

This is a reprint of  
**Lecturas Matemáticas**  
*Volumen 25 (2004), páginas 159–190*

## **Los sistemas de numeración maya, azteca e inca**

EUGENIO M. FEDRIANI MARTEL & ÁNGEL F. TENORIO  
VILLALÓN  
Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España

## Los sistemas de numeración maya, azteca e inca

EUGENIO M. FEDRIANI MARTEL & ÁNGEL F. TENORIO VILLALÓN  
Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España

**ABSTRACT.** This paper describes how the ancient Mayans, Aztecs, and Incas counted. It also discusses other methods of counting and calculating used in Precolumbian civilizations. The most commonly accepted hypotheses about the origins of numerical systems in these civilizations are presented, and social/cultural influences on the development of number systems are discussed.

*Key words and phrases.* Precolumbian Mathematics, numeration system, numbers, arithmetic.

*2000 Mathematics Subject Classification.* Primary: 01A12.

**RESUMEN.** En este trabajo se explica cómo contaban mayas, aztecas e incas. También se hace referencia a algunos otros métodos de conteo y cálculo en las civilizaciones de la América precolombina. Igualmente indicamos las hipótesis más aceptadas acerca de los orígenes de los sistemas de numeración de dichas civilizaciones, aludiendo a las posibles influencias de la sociedad en la elaboración de los mismos.

### 1. Introducción a los sistemas de numeración

Los números son unos de los objetos matemáticos que han ido apareciendo de una manera u otra en todas las culturas. La arqueología parece

confirmar que la idea de número y su utilización surge en el mundo hace más de 30.000 años y es muy posible que los ordinales precedieran a los cardinales. Aunque pueda parecer extraño, el número no surgió para contar o medir, sino para ordenar. Cuando nuestros lejanos antepasados celebraban sus ceremonias religiosas, necesitaban una forma de establecer el orden de participación de cada uno y un modo de hacer que todos supieran cuándo actuar.

La necesidad de contar objetos o de medir magnitudes surge en el momento en que se quiere crear una estructura social organizada y estructurada, pero la forma en que se han representado los números a lo largo de la historia sí ha evolucionado e incluso, en un mismo período temporal, ha dependido de la zona geográfica y de la propia cultura que los desarrollase. La manera de representar los números, según algunos autores como GUEJ [1996], puede ser una de las tres siguientes: visual, oral y escrita. Tanto la visual como la oral serían posibles en los diversos pueblos surgidos a lo largo de la historia, pero la escrita solo sería posible en aquellas civilizaciones en las que hubiese aparecido la escritura.

Dependiendo del canal de comunicación a emplear para representar los números, GUEJ [1996] habla de los siguientes tres tipos de sistemas de numeración:

1. **Sistemas de numeración figurada:** son los constituidos por un sistema de marcas físicas realizadas sobre soportes u objetos. Entre estos sistemas de numeración se encuentran las cuerdas con nudos o quipus de los incas (desarrollados en el s. XIII d.C.), de las que hablaremos más adelante.
2. **Sistemas de numeración hablada:** son los que atribuyen un nombre a cada número con palabras de la lengua natural, de modo que al transcribirlas por escrito, se escribirían con todas sus letras como en: uno, dos, mil...
3. **Sistemas de numeración escrita:** son los que emplean símbolos ya existentes o inéditos para representar los números. Entre estos sistemas se encuentran los sistemas de numeración de los mayas y de los aztecas que describiremos después.

La mayoría de los sistemas de numeración que han aparecido en la historia han considerado una base que les permitía expresar los números empleando una cantidad pequeña de símbolos. Además, el uso de una base permitía agrupar unidades y establecer así una escala en la sucesión de los números, definiendo unidades de diversos órdenes. La utilización de una base se justifica en la economía del lenguaje y en la necesidad de establecer un sistema con una cantidad finita de signos (aunque haya infinitos entes representados).

GUEDJ [1996] da una segunda clasificación de los sistemas de numeración basada en cómo deben interpretarse los símbolos de un sistema de numeración escrita. Hay posibles interpretaciones:

- **Sistema de numeración aditivo:** solo se emplea la operación adición para componer los números a partir de las cifras.
- **Sistema de numeración híbrido:** se emplean tanto la adición como la multiplicación a la hora de componer los números. La adición sirve para contabilizar qué aporta cada potencia de la base, mientras que en una misma potencia se recurre a la multiplicación.
- **Sistema de numeración de posición:** los sistemas de numeración posicionales emplean unos símbolos, que denominamos cifras y tienen un valor dependiendo del lugar donde se sitúan.

Ya que estamos hablando de los sistemas de numeración y, por tanto, de la representación de los números naturales, debemos hacer una aclaración acerca del número cero, “0”. En los textos clásicos de historia de las matemáticas, se afirma con absoluta rotundidad que el cero, como número, surgió en la Antigua India. No obstante, existen dos civilizaciones previas que emplearon sistemas posicionales de numeración y que poseían un símbolo para indicar la ausencia de número en una posición. Así los babilonios, con anterioridad al s.III a.C., representaron esta ausencia de cifra en una unidad con una doble espiga inclinada. Igualmente los mayas, posteriormente, emplearon un signo gráfico que les permitía separar unidades de diferente orden, de modo que la posición intermedia estaba vacía. Pero en ninguno de estos dos casos este símbolo se convierte en un número, sino en un método para obtener una representación libre de todo tipo de ambigüedad a la hora de expresar

los números en sus respectivos sistemas de numeración. Esta opinión es la defendida por autores como GUEDJ [1996] o JOSEPH [2000] y nosotros la secundamos debido a que los números en estas civilizaciones no eran objetos abstractos, sino que siempre iban acompañados de aquello que medían o contabilizaban.

## 2. Sistemas de numeración en las culturas de la América precolombina

En la Introducción hemos indicado los posibles sistemas de numeración que utilizar según empleemos la vista, el lenguaje oral o la escritura. Igualmente, hemos hecho referencia a que en estos sistemas suelen emplearse además agrupaciones de las unidades y, por tanto, son sistemas de numeración que poseen una *base*.

En esta sección indicaremos algunos sistemas de numeración empleados por las civilizaciones precolombinas de Iberoamérica. Posteriormente profundizaremos en las de las tres civilizaciones más importantes de la misma: la civilización maya, la azteca y la inca.

Debido a que no poseían un lenguaje escrito o a que aún no se ha podido descifrar dicha escritura (como ocurre con el caso de los mayas y de los aztecas), los datos escritos de los que tenemos constancia directa sobre estas civilizaciones y que sean contemporáneos a las mismas se han obtenido por medio de los documentos que elaboraron los españoles durante los siglos XVI y XVII, tras la conquista y destrucción de dichas civilizaciones. No obstante, en los monumentos y papiros con jeroglíficos que nos han llegado a la actualidad (y que no siempre corresponden a un lenguaje escrito) y en la información recopilada por algunos de los españoles que conquistaron y colonizaron las Américas, se ha podido deducir algún conocimiento de sus matemáticas. De hecho, según la mayoría de los autores que han tratado este tema, el único conocimiento matemático del que se puede asegurar su existencia es el obtenido de dichas fuentes y de las obtenidas gracias a etnólogos, viajeros y lingüistas (aficionados o profesionales) que han desarrollado sus estudios durante los siglos XIX y XX. Nos referiremos, por citar a algunos, a trabajos y estudios como los realizados en [10, 11, 18].

Como hemos dicho antes, tres fueron las civilizaciones precolombinas principales: la maya, la azteca y la inca. Las dos primeras usaban un sistema de numeración que suele clasificarse como *vigesimal* (aunque los mayas empleaban también la base cinco en dicho sistema), mientras que los incas empleaban uno *decimal posicional*. Sin embargo, no fueron las únicas poblaciones que desarrollaron sistemas de numeración y ni siquiera fueron siempre esas las bases empleadas.

Los sistemas ternarios (base tres) fueron empleados, por ejemplo, por una tribu brasileña que para contar hacía uso de las tres articulaciones de las falanges de los dedos. Si queremos ejemplos de sistemas cuaternarios (base cuatro) podemos encontrarlos tanto en diversas tribus sudamericanas como en la tribu de indios yuki, en California. Estos últimos empleaban para contar los huecos que hay entre los dedos de la mano.

Pero los sistemas de numeración que alcanzaron mayor difusión fueron los quenarios, que empleaban el cinco como base. Una explicación para convencerse del uso del cinco como la base más difundida para los sistemas de numeración puede hallarse, según diversos autores [DEL REY, 2004; JOSEPH, 2000], en que existen diversos idiomas donde las palabras “cinco” y “mano” eran coincidentes o tenían un parentesco muy marcado. Por poner un ejemplo, la tribu de indios tamancos de Sudamérica usaban para “cinco” la misma palabra que para “mano”; para “seis” la correspondiente a “uno en la otra mano”; así se continuaría hasta “diez” que sería “ambas manos”; para “once” se comenzaban a contar los dedos del pie, por lo que emplean la palabra “uno del pie”; para “quince”, la palabra “un pie completo”; y para “veinte”, la palabra “un indio”. Una vez completados los dedos de las extremidades de un indio, se pasa ya a un segundo indio, por lo que para “veintiuno” usarían la palabra “uno en la mano de otro indio”, y así “dos indios”, “tres indios”...

### 3. El sistema de numeración maya

El período clásico de la civilización maya abarca del 250 d.C. al 900 d.C., aunque se construyó partiendo de una civilización que llegó a habitar un territorio que corresponde en la actualidad a lo que se ha dado en llamar la zona mesoamericana (a saber: Guatemala, México, Belice y Honduras) y que se remonta al 2000 a.C.

Los conocimientos que se tienen de la civilización maya y, por tanto, de sus conocimientos matemáticos proceden de las siguientes tres fuentes según JOSEPH [2000]:

1. Las inscripciones jeroglíficas localizadas en columnas llamadas *estelas*. Éstas se construyeron cada veinte años durante, al menos, cinco siglos y registraban la fecha exacta de construcción, los principales hechos durante esos veinte años y los nombres de los nobles y los sacerdotes prominentes.
2. Las pinturas y jeroglíficos encontrados en paredes de minas y cuevas mayas contenían valiosísima información tanto de su vida cotidiana como de sus actividades científicas.
3. Los manuscritos supervivientes a la conquista y posterior destrucción española de la cultura maya. Los más importantes son el Códex de Dresde (en la Sächsische Landesbibliothek), el Códex Peresianus o de París (en la Biblioteca Nacional de París) y el Códex Tro-Cortesiano o de Madrid (en el Museo de América, en Madrid). Las Figuras 1, 2 y 3 corresponden a fragmentos del Códex de Dresde, del de París y del de Madrid, respectivamente.

El Códex de Dresde es un tratado sobre astronomía y consiste en una copia hecha en el s. XI de la obra original, que databa del s. VII u VIII. Este códice es una de las principales fuentes de información existentes sobre el sistema de numeración maya.



FIGURA 1: CÓDEX DE DRESDE Y DOS FRAGMENTOS SUYOS.





FIGURA 2: FRAGMENTO DEL CÓDEX DE PARÍS.

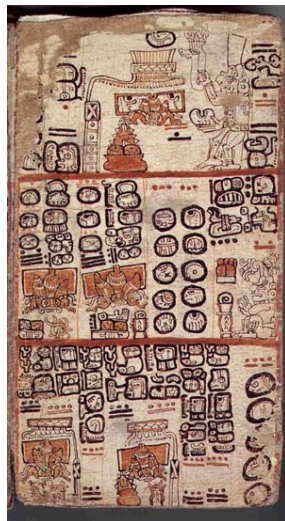


FIGURA 3: FRAGMENTO DEL CÓDEX DE MADRID.

Los mayas idearon y utilizaron durante el primer milenio de nuestra era un sistema de numeración posicional vigesimal de una gran eficacia y cuya representación solo requería de tres símbolos: el punto, la raya y el óvalo. El sistema de numeración maya, en opinión de GUEDJ [1996], fue uno de los más económicos que han existido.

El estudio de este códice ha permitido establecer que la civilización maya empleaba un sistema de numeración vigesimal que usaba de manera auxiliar otro de base 5. Los dos símbolos numéricos utilizados eran: un *punto redondo* para el 1 (éste procedería de un guijarro [O’CONNOR & ROBERTSON, 2000]) y una *raya o barra* para el 5 (éste procedería de cinco puntos tachados [DEL REY, 2004], de un palo usado para contar [O’CONNOR & ROBERTSON, 2000] o de un cayado [JOSEPH, 2000]). El resto de los números entre 1 y 19 se obtenían mediante combinaciones de puntos y rayas (véase la Figura 4). El sistema de numeración maya era posicional y se escribía en vertical (de arriba hacia abajo), comenzando con la cifra correspondiente al nivel superior.

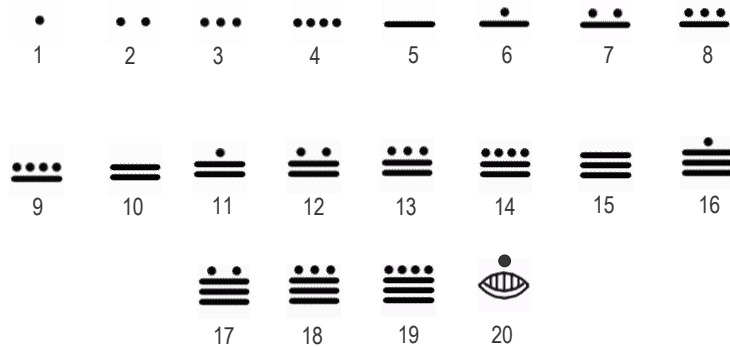


FIGURA 4: PRIMEROS VEINTE NÚMEROS DE LA NUMERACIÓN MAYA.

Al ser un sistema posicional, se necesitaba de un signo o símbolo que indicase cuándo en una posición no había ninguna cantidad y, por tanto, su valor era cero. El símbolo que se empleó fue un óvalo horizontal que, según la mayoría de autores [CASADO, 1997–2000; JOSEPH, 2000; GUEDJ, 1996], representaba la concha de un caracol. En la Figura 5 pueden

observarse diversos jeroglíficos que se emplearon para dibujar ese óvalo horizontal.

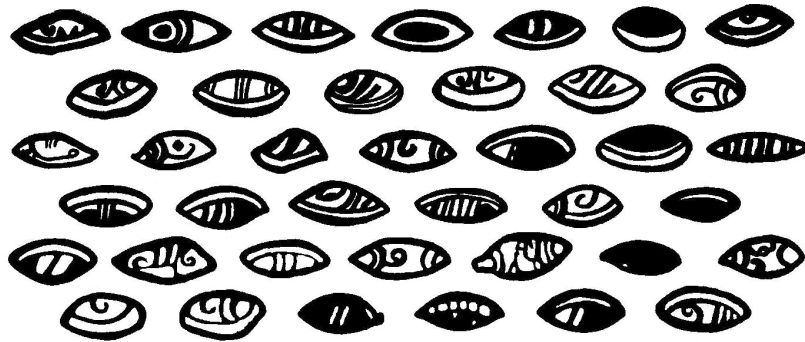


FIGURA 5: DIVERSAS FORMAS DEL SÍMBOLO EMPLEADO PARA LA CIFRA CERO POR LOS MAYAS.

Pese a que algunos autores [DEL REY, 2004] piensan que la existencia de ese símbolo indica la aparición del concepto del número cero algunos siglos antes del establecimiento del sistema de numeración indoarábigo, otros autores [GUEDJ, 1996; JOSEPH, 2000] explican que este símbolo de la *concha* empleado por los mayas era únicamente un signo separador y eficaz con el que evitar una escritura ambigua de los números, pero que en ningún modo podría ser considerado como un número en opinión de estos autores.

Es más, en CASADO [1997–2000] se llega a indicar la despreocupación de los mayas por el concepto de la cantidad nula. En cualquier caso, los mayas comprendieron que era imprescindible un símbolo indicativo de la ausencia de unidades de un orden para que su sistema de numeración posicional funcionase de manera apropiada y sin ningún tipo de ambigüedad en su interpretación.

Según DEL REY [2004], la creación de este sistema de numeración surgió para afrontar las necesidades del cálculo cronológico. La causa de que este sistema fuese vigesimal es, según O'CONNOR & ROBERTSON [2000], que en la antigüedad se contaba con los dedos de las manos y de los pies. El papel jugado por el número “cinco” era destacado, por

tanto, en clara referencia al número de dedos que hay en una mano o un pie.

El sistema de numeración maya hemos dicho que era vigesimal a la hora de comentarlo, pero habría que ser más preciso. El estudio del Códex de Dresde (que es el único que ofrece suficiente información para estudiar el sistema de numeración) ha llevado a la conclusión de que realmente no es un sistema puramente vigesimal ya que presenta una anomalía que evita que lo fuese:

La primera cifra indicaba el número de unidades de primer orden (que iba de 1 a 19). La segunda cifra indicaba el número de unidades de segundo orden, por lo que debiera indicar cuántos veintes había en el número escrito (no más de diecinueve veces veinte). En consecuencia, la tercera cifra debería indicar el número de cuatrocientos contenidos en el número representado. Pues aquí es donde se encuentra la obstrucción a que el sistema sea puramente vigesimal: la tercera cifra lo que indicaba en realidad era cuántas veces estaba contenido el producto  $18 \times 20 = 360$  en el número representado. A partir de ahí volvemos a una notación más habitual: la cuarta cifra hace referencia a  $18 \times 20^2$ , la quinta a  $18 \times 20^3$  ...

Según veremos enseguida, la justificación del uso de un sistema de numeración no puramente vigesimal se encuentra en el hecho de que, como ya hemos dicho, las únicas evidencias escritas sobre dicho sistema se han obtenido del estudio del Códex de Dresde. Este códice era un tratado de astronomía que usaron los sacerdotes mayas. El sistema de numeración que aparece en él sería, por tanto, el usado por estos sacerdotes desde al menos el 400 a.C. para realizar los cálculos del calendario maya [JOSEPH, 2000].

Los sacerdotes eran los encargados de la ciencia en la civilización maya y para las observaciones astronómicas y los cálculos del calendario requerirían, según CASADO [2004] y O'CONNOR & ROBERTSON [2000], un conocimiento matemático y un sistema de numeración con unas unidades de tercer orden que permitiesen obtener un número, 360, muy cercano a la duración de un año maya, como veremos posteriormente.

En opinión de IFRAH [2000], el sistema de numeración anterior debía ser el usado por los sacerdotes mayas y solo se empleaba en cálculos astronómicos y del calendario. Según él, debió existir un segundo sistema de numeración realmente vigesimal y que habrían empleado mercaderes y habitantes oralmente. En él la tercera cifra de un número correspondería realmente a  $20^2$  unidades, en lugar de a  $18 \times 20$ .

En el Códex de Dresde aparece una representación de los *números de la serpiente*, que tenían muchísima importancia en la cosmología maya y que podemos ver en la Figura 6.



FIGURA 6: REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS DE LA SERPIENTE.

En este dibujo aparecen dos conjuntos de números representados en los enroscamientos de la serpiente: un conjunto en negro y otro en rojo (gris en la Figura 6). Según el sistema de numeración que hemos indicado anteriormente, los números que se representan son, respectivamente:

$$\begin{aligned}
& 4 \times (18 \times 20^4) + 6 \times (18 \times 20^3) + 9 \times (18 \times 20^2) + 15 \times (18 \times 20) + 12 \times 20 + 19 \\
& \quad = 12454459; \\
& 4 \times (18 \times 20^4) + 6 \times (18 \times 20^3) + 1 \times (18 \times 20^2) + 9 \times (18 \times 20) + 15 \times 20 + 0 \\
& \quad = 12394455.
\end{aligned}$$

Los mayas no solo disponían de la notación antes indicada, sino que poseían otra alternativa que aparece frecuentemente, aunque siempre junto con su representación mediante puntos y rayas. Este sistema, llamado *sistema de cabezas variables*, se basaba en una serie de jeroglíficos antropomórficos que representaban cabezas de deidades, según se indica en JOSEPH [2000]; en concreto, la de las trece divinidades del mundo superior (denominadas deidades patronas del número) más seis variantes. La diferencia primordial con la representación anteriormente explicada es, como puede verse en la Figura 7, la necesidad de emplear 20 símbolos distintos para escribir las cifras del 0 al 19 en el sistema vigesimal.

**3.1. Los calendarios mayas.** Como ya hemos indicado anteriormente, el sistema de numeración maya estaba fuertemente influido por el cálculo en el calendario maya. De hecho, según JOSEPH [2000], se construyó teniendo en cuenta los tres calendarios diferentes manejados por los mayas. Por esta razón creemos conveniente hacer aquí algunas indicaciones sobre los tres calendarios mayas y sus respectivas propiedades características.

El primer calendario usado por los mayas se llamaba *tzolkin* o *año sagrado* y constaba de 260 días distribuidos en veinte ciclos de trece días cada uno. En cada ciclo, existía un día designado a cada uno de los dioses del mundo superior, al que se le rezaba y suplicaba. De hecho, el calendario *tzolkin* se creó con el fin de representar rituales religiosos y para contar la edad de los habitantes. Como se puede ver en JOSEPH [2000], un día concreto del año sagrado podía indicarse añadiendo al jeroglífico asociado a uno de los veinte días básicos, un número correspondiente de la serie de los trece números.

Los días, llamados *k'ins* por los mayas, se nombraban utilizando un número del 1 al 13 seguido por una de las veinte caras de la Figura 7. A continuación transcribimos los nombres de cada uno de los trece

números que formaban el ciclo y de cada uno de los veinte dioses cuyas caras se representan en la Figura 7:

Nombres de los dioses			Nombres de los 13 días		
1) Imix	2) Ik	3) Akbal	1) Hun	2) Ka	3) Ox
4) Kan	5) Chikchan	6) Kimi	4) Kan	5) Ho	6) Uak
7) Manik	8) Lamat	9) Muluk	7) Uuk	8) Uaxak	9) Bocon
10) Ok	11) Chuwen	12) Eb	10) Lahun	11) Buluc	12) Lahat
13) Ben	14) Ix	15) Men	13) Oxlahn		
16) Kib	17) Kaban	18) Etnab			
19) Kawak	20) Ahau				



FIGURA 7: LOS NÚMEROS MAYAS DE “CABEZAS VARIABLES”.

Según estas tablas, cada uno de los 260 kins de este calendario vendría dado como sigue: 1 Imix, 2 Ik, 3 Akbal, . . . , 13 Ben, 1 Ix, 2 Men, . . . , 7 Ahau, . . . , 13 Kimi. Así se continuaría hasta llegar al último día del año (13 Ahau) con lo que habrían pasado 260 días y comenzaríamos un nuevo año sagrado con el 1 Imix [ANÓNIMO, 2004].

Según JOSEPH [2000], a las tareas de la vida cotidiana (como podía ser la agricultura) no les era de mucha utilidad el calendario tzolkin, ya que no permitía llevar un seguimiento de las estaciones. Es por esto que se hacía uso de un segundo calendario que recibía el nombre de *Haab* y que algunos autores lo denominan por cualquiera de los tres nombres siguientes: *calendario civil, secular o genérico*.

Este calendario constaba de 365 días (lo que viene a ser un año solar), que quedaba dividido en dieciocho períodos mensuales o meses de veinte días seguidos de un “mes” extra con cinco días. Cada uno de estos períodos de veinte días recibía el nombre de *uinal*. Por otro lado, el “mes” extra de cinco días era considerado período festivo y de infortunio. Se le llamaba *uayeb* que, según DEL REY [2004], significaba *sin nombre* o *ponzoña*. En JOSEPH [2000] se indica que el jeroglífico empleado para representar a dicho período tenía como significado el caos, la corrupción y el desorden. Es más, a los nacidos en esos cinco días se les tachaba de malditos hasta el día de su muerte. La forma de computar el día con este calendario se basaba en dar el nombre del uinal y numerar de 1 a 20 los días en cada uinal.

Los mayas aún empleaban una forma más de contar el paso del tiempo, con lo que manejaban un tercer calendario [JOSEPH, 2000]. No obstante, también existe la opinión de que éste no era realmente un calendario, sino una escala temporal absoluta cuya base era precisamente la fecha en que se creó la cultura maya (situada en el 11 ó 13 de agosto del 3114 a.C.). No obstante, existen historiadores que no creen que esa fecha fuese el cero de esta escala.

Tanto si se trata de un calendario como de una escala, el nombre que recibía esta forma de computar el tiempo era el de *cuenta larga*. En la *cuenta larga*, un año se llamaba *tun* y estaba formado por 360 días o, como dijimos anteriormente, *kins*. Un dato que indica la importancia



de este calendario es que las fechas fundacionales de las ciudades, que aparecían en diversas inscripciones, se escribían en *cuenta larga*.

**3.2. Una explicación de la anomalía del sistema de numeración maya.** A continuación vamos a ver la causa de la anomalía en el sistema de numeración maya. Como se explicó anteriormente, la primera cifra del sistema de numeración debía multiplicarse por una unidad, la segunda había que multiplicarla por 20 y la tercera por  $18 \times 20$ . Este hecho era el que impedía que el sistema de numeración maya fuese realmente vigesimal en el sentido que definimos en la actualidad, ya que de serlo la tercera cifra debía significar que se multiplicaba por  $20^2$  en lugar de por  $18 \times 20$ .

Pero esta anomalía tiene una explicación y precisamente esta explicación radica en el uso de los calendarios por parte de los mayas y en la importancia dada a la medida del tiempo. Como veremos a continuación, el sistema de numeración maya estaba preparado para que representase años según el calendario de *cuenta larga*. Indicamos ahora las equivalencias de las unidades temporales del calendario de este calendario de *cuenta larga* y que hemos sacado de JOSEPH [2000]:

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ uinal} = 20 \text{ kins}; & 1 \text{ piktun} = 20 \text{ baktuns} = 18 \times 20^4 \text{ kins}; \\ 1 \text{ tun} = 18 \text{ uinals} = 18 \times 20 \text{ kins}; & 1 \text{ calabtun} = 20 \text{ piktuns} = 18 \times 20^5 \text{ kins}; \\ 1 \text{ katun} = 20 \text{ tuns} = 18 \times 20^2 \text{ kins}; & 1 \text{ kichiltun} = 20 \text{ calabtuns} = 18 \times 20^6 \text{ kins}; \\ 1 \text{ baktun} = 20 \text{ katuns} = 18 \times 20^3 \text{ kins}; & 1 \text{ alautin} = 20 \text{ kichiltuns} = 18 \times 20^7 \text{ kins}. \end{array}$$

Cada una de estas unidades se representaba mediante un jeroglífico específico del tipo de *cabezas variables* a las que se les añadía un número escrito con puntos y rayas. Un ejemplo del uso de estas unidades es el que podemos encontrar en la Figura 8, que representa la sección de una estela en la ciudad de Quirigua (Guatemala) en la que aparecía su fecha de construcción en el calendario de *cuenta larga*. Si traducimos las cantidades indicadas en dicha estela, tendríamos los siguientes valores y el cálculo de días:

$$\left. \begin{array}{l} 9 \text{ baktuns} \\ 17 \text{ katuns} \\ 0 \text{ tuns} \\ 0 \text{ uinals} \\ 0 \text{ kins} \end{array} \right\} 9 \cdot 18 \cdot 20^3 + 17 \cdot 18 \cdot 20^2 = 1418400.$$

Con lo cual, la ciudad se habría erigido 1.418.400 días después del comienzo de la era maya (pongamos que 1.418.400 días desde el 12 de agosto de 3114 a.C.), lo que sería, aproximadamente, el 23 de enero del 771 d.C.



FIGURA 8: FECHA EN CALENDARIO “CUENTA LARGA”.

**3.3. La aritmética maya.** Aunque la adición y la sustracción eran naturalmente empleadas con el sistema de numeración maya debido a que era un sistema de numeración de tipo aditivo, la mayoría de los autores suelen asegurar que no disponían de métodos que les permitiesen multiplicar sus números y, menos aún, realizar la división de números. Según JOSEPH [2000], la anomalía del sistema de numeración maya que ya hemos comentado reducía las posibilidades de conseguir técnicas eficientes de cálculo aritmético.

Cuando se añade un cero al final de un número en el sistema de numeración actual, se está indicando la multiplicación por diez del número de partida, pero si se añadiese la cifra cero a un número escrito en el

sistema de numeración maya, entonces ya no se estaría multiplicando por veinte, ya que la cifra que estaba en el segundo orden pasaría a estar en el tercero, por lo que quedaría multiplicada por dieciocho y no por veinte. Al no desarrollarse operaciones tan sencillas como éstas, no llegó a aparecer el concepto de fracción. No obstante, en LAMBERT, OWNBEY-McLAUGHLIN & McLAUGHLIN [1980] se prueba que el sistema de numeración maya permitía usar tanto la multiplicación como la división.

En cualquier caso, los mayas fueron capaces de efectuar mediciones astronómicas de una muy aceptable exactitud y que realizaban usando palos como únicos instrumentos. De este modo, calcularon la aproximación de 365'242 días para la duración del año solar, que en la actualidad se considera como 365'242198 días. Igualmente, aproximaron de manera muy exacta la duración del mes lunar como de 29'5302 días, mientras que hoy se sitúa en 29'53059 días.

#### 4. El sistema de numeración azteca

El Códex Mendoza (que data del s. XVI d.C.) es, según GUEJ [1996], la principal fuente a la que recurrir en el estudio del sistema de numeración azteca. En este códice (del que puede observarse un fragmento en la Figura 9) se computaba el tributo en especies a pagar a los conquistadores españoles por siete ciudades aztecas.

El sistema de numeración de los aztecas era vigesimal y de tipo aditivo. Se empleaban cuatro símbolos diferentes que estaban muy influidos por el cultivo del maíz, que era el principal alimento en esta civilización [JOSEPH, 2000].

Los símbolos utilizados, y que podemos ver en la Figura 10, eran según JOSEPH [2000]: para el "1", un punto o borrón que representaba una vaina de la semilla del maíz; para el "20", una bandera de las que se empleaban para marcar los límites de un terreno; para el "400", el esquema de una planta de maíz; y para el "8000", una *muñeca de maíz*, que vendría a ser como las figuras decorativas que tradicionalmente se tejen con paja en algunos países europeos. No obstante, hay otras interpretaciones para los símbolos numéricos aztecas, como puede ser la de GUEJ [1996], para el cual el "20" viene representado por un hacha, el "400" por una pluma y el "8000" por una especie de bolsa.

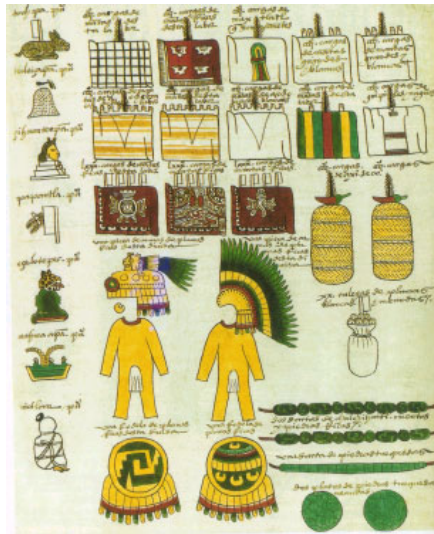


FIGURA 9: FRAGMENTO DEL CÓDEX MENDOZA.

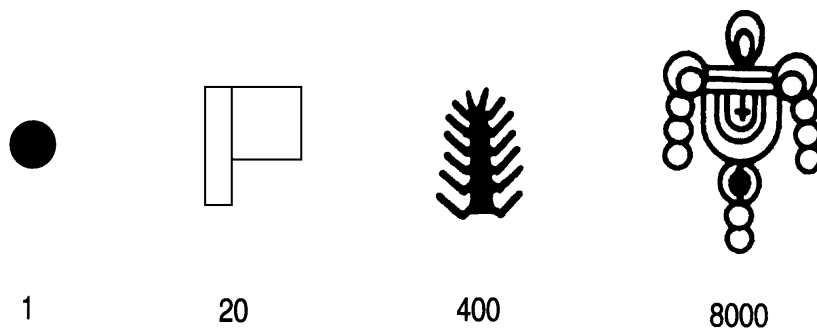


FIGURA 10: SÍMBOLOS NUMÉRICOS EMPLEADOS POR LOS AZTECAS.

Los aztecas empleaban los números de una manera muy intuitiva: si se quería indicar  $100 = 5 \times 20$  hombres, lo que hacían era representar cinco banderas encima de un hombre.

## 5. Conteo y cálculo del imperio inca

Aunque en la civilización del imperio inca no se llegó a desarrollar la escritura y, en consecuencia, se carecía de la posibilidad de guardar registros escritos, eso no fue impedimento para que desarrollasen una manera de registrar cantidades y de representar números mediante un sistema de numeración decimal posicional.

Antes de empezar a hablar del sistema de numeración que emplearon los incas, debe tenerse en cuenta que el imperio inca se fundó hacia el 1250 d.C. y que hacia el 1532 (antes de la conquista española) era extenso y vasto, ocupando un territorio que abarcaba lo que hoy conocemos como Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia, Chile y Argentina.

**5.1. El sistema de numeración inca: el quipu inca.** Como se indicó anteriormente, no se desarrolló una escritura por parte de los incas, pero sí se les presentó la necesidad de contar objetos y de registrar la información numérica que iban obteniendo. Para ello, los incas tuvieron que desarrollar una forma de registrar la información numérica sin escribirla.

Crearon unos instrumentos que servían para registrar y almacenar números en ellos. Esos instrumentos consistían en unos conjuntos de cuerdas con nudos que se denominaban *quipus*.

Los quipus tenían un papel primordial en la administración del imperio inca, pues era el único instrumento de que disponían para almacenar cualquier tipo de información numérica. A continuación se indicará cómo se construían y se interpretaban los quipus.

**5.2. Construcción e interpretación de un quipu.** Gran parte de la información de que se dispone acerca de los quipus se debe a una carta de FELIPE GUAMÁN POMA DE AYALA [1936] al rey de España en la que aparecían varios quipus dibujados.

Un quipu consiste en un conjunto de cuerdas dispuestas de cierta manera y en las que se hacen una serie de nudos. A la hora de construir un quipu debía tenerse en cuenta que se empleaban diferentes tipos de cuerda. Cada cuerda tenía al menos dos hebras, de modo que un extremo

acababa en forma de lazo y el otro en punta con un pequeño nudo. Según la disposición que presentase una cuerda, ésta podía ser de uno de los tipos siguientes:

- **Cuerda principal:** es la más gruesa de todas y de la que parten directa o indirectamente todas las demás.
- **Cuerdas colgantes:** son todas las cuerdas que penden de la principal hacia abajo.
- **Cuerdas superiores:** son cuerdas que se enlazan a la principal, pero dirigiéndolas hacia arriba.
- **Cuerda colgante final:** es una cuerda cuyo extremo en forma de lazo está unido y apretado al extremo de la cuerda principal. Era opcional, por lo que no aparecía en todos los quipus.
- **Cuerdas secundarias o auxiliares:** son cuerdas que se unen a cualquiera de las que están enlazadas a la principal. A las cuerdas auxiliares se les podía a su vez unir otra cuerda auxiliar. La cuerda auxiliar se ataba a la mitad de la cuerda de la que procedía.

Una utilidad (que no la única, como veremos) que le daban a la cuerda superior era la de agrupar cuerdas colgantes. Para ello, bastaba con recoger las cuerdas colgantes que se querían mediante una cuerda superior, obteniendo así grupos separados.

De este modo se construía un quipu que tuviese todas las cuerdas que se necesitaran para la ocasión y siguiendo las reglas indicadas respecto a los tipos de cuerdas. A este quipu aún sin nudos se le llamaba *quipu liso* (véase la Figura 11). En JOSEPH [2000] se comenta que los quipus solían tener un mínimo de tres cuerdas y un máximo de 2000.

En la construcción de los quipus había un aspecto más a considerar: el color de las cuerdas. El color era el código primario que se utilizaba para identificar lo que representaba el número almacenado en dicha cuerda. Gracias a los datos recogidos por los primeros cronistas españoles, se tiene constancia de este uso de colores para representar diversos significados, de los que indicamos a continuación algunos ejemplos: para la plata empleaban el blanco; para el oro, el amarillo; y para los soldados, el rojo. No obstante, en los quipus que han llegado hasta nuestro tiempo predominan el blanco mate y diversos tonos de marrón (aunque esos tonos pudieran ser debidos a una diferencia de años entre los quipus).

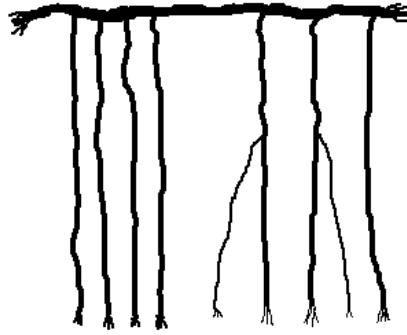


FIGURA 11: ESQUEMA DE UN QUIPU LISO.

En la actualidad no estamos acostumbrados a usar códigos exclusivamente cromáticos con el fin de distinguir cantidades y operaciones, pero esta forma de actuar no era extraña en las civilizaciones antiguas. De hecho, algunos de los casos más relevantes eran: el uso de tintas de diferentes colores por parte de los chinos para distinguir entre números positivos y negativos, o el uso en la Antigua India de nombres de colores para referirse a las incógnitas en las ecuaciones.

Hasta este momento solo se ha hecho referencia a la manera de construir un quipu con las cuerdas del tipo y color pertinentes, pero no se ha dicho nada aún de cómo se almacenaban los números en este instrumento:

En cada una de las cuerdas del quipu (a excepción de la cuerda principal) se representaba un número mediante grupos de nudos y empleando un sistema de numeración decimal posicional. Si se fija una cuerda, cada grupo de nudos correspondía a una potencia de diez y las diferentes posiciones de estos grupos indicaban a qué potencia de diez correspondía dicha posición.

El INCA GARCILASO escribió en 1539 en el Capítulo VIII del Libro VI de [INCA GARCILASO, 1960] que los grupos de nudos se contaban según el siguiente orden: unidad, decena, centena y así hasta la centena de millar, a la que no se solía llegar. De este modo, en cada cuerda se

representaban los números poniendo en lo más alto la decena de millar, después la unidad de millar y así hasta llegar a la unidad en el extremo inferior de la cuerda.

Por lo tanto, cuando se leía el número representado en una cuerda colgante, había que contar cuántos nudos había en el grupo más cercano a la cuerda principal, ya que ése daría el dígito de mayor valor del número. Cada vez que se pasase a un nuevo grupo de nudos en esa misma cuerda, iríamos bajando al dígito del orden inmediatamente inferior. De este modo llegaríamos hasta el orden de las unidades, que sería el último grupo de nudos y que estaría situado en el extremo de la cuerda.

Para distinguir al grupo de nudos correspondientes a las unidades de los demás grupos, se empleaban los tres tipos de nudos distintos (dos de ellos para las unidades) que se indican a continuación:

- **Nudo largo con cuatro vueltas:** indicaba que el grupo de nudos correspondía al orden de las unidades y se empleaba cuando el dígito de este orden era superior a uno. En ese caso se ponían tantos nudos de éstos como indicase el dígito.
- **Nudo flamenco o en forma de ocho:** indicaba también la posición de las unidades, pero indicando que el dígito era el “1”. Por tanto, en las unidades solo aparecía un nudo de este tipo.
- **Nudo corto o sencillo:** era el que se empleaba en las restantes posiciones y se ponían tantos como correspondiese al dígito a representar.

Para representar al dígito cero en alguna posición del número, bastaba con no poner ningún nudo en dicha posición. Para que la ausencia del grupo de nudos correspondiente a una posición pudiese observarse sin dar lugar a ninguna ambigüedad, era fundamental que el espacio situado entre los grupos de nudos fuese aproximadamente siempre el mismo. De este modo, cuando aparecía un espacio considerable sin nudos entre dos grupos de nudos entonces debía haber un cero en la posición o las posiciones entre ambos grupos.

En la Figura 12 hemos representado esquemáticamente un quipu con tres cuerdas colgantes, una superior y una auxiliar. En las cuerdas colgantes hemos representado números de tres cifras, aunque en el tercero



de estos números la cifra correspondiente a las decenas es cero. Precisamente de esa tercera cuerda colgante pende una cuerda auxiliar. Por último, en la cuerda superior hemos representado la suma de los tres números correspondientes a las tres cuerdas colgantes. Además hemos representado números que permiten ver el uso de los tres tipos de nudos empleados en la escritura de números en los quipus.

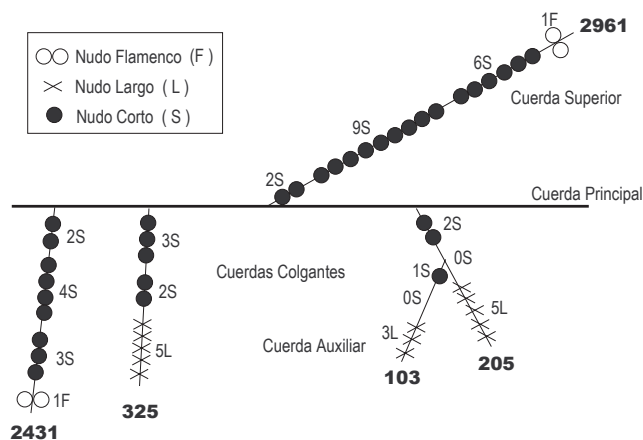


FIGURA 12: EJEMPLO DE QUIPU.

Antes dijimos que las cuerdas superiores de un quipu se utilizaban para agrupar cuerdas colgantes, pero existía una segunda utilidad de las cuerdas superiores y que era muy frecuente: representar la suma de los números representados en las cuerdas colgantes.

**5.3. Orígenes y usos del quipu.** La palabra *quipu* pertenece al quechua, la lengua del pueblo inca, y su significado es “nudo”. El uso de esta palabra para designar a ese conjunto de cuerdas con nudos que hemos comentado anteriormente parece, pues, natural. En la actualidad se tiene constancia de la existencia de cuatrocientos quipus auténticos guardados en museos de Europa Occidental y América.

La carencia ya mencionada de un sistema de escritura por parte de los incas les llevaría a tener que emplear dispositivos mnemotécnicos

que les permitiesen recordar la información. Es por ello que los nudos se emplearían con esa función primordial de registrar y preservar la información.

Al no existir documentos escritos por la cultura inca, los únicos medios para comprender el uso del quipu son el análisis de los propios quipus y el estudio en profundidad de las crónicas del pueblo inca relatadas por los soldados, los sacerdotes y los administradores españoles del s. XVI. Se atribuye a LOCKE [1912;1923] ser la persona que consiguió descifrar parte del misterio existente alrededor de los quipus y su uso. De hecho, suyo es el descubrimiento de que los quipus eran dispositivos utilizados para almacenar números empleando un sistema en base decimal.

En vista de lo anterior, el quipu se convirtió en la herramienta empleada para mantener las detalladas cuentas y registros que debían existir en una sociedad tan bien organizada como la inca y en la que convivían unos seis millones de habitantes. El español CIEZA DE LEÓN [1962] (que hizo un registro entre 1547 y 1550) incidía en que dos características importantes del imperio inca eran precisamente su orden y su organización. Así, indica que el rey inca disponía de un inventario con todos los recursos existentes (producción agrícola, ganado, armamento y personas) y que éste se actualizaba a diario. Con ello, cualquier información que se necesitase consultar sería detallada y actualizada. En las Figuras 13 y 14 podemos ver, respectivamente, al secretario y al tesorero del rey inca sosteniendo un quipu liso.

Esa labor de almacenamiento y actualización de la información la llevaban a cabo un grupo de funcionarios especiales que recibían el nombre de *quipucamayus* (lo cual se podría traducir por los “guardianes de los nudos”). Ellos eran los encargados de guardar los registros correspondientes a los censos oficiales de población, producción, animales y armas en una determinada ciudad. Es por ello que cada ciudad tenía su propio *quipucamayu*, llegando a 30 el número de *quipucamayus* adscritos si la ciudad era muy grande. En la sociedad inca, los *quipucamayus* disfrutaban de una posición social elevada, incluso dentro del propio cuerpo de funcionarios estatales. No obstante, la capacidad de interpretar y usar quipus estaba ampliamente extendida entre todos los funcionarios incas.



FIGURA 13: DIBUJO DEL SECRETARIO DEL REY INCA.

Toda esta información registrada en los *quipus* y protegida por los *quipucamayus* era enviada a la capital del imperio, Cuzco. Para ello se empleaba una especie de servicio oficial de mensajería cuyos miembros, llamados *chasquis*, eran corredores de relevos que llevaban los quipus a través del territorio montañoso que constituía el imperio inca. Estos corredores habitaban por parejas en unas pequeñas casas de postas que, según CIEZA [1962], estaban distribuidas a lo largo de los caminos imperiales a intervalos aproximados de una milla. Cada *chasqui* iba de una casa de posta a la siguiente, donde daba los quipus al *chasqui* que allí se encontraba. Este sistema de mensajería permitía enviar un mensaje a Cuzco desde una distancia de 300 millas en un lapso de tiempo no superior a 24 horas.

**El ábaco inca.** Pese a que el quipu se mostró de gran utilidad como dispositivo para registrar los resultados de operaciones sencillas, este instrumento no servía para realizar cálculos más allá del conteo y de

la suma. Es por ello que los estudiosos han buscado un instrumento diferente con el que los incas realizaran los cálculos.

Un supuesto candidato a ser ese instrumento de cálculo, según se indica en O'CONNOR & ROBERTSON [2001] y JOSEPH [2000], es el objeto que aparece dibujado en una de las 1179 páginas de que constaba una carta escrita por el peruano GUAMÁN POMA DE AYALA [1936] al rey de España ocho años después de la llegada de los españoles. Dicho dibujo es el que reproducimos en la Figura 14 y en él aparece un tesorero inca con su quipu y, en la esquina inferior izquierda, una especie de tablero rectangular dividido en 20 cuadrados, habiendo en cada uno de ellos unos círculos y puntos (que podían representar semillas o piedras). Ese tablero se llamaba *yupana* (aunque hoy día hay quien lo conoce por el nombre de *ábaco inca*) y se cree que era el tablero de cuentas usado por los incas.

Existe un segundo documento en el que se hace referencia a una especie de instrumento de cálculo empleado por parte de los incas y en el que se utilizaban granos de maíz para hacer los cálculos. Este documento es precisamente el Capítulo VIII del Libro 6<sup>o</sup> de la obra realizada por el jesuita JOSÉ DE ACOSTA [1596], que vivió entre los incas desde el año 1571 al 1586. Se cree, como se refleja en JOSEPH [2000] y O'CONNOR & ROBERTSON [2001], que el instrumento al que hace referencia ACOSTA es el mismo que dibujó POMA. Por desgracia, los conocimientos y habilidades matemáticas del sacerdote jesuita no eran suficientes, por lo que no fue capaz de describir cómo usaban los incas la *yupana*.

El propio ACOSTA afirmaba que los incas podían realizar sin ningún error cuentas que eran de mucha complicación incluso utilizando tinta y papel, sin más que mover los granos por el tablero de una determinada forma que fue incapaz de describir.

Pese a la creencia general de que la *yupana* fue el ábaco inca, existen algunos historiadores que discrepan de esta opinión. Desde luego, si realmente la *yupana* era un ábaco, sería interesante saber en qué problemas lo empleaban para su resolución.

Con el fin de probar o, al menos, justificar que la *yupana* era un ábaco, se han realizado varios estudios cuyo objetivo era obtener una



FIGURA 14: DIBUJO DEL TESORERO DEL REY INCA Y UNA YUPANA.

interpretación del uso que se hacía del mismo. Un ejemplo de ello es la interpretación hecha por WASEN [1931] a partir de los dibujos de POMA y según el cual los valores de las filas representarían potencias sucesivas de diez comenzando desde abajo (véase la Figura 15), mientras que los de las columnas representarían los valores 1, 5, 15 y 30, respectivamente (véase la Figura 15 b)). Por tanto, el número representado en la Figura 15 sería:

$$47 + 21 \times 10 + 20 \times 100 + 36 \times 10^3 + 37 \times 10^4 = 408257.$$

Aunque JOSEPH [2000] está de acuerdo con la interpretación que da WASEN acerca de los valores de las filas de la *yupana*, no cree que haya las pruebas necesarias para la interpretación que se da de los valores de las columnas en WASEN [1931]. De hecho, JOSEPH cree que sería incompatible con el sistema de numeración decimal empleado en el quipu inca, por lo que aporta una hipótesis alternativa acerca de los valores que tendrían las columnas de la *yupana*: todas las columnas tendrían

el valor “1” (véase la Figura 15 c)), con lo que el número representado sería entonces:

$$6 + 3 \times 10 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^3 + 5 \times 10^4 = 53636.$$

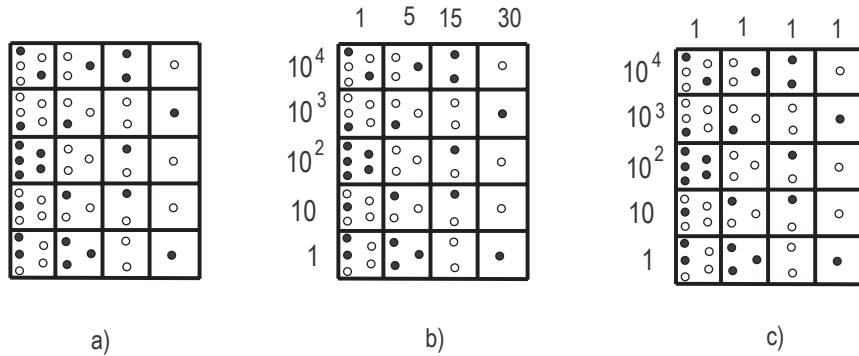


FIGURA 15: INTERPRETACIÓN DE LA YUPANA DE POMA POR WASSEN [1931].

En cualquier caso, parece que el uso de la *yupana* para sumar y restar no debiera haber dado problemas. Con respecto a los cálculos de multiplicaciones empleando la *yupana*, sólo es posible realizar conjeturas de cómo las realizarían. De hecho, al desconocer cuál era la representación correcta de la *yupana*, no se puede ni afirmar ni descartar su uso para realizar dichos productos. Lo que sí podemos reflejar aquí es un posible método para multiplicar con el ábaco dado por JOSEPH [2000]. El ejemplo que propone es el de multiplicar 116 por 52 (estos números tenían cierta relevancia en la civilización inca) y los cálculos son lo que se reflejaría en la Figura 16. Así, en a) se representa el producto  $116 \times 10$ , esto es, 1160. A continuación, se sumaría consigo mismo cinco veces el 1160 resultante en el paso anterior, obteniéndose 5800 como se ve en b)). Por último, en c) se le sumaría a 5800 dos veces 116, con lo que se obtiene 6032, que es el resultado del producto  $116 \times 52$ .

Aunque no se usase la *yupana* como se indica en las diversas hipótesis existentes, o incluso si la *yupana* no era empleada como un ábaco (lo cual es poco probable en vista de documentos como el del Padre ACOSTA), lo que no se puede negar es que un paso previo al registro de una

información numérica en el quipu debía ser la realización de cálculos con algún dispositivo que, por qué no, podría ser similar a la *yupana* o ábaco inca.

## 6. Conclusión

Aunque el conocimiento actual de los sistemas de numeración de la América Precolombina no es ni mucho menos completo, es posible afirmar que poseían herramientas de conteo y cálculo con las que realizar estimaciones con una apreciable exactitud. De hecho, entre los diferentes sistemas, pueden señalarse algunas soluciones similares a las adoptadas de forma independiente en los pueblos que desarrollaron culturas como la europea o china, por mencionar algún ejemplo.

## Referencias

- [1] ANÓNIMO (2004). *El Tzolkin maya*. Disponible en <http://tzolkinmaya.tripod.com/>
- [2] CASADO, S. (1997–2000). *Los sistemas de numeración a lo largo de la historia*. Recursos Didácticos: Proyecto Thales-CICA. Disponible en <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html>
- [3] CIEZA DE LEÓN, P. (1553). *La crónica del Perú*. Reimpresa en Colección Austral. Espasa-Calpe, 1962.
- [4] DE ACOSTA, J. (1596). *Historia natural y moral de las Indias*, Madrid.
- [5] DEL REY, A. (2004). *Sistemas de numeración*. Disponible en [http://suanzes.iespana.es/suanzes/sist\\_num.htm](http://suanzes.iespana.es/suanzes/sist_num.htm)
- [6] GUEDJ, D. (1998). *El imperio de las cifras y de los números*. Ediciones B.
- [7] INCA GARCILASO (1609). *Comentarios reales de los incas*. Reimpreso en *Obras Completas*. Madrid, BAE, 1960.
- [8] JOSEPH G.G. (2000). *The Crest of the Peacock: The Non-European Roots of Mathematics*. Princeton University Press.
- [9] IFRAH, G. (2000). *A Universal History of Numbers : From Prehistory to the Invention of the Computer*. John Wiley & Sons.
- [10] JIMÉNEZ DE LA ESPADA, M. (1928). *Lenguas de América*. Manuscritos de la Real Biblioteca. Madrid. Tomo VI.
- [11] KLUGE, T. (1939). *Die Zahlenbegriffe der Völker Amerikas, Nordeurasiens, der Munda und der Palaioafrikaner*. Berlin.
- [12] LAMBERT J. B., OWNBEY-MCLAUGHLIN B. & MCLAUGHLIN C. D. (1980). *Maya Arithmetic*. Amer. Sci. **68** (3), 249–255.

- [13] LOCKE, L. L. (1912). *The Ancient Quipu: a Peruvian Knot Record*. American Anthropologist **14**, 325–352.
- [14] LOCKE, L. L. (1923). *The Ancient Quipu or Peruvian Knot Record*. New York, American Museum of Natural History.
- [15] O'CONNOR, J. J. & ROBERTSON, E. F. (2001). *Mathematics of the Incas*. Disponible en [http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Inca\\_mathematics.html](http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Inca_mathematics.html)
- [16] O'CONNOR, J. J. & ROBERTSON, E. F. (2000). *Mayan Mathematics*. Disponible en [http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Mayan\\_mathematics.html](http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Mayan_mathematics.html)
- [17] POMA DE AYALA, F. G. (1613–1615). *El primer nueva corónica y buen gobierno*. Edición facsímil del manuscrito a cargo de RICHARD PIETSCHMANN y titulado *Nueva corónica y buen gobierno*. París, Institute d'Étnologie, 1936.
- [18] VON HUMBOLDT, A. (1829). *Über die bei verschiedenen Völkern üblichen Systeme von Zahlzeichen und über den Ursprung des Stellenwerthes in den indischen Zahlen*. J. für reine. und angew. Math. **4:3**, 205–231. Reeditado en: VON HUMBOLDT, A. (1851). *Des systèmes de chiffres en usage chez différents peuples, et de l'origine de la valeur de position des chiffres indiens*. Nouvelles Annales des Mathématiques **10**, 372–407.
- [19] WASSEN, H. (1931). *The ancient Peruvian abacus*. Comparative Ethnological Studies **9**, 191–205.

(Recibido en noviembre de 2004. Aceptado para publicación en diciembre de 2004)

EUGENIO M. FEDRIANI  
 ÁNGEL F. TENORIO  
 DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA Y EMPRESA  
 UNIVERSIDAD PABLO DE OLAVIDE  
 CTRA. UTRERA KM. 1. 41013–SEVILLA (ESPAÑA)  
*e-mail:* efedmar@upo.es  
*e-mail:* aftenvil@upo.es