verdadera.

El nombre modus ponendo ponens se puede explicar de la siguiente manera: Esta regla de inferencia es el método (modus), que afirma (ponens) el consecuente, afirmando (ponendo) el antecedente.

El lector puede verificar que la Regla No. 1 se trata de una tautología. Nótese también que el orden de p y $p \Rightarrow q$ no afecta la conclusión, ya que la conjunción es conmutativa.

Sugerencias Metodológicas para Resolver Problemas de Razonamientos

- Se debe colocar todas las premisas entre paréntesis.
- Para demostrar y obtener una conclusión, se debe empezar por la premisa que tiene una sola letra (una sola proposición).

EJEMPLO 1:

O el país no progresa o los políticos cambian su actitud. El país progresa. ¿Qué se puede concluir?

SOLUCIÓN

p: el país progresa.

q: los políticos cambian su actitud.

P1: $\rceil p \vee q$

P2: p

$\{(\rceil p \vee q) \wedge (p)\} \Rightarrow$	Planteamiento
$\{(p \Rightarrow q) \wedge (p)\} \Rightarrow$	Ley del Condicional
$\{(p) \wedge (p \Rightarrow q)\} \Rightarrow$	Propiedad Conmutativa
$q \Rightarrow$	R1

Conclusión: q: los políticos cambian su actitud.

IMPORTANTE:

- Para aplicar R1, una de las premisas debe ser un condicional. Si no hay, se debe cambiarla a condicional (si es que es posible), como el caso del ejemplo anterior.

EJEMPLO 2:

Si no hace frío, entonces, el lago no se helará. No hace frío. ¿Qué se concluye?

SOLUCIÓN

p: hace frío.

q: el lago se helará.

P1: $\neg p \Rightarrow \neg q$

P2: $\neg p$

C: $\neg q$

En forma horizontal:

$$\{(\neg p \Rightarrow \neg q) \land (\neg p)\} \Rightarrow \neg q$$

Conclusión: $\neg q$: el lago no se helará

IMPORTANTE:

- Las proposiciones se pueden extraerlas de la expresión en forma positiva o negativa. Se sugiere extraerlas en forma positiva. En ambos casos la conclusión será la misma

EJEMPLO 3: Obtenga la conclusión de cada conjunto de premisas.

a) P1: p
P2: $p \Rightarrow \neg q$

$$\{(p) \land (p \Rightarrow \neg q)\} \Rightarrow \neg q$$

C: $\neg q$

b) P1: $p \land q \Rightarrow r$
P2: $p \land q$

$$\{((p \land q) \Rightarrow r) \land (p \land q)\} \Rightarrow r$$

C: r

c) P1: $p \Rightarrow q \land r$
P2: p

$$\{(p \Rightarrow (q \land r)) \land (p)\} \Rightarrow (q \land r)$$

C: $q \land r$

d) P1: $p \lor r \Rightarrow s \land \neg q$
P2: $p \lor r$

$$\{((p \lor r) \Rightarrow (s \land \neg q)) \land (p \lor r)\} \Rightarrow (s \land \neg q)$$

C: $s \land \neg q$

Obsérvese que en los ejemplos del literal b), c) y d) se ha usado paréntesis adicionales para poder visualizar mejor la aplicación de R1.

EJEMPLO 4:

En el razonamiento dado demuestre que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas dadas.

Si esta es una sociedad matriarcal, entonces el hermano de la madre es la cabeza de la familia. Si el hermano de la madre es la cabeza de la familia, entonces el padre no tiene autoridad. Esta es una sociedad matriarcal. Por tanto, el padre no tiene autoridad.

SOLUCIÓN

p: esta es una sociedad matriarcal.

q: el hermano de la madre es la cabeza de la familia.

r: el padre tiene autoridad

Simbólicamente:

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $q \Rightarrow \neg r$

P3: p

C: $\neg r$

$\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge (p)\} \Rightarrow \neg r$	Planteamiento
$\{((p \Rightarrow q) \wedge p) \wedge (q \Rightarrow \neg r)\} \Rightarrow$	Propiedad Asociativa
$\{q \wedge (q \Rightarrow \neg r)\} \Rightarrow$	R1
$\{(q \Rightarrow \neg r) \wedge q\} \Rightarrow$	Propiedad Conmutativa
$\neg r \Rightarrow$	R1

En forma vertical:

$$\begin{array}{l} P1:\ p \Rightarrow q \\ P3:\ p \\ \hline C1:\ q \end{array} \qquad \begin{array}{l} P2:\ q \Rightarrow \neg r \\ C1:\ q \\ \hline C2:\ \neg r \end{array}$$

Regla No.1 Regla No.1

Luego, la conclusión si es una deducción lógica, ya que se la ha obtenido aplicando las reglas de inferencia.

Se debe observar que es mucho mejor trabajar en forma vertical que en forma horizontal.

EJEMPLO 5: Demostrar que el razonamiento siguiente no es válido:

Si tú eres su hijo, él es tu padre. Él es tu padre. Entonces, tú eres su hijo.

SOLUCIÓN

Decir que este razonamiento no es valido, es decir que la conclusión no es consecuencia lógica de las premisas. Al hablar de validez o no validez de las conclusiones se hace referencia a la forma del razonamiento. Respecto a su forma lógica, un razonamiento o es válido o es no válido.

p: tú eres su hijo

q: él es tu padre

Simbolizando:

P1: $p \Rightarrow q$

P2: q

C: p

La conclusión no es válida, por consiguiente el razonamiento no es válido. No se puede aplicar R1

?

Advertencia: De $\{(\neg p \Rightarrow q) \wedge (p)\}$ no se puede deducir q, dado que $\neg p$ y p tienen signos diferentes.

EJEMPLO 6: De las premisas dadas, obtener una conclusión válida.

P1: $\neg(p \wedge \neg q)$

P2: p

Solución

$$\begin{array}{c} \text{P1: } \neg(p \wedge \neg q) \\ \hline \text{C1: } \neg p \vee q) \end{array} \qquad \begin{array}{c} \text{C1: } \neg p \vee q \\ \hline \text{C2: } p \Rightarrow q \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{C2: } p \Rightarrow q \\ \text{P2: } p \\ \hline \text{C3: } q \end{array}$$

Ley de Morgan   Condicional   Regla No.1

Advertencia:

$\neg(p \wedge \neg q) \equiv \neg p \wedge q$ ¿por qué?

Vale indicar que no existe limitación respecto al número de veces que se puede aplicar en una demostración una ley determinada; así, el ejemplo 4 requirió 2 veces la aplicación de R1

Sección de Problemas 1.4.2 R1

1.88) ¿Qué conclusión se obtiene de las siguientes premisas utilizando la regla Modus Ponendo Ponens?

a) Si esta plantación de maracuya no crece, entonces, o necesita más agua o necesita mejor abono. Esta plantación de maracuya no crece.

b) Si estudio en el colegio Dolores Sucre, entonces, recibo una educación de calidad. Estudio en el Colegio Dolores Sucre.

c) Si 2 es mayor que 1, entonces, 3 es mayor que 1. Si 3 es mayor que 1, entonces 3 es mayor que 0. 2 es mayor que 1.

d) Si la situación económica del país es compleja, entonces, los que dirigen la nación no tienen sentido de responsabilidad. La situación económica del país es compleja.

e) $x + 2 = 1$ o $\sqrt{16} = 4$ y $x + 2 \neq 1$

1.89) Obtenga una conclusión de cada conjunto de premisas utilizando R1

a) Si está lloviendo, entonces, el reloj es fino. Está lloviendo.

b) Si hoy es sábado, mañana es domingo. Hoy es sábado.

c) $x>15$ o $x^2 > 125$. $x\leq 15$

d) Si se levanta aire húmedo, entonces, refrescará. Si refresca, entonces se formarán nubes. Se levanta aire húmedo.

e) No es verdad que: estudio y no pierdo de año. Estudio.

1.90) Si la Matemática no es interesante, entonces, la vida no tiene sentido. La vida tiene sentido. ¿Qué se puede concluir?

1.91) Sí él esta en el partido de fútbol, entonces, él esta en el estadio. Él está en el partido de fútbol. ¿Qué conclusión válida se obtiene?

1.92) Si hoy es domingo, jugaré fútbol. Hoy no es domingo. ¿Qué se deduce?

1.93) Si es perro, tiene 4 patas. Tiene 4 patas. ¿Existe una conclusión?, ¿Cuál es?

1.94) Demuestre: $\neg q$
P1: $\neg(\neg p \wedge q)$
P2: $\neg p$

1.95) Demuestre: $\neg\neg q$
P1: $\neg p \Rightarrow q$
P2: $\neg p$

1.96) Demuestre: $p \vee q$
P1: $r \Rightarrow \neg\neg(p \vee q)$
P2: r

1.97) Demuestre: n
P1: $m \Rightarrow \neg p$
P2: $\neg p \Rightarrow n$
P3: m

1.98) Demuestre: q
P1: $j \Rightarrow k \wedge m$
P2: j
P3: $k \wedge m \Rightarrow \neg\neg q$

1.99) Demuestre: $\neg t$
P1: $r \Rightarrow \neg t$
P2: $s \Rightarrow r$
P3: s

1.100) Demuestre: c
P1: $a \Rightarrow b \wedge d$
P2: $b \wedge d \Rightarrow c$
P3: a

1.101) Demuestre: $\neg s$

P1: t

P2: $t \Rightarrow \neg q$

P3: $q \vee \neg s$

1.102) Demuestre: c

P1: $a \Rightarrow \neg b$

P2: $b \vee c$

P3: a

1.103) Demuestre la validez del siguiente argumento:

Si voy de compras, comprare un sofá. Si compro un sofá, entonces, compraré dos sillones. Voy de compras; luego, compré dos sillones.

1.104) Demostrar que la conclusión del razonamiento es consecuencia lógica de las premisas dadas.

Si $x + 0 = y$, entonces $x = y$. $x + 0 = y$. Si $x = y$, entonces, $x + 2 = y + 2$. Por lo tanto, $x + 2 = y + 2$

1.105) Encuentre una conclusión válida para el siguiente razonamiento:

Si Juana no grita, sus hijos no le obedecen. Si los hijos de Juana no le obedecen, entonces, Juana se enoja. Juana no esta gritando.

1.106) Demuestre que la Regla de Inferencia No.1 es una equivalencia tautológica.

1.107) Encuentre una conclusión válida para las siguientes premisas:

P1: $a \vee b$

P2: $\neg a$

Regla No.2: Modus Tollendo Tollens

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $\neg q$ $\longrightarrow$ Signos diferentes

C: $\neg p$

Esta ley tiene nombre latino y se aplica a las proposiciones condicionales. La ley dice que negando (tollendo) el consecuente, se puede negar (tollens) el antecedente de la condicional.

Signos diferentes

En forma horizontal: $\{(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q)\} \Rightarrow (\neg p)$

Signos diferentes

Recuerde que la fórmula también puede estar en la forma $\{\neg q \wedge (p \Rightarrow q)\} \Rightarrow \neg p$, dado que la conjunción es conmutativa.

EJEMPLO 1:

O la selección clasifica a un mundial o el público no asistirá los estadios. El público asiste a los estadios. ¿Qué se concluye?

Solución

p: la selección clasifica a un mundial.

q: el público asistirá los estadios.

P1: $p \vee \neg q$

P2: q

$$\frac{P1:\ p \vee \neg q}{C1:\ \neg p \Rightarrow \neg q} \qquad \frac{\begin{array}{l} C1:\ \neg p \Rightarrow \neg q \\ P2:\ q \end{array}}{C2:\ p}$$

Condicional   Regla No.2

Conclusión: p: la selección clasifica a un mundial.

EJEMPLO 2:

Si no tiene luz propia, entonces el astro no es una estrella. El astro es una estrella. ¿Qué se puede concluir?

SOLUCIÓN

p: el astro tiene luz propia.

q: el astro es una estrella.

Simbólicamente:

$$\{(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge q\} \Rightarrow p$$

P1: $\neg p \Rightarrow \neg q$
P2: q

C1: p
Conclusión: p: el astro tiene luz propia.

ADVERTENCIA:

- El negativo de $\neg p$ es p

EJEMPLO 3: Obtenga las conclusiones de las siguientes premisas:

a) P1: $q \vee r \Rightarrow s$
P2: $\neg s$

$$\{((q \vee r) \Rightarrow s) \wedge (\neg s)\} \Rightarrow \neg(q \vee r)$$

C: $\neg(q \vee r)$

b) P1: $p \Rightarrow \neg q$
P2: $\neg\neg q$

$$\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg\neg q)\} \Rightarrow \neg p$$

C: $\neg p$

EJEMPLO 4: Dadas las premisas P1, P2 y P3 demostrar que se obtiene $x = 0$

P1: $x \neq 0 \Rightarrow x = y$
P2: $x = y \Rightarrow x = z$
P3: $x \neq z$

SOLUCIÓN

P1: $x = y \Rightarrow x = z$
P3: $x \neq z$

C1: $x \neq y$
Regla No.2

P2: $x \neq 0 \Rightarrow x = y$
C1: $x \neq y$

C2: $x = 0$
Regla No.2

Obsérvese que la negación de ≠ es =. Este ejercicio también se lo podía haber planteado haciendo un cambio de variables, así: p: $x = 0$; q: $x = y$; r: $x = z$

Y se tendría:
P1: $\neg p \Rightarrow q$
P2: $q \Rightarrow r$
P3: $\neg r$

Ejemplo 5:
En el razonamiento dado demuéstrese que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas.

Si Juan es más alto que Pedro, entonces María es más baja que Juana. María no es más baja que Juana. Si Juan y Luis tienen la misma estatura, entonces Juan es más alto que Pedro. Por tanto, Juan y Luis no tienen la misma estatura.

Solución
p: Juan es más alto que Pedro.
q: María es más baja que Juana.
r: Juan y Luis tienen la misma estatura.
Simbólicamente:
P1: $p \Rightarrow q$
P2: $\neg q$
P3: $r \Rightarrow p$
C: $\neg r$

$$\begin{array}{l} \text{P1: } p \Rightarrow q \\ \text{P2: } \neg q \\ \hline \text{C1: } \neg p \end{array}$$
Regla No.2

$$\begin{array}{l} \text{P3: } r \Rightarrow p \\ \text{C1: } \neg p \\ \hline \text{C2: } \neg r \end{array}$$
Regla No.2

El lector debe notar que en este ejemplo la proposición r puede subdividirse en otras dos proposiciones. Al hacerlo se obtiene la misma conclusión. Demuéstrelo.

Ejemplo 6:
Demostrar que la regla de inferencia Modus Tollendo Tollens es una equivalencia tautológica.

SOLUCIÓN

La regla dice: $\{(p \Rightarrow q) \land \neg q\} \Rightarrow \neg p$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \land \neg q$	$(1) \Rightarrow \neg p$
					(1)	(2)
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1

Si se observa la columna (2) se aprecia que la tabla obtenida es una tautología,[1] es decir siempre es verdadera cualquiera sean los valores de p y q

EJEMPLO 7: Dadas las premisas P1 y P2, demostrar que se obtiene p

P1: $\neg(\neg p \land \neg q)$

P2: $\neg q$

C: p

SOLUCIÓN

P1: $\neg(\neg p \land \neg q)$

C1: $p \lor q$

Ley de Morgan

C1: $p \lor q$

C2: $\neg p \Rightarrow q$

Condicional

C2: $\neg p \Rightarrow q$

P2: $\neg q$

C3: p

Regla No.2

ADVERTENCIA: P1: $p \Rightarrow q$

P2: $\neg p$

C: $\neg p$ no es correcto, ¿por qué?

---

[1] En general se puede comprobar que todas las leyes de inferencia son formas tautológicas.

Sección de Problemas 1.4.2 R2

1.108) Si Enrry no ama a Mireya luego el amor entre ellos se acabaría. El amor entre ellos no se acabará. ¿Qué se puede concluir?

1.109) Determine una conclusión válida par el siguiente razonamiento.

Si el hijo no cumple sus obligaciones académicas, sus padres no se sentirán orgullosos. Si el hijo cumple sus obligaciones académicas, sus padres estarán felices. Sus padres no están felices.

1.110) ¿Qué conclusión válida se puede deducir de cada uno de los conjuntos de premisas utilizando la regla Modus Tollendo Tollens?

a) Si un ángulo de un triángulo es mayor que 90º, entonces, la suma de los otros 2 ángulos es menor que 90º. La suma de los otros 2 ángulos no es menor de 90º

b) Si el arriendo se mantiene válido, entonces, el dueño es responsable de las reparaciones. El dueño no es responsable de las reparaciones.

c) Víctor no es mi hermano. Si Matilde es mi hermana, entonces Víctor es mi hermano.

1.111) Determine la conclusión que valida el siguiente razonamiento.

Puedes asegurar tu futuro si estudias. Si no estudias, no todo será fácil en el camino. Tu futuro no está asegurado.

a) Todo será fácil en el camino.
b) Estudias
c) No todo será fácil en el camino.
d) Si estudias, no puedes asegurar tu futuro.
e) Si estudias, todo será fácil en el camino

1.112) Encuentre una conclusión válida para el siguiente razonamiento.

Si $x = y$ entonces $x = z$. Si $x \neq y$ entonces $x = w$. $x \neq z$.

1.113) Dadas las premisas:

P1: Recibo recompensa, si cumplo con mi deber.

P2: Si soy perezoso, no recibo recompensa.

P3: Soy perezoso.

Entonces, una conclusión valida a partir de las premisas dadas es:

a) Cumplo con mi deber.

b) Si recibo recompensa cumplo con mi deber.

c) No cumplo con mi deber.

d) Cumplo con mi deber o recibo recompensa.

e) No es verdad que: Cumplo con mi deber y recibo recompensa.

1.114) Obtenga una conclusión valida para los siguientes conjuntos de premisas:

a) P1: $p \Rightarrow (q \land r)$

P2: $\neg(q \land r)$

b) P1: $\neg p \Rightarrow \neg q$

P2: $r \Rightarrow q$

P3: $\neg p$

1.115) Demuestre: $\neg a$

P1: $a \Rightarrow b$

P2: $b \Rightarrow c$

P3: $c \Rightarrow d$

P4: $\neg d$

1.116) Demuestre: $x = 0$

P1: $x \neq 0 \Rightarrow y = 1$

P2: $x = y \Rightarrow y = w$

P3: $y = w \Rightarrow y \neq 1$

P4: $x = y$

1.117) Demuestre: $\neg s$

P1: $q \lor \neg t \Rightarrow p$

P2: $\neg p$

P3: $\neg q \land t \Rightarrow \neg s$

1.118) Demuestre: $\neg\neg r$

P1: $s \Rightarrow \neg t$

P2: t

P3. $\neg s \Rightarrow r$

1.119) Demuestre: $\neg p$

P1: $\neg p \vee \neg q$

P2: q

1.120) Demuestre: $\neg\neg r$

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $\neg q$

P3: $\neg p \Rightarrow r$

1.121) Demuestre: p

P1: $\neg(p \wedge \neg q)$

P2: $\neg q$

1.122) Demuestre que p es una conclusión no valida del siguiente conjunto de premisas:

P1: $\neg p \vee q$

P2: $\neg q$

1.123) Determine una conclusión válida para el siguiente razonamiento:

Si jugar ajedrez es un arte, no me aburro. No me arrepiento de aprender a jugar ajedrez. No es verdad que: jugar ajedrez no es un arte y que no me arrepiento de aprender a jugar ajedrez.

1.124) Si estudio, aprenderé Matemática. No aprenderé Matemática. ¿Qué se concluye?

1.125) Considere las premisas:

P1: Si Pedro ha obtenido las mejores calificaciones y ha trabajado mucho, entonces, se ha ganado el respeto de sus compañeros.

P2: Si Pedro se ha ganado el respeto de sus compañeros, entonces ha sido un estudiante solidario o respetuoso.

P3: Pedro no ha sido solidario ni respetuoso.

Por lo tanto se puede concluir que:

a) Pedro ha obtenido las mejores calificaciones o ha sido respetuoso y solidario.

b) Pedro ha obtenido las mejores calificaciones.

c) Pedro no ha obtenido las mejores calificaciones o no ha trabajado mucho.

d) Si Pedro no ha sido respetuoso ni solidario, entonces, ha obtenido las mejores calificaciones.

e) Pedro ha obtenido las mejores calificaciones o no ha trabajado mucho.

Regla No.3: Simplificativa

P1: $p \wedge q$
C1: p
C2: q

Esta ley dice que si la proposición compuesta $p \wedge q$ es cierta, cada una de las conclusiones que de ella se obtenga también será cierta. Esta ley sólo se aplica para el operador lógico $\wedge$.

En forma horizontal se tiene: $(p \wedge q) \Rightarrow p$

O también: $(p \wedge q) \Rightarrow q$

Obsérvese que R3 no se puede aplicar a $p \wedge q \Rightarrow r$ cuyo significado es $(p \wedge q) \Rightarrow r$; pero se puede aplicar a $p \wedge (q \Rightarrow r)$ obteniendo como conclusión p o $(q \Rightarrow r)$.

Es importante saber que operador es el que predomina. Véase Sección 1.2

Sugerencia metodológica para resolver problemas

• Si no hay una premisa que tenga una sola letra (proposición) se debe empezar por una en donde el operador lógico principal sea el de conjunción ($\wedge$)

EJEMPLO 1:

La enseñanza particular es de mediana calidad sin embargo los profesores no son bien remunerados. ¿Qué se puede deducir?

Solución

p: la enseñanza particular es de mediana calidad.

q: los profesores son bien remunerados.

Luego: $p \land \neg q$

Conclusión 1: p: la enseñanza particular es de mediana calidad.

Conclusión 2: $\neg$q: los profesores no son bien remunerados.

Importante: q también podía haber sido: los profesores no son supervisados.

En este caso, la traducción hubiese sido: $p \land q$

Ejemplo 2:

De la frase: El cumpleaños de Mercedes es el viernes, pero, el mío es el sábado. ¿Qué se puede concluir?

Solución

p: el cumpleaños de Mercedes es el viernes.

q: el cumpleaños mío es el sábado.

En forma simbólica es: $p \land q$

De la premisa dada se pueden concluir 2 proposiciones.

C1: p, o sea: el cumpleaños de Mercedes es el viernes.

C2: q, o sea: el cumpleaños mío es el sábado.

Importante:

- Recuérdese que $p \land q$ se traduce como: p pero q, p sin embargo q, …

Ejemplo 3: Obtenga conclusiones de las siguientes premisas empleando R3

P1:	a) $(p \lor q) \land r$	b) $\neg t \land s$	c) $(p \Rightarrow q) \land r$
C1:	$p \lor q$	$\neg t$	$p \Rightarrow q$
C2:	r	s	r

Ejemplo 4: Obtenga una conclusión valida para el siguiente razonamiento tomado de espol (2008).

Si Tomás tiene 17 años, entonces Tomás tiene la misma edad que Juana. Si Pedro tiene distinta edad que Tomás, entonces Pedro tiene distinta edad que Juana. Tomás tiene 17 años y Pedro tiene la misma edad que Juana.

SOLUCIÓN

p: Tomás tiene 17 años.
q: Tomás tiene la misma edad que Juana.
r: Pedro tiene la misma edad que Tomás.
s: Pedro tiene la misma edad que Juana.
P1: $p \Rightarrow q$
P2: $\rceil r \Rightarrow \rceil s$
P3: $p \wedge s$

$$\begin{array}{l} \text{P3: } p \wedge s \\ \hline \text{C1: } p \\ \text{C2: } s \end{array}$$

Regla No.3

$$\begin{array}{l} \text{P1: } p \Rightarrow q \\ \text{C1: } p \\ \hline \text{C3: } q \end{array}$$

Regla No.1

$$\begin{array}{l} \text{P3: } \rceil r \Rightarrow \rceil s \\ \text{C2: } s \\ \hline \text{C4: } r \end{array}$$

Regla No.2

Luego, la conclusión puede ser cualquiera de las cuatro que se han obtenido.

Tomando a C4 se obtiene: C: q, o sea: Tomás tiene la misma edad que Juana.

Obsérvese que en este ejemplo se han aplicado 3 leyes y que en la premisa P3 se ha obtenido como conclusión sus dos proposiciones. El lector debe observar que la negación de "distinta edad" es "la misma edad". Otras conclusiones pueden haber sido simplemente q o simplemente r, aplicando nuevamente la regla simplificativa.

EJEMPLO 5: Demuestre que la equivalencia $\rceil (q \wedge r) \equiv \rceil q$ es falsa.

q	r	$\rceil q$	$q \wedge r$	$\rceil (q \wedge r)$	$\rceil (q \wedge r) \equiv \rceil q$
1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1

Luego, se aprecia que en la última columna no todos los valores son verdaderos, por consiguiente, no es válida la equivalencia dada. Este ejemplo pone en evidencia que hay que tener mucho cuidado en la aplicación de las leyes de inferencia.
Recuerde que el signo de equivalencia $\equiv$ es otra forma de representar al operador bicondicional $\Leftrightarrow$

EJEMPLO 6: Demuestre: $\neg t$
P1: $\neg(p \vee \neg q)$
P2: $\neg p \Rightarrow \neg r$
P3: $t \Rightarrow r$
Solución
En este caso se pide que la conclusión sea $\neg t$

$$\frac{\text{P1: } \neg(p \vee \neg q)}{\text{C1: } \neg p \wedge q}$$
Ley de Morgan

$$\frac{\text{C1: } \neg p \wedge q}{\begin{array}{l}\text{C2: } \neg p \\ \text{C3: } q\end{array}}$$
Regla No.3

$$\frac{\begin{array}{l}\text{P2: } \neg p \Rightarrow \neg r \\ \text{C2: } \neg p\end{array}}{\text{C4: } \neg r}$$
Regla No.1

$$\frac{\begin{array}{l}\text{P3: } t \Rightarrow r \\ \text{C3: } \neg r\end{array}}{\text{C5: } \neg t}$$
Regla No.2

EJEMPLO 7: Encuentre una conclusión válida para el siguiente conjunto de premisas.
P1: $\neg(\neg p \Rightarrow q)$
P2: $t \Rightarrow p$
P3: $\neg q \Rightarrow \neg t$

SOLUCIÓN

$$\frac{\text{P1: } \neg(\neg p \Rightarrow q)}{\text{C1: } \neg(p \vee q)}$$
Condicional

$$\frac{\text{C1: } \neg(p \vee q)}{\text{C2: } \neg p \wedge \neg q}$$
Ley de Morgan

$$\frac{\text{C2: } \neg p \wedge \neg q}{\begin{array}{l}\text{C3: } \neg p \\ \text{C4: } \neg q\end{array}}$$
Regla No.3

$$\frac{\begin{array}{l}\text{P2: } t \Rightarrow p \\ \text{C3: } \neg p\end{array}}{\text{C5: } \neg t}$$
Regla No.2

$$\frac{\begin{array}{l}\text{P3: } \neg r \Rightarrow t \\ \text{C5: } \neg t\end{array}}{\text{C6: } r}$$
Regla No.2

Cualquiera de las 6 conclusiones obtenidas es válida. Cual tomar como respuesta depende de lo que se desee demostrar.
ADVERTENCIA:
- La equivalencia $p \Rightarrow q \equiv p \vee \neg q$ es falsa ¿por qué?

Sección de Problemas 1.4.2 R3

1.126) ¿Qué conclusiones válidas se pueden deducir de las siguientes premisas usando la regla simplificativa?

a) La adquisición de valores y cultura es importante para la formación del individuo.

b) Esta inferencia es válida y aquella no es válida.

1.127) ¿Qué conclusiones válidas se pueden deducir de las siguientes premisas usando la regla simplificativa?

a) El número atómico del hidrógeno es 1 y el número atómico del helio es 2

b) Determinados banqueros del Ecuador son corruptos e irresponsables.

1.128) Encuentre una conclusión válida para el siguiente conjunto de premisas.

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $p \wedge r$

1.129) Demuestre: p

P1: $q \wedge t$

P2: $q \Rightarrow \neg r$

P3: $\neg r \Rightarrow p$

1.130) Demuestre: $\neg r$

P1: $(q \Rightarrow r) \wedge p$

P2: $r \Rightarrow t$

P3: $(q \Rightarrow r) \Rightarrow \neg t$

1.131) Determine la validez de los siguientes razonamientos:

a) Si la ballena es un mamífero, entonces, toma oxígeno del aire. Si toma su oxígeno del aire, entonces, no necesita branquias. La ballena es un mamífero y vive en el océano. Por consiguiente, no necesita branquias.

b) O no te preparas bien o no darás una buena evaluación. Si no obtienes una buena evaluación o no estudias, entonces, te preparas bien. Darás una buena evaluación. En conclusión estudias.

1.132) Obtenga una conclusión válida para el siguiente razonamiento

No es verdad: Jean Pierre estudia o no atiende las clases.

1.133) Encuentre una conclusión válida para el siguiente razonamiento:

Si el colegio La Inmaculada es un prestigioso plantel, entonces prepara excelentes estudiantes. Los profesores del colegio La Inmaculada no son altos pero están bien preparados. Si los profesores del colegio La Inmaculada están bien preparados, entonces es un prestigioso plantel.

1.134) Demuestre: $r \wedge q$

P1: $\neg s \Rightarrow \neg(p \vee \neg t)$

P2: $t \Rightarrow q \wedge r$

P3: $\neg s$

Regla No.4: Conjuntiva

P1: p

P2: q

C: $p \wedge q$

Esta ley dice que si la proposición p y q es cierta entonces la conjunción de las dos proposiciones $p \wedge q$ también será cierta. Esta ley es contraria a R3, e igualmente sólo se aplica para el operador lógico $\wedge$.

En forma horizontal se tiene: $\{(p) \wedge (q)\} ==> \{p \wedge q\}$

Para aplicar la ley No. 4 las premisas p y q deben estar presentes en el enunciado.

Ejemplo 1: Demuestre: $a \wedge c$

P1: $a \wedge \neg b$

P2: $\neg c \Rightarrow b$

Solución

$\{(a \land \neg b) \land (\neg c \Rightarrow b)\} \Rightarrow (a \land c)$ Planteamiento

$$\begin{array}{l} P1: a \land \neg b \\ \hline C1: a \\ C2: \neg b \end{array}$$
Regla No.3

$$\begin{array}{l} P2: \neg c \Rightarrow b \\ C1: \neg b \\ \hline C2: c \end{array}$$
Regla No.2

$$\begin{array}{l} C1: a \\ C2: c \\ \hline C3: a \land c \end{array}$$
Regla No.4

Ejemplo 2: Demostrar si el siguiente razonamiento es válido.

Si la huelga termina, los administradores triunfan. Si los precios de los productos de la fábrica suben, los salarios suben. Los administradores no triunfan y los salarios bajan. Por tanto, la huelga no termina y los salarios no suben.

Solución

p: la huelga termina.
q: los administradores triunfan.
r: los precios de los productos de la fábrica suben.
s: los salarios suben.

$P1: p \Rightarrow q$
$P2: r \Rightarrow s$
$P3: \neg q \land \neg s$
$C: \neg p \land \neg s$

$\{(p \Rightarrow q) \land (r \Rightarrow s) \land (\neg q \land \neg s)\} \Rightarrow (\neg p \land \neg s)$ Planteamiento

$$\begin{array}{l} P3: \neg q \land \neg s \\ \hline C1: \neg q \\ C2: \neg s \end{array}$$
Regla No.3

$$\begin{array}{l} P2: r \Rightarrow s \\ C2: \neg s \\ \hline C3: \neg r \end{array}$$
Regla No.2

$$\begin{array}{l} P1: p \Rightarrow q \\ C1: \neg q \\ \hline C4: \neg p \end{array}$$
Regla No.2

$$\begin{array}{l} C4: \neg p \\ C2: \neg s \\ \hline C5: \neg p \land \neg s \end{array}$$
Regla No.4

El razonamiento es válido, ya que se la ha obtenido empleando las reglas de inferencia.

El lector debe observar que lo contrario de sueldos altos es sueldos bajos.

Ejemplo 3: Demostrar: $\neg t$

$P1: p \Rightarrow s$
$P2: p \land q$

P3: $(s \wedge r) \Rightarrow \neg t$

P4: $q \Rightarrow r$

SOLUCIÓN

$\{(p \Rightarrow s) \wedge (p \wedge q) \wedge [(s \wedge r) \Rightarrow \neg t] \wedge (q \Rightarrow r)\} \Rightarrow \neg t$ Planteamiento

$$\frac{\text{P2: } p \wedge q}{\begin{array}{l}\text{C1: } p \\ \text{C2: } q\end{array}} \quad \frac{\begin{array}{l}\text{P1: } p \Rightarrow s \\ \text{C1: } p\end{array}}{\text{C3: } s} \quad \frac{\begin{array}{l}\text{P4: } q \Rightarrow r \\ \text{C2: } q\end{array}}{\text{C4: } r} \quad \frac{\begin{array}{l}\text{C3: } s \\ \text{C4: } r\end{array}}{\text{C5: } s \wedge r} \quad \frac{\begin{array}{l}\text{P3: } \boxed{(s \wedge r)} \Rightarrow \neg t \\ \text{C5: } \boxed{(s \wedge r)}\end{array}}{\text{C6: } \neg t}$$

Regla No.3 | Regla No.1 | Regla No.1 | Regla No.4 | Regla No.1

EJEMPLO 4: Encuentre una conclusión válida para el siguiente conjunto de premisas:

P1: $q \Rightarrow p$

P2: t

P3: $\neg p$

P4: $\neg q \wedge t \Rightarrow \neg s$

SOLUCIÓN

$$\frac{\begin{array}{l}\text{P1: } q \Rightarrow p \\ \text{P3: } \neg p\end{array}}{\text{C1: } \neg q} \quad \frac{\begin{array}{l}\text{C1: } \neg q \\ \text{P2: } t\end{array}}{\text{C2: } \neg q \wedge t} \quad \frac{\begin{array}{l}\text{P4: } \boxed{(\neg q \wedge t)} \Rightarrow \neg s \\ \text{C2: } \boxed{(\neg q \wedge t)}\end{array}}{\text{C3: } \neg s}$$

Regla No.2 | Regla No.4 | Regla No.1

Cada una de las tres conclusiones obtenidas es válida.

El lector debe notar que en la premisa P4 se han agregado los paréntesis para indicar cuál es el operador que predomina en la fórmula y poder facilitar la aplicación de la Regla No.1.

ADVERTENCIA:

- La expresión $\{p \vee q\} \Rightarrow p$ no es válida ¿por qué?

Sección de Problemas 1.4.2 R4

1.135) Demuestre: $s \wedge t$

P1: $q \Rightarrow s$

P2: $p \Rightarrow t$

P3: $p \wedge q$

1.136) Obtenga una conclusión válida de las premisas siguientes:

P1: $c \Rightarrow a$

P2: c

P3: $a \Rightarrow b$

1.137) Demuestre: $x < 5$

P1: $x < y \land x = y$

P2: $x = y \Rightarrow y \neq 5$

P3: $x < y \land y \neq 5 \Rightarrow x < 5$

1.138) Demuestre: $\rceil s \land q$

P1: $\rceil s \Rightarrow q$

P2: $\rceil (t \land r)$

P3: $s \Rightarrow t \land r$

1.139) ¿Qué se deduce de las premisas siguientes?

P1: $(p \lor q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

P2: p

P3: $r \Rightarrow s$

P4: $\rceil s$

1.140) Demuestre: $\rceil t$

P1: $\rceil (p \lor \rceil q)$

P2: $q \Rightarrow \rceil t$

P3: $t \Rightarrow p$

1.141) Demuestre la validez del siguiente razonamiento.

Si el gobierno genera fuentes de trabajo, los trabajadores se sentirán felices. Si el rendimiento laboral de los trabajadores mejora, su ingreso aumenta. Los trabajadores no se sienten felices y su ingreso no se incrementa. Por tanto, el gobierno no genera fuentes de trabajo y el rendimiento laboral disminuye.

Regla No. 5: Modus Tollendo Ponens

P1: $p \vee q$
P2: $\neg p$ ⟶ Signos diferentes
C: q

Esta ley afirma que negando (tollendo) un miembro de una disyunción se afirma (ponens) el otro miembro.

Signos diferentes

En forma horizontal es: $\{(p \vee q) \wedge (\neg p)\} \Rightarrow q$

Signos iguales

La Regla No.5 también puede expresarse como: $\{(p \vee q) \wedge (\neg q)\} \Rightarrow p$

Es decir, es suficiente que se niegue un miembro de la disyunción para que la conclusión sea el otro componente.

Dado que la conjunción es conmutativa, la presente ley de inferencia también puede expresarse como: $\{\neg p \wedge (p \vee q)\} \Rightarrow q$

Esta ley también puede deducirse de R2 aplicando la equivalencia lógica
$\neg p \Rightarrow q \equiv p \vee q$ denominada Ley del Condicional

EJEMPLO 1: Dadas las premisas compuestas obtener la conclusión de cada una de ellas:

	a)	b)	c)	d)
P1:	$(p \vee q) \vee s$	$\neg s \vee t$	$\neg p \vee \neg q$	$(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$
P2:	$\neg s$	$\neg t$	$\neg\neg p$	$\neg (p \wedge q)$
C:	$(p \vee q)$	$\neg s$	$\neg q$	$(r \wedge s)$

En forma horizontal:

a) $[\{(p \vee q) \vee s\} \wedge (\neg s)] \Rightarrow (p \vee q)$ b) $[(\neg s \vee t) \wedge \neg t] \Rightarrow (\neg s)$

c) $[(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg\neg p)] \Rightarrow (\neg q)$ d) $[\{(p \wedge q) \vee (r \wedge s)\} \wedge \neg(p \wedge q)] \Rightarrow (r \wedge s)$

EJEMPLO 2:

¿Qué conclusión se puede obtener de la frase? “Este hombre o es un abogado o no es un político. No es un abogado”.

SOLUCIÓN

p: este hombre es un abogado.

q: este hombre es un político.

P1: $p \vee \neg q$

P2: $\neg p$

Simbólicamente: $\{(p \vee \neg q) \wedge (\neg p)\} \Rightarrow \neg q$

Conclusión: $\neg q$: este hombre no es un político.

EJEMPLO 3: Encuentre una conclusión válida para el siguiente razonamiento:

Si Luis Márquez es un buen alcalde entonces San Marcos progresa. El pueblo razona su voto pero el consejo electoral lo modifica. Si San Marcos progresa, entonces, el pueblo no razona su voto. O Luis Márquez es un buen alcalde o la corrupción no termina.

SOLUCIÓN

p: Luis Márquez es un buen alcalde.

q: San Marcos progresa.

r: el pueblo razona su voto.

s: el consejo electoral modifica el voto

t: la corrupción termina.

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $r \wedge s$

P3: $q \Rightarrow \neg r$

P4: $p \vee \neg t$

$\{(p \Rightarrow q) \wedge (r \wedge \neg s) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge (p \vee \neg t)\} \Rightarrow C$

Planteamiento

$$\frac{P2: r \wedge s}{\begin{array}{l} C1: r \\ C2: s \end{array}} \qquad \frac{\begin{array}{l} P3: q \Rightarrow \neg r \\ C1: r \end{array}}{C3: \neg q} \qquad \frac{\begin{array}{l} P1: p \Rightarrow q \\ C3: \neg q \end{array}}{C4: \neg p} \qquad \frac{\begin{array}{l} P4: p \vee \neg t \\ C3: \neg p \end{array}}{C5: \neg t}$$

Regla No.3 — Regla No.2 — Regla No.2 — Regla No.5

Cualquiera de las conclusiones obtenidas es válida. Tomando a C5: Conclusión: $\neg t$: La corrupción no termina.

Ejemplo 4: Encuentre una conclusión válida para el siguiente razonamiento:

Si los precios son altos, entonces los salarios son altos. Los precios son altos o hay control de precios. Además, si hay control de precios, el costo de vida no sube. El costo de vida sube.

Solución

p: los precios son altos.
q: los salarios son altos.
r: hay control de precios.
s: el costo de vida sube.
P1: $p \Rightarrow q$
P2: $p \vee r$
P3: $r \Rightarrow \neg s$
P4: s

$\{(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee r) \wedge (r \Rightarrow \neg s) \wedge (s)\} \Rightarrow C$ Planteamiento

$$\frac{\begin{array}{l} P3: r \Rightarrow \neg s \\ P4: s \end{array}}{C1: \neg r} \qquad \frac{\begin{array}{l} P2: p \vee r \\ C1: \neg r \end{array}}{C2: p} \qquad \frac{\begin{array}{l} P1: p \Rightarrow q \\ C2: p \end{array}}{C3: q}$$

Regla No.1 — Regla No.5 — Regla No.1

Cualquiera de las 3 conclusiones obtenidas son válidas. Tomando a C3

Conclusión: q: los salarios son altos.

Otras conclusiones se pueden obtener usando la regla R4, y después las leyes de Morgan, la ley del condicional, la ley de la contraposición, etc. Así, en este caso:

C5: $C1 \wedge C2$	
C5: $\neg r \wedge p$	R4
C6: $\neg(r \vee \neg p)$	Morgan
C7: $\neg(\neg r \Rightarrow \neg p)$	Ley del Condicional
C8: $\neg(p \Rightarrow r)$	Ley de la Contraposición

EJEMPLO 5: Demuestre la validez del siguiente razonamiento.
O la sustracción es siempre posible en el sistema de números o el sistema incluye otros números además de los naturales. Si la sustracción es siempre posible en el sistema de números, entonces, el sistema incluye los enteros negativos. El sistema no incluye otros números además de los naturales. Por tanto, el sistema incluye los enteros negativos.

SOLUCIÓN

p: la sustracción es siempre posible en el sistema de números

q: el sistema incluye otros números además de los naturales.

r: el sistema incluye los enteros negativos.

P1: $p \vee q$

P2: $p \Rightarrow r$

P3: $\neg q$

C: r

$\{(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (\neg q)\} \Rightarrow r$ Planteamiento

P2: $p \vee q$

P3: $\neg q$

C1: q

Regla No.5

P2: $p \Rightarrow r$

C1: p

C2: r

Regla No.1

EJEMPLO 6: Demuestre: s

P1: $r \vee s$

P2: $\neg p$

P3: $q \vee \neg r$

P4: $p \Leftrightarrow q$

Solución

$\{(r \vee s) \wedge (\neg p) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (p \Leftrightarrow q)\} \Rightarrow s$ Planteamiento

P4: $p \Leftrightarrow q$	C1: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	C3: $q \Rightarrow p$ P2: $\neg p$	P3: $q \vee \neg r$ C4: $\neg q$	P1: $r \vee s$ C5: $\neg r$
C1: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	C2: $p \Rightarrow q$ C3: $q \Rightarrow p$	C4: $\neg q$	C5: $\neg r$	C6: s
Bicondicional	Regla No.3	Regla No.2	Regla No5	Regla No.5

EJEMPLO 7: ¿Cuál de las siguientes formas proposicionales es tautológica?

a) $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow \neg q$

b) $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow \neg p$

c) $\{(\neg q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge q\} \Rightarrow (p \wedge q)$

d) $[(p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow p$

e) Ninguna de las anteriores es tautología.

SOLUCIÓN

El procedimiento es demostrar usando las leyes de inferencia cuál alternativa es verdadera.

a) $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow \neg q$ es falso

$[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ es lo correcto usando R5

b) $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow \neg p$ es falso, no se puede aplicar R2

$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ es lo correcto

$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow q$ usando la ley simplificativa (R3)

?

c) $\{(\neg q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge q\} \Rightarrow (p \wedge q)$ es falso; no se puede aplicar R1

d) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow p$ es correcto; se aplica la ley simplicativa

Luego, la respuesta es d)

Advertencia:

$$\left.\begin{array}{c} \neg p \vee \neg q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}\right\} \quad \text{Es falsa, por qué?}$$

Importante:

- $p \Rightarrow \neg q \equiv \neg p \vee \neg q$

Sección De Problemas 1.4.2 R5

Demostrar las conclusiones de cada ejercicio usando las leyes de inferencia.

1.142) Demuestre: r
P1: $\neg q \vee s$
P2: $\neg s$
P3: $\neg (r \wedge s) \Rightarrow q$

1.143) Demuestre: q
P1: $\neg p \vee q$
P2: $\neg p \Rightarrow r$
P3: $\neg r$

1.144) Demuestre: $a \wedge b$
P1: b
P2: $b \Rightarrow \neg d$
P3: $a \vee d$

1.145) Demuestre: p
P1: $t \Rightarrow p \vee q$
P2: $\neg\neg t$
P3: $\neg q$

1.146) Demuestre: d
P1: $\neg t \vee (b \vee c)$
P2: $\neg t \Rightarrow d$
P3: $(b \vee c) \Rightarrow s$
P4: $\neg s$

1.147) Demuestre: q

P1: $q \vee s$

P2: $s \Rightarrow t$

P3: $\neg t$

1.148) Demuestre: $\neg s$

P1: $\neg t \vee \neg s$

P2: $\neg q \Rightarrow t$

P3: $q \Rightarrow \neg r$

P4: r

1.149) Demuestre: $\neg q \wedge s$

P1: $s \wedge \neg r$

P2: $r \vee \neg t$

P3: $q \Rightarrow t$

1.150) Demuestre: $\neg(\neg t \Rightarrow s)$

P1: $p \Rightarrow \neg q$

P2: $\neg(\neg q \vee s)$

P3: $t \Rightarrow p$

1.151) Demuestre: $p \wedge r$

P1: $s \Rightarrow p$

P2: $\neg p \vee \neg t$

P3: $\neg t \Rightarrow r$

P4: s

1.152) Demuestre: s

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $q \Rightarrow \neg r$

P3: r

P4: $p \vee (t \wedge s)$

1.153) Demuestre: r

P1: $\neg p$

P2: $q \Rightarrow p$

P3: $q \vee s$

P4: $t \Rightarrow \neg s$

P5: $\neg t \Rightarrow r$

Demuestre la validez de los razonamientos dados por las premisas que se indican.

1.154) O $x = y$ o $x = z$
Si $x = z$ entonces $x = 6$
$x \neq 6$
Por tanto, $x = y$

1.155) Si $x = y$ entonces $x = z$
Si $x = z$ entonces $x = w$
$x = y$ o $x = 0$
Si $x = 0$ entonces $x + u = 1$. $x + u \neq 1$
Por consiguiente, $x = w$

Encuentre una conclusión válida para los ejercicios 1.156 y 1.157

1.156) Si el reloj está adelantado, entonces, Juan llegó antes de la hora programada y vio partir el carro de Andrés. Si Andrés dice la verdad, entonces, Juan no vio partir el carro de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj está adelantado.

1.157) No me gusta la hipocresía. Si soy mentiroso, me gusta la hipocresía. O soy mentiroso o tengo valores. Si soy falso entonces no tengo valores. Si no soy falso entonces tengo virtudes. No es verdad que: no soy falso y que tengo virtudes.

Demuestre la validez de los razonamientos del 1.158 al 1.162

1.158) María opinaba, que Pedro era demasiado viejo para casarse. Si la conducta de María no fuera tan voluble y si opinaba que Pedro era demasiado viejo para casarse, entonces no se casaría con Pedro. Pero María se caso con Pedro. En consecuencia, la conducta de María era voluble.

1.159) Si los precios son bajos, entonces, los salarios son bajos. Los precios son bajos o no hay control de precios. Si no hay control de precios, entonces, hay inflación. No hay inflación. Por tanto, los salarios son bajos.

1.160) Si no me corto el pelo, entonces, me quedaré en casa. Voy al cine. Por tanto, me corté el pelo.

1.161) Si A ganó la carrera, entonces o B fue el segundo o C fue el segundo. Si B fue el segundo, entonces A no ganó la carrera. Si D fue el segundo, entonces, C no fue el segundo. A ganó la carrera. Entonces, D no fue el segundo.

1.162) O esta roca es una roca ígnea o es una roca sedimentaria. Esta roca es granito. Si esta roca es granito entonces, no es una roca sedimentaria. Por tanto, esta roca no es una roca ígnea.

1.163) Una de las siguientes formas proposicionales no es tautológica, identifíquela:

a) $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$
b) $(p \wedge q) \Rightarrow p$
c) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
d) $[(p \Rightarrow q) \wedge \neg p] \Rightarrow \neg q$
e) $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \vee r) \Rightarrow (q \vee s)]$

1.164) ¿Qué conclusión se puede obtener del siguiente razonamiento usando R5?

O hace frío y llueve o el festival se celebrará al aire libre. Ni hace frío ni llueve.

1.165) Una de las siguientes formas proposicionales no es tautológica, identifíquela:

a) $[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \equiv [(p \vee q) \Rightarrow r]$
b) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \equiv [(p \wedge q) \Rightarrow r]$
c) $\neg(p \Rightarrow \neg q) \equiv (p \vee q)$
d) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \equiv [p \Rightarrow (q \wedge r)]$
e) $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$

1.166) Encuentre una conclusión válida para el siguiente conjunto de premisas:

P1: $\neg p \vee \neg r$
P2: $\neg p \Rightarrow s$
P3: $\neg s$

1.167) Encuentre una conclusión válida para el siguiente conjunto de premisas:

P1: $t \Rightarrow p$
P2: $t \land r$
P3: $q \Rightarrow \neg r$
P4: $p \land s \Rightarrow q$

1.168) Demuestre que la regla de inferencia Modus Tollendo Ponens es una equivalencia tautológica.

Regla No. 6: Adición

P1: p
C: p V q

Esta ley expresa el hecho de que si se tiene una proposición que es cierta, entonces, la disyunción de aquella proposición y otra cualquiera ha de ser cierta también. De acuerdo a esta ley se pueden obtener infinidad de conclusiones. Esta ley sólo trabaja con el operador V

En forma horizontal: $p \Rightarrow \{p \lor q\}$

EJEMPLO 1:

Si como premisa verdadera se da: “Los cadetes del Liceo Naval son alegres”

p: Los cadetes del Liceo Naval son alegres.

Se puede concluir: p V q

Donde q puede ser, por ejemplo: Los cadetes del Liceo Naval son estudiosos, o

Los cadetes del Liceo Naval son activos, …

Luego, dos conclusiones válidas serían:

p V q: “O los cadetes del Liceo Naval son alegres o estudiosos”

p V q: “O los cadetes del Liceo Naval son alegres o activos”

Y así se puede obtener infinidad de conclusiones, todas ellas válidas.

EJEMPLO 2:

Demuestre: $r \vee \neg s$ dadas las premisas:

P1: $s \wedge q$

P2: $t \Rightarrow \neg q$

P3: $\neg t \Rightarrow r$

SOLUCIÓN

$\{(s \wedge q) \wedge (t \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg t \Rightarrow r)\} \Rightarrow (r \vee \neg s)$ Planteamiento

$$\begin{array}{c} \text{P1: } s \wedge q \\ \hline \text{C1: } s \\ \text{C2: } q \end{array}$$
Regla No.3

$$\begin{array}{c} \text{P2: } t \Rightarrow \neg q \\ \text{C1: } q \\ \hline \text{C3: } \neg t \end{array}$$
Regla No.2

$$\begin{array}{c} \text{P3: } \neg t \Rightarrow r \\ \text{C2: } \neg t \\ \hline \text{C4: } r \end{array}$$
Regla No.1

$$\begin{array}{c} \text{C4: } r \\ \hline \text{C5: } r \vee \neg s \end{array}$$
Regla No.6

Obsérvese que en este caso se añadió $\neg s$

EJEMPLO 3: Demuestre que la siguiente fórmula proposicional es tautológica.

$$(p \vee \neg q) \Rightarrow (p \vee \neg q) \vee (q \wedge \neg r)$$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \vee \neg q$	$q \wedge \neg r$	(1) $\vee$ (2)	(1) $\Rightarrow$ (3)
					(1)	(2)	(3)	
1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	1	1

El lector deberá observar que se está aplicando R6. Se ha agregado $(q \wedge \neg r)$ a la proposición original $(p \vee \neg q)$.

EJEMPLO 4: Simbolizar completamente las premisas y la conclusión del razonamiento siguiente y dar una deducción formal.

El sol sale y se pone sí y sólo sí la tierra gira. La tierra gira y la luna se mueve alrededor de la tierra. Por tanto, el sol sale y se pone o el clima es muy caliente o frío.

SOLUCIÓN

p: el sol sale.
q: el sol se pone.
r: la tierra gira.
s: la luna se mueve alrededor de la tierra.
t: el clima es muy caliente o frío.
P1: $(p \land q) \Leftrightarrow r$
P2: $r \land s$
C: $(p \land q) \lor t$
$\{[(p \land q) \Leftrightarrow r] \land (r \land s)\} \Rightarrow \{(p \land q) \lor t\}$ Planteamiento

$$\frac{P1: (p \land q) \Leftrightarrow r}{C1: \{(p \land q) \Rightarrow r\} \land \{r \Rightarrow (p \land q)\}}$$
Concepto de Bicondicional

$$\frac{P2: r \land s}{C2: r \quad C3: s}$$
Regla No.3

$$\frac{C1: \{(p\land q) \Rightarrow r\}\land\{r \Rightarrow (p\land q)\}}{C4: \{(p \land q) \Rightarrow r\} \quad C5: \{r \Rightarrow (p \land q)\}}$$
Regla No.3

$$\frac{\begin{array}{l} C5: r \Rightarrow (p \land q) \\ C2: r \end{array}}{C6: p \land q}$$
Regla No.1

$$\frac{C6: (p \land q)}{C7: (p \land q) \lor t}$$
Regla No.6

En el ejemplo dado la proposición t podía haberse dividido en dos proposiciones:

t1: el clima es muy frío y t2: el clima es muy caliente. Sin embargo, el resultado sería idéntico.

Al aplicar R3 no se considero $\{(p \land q) \Rightarrow r\}$ ni tampoco la proposición s para la obtención de la conclusión final

EJEMPLO 5: Determine ¿cuál de las siguientes expresiones es la correcta?

a) $\{p\} \Rightarrow \{p \wedge q\}$

b) $\{(p \wedge q) \vee p\} \equiv \neg p$

c) $\{(p \wedge q) \vee \neg q\} \equiv \{p \vee \neg q\} \vee r$

d) $\{(p \wedge q) \vee t\} \equiv (p \vee t) \wedge q$

e) $\{p \wedge (q \Rightarrow \neg p)\} \equiv \{(\neg p \Rightarrow q) \wedge p\}$

SOLUCIÓN

a) $\{p\} \Rightarrow \{p \wedge q\}$ es falso

$\{p\} \Rightarrow \{p \vee q\}$ es la respuesta correcta usando R6

b) $\{(p \wedge q) \vee p\} \equiv \neg p$ es falso.

$\{(p \wedge q) \vee p\} \equiv p$ es lo correcto, usando absorción

b) $\{(p \wedge q) \vee \neg q\} \equiv \{p \vee \neg q\} \wedge \{q \vee \neg q\}$ Propiedad Distributiva

$\equiv \{p \vee \neg q\} \wedge 1$ Ley del Tercer Excluido

$\equiv \{p \vee \neg q\}$ Ley de la Identidad

$\equiv \{p \vee \neg q\} \vee r$ usando R6

c) es correcta.

d) $\{(p \wedge q) \vee t\} \equiv \{p \vee t\} \wedge \{q \vee t\}$ Propiedad Distributiva

d) es falsa.

e) $\{p \wedge (q \Rightarrow \neg p)\} \equiv \{p \wedge (\neg q \Rightarrow p)\}$ Ley de la Contraposición

$\equiv \{(\neg q \Rightarrow p) \wedge p\}$ Propiedad Conmutativa

e) es falsa.

Por consiguiente, la opción verdadera es c)

IMPORTANTE:

- $p \vee \neg p \equiv 1$ Verdadero

ADVERTENCIA:

- $q \vee \neg p \equiv 1$ Falso

Sección de Problemas 1.4.2 R6

1.169) Demuestre: $t \vee q$

P1: $s \Rightarrow p \wedge q$

P2: s

P3: $p \wedge q \Rightarrow t$

1.170) Demuestre: $r \vee p$

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $\neg q \wedge s$

P3: $p \vee (t \wedge s)$

P4: $t \Rightarrow r$

1.171) Demuestre: $d \vee r$

P1: $\neg t \vee (b \vee c)$

P2: $\neg t \Rightarrow d$

P3: $(b \vee c) \Rightarrow s$

P4: $\neg s$

1.172) Demuestre: $x = 3 \vee x \neq 0$

P1: $x - 2 = 1 \wedge 2 - x \neq 1$

P2: $x = 1 \Rightarrow 2 - x = 1$

P3: $x = 1 \vee x + 2 = 5$

P4: $x + 2 = 5 \wedge x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$

1.173) Obtenga una conclusión válida para cada conjunto de premisas usando R6

a) $t \wedge s$ b) p c) $p \Rightarrow q$ d) $q \vee \neg p$ e) $r \Leftrightarrow s$

1.174) Demuestre que: $(p \Rightarrow q) \equiv [(p \vee r) \Rightarrow q]$ es falsa.

1.175) Demuestre: $u \vee w$

P1: $\neg (p \vee s)$

P2: $p \vee \neg t$

P3: $q \Rightarrow t$

P4: $\neg q \Rightarrow r$

P5: $(\neg s \wedge r) \Rightarrow u$

1.176) Encuentre la conclusión válida para el siguiente razonamiento:

Barcelona gano y Emelec perdió. Si la selección ganó, entonces, Emelec también. O la selección ganó o Nacional no cedió jugadores a ella. Si Nacional no cedió jugadores a la selección y Barcelona ganó, entonces, la selección tiene posibilidades de clasificar al mundial.

a) Barcelona no ganó.

b) La selección tiene posibilidades de clasificar al mundial o Barcelona no cedió jugadores a ella.

c) La selección ganó.

d) O Nacional no cedió jugadores a la selección o Barcelona no ganó.

e) Nacional perdió.

Regla No. 7: Silogismo Hipotético

$$\begin{array}{ll} \text{P1:} & p \Rightarrow q \\ \text{P2:} & q \Rightarrow r \\ \text{C:} & p \Rightarrow r \end{array}$$

Para aplicar esta ley ambas premisas deben ser proposiciones condicionales y el antecedente de una de ellas debe coincidir con el consecuente de la otra. Esta ley se puede generalizar para una cantidad indeterminada de condicionales que cumplan los requisitos citados anteriormente. Esta ley también es conocida con el nombre de regla de la cadena.

En forma horizontal se tiene: $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\} \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

Sugerencias Metodológicas para Resolver Problemas

a) Si existe una premisa que tenga una sola letra, se debe empezar relacionando dicha premisa con otra que contenga dicha letra.

b) Si no existe a) se debe empezar una premisa que tenga el operador $\wedge$ intercalado entre dos proposiciones y se las debe separar usando la Regla No.3 y después continuar como en a). En algunos casos para obtener el operador $\wedge$ será necesario usar la ley de Morgan.

c) S no existe a) ni b) se debe usar la Regla No.7. En este caso, en algunas ocasiones será necesario usar las equivalencias del condicional $\{\neg p \vee q \equiv p \Rightarrow q\}$ y de la ley de la contraposición $\{p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p\}$ para poder usar dicha regla.

Ejemplo 1: Determinar las conclusiones del siguiente conjunto de premisas:

	a)	b)	c)
P1:	$\neg p \Rightarrow \neg q$	$p \Rightarrow q \vee r$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
P2:	$\neg q \Rightarrow r$	$q \vee r \Rightarrow t$	$r \Rightarrow (q \Rightarrow t)$
C:	$\neg p \Rightarrow r$	$p \Rightarrow t$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow t)$

Ejemplo 2: Establezca la validez del siguiente razonamiento:

Si practicas algún deporte mejora tu circulación sanguínea. Si mejora tu circulación, mejora tu oxigenación. Si mejora tu oxigenación, tus neuronas reciben mayor oxígeno. Si tus neuronas reciben mayor oxígeno, tu capacidad de aprender es mayor. Por tanto, si haces deporte tienes mayor capacidad de aprender.

Solución

p: tu practicas algún deporte.
q: tu circulación sanguínea mejora.
r: tu oxigenación mejora.
s. tus neuronas reciben mayor oxígeno.
t: tu capacidad de aprender es mayor.

Simbólicamente:
P1: $p \Rightarrow q$
P2: $q \Rightarrow r$
P3: $r \Rightarrow s$
P4: $s \Rightarrow t$
C: $p \Rightarrow t$
$\{(p\Rightarrow q) \wedge (q\Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (s \Rightarrow t)\} \Rightarrow (p \Rightarrow t)$ Planteamiento

$$\begin{array}{l} P1:\ p \Rightarrow q \\ P2:\ q \Rightarrow r \\ \hline C1:\ p \Rightarrow r \end{array} \qquad \begin{array}{l} C1:\ p \Rightarrow r \\ P3:\ r \Rightarrow s \\ \hline C2:\ p \Rightarrow s \end{array} \qquad \begin{array}{l} C2:\ p \Rightarrow s \\ P4:\ s \Rightarrow t \\ \hline C3:\ p \Rightarrow t \end{array}$$

Regla No.7 Regla No.7 Regla No.7

En este ejemplo se ha aplicado en forma sucesiva la Regla No.7

IMPORTANTE:

- El lector debe notar que en la traducción de las premisas, la palabra entonces está sobreentendida.

EJEMPLO 3: Determine cuál es la conclusión válida para el siguiente argumento:

Si viajo a España, mi situación económica mejorará. Si mi situación económica mejora, mi familia se pondrá feliz. Pero mi familia no es feliz.

a) Si no viajo a España, mi familia se pondrá feliz.
b) No viajo a España.
c) Viajo a España pero mi familia se pondrá feliz.
d) Si viajo a España, mi situación económica no mejorará.
e) Viajo a España.

Solución

p: viajo a España

q: mi situación económica mejorará

r: mi familia se pondrá feliz

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $q \Rightarrow r$

P3: $\neg r$

$$\begin{array}{l} P1:\ p \Rightarrow q \\ P2:\ q \Rightarrow r \\ \hline C1:\ p \Rightarrow r \end{array} \qquad \begin{array}{l} C1:\ p \Rightarrow r \\ P3:\ \neg r \\ \hline C2:\ \neg p \end{array}$$

Regla No. 7 Regla No. 2

Traduciendo cada conclusión obtenida:

C1: $p \Rightarrow r$: Si viajo España, mi familia se pondrá feliz.

C2: $\neg p$: No viajo a España.

Respuesta: b)

El lector debe observar que este ejemplo también se lo podía haber resuelto sin necesidad de aplicar la Regla No.7. Otra conclusión que se podía haber obtenido es $\neg q$

EJEMPLO 4:

Demuestre que de las premisas dadas se obtiene como conclusión: $r \vee s$ Sugerencia: Use equivalencias tautológicas.

P1: $(p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (\neg r \Rightarrow s)$

P2: $q \Rightarrow s$

P3: $p \Rightarrow \neg s$

SOLUCIÓN

$$\{[(p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (\neg r \Rightarrow s)] \wedge (q \Rightarrow s) \wedge (p \Rightarrow \neg s)\} \Rightarrow (r \vee s) \quad \text{Planteamiento}$$

$$\frac{P3: p \Rightarrow \neg s}{C1: s \Rightarrow \neg p}$$

Contraposición

$$\frac{\begin{array}{l} P2: q \Rightarrow s \\ C1: s \Rightarrow \neg p \end{array}}{C2: q \Rightarrow \neg p}$$

Regla No.7

$$\frac{C2: q \Rightarrow \neg p}{C3: p \Rightarrow q}$$

Contraposición

$$\frac{\begin{array}{l} P1: \boxed{(p \Rightarrow \neg q)} \Rightarrow (\neg r \Rightarrow s) \\ C3: \boxed{p \Rightarrow \neg q} \end{array}}{C4: \neg r \Rightarrow s}$$

Regla No.1

$$\frac{C4: \neg r \Rightarrow s}{C5: r \vee s}$$

Condicional

Al usar la equivalencia de contraposición, el lector debe notar que después puedan aplicarse las leyes de la inferencia para demostrar lo que se desea.

ADVERTENCIA:

- $(p \Rightarrow \neg s) \equiv (\neg s \Rightarrow \neg p)$ no es válida ¿por qué?

El ejemplo que sigue a continuación, es tomado de la obra de Lewis Caroll.[2] Carroll fue un matemático inglés, profesor de la Universidad de Cambridge y los argumentos presentados en sus obras son famosos por su originalidad.

EJEMPLO 5: Demostrar la validez del siguiente razonamiento:

P1: los niños son ilógicos.

P2: nadie es despreciado cuando puede domar un cocodrilo.

P3: las personas ilógicas son despreciables.

[2] Lewis Caroll fue el autor de "Alicia en el país de las Maravillas"

Se concluye que:

C: Si usted es un niño, no puede domar un cocodrilo.

SOLUCIÓN

Primero se escriben las premisas con su estructura formal.

P1. si usted es un niño, entonces usted es ilógico.

P2. si usted puede domar un cocodrilo, entonces usted no es despreciado.

P3. si usted es ilógico, entonces usted es despreciado.

Luego, las proposiciones son:

p: usted es un niño.

q: usted es lógico.

r: usted puede domar un cocodrilo.

s: usted es despreciado.

Simbólicamente se tiene:

P1: $p \Rightarrow \neg q$

P2: $r \Rightarrow \neg s$

P3: $\neg q \Rightarrow s$

C: $p \Rightarrow \neg r$

$$\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge (r \Rightarrow \neg s) \wedge (\neg q \Rightarrow s)\} \Rightarrow (p \Rightarrow \neg r) \quad \text{Planteamiento}$$

$$\begin{array}{l} \text{P1: } p \Rightarrow \neg q \\ \text{P3: } \neg q \Rightarrow s \\ \hline \text{C1: } p \Rightarrow s \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{P2: } r \Rightarrow \neg s \\ \hline \text{C2: } s \Rightarrow \neg r \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{C1: } p \Rightarrow s \\ \text{C2: } s \Rightarrow \neg r \\ \hline \text{C3: } p \Rightarrow \neg r \end{array}$$

Regla No.7 Contraposición Regla No.7

Traduciendo la conclusión C3 se tiene: Si usted es un niño, entonces, no puede domar un cocodrilo.

ADVERTENCIA:

- La negación de lógico es ilógico.

EJEMPLO 6: Demuestre: $y < 12 \vee x < 0$

$x < y \vee y < x$

$y < x \Rightarrow x > 6$

$x < y \Rightarrow x < 7$

$(x > 6 \lor x < 7) \Rightarrow y \neq 11$

$y = 11 \lor x < 0$

SOLUCIÓN

a: $y < 12$; b: $x < 0$; c: $x < y$; d: $y < x$; e: $x > 6$; f: $x < 7$; g: $y = 11$

Se pide demostrar: $a \lor b$

P1: $c \lor d$

P2: $d \Rightarrow e$

P3: $c \Rightarrow f$

P4: $(e \lor f) \Rightarrow \neg g$

P5: $g \lor b$

$\{(c \lor d) \land (d \Rightarrow e) \land (c \Rightarrow f) \land [(e \lor f) \Rightarrow \neg g] \land (g \lor b)\} \Rightarrow (a \lor b)$ Planteamiento

$$\begin{array}{l} \text{P1: } c \lor d \\ \hline \text{C1: } \neg c \Rightarrow d \end{array}$$
Condicional

$$\begin{array}{l} \text{C1: } \neg c \Rightarrow d \\ \text{P2: } d \Rightarrow e \\ \hline \text{C2: } \neg c \Rightarrow e \end{array}$$
Regla No.7

$$\begin{array}{l} \text{P5: } g \lor b \\ \hline \text{C3: } \neg g \Rightarrow b \end{array}$$
Condicional

$$\begin{array}{l} \text{P4: } (e \lor f) \Rightarrow \neg g \\ \text{C3: } \neg g \Rightarrow b \\ \hline \text{C4: } (e \lor f) \Rightarrow b \end{array}$$
Regla No.7

$$\begin{array}{l} \text{P3: } c \Rightarrow f \\ \hline \text{C5: } \neg f \Rightarrow \neg c \end{array}$$
Contraposición

$$\begin{array}{l} \text{C5: } \neg f \Rightarrow \neg c \\ \text{C2: } \neg c \Rightarrow e \\ \hline \text{C6: } \neg f \Rightarrow e \end{array}$$
Regla No.7

$$\begin{array}{l} \text{C6: } \neg f \Rightarrow e \\ \hline \text{C7: } f \lor e \end{array}$$
Condicional

$$\begin{array}{l} \text{C7: } f \lor e \\ \hline \text{C8: } e \lor f \end{array}$$
Conmutativa

$$\begin{array}{l} \text{C4: } (e \lor f) \Rightarrow b \\ \text{C8: } e \lor f \\ \hline \text{C9: } b \end{array}$$
Regla No.1

$$\begin{array}{l} \text{C9: } b \\ \hline \text{C10: } b \lor a \end{array}$$
Regla No.6

$$\begin{array}{l} \text{C10: } b \lor a \\ \hline \text{C11: } a \lor b \end{array}$$
Conmutativa

EJEMPLO 7: Demostrar la validez del siguiente razonamiento:

Un líquido es un ácido si y sólo si colorea de azul el papel del tornasol rojo. Un líquido colorea de azul el papel de tornasol rojo si y sólo si contiene iones de hidrógeno libres. Por tanto, un líquido es un ácido si y sólo si contiene iones de hidrógeno libres.

SOLUCIÓN

p: un líquido es un ácido.

q: un líquido colorea de azul el papel del tornasol rojo.

r: un líquido contiene iones de hidrógeno libres.

P1: $p \Leftrightarrow q$
P2: $q \Leftrightarrow r$
C: $p \Leftrightarrow r$

$\{(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)\} \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$ Planteamiento

P1: $p \Leftrightarrow q$
____
C1: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
Bicondicional

P2: $q \Leftrightarrow r$
____
C2: $(q \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow q)$
Bicondicional

C1: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
____
C3: $p \Rightarrow q$
C4: $q \Rightarrow p$
Regla No.3

C2: $(q \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow q)$
____
C5: $q \Rightarrow r$
C6: $r \Rightarrow q$
Regla No.3

C3: $p \Rightarrow q$
C5: $q \Rightarrow r$
____
C7: $p \Rightarrow r$
Regla No.7

C6: $r \Rightarrow q$
C4: $q \Rightarrow p$
____
C8: $r \Rightarrow p$
Regla No.7

C7: $p \Rightarrow r$
C8: $r \Rightarrow p$
____
C9: $(p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow p)$
Regla No.4

C9: $(p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow p)$
____
C10: $p \Leftrightarrow r$
Bicondicional

Advertencia:

- $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$ Falso
- $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ Verdadero

Sección de Problemas 1.4.2 R7

En los ejercicios siguientes, haciendo uso de las leyes de inferencia, demuestre las siguientes conclusiones: Sugerencia: En algunos ejercicios es necesario el empleo del álgebra de proposiciones.

1.177) Demuestre: s
P1: $p \Rightarrow q$
P2: $q \Rightarrow r$
P3: r
P4: $p \vee (t \wedge s)$

1.178) Demuestre: $\neg r$
P1: $r \Rightarrow \neg q$
P2: $\neg t \Rightarrow q$
P3: $t \Rightarrow s$
P4: $r \Rightarrow \neg s$

1.179) Demuestre: $s \wedge r$
P1: $(r \wedge s) \vee p$
P2: $q \Rightarrow \neg p$
P3: $t \Rightarrow \neg p$
P4: $q \vee t$

1.180) Demuestre: $p \Rightarrow (\neg q \Rightarrow r)$
P1: $s \wedge (\neg p \vee m)$
P2: $m \Rightarrow q \vee r$

1.181) Demostrar: $\neg p$
P1: $q \Rightarrow \neg r$
P2: $\neg r \Rightarrow s$
P3: $\neg t \vee \neg p$
P4: $(q \Rightarrow s) \Rightarrow t$

1.182) Demuestre: $\neg q \Rightarrow t$
P1: $s \Rightarrow r$
P2: $s \vee p$
P3: $p \Rightarrow q$
P4: $r \Rightarrow t$

1.183) Demuestre: $\neg t \vee s$
P1: $p \Rightarrow \neg q$
P2: $p \vee r$
P3: $r \Rightarrow \neg q$
P4: $t \Rightarrow q$

1.184) Demuestre: $a \wedge (b \vee c)$

P1: $d \vee e$

P2: $\neg f \vee q \Rightarrow c \vee b$

P3: $e \Rightarrow a$

P4: $q \vee \neg f$

P5: $d \Rightarrow a$

1.185) Demuestre: $\neg(a \vee \neg b)$

P1: $\neg c \wedge \neg d$

P2: $\neg b \Rightarrow d \vee c$

P3: $e \vee f$

P4: $f \Rightarrow \neg a$

P5: $e \Rightarrow \neg a$

1.186) Demuestre: a

P1: $b \Rightarrow \neg c$

P2: $d \vee e$

P3: $e \Rightarrow b$

P4: $d \Rightarrow b$

P5: $c \vee a$

1.187) Demuestre: $a \vee b$

P1: $c \vee d$

P2: $c \Rightarrow e$

P3: $d \Rightarrow e$

P4: $e \Rightarrow f$

P5: $g \Rightarrow \neg f$

P6: $\neg g \Rightarrow a \vee b$

1.188) Demuestre: $\neg s$

P1: $\neg(p \wedge q)$

P2: $\neg q \Rightarrow t$

P3: $\neg p \Rightarrow t$

P4: $s \Rightarrow \neg t$

1.189) Demuestre: $\neg p \vee s$
P1: $p \Rightarrow q$
P2: $r \vee \neg q$
P3: $\neg(\neg s \wedge r)$

1.190) Demuestre: $\neg(\neg p \wedge s)$
P1: $\neg p \Rightarrow q$
P2: $\neg r \Rightarrow \neg q$
P3: $\neg r \vee \neg s$

1.191) Demuestre: $\neg p$
P1: $\neg q \vee r$
P2: $p \Rightarrow \neg r$
P3: q

1.192) Demuestre: $\neg d$
P1: $d \Rightarrow w$
P2: $a \vee \neg w$
P3: $\neg(d \wedge a)$

1.193) Demuestre: $x < 6$
P1: $x > y \vee x < 6$
P2: $x > y \Rightarrow x > 4$
P3: $x > 4 \Rightarrow x = 5 \wedge x < 7$
P4: $x < 6 \Rightarrow x = 5 \wedge x < 7$
P5: $x < 7 \wedge x = 5 \Rightarrow z > x \vee y < z$
P6: $x > y \Rightarrow \neg(y < z \vee z > x)$

1.194) Demuestre: $\neg(x = y \vee y \neq 4)$
P1: $y \neq 1 \wedge y \neq 5$
P2: $y \neq 4 \Rightarrow y = 5 \vee y = 1$
P3: $x = 3 \vee x > 3$
P4: $x > 3 \Rightarrow x \neq y$
P5: $x = 3 \Rightarrow x \neq y$

1.195) Demuestre: $\rceil(x \neq 5)$

P1: $z > x \Rightarrow x \neq 7$

P2: $x < 6 \vee x = 3$

P3: $x = 3 \Rightarrow z > x$

P4: $x < 6 \Rightarrow z > x$

P5: $x = 7 \vee x = 5$

1.196) En los siguientes problemas obtenga una conclusión válida para cada conjunto de premisas.

a) P1: $(p \Rightarrow \rceil q) \Rightarrow (\rceil r \Rightarrow s)$
 P2: $q \Rightarrow s$
 P3: $p \Rightarrow \rceil s$

b) P1: $p \Rightarrow \rceil q$
 P2: $p \vee \rceil s$
 P3: $\rceil s \Rightarrow r$

c) P1: $s \vee \rceil t$
 P2: $\rceil t \Rightarrow r$
 P3: $s \Rightarrow r$

1.197) En los siguientes problemas obtenga una conclusión válida para cada conjunto de premisas.

a) P1: $s \Rightarrow \rceil r$
 P2: $t \Rightarrow \rceil r$
 P3: $s \vee t$

b) P1: $\rceil r \Rightarrow s$
 P2: $q \vee \rceil r$
 P3: $q \Rightarrow s$

c) P1: $\rceil p \vee q$
 P2: $\rceil p \Rightarrow \rceil r$
 P3: $q \Rightarrow s$

1.198) ¿Qué conclusión válida se puede obtener mediante el empleo de la regla del silogismo hipotético en los siguientes razonamientos?

a) O Juan tiene mayoría o Pedro tiene mayoría. Si Juan tiene mayoría entonces, Pedro será el tesorero. Si Pedro tiene mayoría, entonces, Juan será el tesorero.

b) Si el agua se hiela, entonces sus moléculas forman cristales. Si las moléculas forman cristales, entonces, el agua aumenta de volumen.

c) Si Tomas conduce a la velocidad de 50 km/h entonces en 9 horas habrá recorrido 450 km. Si en 9 horas ha recorrido 450 km, entonces, habrá recorrido 90 km más que ayer en el mismo período.

En los ejercicios del 1.199 al 1.207 demuestre la validez de cada razonamiento empleando las leyes de inferencia. Sugerencia: En algunos es necesario usar las leyes del álgebra de proposiciones.

1.199) Esta ley será aprobada en esta sesión si y sólo si es aprobada por la mayoría. O es apoyada por la mayoría o el Gobernador se opone a ella. Si el Gobernador se opone a ella, entonces será propuesta en las deliberaciones del comité. Por tanto, o esta ley será aprobada en esta sesión o será propuesta en las deliberaciones del comité.

1.200) Si estudio, entonces, no fallaré en álgebra; si no juego fútbol, entonces, estudiaré pero fallé en álgebra. Por tanto, jugué fútbol.

1.201) Si no ocurre que si un objeto flota en el agua, entonces, es menos denso que el agua, entonces, se puede caminar sobre el agua. Pero no se puede caminar sobre el agua. Si un objeto es menos denso que el agua, entonces, puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso. Si puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso, entonces, el objeto flotará en el agua. Por tanto, un objeto flotará en el agua si y sólo si es menos denso que el agua.

1.202) Si la película es buena, José no se queda dormido en el cine. Si la película no es de terror, entonces, es buena. Si José no se queda dormido en el cine, la película es de terror. Así que la película es de terror.

1.203) Si Barcelona es tercero, entonces si Nacional es segundo Emelec será quinto. O Liga de Quito no será primero o Barcelona será tercero. En efecto, Nacional será segundo. Por tanto, si la Liga de Quito es primero, entonces, Emelec será quinto.

1.204) Si el retrato se parece al cliente, entonces él y el artista se sentirá insatisfechos. Si el retrato no se parece al cliente, su esposa se negará a pagar, y si esto sucede, el artista se sentirá insatisfecho. Por lo tanto, el artista se sentirá insatisfecho.

1.205) Juan o alcanza 15 puntos en el examen o alcanza 18 puntos. Si Juan alcanza 15 puntos en el examen, entonces, no obtiene la calificación de “muy bueno”. Si alcanza 18 puntos en el examen, no obtiene la calificación de “muy bueno”. Si Juan estudia, entonces obtiene la calificación de “muy bueno”. Por tanto, Juan no estudia. Sugerencia: $p \ q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

1.206) Los estudiantes estarán contentos si y solamente si no hay lección. Si los estudiantes están contentos, el profesor se sentirá feliz. Pero si el profesor se siente feliz, no estará en condiciones de explicar, y si no está en condiciones de explicar, habrá lección. Por lo tanto, los estudiantes no estarán contentos.

1.207) El terreno puede ser cultivado si y solo si se provee de un sistema de riego. Si el terreno puede ser cultivado, entonces, triplicará su valor actual. Por tanto, si se provee de un sistema de riego, entonces, el terreno triplicará su valor actual.

Obtenga una conclusión válida para los razonamientos del 1.208 al 1.211 mediante el empleo de las leyes de inferencia.

1.208) Esta roca o es piedra caliza o es granito. Si es piedra caliza es sedimentaria. Si es granito, es ígnea.

1.209) O la cámara fue adquirida legalmente por el vendedor o la cámara es mercancía robada. Si la cámara fue adquirida legalmente por el vendedor, entonces es mi cámara. Si la cámara es de mercancía robada, entonces Tomás es su propietario legal.

1.210) O la planta es una planta verde o es una planta no verde. Si es una planta verde, entonces fabrica su propio elemento. Si es una planta no verde, entonces depende de las materias de otras plantas para su alimentación.

1.211) O hay 3 miembros del comité o hay 5 miembros. Si hay 3 miembros, entonces no habrá empate de votos. Pero si hay 5 miembros, también no habrá empate de votos.

1.212) Obtenga una conclusión válida para la siguiente expresión:
$\{\{(p \Rightarrow \rceil q) \land (\rceil q \Rightarrow r)\} \land \{(r \Rightarrow z) \land (z \Rightarrow \rceil p)\}\}$

1.213) Determine la opción incorrecta.
a) $\{(p \Rightarrow \rceil q) \land q\} \Rightarrow \rceil p$
b) $\{(p \lor \rceil q) \land q\} \Rightarrow p$

c) $\{(\neg p \Rightarrow q) \wedge (t \Rightarrow \neg q)\} \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg t)$
d) $\{\neg(p \wedge q) \wedge p\} \Rightarrow \neg q$
e) $\{\neg(p \vee q) \wedge p\} \Rightarrow \neg q$

1.214) De la proposición siguiente: "Si usted ha ganado más de 5000 dólares en este año, tiene que pagar el 9% en impuesto". Una de las siguientes proposiciones no se puede deducir, identifíquela.
a) Usted ha ganado más de 5000 dólares.
b) Si usted no paga el 9% de impuesto, no ha ganado más de 5000 dólares.
c) Usted ha ganado más de 5000 dólares ó no paga el 9% de impuesto.
d) Usted no ha ganado más de 5000 dólares ó paga el 9% de impuesto.
e) Sólo si paga el 9% de impuesto, usted ha ganado más de 5000 dólares.

1.215) Dadas las premisas:
P1: La lógica es difícil o no les gusta a muchos estudiantes.
P2: La Matemática es fácil, entonces, la Lógica no es difícil.
Entonces, una conclusión válida es:
a) La Lógica es difícil.
b) La Matemática es fácil.
c) Si la Matemática no es fácil, a muchos estudiantes no les gusta la Lógica.
d) Si a muchos estudiantes les gusta la Lógica, la Matemática no es fácil.
e) La Matemática no es fácil o la Lógica es difícil.

1.216) Determine cuál alternativa es una conclusión de las siguientes premisas:
P1: Si no sabes leer no puedes disfrutar de "La Guerra y la Paz".
P2: Si no disfrutas de "La Guerra y la Paz", León Tolstoy te aborrecerá.
a) No sabes leer o no disfrutas de "La Guerra y la Paz".
b) Si sabes leer, León Tolstoy no te aborrecerá.
c) Si León Tolstoy no te aborrece, tienes que saber leer .

d) Si sabes leer disfrutarás de “La Guerra y la Paz”

e) Ninguna de las anteriores es una conclusión válida.

1.217) Uno de los siguientes razonamientos no es válido, identifíquelo:

a) Si tienes tiempo nos beberemos una cerveza. Tienes tiempo. De modo que nos beberemos una cerveza.

b) Si trabajo, tendré dinero. Si no trabajo, tendré tiempo para divertirme. Por lo tanto, o tengo dinero o me divierto.

c) Si comes tus espinacas, podrás ir a jugar. No comes tus espinacas. Por consiguiente, no podrás ir a jugar.

d) Aprenderé Matemática o me comeré el sombrero. No me comeré el sombrero, pues aprenderé Matemática.

e) Si estudias Lógica, la Matemática te resultará sencilla. La Matemática no te resulto sencilla. Por lo tanto no estudiaste Lógica.

1.218) Considere las siguientes hipótesis:

P1: El conflicto bélico llegó a su fin y Ecuador supo defenderse.

P2: Si Ecuador supo defenderse, entonces, no existe estado de alerta.

P3: El conflicto no llegó a su fin o no existe estado de alerta.

Entonces, una conclusión válida para un razonamiento es:

a) Ni el conflicto llegó a su fin, ni Ecuador supo defenderse.

b) No existe estado de alerta y Ecuador supo defenderse

c) El conflicto no llegó a su fin.

d) Si no existe estado de alerta entonces Ecuador no supo defenderse.

e) Ecuador no supo defenderse.

1.219) Dadas las siguientes premisas y su correspondiente conclusión:

P1: Si el paciente no tiene fiebre, entonces, el mal tiempo causó su enfermedad.

P2: La poca alimentación o el mal tiempo fueron la causa de su enfermedad.

P3: El paciente comió un pedazo de torta anoche.

C: Si el paciente no tiene fiebre, entonces la poca alimentación causó su enfermedad.

Si las proposiciones que se derivan de este razonamiento son:

a: El paciente tiene fiebre.

b: El mal tiempo causó la enfermedad.

c: La poca alimentación causó la enfermedad.

d: El paciente comió un pedazo de torta anoche.

Entonces, la traducción correcta al lenguaje formal del razonamiento es:

a) $[(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge d] \Rightarrow (\neg a \Rightarrow c)$
b) $[(a \Rightarrow b) \wedge (b \wedge c) \wedge d] \Rightarrow (\neg a \Rightarrow c)$
c) $[(b \Rightarrow a) \wedge (b \vee c) \wedge d] \Rightarrow (\neg a \Rightarrow c)$
d) $[(a \wedge b) \wedge (b \vee c) \wedge d] \Rightarrow (\neg a \Rightarrow c)$
e) $[(\neg a \Rightarrow \neg b) \wedge (b \wedge c) \wedge d] \Rightarrow (\neg a \Rightarrow c)$

1.4.3 Demostración Indirecta (Método del Absurdo)

Esta demostración se denomina también demostración por contradicción o por reducción al absurdo. Hace uso de las equivalencias tautológicas y de la noción de contradicción. Por Modus Tollendo Tollens (R2) se puede deducir la negación del antecedente de una condicional cuando se sabe que el consecuente es falso. Si el consecuente es una contradicción, se sabe que es lógicamente falso.

Así, de $p \Rightarrow (q \wedge \neg q)$ se puede deducir $\neg p$ Esta es la ley de absurdo.

Recordemos que la R2 se expresa como: $\{(p \Rightarrow q) \wedge \neg q\} \Rightarrow \neg p$

La Ley de Absurdo se expresa como:

"Si se puede deducir una contradicción de un conjunto de premisas y de la negación de P, entonces P puede deducirse del conjunto de premisas solo".

Los pasos ha utilizarse en la demostración de esta regla son:

- Introducir la negación de la conclusión deseada como una nueva premisa.
- De esta nueva premisa, junto con las premisas dadas, deducir una contradicción.
- Establecer la conclusión como una inferencia lógica deducida de las premisas originales.

Ejemplo 1: Demuestre: $d \vee r$ empleando el método del absurdo.

P1: $\neg t \vee (b \vee c)$

P2: $\neg t \Rightarrow d$

P3: $(b \vee c) \Rightarrow s$

P4: $\neg s$

Solución

Premisa a añadir: P5: $\neg(d \vee r)$, luego:

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge \{\neg t \Rightarrow d\} \wedge \{(b \vee c) \Rightarrow s\} \wedge \{\neg s\} \wedge \{\neg(d \vee r)\}]$ Planteamiento

se debe llegar a una contradicción de la forma: $p \wedge \neg p$

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge \{\neg t \Rightarrow d\} \wedge \{(b \vee c) \Rightarrow s\} \wedge \{\neg s\} \wedge \{\neg d \wedge \neg r\}]$ Ley de Morgan

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge \{\neg t \Rightarrow d\} \wedge [\{(b \vee c) \Rightarrow s\} \wedge \{\neg s\}] \wedge \{\neg d \wedge \neg r\}]$ Propiedad Asociativa

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge \{\neg t \Rightarrow d\} \wedge \{\neg(b \vee c)\} \wedge \{\neg d \wedge \neg r\}]$ R2

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge \{\neg t \Rightarrow d\} \wedge \{\neg(b \vee c)\} \wedge \{\neg d\}]$ R3

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge [\{\neg t \Rightarrow d\} \wedge \{\neg d\}] \wedge \{\neg(b \vee c)\}]$ Propiedad Asociativa

$[\{\neg t \vee (b \vee c)\} \wedge \{t\} \wedge \{\neg(b \vee c)\}]$ R3
$[\{b \vee c\} \wedge \neg\{b \vee c\}]$ R5
$\{b \vee c\} \wedge \neg\{b \vee c\}$ Ley de Contradicción

Dado que se ha obtenido una contradicción, queda demostrado que la conclusión (dVr) es válida.

ADVERTENCIA:

- No es correcto añadir para el ejemplo anterior: $\neg d \vee \neg r$

EJEMPLO 2: Demuestre: $\neg r$ empleando el método del absurdo.

P1: $q \wedge t$
P2: $q \Rightarrow \neg r$
P3: $t \Rightarrow \neg r$

SOLUCIÓN

Premisa a añadir: P4: $\neg(\neg r) \equiv \neg\neg r \equiv r$, luego:

$[\{q \wedge t\} \wedge \{q \Rightarrow \neg r\} \wedge \{t \Rightarrow \neg r\} \wedge \{r\}]$ Planteamiento
Se debe llegar a una contradicción de la forma: $p \wedge \neg p$
$[\{q \wedge t\} \wedge \{q \Rightarrow \neg r\} \wedge \{\neg t\}]$ R2
$[\{t\} \wedge \{q\} \wedge \{q \Rightarrow \neg r\} \wedge \{\neg t\}]$ R3
$[\{t\} \wedge \{\neg r\} \wedge \{\neg t\}]$ R1
$[t \wedge \neg t]$ R3
$\{t\} \wedge \{\neg t\}$ Ley de la Contradicción

Como se ha obtenido una contradicción, se demuestra que la conclusión $\neg r$ es válida.

Obsérvese que en este caso se ha añadido como premisa el negativo de $\neg r$ que viene a ser la proposición r

EJEMPLO 3:

Demostrar la validez del siguiente razonamiento empleando el método del absurdo.

Si José gana, entonces, Luis es segundo. Si Carlos es segundo, entonces, Luis no es segundo. Por tanto, si Carlos es segundo, entonces, José no gana.

Solución

p: José gana.

q: Luis es segundo.

r: Carlos es segundo.

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $r \Rightarrow \neg q$

C: $r \Rightarrow \neg p$

Premisa a añadir: $\neg(r \Rightarrow \neg p)$

Luego:

$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow \neg q\} \wedge \{\neg(r \Rightarrow \neg p)\}]$	Planteamiento
$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow \neg q\} \wedge \{\neg(\neg r \vee \neg p)\}]$	Ley del Condicional
$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow \neg q\} \wedge \{r \wedge p\}]$	Ley de Morgan
$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow \neg q\} \wedge \{r\} \wedge \{p\}]$	R3
$[\{(p \Rightarrow q) \wedge (p)\} \wedge \{(r \Rightarrow \neg q) \wedge \{r\}]$	Propiedad Distributiva
$[\{q\} \wedge \{\neg q\}]$	R1
$\{q\} \wedge \{\neg q\}$	Ley de la Contradicción

Luego, el razonamiento si es válido.

Se deja como tarea resolver los 3 ejemplos anteriores aplicando las reglas de inferencia.

Advertencia:

- Morgan no se puede aplicar directamente a: $\neg(r \Rightarrow \neg p)$ ¿por qué?

Ejemplo 4: ejercicio adaptado de Lara (2003)

En una mesa redonda donde intervinieron sectores políticos y sociales se produjo la siguiente discusión:

- Un grupo de expositores afirmo que: “La crisis de valores humanos implica que la situación actual en el área de educación sea crítica”.
- Otro grupo sostuvo que: “Problemas existentes en el sector productivo de Chile influyen para que la situación actual en el área de educación sea crítica”.
- El representante de la iglesia católica afirmo que: “Si existe crisis de valores humanos entre la población chilena”.

Como conclusión el moderador obtuvo la siguiente declaración:

"Existen problemas en el sector productivo chileno, lo que implica la crisis de valores humanos entre la población chilena".

¿Se puede o no concluir a base de esta información, que la conclusión propuesta por el moderador es verdadera?

Solución

Llevando cada expresión al lenguaje formal:

p: existe crisis de valores humanos.

q: la situación actual en el área de educación es crítica.

r: existen problemas en el sector productivo de Chile.

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $r \Rightarrow q$

P3: p

C: $r \Rightarrow p$

Premisa añadida: P5: $\neg(r \Rightarrow p)$

$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow q\} \wedge \{p\} \wedge \{\neg(r \Rightarrow p)\}]$	Planteamiento
$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow q\} \wedge \{p\} \wedge \{\neg(\neg r \vee p)\}]$	Ley del Condicional
$[\{p \Rightarrow q\} \wedge \{r \Rightarrow q\} \wedge \{p\} \wedge \{r \wedge \neg p\}]$	Ley de Morgan
$[\{p\} \wedge \{r \wedge \neg p\}]$	R3
$[\{p\} \wedge \{\neg p\}]$	R3
$\{p\} \wedge \{\neg p\}$	Ley de la Contradicción

Luego, la conclusión propuesta por el moderador es válida.

Estrategias Metodológicas

El método del absurdo también se puede plantear haciendo el uso de las tablas de verdad de cada operador lógico inmerso en la expresión. El proceso que se sigue es:

- Si se desea demostrar que el razonamiento es válido (1) se empieza asumiendo que es falso (0)
- Se aplica los valores en las diferentes premisas de la fórmula dependiendo de los operadores lógicos que estén presentes.
- Se debe llegar a una contradicción [que tiene la forma $p \wedge \neg p$].
- Si se llega a la contradicción se ha demostrado, mediante el método del absurdo, que el razonamiento es válido, dado que se ha demostrado que el razonamiento es falso. (p no puede valer 0 y 1 al mismo tiempo)

- Si, en cambio, se desea demostrar que el razonamiento no es válido se procederá a dar el valor de verdadero (1) a la fórmula proposicional.

Para emplear este método el lector debe dominar las tablas de verdad de cada operador lógico.

EJEMPLO 5: Mediante el método del absurdo analice la validez del siguiente razonamiento.

Si es honrado, se tiene escrúpulos; si es timador no se tiene escrúpulos. No se puede ser honrado y timador al mismo tiempo.

SOLUCIÓN

p: se es honrado.

q: se tiene escrúpulos.

r: se es timador.

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $r \Rightarrow \neg q$

C: $\neg(p \wedge r)$

Planteamiento: $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow \neg q)] \Rightarrow \neg(p \wedge r)$

1 1 1 0 0

$\boxed{0}$

1 1 1 1 0

1 $\boxed{1}$ 1 1

1 0

0

EJEMPLO 6: Demuestre por el método indirecto (utilizando la presentación gráfica) que las siguientes fórmulas son tautologías.

a) $\{(p \Rightarrow q) \wedge \neg q)\} \Rightarrow \neg q$

1 1 $\boxed{0}$ 0

1 $\boxed{1}$ 0

1 0

0

Como a) es verdadera (1) se ha supuesto que es falsa (0) y se a llegado a una contradicción ($\neg q$ no puede valor 0 y 1 al mismo tiempo).

Luego, como la contradicción no se puede dar, se deduce que la única alternativa que queda es que a) sea verdadera.

b) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$

1 1 0 1 1 0

$\boxed{\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}}$

1 1 1 0

1 0

0

Nótese que se parte negando la fórmula luego se ha obtiene una contradicción que se la ha encerrado.

c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

1 1 0 0

1 1

$\boxed{1}$

$\boxed{0}$

Otra forma:

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

1 0 1 0

0 0

$\boxed{1}$

$\boxed{0}$

Para concluir, se puede decir que no existe un proceso general que diga cuando se ha de usar una demostración directa y cuando se ha de usar una demostración indirecta.

En general, una demostración indirecta viene sugerida por un conjunto de premisas del cual no se ve fácilmente un punto de partida para la demostración. En tal situación, tal vez añadiendo una premisa, la negación de la conclusión deseada, se pueda encontrar el lugar por donde empezar.

Sección de Problemas 1.4.3

Demuestre la validez de las conclusiones siguientes utilizando el método del absurdo.

1.220) Demuestre: r
P1: $\neg(p \wedge q)$
P2: $\neg r \Rightarrow q$
P3: $\neg p \Rightarrow r$

1.221) Demuestre: $\neg(t \vee s)$
P1: $\neg r \vee \neg b$
P2: $t \vee s \Rightarrow r$
P3: $b \vee \neg s$
P4: $\neg t$

1.222) Demuestre: $\neg p$
P1: $p \Rightarrow \neg q$
P2: $r \Rightarrow q$
P3: $r \vee s$
P4: $\neg s$

1.223) Demuestre: $s \wedge r$
P1: $(r \wedge s) \vee p$
P2: $q \Rightarrow \neg p$
P3: $t \Rightarrow \neg p$
P4: $q \vee t$

1.224) Demuestre: $\neg p$
P1: $r \Rightarrow t$
P2: $s \Rightarrow q$
P3: $t \vee q \Rightarrow \neg p$
P4: $r \vee s$

1.225) Demuestre: $\neg p$
P1: $\neg(p \wedge q)$
P2: $p \Rightarrow r$
P3: $q \vee \neg r$

1.226) Demuestre por el método indirecto (utilizando la presentación gráfica) que las siguientes fórmulas son tautologías.

a) $\{\{(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)\} \wedge (p \vee r)\} \Rightarrow (q \vee s)$

b) $((p \Rightarrow (q \Rightarrow r))) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$

1.227) Demuestre la validez del razonamiento empleando el método del absurdo.

O el testigo no dice la verdad o Juan estaba en casa alrededor de las 23H00. Si Juan estaba en casa alrededor de las 23H00, entonces, él vio a su tío. Si vio a u tío, entonces, él sabe quién estuvo antes. Por tanto, si el testigo dice la verdad, entonces, Juan sabe quién estuvo antes.

1.228) Con las siguientes proposiciones:

m: Yo gano las elecciones

n: Guayaquil tiene buses articulados.

p: Ustedes tienen transporte.

Se construye los siguientes razonamientos, determine cuál de ellos no es válido, empleando el método del absurdo.

a) $\{(m \Rightarrow n) \wedge (n \Rightarrow p)\} \Rightarrow (m \Rightarrow p)$

b) $\{(m \Rightarrow \neg n) \wedge (n \Rightarrow p)\} \Rightarrow (p \vee \neg n)$

c) $\{(m \Rightarrow n) \wedge \neg m\} \Rightarrow \neg n$

d) $\{\neg m \wedge (\neg n \Rightarrow m)\} \Rightarrow n$

e) $\{(m \Rightarrow n) \wedge (n \Rightarrow p) \wedge \neg p\} \Rightarrow \neg m$

1.229) Demuestre la validez del siguiente razonamiento usando el método del absurdo.

Si los políticos trabajarán en beneficio del país, la corrupción disminuiría. La corrupción no disminuirá, sin embargo, el pueblo no reaccionará. Si disminuyen las fuentes de trabajo, la población reaccionará. Por consiguiente, no es verdad que: los políticos trabajen o que las fuentes de trabajo disminuyen.

1.230) Demuestre: s usando el método del absurdo.

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $q \Rightarrow \neg r$

P3: r

P4: $p \vee (t \wedge s)$

1.231) Dado el antecedente: $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)]$, donde:

p: tengo novia

q: estoy contento

r: tengo dinero

s: me voy a Galápagos

Entonces, se puede concluir que:

a) Si estoy contento o no me voy a Galápagos, entonces, tengo novia y dinero.

b) Si estoy contento o tengo novia, entonces me voy a Galápagos y tengo dinero

c) Si no estoy contento o no me voy a Galápagos, entonces, no tengo dinero o no tengo novia.

d) Si tengo dinero, pero no tengo novia, entonces, estoy contento o no me voy a Galápagos.

e) Si estoy contento y no me voy a Galápagos, entonces, tengo novia o dinero.

Sugerencia: Escriba la fórmula de cada opción y asuma que cada una de ellas es verdadera y luego encuentre una contradicción.

Resumen de las Reglas de Inferencia

R1: Modus Ponendo Ponens

P1: $p \Rightarrow q$

P2: p

C: q

En forma horizontal: $\{(p \Rightarrow q) \wedge p\} \Rightarrow q$

R2: Modus Tollendo Tollens

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $\neg q$

C: $\neg p$

Signos diferentes

En forma horizontal: $\{(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q)\} \Rightarrow \neg p$

Signos diferentes

R3: Simplificativa

P1: $p \wedge q$

C1: p

C2: q

En forma horizontal: $\{p \wedge q\} \Rightarrow p$

o también: $\{p \wedge q\} \Rightarrow q$

R4: Conjuntiva

P1: p

P2: q

C: $p \wedge q$

En forma horizontal: $\{(p) \wedge (q)\} \Rightarrow \{p \wedge q\}$

R5: Modus Tollens Ponens

P1: $p \vee q$

P2: $\neg p$

C: q

Signos diferentes

En forma horizontal: $\{(p \vee q) \wedge (\neg p)\} \Rightarrow q$

R6: Adición

P1: p

C: $p \vee q$

En forma horizontal: $p \Rightarrow (p \vee q)$

R7: Silogismo Hipotético

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $q \Rightarrow r$

C: $p \Rightarrow r$

En forma horizontal: $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\} \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

Resumen

Las principales equivalencias tautológicas son:

$p \vee q \equiv q \vee p$	Propiedad Conmutativa
$p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propiedad Conmutativa
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	Ley de Morgan
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Ley de Morgan
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$	Ley de la Contraposición
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Ley del Condicional
$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	Ley del Bicondicional

El método de demostración directa consiste en que una cadena de proposiciones se forma para deducir la conclusión a partir de las premisas, de tal modo que la última es la conclusión, y cada una de ellas es una premisa o una consecuencia válida de una o de varias proposiciones que la preceden. Dicho método se basa en la aplicación de las reglas de inferencia.

La Regla No.1 llamada también ley de separación nos indica que en un condicional de la afirmación del antecedente se sigue la afirmación del consecuente.

La Regla No.2 llamada ley de inferencia contrapositiva (modus tollendo tollens) establece que si el valor del condicional se acepta como verdadero y el valor de q se sabe que es falso, entonces, se debe aceptar que p es falso.

La Regla No.3 es llamada también de simplificación conjuntiva. De está se puede inferir que si existe p y q se puede deducir p y también q, lo cual se conoce con el nombre de inferencia conjuntiva.

La Regla No.4 llamada ley conjuntiva establece que si dos premisas p y q son verdaderas su conjunción $p \wedge q$ también será verdadera.

La Regla No.5 llamada también simplificación disyuntiva dice que si se acepta $p \vee q$ como verdadero y el de p como falso, entonces, se debe aceptar q como verdadero. Se puede demostrar que esta ley se la puede obtener a partir de la Regla No.1 y de la equivalencia tautológica denominada contraposición $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$

La Regla No.6 llamada ley de la adición establece que si se tiene una proposición p como verdadera, entonces, se puede obtener cualquier proposición $p \vee q$ también como verdadera.

La Regla No.7 del silogismo hipotético llamada también ley de la cadena, es análoga a la propiedad transitiva de la igualdad: si a = b y b = c entonces a = c y, puede generalizarse para un número finito de condicionales.

El método de demostración indirecta consiste en aplicar el principio de la lógica de no contradicción, es decir, que en una proposición no puede ser verdadera la negación y la afirmación, al mismo tiempo. La técnica consiste en suponer que lo que tratamos de probar es deliberadamente falso y su negación es verdadera. Al demostrar que esta última no es válida se obtiene una contradicción.

Problemas de Razonamiento Lógico

1) PESANDO PERLAS Ejercicio adaptado de Océano. (2000)

Se tiene 8 perlas iguales. Iguales en la forma, en el color, en el brillo y en el tamaño. De las 8 existe una perla más liviana. Determinar con sólo 2 pesadas, cuál es la perla más liviana.

2) UBICACIÓN DIFÍCIL

Colocar 10 soldados en cinco filas teniendo cuatro soldados en cada fila.

3) PROMEDIO DE NÚMEROS

El promedio de 5 números es 40. Al eliminar dos de ellos el nuevo promedio es 36. ¿Cuál es el promedio de los dos números eliminados?

Evaluación No.1

1) Indique la alternativa falsa.
a) $p \wedge q \equiv q \wedge p$
b) $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$
c) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
d) $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
e) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

2) Determine la proposición correcta.
a) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q)\} \Rightarrow \neg p$
b) $\{(\neg p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\} \Rightarrow (p \Rightarrow \neg r)$
c) $p \Rightarrow (p \wedge q)$
d) $\{(\neg a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow \neg a)\} \equiv 1$
e) Todas las proposiciones anteriores son falsas.

3) Dadas las premisas:
P1: Si estudio, aprenderé.
P2: Si aprendo, aprobaré el curso.
P3: O práctico tenis o no práctico tenis
P4: No apruebo el curso.
Entonces una conclusión válida es:
a) Estudio
b) No estudio
c) Apruebo el curso
d) Aprendo
e) Si estudio, no aprenderé.

4) Determine la validez del siguiente razonamiento.

Si el colegio Militar Héroes del 41 es un prestigioso plantel, entonces, prepara excelentes estudiantes. Los profesores del colegio Militar Héroes del 41 no son atléticos pero están bien preparados. Si los profesores del colegio Militar Héroes del 41 están bien preparados, entonces es un prestigioso centro educativo. Luego, el colegio Militar Héroes del 41 prepara excelentes estudiantes.

5) Obtenga a como conclusión usando el método del absurdo.
P1: $b \Rightarrow \neg c$
P2: $d \vee e$
P3: $e \Rightarrow b$
P4: $d \Rightarrow b$
P5: $c \vee a$

Evaluación No.2

1) Dadas las siguientes hipótesis.

P1: si el reloj está adelantado, entonces, José llegó antes de las ocho y vio partir el coche de Ana.

P2: si Ana dice la verdad, entonces, José no vio partir el coche de Ana.

P3: el reloj está adelantado.

Una conclusión válida es:

a) José no llegó antes de las ocho.

b) El reloj no está adelantado.

c) José no vio partir el coche de Ana.

d) Ana no dice la verdad.

e) Si José no vio partir el coche de Ana, entonces, Ana dice la verdad.

2) Encuentre una conclusión válida para el siguiente razonamiento.

Si esta figura tiene 3 lados, entonces, es un triángulo. Si esta figura tiene 3 ángulos, entonces, es un triángulo. Esta figura, o tiene 3 lados o tiene 3 ángulos.

3) Uno de los siguientes razonamientos es válido, identifíquelo:

a) Estudio y voy al cine. Luego, no voy al cine.

b) Estudio y si estudio voy al cine. Por lo tanto, no voy al cine.

c) Estudio o no voy al cine, pero estudio. Entonces, voy al cine.

d) Si estudio voy al cine. De aquí que, si estudio o duermo, entonces, voy al cine.

e) Ninguno es válido.

4) Demuestre: s usando las reglas de inferencia.

P1: $r \vee s$

P2: $\neg p$

P3: $q \vee \neg r$

P4: $p \Leftrightarrow q$

5) Demuestre que la siguiente fórmula es tautológica usando el método del absurdo.

$\{(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee r) \wedge (r \Rightarrow \neg s) \wedge (s)\} \Rightarrow q$

Ejercicios de Repaso.– Tomo I

Sección 1.1

1.232) Determine cuál de las siguientes expresiones es proposición, si lo es diga, si es cerrada o abierta, simple o compuesta, escriba su fórmula y obtenga su valor de verdad.

a) En Historia y Física ando mal.

b) La música contribuye a aumentar el razonamiento lógico matemático.

c) En el Ecuador la educación fiscal es de buena calidad, por consiguiente, los profesores son capacitados y evaluados permanentemente.

d) José Joaquín de Olmedo ha sido el más grande poeta épico del Ecuador.

e) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

1.233) Determine la proposición falsa.

a) La mirmecología es una profesión que estudia las hormigas.

b) $\sqrt[3]{-8} = -2i$

c) $\sqrt{-2}\sqrt{-32} = 8$

d) $\tan 30° = \sqrt{3}/3$

e) La capital de Estados Unidos es Washington.

1.234) Separe en proposiciones atómicas las siguientes expresiones y exprese simbólicamente cada literal.

a) Si es medianoche en Ecuador, entonces, es mediodía en China.

b) El equipo que obtenga la mayor cantidad de puntos será el campeón.

c) Si Mireya fue a la capital del Ecuador, luego, conoció la mitad del mundo.

d) Los políticos son corruptos y los profesores no.

e) Ecuador tiene 24 provincias y la capital de la provincia Francisco Orellana es Coca.

Sección 1.2

1.235) Determine la validez del siguiente razonamiento, usando tablas de verdad

Si Barcelona gana el partido final, entonces, es el campeón. Pero Barcelona no es el campeón, entonces, Barcelona no ganó el partido final.

1.236) Traduzca al lenguaje proposicional:

a) Si estudias, aprenderás; si no estudias, te arrepentirás.

b) Si me quieres, te quiero; si no me quieres, te quiero igual.

c) Si llueve, la pista se moja. Si la pista se moja, correr se torna peligroso.

d) Si el freno falla o el camino está con nieve, entonces el coche no parará. Si el coche se revisó, entonces, no falla el freno. Pero el coche no se revisó. Entonces, el coche no parará o el camino no está con nieve.

e) Si el ángulo alfa es igual al ángulo beta, entonces, el ángulo beta es igual a 45º. Si el ángulo beta es igual a 45º, entonces, el ángulo theta es igual a 90º. O el ángulo beta es recto o el ángulo beta no es igual a 90º. El ángulo theta no es recto. Por tanto, el ángulo alfa no es igual al ángulo beta.

1.237) Simbolice las proposiciones siguientes, en donde se definen las proposiciones p, q y r de la siguiente forma:

p: la Filosofía es una interpretación racional del universo.

q: la religión es una interpretación mística del universo.

r: la magia es una interpretación animista del universo.

a) Si la magia es una interpretación animista del universo y la religión es una interpretación mística del universo, entonces, la filosofía es una interpretación racional del universo.

b) Si la filosofía es una interpretación racional del universo, entonces, la magia es una interpretación animista del universo o la religión es una interpretación mística del universo.

c) La religión es una interpretación mística del universo y si la magia es una interpretación animista del universo, entonces, la filosofía no es una interpretación racional del universo.

1.238) Exprese la negación de las siguientes proposiciones:

a) Todos los peces viven en el agua.
b) Ningún mineral es renovable.
c) Todos los minerales son radioactivos.
d) Algunos líquidos conducen la electricidad.
e) Todo libro es útil.

1.239) Si p: él es estudiante y q: él está en clases; traduzca las siguientes fórmulas:

a) $\rceil q$
b) $p \wedge q$
c) $\rceil p \wedge \rceil q$
d) $p \Rightarrow q$
e) $p \Leftrightarrow q$

1.240) En los ejercicios siguientes, escriba con símbolos proposicionales las proposiciones dadas y establezca su valor de verdad sí:

p: $4 + 5 = 9$; q: $3 + 2 = 5$; r: $4 + 2 = 6$ y t: $3 + 2 = 6$

a) $3 + 2 = 5$ o $4 + 2 = 6$ y si $3 + 2 = 6$, entonces, $3 + 2 = 5$
b) ni $4 + 5 = 9$ o $3 + 2 = 6$, ni $4 + 5 = 9$ y $4 + 2 = 6$
c) $4 + 2 \neq 6$ o $4 + 5 \neq 9$, entonces, $3 + 2 \neq 6$

1.241) Determine la validez del siguiente razonamiento, usando tablas de verdad.

Si Coca Cola hace promociones intensas, entonces, venderá su producto. Ya que Coca Cola hace promociones intensas, por lo tanto, venderá su producto.

1.242) Utilizando las tablas de verdad, determine cuáles de las siguientes proposiciones son tautológicas.

a) $\neg(p \wedge \neg p)$

b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

c) $(q \downarrow \neg r) \vee \{r \Rightarrow [r \Rightarrow (r \downarrow \neg q)]\}$

d) $\{(p \Rightarrow q) \wedge p\} \Rightarrow q$

e) $\{p \Rightarrow (q \Rightarrow r)\} \Leftrightarrow \{(p \Rightarrow q) \Rightarrow r\}$

1.243) Escriba la tabla de verdad de las siguientes formas proposicionales:

a) $\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge (p \vee r) \wedge \neg(p \wedge r) \wedge r\} \Rightarrow q$

b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \wedge \neg p)$

c) $(p \wedge \neg r) \wedge (r \Rightarrow \neg q)$

d) $\neg p \Rightarrow \{\neg(p \wedge q)\}$

e) $(p \vee q) \Rightarrow \{p \vee (\neg p \wedge q)\}$

1.244) Identifique las proposiciones atómicas y los operadores lógicos presentes y traduzca al lenguaje formal las siguientes proposiciones.

a) Si x satisface la ecuación $x^2 + 9 = 25$, el triángulo es rectángulo y la longitud de la hipotensa es 4; por el contrario, si x no satisface la ecuación dada, no hay manera de manera de calcular el área del triángulo.

b) Si me quieres, te quiero; si no me quieres, te quiero igual.

1.245) Parafrasear las proposiciones dadas a las formas: “ ... es condición suficiente para ...”, y “... es condición necesaria para ...”. Se supone que las proposiciones son verdaderas.

a) Si una recta es perpendicular a otra, es también perpendicular a toda paralela a esta otra.

b) Dos triángulos son semejantes cuando tienen dos lados proporcionales e igual el ángulo comprendido entre ellos.

1.246) Reescriba las proposiciones verdaderas, usando los términos “condición necesaria” y “condición suficiente”. Indique, además, el valor de verdad del recíproco y del contrarrecíproco.

a) $(3 + 3 = 7) \Rightarrow (10 < 4)$

b) Si 2 ángulos son complementarios, entonces, la suma de sus valores es 90º.

c) Si la suma de 2 números impares es par, la suma de 2 números pares es impar.

d) Machala no es la capital Bananera del Mundo, sólo si es la capital de la provincia de El Oro.

e) Dos rectas son paralelas siempre que sus pendientes sean iguales.

1.247) Dadas las siguientes proposiciones atómicas:

a: Juan ha venido demasiado pronto.

b: María ha venido demasiado tarde.

c: Pedro está enfadado.

Entonces la traducción al lenguaje formal de: Juan ha venido demasiado pronto o María ha venido demasiado tarde, entonces Pedro está enfadado y María ha venido demasiado tarde sólo si Pedro no está enfadado, es:

a) $\{(a \vee b) \Rightarrow c\} \vee (b \Rightarrow c)$
b) $\{c \Rightarrow (a \vee b)\} \wedge (a \Rightarrow \rceil c)$
c) $\{(a \vee b) \Rightarrow c\} \wedge (b \Rightarrow \rceil c)$
d) $\{c \Rightarrow (a \vee b)\} \wedge (b \Rightarrow \rceil c)$
e) $\{c \wedge (a \vee b)\} \vee (a \Rightarrow \rceil c)$

1.248) Determine la validez del siguiente razonamiento, usando tablas de verdad.

Si la víctima tenía dinero en sus bolsillos, entonces, el robo no fue el motivo del crimen. Pero el motivo del crimen fue, o bien el robo, o bien la venganza. Luego, el motivo del crimen debe haber sido la venganza.

1.249) Al lado de cada proposición escrita a continuación se ha puesto el nombre del tipo de proposición a la que pertenece, añada los paréntesis necesarios.

a) Conjunción $\rceil r \vee t \Rightarrow r \wedge s$
b) Condicional $p \Rightarrow \rceil q \wedge s \Leftrightarrow t$
c) Disyunción $t \vee \rceil q \Rightarrow \rceil t \wedge p$
a) Bicondicional $p \vee t \Leftrightarrow p \Rightarrow t \wedge \rceil q$
b) Condicional $\rceil p \vee q \Leftrightarrow t \wedge q \Rightarrow \rceil p$

Sección 1.3

1.250) Determine la inversa y contrarrecíproca de las siguientes proposiciones:

a) Si aprende computación, tiene una herramienta valiosa para triunfar.

b) $x \geq 2$ o $x^2 - x - 2 < 0$

c) Si $x \neq 2$, entonces, $x^2 + x + 4 = 10$

d) Si estudio lógica, aprendo Matemática.

e) Si sen30º = ½, entonces, el ángulo no es obtuso.

1.251) Sean a: te gusta la lógica; b: te gusta este deber. Traduzca las siguientes proposiciones al lenguaje común y además encuentre la inversa, recíproca y contrarrecíproca de cada una de ellas:

a) $a \Rightarrow b$

b) $\rceil a \vee \rceil b$

c) $\rceil b \Rightarrow \rceil a$

d) $(a \vee \rceil a) \Rightarrow b$

e) $\rceil a \Rightarrow \rceil b$

1.252) Determine la inversa, recíproca y contrarrecíproca de las siguientes proposiciones:

a) Si no llueve, entonces no me quedare en casa.

b) Si la corrupción continúa, no habrá desarrollo social ni económico.

c) Si Ecuador clasifica nuevamente al mundial de fútbol, los aficionados al futbol estarán felices.

d) Si $a > b \Rightarrow b < a$

e) Si no tienes novia, no estás contento.

1.253) Considere el siguiente enunciado: "Si x es menor que cero, entonces x no es positivo". La contrarrecíproca de este enunciado es:

a) Si x es positivo, entonces x no es menor que cero.

b) Si x es menor que cero, entonces x no es positivo.

c) Si x es menor que cero, entonces x es negativo.

d) Si x es mayor que cero, entonces x es positivo.

e) Si x es igual a cero, entonces x no es positivo.

1.254) Mediante las propiedades del álgebra de proposiciones o con tablas de verdad determine si las siguientes equivalencias se cumplen.

a) $\{(p \wedge q) \downarrow p\} \Rightarrow (q \wedge \neg p) \equiv p \vee q$

b) $\{p \Rightarrow (p \downarrow \neg q)\} \vee (q \wedge \neg p) \equiv \neg p$

c) $(p \Rightarrow q) \downarrow \neg(\neg q \wedge p) \equiv p \wedge \neg q$

d) $\{(r \Rightarrow p) \wedge \neg r\} \wedge (p \Rightarrow r) \equiv \neg p \wedge \neg r$

e) $\{((p \Leftrightarrow q) \wedge r) \Rightarrow p\} \Leftrightarrow (\neg r \vee (p \vee q))$

1.255) Analice si las siguientes equivalencias son correctas:

a) $(p \Rightarrow q) \vee r \equiv p \Rightarrow (q \vee r)$

b) $(p \Rightarrow q) \wedge r \equiv p \Rightarrow (q \wedge r)$

c) $(p \wedge q) \vee r \equiv p \wedge (q \vee r)$

d) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \wedge (q \Rightarrow r)$

e) $(p \vee q) \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r)$

1.256) Apliqué las Leyes de Morgan a cada literal.

a) $\neg(\neg p \wedge q)$

b) $\neg\neg p \wedge \neg q$

c) $p \Rightarrow q$

d) $\neg p \vee \neg q$

e) $\neg(p \Rightarrow q)$

1.257) ¿Qué se puede concluir de las premisas dadas utilizando las Leyes de Morgan?.

a) O los arácnidos no son insectos o no tienen ocho patas.

b) No ocurre que: o el aire es un buen conductor del calor o el agua es un buen conductor del calor.

c) No es verdad que los murciélagos son pájaros y que las focas son peces.

1.258) Simplifique: $\{\neg(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \underline{\vee} q)\} \wedge q$

1.259) Simplifique la proposición: $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$

1.260) Encuentre una proposición que sea lógicamente equivalente a la expresión:

$p \Leftrightarrow \{(q \vee p) \wedge (p \wedge q)\}$

1.261) Demuestre la siguiente equivalencia lógica: $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

1.262) Demuestre que las siguientes equivalencias son tautológicas.

a) $(p \Rightarrow q) \equiv (\rceil q \Rightarrow \rceil p)$
b) $(p \Rightarrow q) \equiv (\rceil p \vee q)$
c) $(p \underline{\vee} q) \equiv (p \vee q) \wedge \rceil(p \wedge q)$
d) $(p \downarrow q) \equiv (\rceil p \wedge \rceil q)$
e) $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

1.263) Demuestre que las siguientes equivalencias son tautológicas.

a) $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
b) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
c) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
d) $\rceil(p \wedge q) \equiv \rceil p \vee \rceil q$
e) $\rceil(p \vee q) \equiv \rceil p \wedge \rceil q$

1.264) Dadas las proposiciones atómicas: a: los niños son cariñosos con sus padres.

b: los padres se sienten felices. La traducción formal de la proposición: “basta que los niños sean cariñosos con sus padres para que estos se sientan felices” es:

a) $(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$
b) $\rceil(a \wedge \rceil b)$
c) $b \wedge (\rceil a \vee b)$
d) $(a \vee b) \wedge \rceil(a \wedge b)$
e) $\rceil a \vee (a \vee b)$

1.265) Si la proposición $\rceil\{(a \wedge \rceil b) \Rightarrow \rceil c\}$ es verdadera, entonces, una de las siguientes proposiciones es falsa, identifíquela:

a) $(\rceil a \vee b) \Rightarrow c$
b) $(a \Rightarrow \rceil b) \Rightarrow c$
c) $\rceil[(\rceil a \vee b) \Rightarrow \rceil c]$
d) $(\rceil a \wedge b \wedge c) \Rightarrow a$
e) $\rceil a \vee \rceil b \vee c$

1.266) Si la fórmula proposicional $\{(\rceil p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge \rceil q\} \Rightarrow \rceil r$ es falsa, entonces, una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela:

a) $r \Rightarrow q \equiv 1$

b) $(q \vee \neg r) \Rightarrow p$

c) $(\neg p \vee q) \equiv 0$

d) $(\neg r \wedge p) \equiv \neg p$

e) $\neg r \vee p$

1.267) Si la fórmula $\{(\neg p \Rightarrow (q \wedge r)) \wedge (q \wedge p)\} \Rightarrow \neg r \equiv 0$, entonces, es verdad que:

a) $p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0$

b) $p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 1$

c) $p \equiv 0, q \equiv 0, r \equiv 1$

d) $p \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 1$

e) $p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$

1.268) Empleando las leyes del álgebra de proposiciones simplifique, a su mínima expresión, las siguientes fórmulas.

a) $p \wedge (q \vee p)$

b) $(p \Rightarrow \neg q) \vee (p \vee \neg q)$

c) $(p \Rightarrow \neg q) \wedge \{(\neg p \vee \neg q) \vee q\}$

d) $(p \wedge q) \vee (\neg q \vee \neg p)$

e) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$

1.269) Una forma proposicional lógicamente equivalente a:

$(a \vee b) \Rightarrow (c \wedge \neg a)$, es:

a) $(a \vee b) \Rightarrow c$

b) $\neg a \wedge (\neg b \vee c)$

c) $a \Rightarrow (b \wedge \neg c)$

d) $(a \vee b) \Rightarrow c$

e) $[(a \wedge b) \vee c] \Rightarrow \neg a$

1.270) La contrarrecíproca de la proposición: “Si El niño es un fenómeno o un desastre natural, entonces, no es una simple lluvia o un mal pasajero” es:

a) Si El Niño es una simple lluvia y no un mal pasajero, no es un fenómeno y no es un desastre natural.

b) El Niño no es un fenómeno ni un desastre natural, porque es un mal pasajero y no una simple lluvia.

c) El Niño es un fenómeno, desastre natural, simple lluvia y un mal pasajero.

d) El Niño no es un fenómeno ni desastre natural, si es una simple lluvia y un mal pasajero.

e) El Niño no es una simple lluvia o un mal pasajero sólo si no es un fenómeno.

1.271) La negación de: "Si sales bien en el examen, te invitaré a pasear", es:

a) No te invitaré a pasear y saldrás bien en el examen.
b) No saldrás bien en el examen y te invitaré a pasear.
c) No saldrás bien en el examen y no te invitaré a pasear.
d) Te invitaré a pasear si no sales bien en el examen.
e) Te invitaré a pasear.

1.272) Simplifique: $\{(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)\} \downarrow (p \wedge \neg q)$

Sección 1.4

Demuestre la validez de los siguientes razonamientos del 1.273 al 1.279, usando las reglas de inferencia.

1.273) Si Barcelona gana el partido final, entonces, Barcelona es el campeón, pero Barcelona no es el campeón entonces Barcelona no ganó el partido final.

1.274) Si un número es divisible para 2 y para 3, es divisible para 6. Entonces, si un número es divisible para 2 pero no para 6; no es divisible para 3.

1.275) Si Coca Cola hace promociones intensas, entonces, venderá su producto. Ya que Coca Cola hace promociones intensas por lo tanto Coca Cola venderá su producto.

1.276) Estás preparado o no lo estás. Si estás preparado llegarás a la otra orilla. Si no estás preparado no llegarás a la otra orilla. Si estás preparado no seguirás entrenando. Por lo tanto, seguirás entrenando siempre y cuando no llegues a la otra orilla.

1.277) Si nuestros jugadores de fútbol aspiran a su propia grandeza nos decepcionan. Si son excelentes, aspiran su propia grandeza. Si no lo son, causan nuestra decepción. Por tanto, nuestros jugadores de fútbol nos decepcionan.

1.278) O las privatizaciones son malas o los políticos son corruptos. Si existiera control, entonces, los políticos no serían corruptos. Las privatizaciones son buenas. Por lo tanto no hay control.

1.279) Si hoy es jueves, mañana es viernes. Mañana no es viernes. Luego, hoy no es jueves.

1.280) Demuestre: a

P1: $b \vee a$

P2: $b \Rightarrow c$

P3 $c \Rightarrow (d \wedge e)$

P4: $e \wedge d \Rightarrow f \vee g$

P5: $b \Rightarrow \rceil (g \vee f)$

1.281) Demuestre: $s \wedge t$

P1: $\rceil (p \vee \rceil r)$

P2: $q \vee p$

P3: $r \Rightarrow s$

P4: $(q \wedge s) \Rightarrow (t \wedge s)$

1.282) Demuestre la validez del siguiente razonamiento. Sugerencia: Use equivalencias tautológicas.

Si Juan gana, entonces, Luis o Esteban serán segundos. Si Luis es segundo, entonces, Juan no ganará. Si Pedro es segundo, entonces, Esteban no será segundo. Por tanto, Si Juan gana, entones Pedro no será segundo.

1.283) Dadas las premisas:

P1: Si estudio, aprenderé.

P2: Si aprendo, aprobaré el curso.

P3: O práctico tenis o no práctico tenis

P4: No apruebo el curso.

Entonces una conclusión válida es:

a) Estudio
b) No estudio
c) Apruebo el curso
d) Aprendo
e) Si estudio, no aprenderé.

1.284) Encuentre una conclusión válida para el siguiente conjunto de premisas:

P1: $\rceil(p \vee s)$

P2: $q \Rightarrow p$

1.285) Determine la validez del siguiente razonamiento.

Si la Unidad Educativa Santa María es un prestigioso plantel, entonces, prepara excelentes estudiantes. Los profesores de la Unidad Educativa Santa María no son gordos pero están bien preparados. Si los profesores de la Unidad Educativa Santa María están bien preparados, entonces es un prestigioso centro educativo. Luego, la Unidad Educativa Santa María prepara excelentes estudiantes.

1.286) Demuestre, por dos métodos diferentes, que la conclusión siguiente es válida:

P1: $p \Rightarrow q$

P2: $r \Rightarrow q$

C: $(p \vee r) \Rightarrow q$

1.287) Demuestre que la regla de inferencia del Silogismo Hipotético es una equivalencia tautológica empleando el método del absurdo.

1.288) Demuestre: $r \wedge q$ empleando el método del absurdo.

P1: $p \vee q$

P2: $s \Rightarrow q \wedge r$

P3: $p \Rightarrow s$

P4: $q \Rightarrow s$

1.289) Demuestre: $o \vee q$ usando el método del absurdo.

P1: $n \Rightarrow o$

P2: $p \Rightarrow q$

P3: $\neg n \Rightarrow (\neg p \Rightarrow r)$

P4: $\neg r$

1.290) Determine la validez del siguiente razonamiento.

Se aprendo lógica, entonces, aprendo Matemática. Si aprendo Matemática, entonces, no copio los deberes. Sin embargo, copio los deberes. Si no aprendo lógica, entonces, estudio música o ajedrez. Por lo tanto estudio ajedrez.

1.291) Demuestre la siguiente equivalencia tautológica usando las leyes del álgebra de proposiciones: $\{(p \Rightarrow q) \Rightarrow r\} \Rightarrow p \equiv r \Rightarrow p$

Problemas de Razonamiento Lógico

1) Rompecabezas Especial

Las piezas de un rompecabezas rectangular son 9 cuadrados. Ninguno de los cuadrados tiene igual longitud; dichos lados tiene respectivamente longitudes iguales a 1m, 4m, 7m, 8m, 9m, 14m, 15m y 18m. ¿Cómo deben ubicarse las piezas para armar el rompecabezas?

2) Suma Especial

En la suma de abajo, cada una de las letras representa un dígito, y letras diferentes representan dígitos diferentes. ¿Qué número de cuatro dígitos representa OLLA?

$$\begin{array}{l} \quad T\ E \\ +\ A\ T\ O \\ \hline O\ L\ L\ A \end{array}$$

3) Número de Alumnos

Contando los estudiantes de una clase de 4 en 4 sobran 2 y contando de 5 en 5 sobra 1. Si se sabe que 15 estudiantes son niñas y que en esta clase el número de niñas es mayor que el número de niños, determine el número de niños en esta clase.

Evaluación No.1

1) Dado el siguiente razonamiento $P1 \wedge P2 \wedge P3 \wedge P4 \Rightarrow C$; donde:

P1: sí $\alpha = \beta$ entonces $\beta = 45º$

P2: sí $\beta = 45º$ entonces $\theta = 90º$

P3: o β es recto o el θ no es ángulo recto.

P4: el $\beta \neq 90º$

Entonces, una conclusión que valida el razonamiento es:

a) $\alpha = \beta$

b) $\rceil(\alpha = \beta)$

c) $\theta = 90º$

d) $\beta = 45º$

e) $\theta = 45º$

2) Demuestre la validez del siguiente razonamiento:

Si el gobierno genera fuentes de trabajo, los trabajadores se sentirán felices. Si el rendimiento laboral de los trabajadores mejora, su ingreso aumenta. Los trabajadores no se sienten felices y su ingreso no se incrementa. Por tanto, el gobierno no genera fuentes de trabajo.

3) Dado el razonamiento: “O la mayoría de los políticos son corruptos o el pueblo no reaccionara al alza de tarifas. Si los sindicatos no representan la opinión de los trabajadores, el pueblo reaccionará al alza de tarifas. O los sindicatos no representan a la opinión de los trabajadores o Ecuador es un país sin brújula. Ecuador es un país sin brújula. Una de las siguientes conclusiones haría al razonamiento verdadero, identifíquela.

a) Los trabajadores representan la opinión de los trabajadores.

b) Si el pueblo reacciona al alza de tarifas, entonces, los sindicatos representan la opinión de los trabajadores.

c) La mayoría de los políticos son corruptos.

d) Si los sindicatos representan la opinión de los trabajadores, Ecuador no es un país con brújula.

e) El pueblo no reaccionara al alza de tarifas.

4) Demuestre: r empleando las leyes de inferencia.

P1: $\rceil p$

P2: $q \Rightarrow p$

P3: $q \vee s$

P4: $t \Rightarrow \rceil s$

P5: $\rceil t \Rightarrow r$

5) Determine la opción correcta para que la siguiente fórmula proposicional sea falsa: $[(p \Rightarrow \rceil q) \wedge (r \Rightarrow \rceil p) \wedge (q)\} \Rightarrow r$

a) $p \equiv 0; q \equiv 1; r \equiv 0$

b) $p \equiv 1; q \equiv 1; r \equiv 0$

c) $p \equiv 0; q \equiv 0; r \equiv 0$

d) $p \equiv 0; q \equiv 1; r \equiv 1$

e) $p \equiv 1; q \equiv 0; r \equiv 0$

Evaluación No.2

1) Realice la tabla de verdad de: $[(p \Rightarrow \rceil q) \wedge (\rceil q \Rightarrow r) \wedge \rceil r] \Rightarrow p$

2) Dadas las proposiciones: p: Invierto nuestro dinero en pólizas; q: No depósito nuestro dinero en una cuenta corriente. Traduzca al lenguaje de proposiciones de: “Si invierto nuestro dinero en pólizas, lo deposito en una cuenta corriente”.

3) Determine la proposición falsa:

a) $\rceil p \vee q \equiv p \Rightarrow q$

b) $p \wedge \rceil p \equiv 0$

c) $p \wedge (p \vee q) \equiv q$

d) $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow \rceil q)] \Rightarrow (p \Rightarrow \rceil r)$

e) $\{(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow s) \wedge (q \Rightarrow \rceil t)] \Rightarrow (s \vee \rceil t)$

4) Simplifique la expresión: $[(p \wedge \rceil q) \Rightarrow 0]$

5) Demuestre: $\rceil p$, empleando cualquier método.

P1: $p \Rightarrow \rceil q$

P2: $\rceil r \Rightarrow q$

P3: $\rceil r \vee s$

P4: $\rceil s$

Bibliografía

Castillo, E. (1999). Lógica y Conjuntos. Primera Edición. Machala – Ecuador: Imprenta Bolívar.

Conan. A, (2004). Las Aventuras de Sherlock Holmes.

ESPOL, (2008). Matemáticas Básicas. Primera Edición. Guayaquil – Ecuador: Editorial Imprenta ESPOL.

Lara, F. (2003). Lógica Matemática. Segunda Edición. Ecuador.

Malba, T. (2005)- El Hombre que Calculaba. Segunda Edición. Bogotá – Colombia: Ediciones Universales

OCEANO; (2000). Enciclopedia Didáctica de Matemáticas. Primera Edición. España: Océano Grupo Editorial S.A.

Proaño, V. (2004). Lógica Conjuntos Estructuras. Quito – Ecuador: Editorial Edicumbre.

Seymour, L. (2006). Matemáticas para Computación. México: Editorial McGraw – Hill.

Suppes, P. & Hill, S. (2002). Introducción a la Lógica Matemática. España: Editorial Reverte.

Respuestas a Problemas Tomo I

Capítulo 1

En los ejercicios de la sección 1.1 si no se indica otra cosa, las proposiciones se las ha extraído en forma positiva de los razonamientos y en el orden p, q, r, s, t, ...

SECCIÓN DE PROBLEMAS 1.1: PROPOSICIONES

1.1) a) Verdadero; b) Verdadero; c) Falso; d) Verdadero; e) Falso

1.3) a) No; b) Si, Compuesta; $p \land \rceil q$; c) Si, Compuesta; $\rceil p \Rightarrow q$; d) Si; Simple; p; e) No

1.5) a) Abierta; No es posible; b) Cerrada; Verdadera; c) Abierta; Verdadera;
d) Cerrada; Verdadera; e) Cerrada; Verdadera

1.7) e)

1.8) c)

1.9) d)

1.10) e)

1.11) e)

1.12) d)

1.13) c)

EVALUACIÓN NO.1 CAPÍTULO 1 SECCIÓN 1

1) a) Si; Cerrada; Verdadera; b) No; c) Si; Abierta; No es posible; d) Si; Cerrada; Falsa;

2) a) Simple; Abierta; Verdadera; b) Compuesta; condicional;
c) Simple; Cerrada; Verdadera; d) Compuesta; conjunción

3) a)
4) d)

EVALUACIÓN NO.2 CAPÍTULO 1 SECCIÓN 1

1) c)
2) b)
3) a) si; b) si; c) no; d) si; e) no
4) a) abierta; b) cerrada; c) cerrada; d) abierta; e) abierta

SECCIÓN DE PROBLEMAS 1.2: OPERADORES LÓGICOS

1.15) a) $x^2-2 \leq 2x$; No es posible

b) La superficie del Ecuador no es de 256370 km^2; falso.

c) $|-5| = 5$; Verdadero.

d) Es falso que la gratitud es importante en la formación del individuo; No es posible.

e) No es verdad que: La mayoría de la población cree en los políticos o en los banqueros; No es posible.

1.17)

a) Algunos hombres virtuosos no son felices.
b) Ninguna ave que vuela es águila.
c) Algunos trabajos son inútiles.
d) Todos los políticos son corruptos.
e) Ningún estudiante de geometría estudia inglés.

1.19) a) $\neg p \Rightarrow (q \wedge r)$; 1; b) $(p \wedge q) \Rightarrow \neg r$; No es posible; c) $p \veebar q$; No es posible;

d) $p \Leftrightarrow q$; 0; e) $p \wedge q$; 1

1.21) a) $(p \Rightarrow \neg q) \wedge r$; b) $p \wedge q$; c) $p \Rightarrow (q \wedge r)$; d) $\neg p$; e) $p \Leftrightarrow q$

1.23) a) Verdadero; b) Verdadero; c) Verdadero; d) Falso; e) Verdadero

1.25) a) $((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow \neg q)) \Rightarrow \neg(p \wedge r)$

b) $((q \Rightarrow r) \wedge (p \Rightarrow \neg r)) \Rightarrow \neg(p \wedge q)$

1.27)

p	q	a)	b)	c)	d)	e)
1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0

1.28)

p	q	a)	d)
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

p	q	r	b)	c)	e)
1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	1	1

1.29)

p	q	a)	c)	e)
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	1

p	q	r	b)	d)
1	1	1	1	1
1	1	0	1	0
1	0	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	1	1
0	1	0	1	0
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0

1.31)

p	q	a)	c)
1	1	0	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	0	0

p	q	r	b)	d)	e)
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0

1.32)

p	q	a)	c)
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1

p	q	r	b)	d)	e)
1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0

1.33) c)
1.34) c)
1.35) b)
1.37) d)
1.38) Todas son tautológicas.
1.39) a) $\{(p \vee q) \wedge (p) \wedge (p \Rightarrow \neg q)\} \Rightarrow \neg q$; es válido
b) $\{(\neg p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow \neg q) \wedge (r \Rightarrow \neg p)\} \Rightarrow \neg r$; es válido
c) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p)\} \Rightarrow q$; es válido
1.40) a) $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(p \wedge \neg r) \Rightarrow \neg q]$; es válido
b) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge (p \vee \neg r] \Rightarrow q$; no es válido
1.41) a) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee r) \wedge (p)\} \Rightarrow \neg r$; no es válido
b) $\{(\neg p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (\neg q)\} \Rightarrow \neg r$; no es válido
c) $\{(p \Leftrightarrow q) \wedge (q) \wedge (r \vee \neg p)\} \Rightarrow \neg r$; no es válido
1.42) a) $\{(p \vee \neg q) \wedge (q) \wedge (r \Rightarrow p)\} \Rightarrow r$; no es válido
b) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \wedge r)\} \Rightarrow p$; no es válido
1.43) c)
1.44) d)
1.45) e)
1.46) a) $\{(p \Rightarrow \neg q) \wedge [(p \vee r) \wedge \neg (p \wedge r)] \wedge r\} \Rightarrow q$; no es válido
b) $\{(p =\Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow r) \wedge (\neg r)\} \Rightarrow p$; no es válido

1.32)

p	q	a)	d)
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0

p	q	r	b)	c)	e)
1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1

1.48) c)
1.49) e)
1.51) Si obtendrá el cargo.

EVALUACIÓN NO.1 CAPÍTULO 1 SECCIÓN 2

1) a) Algunos político son sinceros.
   b) $x + 2 \geq 3$
   c) $i^2 = 1$
   d) Algunos estudiantes no son capaces de aprender matemáticas.
   e) $3 + 5 < 8$

2)

p	q	r	$[\{(\neg q \vee p) \wedge \neg q\} \Rightarrow r] \vee p$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

3) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee r) \wedge (\neg r \Rightarrow \neg s)\} \Rightarrow \neg q$
4) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg r \Rightarrow \neg s) \wedge (s)\} \Rightarrow q$; es válido
5) d)

EVALUACIÓN NO.2 CAPÍTULO 1 SECCIÓN 2

1) d)

2) a)

3)

a)	b)
1	1
1	1
1	1
0	1
1	
1	
0	
1	

4) El razonamiento es válido.

Sección de Problemas 1.3: Álgebra de Proposiciones

1.53) a) $q \wedge (\neg p \wedge t)$; b) 1; c) $\neg p \vee q$; d) 0; e) $\neg(p \wedge q)$

1.55) a) $\neg p \vee q$
b) $\neg p$
c) $q \vee \neg p$
d) 1
e) $p \vee \neg q$

1.56) a) $p \vee q$
b) $q \vee \neg p$
c) q
d) $p \vee q$
e) $q \vee \neg p$

1.57) a) a
b) q
c) $\neg p$
d) $\neg q \wedge p$
e) a

1.58) e)
1.59) b)
1.60) b)
1.61) c)
1.62)

a) $q \Rightarrow p$	b) $p \Rightarrow q$	c) $\neg p \Rightarrow \neg q$	d) $\neg p \Rightarrow \neg q$	e) $q \Rightarrow \neg p$	Inversa
$\neg p \Rightarrow \neg q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$	$q \Rightarrow p$	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow \neg q$	Recíproca
$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\neg\ q \Rightarrow \neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow q$	Contrarecíproca

1.63) a) Inversa: Si Usted no lee El Telégrafo, no está bien informado.
Recíproca: Si Usted esta bien informado, entonces, lee El Telégrafo.
Contrarrecíproca: Si Usted no esta bien informado, no lee El Telégrafo.
c) Inversa: Si una figura no es un rectángulo, entonces, no es un cuadrilátero.
Recíproca: Si es un cuadrilátero, es un rectángulo.
Contrarrecíproca: Si no es un cuadrilátero, no es un rectángulo

1.65) b)
1.66) a)
1.67) d)
1.69) b)
1.71) e)
1.73) e)
1.75) a) $p \Rightarrow \neg q$; b) $\neg(p \wedge q)$; c) $\neg(p \Rightarrow \neg q)$; d) $\neg p \wedge q)$; e) $\neg(s \wedge \neg t)$

1.77) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$	Expresión Original
$(p \wedge q) \Rightarrow \{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)\}$	Bicondicional
$\neg(p \wedge q) \vee \{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)\}$	Equivalencia Útil
$\neg(p \wedge q) \vee \{(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)\}$	Equivalencia Útil
$(\neg p \vee \neg q) \vee \{(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)\}$	Ley de Morgan
$\{(\neg p \vee \neg q) \vee (\neg p \vee q)\} \wedge \{(\neg p \vee \neg q) \vee (\neg q \vee p)\}$	Distributiva
$\{(\neg p \vee \neg p) \vee (\neg q \vee q)\} \wedge \{(\neg q \vee \neg q) \vee (\neg p \vee p)\}$	Asociativa
$\{(\neg p) \vee (\neg q \vee q)\} \wedge \{(\neg q) \vee (\neg p \vee p)\}$	Idempotencia
$\{(\neg p) \vee (1)\} \wedge \{(\neg q) \vee (1)\}$	Ley de Tercer Excluido
$1 \wedge 1$	Absorción
1	Ley de Identidad

1.85) d)

1.87) Tiene Razón

Evaluación No.1 Capítulo 1 Sección 3

1) a) $\neg(\neg p \wedge \neg q)$; b) $\neg(\neg p \vee q)$; c) $\neg(\neg s \wedge \neg t)$; d) $\neg p \wedge q$; e) $\neg(p \vee q)$

2) c)

3) c)

4) 1

Evaluación No.2 Capítulo 1 Sección 3

1) c)

2) a)

4) e)

Sección 1.4.2 Reglas de Inferencia

Regla No. 1

1.89) a) El reloj es fino; b) Mañana es Domingo; c) $x^2 > 125$; d) Se formarán nubes;

e) Pierdo el año

1.91) Él esta en el estadio.

1.93) No se puede deducir nada.

1.103) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (p)\} \Rightarrow r$; válido

1.105) $\{(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow r) \wedge (\neg p) \Rightarrow C$; C: Juana se enoja.

1.107) Conclusión: b

Regla No. 2

1.109) $[(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (\neg r)] \Rightarrow \neg q$

Conclusión: Sus padres no se sentirán orgullosos.

1.110) a) Un ángulo de un triángulo no es mayor de 90º.

b) El arriendo no se mantiene válido.

c) Matilde no es mi hermana.

1.111) c)

1.113) c)

1.114) a) $\neg p$; b) $\neg r$

1.123) Conclusión: No me aburro

1.125) c)

Regla No. 3

1.127) a) C1: El número atómico del hidrógeno es 1

C2: El número atómico del helio es 2

b) C1: Determinados banqueros del Ecuador son corruptos.

C2: Determinados banqueros del Ecuador son e irresponsables.

1.131) a) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge (p \wedge s)\} \Rightarrow \neg r$; es válido

b) $\{(\neg p \vee \neg q) \wedge [(\neg q \vee \neg s) \Rightarrow p] \wedge (q)\} \Rightarrow s$; es válido

1.133) Una conclusión válida es:

El colegio La Inmaculada prepara excelentes estudiantes.

Regla No. 4

1.136) C: $c \wedge a$

1.139) C: $\neg(p \vee q)$

1.141) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (\neg q \wedge \neg s)\} \Rightarrow (\neg p \wedge \neg r)$; es válido

Regla No. 5

1.156) $[(p \Rightarrow (q \wedge r))) \wedge (s \Rightarrow \neg r) \wedge (s \vee t) \wedge (p)] \Rightarrow C$

Conclusión: Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

1.157) $[(\neg p) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (q \vee r) \wedge (s \Rightarrow \neg r) \wedge (\neg s \Rightarrow t) \wedge \neg(\neg s \wedge t)] \Rightarrow C$

Conclusión: s: Soy falso

1.159) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg r \Rightarrow s) \wedge (\neg s)] \Rightarrow q$; es válido

1.160) $[(p \vee q) \wedge (\neg q)] \Rightarrow p$; es válido

1.161) $[\{p \Rightarrow (q \vee r)\} \wedge (q \Rightarrow \neg p) \wedge (s \Rightarrow \neg r) \wedge (p)] \Rightarrow \neg s$; es válido

1.162) $[(p \vee q) \wedge (r) \wedge (r \Rightarrow \neg q)] \Rightarrow \neg q$; no es válido

1.163) d)

1.165) c)

1.166) C: $\neg r$

1.167) C: $\neg s$

Regla No. 6

1.173) Existen infinitas soluciones para cada caso. Unas posibles son:

a) $(t \wedge s) \vee p$

b) $(p \vee t) \vee q$

c) $(p \Rightarrow q) \vee \neg s$

d) $(q \vee \neg p) \vee q$

e) $(r \Leftrightarrow s) \vee (s \wedge r)$

1.176) $[(p \wedge q) \wedge (r \Rightarrow \neg q) \wedge (r \vee \neg s) \wedge \{\neg s \ \wedge p) \Rightarrow t\}] \Rightarrow C$; opción b)

Regla No. 7

1.196) a) $\neg r \Rightarrow s$; b) $\neg q \vee r$; c) r

1.197) a) $\neg r$; b) s; c) $\neg r \vee s$

1.198) a) $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow s)] \Rightarrow C$

Conclusión: O Pedro será el tesorero o Juan será el tesorero.

b) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow C$

Conclusión: Si el agua se hiela entonces aumenta de volumen.

c) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow C$

Conclusión: Si Tomas conduce a la velocidad de 50 Km/h entonces, habrá recorrido 90 Km más que ayer en el mismo período.

1.199) $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \vee r) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow (p \vee s)$; es válido

1.201) $[\{\neg (p \Rightarrow q) \Rightarrow r\} \wedge (\neg r) \wedge (q \Rightarrow s) \wedge (s \Rightarrow p] \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$; es válido

1.202) $[(p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg r \Rightarrow p) \wedge (\neg q \Rightarrow r)] \Rightarrow r$; es válido

1.203) $[(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \wedge (\neg s \vee p) \wedge (q)] \Rightarrow (s \Rightarrow r)$; es válido

1.205) $[(p \underline{\vee} q) \wedge (p \Rightarrow \neg r) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge (s \Rightarrow r)] \Rightarrow \neg s$; es válido

1.206) $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow \neg s) \wedge (\neg s \Rightarrow q)] \Rightarrow \neg p$; es válido

1.207) $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow (q \Rightarrow r)$; es válido

1.208) $[(p \underline{\vee} q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow s)] \Rightarrow C$

Conclusión: O esta roca es sedimentaria o es ígnea.

1.209) $[(p \underline{\vee} q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow s)] \Rightarrow C$

Conclusión: O la cámara es mía o es de Tomas.

1.211) $[(p \underline{\vee} q) \wedge (p \Rightarrow \neg r) \wedge (q \Rightarrow \neg r)] \Rightarrow C$

Conclusión: No habrá empate de votos.

1.213) d)

1.215) $\{(p \vee \neg q) \wedge (r \Rightarrow \neg p)\} \Rightarrow C$; d)

1.217) c)

1.218) b)

1.219) a)

Sección 1.4.3 Método del Absurdo

1.227) $[(\neg p \vee q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow (p \Rightarrow s)$; si es válido

1.228) b)

1.229) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \ \wedge \neg r) \wedge (s \Rightarrow r)] \Rightarrow \neg (p \vee s)$; es válido

1.231) c)

EVALUACIÓN NO.1 CAPÍTULO 1 SECCIÓN 4

1) c)
2) d)
3) b)
4) El razonamiento es válido

EVALUACIÓN NO.2 CAPÍTULO 1 SECCIÓN 4

1) $[(p \Rightarrow \{q \wedge r\}) \wedge (s \Rightarrow \rceil r) \wedge (p)] \Rightarrow C$; d)
2) Conclusión: Esta figura es un triángulo.
3) e)

SECCIÓN REPASO CAPÍTULO 1

SECCIÓN 1.1

1.233) b)

SECCIÓN 1.2

1.235) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (\rceil q)\} \Rightarrow \rceil p$; válido

1.237) a) $(r \wedge q) \Rightarrow p$
b) $(p \Rightarrow r) \vee q$
c) $q \wedge (r \Rightarrow \rceil p)$

1.239) a) No es verdad que él está en clases.
b) Él es estudiante y está en clases.
c) Él ni es estudiante ni está en clases.
d) Si él estudiante entonces está en clases.
e) Él es estudiante si y sólo si está en clases.

1.241) $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p)\} \Rightarrow q$; válido

1.243)

p	q	r	a)	c)
1	1	1	1	0
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
1	0	0	1	1
0	1	1	1	0
0	1	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0

p	q	b)	d)	e)
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	1	1

1.245) a) Es condición suficiente que una recta sea perpendicular a otra, para que sea también perpendicular a toda paralela a esta otra.

Es condición necesaria que dos rectas sean paralelas para que la perpendicular a una de ellas sea también perpendicular a la otra.

b) Es condición suficiente que dos triángulos sean semejantes para que tengan dos lados proporcionales e igual el ángulo comprendido entre ellos.

Es condición necesaria que un triángulo tenga dos lados proporcionales e igual el ángulo comprendido entre ellos para que dichos triángulos sean semejantes.

1.247) c)

1.249) a) $((\rceil r \vee t) \Rightarrow r) \wedge s$

b) $p \Rightarrow ((\rceil q \wedge s) \Leftrightarrow t)$

c) $t \vee (\rceil q \Rightarrow (\rceil t \wedge p))$

d) $(p \vee t) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow t) \wedge (\rceil q))$

e) $((\rceil p \vee q) \Leftrightarrow (t \wedge q)) \Rightarrow \rceil p$

Sección 1.3

1.251) a) Original: $a \Rightarrow b$; si te gusta la lógica, entonces te gusta este deber.

Recíproca: $b \Rightarrow a$; si te gusta este deber, te gusta la lógica.

Inversa: $\rceil a \Rightarrow \rceil b$; si no te gusta la lógica, entonces no te gusta este deber.

Contrarecíproca: $\rceil b \Rightarrow \rceil a$; si no te gusta este deber, entonces no te gusta la lógica.

b) Original: $\rceil a \vee \rceil b \equiv a \Rightarrow \rceil b$; si te gusta la lógica, entonces no te gusta este deber.

Recíproca: $\rceil b \Rightarrow a$; si no te gusta este deber, te gusta la lógica.

Inversa: $\rceil a \Rightarrow b$; si no te gusta la lógica, entonces te gusta este deber.

Contrarecíproca: $b \Rightarrow \rceil a$; si te gusta este deber, entonces no te gusta la lógica.

1.253) a)

1.255) a) correcta; b) correcta

1.257) a) No es verdad que: los arácnidos son insectos y que tienen ocho patas.

b) El aire es un mal conductor del calor y el agua también.

c) No es verdad que: los murciélagos son pájaros o que las focas no son peces.

1.259) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p) \equiv \neg p$

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$	Expresión Dada
$(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$	Conmutativa
$\{(\neg p \vee q) \wedge \neg p\} \vee \{(\neg p \vee q) \wedge \neg q\}$	Distributiva
$(\neg p) \vee \{(\neg p \vee q) \wedge \neg q\}$	Absorción
$(\neg p) \vee \{(\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)\}$	Distributiva
$(\neg p) \vee \{(\neg p \wedge \neg q) \vee (0)\}$	Contradicción
$(\neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Identidad
$\neg p$	Absorción

1.263) Todas son tautológicas
1.265) c)
1.266) b)
1.267) b)
1.269) b)
1.271) a)

Sección 1.4

1.273) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q)] \Rightarrow \neg p$; es válido
1.274) $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(p \wedge \neg r) \Rightarrow \neg q]$; es válido
1.275) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p)] \Rightarrow q$; es válido
1.276) $[(p \vee \neg p) \wedge (p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (p \Rightarrow \neg r)] \Rightarrow (r \Rightarrow \neg q)$; es válido
1.277) $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow p) \wedge (\neg r \Rightarrow q)] \Rightarrow q$; es válido
1.278) $[(\neg q \vee r) \wedge (p \Rightarrow \neg r) \wedge (q)] \Rightarrow \neg p$; es válido
1.279) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q)] \Rightarrow \neg p$; es válido
1.282) $[(p \Rightarrow (q \vee r)) \wedge (q \Rightarrow \neg p) \wedge (s \Rightarrow \neg r)] \Rightarrow (p \Rightarrow \neg s)$; es válido
1.283) b)
1.284) $\neg q$
1.285) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg r \wedge s) \wedge (s \Rightarrow p)] \Rightarrow q$; es válido
1.290) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge (r) \wedge \{p \vee (t \wedge s)\}] \Rightarrow s$; es válido

Evaluación No.1 Capítulo 1

1) b)
2) $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (\neg q \wedge \neg s)] \Rightarrow \neg p$; es válido
3) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg s) \wedge (\neg s \Rightarrow \neg q)] \Rightarrow C$: c)
5) a)

EVALUACIÓN NO.2 CAPÍTULO 1

1)

p	q	r	$[(p \Rightarrow \rceil q) \wedge (\rceil q \Rightarrow r) \wedge (\rceil r)] \Rightarrow p$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

2) $\rceil(p \wedge q)$

3) c)

4) $p \Rightarrow q$

Respuestas a Problemas de Razonamiento Lógico Tomo I

Sección 1.1

1) Si B es inocente, entonces A y/o C es culpable dado que por a) nadie a excepción de A, B y C es culpable. Si B es culpable, entonces tiene que haber contado con un cómplice, –dado que por c), B no sabe conducir– así nuevamente A o C han de ser culpables. Por lo tanto, A o C –o ambos– son culpables. Si C es inocente, entonces A ha de ser culpable. Por consiguiente si C es culpable, entonces por b), A también es culpable. En conclusión, A es culpable.

3) Ninguna. Ésta es una propiedad general de los números naturales. Dado un número cualquiera, abc, si le restamos la suma de sus tres cifras $a + b + c$, tenemos: $100a + 10b + c – a – b – c = 99a + 9b = 9(11a + b)$, que es múltiplo de 9. El mismo razonamiento es válido cualquiera que sea el número de cifras por lo que todos los números (enteros y positivos, se entiende) cumplen esta condición.

Sección 1.2

1) Se va a suponer que B fuera inocente. Entonces, uno de los gemelos ha de ser culpable. El gemelo indicado tiene que haber contado con un cómplice, que no podía ser B; de ahí se deduce que tiene que haber sido el otro gemelo. Pero esto no es posible, puesto que uno de los gemelos estaba en ese momento en un bar. Por lo tanto B es culpable y como B trabaja siempre sólo, los dos gemelos son inocentes.

	Teresa	Ana	Sofía	Mercedes
Juan	X	X		X
Tomás		X	X	X
Antonio	X		X	X
Miguel	X	X	X	

Las parejas se encuentran en las intersección de las casillas en blanco.

3) Si las nueve personas dicen la verdad, el número tendrá que ser 2520, o un múltiplo del mismo, luego las 4 personas de la 10.a a la 13.a mentirían., lo que contradice las condiciones del problema. Si una sola de las 9 personas miente tiene que ser la 6.a, la 7.a o la 8.a, ya que las otras afirmaciones se desprenden unas de otras. Siguiendo con esta línea de razonamiento, se llega a la conclusión de que el número es 480 y los mentirosos son la 6.a y la 8.a persona.

Sección 1.3

1) El Sr. Blanco no lleva corbata roja porque está conversando con el que la tiene y dado que ninguno lleva la corbata que le indica su nombre, luego él Sr. Blanco lleva corbata de color negro. El Sr. Rojo no puede llevar corbata de color rojo (condición del problema) y de color negro no puede ser, porque la del Sr. Blanco es de ese color. Luego, la única opción que queda es que lleve corbata de color blanco. La tercera corbata (de color rojo) le corresponde al Sr. Negro.

Resumiendo:

	Blanco	Rojo	Negro
Sr. Blanco	X	X	
Sr. Rojo		X	X
Sr. Negro	X		X

3) 90 alumnos

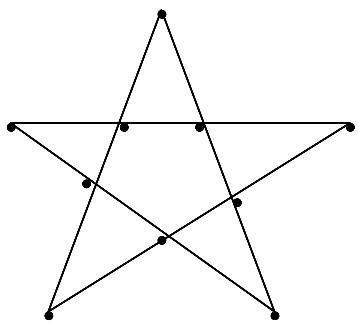
Sección 1.4

1) Se divide las perlas en 3 grupos: A, B, y C. El grupo A tendrá 3 perlas; el grupo B, tendrá también 3 perlas; el grupo C, 2 perlas. Con solo 2 pesadas se descubrirá cual es la perla más ligera, sabiendo que 7 pesan exactamente lo mismo. Se pone los grupos A y B en una balanza de platillos sensible y se coloca un grupo en cada platillo efectuando así la primera pesada. Pueden ocurrir 2 cosas:

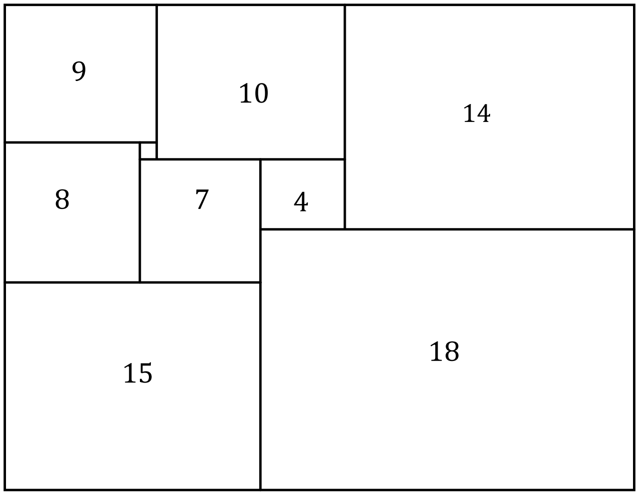
i) Que los grupos A y B presenten pesos iguales.
ii) Que presenten pesos desiguales al ser uno de ellos, A por ejemplo, más ligero.

En la primera hipótesis –A y B con el mismo peso– se puede asegurar que la perla más ligera no pertenece al grupo A ni al grupo B. La perla más ligera habrá que buscarla entre las que forman el grupo C. Se tiene, pues, esas 2 perlas que forman el grupo C y colocándolas en los platillos de la balanza –segunda pesada–. Esta indicará cual es la más ligera y el caso quedará así resuelto. En la segunda hipótesis, –A más ligero que B– queda claro que la perla más ligera estará en el grupo A, es decir; es una de las 3 perlas del grupo menos pesado. Se toma entonces 2 perlas cualesquiera del grupo A y se deja la otra de lado. Pesando esas dos perlas –segunda pesada–. Si la balanza queda en equilibrio, la tercera perla –la que se deja de lado– es la más ligera. Si hubiera desequilibrio, la perla más ligera está en el platillo que se alza. De esta forma queda resuelto el problema.

2) La única solución que puede darse al problema es:



Ejercicios de Repaso Capítulo 1



2) 1009

3) 26

Índice de Tablas

Glosario de Términos

Proposición: es una oración con valor referencial o informativo, de la cual se puede predicar su veracidad o falsedad, es decir, que puede ser falsa o verdadera pero no ambas a la vez.

Disyunción Exclusiva: es un tipo de disyunción lógica de dos proposiciones que es verdad si solo una proposición es verdad pero no ambos.

Tautología: Una tautología es una expresión lógica que es verdadera para todos los posibles valores de verdad de sus componentes atómicos

Contradicción: es un principio clásico de la lógica y la filosofía, según el cual una proposición y su negación no pueden ser ambas verdaderas al mismo tiempo y en el mismo sentido.

Silogismo: es un razonamiento (paso de verdades conocidas a verdades ignoradas) de tipo deductivo (va de lo general a lo particular) que parte de dos premisas (afirmaciones) de las cuales se extrae o infiere una conclusión, que no debe agregar nada a lo contenido en las premisas.

Reciproca: la recíproca de una proposición p-->q es la proposición q-->p

Apendice I

Principales Símbolos Usados

$\in$	pertenece	$\sqrt{x}$	raíz cuadrada de x	A⊂B	subconjunto propio
$\notin$	no pertenece	$\sqrt[n]{x}$	raíz enésima de x	A⊆B	subconjunto
=	igual	AUB	unión	Re	conjunto referencial
≈	aproximado	A∩B	intersección	MCM	mínimo común múltiplo
≡	equivalente	A–B	diferencia	MCD	máximo común divisor
V	o	A B	diferencia simétrica	%A	tanto por ciento de a
Λ	y, pero	Ac	complemento	n!	factorial de n
⇒	entonces	≥	mayor o igual que	Ø	conjunto vacío
⇔	si y solo si	>	mayor	{ }	llaves
⌉p	no p	≤	menor o igual que	( )	paréntesis
p↓q	ni p ni q	<	menor que	[ ]	corchetes
∀x	para todo x	∞	infinito	π	pi = 3,141516...
∃x	existe una x	n	múltiplo de n	x/x	x tal que x
senθ	seno de theta	AB	segmento AB	AxB	producto cartesiano
cosθ	coseno de theta	|x|	valor absoluto de x	P(A)	conjunto potencia
tanθ	tangente de theta	(a, b)	par ordenado	⊥	perpendicularidad
Z	números enteros	∠AOB	ángulo O	∣∣	paralelismo
N	números naturales	±	más o menos	i	unidad imaginaria =
Q	números racionales	∑	sumatoria	≠	diferente
ℜ	números reales	US$	dólar americano	p(x)	predicado en x
C	números complejos	©	calculadora	f(x)	función que depende de x
[a, b]	intervalo cerrado	F	falso	Ap(x)	conjunto de verdad de p(x)
[a, b)	intervalo semiabierto	V	verdadero		
(a, b]	intervalo semiabierto				
(a, b)	intervalo abierto				

Biografía

Enrry Castillo Pacheco

Es graduado como Ingeniero Naval de la ESPOL. Obtuvo el título de 4to nivel como Magister en Impactos Ambientales en la Universidad de Guayaquil. En la actualidad labora como docente en la carrera de Gestión Ambiental de la UTMACH dando las materias de Diseño de Investigación I y II.

Maritza alexandra pinta,

Ingeniera civil, doctor en ciencias de la educación
Diploma superior en docencia universitaria, magister en desarrollo de la inteligencia y educación
Línea de investigación: perfeccionamiento de la educación superior, investigación formativa
Adscripción universitaria. Docente titular de la unidad académica de ingenieria civil de la universidad técnica de machala

Lógica Matemática
Tomo I: Proposiciones y Leyes de Inferencia
Se terminó de imprimir en marzo de 2016 en la imprenta de la UTMACH, calle Loja y 25 de Junio (campus Machala)
Esta edición consta de 300 ejemplares.

www.utmachala.edu.ec

El programa de Reingeniería del Conocimiento en la Universidad Técnica de Machala (UTMACH) es un modelo emergente de gestión de la investigación que promueve saberes científicos con pertinencia social. Desde el Vicerrectorado Académico impulsamos la investigación colectivista, donde docentes y estudiantes se engranan en la construcción y divulgación del resultado de sus ejercicios pedagógicos, heurísticos y de vinculación social, en aras de contribuir con el fortalecimiento de nuestras ventajas comparativas y competitivas a nivel transfronterizo.

Mediante este programa estratégico la UTMACH impacta sus imaginarios respecto a la relación de la docencia con la investigación, muestra de ello es la presente obra donde se cristaliza el empoderamiento y profesionalismo de sus actores y redes al servicio de la formación crítica de profesionales de avanzada.

En la UTMACH seguimos conquistando el conocimiento a través de la investigación, por ello en cada acción emprendida ***proyectamos nuestra historia***.

Ing. Amarilis Borja Herrera, Mg. Sc.
VICERRECTORA ACADÉMICA.

ISBN: 978-9978-316-68-9

9 789978 316689

REINGENIERÍA DE LA INVESTIGACIÓN

UTMACH