

Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Engenharia de Energia

# **Física de Reatores Nucleares: Um Estudo da Seção de Choque e do Fator de Multiplicação dos Nêutrons Lentos em Reatores com Urânio Enriquecido**

Autor: José Ribamar Júnio Lima de Aguiar  
Orientador: Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim

Brasília, DF  
2019





José Ribamar Júnio Lima de Aguiar

**Física de Reatores Nucleares: Um Estudo da Seção de Choque e do Fator de Multiplicação dos Nêutrons Lentos em Reatores com Urânio Enriquecido**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim

Brasília, DF

2019

---

José Ribamar Júnio Lima de Aguiar

Física de Reatores Nucleares: Um Estudo da Seção de Choque e do Fator de Multiplicação dos Nêutrons Lentos em Reatores com Urânio Enriquecido/ José Ribamar Júnio Lima de Aguiar. – Brasília, DF, 2019-

60 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA , 2019.

1. Fissão Nuclear. 2. Seção de Choque. 3. Fator de Multiplicação. I. Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Física de Reatores Nucleares: Um Estudo da Seção de Choque e do Fator de Multiplicação dos Nêutrons Lentos em Reatores com Urânio Enriquecido

CDU 02:141:005.6

---

José Ribamar Júnio Lima de Aguiar

# **Física de Reatores Nucleares: Um Estudo da Seção de Choque e do Fator de Multiplicação dos Nêutrons Lentos em Reatores com Urânio Enriquecido**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 10 de julho de 2019:

---

**Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Leandro Xavier Cardoso**  
Convidado 1

---

**Profa. Dra. Roseany de Vasconcelos Vieira Lopes**  
Convidado 2

Brasília, DF  
2019



# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pelo o amor e compreensão, pela força, otimismo, por todas as pessoas que Ele colocou e continua colocando em meu caminho, sem Ele não estaria aqui.

À minha mãe, Maria José, que sempre esteve ao meu lado com muito carinho e amor, com constante apoio até mesmo nos meus erros, suas palavras e seu sorriso me dão forças. Agradeço ao meu padrasto Márcio Leão, que sempre me deu apoio, com poucas palavras, mas muitas atitudes.

Agradeço as minhas meninas, minhas irmãs, pessoas fundamentais no meu crescimento. Daniela Lima, minha irmã mais velha, me mostrou que eu posso ser o que eu quero, desde pequeno. Mayara Lima, minha irmã do meio, com carinho e atenção acima da média. Dayana Lima, minha gêmea, nossa ligação é gigantesca.

Também agradeço aos meus amigos, pela força, risadas, carinho e incentivo. Vale destacar algumas dessas pessoas, Camila Caetano, Grazi Souza, Matheus Lima e Gleyson Welber, esses me conhecem como ninguém e agradeço pelos conselhos e alegrias.

À minha companheira, Amanda Medeiros, pelo constante apoio e palavras incentivadoras, por me acalmar, pelo carinho, pela compreensão e principalmente pelo nosso amor.

Gratidão ao Diretório Acadêmico das Engenharias e à Matriz, pela oportunidade de crescimento pessoal e profissional. Agradeço por ter conhecido pessoas incríveis nesses lugares.

Agradeço ao meu orientador, Ronni Amorim, pela confiança e pela liberdade que me deu para trabalhar no tema escolhido, acredito que isso faça toda a diferença.

Enfim, espero que minha gratidão e boa energia cheguem a todos, muito obrigado!



*“Eu varro a sala, eu rego as plantas  
Abro as janelas pro ar circular  
Faço uma faxina pra limpar a casa  
Faço uma faxina pra arrumar a vida  
Pra dissolver e recompor  
Até os infortúnios têm o seu valor  
Na oportunidade de aprender com a dor  
Portanto, a gratidão jorra pela fonte do meu coração”.*  
*(Forfun)*



# Resumo

Com o aumento do consumo de energia elétrica no mundo e maior demanda por energia a cada ano que se passa, a importância da energia nuclear vem ganhando mais força devido seu alto potencial energético. Atualmente existem cerca de 439 usinas nucleares que estão em operação no mundo, sendo que no Brasil apenas duas, evidenciando a importância de investimento e compreensão do processo das usinas nucleares. Desta forma, o objetivo deste trabalho é realizar uma revisão de cunho científico e pedagógico sobre o comportamento dos nêutrons nos reatores de fissão nuclear, apresentando assim um estudo sobre a seção de choque e o livre caminho médio dos nêutrons lentos. Para a realização deste estudo foram apresentados dados sobre as reações dos nêutrons, classes energéticas das seções de choque, a fissão nuclear nos reatores, assim como a liberação de energia na fissão, focando nas reações de nêutrons lentos, como sua distribuição de energia e seção de choque efetiva. Como resultado do estudo, estimamos parâmetros das reações com nêutrons lentos para reatores do tipo mais comum, e como de fato a energia nuclear pode agregar de forma positiva na matriz elétrica nacional devido seu enorme rendimento energético. Por exemplo, mostrou-se que um reator com urânio natural não pode ser moderado com grafite, mas pode utilizar água pesada como moderador. Identificou-se, também, que o estudo pode ser complementado em oportunidades futuras, abordando temas como a difusão de nêutrons na perspectiva de reatores nucleares.

**Palavras-chaves:** Fissão Nuclear. Seção de Choque. Fator de Multiplicação.



# Abstract

With the increase in consumption of electric energy in the world and greater demand for energy each passing year, the importance of nuclear power is gaining strength because of its high energy potential. Currently, there are about 439 nuclear power plants operating in the world, with only two in Brazil, this shows how important the investment and understanding of the nuclear power plants process is. Therefore, the objective of this article is to conduct a study on the behavior of neutrons in nuclear fission reactors, presenting methods of resolution of the thermal neutron reaction, nuclear reaction cross sections, mean free path and multiplication factor. For the accomplishment of this article were presented data on the reactions of the neutrons, energy classes of the cross section, nuclear fission in reactors, as well as the release of energy in the fission, focusing on thermal neutron reactions such as its energy distribution and effective cross section. The result of the study showed the application of what was approached in the work in numerical form, and how nuclear energy can positively add to the national electricity pattern due to its energy efficiency grid. For example, it has been shown that a reactor with natural uranium can not be moderate with graphite, but it can use heavy water as moderator. It's known that the present study can be complemented in future opportunities, approaching topics such as a neutron diffusion in the perspective of nuclear reactors.

**Key-words:** Nuclear Fission. Cross Section. Multiplication Factor.



# Lista de abreviaturas e siglas

AIEA      Agência Internacional de Energia Atômica

IDH      Índice de Desenvolvimento Humano

IEA      International Energy Agency

PIB      Produto Interno Bruto



# Lista de símbolos

$\alpha$	Partícula alpha
$\gamma$	Raio gamma
$\sigma_t$	Seção de choque total
$\sigma_s$	Seção de choque de espalhamento
$\sigma_a$	Seção de choque de absorção
$\sigma_c$	Seção de choque de não-fissão
$\sigma_f$	Seção de choque de fissão
$\sigma_{el}$	Seção de choque de espalhamento elástico
$\sigma_{inel}$	Seção de choque de espalhamento inelástico
$I$	Intensidade do feixe
$n$	Densidade de nêutrons
$r$	Número de reações nucleares
$\sigma$	Seção de choque por núcleo
$\Sigma$	Seção de choque macroscópica
$n_A$	Densidade nuclear
$v$	Velocidade
$m$	Massa
$\nu$	Nêutrons emitidos por fissão
$v_p$	Velocidade mais provável
$\lambda$	Livre caminho médio
$T_n$	Temperatura de nêutrons
$k$	Fator de multiplicação
$\varepsilon$	Fator de fissão rápida

$\eta$	Nêutrons de fissão liberados por absorção
$V$	Volume
$E$	Energia
$f$	Fator de utilização térmica
$p$	Probabilidade de escape de ressonância
$\Gamma$	Largura da linha de ressonância
$\Phi$	Fluxo de nêutrons
$\xi$	Decremento Logarítmico Médio de Energia
$U$	Urânio
$Ba$	Bário
$Kr$	Crípton
$He$	Hélio
$H$	Hidrogênio
$Cd$	Cádmio
$Pu$	Plutônio
$Th$	Tório

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
<b>1.1</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>20</b>
1.1.1	Objetivo Geral	20
1.1.2	Objetivos Específicos	20
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>21</b>
<b>2.1</b>	<b>Matriz energética</b>	<b>21</b>
<b>2.2</b>	<b>Energia nuclear</b>	<b>23</b>
2.2.1	Reação de fissão nuclear	23
<b>3</b>	<b>REAÇÕES DOS NÊUTRONS</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Reação de nêutrons lentos</b>	<b>25</b>
<b>3.2</b>	<b>Seção de choque de reação nuclear</b>	<b>26</b>
<b>3.3</b>	<b>Seção de choque de nêutrons</b>	<b>27</b>
<b>3.4</b>	<b>Determinação da seção de choque</b>	<b>27</b>
<b>3.5</b>	<b>Seção de choque macroscópica e livre caminho médio</b>	<b>30</b>
<b>3.6</b>	<b>Fluxo de nêutrons e taxa de reação</b>	<b>32</b>
<b>3.7</b>	<b>Classe energética das seções de choque</b>	<b>34</b>
<b>3.8</b>	<b>Seção de choque de fissão</b>	<b>38</b>
<b>4</b>	<b>FISSÃO NUCLEAR NOS REATORES</b>	<b>41</b>
<b>4.1</b>	<b>Materiais fissionáveis</b>	<b>41</b>
<b>4.2</b>	<b>Distribuição energética dos fragmentos de fissão</b>	<b>41</b>
<b>4.3</b>	<b>Liberação de energia da fissão</b>	<b>42</b>
<b>4.4</b>	<b>Rendimento de nêutrons e relação de produção de nêutrons</b>	<b>43</b>
<b>4.5</b>	<b>Distribuição de energia dos nêutrons lentos</b>	<b>43</b>
<b>4.6</b>	<b>Seção de choque efetiva para nêutrons lentos</b>	<b>46</b>
<b>4.7</b>	<b>Fator de multiplicação</b>	<b>47</b>
<b>4.8</b>	<b>Fator de multiplicação para um reator homogêneo</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>CÁLCULO DA SEÇÃO DE CHOQUE E FATOR DE MULTIPLICAÇÃO EM REATORES DE URÂNIO: RESULTADOS E ANÁLISES</b>	<b>51</b>
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>57</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>59</b>



# 1 Introdução

A importância da energia elétrica está diretamente ligada ao desenvolvimento humano e econômico para a sociedade. O desenvolvimento no setor elétrico influencia diretamente no Produto Interno Bruto (PIB) de um país, sendo, a energia, um dos pilares para o crescimento tecnológico e econômico de uma nação (LEWE et al., 2016).

Além de servir de suporte para serviços e direitos fundamentais, como educação, segurança e saúde, o desenvolvimento de energia elétrica de um país está correlacionado ao Índice de Desenvolvimento Humano (IDH). Nesse sentido, países procuram um constante aproveitamento de suas fontes energéticas para assim proporcionar condições de crescimento econômico e social do estado (LEWE et al., 2016).

Segundo dados da International Energy Agency (IEA), a matriz elétrica mundial está representada da seguinte forma: 38,3% de carvão, 23,1% de gás natural, 16,6% de hidráulica, 10,4% de nuclear, 5,6% de solar, eólica e geotérmica, 3,7% de petróleo e derivados e 2,3% de biomassa. A capacidade instalada de geração nuclear no mundo em 2014 era de 376,3 GW, sendo o continente europeu o líder, com capacidade instalada de 125,2 GW (EPE, 2017).

A demanda de energia no Brasil cresce com o passar do tempo, e as usinas nucleares de energia são uma opção, devido seu alto potencial de conversão de energia. Segundo dados da Agência Internacional de Energia Atômica (AIEA) existem 439 usinas nucleares em operação no mundo, no Brasil são duas em operação, Angra I e II, e Angra III que está em fase de construção. Sendo que o país que concentra o maior número de unidades são os Estados Unidos, com 104 usinas, seguido da França e Japão, com 59 e 55 usinas nucleares, respectivamente (ANEEL, 2008).

Atualmente as usinas nucleares funcionam através da reação conhecida como fissão nuclear, que consiste na partição de um núcleo atômico de um átomo físsil através de um choque com um nêutron livre, liberando certa quantidade de energia em escala nuclear através da reação em cadeia (SCHRAMM, 2010).

A engenharia tem um papel de destaque em desenvolver técnicas de otimização de processos e aumento de produção útil. Portanto, a motivação para elaboração deste estudo é a confecção de um material didático em nosso idioma, o português, tratando dos pontos principais para realização de um processo de reação de fissão nuclear. O comportamento dos nêutrons nos reatores de fissão nuclear depende de diversos parâmetros, como parâmetros nucleares, a geometria do reator, o tempo, entre outros, e um dos focos do presente trabalho é a compreensão dos procedimentos de cálculo da seção de choque e fator de multiplicação para a introdução de nêutrons lentos com outros elementos presentes

nos reatores.

Dessa forma, este trabalho está organizado da seguinte maneira: o primeiro capítulo apresenta a introdução, o objetivo geral e objetivos específicos. No capítulo seguinte é apresentado uma revisão bibliográfica, que mostra o atual cenário da matriz energética mundial e nacional, apresenta, também, os principais conceitos e aplicações da energia nuclear. O capítulo três deste trabalho apresenta as reações dos nêutrons, com conceitos sobre reações de nêutrons lentos, seção de choque, do livre caminho médio e taxas de reação de nêutrons. O quarto capítulo detalha mais a fissão nuclear nos reatores, como distribuição energética dos fragmentos de fissão, liberação de energia da fissão, distribuição de energia dos nêutrons lentos, seção de choque efetiva para nêutrons lentos e fator de multiplicação. O quinto capítulo demonstra de forma numérica a aplicação dos temas abordados no estudo. E o último capítulo são as considerações e conclusões obtidas neste trabalho.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Realizar um estudo sobre o comportamento dos nêutrons nos reatores de fissão nuclear, apresentando assim métodos de resolução da reação dos nêutrons lentos.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar seções de choque, tais como a seção de choque de espalhamento e de absorção;
- Compreender fluxo de nêutrons e taxa de reação;
- Entender do conceito do livre caminho médio;
- Compreender o fator de multiplicação;
- Resolver equações das reações dos nêutrons a partir do estudo desenvolvido.

## 2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem como objetivo expor o atual cenário da matriz energética mundial e nacional, e apresentar conceitos básicos para o entendimento desse trabalho, levantando uma revisão bibliográfica sobre os principais conceitos e aplicações da energia nuclear. Com intuito de chegar de fato ao estudo principal, que é a reação dos nêutrons na perspectiva dos reatores nucleares.

### 2.1 Matriz energética

Atualmente existe um grande consumo de energia mundial e no ano de 2017, segundo dados da revista BP Statistical Review of World Energy 2018, o total de energia primária consumida no mundo foi de 13.511,16 Mtep, sendo que a energia nuclear representou 4,41% (cerca de 596,4 Mtep) do total desta energia (BP, 2018).

Para uma avaliação mais completa do cenário nacional é importante conhecer os dados mundiais sobre energia, e entender como se comporta as disposições da oferta de energia no mundo, abaixo segue a Figura 1, que representa a oferta mundial de energia por fonte, são dados do ano de 2014 e obtidos no Balanço Energético Nacional (BEN) de 2017 (EPE, 2018).

2014

Total: 13.541  $10^6$  tep (toe)

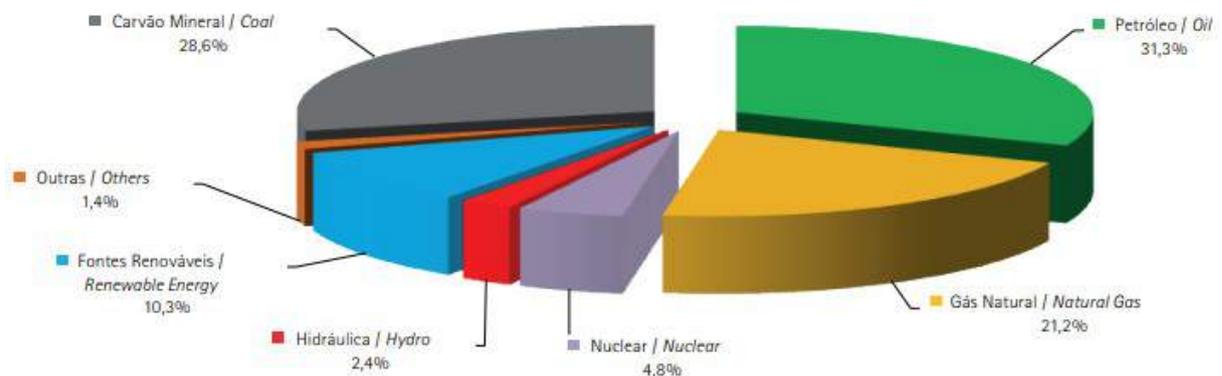


Figura 1 – Oferta Mundial de Energia por Fonte. Fonte: BEN, 2017.

Observando a Figura 1, é possível notar que a oferta mundial de energia é predominantemente de fontes não renováveis, cerca de 86% da oferta total. A energia nuclear possui vantagem em relação aos outros tipos de fontes, pois ela necessita de menor quanti-

dade de matéria para geração de energia, por exemplo a combustão do gás propano debita  $2220J$  por cada mole de gás que reage enquanto a reação de fissão nuclear debita  $19,3 TJ$  por cada mole de átomos de urânio-235 (RIBEIRO, 2014).

A matriz elétrica nacional é predominantemente de origem renovável, com destaque para a fonte hídrica que responde por 65,2% da oferta interna. A Figura 2 mostra a oferta interna de energia elétrica por fonte no Brasil.

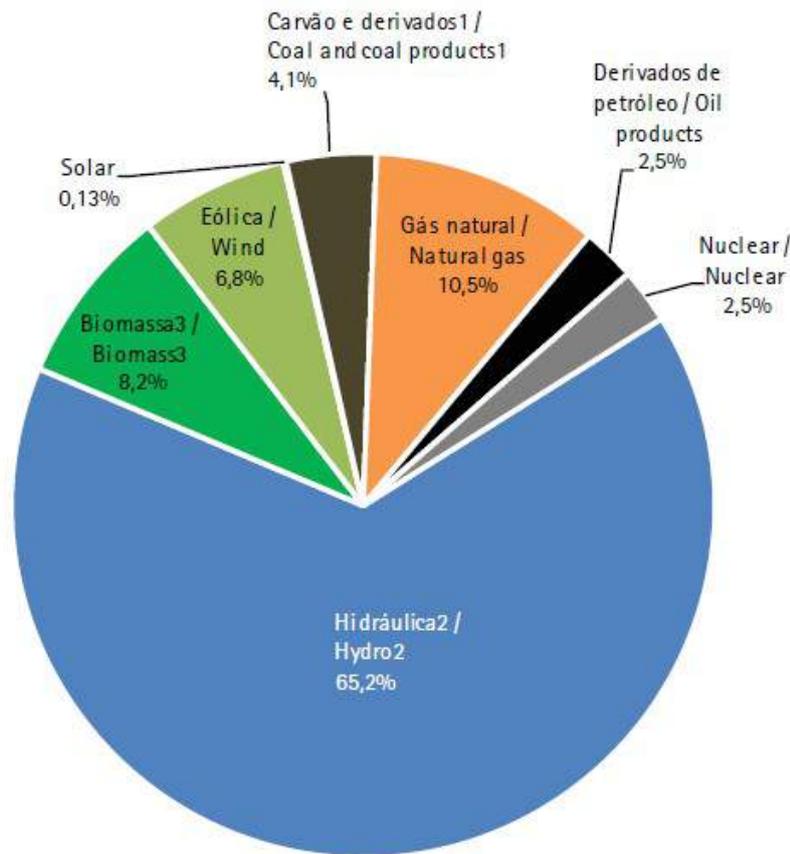


Figura 2 – Oferta Interna de Energia Elétrica por Fonte. Fonte: BEN, 2018.

As fontes renováveis representam 80,4% da oferta interna de eletricidade no Brasil, sendo que a fonte hídrica representa 65,2% da oferta interna total. Segundo o governo do Brasil, estima-se que ocorrerá queda na produção de energia elétrica por parte da fonte hídrica e aumento na produção de gás natural e petróleo (EPE, 2018).

A energia nuclear é apresentada como uma opção positiva para a geração de energia elétrica no país, apesar de ser uma energia de fonte não renovável, sua geração de energia, comparada à outras fontes de energia não renovável, é considerada “limpa”, devido a baixa emissão de gases do efeito estufa. Hoje em dia, um dos países que mais investe na obtenção de energia nuclear é a França, sendo que 70% do seu abastecimento é proveniente dessa fonte de energia (RIBEIRO, 2014).

Segundo dados da revista BP Statistical Review of World Energy 2018, cerca de 2.635,6 TWh foi obtida a partir da energia nuclear no ano de 2017, do total de 25.551,3 TWh da produção total, representando 10,31% da produção mundial de energia elétrica (BP, 2018).

## 2.2 Energia nuclear

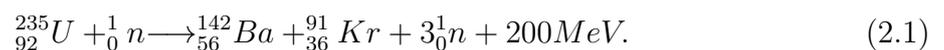
A energia nuclear tem papel importante no desenvolvimento de geração de energia elétrica no Brasil e no mundo, portanto o fundamento básico desta energia deve ser abordado. A liberação de energia nuclear se dá através da energia de ligação dos núcleons, que são as partículas do núcleo atômico que as mantêm unidas. Ao se falar de energia nuclear é necessário comentar sobre as características gerais do átomo, para assim definir formas de obter energia nuclear.

### 2.2.1 Reação de fissão nuclear

Fissão nuclear é o processo em que um núcleo pesado é dividido em duas ou mais partes com massas da mesma ordem de grandeza, geralmente são acompanhadas pela emissão de radiação gama, de nêutrons e esporadicamente por fragmentos nucleares eletricamente carregados (CARDOSO et al., 2012).

O fenômeno de fissão foi apenas observado em 1938 por Otto Hahn e Fritz Strassmann, quando em experimento dispararam nêutrons contra núcleos de urânio com intuito de produzir um núcleo mais pesado. Entretanto, observaram a formação de elementos com aproximadamente a metade da massa do urânio. Em 1942, Enrico Fermi verificou a existência da reação em cadeia, em que foi observado a fissão dos núcleos de urânio libertava nêutrons que iniciavam outras fissões (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2000).

A fissão do núcleo de  $U^{235}$  é a reação mais conhecida dentre as reações de cisão. O núcleo de  $U^{235}$  pode ter fissões em diferentes isótopos, a Equação 2.1 representa uma divisão possível,



As escritas de equações que traduzem reações de fissão e fusão nucleares obedecem a duas regras: (i) A soma dos números atômicos dos produtos de reação é igual à soma dos números atômicos das partículas reagentes, conhecida como Regra Z; (ii) A soma dos números de massa dos produtos da reação é igual à soma dos números de massa das partículas reagentes, conhecida como Regra A (RIBEIRO, 2014).

A Figura 3 representa uma reação de fissão nuclear em cadeia, isso se dá quando um nêutron com suficiente energia cinética se choca com um núcleo de  $U^{235}$  ocorre a fissão

do núcleo. O processo liberta novos nêutrons que poderão colidir com outros núcleos de  $U^{235}$  e provocar novas fissões nucleares, caracterizando assim a reação em cadeia.

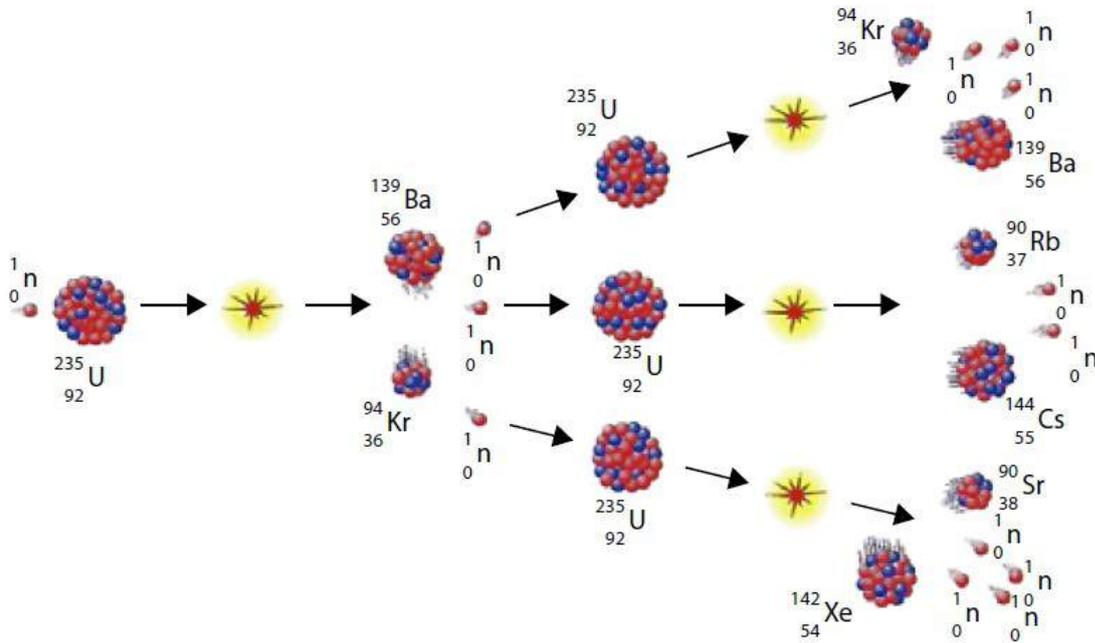


Figura 3 – Reação em cadeia de fissão nuclear. Fonte: RIBEIRO, 2014.

## 3 Reações dos Nêutrons

Este capítulo tem como objetivo apresentar reações dos nêutrons e sua importância nas reações físicas relacionadas aos reatores nucleares. Apresentando conceitos sobre reações de nêutrons lentos, seção de choque, do livre caminho médio e taxas de reação de nêutrons. Esses conceitos são apresentados com intuito de entendimento de reações fundamentais para serem discutidas nos próximos capítulos.

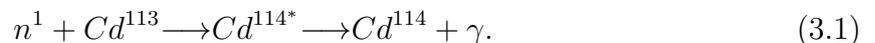
### 3.1 Reação de nêutrons lentos

Uma das principais reações na física de reatores são as reações nucleares com nêutrons lentos, que são iniciadores essenciais e perpetuadores de reações nucleares em cadeia nos tipos mais comuns de reatores. Nesse sentido, é necessário obter alguma compreensão das interações de nêutrons com outros núcleos, em particular com núcleos físeis (CURTISS; BEARD, 1959). Considerando uma reação nuclear genérica, temos:



Suponha que os projéteis  $a$  sejam nêutrons com energia cinética de não mais do que alguns Mev. Se  $b$  é um raio  $-\gamma$ , este processo é uma reação  $(n, \gamma)$  e representa a captura radiativa de um nêutron pelo núcleo-alvo com a emissão subsequente de um raio  $-\gamma$  e a conversão do núcleo alvo  $X^A$  em seu isótopo  $X^{(A+1)}$  (EVANS; EVANS, 1955).

Um exemplo bem conhecido de uma reação  $(n, y)$  é a captura radiativa de um nêutron por  $Cd^{113}$ , como mostra a Equação 3.1.



Se  $a$  e  $b$  são partículas idênticas, no caso presente de nêutrons, temos um processo de espalhamento, que pode ser elástico ou inelástico. Se o núcleo-alvo for elevado a um estado excitado retendo parte da energia cinética do nêutron incidente, o espalhamento é inelástico, caso contrário, o espalhamento é elástico. Se  $b$  não é uma partícula elementar como um nêutron, próton ou *partícula*  $-\alpha$ , o resultado da reação serão dois núcleos de números intermediários de massa, assumindo que  $X$  não é uma partícula elementar. Esse tipo de reação nuclear é chamado de processo de fissão (LIVERHANT, 1960).

Neste caso, ou no isótopo prontamente fissionável  $U^{235}$ , todos os processos anteriores podem ocorrer, embora a probabilidade de sua ocorrência seja muito diferente. Se uma amostra desse isótopo é submetida a um bombardeamento de nêutrons lentos,

a frequência relativa de ocorrência para um processo de fissão, um processo de captura radiativa, e um processo de dispersão é aproximadamente na proporção de 60 : 10 : 1.

Como regra geral, várias reações podem ocorrer entre um nêutron e um determinado núcleo. A probabilidade com que qualquer uma ou as várias reações possíveis ocorrerão depende da energia de nêutrons. A probabilidade ou uma captura de nêutrons em comparação com outras reações é maior com os nêutrons lentos, onde é o processo mais comum (GLASSTONE et al., 1953).

## 3.2 Seção de choque de reação nuclear

A probabilidade de ocorrência de uma reação nuclear particular é descrita pela seção de choque efetiva para esse processo. Para cada interação, uma seção de choque específica. Nesse sentido, a seção de choque total denota todos os tipos de interações possíveis, portanto, nela estão inclusas a absorção e o espalhamento pelo núcleo (PEREIRA, 2013). Usando essa terminologia, podemos afirmar que para reações de nêutrons lentos com  $U^{235}$ , a seção de choque da fissão é cerca de seis vezes maior que a seção de choque de captura radiativa e cerca de sessenta vezes maior que a seção de choque de espalhamento. A probabilidade de que uma dada reação ocorra entre um nêutron e um núcleo é geralmente chamada de seção de choque microscópica (LIVERHANT, 1960).

Especificar a seção de choque é um método alternativo de descrever o rendimento de uma reação. Considerando que este último dá o número de transformações nucleares que ocorrem por número especificado de partículas que são atiradas em um alvo, a seção de choque efetiva mede a área circular que um núcleo-alvo deve ter para que cada colisão dentro dessa área produza uma reação. A reação certamente ocorrerá se a partícula passar pela área da seção de choque, caso contrário, nenhuma reação ocorrerá (HUGHES; SCHWARTZ, 1958).

Associamos uma seção de choque com cada tipo particular de interação nuclear. Portanto, falamos de uma seção de choque de espalhamento  $\sigma_s$ , quando se refere a um processo de dispersão nuclear, uma seção de choque de absorção  $\sigma_a$ , quando se trata de processos de absorção, ou uma seção de choque de fissão  $\sigma_f$ , ao considerar colisões nucleares que levam à fissão do núcleo-alvo (LIVERHANT, 1960).

Embora a seção de choque da reação não possua relação direta ou simples com a seção de choque nuclear geométrica  $\pi R^2$  (sendo  $R$  o raio nuclear), mesmo assim, para a maioria das interações nucleares, concorda com as ordens de magnitude, e geralmente está entre  $10^{-23}$  e  $10^{-27}$   $cm^2$ . As seções de choque da reação nuclear são medidas em unidades chamadas barns, onde 1 barn equivale a  $10^{-24}$   $cm^2$ .

A seção de choque de uma reação nuclear depende não apenas do núcleo-alvo, como

se esperaria se a seção de choque fosse idêntica à seção transversal "geométrica" do núcleo-alvo, mas também, e em muitos casos principalmente, depende da energia de nêutrons.

### 3.3 Seção de choque de nêutrons

Se um raio de nêutrons puder passar através de uma placa de material-alvo, ele emergirá com intensidade reduzida devido a uma variedade de processos que terão ocorrido durante sua passagem pelo material, como dispersão, absorção com *emissão* –  $\gamma$  acompanhante, ou absorção levando à fissão subsequente (HUGHES; SCHWARTZ, 1958).

A atenuação de um feixe de nêutrons ou a sua perda de intensidade devido ao efeito combinado de todas as causas é descrita em termos da seção de choque total  $\sigma_t$ , que é representada pela soma das seções de choque individuais para todos os processos envolvidos,

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a. \quad (3.2)$$

Nos casos em que algumas das absorções de nêutrons podem levar a uma reação de fissão, a seção de choque de absorção pode ainda ser dividida em uma seção de choque de fissão  $\sigma_f$ , e seção de choque de não-fissão  $\sigma_c$

$$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f. \quad (3.3)$$

A seção de choque de espalhamento também pode ser subdividida em uma parte de espalhamento elástico e uma parte de espalhamento inelástico. Portanto, temos que a seção de choque total  $\sigma_t$ :

$$\sigma_t = \sigma_{el} + \sigma_{inel} + \sigma_f + \sigma_c. \quad (3.4)$$

Onde  $\sigma_{el}$  é a seção de choque de espalhamento elástico, e  $\sigma_{inel}$  é a seção de choque de espalhamento inelástico.

### 3.4 Determinação da seção de choque

A intensidade do feixe  $I$  é medida em termos da densidade do fluxo de nêutrons, também chamado de fluxo de nêutrons, sendo o número de nêutrons que atravessam a área unitária perpendicularmente ao feixe em um segundo (KAPLAN, 1963).

Se todos os nêutrons no feixe se moverem com a mesma velocidade uniforme  $v$ , com é observado na Figura 4, então o número de nêutrons que atravessam  $1 \text{ cm}^2$  por segundo é igual ao número de nêutrons contidos em um paralelepípedo da área de base  $1 \text{ cm}^2$  e de comprimento  $vc$ .

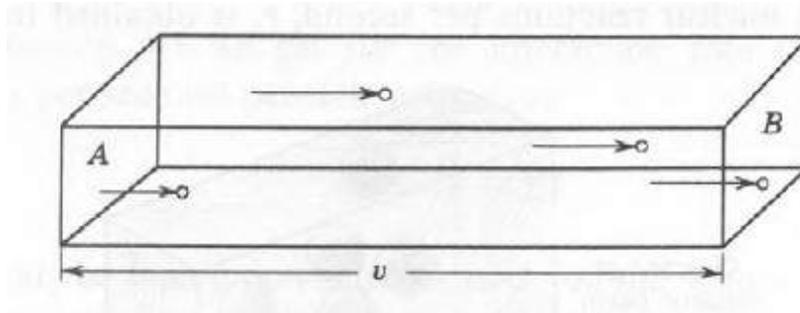


Figura 4 – Densidade de fluxo e densidade de nêutrons. Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960.

Os nêutrons que cruzam a face  $A$  em um dado instante terão atingido a face  $B$  um segundo depois, onde a distância que separa  $A$  e  $B$  será  $v$  cm. Todos os nêutrons que atravessam a face  $A$  durante este intervalo de tempo estarão contidos dentro do volume delimitado por  $A$  e  $B$ . Na Figura 4, o número de nêutrons que atravessam a superfície  $A$  por segundo é igual ao número de nêutrons contidos num paralelepípedo da área de base  $1 \text{ cm}^2$  e comprimento  $v$  cm.

Se  $n$  é a densidade de nêutrons, ou seja, o número de nêutrons em  $1 \text{ cm}^3$  do volume, temos que a intensidade do feixe será:

$$I = nv. \quad (3.5)$$

Se for permitido que um feixe homogêneo de nêutrons passe através de uma folha fina de material-alvo da área  $A$ , espessura  $t$ , e tendo  $N_0$  núcleos por  $\text{cm}^3$ , a área nuclear efetiva que está disponível para ocorrer reações nucleares é dada pelo produto de seção de choque por núcleo alvo e número total de núcleos alvo contidos na folha alvo (LIVERHANT, 1960).

Neste caso, se a seção de choque por núcleo =  $\sigma$  e número total de núcleos =  $N_0At$ , temos que área-alvo nuclear disponível será  $N_0At\sigma$ .

Na Figura 5 assume-se que o alvo é suficientemente fino para que não ocorra sobreposição de núcleos em camadas sucessivas que possam causar uma triagem de alguns núcleos por aqueles nas camadas anteriores. Assim, cada núcleo apresenta toda a sua seção de choque efetiva ao feixe de nêutrons incidente (LIVERHANT, 1960).

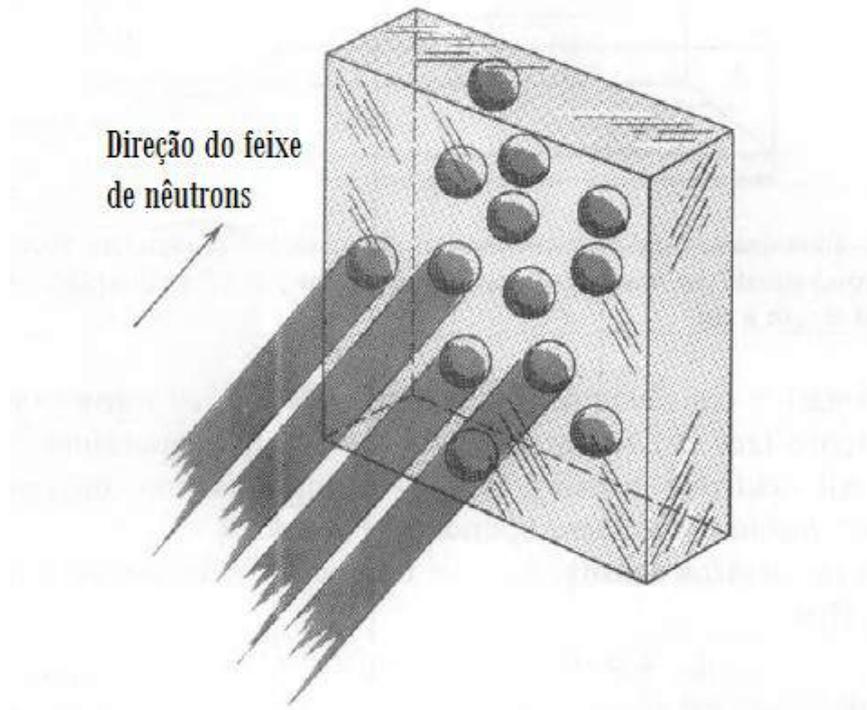


Figura 5 – Feixe de nêutrons colidindo com material-alvo. Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960.

A probabilidade ou a chance de um nêutron chegar a uma área-alvo nuclear é igual à razão dessa área em relação à área total  $A$  apresentada ao nêutron incidente. Assim, temos:

$$\frac{N_0 A t \sigma}{A} = N_0 t \sigma. \quad (3.6)$$

A probabilidade de interação por nêutron é igual a  $(\text{área-alvo nuclear})/(\text{total da área-alvo}) = (N_0 A t \sigma)/A = N_0 t \sigma$ .

O número de reações nucleares por segundo,  $r$ , é obtido multiplicando a probabilidade por nêutron pelo número total de nêutrons incidentes no alvo por segundo. Então temos que o número de reações por segundo será:

$$r = (N_0 t \sigma)(IA) = (N_0 \sigma)IV. \quad (3.7)$$

Onde  $V$  é o volume do alvo,  $At$ . Consequentemente, temos

$$\sigma = \frac{r}{N_0 I A t} = \frac{r}{N_0 I V}. \quad (3.8)$$

A seção de choque macroscópica é denotada por:

$$\Sigma = N_0 \sigma. \quad (3.9)$$

A partir da Equação 3.7 obtemos a taxa de interação por unidade de volume,  $r_V$ ,

$$r_V = \frac{r}{At} = \Sigma I, \quad (3.10)$$

mostrando que a taxa de interação por unidade de volume é igual à seção de choque macroscópica multiplicada pela densidade de fluxo. Segue também:

$$\Sigma = \frac{r_V}{I}, \quad (3.11)$$

mostrando que a seção de choque macroscópica também pode ser interpretada como a taxa de interações por unidade de volume por unidade de fluxo de nêutrons. Muito frequentemente, o material alvo é especificado pela sua margem de densidade nuclear,

$$n_A = \frac{N_0 A t}{a} = N_0 t. \quad (3.12)$$

A seção de choque como dada pela Equação 3.8 pode agora também ser escrita nesta forma,

$$\sigma = \frac{r/A}{n_A I} = \frac{r_A}{n_A I}. \quad (3.13)$$

Onde  $r_A = r/A$  é a taxa de reações nucleares por unidade de área-alvo.

A Equação 3.13 corresponde a Equação 3.11 e ambas dão a seção de choque nuclear como a taxa de reação por densidade nuclear por fluxo de nêutrons, se combinarmos a taxa de reação por unidade de área com a densidade de área correspondente, e a taxa de reação por unidade de volume, com o volume correspondente densidade de núcleos-alvo.

Se a densidade e o peso atômico do material-alvo são conhecidos, a densidade de volume dos núcleos no alvo,  $N_0$ , pode ser derivada em termos da densidade  $\rho$ , do peso atômico  $M$  e número de Avogadro  $N$ . A massa por átomo pode ser obtida como a relação de  $\rho/N_0$  ou a razão de  $M/N$ . Daí  $\rho/N_0 = M/N$ , então:

$$N_0 = \frac{\rho}{M} N. \quad (3.14)$$

### 3.5 Seção de choque macroscópica e livre caminho médio

A distância de penetração,  $\lambda = 1/\Sigma$ , também pode ser definida como o comprimento do caminho sobre o qual os nêutrons podem viajar sem sofrer uma colisão com um núcleo-alvo com uma probabilidade de  $1/e$ . A distância  $\lambda$  é chamada de livre caminho médio porque também é a distância média que um nêutron pode percorrer no material sem fazer uma colisão (ROZA, 2013).

A Equação 3.15 nos dá o número de nêutrons por  $cm^3$  que pode penetrar a uma distância  $x$  sem fazer uma colisão nuclear de qualquer tipo.

$$n = n_0 \exp(-\Sigma x). \quad (3.15)$$

Ao penetrar uma distância maior  $dx$ , dos  $n$  nêutrons restantes, um número  $dn$  sofrerá uma colisão e cairá onde  $dn$  é obtido pela diferenciação da Equação 3.15,

$$dn = -n_0 \Sigma \exp(-\Sigma x). \quad (3.16)$$

O comprimento do caminho combinado do grupo de nêutrons que percorrem uma distância  $x$  e depois sofrem uma colisão na curta distância entre  $x$  e  $x + dx$  é, portanto,  $x dn$ .

Se considerarmos que o feixe de nêutrons consiste de uma coleção de muitos grupos similares de nêutrons que se unem por uma distância  $x$  e depois caem juntos, podemos encontrar o comprimento total do caminho combinado para todos os nêutrons no feixe, integrando  $x dn$  sobre todos os valores possíveis de  $x$  de zero a infinito. Tendo que,

$$\int_0^{\infty} x dn. \quad (3.17)$$

O comprimento médio do caminho é obtido a partir do comprimento total do caminho, dividido pelo número total de nêutrons,  $n_0$ . Assim,

$$\frac{\int_0^{\infty} x dn}{n_0} = x. \quad (3.18)$$

Portanto, obtemos

$$x = \int_0^{\infty} -\Sigma \exp(-\Sigma x) dx = \frac{1}{\Sigma} = \lambda. \quad (3.19)$$

Pode-se mostrar que este resultado se aplica não apenas a um feixe uniforme de nêutrons, mas que é bastante geral. O comprimento médio do caminho entre colisões sucessivas de nêutrons que se deslocam num meio de seção de choque macroscópica  $\Sigma$  é igual a  $\lambda = 1/\Sigma$ .

Nenhuma distinção foi feita em nossa derivação entre uma colisão de espalhamento e uma colisão de absorção, uma vez que ambas contribuem para a atenuação do fluxo de nêutrons. A seção de choque macroscópica a que nos referimos é, portanto, a seção de choque macroscópica total,

$$\Sigma_t = N_0 \sigma_t = N_0 \sigma_s + N_0 \sigma_a = \Sigma_s + \Sigma_a. \quad (3.20)$$

Em analogia com a Equação 3.19 podemos definir um livre caminho médio apenas para colisões de dispersão e apenas para colisões de absorção, segue.

$$\lambda_s = \frac{1}{\Sigma_s} \quad (3.21)$$

$$\lambda_a = \frac{1}{\Sigma_a}. \quad (3.22)$$

Tomando a Equação 3.20, temos:

$$\lambda_t = \frac{1}{\Sigma_s} = \frac{1}{\Sigma_s + \Sigma_a} = \frac{1}{1/\lambda_s + 1/\lambda_a} = \frac{\lambda_a \lambda_s}{\lambda_a + \lambda_s}. \quad (3.23)$$

Nota-se que  $\lambda_t$  é menor que  $\lambda_a$  como se esperaria que fosse. Como a seção de choque total inclui mais possibilidades de colisão do que a seção de choque de espalhamento ou a seção de choque de absorção separadamente, as chances de evitar um tipo específico de colisão são maiores do que a chance de evitar todos os tipos de colisão. Uma chance menor de evitar qualquer colisão significa também um caminho livre médio menor.

### 3.6 Fluxo de nêutrons e taxa de reação

É conveniente e fisicamente razoável, quando se trabalha com grandes números de nêutrons, considerá-los como constituintes de um gás de nêutrons e descrever seus movimentos de uma maneira análoga e familiar a nós, como a teoria molecular dos gases. Se os nêutrons que compõem esse gás se movem com uma velocidade  $v$ , que devemos assumir atualmente como igual para todos os nêutrons, e têm um livre caminho médio  $\lambda$ , o intervalo de tempo  $t$  entre duas colisões sucessivas para um dado nêutron será:

$$t = \frac{\lambda}{v}. \quad (3.24)$$

O recíproco disso,  $v/\lambda$ , dará o número de colisões por segundo feitas por um nêutron. Para um conjunto de  $n$  nêutrons por  $cm^3$ , o número total de colisões feitas por segundo será:

$$r_V = \frac{v}{\lambda} n. \quad (3.25)$$

Este é o mesmo resultado encontrado para um feixe de nêutrons com todos os nêutrons viajando em uma determinada direção. É mostrado aqui para ser válida também para os nêutrons viajando em direções diferentes e arbitrárias.

Se interpretamos  $v$  como a distância percorrida por um nêutron em 1 s, então o produto  $nv$  representa a distância total percorrida em 1 s por todos os nêutrons contidos em 1  $cm^3$ . Ao dividir a distância total pela distância média entre as colisões sucessivas, chegamos ao número de colisões por segundo por  $cm^3$ .

O produto  $nv$  é chamado de fluxo de nêutrons, ou densidade de fluxo, e comumente denotado por  $\phi$ ,

$$\phi = nv. \quad (3.26)$$

Em termos do fluxo de nêutrons  $\phi$ , a *taxa de reação/cm<sup>3</sup>* agora pode ser escrita,

$$r_V = \phi \Sigma. \quad (3.27)$$

A taxa de reação para um meio de volume  $V$ ,  $cm^3$ , é, portanto,

$$R = r_V V = \phi V \Sigma. \quad (3.28)$$

Foi definido a densidade de fluxo como o número de nêutrons que caía na área unitária a cada segundo. Essa definição é satisfatória e equivalente à nova definição para um feixe paralelo de nêutrons, todos viajando na mesma direção. Não é, no entanto, geral o bastante para ser aplicável a um conjunto de nêutrons que se movem em todas as direções aleatoriamente, como as moléculas de um gás. Os nêutrons em um reator nuclear são descritos mais realisticamente em termos do movimento aleatório de moléculas de gás do que como um feixe de partículas paralelas incidentes em uma superfície plana. A taxa de reação deve depender apenas do fluxo  $\phi$ , dos nêutrons e não da direção de aproximação dos nêutrons. O número de nêutrons caindo  $1\text{ cm}^2$  por segundo seria, no entanto, menor para o movimento aleatório dos nêutrons do que se todos estivessem se movendo em uma direção perpendicular a essa área, de modo que o número de reações também seriam correspondentemente menor (LIVERHANT, 1960).

Tal como acontece com as moléculas de gás, os nêutrons em um reator não têm todos a mesma velocidade, mas, ao contrário, manifestam uma considerável dispersão na faixa de suas velocidades. Portanto, é necessário e desejável generalizar a definição do fluxo de nêutrons.

Isto pode ser feito definindo um elemento de fluxo  $d\phi$  para uma pequena faixa de velocidades de nêutrons entre  $v$  e  $v + dv$ , de modo que  $n(v)dv$  é o número de nêutrons por  $cm^3$  com velocidades dentro dessa faixa, mostrado na Figura 6. Assim sendo:

$$\phi = \int_0^{\infty} n(v)v dv. \quad (3.29)$$

Na Figura 6, a área sombreada representa o fluxo de nêutrons com velocidades entre  $v$  e  $v + dv$ .

Alternativamente, podemos dividir os nêutrons em grupos de pequenas faixas de energia, denotando o número de nêutrons com energias entre  $E$  e  $E + dE$  por  $n(E)dE$ . Em termos dessa decomposição, o fluxo de nêutrons pode ser definido como,

$$\phi = \int_0^{\infty} n(E)v dE. \quad (3.30)$$

Um terceiro método de definir o fluxo, é o seguinte:

$$\phi = \int_0^{\infty} \phi(E) dE. \quad (3.31)$$

Onde  $\phi(E)dE$  é o fluxo na pequena faixa de energia entre  $E$  e  $E + dE$ , que está representado na Figura 7. A área sombreada representa o fluxo de nêutrons com energias situadas entre  $E$  e  $E + dE$ .

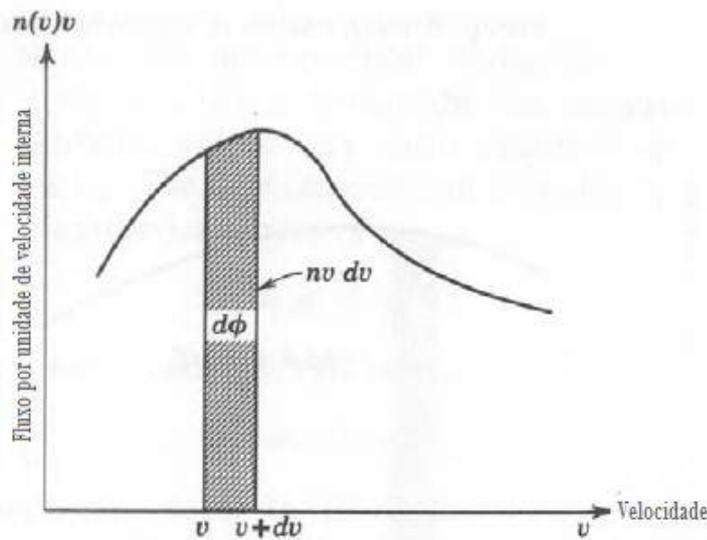


Figura 6 – Fluxo de nêutrons. Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960

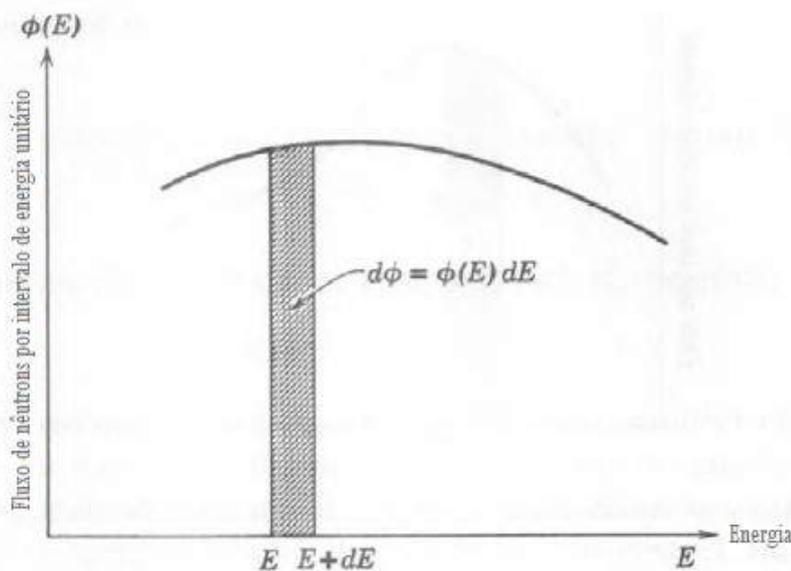


Figura 7 – Fluxo de nêutrons entre as faixas de energia  $E$  e  $E + dE$ . Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960

### 3.7 Classe energética das seções de choque

Em nossa discussão preliminar sobre as reações de nêutrons, notou-se brevemente que as seções de nêutrons dependem não apenas da natureza do núcleo-alvo, mas também da energia do nêutron que interage. É conveniente classificar nêutrons que estão envolvidos em reações nucleares de acordo com o comportamento geral das várias seções de choque e dividir as energias de nêutrons em várias regiões para levar em conta essas tendências gerais. Será suficiente para nossos propósitos distinguir quatro regiões principais (LIVERHANT, 1960).

Uma região de alta energia que compreende energias de nêutrons entre 10 Mev e 0.1 Mev. Nêutrons dentro desta faixa serão chamados de nêutrons rápidos.

Uma região de energia intermediária para energias entre 0,1 Mev e 1000 ev. Os nêutrons com energias nesta faixa serão denominados nêutrons intermediários.

Uma região para energias entre 1000 ev e 1 ev. Os nêutrons com energias situadas nessa faixa serão chamados de nêutrons epitérmicos.

Uma região para energias de 1 ev e menor. Os nêutrons com energias nesta região serão chamados de nêutrons térmicos ou nêutrons lentos. Usando esta classificação, podemos examinar as seções de choque de nêutrons na ordem dada.

### Nêutrons rápidos

A interação mais provável entre nêutrons e núcleos nesta região é a reação  $(n, n)$ , isto é, a dispersão, de modo que a seção de choque de absorção será muito menor do que a seção de choque de espalhamento,  $\sigma_a < \sigma_s$ . A seção de choque total  $\sigma_t$  é quase inteiramente devida à dispersão e aproxima-se do valor de,

$$\sigma_t = \sigma_s = 2\pi R^2. \quad (3.32)$$

Para núcleos médios e pesados, pode ser expressa por,

$$\sigma_t = 0,125A^{2/3}. \quad (3.33)$$

### Nêutrons intermediários

Nesta região, o processo  $(n, n)$  ainda é a reação mais favorecida para núcleos intermediários e pesados, com o espalhamento fazendo a principal contribuição para a seção de choque total,  $\sigma_a = \sigma_s$  é da ordem de 1 barn, enquanto a seção de choque  $\sigma_c$ , para o processo de captura  $(n, \gamma)$  ou radiação capturada no processo é da ordem de 1 milibarn.

Para núcleos leves ( $A < 25$ ) esta região contém ressonâncias bem separadas e distintas, enquanto para os núcleos médios e pesados as ressonâncias se sobrepõem e aparecem suavizadas. A natureza dessas ressonâncias é descrita com mais detalhes no que segue.

### Nêutrons epitérmicos

Nesta região de energia que também é conhecida como região de ressonância, as seções de choque de nêutrons da maioria dos elementos mostram muitos máximos distintos e altos na seção de choque total. Os picos na seção de choque nuclear apontam a existência de níveis de ressonância no núcleo, e são, portanto, geralmente conhecidos como ressonâncias (LAPP; ANDREWS, 1954). Eles parecem estar sobrepostos em um fundo que varia como  $\Sigma^{-1/2}$  ou  $1/v$ . O número de picos de absorção e suas separações mútuas variam consideravelmente para diferentes núcleos, e a aparência geral da dependência de

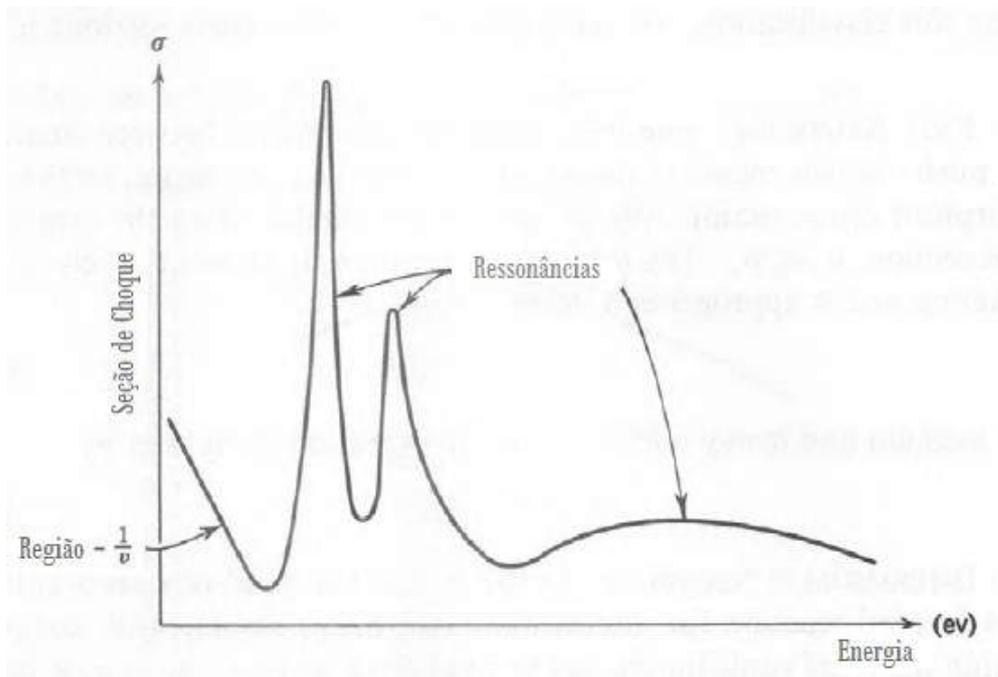


Figura 8 – Variação da seção de choque de nêutrons com energia para um núcleo típico.  
Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960

energia de um núcleo típico é mostrada na Figura 8.

Os máximos são ressonâncias na seção de choque de captura  $\sigma_c$ , que são sobrepostas em um plano de fundo, que é praticamente inteiramente uma seção de choque de dispersão. A seção de choque de dispersão para energias situadas entre as energias de ressonância individuais é da ordem de um barn, com a seção de choque de captura  $\sigma_c$  da ordem de um milibarn.

A seção de choque total  $\sigma_t$  do fundo entre as ressonâncias é dada pela Equação 3.34, que é o dobro da seção correspondente para os nêutrons rápidos, assim,

$$\sigma_t = 4\pi R^2. \quad (3.34)$$

A dependência energética de  $\sigma_c$ , na região de ressonância, é dada pela fórmula de Breit-Wigner.

$$\sigma_c = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.35)$$

A Equação 3.35 é a chamada fórmula de nível único que se aplica a ressonâncias que estão bem separadas e não se sobrepõem, de modo que a reação de colisão que é responsável por este máximo pode ser atribuída a um único nível de ressonância do núcleo composto. Nesta equação,  $\lambda$  é o comprimento de onda de de Broglie do nêutron incidente,  $\lambda = h/mv$ , e  $\Gamma$  é a largura da linha de ressonância na metade do valor máximo da seção de choque, como mostra na Figura 9. Onde,  $\Gamma_n$  e  $\Gamma_\gamma$  são as larguras de nível parcial para

as reações  $(n, n)$  e  $(n, \gamma)$ , respectivamente, e cada uma é uma medida da probabilidade de a reação ocorrer. Temos que,

$$\Gamma_n + \Gamma_\gamma = \Gamma, \quad (3.36)$$

de modo que a probabilidade para a reação  $(n, n)$  seja  $\Gamma_n/\Gamma$  e que para a reação  $(n, \gamma)$  seja  $\Gamma_\gamma/\Gamma$ .

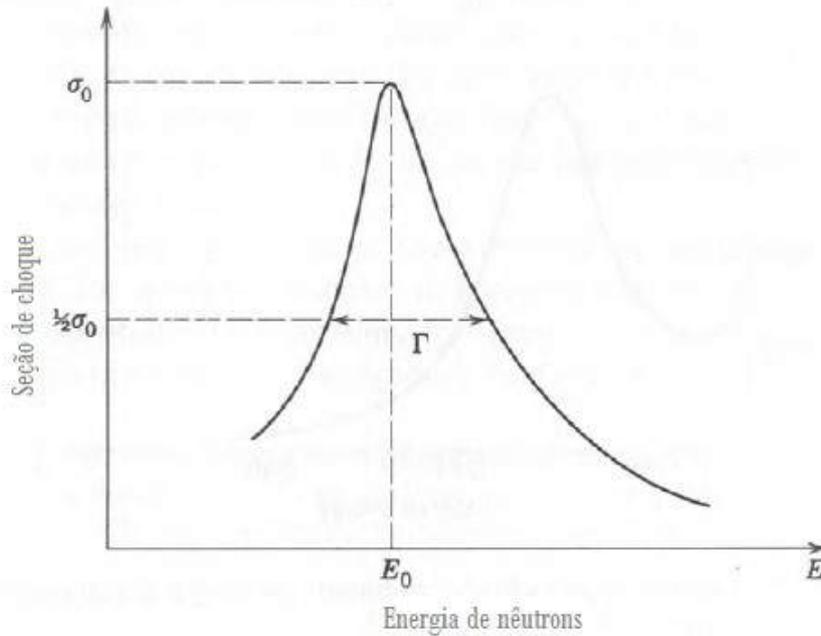


Figura 9 – Largura de uma ressonância é expressa em termos da sua largura média  $U$ .  
Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960

Na maioria dos casos, quando  $E$  é pequeno, a probabilidade para o processo  $(n, \gamma)$  é muito maior do que para o processo  $(n, n)$ , de modo que  $\Gamma_\gamma > \Gamma_n$  e, conseqüentemente,  $\Gamma = \Gamma_\gamma$ . Para a maioria dos núcleos  $\Gamma_\gamma$  é aproximadamente  $0.1\text{ev}$ , enquanto  $\Gamma_n$  é geralmente de duas ou três ordens de grandeza menor.

A fórmula de Breit-Wigner também pode ser escrita da seguinte forma,

$$\sigma_c = \sigma_0 \left(\frac{E_0}{E}\right)^{1/2} \frac{1}{1 + \frac{(E-E_0)^2}{\Gamma^2}}, \quad (3.37)$$

onde  $\sigma_0$  é o valor máximo da seção de choque de captura de ressonância para  $E = E_0$ . Para o caso de uma ressonância ampla, isto é, quando  $\Gamma > E - E_0$ , assim a Equação 3.37 pode ser simplificada para,

$$\sigma_c = \sigma_0 \left(\frac{E_0}{E}\right)^{1/2} = \frac{1}{v}. \quad (3.38)$$

Esta é a bem conhecida dependência  $1/v$  da seção de choque de captura para nêutrons lentos, que é exibida na Figura 10, a seção de choque de absorção de nêutrons do boro  $(n, \alpha)$ .

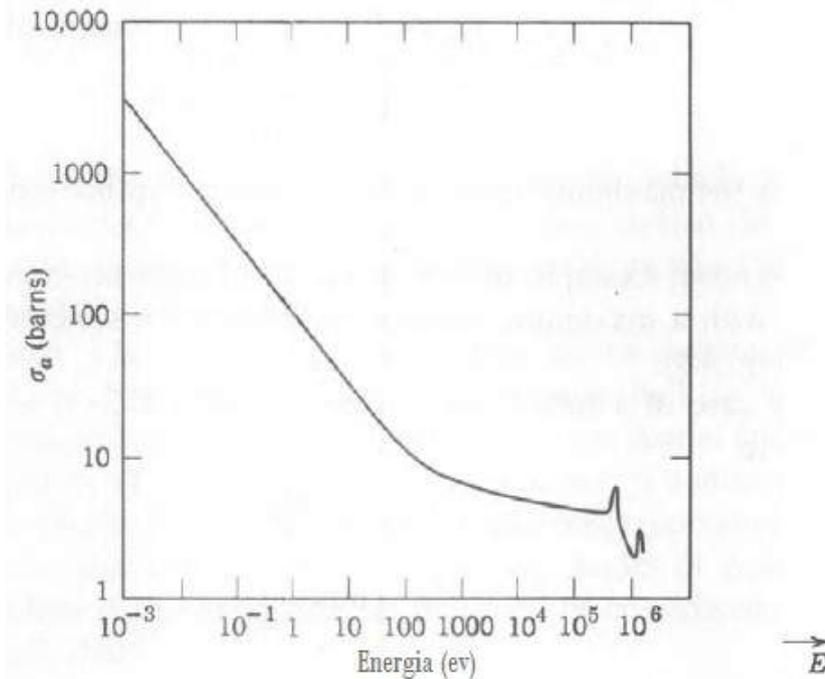


Figura 10 – Seção de choque de absorção de nêutrons do boro. Fonte: Adaptado de LIVERHANT, 1960

Podemos ver na Figura 10 que a seção de choque varia com  $1/v$  para energias de nêutrons abaixo de 100 eV. Para energias entre 100 eV e 0,1 MeV, permanece razoavelmente constante e tem várias ressonâncias entre 0,5 e 5 MeV.

Para núcleos leves, as ressonâncias são muito largas e amplamente separadas umas das outras, de modo que a condição  $\Gamma > E - E_0$  é bem satisfeita e a dependência  $1/v$  é geralmente obedecida.

### Nêutrons lentos

Na região de energia térmica, a seção de choque de espalhamento  $\sigma_s$ , aumenta constantemente à medida que passamos dos elementos mais leves para os mais pesados, de cerca de 1 barn para um valor abaixo de 10 barns. A seção de choque de captura  $\sigma_c$  segue a lei  $1/v$ , e a fórmula de Breit-Wigner pode ser aplicada à seção de choque  $(n, \gamma)$ , mesmo que não haja ressonâncias presentes na região de energia térmica. Para  $E_0$  usamos o valor da ressonância mais próxima na região de baixa energia.

## 3.8 Seção de choque de fissão

Alguns dos elementos mais pesados sofrem fissão como resultado da captura de nêutrons e este é o fenômeno básico que tornou possíveis as aplicações em grande escala da energia nuclear (HUGHES; SCHWARTZ, 1958). Os nuclídeos fissionáveis que ocorrem naturalmente são principalmente:  $U^{235}$ ,  $U^{238}$  e  $Th^{232}$ . O isótopo  $U^{235}$  pode ser fissionado

com nêutrons lentos, bem como com nêutrons rápidos, enquanto  $U^{238}$  e  $Th^{232}$  só podem ser fissionados com nêutrons que excedem uma energia limiar de cerca de 1 Mev.

Os outros isótopos fissionáveis são  $U^{233}$  e  $Pu^{239}$ , os quais podem ser produzidos artificialmente pelo bombardeio de nêutron de  $Th^{232}$  e  $U^{238}$ , respectivamente, e ambos são físeis por nêutrons lentos e rápidos.

No caso de materiais fissionáveis, devemos ter o cuidado de distinguir entre os termos seção de choque de absorção e captura que, no caso de materiais não fissionáveis, podem ser usados de forma intercambiável. Para substâncias com capacidade de fissão, a seção de choque de absorção  $\sigma_a$  é a soma da seção de choque de captura  $\sigma_c$ , e a seção de choque de fissão  $\sigma_f$ ,

$$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f. \quad (3.39)$$

A seção de choque de captura refere-se apenas à seção de choque de captura radiativa. Na Tabela 1, estão listadas seções de choque de nêutrons térmicos para alguns materiais de combustível do reator.

Tabela 1 – Seções de choque de absorção de captura radiativa em barns

	$\sigma_c$ (barns)	$\sigma_f$ (barns)	$\sigma_s$ (barns)
$U^{233}$	57	523	
$U^{235}$	101	582	10,0
$U^{238}$	2,73	0	8,3
$U(natural)$	3,50	4,18	8,3
$Pu^{239}$	286	742	11,0



## 4 FISSÃO NUCLEAR NOS REATORES

### 4.1 Materiais fissionáveis

Até o momento, o único tipo de fissão nuclear que adquiriu importância prática é a fissão de nêutrons de urânio e plutônio. A principal característica que tornou a fissão nuclear uma reação tão notável é a produção de mais de um nêutron por fissão em média quando um nêutron interage com certos núcleos pesados, e esse ganho líquido de nêutrons livres possibilita uma reação em cadeia nuclear (LIVERHANT, 1960).

O único nuclídeo de ocorrência natural que pode ser fissionado com nêutrons lentos é o  $U^{235}$ , que constitui 0,71 % de urânio de ocorrência natural. Os únicos outros nuclídeos que podem sofrer fissão com nêutrons lentos são o  $U^{233}$  e o  $Pu^{239}$ . Porém, estes não ocorrem naturalmente, mas podem ser produzidos permitindo que os nêutrons interajam com o  $Th^{232}$  e com o  $U^{238}$ , respectivamente. Devido à sua capacidade de conversão para os combustíveis nucleares  $U^{233}$  e  $Pu^{239}$ , as duas substâncias  $Th^{232}$  e  $U^{238}$  são chamadas de materiais férteis. As reações nucleares que convertem esses materiais férteis em materiais físeis são chamadas de reações de reprodução (BRADLEY; RAE, 1958).

Além de  $U^{233}$ ,  $U^{235}$  e  $Pu^{239}$ , que podem sofrer fissão com nêutrons lentos e rápidos, há vários núcleos pesados que podem ser fissionados apenas com nêutrons rápidos. O mais importante deles é o  $U^{239}$ , que tem um limiar de fissão de 1 Mev. Não existem tais requisitos limite para os combustíveis nucleares de nêutrons lentos, e é de interesse notar que eles são todos os combustíveis de número de massa ímpar, com um número par de prótons e um número ímpar de nêutrons.

### 4.2 Distribuição energética dos fragmentos de fissão

Podendo supor que o núcleo que está sendo fissionado tenha estado inicialmente em repouso, e que a massa dos nêutrons seja desprezível em comparação com as massas dos outros componentes de fissão, e assumindo apenas dois fragmentos de fissão, os dois fragmentos P1 e P2 devem viajar com momentos numericamente iguais e opostos (WAHL, 1954). Assim, temos

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \quad (4.1)$$

E a razão de suas energias deve ser:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{(1/2)m_1 v_1^2}{(1/2)m_2 v_2^2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}. \quad (4.2)$$

### 4.3 Liberação de energia da fissão

Quando um núcleo de  $U^{235}$  se rompe durante um processo de fissão, os dois fragmentos resultantes provavelmente ficarão na vizinhança de  $A = 95$  e  $A = 140$ . Um valor médio próximo para a energia de ligação por núcleon na região de  $A = 95$  e  $A = 140$  é visto como sendo 8,5 Mev em comparação com a energia de ligação por núcleon para  $U^{235}$  de 7,6 Mev. A energia de ligação por núcleon difere, portanto, em 0,9 Mev entre o  $U^{235}$  e a região de fragmentos de fissão favorecida. A diferença de energia de ligação para os 236 núcleons que participam da reação de fissão, portanto, é de  $236 \times 0,9 = 210$  Mev.

Uma estimativa semelhante também é obtida comparando as massas isotópicas do nêutron em interação e do núcleo  $U^{235}$  com as dos produtos de fissão resultantes. Supondo que o núcleo composto  $U^{236^*}$  se divide em dois nêutrons e  $Mo^{98}$  e  $Xe^{136}$  como produtos dessa cadeia de fissão, que está representada na Figura 11.

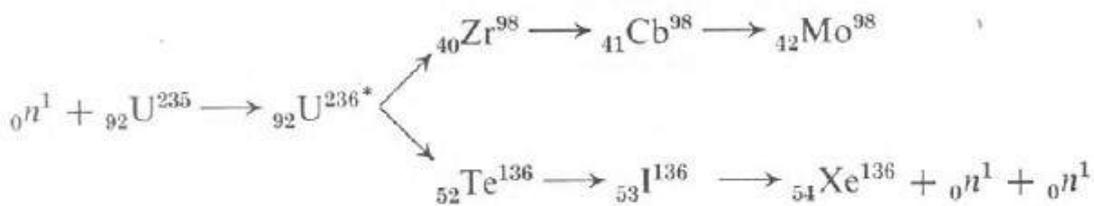


Figura 11 – Produtos de fissão. Fonte: Adaptada de LIVERHANT, 1960

As massas isotópicas combinadas antes e depois da fissão estão representadas na Figura 12.

$U^{235} = 235.124 \text{ amu}$	$Mo^{98} = 97.936 \text{ amu}$
$n^1 = 1.009 \text{ amu}$	$Xe^{136} = 135.951 \text{ amu}$
$\Sigma m_i = 236.133 \text{ amu}$	$2n^1 = 2.018 \text{ amu}$
	$\Sigma m_f = 235.905 \text{ amu}$

Figura 12 – Massas isotópicas. Fonte: Adaptada de LIVERHANT, 1960

Portanto, temos:

$$\Sigma m_i - \Sigma m_f = 0,228 \text{ amu} = 210 \text{ Mev.} \quad (4.3)$$

Dessa forma, percebe-se que a reação iniciada com um átomo de urânio e um nêutron fornece 210 Mev de energia. Para ter uma ideia, a queima de 1 kg de carvão é capaz de manter uma lâmpada de 100W ligada durante quase dez horas, enquanto a mesma quantidade de urânio manterá a lâmpada de mesma potência ligada por mais de 700 anos.

## 4.4 Rendimento de nêutrons e relação de produção de nêutrons

Para a determinação de reatores nucleares, é de fundamental importância ter o conhecimento preciso do número médio de nêutrons emitidos por fissão,  $v$ , a Tabela 2 conta alguns desses valores. É preciso ter o cuidado em distinguir o número de nêutrons liberados por fissão,  $v$ , e o número de nêutrons de fissão liberados por absorção,  $\eta$ .

Como nem todos os nêutrons lentos absorvidos causam uma fissão nuclear,  $\eta$  é menor que  $v$ , uma vez que nem todos os nêutrons lentos que são absorvidos causam uma fissão nuclear na mesma proporção que a seção de choque de fissão  $\sigma_f$  para a seção de choque de absorção  $\sigma_a$ . Temos,

$$\eta = v \frac{\sigma_f}{\sigma_a} = v \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_c} = \frac{v}{1 + \alpha}. \quad (4.4)$$

Onde,  $\alpha = \sigma_c/\sigma_f$ .

Os valores de  $\eta_n$  para nêutrons lentos também estão listados na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores de nêutrons liberados por fissão, nêutrons de fissão liberados por absorção e sua razão para  $U^{233}$ ,  $U^{235}$ ,  $U(natural)$  e  $Pu^{239}$

	$v$	$\eta$	$v/\eta$
$U^{233}$	2,50	$v \times (523/580) = 2,29$	1,099
$U^{235}$	2,43	$v \times (582/683) = 2,07$	1,179
$U(natural)$	2,47	$v \times (4,18/7,68) = 1,34$	1,85
$Pu^{239}$	2,89	$v \times (742/1028) = 2,08$	1,38

## 4.5 Distribuição de energia dos nêutrons lentos

O reator nuclear é a fonte mais abundante de suprimento de nêutrons lentos, que são nêutrons que estão em equilíbrio térmico com o seu entorno imediato. Eles derivam dos nêutrons de fissão rápida no reator que são feitos para dissipar sua alta energia inicial através de numerosas colisões com os outros materiais que são incorporados em um tipo comum de reator apenas para esse fim.

Uma das razões para querer reduzir as energias de nêutrons das energias de fissão para as energias térmicas é o considerável aumento na seção de choque de fissão dos nêutrons lentos em comparação com as seções de choque de captura de não-fissão, o que implica um aumento correspondente na probabilidade de reações de fissão ocorrendo (WATT, 1951).

Os nêutrons em um reator nuclear não são de energia uniforme, mas são distribuídos por uma faixa de energia que se estende de nêutrons muito lentos a muito rápidos de cerca de 17 Mev. Nêutrons rápidos são continuamente produzidos pelas fissões nucleares

que ocorrem no reator, e os nêutrons lentos são constantemente removidos por processos de absorção que levam principalmente à fissão e à criação de novos nêutrons rápidos. Para compensar a perda constante de nêutrons lentos através da absorção e outras perdas, os nêutrons rápidos devem ser desacelerados com rapidez, de modo a repor o suprimento de nêutrons lentos. Esse processo é chamado de moderação.

A rápida transformação de nêutrons rápidos em nêutrons lentos é conseguida por um material moderador ou moderador que é incorporado no reator. sua presença provoca uma desaceleração dos nêutrons de fissão rápida por colisões elásticas entre os núcleos moderadores e os nêutrons, até que a energia cinética média dos nêutrons corresponda à dos núcleos moderadores.

A escolha de um material moderador adequado é determinada pela consideração de que sua seção de choque de espalhamento deve ser muito maior do que sua seção de choque de absorção para permitir que os nêutrons colidindo atinjam as energias térmicas rapidamente e diminuam a chance de serem absorvidos de forma não produtiva.

Quando um tipo de equilíbrio térmico for estabelecido entre os nêutrons e o material hospedeiro, diz-se que os nêutrons foram moderados e sua distribuição de energia será aproximadamente Maxwelliana, correspondendo à temperatura do meio circundante.

Para nêutrons em equilíbrio térmico com o moderador, a distribuição da velocidade será dada pela expressão de Maxwell-Boltzmann,

$$dn = n(v)dv = \frac{4\pi n_0}{(2\pi kT/m)^{3/2}} v^2 \exp\left(-\frac{(1/2)mv^2}{kT}\right) dv \quad (4.5)$$

onde  $n_0$  é o número de nêutrons por  $cm^3$ ,  $m$  é a massa de nêutrons,  $T$  a temperatura e  $k$  a constante de Boltzmann. O número de nêutrons cujas velocidades estão entre  $v$  e  $v + dv$  é dado por  $dn = n(v)dv$ .

A distribuição de energia dos nêutrons pode ser escrita na forma,

$$dn = n(E)dE = \frac{2\pi n_0}{(\pi kT)^{3/2}} E^{1/2} \exp\left(\frac{-E}{kT}\right) dE. \quad (4.6)$$

As funções de distribuição  $n(v)$  e  $n(E)$  são funções de densidade, isso significa que eles fornecem o número de nêutrons por unidade de intervalo de velocidade e por intervalo de energia unitária, respectivamente.

$$n(v) = \frac{dn}{dv} \quad (4.7)$$

$$n(E) = \frac{dn}{dE}. \quad (4.8)$$

O número de nêutrons que são encontrados dentro de uma pequena velocidade ou intervalo de energia é dado pelas Equações 4.5 e 4.6, respectivamente. A função de

distribuição de velocidade da Equação 4.5 tem um máximo para um valor da velocidade,  $v_p$ , que é chamado a velocidade mais provável. Ao diferenciar a Equação 4.5 e definir este valor como zero, a velocidade mais provável é encontrada como:

$$v_p = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}. \quad (4.9)$$

A energia  $E_p$ , que corresponde a essa velocidade é dada por,

$$E_p = (1/2)mv_p^2 = kT. \quad (4.10)$$

Essa relação também é usada para associar uma temperatura com a energia cinética dos nêutrons. A temperatura do nêutron correspondente a uma energia de nêutrons  $E_{kin}$  é definida como,

$$T = \frac{E_{kin}}{k} = \frac{(1/2)mv_p^2}{k}. \quad (4.11)$$

A distribuição de energia, da Equação 4.6, leva a uma energia mais provável  $E_0$ , que pode ser encontrada pela diferenciação da Equação 4.6 e igualando isso a zero. Isso leva a um valor para  $E_0$ ,

$$E_0 = (1/2)kT. \quad (4.12)$$

Assim, a energia mais provável  $E_0$  não é igual a  $E_p$ , a energia que corresponde à velocidade mais provável, será

$$E_p = 2E_0. \quad (4.13)$$

A energia média  $E$  é dada pela teoria cinética como,

$$E = (1/2)mv^2 = (2/3)kT. \quad (4.14)$$

Portanto,

$$(v^2)^{1/2} = v_{rms} = \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2} \quad (4.15)$$

Em combinação com a Equação 4.9, temos

$$v_{rms} = (3/2)^{1/2}v_p. \quad (4.16)$$

A velocidade média  $v$  está relacionada a  $v_p$ , por

$$v = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}v_p. \quad (4.17)$$

A distribuição de energia dos nêutrons em um reator não é exatamente Maxwelliana, na medida em que corresponde a uma temperatura ligeiramente superior à do material moderador. Isso ocorre porque há um influxo constante de nêutrons de alta energia da fissão que está ocorrendo no reator e, ao mesmo tempo, uma absorção constante dos

nêutrons de baixa energia pelo material ou combustível físsil. Isso tem o efeito de elevar a extremidade de alta energia da distribuição de Maxwell e deprimir a porção de baixa energia da distribuição. A distribuição real do nêutron corresponderá, portanto, a uma temperatura efetiva um pouco mais alta que a do material real do reator.

Por causa do deslocamento do espectro de nêutrons em direção a energias mais altas que andam juntas com o aumento da temperatura efetiva de nêutrons, esse efeito é conhecido como espectro ou endurecimento térmico.

A elevação da temperatura de nêutrons  $T_n$  acima da temperatura moderadora  $T$  pode ser calculada pela relação,

$$\Delta = T_n - T = 0,89TA\left(\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s}\right) \quad (4.18)$$

onde  $A$  é o número da massa atômica dos átomos moderadores e  $E_s$  e  $E_a$  suas seções de choque na temperatura  $T$ . Esta expressão é válida para  $A < 25$  e  $A(E_a/E_s) < 0,5$ .

## 4.6 Seção de choque efetiva para nêutrons lentos

Vimos que as seções de choque de absorção para nêutrons lentos são fortemente dependentes das energias de nêutrons. Em muitos casos, essa dependência segue a “lei  $1/v$ ”, sendo a reação com o boro ( $n, \alpha$ ) um bom exemplo desse comportamento.

Com uma distribuição de nêutrons térmicos onde se tem um espalhamento de velocidades de nêutrons sobre uma ampla gama de valores e uma distribuição correspondente nos valores numéricos da seção de choque de absorção, emprega-se uma seção de choque efetiva, que é definida como o valor da seção de choque, isso resulta quando o número total de absorções por segundo por unidade de volume é calculado sobre o fluxo de nêutrons. A Equação 4.19 mostra a seção de choque efetiva,

$$\sigma = \frac{c_0}{v}. \quad (4.19)$$

Isso mostra que a seção de choque efetiva é igual à seção de choque para nêutrons com velocidades iguais à velocidade média para a distribuição de nêutrons lentos. A constante  $c_0$  é convencionalmente tomada com referência à velocidade mais provável  $v_p$ , para os nêutrons lentos, de modo que,

$$c_0 = v_p \sigma_p \quad (4.20)$$

onde  $\sigma_p$  sendo a seção de choque para nêutrons de velocidade  $v_p$ , assim temos,

$$\sigma = \left(\frac{v_p}{v}\right)\sigma_p = \frac{\pi^{1/2}}{2}\sigma_p. \quad (4.21)$$

A seção de choque efetiva é menor do que a seção transversal correspondente à velocidade mais provável por um fator de  $\pi^{1/2}/2 = 0,886$ , uma vez que a velocidade média

para a distribuição de Maxwell-Boltzmann é maior que a velocidade mais provável por esse mesmo fator.

As seções de choque de nêutrons lentos normalmente tabuladas são geralmente referenciadas a uma velocidade de 2200 metros/s, que é a velocidade mais provável de uma distribuição de nêutrons de Maxwell em 293,6 K e corresponde a uma energia de nêutron de 0,0253 ev.

## 4.7 Fator de multiplicação

Pelo termo reação em cadeia, entende-se um processo autossustentável que, uma vez iniciado, não precisa de agentes adicionais para mantê-lo funcionando. Os processos particulares com os quais estamos preocupados são reações de fissão nuclear iniciadas por nêutrons que resultam na destruição de núcleos físeis, a liberação de energia nuclear útil e a produção de um novo suprimento de nêutrons para substituir aqueles que foram usados em anteriores reações de fissão e outros processos (LIVERHANT, 1960).

Uma reação em cadeia autossustentável é possível se  $\nu$ , o número de nêutrons liberados por fissão, for suficientemente maior que 1 para compensar a perda de nêutrons devido a uma variedade de causas. Como  $\nu$  é uma constante de natureza para um dado material fissionável e, portanto, além do controle humano, a única alternativa é reduzir e ignorar as várias causas responsáveis pela perda de nêutrons em uma determinada montagem (SEABORG, 1952).

Numa montagem de urânio natural, na qual algumas reações de fissão foram iniciadas e seguindo a história de vida de um nêutron típico do instante de sua criação como um nêutron de fissão rápida, podem ocorrer os seguintes eventos durante seu tempo de vida: (i) Pode ser absorvida pelo  $U^{238}$  enquanto sua energia ainda é maior que a energia do limiar para a fissão do  $U^{238}$  e pode causar uma fissão de um núcleo do  $U^{238}$ ; (ii) Pode ser absorvido por um núcleo  $U^{233}$  causando uma fissão; (iii) Pode ser absorvido pelo  $U^{238}$  sem levar a uma fissão, isto é, captura radiativa. É mais provável que isso aconteça para um nêutron cuja energia tenha sido reduzida por colisões elásticas na região epitérmica; (iv) Pode ser absorvido por um núcleo  $U^{235}$  sem causar fissão; (v) Pode ser absorvido por outros materiais e impurezas que fazem parte do conjunto sem causar uma fissão; e (vi) Pode escapar da montagem e ser perdido pelo que é chamado de vazamento (LIVERHANT, 1960).

Sendo que os dois primeiros eventos são contribuições positivas para a economia de nêutrons, isto é, criam nêutrons, enquanto os demais eventos são contribuições negativas, ou seja, removem nêutrons disponíveis da montagem.

Supondo que  $n_0$  são nêutrons rápidos que acabaram de ser produzidos em um

conjunto de urânio. Alguns deles causarão fissões em  $U^{238}$ , conseqüentemente ocorrerá aumento no número de nêutrons rápidos. Levando em conta esse pequeno aumento por meio de um fator  $\varepsilon > 1$ , chamado de fator de fissão rápida. Assim, o número de nêutrons rápidos aumenta para,  $n_0\varepsilon$ .

A energia dos nêutrons rápidos está sendo reduzida constantemente por colisões com os outros núcleos da montagem até que finalmente entrem na região de energia epitérmica com suas fortes ressonâncias de absorção  $U^{238}$ . Alguns dos nêutrons serão absorvidos por  $U^{238}$ , enquanto a maioria deles escapará da absorção de ressonância. O número de nêutrons que passará por essa região sem ser absorvido pode ser obtido multiplicando-se o número que entra na região pela probabilidade de escape de ressonância  $p$ . Assim, o número de nêutrons sobreviventes até o momento é,  $n_0\varepsilon p$ .

Esses nêutrons alcançarão as energias térmicas, onde seu destino iminente pode ser a absorção em  $U^{235}$  ou a absorção em outros materiais além de  $U^{235}$ . A fração de nêutrons lentos absorvida pelo combustível em comparação com todas as absorções de nêutrons lentos na montagem é chamada de fator de utilização térmica  $f$ .

Se multiplicarmos agora por  $f$  o número anterior de nêutrons lentos, obteremos o número de nêutrons lentos que são realmente absorvidos pelo combustível, que é  $n_0\varepsilon pf$ .

Esse número de absorções de nêutrons lentos produzirá um número de nêutrons de fissão rápida que é  $\eta$  vezes maior. Assim, tendo começado com um número inicial de nêutrons rápidos, obtivemos agora uma nova geração de nêutrons rápidos cujo número total é  $n_0\varepsilon pf\eta$ .

Assim temos a razão de (número final de nêutrons rápidos)/(número inicial de nêutrons rápidos), obtendo a Equação 4.22, mostrada a seguir,

$$\frac{n_0\varepsilon pf\eta}{n_0} = \varepsilon pf\eta. \quad (4.22)$$

A Equação 4.22 também pode ser interpretada como a razão entre os nêutrons lentos criados por segundo e o número de nêutrons lentos destruídos por segundo. Essa razão é chamada de fator de reprodução ou fator de multiplicação e é denotada pela Equação 4.24, que também é conhecida como a fórmula de quatro fatores,

$$k_\infty = \varepsilon pf\eta \quad (4.23)$$

## 4.8 Fator de multiplicação para um reator homogêneo

### O Fator de Fissão Rápida $\varepsilon$

Para um sistema homogêneo,  $\varepsilon$ , é praticamente a unidade, porque na criação dos nêutrons de fissão rápida, colidem quase imediatamente com os átomos do moderador e

sofrem uma redução em sua energia. Isso reduzirá a energia de nêutrons abaixo da energia do limiar para a fissão do  $U^{238}$  antes que eles tenham uma chance significativa de fazer uma colisão com um núcleo  $U^{238}$ .

### O Fator de Utilização Térmica $f$

Para uma montagem homogênea que usa urânio natural ou enriquecido misturado uniformemente com um moderador, pode ser obtido imediatamente de sua definição,

$$f = \frac{\Sigma_a(\text{urânio})}{\Sigma_a(\text{urânio}) + \Sigma_a(\text{moderador}) + \Sigma_a(\text{outro})}. \quad (4.24)$$

A Equação 4.24 fornece a fração de nêutrons lentos absorvidos por  $cm^3$  pelo urânio em comparação a todas as absorções de nêutrons lentos. O último termo no denominador leva em conta as absorções de nêutrons lentos por corpos estranhos na montagem, tais como impurezas e componentes estruturais que, embora não contribuindo diretamente para a reação em cadeia, são essenciais para a circulação dos refrigerantes, que por sua vez são necessários para remover o calor gerado dentro do núcleo do reator. Reescrevendo a equação temos,

$$f = \frac{1}{1 + \frac{\Sigma_a(\text{moderador})}{\Sigma_a(\text{urânio})} + \frac{\Sigma_a(\text{outro})}{\Sigma_a(\text{urânio})}}. \quad (4.25)$$

torna-se evidente que, a fim de conseguir um  $f$  tão grande quanto possível, o reator deve ser projetado de forma a manter o último termo no denominador o menor possível e fazer com que a relação (urânio/moderador) seja o maior possível.

### A probabilidade de escape de ressonância $p$

Para um dado absorvedor de ressonância, focando em  $U^{238}$ , a integral de ressonância efetiva é vista como dependente de  $\Sigma_s/N_0$ , que representa a seção de choque de espalhamento da mistura por átomo absorvedor. Este não é o mesmo que  $\sigma_s$  (absorvedor) porque  $\Sigma_s$  é a seção de choque de espalhamento da mistura de combustível-moderador como um todo,  $\Sigma_s = \Sigma_s(\text{combustível}) + \Sigma_s(\text{moderador})$ .

O valor da integral de ressonância efetiva e sua dependência de  $\Sigma_s/N_0$  foi determinado experimentalmente e, como resultado de tais experimentos, verificou-se que a integral de ressonância efetiva é essencialmente independente da massa do átomo moderador, de modo que a dependência pode ser considerado o mesmo para todos os moderadores comumente usados. Para um determinado combustível, seu valor depende apenas da relação (combustível/moderador).

Para  $U^{238}$ , a relação empírica entre a integral de ressonância efetiva e  $\Sigma_s/N_0$  que foi considerada muito satisfatória para  $\Sigma_s/N_0 < 1000$  barns é a seguinte:

$$\int_E^{E_0} (\sigma_a)_{eff} \frac{dE}{E} = 3,85 \left( \frac{\Sigma_s}{N_0} \right)^{0,415} \quad (4.26)$$

A conclusão importante é o requisito de aumentar a diluição, isto é, diminuir o teor de combustível, para aumentar o valor da absorção de ressonância  $p$ , o que é exatamente o oposto do requisito que achamos ser necessário para aumentar o fator de utilização térmica  $f$ .

Assim, as condições para um máximo  $p$  e um máximo  $f$  podem levar a demandas contraditórias sobre a relação (combustível/moderador). Portanto, uma razão ótima deve ser escolhida ao projetar um conjunto, o que levará a um valor máximo do produto  $pf$ .

Para uma montagem de um moderador de urânio natural do tipo homogêneo, a fórmula de quatro fatores reduz a seguinte condição para que uma reação em cadeia seja possível,

$$k_{\infty} = \varepsilon pf\eta = 1 \times 1,34 \times pf \geq 1. \quad (4.27)$$

Portanto, temos

$$pf \geq \frac{1}{1,34} = 0,746. \quad (4.28)$$

Os temas discutidos neste capítulo e no anterior serão utilizados na estimação dos parâmetros de um reator nuclear particular, abordado no próximo capítulo.

## 5 Cálculo da Seção de Choque e Fator de Multiplicação em Reatores de Urânio: Resultados e Análises

Este capítulo tem como objetivo demonstrar de forma numérica a aplicação do que foi abordado neste trabalho, utilizando exemplos para determinar a taxa de fissão do  $U^{235}$ , seção de choque efetiva de  $U^{235}$ , além de comparar fatores de multiplicação com moderadores distintos.

### Taxa de Fissão

A partir dos conhecimentos obtidos neste trabalho é possível determinar a taxa de fissão do  $U^{235}$  necessária para produzir 1 watt, e com isso colocar em números reais a utilidade dessas reações, e para efeito de grandezas será calculada a quantidade de energia liberada na fissão completa de 1 kg de  $U^{235}$ .

Assumindo que cada fissão libere 200 Mev, e considerando que 1 watt seja igual  $10^7$  erg/seg, temos que a taxa de fissão necessária será:

O número de núcleos por quilograma é:

$$\frac{1000\text{gramas}}{235\text{gramas}} \times 6,03 \times 10^{23}$$

Ao fissionar este número de núcleos, a liberação de energia será:

$$\frac{1000}{235} \times 6,03 \times 10^{23} \times 200\text{Mev}$$

$$5,13 \times 10^{26}\text{Mev}$$

$$5,13 \times 10^{26} \times 1,6 \times 10^{-6}\text{erg}$$

$$8,2 \times 10^{13}\text{joules} = 2 \times 10^{10}\text{kcal}$$

Então, se essa quantidade de  $U^{235}$  fosse fissionada por ano, seria igual a uma potência de  $8,2 \times 10^{13}$  joules /  $3,15 \times 10^7$  seg = 2,6 megawatts.

### Seção de Choque Efetiva

Tomando como base o que foi abordado no capítulo três deste estudo, é possível calcular a seção de choque efetiva de  $U^{235}$ . Assumindo os seguintes dados para efetuar os cálculos, uma temperatura de  $360K$  para nêutrons lentos. O valor de  $\sigma_p^0$  para uma temperatura de  $293,6K$  é de  $\sigma_p^0 = 683$  barns. A seção de choque para uma temperatura de  $360 K$ , assumindo dependência  $1/v$ , é

$$\sigma_p = \sigma_p^0 \left( \frac{v_p^0}{v_p} \right) = \sigma_p^0 \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/2}. \quad (5.1)$$

Isso deve ser corrigido para dependência "não  $1/v$ " pelo fator de  $0,974$  para  $U^{235}$ . Assim,

$$\sigma_p = 0,974 \times \sigma_p^0 \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/2},$$

$$\sigma_p = 0,974 \times \sigma_p^0 \left( \frac{293,6}{360} \right)^{1/2} \times 683,$$

$$\sigma_p = 601 \text{ barns}.$$

Portanto, temos que a seção de choque efetiva de  $U^{235}$  será,

$$\sigma = \left( \frac{v_p}{v} \right) \sigma_p = \frac{\pi^{1/2}}{2} \sigma_p, \quad (5.2)$$

$$\sigma = 0,886 \times \sigma_p = 0,886 \times 601 = 532 \text{ barns}. \quad (5.3)$$

### . Fator de Multiplicação

Tomando como base o que foi abordado no capítulo quatro deste estudo, é possível calcular o fator de multiplicação para um conjunto homogêneo, moderado por grafite e urânio natural como combustível, que contém 300 moles de grafite por mole de urânio. Suponha que o urânio natural contenha uma parte de  $U^{235}$  a 139 partes de  $U^{238}$ , e assumindo os valores da Tabela 3.

Tabela 3 – Valores de Urânio Natural e Grafite assumidos

Urânio Natural	Grafite
$\sigma_{a(U)} = 7,68$ barns	$\sigma_{a(M)} = 0,0032$ barns
$\sigma_{s(U)} = 8,3$ barns	$\sigma_{s(M)} = 4,8$ barns
	$\xi = 0,158$

Se  $N_u$  é o número de átomos de urânio por centímetro cúbico, e  $N_0$  é o número de átomos de  $U^{238}$ , somente por centímetro cúbico, então

$$N_0 = \frac{139}{140} \times N_u, \quad (5.4)$$

$$\frac{N_m}{N_u} = 300 \quad (5.5)$$

Tendo que,

$$\frac{N_m}{N_u} = 300 \times \frac{140}{139} = 302,2 \quad (5.6)$$

1. Utilização térmica  $f$ :

$$f = \frac{\sigma_{a(U)}}{\sigma_{a(U)} + \sigma_{a(M)}} = \frac{1}{1 + \frac{N_m \sigma_{a(M)}}{N_u \sigma_{a(U)}}} \quad (5.7)$$

$$f = \frac{1}{1 + 300 \times \frac{0,0032}{7,68}} = \frac{1}{1,125} = 0,889 \quad (5.8)$$

2. Probabilidade de fuga de ressonância  $p$ :

$$\frac{\Sigma_s}{N_0} = \frac{\Sigma_{s(U)} + \Sigma_{s(M)}}{N_0} = \sigma_{s(U)} + \frac{N_m}{N_0} \sigma_{a(M)} \quad (5.9)$$

$$\frac{\Sigma_s}{N_0} = 8,3barns + 302,2 \times 4,8barns = 1458barns \quad (5.10)$$

Assumindo a validade da Equação 4.26 para este alto valor de  $E_s/N_o$ , obtemos para a integral de ressonância efetiva:

$$3,85(1458)^{0,415} = 80barns \quad (5.11)$$

Se tivéssemos omitido a contribuição de espalhamento do urânio, isso não teria sido refletido em a precisão deste resultado numérico. Assim, temos:

$$p = \exp\left(-\frac{80}{1450 \times 0,158}\right) \quad (5.12)$$

$$p = \exp(-0,3495) = 0,705 \quad (5.13)$$

Portanto o fator de multiplicação será:

$$k_\infty = 1 \times 1,34 \times 0,705 \times 0,889 = 0,840 \quad (5.14)$$

Concluindo que este conjunto não é capaz de sustentar uma reação em cadeia. Pois  $k_\infty$  é menor que um, não é possível que um reator homogêneo moderado por grafite e urânio natural se torne crítico.

Para efeito de comparação, e assumindo os cálculos anteriores, mas agora para um conjunto utilizando água pesada ( $D_2O$ ) como moderador, com  $N_m/N_u = 50$ . Para  $D_2O$ , usando as seguintes seções de choque:  $\sigma_a = 0,00092barn$ ;  $\sigma_s = 10,6barns$ ; e  $\xi = 0,570$ .

1. Utilização térmica  $f$ :

$$f = \frac{1}{1 + 50 \times \frac{0,00092}{7,68}} = 0,994 \quad (5.15)$$

2. Probabilidade de fuga de ressonância  $p$ :

$$\frac{\Sigma_s}{N_0} = \frac{N_m}{N_0} \sigma_s(M) = 50 \times \frac{140}{139} \times 10,6 = 530 \text{ barns} \quad (5.16)$$

Portanto,

$$\int (\sigma_a)_{eff} \frac{dE}{E} = 3,85(530)^{0,415} = 60,2 \text{ barns} \quad (5.17)$$

$$p = \exp\left(-\frac{60,2}{530 \times 0,57}\right) = \exp(-0,199) = 0,820 \quad (5.18)$$

Com a utilização térmica e a probabilidade de fuga de ressonância, é possível determinar o fator de multiplicação:

$$k_\infty = 1 \times 1,34 \times 0,994 \times 0,820 = 1,09 \quad (5.19)$$

Isso mostra que um sistema que reage em cadeia é possível se água pesada é usada como moderador com urânio natural como combustível.

A seguir, descobriremos que uma reação em cadeia é possível com grafite ou água leve como moderadores se o urânio enriquecido for usado como combustível nuclear.

Assumindo um conjunto com grafite como moderador e urânio enriquecido como combustível, usando 400 moles de grafite para 1 mole de urânio e uma razão  $U^{238}/U^{235}$  de 70, que é aproximadamente o dobro da concentração natural, é possível calcular o fator de multiplicação.

Em primeiro lugar, deve-se encontrar a seção de choque de absorção  $\sigma_a(U)$  e o número de nêutrons de fissão por nêutron absorvido,  $\eta_u$ , para o combustível enriquecido. Da seguinte forma:

$$\sigma_{a(U)} = \frac{N_{(235)}\sigma_{a(235)} + N_{(238)}\sigma_{a(238)}}{N_{235} + N_{238}} \quad (5.20)$$

$$\sigma_{a(U)} = \frac{\sigma_{(235)} + \frac{N_{(238)}}{N_{(235)}}\sigma_{a(238)}}{1 + \frac{N_{(238)}}{N_{(235)}}} \quad (5.21)$$

$$\sigma_{a(U)} = \frac{698 + 70 \times 2,75}{1 + 70} = 12,54 \text{ barns} \quad (5.22)$$

$$\eta_u = \frac{N_{235}\sigma_{f(235)}}{N_{(235)}\sigma_{a(235)} + N_{(238)}\sigma_{a(238)}} v \quad (5.23)$$

$$\eta_u = \frac{v\sigma_f(235)}{\sigma_{a(235)} + \frac{N_{(238)}}{N_{(235)}}\sigma_{a(238)}} \quad (5.24)$$

$$\eta_u = \frac{2,46 \times 590}{698 + 70 \times 2,75} = 1,63 \quad (5.25)$$

1. Utilização térmica  $f$ :

$$f = \frac{1}{1 + (400 \times 0,0032)/12,54} = 0,907 \quad (5.26)$$

2. Probabilidade de fuga de ressonância  $p$ :

$$\frac{\Sigma_s}{N_0} = \frac{N_m}{(70/71)N_u}\sigma_s(M) = 1948 \text{ barns} \quad (5.27)$$

Encontrando probabilidade de fuga de ressonância,  $p$ :

Com isso obtemos,

$$3,85(1948)^{0,415} = 88 \text{ barns} \quad (5.28)$$

Portanto,

$$p = \exp\left(-\frac{88}{1948 \times 0,158}\right) = 0,751 \quad (5.29)$$

Calculados a utilização térmica e a probabilidade de fuga de ressonância, torna-se possível determinar o fator de multiplicação:

$$k_\infty = 1 \times 1,63 \times 0,751 \times 0,907 = 1,11 \quad (5.30)$$

O aumento do fator de multiplicação, quando se usa urânio enriquecido, é atribuído a um aumento nos valores de  $\eta$  e de  $f$ . O aumento em  $f$  é causado pela maior seção de choque de absorção do urânio enriquecido. O efeito sobre  $p$  é claramente insignificante e seu valor é o mesmo que para o urânio natural para o mesmo moderador para relação de combustível. Esta conclusão é válida para combustíveis levemente enriquecidos, como neste caso, onde o enriquecimento é de 1,5%.

A partir do que foi calculado neste capítulo, é possível afirmar que um reator nuclear tendo como combustível urânio natural e moderador o grafite, não é capaz de sustentar uma reação em cadeia, devido seu baixo fator de multiplicação. Da mesma forma foi calculado para água pesada ( $D_2O$ ) como moderador e utilizando novamente urânio natural como combustível, mas diferente do grafite, a água pesada apresentou um fator de multiplicação maior que um, tornando possível a reação em cadeia neste reator. Foi mostrado, que usando urânio enriquecido como combustível é possível utilizar o grafite com moderador no reator e ocorrer a reação em cadeia, isso se dá pelo aumento da utilização térmica, que é causada pela maior seção de choque de absorção do urânio enriquecido e devido ao aumento do número de nêutrons de fissão.



## 6 Considerações Finais

De acordo com os dados obtidos a partir da revisão bibliográfica deste trabalho, foi possível entender a atual situação da matriz elétrica nacional e o quanto a energia nuclear pode crescer e se desenvolver no país. O Brasil tem em seu cenário energético duas usinas nucleares em funcionamento, onde elas representam 2,5% da oferta interna de energia elétrica no país, em comparação ao cenário internacional, onde existem 439 usinas em operação, o investimento em usinas nucleares pode ser muito vantajoso para o Brasil, devido sua grande conversão de energia.

Neste sentido o estudo levantou dados referentes a conversão de energia a partir de manipulações com energias nucleares, descreveu a reação de fusão nuclear que ainda não está dominada, pois seu controle não foi atingido até o momento. Diferente da fusão, a reação de fissão nuclear é controlada e utilizada nos reatores atuais, este estudo apresentou como funciona este tipo de reação e como é grande a taxa de criação de energia.

O trabalho explicitou os principais agentes para obtenção da energia a partir da fissão nuclear, como, reações dos nêutrons lentos, seções de choque, livre caminho médio, taxa de reações dos nêutrons, apresentação dos materiais fissionáveis, além da definição e do cálculo do fator de multiplicação, a partir utilização térmica e a probabilidade de fuga de ressonância.

O estudo mostrou que um reator nuclear tendo como combustível urânio natural e moderador o grafite, não é capaz de sustentar uma reação em cadeia, devido seu baixo fator de multiplicação. Que um reator que utiliza urânio natural como combustível, mas água pesada como moderador apresentou um fator de multiplicação maior que um, tornando possível a reação em cadeia neste reator. E que é possível que ocorra uma reação em cadeia com grafite como moderador, utilizando urânio enriquecido como combustível, devido o aumento do fator de multiplicação e do número de nêutrons de fissão neste reator.

Por fim, o presente estudo abre ainda mais oportunidades para pesquisas futuras, tal como, a difusão de nêutrons na perspectiva dos reatores nucleares. Conclui-se que o estudo apresentado neste trabalho é de grande valia, pois apresentou de forma didática etapas importantes para o entendimento básico de reações de fissão nuclear a partir do estudo dos nêutrons.



# Referências

- ANEEL, A. Atlas de energia elétrica do Brasil. *Brasília*, 2008. Citado na página 19.
- BP. Bp statistical review of world energy 2018. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.
- BRADLEY, J. E. S.; RAE, E. Physics of nuclear fission. *Physics Today*, v. 11, p. 48, 1958. Citado na página 41.
- CARDOSO, E. d. M. et al. Energia nuclear. *Apostila Educativa. Rio de Janeiro*, 2012. Citado na página 23.
- CURTISS, L. F.; BEARD, G. B. Introduction to neutron physics. *American Journal of Physics*, v. 27, p. 528–529, 1959. Citado na página 25.
- EPE, D. P. E. Balanço energético nacional 2016: ano base 2015. *Rio de Janeiro: EPE*, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- EPE, E. d. P. E. Anuário estatístico de energia elétrica 2017-ano base 2016. *Rio de Janeiro*, 2017. Citado na página 19.
- EVANS, R. D.; EVANS, R. The atomic nucleus. McGraw-Hill New York, 1955. Citado na página 25.
- GLASSTONE, S. et al. The elements of nuclear reactor theory. *American Journal of Physics*, v. 21, p. 396–397, 1953. Citado na página 26.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física: Óptica E Física Moderna. Vol. 4*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado na página 23.
- HUGHES, D. J.; SCHWARTZ, R. B. *Neutron cross sections*. [S.l.], 1958. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 38.
- KAPLAN, I. Nuclear physics. Addison-Wesley, 1963. Citado na página 27.
- LAPP, R. E.; ANDREWS, H. L. Nuclear radiation physics. Prentice-Hall, 1954. Citado na página 35.
- LEWE et al. *A energia que queremos*. [S.l.], 2016. 53 p. Citado na página 19.
- LIVERHANT, S. E. *Elementary introduction to nuclear reactor physics*. [S.l.]: Wiley, 1960. Citado 7 vezes nas páginas 25, 26, 28, 33, 34, 41 e 47.
- PEREIRA, J. N. *Criação de uma biblioteca universal de seções de choque a partir do banco de dados nucleares da agência internacional de energia atômica*. Tese (Doutorado) — Instituto Militar de Engenharia, 2013. Citado na página 26.
- RIBEIRO, D. Fissão nuclear. *Revista de Ciência Elementar*, v. 2, n. 4, p. 108, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

ROZA, M. P. Solução da equação de difusão de nêutrons pel. método de diferenças finitas de malha grossa analítico. *Rio de Janeiro*, 2013. Citado na página 30.

SCHRAMM, M. Difusão de nêutrons em reatores nucleares: uma abordagem analítica de multi-grupos em geometria retangular pela teoria espectral. 2010. Citado na página 19.

SEABORG, G. T. Activation energy for fission. *Physical Review*, APS, v. 88, n. 6, p. 1429, 1952. Citado na página 47.

WAHL, J. S. Energy distributions of fragments from fission of u 235, u 238, and pu 239 by fast neutrons. *Physical Review*, APS, v. 95, n. 1, p. 126, 1954. Citado na página 41.

WATT, B. *Energy Spectrum of Neutrons from Fissions Induced by Thermal Neutrons*. [S.l.], 1951. Citado na página 43.