CURSO BÁSICO DE MICROECONOMIA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Reitor
Heonir Rocha

Vice-Reitor
Othon Jambeiro

FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

EDITORA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Diretora
Flávia M. Garcia Rosa

JOSÉ CARRERA-FERNANDEZ

CURSO BÁSICO DE MICROECONOMIA

EDUFBA
SALVADOR
2009

3ª Edição – Revista e Ampliada, 2009

e-mail: <carrera@ufba.br>

Carrera-Fernandez, José

Curso básico de microeconomia/ José Carrera-Fernandez. – Salvador: EDUFBA, 2001,2006, 2009.

498 p.

ISBN 85-232-0224-2

Microeconomia. 2. Teoria microeconômica

I. Título.

CDD 338.5

CDU 330.101.542

EDUFBA

Rua Augusto Viana, 37 - Canela
CEP: 40110-060 - Salvador-Bahia
Tel.: (071) 235 8991
e-mail: edufba@ufba.br

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Este livro é o resultado de um trabalho prazeroso na área de microeconomia nos últimos anos, largamente beneficiado que fui pela experiência adquirida ao lecionar os cursos de Teoria Microecômica, Microeconomia I e II, Microeconomia Aplicada, Análise Microeconômica, Teoria Neoclássica e Teoria Econômica, nos cursos de graduação e pós-graduação da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e da Universidade Católica do Salvador (UCSal).

O **Curso Básico de Microeconomia** se destina principalmente aos estudantes de Economia, Administração e Contabilidade nos cursos de graduação e pós-graduação, nas disciplinas de microeconomia e teoria econômica. Os pré-requisitos necessários para usufruir dos ensinamentos deste livro são matemática básica e cálculo I. Alguns temas específicos, dirigidos principalmente aos estudantes mais avançados, podem exigir algum conhecimento de álgebra matricial, cálculo II e III. No entanto, aqueles assuntos destinados especificamente aos estudantes de pós graduação estão marcados com um asterisco, os quais podem ser evitados pelos estudantes de graduação, sem perda alguma de continuidade.

O principal objetivo deste **Curso Básico de Microeconomia** é, portanto, servir de livro texto nas várias disciplinas da área de microeconomia, que possa ser utilizado concomitantemente nos cursos regulares de graduação e pós graduação. A linguagem utilizada neste livro é simples e direta, objetivando não cansar o estudante com explicações rebuscadas, fazendo uso de forma alternativa ou conjunta das abordagens analítica, gráfica e matemática.

Este livro está dividido em treze capítulos distribuídos em cinco partes. A primeira parte, composta pelos dois primeiros capítulos, é dedicada especialmente aos alunos de graduação e tem por objetivo levar o estudante a uma rápida incursão nos vários temas tratados ao longo deste livro. O primeiro capítulo trata do mecanismo de mercado e dos instrumentos da teoria econômica. Nesse capítulo, são abordados inicialmente o sistema econômico de livre iniciativa e os conceitos de demanda, oferta e equilíbrio de mercado. Em seguida introduz-se o instrumental da estática comparativa e abordam-se os excedentes do consumidor e produtor, assim como os vários conceitos de elasticidade. No segundo capítulo analisam-se alguns aspectos relativos a interferências no equilíbrio de mercado, tais como aqueles resultantes de impostos, subsídios, controle de preços (preços máximo e mínimo) e restrições quantitativas (quotas e racionamento).

A segunda parte, que vai do terceiro ao quinto capítulos, trata especificamente da teoria do consumidor e suas extensões. O terceiro capítulo apresenta o modelo básico da teoria do consumidor, abordando inicialmente os conceitos básicos de preferências e conjunto de oportunidade (ou escolha), a partir dos quais analisam-se a escolha ótima do consumidor e as funções de demanda ordinária e compensada. São tratados nesse capítulo os efeitos de variações de preço e renda sobre as decisões de consumo, assim como a demanda de mercado, resultante de um processo de agregação das demandas individuais. O quarto capítulo contém alguns tópicos especiais e mais avançados da teoria do consumidor, destinados principalmente aos estudantes de pós-graduação, enfatizando a teoria da dualidade e o teorema da envoltória (ou do envelope). No quinto capítulo estende-se o modelo básico da teoria do consumidor no sentido de serem tratados alguns tópicos especiais, tais como a alocação ótima do tempo entre lazer e trabalho (curva de oferta neoclássica de trabalho), a otimização intertemporal de consumo e a escolha sob condições de risco.

A terceira parte, composta do sexto ao oitavo capítulos, apresenta a teoria da firma, nas suas múltiplas facetas. O sexto capítulo aborda a teoria da produção, tratando da questão da produção no curto prazo e a lei dos rendimentos decrescentes, bem como aquela referente ao longo prazo com os seus aspectos referentes à substituição de insumos e aos retornos de escala, destacando-se as funções de produção homogêneas. No sétimo capítulo trata-se da teoria dos custos, abordando-se a determinação da função de custo de longo prazo e, posteriormente, analisando-se a função de custo no curto prazo. Nesse capítulo, faz-se ainda a amarração entre o caminho de expansão da produção (ou firma) e a função de custo. Alguns tópicos mais avançados sobre a teoria dos custos, tais como a dualidade entre a função de custo e a função de produção e o teorema de Le Châtelier, destinados basicamente aos estudantes de pós-graduação, são também analisados nesse capítulo. No oitavo capítulo apresenta-se a teoria do lucro. Nesse capítulo analisa-se especificamente o postulado da maximização do lucro e as funções de demanda por insumo e oferta de produto dele resultante. Finalmente, procede-se a estática comparativa do modelo de maximização do lucro e retoma-se a questão do fenômeno de Le Châtelier.

A quarta parte é composta dos três capítulos seguintes e se debruça sobre a questão da formação dos preços nos vários tipos de mercado. O nono capítulo aborda o mercado perfeitamente competitivo, estudando as curvas de oferta da indústria no curto e longo prazos, tanto em condições *ceteris paribus* quanto em condições *mutatis mutandis*. Analisam-se ainda os equilíbrios da indústria no curto e no longo prazos. No décimo capítulo estuda-se o mercado de monopólio, caracterizando-se a demanda e a receita em uma indústria monopolística, assim como os equilíbrios de curto e longo prazos. São delineados ainda o poder de monopólio e a ineficiência do mesmo, além de estender-se a análise para tratar das questões referentes à discriminação de preços, produção em múltiplas plantas e a tributação em um mercado de monopólio. O décimo primeiro capítulo analisa as várias estruturas de mercado de concorrência imperfeita. Nesse capítulo aborda-se inicialmente o mercado de concorrência monopolística, estudando-se o equilíbrio da firma e da indústria no curto e longo prazos. Em seguida aborda-se o mercado oligopolístico, estudando-se as soluções tradicionais de Cournot e Stackelberg, assim como a solução de cartel e a manutenção de uma fatia de mercado. Finalmente, trata-se da questão da rigidez de preços em uma indústria oligopolística e apresenta-se a curva de demanda quebrada de Sweezy.

Na quinta e última parte deste livro abordam-se alguns tópicos especiais. O décimo segundo capítulo, destinado especialmente aos estudantes de graduação, apresenta os fundamentos da teoria dos jogos, analisando inicialmente o dilema dos prisioneiros, o equilíbrio de Nash e o equilíbrio em estratégias dominantes. São apreciados os jogos com estratégias *maxmin* e mistas, assim como analisam-se os jogos repetitivos e os seqüenciais. O último capítulo, destinado a estudantes de pós-graduação, aborda questões relativas ao instrumental da estática comparativa. Neste capítulo constam aplicações desse instrumental em uma gama de modelos econômicos, abordando desde o modelo simples de mercado sem e com tributação, passando pela determinação da produção, quantidade e qualidade de insumos, até os custos de transporte e de oportunidade do tempo. Constam ainda aplicações desse instrumental relativas ao tempo ótimo de construção, do corte de árvores, de envelhecimento de vinhos e de assalto, além da determinação do nível ótimo de compras e a escolha da planta ótima.

Muitas foram as pessoas que de alguma forma contribuíram para tornar esse livro possível e, portanto, merecem meus agradecimentos. Agradecimento especial a meu pai Agustín (*in memorian*), que durante o seu convívio foi o meu grande incentivador e o principal responsável por minha formação acadêmica, assim como a minha mãe, Maria del Carmen, por ter me dado uma boa educação e contribuído decisivamente para a minha formação moral e social. A minha esposa Rita, meus sinceros agradecimentos pelo seu carinho, apoio logístico, bem como pela sua paciência e resignação em suportar longas horas ausente dedicadas à confecção deste livro, sem que houvesse qualquer reclamação pela justa falta de atenção. A meus filhos Ludymilla e Malcon Douglas, que também deixaram de contar com a minha presença e atenção durante muito tempo, meus carinhosos agradecimentos. Agradecimentos a Wilson Menezes por várias sugestões e comentários, assim como pela elaboração da quarta capa deste livro. Minha gratidão a meus ex-alunos dos cursos de graduação e pós-graduação, por serem responsáveis direto pela existência deste livro e por terem de alguma forma contribuído, dando sugestões ou fazendo correções em versões preliminares. Agradecimentos especiais ao graduando de economia Luiz Fernando Araújo Lobo, por ter lido atentamente todos os capítulos da última versão e com muita dedicação e competência detectou erros, sugeriu correções e ofereceu sugestões.

Salvador, 8 de fevereiro de 2001

José Carrera-Fernandez

PREFÁCIO ÀS 2ª E 3ª EDIÇÕES

Além de conter uma revisão cuidadosa objetivando corrigir os erros apresentados na primeira edição, esta segunda edição apresenta um capítulo novo e amplia alguns assuntos importantes, em capítulos já existentes, não contemplados na primeira edição. Por exemplo, no quinto capítulo incluiu-se a escolha de ativos de risco e o décimo segundo capítulo contém uma análise de equilíbrios perfeitos em subjogos. O décimo quarto capítulo foi acrescentado a esta edição e aborda a teoria do equilíbrio geral e bem-estar social.

Esta terceira edição contém um exame minucioso para suprimir os erros remanescentes da primeira edição, assim como retificar aqueles introduzidos na segunda versão. Nesta terceira edição ampliam-se alguns assuntos, principalmente aqueles referentes à teoria dos jogos, como, por exemplo, jogos seqüenciais, equilíbrios perfeitos em subjogos e jogos simultâneos de informação incompleta. O décimo quinto capítulo é novo e foi adicionado a esta terceira edição para fazer uma breve incursão sobre a teoria econômica da informação.

Salvador, 18 de março de 2009

José Carrera-Fernandez

PARTE I

O MECANISMO DE MERCADO E OS INSTRUMENTAIS DA TEORIA ECONÔMICA

CAPÍTULO 1: INSTRUMENTAIS DA TEORIA NEOCLÁSSICA

1.1 O SISTEMA ECONÔMICO DE LIVRE INICIATIVA

O sistema econômico de livre iniciativa pode ser caracterizado por um fluxo circular contínuo entre duas grandes unidades econômicas que interagem entre si através dos mercados. A primeira unidade econômica é composta de indivíduos enquanto que a segunda é composta de firmas ou empresas. Os indivíduos, unidades consumidoras e proprietários dos recursos produtivos, demandam bens e serviços e ofertam fatores de produção (trabalho, capital e outros insumos) necessários à produção de bens e serviços[1]. As firmas, unidades produtoras, por sua vez, demandam fatores de produção e ofertam bens e serviços. A FIGURA 1.1.1 ilustra o sistema econômico de livre iniciativa, onde o fluxo monetário é a contrapartida para o fluxo físico de bens e serviços e fatores de produção.

Em qualquer economia a escolha do *que* e do *quanto* produzir e consumir é o principal elemento de decisão. Em um sistema de livre iniciativa são os agentes econômicos (consumidores, produtores, contribuintes e governos) que fazem suas escolhas, os quais tomam suas decisões com base em um conjunto de preços estabelecidos pelos mercados[2]. De fato, são os preços que, em última instância, determinam como a produção será organizada e quanto de cada produto será produzido e

---

[1] A despeito de a FIGURA 1.1.1 considerar os indivíduos apenas como unidades consumidoras, Gary Becker (1970) mostrou que os indivíduos, reunidos em famílias, podem ser considerados como unidades produtoras. Utilizando-se de tempo e bens e serviços, os quais entram como insumos de produção, as famílias produzem bens e serviços finais, propiciando satisfação a seus participantes.

[2] Em um sistema econômico centralizado a escolha é feita por uma pessoa ou um grupo restrito de pessoas para todos os outros indivíduos dessa sociedade. Nesse sistema, a organização da produção e do consumo não é alicerçada em preços, mas em matrizes de insumo-produto sob restrições de recursos. É óbvio que relegar preços a um segundo plano tem trazido uma série de problemas econômicos para as sociedades de planificação centralizada, tais como o desabastecimento de alguns produtos e o excedente de outros, com reflexos negativos para o bem-estar dessas sociedades.

consumido, assim como quanto de cada insumo (ou recurso produtivo) será utilizado na produção.

Em uma economia onde existe uma infinidade de bens, serviços e insumos de produção, os quais são ofertados e demandados simultaneamente por um grande número de vendedores e compradores, é necessário que exista um mecanismo que mantenha a ordem e oriente as ações dos vários agentes no sentido de satisfazer os interesses de cada um em particular e da sociedade como um todo. Esse mecanismo é o mercado. O preço emanado desse mecanismo é o elemento que municia tanto produtores quanto consumidores de informações, possibilitando assim as transações (ou trocas) entre compradores, de um lado, e vendedores do outro. É o mercado que, como se fosse orientado por uma "mão invisível"[3], promove o bem-estar de cada agente em particular e da sociedade como um todo. O conceito de mercado, portanto, não está associado a um lugar geográfico específico, mas a um mecanismo que aproxima compradores e vendedores, permitindo que tais agentes alcancem ganhos mútuos.

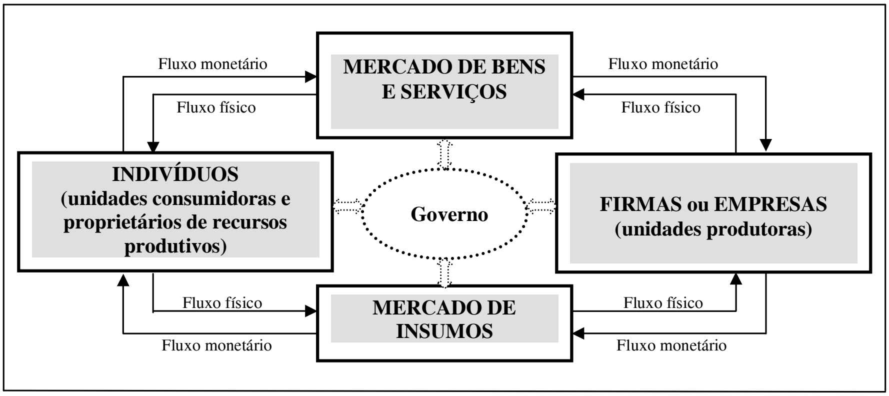


FIGURA 1.1.1: O SISTEMA ECONÔMICO DE LIVRE INICIATIVA

Os bens e serviços podem ser classificados em privados, públicos e semipúblicos. Um bem ou serviço é tido como privado se não puder ser utilizado simultaneamente por dois ou mais consumidores. Por outro lado, um bem é considerado público se o seu uso puder ser compartilhado concomitantemente por dois ou mais quaisquer usuários. Bem semipúblico é aquele que contém características dessas duas modalidades de bens. Ao comprar um bem ou serviço privado, o consumidor recebe junto o seu direito de propriedade, o qual lhe permite excluir qualquer indivíduo de consumir tal bem ou serviço. Ao comprar um carro e pagar por ele, por exemplo, o seu comprador adquire também o seu direito de propriedade, o que lhe concede o direito de excluir qualquer pessoa de usá-lo. Diferentemente do bem privado, o bem público não é

[3] O termo "mão invisível" foi usado por Adam Smith (1776), no seu livro The Wealth of Nations, para caracterizar o fato de que cada indivíduo, ao promover sua satisfação, era levado, como se guiado por uma mão invisível, a obter o melhor para a sociedade, de modo que qualquer interferência do governo na livre iniciativa seria, sem sombra de dúvidas, prejudicial à própria sociedade.

suscetível de direito de propriedade, de modo que todo usuário desse bem, ao não ter o seu direito de propriedade, fica impedido de excluir qualquer outro de usufruir do seu uso. São exemplos de bens e serviços públicos tipicamente ofertados pelo governo: segurança nacional, policiamento, saneamento básico, entre outros. Ao comprar um bem semipúblico, o comprador adquire também o seu direito de propriedade, mas os benefícios e/ou custos são maiores do que aqueles apropriados pelo seu comprador. Exemplo de bem semipúblico é a água tratada no abastecimento público. Nesse caso, além dos benefícios da água potável serem apropriados pelos consumidores, eles são também apropriados por toda a sociedade, que se beneficia com uma melhoria na qualidade de vida propiciada pela expansão do abastecimento público de água[4].

Além de ofertar bens e serviços públicos indispensáveis à comunidade, a participação do governo em uma economia de livre iniciativa deve ficar restrita apenas a ações regulatórias, principalmente nos casos onde os conflitos privados não podem ser solucionados através do mecanismo de mercado.

A principal fonte de arrecadação do governo em um sistema econômico de livre iniciativa é a cobrança de impostos e taxas por serviços públicos. Neste sentido pode-se perceber que, quanto maior for o tamanho do governo, maiores serão os níveis de tributos e taxas para financiá-lo. Minimizar o tamanho do governo significa, portanto, diminuir a carga tributária sobre as unidades econômicas, minimizando em conseqüência os seus impactos negativos sobre a sociedade.

Existem várias formas ou estruturas de organização da produção através dos mercados, sendo que as mais conhecidas, em termos de mercados de bens e serviços, são a concorrência perfeita, a concorrência monopolística, o oligopólio e o monopólio. No que concerne ao mercado de fatores de produção (ou insumos), as estruturas de mercado mais usuais são a concorrência perfeita, o oligopsônio e o monopsônio. A concorrência entre as firmas para comprar insumos e vender bens e serviços é de fundamental importância para o bom funcionamento da economia. Quanto maior ou mais “perfeita” for a concorrência, tanto melhor será a distribuição de renda entre os vários agentes que compõem o sistema econômico. O mais drástico desvio de concorrência perfeita é a presença de elementos monopolísticos ou monopsonísticos, os quais podem levar o mercado a adotar uma formação distorcida de preços. A presença de um grande número de pequenos agentes bem informados, produzindo e consumindo um bem homogêneo, é condição suficiente para que haja a concorrência perfeita[5].

[4] O exemplo do carro baseia-se no fato de que, ao poluir o meio ambiente e causar um custo maior à sociedade do que aquele incorrido pelo seu comprador, o veículo automotor, em rigor, não poderia ser incluído no grupo de bens privados e teria que ser considerado como um bem semipúblico.

[5] Além da existência de um grande número de pequenos agentes bem informados, cada um produzindo e transacionando uma quantidade desprezível de um bem homogêneo em relação à quantidade total transacionada no mercado, para que o mercado seja perfeitamente competitivo é necessário que exista livre mobilidade de agentes, produtos e fatores de produção.

1.2 OS CONCEITOS DE DEMANDA, OFERTA E EQUILÍBRIO DE MERCADO

Visando definir alguns importantes conceitos, admite-se que o mercado do bem X seja perfeitamente competitivo[6], isto é, supõe-se que exista um grande número de pequenos agentes bem informados, de modo que cada consumidor e produtor individualmente tenha uma pequena participação no mercado. Isso significa que cada agente, nas suas ações, causa um efeito imperceptível sobre o preço de mercado, de modo que se pode admitir que cada um tome o preço como um dado.

A função de demanda é um dos conceitos mais importantes da teoria econômica do consumidor, a qual será exaustivamente estudada na segunda parte deste livro (do terceiro ao quinto capítulos), mas que, por hora, pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A função de demanda é o lugar geométrico de todas as quantidades demandadas de um bem ou serviço x_d, reveladas pelos múltiplos consumidores de forma unívoca, ao fazer-se variar o preço p desse bem ou serviço desde o seu nível mais baixo até o mais alto, ou seja:

$$\{(x_d, p) \mid x_d = D(p), \text{ com } dx_d/dp < 0\}$$

==

Para aclarar um pouco mais esse importante conceito econômico, considere-se a FIGURA 1.2.1, onde o eixo horizontal representa a quantidade de um determinado bem ou serviço X, diga-se x (medida em unidades físicas por unidade de tempo[7]) e o eixo vertical representa o seu preço, p (medido em unidades monetárias por unidade física). Embora na economia moderna o preço de X seja cotado em unidade monetária, é importante mencionar que ele representa, em realidade, uma proporção de quantidades, ou seja, a quantidade de um bem Y (numerário) que deve ser dada em troca de uma unidade de X. Em conseqüência, a dimensão do eixo vertical é unidade monetária por unidade física de X. A curva de demanda D na FIGURA 1.2.1 mostra, para cada preço p, a quantidade desse bem por unidade de tempo, x_d, que os consumidores estão dispostos a demandar no mercado. Sua inclinação negativa, que neste ponto deve ser aceita como um fato empírico, indica que os compradores estão dispostos a comprar mais, quanto menor for o seu preço[8].

==

Questão 1.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *o seguinte cartaz foi encontrado no prédio onde funcionam as faculdades de economia e contabilidade:* ***"Vendo CDs Titãs Acústico e Legião Urbana II - R$ 15,00 (os dois) ou R$ 8,00 cada um"****. Com base nessa informação, se pode afirmar que o vendedor é um estudante de contabilidade.*

---

[6] Representando-se o espectro de estruturas de mercado por um segmento de reta, o mercado perfeitamente competitivo estaria situado em um extremo desse segmento, enquanto o mercado monopolístico se situaria na outra extremidade.

[7] Os manuais de economia comumente não especificam a unidade de tempo em que a quantidade desse bem ou serviço está sendo referida, embora isso fique implícito ao se especificar o eixo das abcissas.

[8] Isso pode ser constatado nos anúncios comerciais, através dos quais os vendedores buscam atrair mais consumidores tentando passar a idéia de que estão vendendo a preços mais baixos.

ERRADO

Pode-se observar claramente que o vendedor é um estudante de economia, pois ele conhece perfeitamente o conceito de demanda, o qual estabelece uma relação inversa entre a quantidade demandada de um bem ou serviço e o seu preço. Em outras palavras, o estudante sabe que quanto menor for o preço, maior será a quantidade demandada, isto é, se o estudante quiser vender os dois CDs, ele terá que reduzir o preço unitário de R$ 8,00 para R$ 7,50, induzindo o comprador a adquirir os dois CDs por R$ 15,00, em vez de apenas um. Além do mais, esse vendedor não poderia ser um estudante de contabilidade, visto que o contador não costuma errar contas de somar, ou seja, se um CD é R$ 8,00, dois seriam R$ 16,00!

==

A função de oferta é outro importante conceito da teoria econômica que será estudado mais detalhadamente na terceira e quarta partes deste livro, mas que, por hora, pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: A <u>função de oferta</u> é o lugar geométrico de todas as quantidades ofertadas de um bem ou serviço x_s, reveladas pelos múltiplos produtores de forma unívoca, ao fazer-se variar o preço p desse bem ou serviço desde o nível mais baixo até o seu nível mais alto, ou seja:

$$\{(x_s, p) \mid x_s = S(p), \text{ com } dx_s/dp > 0\}$$

==

A curva de oferta S na FIGURA 1.2.1 mostra, para cada preço p, a quantidade desse bem, x_s, que os vendedores estão dispostos a ofertar no mercado. Sua inclinação positiva, que neste ponto deve também ser aceita como um fato empírico, indica que os vendedores estão dispostos a ofertar mais, quanto maior for o seu preço[9].

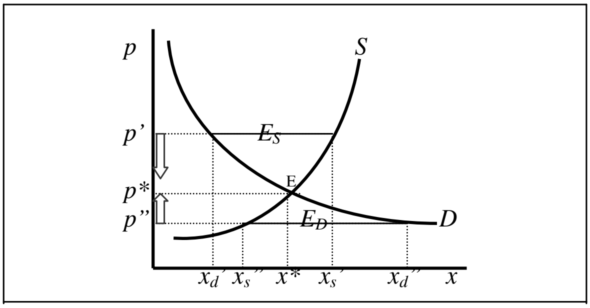


FIGURA 1.2.1: O MERCADO DO BEM *X*

No sistema de livre iniciativa, descrito na seção anterior, é o mecanismo de mercado que se encarrega de aproximar os demandantes dos ofertantes, através da

[9] A inclinação positiva da curva de oferta deve-se ao fato de que os custos aumentam na medida que se expande o nível de produção, tendo em vista que alguns insumos são fixos e não podem ser aumentados.

coordenação das ações estabelecidas pelas funções de demanda e oferta, conduzindo assim ao equilíbrio de mercado. Uma definição apropriada de equilíbrio de mercado é a seguinte:

===

Definição: O equilíbrio de mercado é o estado resultante de um mecanismo de ajuste no preço para o qual a quantidade demandada x_d é exatamente igual à quantidade ofertada x_s, diga-se igual a x^*, ou seja:

$$x_d = x_s = x^*$$

===

O equilíbrio de mercado na mencionada FIGURA 1.2.1 é representado pelo ponto de interseção entre as curvas de oferta e demanda (ponto E nessa figura), cujas coordenadas são x^* e p^*. Nesse ponto, a quantidade demandada é igual à quantidade ofertada, diga-se x^*, não existindo razão alguma para que o preço p^* seja alterado.

Para mostrar que o ponto E é, na realidade, o equilíbrio desse mercado, supõe-se que o preço de mercado seja momentaneamente mais alto, diga-se $p' > p^*$. A esse preço mais alto, a quantidade demandada é x_d' e a quantidade ofertada é x_s'. Pode-se observar que, ao preço mais alto ($p' > p^*$), nem todos os vendedores encontrarão compradores, visto que $x_s' > x_d'$. Ao preço p' existe um excesso de oferta, $E_S = x_s' - x_d'$, de modo que é razoável pensar que alguns vendedores reduzirão seus preços, tentando evitar ficar com estoques não desejados. Isso significa que qualquer excesso de oferta gera pressões para baixo nesse preço. Essas pressões só cessam quando o preço cai o suficiente e atinge o seu nível de equilíbrio p^*. Raciocínio análogo pode ser utilizado para um preço momentâneo mais baixo, por exemplo, $p'' < p^*$. Ao preço p'', nem todos os compradores encontrarão no mercado a quantidade desejada desse produto, visto que a quantidade ofertada x_s'' é menor que quantidade demandada x_d''. Isso significa que há um excesso de demanda nesse mercado, $E_D = x_d'' - x_s''$, de modo que alguns vendedores iniciarão uma escalada nos preços, tentando evitar o desabastecimento. Essas pressões para cima nos preços só cessam quando o preço subir o suficiente e atingir o seu nível de equilíbrio p^*. Qualquer que seja o caso, o mercado só estará em equilíbrio quando $p = p^*$, pois a esse preço a quantidade demandada x_d será exatamente igual à quantidade ofertada x_s, diga-se x^*, de modo que não existirão pressões para aumento ou redução de preços.

1.3 A ESTÁTICA COMPARATIVA

Da forma como foi definida na seção anterior, a curva de demanda D representa uma relação funcional entre a quantidade demandada x_d e o seu preço p, ou seja, $x_d = D(p)$. Em geral, a quantidade demandada depende não apenas do seu preço, mas também de outras variáveis, tais como a renda dos consumidores M, os preços dos outros bens P, entre outras. Dessa forma, a curva de demanda pode ser representada, na sua versão completa, por uma relação funcional entre a quantidade demandada e o seu preço, assim como essas outras variáveis, isto é, $x_d = D(p, M, P,\ldots)$. As reticências servem para representar outras variáveis não listadas, que possivelmente afetam a quantidade demandada[10]. Isso significa que a versão completa da demanda é uma função multidimensional, com uma dimensão para cada variável. A curva de demanda *D*, representada graficamente no espaço bidimensional da FIGURA 1.2.1 pela curva descendente, foi traçada para dados valores dessas outras variáveis que afetam a demanda (ou seja, $M = M^0$ e $P = P^0$, …), de forma que a função de demanda $x_d = D(p,M^0,P^0,\ldots)$ relaciona apenas duas variáveis, uma dependente x_d e outra independente *p*. Os valores pré-estabelecidos dessas outras variáveis são os parâmetros da função de demanda.

De forma análoga, a curva de oferta *S* representa uma relação funcional entre a quantidade ofertada x_s e o seu preço *p*, de modo que $x_s = S(p)$. Por analogia, a quantidade ofertada não depende apenas do seu preço, mas também de uma série de outras variáveis, como, por exemplo, os preços dos insumos utilizados para produzir esse produto *w*, dos avanços tecnológicos *z*, entre outras. Portanto, a curva de oferta, na sua versão completa, é representada por uma relação funcional entre a quantidade ofertada e todas essas variáveis, ou seja, $x_s = S(p, w, z, \ldots)$. Da mesma forma, as reticências servem também para representar essas outras variáveis não listadas que, possivelmente, afetam a quantidade ofertada. Assim, a curva de oferta, representada graficamente no espaço bidimensional da FIGURA 1.2.1, foi traçada para dados valores dessas outras variáveis (isto é, $w = w^0$ e $z = z^0$, ...), de forma que $x_s = S(p, w^0, z^0, \ldots)$ relaciona apenas duas variáveis: a dependente x_s e a independente *p*. Os valores pré-estabelecidos dessas outras variáveis são os parâmetros da função de oferta.

Variações em qualquer um desses dois conjuntos de parâmetros afetam a demanda e a oferta e, portanto, deslocam o equilíbrio de mercado. Uma forma de prever o que acontecerá com o equilíbrio de mercado, quando houver uma variação em qualquer um desses parâmetros, é utilizar o instrumental da estática comparativa, o qual pode ser definido a seguir na sua forma mais simples:

==

Definição: A estática comparativa é a técnica que analisa as conseqüências de variações nos parâmetros econômicos de demanda e oferta (ou seja, $M^0, P^0, w^0, z^0, \ldots$) sobre o equilíbrio de mercado.

==

Tais variações podem ser interpretadas como deslocamentos das curvas de demanda e oferta, ou de ambas. A FIGURA 1.3.1 mostra a mudança no equilíbrio de mercado causada por um aumento de demanda, o qual pode ter sido causado, a título de exemplo, por um acréscimo da renda *M*, a qual aumentou de M^0 para M^1 (com $M^1 > M^0$)[11]. A conseqüência de um aumento de demanda é o deslocamento da curva de demanda *D* para a direita e para cima (ou seja, para a posição *D'*), de modo que os

[10] As variáveis podem ser divididas em duas classes: (i) variáveis endógenas (ou dependentes), que neste caso é a quantidade demandada, as quais são determinadas diretamente pela ação dos vários agentes econômicos; e (ii) variáveis exógenas (ou independentes ou simplesmente parâmetros), as quais não são estabelecidas pela ação direta dos vários agentes econômicos, por exemplo, preço do bem ou serviço em questão, renda e preço dos outros bens, entre outras.

[11] Deve-se ressaltar que nem todo o aumento de renda desloca a curva de demanda para cima e para a direita. Por exemplo, se o bem em questão fosse inferior (o qual será definido na última seção deste capítulo), o deslocamento da curva de demanda dar-se-ía para baixo e para a esquerda, caracterizando uma redução da demanda.

consumidores demandam mais desse bem para qualquer nível de preço. Em conseqüência desse aumento, o equilíbrio de mercado se desloca do ponto E (equilíbrio inicial) para o ponto E'(equilíbrio final). No equilíbrio final, o novo preço p^{**} e a nova quantidade de equilíbrio x^{**} são maiores que os respectivos preço e quantidade do equilíbrio original, ou seja, p^* e x^*.

Uma questão interessante seria saber como se daria a trajetória ou transmissão ao novo preço e quantidade de equilíbrio, desde o seu equilíbrio inicial (ponto E na FIGURA 1.3.1) até a sua nova posição de equilíbrio (ponto E' na mesma figura). Essa é, na realidade, uma questão concernente à dinâmica comparativa, a qual não será desenvolvida extensivamente por não se tratar de objeto específico da teoria microeconômica. Por exemplo, pode-se especular que, logo após o deslocamento da curva de demanda, o preço inicial p^* não mude. Isso significa que, a esse preço, os consumidores estariam dispostos a comprar $x_d' > x^*$. Por outro lado, ao preço p^*, os vendedores só estariam dispostos a ofertar x^*. Isso implica que, a esse preço, haverá um excesso de demanda, causando pressões para cima no preço. Em um mercado competitivo, sem qualquer interferência do governo, essa tendência altista no preço continuará até que o excesso de demanda seja totalmente eliminado. Esse fato só será observado quando o preço subir o suficiente até atingir o seu nível p^{**}, de modo que a quantidade demandada será igual à quantidade ofertada, diga-se, x^{**}. Essa não é a única descrição do processo de ajustamento do preço e da quantidade para a nova posição de equilíbrio.

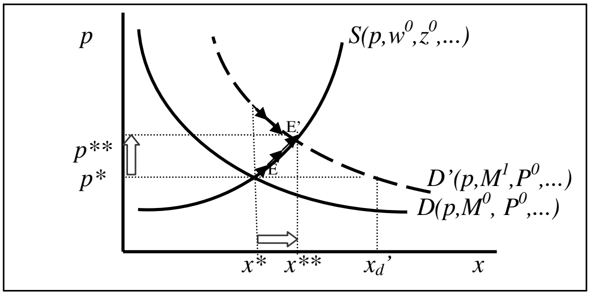


FIGURA 1.3.1: DESLOCAMENTO DA CURVA DE DEMANDA

Não é objeto da estática comparativa, entretanto, saber como a trajetória ou transmissão do equilíbrio de mercado se processa desde a posição inicial até a sua posição final, nem em quanto tempo essa trajetória é percorrida. Tudo o que a estática comparativa está interessada em saber é como o equilíbrio muda, da sua posição inicial para a posição final, de forma análoga a uma comparação entre duas fotografias, uma antes da alteração do parâmetro (equilíbrio inicial) e a outra depois que todo o ajustamento se processou (equilíbrio final).

==

Questão 1.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): O fato de o consumo de carros luxuosos ter aumentado significativamente nos últimos anos, a despeito do preço destes carros ter subido em relação aos outros bens, contradiz a lei de demanda.

ERRADO

> Essa questão tenta confundir o estudante menos atento relacionando movimentos *na* curva de demanda (ou seja, ao longo da curva), que refletem o funcionamento da lei de demanda, com a movimentação *da* curva de demanda, os quais podem perfeitamente justificar um aumento simultâneo de preço e quantidade demandada. Em condições *ceteris-paribus*, ou seja, mantendo-se constantes as outras variáveis que afetam a demanda, a lei de demanda estabelece um ajustamento no consumo por parte dos consumidores no sentido inverso a uma variação de preço. No entanto, outras variáveis tomadas como constantes, por hipótese, ao se traçar a curva de demanda, podem ter mudado. Nos últimos anos, por exemplo, a renda média dos compradores potenciais de carros de luxo parece ter aumentado. Se o carro de luxo é um bem normal ou superior[12], como parece ser o caso, então aumentos de renda tendem a aumentar o consumo desse bem, mesmo que o seu preço tenha aumentado em relação aos preços dos outros bens.

===

Outra questão interessante seria saber como o equilíbrio de mercado muda quando há um aumento de oferta, por exemplo, devido a uma redução no preço de um dos seus insumos w, de w^0 para w^1 (com $w^1 < w^0$), a ponto de reduzir o custo (marginal) de produção de um determinado bem. Nesse caso específico, os produtores estão dispostos a ofertar mais desse bem para qualquer nível de preço do produto[13]. Esse aumento de oferta pode ser interpretado na FIGURA 1.3.2 como um deslocamento da curva de oferta S para a direita e para baixo à sua nova posição S'[14]. O aumento de oferta desloca o equilíbrio do ponto E para o ponto E' (veja-se FIGURA 1.3.2), produzindo um aumento na quantidade de equilíbrio de x^* para x^{**} e uma redução no preço de p^* para p^{**}.

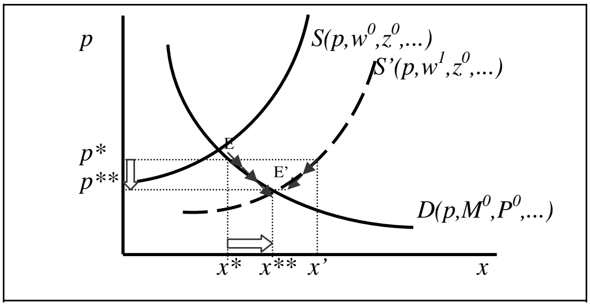


FIGURA 1.3.2: AUMENTO DA CURVA DE OFERTA

---

[12] Conforme será visto mais adiante, um bem é considerado normal ou superior se um aumento na renda dos consumidores causa um aumento no seu consumo.

[13] É importante frisar que nem toda a redução de preço do insumo desloca a curva de oferta para baixo e para a direita. Se o insumo for inferior, por exemplo, o deslocamento é para cima e para a esquerda, o que representaria uma redução da oferta. Maiores detalhes a esse respeito serão vistos no sétimo capítulo.

[14] Deve-se ressaltar que um aumento de oferta não desloca a curva de oferta para cima, mas sim para baixo. Na realidade, um deslocamento da curva de oferta para cima representa uma redução da oferta.

As duas primeiras linhas do QUADRO 1.3.1 sintetizam os efeitos de aumentos de demanda e de oferta, respectivamente, sobre o preço e a quantidade de equilíbrio, onde os sinais + e − significam, respectivamente, aumento e redução das variáveis de equilíbrio. Esse quadro permite ainda verificar os efeitos de um aumento simultâneo de demanda e oferta sobre o preço e a quantidade de equilíbrio. A terceira linha do referido quadro reproduz o efeito resultante de um aumento simultâneo de demanda e oferta, onde o símbolo ? é indicativo de que o resultado da simultaneidade dos movimentos é ambíguo. É interessante observar que o efeito total sobre a quantidade de equilíbrio de um aumento concomitante de demanda e oferta é positivo, implicando, assim, um aumento na quantidade de equilíbrio. Por outro lado, o efeito de um aumento simultâneo de demanda e oferta sobre o preço de equilibro é, como mencionado, ambíguo, visto que o aumento de demanda tende a aumentar o preço, enquanto que o aumento de oferta tende a reduzi-lo. O efeito final depende, evidentemente, de qual dos dois efeitos suplanta o outro.

QUADRO 1.3.1

ESTÁTICA COMPARATIVA	***p***	***x***
Aumento de Demanda	+	+
Aumento de Oferta	–	+
Aumento de Ambas	?	+

A FIGURA 1.3.3 ilustra a estática comparativa para o caso de um aumento simultâneo de demanda e oferta. Se a curva de demanda se desloca para a posição *D”*, proporcionalmente mais que o deslocamento de oferta, a qual se desloca para a posição *S’*, então o preço de equilíbrio aumenta de *p** para *p”* (ponto E” na FIGURA 1.3.3). Por outro lado, se a curva de oferta se desloca para a posição *S”*, proporcionalmente mais que o deslocamento da demanda, diga-se para a posição *D’*, então o preço de equilíbrio diminui de *p** para *p”’*(ponto E”’ na mesma figura). Apenas no caso em que as curvas de demanda e oferta se desloquem proporcionalmente, ou seja, para as posições *D’* e *S’*, respectivamente, é que o preço de equilíbrio não se altera (veja-se ponto E’ na mesma figura). No entanto, em todos os casos a quantidade de equilíbrio aumenta.

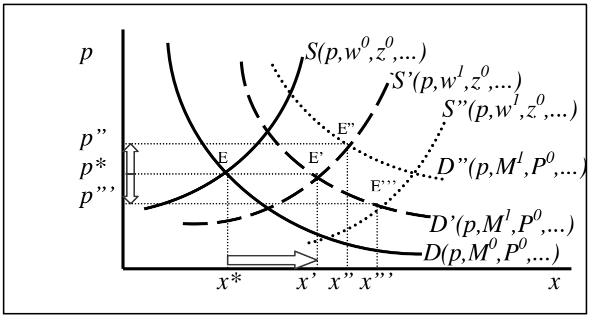


FIGURA 1.3.3: AUMENTOS SIMULTÂNEOS DE DEMANDA E OFERTA

==

Questão 1.3.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *a lei dos genéricos pode não causar uma redução no preço dos remédios de marca, mas seguramente reduzirá o nível de transações dos mesmos.*

CERTO

A disponibilidade de medicamentos genéricos, substitutos dos remédios tradicionais, reduzirá a demanda por remédios de marca, de modo que haverá uma redução no nível de transações e no preço destes. No entanto, a menor demanda por medicamento tradicionais fará com que haja também uma redução na oferta dos medicamentos tradicionais, aumentando o seu preço e reduzindo o nível de transações dos mesmos. A redução da demanda e da oferta de medicamentos de marca reduzirá a quantidade de equilíbrio nesse mercado. No entanto, os movimentos de preço são contrários, de modo que o efeito líquido sobre o preço de equilíbrio é ambíguo, pois dependerá de qual dos efeitos suplanta o outro.

==

1.4 A ÁLGEBRA DO EQUILÍBRIO DE MERCADO

Especificadas as funções de demanda e de oferta, $x_d = D(p,M^0,P^0,...)$ e $x_s = S(p,w^0,z^0,...)$, respectivamente, o equilíbrio de mercado se dá quando a quantidade demandada é igual a quantidade ofertada, ou seja, quando $x_d = x_s = x^*$, de modo que:

$$D(p,M^0,P^0,...) = S(p,w^0,z^0,...)$$

A solução dessa equação estabelece o preço de equilíbrio de mercado, $p = p^*$, o qual garante que a quantidade que os consumidores estão desejosos em consumir é exatamente igual à quantidade que os produtores estão dispostos a ofertar.

A título de ilustração e objetivando simplificar a análise, supõe-se que as funções de demanda e oferta sejam especificadas pelas seguintes funções lineares:

$$\begin{array}{ll} \text{Demanda:} & x_d = a - bp \\ \text{Oferta:} & x_s = -c + dp \end{array}$$

onde *a, b, c* e *d* são parâmetros positivos, que determinam os interceptos (coeficientes lineares) e as inclinações (coeficientes angulares) dessas funções. Essas equações formam um sistema de duas equações (demanda e oferta) e três incógnitas (x_d, x_s, e p). Para que esse sistema possa ser determinado, falta introduzir mais uma equação. Essa equação é a condição de equilíbrio, a qual estabelece a igualdade entre a quantidade demandada x_d e a quantidade ofertada x_s, diga-se x^*, ou seja:

$$\text{Condição de equilíbrio: } x_d = x_s = x^*$$

O sistema de três equações e três incógnitas formado pode ser reduzido a um sistema de duas equações e duas incógnitas, simplesmente substituindo-se essa última equação (condição de equilíbrio) nas duas primeiras, isto é:

$$\begin{cases} x^* = a - bp \\ x^* = -c + dp \end{cases}$$

Resolvendo-se esse sistema pelos meios convencionais, obtém-se o preço de equilíbrio:

$$p^* = (a + c)/(b + d)$$

Substituindo-se o preço de equilíbrio em qualquer uma das duas equações, encontra-se a respectiva quantidade de equilíbrio:

$$x^* = (ad - bc)/(b + d)$$

==

Exemplo 1.4.1: Para ilustrar a mecânica da determinação algébrica do equilíbrio de mercado, supõe-se que as funções de demanda e oferta sejam especificadas, respectivamente, por:

$$x_d = 8 - 2p$$
$$x_s = -4 + 4p$$

Introduzindo-se a equação de equilíbrio, $x_d = x_s = x^*$, e substituindo-a nas equações de demanda e oferta, resulta o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} x^* = 8 - 2p \\ x^* = -4 + 4p \end{cases}$$

cujo preço de equilíbrio é $p^* = 2$. Substituindo-se esse valor em qualquer uma das duas equações, obtém-se a respectiva quantidade de equilíbrio $x^* = 4$.

==

==

Questão 1.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Admitindo-se que as funções de demanda e oferta sejam respectivamente especificadas por* $x_d = 14-2p$ *e* $x_s = -1+8p$, *então se pode afirmar que um aumento de 10% da quantidade demandada, acompanhado de um aumento de 20% da quantidade ofertada, reduzirá o preço de equilíbrio em 6,2%.*

CERTO

A quantidade e o preço de equilíbrio nesse mercado são obtidos impondo-se a condição de equilíbrio $x_d = x_s$, ou seja, x^*, e resolvendo-se o sistema resultante. Assim, impondo-se tal condição, $x^* = 14-2p = -1+8p$, resultam: $p^* = 1{,}5$ e $x^* = 11$. Um aumento de *10%* da quantidade demandada desloca a curva de demanda para a direita, de modo que a nova quantidade demandada será igual a $x_d = (14-2p)(1+0{,}1)$. Por outro lado, um aumento de *20%* da quantidade ofertada também desloca a função de oferta para a direita, de forma que a nova quantidade ofertada será: $x_s = (-1+8p)(1+0{,}2)$. Impondo-se a nova condição de equilíbrio $x_d = x_s = x^*$, ou seja, $x^* = (14-2p)1{,}1 = (-1+8p)1{,}2$ e resolvendo-se o sistema resultante, obtém-se o novo preço de equilíbrio: $p' = 1{,}41$. Isso significa que houve uma variação de preço igual a $(1{,}41-1{,}5)/1{,}5 = -0{,}062$, isto é, uma redução de *6,2%*.

==

1.5 OS EXCEDENTES DO CONSUMIDOR E PRODUTOR

Os excedentes do consumidor e produtor são dois importantes conceitos da teoria econômica que captam os ganhos dos consumidores e produtores, respectivamente, devido à própria existência do mercado. Ao estabelecer o preço de equilíbrio, o mercado propicia ganhos tanto para os consumidores quanto para os produtores. Os ganhos do consumidor se originam porque o valor que eles estariam dispostos a pagar (ou seja, a altura da curva de demanda) por esse produto é maior do que o valor efetivamente cobrado pelo mercado (isto é, o preço do produto). A seguir, define-se o excedente do consumidor.

==

Definição: O <u>excedente do consumidor</u> é a diferença entre o valor que os consumidores estariam dispostos a pagar (altura da curva de demanda) e o valor que eles efetivamente pagam (preço de equilíbrio de mercado).

==

Tomando-se a FIGURA 1.5.1 como referência, então o valor que os consumidores estariam dispostos a pagar pela quantidade x^* de produto seria equivalente à área total por baixo da curva de demanda (área $0p_0Ex^*$ nessa figura). No entanto, o valor que eles efetivamente pagam corresponde à área abaixo da linha de preço (área $0p^*Ex^*$ na mesma figura). O excedente do consumidor total é, portanto, a diferença entre o quanto os consumidores estariam dispostos a pagar e o quanto eles efetivamente pagam, cujo valor corresponde á área triangular superior hachurada p^*p_0E na FIGURA 1.5.1.

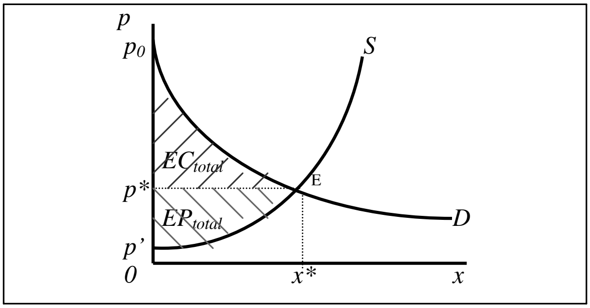


FIGURA 1.5.1: OS EXCEDENTES DO CONSUMIDOR E PRODUTOR

De forma análoga, os ganhos do produtor são formados porque o valor que os produtores estariam dispostos a receber por esse produto é menor que o valor efetivamente pago pelo mercado. Assim, o excedente do produtor pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: O <u>excedente do produtor</u> é a diferença entre o valor que os produtores efetivamente recebem (preço de equilíbrio de mercado) e o valor que eles estariam dispostos a receber (altura da curva de oferta).

==

Continuando a tomar a FIGURA 1.5.1 como referência, então o valor que os produtores estariam dispostos a receber por x^* unidades do produto seria o equivalente à área abaixo da curva de oferta (área *0p'Ex** nessa figura), mas o valor que eles efetivamente recebem corresponde à área por baixo da linha de preço (área *0p*Ex**na mesma figura). Dessa forma, o excedente do produtor será a diferença entre o quanto eles efetivamente recebem e o quanto eles estariam dispostos a receber, cujo valor corresponde à área triangular inferior hachurada *p*p'E* na FIGURA 1.5.1.

Tomando-se as funções inversas de demanda $p_d = D(x)$ e oferta $p_s = S(x)$, pode-se definir mais formalmente os conceitos de excedentes dos consumidores e produtores, ou seja:

==

Definição: **1.** O <u>excedente do consumidor por unidade de produto</u> ($EC_{unitário}$) é a diferença entre o preço que os consumidores estão dispostos a pagar e o preço que eles efetivamente pagam por uma unidade de x, ou seja:

$$EC_{unitario} = \frac{1}{x^*}\int_0^{x^*}[D(x) - p^*]dx = \frac{1}{x^*}\int_0^{x^*} D(x)dx - p^*$$

onde $D(x)$ é a função inversa de demanda. Pode-se também definir o <u>excedente do consumidor total</u> (EC_{total}) da seguinte forma:

$$EC_{total} = x^* \, EC_{unitario} = \int_0^{x^*}[D(x) - p^*]dx = \int_0^{x^*} D(x)dx - p^* x^*$$

O excedente do consumidor pode ser alternativamente avaliado por:

$$EC_{total} = \int_{p^*}^{p^0} D(p)dp$$

O excedente do consumidor total é a área compreendida entre a curva de demanda e a linha de preço p^*, a qual está representada na FIGURA 1.5.1 pela área triangular superior hachurada.

2. O <u>excedente do produtor por unidade de produto</u> ($EP_{unitário}$) é a diferença entre o preço que os produtores efetivamente recebem e o valor que eles estariam dispostos a receber por uma unidade de x, ou seja:

$$EP_{unitario} = \frac{1}{x^*}\int_0^{x^*}[p^* - S(x)]dx = p^* - \frac{1}{x^*}\int_0^{x^*} S(x)dx$$

onde $S(x)$ é a função inversa de oferta. O <u>excedente do produtor total</u> (EP_{total}) pode ser expresso por:

$$EP_{total} = x^* \, EP_{unitario} = \int_0^{x^*}[p^* - S(x)]dx = p^* x^* - \int_0^{x^*} S(x)dx$$

O excedente do produtor pode ser alternativamente estimado por:

$$EP_{total} = \int_{p^*}^{p^1} S(p)dp$$

O excedente do produtor total é a área compreendida entre a linha de preço p^* e a curva de oferta, a qual está representada na FIGURA 1.5.1 pela área triangular inferior hachurada.

==

Quando se avaliam os excedentes do consumidor e produtor e as funções de demanda e oferta estiverem expressas nas suas formas diretas (ou seja, quantidade como função do preço) é mais rápido e prático integrar as funções de demanda e oferta sob o eixo dos preços, isto é:

$$EC = \int_{p^*}^{\overline{p}} D(p)dp$$

$$EP = \int_{\underline{p}}^{p^*} S(p)dp$$

onde $\overline{p}$ e $\underline{p}$ são os preços de reserva[15] de demanda e de oferta, respectivamente. A título de exemplo, supõem-se as seguintes funções de demanda e oferta: $x_d = 15 - 5p$ e $x_s = -3 + 4p$. O equilíbrio de mercado requer que $x^* = 5$ e $p^* = 2$ e os preços de reserva de demanda e de oferta são, respectivamente, $\overline{p} = 3$ e $\underline{p} = 3/4$. Neste caso, os excedentes do consumidor e produtor podem ser avaliados da seguinte forma:

$$EC = \int_{2}^{3} (15 - 5p)dp = [15p - \tfrac{5}{2}p^2]_2^3 = \tfrac{5}{2}$$

$$EP = \int_{3/4}^{2} (-3 + 4p)dp = [-3p + \tfrac{4}{2}p^2]_{3/4}^{2} = \tfrac{25}{8}$$

1.6 OS GANHOS DO COMÉRCIO INTERNACIONAL

O comércio internacional é uma forma eficiente de aumentar o volume de transações de bens e serviços na economia, com ganhos líquidos para as nações envolvidas. Para mostrar isso, supõe-se que o mercado doméstico de uma mercadoria X seja representado na FIGURA 1.6.1 pelas curvas de demanda D e oferta S. Se não houvesse o comércio internacional, esse mercado estaria em equilíbrio no ponto de interseção entre as curvas de oferta e demanda (ponto E na mesma figura), onde p^* e x^* seriam, respectivamente, o preço e a quantidade de equilíbrio.

Admite-se agora que essa mercadoria possa ser encontrada no mercado internacional ao preço $p_w < p^*$ e que esse produto possa ser livremente importado, sem nenhum ônus adicional[16]. A importação desse bem permite que o equilíbrio nesse

[15] Preços de reserva são aqueles que tornam as quantidades demanda e ofertada nulas.

[16] Supõe-se, por simplicidade, que os custos de transporte e seguro já estejam embutidos nesse preço internacional, além do que não existam gravames de importação.

mercado seja estabelecido ao preço internacional mais baixo, p_w. Após a abertura desse mercado ao comércio internacional, a situação no mercado doméstico deverá ser tal que a indústria local ofertaria $x_s < x^*$ e os consumidores locais demandariam $x_d > x^*$, de modo que a diferença $x_M = x_d - x_s$ seria a quantidade importada. Em conseqüência do comércio internacional, os consumidores podem consumir uma quantidade maior desse produto, quantidade esta que a indústria local não teria condições de ofertar, a não ser que às custas de aumentos significativos de preços em relação ao preço internacional[17].

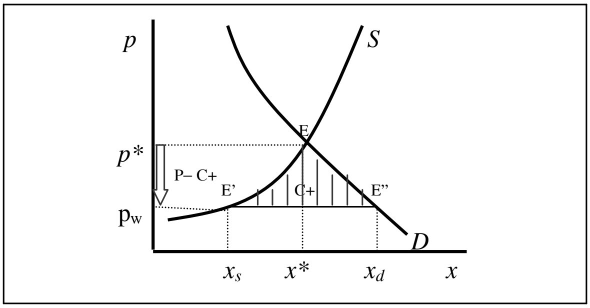


FIGURA 1.6.1: OS GANHOS DO COMÉRCIO INTERNACIONAL (IMPORTAÇÃO)

Deve-se ressaltar que, no caso em apreço, o comércio internacional causou uma redução no excedente do produtor, representada na FIGURA 1.6.1 pela área $p^*EE'p_w$ e indicada nessa figura por P^-, assim como gerou um aumento do excedente do consumidor, o qual está representado nessa mesma figura pela área $p^*EE''p_w$ e indicada pelas duas áreas C^+. Embora tivesse havido uma redução no excedente do produtor, o aumento do excedente do consumidor propiciado pelo comércio internacional mais do que compensou essa redução. Nesse caso específico, houve um ganho líquido para a sociedade, o qual está sendo representado nessa figura pela área triangular hachurada e indicada por C^+. É importante observar que a perda do excedente do produtor foi totalmente compensada por parte do aumento no excedente do consumidor, de modo que a área representada nessa figura por P^- e C^+ reflete uma mera transferência de renda, visto que o consumidor ganha e o produtor perde. No entanto, a outra parte do aumento no excedente do consumidor (área hachurada na FIGURA 1.6.1), benefício auferido pelo consumidor não perdido por nenhum outro agente, corresponde ao ganho líquido para a sociedade.

Análise semelhante pode ser feita no caso do preço internacional p_w ser significativamente superior ao preço de equilíbrio no mercado doméstico p^*. A FIGURA 1.6.2 ilustra esse caso e mostra que, após a abertura do mercado ao comércio internacional, o equilíbrio se desloca do ponto E (equilíbrio inicial) para o ponto E". O novo preço de equilíbrio nesse mercado será o próprio preço internacional p_w. Nesse caso específico, os produtores domésticos aumentariam sua produção de x^* para x_s, enquanto

[17] A redução no nível de produção doméstica causa uma diminuição, também, do nível de utilização de recursos produtivos nesse mercado, permitindo, assim, que tais recursos possam migrar para outros mercados e sejam utilizados de forma mais vantajosa.

os consumidores locais diminuiriam sua demanda de x^* para x_d. Como resultado, haveria um excesso de oferta, cuja magnitude seria de $x_X = x_s - x_d$, quantidade essa que se destinará à exportação.

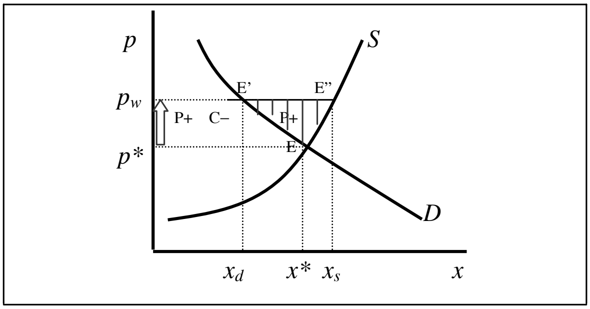


FIGURA 1.6.2: OS GANHOS DO COMÉRCIO INTERNACIONAL (EXPORTAÇÃO)

A abertura do mercado ao comércio internacional causou uma redução no excedente do consumidor, a qual está representada na FIGURA 1.6.2 pela área $p^*EE'p_w$ e indicada por C^-. Do mesmo modo, essa abertura gerou um aumento do excedente do produtor, representado nessa figura pela área $p^*EE''p_w$ e indicada pelas duas áreas P^+. A despeito de o comércio internacional ter causado uma redução no excedente do consumidor, o aumento do excedente do produtor mais do que compensou essa redução. Em conseqüência, há um ganho líquido para a sociedade, o qual está sendo representado nessa figura pela área triangular hachurada e indicada por P^+. Tal ganho corresponde ao benefício adicional auferido pelo produtor (em termos de excedente do produtor) não perdido por nenhum outro agente. Por analogia, a perda do excedente do consumidor foi mais do que compensada com o ganho em excedente do produtor, de modo que a área representada nessa figura por C^- e P^+ corresponde a uma mera transferência de renda, visto que os produtores ganham e os consumidores perdem.

==

Exercício 1.6.1: *Suponha que as curvas de demanda e oferta de um produto X sejam especificadas pelas seguintes funções:*

$$x_d = 300 - 8p$$
$$x_s = 48 + 10p$$

Suponha ainda que o preço internacional desse produto seja R$ 12.

(i) Determine o equilíbrio nesse mercado, indicando qual a quantidade ofertada internamente e qual a quantidade importada.

Se não houvesse comércio, o equilíbrio no mercado interno seria obtido igualando-se a quantidade demandada à quantidade ofertada, ou seja, $x_d = x_s = x^*$:

$$300 - 8p = 48 + 10p$$

donde resultam os seguintes preço e quantidade de equilíbrio: $p^* = 14$ e $x^* = 188$. Uma vez que o preço internacional $p_w = 12$ é menor que o preço de equilíbrio, então a quantidade demandada será:

$$x_d = 300 - 8(12) = 204$$

enquanto que a quantidade ofertada no mercado interno será:

$$x_s = 48 + 10(12) = 168$$

Portanto, a quantidade importada é obtida pela diferença entre essas duas quantidades, ou seja:

$$x_M = 204 - 168 = 36$$

(ii) Quantifique o benefício social líquido.

O benefício social líquido é a área do triângulo acima da linha de preço internacional (veja-se FIGURA 1.6.1), ou seja:

$$BS_L = (1/2)(36)(14-12) = 36$$

==

1.7 O CONCEITO DE ELASTICIDADE

A elasticidade é um conceito econômico pontual utilizado para descrever a sensibilidade das funções de demanda e oferta frente a variações em preços ou qualquer outra variável independente (ou parâmetro) destas funções. O conceito de elasticidade é bastante utilizado pelos economistas principalmente pela sua importância analítica em uma variedade muito grande de questões econômicas. Os conceitos mais importantes de elasticidade associados à função de demanda são a elasticidade preço, a elasticidade renda e a elasticidade preço cruzada.

A elasticidade preço da demanda mede a sensibilidade da demanda de um bem ou serviço frente a variações no seu preço e pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A elasticidade preço da demanda, denotada por ε_d, é a relação entre a variação proporcional (ou percentual) na quantidade demandada e a variação proporcional no seu preço. Especificando-se a função de demanda de um bem X por $x_d = D(p,M,P,...)$, então a elasticidade preço da demanda pode ser definida da seguinte forma:

$$\varepsilon_d = \frac{\partial x_d / x_d}{\partial p / p} = \frac{\partial x_d}{\partial p}\frac{p}{x_d}$$

onde ∂x_d e ∂p representam, respectivamente, as variações absolutas na quantidade demandada e no preço desse bem.

==

Por depender apenas de variações percentuais, o conceito de elasticidade independe das unidades utilizadas para medir tanto o preço quanto a quantidade. Nesse sentido, a elasticidade é um conceito adimensional, ou seja, é um número destituído de qualquer unidade de medida.

A elasticidade preço da demanda (ou simplesmente elasticidade da demanda) é, via de regra, negativa, significando dizer que a quantidade demandada e o preço movem-se em direções opostas. Por exemplo, se o preço do bem x aumentasse 10% e a quantidade demandada caísse apenas 5%, então a elasticidade de demanda seria igual a $\varepsilon_d = -0{,}5$. Por outro lado, se a redução na quantidade demandada fosse de 20%, então a elasticidade da demanda seria igual a $\varepsilon_d = -2{,}0$. Ao se compararem diferentes elasticidades, é muito comum entre os economistas a prática da eliminação do sinal negativo e a adoção da elasticidade em valor absoluto (ou módulo). No primeiro caso do exemplo acima, a elasticidade da demanda seria $|\varepsilon_d| = 0{,}5$, enquanto que, no segundo, a elasticidade seria $|\varepsilon_d| = 2{,}0$. No entanto, essa prática deve ser utilizada pelo estudante com bastante cautela, tendo em vista que o sinal negativo da elasticidade da demanda indica que a quantidade demandada e o preço variam em sentidos contrários.

A magnitude da elasticidade preço da demanda é usualmente utilizada para especificar uma maior ou menor sensibilidade da demanda frente a variações no seu próprio preço, da seguinte forma:

==

Definição: **1.** Se a elasticidade da demanda de determinado bem ou serviço é menor que a unidade diz-se, então, que a curva de demanda é <u>inelástica</u>, indicando que a função de demanda é relativamente insensível a variações no preço.
2. Se a elasticidade da demanda de um bem ou serviço é maior que a unidade, a curva de demanda é dita <u>elástica</u>, significando que a função de demanda é relativamente sensível a variações no preço.

==

Referindo-se ao exemplo anterior, pode-se dizer que existe uma maior sensibilidade da demanda frente a variações no preço, no segundo caso $|\varepsilon_d| = 2{,}0$ (demanda elástica) relativamente ao primeiro $|\varepsilon_d| = 0{,}5$ (demanda inelástica).

A elasticidade preço da demanda de um bem ou serviço depende de se este bem ou serviço dispõe de outros bens e serviços substitutos, bem como da maior ou menor proximidade destes com os substitutos. Um exemplo desse fato é o caso dos remédios genéricos, que tendem a deixar as demandas dos medicamentos mais elásticas, ou seja, aumentando suas elasticidades preço. Assim, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: A elasticidade preço da demanda de um bem ou serviço será tanto maior, quanto maior for número e a proximidade de seus substitutos.

==

É interessante observar que se duas curvas de demanda lineares passam pelo mesmo ponto no espaço economicamente válido, suas inclinações podem servir como indicador de suas elasticidades, de modo que a menos íngreme é a mais elástica (ou menos inelástica) e a mais íngreme é a menos elástica (ou mais inelástica). A razão disso é que a inclinação de uma curva é estabelecida pela relação entre as variações absolutas da quantidade e do preço (ou seja, $\partial x_d/\partial p$), enquanto que a elasticidade é medida pela relação entre as variações relativas (ou percentuais) da quantidade e do preço [ou seja,

$(\partial x_d/x_d)/(\partial p/p)$]. No entanto, se as curvas não passam pelo mesmo ponto (no quadrante economicamente válido), suas inclinações não podem ser consideradas como indicadores de suas elasticidades. A FIGURA 1.7.1 ajuda a esclarecer esse fato. Por ser menos íngreme (menor inclinação), a curva de demanda *D'* é mais elástica que a curva *D*. Essa comparação só foi possível porque as curvas de demanda passam por um ponto comum às mesmas.

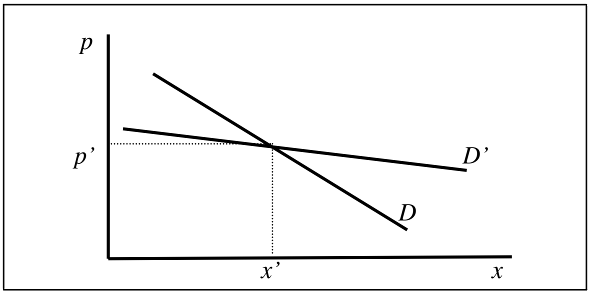


FIGURA 1.7.1: A INCLINAÇÃO DA CURVA DE DEMANDA E A SUA ELASTICIDADE

Ressalte-se que nem sempre é possível afirmar-se que uma curva de demanda com inclinação acentuada significa uma curva inelástica; assim como nem sempre se pode induzir que uma curva com inclinação suave redundaria em uma curva elástica. Conforme já mencionado, a inclinação de uma curva depende de variações absolutas de quantidade e preço, enquanto que a elasticidade depende de variações relativas. Um exemplo característico disso é a curva de demanda linear, a qual apresenta inclinação constante, mas diferentes elasticidades ao longo da curva. A FIGURA 1.7.2 ilustra o caso de uma demanda linear. Pode-se observar que à esquerda do ponto médio (onde o preço é elevado e a quantidade é reduzida) a demanda é elástica ($|\varepsilon_d| > 1$). Por outro lado, à direita do ponto médio (onde o preço é baixo e a quantidade é alta) a curva é inelástica ($|\varepsilon_d|<1$). Exatamente no ponto médio, a curva de demanda apresenta elasticidade unitária.

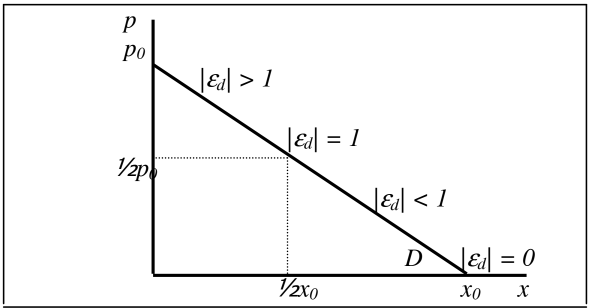


FIGURA 1.7.2: MEDIDAS DE ELASTICIDADE NA FUNÇÃO DE DEMANDA LINEAR

Os únicos casos em que a inclinação da curva de demanda pode ser utilizada como indicador da sua elasticidade são quando a demanda é horizontal (demanda infinitamente elástica, i.e., $|\varepsilon_d| = \infty$) ou quando ela é vertical (demanda completamente inelástica, i.e., $|\varepsilon_d| = 0$). Os painéis (a) e (b) da FIGURA 1.7.3 ilustram esses dois casos extremos.

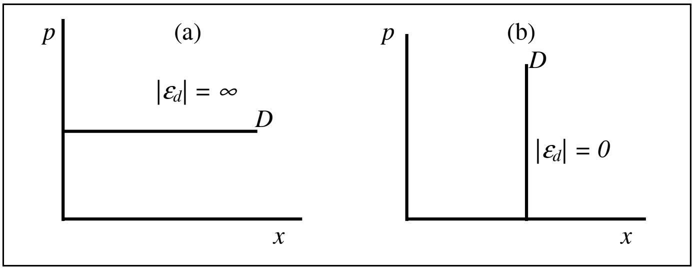


FIGURA 1.7.3: FUNÇÕES DE DEMANDA HORIZONTAL E VERTICAL

O segundo conceito mais importante associado à função de demanda é a elasticidade renda, a qual mede a sensibilidade da quantidade demandada de um bem ou serviço frente a variações na renda e pode ser definida da seguinte forma:

===

Definição: A <u>elasticidade renda</u>, denotada por η, é a relação entre a variação proporcional na quantidade demandada e a variação proporcional na renda, ou seja:

$$\eta = \frac{\partial x_d \ / \ x_d}{\partial M \ / \ M} = \frac{\partial x_d}{\partial M} \frac{M}{x_d}$$

onde ∂x_d e ∂M representam, respectivamente, as variações absolutas na quantidade demandada desse bem e na renda dos consumidores.

===

A título de exemplo, se um aumento de 5% na renda dos consumidores causar uma redução de 10% na quantidade demandada, então, a elasticidade renda será igual a $\eta = -10/5 = -2$. Por outro lado, se esse aumento de renda causasse um aumento de 5% na quantidade demandada, a elasticidade renda seria igual a $\eta = 1$. Do exposto, observa-se que a elasticidade renda tanto pode ser positiva quanto negativa.

Ao medir a sensibilidade da quantidade demandada de um bem ou serviço frente a variações na renda dos consumidores, a elasticidade renda pode ser utilizada para classificar os vários bens segundo o efeito de variações na renda sobre o consumo do bem em questão da seguinte forma:

===

Definição: **1.** Se a elasticidade renda é negativa (ou seja, $\eta < 0$), indicando que a variação no consumo é em sentido oposto à variação na renda, então o bem é dito <u>inferior</u>.

2. Se a elasticidade renda é positiva, o bem pode ser tanto <u>normal</u>, caso em que a elasticidade é inferior a unidade (ou seja, $0 < \eta < 1$), quanto <u>superior (ou de luxo)</u>, nesse caso a elasticidade é superior a unidade (ou seja, $\eta > 1$).

===

==

Questão 1.7.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *se a soma das elasticidades preço e renda da demanda de um bem é negativa, então um aumento na renda dos consumidores causaria uma redução na quantidade demandada desse bem.*

INCERTO

É certo que se um bem é inferior, então, um aumento de renda reduzirá a quantidade demandada desse bem. No entanto, o fato de $\varepsilon_d + \eta < 0$, não implica que $\eta < 0$, ou seja, que o bem seja inferior. É perfeitamente possível que $\eta > 0$ (bem normal ou superior) e ainda assim $\varepsilon_d + \eta < 0$. Para isso basta que $\varepsilon_d < -\eta$ ou $|\varepsilon_d| > \eta$, caso em que a assertiva seria errada.

Questão 1.7.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se as elasticidades renda e preço de um bem são respectivamente iguais a 0,25 e –1,0, então se pode afirmar que um desconto de 5% no seu preço ou um aumento de 20% na renda terão o mesmo efeito sobre a quantidade demandada desse bem.*

CERTO

A elasticidade preço é definida por $\varepsilon = (\partial x_d/x_d)/(\partial p/p)$, enquanto que a elasticidade renda por $\eta = (\partial x_d/x_d)/(\partial M/M)$. Assim, a variação na quantidade demandada, proveniente de uma redução de preço e um aumento de renda, podem ser, respectivamente, avaliadas da seguinte forma:

$$\partial x_d/x_d = \varepsilon(\partial p/p) = -1,0(-0,05) = 0,05 \text{ ou } 5\%$$
$$\partial x_d/x_d = \eta(\partial M/M) = 0,25(0,2) = 0,05 \text{ ou } 5\%$$

Portanto, uma redução de 5% no preço ou um aumento de 20% na renda causarão um aumento idêntico na quantidade demandada de 5%.

==

A sensibilidade da demanda de um bem frente a variações no preço de outro bem pode ser medida, de forma análoga, através da elasticidade preço cruzada, a qual é definida da seguinte forma:

==

Definição: A elasticidade preço cruzada, denotada por ε_P, é a relação entre a variação percentual na quantidade demandada e a variação percentual no preço de outro bem, ou seja:

$$\varepsilon_P = \frac{\partial x_d / x_d}{\partial P / P} = \frac{\partial x_d}{\partial P}\frac{P}{x_d}$$

onde ∂x_d e ∂P são, respectivamente, as variações absolutas na quantidade demandada desse bem e no preço de outro bem.

==

Ao avaliar a sensibilidade da quantidade demandada frente a variações no preço de outro bem, a elasticidade preço cruzada é utilizada para classificar os vários bens segundo o relacionamento destes com o bem em questão, da seguinte forma:

==

Definição: **1.** Se a elasticidade preço cruzada é negativa (ou seja, $\varepsilon_P < 0$), indicando que a variação no consumo do bem em questão é em sentido oposto à variação no preço do outro bem, então esses bens são <u>complementares brutos</u>.

2. Se a elasticidade preço cruzada é positiva (ou seja, $\varepsilon_P > 0$), indicando que a variação no consumo do bem em questão é no mesmo sentido da variação no preço do outro bem, então esses bens são <u>substitutos brutos</u>.

==

Análise semelhante pode ser feita em relação à função de oferta. A elasticidade preço da oferta mede a sensibilidade da curva de oferta de um bem ou serviço em resposta a variações no seu preço, e pode ser definida de forma análoga àquela relacionada à função de demanda, da seguinte forma:

==

Definição: A <u>elasticidade preço da oferta</u> é a relação entre a variação proporcional (ou percentual) na quantidade ofertada e a variação proporcional no seu preço. Especificando-se a função de oferta de um bem X por $x_s = S(p,w,z,...)$, então a elasticidade preço da oferta pode ser definida da seguinte forma:

$$\varepsilon_S = \frac{\partial x_S / x_S}{\partial p / p} = \frac{\partial x_S}{\partial p}\frac{p}{x_S}$$

onde ∂x_s e ∂p representam as variações absolutas na quantidade ofertada e no preço, respectivamente.

==

A elasticidade da oferta é, via de regra, positiva, significando dizer que a quantidade ofertada e o preço movem-se na mesma direção. A título de exemplo, se o preço do bem X aumenta 10% e a quantidade ofertada aumenta apenas 5%, então a elasticidade da oferta será igual a $\varepsilon_s = 0{,}5$. Por outro lado, se o aumento na quantidade ofertada fosse de 20%, então a elasticidade da oferta seria igual a $\varepsilon_s = 2{,}0$. Assim, quanto mais elástica for a curva de oferta, mais sensível é a quantidade ofertada à variações de preço, e vice-versa.

Por analogia, se duas curvas de oferta passam pelo mesmo ponto no quadrante de validade econômica, a curva menos inclinada é a mais elástica (ou menos inelástica), e vice-versa. No entanto, se as curvas não passam pelo mesmo ponto (no quadrante de significância econômica), suas inclinações não podem ser consideradas como indicadores de suas elasticidades. A FIGURA 1.7.4 ilustra o caso de oferta linear. Deve-se ressaltar que, se a curva de oferta forma um angulo de 45^o com o eixo horizontal (ou seja, $x' = p'$), que é o caso da curva S na FIGURA 1.7.4, então diz-se que a curva de oferta tem elasticidade unitária. No caso em que a curva de oferta forma, com o eixo horizontal, um ângulo maior que 45^o (caso específico da curva S' na mesma figura), então a oferta é dita inelástica. Por outro lado, se a curva forma um ângulo menor que 45^o (caso da curva S''), a oferta é dita elástica.

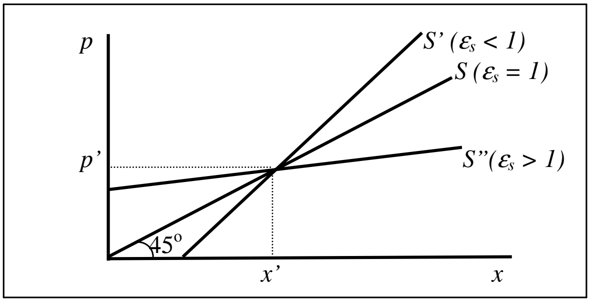


FIGURA 1.7.4: A INCLINAÇÃO DA CURVA DE OFERTA E A SUA ELASTICIDADE

É importante ressaltar que a curva de oferta tende a ser mais elástica no longo prazo, quando todos os insumos podem variar, relativamente ao curto prazo, período no qual pelo menos um dos insumos é fixo e não pode ser ajustado.[18] Tal aspecto será retomado na terceira parte desse livro, com a teoria da firma, quando será examinado com mais profundidade.

==

Exercício 1.7.1: *Suponha que o mercado do bem X apresenta quantidade e preço de equilíbrio iguais a $x^* = 5$ e $p^* = 2$, respectivamente.*

(i) Admitindo que as elasticidades preço da demanda e oferta sejam, respectivamente, $|\varepsilon_d| = 0,6$ e $\varepsilon_s = 1,2$, determine as funções lineares de demanda e oferta desse bem (ou seja, do tipo: $x_d = a - bp$ e $x_s = -c + dp$).

Tendo em vista que $|\varepsilon_d| = 0,6$ e $\varepsilon_s = 1,2$, então:

$$\varepsilon_d = -0,6 = (\partial x_d/\partial p)(p/x_d) \therefore \partial x_d/\partial p = -0,6(x_d/p)$$
$$\varepsilon_s = 1,2 = (\partial x_s/\partial p)(p/x_s) \therefore \partial x_s/\partial p = 1,2(x_s/p)$$

Desde que $\partial x_d/\partial p = -b$ e $\partial x_s/\partial p = d$, então, no ponto de equilíbrio:

$$b = -(\partial x_d/\partial p) = 0,6(5/2) = 1,5$$
$$d = \partial x_s/\partial p = 1,2(5/2) = 3$$

Para determinar os interceptos (coeficientes lineares) dessas duas funções de demanda linear, recorre-se ao ponto de equilíbrio, onde $x_d = x_s = x^*$, de modo que:

$$x^* = a - bp^*$$
$$x^* = -c + dp^*$$

Da primeira equação resulta $a = 8$ e da segunda $c = 1$. Portanto, as equações de demanda e oferta são, respectivamente:

[18] Alfred Marshall classificou a possibilidade de ajuste da oferta em três períodos distintos de tempo: (i) curtíssimo prazo, quando a oferta é fixa, (ii) curto prazo, quando alguns insumos são fixos, e (iii) longo prazo, quando as firmas podem fazer variar todos os seus insumos.

$$x_d = 8 - 1{,}5p$$
$$x_s = -1 + 3p$$

(ii) Suponha agora que a função de demanda seja tipo $x_d = a - bp + eM$, onde M é a renda e a, b e e são parâmetros, todos positivos. Se a renda for igual a um (ou seja, M = 1) e a elasticidade renda for igual a $\eta = 0{,}8$, determine a nova função de demanda.

Da elasticidade renda $\eta = (\partial x_d/\partial M)(M/x_d)$, resulta:

$$\partial x_d/\partial M = \eta(x_d/M) = 0{,}8\ (5/1) = 4$$

Isso implica que $e = \partial x_d/\partial M = 4$. O novo parâmetro a pode ser obtido a partir do ponto de equilíbrio, ou seja:

$$x^* = a - bp^* + eM$$

donde resulta, $a = 4$. Portanto, a nova função de demanda será:

$$x_d = 4 - 1{,}5p + 4M$$

(iii) Se houver um aumento de 56,25% na renda da comunidade, qual será o novo ponto de equilíbrio? (Tome a função de demanda do item (ii))

Se houver um aumento de renda de *56,25%,* então a renda aumentará de $M_0 = 1$ para $M_1 = 1{,}5625$, de modo que a função de demanda será:

$$x_d = 4 - 1{,}5p + 4(1{,}5625) = 10{,}25 - 1{,}5p$$

No equilíbrio ($x_d = x_s = x^{**}$), tem-se que:

$$\begin{cases} x^{**} = 10{,}25 - 1{,}5p \\ x^{**} = -1 + 3p \end{cases}$$

cuja solução é $p^{**} = 2{,}5$ e $x^{**} = 6{,}5$.

==

CAPÍTULO 2: INTERFERÊNCIAS NO EQUILÍBRIO DE MERCADO

2.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Além de prover a sociedade com bens públicos, o papel do governo em um sistema econômico de livre iniciativa é dar segurança a sociedade, estabelecer a ordem pública, garantir que se cumpram os contratos, regulamentar os mercados e corrigir possíveis distorções de preços, protegendo o consumidor contra práticas de mercado abusivas. No entanto, nem todos os governos cumprem esse papel e se comportam de forma não apropriada, deixando de prover bens e serviços típicos de governo e produzindo ineficientemente outros que deveriam ser produzidos pela iniciativa privada, bem como interferindo exageradamente nos mercados.

A forma mais comum de o governo interferir nos mercados é através da cobrança de impostos, principal fonte de financiamento da máquina governamental. No entanto, determinadas políticas do governo são usadas para deslocar o equilíbrio de mercado de um ponto para outro. Por exemplo, a cobrança de um imposto e a concessão de um subsídio alteram a posição de equilíbrio de mercado, criando uma distorção entre o preço pago pelos consumidores e o preço recebido pelos produtores. Costuma-se alegar que processos inflacionários ou deflacionários podem ser corrigidos com políticas de preços máximo ou mínimo, a depender do caso. No entanto, a adoção de tais políticas de preços, como forma de controlar os processos inflacionários ou deflacionários, tem se mostrado ineficaz em todos os países. O exemplo brasileiro de controle inflacionário por meio de políticas de controle de preços (preço máximo) ou mesmo através de congelamentos de preços, deixa claro que o efeito final dessas políticas é o aparecimento de uma série de distorções nos preços relativos da economia, sem nenhum efeito duradouro sobre o processo inflacionário, exceto no curtíssimo prazo, onde as pressões inflacionárias são represadas. Além do mais, restrições quantitativas, tais como quotas e racionamento, são exemplos de como o poder público pode também interferir no funcionamento dos mercados.

Analisam-se a seguir algumas formas de interferência no equilíbrio de mercado, quer seja através do próprio mecanismo de preço ou via restrições quantitativas.

2.2 IMPOSTOS

A FIGURA 2.2.1 ilustra o caso de um imposto específico no valor de R$ T por unidade produzida e vendida do bem X[19]. A introdução desse imposto cria uma divergência entre o preço pago pelos consumidores e o preço recebido pelos produtores. Isto é, além de haver uma redução no volume de transações no mercado, o imposto cria uma distorção, de modo que passam a existir dois preços de equilíbrio, em vez de apenas um. Em outras palavras, esse imposto cria uma cunha entre o preço de demanda (preço pago pelos consumidores) e o preço de oferta (preço recebido pelos produtores), cuja diferença é exatamente o valor do imposto T.

A incorporação de um imposto específico incidindo sobre os produtores, pode ser interpretada na FIGURA 2.2.1 como um deslocamento da curva de oferta S para a posição S' pelo exato valor do imposto, ou seja, por T. A nova curva de oferta S' mostra o quanto os produtores estão dispostos a ofertar ao preço líquido $p_s = p_d - T$. Com o imposto, o novo ponto de equilíbrio é determinado pela interseção entre essa nova curva de oferta e a curva de demanda (ponto E' na mesma figura). Em conseqüência desse imposto, o preço pago pelos consumidores aumenta de p^* para p_d^*; o preço recebido pelos produtores cai de p^* para p_s^* – com a diferença $T = p_d^* - p_s^*$ sendo drenado para o governo (receita do governo); e a quantidade de equilíbrio reduz-se para x^{**}.

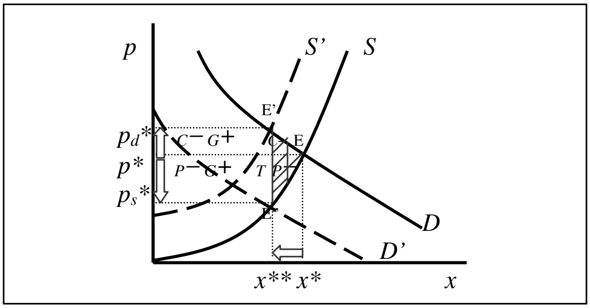


FIGURA 2.2.1: O CASO DE UM IMPOSTO

Alternativamente, a incorporação de um imposto específico incidindo agora sobre os consumidores pode ser interpretada como um deslocamento da curva de demanda para a posição D', pelo exato valor do imposto (veja FIGURA 2.2.1). Essa nova curva de demanda D', mostra, para cada preço de mercado $p_d = p_s + T$, a respectiva quantidade desse bem que os consumidores estariam dispostos a demandar. Nesse caso específico, o equilíbrio após a imposição desse gravame se desloca para o ponto E”. Esse ponto é determinado pela interseção da nova curva de demanda, D', e a curva de oferta S.

[19] Esse gravame é também conhecido de imposto sobre a quantidade, o qual difere do imposto sobre o valor (*ad valorem*) e é expresso por um percentual sobre o preço do produto.

Em conseqüência, o preço recebido pelos produtores cai de p^* para p_s^*; o preço pago pelos consumidores aumenta de p^* para p_d^*; e a quantidade transacionada reduz-se para x^{**}.

Embora o ajustamento do imposto incidindo sobre os consumidores tenha se mostrado diferente daquele incidindo sobre os produtores, o efeito final, conforme será visto a seguir, é o mesmo, podendo-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Não importa se o imposto incide sobre os produtores (deslocamento da curva de oferta) ou sobre os consumidores (deslocamento da curva de demanda), o efeito final é o mesmo, ou seja, aumento do preço pago pelos consumidores, $p_d^* > p^*$; redução do preço recebido pelos produtores $p_s^* < p^*$; e diminuição do nível de transações $x^{**} < x^*$.

==

A introdução desse gravame traz consigo um custo social, tendo em vista que o imposto reduz tanto o excedente do consumidor (redução essa representada na FIGURA 2.2.1 pela área $p^*p_d^*$E'E e indicada por C^-), quanto o excedente do produtor (representada na mesma figura pela área $p^*p_s^*$E''E e indicada por P^-). A introdução do imposto, por outro lado, traz também um ganho para a sociedade, pois há um aumento da arrecadação do governo (ganho esse representado na referida figura pelas duas áreas retangulares indicadas por G^+). No entanto, o custo social do imposto supera o ganho auferido pela sociedade (receita do governo), o que implica uma perda líquida para a sociedade. Essa perda, também denominada de peso morto do imposto, está sendo representada na FIGURA 2.2.1 pelas duas áreas triangulares hachuradas e indicadas por C^- e P^-. O peso morto se dá porque o governo não consegue se apropriar integralmente desses excedentes perdidos.

Embora cada unidade monetária de imposto arrecadada cause um custo social líquido para a comunidade, a cobrança de impostos é inevitável, tendo em vista que a máquina do governo precisa ser financiada. Existem tributos menos distorcivos que outros, bem como formas mais apropriadas de implementar tais tributos. A questão que se levanta é, então, saber quais os tributos a serem escolhidos e como implementar os vários tributos de modo a causar o menor impacto negativo na economia. Esse é um assunto a ser estudado no campo das finanças públicas. Obviamente que quanto menor for o tamanho do governo menor será a necessidade de recursos para financiá-lo.

No entanto, deve-se ressaltar que cada real gasto pelo governo gera um benefício social líquido para a comunidade. Obviamente que quanto mais adequadamente forem feitos os gastos de tais recursos e quanto maior for o alcance desse gasto (ao beneficiar uma parcela bastante significativa da população), tanto maior será o benefício social líquido. Nesse caso específico, o benefício social líquido do gasto superaria o custo social líquido de captação desses recursos, justificando assim a cobrança do imposto. Por outro lado, se os recursos arrecadados forem mal gastos, por exemplo, desviados através de corrupção, o benefício social líquido gerado com esses recursos será menor que o custo social líquido de captação desse imposto, não justificando, assim, a sua implementação e cobrança.

==

Questão 2.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um imposto específico de R$ T para a previdência social, quando incidindo sobre os empregados, causa um custo social maior do que se este imposto incidisse sobre os empregadores.*

ERRADO

Em condições normais de oferta e demanda não importa se o imposto incide sobre os empregados ou sobre os empregadores, pois o resultado final é o mesmo, ou seja, aumento do salário pago pelos empregadores e redução do salário recebido pelos empregados. Além do mais, esse imposto seria responsável pelo aparecimento de um "peso morto" (ou custo líquido) para a sociedade, causado pela redução do número de empregos na economia, o qual é representada na FIGURA 2.2.1 pela área triangular hachurada.

==

Ilustra-se, a seguir, a álgebra de equilíbrio de mercado na presença de um imposto no valor de R$ *T* por unidade produzida e vendida. Supõe-se inicialmente que o imposto incida sobre os consumidores (ou seja, que a demanda se desloca para a esquerda) e que as curvas de demanda e oferta sejam especificadas pelas seguintes funções:

$$x_d = D(p_d)$$
$$x_s = S(p_s)$$

O estabelecimento desse imposto cria um hiato entre o preço pago pelos consumidores p_d e o preço recebido pelos produtores p_s, de modo que pode-se escrever a seguinte equação de preços:

$$p_d = p_s + T$$

Essas três equações juntamente com a condição de equilíbrio, ou seja, $x_d = x_s = x^{**}$, formam um sistema de quatro equações e quatro incógnitas (x_d, x_s, p_d e p_s). Substituindo-se as duas últimas equações nas duas primeiras, tem-se um sistema de duas equações e duas incógnitas, ou seja:

$$\begin{cases} x^{**} = D(p_s+T) \\ x^{**} = S(p_s) \end{cases}$$

a partir do qual obtém-se o preço de oferta de equilíbrio p_s^* (ou seja, resolvendo-se a seguinte equação):

$$D(p_s+T) = S(p_s)$$

Substituindo-se o preço de oferta de equilíbrio p_s^* em qualquer uma das duas equações, determina-se a quantidade de equilíbrio, x^{**}. Finalmente, substituindo-se p_s^* na equação de preços encontra-se o preço de demanda de equilíbrio p_d^*.

A solução acima foi obtida supondo-se que o imposto incidia sobre os consumidores, de modo que a curva de demanda se deslocava para baixo e para a esquerda. No entanto, se o imposto incidisse sobre os produtores, seria a curva de oferta que se deslocaria para cima e para a esquerda, de modo que a equação de preços seria expressa da seguinte forma:

$$p_s = p_d - T$$

Substituindo-se o preço de oferta pela sua expressão em termos do preço de demanda na curva de oferta e introduzindo-se a condição de equilíbrio, obtém-se o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} x^{**} = D(p_d) \\ x^{**} = S(p_d - T) \end{cases}$$

o qual permite chegar ao preço de demanda de equilíbrio p_d*, após resolver-se a seguinte equação:

$$D(p_d) = S(p_d - T)$$

O preço encontrado será exatamente igual ao preço obtido anteriormente e, nesse caso, a quantidade de equilíbrio x^{**} será também idêntica àquela obtida anteriormente (mediante cálculo elaborado de forma análoga, ou seja, substituindo-se p_d^* na função de demanda ou na curva de oferta). O preço de oferta de equilíbrio p_s^* também seria obtido de forma análoga. Esses resultados demonstram, uma vez mais, que não importa se o imposto incide sobre os consumidores ou sobre os produtores, pois o efeito final é sempre o mesmo, ou seja, redução do volume de transações no mercado, aumento do preço pago pelos consumidores, assim como redução do preço recebido pelos produtores.

Uma forma simples de ilustrar a álgebra do equilíbrio de mercado na presença de um imposto é admitir as seguintes curvas de demanda e oferta lineares:

$$x_d = a - bp_d$$
$$x_s = -c + dp_s$$

Substituindo-se a equação de preços $p_d = p_s + T$ na curva de demanda e introduzindo-se a condição de equilíbrio de mercado (ou seja, $x_d = x_s = x^{**}$), obtém-se o preço de oferta de equilíbrio p_s^*, o qual é caracteristicamente menor que o preço p^* de equilíbrio em um mercado livre sem imposto, visto que:

$$p_s^* = (a + c - bT)/(b + d) < p^*$$

O preço de demanda de equilíbrio p_d^* é obtido substituindo-se o preço de oferta de equilíbrio p_s^* na equação de preços, donde resulta:

$$p_d^* = (a + c + dT)/(b + d) > p^*$$

o qual é estritamente maior que o preço de equilíbrio em um mercado sem nenhuma interferência do governo. Finalmente, substituindo-se qualquer um desses preços nas respectivas equações de oferta ou demanda, obtém-se o nível de transação de equilíbrio:

$$x^{**} = (ad - bc - bdT)/(b + d) < x^*$$

o qual é estritamente menor que o nível de equilíbrio x^* obtido em um mercado sem interferência.

==

Exercício 2.2.1: *Suponha as seguintes funções (inversas) de demanda e oferta do bem x:*

$$p = 300 - x_d$$
$$p = 80 + 3x_s$$

(i) Determine o preço e a quantidade de equilíbrio nesse mercado.

As funções de demanda e oferta acima podem ser reescritas da seguinte forma:

$$x_d = 300 - p$$
$$x_s = -(80/3) + (1/3)p$$

No equilíbrio, a quantidade demandada será igual à quantidade ofertada, ou seja: $x_d = x_s = x^*$. Assim, resolvendo-se o sistema resultante, obtém-se a seguinte solução $p^* = 245$ e $x^* = 55$.

(ii) Suponha agora que o governo decida cobrar dos consumidores um imposto específico de R$ 40 por unidade vendida. Determine os novos preços e a quantidade de equilíbrio.

Com o imposto, o preço de demanda p_d difere do preço de oferta p_s, de modo que o novo sistema contém agora três equações:

$$x_d = 300 - p_d$$
$$x_s = -(80/3) + (1/3)p_s$$
$$p_d = p_s + 40$$

No novo equilíbrio $x_d = x_s = x'$, de modo que a nova solução é $p_s^* = 215$, $p_d^* = 255$ e $x' = 45$.

(iii) Quantifique o ganho e a perda desse imposto sob o ponto de vista social.

A FIGURA 2.2.1 ilustra a avaliação de quem ganha e quem perde com o imposto. Nessa figura, o retângulo superior representa a transferência de renda dos consumidores para o governo. A perda dos consumidores é representada por C^-, enquanto que o ganho do governo é indicado por G^+, ou seja:

$$G^+ = C^- = (255 - 245)(45) = 450$$

O retângulo inferior é também uma transferência de renda dos produtores para o governo. A perda dos produtores é representada na mesma figura por P^-:

$$G^+ = P^- = (245 - 215)(45) = 1.350$$

Assim, a receita do governo será:

$$R = 450 + 1.350 = 1.800$$

A área triangular hachurada na já mencionada FIGURA 2.2.1 representa a perda líquida para a sociedade (peso morto) causada pelo imposto, ou seja:

$$Peso\ Morto = ½(40x10) = 200$$

(iv) Suponha agora que o governo resolva cobrar esse mesmo imposto dos produtores. Como suas respostas em (ii) e (iii) mudariam?

Não haverá mudança alguma, visto que não importa se o imposto é cobrado dos consumidores ou dos produtores, pois o resultado final será o mesmo: redução do preço recebido pelos produtores, aumento do preço pago pelos consumidores e redução do volume de transações nesse mercado.

==

Um ponto interessante associado à implementação de um imposto é a questão da incidência do mesmo sobre os consumidores e os produtores. Essa questão será analisada a seguir.

Quando confrontados com a introdução de um novo imposto ou até mesmo com aumentos de impostos já existentes, os empresários costumam pressionar o governo com ameaças de repassar integralmente esse imposto aos consumidores. No entanto, essas ameaças são, via de regra, vazias e não se concretizam. A razão é que, em condições normais de demanda e oferta, o ônus do imposto é dividido entre produtores e consumidores, de modo que os produtores só conseguem repassar aos consumidores uma parte do imposto (ou seja, $p_d - p^* < T$). Isso significa que a outra parte desse imposto (isto é, a parcela $p^* - p_s$) não é passível de repasse, de modo que são os próprios produtores que arcam com o ônus. Apenas em dois casos especiais é que as ameaças dos empresários se confirmariam, de modo que se pode estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Quando a curva de oferta for horizontal (infinitamente elástica) e a curva de demanda for vertical (completamente inelástica), os produtores conseguirão repassar todo o imposto para os consumidores.

==

Apenas nesses dois casos extremos é que todo o ônus do imposto acaba sendo absorvido pelos consumidores. Os painéis (a) e (b) da FIGURA 2.2.2 ilustram esses dois casos especiais. Embora os preços de oferta não tenham sido alterados nos dois casos, no painel (a) há uma perda de receita para os produtores, tendo em vista que há uma redução na quantidade de equilíbrio.

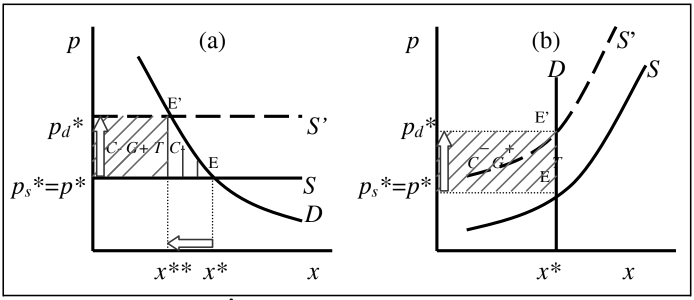


FIGURA 2.2.2: CASOS DE INCIDÊNCIA TOTAL DO IMPOSTO SOBRE OS CONSUMIDORES

Por outro lado, é perfeitamente possível que os produtores não consigam repassar nada do imposto aos consumidores, absorvendo todo o ônus decorrente desta obrigação fiscal. Esse fato acontece apenas em condições especiais de demanda e oferta, de modo que se pode estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Quando a demanda for horizontal (infinitamente elástica) e a oferta for vertical (completamente inelástica), todo o ônus do imposto será absorvido pelos próprios produtores.

==

Nesses dois casos extremos, os produtores não conseguem repassar absolutamente nada desse imposto para os consumidores. Os painéis (a) e (b) da FIGURA 2.2.3 ilustram esses dois casos.

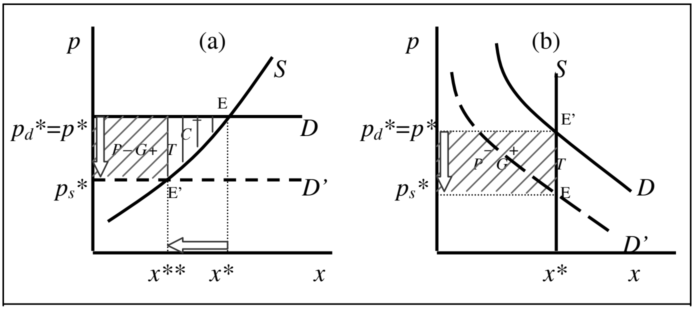


FIGURA 2.2.3: CASOS DE INCIDÊNCIA TOTAL DO IMPOSTO SOBRE OS PRODUTORES

Em geral, a incidência do imposto depende das elasticidades (preço) de demanda e oferta, de modo que se pode estabelecer os seguintes resultados:

==

Resultado: **1.** Quanto mais elástica for a curva de demanda e menos elástica for a curva de oferta, *ceteris paribus*, tanto menor será o preço pago pelos consumidores e, portanto, menor será a incidência do imposto sobre os consumidores.

2. Quanto menor for a elasticidade de demanda e maior a elasticidade de oferta, tudo o mais mantido constante, tanto maior será o preço recebido pelos produtores e, portanto, menor será a incidência do imposto para os produtores.

==

O primeiro resultado pode ser visualizado na FIGURA 2.2.4. O painel (a) dessa figura mostra que a incidência de um dado imposto *T* para o consumidor é menor quanto mais elástica for a curva de demanda (curva *D'*), relativamente ao caso em que a demanda é menos elástica (curva *D* na mesma figura). As incidências do imposto para os consumidores nesses dois casos estão representadas no painel (a) da FIGURA 2.2.4 pelas áreas hachuradas. No caso em que a demanda é mais elástica, a incidência está representada pela área hachurada para a direita, enquanto que a área hachurada para a esquerda representa a incidência do imposto quando a demanda é menos elástica. O painel (b) dessa figura mostra que, para um dado imposto *T*, a incidência do imposto para os consumidores é maior quanto mais elástica for a curva de oferta (curva S' nessa figura), relativamente à curva de oferta menos elástica (curva *S*).

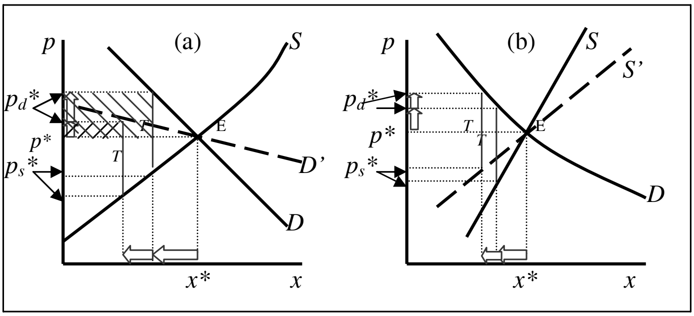


FIGURA 2.2.4: ELASTICIDADES DA OFERTA E DA DEMANDA E A INCIDÊNCIA DO IMPOSTO

==

Questão 2.2.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um imposto de R$ T por unidade de produto produzido e vendido incidindo sobre os produtores será integralmente repassado aos consumidores, uma vez que os produtores têm o poder de remarcar seus preços pelo exato valor do imposto.*

INCERTO

Se a curva de oferta fosse completamente inelástica (isto é, vertical) e a demanda fosse infinitamente elástica, a assertiva estaria errada, visto que os produtores não conseguiriam repassar nada do imposto para os consumidores. Nesse caso, todo o imposto seria arcado pelos próprios produtores. Em condições normais de oferta e demanda, os produtores não conseguem repassar integralmente o imposto para os consumidores, de modo que parte do imposto seria absorvida pelos próprios produtores. Por outro lado, se a curva de oferta fosse infinitamente elástica e a curva de demanda fosse completamente inelástica, a assertiva estaria certa, pois, neste caso, todo o imposto seria repassado para os consumidores.

==

A receita do governo com o imposto pode ser maior ou menor, a depender da magnitude das elasticidades (preço) da demanda e oferta. A esse respeito, se pode estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Para um dado imposto, quanto mais elásticas forem as curvas de demanda e oferta, menor será a receita que o governo poderá auferir com o imposto.

==

A explicação para esse fato é que, quanto mais elásticas forem as curvas, maior será a redução nas transações nesse mercado, ou seja, menor será a quantidade de equilíbrio após o imposto e, portanto, menor seria a receita do governo. Esse fato pode ser comprovado através da FIGURA 2.2.5, na qual as curvas *D'* e *S'* são mais elásticas que as curvas *D* e *S*. Uma inspeção dessa figura revela que, para um dado imposto *T*, a receita do governo é menor quando as curvas de demanda e oferta são mais elásticas (área hachurada para a direita), relativamente ao caso em que elas são menos elásticas (área hachurada total). Essa figura revela que quando as curvas de demanda e oferta são mais elásticas, a redução no volume de transações após o imposto é, de fato, maior.

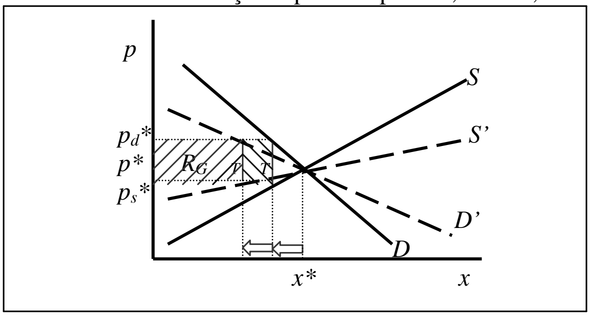


FIGURA 2.2.5: ELASTICIDADES DA OFERTA E DEMANDA E A RECEITA DO IMPOSTO

Resultado análogo ao encontrado para a receita do governo pode ser também estabelecido para o custo social líquido do imposto:

==

Resultado: Para um dado imposto, quanto mais elásticas forem as curvas de demanda e oferta, maior será o custo social líquido do imposto para a comunidade.

==

O custo social líquido está diretamente associado à capacidade dos agentes econômicos afetados fugirem do imposto. Assim, com curvas de oferta e demanda mais elásticas, maior é a capacidade dos agentes fugirem do imposto, de modo que maior seria a redução no nível de transações nesse mercado e, portanto, maior seria o custo social líquido. Esse fato pode ser visualizado na referida FIGURA 2.2.5, na qual pode-se perceber que a área triangular representativa do custo social líquido é tanto maior quanto mais elásticas forem as curvas de demanda e oferta.

==

Questão 2.2.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO). *Suponha que o preço e a quantidade de equilíbrio sejam os mesmos para camisas vermelhas e diárias de motel. Se o governo necessita arrecadar um certo volume de recursos, então seria melhor, sob o ponto de vista de eficiência alocativa, tributar camisas vermelhas do que quartos de motel.*

ERRADO
A curva de oferta de quartos de motel é bastante inelástica (no caso extremo é vertical), de modo que o custo social de um imposto em quartos de motel é bastante pequeno (no caso extremo é zero), uma vez que os consumidores não têm muitos substitutos por quartos de motel. Nesse caso o imposto incide quase que totalmente sobre os proprietários de quartos de motel, corroendo suas "rendas" (ou quase rendas) econômicas, uma vez que os proprietários não têm muitas alternativas para fugir do imposto. Por outro lado, a curva de oferta de camisas vermelhas é bastante elástica, de modo que o custo social de um imposto que garanta um certo volume de recursos para o governo é bastante alto, uma vez que os consumidores podem perfeitamente substituir camisas vermelhas por camisas de outras cores.

==

==

Exercício 2.2.2: *Suponha as seguintes curvas de demanda e oferta de um bem x:*

$$x_d = 300 - 3p$$
$$x_s = -20 + 5p$$

(i) Determine o preço e a quantidade de equilíbrio nesse mercado.

No equilíbrio, $x_d = x_s = x^*$. Assim, igualando-se a quantidade demandada à quantidade ofertada e resolvendo-se o sistema resultante, obtêm-se: $p^* = 40$ e $x^* = 180$.

(ii) Suponha agora que o governo decida cobrar um imposto específico de R\$ T por unidade produzida e vendida. Qual é o valor do imposto que

maximiza a receita do governo? Quais são os novos preços e a quantidade de equilíbrio?

Na presença de um imposto surgem dois preços, ou seja, o preço de demanda p_d e o preço de oferta p_s, de modo que o novo sistema é agora composto de três equações:

$$x_d = 300 - 3p_d$$
$$x_s = -20 + 5p_s$$
$$p_d = p_s + T$$

Substituindo-se a terceira equação na primeira e impondo-se a nova condição de equilíbrio, $x_d = x_s = x^{**}$, resulta:

$$x^{**} = 300 - 3p_s - 3T$$
$$x^{**} = -20 + 5p_s$$

Resolvendo-se o sistema de equações para p_s, obtém-se a seguinte equação:

$$T = 96 - (8/15)x^{**}$$

Denotando-se a receita do governo por R, a qual é definida por:

$$R = Tx^{**} = 96x^{**} - (8/15)x^{**2}$$

e maximizando-a em relação a x^{**}, obtém-se a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$dR/dx^{**} = 96 - (16/15)x^{**} = 0$$

donde resulta $x^{**} = 90$. Assim, o imposto que maximiza a receita do governo será:

$$T^* = 96 - (8/15)(90) = 48$$

Os novos preços de equilíbrio são $p_s^* = 22$ e $p_d^* = 70$.

==

Uma questão interessante associada à imposição de um imposto seria saber até que ponto a álgebra do equilíbrio de mercado mudaria se, em vez de considerar um imposto específico de R$ T por unidade produzida e vendida (conforme foi feito até então), fosse considerado um imposto *ad valorem* de $t\%$ sobre o valor recebido pelos produtores. Neste caso específico, a equação de preços seria estabelecida da seguinte forma:

$$p_d = p_s(1+t)$$

sendo que t representa a alíquota do imposto. A FIGURA 2.2.6 ilustra o novo equilíbrio após a introdução de um imposto *ad valorem* (ponto E' na já mencionada figura). É importante ressaltar que a imposição do imposto sobre o valor faz com que a curva de oferta sofra uma rotação a partir do seu intercepto (deslocamento proporcional), diferentemente do deslocamento paralelo sofrido pela curva de oferta com o imposto específico de R$ T por unidade produzida e vendida.

Continuando a admitir curvas de demanda e oferta lineares, o equilíbrio de mercado com o imposto *ad valorem* pode ser obtido de forma análoga, resolvendo-se o seguinte sistema de quatro equações e quatro incógnitas:

$$x_d = a - bp_d$$
$$x_s = -c + dp_s$$
$$p_d = p_s(1+t)$$
$$x_d = x_s = x^{**}$$

Substituindo as duas últimas equações nas duas primeiras, o mencionado sistema pode ser reduzido a um sistema de duas equações e duas incógnitas, ou seja:

$$x^{**} = a - b(1+t)p_s$$
$$x^{**} = -c + dp_s$$

Donde obtém-se: $p_s^* = (a + c)/[b(1+t) + d]$. Substituindo essa expressão na equação de preço, tem-se: $p_d^* = [(a + c)(1+t)]/[b(1+t) + d]$. Finalmente, substituindo qualquer um desses dois preços nas equações acima, resulta a quantidade de equilíbrio: $x^{**} = (ad - bc)/[b(1+t) + d]$.

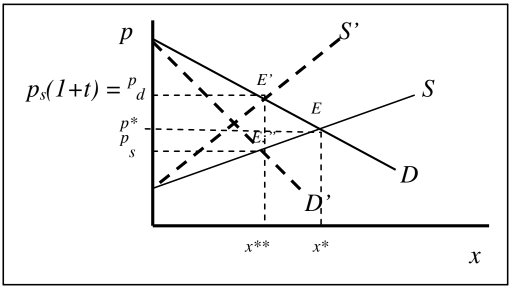


FIGURA 2.2.6: IMPOSTO *AD VALOREM* DE *t%*

Alternativamente, se o imposto de *t%* incidisse sobre o valor pago pelos consumidores, a curva de demanda sofreria uma rotação para a posição *D'* (veja FIGURA 2.2.6). Nesse caso específico, o equilíbrio se deslocaria para o ponto E", o qual seria determinado pela interseção da nova curva de demanda *D'* com a curva de oferta *S*. Em conseqüência, o preço recebido pelos produtores cairia de p^* para $p_s^* = p_d^*/(1+t)$; o preço pago pelos consumidores aumentaria de p^* para p_d^*; e a quantidade transacionada seria reduzida para x^{**}. Portanto, embora o ajustamento do imposto *ad valorem* incidindo sobre o valor pago pelos consumidores tenha se mostrado diferente daquele incidindo sobre o valor recebido pelos produtores, o resultado final é exatamente o mesmo.

2.3 SUBSÍDIOS

O subsídio é outra forma de o governo interferir no equilíbrio de mercado. Do mesmo modo que o imposto cria uma distorção no mercado através do aparecimento de dois preços de equilíbrio, a aplicação de um subsídio também causa uma distorção semelhante nos preços, mas de sentido oposto. Especificamente, o subsídio reduz o preço pago pelos consumidores e aumenta o preço recebido pelos produtores. A diferença entre esses dois preços é exatamente igual ao valor do subsídio.

Na análise que se segue, supõe-se que o governo decida introduzir um subsídio de R$ s por unidade produzida e vendida de um bem X. A questão é saber como esse subsídio afeta o equilíbrio do mercado. A FIGURA 2.3.1 ilustra esse caso. Em condições normais de oferta e demanda, o subsídio desloca as curvas de oferta ou demanda para a direita, de modo que o novo equilíbrio se dá no ponto E' ou no ponto E'', a depender de se o deslocamento é da demanda ou da oferta, respectivamente. No caso de um subsídio, observa-se que os deslocamentos das curvas se processam em direção oposta aos deslocamentos verificados no caso de um imposto. Em conseqüência, o preço pago pelos consumidores se reduz de p^* para p_d^*; o preço recebido pelos produtores aumenta de p^* para p_s^*; e a quantidade de equilíbrio sofre um acréscimo de x^* para x^{**}. Isso significa que, em condições normais de demanda e oferta, o benefício de um subsídio é repartido entre produtores e consumidores. Assim, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: O subsídio pode ser interpretado como um imposto de sinal negativo (ou seja, $s = -T$), de modo que os seus efeitos sobre o equilíbrio de mercado são análogos, mas não iguais, principalmente pela distorção inversa que ele cria entre o preço pago pelos consumidores e o preço recebido pelos produtores, ou seja, $p_s^* > p^* > p_d^*$.

==

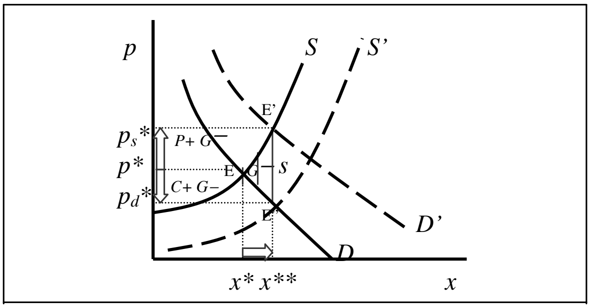


FIGURA 2.3.1: O CASO DE UM SUBSÍDIO

A introdução de um subsídio traz consigo um custo social líquido para a sociedade, tendo em vista que os acréscimos obtidos nos excedentes do produtor e consumidor, quando analisados conjuntamente, são menores que o gasto do governo com tal subsídio. O aumento nos excedentes do consumidor e produtor estão representados na FIGURA 2.3.1 pelas áreas $p^*p_s^*$E'E e $p^*p_d^*$E''E e indicadas por $P+$ e $C+$, respectivamente, enquanto que o gasto do governo pela área retangular $p_s^*E'E''p_d^*$, o qual corresponde às áreas indicadas nessa figura por G^-. O custo social líquido está representado na FIGURA 2.3.1 pela área triangular hachurada e indicada por G^-. Esse custo social líquido se dá porque os produtores e consumidores não conseguem se apropriar integralmente da transferência governamental.

O custo social líquido de um subsídio depende das elasticidades de demanda e oferta, podendo-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Para um dado subsídio s, quanto mais elásticas forem as curvas de demanda e oferta tanto maior será o custo que o governo terá que arcar com o subsídio e, portanto, maior o custo social líquido.

==

A explicação para isso é que, quanto mais elásticas forem as curvas de demanda e oferta, maior será a quantidade de equilíbrio após a aplicação do subsídio e, conseqüentemente, maior é o volume de recursos que o governo terá que desembolsar. A FIGURA 2.3.2 ilustra o custo de um subsídio para duas situações distintas em termos de elasticidade e representadas pelas áreas hachuradas na horizontal e vertical. No caso das curvas de oferta e demanda menos elásticas (S e D), o custo social líquido do subsídio (representado nessa figura pela área triangular hachurada na vertical) é menor do que no caso de curvas mais elásticas (S' e D'). Isso fica claro ao comparar-se, na FIGURA 2.3.2, a área triangular hachurada na vertical (custo social com demanda e oferta menos elásticas) com área hachurada na horizontal (demanda e oferta mais elásticas).

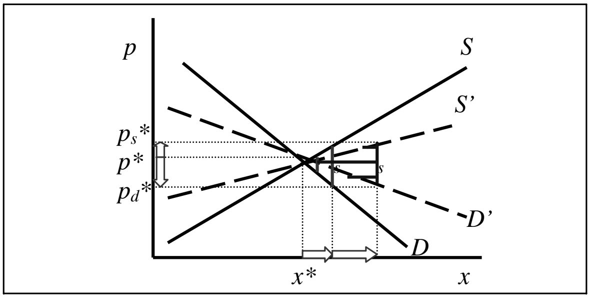


FIGURA 2.3.2: AS ELASTICIDADES DA OFERTA E DEMANDA E O CUSTO DO SUBSÍDIO

==

Questão 2.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O subsídio ao bem elástico gera para os cofres públicos um gasto maior que o subsídio ao bem inelástico.*

CERTO

Quanto mais elástica for a demanda, maior será a expansão das transações nesse mercado devido ao subsídio, de modo que, mais custoso será o subsídio para os cofres públicos. A FIGURA 2.3.2 ilustra esse fato e mostra que o gasto do governo com funções de demanda e oferta mais elásticas (D' e S') é maior do que o gasto com as funções de demanda e oferta menos elástica (D e S).

==

Esse fato pode ser também visualizado nos painéis (a) e (b) da FIGURA 2.3.3. O painel (a) dessa figura mostra que a absorção do subsídio por parte do consumidor é tanto menor quanto mais elástica for a curva de demanda. As absorções do subsídio por parte dos consumidores com demandas mais e menos elásticas (curvas D' e D, respectivamente) estão sendo representadas no painel (a) dessa figura pelas áreas hachuradas. Especificamente, a absorção do subsídio no caso em que a demanda é mais elástica está representada pela área hachurada para a direita, enquanto que a área hachurada para a esquerda representa a absorção no caso em que a demanda é menos elástica. O painel (b) da FIGURA 2.3.3 mostra que quanto mais elástica for a curva de oferta, menor será a absorção do subsídio pelos produtores. Para um dado subsídio *s*, pode-se observar que a absorção do subsídio por parte dos produtores com oferta mais elástica (curva *S'* nessa figura) é menor do que quando esta é menos elástica (curva *S* na mesma figura).

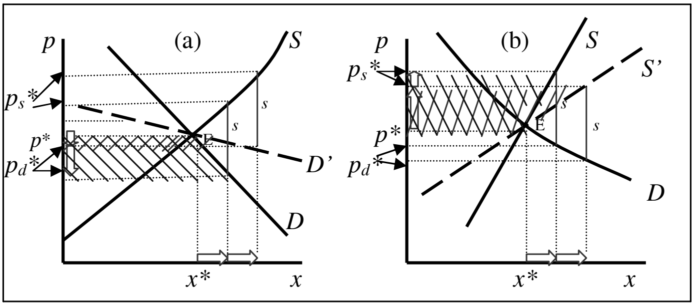


FIGURA 2.3.3: ELASTICIDADES DA OFERTA E DEMANDA E A INCIDÊNCIA DO SUBSÍDIO

Objetivando ilustrar a álgebra de equilíbrio de mercado na presença de um subsídio de R\$ *s* por unidade produzida e vendida, incidindo inicialmente sobre os produtores, supõe-se que as curvas de demanda e oferta sejam estabelecidas pelas seguintes funções:

$$x_d = D(p_d)$$
$$x_s = S(p_s)$$

Conforme avançado anteriormente, a álgebra do equilíbrio de mercado na presença de um subsídio é semelhante ao caso de um imposto (com sinal trocado), diferenciado pelo hiato característico que o subsídio causa entre o preço recebido pelos produtores e o preço pago pelos consumidores, ou seja:

$$s = p_s - p_d$$

Essas três equações mais a condição de equilíbrio, $x_d = x_s = x^{**}$, formam um sistema de quatro equações e quatro incógnitas (x_d, x_s, p_d e p_s). Substituindo-se as duas últimas equações nas duas primeiras, obtém-se o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} x^{**} = D(p_d) \\ x^{**} = S(p_d + s) \end{cases}$$

a partir do qual obtém-se o preço de demanda de equilíbrio p_d*, ao resolver-se a seguinte equação:

$$D(p_d) = S(p_d + s)$$

Substituindo-se o preço de demanda de equilíbrio p_d* em qualquer uma das duas equações, determina-se a quantidade de equilíbrio x^{**}. Finalmente, substituindo-se p_d* na equação de preços, encontra-se o preço de oferta de equilíbrio p_s*.

No caso de o subsídio incidir sobre a demanda (deslocamento da curva de demanda para a direita), a solução seria dada pela seguinte equação:

$$D(p_s - s) = S(p_s)$$

da qual resultaria o mesmo preço de oferta de equilíbrio p_s*. Procedendo-se de forma análoga, pode-se obter o preço de demanda e a quantidade de equilíbrio (p_d* e x^{**}, respectivamente), níveis exatamente iguais àqueles obtidos quando o subsídio incidia sobre a oferta.

É importante ressaltar que a álgebra do equilíbrio de mercado de um subsídio *ad valorem* de *t%* sobre o valor recebido pelos produtores é análoga àquela estabelecida para o imposto *ad valorem*. Neste caso, a curva de oferta sofre uma rotação a partir do seu intercepto no sentido horário, ou seja, contrário ao do imposto.

Portanto, comparando-se com o preço p^* e a quantidade x^* de equilíbrio em um mercado livre sem interferência do governo, o subsídio aumenta o preço recebido pelos produtores, ou seja, $p_s^* > p^*$; reduz o preço pago pelos consumidores, isto é, $p_d^* < p^*$; e aumenta a quantidade de equilíbrio, ou seja, $x^{**} > x^*$. Esse é um resultado que independe de se o subsídio incide sobre os produtores ou sobre os consumidores.

==

Exemplo 2.3.1: A álgebra do equilíbrio de mercado na presença de um subsídio *s*, no caso de demanda e oferta lineares, é semelhante ao caso de imposto específico *T* e pode ser obtida diretamente substituindo-se *T* por *-s*, de modo que os preços e a quantidade de equilíbrio são:

$$p_s^* = (a + c + bs)/(b + d) > p^*$$
$$p_d^* = (a + c - ds)/(b + d) < p^*$$
$$x^{**} = (ad - bc + bds)/(b + d) > x^*$$

O estudante interessado deve checar esses resultados, resolvendo o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} x^{**} = a - bp_d \\ x^{**} = -c + d(p_d + s) \end{cases}$$

ou:

$$\begin{cases} x^{**} = a - b(p_s - s) \\ x^{**} = -c + dp_s \end{cases}$$

==

==

Exercício 2.3.1: *Suponha que as curvas de demanda e oferta de mercado do bem X tenham as seguintes especificações:*

$$\text{Demanda: } x_d = 35 - p^2$$
$$\text{Oferta: } x_s = -15 + p^2$$

(i) Determine o preço e a quantidade de equilíbrio desse mercado.

Impondo-se a condição de equilíbrio, $x_d = x_s$ e resolvendo-se o sistema de equações resultante, obtém-se:

$$35 - p^2 = -15 + p^2 \quad \text{ou} \quad p^2 = 25$$

cujas soluções são $p^* = 5$ e $p' = -5$. Desprezando-se a solução negativa, por não ter sentido econômico, e substituindo-se $p^* = 5$ em qualquer uma das duas equações, por exemplo, na equação de demanda, resulta $x^* = 35 - 5^2$, ou $x^* = 10$.

(ii) Suponha agora que o governo decida subsidiar esse bem, concedendo um subsídio de R$ 2 por unidade produzida e vendida. Qual é o novo equilíbrio (quantidade e preços) desse mercado? Quem ganha e quem perde com esse subsídio?

Nesse caso, o novo equilíbrio é obtido através do seguinte sistema de três equações e três incógnitas:

$$x_d = 35 - p_d^2$$
$$x_s = -15 + p_s^2$$
$$p_s = p_d + s$$

Substituindo-se a última equação na segunda e impondo-se a condição de equilíbrio, $x_d = x_s$, obtém-se:

$$35 - p_d^2 = -11 + p_d^2 + 4p_d \quad \text{ou} \quad p_d^2 + 2p_d - 23 = 0$$

cujas soluções são $p_d{*} = 2(6^{1/2}) - 1$ e $p_d' = -2(6^{1/2}) - 1$. Desprezando-se a solução negativa, $p_d' = -2(6^{1/2}) - 1$, por não ter sentido econômico, e substituindo-se $p_d{*} = 2(6^{1/2}) - 1$ na terceira equação, resulta $p_s{*} = 2(6^{1/2}) + 1$. Finalmente, substituindo-se $p_d{*}$ na função de demanda, tem-se $x^{**} = 10 + 4(6^{½})$. Esses resultados podem ser observados na FIGURA 2.3.4.

(iii) Quantifique o ganho e a perda aproximando as curvas por linhas retas. No cálculo, trabalhe com números racionais e não faça aproximação dos resultados.

Aproximando-se as curvas da FIGURA 2.3.4 por linhas retas, pode-se obter o gasto do governo (área do retângulo, G^-), ou seja:

$$G^- = x^{**}s = [10 + 4(6^{½})]2 = 20 + 8(6^{½})$$

De forma análoga, o ganho do consumidor (área do trapézio inferior, C^+) pode ser estimado da seguinte forma:

$$C^+ = [(x^{**}+x^*)/2](p^* - p_d^*) = \{[10+4(6^{½})]+10]/2\}[5-2(6^{½})+1] = 36-8(6^{½})$$

E o ganho do produtor (área do trapézio superior, P^+) por:

$$P^+ = [(x^{**}+x^*)/2](p_s^* - p^*) = \{[10+4(6^{½})]+10]/2\}[2(6^{½})+1-5] = 12(6^{½})-16$$

Finalmente, o custo social (área do triângulo, CS) pode ser aproximado por:

$$CS = G^- - C^+ - P^+ = 4(6^{½})$$

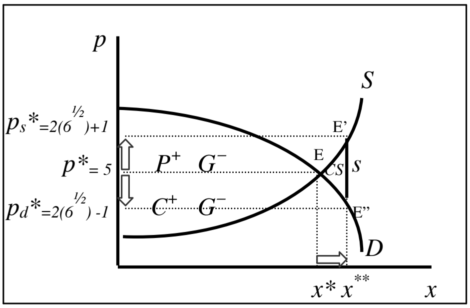


FIGURA 2.3.4: O CUSTO SOCIAL LÍQUIDO DE UM SUBSÍDIO

==

2.4 CONTROLE DE PREÇOS

O controle de preços é outra forma de o governo interferir no funcionamento do mercado. Exemplos de controle de preço são as políticas de preço máximo e preço mínimo.

2.4.1 POLÍTICA DE PREÇO MÁXIMO

A FIGURA 2.4.1.1 ilustra o controle de preço através de uma política de preço máximo, ao nível p_M. É interessante observar que se não houvesse interferência do governo nesse mercado, o preço p^* seria aquele que equilibraria as quantidades demandada e ofertada. Para que esse controle de preço seja realmente efetivo, o preço máximo p_M deve ser estabelecido em um nível inferior ao preço de equilíbrio p^*.

A implicação do controle de preço sobre o equilíbrio nesse mercado é que, ao preço máximo p_M, a quantidade demandada x_d' é maior que a quantidade ofertada x_s'. Isso significa que, ao preço máximo p_M, existe um excesso de demanda ($E_D = x_d' - x_s'$). Como é sempre a menor quantidade que regula o mercado, então x_s' é a quantidade efetivamente transacionada neste mercado. Isso significa que nem todos os consumidores encontrarão o produto, estabelecendo-se, assim, pressões para aumentos de preço, as quais serão compulsoriamente contidas pela própria política de preço máximo p_M.

Deve-se ressaltar que o principal sintoma de uma política de preço máximo é a falta de produto no mercado, de modo que alguma forma de racionamento formal ou informal deverá ser implementada ou imposta pelo mercado. Por exemplo, os vendedores podem fixar uma quantidade máxima que cada consumidor poderia comprar por vez, ou simplesmente deixarem que o mercado estabeleça seu próprio racionamento, através do aparecimento de filas, onde apenas os primeiros teriam o direito de comprar o produto[20]. Do exposto, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: A imposição de uma política de preço máximo $p_M < p^*$ leva ao desabastecimento do produto e faz com que o mercado crie o seu próprio mecanismo de racionamento, inclusive com a cobrança de ágio.

==

Ao restringir a quantidade transacionada no mercado ao nível mais baixo x_s', a política de preço máximo cria um hiato entre o preço de demanda e o preço de oferta, de modo que o preço que os consumidores estariam dispostos a pagar, p_d^*, seria maior que o preço máximo p_M. Esse fato cria a possibilidade da prática da cobrança de ágio no mercado, o qual é determinado pela diferença entre esses preços (isto é, $ágio = p_d^* - p_M$). Aqueles consumidores mais ávidos por consumir o produto e que não se

[20] Ao se incluir o custo de oportunidade do tempo gasto na fila ao preço do produto (preço máximo, p_M), o preço efetivamente pago pelo produto poderia ser bem maior que o preço máximo cobrado. Isso explicaria porque só aquelas pessoas com um baixo custo de oportunidade do tempo estariam dispostas a esperar na fila. No entanto, aqueles com custo de oportunidade mais elevado poderiam pagar para que alguém ficasse na fila em seu lugar.

sujeitariam a esperar em uma fila, talvez por terem um custo de oportunidade do tempo mais alto, estariam inclinados a pagar um preço mais alto, p_d*, que seria o preço máximo com o ágio.

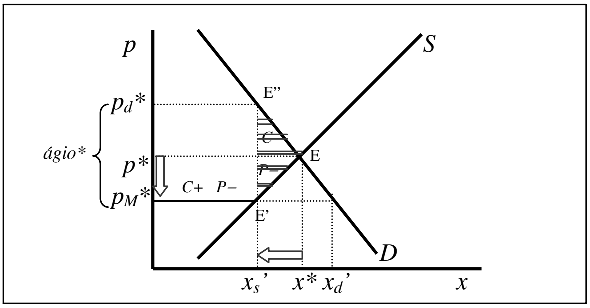


FIGURA 2.4.1.1: A POLÍTICA DE PREÇO MÁXIMO

==

Questão 2.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A melhor forma de evitar a proliferação de favelas nas grandes cidades seria o controle de aluguéis de imóveis de baixa renda, a níveis mais baixos que os níveis de mercado.*

ERRADO

O controle de aluguéis abaixo do nível de equilíbrio cria mais problemas de moradia do que soluciona os já existentes. O controle de aluguéis reduz a oferta de imóveis, tanto no curto prazo quanto no longo prazo, criando assim um excesso de demanda por imóveis, que favorece a expansão de favelas já existentes e a proliferação de novas favelas nas periferias das grandes cidades. A FIGURA 2.4.1.1 ilustra o controle de aluguéis, ao nível $p_M < p^*$, e mostra o agravamento do problema de moradia, no curto prazo, nos grandes centros urbanos. No longo prazo, esse problema é agravado ainda mais com a redução da oferta de imóveis de baixa renda.

==

Pode-se observar que o estabelecimento do preço máximo causa uma transferência de renda dos produtores para os consumidores, representada na FIGURA 2.4.1.1 pela área retangular indicada por C^+ e P^-. No entanto, devido à perda de parte dos excedentes do consumidor e produtor, não apropriada por nenhum agente na economia, a política de preço máximo acarreta um custo social líquido para a comunidade, o qual está representado nessa figura pela dupla área triangular hachurada.

==

Exercício 2.4.1: *Suponha que o mercado do bem X seja especificado pelas seguintes funções lineares de demanda e oferta:*

$$x_d = a - bp_d$$
$$x_s = -c + dp_s$$

Admitindo-se que o governo estabeleça um preço máximo $p_M < p^*$, determine o máximo ágio que os consumidores estariam dispostos a pagar.

A nova quantidade de equilíbrio x_s' é obtida substituindo-se o preço máximo p_M na função de oferta, donde resulta:

$$x_s' = dp_M - c$$

Por outro lado, ao preço p_M, os consumidores estariam dispostos a consumir $x_d' = a - bp_M$, de modo que existe um excesso de demanda E_D, ou seja:

$$E_D = x_d' - x_s' = a + c - (b+d)p_M$$

O preço que os consumidores estariam dispostos a pagar pode ser obtido substituindo-se a nova quantidade de equilíbrio x_s' na equação de demanda, donde resulta:

$$p_d^* = [(a + c) - dp_M]/b$$

Assim, o máximo ágio que os consumidores estariam dispostos a pagar seria:

$$ágio^* = p_d^* - p_M = [(a + c) - (b + d)p_M]/b$$

==

2.4.2 POLÍTICA DE PREÇO MÍNIMO

A política de preço mínimo é outra forma de controle de preço bastante utilizada pelos governos que visa incentivar a produção de certos produtos agrícolas, principalmente aqueles que apresentam uma variabilidade de oferta ao longo do ano, os quais possuem uma forte componente sazonal. A FIGURA 2.4.2.1 mostra essa variabilidade sazonal da oferta ao longo do ano, onde S_S indica a curva de oferta na safra e S_{ES} a oferta no período da entressafra. Pode-se observar que a oferta na época da safra é abundante, enquanto que na entressafra a oferta é pequena. Em conseqüência, o preço de mercado também varia ao longo do ano, de modo que no período de safra, quando a oferta é alta, o preço é baixo (ou seja, $p_S < p^*$), enquanto que, na época de entressafra, quando a oferta se contrai, o preço é alto (isto é, $p_{ES} > p^*$).

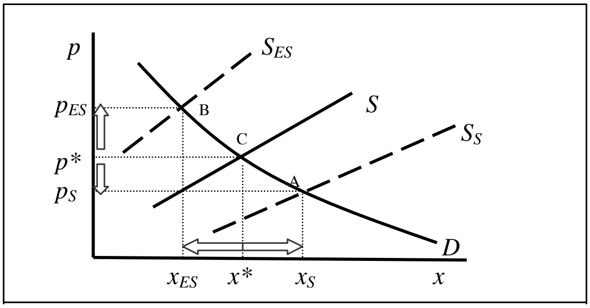


FIGURA 2.4.2.1: A SAZONALIDADE DOS PRODUTOS AGRÍCOLAS E O PREÇO MÍNIMO

A política de preço mínimo é justificada nos casos de produtos agrícolas com forte componente sazonal, como forma de garantir ao produtor um preço estável durante todo o ano. Nesse sentido, a política de preço mínimo permite que o produtor se sinta estimulado a investir na produção, na medida que reduz as incertezas com relação ao preço de mercado na época da colheita da safra.

Para mostrar a mecânica desse controle de preço, supõe-se que o governo decida introduzir no mercado do bem *X* uma política de preço mínimo, ao nível p_m. Para que esse controle de preço seja realmente efetivo, o preço mínimo deve ser maior que o preço (médio) de equilíbrio[21], ou seja, $p_m > p^*$. A FIGURA 2.4.2.2 ilustra esse caso e mostra como a implementação da política de preço mínimo afeta o equilíbrio do mercado. Ao preço mínimo p_m, a quantidade que os produtores estão dispostos a ofertar é $x_s' > x^*$, enquanto que a quantidade que os consumidores estão desejosos em consumir é apenas $x_d' < x^*$. Isso significa que, ao preço fixado pelo governo p_m, existe um excesso de oferta $E_S = x_s' - x_d'$, de modo que se não houvesse nenhuma ação legal, pressões surgiriam para que o preço nesse mercado fosse paulatinamente reduzido. Deve-se relembrar que é sempre a menor quantidade que governa o mercado, de modo que seria x_d' a quantidade efetivamente transacionada.

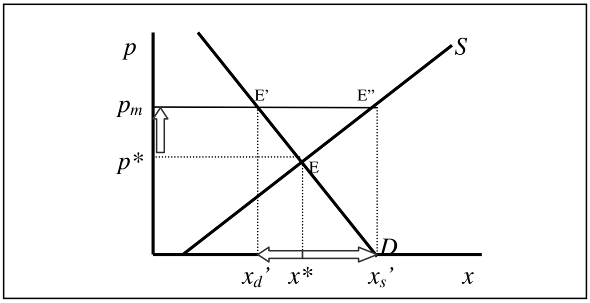


FIGURA 2.4.2.2: POLÍTICA DE PREÇO MÍNIMO

Diferentemente da imposição de um preço máximo, a política de preço mínimo não cria problemas de desabastecimento do produto ou o aparecimento do mercado negro com a cobrança de ágio dele resultante. No entanto, o preço mínimo cria problemas associados com o aparecimento de um excedente de produção, tendo em vista que os produtores seriam incentivados a aumentar seus níveis de produção e, portanto, seus estoques não planejados. Assim, para que a política de preço mínimo seja realmente efetiva, é necessário que o governo tenha condições de garantir esse preço, qualquer que seja a produção realizada. Isso significa que o governo terá que comprar o excedente de produção, formando estoques reguladores durante o período de safra, ou seja, quando a oferta é abundante, e desovando esses estoques na época de entressafra, quando a oferta é

[21] O sucesso da política depende de o preço mínimo para não ser muito alto nem muito baixo. É necessário que esse preço seja estabelecido de acordo com a média de preços nos períodos de safra e entressafra, ponderados pela freqüência desses preços no ano, i.e.:

$$p_{MÉDIO} = \alpha p_S + (1 - \alpha) p_{ES}$$

sendo que α e $(1 - \alpha)$ são as proporções dos períodos de safra e entressafra no ano.

reduzida, ocasião em que o preço tende a aumentar. Com base no exposto, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: A imposição de uma política de preço mínimo $p_m > p^*$ causa um excedente de produção, que poderá ser utilizado pelo governo para formar estoques reguladores do produto.

==

Uma condição necessária para que a política de preço mínimo seja bem sucedida é que o governo tenha ou crie uma infra-estrutura apropriada para armazenamento do produto. Essa infra-estrutura exige que o governo, por exemplo, disponibilize armazéns e silos, com o devido controle de umidade e temperatura, de forma a garantir a qualidade do produto no período em que este permanecer estocado, sem onerar os cofres públicos com a perda do produto. Outra condição importante para que essa política de preço mínimo seja efetiva é que os estoques reguladores sejam efetivamente desovados no período de entressafra, de modo que o preço de mercado seja de fato estabilizado, e não apene os consumidores com a falta de produto.

==

Exercício 2.4.2: *Suponha que o mercado do bem X seja especificado pelas seguinte funções de demanda e oferta, respectivamente:*

$$x_d = 75.000 - 5.000p$$
$$x_s = 1.000p$$

(i) Determine o equilíbrio nesse mercado.

Esse mercado estará em equilíbrio quando $x_d = x_s = x^*$. Assim, impondo-se essa condição de equilíbrio, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x^* = 75.000 - 5.000p \\ x^* = 1.000p \end{cases}$$

cuja solução é $p^* = 12,5$ e $x^* = 12.500$.

(ii) Suponha que o governo decida subsidiar os produtores desse bem no valor de R\$ 3 por unidade produzida e vendida. Determine o novo equilíbrio nesse mercado e o gasto do governo. Indique como sua resposta mudaria se o subsídio fosse dado aos consumidores.

Com o subsídio no valor de $s = 3$, o preço de demanda difere do preço de oferta, estabelecendo-se a seguinte equação de preço:

$$p_s = p_d + 3$$

Nesse caso, as equações de demanda e oferta são expressas por:

$$x_d = 75.000 - 5.000p_d$$
$$x_s = 1.000p_s$$

Assim, substituindo-se p_s na equação de oferta pela sua expressão acima e impondo-se a condição de equilíbrio, $x_d = x_s = x^{**}$, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x^{**} = 75.000 - 5.000p_d \\ x^{**} = 1.000p_s = 1.000p_d + 3.000 \end{cases}$$

cuja solução é $p_d^* = 12$, $p_s^* = 15$ e $x^{**} = 15.000$. Nesse caso, o gasto do governo será:

$$Gg = sx^{**} = 3x15.000 = 45.000$$

Não importa se o subsídio incide sobre os produtores ou sobre os consumidores, pois o resultado final é o mesmo, isto é, aumento no preço recebido pelos produtores, redução no preço pago pelos consumidores e aumento no volume de transações nesse mercado.

(iii) Admita agora que o governo decida estabelecer, simultaneamente, uma política de preço máximo ao nível $p_M = 12$ e uma política de preço mínimo ao nível $p_m = 15$. Determine o novo equilíbrio nesse mercado, avaliando qual o custo líquido (ou seja, o gasto menos a receita) do governo com essas políticas conjuntas.

Ao preço máximo $p_M = 12$, os consumidores demandariam $x^{**} = 75.000 - 5.000(12) = 15.000$. Por outro lado, ao preço mínimo $p_m = 15$, os produtores estariam dispostos a ofertar $x^{**} = 1.000(15) = 15.000$. Para que essas políticas sejam implementadas, o governo teria que comprar dos produtores 15.000 unidades desse produto, ao preço de 15, e vender aos consumidores ao preço de 12. Nesse caso, o custo líquido do governo será:

$$CLg = (15 - 12)15.000 = 45.000$$

(iv) Compare o custo social líquido das políticas em (ii) e (iii) e, justificando sua resposta, indique qual das duas o governo deveria implementar.

O custo social líquido no caso (ii) é exatamente igual ao custo social no caso (iii) e corresponde à área do triângulo EE'E" na FIGURA 2.4.2.2, ou seja:

$$CS_L = (3x2.500)/2 = 3.750$$

Portanto, as duas políticas geram o mesmo custo social líquido. De fato, essas duas políticas são equivalentes, tanto nos efeitos sobre o mercado quanto no que concerne ao custo social líquido imposto à comunidade.

===

2.5 RESTRIÇÕES QUANTITATIVAS

Nos casos analisados até aqui, a intervenção governamental no mercado foi exercida indiretamente através de ações no mecanismo de preço. A intervenção do governo no mercado pode também se dar diretamente via restrições quantitativas. Exemplo de restrições quantitativas ao comércio são as quotas e o racionamento.

2.5.1 QUOTAS

Objetivando proteger a indústria nacional, muitos países utilizaram e ainda continuam fazendo uso da política de imposição de quotas de importação. O estabelecimento de quotas visa manter os preços domésticos artificialmente mais altos, relativamente aos preços internacionais, de forma a elevar os lucros da indústria local a níveis que não seriam obtidos em condições de livre mercado. Na tentativa de proteger a indústria automobilística americana, seriamente ameaçada pela concorrência dos carros japoneses no mercado doméstico, os Estados Unidos utilizaram, na década de 80, a política de quotas de importação para reduzir a entrada destes carros.

Para mostrar o efeito de um sistema de quotas sobre o equilíbrio de mercado, supõe-se que o governo decida restringir o comércio de um produto X por meio de quotas de importação, ao nível $x_q < x^*$. Em relação a quota, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: O estabelecimento de uma quota restringe a oferta do bem, fazendo surgir uma nova curva de oferta, a qual coincidirá com a curva de oferta original para valores de $x < x_q$, mas será vertical ao nível $x = x_q$.

==

A FIGURA 2.5.1.1 ilustra os efeitos da imposição de uma quota nesse mercado. A quota restringe a oferta desse bem no mercado interno, de modo que apenas a quantidade x_q será efetivamente transacionada, qualquer que seja o seu preço de mercado. O novo preço de equilíbrio p^{**} será determinado pela interseção da curva de demanda com a nova curva de oferta S', a qual coincide com a curva de oferta S para quantidades menores que x_q, mas é vertical ao nível x_q. Em conseqüência do estabelecimento dessa quota há uma redução no volume de transações nesse mercado para x_q, e um aumento no preço de equilíbrio nesse mercado para p^{**} (ponto E' nessa figura).

O estabelecimento de um sistema de quotas ao nível $x = x_q$ impõe um custo social líquido para a comunidade, mostrado na FIGURA 2.5.1.1 pela área hachurada, devido à redução no nível de transações nesse mercado. A área retangular indicada por P^+ e C^- nessa mesma figura representa a transferência de renda dos consumidores para os produtores.

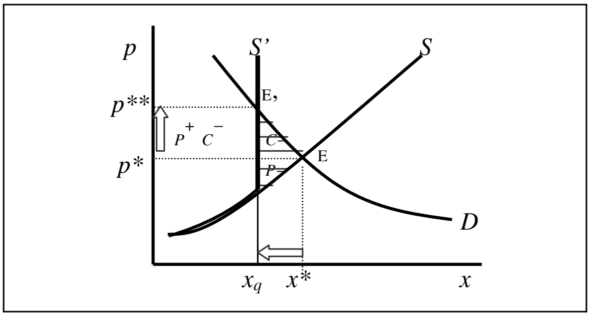


FIGURA 2.5.1.1: A IMPLEMENTAÇÃO DE UMA QUOTA

A política de quotas de importação não é muito utilizada pelos países. De fato, a política de quotas é muito pouco atrativa para os governos, uma vez que os ganhos são captados apenas pelos produtores, que se processa por meio de transferências de renda dos consumidores. A mesma restrição quantitativa poderia ser obtida com um imposto, mas com uma diferença fundamental que seria a transferência de renda dos consumidores e produtores para o governo, aumentando em conseqüência a receita do governo.

==

Exercício 2.5.1: *Suponha que as curvas de demanda e oferta de um produto X sejam especificadas pelas seguintes funções:*

$$x_d = 300 - 8p$$
$$x_s = 48 + 10p$$

Suponha ainda que o preço internacional p_w desse produto seja R\$ 12.

(i) Determine o equilíbrio nesse mercado, indicando qual a quantidade ofertada internamente e qual a quantidade importada.

Se não houvesse comércio, o equilíbrio no mercado interno seria obtido igualando-se a quantidade demandada à quantidade ofertada, ou seja: $x_d = x_s = x^*$:

$$300 - 8p = 48 + 10p$$

donde resultam os seguintes preço e quantidade de equilíbrio: $p^* = 14$ e $x^* = 188$. Mas, uma vez que o preço internacional de $p_w = 12$ é menor que o preço de equilíbrio, então a quantidade demandada será:

$$x_d = 300 - 8(12) = 204$$

enquanto que a quantidade ofertada internamente será:

$$x_s = 48 + 10(12) = 168$$

Portanto, a quantidade importada é a diferença entre essas duas quantidades:

$$x_M = 204 - 168 = 36$$

A FIGURA 2.5.1.2 ilustra esse equilíbrio.

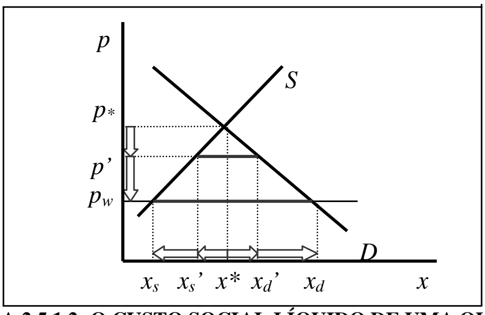


FIGURA 2.5.1.2: O CUSTO SOCIAL LÍQUIDO DE UMA QUOTA

(ii) Suponha agora que o governo decida impor uma quota de importação de 20 unidades desse produto. Determine o novo equilíbrio nesse mercado, indicando a quantidade ofertada internamente e a quantidade importada.

Uma quota de importação de 20 unidades restringe compulsoriamente a demanda e aumenta a oferta interna, tendo em vista que há um aumento no preço de equilíbrio do mercado doméstico. Uma vez que, no novo equilíbrio, $x_d' - x_s' = 20$, então:

$$300 - 8p - (48+10p) = 20$$

do qual resulta o novo preço de equilíbrio $p' = 12{,}9$. A esse preço, a quantidade ofertada no mercado interno será de $x_s' = 177$.

(iii) Quantifique o benefício social líquido do comércio internacional nos itens (i) e (ii) e indique em qual deles a sociedade estaria melhor.

No item *(i)*, o benefício social líquido é a área do triângulo acima da linha de preço internacional (ver a FIGURA 2.5.1.2), ou seja:

$$BS_{L(i)} = (1/2)(36)(14-12) = 36$$

No item *(ii)*, o benefício social líquido será a área do triângulo menor:

$$BS_{L(ii)} = (1/2)(20)(14-12{,}9) = 11$$

Portanto, em relação ao livre comércio, a introdução da quota reduz o benefício social líquido de 36 para 11.

==

2.5.2 RACIONAMENTO

Suponha que o governo decida restringir o consumo do bem X, racionando a quantidade transacionada nesse mercado ao nível $x_r < x^*$, o qual é operacionalizado por meio da distribuição de tíquetes (ou cupons) de racionamento, de modo que apenas as pessoas portadoras desses tíquetes teriam o direito de adquirir o produto. Em relação ao racionamento, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: A implementação de um racionamento através de cupons restringe a demanda do bem, fazendo surgir uma nova curva de demanda, a qual poderá coincidir com a curva de demanda original para valores de $x < x_r$, caso os cupons sejam distribuídos de forma ideal, mas será vertical ao nível $x = x_r$.

==

Pode-se observar que a principal diferença entre a quota e o racionamento é que, enquanto a quota restringe a oferta, o racionamento restringe a demanda.

O principal problema que uma política de racionamento tem de resolver é como distribuir os tíquetes de racionamento de forma ideal, de modo a restringir proporcionalmente o consumo de cada pessoa (minimizando os impactos negativos), sem apenar mais fortemente alguns consumidores em benefício de outros[22].

Para entender o funcionamento desse mecanismo restritivo, supõe-se inicialmente que a distribuição de tíquetes (ou cupons) de racionamento seja a ideal, de modo que cada consumidor receba uma quantidade de tíquetes que lhe dá direito a consumir uma certa proporção do seu consumo inicial (consumo antes do racionamento). A FIGURA 2.5.2.1 ilustra esse caso e mostra que o novo equilíbrio se dá no ponto E', onde a curva de oferta *S* intercepta a nova curva de demanda *D'* (a qual coincide com a curva *D* para quantidades menores que x_r, mas é vertical ao nível x_r). Em conseqüência dessa política restritiva, o volume de transações é reduzido para x_r e o preço de equilíbrio se reduz para p^{**}.

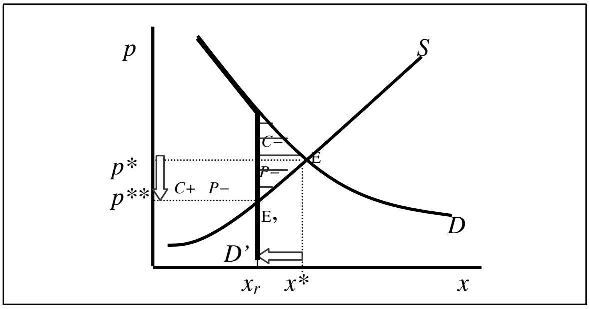


FIGURA 2.5.2.1: O RACIONAMENTO COM DISTRIBUIÇÃO IDEAL DE TÍQUETES

Ao restringir as transações nesse mercado, o racionamento causa um custo social líquido para a sociedade, o qual é mostrado na FIGURA 2.5.2.1 pela área hachurada, e corresponde às perdas dos excedentes do consumidor e produtor não absorvidas por qualquer outro agente na economia.

Admite-se agora que a distribuição dos tíquetes não seja a ideal. Uma forma não ideal de distribuir cupons de racionamento é imaginar um helicóptero sobrevoando as cidades e espalhando de forma aleatória tais cupons. Obviamente que essa distribuição aleatória não é ideal porque algumas pessoas (por exemplo, as crianças, os transeuntes e os desocupados), teriam maiores chances de agarrarem mais tíquetes, relativamente às pessoas e trabalhadores nas suas casas, escritórios e fábricas. Provavelmente, algumas pessoas que conseguiram receber muitos cupons de racionamento não estivessem muito desejosas para consumir tal bem, enquanto que outros indivíduos mais ávidos para consumir o produto não disporiam de número suficiente de cupons.

[22] Os tíquetes de racionamento podem ser estabelecidos de duas formas básicas: (i) nominal e intransferível, através do qual a venda pode ser controlada; ou (ii) ao portador e potencialmente transferível, o qual pode ser negociado via mercado.

Se os tíquetes não são transferíveis ou se a sua venda é proibida, no final, alguns consumidores mais ávidos para consumir o produto acabam recebendo proporcionalmente menos cupons do que eles gostariam de receber, enquanto que outros menos desejosos de consumir o produto recebem proporcionalmente mais do que o necessário. A FIGURA 2.5.2.2 ilustra esse caso específico e mostra que este difere da situação em que os tíquetes são distribuídos de forma ideal, ou seja, proporcionalmente. A nova curva de demanda *D'* (curva tracejada nessa figura) é obtida como uma média da demanda de mercado para cada preço, pela distribuição não ideal, de modo que o novo equilíbrio se dá no ponto E'. O custo social líquido nesse caso está representado na FIGURA 2.5.2.2 pela área hachurada.

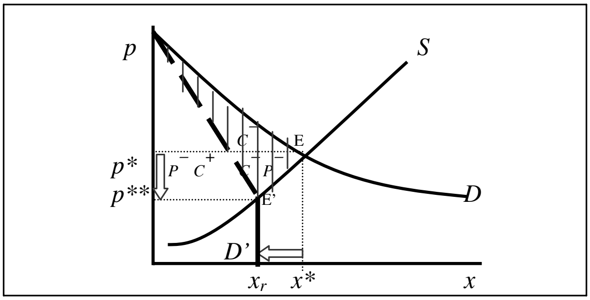


FIGURA 2.5.2.2: O RACIONAMENTO COM DISTRIBUIÇÃO NÃO IDEAL DE TÍQUETES

Deve-se ressaltar que o custo social líquido nesse caso específico é maior do que aquele verificado quando os tíquetes eram distribuídos de forma ideal. A explicação é que, quando a distribuição dos tíquetes é feita de forma aleatória, a perda do excedente do consumidor é ainda maior, conforme pode ser observado pela área hachurada na FIGURA 2.5.2.2.

Analisa-se agora a situação em que a distribuição dos cupons de racionamento não é a ideal, mas permite-se a revenda desses tíquetes. O surgimento do mercado de tíquetes funciona como um mecanismo de redistribuição do direito de consumir tal bem entre os múltiplos consumidores. Dessa forma, aquelas pessoas mais ávidas pelo produto e com menos cupons estariam dispostas a pagar mais pelo produto e poderiam adquirir tais direitos de consumo, mediante o pagamento àqueles consumidores com mais tíquetes, mas menos desejosos de consumir o produto. Nesse sentido, o mercado de cupons funciona como mecanismo de correção das distorções causadas por uma distribuição não ideal desses tíquetes. Nesse caso específico, a nova curva de demanda *D'* seria exatamente igual àquela obtida com uma distribuição ideal de cupons de racionamento. Com base no exposto, se pode estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Independentemente de se os cupons são distribuídos de forma ideal ou não, o racionamento através de cupons com livre negociação e revenda dos mesmos restringe a demanda do bem, fazendo surgir uma nova curva de demanda, a qual coincidirá com a curva de demanda original para valores de $x < x_r$, mas será vertical ao nível $x = x_r$.

==

A FIGURA 2.5.2.3 ilustra o caso de racionamento com distribuição não ideal de cupons, mas com revenda permitida. Uma inspeção dessa figura permite observar que a única diferença em relação ao caso anterior é que o preço de demanda p_d, é maior que o preço de oferta p_s, cuja diferença é exatamente o preço do cupom de racionamento, ou seja, $p_c = p_d - p_s$. O custo social líquido nesse caso é exatamente igual àquele verificado no caso em que os cupons são distribuídos de forma ideal, o qual está representado na mencionada figura pelas duas áreas triangulares hachuradas.

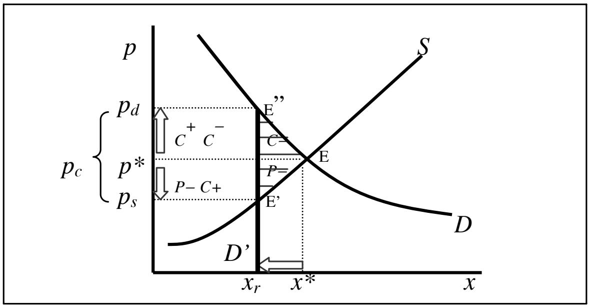


FIGURA 2.5.2.3: O RACIONAMENTO COM A REVENDA DE TÍQUETES

==

Questão 2.5.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que o governo contemple a introdução de uma quota ou um racionamento através da distribuição de cupons, os quais podem ser livremente transacionados no mercado. Nessa situação, se pode afirmar que o racionamento gera um custo social maior que a quota, uma vez que o racionamento restringe a demanda enquanto que a quota restringe a oferta.*

ERRADO

O custo social é exatamente o mesmo para ambas as situações. Como pode ser observado na FIGURA 2.5.2.3, a área hachurada representa o custo comum para a sociedade resultante da imposição de qualquer uma das duas políticas.

==

==

Exercício 2.5.2: *Suponha que a quantidade de petróleo importado que chega a Cuba (país pequeno não produtor) seja reduzida subitamente, mas que o preço de importação permaneça constante ao preço internacional, e não possa ser alterado. Compare os efeitos das seguintes políticas, em termos de eficiência produtiva e alocativa (distributiva):*

(i) Racionamento através de cupons, os quais podem ser transacionados livremente, e controle de preço ao nível previamente verificado no mercado.

Uma vez que Cuba é um país pequeno, então a curva de oferta de petróleo é infinitamente elástica, ou seja, horizontal ao preço internacional, p^*, a qual está representada na FIGURA 2.5.2.4 pela reta horizontal S. O equilíbrio nesse mercado se dá no ponto E (interseção entre oferta e demanda), cujo o preço de equilíbrio é p^* (preço internacional) e a quantidade de petróleo importada é x^*. Ao se reduzir a quantidade de petróleo importada, a curva de oferta torna-se infinitamente inelástica, i.e., vertical ao nível mais baixo, $x^o < x^*$.

Com o racionamento, que restringe a quantidade demandada, nem todos os compradores encontrarão a quantidade de petróleo desejada, uma vez que $x^o < x^*$. O novo equilíbrio ocorrerá no ponto M. Embora o preço seja controlado ao nível p^*, os consumidores estão dispostos a pagar p^o. Em realidade, a diferença $p_c = p^o - p^*$ é o preço do cupom, valor esse que deverá fluir dos compradores mais desejosos para aqueles menos desejosos. A área retangular hachurada na FIGURA 2.5.2.4 representa a transferência de renda dos compradores mais desejosos para aqueles menos ávidos pelo petróleo. A área triangular hachurada (EMN) representa a perda líquida para a sociedade devido à redução na quantidade importada de petróleo.

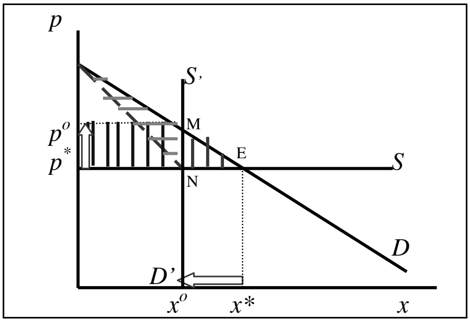


FIGURA 2.5.2.4: QUOTA, RACIONAMENTO, CONTROLE DE PREÇO E IMPOSTO

(ii) Racionamento com a distribuição aleatória de cupons e revenda proibida, e controle de preço ao nível anteriormente verificado no mercado.

O racionamento aleatório com a revenda de cupons proibida conduz a uma situação semelhante a do item *(i)*, exceto que haverá uma perda maior para a sociedade, devido ao fato de os cupons não poderem ser revendidos. Nessa situação, a nova curva de demanda é representada pela curva tracejada na FIGURA 2.5.2.4. Essa perda é representada pela área triangular maior (área compreendida entre as curvas de demanda atual e anterior). Em geral, a distribuição aleatória de cupons não é eficiente no sentido de atender prioritariamente às necessidades daqueles compradores mais desejosos pelo petróleo, o que é indicativo de que essa situação é economicamente pior que a situação do item *(i)*.

(iii) Sem racionamento e sem controle de preço, mas com a introdução de um imposto de R$ T, suficiente para deixar o preço recebido pelos importadores igual ao preço internacional.

O imposto T é igual a diferença de preços $T = p^o - p^*$. O equilíbrio com o imposto é idêntico ao equilíbrio de *(i)* e se dá no ponto M. A única diferença é que, nesse caso, a transferência de renda, representada pela área retangular hachurada se processa dos compradores de petróleo para o governo.

(iv) Sem racionamento, sem controle de preço e sem imposto.

Nesse caso, o equilíbrio também se dá no ponto M (idêntico ao equilíbrio no item *(i)*). A diferença é que haverá uma transferência de renda dos compradores (que pagam p^o) para os vendedores de petróleo (cujo custo é apenas p^*).

(v) O que você faria se fosse Fidel Castro? Justifique sua resposta.

Nessas circunstâncias, Fidel Castro deveria escolher a situação (iii). É interessante mencionar que, em termos de eficiência produtiva, as situações *(i)*, *(iii)* e *(iv)* são iguais e superiores a situação *(ii)*. A diferença entre essas três situações é puramente em termos de eficiência alocativa (ou distributiva).

==

PARTE II

TEORIA DO CONSUMIDOR E SUAS EXTENSÕES

CAPÍTULO 3: TEORIA DO CONSUMIDOR

3.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Ao observar os fenômenos econômicos do mundo real, o economista se defronta com um amontoado de dados que, à primeira vista, parece sem sentido. É através da abstração da realidade, com razoável nível de simplicidade, que a ação dos agentes econômicos pode ser modelada, analisada e, assim, relacionada aos dados do mundo real. Em outras palavras, é através do desenvolvimento de teorias que o economista busca estabelecer um certo ordenamento para essa massa de dados que, *a priori*, deixa transparecer falta de sentido.

A teoria é, portanto, uma representação simplificada da realidade que visa descrever o comportamento dos agentes envolvidos e a forma pela qual eles interferem direta ou indiretamente sobre os fenômenos econômicos, objetivando buscar explicações científicas para os vários problemas econômicos, com base em observações do mundo real. No entanto, nesse processo de simplificação da realidade, o economista deve ser cuidadoso no sentido de preservar as características essenciais do fenômeno econômico analisado, sob pena de encontrar resultados que não reflitam ou, mesmo, descaracterizam o formato do fenômeno original.

A teoria consiste essencialmente de quatro partes[23]: (i) um conjunto de *postulados*, que visa descrever e caracterizar o comportamento dos vários agentes econômicos; (ii) um conjunto de *pressupostos* realistas, que objetiva tornar a teoria tratável; (iii) um conjunto de *condições* sob o qual a teoria pode ser controlada e testada,

[23] Vale a pena mencionar a diferença que existe entre os conceitos de teoria e modelo. O conceito de teoria é mais amplo do que o conceito de modelo, visto que o modelo é um sistema lógico que engloba apenas os aspectos lógicos de uma teoria. Um modelo torna-se uma teoria quando as predições da construção lógica são confrontadas (testadas) com os dados do mundo real e comprovadas.

que visa conectar os aspectos teóricos com os objetos do mundo real[24]; e (iv) um conjunto de *predições* (ou *implicações*) *refutáveis*, que é a própria razão de ser da teoria.

A teoria tem necessariamente que gerar predições refutáveis, ou seja, que possam ser potencialmente negadas através da comprovação empírica. No entanto, para serem relevantes, e terem serventia, é necessário que as predições, ao serem testadas, não sejam refutadas. Vale ressaltar que uma teoria não pode ser considerada verdadeira ou falsa por meio de uma mera introspecção, isto é, se ela soa bem ou não. Uma teoria só pode ser considerada falsa se os seus aspectos lógicos não condizem com a realidade ou se os fatos empíricos refutam suas predições, ou se ocorrem ambos os casos.

Este capítulo aborda a teoria do consumidor, que é a peça fundamental da teoria econômica neoclássica e talvez a mais importante dentre todas as teorias econômicas que serão apresentadas e desenvolvidas ao longo dos próximos capítulos. A teoria neoclássica do consumidor está fundamentada no princípio da racionalidade e postula um comportamento otimizador por parte dos consumidores, no sentido que eles estão sempre buscando o máximo com o mínimo de esforço (princípio hedonístico). Esse comportamento otimizador por parte do consumidor é postulado como verdadeiro para todos os consumidores e não apenas para consumidores racionais.

A teoria do consumidor tem sido criticada por causa desse postulado de comportamento. A alegação está baseada no fato de que o consumidor poderia não se comportar de forma racional, de modo que ele poderia não buscar o máximo com o mínimo de esforço. Essa crítica é altamente irrelevante, tendo em vista que postulados não podem ser simplesmente testados por introspeção, ou seja, se eles repercutem bem ou não. Nesse contexto, o postulado da racionalidade da teoria do consumidor só deveria ser rejeitado se as proposições (ou implicações) derivadas a partir dessa teoria fossem empiricamente falsas, ou seja, se elas fossem negadas pelos fatos do mundo real. Além do mais, se os consumidores não se comportam racionalmente, então deveria ser contemplada uma teoria para consumidores irracionais. Uma modelagem de como esses consumidores irracionais se comportam nunca foi seriamente considerada, provavelmente por boas razões![25].

A teoria do consumidor está fundamentada em dois postulados duais de comportamento, os quais são avançados a seguir, mas que deverão ser retomados mais tarde para uma análise mais detalhada:

==

Postulados: **1.** Maximização da utilidade - o consumidor escolhe o consumo de cada mercadoria de modo a maximizar sua satisfação (ou utilidade), estando condicionado ao seu conjunto de possibilidades de consumo, limitado pela sua capacidade orçamentária; e

[24] As condições podem ser conceitos matemáticos viabilizados através de equações, inequações e/ou conjuntos, os quais ligam a construção teórica aos fatos reais.

[25] Mesmo para aqueles consumidores considerados "irracionais" – que agem, de alguma forma, fora dos padrões normais de comportamento humano –, as experiências mostram que as implicações da teoria do consumidor são igualmente válidas. Nesse contexto, as ações dos consumidores que se comportam fora desse padrão de racionalidade não contradizem as implicações geradas pela teoria do consumidor.

2. Minimização do gasto ou custo - o consumidor escolhe as quantidades das várias mercadorias a serem consumidas de modo a minimizar o seu gasto, estando limitado a atingir um certo nível de utilidade.

==

Ressalte-se que o conceito de mercadoria na teoria econômica é amplo e envolve qualquer bem ou serviço que de alguma forma pode ser consumido ou gerar um fluxo de serviços de consumo. No grupo de mercadorias podem-se incluir até aquelas que desagradam os consumidores e, portanto, são fonte de insatisfação e desutilidade. O tempo dedicado ao trabalho e a quantidade de poluição, são alguns exemplos de mercadorias que desagradam os consumidores.

A teoria do consumidor tem sido também criticada quanto à capacidade (ou melhor, a incapacidade) de as pessoas fazerem cálculos matemáticos difíceis, implícita na resolução desses dois problemas de otimização condicionado estabelecidos nesses dois postulados (maximização de utilidade e minimização do gasto). Essa crítica é também irrelevante, tendo em vista que o princípio hedonístico do máximo com o mínimo de esforço é inerente ao ser humano, de modo que o consumidor convive com esse princípio a cada instante em que ele necessita tomar qualquer decisão. Portanto, criticar os postulados hedonísticos de comportamento da teoria do consumidor é estabelecer um comportamento, no mínimo, estranho por parte dos consumidores.

A seguir, apresentam-se os pressupostos básicos da teoria do consumidor[26]:

==

Pressupostos: **1.** Informação completa - o consumidor tem perfeito conhecimento de todas as mercadorias disponíveis no mercado, bem como a forma pela qual esses bens e serviços atendem suas necessidades. Além do mais, o consumidor conhece todos os preços e a sua renda; e

2. Existência de uma função de utilidade - os consumidores derivam satisfação dos bens e serviços consumidos de acordo com uma função de preferência ou utilidade (matematicamente bem comportada[27]).

==

O pressuposto da informação completa é introduzido no sentido de garantir que os consumidores tomarão as melhores decisões. Não será por falta de informação que os consumidores tomarão as decisões erradas. Se as ações dos consumidores contradizem as implicações desse modelo de otimização, então a resposta correta não seria acusar os consumidores de serem irracionais ou mal informados, mas a teoria que deveria ser acusada de falsidade. Mesmo porque qualquer fenômeno social pode ser explicado com base na suposição de que os indivíduos são mal informados ou podem ser acusados de serem vagarosos para reagir, ou até mesmo que exista algo em desequilíbrio. Todos essas

[26] Deve-se ressaltar que os pressupostos têm por objetivo simplificar a teoria, deixando-a tratável, sem contudo descaracterizá-la.
[27] Isto é, contínua e duplamente diferenciável.

suposições são, em realidade, metáforas para a falta de boas teorias ou a falta de adequação de restrições adicionais para o comportamento dos indivíduos

A existência de uma função de utilidade é um pressuposto mais amplo que a existência de preferências. O pressuposto de que os consumidores têm preferências não é suficiente para garantir a existência de uma função de utilidade. Por outro lado, ao se pressupor que os consumidores tenham uma função de utilidade, se pode afirmar que os indivíduos têm, de fato, preferências. Portanto, supor que os indivíduos tenham gostos e preferências é supor muito pouco.

Uma crítica que a teoria do consumidor tem também recebido é com respeito ao fato de a utilidade não ser mensurável, alegando-se que qualquer análise baseada em maximizar um conceito incomensurável está fadada ao insucesso. Essa crítica é também sem relevância, visto que a teoria só pode ser criticada se suas implicações, ao serem testadas empiricamente, forem refutadas pelos dados do mundo real. Conforme será visto ao longo deste capítulo, a despeito de a utilidade não ser quantificada, a teoria do consumidor gera implicações refutáveis que podem ser testadas e comprovadas empiricamente.

Na seqüência, o comportamento do consumidor será apresentado inicialmente em termos de preferências e depois em termos de possibilidades de escolha (ou conjunto de oportunidade). Finalmente, a escolha ótima do consumidor será caracterizada através do problema dual da otimização condicionada.

3.2 AS PREFERÊNCIAS

A utilidade é um conceito subjetivo que varia de consumidor para consumidor e, portanto, não pode ser quantificada. Os primeiros economistas marginalistas, ao traçarem as bases da teoria do consumidor, imaginaram que a utilidade pudesse ser mensurada do mesmo modo que qualquer conceito objetivo, tal como temperatura, peso, volume e altura, por meio de medidas cardinais, tais como *ºC, kg,* m^3 e *m*, respectivamente. O conceito de utilidade como um índice estritamente ordinal só começou a ser utilizado com os primeiros trabalhos de Pareto, de modo que, hoje, esse conceito é amplamente aceito pelos economistas. Para a moderna teoria do consumidor, a utilidade é um conceito subjetivo que não necessita ser quantificada, mas apenas ordenada. Tudo que é requerido na moderna teoria do consumidor é que o consumidor seja capaz de ordenar as várias cestas de bens.

Especificamente, supõe-se que os consumidores, quando confrontados com quaisquer duas (ou mais) cestas de bens $x^i = (x_1^i, x_2^i, \ldots, x_n^i)$ e $x^j = (x_1^j, x_2^j, \ldots, x_n^j)$, onde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são quantidades de n mercadorias, podem ordená-las de acordo com suas preferências. Com apenas duas cestas, três situações mutuamente excludentes podem ocorrer, ou seja:

1. x^i preferido a x^j
2. x^i não é preferido a x^j
3. x^i é indiferente a x^j

Apenas uma situação pode ser escolhida de cada vez, de modo que qualquer mudança na escolha é indicativo de que houve qualquer alteração nos gostos ou preferências dos consumidores. A função de utilidade u é construída simplesmente como um índice, de modo que para as três possibilidades acima, tem-se:

1. $u(x^i) > u(x^j)$
2. $u(x^i) < u(x^j)$
3. $u(x^i) = u(x^j)$

Considera-se implicitamente que as preferências sejam completas, de modo que o consumidor é capaz de revelar suas preferências entre quaisquer duas cestas de bens. Isso implica que a função de utilidade é contínua, não existindo vazios no ordenamento das preferências. Além do mais, considera-se que as preferências sejam transitivas. Com uma terceira cesta de bens, $x^k = (x_1^k, x_2^k, \ldots, x_n^k)$, pode-se estabelecer a propriedade da transitividade das preferências da seguinte forma: se x^i preferido a x^j e se x^j preferido a x^k, então, x^i preferido a x^k. Sob o ponto de vista da utilidade, isso significa que se $u(x^i) > u(x^j)$ e $u(x^j) > u(x^k)$, então $u(x^i) > u(x^k)$. A propriedade da transitividade é importante porque permite que o consumidor revele suas preferências entre múltiplas cestas de mercdorias de forma consistente.

A função de utilidade pode, então, ser definida da seguinte forma:

==

Definição: <u>Função de utilidade</u> é uma relação unívoca do espaço de quantidades de mercadorias para o conjunto real que preserva o ordenamento das preferências do consumidor. A função de utilidade estabelece um número real u para cada cesta de mercadorias ($x_1, x_2, \ldots, x_n$), de modo tal que:

$$u = u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

==

A questão agora é saber como a função de utilidade $u = u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ é expressa ordinalmente. Ao preservar o ordenamento das preferências dos consumidores sobre as várias cestas de mercadorias, a função de utilidade não é única. Isso significa que qualquer transformação monótona crescente da função de utilidade também preserva o ordenamento e, portanto, é também uma função de utilidade. Devido a importância da característica da função de utilidade em preservar o ordenamento das preferências, esse aspecto será retomado mais tarde, após terem sido definidos alguns conceitos básicos.

Para simplificar o trabalho algebrico e possibilitar a análise gráfica, supõe-se apenas duas metrrcadorias, de modo que a função de utilidade é expressa por $u = u(x_1, x_2)$. A partir dessa função de utilidade, pode-se definir a curva de indiferença (ou curva de nível)[28]:

[28] Obviamente que esse conceito é válido para qualquer número de bens e serviços. No entanto, ao se suporem apenas dois bens, a curva de indiferença pode ser expressa em um espaço bidimensional, o que torna a análise gráfica bastante simples.

==

Definição: Curva de indiferença é o lugar geométrico de todas as combinações de quantidades de mercadorias, (x_1, x_2), para as quais o consumidor está indiferente, ou seja, a utilidade deste está sendo mantida constante. Assim, para um dado nível de utilidade u^0, tem-se:

$$\{(x_1, x_2) \mid u(x_1, x_2) = u^0\}$$

==

Sob o ponto de vista geométrico, a curva de indiferença é o contorno ou a curva de nível da função de utilidade. O painel inferior da FIGURA 3.2.1 mostra os contornos para três níveis distintos de utilidade, os quais estão representados pelas curvas de nível no espaço bidimensional (x_1,x_2), resultantes das projeções das curvas provenientes da interseção da função de utilidade (no espaço tridimensional) com os planos de corte, cada um representando um diferente nível de utilidade u^0, u^1 e u^2.

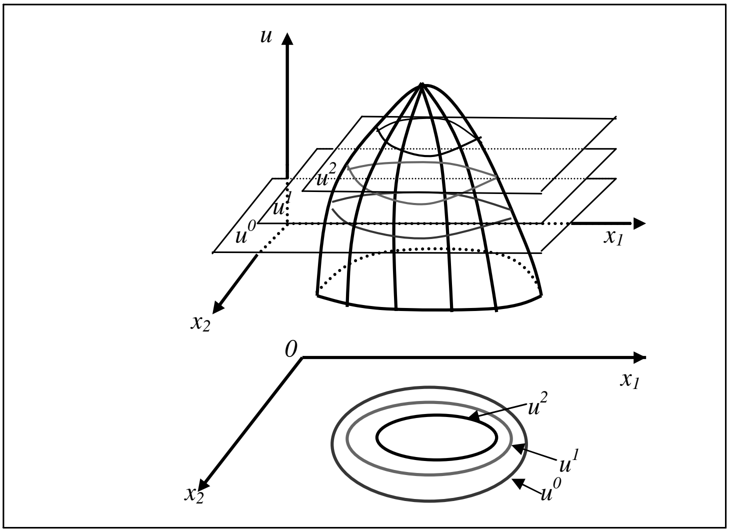


FIGURA 3.2.1: A FUNÇÃO DE UTILIDADE E AS SUAS CURVAS DE NÍVEL

Ao se admitir que a função de utilidade seja contínua, isso significa que o mapa estabelecido pelas curvas de nível (ou mapa de indiferença) é denso, de modo que entre quaisquer duas curvas existe sempre uma terceira. Isso garante que as preferências dos consumidores são, de fato, reveladas. Por exemplo, entre as curvas de nível u^0 e u^1 ou entre u^1 e u^2 na FIGURA 3.2.1 existem infinitas outras.

O efeito de uma variação na quantidade consumida de cada mercadoria para a satisfação do consumidor é avaliado através da utilidade marginal, a qual pode ser definida da seguinte forma:

===

Definição: Utilidade marginal de um bem ou serviço i , denotada por u_i, é a contribuição absoluta de uma variação no consumo da mercadoria i para a satisfação ou utilidade do consumidor, e pode ser quantificada pela derivada da função de utilidade em relação à quantidade dessa mercadoria:

$$u_i = \partial u/\partial x_i$$

===

Uma vez que a curva de indiferença u^0 é definida por $u(x_1,x_2) = u^0$, então se pode expressar x_2 em função de x_1, ou seja, $x_2 = x_2(x_1,u^0)$. Substituindo-se esta expressão de x_2 de volta na própria definição que a gerou, obtém-se a seguinte identidade, a qual depende apenas de x_1:

$$u[x_1, x_2(x_1, u^0)] \equiv u^0$$

Diferenciando-a em relação a x_1, pode-se, então, obter a inclinação da curva de indiferença:

$$u_1 + u_2(dx_2/dx_1) = 0$$

de modo que:

$$dx_2/dx_1 = -(u_1/u_2)$$

onde u_1 e u_2 são as utilidades marginais das mercadorias 1 e 2, respectivamente. Portanto, a inclinação da curva de indiferença dependerá apenas dessas utilidades marginais.

Costuma-se avaliar o ajustamento do consumidor ao longo da curva de indiferença por meio da sua inclinação com o sinal trocado. Essa prática fez surgir o conceito de taxa marginal de substituição, o qual é definido da seguinte forma:

===

Definição: Taxa marginal de substituição, denotada por τ, é a inclinação das curvas de indiferença em qualquer ponto, trocando-se o sinal, isto é:

$$\tau = - dx_2/dx_1 = (u_1/u_2)$$

A taxa marginal de substituição é a taxa pela qual o consumidor ajusta o consumo de uma mercadoria por outra, de modo a permanecer na mesma curva de indiferença. Em outras palavras, ela mede o aumento necessário de x_1 que é requerido para manter o mesmo nível de satisfação, quando x_2 é reduzido, ou vice versa.

===

Além de se admitir que a função de utilidade $u = u(x_1,x_2)$ seja matematicamente bem comportada, alguns pressupostos adicionais necessitam ser introduzidos para estabelecer certas características às curvas de nível que são fruto da própria observação do mundo real, os quais efetivamente limitam o formato das curvas de indiferença.

==

Pressupostos: **3.** Não-saciedade. Todos os bens que o consumidor elege para consumir a preços positivos possuem a característica de que mais é preferível a menos. Isso significa que o consumidor nunca se sacia ao consumir qualquer um desses bens. A implicação matemática dessa propriedade é que a utilidade marginal de qualquer bem *i* é positiva, ou seja:

$$u_i = \partial u/\partial x_i > 0$$

4. Substituição. Em qualquer ponto da sua curva de indiferença, o consumidor está disposto a substituir uma mercadoria por outra de modo a permanecer com o mesmo nível de satisfação. A implicação matemática dessa propriedade é que as curvas de indiferença são negativamente inclinadas. Se as curvas de indiferença fossem positivamente inclinadas, os consumidores não estariam dispostos a substituir uma mercadoria por outra. Curvas de indiferença positivamente inclinadas significam que o consumidor só aceitaria mais de x_1 se este viesse acompanhado de uma quantidade adicional de x_2. Isto implicaria que x_1 não seria um bem, mas na realidade um desbem (ou mal), com utilidade marginal negativa ($u_1 < 0$), de modo que a taxa marginal de substituição seria negativa ($\tau = (u_1/u_2) < 0$).

5. As curvas de indiferença são convexas em relação à origem. Isso significa que a taxa marginal de substituição τ é decrescente à medida que se consome mais de x_1, ou seja:

$$d\tau/dx_1 < 0$$

O significado matemático dessa propriedade é que $d^2x_2/dx_1^2 > 0$. Isso implica que:

$$u_1^2u_{22} + u_2^2u_{11} - 2u_1u_2u_{12} < 0$$

A convexidade das curvas de indiferença em um espaço bidimensional (ou taxa marginal de substituição decrescente) é equivalente ao fato de que o determinante hessiano $|H| > 0$[29].

==

[29] No entanto, com *n* bens ou serviços, qualquer uma dessas condições não é suficiente para garantir a solução de máximo interior. A condição de suficiência requerida é que as hiper superfícies de indiferença sejam convexas com relação à origem. Matematicamente, essa é a condição de quase-concavidade da função de utilidade. Portanto, a convexidade das hiper superfícies de indiferença em *n* dimensões é um pressuposto mais forte que a convexidade das curvas de indiferença em apenas duas dimensões. Isto é, dizer que os determinantes hessianos alternam de sinal ($|H_2| > 0, |H_3| < 0, \ldots, |H_n| > 0$ se *n* é par ou $|H_n| < 0$ se *n* é ímpar) é um pressuposto mais forte que dizer que apenas $|H| > 0$. Apenas no caso de dois bens é que o pressuposto da quase-concavidade da função de utilidade é equivalente ao pressuposto da taxa marginal de substituição decrescente.

Esses três últimos pressupostos limitam as curvas de indiferença aos trechos negativamente inclinados e convexos, estabelecendo um formato particularmente característico para essas curvas, conforme pode ser visto na FIGURA 3.2.2. Embora a teoria do consumidor restrinja a análise das curvas de nível apenas ao trecho negativamente inclinado e convexo, deve-se ressaltar que a presença de um ou mais desbens alteram esse formato característico.

==

Questão 3.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Em um mundo com apenas dois produtos, se a utilidade marginal de um é negativa, então se pode afirmar que as curvas de indiferença dos consumidores são positivamente inclinadas*.

CERTO

Utilidade marginal positiva (não saciedade) é requerido para que o produto seja de fato um bem. Por outro lado, utilidade marginal negativa está associada a um desbem. Curva de indiferença positivamente inclinada significa que a taxa marginal de substituição é positiva, o que é implicado pelo fato da utilidade marginal de um dos produtos ser negativa.

==

Os quatro últimos pressupostos podem ser sumariados ao se estabelecer o seguinte pressuposto mais amplo:

==

Pressuposto geral: Todos os consumidores possuem uma função de utilidade $u = u(x_1,x_2)$ que é matematicamente bem comportada (contínua e duplamente diferenciável em qualquer ponto), estritamente crescente (ou seja, $u_i > 0$, para todo i) e estritamente quase-côncava[30] (isto é, com curvas de indiferença estritamente convexas em relação à origem).

==

O adjetivo "estritamente" é utilizado para estabelecer solução única, ao garantir que as curvas de indiferença não possuem trechos retos. É importante ressaltar que todas essas restrições matemáticas não são supostas apenas para garantir uma solução interior para os problemas de otimização do consumidor, mas fundamentalmente porque tais restrições estabelecem certas características de comportamento do consumidor efetivamente observáveis em prática.

[30] Uma função quase-côncava não significa que ela chegou muito perto de ser côncava mas não conseguiu. A quase-concavidade é um conceito matemático que significa que as hiper superfícies de indiferença (ou hiper contornos) da função são convexas em relação à origem.

==
Questão 3.2.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A hipótese da taxa marginal de substituição decrescente significa que o consumidor prefere diversificação à especialização no consumo.*

CERTO

Taxa marginal de substituição decrescente significa que as curvas de indiferença são convexas em relação à origem. Isto é, o consumidor prefere a diversificação no consumo e nunca se especializa no consumo de um bem, pois à medida que ele troca uma unidade de um bem por outro, mais unidades adicionais do outro bem são requeridas na troca.

==

Negar certos pressupostos da teoria do consumidor significa estabelecer um comportamento errático por parte dos consumidores, dificilmente verificado no mundo real. Por exemplo, supor que as curvas de indiferença são côncavas em relação à origem, implica supor que os consumidores se especializam no consumo de apenas um bem[31], comportamento estranho e improvável (se não impossível) de se encontrar no mundo real. Portanto, o pressuposto da quase-concavidade da função de utilidade é introduzido para evitar um comportamento improvável por parte dos consumidores, garantindo assim a diversificação no consumo, padrão de comportamento apreciável pelo ser humano.

==
Exercício 3.2.1: O estudante interessado e mais familiarizado com o instrumental matemático pode mostrar que ambas as condições $d^2x_j/dx_i^2 > 0$ e $|H| > 0$ implicam $u_i^2u_{jj} + u_j^2u_{ii} - 2u_iu_ju_{ij} < 0$, onde :

$$|H| = \begin{vmatrix} u_{ii} & u_{ij} & u_i \\ u_{ji} & u_{jj} & u_j \\ u_i & u_j & 0 \end{vmatrix}$$

==

Retoma-se agora a análise do conceito de função de utilidade ordinal, apresentado no início desse capítulo. Para melhor entender esse importante conceito, considera-se a FIGURA 3.2.2, a qual contém três curvas de indiferença: $u(x_1, x_2) = 1$, $u(x_1, x_2) = 2$ e $u(x_1, x_2) = 4$. De acordo com a definição estabelecida anteriormente, essas curvas de indiferença representam o lugar geométrico de todas as combinações (x_1, x_2), para as quais a utilidade está sendo mantida constante nos níveis $u^1 = 1$, $u^2 = 2$ e $u^3 = 4$, respectivamente. Se o índice de utilidade u for substituído por um índice v, tal que $v(x_1,x_2) = u(x_1,x_2)^2$, então as novas curvas de indiferença (em termos do índice v) seriam rotuladas por $v^1 = 1$, $v^2 = 4$ e $v^3 = 16$, respectivamente. Do mesmo modo que a função de utilidade u foi substituída pelo índice v, pode-se também substituir u pelo índice w, tal que $w(x_1,x_2) = log_2u(x_1,x_2)$. Essa nova transformação monótona do índice de utilidade u

[31] Conforme será visto ainda nesse capítulo, curvas de indiferença côncavas geram solução de canto, levando o consumidor a se especializar no consumo de apenas um bem.

também alteraria o rótulo das curvas de indiferença para os níveis $w^1 = 0$, $w^2 = 1$ e $w^3 = 2$, respectivamente[32].

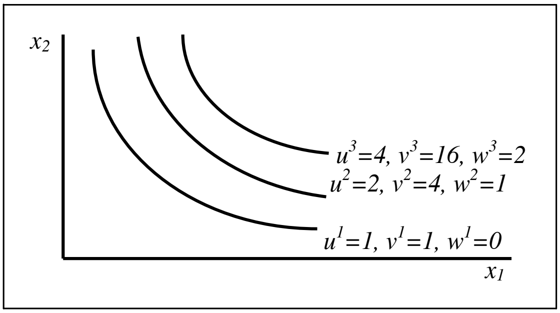


FIGURA 3.2.2: O CONCEITO ORDINAL DE UTILIDADE E AS CURVAS DE INDIFERENÇA

O conceito de utilidade ordinal significa que cada uma dessas funções v e w, transformações monótonas da função u, é tão boa quanto as demais e contém a mesma informação da função de utilidade u. O rótulo ou a medida cardinal de utilidade associada com cada curva de indiferença não é importante. O que importa é que essas funções de utilidade preservam o mesmo ordenamento, embora não preservem a diferença cardinal entre as curvas de indiferença. Em geral, qualquer transformação monótona crescente u, $v = F(u)$, com $F' > 0$, é igualmente válida, pois preserva o mesmo ordenamento. Portanto, dizer que a utilidade é um conceito ordinal, significa dizer que a função de utilidade é arbitrária até qualquer transformação monótona crescente dela mesma, de modo que a informação contida na função $v = F(u)$ é exatamente a mesma contida na função u.

Um exemplo clássico de transformação monótona crescente que preserva o ordenamento é a escala de temperatura Fahrenheit, F, a qual transforma linearmente a escala Celsius, C, da seguinte forma:

$$F = 32 + 1{,}8C$$

Nesse caso específico, temperaturas de 32^o, 50^o e 68^o na escala Fahrenheit são exatamente iguais às temperaturas de 0^o, 10^o e 20^o na escala Celsius.

Obviamente que a transformação linear crescente é um caso especial de uma transformação monótona crescente, bem mais restritiva do que é normalmente requerido pela teoria do consumidor pois, além de preservar o ordenamento, a transformação linear preserva também a diferença relativa entre dois níveis quaisquer de satisfação, o que é absolutamente desnecessário.

3.3 OS LIMITES DA ESCOLHA - O CONJUNTO DE OPORTUNIDADE

Para definir o conjunto de possibilidade de escolha do consumidor, supõe-se que o consumidor não possa consumir quantidades negativas de qualquer mercadoria

[32] Uma vez que $log_2 1 = 0$; $log_2 2 = 1$; e $log_2 4 = log_2 2^2 = 2log_2 2 = 2$.

(isto é, $x_i \geq 0,\ \forall i$), possui uma certa renda nominal por período de tempo M, bem como enfrenta preços p_i constantes para todos os bens (não necessariamente todos positivos). A restrição orçamentária do consumidor pode ser, então, expressa por:

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \leq M$$

Os limites da escolha do consumidor estão restritos à sua possibilidade de consumo, de modo que o seu gasto total ($p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n$) não pode exceder a sua renda nominal M. Dessa forma, o conjunto de oportunidade de escolha do consumidor pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: Conjunto de oportunidade de escolha é o conjunto de todas as cestas de mercadorias (x_1, x_2, ..., x_n) que podem ser compradas com a renda do consumidor M.

==

Para o caso de apenas dois bens, o conjunto de oportunidade do consumidor é expresso por:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq M$$

o qual pode ser visto na FIGURA 3.3.1. O conjunto de oportunidades do consumidor está representado nessa figura pela área do triângulo OAB. No ponto A, toda renda do consumidor é gasta com o bem 1, de modo que $x_1 = M/p_1$ e $x_2 = 0$. No ponto B, ele gasta toda sua renda com o bem 2, significando que $x_2 = M/p_2$ e $x_1 = 0$.

Admitindo-se que o consumidor enfrente uma restrição de sobrevivência, de modo que ele não possa consumir menos que x_1^0 e x_2^0 (quantidades mínimas desses dois bens por período de tempo necessárias para a sobrevivência do consumidor), então o conjunto de oportunidades do consumidor seria restrito à área do triângulo hachurado CDE na FIGURA 3.3.1. Nesse caso, a escolha do consumidor estaria restrita ao triângulo CDE, visto que um consumidor com uma restrição $M = p_1x_1^0 + p_2x_2^0$ não teria escolha, de modo que ele deveria situar-se sobre o ponto C ou morreria.

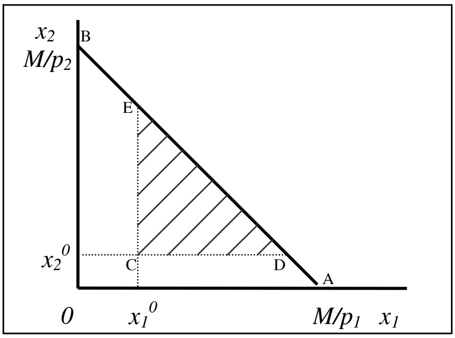


FIGURA 3.3.1: O CONJUNTO DE OPORTUNIDADE DO CONSUMIDOR

Admitindo-se que o consumidor gaste toda sua renda, então, o conjunto de oportunidade de escolha do consumidor restringe-se à linha de fronteira desse conjunto, recebendo a denominação de reta orçamentária, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: Reta orçamentária é o conjunto de todas as cestas de mercadorias (x_1, x_2) que podem ser compradas gastando-se toda a renda do consumidor M, ou seja:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M$$

==

Expressando-se x_2, na reta orçamentária, em função de x_1, resulta:

$$x_2 = M/p_2 - (p_1/p_2)x_1$$

onde M/p_2 é o coeficiente linear e $-(p_1/p_2)$ é o coeficiente angular da reta orçamentária, que estabelece a sua inclinação, visto que:

$$dx_2/dx_1 = -(p_1/p_2)$$

Pode-se avaliar o ajustamento do consumidor ao longo da reta orçamentária por meio da sua inclinação com o sinal trocado. Essa prática permite estabelecer o conceito de taxa marginal de transformação.

==

Definição: Taxa marginal de transformação, denotada por τ_M, é a inclinação da reta orçamentária, trocando-se o sinal:

$$\tau_M = - dx_2/dx_1 = (p_1/p_2)$$

Ela mede o aumento necessário de x_1 que é requerido para manter o mesmo nível de renda quando x_2 é reduzido, ou vice versa.

==

Conforme será visto a seguir, mudanças nos preços e na renda deslocam a restrição orçamentária para fora ou para dentro, aumentando ou reduzindo o conjunto de oportunidade do consumidor. A estática comparativa, conforme avançado no primeiro capítulo, é a técnica que permite estudar o efeito de variações nos parâmetros (preços e renda) sobre o conjunto de oportunidade do consumidor. Uma questão interessante é saber como variações nos preços e na renda afetam a reta orçamentária. O painel (a) da FIGURA 3.3.2 ilustra o efeito de um aumento na renda do consumidor em condições *ceteris paribus* (tudo o mais mantido constante). Quando a renda nominal aumenta de M^0 para M^1, os pontos da reta orçamentária sobre os eixos se deslocam proporcionalmente, tendo em vista que o numerador da fração aumenta, de modo que a reta orçamentária se desloca paralelamente para a direita e para cima, aumentando o conjunto de oportunidade do consumidor. Nesse deslocamento, a inclinação da reta orçamentária não se altera, visto que os preços não se alteraram.

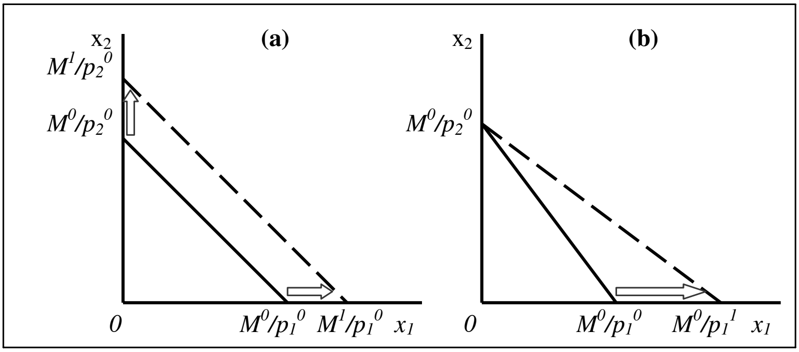


FIGURA 3.3.2: EFEITOS DE MUDANÇAS DE PREÇO E RENDA SOBRE A RETA ORÇAMENTÁRIA

O painel (b) da FIGURA 3.3.2 mostra o efeito de uma redução no preço do bem 1, *ceteris paribus*. Quando o preço sofre uma redução de p_1^0 para p_1^1, o ponto de interseção da reta orçamentária sobre o eixo horizontal se desloca para a direita, visto que o denominador da fração diminui enquanto que o numerador não foi alterado. Por outro lado, o ponto de interseção da reta orçamentária com o eixo vertical fica inalterado, tendo em vista que não houve nenhuma alteração em M e em p_2^0. Em conseqüência, a reta orçamentária sofre uma rotação no sentido anti-horário, aumentando o conjunto de oportunidade do consumidor.

Conforme será visto a seguir, um aumento proporcional em todos os parâmetros (renda e preços) não altera o conjunto de oportunidade do consumidor.

===

Questão 3.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um aumento de 10% na renda do consumidor compensado com um aumento de 10% nos preços de todos os bens, não altera o conjunto de oportunidade do consumidor.*

CERTO

Se $p_1x_1+p_2x_2+...+p_nx_n \leq M$ é o conjunto de oportunidade do consumidor, então um aumento de *10%* da renda e dos preços, de modo que $1,1p_1x_1+1,1p_2x_2+...+1,1p_nx_n \leq 1,1M$, não altera o conjunto de oportunidade do consumidor, uma vez que ambos os lados da desigualdade são multiplicados por uma mesma constante, igual a *1,1*.

===

A restrição orçamentária do consumidor não necessita ser contínua, podendo ser quebrada (não contínua) em alguns pontos, o que dependerá da possibilidade de existirem múltiplos preços ou tarifas.

===

Exemplo 3.3.1: A título de exemplo de um esquema de múltiplos preços ou tarifas, supõe-se que o consumidor compre energia elétrica do seu distribuidor, o qual cobra tarifas diferenciadas de acordo com o seu consumo mensal, x_1.

Por simplicidade, suponha que existam apenas três tarifas diferentes: p_1^1 se $x_1 \leq x_1^1$, p_1^2 se $x_1^1 < x_1 \leq x_1^2$ e p_1^3 se $x_1 > x_1^2$, onde, $p_1^1 < p_1^2 < p_1^3$ e $x_1^1 < x_1^2$.

Pode-se representar graficamente a restrição orçamentária para esse consumidor, especificando o consumo de energia elétrica, x_1, no eixo horizontal e o consumo dos outros bens, x_2, no eixo vertical. A FIGURA 3.3.3 mostra a restrição orçamentária desse indivíduo, a qual é quebrada (descontínua) nos pontos A e B, revelando o esquema de múltiplas tarifas.

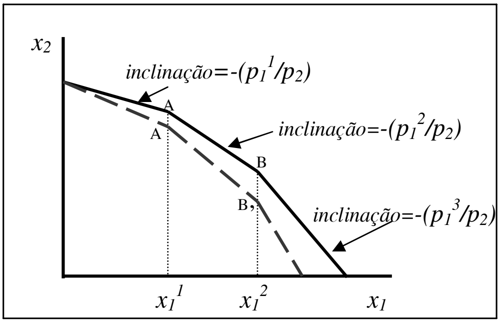


FIGURA 3.3.3: RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA COM MÚLTIPLAS TARIFAS

O gasto do consumidor com energia elétrica pode ser expresso por:

$$\begin{array}{ll} g_1 = p_1^1 x_1 & se\ x_1 \leq x_1^1 \\ g_2 = p_1^1 x_1^1 + p_1^2(x_1 - x_1^1) & se\ x_1^1 < x_1 \leq x_1^2 \\ g_3 = p_1^1 x_1^1 + p_1^2(x_1^2 - x_1^1) + p_1^3(x_1 - x_1^2) & se\ x_1 > x_1^2 \end{array}$$

Assim, admitindo-se uma renda nominal M e um preço p_2 para os outros bens, pode-se, então, escrever a restrição orçamentária desse consumidor da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} p_1^1 x_1 + p_2 x_2 = M & se\ x_1 \leq x_1^1 \\ p_1^2 x_1 + p_2 x_2 = M + (p_1^2 - p_1^1) x_1^1 & se\ x_1^1 < x_1 \leq x_1^2 \\ p_1^3 x_1 + p_2 x_2 = M + (p_1^2 - p_1^1) x_1^1 - (p_1^3 - p_1^2) x_1^2 & se\ x_1 > x_1^2 \end{array}$$

Para aqueles consumidores que consomem mais do que o mínimo x_1^1, o desconto obtido pode ser considerado como um aumento na renda do consumidor.

Conforme mostrado na FIGURA 3.3.3, um aumento no preço de energia elétrica aumenta as múltiplas tarifas de energia elétrica proporcionalmente e faz com que a restrição orçamentária sofra uma rotação no sentido horário.

==

A reespecificação dos preços e das quantidades permite uma série de aplicações. Seja o caso, por exemplo, da aplicação ao caso da alocação ótima do tempo do consumidor entre trabalho e lazer. Se x_1 representa lazer e x_2 uma mercadoria composta de bens de consumo cujo preço é p, então a restrição orçamentária poderia ser interpretada como aquela na qual o consumidor enfrenta o mercado de trabalho com um salário dado, w, sem imposto de renda e sem dotação exógena de renda. Se x_1' representa o máximo número de horas que o indivíduo pode alocar ao lazer por unidade de tempo (por exemplo, *24* horas por dia), então o número de horas trabalhadas (por unidade de tempo) será $x_1' - x_1$. Nesse caso, a restrição orçamentária pode ser expressa por:

$$px_2 \leq (x_1' - x_1)w$$

ou, alternativamente:

$$wx_1 + px_2 \leq wx_1'$$

onde wx_1 é o gasto em lazer, px_2 é o gasto com o consumo e wx_1' é a renda potencial proveniente do seu trabalho. A FIGURA 3.3.4 ilustra esse caso, onde o eixo horizontal mede o tempo alocado ao lazer x_1 e o vertical expressa a quantidade da mercadoria composta de bens de consumo x_2. É interessante observar que w, além de ser o salário (ou preço do trabalho) é também o preço do lazer. Vale lembrar que $M = wx_1'$ é a renda potencial (ou seja, a renda máxima que o indivíduo poderia auferir caso trabalhasse as x_1' horas disponíveis).

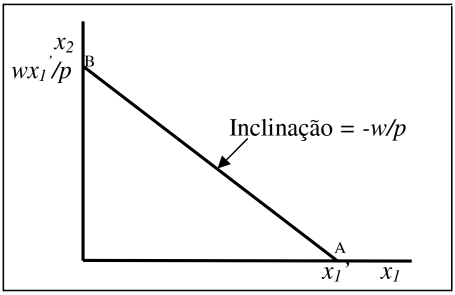


FIGURA 3.3.4: ALOCAÇÃO DO TEMPO ENTRE LAZER E TRABALHO SEM RENDA EXÓGENA

A escolha entre lazer e trabalho pode ser estendida para incluir dotações de renda exógena (isto é, renda não ganha pela via do trabalho). Denotando essa dotação de renda exógena do consumidor por M_o, então a restrição orçamentária pode ser reescrita da seguinte forma:

$$px_2 \leq M_o + w(x_1' - x_1)$$

ou

$$wx_1 + px_2 \leq M_o + wx_1'$$

A inclinação da reta orçamentária é obtida ao se supor que o consumidor gaste toda a sua renda. Assim, diferenciando-se $x_2 = [M_o + w(x_1' - x_1)]/p$ em relação a x_1, obtém-se:

$$dx_2/dx_1 = -(w/p)$$

Donde pode-se obter a taxa marginal de transformação τ_M, simplesmente trocando-se o sinal, ou seja:

$$\tau_M = - dx_2/dx_1 = w/p$$

A FIGURA 3.3.5 ilustra esse caso para dois valores de salário w e w' (com $w' > w$). É importante observar que a restrição orçamentária é quebrada no ponto A, ponto onde o consumidor escolhe não trabalhar e alocar todo o seu tempo ao lazer, de modo que $x_1 = x_1'$, implicando que $x_2 = M_0/p$. Por outro lado, no ponto B ou C, o consumidor aloca todo o seu tempo ao trabalho, de modo que $x_1 = 0$, significando que $x_2 = (wx_1'+M_o)/p$ ou $x_2 = (w'x_1'+M_o)/p$, respectivamente. É interessante observar que o aumento de salário de w para w', faz com que a reta orçamentária sofra uma rotação no sentido horário, de modo que o conjunto de oportunidade do consumidor, que ao salário w era representado pela área 0'AB, aumente para 0'AC.

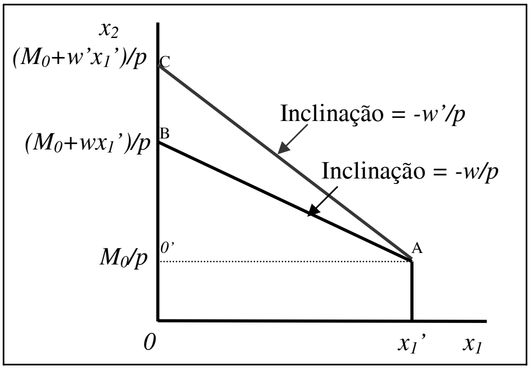


FIGURA 3.3.5: ALOCAÇÃO DO TEMPO ENTRE LAZER E TRABALHO COM RENDA EXÓGENA

Se x_1 e x_2 forem interpretados como sendo consumo corrente e consumo futuro, respectivamente, então o conjunto de oportunidade do consumidor pode ser expresso por:

$$x_1 + x_2/(1+r) \leq M$$

onde r é a taxa de juros e M é o valor presente do fluxo de renda do consumidor. A analogia dessa nova restrição com a restrição orçamentária padrão é perfeita, tendo em vista que $p_1 = 1$ e $p_2 = 1/(1+r)$ são os preços do consumo corrente e consumo futuro, respectivamente. Se o consumidor ganha M_1 no período corrente e M_2 no período futuro, então a restrição orçamentária pode ser expressa por:

$$x_1 + x_2/(1+r) \leq M_1 + M_2/(1+r)$$

É interessante observar que, nesse caso, o consumidor pode tomar empréstimo e poupar à taxa de juros r.

==

Exercício 3.3.1: Modificar a restrição orçamentária da FIGURA 3.3.5, para levar em consideração a possibilidade de horas extras no trabalho. Especificamente, suponha que durante as primeiras *l* horas de trabalho o salário do consumidor seja *w*, mas a partir de *l* horas de trabalho o salário do consumidor aumenta para *w'*. Mostre graficamente como seria a nova restrição orçamentária desse consumidor.

==

3.4 A ESCOLHA ÓTIMA DO CONSUMIDOR – O POSTULADO DA MAXIMIZAÇÃO DE UTILIDADE

Antes de aprofundar a escolha ótima do consumidor, a qual estará norteada pela solução de um problema de maximização, vale a pena ressaltar a estrutura de um problema de otimização condicionado, o qual é composto de três elementos básicos:

(1) Função objetivo, a qual estabelece uma especificação matemática entre as variáveis independentes (ou parâmetros) e a variável dependente (ou de escolha), que será maximizada ou minimizada;

(2) Variáveis de escolha, cujos valores ótimos terão que ser determinados dentro do próprio modelo; e

(3) Conjunto de oportunidade de escolha, o qual estabelece as alternativas possíveis de escolha por parte do agente econômico, que neste caso é o consumidor.

Ao combinarem-se as preferências do consumidor com a sua restrição orçamentária, a questão da escolha ótima do consumidor reduz-se à solução do problema padrão da maximização de utilidade, condicionado à sua restrição orçamentária, isto é, o consumidor escolhe as quantidades ótimas $x_1, x_2,...,x_n$ de modo a:

$$\max_{x_1 \ldots x_n} \; u = u\,(x_1,x_2,\ldots,x_n)$$
$$s.a. \quad p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \leq M$$

Portanto, a função objetivo nesse caso é a própria função de utilidade, $u = u\,(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, a qual deverá ser maximizada em relação às variáveis de escolha, que são as quantidades dos n bens e serviços disponíveis aos consumidores ($x_1, x_2,...,x_n$). O conjunto de oportunidade de escolha do consumidor é a própria restrição orçamentária ($p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \leq M$).

Objetivando tornar as análises matemática e gráfica mais simples, sem perda de generalidade, considera-se o caso de apenas dois bens, os quais são comprados em mercados competitivos a preços constantes. Ademais, supõe-se que o consumidor gaste toda sua renda na compra desses dois bens. Assim, o problema do consumidor pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\max_{x_1, x_2} \; u = u(x_1,x_2)$$
$$s.a. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = M$$

Uma forma de resolver este problema de maximização condicionado é através do método de Lagrange, o qual consiste em formar a função lagrangiana, L:

$$L = u(x_1,x_2) + \mu(M - p_1x_1 - p_2x_2)$$

onde μ é uma variável auxiliar, denominada de multiplicador de Lagrange.

Para que este problema tenha um ótimo interior (máximo) exige-se que o mesmo satisfaça às condições necessárias e suficientes. As condições necessárias ou de primeira ordem (CPO) para um ponto de ótimo, são:

$$L_1 = u_1(x_1,x_2) - \mu p_1 = 0$$
$$L_2 = u_2(x_1,x_2) - \mu p_2 = 0$$
$$L_\mu = M - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

A última dessas três condições estabelece que a escolha ótima do consumidor deverá se situar sobre a sua restrição orçamentária, indicando que ele gastará toda sua renda na compra desses bens.

Dividindo-se a primeira condição pela segunda, obtém-se:

$$u_1(x_1,x_2)/u_2(x_1,x_2) = p_1/p_2$$

Essa equação estabelece a igualdade entre a taxa marginal de substituição ($\tau = u_1/u_2$) e a taxa marginal de transformação ($\tau_M = p_1/p_2$), as quais representam, respectivamente, a inclinação da curva de indiferença e a inclinação da restrição orçamentária (com sinais trocados). Isso significa que a utilidade do consumidor é maximizada no ponto onde a reta orçamentária é tangente à curva de indiferença (ponto E na FIGURA 3.4.1), o qual é denominado de ponto de equilíbrio do consumidor. Essa equação é também conhecida como condição de tangência, devido ao fato de representar a tangência entre essas duas curvas.

Objetivando ilustrar o processo de otimização e a escolha ótima do consumidor, a FIGURA 3.4.1 mostra o mapa de indiferença e a restrição orçamentária de um consumidor, dados a renda M e os preços p_1 e p_2. Considerando que a renda do consumidor terá que ser totalmente gasta, a escolha ótima do consumidor deverá se localizar sobre a reta orçamentária. Pontos sobre a reta orçamentária, tais como A, B, C e E, são pontos possíveis de serem escolhidos. Obviamente que o ponto B não seria escolhido pelo consumidor, uma vez que o nível de satisfação ao consumir em B seria u^{-2}, menor que o nível que ele poderia obter se consumisse nos pontos A e C. Portanto, se o consumidor rearranjasse seu consumo e se deslocasse do ponto B para o ponto A, reduzindo o consumo do bem 2 e aumentando o consumo do bem 1, ele poderia aumentar sua satisfação de u^{-2} para u^{-1}. No entanto, o ponto A não é o ponto que maximize a utilidade do consumidor, tendo em vista que, se ele reduzisse ainda mais a quantidade do bem 2 e aumentasse a quantidade do bem 1, ele poderia atingir o ponto E, com um nível mais alto de satisfação u^0. Por ser o ponto de tangência entre a curva de indiferença e a reta orçamentária, o ponto E é o ponto de ótimo, ou seja, onde a utilidade é maximizada. Nenhum outro ponto possibilitaria ao consumidor uma utilidade maior que aquela obtida no ponto E.

Obviamente que o consumidor gostaria de escolher um padrão de consumo superior, que pudesse se situar sobre a curva de indiferença u^1 (veja-se FIGURA 3.4.1). No entanto, esse nível de satisfação não é alcançável, visto que ele estaria acima dos padrões orçamentários desse consumidor, isto é, fora do conjunto de oportunidade do mesmo.

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para que o problema de otimização acima tenha um máximo é que o determinante hessiano, o qual é formado pelas derivadas parciais de segunda ordem, seja positivo:

$$|H| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{1\mu} \\ L_{21} & L_{22} & L_{2\mu} \\ L_{\mu 1} & L_{\mu 2} & L_{\mu\mu} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & -p_1 \\ u_{21} & u_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

O que implica que $p_2^2 u_{11} + p_1^2 u_{22} - 2p_1 p_2 u_{12} < 0$ (convexidade das curvas de indiferença[33]).

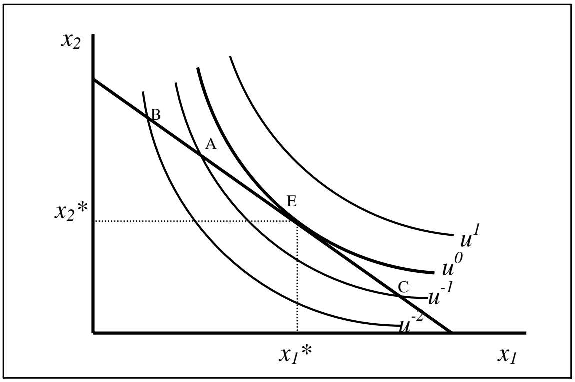


FIGURA 3.4.1: O EQUILÍBRIO DO CONSUMIDOR

AS FUNÇÕES DE DEMANDA MARSHALLIANA (OU ORDINÁRIA)

As condições necessárias do problema de maximização da utilidade formam um sistema de três equações e seis variáveis. Isso significa que tal sistema pode ser resolvido para três dessas variáveis em função das outras três[34]. O teorema da função implícita garante que esse sistema tem realmente solução. Assim, resolvendo-se o sistema para x_1, x_2 e μ, em função de p_1, p_2 e M, simultaneamente, obtém-se:

[33] Embora a condição de segunda ordem tenha imposto que $|H| > 0$, o que é implicado pelo postulado da maximização de utilidade é que $|H| \geq 0$. É importante ressaltar que no caso de n bens, a condição de segunda ordem requer que os determinantes hessianos alternem de sinal. Isto é, o determinante hessiano de ordem 2 seja positivo, o de ordem 3 negativo, etc. Isso é equivalente ao requerimento da quase-concavidade da função de utilidade, ou seja, que as hiper superfícies de indiferença sejam convexas em relação à origem.

[34] Com base no teorema da função implícita, pode-se garantir que o determinante jacobiano (formado pelas derivadas parciais das condições de primeira ordem) não é zero. De fato, o determinante jacobiano é simplesmente o determinante hessiano e este, por sua vez, é maior que zero, o que é garantido pela condição de segunda ordem.

$$x_1 = x_1^*(p_1, p_2, M)$$
$$x_2 = x_2^*(p_1, p_2, M)$$
$$\mu = \mu^*(p_1, p_2, M)$$

Essas funções representam a solução simultânea das condições de primeira ordem. As duas primeiras são as funções de demanda marshalliana (ou walrasiana ou ordinária, como também são conhecidas), cujos parâmetros envolvidos são os preços p_1 e p_2 e a renda nominal M. Essas funções revelam os níveis ótimos de consumo para um dado conjunto de preços e renda nominal.

A função de demanda marshalliana de um bem pode ser obtida graficamente, variando-se o seu preço, mantendo-se o preço do outro bem e a renda nominal constantes. Para mostrar isso, supõe-se que o ponto A(x_i^A, x_j^A) no painel superior na FIGURA 3.4.2 (espaço de mercadorias) represente o ponto de equilíbrio inicial do consumidor (ponto de tangência) aos preços p_i^A, p_j^o e renda M^o. O ponto A'(x_i^A, p_i^A) no painel inferior da FIGURA 3.4.2 (espaço de demanda) corresponde ao ponto A no painel superior. Ao se reduzir o preço do bem i de p_i^A para p_i^B ($p_i^B < p_i^A$), com p_j e M constantes aos níveis p_j^o e M^o, o consumidor ajusta o seu consumo para o ponto B(x_i^B, x_j^B), em um nível de utilidade mais alto, visto que sua restrição orçamentária sofre uma rotação no sentido anti-horário, movimento este que aumenta o seu conjunto de oportunidade. A um preço mais baixo, o consumidor ajusta o seu consumo de x_i no diagrama inferior, movendo-se para o ponto B'(x_i^B, p_i^B).

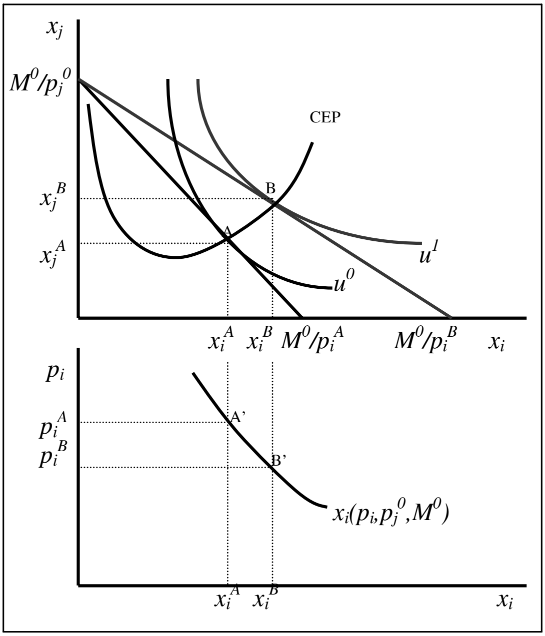


FIGURA 3.4.2: O CAMINHO DE EXPANSÃO DO PREÇO E A DEMANDA MARSHALLIANA

Repetindo-se esse mesmo procedimento e variando-se o preço do bem X_i, p_i, para diferentes níveis, com p_j e M constantes, pode-se gerar uma série de pontos de equilíbrio do consumidor no painel superior da FIGURA 3.4.2, assim como os pontos correspondentes no painel inferior da mesma figura. Ligando-se todos os pontos de equilíbrio do consumidor no painel superior obtém-se a curva preço-consumo (ou curva de expansão do preço – CEP), a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A curva de expansão do preço (ou curva preço-consumo) de um bem ou serviço é o lugar geométrico de todos os pontos de equilíbrio do consumidor (tangência entre a curva de indiferença e a reta orçamentária), obtidos ao fazer-se variar o seu preço, mantendo-se os preços dos outros bens e a renda nominal constantes.

==

O CEP pode ser horizontal, positivamente inclinado ou negativamente inclinado, o que dependerá da elasticidade preço da demanda do bem cujo preço varia. Conforme pode ser observado no painel (a) da FIGURA 3.4.3, se o bem X_i tem elasticidade preço da demanda unitária (ou seja, $|\varepsilon_{ii}| = 1$), o CEP será horizontal. Quando o bem X_i é inelástico (isto é, $|\varepsilon_{ii}| < 1$), o CEP terá inclinação positiva (painel (b) dessa figura). Finalmente, se a sua demanda for elástica ($|\varepsilon_{ii}| > 1$), o CEP será negativamente inclinado (painel (c) da mesma figura).

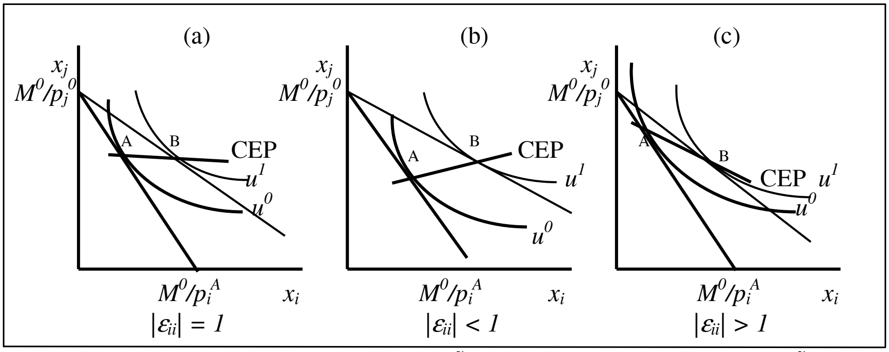


FIGURA 3.4.3: O CAMINHO DE EXPANSÃO DO PREÇO E A SUA INCLINAÇÃO

Da mesma forma que todos os pontos no painel superior da FIGURA 3.4.2 foram unidos para gerar a curva preço-consumo, pode-se também ligar todos os pontos correspondentes no painel inferior dessa mesma figura, donde obtém-se a função de demanda marshalliana ou walrasiana $x_i^*(p_i,p_j,M)$. Portanto, a curva de demanda marshalliana (ou ordinária) $x_i = x_i^*(p_i,p_j,M)$ representa a projeção do caminho de expansão do preço (ou curva preço-consumo) no plano (x_i,p_i), mantendo-se p_j e M constantes, ou seja:

==

Definição: A curva de demanda marshalliana (ou ordinária) de um bem ou serviço é o lugar geométrico de todas as quantidades de equilíbrio do consumidor (de máxima satisfação) ao fazer-se variar o seu preço, mantendo-se todos os outros parâmetros (preços dos outros bens e a renda nominal) constantes.

==

É importante lembrar que os deslocamentos ao longo da curva de demanda marshalliana (ou ordinária) é a resposta da quantidade x_i à mudanças no seu preço p_i; enquanto que deslocamentos da curva de demanda representam a resposta de variações nos parâmetros p_j e M.

==

Exemplo 3.4.1: Admitindo-se, a título de exemplo, que a função de utilidade seja especificada por $u = x_1^{1/2}x_2$, então as funções de demanda marshalliana podem ser obtidas resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x_1,x_2} \quad u = x_1^{1/2}x_2$$
$$s.a.\ p_1x_1 + p_2x_2 = M$$

cujo lagrangiano é:

$$L = x_1^{1/2}x_2 + \mu[M - p_1x_1 - p_2x_2]$$

e cujas condições necessárias (ou de primeira ordem) são:

$$L_1 = (1/2)x_1^{-1/2}x_2 - \mu p_1 = 0$$
$$L_2 = x_1^{1/2} - \mu p_2 = 0$$
$$L_\mu = M - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

Essas condições formam um sistema de três equações e três incógnitas. Dividindo-se a primeira equação pela segunda, esse sistema pode ser reduzido a apenas duas equações e duas incógnitas:

$$(1/2)(x_2/x_1) = p_1/p_2$$
$$M - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

Substituindo-se o valor de x_2, obtido da primeira equação, na segunda, tem-se a função de demanda marshalliana por x_1:

$$x_1^* = (1/3)(M/p_1)$$

Finalmente, substituindo-se este valor ótimo de x_1 na primeira equação, tem-se a função de demanda marshalliana por x_2:

$$x_2^* = (2/3)(M/p_2)$$

Essas funções dependem dos preços e da renda nominal.

==

É importante ressaltar que a função de utilidade do Exemplo 3.4.1 pertence a uma classe especial de funções que são as homogêneas, as quais podem ser definidas da seguinte forma:

===

Definição: Seja $u = u(x_1, x_2)$ uma função. Diz-se que u é homogênea de grau t se, e somente se, $u(\theta x_1, \theta x_2) = \theta^t u(x_1, x_2)$, onde $\theta > 0$ é um fator de escala e t é o grau de homogeneidade da função.

===

As funções de demanda marshalliana (ou ordinária) gozam das seguintes propriedades:

===

Propriedade: **1.** As curvas de demanda geradas a partir de uma função de utilidade $u(x_1,x_2)$ são idênticas às curvas de demanda derivadas quando u for substituída por uma transformação monótona crescente dessa função, diga-se $v(x_1,x_2) = F[u(x_1,x_2)]$, com $F'(u) > 0$. Isso significa que as curvas de demanda marshalliana são independentes de qualquer transformação monótona crescente da função de utilidade, de modo que elas são invariantes a qualquer rerotulação do mapa de indiferença.

2. As curvas de demanda marshalliana $x_i^*(p_1,p_2,M)$ são homogêneas de grau zero em preços p_1, p_2 e renda M, isto é:

$$x_i^*(\theta p_1, \theta p_2, \theta M) = x_i^*(p_1, p_2, M)$$

com $\theta > 0$. O significado dessa propriedade é que apenas os preços relativos são relevantes para as decisões de consumo dos consumidores. Isso significa que, se os preços absolutos e a renda nominal aumentam na mesma proporção, a renda real do consumidor não se altera e, portanto, não há razão para que o consumidor altere o seu comportamento de consumo. Essa propriedade garante que, na teoria do consumidor, não existe ilusão monetária.

===

===

Questão 3.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *As funções de demanda geradas pela função de utilidade* $v = \alpha[\ln(x_1^2x_2)^{1/4}]^2+\beta$ *são exatamente iguais àquelas derivadas a partir da função de utilidade* $u = x_1^2x_2$.

INCERTO

Embora a função de utilidade v seja uma transformação monótona composta de u (na seguinte ordem: raiz, logarítmica, quadrática e linear), nada garante que ela seja uma transformação crescente e, portanto, mantenha o mesmo ordenamento. A afirmativa estaria certa se $\alpha > 0$, ou seja, se o coeficiente angular da transformação linear fosse positivo, o que garantiria uma transformação monótona crescente de u e, portanto, preservaria o mesmo ordenamento. Por outro lado, se $\alpha < 0$, a afirmativa estaria errada, uma vez que o ordenamento não seria preservado.

Questão 3.4.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se um consumidor estiver inicialmente em equilíbrio e todos os preços e sua renda aumentam em 10%, se pode afirmar que o indivíduo irá consumir proporcionalmente menos dos bens que são inferiores a ele.*

ERRADO

A propriedade de homogeneidade de grau zero em preços e renda garante que, se todos os preços e a renda aumentam em 10%, a condição de tangência e a restrição orçamentária desse indivíduo não se alteram, de modo que o seu consumo também não sofrerá nenhuma alteração. Em outras palavras, não existe ilusão monetária.

==

O CAMINHO DE EXPANSÃO DA RENDA E A CURVA DE ENGEL

Seria interessante saber como o consumidor ajusta o seu consumo frente a variações na sua renda, com preços constantes. A FIGURA 3.4.4 mostra esse ajustamento, a partir do ponto de equilíbrio inicial no espaço de mercadorias, ponto A(x_i^A, x_j^A) no painel superior dessa figura. O ponto A é de fato um ponto de equilíbrio porque, aos preços p_i^0 e p_j^o, a curva de indiferença u^0 é tangente à restrição orçamentária para a renda M^0. O ponto A'(x_i^A, M^0) no painel inferior da FIGURA 3.4.4 corresponde ao ponto A no painel superior. Ao se expandir a renda do consumidor de M^0 para M^1 ($M^1 > M^0$), com preços constantes, a reta orçamentária se desloca paralelamente para fora, ampliando o seu conjunto de oportunidade. Em conseqüência, o consumidor ajusta o seu consumo para o ponto B(x_i^B, x_j^B), em um nível de utilidade mais alto $u^1 > u^0$. No painel inferior, o ajustamento é para o ponto B'(x_i^B, M^1), que corresponde a um nível mais elevado de renda. Aumentando-se ainda mais a renda do consumidor para M^2 ($M^2 > M^1 > M^0$) e mantendo-se os preços constantes, a reta orçamentária se desloca paralelamente para fora, ampliando ainda mais o seu conjunto de oportunidade. Em conseqüência, o consumidor ajusta o seu consumo para o ponto C(x_i^C, x_j^C), em um nível de utilidade mais alto $u^2 > u^1 > u^0$. O ajustamento no painel inferior se dá para o ponto C'(x_i^C, M^2), o qual corresponde a um nível mais elevado de renda.

Esse procedimento pode ser repetido para vários níveis de renda, mais altos e mais baixos. De fato, ao variar-se a renda do consumidor para diferentes níveis, com os preços constantes, gera-se uma série de pontos de equilíbrio do consumidor (tangência entre a curva de indiferença e a reta orçamentária) no painel superior da FIGURA 3.4.4, os quais correspondem a uma série de pontos no painel inferior da mesma figura. Ligando-se todos esses pontos de equilíbrio do consumidor, obtidos no painel superior dessa figura, obtém-se a curva de expansão da renda (ou curva renda-consumo), a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>curva de expansão da renda</u> (ou <u>curva renda-consumo</u>) é o lugar geométrico de todos os pontos de equilíbrio do consumidor (tangência entre a curva de indiferença e a reta orçamentária), obtidos ao fazer-se variar a sua renda, mantendo-se todos os preços constantes.

==

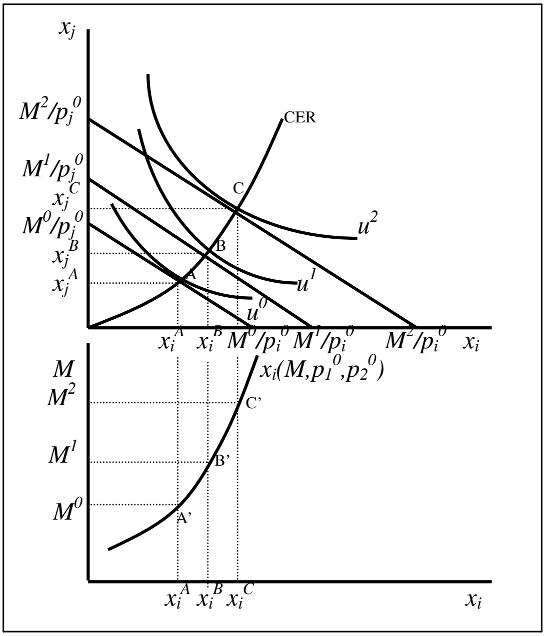


FIGURA 3.4.4: O CAMINHO DE EXPANSÃO DA RENDA E A CURVA DE ENGEL

Deve-se ressaltar que o caminho de expansão da renda (CER) pode ser linear, convexo ou côncavo, o que dependerá da elasticidade renda do bem X_i. Se o bem apresenta elasticidade renda unitária ($\eta_i = 1$), então o CER é linear. Se a sua elasticidade renda é menor que a unidade ($\eta_i < 1$), então o CER é convexo. Finalmente, quando o bem X_i é superior (ou de luxo), ou seja, apresenta elasticidade renda maior que a unidade ($\eta_i > 1$), o CER é côncavo.A FIGURA 3.4.5 ilustra essas três possibilidades.

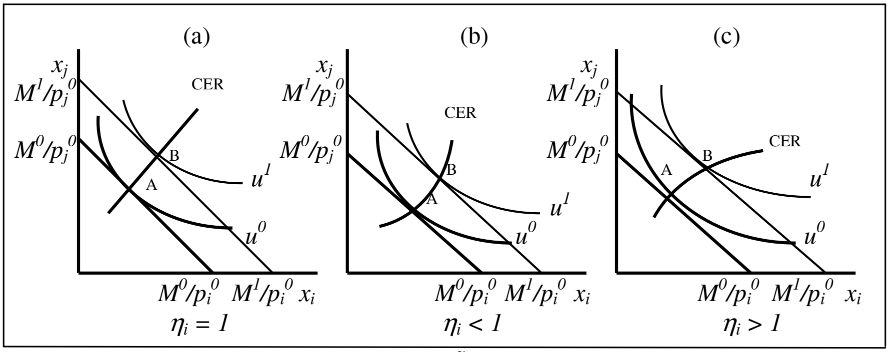


FIGURA 3.4.5: O CAMINHO DE EXPANSÃO DA RENDA E A SUA CURVATURA

===

Questão 3.4.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Em um modelo de apenas dois bens, se a curva renda-consumo (caminho de expansão da renda) é negativamente inclinada e se aproxima do eixo X_2 à medida que a renda aumenta, então se pode afirmar que o bem X_1 é normal e o bem X_2 é inferior.*

ERRADO

Curva renda-consumo negativamente inclinada e se aproximando do eixo X_2 significa que o bem X_1 é inferior (isto é, $\eta_1 < 0$) e o bem X_2 é superior ou de luxo (ou seja, $\eta_2 > 1$).

===

Da mesma forma que os pontos gerados no painel superior da FIGURA 3.4.4 foram unidos para gerar o caminho de expansão da renda (CER) ou curva renda-consumo, pode-se também ligar todos os pontos correspondentes no painel inferior dessa mesma figura para se obter a curva de Engel do bem *i*. A curva de Engel do bem *i* é nada mais do que a projeção do caminho de expansão da renda (ou curva renda-consumo) no plano (x_i,M), mantendo-se os preços constantes. Assim, pode-se definir:

===

Definição: A curva de Engel é o lugar geométrico de todas as quantidades de equilíbrio do consumidor (de máxima satisfação) ao fazer-se variar a sua renda nominal, mantendo-se todos os preços constantes.

===

Embora a curva de Engel mostrada na FIGURA 3.4.4 tenha inclinação positiva, deve-se ressaltar que ela tanto pode ser positiva quanto negativamente inclinada, o que dependerá de o bem ser normal (e superior) ou inferior, respectivamente. Conforme avançado no primeiro capítulo, um bem inferior tem elasticidade renda negativa, indicando que a quantidade demandada e a renda variam em sentido contrário. Por outro lado, um bem normal (e superior) apresenta elasticidade renda positiva, implicando uma relação direta entre a quantidade demandada e a renda.

NOTA SOBRE A UTILIDADE MARGINAL NA MODERNA TEORIA DO CONSUMIDOR

A abordagem cardinal da teoria do consumidor pressupunha que a utilidade marginal era decrescente. Isso implicava dizer que, à medida que se aumentava o consumo de um bem, a contribuição de quantidades adicionais desse bem à utilidade do consumidor era cada vez menor[35]. No entanto, pode-se demonstrar que o conceito de utilidade marginal decrescente é irrelevante na moderna teoria do consumidor. A razão é que, com o conceito de utilidade estritamente ordinal, a taxa de variação da utilidade

[35] A utilidade marginal decrescente na abordagem cardinal da teoria do consumidor era, em realidade, uma restrição que os antigos economistas pensavam que fosse necessária para que o consumidor alcançasse um máximo finito.

marginal (a segunda derivada da função de utilidade) depende da especificação do índice utilizado. Para mostrar isso, considera-se uma transformação monótona crescente da função de utilidade u, tal que $v = F(u)$, com $F' > 0$, cuja relação entre u_{ii} e v_{ii} é especificada por:

$$v_{ii} = F' u_{ii} + F'' u_i^2$$

Ao admitir-se que $u_{ii} < 0$ (ou seja, utilidade marginal decrescente), seria perfeitamente possível obter-se $v_{ii} > 0$, contrariando o pressuposto da utilidade marginal decrescente. A razão é que, com $F' > 0$ (pressuposto de transformação monótona crescente da função u) e u_i positivo (pressuposto da não saciedade), então F'' pode ter qualquer sinal, podendo inclusive gerar $v_{ii} > 0$. Neste sentido, se o índice v é escolhido de modo tal que $F'' > 0$ é suficientemente grande (a ponto de gerar $F'' u_i^2 > F' u_{ii}$), então, pode-se obter $v_{ii} > 0$. Isso significa que, de acordo com o conceito de utilidade estritamente ordinal, u_{ii} e v_{ii} não necessitam ter o mesmo sinal e ainda assim esses dois índices de utilidade podem gerar idênticas funções de demanda.

Dessa forma, seria perfeitamente possível obter um mesmo conjunto de funções de demanda, derivadas alternativamente a partir de uma dada função de utilidade exibindo utilidades marginais decrescentes, ou através de alguma transformação monótona crescente dessa função que exibe utilidades marginais crescentes. Portanto, pode-se concluir que a taxa de crescimento ou decréscimo da utilidade marginal não traz nenhuma implicação observável para a teoria do consumidor.

==

Questão 3.4.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O pressuposto da utilidade marginal decrescente significa que o consumidor sempre se sacia e, portanto, é relevante para o conceito de utilidade estritamente ordinal.*

ERRADO

Na moderna teoria do consumidor, onde o conceito de utilidade é estritamente ordinal, o pressuposto da taxa de variação da utilidade marginal (isto é, o sinal da segunda derivada) é completamente irrelevante (ou desnecessária). Isso é verdade porque qualquer transformação monótona crescente dessa função de utilidade, embora preserve o ordenamento, pode alterar a taxa de variação da utilidade marginal, alterando o sinal da segunda derivada.

==

NOTA SOBRE BENS SUBSTITUTOS E COMPLEMENTARES NA MODERNA TEORIA DO CONSUMIDOR

Anteriormente costumava-se definir bens substitutos e complementares de acordo com o sinal da taxa de variação das utilidades marginais. Segundo essa classificação, dois bens eram substitutos se, ao se consumir mais de um, a utilidade marginal do outro fosse reduzida, isto é, se $u_{ij} < 0$. Por outro lado, dois bens eram complementares se, ao se consumir mais de um, a utilidade marginal do outro fosse aumentada, ou seja, se $u_{ij} > 0$. No entanto, pode-se demonstrar que essa classificação é falaciosa. A razão é que, se $u_{ij} > 0$, existe alguma transformação monótona crescente de

u, $v = F(u)$, com $F'(u) > 0$, que pode produzir $v_{ij} < 0$ (sinal oposto ao sinal de u_{ij}) e ainda assim implicar o mesmo comportamento do consumidor, e vice-versa, se $u_{ij} < 0$.

A explicação para essa falácia é que, na moderna teoria econômica, u_{ij} e v_{ij} estão relacionados da seguinte forma:

$$v_{ij} = F'u_{ij} + F''u_i u_j \text{, com } F'>0 \text{ e } u_i \text{ e } u_j > 0$$

e desde que F'' pode ter qualquer sinal, então é perfeitamente possível obter-se $F'' < 0$ (ou $F'' > 0$), podendo inclusive reverter o sinal de u_{ij} e ainda assim manter o mesmo comportamento observável implicado pelas curvas de demanda. Isso significa que essa classificação não é capaz de caracterizar um comportamento observável e, portanto, não tem nenhuma serventia.

3.5 A ESCOLHA ÓTIMA DO CONSUMIDOR – O POSTULADO DA MINIMIZAÇÃO DO GASTO E AS FUNÇÕES DE DEMANDA HICKSIANA

Na seção anterior, postulou-se que o consumidor fazia sua escolha maximizando sua função de utilidade, condicionada a sua restrição orçamentária. A escolha ótima do consumidor pode ser reformulada, postulando-se que o consumidor determine o seu nível de consumo de modo a minimizar o gasto (ou custo) necessário para atingir um certo nível de utilidade, isto é:

$$\min_{x_1,x_2} \quad M = p_1x_1 + p_2x_2$$
$$s.a. \quad u(x_1, x_2) = u^0$$

onde M é agora interpretado como o gasto (ou custo) a ser minimizado e u^0 representa o dado nível de utilidade a ser atingido.

Análise semelhante àquela utilizada no problema de maximização condicionada pode ser aplicada a esse problema de minimização, tendo em vista que as estruturas matemáticas desses dois problemas são análogas, exceto pela interpretação diferenciada das variáveis envolvidas. Esse problema de minimização condicionado pode ser resolvido pelo método de Lagrange, cuja expressão característica pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda[\, u^0 - u(x_1, x_2)]$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange. Diferenciando-se o lagrangiano em relação a x_1, x_2 e λ e igualando essas derivadas a zero, obtêm-se as condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$L_1 = p_1 - \lambda u_1(x_1, x_2) = 0$$
$$L_2 = p_2 - \lambda u_2(x_1, x_2) = 0$$
$$L_\lambda = u(x_1, x_2) - u^0 = 0$$

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um mínimo condicionado é que o determinante hessiano $|H^m|$ seja negativo, ou seja:

$$|H^m| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{1\lambda} \\ L_{21} & L_{22} & L_{2\lambda} \\ L_{\lambda 1} & L_{\lambda 2} & L_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\lambda u_{11} & -\lambda u_{12} & -u_1 \\ -\lambda u_{21} & -\lambda u_{22} & -u_2 \\ -u_1 & -u_2 & 0 \end{vmatrix} < 0$$

Uma forma de simplificar o sistema formado pelas condições de primeira ordem seria eliminando λ, de forma a reduzir esse sistema a duas equações e duas incógnitas. Assim, dividindo-se a primeira equação pela segunda, resulta a seguinte condição[36]:

$$u_1(x_1,x_2)/u_2(x_1,x_2) = p_1/p_2$$

Essa condição juntamente com a terceira CPO (equação de restrição), ou seja:

$$u(x_1, x_2) - u^0 = 0$$

formam um sistema de duas equações e duas incógnitas.

Essa segunda condição restringe a escolha ótima do consumidor a se situar sobre o mesmo nível de utilidade, enquanto que a primeira estabelece a igualdade entre a taxa marginal de substituição ($\tau = u_1/u_2$) e a taxa marginal de transformação ($\tau_M = p_1/p_2$), condição análoga àquela obtida no problema de maximização da utilidade[37]. De fato, a primeira condição reproduz a mesma condição de tangência obtida no problema de maximização de utilidade. Isso significa que, para que o gasto em se obter um dado nível de utilidade seja minimizado, é necessário que a reta de gasto seja tangente à curva de indiferença. Essa condição só é satisfeita no ponto E da FIGURA 3.5.1.

Nesse processo de otimização, o consumidor escolhe o seu consumo ótimo de modo a minimizar o gasto ao atingir o nível de utilidade u^0. Uma vez que esse nível de utilidade terá que ser necessariamente alcançado, então a escolha ótima do consumidor deverá se situar sobre a curva de indiferença u^0. Pontos sobre essa curva de indiferença, tais como A, B, C e E na FIGURA 3.5.1, são todos possíveis de serem escolhidos pelo consumidor. Obviamente que o ponto A não seria escolhido pelo consumidor, uma vez que o gasto em A seria maior do que aquele que ele poderia obter se tivesse escolhido consumir nos pontos B e C. No entanto, os pontos B e C não são pontos que minimizem o gasto ao atingir esse nível específico de utilidade. Se o consumidor rearranjasse seu consumo e se deslocasse para o ponto E, ele poderia minimizar o gasto para atingir esse nível desejado de utilidade, tendo em vista ser esse o único ponto de tangência entre a curva de indiferença u^0 e as múltiplas e possíveis retas de gasto para atingir esse nível específico de utilidade. Nenhum outro ponto possibilitaria ao consumidor atingir esse dado nível de utilidade com um gasto menor do que aquele representado pelo ponto E. Obviamente que o consumidor gostaria de escolher um gasto menor, representado na FIGURA 3.5.1 por uma reta de custo ainda mais baixa. No entanto, esse nível de gasto não é factível, tendo em vista que ele não conseguiria atingir o desejado nível de utilidade u^0.

[36] O multiplicador de Lagrange do problema de minimização do gasto, λ, representa o custo (ou gasto) marginal da utilidade.

[37] Essas taxas representam, respectivamente, a inclinação da curva de indiferença e a inclinação da restrição orçamentária, com sinais trocados.

Admitindo-se que a condição de segunda ordem para o problema de minimização do gasto seja satisfeita, então o sistema formado pelas duas equações acima pode ser resolvido[38], donde obtém-se as funções de demanda hicksiana:

$$x_1 = x_1^h(p_1,p_2,u^0)$$
$$x_2 = x_2^h(p_1,p_2,u^0)$$

Deve-se ressaltar que as funções de demanda hicksiana ou compensada têm como parâmetros os preços p_1 e p_2 e o nível de utilidade u^0, revelando níveis de consumo para um dado conjunto de preços e o nível de utilidade (ou renda real). Essas funções mostram como x_1 e x_2 são afetados por preços, quando a utilidade (ou renda real) do consumidor é mantida constante ao nível u^0, daí o nome compensada.

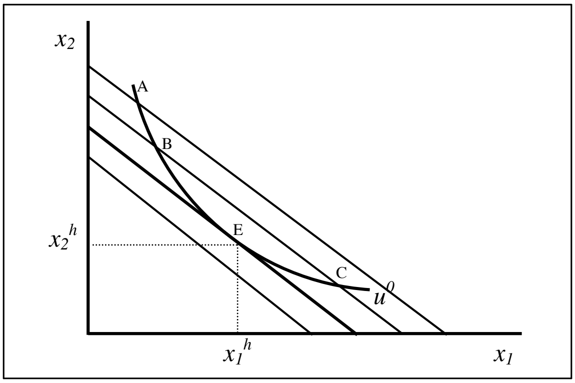


FIGURA 3.5.1: O MODELO DE MINIMIZAÇÃO DO CUSTO E O EQUILÍBRIO DO CONSUMIDOR

A função de demanda hicksiana ou compensada de um bem i pode ser derivada graficamente, variando-se o seu preço e mantendo-se o preço do outro bem e o nível de utilidade constantes. Para mostrar isso, supõe-se que o ponto A(x_i^A, x_j^A) no painel superior na FIGURA 3.5.2 (espaço de mercadorias) representa o ponto de equilíbrio inicial do consumidor (ponto de tangência entre a reta orçamentária e a curva de indiferença u^0), aos preços p_i^A, p_j^0. O ponto A'(x_i^A, p_i^A), no painel inferior da mesma figura, terá a mesma interpretação de equilíbrio no espaço de demanda e corresponderá ao ponto A no painel superior. Ao se reduzir o preço do bem i de p_i^A para p_i^B, com p_j e a utilidade constantes, aos níveis p_j^0 e u^0, o consumidor ajusta o seu consumo para o ponto B(x_i^B, x_j^B) na mesma curva de indiferença u^0. Esse ajustamento é obtido ao se compensar o consumidor pela redução no preço do bem i, retirando-se renda nominal suficiente para que ele volte a consumir na mesma curva de indiferença original u^0 (isto é, com o mesmo nível de renda real). Essa compensação (via diminuição da sua renda nominal) é necessária porque a redução no preço desse bem aumenta a renda real do consumidor. Se

[38] No caso geral de n bens, o teorema da função implícita garante que o sistema formado pelas $n+1$ condições de primeira ordem tem realmente solução.

o consumidor não fosse compensado, ele estaria consumindo em uma curva de indiferença mais alta, alcançando um nível de utilidade (ou renda real) mais elevado.

Esse ajustamento do consumidor pode ser também visto no painel inferior da FIGURA 3.5.2. Ao preço mais baixo $p_i^B < p_i^A$ e com a utilidade constante, o consumidor ajusta o seu consumo de x_i do ponto A' para o ponto B'(x_i^B, p_i^B). Repetindo-se esse procedimento para os vários níveis de preço p_i, com p_j e u constantes, obtém-se uma série de pontos no diagrama inferior, que ao serem ligados geram a função de demanda hicksiana $x_i^h(p_i,p_j^0,u^0)$, a qual pode ser definida da seguinte forma:

Definição: A <u>curva de demanda hicksiana (ou compensada)</u> de um bem *i* é o lugar geométrico de todas as quantidades de equilíbrio do consumidor (de mínimo custo) ao fazer-se variar o seu preço, mantendo-se todos os outros parâmetros (preços dos outros bens e a utilidade - *proxy* para a renda real) constantes.

Portanto, a curva de demanda hicksiana $x_i = x_i^h(p_1,p_2^0,u^0)$ representa a projeção do ajustamento do consumidor do plano de mercadoria no plano (x_i, p_i), ao se variar o seu preço, mantendo-se o preço dos outros bens e a utilidade constantes.

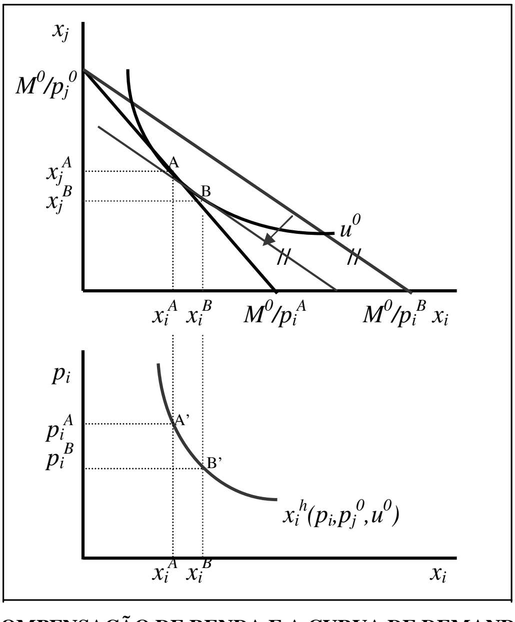


FIGURA 3.5.2: A COMPENSAÇÃO DE RENDA E A CURVA DE DEMANDA HICKSIANA

É bom relembrar que deslocamentos ao longo da curva de demanda hicksiana são interpretados como a resposta da quantidade demandada x_i frente a variações no seu preço p_i, enquanto que deslocamentos da curva de demanda representam a resposta de variações nos parâmetros p_j^0 e u^0.

==

Exemplo 3.5.1: A título de ilustração da técnica de obtenção das demandas hicksiana, supõe-se que a função de utilidade seja especificada por $u = x_1x_2$. De acordo com o exposto acima, a escolha ótima do consumidor é estabelecida com base no seguinte problema de otimização condicionada:

$$\min_{x_1,x_2} \quad M = p_1x_1 + p_2x_2$$
$$s.a. \quad x_1x_2 = u$$

cujo lagrangiano pode ser escrito da seguinte forma:

$$L = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda[u - x_1\, x_2\,]$$

do qual resultam as seguintes condições de primeira ordem (ou condições necessárias):

$$L_1 = p_1 - \lambda x_2 = 0$$
$$L_2 = p_2 - \lambda x_1 = 0$$
$$L_\lambda = u - x_1x_2 = 0$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda, resolvendo-se para x_2 em função de x_1, e substituindo-a na terceira condição, obtêm-se as funções de demanda hicksiana (admite-se que a condição de segunda ordem seja satisfeita):

$$x_1^h = p_1^{-1/2}p_2^{1/2}u^{1/.2}$$
$$x_2^h = p_1^{1/2}p_2^{-1/2}u^{1/.2}$$

==

3.6 DECOMPOSIÇÃO DO EFEITO PREÇO NOS COMPONENTES SUBSTITUIÇÃO E RENDA

Qualquer variação no preço de um bem, *ceteris paribus*, altera a posição de equilíbrio do consumidor e faz com que ele busque uma situação mais vantajosa ou menos danosa em termos de satisfação, levando-o a ajustar o seu consumo até uma nova posição de equilíbrio. Ao se variar o preço p_i, mantendo-se constante o preço dos outros bens p_j e a renda nominal M, pode-se verificar como o consumidor ajusta seu consumo para uma nova posição de equilíbrio. Esse movimento do seu ponto inicial de equilíbrio para uma nova posição de equilíbrio é denominado de efeito preço, o qual pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: O <u>efeito preço</u> é a modificação na posição de equilíbrio do consumidor decorrente de uma variação no preço de um bem, mantendo-se constante a renda nominal e os preços dos outros bens.

==

O efeito preço que decorre desse ajustamento do consumidor frente a uma variação no preço de um bem é também denominado de efeito total, por conter (ou ser a soma de) dois outros efeitos, que são o puro efeito substituição e o puro efeito renda, os quais são formalmente definidos a seguir:

==

Definição: **1.** O <u>puro efeito substituição</u> é o ajustamento no consumo de um bem frente a uma mudança do seu preço, compensando-se o consumidor de modo a mantê-lo na mesma superfície de indiferença, ou seja, com o mesmo nível de renda real.

2. O <u>puro efeito renda</u>, é o ajustamento no consumo de um bem frente a uma mudança da renda nominal do consumidor, mantendo-se os preços constantes.

==

A desagregação do efeito preço nos seus componentes substituição e renda pode ser visualizada na FIGURA 3.6.1, que trata especificamente de um bem normal[39]. O ponto A nessa figura representa o ponto inicial de equilíbrio do consumidor (ponto de tangência entre a curva de indiferença u^0 e a restrição orçamentária, representada pela renda normal M^0), o qual encontra sua máxima utilidade neste ponto. Quando o preço p_1 aumenta, *ceteris paribus*, a restrição orçamentária sofre uma rotação no sentido horário e o consumidor ajusta o seu consumo para o ponto C, novo ponto de equilíbrio (máxima utilidade, ao novo preço). A variação total no consumo de x_1, a qual é expressa por x_1^A - x_1^C, é o resultado da composição de duas outras variações, podendo ser particionada da seguinte forma:

$$x_1^A - x_1^C = (x_1^A - x_1^B) + (x_1^B - x_1^C)$$

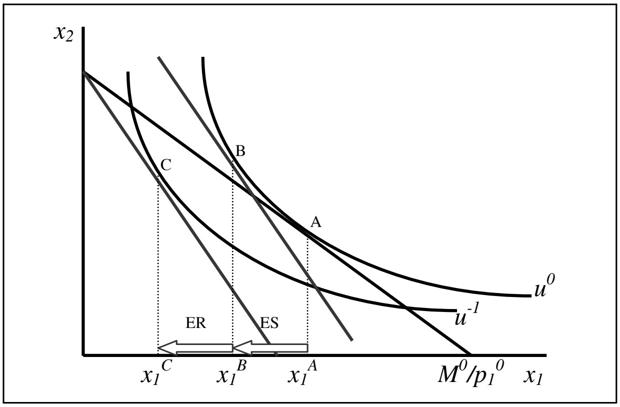


FIGURA 3.6.1: DECOMPOSIÇÃO DO EFEITO PREÇO EM UM PURO EFEITO SUBSTITUIÇÃO E UM PURO EFEITO RENDA PARA O CASO DE UM BEM NORMAL

O primeiro termo do lado direito dessa equação, $(x_1^A-x_1^B)$, corresponde ao ajustamento em x_1 ao novo preço, mantendo-se a utilidade (ou renda real) constante, e representa o puro efeito substituição. O segundo termo, $(x_1^B-x_1^C)$, corresponde à variação em x_1 ao novo preço, quando se compõe a renda nominal inicial, mantendo-se os preços constantes (isto

[39] Deve-se lembrar que um bem é normal se a variação no seu consumo se dá na mesma direção da variação da renda do consumidor.

é, por meio de um deslocamento paralelo da restrição orçamentária), e representa o puro efeito renda. Pode-se observar que, para esse caso específico de bem normal, os efeitos substituição e renda caminham na mesma direção, de modo que o efeito renda reforça o efeito substituição, o qual é sempre negativo[40]. Esse fato é destacado na FIGURA 3.6.1 pelas duas setas apontando para a mesma direção.

A desagregação do efeito preço nos seus componentes substituição e renda, para o caso de um bem inferior pode ser visualizada na FIGURA 3.6.2. Quando o preço p_1 aumenta, mantendo-se a renda nominal e o preço do outro bem constante, o consumidor ajusta o seu consumo de x_1 para o ponto C, pela magnitude x_1^A-x_1^C. Esse ajustamento pode ser decomposto na soma de dois outros ajustamentos parciais, ou seja, $x_1^A-x_1^C = (x_1^A-x_1^B) + (x_1^B-x_1^C)$. O primeiro, $(x_1^A-x_1^B)$, devido ao puro efeito substituição, corresponde à variação no consumo de x_1 ao novo preço, mantendo-se a utilidade (ou renda real) constante. O segundo ajustamento, $(x_1^B-x_1^C)$, referente ao puro efeito renda, corresponde à variação no consumo de x_1 ao novo preço, mantendo-se os preços constantes (deslocamento paralelo da restrição orçamentária). Pode-se observar que para o caso de bem inferior esses dois ajustamentos caminham em direções opostas, isto é, o efeito renda é positivo, enquanto que o efeito substituição é sempre negativo. No entanto, constata-se que o efeito substituição negativo suplanta o efeito renda positivo, de modo que o efeito preço continua sendo negativo. Esse fato é destacado na FIGURA 3.6.2 pelas setas em direções opostas, cujas componentes correspondem às magnitudes dos respectivos efeitos.

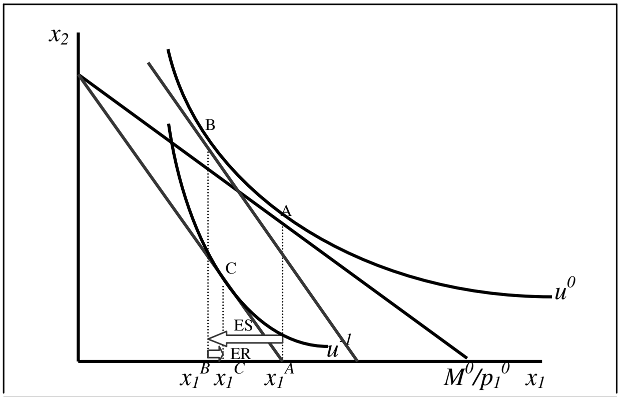


FIGURA 3.6.2: DECOMPOSIÇÃO DO EFEITO PREÇO EM UM PURO EFEITO SUBSTITUIÇÃO E UM PURO EFEITO RENDA (PARA O CASO DE UM BEM INFERIOR)

Quando o efeito renda positivo (característico de um bem inferior) suplanta o efeito substituição, caso em que o efeito preço é positivo, esse bem recebe a denominação de bem de Giffen. A principal característica do bem de Giffen é apresentar

[40] Conforme será visto no próximo capítulo, o fato de o efeito substituição ser sempre negativo implica que a demanda hicksiana será sempre negativamente inclinada.

demanda positivamente inclinada. Por ser uma classe muito especial de bem inferior, ele será detalhado a seguir.

A desagregação do efeito preço para o caso de um bem de Giffen, nos seus componentes substituição e renda, pode ser visualizada na FIGURA 3.6.3. Quando p_1 aumenta e a reta orçamentária sofre a rotação no sentido horário, o consumidor se desloca de A para C (efeito preço ou efeito total). Quando o consumidor é compensado pelo aumento de preço, de modo que ele pode consumir na curva de indiferença inicial, ele ajusta o seu consumo de A para B (efeito substituição puro). Quando a renda que havia sido dada ao consumidor é retirada ele se desloca de B para C (puro efeito renda). Pode-se observar que, para o caso de bem de Giffen, além de o efeito renda ir na direção oposta à do efeito substituição (característica de todo bem inferior), o efeito renda positivo suplanta o efeito substituição (que é sempre negativo), característica específica de um bem de Giffen.

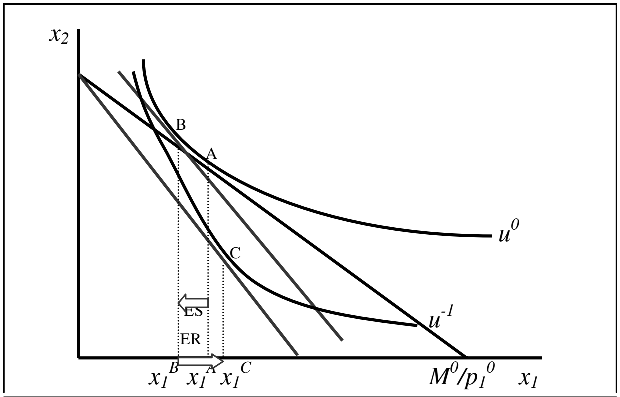


FIGURA 3.6.3: DECOMPOSIÇÃO DO EFEITO PREÇO EM UM PURO EFEITO SUBSTITUIÇÃO E UM PURO EFEITO RENDA (PARA O CASO DE UM BEM DE GIFFEN)

==

Questão 3.6.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha um indivíduo produtor de feijão, cuja renda é totalmente proveniente da comercialização da sua produção e cujo preço de mercado está fora do seu controle. Se o referido indivíduo consome mais feijão em conseqüência de um aumento no seu preço, então se pode afirmar que para esse indivíduo o feijão é um bem de Giffen.*

ERRADO

Deve-se observar que quando o preço do feijão aumenta, a renda desse indivíduo também aumenta. Assim, se o consumo de feijão aumenta, quando sua renda aumenta, é porque o feijão é um bem normal. É importante ressaltar que o efeito substituição de um aumento de preço do feijão, leva o produtor a reduzir o seu consumo de feijão. Se o consumo de feijão aumenta é porque o efeito renda proveniente do aumento do preço é maior que o efeito substituição.

O que essa questão tenta passar ao estudante menos atento é que o movimento se dá ao longo de uma curva de demanda positivamente inclinada – característica de um bem de Giffen. Isso não seria correto, uma vez que há um deslocamento da demanda para a direita, devido ao fato de a renda do produtor ter também aumentado.

==

3.7 COMPARAÇÃO ENTRE AS CURVAS DE DEMANDA MARSHALLIANA E HICKSIANA E A EQUAÇÃO DE SLUTSKY

A curva de demanda marshalliana ou ordinária $x_i^*(p_1,p_2,M)$ foi o resultado da solução do problema de maximização de utilidade condicionada a restrição orçamentária, cujos parâmetros foram os preços p_1, p_2 e a renda nominal M. A curva de demanda hicksiana (ou compensada) $x_i^h(p_1,p_2,u)$, por sua vez, foi a solução do problema de minimização do gasto restrito a atingir um dado nível de utilidade, cujos parâmetros foram os preços p_1, p_2 e o nível de utilidade u. Vale destacar que na demanda marshalliana a renda nominal, além dos preços, é mantida constante, enquanto que na demanda hicksiana é a renda real (*proxy* para o nível de utilidade) que permanece constante, além dos preços, é claro.

A diferença fundamental entre esses dois conceitos distintos de funções de demanda é que a demanda hicksiana contém apenas o efeito substituição, enquanto que a demanda marshalliana contém tanto o efeito substituição quanto o efeito renda, provenientes de uma variação no preço desse bem. Para melhor entender essa diferença entre essas funções de demanda procede-se a análise gráfica, decompondo-se o efeito preço nos seus componentes substituição e renda[41].

Essa diferenciação entre as funções de demanda marshalliana e hicksiana fica mais evidente quando se procede a análise gráfica. A FIGURA 3.7.1 compara essas duas curvas de demanda. O painel (a) compara as demandas no caso em que o bem *i* é normal, enquanto que o painel (b) trata do caso em que o bem *i* é inferior. Vale lembrar que para um bem normal a variação no consumo se dá na mesma direção da variação na renda nominal, enquanto para um bem inferior a variação no consumo se dá em sentido contrário à variação na renda. Os diagramas superiores da FIGURA 3.7.1 permitem observar essa diferenciação entre um bem normal e um bem inferior, avançada na seção anterior. Para o bem normal (ver painel (a)), o movimento de B para C (correspondente a um aumento de renda, proveniente da devolução da renda retirada na compensação) acarreta um aumento no consumo do bem *i*. Para um bem inferior (ver painel (b)), o movimento de B para C (que também corresponde a um aumento de renda) implica uma redução no consumo desse bem.

Uma inspeção no diagrama inferior do painel (a) da FIGURA 3.7.1 (caso em que o bem i é normal) permite observar que a curva de demanda marshalliana é mais elástica que a curva de demanda hicksiana. A intuição por trás desse resultado é que a

[41] Uma análise mais aprofundada dessa diferenciação entre as funções de demanda marshalliana e hicksiana pode ser encontrada no próximo capítulo.

demanda hicksiana contém apenas o efeito substituição, enquanto que a demanda marshalliana, além de conter o efeito substituição, contém também o efeito renda, que nesse caso é negativo e, portanto, reforça o efeito substituição negativo. Por outro lado, para um bem inferior (veja-se painel (b)), a demanda marshalliana é menos elástica que a demanda hicksiana, tendo em vista que o efeito renda nesse caso é positivo e, portanto, reduz o impacto no consumo causado pelo efeito substituição negativo.

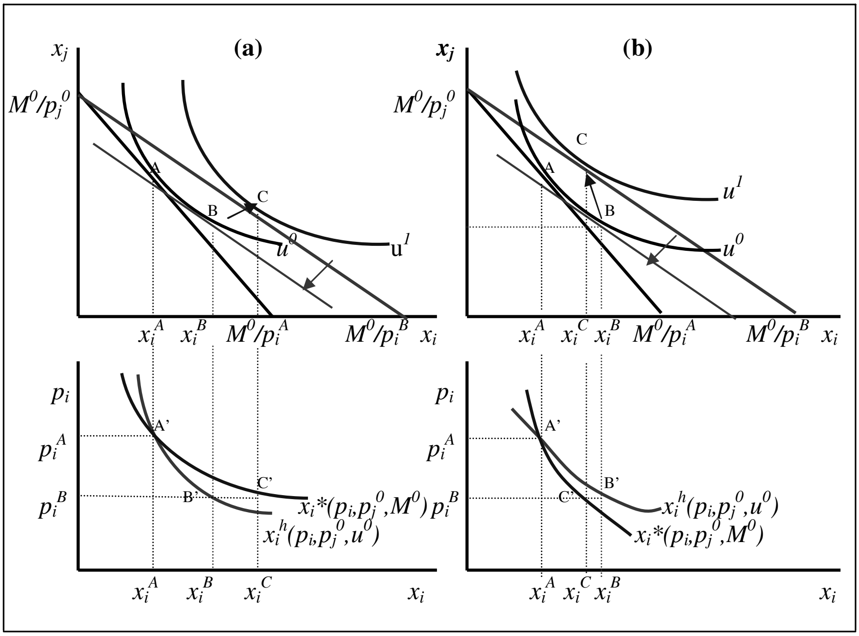


FIGURA 3.7.1: COMPARAÇÃO ENTRE AS DEMANDAS MARSHALLIANA E HICKSIANA PARA OS CASOS EM QUE O BEM i É NORMAL E INFERIOR

As funções de demanda marshalliana $x_i = x_i^*(p_1,p_2,M)$ e hicksiana $x_i = x_i^h(p_1,p_2,u)$ estão relacionadas entre si através da equação de Slutsky. A equação de Slutsky estabelece uma relação entre a variação não compensada de x_i (isto é, $\partial x_i^*/\partial p_i$) e a variação compensada de x_i (ou seja, $\partial x_i^h/\partial p_i$), separando os efeitos intrínsecos desses dois conceitos distintos de demanda, da seguinte forma[42]:

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i^h}{\partial p_i} - x_i^* \frac{\partial x_i^*}{\partial M}$$

[42] No próximo capítulo estende-se a análise da equação de Slutsky ao defini-la de duas formas alternativas. A primeira, mais longa, por meio da estática comparativa dos modelos de maximização de utilidade e minimização do gasto; enquanto que a segunda, mais curta, por meio do teorema da envoltória ou envelope.

onde $\partial x_i^*/\partial p_i$ é o efeito preço (ou efeito total), $\partial x_i^h/\partial p_i$ é o puro efeito substituição e -$x_i^*(\partial x_i^*/\partial M)$ é o puro efeito renda.

A intuição por trás da equação de Slutsky é que, quando o preço varia, o consumidor começa a substituir o consumo do bem que está relativamente mais caro pelo bem relativamente mais barato. Esse ajustamento é, em realidade, o puro efeito substituição (primeiro termo nessa equação). No entanto, a variação no preço altera também o conjunto de oportunidade do consumidor. Se o preço aumenta o consumidor não poderá atingir o nível de consumo anterior, mas se o preço diminui ele terá o seu conjunto de oportunidade aumentado. Tendo em vista que a variação na renda é na direção oposta da variação no preço, esse termo deverá ter sinal negativo. Este ajustamento corresponde ao puro efeito renda de uma variação no preço (segundo termo na equação de Slutsky). Deve-se ressaltar que o multiplicador x_i no termo da variação da renda funciona como um peso para o efeito renda. Dessa forma, se o bem cujo preço varia tem uma pequena proporção no consumo do indivíduo, o efeito renda também será pequeno. Por outro lado, se o consumo desse bem tem uma grande proporção na cesta do consumidor, o efeito renda será grande.

Convém lembrar que o puro efeito substituição é sempre negativo, enquanto que o puro efeito renda tanto pode ser negativo (caso de um bem normal e/ou superior) quanto positivo (caso de um bem inferior). O fato do efeito substituição ser sempre negativo garante que a demanda hicksiana é sempre negativamente inclinada. No entanto, essa mesma garantia não pode ser estendida para a demanda marshalliana. De fato, a equação de Slutsky não permite concluir a respeito do sinal de $\partial x_i^*/\partial p_i$, tendo em vista que o efeito renda pode ser positivo e suplantar o efeito substituição que é sempre negativo. Se x_i não é inferior (ou seja, se $\partial x_i^*/\partial M \geq 0$), então, se pode afirmar que a demanda marshalliana terá inclinação negativa. Isso se dá porque o efeito renda [$-x_i^*(\partial x_i^*/\partial M)$] é negativo e reforça o efeito substituição (sempre negativo). No entanto, é perfeitamente possível, pelo menos sob o ponto de vista teórico, que a demanda marshalliana seja positivamente inclinada, caso em que se verificaria a ocorrência de um bem de Giffen, o qual pode ser redefinido da seguinte forma:

==

Definição: Bem de Giffen é aquele que o efeito renda de uma variação de preço é positivo (isto é, $-x_i(\partial x_i^*/\partial M) \geq 0$) e suplanta o efeito substituição ($\partial x_i^h/\partial p_i < 0$), de modo que a sua função de demanda é positivamente inclinada ($\partial x_i^*/\partial p_i > 0$).

==

Como todo bem de Giffen apresenta efeito renda positivo ($-x_i(\partial x_i^*/\partial M) \geq 0$) e desde que $x_i > 0$, então se pode concluir que todo bem de Giffen é necessariamente um bem inferior ($(\partial x_i^*/\partial M < 0$). No entanto o inverso não é verdadeiro, ou seja, nem todo bem inferior é um bem de Giffen, tendo em vista que o fato de $\partial x_i^*/\partial M < 0$ não implica necessariamente que $\partial x_i^*/\partial p_i - x_i(\partial x_i^*/\partial M) \geq 0$.

Em geral, a equação de Slutsky pode ser definida da seguinte forma:

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^h}{\partial p_j} - x_j^* \frac{\partial x_i^*}{\partial M}$$

onde $\partial x_i^*/\partial p_j$ continua sendo o efeito preço (ou efeito total), $\partial x_i^h/\partial p_j$ é o puro efeito substituição e - $x_i^*(\partial x_i^*/\partial M)$ é o puro efeito renda.

Embora a análise gráfica seja importante para ilustrar o ajustamento do consumidor frente a uma variação no preço de um bem, ela não é uma descrição exata da equação de Slutsky. A razão é que na análise gráfica as variações são finitas, enquanto que na equação de Slutsky essas variações são infinitesimais.

3.8 RELAÇÃO ENTRE ELASTICIDADES

A elasticidade é uma medida adimensional (número puro) que mede a sensibilidade da variável dependente frente a uma variação em qualquer variável independente. Os vários conceitos de elasticidade para a função de demanda ordinária (ou marshalliana) já foram definidos no primeiro capítulo e, portanto, não necessitam maiores comentários. Os conceitos de elasticidade preço das demandas hicksiana $x_i = x_i^h(p_i,p_j,u)$ são análogos aos da demanda ordinária e podem ser definidos da seguinte forma:

==

Definição: **1.** A <u>elasticidade preço própria</u>, denotada por e_{ii}, é a variação percentual na quantidade demandada dividida pela variação percentual no seu preço, isto é:

$$e_{ii} = \frac{\partial x_i^h / x_i^h}{\partial p_i / p_i} = \frac{\partial x_i^h}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_i^h}$$

Se $|e_{ii}| > 1$, a curva de demanda é elástica, indicando que ela é relativamente sensível a variações no seu preço. Por outro lado, se $0 < |e_{ii}| < 1$, então a curva de demanda é inelástica, indicando que ela é relativamente insensível a variações de preço.

2. A <u>elasticidade preço cruzada</u>, denotada por e_{ij}, é a variação percentual na quantidade demandada dividida pela variação percentual no preço de um outro bem, ou seja:

$$e_{ij} = \frac{\partial x_i^h / x_i^h}{\partial p_j / p_j} = \frac{\partial x_i^h}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i^h}$$

Se $e_{ij} > 0$, os bens X_i e X_j são denominados de substitutos líquidos, enquanto que se $e_{ij} < 0$, os bens são complementares líquidos.

==

A seguir analisam-se as relações existentes entre os vários conceitos de elasticidades. Inicialmente a análise é conduzida para as demandas marshalliana e posteriormente para as demandas hicksiana.

3.8.1 PARA AS FUNÇÕES DE DEMANDA MARSHALLIANA

As relações mais importantes entre as elasticidades das funções de demanda marshalliana são derivadas a partir de duas fontes distintas, que são: (1) a propriedade de homogeneidade das funções de demanda; e (2) a restrição orçamentária.

(1) **Homogeneidade**: Desde que as funções de demanda marshalliana, $x_i = x_i^*(p_1,p_2,M)$, são homogêneas de grau zero em preços e renda, então o teorema de Euler para x_1 garante que:

$$p_1(\partial x_1^*/\partial p_1) + p_2(\partial x_1^*/\partial p_2) + M(\partial x_1^*/\partial M) = 0$$

Dividindo-se todos os termos por x_1^*, resulta:

$$(p_1/x_1^*)(\partial x_1^*/\partial p_1) + (p_2/x_1^*)(\partial x_1^*/\partial p_2) + (M/x_1^*)(\partial x_1^*/\partial M) = 0$$

ou, em termos de elasticidades:

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \eta_1 = 0$$

Por analogia para x_2, tem-se:

$$\varepsilon_{21} + \varepsilon_{22} + \eta_2 = 0$$

Para o caso geral de n bens, em que $x_i = x_i^*(p_1, p_2,\ldots,p_n,M)$, deve valer a seguinte relação:

$$\varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} + \ldots + \varepsilon_{in} + \eta_i = 0, \ \forall i = 1,2,\ldots,n$$

(2) **Restrição Orçamentária**: Diferenciando a restrição orçamentária, $p_1x_1 + p_2x_2 = M$, em relação a M, tem-se:

$$p_1(\partial x_1^*/\partial M) + p_2(\partial x_2^*/\partial M) = 1$$

Multiplicando-se e dividindo-se cada termo do primeiro membro por x_i^* e M, resulta:

$$[(p_1x_1^*)/M](M/x_1^*)(\partial x_1^*/\partial M) + [(p_2x_2^*)/M]\,(M/x_2^*)(\partial x_2^*/\partial M) = 1$$

ou em termos de elasticidades:

$$k_1\eta_1 + k_2\eta_2 = 1$$

onde $k_i = (p_ix_i^*)/M$ é a proporção da renda gasta com o bem i. Para o caso geral de n bens, tem-se:

$$k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + \ldots + k_n\eta_n = 1$$

Essa relação tem uma interpretação interessante. Ela estabelece que a soma ponderada das elasticidades renda de todos os bens (ou seja, a média ponderada) tem que ser igual a um. As ponderações são as proporções da renda gasta com os vários bens, k_i, as quais somam um.

Por outro lado, diferenciando-se a restrição orçamentária em relação a p_1, resulta:

$$p_1(\partial x_1^*/\partial p_1) + x_i^* + p_2(\partial x_2^*/\partial p_1) = 0$$

Multiplicando-se todos os termos por p_1/M e depois multiplicando-os e dividindo-os por x_i, obtém-se, após alguns arranjos:

$$[(p_1x_1^*)/M](p_1/x_1^*)(\partial x_1^*/\partial p_1) + [(p_2x_2^*)/M](p_1/x_2^*)(\partial x_2^*/\partial p_1) = -(p_1x_1^*/M)$$

ou em termos de elasticidades:

$$k_1\varepsilon_{11} + k_2\varepsilon_{21} = -k_1$$

Por analogia para p_2, resulta:

$$k_1\varepsilon_{21} + k_2\varepsilon_{22} = -k_2$$

No caso geral de n bens deve valer a seguinte relação:

$$k_1\varepsilon_{1j} + k_2\varepsilon_{2j} + \dots + k_n\varepsilon_{nj} = -k_j, \ \forall j = 1,2,...,n$$

Essa relação estabelece que a soma ponderada das elasticidades de todos os bens, em relação a variação de um preço, é igual a proporção da renda gasta com esse bem, com sinal negativo. É interessante ressaltar a diferença dessa relação *vis-à-vis* a relação anterior (propriedade de homogeneidade), no sentido de que esta relaciona todos os bens a um único preço, enquanto que a relação anterior relacionava um único bem a todos os preços.

As várias relações de elasticidade para as demandas marshalliana, para o caso geral de n bens, estão sumariadas no QUADRO 3.8.1. Esse quadro pode ser facilmente memorizado, tendo em vista que ele é construído a partir da matriz de elasticidades, agregando-se na vertical os respectivos pesos de ponderação e tomando-se os somatórios tanto na horizontal quanto na vertical. Pode-se observar que as linhas estabelecem as relações oriundas da propriedade de homogeneidade, enquanto que as colunas as relações derivadas a partir da restrição orçamentária.

QUADRO 3.8.1

k_1		k_1				k_1		k_1		
x		x				x		x		
ε_{11}	+	ε_{12}	+	...	+	ε_{1n}	+	η_1	=	**0**
+		+				+		+		
k_2		k_2				k_2		k_2		
x		x				x		x		
ε_{21}	+	ε_{22}	+	...	+	ε_{2n}	+	η_2	=	**0**
+		+	.			+		+		
.		.		.		.		.		
:		:			.	:		:		
k_n		k_n				k_n		k_n		
x		x				x		x		
ε_{n1}	+	ε_{n2}	+	...	+	ε_{nn}	+	η_n	=	**0**
‖		‖				‖		‖		
$-k_1$		$-k_2$				$-k_n$		**1**		

==

Questão 3.8.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Em um mundo de apenas dois bens, eles não podem ser normais.*

CERTO

A média ponderada das elasticidades renda deve ser igual a um, isto é:

$$k_1\eta_1 + k_2\eta_2 = 1$$

No entanto, se todos os bens fossem normais ($0 < \eta_1, \eta_2 < 1$), então a média ponderada das elasticidades renda não poderia ser igual a um, uma vez que $k_1 + k_2 = 1$.

Questão 3.8.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a demanda de um bem é elástica então ele deverá ter pelo menos um substituto.*

CERTO

A justificativa dessa assertiva é estabelecida com base na seguinte relação entre elasticidades:

$$k_i\varepsilon_{ii} + \textstyle\sum_j k_j\varepsilon_{ji} = - k_i \ (\forall i \neq j)$$

onde ε_{ii} é a elasticidade preço própria da demanda do bem i, ε_{ij} é a elasticidade preço cruzada do bem i em relação ao bem j, e k_i é a proporção da renda gasta com a mercadoria i. A restrição acima pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$-k_i \left|\varepsilon_{ii}\right| + \textstyle\sum_j k_j\varepsilon_{ji} = -k_i$$

da qual resulta:

$$\textstyle\sum_j k_j\varepsilon_{ji} = k_i(\left|\varepsilon_{ii}\right| - 1) > 0$$

desde que $k_i > 0$ e $\left|\varepsilon_{ii}\right| > 1$ (tendo em vista que o bem i tem demanda elástica), isso significa que o bem i terá pelo menos um bem substituto.

Questão 3.8.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Em um mundo de apenas dois bens, o aumento do preço de um bem cuja demanda é inelástica, "ceteris paribus", causará uma redução do consumo dos dois.*

CERTO

Com apenas dois bens, deve valer a seguinte relação:

$$k_i\varepsilon_{ii} + k_j\varepsilon_{ji} = -k_i$$

se a demanda do bem i é inelástica ($\left|\varepsilon_{ii}\right| < 1$), então:

$$\varepsilon_{ji} = -(k_i/k_j)(1-\left|\varepsilon_{ii}\right|) < 0$$

Isto é, os bens i e j são complementares. A intuição por trás desse resultado é que, quando o preço do bem i aumenta, sua quantidade demandada é reduzida. Desde que há uma relação de complementaridade entre esses bens, então a quantidade demandada do bem j também sofre uma redução.

==

3.8.2 PARA AS FUNÇÕES DE DEMANDA HICKSIANA*

As relações entre elasticidades para as funções de demanda hicksiana são derivadas a partir de três fontes distintas: (1) propriedade de homogeneidade das funções de demanda; (2) restrição de utilidade; e (3) simetria dos efeitos cruzados.

(1) **Homogeneidade**: As funções de demanda hicksiana, $x_i = x_i^h(p_1,p_2,u)$, são homogêneas de grau zero em preços. Isto significa que se os preços dobram, o ponto de tangência não sofrerá nenhuma alteração, uma vez que os preços relativos não mudam. Fazendo-se uso do teorema de Euler para x_1, resulta:

$$p_1(\partial x_1^h/\partial p_1) + p_2(\partial x_1^h/\partial p_2) = 0$$

Dividindo-se todos os termos por x_1^h, tem-se:

$$(p_1/x_1^h)(\partial x_1^h/\partial p_1) + (p_2/x_1^h)(\partial x_1^h/\partial p_2) = 0$$

ou em termos de elasticidades:

$$e_{11} + e_{12} = 0$$

Por analogia:

$$e_{21} + e_{22} = 0$$

Para o caso geral de n bens, com $x_i = x_i^h(p_1,p_2,\ldots,p_n,u)$, tem-se:

$$e_{i1} + e_{i2} + \ldots + e_{in} = 0, \ \forall i = 1,2,...,n$$

(2) **Restrição de utilidade**: Diferenciando a restrição $u(x_1,x_2) = u^0$, em relação a p_1, resulta:

$$u_1(\partial x_1^h/\partial p_1) + u_2(\partial x_2^h/\partial p_1) = 0$$

Substituindo-se $u_i = p_i/\lambda$ (das condições de primeira ordem do problema de minimização de custo) na relação acima, obtém-se:

$$(p_1/\lambda)(\partial x_1^h/\partial p_1) + (p_2/\lambda)(\partial x_2^h/\partial p_1) = 0$$

Multiplicando ambos os lados por λ e p_1 e dividindo ambos os membros por M, bem como multiplicando-se e dividindo-se cada termo por x_i^h, resulta:

$$(p_1x_1^h/M)(p_1/x_1^h)(\partial x_1^h/\partial p_1) + (p_2x_2^h/M)(p_1/x_2^h)(\partial x_2^h/\partial p_1) = 0$$

ou em termos de elasticidades:

$$k_1e_{11} + k_2e_{21} = 0$$

Para o caso de n bens, deve valer a seguinte relação:

$$k_1e_{1i} + k_2e_{2i} + \ldots + k_ne_{ni} = 0, \ \forall i = 1,2,...,n$$

É interessante observar que, uma vez que $e_{ii} < 0$, então $\Sigma_j k_je_{ij} > 0$. Isso significa que qualquer bem deverá ter pelo menos um substituto líquido, embora seja possível que ele não tenha nenhum complementar líquido.

(3) **Simetria dos efeitos cruzados**: Os efeitos cruzados das funções de demanda hicksiana são simétricos[43], isto é:

$$\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_j^h/\partial p_i$$

[43] Essa propriedade será demonstrada no próximo capítulo, com a estática comparativa do problema de minimização do gasto.

Vale a pena ressaltar que essa igualdade não implica que $e_{ij} = e_{ji}$. Em geral, $e_{ij} \neq e_{ji}$. No entanto, pode-se provar que $\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_j^h/\partial p_i$ implica em igualdade entre as elasticidades de substituição Hicks-Allen, σ_{ij}. Para mostrar isso, multiplica-se ambos os lados por p_ip_j e divide-se ambos os membros por x_ix_jM, ou seja:

$$(p_ip_j/x_ix_jM)(\partial x_i^h/\partial p_j) = (p_ip_j/x_ix_jM)(\partial x_j^h/\partial p_i)$$

donde resulta:

$$(p_ix_i/M)e_{ij} = (p_jx_j/M)e_{ji}$$

ou em termos de elasticidades:

$$\sigma_{ij} = e_{ij}/k_j = e_{ji}/k_i = \sigma_{ji}$$

O QUADRO 3.8.2 sumaria as relações de elasticidade para as demandas hicksiana, para o caso geral de n bens. A sua construção é análoga àquela utilizada para as demandas marshalliana. Por analogia, as linhas estabelecem as relações oriundas da propriedade de homogeneidade, enquanto que as colunas as relações derivadas a partir da restrição de utilidade.

QUADRO 3.8.2

k_1		k_1				k_1		
x		x				x		
$\mathbf{e_{11}}$	+	$\mathbf{e_{12}}$	+	...	+	$\mathbf{e_{1n}}$	=	***0***
+		+				+		
k_2		k_2				k_2		
x		x				x		
$\mathbf{e_{21}}$	+	$\mathbf{e_{22}}$	+	...	+	$\mathbf{e_{2n}}$	=	***0***
+		+	.			+		
.		.		.		.		
:		:			.	:		
k_n		k_n				k_n		
x		x				x		
$\mathbf{e_{n1}}$	+	$\mathbf{e_{n2}}$	+	...	+	$\mathbf{e_{nn}}$	=	***0***
$\parallel$		$\parallel$				$\parallel$		
0		***0***				***0***		

==

Questão 3.8.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Admitindo-se a existência de apenas três bens, se pode afirmar que se x_1 é substituto líquido de x_2 e x_2 é complementar líquido de x_3, então x_3 deve ser complementar líquido de x_1.*

ERRADO

Com apenas três bens, eles tem que satisfazer as seguintes restrições:

$$e_{11} + e_{12} + e_{13} = 0$$
$$e_{21} + e_{22} + e_{23} = 0$$
$$e_{31} + e_{32} + e_{33} = 0$$

Tomando-se a primeira equação como referência e desde que $e_{12} > 0$ e $e_{13} < 0$, então se pode observar que e_{31} pode ter qualquer sinal. Nada pode ser dito a respeito do sinal de e_{31} na segunda equação, tendo em vista que nessa equação $e_{21} = e_{12} > 0$, $e_{22} < 0$ e $e_{23} < 0$. Com base na terceira equação e desde que $e_{32} = e_{23} < 0$ e $e_{33} < 0$, pode-se constatar que $e_{31} =$

e_{13} tem que ser necessariamente positivo. Dessa forma, $e_{31} > 0$ significa que x_3 deve ser substituto líquido de x_1 e não complementar líquido.

==

3.9 A FUNÇÃO DE DEMANDA DE MERCADO

A função de demanda de mercado é o resultado da agregação de todas as curvas de demanda individuais. A agregação é feita horizontalmente, por meio do somatório das funções de demanda de cada consumidor individual, de modo que, para cada preço, são somadas as quantidades demandadas de cada consumidor nesse mercado. A FIGURA 3.9.1 ilustra a determinação da demanda de mercado do bem i, $x_i(p_i)$, com base nas demandas individuais de três consumidores distintos (A, B e C), cujas demandas estão representadas nessa figura pelas curvas $x_i^A(p_i)$, $x_i^B(p_i)$ e $x_i^C(p_i)$. A demanda de mercado, curva mais grossa nessa figura, foi obtida através da agregação horizontal dessas três curvas de demanda. Isto é, para cada preço, foram somadas as quantidades demandadas de cada consumidor individual. Pode-se observar que, para preços maiores que p_1^0, a curva de demanda de mercado coincide com a demanda do consumidor A, $x_i^A(p_i)$. Para preços situados no intervalo p_1^0 e p_1^1, a demanda de mercado é a agregação das curvas de demanda dos consumidores A e B, ou seja, $x_i^A(p_i)$ e $x_i^B(p_i)$. Finalmente, para preços menores que p_1^1 somam-se as demandas de todos os consumidores nesse mercado. Uma inspeção da FIGURA 3.9.1 permite observar que à medida que se aumenta o número de consumidores (reduzindo-se o preço desde o seu nível mais alto), a demanda de mercado vai sofrendo uma rotação para a direita, ficando paulatinamente mais elástica que as demandas individuais. Deve-se ressaltar que a demanda do indivíduo C, $x_i^C(p_i)$, se comporta no seu trecho central como um bem de Giffen (com inclinação positiva), mas nem por isso a demanda de mercado se tornou positivamente inclinada.

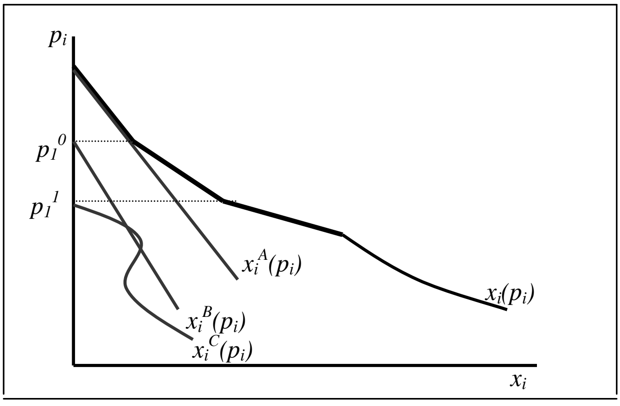


FIGURA 3.9.1: A FUNÇÃO DE DEMANDA DE MERCADO COMO UMA AGREGAÇÃO DAS FUNÇÕES DE DEMANDA INDIVIDUAL

A função de demanda de mercado de um bem ou serviço pode ser, portanto, definida da seguinte forma[44]:

==

Definição: A função de demanda de mercado é a agregação na horizontal das funções de demanda de todos os consumidores, de modo que, para cada preço, somam-se as quantidades demandadas de cada consumidor individual nesse mercado.

==

A curva de demanda de mercado mostrada na FIGURA 3.9.1, a qual resultou da agregação das curvas de demanda individuais, é quebrada em alguns pontos. Isso aconteceu porque foram poucos os consumidores considerados no processo de agregação (apenas três). No entanto, à medida em que o número de consumidores aumenta, as quebras na curva de demanda de mercado tendem a desaparecer, tornando-a mais suave.

Além do mais, a curva de demanda de mercado é sempre negativamente inclinada, independentemente se alguma curva de demanda individual se comporta localmente segundo os preceitos de um bem de Giffen. Isso se verifica porque, na agregação, as demandas bem comportadas, em maior número, superam os efeitos perversos das demandas que apresentam o paradoxo de Giffen. Nesse sentido, a curva de demanda de mercado garante o cumprimento da lei de demanda.

==

Exemplo 3.9.1: A título de exemplo, supõe-se que o mercado do bem i seja composto de dois grupos de consumidores A e B, cujas funções de demanda sejam especificadas por:

$$x_i^A = M^A/2p_i$$
$$x_i^B = M^B/3p_i$$

Se existisse apenas um consumidor de cada grupo, então a função de demanda de mercado desse bem, $x_i(p_i)$, seria obtida através da agregação horizontal dessas duas demandas. Isto é, para cada preço, somam-se as quantidades demandadas de cada consumidor:

$$x_i(p_i) = M^A/2p_i + M^B/3p_i = (3M^A + 2M^B)/6p_i$$

Admitindo-se agora que existam 100 consumidores do grupo A e 50 do grupo B, então a função de demanda de mercado seria obtida fazendo-se a agregação para cada preço. Inicialmente a agregação é feita intra-grupo. Depois, faz-se a agregação dos grupos, donde resulta:

$$x_i(p_i) = 50\ M^A/p_i + 50M^B/3p_i = (150M^A + 50M^B)/3p_i$$

[44] Deve-se ressaltar que esse é o caso específico de um bem privado. No entanto, se o bem em questão fosse público a demanda de mercado seria o resultado da agregação na vertical, de modo que, para cada quantidade, seria somado o preço ou valor atribuído por cada consumidor.

Pode-se observar que a elasticidade preço da demanda é igual tanto a nível individual, para os dois consumidores, quanto para o mercado, visto que:

$$\varepsilon_{ii} = (\partial x_i/\partial p_i)(p_i/x_i) = -1$$

Esse é um caso especial em que as demandas individuais (para ambos os consumidores) têm elasticidade unitária, ou seja, $|\varepsilon_{ii}| = 1$.

==

CAPÍTULO 4: TÓPICOS ESPECIAIS DA TEORIA DO CONSUMIDOR*

4.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este capítulo, destinado principalmente aos estudantes de pós graduação, amplia a análise da teoria do consumidor iniciada no capítulo anterior e desenvolve alguns tópicos especiais, objetivando aprofundar o entendimento a respeito dessa importante modelagem da teoria econômica.

Inicialmente, retomam-se os modelos da maximização de utilidade e da minimização do custo ou gasto, visando definir as funções objetivas indiretas (isto é, a função de utilidade indireta e a função de custo ou gasto indireto, respectivamente), as quais representam os valores ótimos desses modelos. Na seqüência, apresentam-se as principais propriedades e características dessas funções, servindo para aprofundar o entendimento a respeito das soluções desses modelos.

Em seguida, procede-se o estudo da estática comparativa dos modelos de minimização do gasto e da maximização da utilidade, objetivando derivar a equação de Slutsky. Posteriormente, desenvolve-se a teoria da dualidade entre os modelos de maximização de utilidade e minimização do custo.

Finalmente, apresenta-se o teorema da envoltória ou do envelope, importante instrumento da teoria econômica, que servirá para derivar e desenvolver importantes predições dessa teoria. Na seqüência, apresentam-se os principais resultados do teorema da envoltória para a teoria do consumidor e, fazendo-se uso desse teorema, rederiva-se a equação de Slutsky.

4.2 O PROBLEMA DA MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE E A FUNÇÃO DE UTILIDADE INDIRETA*

De acordo com o exposto no capítulo anterior, o problema do consumidor consistia em escolher as quantidades ótimas x_1* e x_2* de modo a maximizar a sua função de utilidade, condicionado à sua restrição orçamentária, ou seja:

$$\max_{x_1,\, x_2} \; u = u(x_1,x_2)$$
$$s.a. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = M$$

Uma forma de resolver esse problema foi utilizando o método de Lagrange, que consistia em formar a função lagrangiana:

$$L = u(x_1,x_2) + \mu(M - p_1x_1 - p_2x_2)$$

onde μ era uma variável auxiliar, denominada de multiplicador de Lagrange. As condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ponto de ótimo foram:

$$L_1 = u_1(x_1,x_2) - \mu p_1 = 0$$
$$L_2 = u_2(x_1,x_2) - \mu p_2 = 0$$
$$L_\mu = M - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

Essas condições formavam um sistema de três equações e três incógnitas, cuja solução eram as funções de demanda marshalliana (ou walrasiana ou ordinária), as quais dependiam dos preços (p_1 e p_2) e da renda nominal (M), ou seja:

$$x_1 = x_1^*(p_1, p_2, M)$$
$$x_2 = x_2^*(p_1, p_2, M)$$

Em outras palavras, as funções de demanda marshalliana eram nada mais que as soluções ótimas desse problema de maximização da utilidade.

A função de utilidade indireta pode ser obtida substituindo-se essas funções de demanda $x_1^*(p_1,p_2,M)$ e $x_2^*(p_1,p_2,M)$ na função objetivo de utilidade $u(x_1,x_2)$, donde resulta:

$$\Psi(p_1,p_2,M) = u[x_1^*(p_1,p_2,M),\, x_2^*(p_1,p_2,M)]$$

cujos parâmetros são os preços p_1 e p_2 e a renda nominal M.

A função de utilidade indireta mostra o máximo valor da utilidade para qualquer nível de preços e renda nominal, visto que são precisamente as quantidades ótimas, x_1^* e x_2^* - aquelas que maximizam a utilidade do consumidor -, que são substituídas na função de utilidade. Dessa forma, a função de utilidade indireta pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>função de utilidade indireta</u> é a solução do seguinte problema de otimização:

$$\Psi(p_1,p_2,M) = [\max_{x_1,x_2} u(x_1,x_2) \quad s.a. \; p_1x_1+p_2x_2 = M]$$

==

A função de utilidade indireta, $\Psi(p_1,p_2,M)$, tem essa denominação exatamente por depender indiretamente das quantidades, via preços e renda, resultantes do processo de maximização, em contraste com a função de utilidade direta $u(x_1,x_2)$, que depende diretamente das quantidades de bens.

A função de utilidade indireta goza das seguintes propriedades:

1. A função de utilidade indireta é não crescente em preços, de modo que $\partial\Psi/\partial p_i \leq 0,\ \forall i,$ e não decrescente na renda nominal M, de forma que $\partial\Psi/\partial M \geq 0$;
2. A função de utilidade indireta é homogênea de grau zero em preços e renda, de modo que:

$$\Psi(\theta p_1,\theta p_2,\ldots,\theta p_n,\theta M) = \Psi(p_1,p_2,\ldots,p_n,M) \text{ para todo } \theta > 0$$

   Essa propriedade garante que, se todos os preços e a renda nominal variam na mesma proporção, a renda real não é alterada e, portanto, o valor máximo da utilidade não se altera; e

3. A função de utilidade indireta é quase côncava em preços, significando dizer que as curvas de níveis no espaço de preços são convexas em relação à origem[45].

A FIGURA 4.2.1 mostra o conjunto típico de curvas de indiferença da função de utilidade indireta, as quais são curvas de níveis no espaço de preços. A primeira propriedade garante que a utilidade aumenta na direção da origem, enquanto que a terceira propriedade estabelece que as curvas de nível são convexas com relação à origem.

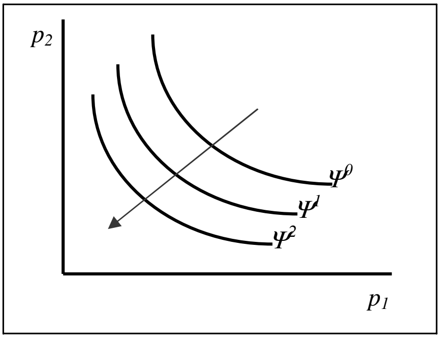


FIGURA 4.2.1 : CURVAS DE NÍVEL DA FUNÇÃO DE UTILIDADE INDIRETA

[45] É importante frisar que a quase-concavidade da função de utilidade indireta, significa que ela pode ser tanto côncava quanto convexa em relação a preços.

==

Exemplo 4.2.1: Objetivando ilustrar o processo de obtenção da função de utilidade indireta, toma-se por base o Exemplo 3.4.1 estabelecido no terceiro capítulo. Substituindo-se as soluções ótimas (funções de demanda marshalliana) encontradas $x_1^* = (1/3)(M/p_1)$ e $x_2^* = (2/3)(M/p_2)$ na função de utilidade direta, $u = x_1^{1/2}x_2$, resulta:

$$\Psi(p_1,p_2,M) = (2/3^{3/2})[M^{3/2}/(p_1^{1/2}p_2)]$$

Pode-se comprovar que a função de utilidade indireta (correspondente à função de utilidade $u = x_1^{1/2}x_2$ do exemplo 3.4.1) é, de fato, decrescente em preços e crescente na renda (primeira propriedade):

$$\partial\Psi/\partial p_1 = -(1/3^{3/2})[M^{3/2}/(p_1^{3/2}p_2)] < 0$$
$$\partial\Psi/\partial p_2 = -(2/3^{3/2})[M^{3/2}/(p_1^{1/2}p_2^2)] < 0$$
$$\partial\Psi/\partial M = (1/3^{1/2})[M^{1/2}/(p_1^{1/2}p_2)] > 0$$

Pode-se também checar que a função de utilidade indireta é homogênea de grau zero em preços e renda (segunda propriedade), desde que:

$$(2/3^{3/2})\{[(\theta M)^{3/2}/[(\theta p_1)^{1/2}(\theta p_2)]\} = (2/3^{3/2})[M^{3/2}/(p_1^{1/2}p_2)]$$

Finalmente, pode-se mostrar que as curvas de níveis da função de utilidade indireta são convexas em relação à origem (propriedade 3). Para isso é necessário definir uma curva de indiferença para um dado nível de utilidade, Ψ^0 (diga-se):

$$\Psi^0 = (2/3^{3/2})[M^{3/2}/(p_1^{1/2}p_2)]$$

Invertendo-a:

$$p_2 = (2/3^{3/2})[M^{3/2}/(p_1^{1/2}\Psi^0)]$$

e tomando-se a derivada de p_2 em relação a p_1, resulta:

$$dp_2/dp_1 = -(1/3^{3/2})[M^{3/2}/(\Psi^0 p_1^{3/2})] < 0$$

Pode-se concluir, portanto, que as curvas de níveis são negativamente inclinadas. Ademais, pode-se comprovar que elas são convexas em relação à origem, tendo em vista que:

$$d^2p_2/dp_1^2 = \{1/[2(3^{1/2})]\}[M^{3/2}/(\Psi^0 p_1^{5/2})] > 0$$

==

Embora o multiplicador de Lagrange μ tenha sido utilizado como uma variável auxiliar no sentido de resolver o problema de maximização condicionado, ele tem uma interpretação econômica interessante. Para mostrar isso, considera-se as duas primeiras condições necessárias, das quais resulta:

$$\mu = u_1/p_1 = u_2/p_2$$

A intuição por trás desse resultado é que, em qualquer ponto de consumo, uma determinada quantidade adicional de utilidade (utilidade marginal) u_1 pode ser ganha através do consumo adicional de x_1. Mas, o custo adicional desse consumo extra de x_1 é o seu preço p_1.

Assim, u_1/p_1 representa a utilidade marginal por unidade monetária de x_1. Por analogia, u_2/p_2 representa a utilidade marginal por unidade monetária de x_2. Portanto, no ponto de máximo, as utilidades marginais por unidade monetária dos dois bens são iguais. Se $u_1/p_1 > u_2/p_2$, então o consumidor pode aumentar sua utilidade simplesmente realocando as despesas de consumo de x_2 para x_1.

O multiplicador de Lagrange μ é o valor pelo qual o maximando (isto é, a utilidade) varia quando relaxa-se a restrição (ou seja, o conjunto de oportunidade) e tem a interpretação natural da utilidade marginal da renda. Assim, dizer que $\mu = \mu^*(p_1,p_2,M)$ é a utilidade marginal da renda é estabelecer que:

$$\mu^* = \partial\Psi/\partial M$$

Para provar isso, basta diferenciar a função de utilidade indireta em relação a renda M, donde resulta:

$$\partial\Psi/\partial M = u_1(\partial x_1^*/\partial M) + u_2(\partial x_2^*/\partial M)$$

Desde que $u_i = \mu^* p_i$ (condições de primeira ordem), então se pode concluir que:

$$\partial\Psi/\partial M = \mu^*[p_1(\partial x_1^*/\partial M) + p_2(\partial x_2^*/\partial M)]$$

Para provar que μ é a utilidade marginal da renda, basta mostrar que $p_1(\partial x_1^*/\partial M) + p_2(\partial x_2^*/\partial M) = 1$. Assim, substituindo-se as soluções ótimas x_1^* e x_2^* na restrição orçamentária, obtém-se a seguinte identidade:

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* \equiv M$$

Diferenciando-a em relação a M, resulta:

$$p_1(\partial x_1^*/\partial M) + p_2(\partial x_2^*/\partial M) = 1$$

Portanto, fica demonstrado que:

$$\partial\Psi/\partial M = \mu^*$$

Isto é, o multiplicador de Lagrange μ representa, de fato, a utilidade marginal da renda ou do gasto total[46].

4.3 O PROBLEMA DE MINIMIZAÇÃO DO GASTO E A FUNÇÃO DE CUSTO OU GASTO INDIRETO

No capítulo anterior, o problema do consumidor foi reformulado postulando-se que o consumidor escolhia o seu nível de consumo de modo a minimizar o gasto (ou custo) necessário para atingir um certo nível de utilidade u, isto é:

$$\min_{x_1,x_2} \quad M = p_1x_1 + p_2x_2$$
$$\text{s.a.} \quad u(x_1, x_2) = u^0$$

[46] Como será visto ao final deste capítulo, ao se demonstrar que $\mu^* = \partial\Psi/\partial M$, derivou-se o teorema da envoltória (ou do envelope) para o problema de maximização da utilidade.

Fazendo-se uso do método de Lagrange, formou-se o lagrangiano correspondente:

$$L = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda[\, u^0 - u(x_1, x_2)]$$

A partir do qual estabeleceu-se as seguintes condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ponto de ótimo:

$$L_1 = p_1 - \lambda u_1(x_1, x_2) = 0$$
$$L_2 = p_2 - \lambda u_2(x_1, x_2) = 0$$
$$L_\lambda = u(x_1, x_2) - u^0 = 0$$

Essas condições formaram um sistema, cuja solução gerou as funções de demanda hicksiana (ou compensada) $x_1^h(p_1,p_2,u^0)$ e $x_2^h(p_1,p_2,u^0)$.

A função de custo (ou gasto indireto) pode ser obtida substituindo-se essas funções de demanda hicksiana (quantidades ótimas que minimizam o gasto do consumidor) na função objetivo de custo ou gasto $M = p_1x_1 + p_2x_2$, donde resulta:

$$C(p_1,p_2,u^0) = p_1x_1^h(p_1,p_2,u^0) + p_2x_2^h(p_1,p_2,u^0)$$

A função de custo mostra, para um dado conjunto de preços, o gasto mínimo necessário para se obter o nível de satisfação u^0. Assim, a função de custo (ou gasto indireto) pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A função de custo ou gasto indireto é a solução do seguinte problema de otimização:

$$C(p_1,p_2,u) = \min_{x_1,x_2} [p_1x_1 + p_2x_2;\ s.a.\ u(x_1, x_2) = u^0]$$

==

A função de custo (ou gasto indireto) goza das seguintes propriedades:

1. A função de custo é homogênea de grau 1 em preços, de modo que:

$$C(\theta p_1,\theta p_2,u) = \theta C(p_1,p_2,u),\ com\ \theta > 0$$

Essa propriedade significa que, se os preços dobram, para que o consumidor permaneça na mesma curva de indiferença, o custo terá que dobrar.

2. A função de custo é contínua em preços e a primeira e a segunda derivadas em relação a preços existem.

3. A função de custo é crescente em u, não decrescente em p_1 e p_2 e crescente em pelo menos um preço. Essa propriedade é uma conseqüência de não-saciedade. Isto é, dados os preços, para que o consumidor atinja um nível de satisfação mais alto, o seu custo terá que aumentar. Ademais, para que o consumidor permaneça com a mesma satisfação, aumentos de preços sempre virão acompanhados de aumentos no custo.

4. A função de custo é côncava em preços, de modo que:

$$C[\alpha p_1' + (1-\alpha)p_1''] \geq \alpha C(p_1') + (1-\alpha)C(p_1'')$$

para todo $0 \leq \alpha \leq 1$. A concavidade da função de custo implica que, quando os preços aumentam, o custo aumenta não mais que linearmente. A intuição por trás dessa propriedade é que, dado que o consumidor minimiza custos, ele pode rearranjar suas compras de modo a tirar vantagens da estrutura de preços. A FIGURA 4.3.1 ajuda a entender essa propriedade.

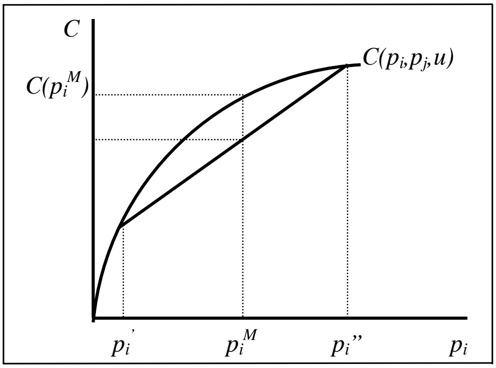


FIGURA 4.3.1 : A CONCAVIDADE DA FUNÇÃO DE CUSTO EM PREÇOS

A propriedade da concavidade da função de custo em preços significa que:

$$\partial^2 C/\partial p_i^2 < 0$$

5. As derivadas parciais da função de custo em relação a preços são as funções de demanda hicksiana[47], isto é:

$$\partial C(p_i, p_j, u)/\partial p_i = x_i^h(p_i, p_j, u)$$

==

Exemplo 4.3.1: Para ilustrar o processo de obtenção da função de custo (ou gasto indireto), toma-se por base o exemplo 3.5.1 do capítulo anterior. Substituindo-se as funções de demanda hicksiana $x_1^h = p_1^{-1/2}p_2^{1/2}u^{1/2}$ e $x_2^h = p_1^{1/2}p_2^{-1/2}u^{1/2}$ na função objetivo de gasto $M = p_1x_1 + p_2x_2$, resulta:

$$C(p_1, p_2, u) = 2p_1^{1/2}p_2^{1/2}u^{1/2}$$

Pode-se verificar que essa função de custo é realmente homogênea de grau um em preços, pois:

$$2(\theta p_1)^{1/2}(\theta p_2)^{1/2}u^{1/2} = \theta[2p_1^{1/2}p_2^{1/2}u^{1/2}]$$

Verifica-se também que as derivadas em relação a preços são as próprias funções de demanda hicksiana, ou seja:

[47] Essa propriedade, também conhecida como lema de Shephard, será provada ao final desse capítulo, após ser apresentado o teorema da envoltória (ou envelope).

$$\partial C/\partial p_1 = p_1^{-1/2} p_2^{1/2} u^{1/2} = x_1^h$$
$$\partial C/\partial p_2 = p_1^{1/2} p_2^{-1/2} u^{1/2} = x_2^h$$

Além do mais, a função de custo é côncava em preços, tendo em vista que:

$$\partial^2 C/\partial p_1^2 = -(1/2) p_1^{-3/2} p_2^{1/2} u^{1/2} < 0$$
$$\partial^2 C/\partial p_2^2 = -(1/2) p_1^{1/2} p_2^{-3/2} u^{1/2} < 0$$

==

4.4 A ESTÁTICA COMPARATIVA*

No problema de maximização da utilidade (condicionado à restrição orçamentária), a solução encontrada foi o conjunto de demandas marshalliana ou ordinária $x_i^*(p_1,p_2,M)$, cujos parâmetros foram os preços p_1, p_2 e a renda nominal M. No problema de minimização do gasto (sujeito a um dado nível de utilidade), a solução obtida foi o conjunto de demandas hicksiana ou compensada $x_i^h(p_1,p_2,u)$, cujos parâmetros foram os preços e o nível de utilidade u. Enquanto na demanda marshalliana a renda nominal, além dos preços, era mantida constante, na demanda hicksiana era a renda real (*proxy* para o nível de utilidade) que permanecia constante, além dos preços, é claro.

Para entender melhor o relacionamento entre esses dois conceitos distintos de funções de demanda recorre-se à condição de tangência, a qual foi obtida eliminando-se os multiplicadores de Lagrange μ e λ nas duas primeiras condições necessárias (ou de primeira ordem) dos respectivos problemas de otimização condicionado:

$$u_1/u_2 = p_1/p_2$$

É importante relembrar que essa mesma condição de tangência (entre a curva de indiferença e a reta orçamentária) foi verificada em ambos os problemas de otimização.

Por outro lado, isolando-se λ nas duas primeiras condições de primeira ordem do problema de minimização do gasto, tem-se:

$$\lambda = p_1/u_1 = p_2/u_2$$

É importante ressaltar que o multiplicador de Lagrange do problema de minimização do gasto, λ, tem a interpretação inversa do multiplicador μ do problema de maximização da utilidade, o qual foi expresso por $\mu = u_1/p_1 = u_2/p_2$. Isto é, para qualquer ponto de tangência, λ e μ são inversamente relacionados, de forma que:

$$\lambda = 1/\mu$$

Assim, se μ representava a utilidade marginal da renda no problema de maximização da utilidade, então λ representa o custo (ou gasto) marginal da utilidade no problema de minimização do gasto.

Finalmente, falta mostrar que as condições de suficiência (ou de segunda ordem) dos modelos de maximização da utilidade e minimização do gasto são equivalentes. A solução para ambos os problemas requer que as curvas de indiferença sejam convexas em relação à origem. Isso significa que o determinante hessiano da maximização de utilidade, $|H|$, é positivo, se e somente se o determinante hessiano da minimização do gasto, $|H^m|$, for negativo. Para mostrar isso, substitui-se as utilidades marginais do determinante hessiano

$|H^m|$ pelas suas expressões oriundas das condições de primeira ordem do problema de minimização do gasto (ou seja, $u_1 = p_1/\lambda$ e $u_2 = p_2/\lambda$) e multiplica-se as duas primeiras linhas desse determinante por -1, de modo que o determinante não se altere:

$$|H^m| = \begin{vmatrix} \lambda u_{11} & \lambda u_{12} & p_1/\lambda \\ \lambda u_{21} & \lambda u_{22} & p_2/\lambda \\ -p_1/\lambda & -p_2/\lambda & 0 \end{vmatrix}$$

Em seguida, divide-se as duas primeiras linhas por λ e multiplica-se as últimas coluna e linha por λ, donde resulta:

$$|H^m| = \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & p_1/\lambda \\ u_{21} & u_{22} & p_2/\lambda \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Finalmente, multiplicando-se a última coluna por $-\lambda$, obtém-se:

$$|H^m| = -1/\lambda \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & -p_1 \\ u_{21} & u_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{vmatrix} = (-1/\lambda)|H|$$

Isso significa que $|H^m| = (-1/\lambda)|H|$ ou $|H^m| = -\mu|H|$, tendo em vista que $\mu = 1/\lambda$. Uma vez que $\mu > 0$ (pressuposto da não saciedade), então $|H^m| < 0$ se e somente se $|H| > 0$, o que implica dizer que as condições de segunda ordem para os dois problemas são, de fato, equivalentes.

Embora esses dois problemas impliquem pontos de equilíbrio idênticos, com soluções (demandas) comuns, a estática comparativa desses dois problemas não é a mesma, tendo em vista que parâmetros diferentes são mantidos constantes. Esse fato será comprovado a seguir.

4.4.1 A ESTÁTICA COMPARATIVA DO MODELO DE MINIMIZAÇÃO DO CUSTO (OU GASTO)*

A técnica da estática comparativa consiste em substituir as soluções ótimas (que neste caso, são as demandas hicksiana) nas equações que as geraram (ou seja, nas condições de primeira ordem do problema de minimização do custo), de modo a obter-se as seguintes identidades[48]:

$$p_1 - \lambda^* u_1[x_1^h(p_1,p_2,u^0),\ x_2^h(p_1,p_2,u^0)] \equiv 0$$
$$p_2 - \lambda^* u_2[x_1^h(p_1,p_2,u^0),\ x_2^h(p_1,p_2,u^0)] \equiv 0$$
$$u^0 - u[x_1^h(p_1,p_2,u^0),\ x_2^h(p_1,p_2,u^0)] \equiv 0$$

Diferenciando-as em relação a p_1, obtém-se o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

[48] Uma análise mais aprofundada desta técnica pode ser encontrada no último capítulo.

$$1\text{-}\lambda^* u_{11}(\partial x_1^h/\partial p_1) - \lambda^* u_{12}(\partial x_2^h/\partial p_1) - u_1(\partial\lambda^*/\partial p_1) = 0$$
$$-\lambda^* u_{21}(\partial x_1^h/\partial p_1) - \lambda^* u_{22}(\partial x_2^h/\partial p_1) - u_2(\partial\lambda^*/\partial p_1) = 0$$
$$-u_1(\partial x_1^h/\partial p_1) - u_2(\partial x_2^h/\partial p_1) = 0$$

ou, em termos matriciais:

$$\begin{pmatrix} -\lambda^* u_{11} & -\lambda^* u_{12} & -u_1 \\ -\lambda^* u_{21} & -\lambda^* u_{22} & -u_2 \\ -u_1 & -u_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial x_1^h/\partial p_1 \\ \partial x_2^h/\partial p_1 \\ \partial\lambda^*/\partial p_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolvendo-se o sistema acima pela regra de Cramer, obtém-se as seguintes expressões:

$$\partial x_1^h/\partial p_1 = u_2^2/|H^m| = p_2^2/\lambda^2|H^m| = (\mu^{*2} p_2^2)/|H^m| < 0$$
$$\partial x_2^h/\partial p_1 = -(u_1 u_2)/|H^m| = -p_1\, p_2/\lambda^2|H^m| = -(\mu^{*2}\, p_1 p_2)/|H^m| < 0$$

cujos sinais são negativos, tendo em vista que $\mu = 1/\lambda$, $u_1 = \mu^* p_1$ e $u_2 = \mu^* p_2$ (condição de primeira ordem do problema de maximização de utilidade) e $|H^m| < 0$ (condição de segunda ordem do problema de minimização do gasto).

As identidades acima podem ser também diferenciadas em relação a p_2, donde resulta o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$-\lambda^* u_{11}(\partial x_1^h/\partial p_2) - \lambda^* u_{12}(\partial x_2^h/\partial p_2) - u_1(\partial\lambda^*/\partial p_2) = 0$$
$$1\text{-}\lambda^* u_{21}(\partial x_1^h/\partial p_2) - \lambda^* u_{22}(\partial x_2^h/\partial p_2) - u_2(\partial\lambda^*/\partial p_2) = 0$$
$$-u_1(\partial x_1^h/\partial p_2) - u_2(\partial x_2^h/\partial p_2) = 0$$

ou, na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} -\lambda^* u_{11} & -\lambda^* u_{12} & -u_1 \\ -\lambda^* u_{21} & -\lambda^* u_{22} & -u_2 \\ -u_1 & -u_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial x_1^h/\partial p_2 \\ \partial x_2^h/\partial p_2 \\ \partial\lambda^*/\partial p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

cujo sistema pode ser também resolvido pela regra de Cramer, a partir do qual resultam as seguintes expressões:

$$\partial x_1^h/\partial p_2 = -u_1 u_2/|H^m| = -(\mu^{*2}\, p_1 p_2)/|H^m| > 0$$
$$\partial x_2^h/\partial p_2 = (u_1^2)/|H^m| = (\mu^{*2}\, p_1^2)/|H^m| < 0$$

Todas essas expressões ($\partial x_1^h/\partial p_1$, $\partial x_2^h/\partial p_1$, $\partial x_1^h/\partial p_2$ e $\partial x_2^h/\partial p_2$) podem ser interpretadas como puro efeito substituição de uma variação de preços. Desde que $|H^m| = -\mu|H|$, então essas expressões podem ser reescritas em termos do determinante $|H|$, em vez do determinante $|H^m|$, da seguinte forma:

$$\partial x_1^h/\partial p_1 = (\mu^{*2}\, p_2^2)/|H^m| = -(\mu^* p_2^2)/|H| < 0$$
$$\partial x_2^h/\partial p_1 = \partial x_1^h/\partial p_2 = -(\mu^{*2} p_1 p_2)/|H^m| = (\mu^* p_1 p_2)/|H| > 0$$
$$\partial x_2^h/\partial p_2 = (\mu^{*2} p_1^2)/|H^m| = -(\mu^* p_1^2)/|H| < 0$$

Essas expressões serão utilizadas na próxima seção, quando será processada a estática comparativa do modelo de maximização de utilidade, em conexão com a equação de Slutsky.

É interessante mencionar que a primeira e a última expressões garantem que as curvas de demanda hicksiana são negativamente inclinadas. Isto é, o puro efeito substituição de uma variação de preços é negativo. Além do mais, a estática comparativa permite também observar que os efeitos substituição cruzados (das demandas hicksiana) são simétricos, de modo que $\partial x_2^h/\partial p_1 = \partial x_1^h/\partial p_2$.

4.4.2 A ESTÁTICA COMPARATIVA DO MODELO DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE*

Ao proceder a estática comparativa do modelo de maximização da utilidade, esta seção pretende estudar de forma mais rigorosa a relação existente entre as curvas de demanda marshalliana $x_i = x_i^*(p_1,p_2,M)$, derivadas a partir da maximização de utilidade, e as curvas de demanda hicksiana $x_i = x_i^h\,(p_1,p_2,u^0)$, obtidas como solução do problema de minimização do gasto.

Substituindo-se as soluções ótimas (funções de demandas marshallianas) nas condições de primeira ordem do problema de maximização de utilidade (equações que as geraram), obtém-se as seguintes identidades:

$$
\begin{aligned}
&u_1[x_1^*(p_1, p_2, M),\ x_2^*(p_1, p_2, M)] - \mu^* p_1 \equiv 0\\
&u_2[x_1^*(p_1, p_2, M),\ x_2^*(p_1, p_2, M)] - \mu^* p_2 \equiv 0\\
&M - p_1 x_1^*(p_1, p_2, M) - p_2 x_2^*(p_1, p_2, M) \equiv 0
\end{aligned}
$$

as quais podem ser diferenciadas em relação a renda M para gerarem o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$
\begin{aligned}
&u_{11}(\partial x_1^*/\partial M) + u_{12}(\partial x_2^*/\partial M) - p_1(\partial \mu^*/\partial M) = 0\\
&u_{21}(\partial x_1^*/\partial M) + u_{22}(\partial x_2^*/\partial M) - p_2(\partial \mu^*/\partial M) = 0\\
&1 - p_1(\partial x_1^*/\partial M) - p_2(\partial x_2^*/\partial M) = 0
\end{aligned}
$$

ou, em termos matriciais:

$$
\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & -p_1 \\ u_{21} & u_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \partial x_1^*/\partial M \\ \partial x_2^*/\partial M \\ \partial \mu^*/\partial M \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}
$$

Resolvendo-se esse sistema pela regra de Cramer, resulta as seguintes expressões:

$$
\begin{aligned}
\partial x_1^*/\partial M &= (p_2 u_{12} - p_1 u_{22})/|H|\\
\partial x_2^*/\partial M &= (p_1 u_{21} - p_2 u_{11})/|H|
\end{aligned}
$$

Pode-se observar que os sinais dessas expressões são indeterminados, diferentemente da estática comparativa para o modelo de minimização do custo, que gerou sinais determinados. A indeterminação do sinal dessas expressões indica que a convexidade das curvas de indiferença não é suficiente para eliminar a possibilidade da existência de bens inferiores, os quais teriam um sinal negativo ($\partial x_1^*/\partial M < 0$). Isto significa que é perfeitamente possível que o consumo de um bem seja inversamente relacionado com a renda nominal do consumidor. No entanto, pode-se mostrar que não é possível que o consumo de ambos os bens seja inversamente relacionado com a renda, fato esse que contrariaria a restrição orçamentária do consumidor. Além do mais, inferioridade é um conceito local, significando que os bens não podem ser inferiores para todos os níveis de consumo. Se os bens fossem inferiores para todos os níveis de consumo, eles não teriam sido consumidos inicialmente.

As identidades acima podem ser também diferenciadas em relação a p_1, obtendo-se o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$u_{11}(\partial x_1^*/\partial p_1) + u_{12}(\partial x_2^*/\partial p_1) - p_1(\partial \mu^*/\partial p_1) - \mu^* = 0$$
$$u_{21}(\partial x_1^*/\partial p_1) + u_{22}(\partial x_2^*/\partial p_1) - p_2(\partial \mu^*/\partial p_1) = 0$$
$$- p_1(\partial x_1^*/\partial p_1) - p_2(\partial x_2^*/\partial p_1) - x_1^* = 0$$

ou, na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & -p_1 \\ u_{21} & u_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial x_1^*/\partial p_1 \\ \partial x_2^*/\partial p_1 \\ \partial \mu^*/\partial p_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu^* \\ 0 \\ x_1^* \end{pmatrix}$$

A solução desse sistema, o qual pode ser também resolvido por Cramer, permite obter as seguintes expressões:

$$\partial x_1^*/\partial p_1 = (-p_2x_1^*u_{12}+p_1x_1^*u_{22} - p_2^2\mu^*)/|H| = \{[x_1^*(p_1u_{22} -p_2u_{12})]/|H|\}-\{[p_2^2\mu^*]/|H|\}$$
$$\partial x_2^*/\partial p_1 = (p_2x_1^*u_{11} -p_1x_1^*u_{21} +p_1p_2\mu^*)/|H| = \{[x_1^*(p_2u_{11} -p_1u_{21})]/|H|\}+\{[p_1p_2\mu^*]/|H|\}$$

Uma inspeção dessas expressões permite verificar que os sinais de $\partial x_1^*/\partial p_1$ e $\partial x_2^*/\partial p_1$ são também indeterminados. Embora o segundo termo dessas expressões tenha sinal definido, o primeiro termo nessas expressões pode ter qualquer sinal. De fato, o primeiro termo nas expressões de $\partial x_1^*/\partial p_1$ e $\partial x_2^*/\partial p_1$ ($[x_1^*(p_1u_{22} - p_2u_{12})]/|H|$ e $[x_1^*(p_2u_{11} - p_1u_{21})]/|H|$, respectivamente) capta o puro efeito renda de uma variação de preço, conforme derivado anteriormente (ver seção 4.4.1). O segundo termo nessas expressões ($[p_2^2\mu^*]/|H|$ e $[p_1p_2\mu^*]/|H|$, respectivamente), também derivado na seção, capta o puro efeito substituição de uma variação de preço.

Substituindo-se cada termo dessas duas expressões acima pelas derivadas resultantes das estáticas comparativas anteriores, obtém-se as seguintes equações para as variações na demanda marshalliana em resposta a variação de preço:

$$\partial x_1^*/\partial p_1 = (\partial x_1^h/\partial p_1) - x_1^*(\partial x_1^*/\partial M)$$
$$\partial x_2^*/\partial p_1 = (\partial x_2^h/\partial p_1) - x_1^*(\partial x_2^*/\partial M)$$

Essas equações são, de fato, as equações de Slutsky para variações em p_1, as quais desagregam o efeito preço (ou efeito total) em dois componentes, isto é, os efeitos substituição e renda puros. A equação de Slutsky pode ser, então, definida da seguinte forma:

==

Definição: A equação de Slutsky mostra que o ajustamento do consumidor frente a uma variação de preço ($\partial x_i^*/\partial p_j$) pode ser decomposto em um puro efeito substituição ($\partial x_i^h/\partial p_j$) e um puro efeito renda ($-x_j^*(\partial x_i^*/\partial M)$). A equação de Slustky pode ser escrita na sua forma geral por:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = (\partial x_i^h/\partial p_j) - x_j^*(\partial x_i^*/\partial M), \ \forall i, j$$

==

A estática comparativa permitiu deduzir a equação de Slutsky, mostrando que ela é uma relação entre a variação não compensada de x_i (isto é, $\partial x_i^*/\partial p_j$, inerente da demanda marshalliana) e a variação compensada de x_i (ou seja, $\partial x_i^h/\partial p_j$, característico da demanda hicksiana). O diferencial entre essas duas variações é devido exclusivamente ao puro efeito renda ($-x_j^*(\partial x_i^*/\partial M)$, que se verifica exclusivamente na demanda marshalliana). É importante salientar que o sinal negativo do puro efeito renda na equação de Slutsky significa que a variação de renda se dá em sentido contrário à variação de preço.

A estática comparativa do modelo de maximização de utilidade não permitiu concluir a respeito do sinal de $\partial x_i^*/\partial p_i$, de modo que a inclinação negativa da curva de demanda marshalliana não pode ser inferida apenas pela maximização de utilidade. No entanto, se x_i não é inferior (isto é, $\partial x_i^*/\partial M \geq 0$), então se pode inferir que $\partial x_i^*/\partial p_i < 0$, tendo em vista que $\partial x_i^h/\partial p_i < 0$. É perfeitamente possível, pelo menos sob o ponto de vista teórico, que a demanda seja positivamente inclinada, caso em que $\partial x_i^*/\partial p_i > 0$ e o bem em questão se configuraria como um bem de Giffen.

A equação de Slutsky pode ser também expressa em termos de elasticidades. Para isso basta multiplicar cada termo da equação de Slustsky por p_j/x_i, assim como multiplicar e dividir o seu último termo por M, donde resulta:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} - k_j\eta_i$$

onde k_j representa a proporção da renda gasta com o bem j, $\varepsilon_{ij} = (\partial x_i^*/\partial p_j)(p_j/x_i^*)$ e $e_{ij} = (\partial x_i^h/\partial p_j)(p_j/x_i^h)$ são as elasticidades preço cruzada das demandas ordinária e compensada, respectivamente, e $\eta_i = (\partial x_i^*/\partial M)(M/x_i^*)$ é a elasticidade renda do bem i.

===

Questão 4.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O bem i é um bem de Giffen se e somente se $\sigma_{ii} > |\eta_i|$, isto é, se a sua elasticidade de substituição for menor que o valor absoluto de sua elasticidade renda.*

CERTO

O bem *i* é de Giffen se e somente se $\varepsilon_{ii} > 0$. Tendo em vista que $\varepsilon_{ii} = e_{ii} - k_i\eta_i$, então:

$$e_{ii} - k_i\eta_i > 0$$

ou:

$$e_{ii}/k_i > \eta_i \quad \Rightarrow \quad |e_{ii}|/k_i < |\eta_i|$$

Desde que $\sigma_{ii} = |e_{ii}|/k_i$ (por definição), então prova-se que *i* é um bem de Giffen se e somente se:

$$\sigma_{ii} < |\eta_i|$$

===

4.5 COMPENSAÇÃO SEGUNDO SLUTSKY E HICKS

Embora a equação de Slutsky leve esse nome em sua homenagem, essa equação foi introduzida pela primeira vez por Hicks e, portanto, não faz justiça ao seu nome. A razão é que a compensação idealizada por Slutsky é um pouco diferente da compensação introduzida por Hicks. Na compensação de Slutsky, quando o preço do bem varia, ao consumidor é conferida renda suficiente para que ele possa comprar a cesta de bens original, ao invés de ajustar a renda nominal M para que ele retorne à sua curva de indiferença original. De fato, essa compensação é mais do que a renda mínima necessária para que o consumidor retorne à curva de indiferença inicial. Embora esses dois conceitos de compensação sejam distintos eles, surpreendentemente, não afetam a equação de Slutsky. A razão é que no limite, ou seja para pequenas variações de preço, a compensação de Hicks e a compensação de Slutsky são idênticas.

A FIGURA 4.5.1 compara essas duas compensações para uma redução em p_1. Quando esse preço é reduzido, a compensação de Hicks desloca o equilíbrio de A para B na mesma curva de indiferença u^0, de modo que x_i^h é consumido (ver painel superior dessa figura). Na compensação de Slutsky, o equilíbrio se desloca de A para C em um nível de indiferença maior, $u^S > u^0$. Se x_1 é um bem normal, o consumo de x_1 aumenta para $x_1^S > x_i^h$. No painel inferior, a curva de demanda de Slutsky se situa por cima da curva de demanda de Hicks, exceto no ponto inicial A, onde elas são iguais. Se x_1 fosse um bem inferior, o consumo de x_1 também aumentaria, mas proporcionalmente menos (ou seja, $x_1^S < x_i^h$), de modo que a curva de demanda de Slutsky se situaria por baixo da curva de demanda de Hicks.

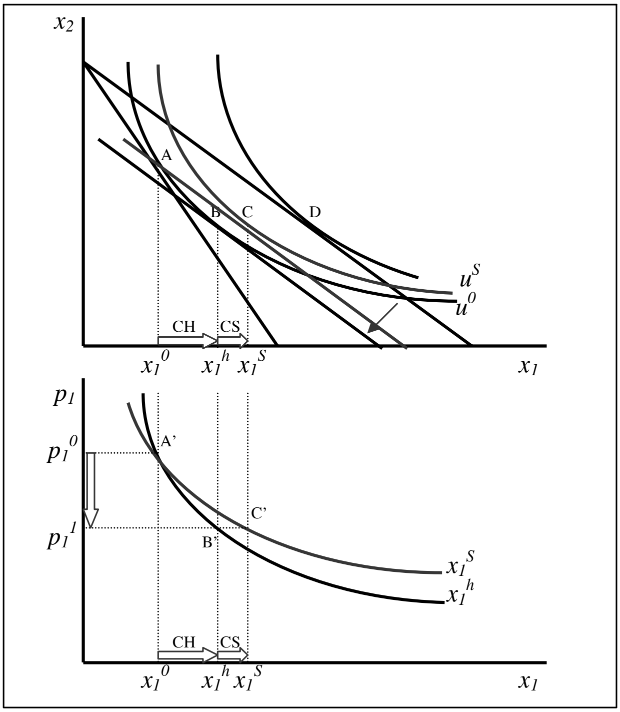


FIGURA 4.5.1 : COMPARAÇÃO ENTRE AS COMPENSAÇÕES SEGUNDO SLUTSKY E HICKS

Assim, para pequenas variações de preços, a compensação à Slutsky é uma boa aproximação da compensação "ideal" de Hicks. Essa diferença é de fundamental importância para a definição dos números índices. O índice de Laspeyres é construído de acordo com a compensação de Slutsky. Esse índice de preço indica o valor necessário no ano corrente para comprar a cesta de bens original do ano base. No entanto, para pequenas variações de preços, o viés entre o índice de Laspeyres e o índice "puro" de preço[49] é desprezível, uma vez que a compensação de Slutsky é uma boa aproximação da compensação de Hicks.

4.6 DUALIDADE ENTRE A FUNÇÃO DE UTILIDADE E A FUNÇÃO DE CUSTO*

O ponto de partida da teoria do consumidor foi o pressuposto de uma função de utilidade quase-côncava, ou seja, curvas de indiferença convexas em relação à origem[50]. O problema do consumidor foi formulado inicialmente com base no postulado da maximização da função de utilidade, para um dado nível de renda (ou custo):

$$\max_{x_1,x_2} \quad u = u(x_1, x_2)$$
$$s.a. \quad p_1x_1+p_2x_2 = M$$

A solução desse problema produziu um nível de utilidade u. Depois, o problema do consumidor foi reformulado, postulando-se que o consumidor minimizava o gasto (ou custo) necessário para atingir esse mesmo nível de utilidade u:

$$\min_{x_1,x_2} \quad M = p_1x_1+p_2x_2$$
$$s.a \quad u(x_1, x_2) = u$$

A solução desse problema gerou um nível de custo (ou gasto) M.

Ao gerarem soluções idênticas, esses dois problemas implicam a mesma escolha por parte do consumidor. Na realidade, esses dois problemas são descritos como formas duais de analisar o mesmo fenômeno. O problema de maximização é conhecido como primal, enquanto que a minimização do gasto é o dual. É importante frisar que as mesmas variáveis u e M foram utilizadas em ambos problemas, uma vez que u no problema dual representa a utilidade máxima Ψ atingida no problema primal. Da mesma forma, a renda M do problema original deve ser o custo mínimo C no problema dual. Em ambos casos, valores ótimos de x_i são almejados.

A solução no problema primal foi o conjunto de funções de demanda marshalliana ou ordinária $x_i = x_i^*(p_1,p_2,M)$. Por outro lado, a solução no problema dual foi o conjunto de funções de demanda hicksiana ou compensada $x_i = x_i^h(p_1,p_2,u)$. Esses problemas geraram a mesma solução, mas com diferentes parâmetros. Tendo em vista que as soluções desses problemas coincidem, então se pode estabelecer a seguinte igualdade:

[49] O índice "puro" de preço é estabelecido com base na compensação de Hicks.
[50] No caso geral de n bens, com hiper superfícies de indiferença convexas em relação à origem.

$$x_i = x_i^*(p_1,p_2,M) = x_i^h(p_1,p_2,u)$$

Cada uma dessas soluções pode ser substituída dentro das funções objetivas de seus respectivos problemas para gerar a máxima utilidade e o mínimo custo, representadas respectivamente pela função de utilidade indireta e pela função de custo:

$$u = u(x_1,x_2) = u[x_i^*(p_1,p_2,M),\ x_2^*(p_1,p_2,M)] = \Psi(p_1,p_2,M)$$
$$M = p_1x_1+p_2x_2 = p_1x_1^h(p_1,p_2,u)+p_2x_2^h(p_1,p_2,u) = C(p_1,p_2,u)$$

A função de custo e a função de utilidade indireta estão intimamente relacionadas, de modo que partindo-se da função de custo $C(p_1,p_2,u) = M$, pode-se invertê-la para obter a função de utilidade indireta:

$$u = C^{-1}(p_1,p_2,M) = \Psi(p_1,p_2,M)$$

Alternativamente, partindo-se da função de utilidade indireta $u = \Psi(p_1,p_2,M)$, pode-se invertê-la para obter a função de custo:

$$M = \Psi^{-1}(p_1,p_2,u) = C(p_1,p_2,u)$$

A FIGURA 4.6.1 sumaria toda essa estrutura de dualidade entre esses dois problemas de otimização (maximização de utilidade e minimização de custo), passando por suas respectivas soluções (funções de demanda marshalliana e hicksiana), até a sua função objetivo indireta (funções de utilidade indireta e custo).

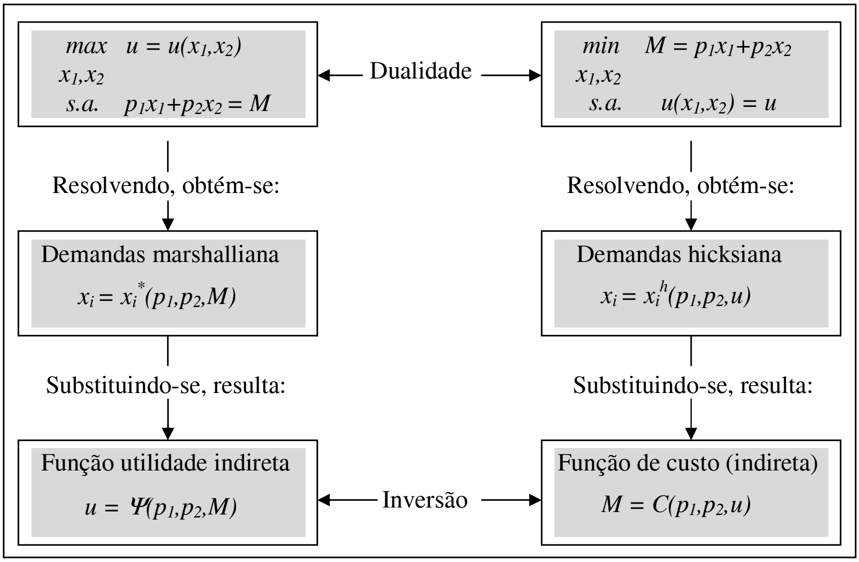


FIGURA 4.6.1 : DUALIDADE ENTRE A FUNÇÃO DE UTILIDADE E A FUNÇÃO DE CUSTO

==

Exercício 4.6.1: *Suponha que a função de utilidade de um consumidor seja especificada por* $u = (x_1-a)/(x_2-b)^2$, *onde* $x_1 > a$ *e* $x_2 > b$ *são os níveis de subsistência, abaixo dos quais o consumidor não poderia sobreviver.*
(i) Determine a função de custo.

O lagrangiano para o problema de minimização de custo é:

$$L = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda[u - (x_1\text{-}a)/(x_2\text{-}b)^2]$$

do qual resultam as condições de primeira ordem:

$$L_1 = p_1 - \lambda/(x_2\text{-}b)^2 = 0$$
$$L_2 = p_2 + 2\lambda(x_2\text{-}b)^{-3}(x_1\text{-}a) = 0$$
$$L_\lambda = u - (x_1\text{-}a)/(x_2\text{-}b)^2 = 0 \text{ ou } (x_1\text{-}a) = u(x_2\text{-}b)^2$$

Dividindo-se a primeira pela segunda, resulta:

$$p_1/p_2 = -(x_2\text{-}b)/[2(x_1\text{-}a)]$$

ou:

$$(x_2\text{-}b) = 2(p_1/p_2)(a\text{-}x_1)$$

Elevando-se ao quadrado tem-se $(x_2\text{-}b)^2 = 4(p_1/p_2)^2(a\text{-}x_1)^2$. Substituindo-se essa expressão na terceira condição, obtém-se:

$$4u(p_1/p_2)^2(a\text{-}x_1)^2 - (x_1\text{-}a) = 0$$

ou

$$(a\text{-}x_1)[4u(p_1/p_2)^2\,(a\text{-}x_1) + 1] = 0$$

cujas raízes são:

$$a\text{-}x_1 = 0 \qquad \Rightarrow x_1^h = a \ (\text{nível de subsistência})$$
$$4u(p_1/p_2)^2\,(a\text{-}x_1) = -1 \quad \Rightarrow x_1^h = a + (p_2/p_1)^2/4u$$

Assim, substituindo-se esses valores na equação de x_2, tem-se:

$$x_2^h = b \ (\text{nível de subsistência})$$

ou

$$x_2^h = b - (p_2/2up_1)$$

Substituindo-se os valores de x_1^h e x_2^h na função objetivo, obtém-se a função de custo:

$$C^* = p_1[a + (p_2^2/4up_1^2)] + p_2[b - (p_2^2/2up_1)]$$

ou

$$C^* = ap_1 + bp_2 - p_2^2/4up_1$$

(ii) Mostre que um dos bens é inferior. A propósito, qual dos dois é inferior?

Invertendo-se a função de custo, obtém-se a função de utilidade indireta:

$$\Psi^* = p_2^2/[4p_1(ap_1 + bp_2 - M)]$$

Substituindo-se Ψ^* nas funções de demanda hickisiana, resultam as funções de demanda marshalliana:

$$x_1^* = a + (ap_1 + bp_2 - M)/p_1$$
$$x_2^* = a - (ap_1 + bp_2 - M)/p_2$$

Diferenciando-se x_1^* e x_2^* em relação a M, tem-se que o bem 1 é inferior, visto que:

$$\partial x_1^*/\partial M = -(1/p_1) < 0$$

e

$$\partial x_2^*/\partial M = (1/p_2) > 0$$

==

A teoria da dualidade permite também inverter esse processo, caminhando na direção oposta das setas na FIGURA 4.6.1, ou seja, partindo-se da função de custo (ou gasto indireto) e da função de utilidade indireta para as respectivas funções de demanda. Esse processo inverso pode ser visualizado na FIGURA 4.6.2.

As funções de demanda hicksiana podem ser obtidas por meio da função de custo, utilizando-se o lema de Shephard:

$$\partial C(p_1,p_2,u)/\partial p_i = x_i^h(p_1,p_2,u)$$

Esse lema é importante para a teoria da dualidade porque permite encontrar as demandas hicksianas a partir da função de custo.

As funções de demanda marshalliana, por sua vez, são obtidas a partir da função de utilidade indireta, ou melhor, da identidade resultante ao substituir-se M por $C(p_1,p_2,u)$ na função de utilidade indireta, isto é:

$$\psi[(p_1,p_2,C(p_1,p_2,u)] \equiv u$$

Essa substituição é possível porque a função de custo e a função de utilidade indireta são funções inversas. Diferenciando essa identidade em relação a p_i, obtém-se:

$$\partial\psi/\partial p_i + (\partial\psi/\partial M)(\partial C/\partial p_i) = 0$$

Desde que $\partial C/\partial p_i = x_i^h = x_i^*$ (lema de Shephard), então:

$$x_i^* = -(\partial\psi/\partial p_i)/(\partial\psi/\partial M)$$

Esse resultado é conhecido como a identidade de Roy. Portanto, partindo-se da função de utilidade indireta pode-se obter as funções de demanda marshalliana, fazendo-se uso dessa identidade.

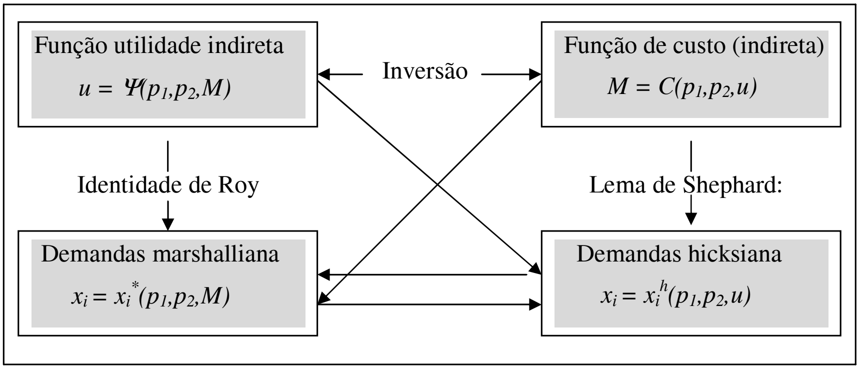


FIGURA 4.6.2: RELACIONAMENTO ENTRE AS FUNÇÕES DE DEMANDA MARSHALLIANA E HICKSIANA SEGUNDO A TEORIA DA DUALIDADE

Sob o ponto de vista econométrico, seria interessante obter-se as funções de demanda marshalliana a partir da função de custo, assim como as curvas de demanda hicksiana a partir da função de utilidade indireta. Para obter-se as funções de demanda marshalliana basta substituir a função de utilidade indireta $\psi(p_1,p_2,M) = u$ nas funções de demanda hicksiana. O inverso pode também ser feito. Especificamente, para se obter as demandas hicksiana, substitui-se a função de custo $C(p_1,p_2,u) = M$ nas funções de demanda marshalliana. Do exposto, pode-se escrever:

$$x_i = x_i^h[(p_1,p_2,\psi(p_1,p_2,M)] = x_i^*(p_1,p_2,M)$$

$$x_i = x_i^*[(p_1,p_2,C(p_1,p_2,u)] = x_i^h(p_1,p_2,u)$$

==

Exemplo 4.6.2: A título de exemplo, suponha que a função de utilidade indireta de um consumidor seja especificada por:

$$\Psi = 50[1/(p_1^{1/2}p_2)]^{-2/3}M$$

A partir dessa função, pode-se determinar as curvas de demanda ordinária dos bens 1 e 2, assim como as proporções da renda gasta com cada um desses bens. Fazendo-se uso da identidade de Roy, obtém-se as funções de demanda marshalliana:

$$x_1{*} = \frac{\partial\psi / \partial p_1}{\partial\psi / \partial M} = \frac{50M(2/3)(p_1^{1/2}p_2)^{-5/3}(1/2)p_1^{-1/2}p_2}{50(p_1^{1/2}p_2)^{-2/3}} = \frac{M}{3p_1}$$

$$x_2{*} = \frac{\partial\psi / \partial p_2}{\partial\psi / \partial M} = \frac{50M(2/3)(p_1^{1/2}p_2)^{-5/3}p_1^{1/2}}{50(p_1^{1/2}p_2)^{-2/3}} = \frac{2M}{3p_2}$$

As proporções da renda são:

$$k_1 = x_1{*}p_1/M = 1/3$$
$$k_2 = x_2{*}p_2/M = 2/3$$

As funções de demanda compensada dos bens 1 e 2 podem ser obtidas utilizando-se o lema de Shephard. Para isso é necessário gerar a função de custo. Assim, invertendo-se a função de utilidade indireta, tem-se a função de custo:

$$C = (1/50)p_1^{1/3}p_2^{2/3}u$$

onde $M = C(p_1,p_2,u)$ e $u = \Psi(p_1,p_2,M)$. Portanto, utilizando-se o lema de Shephard, obtém-se as funções de demanda hicksiana:

$$x_1^h = \partial C/\partial p_1 = (1/3)(1/50)p_1^{-2/3}p_2^{2/3}u = (1/150)p_1^{-2/3}p_2^{2/3}u$$
$$x_2^h = \partial C/\partial p_2 = (2/3)(1/50)p_1^{1/3}p_2^{-1/3}u = (1/75)p_1^{1/3}p_2^{-1/3}u$$

Usando os resultados obtidos acima, pode-se verificar a equação de Slutsky para o bem 1, donde resulta:

$$\partial x_1{*}/\partial p_2 = \partial x_1^h/\partial p_2 - x_2{*}(\partial x_1{*}/\partial M)$$

onde $\partial x_1^*/\partial p_2 = 0$, $\partial x_1^*/\partial M = 1/3p_1$, $\partial x_1^h/\partial p_2 = (1/225)p_1^{-2/3}p_2^{-1/3}u$, de modo que uma igualdade é verificada.

==

4.7 TEOREMA DA ENVOLTÓRIA (OU DO ENVELOPE)*

O teorema da envoltória (ou do envelope) é um dos mais importantes instrumentos da teoria econômica. Esse teorema está relacionado com a variação da função objetivo quando um de seus parâmetros sofre uma pequena variação. Para mostrar isso, supõe-se o seguinte problema de otimização (maximização ou minimização) condicionado:

$$\underset{x_1,\ldots,x_n}{otim} \quad y = f(x_1,\ldots, x_n,z)$$
$$s.a. \quad g(x_1,\ldots,x_n,z) = 0$$

onde y é a função objetivo (ou seja, a função a ser otimizada), g é uma restrição e z é um parâmetro ou vetor de parâmetros. O lagrangiano para esse problema pode ser escrito da seguinte forma:

$$L = f(x_1,\ldots,x_n,z) + \mu g(x_1,\ldots,x_n,z)$$

em que μ é o multiplicador de Lagrange. As condições necessárias ou de primeira ordem para esse problema são:

$$L_i = f_i + \mu g_i = 0 \quad \forall i=1,...,n$$
$$L_\mu = g = 0$$

Resolvendo-se esse sistema de $n+1$ equações, obtém-se:

$$x_i = x_i^*(z) \quad \forall i=1,...,n$$
$$\mu = \mu^*(z)$$

Substituindo-se esses valores ótimos de x_i^* na função objetivo, obtém-se a função indireta:

$$y^* = f[x_1^*(z),\ldots, x_n^*(z), z] = F(z)$$

onde y^* é o valor máximo de y para qualquer z e para os vários $x_i = x_i^*(z)$ que satisfazem a restrição.

Para verificar como y^* varia quando z varia, diferencia-se y^* em relação a z, donde resulta:

$$\partial y^*/\partial z = dF(z)/dz = f_z + \Sigma_i f_i(dx_i^*/dz)$$

Essa equação mostra que a variação de y^* causada por uma variação em z é o resultado de dois efeitos: (i) o efeito direto de uma variação de z sobre y^*; e (ii) o efeito indireto de uma variação de z sobre todos os x_i^*, que por sua vez afetam y^*.

Por outro lado, substituindo-se as soluções ótimas $x_i = x_i^*(z)$ na restrição do problema de otimização (última condição de primeira ordem) e diferenciando a identidade resultante em relação a z, resulta:

$$\Sigma_i g_i(dx_i^*/dz) + g_z = 0$$

Multiplicando-se essa equação por μ e somando-a a equação anterior[51], obtém-se:

$$dy^*/dz = \mu[\Sigma_i g_i(dx_i^*/dz) + g_z] + \Sigma_i f_i(dx_i^*/dz) + f_z = \Sigma_i(dx_i^*/dz)(f_i + \mu g_i) + f_z + \mu g_z$$

Tendo em vista que $f_i + \mu g_i = 0$ (resultado advindo das n primeiras CPO do problema de otimização), então conclui-se que:

$$dy^*/dz = f_z + \mu g_z = L_z$$

onde L_z é a derivada parcial do lagrangiano em relação a z, mantendo-se todos os x_i fixos.

Portanto, pode-se concluir que a variação da função objetivo em resposta a uma variação no parâmetro z, quando todos os x_i variam, é exatamente igual à variação do lagrangiano em resposta à variação de z, quando todos os x_i estão fixos. Essa conclusão é na realidade a essência do teorema do envelope.

4.8 RESULTADOS DO TEOREMA DA ENVOLTÓRIA*

A seguir apresentam-se de forma suscinta os principais resultados da teoria do consumidor obtidos através do emprego do teorema da envoltória. Deve-se ressaltar que muitos desses resultados já tinham sido obtidos anteriormente pelos métodos tradicionais, principalmente através da estática comparativa.

4.8.1 RESULTADOS DO MODELO DA MAXIMIZAÇÃO DE UTILIDADE*

A FIGURA 4.8.1.1 sumaria o procedimento do modelo de maximização da utilidade, o qual servirá de base para obtenção dos resultados do teorema do envelope.

$$\boxed{\begin{array}{l} \max\limits_{x_1,x_2} \; u = u(x_1,x_2) \\ s.a. \;\; p_1x_1 + p_2x_2 = M \end{array}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x_i = x_i^*(p_1,p_2,M) \\ \text{e} \\ \mu = \mu^*(p_1,p_2,M) \end{array}} \rightarrow \boxed{u = \Psi(p_1,p_2,M)}$$

FIGURA 4.8.1.1: O MODELO DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE

Tomando-se a função lagrangiana do problema de maximização de utilidade:

$$L = u(x_1,x_2) + \mu[M - p_1x_1 - p_2x_2]$$

e aplicando-se o teorema da envoltória, obtém-se os seguintes resultados:

(1) $\partial\Psi/\partial p_i = \partial L/\partial p_i = -\mu x_i^*$

(2) $\partial\Psi/\partial M = \partial L/\partial M = \mu^*$ (utilidade marginal da renda)

Dividindo-se a (1) pela (2), obtém-se a identidade de Roy:

(3) $(\partial\Psi/\partial p_i)/(\partial\Psi/\partial M) = - x_i^*$

[51] Deve-se ressaltar que a equação (B) é igual a zero, de modo que somando-se zero a qualquer equação o seu valor não é alterado.

Diferenciando as equações (1) e (2) uma vez mais, mas agora em relação ao outro parâmetro, tem-se:

(4) $\partial^2\Psi/\partial p_i\partial M = -\mu^*(\partial x_i^*/\partial M) - x_i^*(\partial\mu^*/\partial M)$

(5) $\partial^2\Psi/\partial M\,\partial p_i = \partial\mu^*/\partial p_i$

Desde que as derivadas parciais podem ser tomadas independentemente da ordem (teorema de Young), isto é $\partial^2\Psi/\partial p_i\partial M = \partial^2\Psi/\partial M\partial p_i$, então resulta a seguinte condição de reciprocidade:

(6) $\partial\mu^*/\partial p_i = -[\mu^*(\partial x_i^*/\partial M) + x_i^*(\partial\mu^*/\partial M)]$

4.8.2 RESULTADOS DO MODELO DE MINIMIZAÇÃO DO CUSTO*

A FIGURA 4.8.2.1 resume esquematicamente o procedimento do modelo de minimização do gasto ou custo, que norteará os resultados do teorema do envelope.

$$\left[\begin{array}{l} \min\limits_{x_1,x_2}\ M = p_1x_1+p_2x_2 \\ s.a.\quad u(x_1,x_2) = u \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{l} x_i = x_i^h(p_1,p_2,u) \\ \text{e} \\ \lambda = \lambda^*(p_1,p_2,u) \end{array}\right] \longrightarrow \left[\ M = C(p_1,p_2,u)\ \right]$$

FIGURA 4.8.2.1: O MODELO DE MINIMIZAÇÃO DO GASTO OU CUSTO

Tomando-se a função lagrangiana para o problema de minimização do custo:

$$L = p_1x_1+p_2x_2+\ldots+p_nx_n +\lambda[u - u(x_1,\ldots,x_n)]$$

e aplicando-se o teorema do envelope, tem-se:

(1) $\partial C/\partial p_i = \partial L/\partial p_i = x_i^h$ (Lema de Shephard)

(2) $\partial C/\partial u = \partial L/\partial u = \lambda$ (Custo marginal da utilidade).

Uma vez que a função de custo é duas vezes diferenciável (propriedade da função de custo), então:

(3) $\partial^2 C/\partial p_i\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j$

(4) $\partial^2 C/\partial p_j\partial p_i = \partial x_j^h/\partial p_i$

Desde que as derivadas parciais podem ser tomadas independentemente da ordem (teorema de Young), isto é $\partial^2 C/\partial p_i\partial p_j = \partial^2 C/\partial p_j\partial p_i$, então:

(5) $\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_j^h/\partial p_i$ (Condição de Reciprocidade)

Por analogia:

(6) $\partial^2 C/\partial p_i\partial u = \partial x_i^h/\partial u$

(7) $\partial^2 C/\partial u\partial p_i = \partial\lambda/\partial p_i$

Desde que $\partial^2 C/\partial p_i\partial u = \partial^2 C/\partial u\partial p_i$ (teorema de Young), então:

(8) $\partial x_i^h/\partial u = \partial\lambda/\partial p_i$ (Condição de Reciprocidade)

É importante ressaltar que estes últimos resultados são conseqüência direta e simples das condições de reciprocidade. As condições de reciprocidade são, na realidade, uma conseqüência da afirmação de que as derivadas cruzadas da função de custo são invariantes em relação à ordem da diferenciação. Essas condições de reciprocidade aparecem apenas porque as primeiras derivadas parciais da função de custo têm uma forma simples, devido ao fato de que o lagrangiano é linear nos parâmetros (preços e utilidade). Toda vez que tal linearidade ocorre, condições de reciprocidade surgem automaticamente.

Ademais, desde que a função de custo é côncava em preços (isto é, $\partial^2C/\partial p_i^2 < 0$), então:

$$(9) \qquad \partial^2C/\partial p_i^2 = \partial x_i^h/\partial p_i < 0$$

Isso significa que o efeito substituição é sempre negativo.

4.8.3 REDERIVAÇÃO DA EQUAÇÃO DE SLUTSKY*

A equação de Slutsky foi derivada anteriormente pelo método tradicional e longo da estática comparativa dos modelos de maximização de utilidade e minimização do gasto. Uma maneira mais rápida de derivar essa equação é através do teorema de envelope, partindo-se das demandas marshalliana $x_i = x_i^*(p_1,p_2,M)$ e hicksiana $x_i = x_i^h(p_1,p_2,u)$ e fazendo-se uso da função de utilidade indireta $u = \Psi(p_1,p_2,M)$, assim como da função de custo $M = C(p_1,p_2,u)$.

Tendo em vista que $x_i^h(p_1,p_2,u) = x_i^*(p_1,p_2,M)$, então se pode substituir M por $C(p_1,p_2,u)$, donde resulta a seguinte identidade:

$$x_i^h(p_1,p_2,u) \equiv x_i^*[p_1,p_2,C(p_1,p_2,u)]$$

Diferenciando ambos os lados dessa identidade em relação a p_j, têm-se:

$$\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_i^*/\partial p_j + (\partial x_i^*/\partial M)(\partial C/\partial p_j)$$

Desde que $\partial C/\partial p_j = x_j$ (lema de Shephard), então resulta:

$$\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_i^*/\partial p_j + x_j(\partial x_i^*/\partial M)$$

ou, na forma mais sugestiva da equação de Slutsky:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j - x_j(\partial x_i^*/\partial M)$$

A equação de Slutsky pode ser, alternativamente, derivada substituindo-se a função de utilidade indireta na função de demanda hicksiana, de modo a obter-se a seguinte identidade:

$$x_i^h[p_1,p_2,\Psi(p_1,p_2,M)] \equiv x_i^*(p_1,p_2,M)$$

Diferenciando essa identidade em relação a p_j e depois em relação a M, obtém-se, respectivamente:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j + (\partial x_i^h/\partial u)(\partial\Psi/\partial p_j)$$
$$\partial x_i^*/\partial M = (\partial x_i^h/\partial u)(\partial\Psi/\partial M)$$

Multiplicando e dividindo-se o último termo da primeira equação por $\partial\Psi/\partial M$, resulta:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j + (\partial x_i^h/\partial u)(\partial \Psi/\partial M)[(\partial \Psi/\partial p_j)/(\partial \Psi/\partial M)]$$

Fazendo uso do fato que $\partial x_i^*/\partial M = (\partial x_i^h/\partial u)(\partial \Psi/\partial M)$, e visto que $(\partial \Psi/\partial p_j)/(\partial \Psi/\partial M) = -x_j$ (identidade de Roy), então a equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j - x_j(\partial x_i^*/\partial M)$$

que é exatamente a equação de Slutsky derivada anteriormente.

4.9 HOMOTÉTIA*

Verificou-se que as funções de demanda hicksiana gozavam da propriedade de simetria dos efeitos cruzados, ou seja:

$$\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_j^h/\partial p_i$$

No entanto, essa propriedade de simetria dos efeitos cruzados não era geralmente válida para as funções de demanda marshalliana. Uma questão interessante é saber que tipo de função de utilidade gera demandas com essa propriedade. Para responder a essa indagação, basta impor essa propriedade às funções de demanda marshalliana e investigar a implicação resultante. Assim, impondo-se a condição de simetria dos efeitos cruzados às funções de demanda marshalliana, e fazendo-se uso da equação de Slutsky, obtém-se:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j - x_j(\partial x_i^*/\partial M) = \partial x_j^h/\partial p_i - x_i(\partial x_j^*/\partial M) = \partial x_j^*/\partial p_i$$

Desde que $\partial x_i^h/\partial p_j = \partial x_j^h/\partial p_i$ (propriedade de simetria), então tem-se:

$$x_j(\partial x_i^*/\partial M) = x_i(\partial x_j^*/\partial M)$$

Rearranjando-se x_i e x_j e multiplicando-se ambos os lados por M, obtém-se:

$$(M/x_i)(\partial x_i^*/\partial M) = (M/x_j)(\partial x_j^*/\partial M)$$

ou:

$$\eta_i = \eta_j$$

Isso implica dizer que todos os pares de bens devem ter a mesma elasticidade renda. Denotando-se esse valor comum de elasticidade renda por η e usando-se a propriedade de que a média ponderada das elasticidades renda tem que ser igual a um (mostrada no capítulo anterior), resulta:

$$k_1\eta + k_2\eta + \ldots + k_n\eta = 1$$

ou:

$$\eta(k_1 + k_2 + \ldots + k_n) = 1$$

Desde que $k_1 + k_2 + \ldots + k_n = 1$, então:

$$\eta = 1$$

Portanto, a função de utilidade que gera demandas marshalliana com a propriedade de simetria dos efeitos cruzados é aquela que gera elasticidades renda unitária para todos os bens. O fato das elasticidades renda serem todas unitárias implica que o caminho de expansão da renda (ou curva renda-consumo) é uma linha reta a partir da origem (ver FIGURA 4.9.1). Esta é na realidade a propriedade de homotétia da função de utilidade.

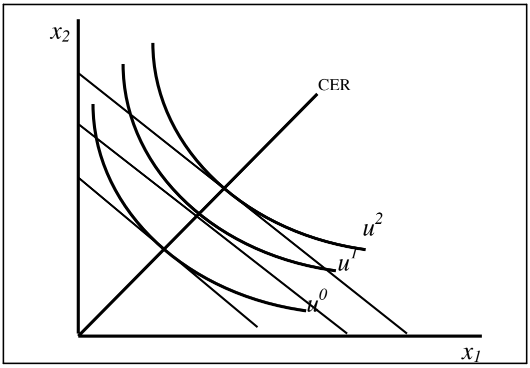


FIGURA 4.9.1: MAPA DE INDIFERENÇA DE FUNÇÕES DE UTILIDADE HOMOTÉTICAS

A igualdade das elasticidades renda é equivalente à invariância da proporção do consumo de x_j em relação a x_i, qualquer que seja o nível de renda, ou seja:

$$\partial(x_j^*/x_i^*)/\partial M = 0$$

Fazendo-se uso da regra da derivada de um quociente, obtém-se:

$$[x_i^*(\partial x_j^*/\partial M) - x_j^*(\partial x_i^*/\partial M)]/(x_i^*)^2 = 0$$

donde resulta a equação previamente obtida:

$$x_j(\partial x_i^*/\partial M) = x_i(\partial x_j^*/\partial M)$$

Quando expressa dessa forma, a invariância da proporção do consumo de x_j em relação a x_i com a renda pode ser interpretada como a igualdade das elasticidades renda. É interessante observar que a relação x_j/x_i é simplesmente a inclinação do raio que vai da origem ao ponto (x_i, x_j). Ao afirmar que esse raio tem inclinação constante no plano x_ix_j é equivalente a dizer que a função de utilidade é homotética. Isso significa que funções de utilidade homotéticas geram demandas com elasticidade renda unitária e, portanto, exibem a seguinte propriedade:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_j^*/\partial p_i$$

Qualquer uma dessas afirmações implica a outra, uma vez que elas são equivalentes.

As preferências são ditas homotéticas se, ao dobrar-se as quantidades dos bens, dobra-se também a utilidade[52]. Isso implica que qualquer raio a partir da origem corta as curvas de indiferença em pontos de mesma inclinação. Alternativamente, homotétia

[52] Estabelecendo uma analogia com a teoria da produção, então pode-se dizer que preferências são homotéticas se a utilidade for produzida sob retornos constantes de escala, de modo que cada curva de indiferença é uma versão ampliada (ou reduzida) das demais.

implica que a utilidade u é uma função crescente de uma função homogênea, h, de grau 1, isto é:

$$u = F[h(x_i, \ldots, x_n)],\ \ F' > 0$$

As implicações de preferências homotéticas são:

1. O caminho de expansão da renda é uma linha reta através da origem. Isso significa que a composição dos orçamentos é independente da renda, de modo que todas as elasticidades renda são unitárias. Em outras palavras, as curvas de Engel são linhas retas. Isto é, homotétia implica que a proporção da renda com o consumo de cada bem k_i é independente da renda e depende apenas dos preços, ou seja:

   $$k_i = (p_i x_i)/M = f(p_i/p_j)$$

   donde resulta:

   $$g_i = p_i x_i = Mf(p_i/p_j)$$

   onde g_i é o gasto com o bem i. Isso significa que o gasto com cada bem é proporcional a renda.

2. O custo de atingir um certo nível de utilidade u, $C(u)$, é proporcional a u, cujo fator de proporcionalidade, $\alpha(p_i,\ldots,p_n)$, depende apenas dos preços e independe de u[53]:

   $$C(p_i,\ldots,p_n,u) = u\alpha(p_i,\ldots,p_n)$$

==

Questão 4.9.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a função de utilidade é homotética, então as elasticidades renda são iguais a um.*

CERTO

Se a função de utilidade é homotética, então a função de custo (ou gasto indireto) pode ser escrita da seguinte forma:

$$C(p_1,p_2,u) = uc(p_1,p_2)$$

Da qual resulta a seguinte função de utilidade indireta:

$$\Psi(p_1,p_2,M) = M/c(p_1,p_2)$$

Diferenciando-a em relação a p_i e M, respectivamente, tem-se:

$$\partial\Psi/\partial p_i = -[M/c(p_1,p_2)^2][\partial c(p_1,p_2)/\partial p_i]$$

$$\partial\Psi/\partial M = 1/c(p_1,p_2)$$

Fazendo-se uso da identidade de Roy, obtém-se a função de demanda marshalliana:

$$x_i^* = -(\partial\Psi/\partial p_i)/(\partial\Psi/\partial M) = -[M/c(p_1,p_2)][\partial c(p_1,p_2)/\partial p_i]$$

[53] Em analogia com a teoria da produção, isso significa que o custo médio e o custo marginal da utilidade são constantes e iguais, o que implica que as proporções da renda com cada bem são independentes de u.

Diferenciando-a em relação a M, tem-se:

$$\partial x_i^*/\partial M = -[1/c(p_1,p_2)][\partial c(p_1,p_2)/\partial p_i]$$

A partir da qual se pode obter a elasticidade renda:

$$\eta_i = (\partial x_i^*/\partial M)(M/x_i^*) = 1, \ \forall i$$

Questão 4.9.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se as preferências são homotéticas, então a utilidade marginal da renda é independente do nível de renda e depende apenas de preços. Vale lembrar que* $\mu = \partial\Psi/\partial M$ *é a utilidade marginal da renda. Ademais, se as preferências são homotéticas, então* $C(u,p) = uh(p)$.

CERTO

Se as preferências são homotéticas, o ordenamento pode ser preservado através de uma função de utilidade homogênea linear (grau 1) e a função de custo pode ser escrita da seguinte forma:

$$C(u,p) = uh(p)$$

Nesse caso, a função de utilidade indireta toma a seguinte forma (resultado direto da teoria da dualidade):

$$\Psi(M,p) = Mg(p)$$

Assim, diferenciando-se a função de utilidade indireta em relação a M, obtém-se a utilidade marginal da renda:

$$\mu = g(p)$$

A qual depende apenas de preços e independe de renda.

==

CAPÍTULO 5: EXTENSÕES DA TEORIA DO CONSUMIDOR

5.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este capítulo estende a estrutura básica da teoria do consumidor delineada no terceiro e quarto capítulos e desenvolve novos tópicos relacionados à escolha do consumidor. Tentando entender os aspectos mais importantes do processo de escolha do consumidor, alguns pressupostos explícitos e outros implícitos foram introduzidos no arcabouço básico da teoria do consumidor. Embora tais pressupostos tivessem tornado o problema de otimização do consumidor bastante simples, alguns aspectos relevantes relacionados a esse processo de escolha tiveram que ser postos de lado e não puderam ser analisados no escopo dessa teoria. Objetivando retomar esses importantes aspectos concernentes à escolha do consumidor, este capítulo trata de levantar alguns dos pressupostos estabelecidos no arcabouço básico, ampliando assim o poder de alcance e explicação da teoria do consumidor.

Inicialmente, na seção 5.2, levanta-se o pressuposto de que o consumidor era dotado de uma renda exógena (fora do seu controle), de modo que agora o consumidor terá condições de afetar sua renda a cada período de tempo, decidindo quanto do seu tempo ele deverá alocar ao trabalho e ao lazer. Posteriormente, na seção 5.3, levanta-se o pressuposto de que o consumidor consumia necessariamente toda sua renda em cada período de tempo, abrindo a possibilidade para que ele planeje o seu padrão de consumo no tempo, por meio de um processo de otimização intertemporal. Nessa extensão, permite-se que o consumidor recorra ao mercado financeiro, tomando ou concedendo empréstimos, como forma de financiar seu fluxo de consumo através do tempo. Finalmente, na seção 5.4, levanta-se o pressuposto de que o consumidor detinha pleno conhecimento sobre todos os parâmetros que afetavam suas decisões de consumo, principalmente os preços e a renda, introduzindo-se a possibilidade de escolhas em condições de risco.

5.2 ALOCAÇÃO ÓTIMA DO TEMPO ENTRE LAZER E TRABALHO

Na estrutura básica da teoria do consumidor, apresentada no terceiro capítulo e desenvolvida no quarto capítulo, a renda (nominal) do consumidor M era exógena, determinada fora do modelo e, portanto, fora do controle do consumidor. Esta seção estende o arcabouço básico da teoria neoclássica do consumidor, permitindo que o consumidor tome suas próprias decisões de como alocar o seu tempo entre lazer e trabalho, de modo que a sua renda é agora endogeneizada

Para operacionalizar essa extensão, necessário se faz introduzir um novo bem ao conjunto de bens já disponível ao consumidor. Esse novo bem é o lazer, o qual será denotado por x_0. Com mais um bem, a função de utilidade é agora especificada da seguinte forma:

$$u = u(x_0, x_1, ..., x_n)$$

Deve-se ressaltar que o lazer entra na função de utilidade em pé de igualdade com os demais bens, gerando satisfação ao consumidor[54].

Como qualquer bem, o lazer tem um preço que é o salário que o consumidor poderia auferir se ele tivesse dedicado seu tempo ao trabalho. Isto é, o preço do lazer é o custo de oportunidade do tempo. Em outras palavras, o preço do lazer é o valor que o consumidor deixa de ganhar quando ele decide alocar uma hora do seu tempo ao lazer, ao invés de ter alocado ao trabalho.

Por simplicidade, supõe-se que o consumidor possa escolher quantas horas do seu tempo ele poderá dedicar ao trabalho[55]. Dessa forma, quanto mais o consumidor trabalha, ou seja, quanto mais horas do seu tempo ele dedica ao trabalho, maior será a sua renda e maior será o seu poder de consumo. Por outro lado, quanto mais o consumidor trabalha, menos tempo sobra para ele dedicar ao lazer. Admite-se que o indivíduo financia suas compras com uma renda não-salarial (ou exógena) I e uma renda salarial (ou endógena) wl, onde w é o salário, $l \leq N$ é o tempo (número de horas) que o indivíduo dedica ao trabalho e N é a dotação de tempo. Isso significa que o tempo que ele dedica ao lazer é $x_0 = N - l$. Assim, a restrição orçamentária do indivíduo pode ser expressa por:

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n = I + wl$$

Desde que $l = N - x_0$, então a restrição orçamentária pode ser reescrita da seguinte forma:

$$wx_0 + p_1x_1 + \ldots + p_nx_n = I + wN$$

[54] Ao se introduzir o lazer como mais um bem na função de utilidade não há nenhuma alteração das propriedades dessa função.

[55] Em geral, o consumidor não tem muitas alternativas de escolha no concernente ao tempo que ele aloca ao trabalho, tendo freqüentemente apenas duas alternativas: ou trabalha oito horas por dia ou não trabalha absolutamente. No entanto, para algumas atividades esse pressuposto não é irrealístico. Por exemplo, uma dona de casa e um motorista de taxi decidem exatamente quantas horas eles desejam trabalhar por dia. Trabalhadores remunerados por produção, podem também decidir livremente quantas horas trabalhar por dia.

O objetivo do consumidor é, portanto, encontrar os níveis ótimos de consumo de cada bem de modo a maximizar sua função de utilidade, condicionado a sua restrição orçamentária:

$$\max_{x_0,\dots,x_n} \quad u = u(x_0, x_1,\dots,x_n)$$
$$s.a. \quad wx_0+p_1x_1+\dots+p_nx_n = I + wN$$

Objetivando simplificar a análise e poder fazer uso do instrumental gráfico, supõe-se que exista apenas um bem de consumo, x_1, o qual é a agregação de todos os bens e serviços disponíveis ao consumidor (que pode ser considerado como uma mercadoria composta), cujo preço é p. Dessa forma, o problema do consumidor pode ser delineado da seguinte forma:

$$\max_{x_0,x_1} \; u = u(x_0, x_1)$$
$$s.a \quad wx_0 + px_1 = I + wN$$

Desde que $x_0 = N - l$ é o tempo que o indivíduo aloca ao lazer, então o problema acima pode ser reescrito, alternativamente, em função do tempo dedicado ao trabalho:

$$\max_{l,x_1} u = u(N-l,x_1)$$
$$s.a. \; px_1 = I+wl \;\; (ou \;\; -wl+px_1 = I)$$

cujo lagrangiano é:

$$L = u(N-l,x_1) + \mu[I+wl-px_1]$$

do qual resultam as seguintes condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$L_0 = -u_0 + \mu w = 0$$
$$L_1 = u_1 - \mu p = 0$$
$$L_\mu = I + wl - px_1 = 0$$

Dividindo-se a primeira equação pela segunda, elimina-se μ e obtém-se a seguinte condição de tangência ($u_o/u_1 = w/p$). Esta condição juntamente com a terceira equação (restrição do problema de otimização) formam o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} u_o/u_1 = w/p \\ I + wl - px_1 = 0 \end{cases}$$

Em analogia com o modelo básico da teoria do consumidor, essa condição de tangência é caracterizada pela igualdade entre a taxa marginal de substituição entre lazer e consumo ($\tau = u_o/u_1$) e a taxa marginal de transformação entre esses dois bens ($\iota = w/p$).

Resolvendo-se esse sistema, obtém-se as soluções ótimas, que são as funções de demanda marshalliana (ou ordinária) por lazer e consumo:

$$x_0 = x_0^*(w,p,I+wN)$$

$$x_1 = x_1^*(w,p,I+wN)$$

Tendo em vista que o tempo dedicado ao trabalho l depende do tempo que o consumidor aloca ao lazer x_0 (implícito na demanda por lazer), então se pode definir a função de oferta de trabalho da seguinte forma:

$$l^* = N - x_0^*(w,p,I+wN)$$

A FIGURA 5.2.1 mostra o mapa de indiferença e a restrição orçamentária (ou conjunto de oportunidade) do consumidor no espaço lazer-consumo. O equilíbrio do consumidor se dá no ponto E dessa figura, cujas quantidades ótimas de lazer e consumo são x_0^* e x_1^*, respectivamente. A alocação (x_0^*, x_1^*) é ótima porque ela satisfaz ambas as condições (necessárias) acima. Isto é, essa alocação corresponde ao ponto de tangência entre a curva de indiferença e a restrição orçamentária ($u_o/u_1 = w/p$), bem como ela é factível, isto é, ela se situa sobre a restrição orçamentária ou conjunto de oportunidade do consumidor ($I + wl - px_1 = 0$). A FIGURA 5.2.1 permite observar que, ao ter escolhido alocar parte do seu tempo ao lazer ($x_0^* < N$), o consumidor decide alocar o resto do seu tempo ao trabalho ($l^* = N - x_0^*$). Essa decisão de alocar parte do seu tempo ao trabalho possibilita que o consumidor aumente o seu poder de consumo de I/p (garantido pela sua renda exógena) para x_1^*. Essa troca de lazer por consumo (movimento de A para E) é mostrada na FIGURA 5.2.1 através das setas. Em conseqüência, a satisfação do consumidor aumenta de u^{-1} para u^0.

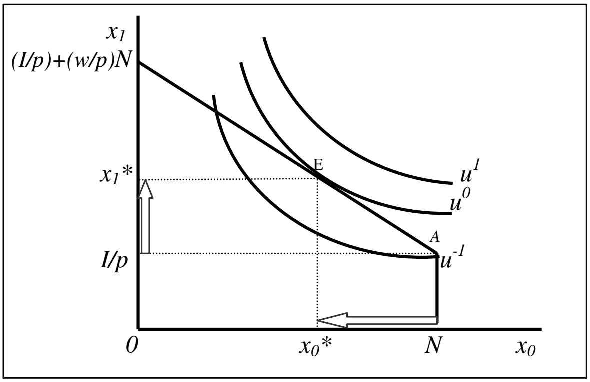


FIGURA 5.2.1: EQUILÍBRIO DO CONSUMIDOR E A ESCOLHA ÓTIMA ENTRE LAZER E CONSUMO

==

Exemplo 5.2.1: Para ilustrar a escolha ótima do consumidor, supõe-se que a sua função de utilidade seja especificada por $u = x_0^{\alpha}x_1^{1-\alpha}$ e que o consumidor não tem renda exógena (ou seja, $I = 0$), de modo que a única fonte de renda do consumidor é aquela que provém do seu trabalho.

Determina-se a seguir a curva de oferta de trabalho, admitindo-se que o consumidor possa receber transferências positivas (ou negativas) do governo, T. Tais transferências são computadas segundo a seguinte fórmula $T = G - twl$, onde G é a renda mínima (ou nível de isenção de tributos) e t é a alíquota do imposto de renda.

Nessas circunstâncias, a restrição orçamentária do consumidor é especificada da seguinte forma $px_1 = T + wl$. Tendo em vista que $T = G - twl$, então, a restrição orçamentária pode ser reescrita por $px_1 = G - twl + wl$, ou seja:

$$px_1 = G + (1-t)wl$$

Desde que $x_0 = N - l$, então a função de utilidade pode ser expressa em função da oferta de trabalho, da seguinte forma:

$$u = (N-l)^{\alpha}x_1^{1-\alpha}$$

A função de oferta de trabalho é obtida resolvendo-se o seguinte problema de maximização condicionado:

$$\begin{aligned} &\max_{l,x_1} \quad u = (N-l)^{\alpha}x_1^{1-\alpha} \\ &s.\ a \quad px_1 = G+(1-t)wl \end{aligned}$$

do qual resulta a seguinte função lagrangiana:

$$L = (N-l)^{\alpha}x_1^{1-\alpha} + \mu[G+(1-t)wl - px_1]$$

a partir da qual obtém-se as seguintes condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$\begin{aligned} \partial L/\partial l = 0 &\Rightarrow -\alpha(N-l)^{\alpha-1}x_1^{1-\alpha} + \mu(1-t)w = 0 \\ \partial L/\partial x_1 = 0 &\Rightarrow (1-\alpha)(N-l)^{\alpha}x_1^{-\alpha} - \mu p = 0 \\ \partial L/\partial \mu = 0 &\Rightarrow G + (1-t)wl - px_1 = 0 \end{aligned}$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda, resulta a condição de tangência:

$$\frac{\alpha x_1}{(1-\alpha)(N-1)} = \frac{(1-t)w}{p}$$

Isolando-se x_1 nessa equação, tem-se $x_1 = [(1-\alpha)/\alpha][(1-t)w/p](N-l)$. Substituindo essa expressão na terceira condição, obtém-se, após algumas manipulações algébricas, a função de oferta de trabalho:

$$l^* = (1-\alpha)N - \frac{\alpha G}{(1-t)w}$$

Para saber como um aumento em G afeta a oferta de trabalho, diferencia-se l^* em relação a G, donde resulta:

$$\frac{\partial l^*}{\partial G} = -\frac{\alpha}{(1-t)w} < 0$$

Isso significa que um aumento em G (renda mínima ou nível de isenção de tributos) reduz a oferta de trabalho. Talvez seja por isso que o nível de isenção de tributos no Brasil seja tão baixo! Esse exemplo permite também concluir que a implementação de um programa de renda mínima no Brasil terá um impacto negativo na oferta de trabalho, mas afetará positivamente o emprego.

Como l^* independe de p, então conclui-se que a oferta de trabalho não é afetada por variações no preço da mercadoria composta de bens de consumo.

==

Nesse modelo de alocação ótima do tempo entre lazer e trabalho, todo o tempo que não é dedicado ao trabalho é considerado como tempo de lazer. Por exemplo, para usufruir da mercadoria composta, o consumidor necessita de tempo para poder consumi-la. Isso significa que à medida que a renda do consumidor aumenta, aumentando consequentemente o seu padrão de consumo, ele necessitará de mais tempo para poder consumir uma maior quantidade dessa mercadoria composta. Nesse sentido, é razoável supor que lazer é um bem normal, de modo que qualquer acréscimo na renda do consumidor, *ceteris paribus*, acarretará um aumento no tempo dedicado ao lazer.

A FIGURA 5.2.2 ilustra esse fato e mostra que, quando lazer é um bem normal, um aumento na renda não salarial (renda exógena) do consumidor de I para I' (com $I' > I$), leva-o a aumentar tanto a mercadoria composta de consumo quanto o seu tempo dedicado ao lazer, reduzindo em conseqüência o seu tempo alocado ao trabalho. Quando a renda exógena aumenta, pode-se observar que a restrição orçamentária do consumidor se desloca paralelamente, tendo em vista que não houve nenhuma mudança nos preços do lazer (salário) e da mercadoria composta. No novo equilíbrio (ponto E' nessa figura), o consumidor amplia o seu consumo de ambos os bens (ou seja, da mercadoria composta e de lazer). Por outro lado, se o consumidor gastasse todo o seu aumento de renda com a mercadoria composta ele se deslocaria para o ponto B, situando-se em um nível de satisfação inferior àquele proporcionado no ponto E'.

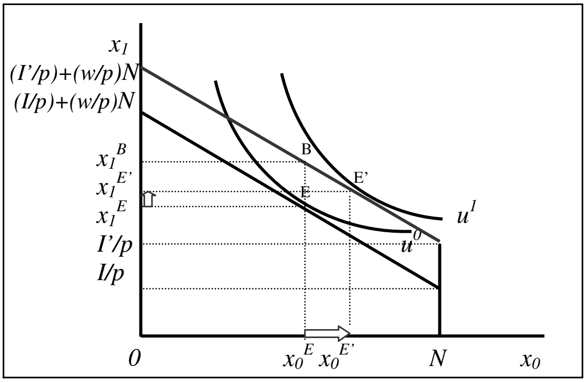


FIGURA 5.2.2: EFEITO DE UM AUMENTO NA RENDA EXÓGENA SOBRE O EQUILÍBRIO DO CONSUMIDOR ADMITINDO-SE QUE LAZER SEJA UM BEM NORMAL

Se lazer fosse um bem inferior, o ponto de tangência entre a curva de indiferença e a restrição orçamentária se daria à esquerda do ponto B da FIGURA 5.2.2. Nesse caso, um aumento da renda exógena levaria o indivíduo a escolher menos lazer e, portanto, trabalhar mais.

==

Questão 5.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que o governo tenha condições de conceder ao desempregado compensação financeira para garantir suas necessidades básicas. Admita que, a um certo salário por hora w, o indivíduo escolha trabalhar 6 horas por dia. Se restrições trabalhistas impõem que as pessoas devem trabalhar 8 horas por dia ou efetivamente não trabalhar, então se pode afirmar que a compensação financeira que induz o indivíduo a não trabalhar 8 horas é menor que a compensação financeira que leva a pessoa a não trabalhar 6 horas.*

CERTO

A FIGURA 5.2.3 ajuda a esclarecer essa questão. Quando o indivíduo escolhe quantas horas ele deseja trabalhar a um dado salário (neste caso, 6 horas por dia), o seu nível de satisfação u_2 é maior do que o nível de utilidade u_1 obtido quando ele é forçado a trabalhar 8 horas por dia. A utilidade do indivíduo quando ele está desempregado está representada nessa figura pelo nível u_0. Assim, o salário desemprego que induz a pessoa a ficar desempregada quando ele escolhe livremente quantas horas trabalhar (distância AC na FIGURA 5.2.3) é maior do que o salário desemprego quando ele é forçado a trabalhar 8 horas (distancia AB na mesma figura).

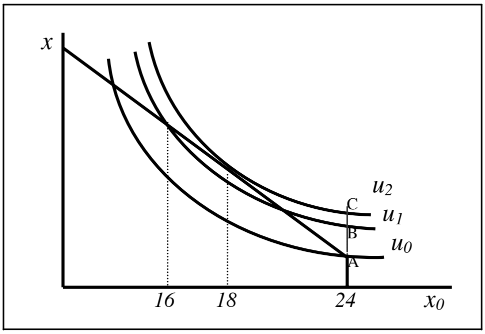


FIGURA 5.2.3: COMPENSAÇÃO FINANCEIRA AO DESEMPREGADO

==

5.2.1 ESTÁTICA COMPARATIVA DE UM AUMENTO NO SALÁRIO

Analisa-se a seguir o efeito de um aumento no salário sobre as decisões do consumidor de alocar seu tempo entre lazer e trabalho. Um aumento no salário de w para w' (com $w' > w$) traz consigo um duplo efeito renda e um efeito substituição. A FIGURA 5.2.1.1 compara esses efeitos causados por um aumento no salário, com aqueles efeitos de uma variação no preço de uma mercadoria, no arcabouço básico da teoria do consumidor. Se A representa o ponto de equilíbrio inicial, então um aumento no salário para w' causa uma rotação na restrição orçamentária no sentido horário, contrastando com o caso tradicional de um aumento no preço de uma mercadoria, em que a restrição orçamentária se deslocava no sentido anti-horário. A principal diferença deste caso em relação a estrutura básica da teoria do consumidor é que, um aumento no salário causa dois efeitos renda distintos, enquanto que no modelo básico causava apenas um. O primeiro efeito renda de um aumento no salário (o qual é semelhante ao efeito renda do arcabouço básico da teoria do consumidor) é devido ao fato do salário (que também é o preço do lazer) ter aumentado. Assim, sempre que o preço do lazer (salário) sofre um aumento, a renda do consumidor é automaticamente reduzida. O segundo efeito de um aumento no salário é proveniente do próprio aumento da renda potencial do indivíduo ($I + wN$).

Conforme pode ser visto na FIGURA 5.2.1.1, o efeito substituição de um aumento de preço do lazer (salário) corresponde ao movimento de A para B, implicando uma redução no tempo dedicado ao lazer. Por outro lado, o efeito renda é a resultante de dois movimentos. O primeiro, é o movimento de B para C', resultante de uma redução na renda devido ao aumento no preço do lazer, que também tende a reduzir o tempo dedicado ao lazer. E o segundo, é o movimento de C' para C (que suplanta o movimento de B para C'), correspondente ao aumento na renda devido ao aumento na renda salarial, que aumenta o tempo dedicado ao lazer.

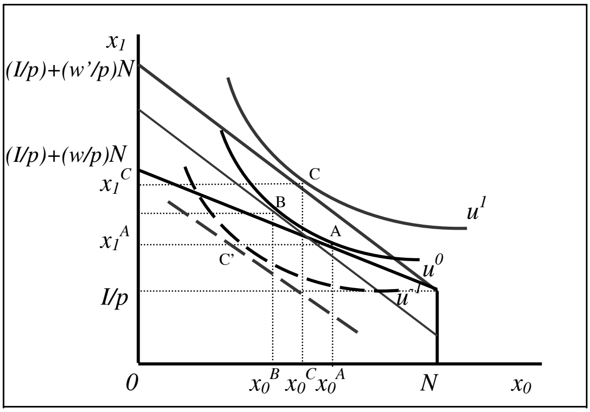


FIGURA 5.2.1.1: DECOMPOSIÇÃO DE UM AUMENTO DE SALÁRIO

Portanto, o efeito renda total de um aumento no salário é a composição de dois efeitos parciais, um negativo e um positivo. Desde que o efeito parcial positivo é mais forte que o negativo, isso significa que o efeito renda (total) de um aumento de salário tem sinal positivo[56]. No entanto, o efeito renda tanto pode aumentar quanto diminuir o lazer e o bem de consumo. Se o lazer e a mercadoria composta de consumo forem bens normais, isso significa que um aumento no salário aumenta tanto o bem de consumo quanto o tempo dedicado ao lazer. Tendo em vista que $l = N - x_0$, então o efeito renda de uma variação no salário sobre a oferta de trabalho é negativo, de modo que, nesse caso, o efeito renda total de um aumento no salário tende a reduzir a oferta de trabalho.

[56] Esse resultado contrasta com o efeito renda com sinal negativo verificado no modelo básico da teoria do consumidor.

==

Questão 5.2.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um aumento da alíquota do imposto de renda de um indivíduo,"ceteris paribus", diminui o número de horas dedicadas ao trabalho.*

INCERTO

Um aumento na alíquota do imposto de renda diminui o salário líquido do indivíduo, que por sua vez causa um efeito renda e um efeito substituição. Se lazer é um bem normal, então o efeito renda causado por uma redução no salário é no sentido de reduzir o lazer e, portanto, aumentando o número de horas trabalhadas. Por outro lado, o efeito substituição de uma redução no salário causa um aumento do lazer, reduzindo o número de horas trabalhadas. Portanto, o efeito total sobre o número de horas trabalhadas é ambíguo, podendo tanto aumentar, permanecer constante, ou diminuir. Isto vai depender qual dos dois efeitos suplanta o outro. Se o efeito renda suplanta o efeito substituição, então o número de horas trabalhadas aumenta. Mas, se o efeito renda é menor que o efeito substituição, haverá uma redução no número de horas trabalhadas. Os painéis (a) e (b) da FIGURA 5.2.1.2 ilustram essas duas possibilidades. No painel (a) o efeito renda suplanta o efeito substituição, enquanto que no painel (b) ocorre o inverso.

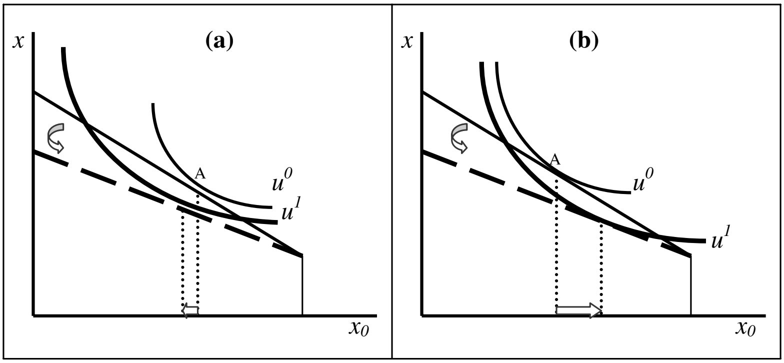


FIGURA 5.2.1.2: EFEITO DE UM AUMENTO NA ALÍQUOTA DO IMPOSTO DE RENDA SOBRE A OFERTA DE TRABALHO

==

O fato de o efeito renda total de um aumento salarial para a demanda por lazer ter sinal positivo contrasta com o resultado obtido no modelo básico da teoria do consumidor, no qual o efeito renda usual de um aumento de preço de uma mercadoria tinha sinal negativo. Embora a equação de Slutsky só seja demonstrada na próxima seção, esse fato pode ser comprovado através da comparação das respectivas equações de Slutsky. A equação de Slutsky para uma variação no salário sobre a demanda por lazer pode ser computada da seguinte forma:

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w + (N - x_0)(\partial x_0^*/\partial M)$$

Enquanto que no modelo básico da teoria do consumidor, a equação de Slutsky para uma variação de preço p_j sobre a demanda de um bem x_i, era especificada por:

$$\partial x_i^*/\partial p_j = \partial x_i^h/\partial p_j - x_i^*(\partial x_i^*/\partial M)$$

Pode-se observar que os efeitos renda nos dois casos têm, de fato, sinais contrários, desde que $(N - x_0) > 0$.

Costuma-se alegar que o aumento salarial das horas extras trabalhadas é mais efetivo em aumentar a oferta de trabalho do que o aumento em todas as horas trabalhadas. A FIGURA 5.2.1.3 compara o efeito de um dado aumento no salário por hora (para todas as horas) com o mesmo aumento no salário por hora extra, a partir da 8ª hora trabalhada (ponto A nessa figura). Essa comparação é feita a partir da alocação ótima estabelecida através do equilíbrio do consumidor para um dado salário. O fato das novas restrições orçamentárias serem paralelas (isto é, terem a mesma inclinação), isso significa que os aumentos salariais são idênticos. É obvio que um aumento salarial para todas as horas trabalhadas, por representar um aumento maior da renda do trabalhador, deixa o consumidor em um nível de satisfação mais elevado (u^2), relativamente ao aumento salarial apenas das horas extras trabalhadas (u^1). No entanto, conforme pode ser comprovado na FIGURA 5.2.1.3, não se pode afirmar que um aumento salarial para todas as horas trabalhadas aumentará menos a oferta de trabalho, relativamente ao aumento apenas das horas extras trabalhadas.

Admitindo-se que lazer seja um bem normal, então o aumento salarial para todas as horas trabalhadas causará um efeito renda que tenderá a reduzir a oferta de trabalho, enquanto que o aumento no salário das horas extras tentará estimular mais fortemente o efeito substituição em detrimento do efeito renda. Isso significa que um aumento no salário por hora extra trabalhada tende a aumentar mais a oferta de trabalho do que um aumento no salário para todas as horas trabalhadas. A razão é que o efeito renda causado por um aumento no salário de todas as horas trabalhadas é maior do que o aumento apenas para as horas extras. No entanto, se o efeito substituição for suficientemente forte ao ponto de suplantar o efeito renda, é possível que a oferta de trabalho aumente mais com um aumento no salário para todas as horas trabalhadas comparativamente ao caso de um aumento apenas para as horas extras trabalhadas. A FIGURA 5.2.1.3 ilustra esse caso.

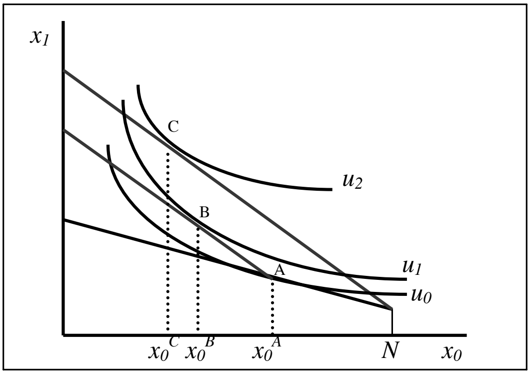


FIGURA 5.2.1.3: COMPARAÇÃO ENTRE UM AUMENTO NO SALÁRIO POR HORA EXTRA TRABALHADA E PARA TODAS AS HORAS TRABALHADAS

==

Questão 5.2.1.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Salário por hora extra de trabalho mais alto encoraja o efeito renda em detrimento do efeito substituição, aumentando o número de horas trabalhadas.*

ERRADO

A assertiva está duplamente errada. Primeiro, porque um mais alto salário por hora extra de trabalho encoraja o efeito substituição, em favor do bem de consumo e em detrimento do lazer, de forma a aumentar o número de horas de trabalho. Segundo, se um maior salário por hora extra encorajasse o efeito renda, como sugerido nesta questão, o resultado seria um aumento simultâneo do bem de consumo e do lazer, o que levaria a uma redução, e não um aumento, no número de horas trabalhadas.

==

5.2.2 A EQUAÇÃO DE SLUTSKY*

A decomposição do efeito preço de uma variação no salário em seus correspondentes efeitos substituição e renda pode ser feita através da equação de Slutsky, a qual pode ser mais facilmente formulada através da teoria da dualidade. Para tanto, define-se a função de custo:

$$C(w,p,u) = I+wN = M$$

e a função de utilidade indireta:

$$\Psi(w,p,I+wN) = u$$

onde $M = I+wN$ é a renda total (exógena e endógena). As funções de demanda hicksiana da mercadoria composta de consumo e do lazer são obtidas através do lema de Shephard, diferenciando-se a função de custo em relação ao preço do bem de consumo p e do lazer w, respectivamente:

$$x_1^h = \partial C(w,p,u)/\partial p$$

$$x_0^h = \partial C(w,p,u)/\partial w$$

As funções de demanda marshalliana podem ser obtidas fazendo-se uso da teoria da dualidade, substituindo-se a função de utilidade indireta nas funções de demanda hicksiana, derivadas acima, donde resulta:

$$x_1 = x_1^h(w,p, \Psi(w,p,I+wN)] \equiv x_1^*(w,p,M)$$

$$x_0 = x_0^h(w,p, \Psi(w,p,I+wN)] \equiv x_0^*(w,p,M)$$

As funções de oferta de trabalho hicksiana e marshalliana, l^h e l^*, respectivamente, podem ser obtidas através das suas respectivas funções de demanda por lazer x_0^h e x_0^*, usando-se a seguinte relação $l = N - x_0$:

$$l^h = N - x_0^h(w,p,u)$$

$$l^* = N - x_0^*(w,p,M)$$

A equação de Slutsky pode ser derivada diferenciando-se a seguinte identidade em relação a w:

$$x_0^*(w,p,M) \equiv x_0^h[w,p,\Psi(w,p,I+wN)]$$

donde resulta:

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w+(\partial x_0^h/\partial u)[(\partial\Psi/\partial w)+(\partial\Psi/\partial M)(\partial M/\partial w)]$$

ou (desde que $\partial M/\partial w = N$):

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w+(\partial x_0^h/\partial u)(\partial\Psi/\partial w)+(\partial x_0^h/\partial u)(\partial\Psi/\partial M)N$$

Da identidade de Roy tem-se que $\partial\Psi/\partial w = -x_0^*(\partial\Psi/\partial M)$. Assim, a equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w + [(\partial x_0^h/\partial u)(\partial\Psi/\partial M)](-x_0^*+N)$$

Finalmente, desde que $(\partial x_0^h/\partial u)(\partial\Psi/\partial M) = \partial x_0^*/\partial M$, então obtém-se a equação de Slutsky:

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w + (N - x_0)(\partial x_0^*/\partial M)$$

Desde que $N - x_0 = l$, então, a equação acima pode ser reescrita alternativamente da seguinte forma:

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w + l(\partial x_0^*/\partial M)$$

Em qualquer uma das duas formas, essa equação expressa o efeito total de uma variação no salário em função de um puro efeito substituição (movimento de A para B na FIGURA 5.2.1.1) e um puro efeito renda (movimento conjugado de B para C' e de C' para C nessa mesma figura).

É importante lembrar que o efeito substituição é sempre negativo. Se lazer é um bem normal (isto é, $\partial x_0^*/\partial M > 0$) e desde que $l = N - x_0 > 0$, então o efeito renda é positivo (ou seja, $l(\partial x_0^*/\partial M) > 0$). Esse resultado difere daquele obtido no arcabouço básico da teoria do consumidor. Assim, para garantir que a curva de demanda por lazer seja negativamente inclinada (e, portanto, que a oferta de trabalho seja positivamente inclinada) é necessário que lazer seja um bem inferior, isto é, $\partial x_0^*/\partial M < 0$.

Desde que $l^* = N - x_0^*$, então a equação de Slutsky pode ser também escrita em termos da oferta de trabalho, da seguinte forma:

$$\partial l^*/\partial w = -\partial x_0^*/\partial w$$

ou:

$$\partial l^*/\partial w = -\partial x_0^h/\partial w - l(\partial x_0^*/\partial M)$$

Quando expressa dessa forma, pode-se observar que o efeito renda da oferta de trabalho é negativo (isto é, $-l(\partial x_0^*/\partial M) < 0$, desde que lazer seja um bem normal), enquanto que o efeito substituição é positivo (ou seja, $-\partial x_0^h/\partial w > 0$, visto que $\partial x_0^h/\partial w < 0$). É perfeitamente possível que a curva de oferta de trabalho seja negativamente inclinada ($\partial l^*/\partial w < 0$) para alguns níveis de salário w (ou renda $wl + I$). Fato que poderá acontecer sempre que o efeito renda (negativo) for maior que o efeito substituição (positivo). Portanto, se o efeito renda de uma variação no salário suplantar o efeito substituição, a curva de oferta de trabalho reverterá sua inclinação positiva, tornando-se negativamente inclinada.

A FIGURA 5.2.2.1 mostra a curva típica de oferta de trabalho. Observa-se que, para níveis baixos de salário, a curva de oferta de trabalho é positivamente inclinada. Nesse caso, o efeito renda negativo de um aumento de salário *w* é suplantado pelo efeito substituição positivo. Por outro lado, para níveis mais altos de *w*, o efeito renda negativo de aumentos em *w* suplanta o efeito substituição positivo, fazendo com que a curva de oferta de trabalho torne-se negativamente inclinada.

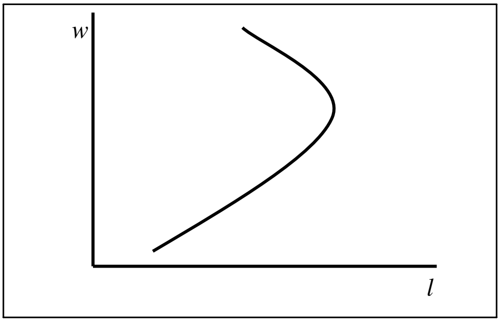


FIGURA 5.2.2.1: CURVA DE OFERTA DO TRABALHO

==

Questão 5.2.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se para um indivíduo o lazer é um bem inferior, então se pode afirmar que um aumento no salário desse indivíduo leva-o a aumentar o seu tempo dedicado ao trabalho.*

CERTO

A equação de Slutsky ajuda a esclarecer essa questão:

$$\partial x_0^*/\partial w = \partial x_0^h/\partial w + (N - x_0)(\partial x_0^*/\partial M)$$

Se o lazer é um bem inferior (isto é, $\partial x_0^*/\partial M < 0$), então o efeito renda negativo reforça o efeito substituição (sempre negativo). Nesse caso, a demanda por lazer seria negativamente inclinada ($\partial x_0^*/\partial w < 0$) e a curva de oferta de trabalho seria positivamente inclinada. Isso significa que um aumento no salário levaria o indivíduo a aumentar o seu tempo dedicado ao trabalho.

==

5.3 OTIMIZAÇÃO INTERTEMPORAL

Na estrutura básica da teoria do consumidor, delineada e estendida nos terceiro e quarto capítulos, as decisões de consumo eram pontuais no tempo e o consumidor estava restrito a manter o seu gasto compatível com a sua renda. Nesse arcabouço básico, o consumidor escolhia, em um dado instante de tempo, as quantidades ótimas de bens e serviços disponíveis de forma tal que o seu gasto deveria ser necessariamente igual à sua renda, não tendo ele acesso ao mercado financeiro. Nesta seção, essa estrutura básica da teoria do consumidor será expandida de modo que o consumidor poderá planejar o seu consumo através do tempo, podendo ele gastar mais ou menos do que a sua renda permite. Em outras palavras, abre-se a possibilidade do consumidor recorrer ao mercado financeiro, tanto para financiar gastos em excesso à sua renda, quanto para canalizar poupanças, toda vez que o gasto for menor que a sua renda. Para simplificar a análise e sem perda de generalidade, a otimização intertemporal será conduzida com base em um modelo de apenas dois períodos. A extensão para n períodos pode ser feita automaticamente, sem nenhum problema adicional.

5.3.1 PREFERÊNCIAS INTERTEMPORAIS

O consumo em cada período é uma fonte de satisfação para o consumidor, de modo que a sua função de utilidade depende do fluxo de consumo que ele espera obter através do tempo:

$$u = u(c_1, c_2)$$

onde c_1 é o consumo corrente e c_2 é o consumo futuro. É importante mencionar que a função de utilidade intertemporal não é invariante através do tempo. Isto é, ela expressa a satisfação do consumidor no período em que ele planeja o seu padrão de consumo. A FIGURA 5.3.1.1 mostra o mapa de indiferença entre consumo presente e consumo futuro para três níveis distintos de utilidade, a partir das curvas de indiferença $u(c_1,c_2) = u^0$, $u(c_1,c_2) = u^1$ e $u(c_1,c_2) = u^2$.

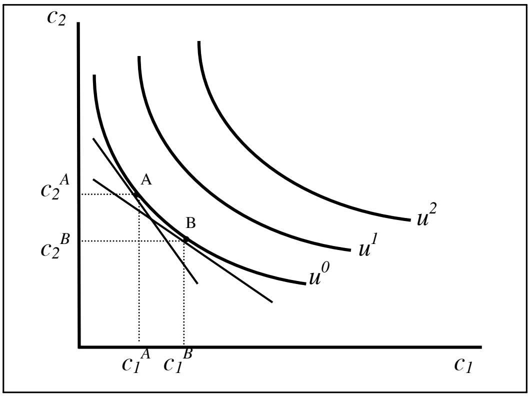


FIGURA 5.3.1.1: MAPA DE INDIFERENÇA DE CONSUMO INTERTEMPORAL

Expressando-se c_2 em função de c_1 na curva de indiferença u^0, de modo que $c_2 = c_2(c_1,u^0)$, e substituindo-a na curva de indiferença original, obtém-se a seguinte identidade:

$$u[c_1,c_2(c_1,u^0)] \equiv u^0$$

Diferenciando-a em relação a c_1, resulta

$$u_1 + u_2(dc_2/dc_1) = 0$$

a partir da qual obtém-se a inclinação da curva de indiferença:

$$dc_2/dc_1 = -(u_1/u_2)$$

Assim, pode-se definir a taxa marginal de substituição intertemporal, de forma análoga à taxa marginal de substituição estabelecida no modelo básico da teoria do consumidor.

==

Definição: A taxa marginal de substituição intertemporal, denotada por τ_I, é a relação entre a quantidade de consumo corrente que o consumidor está disposto a abrir mão em troca de uma quantidade adicional de consumo futuro e ainda assim permanecer com o mesmo nível de satisfação. Ela é a inclinação da curva de indiferença com o sinal trocado:

$$TMgS_I \equiv \tau_I = -(dc_2/dc_1) = u_1/u_2$$

==

A partir da definição da taxa marginal de substituição intertemporal pode-se definir a *taxa de preferência intertemporal*, simplesmente subtraindo-se a unidade em ambos os lados.

==

Definição: A taxa de preferência intertemporal, denotada por τ, é o aumento do consumo futuro necessário para induzir o consumidor a abrir mão de uma unidade de consumo corrente, em termos percentuais. Ela é a taxa marginal de substituição intertemporal subtraída da unidade:

$$\tau = \tau_I - 1 = u_1/u_2 - 1$$

==

Vale a pena ressaltar que é perfeitamente possível que a taxa de preferência intertemporal τ seja negativa. Para isso basta que $u_1/u_2 < 1$. Isso significa que, para certos padrões de consumo, o consumidor estará disposto a receber menos de uma unidade de consumo futuro por cada unidade de redução no consumo corrente.

A FIGURA 5.3.1.1 mostra que a utilidade marginal do consumo é declinante ao longo da curva de indiferença. Isso significa que a taxa de preferência intertemporal τ é maior no ponto A que no ponto B, indicando que o consumidor está disposto a substituir menos consumo corrente por consumo futuro em A que em B. Em outras palavras, o consumidor está menos ávido por consumo futuro em A que em B.

==

Questão 5.3.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que no ponto de dotação de um consumidor, a taxa de preferência intertemporal (* τ*) seja maior que a taxa real de juros de mercado (r). Nessas circunstâncias, se pode afirmar que, independentemente do seu fluxo de renda intertemporal, o consumidor estaria melhor se aumentasse o seu consumo corrente e reduzisse o seu consumo futuro.*

CERTO

Independente do fluxo de renda do consumidor, o aumento do consumo corrente e a redução do consumo futuro reduz a taxa de preferência intertemporal, de modo que τ tende a se aproximar mais de *r*. A FIGURA 5.3.1.1 ilustra esse fato e mostra que a taxa de preferência intertemporal é declinante ao longo da curva de indiferença, de modo que τ declina desde o ponto A até o ponto B. Admitindo-se que A é o ponto de dotação do consumidor, então um aumento do consumo corrente e uma redução do consumo futuro deslocará o consumidor de A para B, reduzindo τ e fazendo com que o consumidor esteja menos disposto a abrir mão de consumo futuro por consumo corrente em B, relativamente ao seu ponto de dotação.

==

5.3.2 A RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA INTERTEMPORAL

Por simplicidade, supõe-se que a renda corrente (renda no período 1) M_1 e a renda futura (renda no período 2) M_2 sejam conhecidas *a priori*. Também por simplicidade, continua-se admitindo que a oferta de trabalho seja exógena, de modo que o consumo corrente e o consumo futuro dependam da renda corrente e da renda futura. Supõe-se que o consumo em cada período seja uma mercadoria perecível que não pode ser estocada e levada para o período seguinte. Isso significa que não existem bens de consumo duráveis (ativos reais) que possam ser transferidos de um período para outro. Dessa forma, o consumo em cada período deverá ser consumido no próprio período e não poderá ser estocado e transferido para o período seguinte. Os preços do consumo corrente e do consumo futuro, denotados respectivamente por p_1 e p_2, são também supostamente conhecidos pelo consumidor.

Em realidade, o consumidor não conhece as magnitudes futuras com certeza no período corrente, período em que ele planeja o seu plano de consumo. A solução mais simples para levar em consideração esse fato é supor que o consumidor forma expectativas a respeito de todos os parâmetros futuros.

Supõe-se que os dois períodos sejam ligados por apenas um ativo financeiro *A*, disponível em quantidades positivas e negativas, o qual rende ou paga juros em cada período[57]. A taxa de juros, *i*, pode variar de período para período, mas, por simplicidade,

[57] O consumidor pode usar o mercado financeiro como forma de suavizar o seu fluxo de consumo, mesmo que o seu fluxo de renda varie muito de período para período. Isto é, o mercado financeiro proporciona ao indivíduo a possibilidade de transferir recursos de um período para outro.

será tomada como constante, de modo que iA será o rendimento desse ativo no período seguinte. Esse ativo financeiro A pode ser concebido como uma conta bancária especial, na qual o correntista pode efetuar depósitos (saldo positivo) ou fazer empréstimos (saldo negativo)[58]. Tendo em vista que o consumo é uma mercadoria perecível, a qual não pode ser estocada, então a principal função desse ativo financeiro é transmitir o poder de compra de um período para outro.

Assim, se A_0 é a dotação do ativo financeiro no início do período 1, então as posições de ativos financeiros ao final dos períodos corrente e futuro podem ser expressos por:

$$A_1 = A_0\,(1+i) + M_1 - p_1c_1$$
$$A_2 = A_1\,(1+i) + M_2 - p_2c_2$$

onde p_2 e M_2 são valores esperados para o segundo período. O fluxo de caixa do consumidor pode ser visto na FIGURA 5.3.2.1. Combinando-se as duas equações acima (isto é, igualando as expressões de A_1), obtém-se a restrição orçamentária intertemporal do consumidor:

$$p_1c_1 + [p_2/(1+i)]c_2 = A_0(1+i) - A_2/(1+i) + M_1 + M_2/(1+i)$$

Essa restrição pode ser interpretada como a igualdade entre o valor presente do fluxo de consumo e o valor presente do fluxo de renda nominal, a qual contém a renda do trabalho e a renda do ativo financeiro.

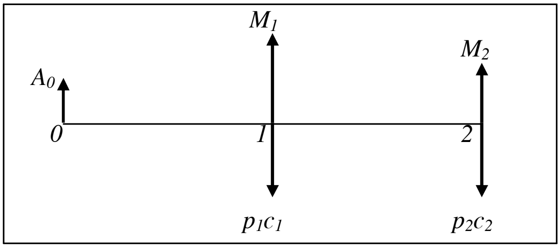


FIGURA 5.3.2.1: FLUXO DE CAIXA DO CONSUMIDOR

A restrição orçamentária acima pode ser escrita de modo mais sugestivo da seguinte forma:

$$p_1c_1 + p_2{}^*c_2 = M$$

onde $p_2{}^* = [p_2/(1+i)]$ é o preço corrente do consumo futuro e $M = A_0(1+i) + M_1 + [M_2 - A_2]/(1+i)$ é o valor presente do fluxo de renda nominal do consumidor. A FIGURA 5.3.2.1 ilustra a restrição orçamentária intertemporal do consumidor, a qual contempla todas as combinações de consumo c_1 e c_2 que satisfazem o orçamento do consumidor. Ademais, a restrição orçamentária passa sempre pelo ponto de dotação de renda, representado nessa

[58] Por exemplo, ao tomar um empréstimo agora (ou seja, $A < 0$) e pagar mais tarde, o consumidor pode transferir recursos do futuro para o presente, de modo que ele pode consumir mais no período corrente do que sua renda permite. Por outro lado, ao efetuar um depósito bancário hoje (isto é, $A > 0$) e sacar no futuro, abre-se a possibilidade do indivíduo consumir mais no futuro que o seu padrão de renda futura permite.

figura pelo ponto $D(M_1^D,M_2^D)$, sendo que $M_1^D = M_1 + A_0(1+i)$ e $M_2^D = M_2 - A_2$, indicando que este é o padrão de consumo sempre disponível ao consumidor. Assim, a restrição orçamentária intertemporal pode ser ainda reescrita da seguinte forma:

$$p_1c_1 + p_2{*}c_2 = M_1^D + M_2^D/(1+i)$$

Os pontos de interseção da restrição orçamentária com os eixos horizontal e vertical representam, respectivamente, o valor atual e o valor futuro do fluxo de renda do consumidor através do tempo.

Expressando-se c_2 em função de c_1 na restrição orçamentária intertemporal e diferenciando-a em relação a c_1, obtém-se a sua inclinação:

$$dc_2/dc_1 = - (p_1/p_2{*}) = - [p_1(1+i)/p_2]$$

a partir da qual pode-se definir a taxa marginal de transformação intertemporal:

==

Definição: A <u>taxa marginal de transformação intertemporal</u>, denotada por ι_I, é a taxa pela qual o consumidor transforma consumo corrente c_1 em consumo futuro c_2 e é definida pela inclinação da restrição orçamentária intertemporal com o sinal trocado, ou seja:

$$TMgT_I \equiv \iota_I = -dc_2/dc_1 = p_1/p_2{*} = p_1(1+i)/p_2$$

==

Na FIGURA 5.3.2.1, pontos acima e à esquerda do ponto de dotação D indicam situações onde o consumo corrente c_1 do indivíduo é menor que a sua renda corrente $M_1^D = M_1 + A_0(1+i)$, de modo que ele se configura como um poupador líquido. Por outro lado, pontos abaixo e à direita do ponto D indicam situações onde o consumo corrente do indivíduo c_1 é maior que a sua renda corrente M_1^D, caracterizando esse indivíduo como um gastador líquido. Em ambos os casos, o consumidor terá que usar o mercado financeiro como forma de realizar o seu plano de consumo. No primeiro caso, ele canaliza a sua renda não gasta para o segundo período, através do ativo financeiro, como forma de aumentar o seu poder de consumo futuro. Já no segundo caso, ele recorre ao mercado financeiro e realiza um empréstimo, visando financiar seu excesso de consumo corrente em relação a sua renda corrente.

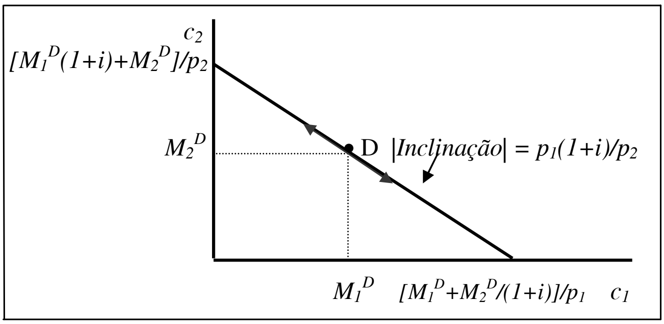


FIGURA 5.3.2.1: A RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA INTERTEMPORAL

É interessante ressaltar que em ambos os casos analisados na FIGURA 5.3.2.1, a taxa de juros de mercado era a mesma, tanto para o poupador líquido quanto para o gastador líquido. No entanto, se a taxa de juros de empréstimo para o gastador líquido, i_e, for maior que a taxa de juros de aplicação para o poupador líquido, i_a (ou seja, $i_e > i_a$), então a restrição orçamentária intertemporal é quebrada exatamente no ponto de dotação de renda. A FIGURA 5.3.2.2 ilustra essa possibilidade.

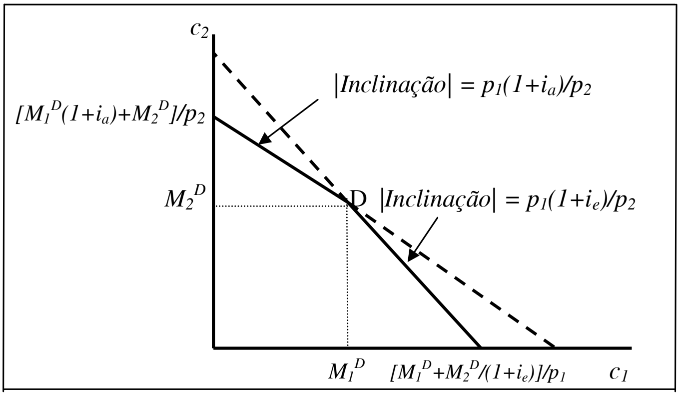


FIGURA 5.3.2.2: A RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA INTERTEMPORAL COM DIFERENTES TAXAS DE JUROS PARA O POUPADOR E O GASTADOR LÍQUIDO

5.3.3 O CONTEXTO DA INFLAÇÃO

Inflação é o aumento continuado nos preços ao longo do tempo. Na ausência de inflação ou deflação, o preço do consumo futuro p_2 é exatamente igual ao preço do consumo corrente p_1. No entanto, a existência de um processo inflacionário eleva o preço do consumo futuro em relação ao preço do consumo corrente, de modo que $p_2 > p_1$. Por outro lado, um processo deflacionário reduz o preço do consumo futuro, de modo que $p_2 < p_1$. Denotando a taxa de inflação esperada por j[59] e lembrando que a existência de deflação implica $j < 0$, então p_2 pode ser expresso em função de p_1, de acordo com a seguinte equação:

$$p_2 = p_1(1+j)$$

donde:

$$p_2/p_1 = (1+j)$$

Na presença de um processo inflacionário (ou deflacionário) é necessário que se faça a distinção entre a taxa nominal e a taxa real de juros. Continuando a denotar a taxa nominal de juros por i e denotando-se a taxa real de juros por r, essas taxas estão relacionadas de acordo com a seguinte equação:

[59] Por definição, a taxa de inflação, j, é a taxa de crescimento (ou decréscimo) do preço do consumo através do tempo, isto é, $j = (p_2 - p_1)/p_1$.

$$(1+i) = (1+r)(1+j)$$

ou:

$$(1+r) = (1+i)/(1+j)$$

donde resulta a seguinte relação[60]:

$$r = i - j - rj$$

É interessante observar que se não há inflação (ou seja, se a taxa de inflação é $j = 0$), a taxa nominal e a taxa real de juros são iguais, isto é, $i = r$. No entanto, a existência de um processo inflacionário, faz com que a taxa nominal de juros seja maior que a taxa real, de modo que $i > r$.

Dividindo ambos os lados da restrição orçamentária intertemporal $p_1c_1 + p_2{*}c_2 = M_1^D + M_2^D/(1+i)$ por p_1 e substituindo-se essas duas últimas expressões na mesma, resulta:

$$c_1 + c_2/(1+r) = M_1^D/p_1 + M_2^D/p_2(1+r) = m^D$$

onde M_1^D/p_1 é a renda real corrente e $M_2^D/p_2(1+r)$ é o valor presente da renda real futura, de modo que m^D é o valor presente do fluxo de renda real do consumidor. A FIGURA 5.3.3.1 ilustra a restrição orçamentária intertemporal no contexto inflacionário e mostra que a sua inclinação depende apenas da taxa real de juros. Em outras palavras, a restrição orçamentária intertemporal independe tanto dos preços quanto da taxa nominal de juros e, portanto, da taxa de inflação.

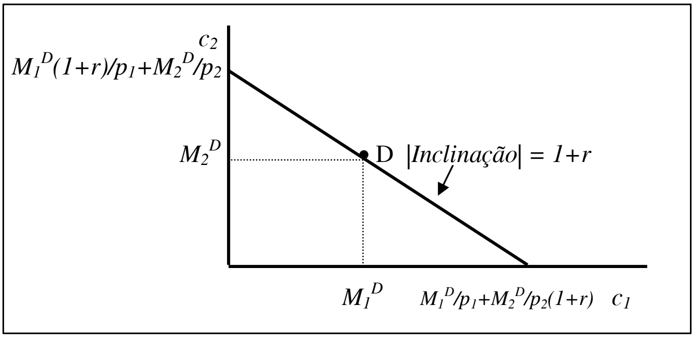


FIGURA 5.3.3.1: A RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA INTERTEMPORAL NO CONTEXTO INFLACIONÁRIO

Expressando-se c_2 em função de c_1 na restrição orçamentária intertemporal e diferenciando-a em relação a c_1, obtém-se a sua inclinação:

$$dc_2/dc_1 = -(1+r)$$

[60] Os manuais de macroeconomia comumente definem a taxa nominal de juro com a soma da taxa real de juros mais a taxa de inflação, ou seja, $i = r + j$. Em geral, essa definição é errada e trata-se apenas de uma aproximação da sua definição correta ($i = r + j + rj$) e o seu erro será tanto maior quanto maior for a taxa de inflação esperada.

A qual indica que, para um dado valor de m^D, o consumidor substitui uma unidade de consumo corrente por $(1+r)$ unidades de consumo futuro. Ao expressar-se a inclinação da restrição orçamentária intertemporal dessa forma, pode-se redefinir a taxa de marginal de transformação intertemporal no contexto inflacionário da seguinte forma:

$$\iota_I = - dc_2/dc_1 = 1+r$$

a qual independe da taxa de inflação e dos preços dos consumos corrente e futuro.

==

Questão 5.3.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Visto que altas taxas de juros em períodos de inflação elevada parecem não desencorajar o consumo corrente, então se pode concluir que a inflação aumenta o consumo corrente em detrimento do consumo futuro.*

INCERTO

Altas taxas nominais de juros em períodos inflacionários não implicam necessariamente altas taxas reais de juros. É provável que altas taxas de inflação, principalmente quando não antecipadas pelos agentes, reduzam a taxa real de juros, de modo que poderia haver uma substituição de consumo futuro por consumo corrente. Quando antecipadas, entretanto, as taxas de inflação não alteram a taxa real de juros e, portanto, não afetam as decisões intertemporais de consumo. Apenas alterações na taxa real de juros afetam as decisões intertemporais de consumo.

==

5.3.4 O PADRÃO DE CONSUMO INTERTEMPORAL ÓTIMO

O problema do consumidor é escolher os níveis ótimos de consumo corrente c_1 e futuro c_2, de modo a maximizar sua satisfação (ou utilidade) estando condicionado ao seu conjunto de oportunidade (ou restrição orçamentária) intertemporal:

$$\max_{c_1,c_2} \; u = u(c_1, c_2)$$
$$s.a. \quad c_1 + c_2/(1+r) = m^D$$

onde $m^D = M_1^D/p_1 + M_2^D/p_2(1+r)$ é o valor presente do fluxo de renda real do consumidor. A função lagrangiana para esse problema pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = u(c_1, c_2) + \mu[m^D - c_1 - c_2/(1+r)]$$

da qual resultam as seguintes condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$L_1 = u_1 - \mu = 0$$
$$L_2 = u_2 - \mu/(1+r) = 0$$
$$L_\mu = m^D - c_1 - c_2/(1+r) = 0$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda, elimina-se μ e obtém-se a seguinte equação:

$$u_1/u_2 = 1+r$$

Essa equação é a própria condição de tangência entre a restrição orçamentária intertemporal e a curva de indiferença do consumidor. De fato, o lado esquerdo dessa equação representa a taxa marginal de substituição intertemporal (τ_I), enquanto que o lado direito é a taxa marginal de transformação intertemporal (ι_I).

Essa condição de tangência juntamente com a terceira condição necessária formam o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} u_1/u_2 = 1+r \\ m^D - c_1 - c_2/(1+r) = 0 \end{cases}$$

Resolvendo-se esse sistema, obtém-se as funções de demanda por consumo corrente e consumo futuro:

$$c_1 = c_1{*}(r,m^D)$$
$$c_2 = c_2{*}(r,m^D)$$

As quais dependem apenas das variáveis reais, ou seja, da taxa real de juros e do valor presente da renda real e, portanto, independem das variáveis nominais.

Resultado interessante pode ser obtido ao subtrair-se a unidade em ambos os lados da condição de tangência, ou seja:

$$(u_1/u_2) - 1 = r$$

Desde que $(u_1/u_2) - 1 = \tau$, então resulta:

$$\tau = r$$

Isso significa que, no ponto de equilíbrio de consumo intertemporal, a taxa de preferência intertemporal é exatamente igual a taxa real de juros.

A FIGURA 5.3.4.1 ilustra duas possibilidades distintas de escolha ótima de consumo intertemporal. No painel (a) dessa figura, o equilíbrio (ponto de tangência) se dá acima e a esquerda do ponto D (dotação de renda), caracterizando assim o caso de um poupador líquido. Nesse caso, o consumo corrente do consumidor é menor que a sua renda corrente ($c_1 < M_1^D$), de modo que ele poupa parte de sua renda corrente, aplica-a no mercado financeiro, utilizando-a para financiar acréscimos de consumo futuro. No painel (b) dessa mesma figura, o equilíbrio do consumidor se verifica abaixo e a direita do ponto D, caracterizando a situação de um gastador líquido. Neste caso, o consumo corrente do consumidor é maior que a sua renda corrente, fazendo com que o indivíduo use parte da sua renda futura, através de um empréstimo bancário, para financiar o seu excesso de consumo corrente em relação a sua renda corrente.

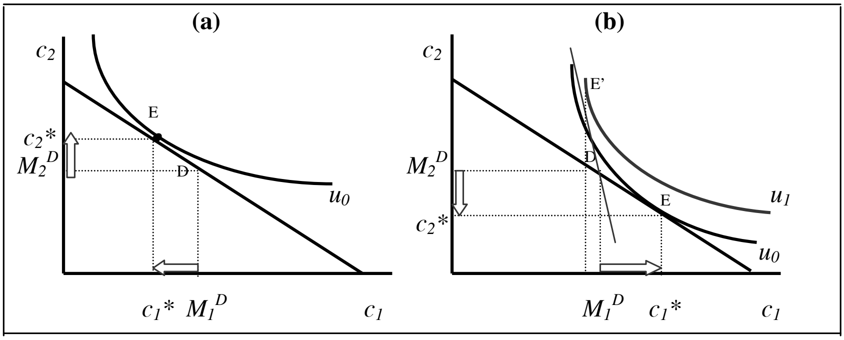


FIGURA 5.3.4.1: O EQUILÍBRIO INTERTEMPORAL DE CONSUMO

==

Questão 5.3.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O aumento da taxa real de juros, "ceteris paribus", deixa um indivíduo contemplando um empréstimo bancário irremediavelmente pior.*

ERRADO

Qualquer aumento na taxa real de juros deixa um indivíduo gastador líquido pior. No entanto, é perfeitamente possível que um indivíduo gastador líquido em potencial (isto é, contemplando um empréstimo bancário para financiar um provável aumento no seu consumo corrente), motivado pelo aumento da taxa real de juros, possa tornar-se um poupador líquido. Com a ajuda do painel (b) da FIGURA 5.3.4.1, pode-se verificar que o aumento da taxa real de juros pode fazer com que o consumidor saia de uma posição inicial característica de gastador líquido para uma situação de poupador líquido (ponto E' nessa figura), com um aumento na satisfação (ou utilidade) do indivíduo $u^1 > u^0$.

==

==

Exemplo 5.3.4.1: Para ilustrar a escolha ótima intertemporal supõe-se um consumidor com o seguinte fluxo de renda: renda corrente $M_1 = 100$ e renda futura $M_2 = 130$, cuja função de utilidade intertemporal é especificada por:

$$u = c_1c_2 + ½c_1^2$$

Por simplicidade, supõe-se que o indivíduo não herda qualquer tipo de ativo financeiro (ou seja, $A_0 = 0$), assim como não planeja deixar nenhuma herança ($A_2 = 0$). Supõe-se ainda uma taxa de juros de *30%* ao período e que o preço do consumo é igual a um e se mantém constante ao longo do tempo. Nessas condições, $M_1^D = M_1$ e $M_2^D = M_2$. Além do mais, desde que não há inflação, a taxa real de juros é exatamente igual a taxa nominal.

A alocação ótima de consumo intertemporal desse consumidor é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{c_1, c_2} \quad u = c_1c_2 + ½c_1^2$$
$$s.a \quad c_1 + c_2/(1+r) = M_1^D + M_2^D/(1+r)$$

cuja função lagrangiana é:

$$L = c_1c_2 + ½c_1^2 + \mu[\,100 + 130/(1+r) - c_1 - c_2/(1+r)]$$

da qual resultam as seguintes condições necessárias para um ótimo interior:

$$L_1 = c_2 + c_1 - \mu = 0$$
$$L_2 = c_1 - \mu/(1+r) = 0$$
$$L_\mu = 100 + 130/(1+r) - c_1 - c_2/(1+r) = 0$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda, resulta a condição de tangência:

$$c_1 = c_2/r$$

Substituindo essa expressão na terceira equação, obtém-se o consumo futuro:

$$c_2^* = [100i(1+r) + 130r]/(1+2r) = 48,75$$

O consumo corrente ótimo é obtido substituindo-se esse valor na equação de tangência, donde resulta $c_1^* = 162,5$.

A taxa de preferência intertemporal pode ser determinada fazendo-se uso da sua própria definição:

$$\tau_I = (u_1/u_2) - 1 = c_2/c_1 = 48.75/162,5 = 0,3$$

desde que $u_1/u_2 = (c_2 + c_1)/c_1 = (c_2/c_1) + 1 = 1+r$. Portanto, a alocação ótima de consumo intertemporal implica que o consumidor iguala sua taxa de preferência intertemporal à taxa real de juros r, a qual foi também igual a *30%*.

==

5.3.5 ESTÁTICA COMPARATIVA

Dadas as preferências do consumidor, representadas por suas curvas de indiferença, é importante saber como o consumidor altera o seu padrão de consumo intertemporal (c_1, c_2) frente a variações nos parâmetros desse modelo. O QUADRO 5.3.5.1 resume a estática comparativa para aumentos da taxa real de juros r e de renda real M_1^D/p_1 e M_2^D/p_2.

1. Variações na renda real:

Variações no valor presente do fluxo de renda real do consumidor, m^D, podem ser obtidas através de variações em qualquer um dos dois parâmetros de renda nominal (renda corrente M_1 ou renda futura M_2), bem como em qualquer um dos preços (preço do consumo corrente p_1 ou preço do consumo futuro p_2). Variações em m^D, deslocam a restrição orçamentária paralelamente. Assim, aumentos em qualquer uma dessas rendas nominais ou reduções em qualquer um desses preços, elevam a renda real do consumidor e, portanto, aumentam o consumo em ambos os períodos.

Análise semelhante pode ser feita para reduções em M_1 ou M_2 e/ou aumentos em p_1 ou p_2. Nesses casos, a renda real do consumidor diminui, de modo que tanto o consumo corrente quanto o consumo futuro são reduzidos.

2. Variações na taxa real de juros:

Um aumento na taxa real de juros, r, faz com que a restrição orçamentária intertemporal sofra uma rotação presa ao ponto de dotação de renda, no sentido horário, de modo que surgem dois efeitos distintos: um efeito substituição e um efeito renda. O efeito substituição de um aumento em r, leva o consumidor a reduzir o seu consumo corrente, substituindo-o por consumo futuro. Por outro lado, o efeito de um aumento em r sobre a renda do consumidor depende se ele é um poupador ou gastador líquido. Se o consumidor é um poupador líquido, ele se beneficia com um aumento de r, de modo que tanto c_1 quanto c_2 aumentam. Por outro lado, se ele é um gastador líquido ele é penalizado com um aumento em r, de modo que tanto o consumo corrente quanto o consumo futuro diminuem. Portanto, o efeito total de um aumento em r para um poupador líquido é no sentido de aumentar o consumo futuro, mas indeterminado para o consumo corrente. Por outro lado, o efeito total de um aumento em r para um gastador líquido é no sentido de reduzir o seu consumo corrente, mas indeterminado em termos de consumo futuro.

Análise semelhante pode ser feita para uma redução na taxa real de juros. Neste caso, a restrição orçamentária intertemporal sofre uma rotação pelo mesmo ponto de dotação de renda do consumidor, mas agora no sentido anti-horário.

QUADRO 5.3.5.1

Aumentos em	**Qualificação**	**Efeito renda**	**Efeito substituição**	**Efeito total**
***m^D* (aumentos em *M_1^D* e *M_2^D* e/ou reduções em *p_1* e *p_2*)**	--------	Aumenta c_1	----------	Aumenta c_1
	--------	Aumenta c_2	----------	Aumenta c_2
r	Poupador líquido	Aumenta c_1	Reduz c_1	c_1 é ambíguo
		Aumenta c_2	Aumenta c_2	Aumenta c_2
	Gastador Líquido	Reduz c_1	Reduz c_1	Reduz c_1
		Reduz c_2	Aumenta c_2	c_2 é ambíguo

Embora o aumento da taxa real de juros r aumente o consumo futuro para um poupador líquido, deve-se ressaltar que esse aumento pode não aumentar a proporção da renda corrente poupada. Para entender esse fenômeno é necessário perceber que o efeito de um aumento em r sobre o consumo corrente é ambíguo, tendo em vista que os efeitos renda e substituição se processam em sentidos contrários. É verdade que se o efeito substituição de um aumento na taxa real de juros suplantar o efeito renda, haveria uma redução no consumo corrente do indivíduo, levando o consumidor a aumentar a proporção da renda poupada. No entanto, se o efeito renda de um aumento na taxa real de juros suplanta o efeito substituição, então haveria um aumento líquido no consumo corrente do indivíduo, podendo perfeitamente reduzir a sua proporção da renda poupada.

==

Questão 5.3.5.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Desde que o aumento na taxa real de juros aumenta o custo de oportunidade do consumo corrente, então se pode afirmar que, independentemente se o consumidor é poupador ou gastador líquido, haverá uma redução no consumo corrente.*

ERRADO

A assertiva é errada porque o impacto de variações na taxa de juros sobre o consumo corrente depende se o indivíduo é poupador ou gastador líquido. Para o gastador líquido haveria seguramente uma redução no consumo corrente, visto que tanto o efeito substituição quanto o efeito renda tenderiam reduzí-lo. Para um poupador líquido, entretanto, o consumo corrente tanto pode aumentar quanto diminuir, visto que o efeito substituição tenderia reduzí-lo, enquanto que o efeito renda tenderia aumentá-lo. O efeito final sobre o consumo corrente é ambíguo e, portanto, vai depender evidentemente de qual dos dois efeitos suplanta o outro.

Questão 5.3.5.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O aumento da taxa real de juros aumenta o consumo futuro para um poupador líquido, mas pode não aumentar a proporção da renda corrente poupada.*

CERTO

O efeito substituição de um aumento na taxa real de juros r aumenta o consumo futuro e reduz o consumo corrente. Por outro lado, o efeito renda de um aumento em r, para um poupador líquido, aumenta tanto o consumo corrente quanto o consumo futuro. Isso significa que o consumo futuro aumenta devido a ambos os efeitos, mas o consumo corrente é ambíguo. No entanto, se o efeito renda suplanta o efeito substituição, haveria um aumento líquido no consumo corrente do indivíduo, de modo que poderia perfeitamente reduzir a sua proporção da renda poupada.

==

5.4 A FUNÇÃO DE UTILIDADE ESPERADA E A ESCOLHA SOB CONDIÇÕES DE RISCO

A teoria do consumidor, tanto na sua versão básica quanto nas extensões desenvolvidas até aqui, foi estabelecida com base na possibilidade do consumidor escolher em condições de certeza, com perfeito conhecimento dos elementos que direta ou indiretamente afetavam suas decisões. Esta seção estende o arcabouço básico no sentido de levar em consideração as decisões do consumidor sob condições de risco.

Para caracterizar o risco dos consumidores frente aos possíveis estados da natureza, necessário se faz distinguir os conceitos de risco e de incerteza.

==

Definição: Risco é enfrentar uma situação estabelecida por uma variável aleatória, cuja distribuição de probabilidades é conhecida. Incerteza, por sua vez, se refere a uma situação em que o consumidor se defronta com uma variável aleatória, cuja distribuição de probabilidades é desconhecida.

==

Quando confrontado com a possibilidade de risco, supõe-se que a escolha do consumidor toma a forma de uma loteria ou de um prospecto. Por exemplo: um contribuinte que contempla a possibilidade de burlar o leão e sonegar o imposto devido, não sabe com certeza se ele terá sucesso ou não nessa empreitada. Por exemplo, se A representa o evento no qual o contribuinte sonega e aumenta sua renda líquida para M_1, pelo exato valor do imposto sonegado; B o evento em que o contribuinte sonega e é detectado e tem que pagar uma multa além do imposto devido, reduzindo sua renda para M_2; e C o evento no qual o contribuinte tem condições de sonegar mas não o faz e paga o imposto devido, ficando com sua renda líquida M. Supõe-se que o contribuinte prefira A à C e C à B. O contribuinte terá que escolher entre duas alternativas: (1) não sonegar e manter com certeza o seu nível de renda líquida após imposto M (evento C); ou (2) sonegar e obter um bilhete de loteria com certa probabilidade P de sonegar e não ser detectado e, assim, obter uma renda líquida maior M_1 (evento A) ou com uma probabilidade $(1–P)$ de ser detectado e obter uma renda líquida menor M_2 (evento B). Sua decisão depende da probabilidade P. Se a probabilidade P é bastante alta, ele pode preferir o bilhete de loteria, mas se P for baixa, ele pode preferir manter sua renda líquida com certeza.

Uma loteria pode ser denotada por $L(P;M_1;M_2)$, onde M_1 e M_2 são os prêmios recebidos em cada estado da natureza, cujas probabilidades são, respectivamente, P e $1–P$. Esses prêmios podem ser em dinheiro, em cestas de mercadorias ou até mesmo em outras loterias.

==

Definição: O valor esperado (ou esperança matemática) de uma loteria $L(P,M_1,M_2)$ é o valor que em média deve-se esperar que ocorra, o qual é definido por:

$$E(L) = PM_1 + (1-P)M_2$$

O valor esperado representa o valor médio dos prêmios, ponderado pelas probabilidades de ocorrência de cada um.

==

Todo prospecto (ou loteria) tem um risco associado, o qual pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: O <u>risco de um prospecto (ou loteria)</u> $L(P,M_1,M_2)$ é definido pelo seu desvio padrão, o qual é computado da seguinte forma:

$$\sigma(L) = \{P[M_1 - E(L)]^2 + (l - P)[M_2 - E(L)]^2\}^{1/2}$$

Quanto maior o desvio padrão, maior o risco associado a essa loteria.

==

Deve-se ressaltar que prospectos com desvio padrão igual a zero são prospectos certos, que não envolvem risco.

Com o objetivo de construir um índice de utilidade capaz de predizer a escolha do consumidor sob condições de risco, supõe-se que os seguintes axiomas sejam satisfeitos:

==

Axiomas: 1. Receber um prêmio com probabilidade $P = 1$ é equivalente a receber um prêmio com certeza, ou seja:

$$1M_1 + (1\text{-}1)M_2 = M_1$$

2. Comutatividade:

$$PM_1 + (1\text{-}P)M_2 = (1\text{-}P)M_2 + PM_1$$

3. A percepção do consumidor de uma loteria depende apenas da probabilidade líquida de receber os vários prêmios, isto é:

$$P_1[P_2M_1 + (1 - P_2)M_2] + (1 - P_1)M_2 = P_1P_2M_1 + (1 - P_1P_2)M_2$$

==

Com base nesses axiomas, se pode definir o espaço de loterias disponíveis ao consumidor, a partir do qual supõe-se que o consumidor tenha preferências, ou melhor, que exista uma função de utilidade matematicamente bem comportada, que descreva as preferências do consumidor. Em outras palavras, dadas duas loterias L_1 e L_2, supõe-se que o consumidor tenha uma função de utilidade, de modo que:

1. Se L_1 é preferido a L_2 $\Rightarrow u(L_1) > u(L_2)$
2. Se L_1 é indiferente a L_2 $\Rightarrow u(L_1) = u(L_2)$
3. Se L_1 não é preferido a L_2 $\Rightarrow u(L_1) < u(L_2)$

Sob certas circunstâncias pode-se encontrar uma certa função de utilidade que goza da propriedade da utilidade esperada, de modo que:

$$u(L) = Pu(M_1) + (1 - P)u(M_2)$$

a qual estabelece que a utilidade de uma loteria L é igual a média ponderada da utilidade de seus prêmios, cujos pesos (ou ponderações) são as probabilidades de ocorrência de seus prêmios. Por gozar dessa propriedade, essa função é denominada de função de utilidade esperada.

No modelo básico da teoria do consumidor, verificou-se que a função de utilidade não era única. Em realidade, ela era arbitrária até qualquer transformação monótona crescente de si mesma. Isto é, qualquer transformação monótona crescente da função de utilidade u, $v = F(u)$, com $F'(u) > 0$, era tão boa quanto a função u. A questão agora é saber qual a transformação que preserva a propriedade da utilidade esperada. A resposta a essa indagação é que a única transformação monótona que preserva essa propriedade é a transformação linear crescente. Nesse sentido, a utilidade esperada é arbitrária até qualquer transformação linear crescente de si mesma.

Para mostrar que a transformação linear crescente de u preserva a propriedade da utilidade esperada supõe-se que u seja uma função de utilidade esperada, a qual descreve o comportamento de certo consumidor, de modo que a sua transformação linear crescente de u pode ser escrita da seguinte forma: $v = au + b$, com $a > 0$. Para mostrar que a função v, transformada linear crescente de u, é também uma função de utilidade esperada, basta mostrar que ela preserva a propriedade da utilidade esperada. Assim, tomando-se uma loteria ou prospecto $L(P, M_1, M_2)$ e tendo em vista que $u(L) = Pu(M_1) + (1–P)u(M_2)$, então, tem-se:

$$v(L) = au(L) + b = a[Pu(M_1) + (1-P)u(M_2)] + b$$

$$= aPu(M_1) + a(1-P)u(M_2) + b$$

Uma vez que $b = Pb + (1-P)b$, então a função de utilidade acima pode ser escrita da seguinte forma:

$$v(L) = P[au(M_1) + b] + (1-P)[au(M_2) + b]$$

$$= Pv(M_1) + (1-P)v(M_2)$$

De fato, constata-se que a função v, transformada linear crescente de u, preserva a propriedade da utilidade esperada e, portanto, é uma função de utilidade esperada tão boa quanto a função u, que contém a mesma informação que a função u.

É importante frisar que a função de utilidade esperada é, em certo sentido, "cardinal". Isto é, a função de utilidade esperada possui algumas propriedades, mas não todas, das medidas cardinais. A seguir, comparam-se as propriedades cardinais preservadas com aquelas não preservadas (ou seja, ditas ordinais), associadas à função de utilidade esperada:

1. Em geral, a proporção das utilidades esperadas não é invariante a uma transformação linear, de modo que:

   $$u(L_1)/u(L_2) \neq [au(L_1)+b]/[au(L_2)+b]$$

   $$\neq v(L_1)/v(L_2)$$

   A implicação disso é análoga ao que já se observava no arcabouço básico da teoria do consumidor. Isto é, se $u(L_1) = ku(L_2)$, não tem sentido algum dizer que o consumidor prefere a loteria L_1, k vezes à loteria L_2.

2. Diferentemente do modelo básico da teoria do consumidor, os números associados com os níveis de utilidade fornecem um intervalo de escala, de modo que as diferenças entre esses níveis têm sentido econômico. Isto é, a magnitude relativa

de diferenças entre níveis (ou índices) distintos de utilidade é invariante a uma transformação linear crescente, tendo em vista que:

$$v(L_1) - v(L_2) = [au(L_1) + b] - [au(L_2) + b] = a[u(L_1) - u(L_2)]$$

3. Diferentemente do modelo básico da teoria do consumidor, o sinal da taxa de variação da utilidade marginal (derivada segunda da função de utilidade) é relevante. Isso porque o sinal da segunda derivada é invariante a uma transformação linear crescente, ou seja:

$$v''(L) = au''(L)$$

tendo em vista que u'' e v'' têm o mesmo sinal, desde que $a > 0$.

4. De forma análoga ao observado na estrutura básica da teoria do consumidor, comparações de utilidade entre indivíduos continua sendo impossível. A função de utilidade continua sendo um conceito subjetivo.

==

Questão 5.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que* $L_1(0{,}5;M_1;M_2)$ *e* $L_2(0{,}4;W_1;W_2)$ *sejam dois prospectos. Se* $u(M_1) = 25$, $u(M_2) = 65$, $u(W_1) = 35$ *e* $u(W_2) = 50$ *e* $v(M_1) = 1$, $v(M_2) = 9$, $v(W_1) = 3$ *e* $v(W_2) = 6$, *então se pode afirmar que os ordenamentos acima não preservam a propriedade da utilidade esperada.*

ERRADO

Para saber se a função de utilidade v preserva ou não o ordenamento u, deve-se avaliar as utilidades esperadas dos dois prospectos. Assim:

$$u(L_1) = 0{,}5(25)+0{,}5(65) = 12{,}5+32{,}5 = 45{,}0$$
$$u(L_2) = 0{,}4(35)+0{,}6(50) = 14{,}0+30{,}0 = 44{,}0$$
$$v(L_1) = 0{,}5(1)+0{,}5(9) = 0{,}5+4{,}5 = 5{,}0$$
$$v(L_2) = 0{,}4(3)+0{,}6(6) = 1{,}2+3{,}6 = 4{,}8$$

Os ordenamentos serão preservados se v é uma transformação linear crescente de u. Para averiguar isso, faz-se:

$$v(L_1) = au(L_1) + b \text{ e } v(L_2) = au(L_2) + b, \text{ com } a>0$$

Resolvendo este sistema de duas equações e duas incógnitas, obtém-se: $a = 0{,}2$ e $b = -4$, de modo que:

$$v = 0{,}2u - 4$$

Desde que v é uma transformação linear crescente de u, pois $a > 0$, então os ordenamentos acima preservam a propriedade da utilidade esperada.

==

5.4.1 ATITUDES EM RELAÇÃO AO RISCO

Suponha um jogo no qual um espertalhão esconde uma bolinha em baixo de uma cumbuca em um total de três e as embaralha. Nesse jogo, algum otário terá que adivinhar qual a cumbuca que contém a bolinha. Os prêmios são tais que se o otário acertar ele recebe R$ 50, mas se perder ele paga R$ 50. Se o otário não for tão bobo ao ponto de acreditar que a bolinha continuará debaixo daquela cumbuca inicial, então ele pode eliminar esta possibilidade, reduzindo a escolha de apenas uma cumbuca entre duas, com igual probabilidade de acerto e erro de ½. Admitindo-se que o otário disponha de apenas R$ 50, então o referido jogo é uma loteria (ou prospecto) L_1, a qual pode ser representada por $L_1(½;0;100)$, cujo valor esperado será:

$$E(L_1) = ½(0) + ½(100) = 50$$

com o seguinte desvio padrão:

$$\sigma(L_1) = [½(0-50)^2 + ½(100-50)^2]^{½} = 50$$

O evento certo, caso o indivíduo não participe desse jogo, será representado por uma loteria L_2, definida por $L_2(1;\ 50;\ 50)$, cujo valor esperado, $E(L_2)$, será exatamente igual à renda certa de R$ 50 e desvio padrão $\sigma(L_2)$ igual a zero.

Com base nessas duas loterias ou prospectos L_1 e L_2, um incerto e outro certo, pode-se definir:

==

Definição 1: Diz-se que um indivíduo é neutro em relação ao risco se a utilidade do valor esperado de uma loteria, $u[E(L)]$, for igual a utilidade da loteria $u(L)$, ou seja, se:

$$u[PM_1 + (1-P)M_2] = Pu(M_1) + (1-P)u(M_2)$$

Um indivíduo é neutro em relação ao risco quando ele está indiferente entre um evento incerto de certo valor esperado e um evento certo de mesmo valor esperado. Em outras palavras, quando confrontado com dois eventos, um certo $L_2(1;\ 50;\ 0)$ e um incerto $L_1(½;\ 0;\ 100)$, de mesmo valor esperado (*50*), ele fica indiferente entre esses dois eventos.

==

Se um indivíduo é neutro em relação ao risco, diz-se que ele está interessado apenas no valor esperado da loteria. Isso significa que ele tem uma função de utilidade esperada linear, significando que a sua utilidade marginal da renda é constante à medida que esta aumenta (veja-se FIGURA 5.4.1.1). A função de utilidade esperada $u = aM + b$, *com* $a > 0$, é uma função típica de um consumidor neutro em relação ao risco, tendo em vista que $u' = a$ e $u'' = 0$, onde M é a renda do consumidor.

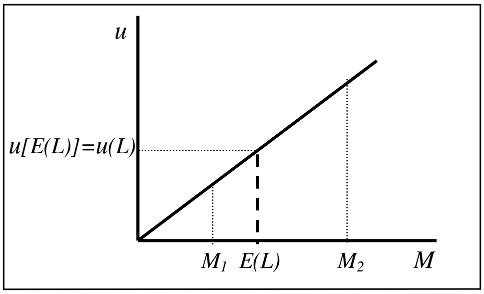


FIGURA 5.4.1.1: FUNÇÃO DE UTILIDADE DE UM INDIVÍDUO NEUTRO EM RELAÇÃO AO RISCO

==

Definição 2: Diz-se que um indivíduo é avesso ao risco se a utilidade do valor esperado de uma loteria, *u[E(L)]*, for maior que a utilidade da loteria *u(L)*, isto é, se:

$$u[PM_1 + (1\text{-}P)M_2] > Pu(M_1) + (1\text{-}P)u(M_2)$$

Tal indivíduo prefere um evento certo ao evento incerto de mesmo valor esperado. Isso significa que, quando confrontado com dois eventos, um certo $L_2(1;\ 50;\ 50)$ e um incerto $L_1(0{,}5;\ 0;\ 100)$, de mesmo valor esperado (50), ele prefere sempre o evento certo.

==

A função de utilidade de um indivíduo avesso ao risco é estritamente côncava em relação à origem, significando que a sua utilidade marginal da renda decresce na medida que esta aumenta. Por exemplo, $u = aM^{\alpha} + b$, com $\alpha < 1$, representa uma função de utilidade de um indivíduo avesso ao risco. Tomando-se por base a própria definição de concavidade de uma função, então um indivíduo é avesso ao risco se $u'' < 0$. A FIGURA 5.4.1.2 mostra a função de utilidade típica de um indivíduo avesso ao risco e compara-o com o indivíduo neutro ao risco.

O fato de existirem consumidores avessos ao risco faz surgir o conceito de prêmio de risco, o qual pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: Prêmio de risco é o valor monetário que um indivíduo avesso ao risco estaria disposto a pagar para evitar um determinado risco. A magnitude do prêmio de risco depende, em geral, das alternativas de risco abertas ao consumidor.

==

O prêmio de risco na FIGURA 5.4.1.2 é medido pelo segmento AB. Portanto, quanto mais avesso ao risco é o indivíduo, maior será o prêmio de risco. Vale ressaltar que o prêmio de risco de um indivíduo neutro em relação ao risco é zero.

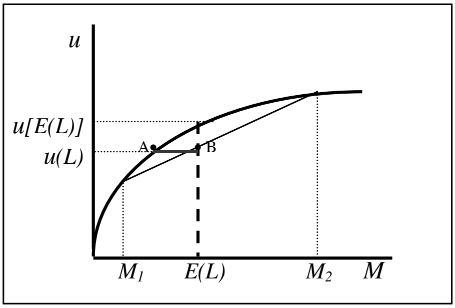


FIGURA 5.4.1.2: FUNÇÃO DE UTILIDADE DE UM INDIVÍDUO AVESSO AO RISCO

===

Questão 5.4.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um indivíduo avesso ao risco nunca escolheria participar de uma loteria "justa" sob o ponto de vista atuarial.*

CERTO

Um indivíduo avesso ao risco estaria disposto a pagar para evitar participar de uma loteria justa (sob o ponto de vista atuarial). A FIGURA 5.4.1.3 mostra que o indivíduo estaria disposto a pagar até AA' para evitar essa loteria. A justificativa é que, com a loteria, a utilidade esperada do consumidor seria menor que a utilidade do seu valor esperado por certo.

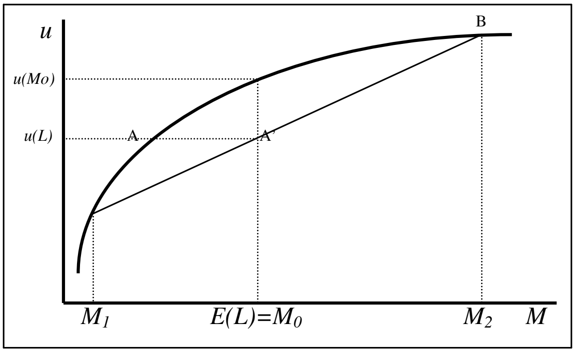


FIGURA 5.4.1.3: PREFERÊNCIA PELO RISCO PARA UM INDIVÍDUO AVESSO AO RISCO

===

===

Definição 3: Diz-se que um indivíduo é amante do risco se a utilidade do valor esperado de uma loteria, $u[E(L)]$, for menor que a utilidade da loteria $u(L)$, ou seja, se:

$$u[PM_1 + (1-P)M_2] < Pu(M_1) + (1-P)u(M_2)$$

Neste caso, quando confrontado com dois eventos, um certo L_2 e outro incerto L_1, de mesmo valor esperado, o indivíduo amante do risco prefere o evento incerto.

===

A função de utilidade de um indivíduo amante do risco é estritamente convexa em relação à origem, significando que a sua utilidade marginal da renda cresce à medida que esta aumenta (veja-se FIGURA 5.4.1.4). A título de exemplo, a função $u = aM^{\alpha} + b$, com $\alpha > 1$, é representativa de um indivíduo amante do risco, tendo em vista que essa função é estritamente convexa ($u'' > 0$).

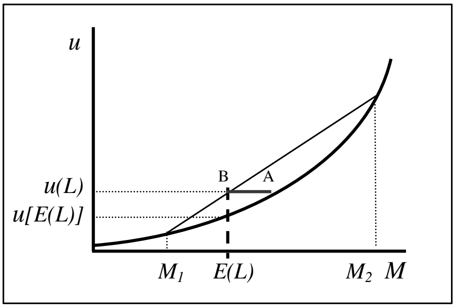


FIGURA 5.4.1.4: FUNÇÃO DE UTILIDADE DE UM INDIVÍDUO AMANTE DO RISCO

Vale ressaltar que o prêmio de risco para um indivíduo amante do risco é negativo, indicando que o indivíduo está disposto a pagar para correr risco. O prêmio de risco na FIGURA 5.4.1.4 está representado pelo segmento BA.

===

Questão 5.4.1.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um indivíduo amante do risco sempre prefere um evento incerto à um certo.*

ERRADO

Quando confrontado com dois eventos, um certo e outro incerto, de mesmo valor esperado, o indivíduo amante do risco sempre prefere o evento incerto. No entanto, dizer que um indivíduo amante do risco prefere qualquer evento incerto é absolutamente errado, uma vez que existem determinados eventos incertos que não seriam preferidos, mesmo por indivíduos amantes do risco. Em geral, qualquer evento incerto que proporcione uma utilidade esperada menor que a utilidade do seu valor esperado, seria automaticamente rejeitado por qualquer indivíduo amante do risco. Para mostrar isso, supõe-se um evento incerto $L(P,M_1,M_2)$, com $E(L) = M^*$, e M_0 o evento certo (ver FIGURA 5.4.1.5). Se $u(L) > u(Mo)$, então é certo que ele prefere o evento incerto. No entanto, se $u(L) < M^* = u(Mo)$, não é verdade que ele prefere o evento incerto. Neste último caso, o indivíduo preferiria o evento certo. A FIGURA 5.4.1.5 mostra o caso onde o indivíduo está indiferente entre o evento incerto e o certo, de modo que $M_0 = M^*$ (divisor de águas entre preferir ou não o evento incerto), mas indica através da seta os casos em que o indivíduo escolheria o evento certo ao incerto.

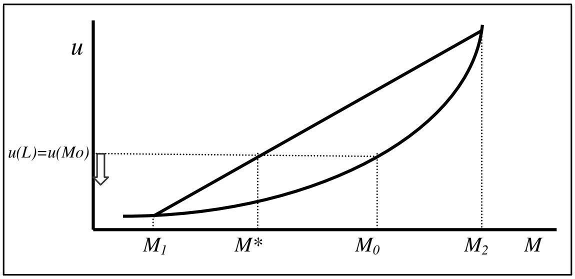


FIGURA 5.4.1.5: PREFERÊNCIA PELO RISCO PARA UM INDIVÍDUO AMANTE DO RISCO

Questão 5.4.1.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se um indivíduo tem necessariamente de escolher entre duas loterias de mesmo valor esperado, então um indivíduo avesso ao risco preferirá sempre a loteria com menor probabilidade de uma grande perda do que aquela com maior probabilidade de uma pequena perda.*

ERRADO

Admitindo-se que L_1 represente a loteria com uma grande probabilidade de uma pequena perda e L_2 aquela com uma pequena probabilidade de uma grande perda. Um indivíduo avesso ao risco, quando confrontado com duas loterias de mesmo valor esperado, $E(L_1) = E(L_2) = M^*$, preferirá a loteria L_1 à loteria L_2, tendo em vista que é L_1 que lhe dará a maior utilidade esperada. A FIGURA 5.4.1.6 ilustra essa escolha e mostra que a utilidade esperada da primeira loteria $u(L_1)$ é maior que a utilidade da segunda $u(L_2)$, onde M_p e M_g representam as perdas pequena e grande, respectivamente; P_1 e P_2, com $P_1 > P_2$, são as probabilidades grande e pequena, respectivamente; $u(M^*) = u[P_1(M_0\text{-}M_p) + (1–P_1)M_o] = u[P_2(M_o\text{-}M_g) + (1–P_2)M_o]$ é a utilidade do valor esperado das loterias; e $u(L_1) = P_1u(M_o–M_p) + (1–P_1)u(M_o)$ e $u(L_2) = P_2u(M_o\text{-}M_g) + (1–P_2)u(M_o)$ são as utilidades das duas loterias.

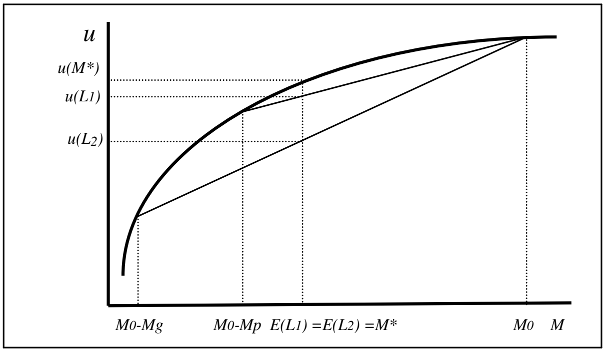


FIGURA 5.4.1.6: PREFERÊNCIAS DE UM AVESSO AO RISCO POR LOTERIAS DE MESMO VALOR ESPERADO

==

É perfeitamente possível que um indivíduo seja avesso ao risco em algumas situações e amante do risco em outras. A FIGURA 5.4.1.7 ilustra o caso de um indivíduo que é avesso ao risco para níveis de renda $M < M_0$ (função de utilidade estritamente côncava) e amante do risco para níveis de renda $M > M_0$ (função de utilidade estritamente convexa). Para mostrar isso, supõe-se que $L(P, M_0', M_2)$ representa uma loteria, onde M_0'é a renda do indivíduo em caso de perda e M_2 a renda caso ele ganhe a loteria, cujas probabilidades são P e $(1\text{-}P)$, respectivamente. Embora o indivíduo seja avesso ao risco para rendas $M < M_0$, é perfeitamente possível que esse indivíduo aceite os riscos de uma loteria, a ponto de estar disposto a pagar um certo valor (M_0-M_0') pelo ticket de uma loteria que lhe dê uma pequena probabilidade P de um grande ganho M_2.

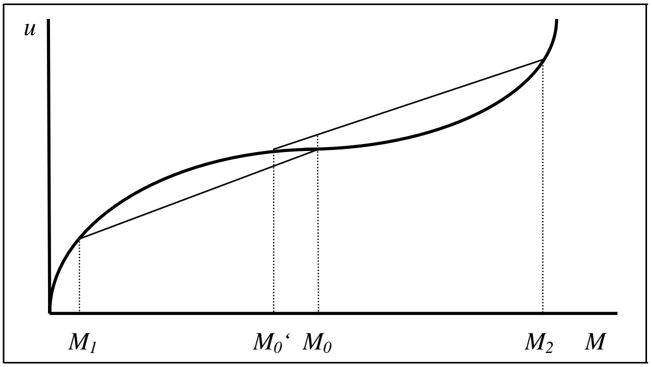


FIGURA 5.4.1.7: FUNÇÃO DE UTILIDADE DE UM INDIVÍDUO AVESSO E AMANTE AO RISCO

De acordo com Friedman-Savage, quando confrontados com pequenas probabilidades de grandes perdas, os indivíduos se comportam como se fossem avessos ao risco, dispostos a comprar apólices de seguro. No entanto, quando confrontados com uma pequena perda para obtenção de um grande ganho, mas com pequeno valor esperado ou até mesmo negativo, os indivíduos agem como se fossem amantes do risco, comprando bilhetes de loteria.

==

Exemplo 5.4.1.1: Para ilustrar a possibilidade de escolha de um investidor supõe-se que a sua função de utilidade seja especificada por $u = M^{1/2}$. Suponha que ele deseja investir R$ 150 na compra de ações de duas empresas. A empresa A produz guarda-chuvas e a empresa B produz bonés. Suponha ainda que os preços de mercado das ações hoje sejam iguais, ou seja, $p_A = p_B = 15$, mas podem variar de valor, a depender do estado da natureza (isto é, se o tempo é chuvoso ou ensolarado), de acordo com a distribuição de probabilidades estabelecida no QUADRO 5.4.1.1. O investidor pode investir todo seu capital em A, todo em B ou parte em A e parte em B. Para facilitar a análise, denota-se a concentração do investimento em A pelo prospecto L_A; a concentração do investimento em B pelo prospecto L_B; e a diversificação do investimento (parte das ações n_A em A e parte das ações n_B em B) pelo prospecto L_C.

QUADRO 5.4.1.1

Estado da natureza	Probabilidade	p_A	p_B
Chuva	½	40	5
Sol	½	5	40

Para avaliar a atitude do investidor em relação ao risco, basta verificar o sinal de u''. Assim, diferenciando a função de utilidade duas vezes, resulta $u'(M) = (1/2)M^{-1/2}$ e $u''(M) = -(1/4)M^{-3/2}$. Portanto, desde que $u'' < 0$, então o investidor é avesso ao risco.

Pode-se observar que o valor esperado desses prospectos são exatamente iguais, tendo em vista que:

$$E(L_A) = (1/2)(10)(40)+(1/2)(10)(5) = 225$$

$$E(L_B) = (1/2)(10)(5)+(1/2)(10)(40) = 225$$

$$E(L_C) = (1/2)[n_A(40)+n_B(5)]+(1/2)[n_A(5)+n_B(40)]$$

Desde que $n_A+n_B = 10$ (= 150/15) e, portanto, $n_B = 10 - n_A$, então:

$$E(L_C) = 20n_A+(1/2)(10-n_A)(5)+(5/2)n_A+(1/2)(10-n_A)(40) = 225$$

Na hipótese de que o indivíduo investirá todo o seu capital em A, a utilidade desse indivíduo será:

$$u(L_A) = (1/2)(400)^{1/2}+(1/2)(50)^{1/2} = (1/2)(20+5\sqrt{2}) = 10+5\sqrt{2}/2 \approx 13,53$$

Se o investidor, ao invés de aplicar tudo em A, tivesse investido tudo em B, a utilidade do prospecto B seria exatamente igual a do prospecto A, visto que:

$$u(L_B) = (1/2)(50)^{1/2}+(1/2)(400)^{1/2} = (1/2)(5\sqrt{2}+20) = 10+5\sqrt{2}/2 \approx 13,53$$

Na hipótese de que ele diversifica o seu investimento e aplica metade do seu capital em A e metade em B, a utilidade desse prospecto L_C para o indivíduo será:

$$u(L_C) = (1/2)(200+25)^{1/2}+(1/2)(200+25)^{1/2} = (225)^{1/2} = 15$$

A utilidade do prospecto em que o investidor diversifica o risco é maior do que a utilidade quando ele concentra todo o seu investimento em uma única aplicação. É óbvio que o indivíduo estaria melhor diversificando o seu investimento na compra de ações das empresas A e B, quando comparado com a concentração do investimento em ações de apenas uma empresa. O nível de satisfação com a diversificação do investimento, $u(L_C)$, seria maior do que o nível de satisfação proporcionado pela concentração do investimento, $u(L_A)$ ou $u(L_B)$.

Para verificar como $u(L)$ é comparado a $u[E(L)]$, basta calcular $u[E(L)]$, tendo em vista que $u(L_A) = u(L_B) \approx 13,53$ e $u(L_C) = 15$. Assim: $u[E(L)] = (225)^{1/2} = 15$. Portanto, $u(L_C) = u[E(L)] > u(L_A) = u(L_B)$. Esse resultado é o reflexo dos desvios padrões dos vários prospectos. Embora os três prospectos têm o mesmo valor esperado, o desvio padrão de C é zero ($\sigma_C = 0$), enquanto que o desvio padrão dos prospectos A e B são iguais, porém maiores que zero ($\sigma_A = \sigma_B = 175$).

===

5.4.2 MEDIDA DE AVERSÃO AO RISCO

Seria conveniente encontrar uma medida que permitisse avaliar o grau de aversão ao risco dos indivíduos. Uma forma natural de medir o grau de aversão ao risco do consumidor é por meio da segunda derivada da função de utilidade esperada. Quanto mais côncava for a função de utilidade esperada de um indivíduo, mais avesso ao risco ele seria. No entanto, a magnitude da segunda derivada da função de utilidade esperada não é invariante a uma transformação linear crescente dessa função, embora o seu sinal o seja. Isso significa que, ao multiplicar-se a função de utilidade esperada por uma constante, o comportamento do indivíduo não se altera, mas a medida de aversão ao risco sim. Para evitar esse problema, Arrow e Pratt sugeriram uma normalização para a derivada segunda, que consiste em dividí-la pela primeira derivada, que passou a ser conhecida como medida de aversão absoluta ao risco Arrow-Pratt, denotada por R, a qual é definida por:

$$R(M) = - u''(M)/u'(M) = - d\ln u'(M)/dM$$

Dessa forma, pode-se caracterizar as atitudes em relação ao risco da seguinte forma: (i) se $R(M) > 0$, o indivíduo é avesso ao risco; (ii) se $R(M) < 0$, o indivíduo é amante do risco; e (iii) se $R(M) = 0$, o indivíduo é neutro em relação ao risco.

===

Exemplo 5.4.2.1: A título de exemplo, avalia-se a seguir a medida de aversão ao risco Arrow-Pratt para a função de utilidade de um indivíduo avesso ao risco, especificada anteriormente por $u = aM^{\alpha} + b$, com $0 < \alpha < 1$:

$$R(M) = (1-\alpha)/M > 0$$

Tendo em vista que $u' = \alpha a M^{\alpha-1}$ e $u'' = (\alpha-1)\alpha a M^{\alpha-2}$.

===

===

Exercício 5.4.2.1: *Suponha que a função de utilidade de um indivíduo seja especificada por $u = 2M - \alpha M^2$, com $a > 0$ e cujo domínio seja $0 < M < 1/\alpha$.*

(i) Determine a medida de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt, $R(M)$ e verifique que ela aumenta com a renda.

A medida de aversão absoluta ao risco Arrow-Pratt é definida por $R(M) = -u''/u'$. Assim, diferenciando duplamente a função de utilidade, resulta:

$$u' = 2(1-\alpha M)$$

$$u'' = -2\alpha$$

Substituindo-se essas expressões de u' e u'' na medida de aversão ao risco, obtém-se:

$$R(M) = \alpha/(1-\alpha M)$$

Diferenciando-a em relação a M, observa-se que $R(M)$ aumenta com a renda, uma vez que:

$$dR(M)/dM = \alpha^2/(1-\alpha M)^2 > 0$$

(ii) Mostre que a medida absoluta de aversão ao risco R(M) é invariante a uma transformação linear crescente da função de utilidade u.

Admitindo-se uma transformação linear crescente de u, $v = au + b$, com a > 0, resulta:

$$v = 2aM - a\alpha M^2 + b$$

Diferenciando-a duplamente e avaliando a nova medida de aversão ao risco, obtém-se:

$$v' = 2a(1-\alpha M),\ v'' = -2a\alpha \text{ e } R(M) = \alpha/(1-\alpha M)$$

a qual é invariante a uma transformação linear crescente da função de utilidade u.

(iii) Como R(M) se comportaria em relação a renda se a função de utilidade fosse especificada por $u = ln(M+\alpha)$, *com* $\alpha > 0$.

Neste caso, $u' = 1/(M+\alpha)$ e $u'' = -1/(M+\alpha)^2$, de modo que, $R(M) = 1/(M+\alpha)$. Assim, diferenciando-se $R(M)$ em relação a M, resulta:

$$dR(M)/dM = -1/(M+\alpha)^2 < 0$$

o que significa que $R(M)$ diminuirá com a renda.

==

5.4.3 RISCO E O MERCADO DE SEGURO

Suponha que um indivíduo, com renda M_0 e com probabilidade P, enfrenta a possibilidade de risco de incêndio e sofrer uma perda no valor de m. Suponha também que esse indivíduo pode comprar uma apólice de seguro com cobertura no valor de x em caso de incêndio. Suponha ainda que a companhia de seguros cobra um *prêmio*[61] no valor de tx. A questão é saber qual o valor que esse indivíduo deve escolher para cobertura em caso de incêndio. Para melhor entender essa questão seria importante avaliar qual o valor da renda desse indivíduo em cada estado da natureza. Em caso de incêndio, a renda do indivíduo será igual a $M_1 = M_0 - m - tx + x$. Por outro lado, caso não ocorra o incêndio, a renda desse indivíduo será $M_2 = M_0 - tx$. Assim, o prospecto desse indivíduo pode ser expresso por $L(P,M_1, M_2)$.

Supõe-se que o indivíduo escolha o valor da cobertura de incêndio x de modo a maximizar a sua função de utilidade esperada, ou seja:

[61] Valor que a companhia de seguro cobra pela cobertura x.

$$\max_{x} u(L) = Pu(M_0 - m - tx + x) + (1-P)u(M_0 - tx)$$

do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

$$P(1-t)u'[M_0 - m + (1-t)x] - (1-P)tu'(M_0 - tx) = 0$$

ou:

$$u'[M_0 - m + (1-t)x]/u'(M_0 - tx) = [(1-P)t]/[P(1-t)]$$

Por outro lado, admite-se que na eventualidade de ocorrência do sinistro, a companhia de seguros receberá como valor líquido $tx - x$, enquanto que não ocorrendo o sinistro ela auferirá tx. Assim, o lucro esperado da companhia de seguros será:

$$\pi = -P(1-t)x + (1-P)tx$$

Admitindo-se que a indústria de seguros seja competitiva, de modo que a concorrência fará com que o lucro econômico seja reduzido a zero (lucro normal), isto é $\pi = 0$, então:

$$-P(1-t)x + (1-P)tx = 0$$

ou:

$$(1-P)t = P(1-t)$$

Essa igualdade significa que a companhia de seguros cobrará um *prêmio justo*, tendo em vista que o custo da cobertura $(1-P)t$ é exatamente igual ao valor esperado do sinistro $P(1-t)$. Substituindo-se essa igualdade na condição de primeira ordem do problema de maximização, obtém-se:

$$u'[M_0 - m + (1-t)x] = u'(M_0 - tx)$$

Implicando que:

$$M_0 - m + (1-t)x = M_0 - tx$$

donde resulta:

$$x = m$$

Isto significa que o indivíduo comprará uma apólice de seguro que lhe assegura totalmente contra a perda m. Em outras palavras, a utilidade esperada do indivíduo é maximizada quando o valor da cobertura é igual ao valor da perda m.

Se a companhia de seguro pudesse observar o nível de cuidado que o seu assegurado teria no sentido de prevenir a ocorrência do sinistro, a empresa poderia assegurá-lo completamente contra a perda m. No entanto, o nível de cuidado que o indivíduo tem em relação à prevenção do sinistro, em geral, não é observado, de modo que a companhia de seguro, via de regra, não assegura totalmente seus clientes contra as perdas. A intuição por trás desse fato é que, se o seu cliente estivesse totalmente assegurado, ele não teria incentivo algum de investir na prevenção de sinistros. Esse problema é uma versão do problema de "*free rider*" (caroneiro) ou do "*moral hazard*" (risco moral), como é mais conhecido na linguagem de seguros.

O risco moral é a principal razão para que as companhias de seguro não assegurem completamente seus clientes. A *franquia*, ou seja, parte da perda que não é coberta pelas companhias de seguro é, portanto, uma forma de fazer com que os seus clientes tenham algum incentivo no sentido de prevenir o sinistro, tomando alguns cuidados com o bem assegurado.

Para melhor entender essa questão do seguro, supõe-se que um indivíduo avesso ao risco enfrenta o seguinte prospecto $L(P;M_1;M_2)$. Isto é, com probabilidade P ele sofre uma perda (sinistro) e tem uma renda M_1, mas com probabilidade $(1–P)$ ele mantém sua renda $M_2 > M_1$. A FIGURA 5.4.3.1 ajuda a entender a escolha desse indivíduo frente a essa situação de risco. O ponto D(M_1, M_2) representa a dotação de renda nos dois estados da natureza. O valor esperado desse prospecto pode ser avaliado por:

$$E(L) = P(M_1) + (1–P)(M_2)$$

Deve-se observar que esse valor esperado, $E(L)$, situa-se sobre a *reta de certeza*, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: Reta de certeza é o lugar geométrico de todos os pontos de rendas iguais nos dois estados da natureza, ou seja, $M_1 = M_2$.

==

Sempre que a pessoa tiver acesso ao mercado de seguros e puder comprar uma apólice de seguro à taxa atuarial justa[62], a expressão do valor esperado desse prospecto pode representar a própria restrição orçamentária do consumidor. Admitindo-se ser esse o caso e diferenciando-se totalmente essa restrição, para um dado valor esperado $E(L)$, obtém-se a inclinação da restrição orçamentária:

$$dM_2/dM_1 \,/_{E(L)} = -[P/(1-P)]$$

A qual é negativa e depende da razão entre as probabilidades de ocorrência de cada estado da natureza. A partir dessa inclinação, pode-se definir a taxa marginal de transformação de renda no estado incerto da natureza para o estado certo.

A utilidade esperada desse prospecto para o indivíduo será:

$$u(L) = Pu(M_1)+(1-P)u(M_2)$$

Diferenciando-se totalmente essa expressão, para um dado nível de utilidade $u(L)$, obtém-se a inclinação da curva de indiferença:

$$dM_2/dM_1 \,/_{u(L)} = -[P/(1-P)][u_1(M_1)/u_2(M_2)]$$

a partir da qual pode-se definir a taxa marginal de substituição entre rendas nos dois estados da natureza, simplesmente trocando-se o sinal.

Deve-se relembrar que o indivíduo avesso ao risco prefere receber o valor esperado do prospecto arriscado $E(L)$ por certo, do que enfrentar a possibilidade de ter sua renda incerta (ou seja, variando em cada estado da natureza). É exatamente essa propensão

[62] Taxa que iguala a receita da companhia de seguro ao seu custo total, ou seja, $t/(1-t) = P/(1-P)$.

que as pessoas avessas ao risco têm que pagar para se assegurar contra as perdas a responsável pela existência de mercados de seguro.

Conforme visto na seção anterior, se uma pessoa avessa ao risco puder comprar seguro à taxa atuarial justa, ela se assegura completamente contra as perdas, igualando sua renda nos dois estados da natureza. Esse fato pode ser comprovado ao resolver-se o seguinte problema de otimização condicionado:

$$\max_{M_1,M_2} \quad u(L) = Pu(M_1) + (1\text{-}P)u(M_2)$$
$$s.a. \quad PM_1 + (1\text{-}P)M_2 = E(L)$$

ou (formando-se a função lagrangiana U):

$$\max_{M_1,M_2} \quad U = Pu(M_1) + (1\text{-}P)u(M_2) + \mu[E(L) - PM_1 - (1\text{-}P)M_2]$$

da qual resultam as seguintes condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$U_1 = Pu_1(M_1) - \mu P = 0$$
$$U_2 = (1\text{-}P)u_2(M_2) - \mu(1\text{-}P) = 0$$
$$U_\mu = E(L) - PM_1 - (1\text{-}P)M_2 = 0$$

Dividindo a primeira condição pela segunda, obtém-se:

$$u_1(M_1)/u_2(M_2) = 1$$

ou:

$$u_1(M_1) = u_2(M_2)$$

o que implica que $M_1 = M_2$.

De fato, a possibilidade de comprar seguro à taxa atuarial justa permite que a pessoa iguale a sua renda nos dois estados da natureza, assegurando-se completamente contra as perdas. O ponto B na FIGURA 5.4.3.1 ilustra esse equilíbrio. Vale ressaltar que, nesse ponto, a curva de indiferença é tangente à restrição orçamentária (à taxa atuarial justa), ou seja:

$$dM_2/dM_1 \Big/_{E(L)} = dM_2/dM_1 \Big/_{u}$$

ou:

$$-[P/(1\text{-}P)] = -[P/(1\text{-}P)][u_1(M_1)/u_2(M_2)]$$

de modo que $u_1(M_1) = u_2(M_2)$, implicando que $M_1 = M_2$.

Portanto, se um indivíduo avesso ao risco pudesse comprar uma apólice de seguro à taxa atuarial justa, ele alocaria renda do estado incerto da natureza para o estado certo, movendo-se sobre essa restrição orçamentária do ponto inicial de dotação D para o ponto B, comprando uma *apólice de seguro* de $M_2^D - M_2^B$. Ao se assegurar totalmente contra as perdas, o indivíduo teria sua utilidade aumentada de u_0 para u_1. Em geral, ao buscar o mercado atuarial, o consumidor enfrenta taxas atuariais de mercado, as quais são maiores que a taxa atuarial justa. A reta mais íngreme na FIGURA 5.4.3.1 passando pelo ponto D, representa uma possível restrição orçamentária à taxa atuarial de mercado.

Na FIGURA 5.4.3.1, a máxima apólice de seguro à taxa atuarial de mercado que esse indivíduo estaria disposto a comprar para se assegurar totalmente contra as perdas e permanecer indiferente entre não se assegurar ou se assegurar (isto é, permanecer na mesma curva de indiferença u_0), seria dado pela diferença entre as rendas M_2^D e M_2^A. O *prêmio de risco* desse indivíduo pode ser avaliado pela diferença entre as rendas M_2^B e M_2^A. Quanto mais avesso for o indivíduo maior seria essa diferença, ou seja, mais afastados estariam os pontos A e B. Para um indivíduo neutro em relação ao risco essa diferença seria zero, tendo em vista que a sua função de utilidade passaria pelos pontos D e B, de modo que o ponto A coincidiria com o ponto B.

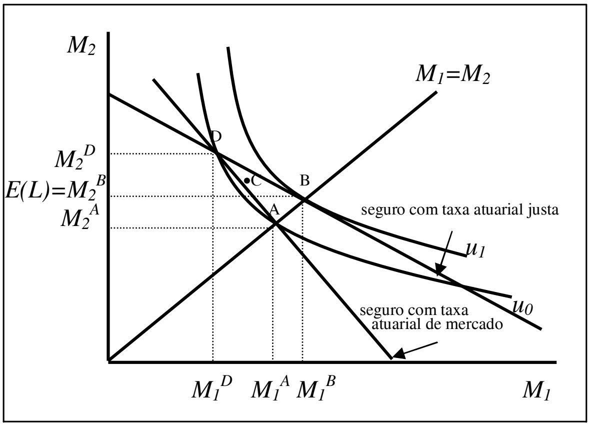


FIGURA 5.4.3.1: RISCO E SEGURO: O EQUILÍBRIO DE UM INDIVÍDUO AVESSO AO RISCO

No entanto, a compra de seguro a taxas de mercado acima da taxa atuarial justa leva as pessoas a não se assegurarem completamente contra as perdas. O ponto C na FIGURA 5.4.3.1 é a comprovação desse fato. A alocação de renda em C é uma alocação ótima, tendo em vista que é o ponto de tangência entre uma curva de indiferença superior (não disposta na figura) e a restrição orçamentária à taxa atuarial de mercado. Nesse caso, a pessoa maximiza sua utilidade realocando renda do prospecto arriscado D para o ponto C, não se assegurando totalmente contra as perdas. A completa segurança contra as perdas levaria o indivíduo a alocar renda de D para o ponto A, deixando-o irremediavelmente pior, em um nível mais baixo de satisfação, quando comparado ao ponto C.

==

Exemplo 5.4.3.1: A título de exemplo considera-se três diferentes proprietários de um determinado carro no valor de *$ 25*, cujas funções de utilidade são, respectivamente, $u_A = M + 100$, $u_B = M^{1/2} + 100$ e $u_C = M^2 + 100$, os quais avaliam que a probabilidade de ter o seu carro roubado é de 1%. Nesse caso, o prospecto incerto pode ser expresso por: $L(P = 0{,}01, M_1 = 0; M_2 = 25)$.

Esses três indivíduos têm diferentes atitudes em relação ao risco. Fato esse que pode ser constatado pelo sinal da segunda derivada da função de utilidade de cada um dos indivíduos, ou seja:

$u_A' = 1,$ $u_A'' = 0$ $\Rightarrow$ A é neutro em relação ao risco
$u_B' = (1/2)M^{-(1/2)},$ $u_B'' = -(1/4)M^{-(3/2)}<0$ $\Rightarrow$ B é avesso ao risco
$u_C' = 2M,$ $u_B'' = 2 >0$ $\Rightarrow$ C é amante do risco

O valor esperado desse prospecto L pode ser avaliado da seguinte forma:

$$E(L) = 0,01(0) + 0,99(25) = 24,75$$

Pode-se avaliar o máximo prêmio de seguro que o indivíduo A (neutro ao risco) estaria disposto a pagar para se assegurar totalmente contra roubo. O máximo prêmio de seguro que o indivíduo A estaria disposto a pagar, $PS^M{}_A$, seria a diferença entre $E(L) = 24,75$ e a renda certa M_A que tornaria $u_A(L) = u_A(M_A)$. Avaliando-se a utilidade esperada desse prospecto:

$$u_A(L) = 0,01(0+100) + 0,99(25+100) = 124,75$$

e impondo que $124,75 = M_A + 100$, obtém-se $M_A = 24,75$. Portanto, o máximo prêmio de seguro será:

$$PS^M{}_A = 24,75 - 24,75 = 0$$

No caso do indivíduo B (avesso ao risco), a utilidade desse prospecto seria $u_B(L) = 0,01(0^{1/2} + 100) + 0,99(25^{1/2} + 100) = 104,95$. Assim, o máximo prêmio de seguro que o indivíduo B estaria disposto a pagar, $PS^M{}_B$, seria avaliado pela diferença entre $E(L) = 24,75$ e a renda certa M_B que tornaria $u_B(L) = u_B(M_B)$. Assim, impondo que $104,95 = M_B^{1/2}+100$, resulta $M_B^{1/2} = 4,95$ ou $M_B = (4,95)^2=24,5$. Portanto, o máximo prêmio de seguro será:

$$PS^M{}_B = 24,75-24,5 = 0,25$$

Para o caso do indivíduo C (amante do risco), a sua utilidade esperada será $u_C(L) = 0,01(0^2 + 100) + 0,99(25^2 + 100) = 718,75$. Assim, o máximo prêmio de seguro que o indivíduo C estaria disposto a pagar, $PS^M{}_C$, seria a diferença entre $E(L)$ e a renda certa M_C que tornaria $u_C(L) = u_C(M_C)$. Impondo tal condição, ou seja, $718,75 = M_C^2 + 100$, resulta $M_C = (618,75)^{1/2} = 24,875$. Assim, o máximo prêmio de seguro para esse indivíduo será:

$$PS^M{}_C = 24,75 - 24,875 = -0,115$$

Portanto, o indivíduo B (avesso ao risco) estaria disposto a pagar o maior prêmio de seguro $PS^M{}_B = 0,25$, enquanto que o indivíduo C (amante do risco) estaria disposto a pagar um prêmio de seguro negativo $PS^M{}_C = -0,115$, ou seja, estaria disposto a receber para não assumir os riscos.

==

==

Exercício 5.4.3.1: *Suponha um indivíduo com a seguinte função de utilidade* $u = M - aM^2$*, com* $a > 0$ *e domínio* $0 < M < 1/(2a)$*, que enfrenta o seguinte prospecto* $L(P; M_1; M_2) = [0,1; 1/(6a); 1/(3a)]$*.*

(i) Qual é a atitude desse indivíduo em relação ao risco?

A atitude desse indivíduo em relação ao risco é obtida através do sinal da segunda derivada da sua função de utilidade. Assim, diferenciando-a duplamente, resulta:

$$u' = 1 - 2aM$$
$$u'' = -2a < 0$$

Portanto, o indivíduo é avesso ao risco.

(ii) Determine o grau de aversão absoluta ao risco Arrow-Pratt.

Por definição, o grau de aversão abosoluta ao risco Arrow-Pratt é:

$$R(M) = -u''/u' = 2a/(1-2aM) > 0$$

desde que $0 < M < 1/(2a)$.

(iii) Como a medida de aversão ao risco varia quando sua renda aumenta?

Diferenciando-se $R(M)$ em relação a M, resulta:

$$dR(M)/dM = -2a(-2a)/(1-2aM)^2 = 4a^2/(1-2aM)^2 > 0$$

Isso significa que a aversão ao risco aumenta com a renda do indivíduo.

(iv) Avalie o máximo prêmio de uma apólice de seguro que esse indivíduo estaria disposto a pagar para se assegurar totalmente.

O valor esperado desse prospecto será:

$$E(L) = 0,1[1/(6a)] + 0,9[1/(3a)] = 0,95/(3a)$$

Por outro lado, a utilidade esperada desse prospecto será:

$$u(L) = 0,1\{1/(6a)-a[1/(6a)]^2\}+0,9\{1/(3a)-a[1/(3a)]^2\} = 7,7/(36a)$$

A FIGURA 5.4.3.1 ilustra a escolha desse indivíduo frente ao risco, onde D representa o seu ponto de dotação de renda nos dois estados da natureza, B o ponto de equilíbrio caso ela tenha acesso ao mercado de seguro à taxa atuarial justa e A o ponto de equilíbrio à taxa atuarial de mercado. A renda M_2^A que deixa o indivíduo indiferente entre se assegurar completamente e não se assegurar é obtida resolvendo-se a seguinte equação $u(M^A) = u(L)$, ou seja:

$$M_2^A - a(M_2^A)^2 = 7,7/(36a)$$

ou:

$$a(M_2^A)^2 - M_2^A + 7,7/(36a) = 0$$

Donde resulta $M_2^A = 0,62/2a$ (única raiz dentro do domínio da função de utilidade), bem como $M_2^A = 1,38/2a$ (a qual foi desprezada por cair fora do domínio da função). Portanto, o máximo prêmio de uma apólice de seguro que esse indivíduo estaria disposto a pagar para se assegurar totalmente será obtido pela diferença entre M_2^D e M_2^A, isto é:

$$prêmio\ de\ seguro = M_2^D - M_2^A = 1/(3a) - 0{,}62/(2a) = 0{,}7/(3a)$$

(v) Determine o prêmio de risco desse indivíduo.

O prêmio de risco desse indivíduo, o qual está representado na FIGURA 5.4.3.1 pela diferença entre $E(L) = M_2^B$ e M_2^A, será:

$$prêmio\ de\ risco = E(L) - M_2^A = 0{,}95/(3a) -0{,}62/(2a) = 0{,}02/(3a)$$

===

5.4.4 A ESCOLHA DE ATIVOS DE RISCO

Supõe-se que um indivíduo considere formar o seu portfólio de investimentos, tendo que decidir quanto da sua riqueza M_0 ele deveria investir em ativos sem risco e com risco. Se α é a proporção da renda investida no ativo arriscado, então $(1-\alpha)$ é a proporção aplicada em ativo sem risco. Denotando-se o retorno do ativo sem risco por r e o de risco por R (que não é conhecido *a priori*)[63], então o valor da sua riqueza no período seguinte é uma variável aleatória (ou loteria L), que pode ser expressa por:

$$L = \alpha(1+R)M_0 + (1-\alpha)(1+r)M_0$$

ou, simplesmente:

$$L = [(1+r) + \alpha(R-r)]M_0$$

Portanto, o valor futuro do seu portfólio dependerá da parcela da renda investida no ativo de risco, α, e do diferencial dos retornos dos ativos arriscado e sem risco (ou *spread*), $R-r$.

O retorno do seu portfólio, o qual será denotado por R_p, pode ser obtido tomando-se a diferença relativa entre as rendas nos dois períodos:

$$R_p = (L-M_0)/M_0 =\{\alpha(1+R)M_0 + (1-\alpha)(1+r)M_0 - M_0\}/M_0$$

ou, simplesmente:

$$R_p =(1-\alpha)r + \alpha R$$

o qual é a média ponderada dos retornos dos ativos sem risco e com risco, cujos pesos de ponderação são as proporções da renda investidas em cada ativo. Agrupando-se os termos em α, então esse retorno pode ser, alternativamente, expresso por:

$$R_p = r + \alpha(R-r)$$

O retorno esperado do portfólio pode ser expresso por:

$$E(R_p) =E[(1-\alpha)r + \alpha R] = (1-\alpha)r + \alpha E(R)$$

---

[63] Se ao invés de aplicar em apenas um ativo de risco o investidor investisse em n ativos com retorno R_i, para todo $i = 1,2, \dots , n$, o problema não se alteraria, pois R poderia ser entendido como o retorno médio desses ativos.

cuja variância (medida de risco) é:

$$\sigma^2(R_p) = E[R_p - E(R_p)]^2$$

Substituindo-se as expressões de R_p e $E(R_p)$, obtidas anteriormente, nessa equação, resulta (após algumas manipulações algébricas):

$$\sigma^2(R_p) = E\{(1-\alpha)r + \alpha R - (1-\alpha)r - \alpha E(R)\} = E\{\alpha[R - E(R)]\}^2 = \alpha^2\sigma^2(R)$$

ou (extraindo-se a raiz quadrada em ambos os lados):

$$\sigma(R_p) = \alpha\sigma(R)$$

Isso significa que o risco (desvio padrão) do portfólio é proporcional ao risco do ativo arriscado, cujo fator de proporcionalidade é a fração α da renda aplicada no ativo de risco.

O retorno do portfólio pode ser expresso em função do seu desvio padrão. Para isso basta isolar o valor de α da expressão acima, ou seja, $\alpha = \sigma(R_p)/\sigma(R)$ e substituí-la na expressão do retorno do portfólio, donde resulta:

$$R_p = r + [(R-r)/\sigma(R)]\,\sigma(R_p)$$

Essa expressão mostra como o investidor substitui retorno por risco no seu portfólio. Nesse sentido, essa expressão pode ser entendida como a restrição orçamentária do investidor, a qual é linear em $\sigma(R_p)$ e positivamente inclinada (sempre que $R > r$), tendo em vista que:

$$dR_p/d\sigma(R_p) = (R-r)/\sigma(R) > 0$$

Postulando-se que o investidor maximiza sua função de utilidade esperada, então o seu problema é escolher α de modo a:

$$\underset{\alpha}{mar}\ u(L) = u\{[(1+r) + \alpha(R-r)]M_0\}$$

As condições de primeira e segunda ordem para esse problema são, respectivamente:

$$du(L)/d\alpha = u'(...)(R-r)M_0 = 0$$

$$d^2u(L)/d\alpha^2 = u''(...)(R-r)^2M_0^2 < 0$$

Desde que $(R-r)M_0 \neq 0$, então a condição de primeira ordem garante que a fração α de sua renda em ativo de risco será escolhida de modo que a utilidade marginal dessa loteria seja igual a zero. Desde que R seja maior que r, o indivíduo irá sempre investir uma fração $\alpha > 0$ de sua renda no ativo arriscado[64]. A condição de segunda ordem é sempre satisfeita para um indivíduo avesso ao risco, tendo em vista que, para esse indivíduo, $u''(...) < 0$.

Através da estática comparativa desse modelo, pode-se mostrar que a parcela da renda investida no ativo de risco, α, diminui com o grau de aversão absoluto ao risco, de modo que quanto maior é o grau de aversão ao risco menor será α. A estática comparativa permite ainda constatar que um aumento no retorno do ativo arriscado, sem que haja qualquer alteração no risco, reduz a parcela α da renda investida em ativo de risco. Pode-se também mostrar que se a variância do ativo arriscado aumentar sem que haja qualquer

[64] De fato, $R > r$, tendo em vista que nenhum indivíduo avesso ao risco investiria em ativo de risco com um retorno menor que o ativo sem risco.

variação no retorno esperado desse ativo, a parcela α da renda investida em ativo de risco diminuirá.

Esses resultados podem ser mais intuitivos se o problema do investidor fosse reformulado para refletir a sua escolha entre retorno e risco do seu portfólio. Expressando-se a utilidade esperada do investidor em função do retorno e do risco (desvio padrão) do seu portfólio, tem-se:

$$u(L) = u[R_p, \sigma(R_p)], \text{ com } u_R > 0 \text{ e } u_\sigma < 0$$

cujas curvas de indiferença são convexas e positivamente inclinadas (ver FIGURA 5.4.4.1). A inclinação positiva deve-se ao fato de o risco ser um desbem (utilidade marginal negativa), indicando que quanto maior for o risco maior também será o retorno que o investidor exigirá para se manter com o mesmo nível de satisfação. De fato, quanto mais íngremes forem as curvas de indiferença, maior será o grau de aversão ao risco do investidor. A convexidade dessas curvas segue do próprio suposto de aversão ao risco por parte do investidor, indicando que a taxa marginal de substituição entre retorno e risco, que é positiva, cresce à taxas crescentes.

Quando a utilidade é expressa dessa forma, o problema do investidor é escolher R_p e $\sigma(R_p)$ de modo a:

$$\begin{array}{ll} \underset{R_p\ \sigma(R_p)}{max} & u(L) = u[R_p, \sigma(R_p)] \\ s.a. & R_p - [(R\text{-}r)/\sigma(R)]\sigma(R_p) = r \\ dados & r, R \text{ e } \sigma(R) \end{array}$$

cuja função lagrangiana U pode ser expressa por:

$$U = u[R_p, \sigma(R_p)] - \lambda\{R_p - [(R\text{-}r)/\sigma(R)]\sigma(R_p) - r\}$$

Donde resultam as seguintes condições de primeira ordem para um ótimo interior:

$$\partial U/\partial R_p = u_R - \lambda = 0$$
$$\partial U/\partial\sigma(R_p) = u_\sigma + \lambda[(R\text{-}r)/\sigma(R)] = 0$$
$$\partial U/\partial\lambda = R_p - [(R\text{-}r)/\sigma(R)]\sigma(R_p) - r = 0$$

Dividindo-se a segunda condição pela primeira, resulta:

$$u_\sigma/u_R = (R\text{-}r)/\sigma(R)]$$

A qual representa a velha condição de tangência entre a curva de indiferença e a restrição orçamentária. O ponto E da FIGURA 5.4.4.1 ilustra o equilíbrio do consumidor, o qual é estabelecido pela tangência entre a curva de indiferença u^1 e a restrição orçamentária.

A FIGURA 5.4.4.1 permite observar que um aumento no retorno do ativo arriscado de R para $(1+\beta)R$ (sem nenhuma alteração no risco – o que aumentaria o *spread* $(1+\beta)R - r)$, faz com que a restrição orçamentária sofra uma rotação no sentido anti-horário. Em conseqüência, o equilíbrio se desloca para E', em um nível de satisfação mais elevado, à esquerda do ponto E. Esse deslocamento, ao reduzir o risco do portfólio, faz com que o investidor reduza a fração de sua renda investida em ativo de risco. Um aumento no risco do portfólio de $\sigma(R)$ para $(1+\beta)\sigma(R)$, sem que haja qualquer alteração no retorno esperado (ou no *spread*), faz com que a restrição orçamentária também sofra uma rotação no sentido horário. Para entender esse deslocamento basta verificar que um aumento no risco diminui a inclinação da restrição orçamentária. Nesse caso, o equilíbrio se desloca para o ponto E", em um nível de satisfação mais baixo, também à esquerda do ponto E. Esse deslocamento também reduz a fração da renda investida em ativo de risco.

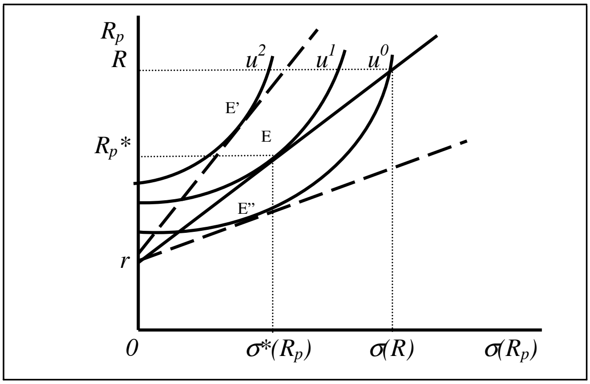


FIGURA 5.4.4.1: EQUILÍBRIO DO INVESTIDOR E A ESCOLHA ÓTIMA ENTRE RETORNO E RISCO DE PORTFÓLIO

A FIGURA 5.4.4.1 também permite constatar que quanto mais avesso ao risco for o investidor (ou seja, mais íngremes forem suas curvas de indiferença), menor será a fração de sua renda investida em ativo de risco. Nesse caso, o equilíbrio se daria à esquerda e abaixo do ponto E.

5.4.5 RISCO E A ATIVIDADE CRIMINOSA

Considera-se um indivíduo com renda $M_0 = 20$, de modo que o seu prospecto certo seria representado por $L_1(1; 20; 20)$, cujo valor esperado seria exatamente igual a $E(L_1) = 20$. Suponha que este indivíduo considera a possibilidade de migrar para o setor do crime, envolvendo-se em um assalto, cujo prospecto incerto pode ser representado por $L_2(P; M_0 + M_1; M_0 - M_2)$. Isto é, com a probabilidade P o indivíduo obtém $M_1 = 100$, mas com a probabilidade $(1-P)$ ele perde (ou deixa de ganhar, caso estivesse trabalhando) $M_2 = 400$. Admite-se que o indivíduo migrará para a atividade criminosa e participará do assalto se $E(L_2) > u[E(L_1)]$; caso contrário ele não participará do assalto.

Se o indivíduo avalia que, em cada 10 assaltos que ele pratica, dois não são bem sucedidos, sendo preso e condenado, então a probabilidade de sucesso é de $P = 0,8$ e, portanto, $(1-P) = 0,2$. O valor que este indivíduo espera obter participando desse assalto será, então:

$$E(L_2) = 0,8(120) + 0,2(-380) = 20$$

A FIGURA 5.4.5.1 ilustra as várias possibilidades de aversão ao risco. Se o indivíduo fosse neutro em relação ao risco, ele estaria indiferente entre cometer ou não o assalto, visto que $u[E(L_2)]_{neutro} = u(L_2)$. Se o indivíduo fosse avesso ao risco, ele não participaria desse assalto, uma vez que a utilidade esperada desse prospecto arriscado, $u(L_2)$, seria menor que a utilidade do prospecto certo, $u[E(L_1)]_{avesso}$. Este fato pode ser comprovado na FIGURA 5.4.5.1, comparando-se a altura da curva côncava com a linha reta. É óbvio que um indivíduo amante do risco participaria desse assalto, tendo em vista que $u(L_2)$ seria maior que a utilidade do prospecto certo, $u[E(L_1)]_{amante}$, o que é garantido pelo fato de a altura da linha reta ser maior que a altura da curva convexa.

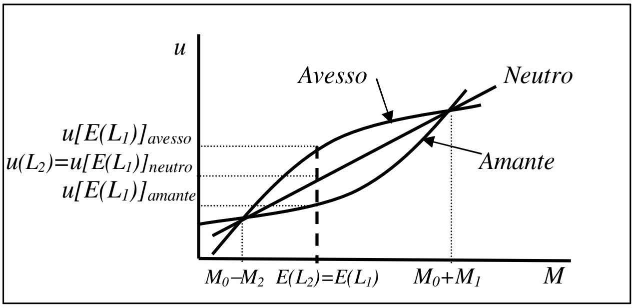


FIGURA 5.4.5.1: ATITUDES EM RELAÇÃO AO RISCO E A ATIVIDADE CRIMINOSA

Por outro lado, se o indivíduo prevê que, em cada 10 assaltos que ele pratica, apenas um não terá sucesso, então a probabilidade de sucesso será de $P = 0{,}9$, de modo que $(1-P) = 0{,}1$. Com base nesta nova previsão, o valor esperado do crime seria:

$$E(L_2) = 0{,}9(120)+0{,}1(-380) = 70$$

Neste caso, o indivíduo neutro em relação ao risco, que antes estava indiferente entre praticar ou não o assalto, estaria agora inclinado a participar do assalto, uma vez que a utilidade do valor esperado do prospecto certo, $u[E(L_1)]_{neutro}$, será menor que a utilidade esperada do prospecto incerto, $u(L_2)$. No que conserne ao indivíduo avesso ao risco, não é possível dizer se ele participaria ou não do assalto. Isso vai depender se $u(L_2)$ for maior ou menor que $u[E(L_1)]_{avesso}$. Na FIGURA 5.4.5.2, o indivíduo avesso ao risco está indiferente entre participar ou não do assalto, visto que $u(L_2) = u[E(L_1)]_{avesso}$. O indivíduo amante do risco continuará participando do assalto, tendo em vista que $u(L_2) > u[E(L_1)]_{amante}$.

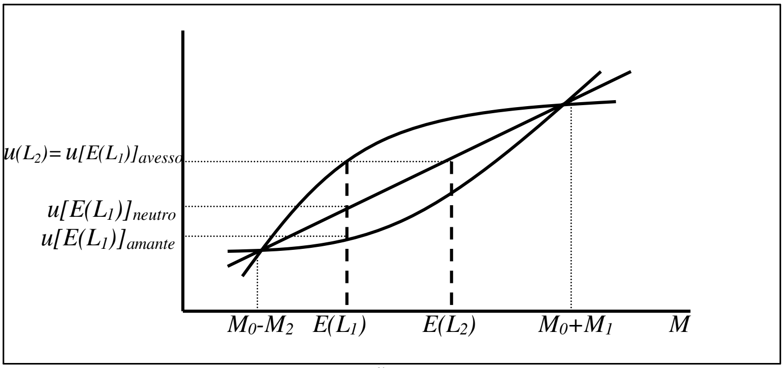


FIGURA 5.4.5.2: ATITUDES EM RELAÇÃO AO RISCO E A ATIVIDADE CRIMINOSA

O exemplo do indivíduo que considera migrar para a atividade do crime é interessante porque caracteriza bem a diferença entre as escolhas sob condições de risco e de incerteza. Uma situação de risco se configura quando o indivíduo enfrenta múltiplas possibilidades de ocorrências de eventos (ou estados da natureza), mutuamente excludentes, e este tem a mais completa informação sobre a distribuição de probabilidades de ocorrência desses eventos. Por outro lado, uma situação de incerteza existe quando o indivíduo não tem perfeito conhecimento sobre a distribuição de probabilidade de ocorrência dos eventos resultantes de suas decisões. Portanto, o pressuposto de que os indivíduos têm completa informação sobre as probabilidades de ocorrência dos eventos é fundamental para caracterizar decisões de escolha sob condições de risco.

Esse exemplo é também interessante porque ele explica porque um número cada vez maior das famílias brasileiras estão construindo muros altos em suas residências. Muro alto é uma forma de reduzir a informação dos criminosos, de modo a deixá-los incertos a respeito das possibilidades de sucesso. Além de contribuírem para aumentar a incerteza dos criminosos, muros altos contribuem também para reduzir a probabilidade de sucesso dos assaltantes, na medida que dificultam o acesso dos bandidos. Câmeras de TV, cães, grades, lanças e vidros são meios alternativos de dificultar o acesso dos criminosos, que reduzem a probabilidade de sucesso, mas não reduzem a informação dos criminosos e podem inclusive ampliar a base de informação dos meliantes.

Uma questão atual, que tem ocupado espaço cada vez maior na imprensa brasileira, seria saber qual a reforma que deveria ser mais urgente: a reforma do judiciário (código penal e processual), como forma de tornar a justiça mais ágil e impor penas mais duras aos criminosos, ou a reforma das polícias (unificação e reaparelhamento), para torná-las mais efetivas. É óbvio que a resposta a essa questão tem a ver com qual dessas reformas seria mais efetiva em combater a criminalidade na sociedade.

Para endereçar a questão da efetividade da justiça e da polícia no sentido de reduzir a criminalidade, supõe-se que um indivíduo avesso ao risco, com renda M_0, está indiferente entre cometer ou não um determinado crime, representado pelo seguinte prospecto: $L(P; M_0 + G; M_0 - F)$. Especificamente, com probabilidade P esse indivíduo obtém um ganho de G na atividade criminosa, mas com probabilidade $(1-P)$ ele é detectado e preso e perde (ou deixa de ganhar) F. Se o indivíduo está indiferente entre cometer ou não o crime, então é porque $u(L) = u[M_0]$. A FIGURA 5.4.5.3 ilustra essa situação e permite comparar a efetividade da polícia e da justiça no combate ao crime.

Admitindo, inicialmente, que o governo brasileiro decida reformar o judiciário, revisando os seus códigos penal e processual penal, estabelecendo práticas processuais mais ágeis e penas mais duras para os criminosos. Neste caso, a perda do indivíduo, caso seja preso cometendo crimes, após a reforma F' é significativamente maior, ou seja, $F' > F$. Para não alterar o valor esperado do crime, a efetividade da polícia deveria ser reduzida como forma de compensação, de modo que a probabilidade de sucesso no crime aumentaria para $P' > P$. O novo prospecto, nesse caso, seria: $L_1(P'; M_0 + G; M_0 - F')$. Vale ressaltar que a probabilidade de sucesso (parâmetro que tem a ver com a efetividade da polícia) foi ajustada para tornar $E(L) = E(L_1)$. Admitiu-se implicitamente que o ganho na atividade criminal G permanece inalterado. A FIGURA 5.4.5.3 mostra esse novo prospecto, o qual está representado nessa figura pela linha cheia mais baixa. Se antes o indivíduo estava indiferente entre participar ou não do crime, pode-se observar que ele agora é desencorajado a participar da atividade criminosa. Isso porque a utilidade esperada do crime nesse novo prospecto arriscado $u(L_1)$ é menor que a utilidade do prospecto certo $u(M_0)$.

Por outro lado, se o governo decide reformar as polícias, unificando-as e reaparelhando-as para aumentar a efetividade das mesmas e, portanto, inibindo a criminalidade, então a probabilidade de sucesso na atividade criminosa seria reduzida. Isso significa que, com tal reforma $P'' < P$. Para não alterar o valor esperado do crime, a efetividade da justiça seria relaxada, de modo que a perda F'', caso o indivíduo seja detectado, seria agora menor (com $F'' < F$). Esse mais novo prospecto pode ser representado por: $L_2(P''; M_0 + G; M_0 - F'')$. Esse ajustamento na efetividade da justiça permite que os valores esperados sejam igualados, de modo que $E(L) = E(L_2)$. Esse mais novo prospecto está representado na FIGURA 5.4.5.3 pela linha reta cheia mais alta. Se antes o indivíduo estava indiferente entre participar ou não do crime, pode-se observar que ele, agora, é encorajado a participar da atividade criminosa. Isso significa que a utilidade esperada do crime nesse prospecto alternativo, $u(L_2)$, é maior que a utilidade do prospecto certo, $u(M_0)$.

Portanto, pode-se concluir que, se os criminosos são avessos ao risco, a reforma do judiciário seria mais efetiva em combater a criminalidade que a reforma das polícias. É óbvio que uma maior efetividade da justiça aliada à maior eficiência das polícias seria uma situação preferível no combate ao crime.

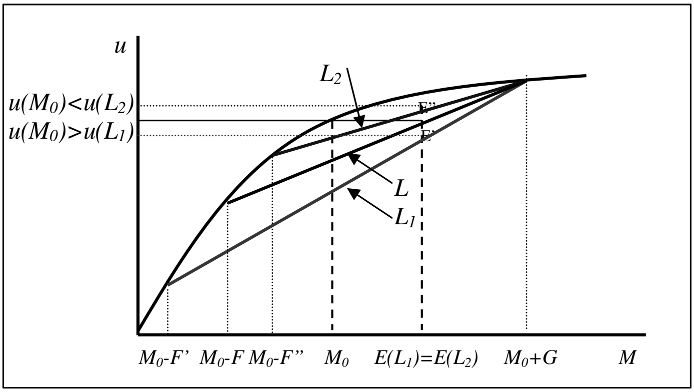


FIGURA 5.4.5.3: A EFICIÊNCIA DA POLÍCIA E DA JUSTIÇA NO COMBATE AO CRIME

==

Questão 5.4.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Dados estatísticos americanos revelam que as chances de um ex-detento ser capturado reincidindo no crime são maiores que as chances de um indivíduo iniciante. Com base nesse fato, se pode afirmar que o valor esperado do crime para um ex-detento é menor que o valor esperado para o iniciante.*

ERRADO

É certo que as chances de um ex-detento ser capturado são maiores do que as de um indivíduo iniciante no crime. No entanto, isto não implica, necessariamente, que o valor esperado do crime de um ex-detento seja menor que aquele praticado por um indivíduo iniciante no crime. A razão é que o ex-detento pode perfeitamente praticar crimes com grandes ganhos e aumentar o seu valor esperado, justificando assim a sua reincidência no crime. Para mostrar isto, denota-se por P_{ED} e P_{IN} as respectivas probabilidades de um ex-detento e de um iniciante serem capturado spraticando crime. Assim, os respectivos valores esperados do crime podem ser expressos por:

$$E(L_{ED}) = P_{ED}M_1^{ED} + (1-P_{ED})M_2^{ED}$$

$$E(L_{IN}) = P_{IN}M_1^{IN} + (1-P_{IN})M_2^{IN}$$

onde M_1 é renda do criminoso caso ele seja capturado e M_2 é a sua renda caso ele não seja detectado. Assim, admitindo-se que $P_{ED} > P_{IN}$, então é perfeitamente possível que $E(L_{ED}) > E(L_{IN})$, bastando, para que esta desigualdade aconteça, que M_2^{ED} seja suficientemente maior que M_2^{IN}.

==

PARTE III

TEORIA DA FIRMA

CAPÍTULO 6: TEORIA DA FIRMA - PRODUÇÃO

6.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este capítulo é o primeiro de uma série de três que estuda o comportamento das firmas ou unidades produtivas. Nele serão analisados os aspectos mais relevantes relacionados à produção.

A produção é, antes de tudo, uma questão técnica, mas traz embutidos vários aspectos econômicos que necessitam ser analisados. Antes de começar a produzir, a firma tem de equacionar o principal problema técnico que é o de encontrar a tecnologia mais apropriada para o seu tipo de negócio, em uma diferente gama de tecnologias alternativas. No entanto, os aspectos técnicos associados à produção não serão os objetivos desta análise. Todas as questões técnicas estarão, de certa forma, sumariadas pela função de produção, de modo que a análise será centrada nos aspectos econômicos, tais como a escolha da melhor combinação de insumos. Por exemplo, questões relacionadas à substituição dos insumos e aos retornos de escala são de fundamental importância para que as firmas possam estabelecer as melhores estratégias de longo prazo, inclusive definindo o tamanho mais apropriado de suas plantas.

Deve-se ressaltar que o conceito de tecnologia ou técnica de produção difere do conceito de função de produção. Conforme será visto a seguir, enquanto a tecnologia estabelece vários níveis de produção a partir de dadas quantidades de insumo, a função de produção vai mais além, estabelecendo o máximo nível de produção.

6.2 INSUMO OU FATOR DE PRODUÇÃO

Escolhida a melhor tecnologia de produção, a firma (ou unidade produtiva) transforma, por meio de algum processo produtivo, insumos ou fatores de produção em produto. Os insumos ou fatores de produção são os principais elementos da produção, pois sem estes não pode haver produção.

==

Definição: Insumo ou fator de produção é qualquer bem ou serviço menos valorizado que contribui para a produção de um produto mais valorizado.

==

Por exemplo, para produzir a massa de acarajé, a baiana utiliza o feijão (do tipo fradinho) como principal insumo. O azeite de dendê, o camarão seco e o sal são outros insumos também utilizados na produção dessa massa saborosa. Costuma-se dizer que coliformes fecais também fazem parte desse rol de insumos, tendo em vista que o sabor do acarajé baiano não seria o mesmo sem uma pitada desse insumo indesejável.

Os insumos de produção podem ser classificados em produzidos e não-produzidos. Exemplos de insumos não-produzidos são a mão-de-obra (ou trabalho), a terra e a capacidade empresarial. O trabalho não especializado é de fato um insumo não produzido. No entanto, o trabalho especializado não pode ser considerado como insumo não produzido, tendo em vista que houve algum investimento em capital humano para transformar o trabalho não especializado em especializado. A energia elétrica, o óleo diesel e o aço são alguns dos muitos exemplos de insumos produzidos utilizados na produção de um grande número de produtos.

Os insumos podem ser também classificados quanto ao tempo em variáveis e fixos. Um insumo é dito fixo se, ao expandir a sua produção, a firma não pode fazer variar o nível de utilização desse insumo. Enquanto que um insumo é considerado variável se o nível de utilização do insumo variar ao se expandir o nível de produção. Obviamente que, se for dado tempo suficiente, todos os insumos poderiam ser, de alguma forma, variáveis. Devido às dificuldades que as firmas encontram em expandir o capital físico no curto prazo, este insumo pode ser considerado como exemplo típico de insumo fixo. Por outro lado, devido à relativa facilidade de expandir a quantidade de trabalho não especializado no curto prazo, o mesmo pode ser considerado como um exemplo característico de insumo variável.

6.3 A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

Durante o processo produtivo, a firma transforma uma variedade de n insumos ou fatores de produção em produto ou produtos. Admitindo-se a produção de um só produto e denotando-se as quantidades desses insumos por $x_1, x_2, ..., x_n$ e o nível de produção por unidade de tempo por y, então se pode definir o importante conceito de função de produção:

==

Definição: A função de produção é uma relação técnica que estabelece o máximo nível de produção por unidade de tempo, y, que pode ser obtido a partir de dadas quantidades desses n insumos, a qual pode ser representada da seguinte forma:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

==

Essa definição permite observar que a função de produção traz embutida o conceito de eficiência técnica, visto que não é qualquer nível de produção que se busca, mas o máximo nível de produção que pode ser obtido a partir dessas dadas quantidades de insumos. Nesse sentido, a função de produção é um conceito de fronteira. Portanto, por buscarem o máximo nível de produção possível, as firmas são, sob o ponto de vista técnico, intrinsecamente eficientes.

A derivada parcial da função de produção em relação ao insumo i, ou seja, $\partial y/\partial x_i$, é denominada de produtividade marginal, servindo para indicar como o nível de produção varia ao fazer-se variar o nível de utilização desse insumo.

==

Questão 6.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A função de produção é uma relação técnica que estabelece a quantidade de produto obtida a partir de certas quantidades de insumo.*

ERRADO

A função de produção não relaciona qualquer nível de produção, mas o máximo nível de produção, que pode ser obtido a partir de certas quantidades de insumos. Portanto, ao estabelecer essa máxima quantidade de produto que pode ser obtida a partir de certas quantidades de insumos, a função de produção é um conceito de fronteira que traz embutida a eficiência técnica.

==

Os principais pressupostos subjacentes à teoria da produção são:

1. Os insumos (ou fatores de produção) e o produto são divisíveis. Isso significa que a função de produção é contínua.
2. Os insumos são utilizados em quantidades não negativas, ou seja, $x_i \geq 0$, com pelo menos um $x_j > 0$.
3. A firma não pode produzir algo a partir de nada:

   $$f(0,0,...,0) = 0$$

   Isso significa que a função de produção parte da origem.
4. Só é possível aumentar o nível de produção se for utilizado mais de, pelo menos, um dos insumos, de modo que:

   $$\partial y/\partial x_i = f_i \geq 0, \text{ com pelo menos um } f_j > 0$$

   Isso significa que a função de produção é não decrescente nas quantidades dos insumos, ou seja, a produtividade marginal do insumo i é não negativa, sendo que pelo menos uma das produtividades marginais tem que ser necessariamente positiva.

5. A função de produção é contínua e duplamente diferenciável, de modo que a primeira e a segunda derivadas existem e são funções contínuas do vetor de insumos $(x_1, x_2, ..., x_n)$.
6. A função de produção é quase-concava, significando que as hiper superfícies de produção são convexas em relação à origem.

==

Questão 6.3.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A função de produção garante que se houver um aumento na quantidade de um insumo, haverá sempre um aumento no nível de produção.*

ERRADO

A assertiva é errada tendo em vista que a função de produção requer apenas que a produtividade marginal de todos os insumos não seja negativa (isto é, $f_1 \geq 0$), admitindo, portanto, produtividade marginal nula. Isso significa que aumentos na utilização de insumos, com produtividade marginal nula, não aumentam a produção. Felizmente essa assertiva não é verdadeira, pois se fosse seria de se esperar que os acarajés baianos tivessem uma quantidade bem maior de coliformes fecais.

==

Objetivando tornar a análise simples e sem perda de generalidade, admite-se que existem apenas dois insumos (ou fatores de produção). Além do que, com dois insumos, pode-se recorrer ao instrumental gráfico para facilitar o entendimento a respeito de uma série de conceitos. Assim, com apenas dois insumos e fazendo-se uso da função de produção $y = f(x_1, x_2)$, pode-se então definir a isoquanta[65]:

==

Definição: Isoquanta é o lugar geométrico de todas as combinações de insumos (x_1, x_2) para os quais o nível de produção é constante, ou seja:

$$\{(x_1, x_2) \mid f(x_1, x_2) = y^0\}$$

onde y^0 é um dado nível de produção[66].

==

Sob o ponto de vista geométrico, a isoquanta é o contorno ou a curva de nível dessa função para um certo nível de produção. Assim, arbitrando-se níveis distintos de produção, pode-se então obter um conjunto de isoquantas, o qual é denominado de mapa de isoquantas.

[65] Isoquanta é uma palavra grega que significa mesma quantidade, resultante da composição de duas outras palavras gregas: *iso* = mesma e *quanta* = quantidade.

[66] Obviamente que esse conceito é válido para qualquer número de insumos. No entanto, ao se supor apenas dois insumos a isoquanta pode ser expressa em um espaço bidimensional, o que torna a análise gráfica bastante simples.

A FIGURA 6.3.1 mostra as curvas de nível ou os contornos da função de produção para quatro níveis distintos de produção. A curva R_1 conecta todos os pontos com produtividade marginal do insumo *1* igual a zero ($f_1 = 0$), enquanto que a curva R_2 contém todos os pontos de produtividade marginal do insumo *2* igual a zero ($f_2 = 0$). Essas duas curvas dividem o espaço em duas regiões, uma central e o seu complemento. A região central é caracterizada pelo fato das produtividades marginais dos dois insumos serem positivas, a qual é conhecida na literatura econômica como região econômica de produção. A região complementar, por apresentar uma ou ambas produtividades marginais negativa, não têm significado econômico. Exatamente por isso elas são conhecidas como regiões não econômicas de produção. Portanto, todas as combinações de insumos na região econômica de produção são eficientes sob o ponto de vista técnico, enquanto que combinações fora dessa região são tecnicamente ineficientes.

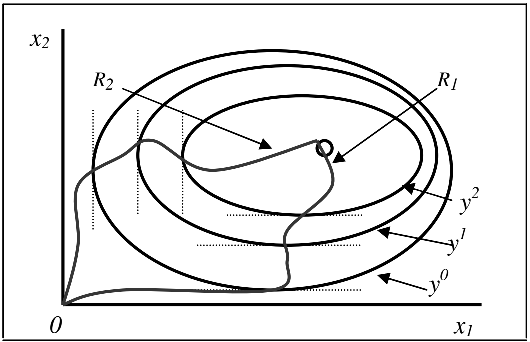


FIGURA 6.3.1: OS CONTORNOS DE PRODUÇÃO E A REGIÃO ECONÔMICA DE PRODUÇÃO

A seguir apresentam-se as principais características das isoquantas:

1. Existe uma isoquanta para cada ponto do espaço de insumos. Essa característica resulta do fato da função de produção ser contínua. Isso significa que o mapa de produção é denso.
2. Quanto mais afastada da origem estiver a isoquanta, maior será o nível de produção. Essa característica é o resultado do fato da função de produção ser não decrescente.
3. As isoquantas apresentam inclinação negativa. Essa característica é resultante da capacidade que a firma tem de substituir insumos e ainda assim manter o seu nível de produção constante.
4. As isoquantas não podem se interceptar. Se as isoquantas se interceptassem seria violada a condição de eficiência técnica.
5. As isoquantas são convexas em relação à origem. Essa característica é resultante do pressuposto de que a função de produção é quase-côncava, o qual é motivado por uma constatação empírica de que a firma não se especializa na utilização de apenas um insumo.

==

Exemplo 6.3.1: Para ilustrar a técnica de obtenção das isoquantas, supõe-se a seguinte função de produção $y = Ax_1^2x_2^2 - Bx_1^3x_2^3$, onde A e B são os parâmetros dessa função, com $A, B > 0$.

Substituindo-se x_1x_2 por z, essa função de produção pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma: $y = Az^2 - Bz^3$. Impondo-se um dado nível de produção $y = y^0$ (diga-se), obtém-se a seguinte equação do terceiro grau:

$$Az^2 - Bz^3 - y^0 = 0$$

a partir da qual resultam três raízes. Escolhendo-se as raízes reais $z = z(y^0)$, obtém-se finalmente a isoquanta desejada:

$$x_1x_2 = z(y^0)$$

cuja representação gráfica é a hipérbole equilátera.

==

A FIGURA 6.3.2 representa graficamente as isoquantas para dois níveis distintos de produção y^0 e y^1. Deve-se ressaltar que ao longo de cada isoquanta o que varia é a proporção de insumos, enquanto se mantém o nível de produção constante. No entanto, ao longo de um raio a partir da origem o que varia é o nível de produção, enquanto se mantém a proporção de insumos constante. Por exemplo, ao mover-se ao longo da isoquanta y^0 de A para B, o nível de produção permanece constante, mas a proporção de insumos (x_2/x_1) sofre uma redução. Relativamente ao ponto A, o ponto B é mais intensivo em x_1. Por outro lado, ao mover-se nessa mesma figura de A para A', ao longo do raio R_1, a proporção de insumos (x_2/x_1) permanece constante, mas o nível de produção aumenta de y^0 para y^1.

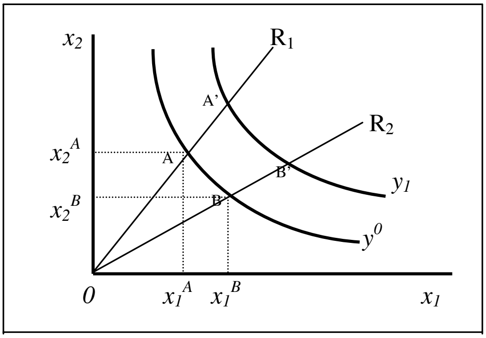


FIGURA 6.3.2: ISOQUANTAS EM UM ESPAÇO BIDIMENSIONAL

6.4 PRODUÇÃO NO CURTO PRAZO

O curto prazo é o período de tempo no qual pelo menos um dos insumos é fixo e não pode ser variado. No curto prazo, as firmas não têm capacidade de variar todos os seus insumos, de modo que pelo menos um dos insumos é fixo. Continuando a admitir por simplicidade que o processo produtivo exige apenas dois insumos, então a função de produção pode ser representada por $y = f(x_1,x_2)$. Admitindo-se que x_2 seja o insumo fixo, e que este seja restrito ao nível $x_2 = x_2^0$, então a função de produção pode ser reescrita da seguinte forma:

$$y = f(x_1,x_2^0) = F(x_1)$$

a qual depende apenas do insumo variável x_1.

A FIGURA 6.4.1 esboça o gráfico da função de produção total para dois níveis distintos de utilização do insumo fixo, x_2^0 e x_2^1, com $x_2^1 > x_2^0$. Pode-se observar que a curva superior (tracejada) está associada a um nível maior de utilização do insumo fixo, quando comparada à curva inferior. Isso significa que, para qualquer nível de utilização do insumo variável, quanto maior for o nível de utilização do insumo fixo, maior também será o nível de produção.

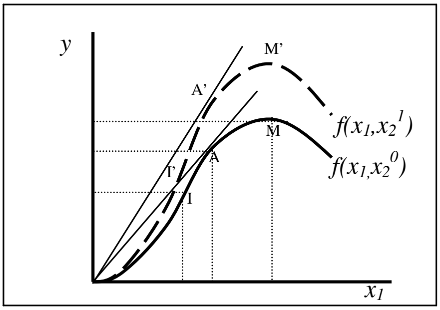


FIGURA 6.4.1: A PRODUÇÃO NO CURTO PRAZO

A FIGURA 6.4.1 mostra ainda que, para cada uma das curvas, à medida que o nível de utilização do insumo variável aumenta, desde o seu nível mais baixo, o nível de produção aumenta, inicialmente a taxas crescentes, até atingir o ponto I ou I'(ponto de inflexão dessas curvas), a partir do qual continua aumentando, mas a taxas decrescentes, até atingir o seu nível máximo (ponto M ou M' nessa figura), quando começa então a decrescer. Essa curva tem esse formato característico devido à lei dos rendimentos decrescentes, que começa a operar a partir do ponto de inflexão (máximo da produtividade marginal), sendo reforçada a partir do ponto A ou A' (máximo da produtividade média), a qual pode pode ser enunciada da seguinte forma:

==

Enunciado:A lei dos rendimentos decrescentes estabelece que, ao se aumentar gradativamente a utilização de um insumo mantendo-se outro constante, a produção aumenta inicialmente a taxas crescentes e posteriormente a taxas decrescentes, atingindo eventualmente um máximo, a partir do qual começa a decrescer.

==

A partir da função de produção total $y = F(x_1)$ pode-se definir as funções de produtividade média e produtividade marginal do insumo variável.

==
Definição: A <u>função de produtividade média do insumo variável</u> é definida pela relação entre a produção total e o nível de utilização desse insumo:

$$Pme_1 = y/x_1$$
==

Sob o ponto de vista geométrico, a curva de produtividade média é o lugar geométrico de todos os pontos formados pelas inclinações de um raio da origem a qualquer ponto na curva de produção total. A FIGURA 6.4.2 mostra a correspondência entre as curvas de produtividade média e produtividade total. Pode-se observar que a produtividade média atinge um máximo no ponto A', correspondendo ao ponto A no painel superior, o qual apresenta a maior inclinação de todos os raios da origem à curva de produto total.

A função de produtividade marginal do insumo variável pode ser definida da seguinte forma:

==
Definição: A <u>função de produtividade marginal do insumo variável</u> é definida pela variação na produção proporcionada por uma variação nesse insumo:

$$Pmg_1 = dy/dx_1$$
==

Sob o ponto de vista geométrico, a curva de produtividade marginal é o lugar geométrico de todos os pontos formados pelas inclinações da tangente à curva de produção total. A FIGURA 6.4.2 mostra a correspondência entre as curvas de produtividade marginal e produtividade total. Uma inspeção dessa figura revela que a produtividade marginal atinge seu máximo no ponto I', que corresponde ao ponto de inflexão da curva de produto total (painel superior), e corta o eixo horizontal no ponto M', correspondendo no painel superior dessa figura ao ponto de máximo da curva de produto total (ponto M).

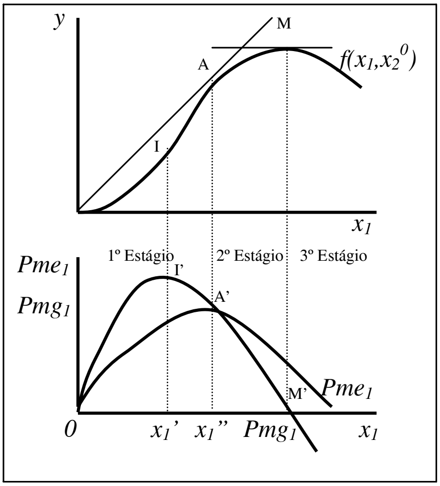


FIGURA 6.4.2: FUNÇÕES DE PRODUTIVIDADE MÉDIA E MARGINAL NO CURTO PRAZO

Tentando entender um pouco mais a respeito do relacionamento que existe entre as curvas de produtividade média e produtividade marginal, toma-se a derivada da função de produtividade média do insumo variável em relação a x_1, donde resulta:

$$\frac{\partial Pme_1}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1}\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} - \frac{y}{x_1}\right) = \frac{1}{x_1}(Pmg_1 - Pme_1)$$

Pode-se observar que: (i) quando a curva de produtividade média cresce (ou seja, $\partial Pme_1/\partial x_1 > 0$), a produtividade marginal é maior que a produtividade média, desde que $1/x_1 > 0$; (ii) quando a curva de produtividade média atinge seu máximo (isto é, $\partial Pme_1/\partial x_1 = 0$), a produtividade marginal é exatamente igual à produtividade média; e (iii) quando a produtividade média declina (ou seja, $\partial Pme_1/\partial x_1 < 0$), a produtividade marginal é menor que a produtividade média. O painel inferior da FIGURA 6.4.2 ilustra esse relacionamento.

As produtividades média e marginal são duas medidas absolutas da contribuição do insumo variável para a produção. Uma medida relativa da contribuição do insumo para a produção, que independe das unidades utilizadas para medir tanto a produção quanto os insumos, é a elasticidade do produto em relação a esse insumo, a qual é definida da seguinte forma:.

==

Definição: A <u>elasticidade do produto em relação ao insumo *i*</u> é definida pela relação entre a variação proporcional na produção e a variação proporcional na utilização do insumo *i*:

$$\varepsilon_{yi} = (\partial y/y)/(\partial x_i/x_i) = (\partial y/\partial x_i)(x_i/y) = Pmg_i/Pme_i$$

==

A elasticidade do produto em relação a um insumo mede, portanto, a sensibilidade do nível de produção frente a uma variação na quantidade desse insumo e pode ser avaliada pela relação entre as suas produtividades marginal e média desse insumo.

==

Questão 6.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Com apenas um insumo de produção variável, se a produtividade marginal for igual à produtividade média, então o nível de produção atingirá o seu máximo.*

ERRADO

Quando a produtividade marginal é igual à produtividade média, a produtividade média (e não a produção total) atinge o seu máximo.

Questão 6.4.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a produtividade média de um insumo for duas vezes maior que a sua produtividade marginal, então a elasticidade do produto em relação a esse insumo deverá ser igual a dois.*

ERRADO

Se $Pme_i = 2Pmg_i$, então a elasticidade do produto em relação a um insumo *i* será igual a $\varepsilon_{yi} = 1/2$, tendo em vista que $\varepsilon_{yi} = Pmg_i/Pme_i$.

==

==

Exemplo 6.4.1: Objetivando ilustrar a produção no curto prazo, toma-se a mesma função de produção do exemplo anterior, que foi especificada por $y = Ax_1^2x_2^2 - Bx_1^3x_2^3$. Admitindo-se que x_2 seja fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, então essa função pode ser reescrita da seguinte forma:

$$y = ax_1^2 - bx_1^3$$

onde $a = A(x_2^0)^2$ e $b = B(x_2^0)^3$ são os novos parâmetros. A representação gráfica dessa função é idêntica àquela apresentada no painel superior da FIGURA 6.4.2.

Assim, as funções de produtividade média e marginal podem ser, respectivamente, obtidas:

$$Pme_1 = y/x_1 = ax_1 - bx_1^2$$
$$Pmg_1 = dy/dx_1 = 2ax_1 - 3bx_1^2$$

as quais são funções do segundo grau, cujos gráficos são parábolas com concavidade voltada para baixo. A curva de produtividade média corta o eixo horizontal nos pontos $(0,0)$ e $(a/b,0)$, cujas coordenadas do ponto máximo são $(a/2b,\ a^2/4b)$; enquanto que a curva de produtividade marginal corta o eixo nos pontos $(0,0)$ e $(2a/3b,0)$, cujas coordenadas do ponto de máximo são $(a/3b,\ a^2/3b)$.

==

O estudante menos atento costuma confundir retornos decrescentes com retornos marginais negativos. A lei dos rendimentos decrescentes se aplica sempre que a produtividade marginal começa a declinar, e não apenas quando a produtividade marginal é negativa. Embora a produção total comece a decrescer após a produtividade marginal atingir o seu valor zero (veja-se FIGURA 6.4.2), a lei dos rendimentos decrescentes começa a atuar muito antes, exatamente quando a produtividade marginal atinge o seu máximo. A lei dos rendimentos decrescentes é reforçada posteriormente quando a produtividade média atinge o seu máximo e se estende a partir de então, inclusive quando a produtividade marginal é negativa.

Visando ampliar o entendimento a respeito da produção no curto prazo, a FIGURA 6.4.2 pode ser dividida em três regiões ou estágios distintos de produção. No primeiro estágio de produção, que vai da origem até o nível de utilização do insumo variável que maximiza a sua produtividade média (x_1" na FIGURA 6.4.2), a produtividade marginal é maior que a produtividade média. O segundo estágio de produção, que se situa entre x_1" e o ponto M' na mesma figura, caracteriza-se pelo fato da produtividade marginal ser menor que a produtividade média. Esses dois estágios de produção são também conhecidos como estágios econômicos de produção[67]. O terceiro estágio de produção está

[67] Embora a produção possa se dar em qualquer um desses dois estágios, uma firma competitiva, que tem o preço do seu produto constante, jamais produziria no primeiro estágio de produção. A justificativa para esse comportamento será vista no oitavo capítulo. No entanto, a intuição para essa impossibilidade é que, ao atuar nesse primeiro estágio de produção, a firma poderia aumentar seu lucro aumentando o seu nível de

compreendido entre o ponto M' e o limite de utilização do insumo variável e, por apresentar produtividade marginal do insumo variável negativa, é conhecido como estágio não econômico de produção. Firma alguma produziria nesse terceiro estágio de produção, tendo em vista que o produtor poderia aumentar seu nível de produção simplesmente reduzindo o nível de utilização do insumo variável.

Tomando-se a FIGURA 6.4.2 como referência, pode-se observar que nos dois primeiros estágios de produção (estágios econômicos de produção) a elasticidade do produto em relação ao insumo variável é positiva. No primeiro estágio de produção a elasticidade do produto em relação ao insumo variável é maior que a unidade, isto é, $\varepsilon_{y1} > 1$, desde que $Pmg_1 > Pme_1$. No segundo estágio de produção essa elasticidade é menor que a unidade, ou seja, $0 < \varepsilon_{y1} < 1$, visto que $Pmg_1 < Pme_1$. Finalmente, no terceiro estágio de produção (estágio não econômico de produção) essa elasticidade é menor que zero, tendo em vista que $Pmg_1 < 0$ e $Pme_1 > 0$.

6.5 A TECNOLOGIA E A SUBSTITUIÇÃO DE INSUMOS

Para melhor entender o conceito de tecnologia de produção e a possibilidade de substituição dos insumos na produção, considere o seguinte exemplo de uma firma locadora de caminhões. Especificamente, supõe-se que a locadora assinou um contrato com uma construtora para ofertar uma frota de 20 caminhões todos os dias, os quais deverão ser alocados para trabalho em um canteiro de obra da construtora. Uma vez que a frota de caminhões estará em constante uso, alguns caminhões apresentarão defeitos ocasionalmente. Prevendo a possibilidade ocasional de caminhões defeituosos, o chefe da oficina mecânica dessa locadora desenvolveu um plano de produção para assegurar um mínimo de 20 caminhões em operação todos os dias, conforme mostrado no QUADRO 6.5.1.

QUADRO 6.5.1

Plano	Caminhões	Mecânicos
A	30	2
B	26	3
C	23	4
D	21	5
E	22	6

A FIGURA 6.5.1 mostra as várias possibilidades de combinar mecânicos e caminhões imaginadas pelo chefe da oficina para se obter um nível de produção correspondente a *20* caminhões dia, ou seja, $y^0 = 20$. Pode-se observar que o plano E é um plano ineficiente, tendo em vista que para produzir um nível equivalente a *20* caminhões dia, são utilizados proporcionalmente mais insumos do que os níveis necessários. Quando comparado com o plano D, o plano E utiliza mais de ambos insumos para produzir o mesmo nível de produção do plano D, mostrando que o plano E é, de fato, ineficiente.

produção, visto que a sua receita aumentaria mais do que proporcional ao aumento no seu custo. Essa expansão na produção levaria a firma a produzir no segundo estágio.

Deve-se ressaltar que a isoquanta resultante desses planos de produção é convexa em relação à origem, embora ela possa parecer linear na FIGURA 6.5.1. Essa convexidade indica que a substituição entre caminhões e mecânicos não é perfeita.

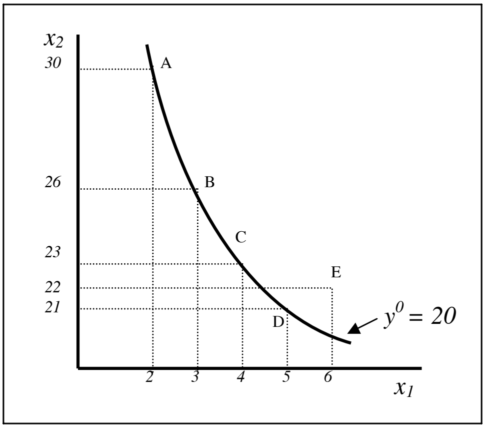


FIGURA 6.5.1: A TECNOLOGIA E A SUBSTITUIÇÃO DE INSUMOS

Uma questão importante associada à produção é saber até que ponto a firma poderá substituir um fator de produção por outro, principalmente quando o preço de algum insumo sofrer um aumento, tornando-o mais caro, relativamente aos demais. Para entender um pouco mais a respeito dessa substituição, toma-se a diferencial total da função de produção $y = f(x_1,x_2)$ para um dado nível de produção (ou seja, $dy = 0$), donde resulta a seguinte equação:

$$f_1dx_1 + f_2dx_2 = 0$$

a partir da qual obtém-se a inclinação da isoquanta:

$$dx_2/dx_1 = -(f_1/f_2) < 0$$

a qual é, de fato, negativa, tendo em vista que as produtividades marginais, f_1 e f_2, são ambas não negativas, por pressuposto. A inclinação da isoquanta relaciona a quantidade de um insumo que pode ser substituído por uma certa quantidade de outro, mantendo-se o nível de produção constante

Uma medida absoluta da maior ou menor capacidade de substituição de insumos da função de produção é propiciada pela taxa marginal de substituição técnica, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>taxa marginal de substituição técnica</u>, denotada por τ_t, é definida pela inclinação da isoquanta, removendo-se o sinal negativo, ou seja:

$$\tau_t = -(dx_2/dx_1) = f_1/f_2$$

Ela mede o aumento necessário na quantidade x_1 que é requerido para manter o mesmo nível de produção quando x_2 é reduzido, ou vice versa.

==

Deve-se ressaltar que o pressuposto da quase-concavidade da função de produção implica que a taxa marginal de substituição técnica diminui à medida que x_1 é expandido, isto é:

$$d\tau_t/dx_1 < 0$$

Isso significa que $f_1^2 f_{22} - 2f_1 f_2 f_{12} + f_2^2 f_{11} < 0$, ou seja, as isoquantas são convexas em relação à origem[68].

Para o exemplo acima da locadora de caminhões, pode-se avaliar a taxa marginal de substituição técnica entre os vários pares de planos eficientes de produção da seguinte forma:

$$\tau_{t(AB)} = -(dx_2/dx_1)_{AB} = -(30\text{-}26)/(2\text{-}3) = 4$$
$$\tau_{t(BC)} = -(dx_2/dx_1)_{BC} = -(26\text{-}23)/(3\text{-}4) = 3$$
$$\tau_{t(CD)} = -(dx_2/dx_1)_{CD} = -(23\text{-}21)/(4\text{-}5) = 2$$

Uma medida relativa (não negativa) da maior ou menor capacidade de substituição entre insumos na função de produção é obtida através da elasticidade de substituição, a qual é definida da seguinte forma:

==

Definição: A elasticidade de substituição, que se denota por σ, é a relação entre a variação proporcional da proporção de insumos e a variação proporcional na taxa marginal de substituição técnica, ou seja:

$$\sigma = \frac{d(x_2 / x_1) / (x_2 / x_1)}{d\tau_1 / \tau_1}$$

onde $d(x_2/x_1)/(x_2/x_1)$ é a variação proporcional na proporção de insumos e $d\tau_t/\tau_t$ é a variação proporcional na taxa marginal de substituição técnica.

==

A FIGURA 6.5.2 mostra as isoquantas de duas funções de produção especiais em termos de substituição dos insumos (casos extremos). No painel (a) as isoquantas são lineares, de modo que a substituição entre os insumos é perfeita (ou seja, $\sigma = \infty$). As isoquantas do painel (b) são em forma de L, de modo que não há possibilidade alguma de substituição entre os insumos (isto é, $\sigma = 0$). A função de produção no primeiro caso é conhecida como função de produção linear e é especificada por:

$$y = \alpha x_1 + \beta x_2, \text{ com } \alpha, \beta > 0$$

Nesse caso, pode-se observar que ao longo da isoquanta a taxa marginal de substituição técnica é constante, de modo que a mesma produção pode ser obtida com uma maior ou menor quantidade de um insumo em substituição ao outro.

A função de produção no segundo caso é conhecida pela denominação de proporções fixas (ou de Leontieff), a qual é especificada por:

---

[68] Embora toda função quase-côncava implique necessariamente que suas curvas de nível são convexas em relação à origem, o inverso não é verdadeiro.

$$y = min\{x_1/\alpha,\ x_2/\beta\},\ com\ \alpha, \beta > 0$$

onde α e β são os coeficientes ou requerimentos técnicos por unidade de produto, os quais são fixos. A palavra *min* antes da chave significa que se deve tomar o menor dos elementos entre chaves. Nesse caso específico, o que é constante é a proporção de insumos, não sendo possível aumentar a produção sem que haja um aumento dos dois insumos na exata proporção especificada pela função.

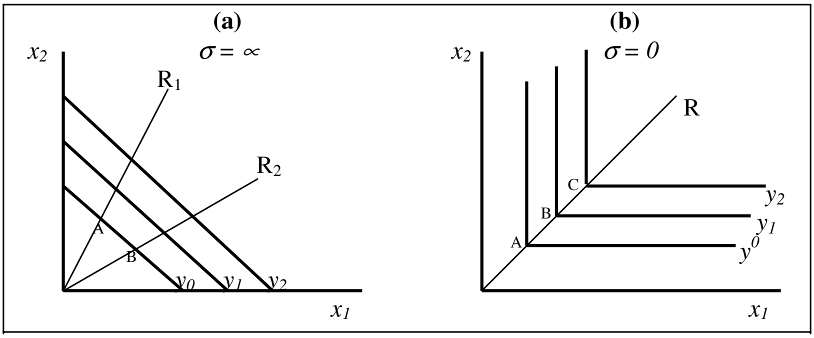


FIGURA 6.5.2: ISOQUANTAS NOS CASOS EXTREMOS DE SUBSTITUIÇÃO

Portanto, na função de produção com proporções fixas não há possibilidade de substituir um insumo por outro na produção, de modo que não se pode aumentar o nível de produção sem que haja um aumento nos dois insumos na exata proporção especificada pela função. Isso significa que a produtividade marginal de qualquer insumo é zero, pois expandindo-se a utilização de algum insumo sem aumentar a utilização do outro, o nível de produção não se altera.

==

Exemplo 6.5.1: A título de ilustração, pode-se mostrar que a função de produção conhecida na literatura econômica por CES[69], a qual é especificada por:

$$y = [\alpha x_1^{-\rho}+(1-\alpha)x_2^{-\rho}]^{-1/\rho}\ ,\ com\ \alpha > 0\ e\ \rho > -1$$

apresenta elasticidade de substituição constante e igual $\sigma = 1/(1+\rho)$. Para verificar isso, parte-se das suas produtividades marginais, $f_1 = \alpha\,(y/x_1)^{1+\rho}$ e $f_2 = (1-\alpha)\ (y/x_2)^{1+\rho}$ e toma-se a razão, ou seja:

$$f_1\,/\,f_2 = \tau_t = [\alpha/(1-\alpha)](x_2/x_1)^{1+\rho}$$

donde resulta:

$$x_2/x_1 = \{[(1-\alpha)/\alpha]\,\tau_t\,\}^{1/(1+\rho)}$$

[69] A denominação CES (constant elasticity of substitution) deve-se ao fato dessa função apresentar elasticidade de substituição constante. Nessa função, α representa o parâmetro distributivo, enquanto que ρ é o parâmetro de substituição.

de modo que (tomando-se o logaritmo em ambos os lados):

$$ln(x_2/x_1) = [1/(1+\rho)]\{ln[(1-\alpha)/\alpha]+ln\,\tau_t\}$$

Tomando-se a sua derivada em relação a $ln\,\tau_t$, resulta:

$$dln(x_2/x_1)/dln\,\tau_t = 1/(1+\rho)$$

Desde que (por definição):

$$\sigma = \frac{d(x_2/x_1)(x_2/x_1)}{d\tau_1/\tau_1} = \frac{d\ln(x_2/x_1)}{d\ln\tau_1}$$

então resulta:

$$\sigma = 1/(1+\rho)$$

==

6.6 VARIAÇÃO E RETORNOS DE ESCALA

O conhecimento de como o nível de produção se comporta frente a variações proporcionais em todos os insumos é importante para estabelecer as melhores estratégias de longo prazo para a firma. A quantificação dos retornos de escala é particularmente importante como elemento de definição para o tamanho das plantas no longo prazo.

==

Definição: Retornos de escala é a variação no nível de produção causada por uma variação proporcional em todos os insumos. Os retornos de escala podem ser crescentes, constantes ou decrescentes.

==

Uma variação proporcional em todos os insumos pode causar um impacto na produção de magnitude maior (igual ou menor) do que a variação nos insumos. Quando a variação da produção é maior que a variação proporcional em todos os insumos, diz-se que a função de produção apresenta retornos crescentes de escala. Nesse caso específico, seria recomendável que a firma optasse por uma planta de tamanho maior relativamente a um número maior de pequenas plantas. Quando a variação na produção é exatamente igual à variação na utilização de todos os insumos, a função de produção exibe retornos constantes de escala. Nesse caso, seria indiferente se a firma optasse por uma planta de tamanho maior ou várias plantas de tamanho menor. Por outro lado, quando a variação na produção é menor que a variação proporcional na utilização em todos os insumos, diz-se que a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala. Isso significa que a firma deveria optar por um número maior de pequenas plantas do que uma planta de tamanho grande.

Os painéis (a), (b) e (c) da FIGURA 6.6.1 ilustram essas três possibilidades. As isoquantas delineadas no painel (a) caracterizam uma função de produção que apresenta retornos crescentes de escala, tendo em vista que o dobro na produção exigiu menos que o dobro na utilização dos insumos. Isso é verdade porque AB > BC, de modo que AB/BC > 1. A função de produção associada às isoquantas exibidas no painel (b) apresenta retornos constantes de escala, uma vez que o dobro da produção exigiu o dobro dos insumos. Isso pode ser comprovado pelo fato de que o segmento AB é exatamente igual ao segmento BC, de modo que AB/BC = 1. Finalmente, a função de produção definida pelas isoquantas do painel (c) exibe retornos decrescentes de escala, tendo em vista que o dobro da produção exigiu mais do que o dobro dos insumos. Nesse caso, o segmento AB é menor que o segmento BC, implicando que AB/BC < 1.

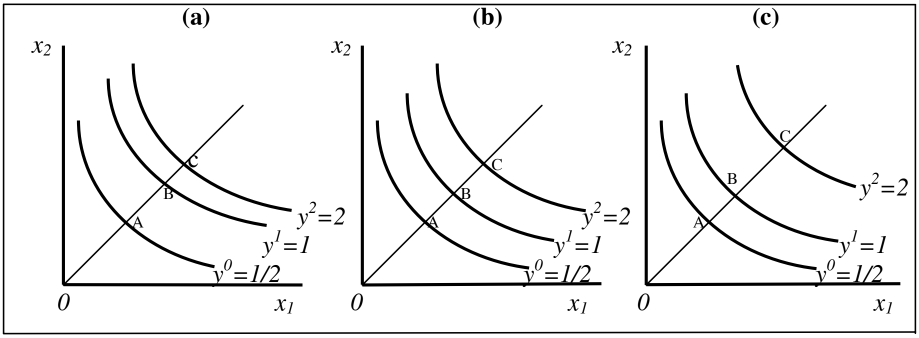


FIGURA 6.6.1: RETORNOS DE ESCALA CRESCENTE, CONSTANTE E DECRESCENTE

A título de exemplo, se um aumento de 10% em todos os insumos causar um aumento na produção de 15%, diz-se que a função de produção exibe retornos crescentes de escala. Se o aumento na produção fosse de 10%, a função de produção apresentaria retornos constantes de escala. Por outro lado, se o aumento na produção tivesse sido de apenas 5%, a função de produção exibiria retornos decrescentes de escala.

Uma mesma função de produção pode apresentar todos os três tipos de retornos de escala. A FIGURA 6.6.2 ilustra esse caso e mostra que, para a proporção de insumos representada pelo raio R_1, a função de produção exibe retornos decrescentes de escala, desde que AB/BC < 1. Já para a proporção R_2, a função apresenta retornos constantes de escala, tendo em vista que AB/BC = 1. Finalmente, para a proporção R_3, a função de produção exibe retornos crescentes de escala, uma vez que AB/BC > 1.

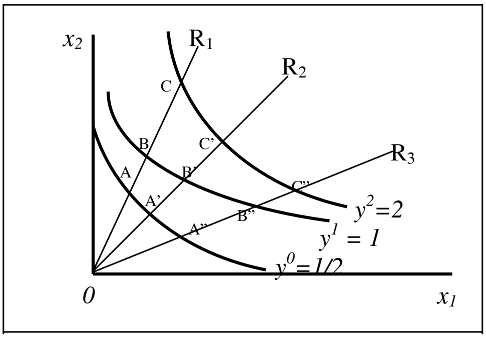


FIGURA 6.6.2: RETORNOS DE ESCALA

A presença de retornos crescentes de escala está associada a uma maior especialização dos insumos (por exemplo, o capital e o trabalho) à medida que se aumenta a escala de produção. Por outro lado, as principais razões oferecidas para justificar a existência de retornos decrescentes de escala são a perda dos ganhos de especialização dos insumos e os problemas organizacionais que surgem na medida que a firma se expande. A presença de retornos decrescentes de escala podem explicar porque firmas operam em múltiplas plantas menores, ao invés de uma planta grande.

==

Questão 6.6.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Retornos decrescentes de escala significa que à medida que se expande a utilização dos insumos a produção diminui.*

ERRADO

Retornos decrescentes de escala significa que o produto aumenta proporcionalmente menos que o aumento em todos os insumos.

==

Uma medida relativa dos retornos de escala, que independe das unidades em que são medidas a produção e os insumos, pode ser obtida através da elasticidade de escala, a qual é definida da seguinte forma:

==

Definição: Elasticidade de escala, denotada por E, é a variação proporcional (ou percentual) no nível de produção dividida pela variação proporcional no nível de utilização de todos os insumos, ou seja:

$$E = \frac{dy / y}{d\theta / \theta}$$

onde $\partial\theta/\theta$ é a variação proporcional em todos os insumos.

==

Desde que $\partial\theta/\theta = \partial x_i/x_i,\ \forall i$, então a elasticidade de escala pode ser reescrita da seguinte forma:

$$E = \frac{dy / y}{d\theta / \theta} = \sum_i \frac{\partial y / y}{\partial x_i / x_i} = \sum_i \varepsilon_{yi}$$

onde ε_{yi} é a elasticidade do produto em relação ao insumo i. Portanto, a elasticidade de escala pode ser alternativamente avaliada através do somatório de todas as elasticidades do produto em relação a cada um dos fatores de produção.

A elasticidade de escala é uma medida da resposta do nível de produção frente a uma variação proporcional em todos os insumos. O nível de produção pode variar proporcionalmente mais (ou menos) do que uma variação na escala, o que dependerá se a elasticidade de escala é maior (ou menor) que *1*. Isso permite que a magnitude da elasticidade de escala possa ser utilizada para avaliar os retornos de escala, da seguinte forma:

==
Definição: **1.** Se $E > 1$, a função de produção apresenta <u>retornos crescentes de escala</u>, indicando que a variação no nível de produção é maior que a variação proporcional em todos os insumos.

2. Se $E = 1$, a função de produção apresenta <u>retornos constantes de escala</u>, de modo que as variações na produção e nos insumos são exatamente iguais.

3. Se $E < 1$, a função de produção apresenta <u>retornos decrescentes de escala</u>, que significa que a variação na produção é menor que a variação nos insumos.
==

==
Questão 6.6.2:(CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Retorno decrescente de escala significa que as elasticidades do produto de todos os insumos devem ser necessariamente menores que a unidade.*

CERTO

Retorno decrescente de escala implica em elasticidade de escala menor que um (isto é, $E < 1$). Por definição, $E = \sum_i \varepsilon_{yi}$. Assim, desde que $\varepsilon_{yi} \geq 0$, então para que $E < 1$ é necessário que $\varepsilon_{yi} < 1$, para todo i.

Questão 6.6.3:(CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Retorno crescente de escala significa que a elasticidade do produto de, pelo menos, um insumo deve ser maior que a unidade.*

ERRADO

Retorno crescente de escala implica em elasticidade de escala maior que a unidade, isto é, $E = (\partial y/\partial \theta)(\theta/y) = \sum_i \varepsilon_{yi} > 1$. Isso significa que a presença de, pelo menos, uma das elasticidade do produto maior que a unidade ($\varepsilon_{yi} > 1$) não é condição necessária nem suficiente para que a firma experimente retorno crescente de escala. É perfeitamente possível que a soma de todas as elasticidades do produto seja maior que a unidade e, ainda assim, todas essas elasticidades sejam menores que a unidade. Isso comprova que não há necessidade de que, pelo menos, uma das parcelas seja maior que um para que o total possa ser maior que a unidade. Por exemplo, com apenas dois insumos, se as elasticidades do produto forem $\varepsilon_{y1} = 1/2$ e $\varepsilon_{y2} = 2/3$, ambas menores que um, a elasticidade de escala será maior que a unidade, ou seja, $E = 1/2 + 2/3 = 7/6 > 1$.

Questão 6.6.4:(CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Retorno decrescente de escala significa que as elasticidades do produto de todos os insumos não podem ser maiores que a unidade.*

INCERTO

Retorno decrescente de escala significa que a elasticidade de escala é menor que a unidade, ou seja, $E < 1$. Visto que $E = \sum_i \varepsilon_{yi}$, então $\sum_i \varepsilon_{yi} < 1$. Isso significa que a observância de todos os termos (elasticidades do produto) desse somatório menor que a unidade é condição necessária, mas não suficiente para que a soma seja menor que a unidade. Em outras palavras, essa condição, por si só, não é garantia de retornos decrescentes de escala. A condição de suficiência que garantiria a presença de retornos decrescentes de escala seria a soma de todas as elasticidades do produto menor que a unidade.

***

O conceito de retornos de escala fica mais fácil de ser entendido quando associado às funções de produção homogêneas, as quais serão objeto de estudo da próxima seção.

6.7 FUNÇÕES DE PRODUÇÃO HOMOGÊNEAS

As funções de produção homogêneas são uma classe de funções de produção, com certas características especiais, com uma grande aplicabilidade em estudos econométricos.

***

Definição: Diz-se que $y = f(x_1,x_2)$ é uma <u>função de produção homogênea</u> se e somente se:

$$f(\theta x_1,\ \theta x_2) = \theta^t f(x_1,x_2) = \theta^t y$$

onde $\theta \geq 0$ é o fator de escala e t é uma constante que estabelece o grau de homogeneidade da função de produção.

***

A variação da escala de produção é equivalente a uma variação do nível de utilização de todos os insumos na mesma proporção e se processa, geometricamente falando, através de variações da produção ao longo de um raio a partir da origem. O fator de escala θ é exatamente o parâmetro que define a variação que cada um dos insumos sofrerá, mantendo-se constantes as proporções em que os insumos são combinados.

***

Exemplo 6.7.1: A função de produção Cobb-Douglas, a qual é especificada por $y = ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$, com $\alpha,\beta > 0$, é homogênea de grau $t = \alpha+\beta$, visto que:

$$a(\theta x_1)^{\alpha}(\theta x_2)^{\beta} = \theta^{\alpha+\beta}(ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}) = \theta^{\alpha+\beta}y$$

A função de produção CES (elasticidade de substituição constante), a qual é definida por $y = [\alpha x_1^{\rho}+\beta x_2^{\rho}]^{\gamma/\rho}$ é homogênea de grau $t = \gamma$, uma vez que:

$$[\alpha(\theta x_1)^{\rho}+\beta(\theta x_2)^{\rho}]^{\gamma/\rho} = \theta^{\gamma}[\alpha(x_1)^{\rho}+\beta(x_2)^{\rho}]^{\gamma/\rho} = \theta^{\gamma}y$$

Por outro lado, a função de produção $y = Ax_1^2x_2^2\text{-}Bx_1^3x_2^3$ não é homogênea, tendo em vista que:

$$A(\theta x_1)^2(\theta x_2)^2-B(\theta x_1)^3(\theta x_2^3) = \theta^4(Ax_1^2x_2^2-\theta^2Bx_1^3x_2^3) \neq \theta^4y$$

***

A aplicabilidade prática das funções de produção homogêneas reside no fato de que os retornos de escala são medidos diretamente pelo grau de homogeneidade t dessas funções. Assim:

==

Definição: **1.** Se $t > 1$, a função exibe retornos crescentes de escala.

2. Se $t = 1$, a função apresenta retornos constantes de escala.

3. Se $t < 1$, a função exibe retornos decrescentes de escala.

==

==

Questão 6.7.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A lei dos rendimentos decrescentes não se aplica a uma função de produção que exibe retorno constante de escala.*

ERRADO

A lei dos rendimentos decrescentes se aplica a qualquer função de produção, independentemente do tipo de retornos de escala que ela exibe. Por envolverem condições distintas de variações de insumos, o conceito de retornos de escala difere fundamentalmente daquele associado à lei dos rendimentos decrescentes. Isto é, o conceito de retornos de escala está associado a uma variação proporcional em todos os insumos, enquanto que a lei dos rendimentos decrescentes está associada ao fato de que, no curto prazo, pelo menos um insumo é fixo e não pode ser variado. Nesse caso, ao se aumentar a produção, com pelo menos um insumo fixo, a produtividade marginal do insumo variável torna-se decrescente a partir de algum ponto.

==

As funções de produção homogêneas apresentam as seguintes propriedades:

1. Se $y = f(x_1,x_2)$ é homogênea de grau t, então suas produtividades marginais (derivadas parciais) serão homogêneas de grau $t-1$.
2. Se $y = f(x_1,x_2)$ é homogênea de grau t, então o teorema de Euler garantirá que:
$$x_1f_1 + x_2f_2 = ty$$
3. Se $y = f(x_1,x_2)$ é homogênea de grau t, então a taxa marginal de substituição técnica τ_t será constante ao longo de um raio a partir da origem, de modo que:
$$\tau_t = \frac{f_1(\theta x_1, \theta x_2)}{f_2(\theta x_1, \theta x_2)} = \frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)}$$
Isso significa que as inclinações das isoquantas serão paralelas ao longo de um raio a partir da origem[70]. Em outras palavras, as isoquantas serão projeções radiais da isoquanta unitária. A FIGURA 6.7.1 mostra as isoquantas para o caso de uma função de produção homogênea.

[70] Conforme será visto no próximo capítulo, essa propriedade implica em que o caminho de expansão da produção (ou da firma) seja linear.

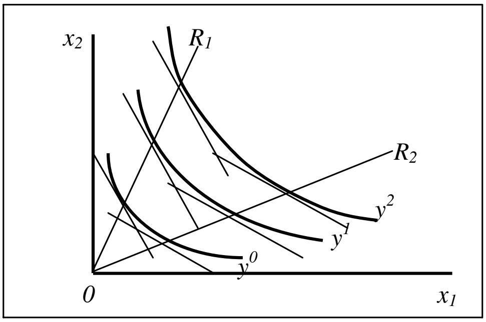


FIGURA 6.7.1: ISOQUANTAS DE UMA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HOMOGÊNEA

==

Questão 6.7.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a função produção $y = f(x_1,x_2)$ é homogênea linear, então produtividade marginal declinante ($f_{11} < 0$) implica, necessariamente, em que os insumos sejam complementares, de modo que $f_{12} > 0$.*

CERTO

Se a função de produção é homogênea linear (ou seja, de grau um), então o teorema de Euler garante que:

$$x_1f_1 + x_2f_2 = y$$

onde $f_1 = \partial y/\partial x_1$ e $f_2 = \partial y/\partial x_2$ são as produtividades marginais dos insumos. Diferenciando ambos os lados da equação em relação a x_1, mantendo-se x_2 constante, resulta:

$$x_1f_{11} + f_1 + x_2f_{21} = f_1$$

Simplificando os termos, tem-se:

$$f_{21} = -(x_1/x_2)f_{11}$$

Dois insumos são ditos complementares se, ao aumentar-se a quantidade de um insumo, aumenta-se a produtividade marginal do outro. Assim, produtividade marginal declinante ($f_{11} < 0$) implica, necessariamente, em que $f_{21} > 0$, ou seja, os insumos são complementares.

Questão 6.7.3:(CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Para funções de produção homogêneas de grau um se pode afirmar que, se a produtividade média de um insumo cresce, a produtividade marginal do outro insumo terá que ser, necessariamente, negativa.*

CERTO

Desde que $y = f(x_1,x_2)$ é homogênea de grau 1, então o teorema de Euler garante que:

$$x_1f_1 + x_2f_2 = y$$

Dividindo-se ambos os membros por y, tem-se:

$$f_1/(y/x_1) + f_2/(y/x_2) = 1$$

ou:

$$Pmg_1/Pme_1 + Pmg_2/Pme_2 = 1$$

donde, resulta:

$$Pmg_2/Pme_2 = 1 - Pmg_1/Pme_1 < 0$$

Tendo em vista que, quando a curva de Pme_1 cresce, $Pmg_1 > Pme_1$, de modo que $Pmg_1/Pme_1 > 1$. Portanto, desde que o Pme_2 não pode ser negativo, isso implica que o Pmg_2 terá que ser, necessariamente, negativo. Portanto, quando a Pme_1 cresce, o $Pmg_2 < 0$.

==

Se a função de produção é homogênea de grau um (ou linear), pode-se garantir que, além de satisfazer essas três propriedades mencionadas, suas produtividades média e marginal dependem apenas das proporções de insumos e independem das quantidades absolutas desses insumos, de modo que:

$$Pme_i = g(x_2/x_1)$$
$$Pmg_i = h(x_2/x_1)$$

==

Exemplo 6.7.2: A título de ilustração e objetivando comprovar essa característica, toma-se a seguinte função de produção Cobb-Douglas, $y = ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$, a qual é homogênea linear.

$$Pme_1 = y/x_1 = ax_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha} = a(x_2/x_1)^{1-\alpha}$$
$$Pme_2 = y/x_2 = ax_1^{\alpha}x_2^{-\alpha} = a(x_2/x_1)^{-\alpha}$$
$$Pmg_1 = \partial y/\partial x_1 = f_1 = \alpha ax_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha} = \alpha a(x_2/x_1)^{1-\alpha}$$
$$Pmg_2 = \partial y/\partial x_1 = f_2 = (1-\alpha)ax_1^{\alpha}x_2^{-\alpha} = (1-\alpha)a(x_2/x_1)^{-\alpha}$$

Pode-se observar que tanto as produtividades média quanto as produtividades marginais são funções da proporção de insumos (x_2/x_1) e, portanto, dependem apenas da proporção em que estes insumos são combinados. Isto significa que as produtividades média e marginal não dependem da escala de produção e, portanto, independem das quantidades absolutas de insumos.

Além disso, pode-se também observar que:

1. As produtividades marginais são homogêneas de grau zero, pois:

$$\alpha a(\theta x_2/\theta x_1)^{1-\alpha} = \alpha a(x_2/x_1)^{1-\alpha} = f_1$$
$$(1-\alpha)a(\theta x_2/\theta x_1)^{-\alpha} = (1-\alpha)a(x_2/x_1)^{-\alpha} = f_2$$

2. Se aos insumos forem pagos (a título de remuneração) as suas respectivas produtividades marginais, a produção seria totalmente exaurida, não existindo excedente econômico (teorema de Euler), tendo em vista que:

$$x_1\alpha ax_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha} + x_2(1-\alpha)ax_1^{\alpha}x_2^{-\alpha} = ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha} = y$$

3. A taxa marginal de substituição técnica é constante ao longo de um raio a partir da origem:

$$\tau_t = -(dx_2/dx_1) = f_1/f_2 = [\alpha/(1-\alpha)](x_2/x_1)$$

desde que esta depende apenas da proporção de insumos.

==

==

Exercício 6.7.1: *Suponha que a função de produção seja especificada por $y = x_1 + (x_1x_2)^{1/2}$.*

(i) Mostre que esta função é homogênea linear (ou seja, de grau 1).

Substituindo x_1 e x_2 por θx_1 e θx_2 na função de produção, resulta:

$$\begin{aligned}\theta x_1 + [(\theta x_1)(\theta x_2)]^{1/2} &= \theta x_1 + \theta(x_1x_2)^{1/2} \\ &= \theta[x_1 + (x_1x_2)^{1/2}] \\ &= \theta y\end{aligned}$$

Como o expoente de θ é igual a *l*, a função de produção é homogênea linear.

(ii) Verifique o teorema de Euler.

O teorema de Euler garante que:

$$\begin{aligned}x_1(dy/dx_1) + x_2(dy/dx_2) &= x_1[1 + (1/2)(x_2/x_1)^{1/2}] + x_2(1/2)(x_1/x_2)^{1/2} \\ &= x_1 + (1/2)(x_1x_2)^{1/2} + (1/2)(x_1x_2)^{1/2} \\ &= x_1 + (x_1x_2)^{1/2} \\ &= y\end{aligned}$$

(iii) Mostre que as produtividades marginais e as produtividades médias dependem apenas das proporções de insumos (i.e., são independentes das quantidades absolutas dos insumos).

$$\begin{aligned}Pmg_1 &= dy/dx_1 = 1 + x_2/[2(x_1x_2)^{1/2}] = 1 + (1/2)(x_2/x_1)^{1/2} \\ Pmg_2 &= dy/dx_2 = x_1/[2(x_1x_2)^{1/2}] = (1/2)(x_2/x_1)^{-1/2} \\ Pme_1 &= y/x_1 = 1 + (x_2/x_1)^{1/2} \\ Pme_2 &= y/x_2 = x_1/x_2 + (x_2/x_1)^{-1/2}\end{aligned}$$

Pode-se observar que todas essas magnitudes dependem apenas da proporção de insumos x_2/x_1 e, portanto, independem das quantidades absolutas dos mesmos.

==

CAPÍTULO 7: TEORIA DA FIRMA - CUSTOS

7.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O custo total de produção pode ser avaliado pelo somatório dos gastos com cada insumo utilizado no processo produtivo. Continuando a admitir, por simplicidade analítica, que a firma utiliza apenas dois fatores de produção, então o custo total de produção pode ser expresso por:

$$C = w_1 x_1 + w_2 x_2$$

onde w_1 e w_2 são os preços dos insumos, os quais são ambos não negativos (com pelo menos um positivo) e supostamente conhecidos pela firma.

A partir da expressão do custo total de produção $C = w_1 x_1 + w_2 x_2$, pode-se, então, definir a curva de isocusto, de forma análoga ao conceito de isoquanta introduzido no capítulo anterior:

==

Definição: Isocusto é o lugar geométrico de todas as combinações de insumos (x_1, x_2) para os quais o nível de custo é constante, ou seja:

$$\{(x_1, x_2) \mid C^0 = w_1 x_1 + w_2 x_2 \}$$

onde C^0 representa um dado nível de custo.

==

Sob o ponto de vista geométrico, a isocusto é uma linha reta de igual custo de produção. Isto pode ser visto ao se expressar x_2 em função de x_1 na equação de custo total de produção, para um dado nível de custo C^0, donde resulta:

$$x_2 = \frac{C^0}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1$$

onde C^0/w_2 é o coeficiente linear (ou intercepto) e $-(w_1/w_2)$ é o coeficiente angular (ou inclinação) da reta. Arbitrando-se níveis distintos de custos, pode-se obter um conjunto de linhas de isocusto, o qual é denominado de mapa de isocustos, em analogia ao mapa de isoquantas da teoria da produção. A FIGURA 7.1.1 ilustra o mapa de isocustos para três níveis distintos de custo.

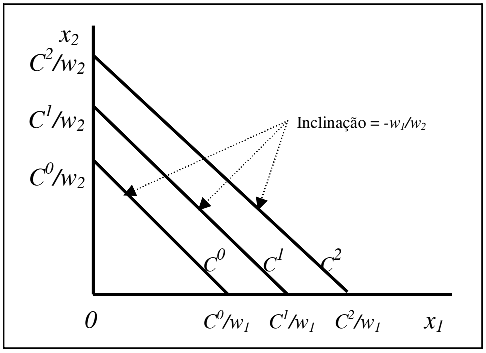


FIGURA 7.1.1: AS LINHAS DE ISOCUSTO

Uma questão importante concernente à teoria dos custos é saber até que ponto a firma pode substituir um insumo por outro na produção de modo a manter o custo constante. Esta questão pode ser endereçada conhecendo-se a inclinação da isocusto, a qual pode ser obtida ao diferenciá-la em relação a x_1, donde resulta:

$$\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{C^0} = -\frac{w_1}{w_2} < 0$$

Sua inclinação é, de fato, negativa, tendo em vista que os preços dos insumos w_1 e w_2 são ambos não negativos, por pressuposto. A inclinação da isocusto relaciona a quantidade de um insumo que pode ser substituído por certa quantidade de outro, mantendo-se o nível de custo constante. Uma medida absoluta da capacidade de substituição de insumos na isocusto é propiciada pela taxa marginal de substituição da isocusto, a qual pode ser definida da seguinte forma:

===

Definição: A <u>taxa marginal de substituição da isocusto</u>, denotada por ι, é a inclinação da isocusto, removendo-se o sinal negativo, ou seja:

$$\iota = -\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{C^0} = \frac{w_1}{w_2} > 0$$

Esta taxa quantifica o aumento necessário na quantidade x_1 que é requerido para manter o mesmo nível de custo, quando x_2 é reduzido, ou vice versa.

===

7.2 A FUNÇÃO DE CUSTO DE LONGO PRAZO

A função de custo de longo prazo é derivada a partir da solução de um problema de otimização condicionado, ao postular-se que a firma minimiza o seu custo de produzir um certo nível de produção. Especificamente, a função de custo de longo prazo é obtida ao substituir-se os níveis ótimos de utilização dos insumos (os quais são a solução desse problema de otimização condicional) na própria função objetivo do mesmo.

O primeiro passo para determinação da função de custo de longo prazo é dado ao resolver-se o seguinte problema de otimização condicionado:

$$\begin{aligned}&\min_{x_1,x_2} \; C = w_1x_1 + w_2x_2\\ &s.a. \quad y = f(x_1, x_2)\\ &dados\ y,\ w_1\ e\ w_2\end{aligned}$$

o qual pode ser resolvido pelo método de Lagrange, formando-se a seguinte função lagrangiana:

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 + \lambda[\, y - f(x_1, x_2)]$$

onde λ é uma variável auxiliar, mais conhecida como o multiplicador de Lagrange. Diferenciando-se o lagrangiano em relação a x_1, x_2 e λ e igualando-as a zero, obtém-se as seguintes condições necessárias ou de primeira ordem:

$$\begin{aligned}L_1 &= w_1 - \lambda f_1(x_1, x_2) = 0\\ L_2 &= w_2 - \lambda f_2(x_1, x_2) = 0\\ L_\lambda &= y - f(x_1, x_2) = 0\end{aligned}$$

em que f_1 e f_2 são as funções de produtividades marginais dos dois insumos. A condição suficiente (ou de segunda ordem) para um mínimo condicionado é que o determinante hessiano $|H|$ seja negativo, isto é:

$$|H| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{1\lambda}\\ L_{21} & L_{22} & L_{2\lambda}\\ L_{\lambda 1} & L_{\lambda 2} & L_{\lambda\lambda}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\lambda f_{11} & -\lambda f_{12} & -f_1\\ -\lambda f_{21} & -\lambda f_{22} & -f_2\\ -f_1 & -f_2 & 0\end{vmatrix} < 0$$

Esse sinal fica garantido ao se admitir que a função de produção é quase côncava, de modo que as isoquantas são convexas em relação à origem.

As duas primeiras equações estabelecem as condições necessárias para obtenção dos níveis ótimos de utilização dos insumos. Rearranjando-se as duas primeiras equações, resulta:

$$\lambda = \frac{w_1}{f_1(x_1, x_2)} = \frac{w_2}{f_2(x_1, x_2)}$$

onde λ é o custo marginal de longo prazo[71]. Isso significa que a firma contratará insumos até o ponto em que as relações entre os preços de cada insumo e as suas produtividades

[71] Este fato será mostrado logo após a definição da função de custo de longo prazo.

marginais sejam iguais. Isso eqüivale a dizer que o ponto de ótimo será obtido quando a taxa de variação na produção propiciada por uma expansão em cada insumo seja igual ao custo marginal de longo prazo.

As condições necessárias desse problema de otimização formam um sistema de três equações e três incógnitas, que pode ser reduzido a um sistema de duas equações e duas incógnitas, bastando para isso que se divida a primeira equação pela segunda, donde resulta:

$$\begin{cases} \dfrac{w_1}{w_2} = \dfrac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)} \\ y = f(x_1, x_2) \end{cases}$$

Vale ressaltar que a segunda equação desse novo sistema é a terceira do sistema anterior. Resolvendo-se esse sistema, obtém-se os níveis ótimos de utilização dos insumos, os quais são nada mais nada menos que as funções de demanda por insumos (nível de produção constante):

$$x_1 = x_1^*(w_1, w_2, y)$$
$$x_2 = x_2^*(w_1, w_2, y)$$

as quais dependem dos preços dos insumos e do nível de produção.

A função de custo de longo prazo é finalmente obtida, ao substituir-se essas soluções ótimas na função objetivo:

$$C = w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y) = C^*(w_1, w_2, y)$$

a qual depende do nível de produção e dos preços dos insumos.

As duas equações (ou condições necessárias) do sistema acima, as quais definem uma alocação ótima de insumos (ao custo mínimo), têm a seguinte interpretação econômica. A primeira equação:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)}$$

estabelece como condição necessária para uma alocação ótima de insumos que a relação entre os preços dos insumos seja igual à relação entre as produtividades marginais Isso significa que o custo de produção será minimizado exatamente no ponto de tangência entre a isocusto e a isoquanta, o que é garantido pelo fato de que a taxa marginal de substituição na isocusto (lado esquerdo dessa equação), ι, deve ser igual a taxa marginal de substituição técnica (lado direito da equação), τ_t.

A segunda equação, que é a própria restrição do problema de minimização:

$$y = f(x_1, x_2)$$

assegura que o nível de utilização dos insumos que minimiza o custo de produção deverá se situar sobre a isoquanta, garantindo, assim, que o nível de produção desejado seja, de fato, alcançado.

Pode-se mostrar que o multiplicador de Lagrange λ representa o custo marginal de produção. Para isso basta diferenciar a função de custo (obtida acima) em relação ao nível de produção, donde resulta[72]:

$$\partial C^*/\partial y = w_1(\partial x_1/\partial y) + w_2(\partial x_2/\partial y)$$

Desde que $w_i = \lambda f_i$, (das condições necessárias), então se pode provar que:

$$\partial C^*/\partial y = \lambda[f_1(\partial x_1/\partial y) + f_2(\partial x_2/\partial y)] = \lambda$$

visto que $f_1(\partial x_1/\partial y) + f_2(\partial x_2/\partial y) = 1$, condição essa obtida ao derivar-se a equação de restrição (do problema de otimização) em relação ao nível de produção.

===

Exemplo 7.2.1: A título de ilustração, determina-se a seguir a função de custo de longo prazo para a seguinte tecnologia $y = x_1x_2$.

Conforme avançado anteriormente, a firma escolhe seus níveis ótimos de utilização dos insumos resolvendo o seguinte problema de otimização condicionada:

$$\begin{aligned}&\min_{x_1,x_2} \quad C = w_1x_1 + w_2x_2\\ &s.a. \quad y = x_1x_2\\ &dados\ y,\ w_1\ e\ w_2\end{aligned}$$

a partir do qual forma-se o lagrangiano:

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 + \lambda[y - x_1x_2]$$

do qual resultam as seguintes condições de primeira ordem:

$$\begin{aligned}L_1 &= w_1 - \lambda x_2 = 0\\ L_2 &= w_2 - \lambda x_1 = 0\\ L_\lambda &= y - x_1x_2 = 0\end{aligned}$$

Dividindo-se a primeira equação pela segunda, reduz-se esse sistema de três equações e três incógnitas a um sistema de duas equações e duas incógnitas, cuja solução são as funções de demanda por insumos:

$$\begin{aligned}x_1^* &= w_1^{-1/2}w_2^{1/2}y^{1/2}\\ x_2^* &= w_1^{1/2}w_2^{-1/2}y^{1/2}\end{aligned}$$

A função de custo é finalmente obtida ao substituir-se os níveis ótimos de utilização dos insumos (ou funções de demanda por insumo) na função objetivo, de modo que:

$$C^* = w_1(w_1^{-1/2}w_2^{1/2}y^{1/2})+w_2(w_1^{1/2}w_2^{-1/2}y^{1/2}) = 2\ w_1^{1/2}w_2^{1/2}y^{1/2}$$

===

[72] Esta prova pode ser mais facilmente obtida através do teorema da envoltória (ou do envelope), conforme será visto ao final deste capítulo.

A função de custo de longo prazo pode ser, formalmente, definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>função de custo de longo prazo</u> é o lugar geométrico de todos os pontos de menor custo de produzir cada nível de produção, quando todos os insumos podem variar, dados os preços dos insumos, ou seja:

$$\{(y,C^*) \mid C^* = \min_{x_1,x_2} w_1x_1 + w_2x_2,\ s.\ a.\ y = f(x_1, x_2),\ dados\ y,\ w_1\ e\ w_2\}$$

==

A função de custo de longo prazo goza das seguintes propriedades:

1. <u>É não decrescente nos preços dos insumos e no nível de produção</u>, de modo que:

$$\partial C^*/\partial y \geq 0 \ e \ \partial C^*/\partial w_i \geq 0, \ \forall i$$

Isso significa que aumentos de preços de insumos e do nível de produção não podem reduzir o custo. Os painéis (a) e (b) da FIGURA 7.2.1 ilustram graficamente a função de custo em função do nível de produção e do preço de um insumo, respectivamente.

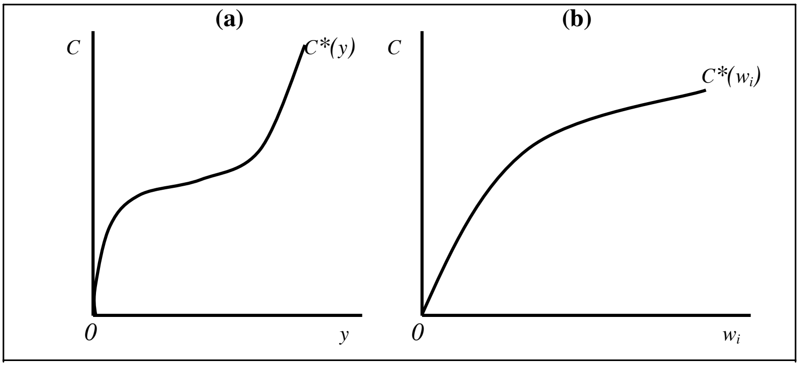


FIGURA 7.2.1: A FUNÇÃO DE CUSTO DE LONGO PRAZO

2. <u>É homogênea de grau um em preços</u>[73]:

$$C^*(\theta w_1, \theta w_2, y) = \theta C^*(w_1, w_2, y)$$

Isso significa que um aumento proporcional de preços dos insumos aumenta o custo nessa exata proporção.

3. <u>É côncava nos preços dos insumos</u>:

$$\partial^2 C^*/\partial w_i^2 < 0$$

[73] Fato esse que pode ser comprovado a partir da própria definição da função de custo, lembrando-se que as demandas por insumos são homogêneas de grau zero nos preços dos insumos.

Isso significa que a firma prefere ver qualquer um dos preços de seus insumos variando ao longo do tempo do que ser fixado pelo governo ao seu nível médio. A razão disso é que o custo com os preços variando seria menor do que o custo com o preço fixado ao seu nível médio. O painel (b) da FIGURA 7.2.1 mostra que a função de custo de longo prazo é côncava em preço. No entanto, o painel (a) dessa mesma figura mostra que a função de custo de longo prazo tanto pode ser côncava quanto convexa em relação ao nível de produção.

Para mostrar que a firma prefere ter os preços de seus insumos variando ao longo do tempo do que ter o governo fixando-os aos seus níveis médios, supõe-se um insumo agrícola i cujo preço varia ao longo do ano ao sabor da oferta, de modo que na safra seu preço é w_i^S, enquanto que na entressafra seu preço é w_i^{ES}, com $w_i^{ES} > w_i^S$. Suponha ainda que o preço médio seja w_i^M, com:

$$w_i^M = \alpha w_i^S + (1-\alpha) w_i^{ES}$$

onde α e $(1-\alpha)$ são os pesos de ponderação, ou seja, as proporções do tempo de safra e da entressafra, respectivamente. A FIGURA 7.2.2 ajuda a entender esse resultado. O custo da firma com preço fixo, $C(w_i^M)$, é maior do que o custo com o preço variando ao longo do ano, C^*, o qual é definido por:

$$C^* = \alpha C(w_i^S) + (1-\alpha) C(w_i^{ES})$$

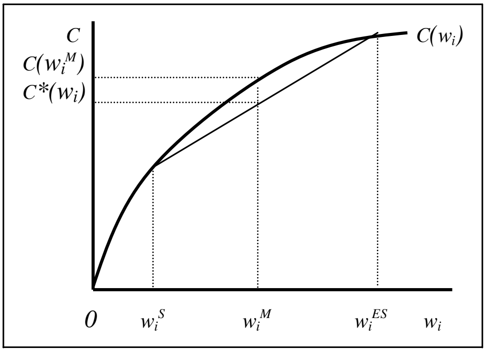


FIGURA 7.2.2: A FUNÇÃO DE CUSTO E A VARIABILIDADE DE PREÇO DE UM INSUMO

A explicação para esse fato é óbvia, pois quando o preço está baixo (na safra), a firma compra mais; enquanto que na entressafra, quando o preço está alto, a firma compra menos. É administrando seus estoques que a firma consegue minimizar seus custos. Se os economistas keynesianos entendessem essa importante propriedade da função de custo, provavelmente os governos não interferissem tanto nos mercados com suas políticas de controle de preços.

==

Questão 7.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A função de custo é homogênea de grau um no nível de produção.*

ERRADO

Uma propriedade da função de custo é ser homogênea de grau um nos preços dos insumos. A função de custo não é, em geral, homogênea de grau um no nível de produção. Apenas para o caso de funções de produção que exibem retornos constantes de escala (funções homogêneas de grau 1) é que a função de custo tem essa característica (homogeneidade de grau 1 no nível de produção). Nos demais casos, entretanto, a função de custo não goza dessa característica.

Questão 7.2.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a função de custo fosse homogênea de grau um no nível de produção, então o dobro da produção custaria o dobro.*

CERTO

Se a função de custo fosse homogênea de grau um no nível de produção, então ela poderia ser escrita da seguinte forma:

$$C(w_1,w_2,\theta y) = \theta C(w_1,w_2,y)$$

Dessa forma, o dobro da produção, $\theta y=2y$, significaria o dobro do custo, ou seja, $\theta C=2C$.

Questão 7.2.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Concavidade da função de custo de longo prazo em preços significa que, se os preços de todos os insumos dobram, o custo também dobra.*

ERRADO

A propriedade da concavidade da função de custo de longo prazo implica em que a firma prefere ter os preços dos seus insumos variando ao longo do tempo do que tê-los fixados aos seus níveis médios. É a propriedade de homogeneidade (de grau 1 em preços) da função de custo de longo prazo que estabelece tal comportamento, garantindo que, se os preços de todos os insumos dobrassem, o custo também dobraria.

==

Admitindo-se que os preços dos insumos sejam fixos aos níveis $w_1 = w_1^0$ e $w_2 = w_2^0$, então se pode escrever a função de custo de longo prazo em função apenas do nível de produção:

$$C = C^*(w_1^0,w_2^0,y) = C^*(y)$$

a partir da qual pode-se definir dois importantes conceitos, que são os de custo médio e custo marginal de longo prazo.

==

Definição: **1.** O custo médio de longo prazo é a relação entre o custo total de longo prazo e o nível de produção, isto é:

$$Cme^* = \frac{C^*(y)}{y}$$

2. O custo marginal de longo prazo é a variação no custo total de longo prazo resultante de uma variação no nível de produção, ou seja, a derivada da função de custo em relação ao nível de produção:

$$Cmg^* = \frac{\partial C^*(y)}{\partial y}$$

==

Os conceitos de custo médio e custo marginal são análogos aos conceitos de produtividade média e marginal da teoria da produção, inclusive as suas interpretações geométricas. Assim, a curva de custo médio é o lugar geométrico de todos os pontos formados pelas inclinações de um raio da origem a qualquer ponto na curva de custo total. A FIGURA 7.2.3 mostra a correspondência entre a curva de custo médio e a de custo total. Pode-se observar que o custo médio atinge um mínimo no ponto M', correspondendo ao ponto M no painel superior, cujo raio R apresenta a menor inclinação de todos os raios da origem à curva de custo total. Por outro lado, a curva de custo marginal é o lugar geométrico de todos os pontos formados pelas inclinações da curva de custo total. A FIGURA 7.2.3 estabelece a correspondência entre as curvas de custo marginal e custo total. Uma inspeção dessa figura revela que o custo marginal atinge seu mínimo no ponto I', correspondente ao ponto de inflexão da curva custo total (ponto I no painel superior).

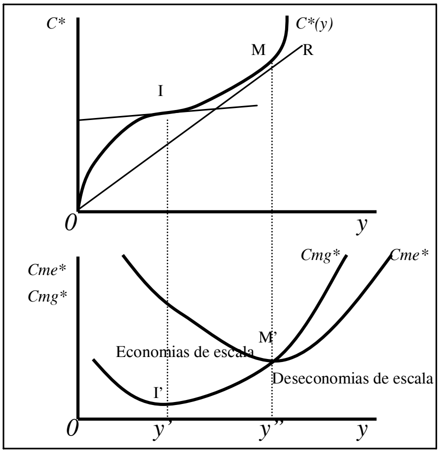


FIGURA 7.2.3: FUNÇÕES DE CUSTO MÉDIO E MARGINAL

O estudante interessado pode mostrar que as funções de custo médio e marginal de longo prazo são também homogêneas de grau um em preços[74]:

$$Cme^*(\theta w_1, \theta w_2, y) = \theta Cme^*(w_1, w_2, y)$$
$$Cmg^*(\theta w_1, \theta w_2, y) = \theta Cmg^*(w_1, w_2, y)$$

Isso significa que, se os preços dobram, o custo médio e o custo marginal também dobram. Essa característica segue do fato de a função de custo de longo prazo ser homogênea de grau um nos preços dos insumos.

Assim como as funções de custo médio e de custo marginal de longo prazo estão relacionadas à função de custo total de longo prazo, elas estão também relacionadas entre si. Para entender um pouco mais a respeito desse relacionamento, toma-se a derivada da função de custo médio (de longo prazo) em relação ao nível de produção, donde resulta:

$$\frac{\partial Cme(y)}{\partial y} = \frac{1}{y}\left(\frac{\partial C^*}{\partial y} - \frac{C^*}{y}\right) = \frac{1}{y}(Cmg^* - Cme^*)$$

Pode-se observar que à medida em que a curva de custo médio de longo prazo declina (ou seja, a firma apresenta economias de escala), de modo que a sua derivada é negativa ($\partial Cme^*/\partial y < 0$), o custo marginal é menor que o custo médio ($Cmg^* < Cme^*$). Quando a curva de custo médio de longo prazo atinge seu mínimo, o que significa que sua derivada é nula ($\partial Cme^*/\partial y = 0$), o custo marginal é exatamente igual ao custo médio ($Cmg^* = Cme^*$). Finalmente, quando o custo médio de longo prazo cresce (ou seja, a firma experimenta deseconomias de escala), significando que sua derivada é positiva ($\partial Cme^*/\partial y > 0$), o custo marginal é maior que o custo médio ($Cmg^* > Cme^*$). O painel inferior da FIGURA 7.2.3 ilustra esse relacionamento.

==

Questão 7.2.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Na presença de deseconomias de escala o custo médio é maior que o custo marginal, visto que variações nos níveis de produção causam variações mais que proporcionais nos custos de produção.*

ERRADO

Na presença de deseconomias de escala, o custo médio de longo prazo é ascendente, significando que $Cmg^* > Cme^*$.

==

Uma medida relativa de economias ou deseconomias de escala[75], a qual independe das unidades utilizadas para medir o custo e a produção, pode ser obtida através

[74] Para mostrar isso parte-se das próprias definições de $Cme^* = C^*(w_1,w_2,y/y$ e $Cmg^* = \lambda^*(w_1,w_2,y) = w_i/f_i(x_1^*,x_2^*)$, lembrando-se que as funções de demanda por insumos (nível de produção constante) são homogêneas de grau zero nos preços dos insumos.

[75] As principais causas para a ocorrência de economias de escala são a especialização e a indivisibilidade do capital físico e financeiro da firma, de modo que quanto maior a escala menores os custos. Por outro lado, a possibilidade de insumos que não são reprodutivos e a perda de eficiência são as principais causas da ocorrência de deseconomias de escala.

da elasticidade do custo em relação ao nível de produção, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A elasticidade do custo em relação ao nível de produção, denotada por ε_{Cy}, é a variação proporcional no custo de longo prazo dividido pela variação proporcional no nível de produção:

$$\varepsilon_{Cy} = \frac{\partial C^*/C^*}{\partial y / y} = \frac{Cmg^*}{Cme^*}$$

Essa elasticidade pode ser também avaliada pela relação entre o custo marginal e o custo médio de longo prazos.

==

A elasticidade do custo é uma medida de sensibilidade do custo de longo prazo frente a uma variação no nível de produção. O custo pode variar proporcionalmente menos ou mais do que a variação no nível de produção, o que dependerá se a elasticidade é menor ou maior que a unidade. A magnitude da elasticidade de custo em relação ao nível de produção pode ser utilizada para avaliar a presença de economias ou deseconomias de escala, da seguinte forma:

==

Definição: **1.** Se $\varepsilon_{Cy} < 1$, a firma experimenta economias de escala, indicando que à medida em que a firma expande a produção o seu custo médio de longo prazo decresce.

2. Se $\varepsilon_{Cy} > 1$, a firma experimenta deseconomias de escala, indicando que o custo médio de longo prazo cresce à medida que a firma amplia o seu nível de produção.

==

É importante ressaltar que o conceito de economias ou deseconomias de escala tem a ver com a função de custo de longo prazo, enquanto que o conceito de retornos de escala – quais podem ser crescentes, constantes ou decrescentes – tem a ver com a função de produção no longo prazo. A despeito desses dois conceitos serem distintos, é relevante assinalar que tais conceitos estão intimamente relacionados, fato esse que será examinado na seção 7.5.

7.3 O CAMINHO DE EXPANSÃO DA FIRMA E A FUNÇÃO DE CUSTO

Uma questão interessante relacionada com o ajustamento da firma seria saber como os seus custos variam frente a variações no seu nível de produção, *ceteris paribus*. A FIGURA 7.3.1 descreve esse ajustamento e ajuda a entender essa questão, onde os seus eixos medem os níveis de utilização dos dois insumos utilizados na produção. Supõe-se que a firma esteja inicialmente em equilíbrio de longo prazo produzindo y^0 ao menor custo C^0 (ponto A nessa figura), exatamente no ponto de tangência entre a isoquanta y^0 é a isocusto C^0. Se o nível de produção aumenta de y^0 para y^1, com os preços dos insumos fixos aos níveis $w_1 = w_1^0$ e $w_2 = w_2^0$, a firma se desloca para o novo equilíbrio (ponto B na mesma figura), produzindo ao custo $C^1 > C^0$. O ponto B é de fato um ponto de equilíbrio porque a nova isoquanta y^1 é tangente à nova isocusto C^1, garantindo assim que a firma produz y^1 eficientemente, isto é, ao menor custo possível C^1. Aumentando-se mais ainda o nível de produção para $y^2 > y^1$, tudo mais constante, a firma se desloca para o ponto C (ponto de equilíbrio), onde a nova isoquanta y^2 tangencia a mais nova isocusto C^2. Procedendo-se dessa forma para todos os níveis possíveis de produção, obtém-se o conjunto de pontos de equilíbrio. Ligando-se todos esses pontos, obtém-se a curva de expansão da produção ou da firma (CEF), a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: O caminho de expansão da produção ou da firma (CEF) é o lugar geométrico de todos os pontos de equilíbrio da firma (tangência entre as isoquantas e isocustos) ao se variar o nível de produção, mantendo-se os preços dos insumos constantes, ou seja:

$$\left\{ (x_1, x_2) \left| \frac{w_1}{w_2} = \frac{f_1}{f_2} \right. \right\}$$

==

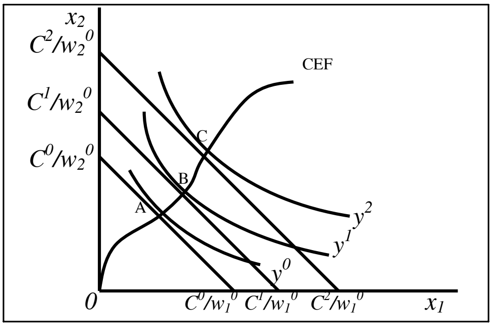


FIGURA 7.3.1: O CAMINHO DE EXPANSÃO DA PRODUÇÃO OU DA FIRMA

O caminho de expansão da firma está intimamente relacionado com a função de custo de longo prazo. Para mostrar isso considera-se a FIGURA 7.3.2, a qual é construída supondo-se que $w_2 = 1$ (numerário), de modo que a interseção da isocusto com o eixo vertical no painel (b) dessa figura representa o custo de produção. Admite-se que a firma está inicialmente em equilíbrio no ponto A do painel (b) dessa figura (tangência entre a isoquanta e a isocusto), produzindo y^0 ao custo C^0. O ponto A' no painel (a) dessa mesma figura corresponde ao equilíbrio de custo mínimo para o nível de produção y^0. À medida em que o nível de produção é expandido de y^0 para y^1, a firma se desloca para o novo equilíbrio (ponto B na mesma figura), ajustando seus níveis de utilização dos insumos de modo a produzir ao menor custo possível C^1. O ponto B' no painel (a) corresponde ao ponto B de equilíbrio no painel (b) dessa figura. Ao se expandir o nível de produção de y^1 para y^2, a firma se comporta de forma análoga e o equilíbrio se desloca para o ponto C no painel (b) da FIGURA 7.3.2, o qual corresponde ao equilíbrio no ponto C' do painel (a) dessa mesma figura.

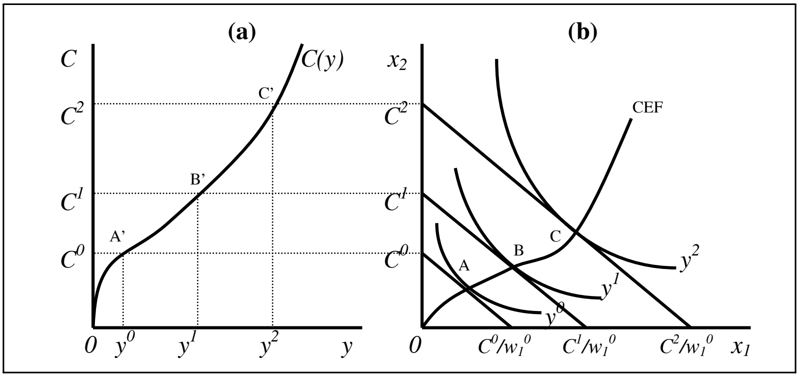


FIGURA 7.3.2: A FUNÇÃO DE CUSTO E O CAMINHO DE EXPANSÃO DA FIRMA

Ligando-se todos os pontos de custo mínimo de produção no painel (a) da FIGURA 7.3.2, obtém-se a função de custo de longo prazo. A analogia do processo de obtenção da função de custo com aquele que gerou o caminho de expansão da firma permite evidenciar o relacionamento entre essas curvas. Isto é, a função de custo de longo prazo é eqüivalente ao CEF no espaço de custo, assim como o CEF corresponde a função de custo no espaço de insumos.

==

Exemplo 7.3.1:Objetivando ilustrar o relacionamento entre o caminho de expansão da firma e a função de custo de longo prazo, supõe-se a seguinte função de produção com proporções fixas (ou de Leontieff): $y = min\{x_1/\alpha, x_2/\beta\}$. Para esse tipo de função, se $x_1 = \alpha$ e $x_2 = \beta$, então $y = 1$. Por analogia, se $x_1 = 2\alpha$ e $x_2 = 2\beta$, então $y = 2$. No entanto, se $x_1 = 2\alpha$ e $x_2 = \beta$ (ou se $x_1 = \alpha$ e $x_2 = 2\beta$), o nível de produção não se altera, ou seja, $y = 1$.

Inicialmente, determinam-se as isoquantas, que são o lugar geométrico de todas as combinações de insumos (x_1,x_2) que produzem um mesmo nível de produção y, ou seja:

$$\{(x_1, x_2)|\ x_1 = \alpha y,\ x_2 \geq \beta y\} \cup \{(x_1, x_2)|\ x_1 \geq \alpha y,\ x_2 = \beta y\}$$

O caminho de expansão da firma (ou da produção) é independente dos preços dos insumos, visto que não existe possibilidade alguma de substituição entre os insumos. Uma vez que $x_1 = \alpha y$ e $x_2 = \beta y$ e tomando-se a proporção entre esses insumos, tem-se:

$$x_1/x_2 = \alpha/\beta$$

da qual resulta o seguinte caminho de expansão da firma (CEF), o qual é linear, ou seja:

$$x_2 = (\beta/\alpha)x_1$$

Deve-se ressaltar que os insumos são complementares ao longo do caminho de expansão da firma.

Uma vez que $x_1 = \alpha y$ e $x_2 = \beta y$, então a função de custo de longo prazo pode ser expressa por:

$$C^*(w_1,w_2,y) = w_1\alpha y + w_2\beta y = y(w_1\alpha + w_2\beta)$$

Pode-se observar que o custo médio e o custo marginal de longo prazo são constantes e iguais:

$$Cme^* = Cmg^* = (w_1\alpha + w_2\beta)$$

==

Apresenta-se a seguir mais um exemplo da mecânica de determinação da função de custo de longo prazo a partir de uma especificação especial da tecnologia, que é a função de produção linear.

==

Exemplo 7.3.2: A título de exemplo, determina-se a seguir a função de custo de longo prazo a partir da função de produção linear, a qual é especificada por $y = \alpha x_1 + \beta x_2$.

Para obtenção da função de custo de longo prazo, necessário se faz determinar as isoquantas e o caminho de expansão da firma (ou produção). Para um dado nível de produção $y = y^0$, a isoquanta para essa função de produção pode ser expressa da seguinte forma:

$$x_2 = y^0/\beta - (\alpha/\beta)x_1$$

a qual é linear e cuja taxa marginal de substituição técnica é $\iota = \alpha/\beta$. Isso significa que os insumos x_1 e x_2 são substitutos perfeitos. O caminho de expansão da firma tanto pode ser o eixo horizontal quanto o eixo vertical. Isto dependerá se w_1/α é maior ou menor que w_2/β. Por outro lado, se $w_1/\alpha = w_2/\beta$, então o caminho de expansão firma (ou produto) é todo o primeiro quadrante.

Se $w_1/\alpha > w_2/\beta$, apenas x_1 é utilizado, de modo que $C(y) = x_1w_1 = (y/\alpha)w_1 = y(w_1/\alpha)$. Por outro lado, se $w_1/\alpha < w_2/\beta$, apenas x_2 é utilizado, de modo que $C(y) = x_2w_2 = (y/\beta)w_2 = y(w_2/\beta)$. Portanto, a função de custo pode ser então obtida:

$$C(y) = min\{y(w_1/\alpha), y(w_2/\beta)\}$$

A FIGURA 7.3.3 ilustra essa função de custo, a qual tem a forma de L.

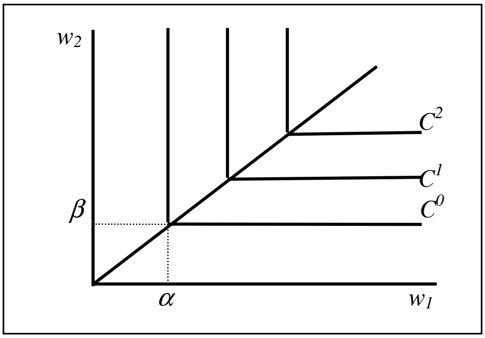


FIGURA 7.3.3: A FUNÇÃO DE CUSTO PARA A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO LINEAR

==

7.4 AS FUNÇÕES DE DEMANDA POR INSUMO (PRODUÇÃO CONSTANTE)

Conforme avançado na seção 7.2, as funções de demanda por insumo (produção constante) são a solução do problema de minimização do custo, as quais dependem dos preços dos insumos e do nível de produção:

$$x_1 = x_1^*(w_1,w_2,y)$$
$$x_2 = x_2^*(w_1,w_2,y)$$

Como será demonstrado na seção 7.9 (estática comparativa do modelo de minimização do custo), essas funções de demanda são negativamente inclinadas, ou seja:

$$\partial x_i^*/\partial w_i < 0 \quad \forall i$$

As funções de demanda por insumo (produção constante) são homogêneas de grau zero nos preços dos insumos, de modo que:

$$x_i^*(\theta w_1, \theta w_2, y) = x_i^*(w_1, w_2, y)$$

Isso significa que se os preços dos insumos dobram, mantendo-se o nível de produção constante, as funções de demanda não se alteram. Obviamente que quando os preços dos insumos dobram, o custo também dobra, tendo em vista que a função de custo é homogênea de grau 1 em preços.

Os conceitos mais importantes de elasticidade associados à função de demanda são a elasticidade preço (própria), a elasticidade preço cruzada e a elasticidade da produção. Vale lembrar que, por depender apenas de variações percentuais, o conceito de elasticidade independe das unidades utilizadas para medir tanto o preço quanto a quantidade.

A elasticidade preço própria de um insumo mede a sensibilidade no nível de utilização desse insumo frente a variações no seu preço e pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: A <u>elasticidade preço da demanda de um insumo</u>, denotada por ε_{ii}, é a relação entre a variação proporcional na quantidade demandada e a variação proporcional no seu preço, isto é:

$$\varepsilon_{ii} = \frac{\partial x_i^*/x_i^*}{\partial w_i / w_i} = \frac{\partial x_i^*}{\partial w_i}\frac{w_i}{x_i^*}$$

==

A magnitude da elasticidade preço da demanda é usualmente utilizada para especificar uma maior ou menor sensibilidade da demanda por insumo frente a variações no seu próprio preço, da seguinte forma:

==

Definição: **1.** Se a elasticidade preço de demanda por insumo é menor que a unidade diz-se que a sua curva de demanda é <u>inelástica</u>, indicando que a função de demanda por insumo é relativamente insensível a variações no seu preço.

2. Se a elasticidade de demanda é maior que a unidade, a curva de demanda do insumo é dita <u>elástica</u>, significando que a sua função de demanda é relativamente sensível a variações no seu preço.

==

Uma forma de medir a sensibilidade da demanda por um insumo frente a variações no preço de outro é através da elasticidade preço cruzada, a qual é definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>elasticidade preço cruzada de um insumo *i*</u>, denotada por ε_{ij}, é a relação entre a variação percentual na quantidade demandada do insumo *i* e a variação percentual no preço do outro insumo *j*, ou seja:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial x_i * / x_i *}{\partial w_j / w_j} = \frac{\partial x_i *}{\partial w_j} \frac{w_j}{x_i *}$$

==

Ao avaliar a sensibilidade no nível de utilização de um insumo frente a variações no preço de outro, a elasticidade preço cruzada é freqüentemente utilizada para classificar o relacionamento de complementaridade e substitutibilidade de cada insumo com os demais da seguinte forma:

==

Definição: **1.** Se a elasticidade preço cruzada é negativa (ou seja, $\varepsilon_{ij} < 0$), indicando que a variação no nível de utilização do insumo *i* é em sentido oposto à variação no preço do insumo *j*, então os insumos *i* e *j* são <u>complementares</u>.

2. Se a elasticidade preço cruzada é positiva (isto é, $\varepsilon_{ij} > 0$), indicando que a variação no nível de utilização do insumo *i* é no mesmo sentido da variação no preço do insumo *j*, então esses insumos são <u>substitutos</u>.

==

A propriedade de homogeneidade de grau zero nos preços dos insumos garante que o somatório de todas as elasticidades preço própria e cruzadas tem que ser igual a zero:

$$\varepsilon_{ii} + \textstyle\sum_{j\neq i} \varepsilon_{ij} = 0$$

Isso pode ser demonstrado, para o caso de apenas dois insumos, com o auxílio do teorema de Euler:

$$w_1(\partial x_i^*/\partial w_1) + w_2(\partial x_i^*/\partial w_2) = 0$$

ou (dividindo cada termo por x_i^*):

$$(\partial x_i^*/\partial w_1)(w_1/x_i^*) + (\partial x_i^*/\partial w_2)(w_2/x_i^*) = 0$$

de modo que:

$$\varepsilon_{ii} + \varepsilon_{ij} = 0$$

Essa relação mostra que, com apenas dois insumos, eles têm que ser necessariamente substitutos, ou seja, $\varepsilon_{ij} > 0$, tendo em vista que $\varepsilon_{ii} < 0$. No entanto, com mais de dois insumos, essa característica deixa de existir.

Uma forma de prever como a firma ajusta o nível de utilização de um insumo frente a uma variação no seu nível de produção é através da elasticidade produção da demanda, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A elasticidade produção da demanda por um insumo i, denotada por η_{iy}, é a relação entre a variação proporcional no nível de utilização do insumo i e a variação proporcional no nível de produção:

$$\eta = \frac{\partial x_i * / x_i *}{\partial y / y} = \frac{\partial x_i *}{\partial y} \frac{y}{x_i *}$$

==

Essa elasticidade é análoga à elasticidade renda da demanda na teoria do consumidor. Assim, ao medir a sensibilidade da demanda por um insumo frente a variações no nível de produção, a elasticidade produção da demanda pode ser utilizada para classificar os vários insumos da seguinte forma:

==

Definição: **1.** Se a elasticidade produção da demanda é negativa (ou seja, $\eta_{iy} < 0$), indicando que a variação no nível de utilização desse insumo é em sentido oposto à variação na produção, então o insumo é inferior.
2. Se a elasticidade produção é positiva, o insumo pode ser tanto normal, caso em que a elasticidade é inferior a unidade (isto é, $0 < \eta_{iy} < 1$), quanto superior, no caso em que a elasticidade é maior que a unidade (ou seja, $\eta_{iy} > 1$).

==

De forma análoga à teoria do consumidor, quando o preço de um insumo varia, a firma ajusta a utilização desse fator de produção de acordo com os efeitos substituição e produção. A FIGURA 7.4.1 ajuda a esclarecer esse ajustamento frente a uma redução no preço do insumo 1. Admite-se que a firma está em equilíbrio inicial produzindo y^0 ao custo C^0 (ponto A nessa figura). Quando o preço do insumo 1 sofre uma redução de w_1^0 para $w_1^1 < w_1^0$ e o nível de custo C^0 permanece constante, a firma pode aumentar o seu nível de produção para y^1, movendo-se para o ponto C nessa mesma figura. Esse deslocamento de A para C corresponde ao efeito total de uma redução no preço desse insumo.

A FIGURA 7.4.1 decompõe o efeito total de uma redução no preço desse insumo em puro efeito substituição e um puro efeito produção. Se o nível de produção for mantido constante ao nível y^0, o que significaria reduzir o nível de custo para $C^1 < C^0$, a produção se deslocaria do ponto A para o ponto B sobre a isoquanta y^0. Esse movimento de A para B é o puro efeito substituição de uma redução no preço do insumo. O efeito substituição é sempre negativo, indicando que a variação na quantidade demandada do insumo se dará no sentido contrário à variação no seu preço. Esse fato é garantido pela inclinação negativa da função de demanda por insumo (produção constante). Por outro lado, se o nível de produção fosse ampliado de y^0 para y^1, a firma ajustaria a utilização de seus insumos deslocando-se do ponto B na isoquanta y^0 para o ponto C sobre a isoquanta y^1 (veja-se FIGURA 7.4.1). Esse movimento de B para C corresponde ao puro efeito produção.

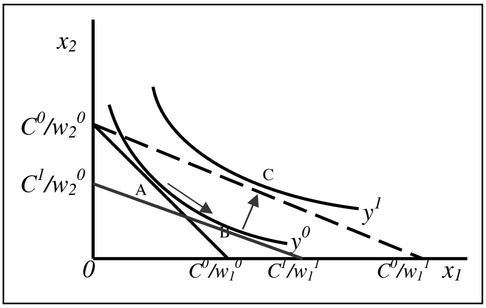


FIGURA 7.4.1: OS EFEITOS SUBSTITUIÇÃO E PRODUÇÃO DE UMA REDUÇÃO NO PREÇO DE UM INSUMO

A despeito da possibilidade de se decompor o efeito total de uma redução no preço do insumo, deve-se ressaltar que a função de demanda por insumo (produção constante) não admite o ajustamento de B para C, tendo em vista que o nível de produção permanece constante. O ajustamento no nível de produção só é compatível com a função de demanda (preço constante), a qual será analisada no próximo capítulo, quando se permite que a firma ajuste a sua produção buscando maximizar o seu lucro.

7.5 A FUNÇÃO DE CUSTO E A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

Conforme avançado no capítulo anterior, toda função de produção homogênea tem caminho de expansão da produção ou da firma linear. Isso significa que a função de custo de longo prazo deverá apresentar características especiais, que dependerão evidentemente do grau de homogeneidade dessas funções. Quando a função de produção apresenta caminho de expansão da produção linear, pode-se perceber mais claramente o atrelamento do conceito de retornos de escala ao conceito de economias ou deseconomias de escala.

Se a função de produção é homogênea de grau $t > 0$, então a função de custo de longo prazo pode ser escrita da seguinte forma[76]:

$$C^* = y^{1/t}M(w_1, w_2)$$

[76] Para mostrar isso basta entender que $C^* = w_1x_1+w_2x_2 = \lambda(f_1x_1+f_2x_2)$, tendo em vista que $\lambda = w_i/f_i$, $\forall i$ (condições de primeira ordem), bem como deve-se lembrar que $f_1x_1+f_2x_2 = ty$ (teorema de Euler). Desse modo, a função de custo pode ser escrita da seguinte forma:

$$C^* = \lambda ty = (\partial C^*/\partial y)ty$$

ou:

$$\partial C^*/C^* = (1/t)(\partial y/y)$$

Integrando ambos os lados dessa equação, e denotando a constante de integração por $M(w_1,w_2)$, obtém-se o resultado esperado.

onde $M(w_1, w_2)$ é uma função que depende apenas dos preços dos insumos[77]. A partir dessa função de custo pode-se expressar o custo médio de longo prazo:

$$Cme^* = C^*/y = y^{(1-t)/t}M(w_1, w_2)$$

Tomando-se a sua derivada em relação ao nível de produção, obtém-se:

$$\partial Cme^*/\partial y = [(1-t)/t]y^{(1-2t)/t}M(w_1, w_2)$$

cujo sinal depende do termo $(1-t)/t$ e, portanto, pode-se concluir que:

1. Se a função de produção apresenta retornos crescentes de escala (ou seja, $t > 1$), então:

   $$\partial Cme^*/\partial y < 0$$

   Isso significa que o custo médio de longo prazo é declinante, o que é equivalente a dizer que a função de custo de longo prazo é côncava em relação à origem.

2. Se a função de produção apresenta retornos constantes de escala ($t = 1$), então:

   $$\partial Cme^*/\partial y = 0$$

   o que significa que o custo médio de longo prazo é horizontal, significando que a função de custo de longo prazo é linear.

3. Se a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala (ou seja, $t < 1$), então:

   $$\partial Cme^*/\partial y > 0$$

   Isso significa que o custo médio de longo prazo é crescente, o que eqüivale dizer que a função de custo de longo prazo é convexa em relação à origem.

Do exposto, pode-se estabelecer o seguinte resultado para as funções de produção homogêneas:

==

Resultado: **1.** Se a função de produção apresenta retornos crescentes de escala, então o custo médio de longo prazo é declinante, o que implica em que a firma experimentará economias de escala.

2. Se a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala, o custo médio de longo prazo é crescente, o que significa que a firma enfrentará deseconomias de escala.

3. Se a função de produção apresenta retornos constantes de escala, então a firma experimentará custo médio de longo prazo constante.

==

[77] Deve-se ressaltar que quando $t = 1$ – retornos constantes de escala –, $C^* = yM(w_1,w_2)$, de modo que a função $M(w_1, w_2) = C^*/y$ representa o próprio custo médio, a qual depende apenas dos preços dos insumos.

A FIGURA 7.5.1 ilustra o relacionamento entre a função de produção homogênea e a função de custo de longo prazo para os casos de retornos de escala decrescentes e constantes. Pode-se observar que o caminho de expansão da firma (CEF) é linear, indicando tratar-se de uma função de produção homogênea. Se a função de produção é homogênea linear (ou seja, que apresenta retornos constantes de escala), então os segmentos AB e BC’ são iguais (conforme mostrado no painel (b) da FIGURA 7.5.1 pelo ponto de tangência entre a isoquanta e o isocusto pontilhadas), indicando que o dobro da produção se dá exatamente com o dobro dos insumos. Pode-se observar no painel (a) dessa figura, que a função de custo correspondente é linear (curva pontilhada nessa figura). Por outro lado, se a função de produção é homogênea de grau $t < 1$ (retornos decrescentes de escala), então o segmento AB é menor que o segmento BC” (conforme pode ser observado através do ponto de tangência entre a isoquanta e o isocusto cheias no painel (b) da FIGURA 7.5.1), indicando que o dobro do produto se dá com mais do que o dobro dos insumos. Através de uma inspeção no painel (a) dessa figura, pode-se observar que a função de custo correspondente (curva cheia nessa figura) é convexa em relação à origem.

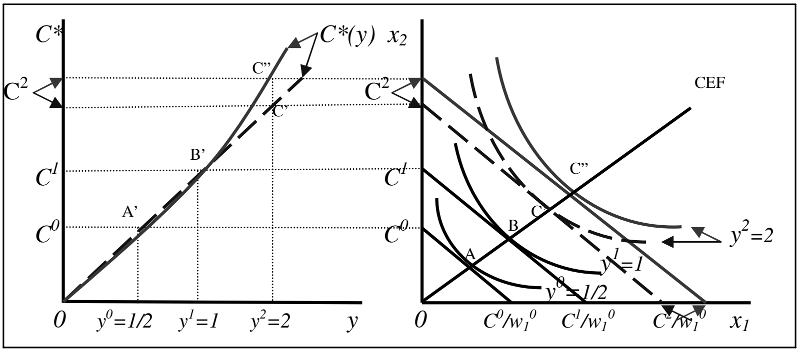


FIGURA 7.5.1: A FUNÇÃO DE CUSTO PARA A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HOMOGÊNEA

Além desse relacionamento particular entre a função de custo (ou custo médio) de longo prazo e a função de produção homogênea, pode-se também estabelecer um relacionamento característico entre a função de custo marginal e os retornos de escala. Para isso basta diferenciar a função de custo de longo prazo em relação ao nível de produção, donde obtém-se a função de custo marginal de longo prazo:

$$Cmg^* = \partial C^*/\partial y = (1/t)y^{(1-t)/t}M(w_1, w_2)$$

Diferenciando-a em relação ao nível de produção, obtém-se:

$$\partial Cmg^*/\partial y = \partial^2 C^*/\partial y^2 = (1/t^2)(1-t)y^{(1-2t)/t}M(w_1, w_2)$$

Cujo sinal depende obviamente do termo $(1-t)$, podendo-se, portanto, concluir que:

1. Se a função de produção apresenta retornos crescentes de escala (ou seja, $t > 1$), o custo marginal de longo prazo é declinante, visto que:

$$\partial Cmg^*/\partial y < 0$$

2. Se a função de produção apresenta retornos constantes de escala ($t = 1$), o custo marginal de longo prazo é horizontal, tendo em vista que:

$$\partial Cmg^*/\partial y = 0$$

3. Se a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala (isto é, $t < 1$), então o custo marginal de longo prazo é crescente, desde que:

$$\partial Cmg^*/\partial y > 0$$

O relacionamento entre os conceitos de retornos de escala e economias ou deseconomias de escala ficam mais evidentes quando a função de custo marginal é expressa da seguinte forma (ou seja, proporcional ou custo médio):

$$Cmg^*(y) = (1/t)Cme^*(y)$$

tendo em vista que $Cmg^* = (1/t)y^{(1-t)/t}M(w_1, w_2)$ e $Cme^* = y^{(1-t)/t}M(w_1, w_2)$, a partir da qual obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{1}{t} = \frac{Cmg^*}{Cme^*} = \varepsilon_{Cy}$$

Assim, quando t > 1 (retornos crescentes de escala), $\varepsilon_{Cy} < 1$ (economias de escala). Da mesma forma, quando t < 1 (retornos decrescentes de escala), $\varepsilon_{Cy} > 1$ (deseconomias de escala).

==

Questão 7.5.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a função de produção é homogênea de grau ½ então, independentemente do nível de produção, o custo marginal e duas vezes maior que o custo médio de produção.*

CERTO

Se a função de produção é homogênea de grau t, então o custo médio de longo prazo é proporcional ao custo marginal de longo prazo, cujo fator de proporcionalidade é o grau de homogeneidade da função de produção, ou seja:

$$Cme^* = tCmg^*$$

Assim, desde que $t = ½$, então $Cme^* = ½Cmg^*$, de modo que $Cmg^* = 2Cme^*$.

==

Deve-se ressaltar que os conceitos de economias e deseconomias de escala estão relacionados com os conceitos de retornos crescentes e decrescentes de escala, respectivamente, independentemente se a função de produção é ou não homogênea. Em outras palavras, existe um relacionamento estreito e geral entre a função de produção e a função de custo, ambos no longo prazo, que independe da especificação da função de produção. Para demonstrar esse relacionamento, retoma-se o conceito de elasticidade de escala, o qual foi definido no capítulo anterior por:

$$E = (\partial y/y)/(\partial\theta/\theta)$$

ou

$$E = \Sigma_i(\partial y/y)/(\partial x_i/x_i) = \Sigma_i(\partial y/\partial x_i)(x_i/y)$$

Tendo em vista que: $\partial\theta/\theta = \partial x_i/x_i$, $\forall i$[78]. Multiplicando e dividindo o lado direito dessa expressão por w_i, term-se:

$$E = \sum_i \left(\frac{\partial y / \partial x_i}{w_i}\right) \frac{w_i x_i}{y}$$

Desde que $(\partial y/\partial x_1)/w_i = 1/Cmg^*$, $\forall i$ (resultado advindo da condição necessária para custo mínimo: $w_i - \lambda f_i = 0$, visto que $\lambda = Cmg^*$), e $\Sigma_i(w_i x_i/y) = C/y = Cme^*$, então resulta:

$$E = \frac{Cme^*}{Cmg^*} = \frac{1}{\varepsilon_{Cy}}$$

Isto implica que: se $E > 1$, então $\varepsilon_{Cy} < 1$ e vice versa. Assim, com base no relacionamento entre E e ε_{Cy}, podem-se estabelecer os seguintes resultados:

==

Resultado: **1.** Se a função de produção apresenta retornos crescentes de escala (ou seja, $E > 1$), então a firma experimenta economias de escala (isto é, $\varepsilon_{Cy} < 1$).

2. Se a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala (ou seja, $E < 1$), então a firma experimenta deseconomias de escala (isto é, $\varepsilon_{Cy} > 1$).

==

Deve-se ressaltar que tais resultados são gerais e independem da especificação da função de produção. Em outras palavras, esses resultados são válidos não apenas para as funções de produção homogêneas, classe particular de funções, mas para todas as funções de produção.

==

Questão 7.5.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O QUADRO 7.5.1 contém três pares de produção e custo de uma firma competitiva ao expandir a sua produção (caminho de expansão da produção). Admitindo-se que ela não alterou a proporção em que esses insumos foram utilizados na produção, então se pode afirmar que a firma experimenta retornos crescentes de escala entre A e B e retornos decrescentes entre B e C.*

QUADRO 7.5.1

Par	Produção	Custo
A	50	100
B	150	200
C	225	300

ERRADO

A FIGURA 7.5.2 ajuda a esclarecer esta questão. Ao triplicar a produção de A para B, o custo apenas dobrou. Desde que não houve alterações na

[78]Vale lembrar que a elasticidade de escala pode ser também expressa por: $E = \Sigma_i\ \varepsilon_{yi}$, sendo que ε_{yi} é a elasticidade da produção em relação ao insumo i, tendo em vista que $\varepsilon_{yi} = (\partial y/\partial x_i)(x_i/y) = Pmg_i/Pme_i$.

proporção de insumos, nem nos seus preços, o dobro do custo implica que os insumos dobraram. Portanto, ao se triplicar a produção, os insumos apenas dobraram, o que significa que a firma experimentou retornos crescentes de escala. Por outro lado, ao aumentar a produção em 50% de B para C, o custo também aumentou em 50%. Desde que não houve alterações na proporção de insumos, nem nos seus preços, o aumento de 50% no custo implica um aumento de 50% na utilização dos insumos. Portanto, nesse trecho a firma experimenta retornos constantes (e não decrescentes) de escala, visto que ao se aumentar a produção em 50%, a utilização dos insumos também aumentou em 50%.

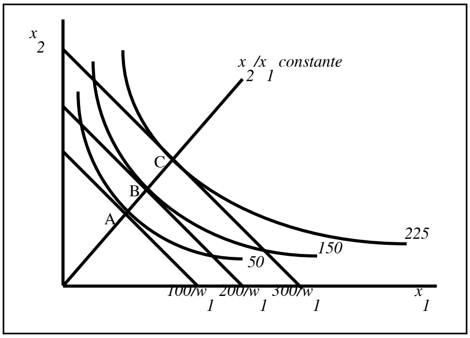


FIGURA 7.5.2: OS CUSTOS E OS RETORNOS DE ESCALA

==

7.6 A FUNÇÃO DE CUSTO DE CURTO PRAZO

No curto prazo pelo menos um dos insumos é fixo, de modo que a firma fica impossibilitada de variar tal insumo. Isso significa que, no curto prazo, o ajustamento da firma fica restrito ao nível de utilização do insumo fixo. O problema que a firma tem que resolver no curto prazo é, portanto, escolher os níveis ótimos de utilização de insumos variáveis que minimizam o seu custo, dado que nem todos os insumos podem variar.

Admitindo-se que o insumo x_2 seja fixo ao nível x_2^0, então o problema da firma no curto prazo será determinar o nível ótimo de utilização do insumo variável x_1, o que significa ela terá que resolver o seguinte problema de otimização condicionado (primeiro passo para determinação da função de custo de curto prazo):

$$\min_{x_1} \; C = w_1 x_1 + w_2 x_2^0$$
$$s.a. \quad y = f(x_1, x_2^0) = F(x_1)$$
$$dados \; y, w_1, w_2 \; e \; x_2^0$$

Uma forma prática de resolver esse problema condicionado é isolar x_1 na equação de restrição e substitui-lo na função objetivo. Assim, isolando-se x_1 na restrição, ou seja, invertendo-se a restrição, resulta:

$$x_1 = F^{-1}(y) = g(y)$$

Substituindo-a na função objetivo, obtém-se a função de custo de curto prazo:

$$C^{CP} = w_1 g(y) + w_2 x_2^0 = C(y, w_1, w_2, x_2^0)$$

É importante ressaltar que a função de custo de curto prazo é composta de duas parcelas, uma variável $w_1 g(y)$, e uma fixa $w_2 x_2^0$. O custo variável depende do nível de produção y, enquanto que o custo fixo independe deste, de modo que qualquer que seja o nível de produção a firma incorre nesse custo. Portanto, a existência de insumos fixos no curto prazo impõe à firma custos fixos, os quais terão que ser necessariamente pagos, independentemente do nível de produção.

==

Exemplo 7.6.1: A título de ilustração, determina-se a seguir a função de custo de curto prazo para a tecnologia Cobb-Douglas $y = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$, admitindo-se que o segundo insumo seja fixo ao nível $x_2 = a$.

Para obter a função de custo de curto prazo, a firma terá que resolver o seguinte problema de otimização condicionado:

$$\min_{x_1} \; C = w_1 x_1 + a w_2$$
$$s.a. \quad y = x_1^{\alpha} a^{1-\alpha}$$
$$\text{dados } y,\ w_1,\ w_2 \text{ e } a$$

Uma forma prática de resolver esse problema condicionado é isolar x_1 na equação de restrição (invertendo-a), donde resulta:

$$x_1 = a^{(\alpha-1)/\alpha} y^{1/\alpha}$$

Substituindo-a na função objetivo, obtendo-se a função de custo de curto prazo pretendida:

$$C^{CP} = w_1 a^{(\alpha-1)/\alpha} y^{1/\alpha} + a w_2$$

==

Convém lembrar que os conceitos de custo médio e custo marginal introduzidos na análise de longo prazo também valem para o curto prazo:

$$Cme^{CP} = C^{CP}/y$$
$$Cmg^{CP} = \partial C^{CP}/\partial y$$

Toda função de custo de curto prazo é composta de uma parcela fixa (custo fixo, CF) e uma parcela variável (custo variável, $CV(y)$), ou seja:

$$C^{CP} = CV(y) + CF$$

Dividindo-se ambos os lados dessa equação pelo nível de produção y, pode-se obter a seguinte relação de custos em termos unitários:

$$C^{CP}/y = CV(y)/y + CF/y$$

ou, simplesmente:

$$Cme^{CP} = CVme + CFme$$

onde $CVme$ é o custo variável médio e $CFme$ é o custo fixo médio. O painel superior da FIGURA 7.6.1 mostra a função de custo de curto prazo (curva cheia), como a soma do custo variável e do custo fixo (curvas tracejadas). O painel inferior dessa figura mostra o custo médio (ou unitário) de curto prazo, como a soma dos correspondentes custos unitários. Pode-se observar que a curva de custo variável médio é assíntota à curva de custo médio de curto prazo, tendo em vista que a curva de custo fixo médio é também assíntota ao eixo horizontal. Isso significa que à medida que o nível de produção é expandido e tende a infinito, o custo fixo médio tende a zero, de modo que o custo variável médio tende ao custo médio de curto prazo.

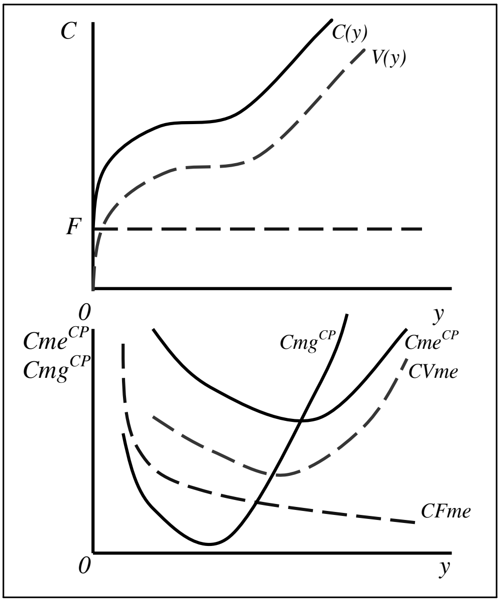


FIGURA 7.6.1: AS FUNÇÕES DE CUSTO TOTAL E CUSTO MÉDIO DE CURTO PRAZO

==

Questão 7.6.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se o custo fixo (diferença entre o custo total e o custo variável) é constante em relação ao nível de produção, então a diferença entre o custo médio e o custo variável médio deverá ser também constante.*

ERRADO

Desde que o $CF = C - CV$, então o custo fixo médio pode ser obtido dividindo-se ambos os lados dessa equação pelo nível de produção y:

$$CFme = CF/y = Cme - CVme$$

Pode-se observar que o custo fixo médio (diferença entre o custo médio e o custo variável médio) varia inversamente com o nível de produção. A FIGURA 7.6.1 mostra que a curva de *CFme* declina à medida em que o nível de produção se expande.

==

==

Questão 7.6.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Quando a curva de custo fixo médio se aproxima assintoticamente do eixo horizontal, a curva de custo variável médio se aproximará assintoticamente da curva de custo médio.*

CERTO

Por definição, $CFme = Cme - CVme$. Assim, quando o custo fixo médio se aproxima assintoticamente do eixo horizontal (ou seja, $CFme \to 0$), então $(Cme - CVme) \to 0$, ou seja, o custo variável médio se aproxima assintoticamente do custo médio ($CVme \to Cme$). A FIGURA 7.6.1 ilustra esse fato e mostra que, à medida que o nível de produção aumenta, a curva de *CFme* tende a zero, de modo que a distância entre as curvas de *Cme* e *CVme* também tende a zero.

Questão 7.6.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se x é o único insumo variável no curto prazo e o seu preço w é constante, então, a curva de custo variável médio será a recíproca monetizada da curva de produtividade média de x.*

CERTO

Desde que x é o único insumo variável, então $y = f(x)$. Se w é o preço do insumo, então o custo variável será $CV = wx$. Assim, o custo variável médio pode ser então estabelecido:

$$CVme = CV/y = wx/f(x) = w/[f(x)/x]$$

ou:

$$CVme = w/Pme_x = 1/(Pme_x/w)$$

Quando expressa dessa forma, a curva de *CVme* é, de fato, a reciproca monetizada da curva de produtividade média do insumo x.

==

Da própria definição de custo marginal pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: Para um dado nível de produção y, o valor numérico da área por baixo da função de custo marginal (de curto prazo) até esse nível de produção é exatamente igual ao valor numérico da altura da curva de custo variável para o mesmo nível de produção, ou seja:

$$CV(y) = \int_0^y Cmg^{CP}(y)dy$$

Desde que $CV(y) = C^{CP}(y) - CF$, então:

$$C^{CP}(y) = \int_0^y Cmg^{CP}(y)dy + CF$$

==

Para ilustrar a técnica de recuperação da função de custo a partir da função de custo marginal, considera-se o seguinte exemplo.

==

Exemplo 7.6.2: Se a função de custo marginal de curto prazo é especificada por $Cmg^{CP}(y) = 2 + 20y - 6y^2$ e o custo fixo é igual a 5, então se pode recuperar a função de custo de curto prazo $C^{CP}(y)$, integrando-se a função de custo marginal da seguinte forma:

$$C^{CP}(y) = \int_0^y Cmg^{CP}(y)dy + CF = \int_0^y (2 + 20y - 6y^2)dy + 5 = 2y + 10y^2 - 2y^3 + 5$$

==

7.7 CUSTOS NO CURTO E LONGO PRAZOS

A diferença entre o curto e o longo prazos está associada ao fato de que no curto prazo pelo menos um dos insumos é fixo e não pode ser variado, enquanto que no longo prazo todos os insumos podem variar. No entanto, é importante reconhecer que pode haver um grande número de curtos prazos. Para melhor entender esses conceitos de curto e longo prazos, é necessário conhecer a problemática do ajustamento da firma em uma situação transitória de curto prazo para uma situação ideal de longo prazo.

A FIGURA 7.7.1 ajuda a esclarecer essa questão e ilustra o ajustamento da firma de uma situação de equilíbrio inicial de curto prazo para o equilíbrio de longo prazo. O ponto A nessa figura mostra o equilíbrio inicial da firma, a qual produz y^0, utilizando *100* trabalhadores e *30* máquinas, ao custo de $C^0 = 500$. O ponto A nessa figura é um ponto de equilíbrio de custo mínimo porque a isoquanta y^0 é tangente a isocusto C^0. Admitindo-se que a firma deseje aumentar o nível de produção para y^1, mas esta não pode dispor imediatamente das máquinas (insumo fixo) adicionais necessárias para alcançar tal nível de produção ao menor custo possível. Neste caso, a única solução hoje (ou seja, no curtíssimo prazo ou curto prazo 1) seria produzir no ponto B, aumentando o número de trabalhadores (insumo variável) de *100* para *240*. Esse aumento na produção, restrito pela impossibilidade de variar o número de máquinas, causaria um significativo aumento no custo de $C^0 = 500$ para $C^1 = 950$.

Admitindo-se que a indústria de bens de capital só poderá fornecer três máquinas a cada seis meses, então a firma poderia dispor de *3* novas máquinas seis meses após a decisão de aumentar a produção (isto e, no curto prazo 2). Com *33* máquinas, a firma poderia produzir o mesmo nível de produção y^1 no ponto *C*, reduzindo o número de trabalhadores de *240* para *180*, mas principalmente reduzindo o custo de $C^1 = 950$ para $C^2 = 800$ (veja-se FIGURA 7.7.1).

Admitindo-se que as outras 3 máquinas adicionais só estariam disponíveis um ano após a decisão de aumentar a produção (ou seja, no curto prazo 3), então a firma poderia continuar produzindo o nível de produção desejado y^1 de forma eficiente no ponto D. Conforme pode ser visto na FIGURA 7.7.1, esse novo plano de produção exigiria da firma o aumento do número de máquinas para *36* (número desejado) e uma redução do número de trabalhadores para *120*, o que significaria uma redução do custo de produção de

$C^2 = 800$ para $C^3 = 700$ (custo mínimo de produzir y^1). O curto prazo 3 coincidiria, assim, com o longo prazo, tendo em vista que o plano D é o único que consegue produzir y^1 de forma eficiente, ou seja, ao menor custo possível de produção. Este fato é garantido tendo em vista que D é o único ponto em que a isoquanta y^1 é tangente a uma curva de isocusto.

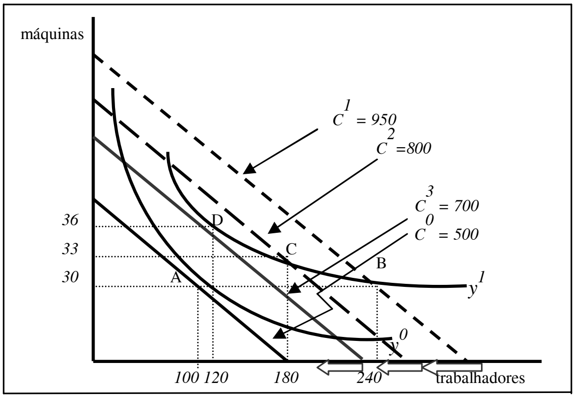


FIGURA 7.7.1: EQUILÍBRIOS DE CURTO E LONGO PRAZOS

===

Exemplo 7.7.1: Objetivando ilustrar o ajustamento da firma ao longo prazo, supõe-se que a função de produção da firma seja especificada por $y = x_1x_2$ e os preços dos insumos e o nível de produção sejam, respectivamente, $w_1 = 4$, $w_2 = 9$ e $y = 36$. Supõe-se que a firma deseja ampliar sua produção para $y = 64$, mas não pode variar o insumo x_2, nos 6 meses seguintes, o qual é fixo ao nível obtido anteriormente.

Inicialmente, determinam-se os níveis atuais ótimos de utilização dos insumos que minimizam o custo de produção da firma, os quais são obtidos resolvendo-se o seguinte problema de otimização (minimização) condicionado:

$$\min_{x_1,x_2} \quad C = 4x_1 + 9x_2$$
$$s.a. \quad x_1x_2 = 36$$

Substituindo x_2, da restrição, na função objetivo, obtém-se o seguinte problema:

$$\min_{x_1} \; C = 4x_1 + 9(36/x_1)$$

do qual resulta a seguinte solução: $x_1^* = 9$ e $x_2^* = 4$. O ponto A da FIGURA 7.7.2 ilustra esse equilíbrio. Dessa forma, pode-se, então, avaliar o custo de produção, o qual será igual a $C^* = 4x_1^* + 9x_2^* = 4(9) + 9(4) = 72$.

Em seguida, determina-se o novo nível de utilização do insumo x_1, necessário para atender essa nova produção, bem como o custo de curto prazo (hoje). Dado que o novo nível de produção é $y = 64$ e que o insumo x_2 não pode ser variado (é fixo ao nível $x_2' = 4$), então da equação de restrição tem-se que $x_1'(4) = 64$. A partir do qual resulta o novo nível de utilização do insumo variável, ou seja: $x_1' = 16$. O ponto B da FIGURA 7.7.2 ilustra esse equilíbrio de curto prazo. O custo de produção de curto prazo (hoje) será $C^{CP} = 4x_1' + 9x_2' = 4(16) + 9(4) = 100.$

Finalmente, determina-se o custo de longo prazo (daqui a 6 meses), quando o insumo x_2 pode ser, finalmente, variado. No longo prazo (6 meses após), quando x_2 pode finalmente ser ajustado, os níveis ótimos de utilização dos insumos são obtidos resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{x_1,x_2} \quad C = 4x_1 + 9x_2$$
$$s.a. \quad x_1x_2 = 64$$

Substituindo x_2, da restrição, na função objetivo, resulta o seguinte problema:

$$\min_{x_1} \quad C = 4x_1 + 9(64/x_1)$$

Do qual obtém-se a seguinte solução $x_1^{**} = 12$ e, portanto, $x_2^{**} = 16/3$. O ponto C da FIGURA 7.7.2 mostra esse equilíbrio de longo prazo. Assim, o custo de longo prazo será $C^{LP} = 4x_1^{**}+9x_2^{**} = 4(12)+9(16/3) = 96$, o qual é menor que o custo de curto prazo $C^{CP} = 100$, quando a firma não podia ajustar x_2.

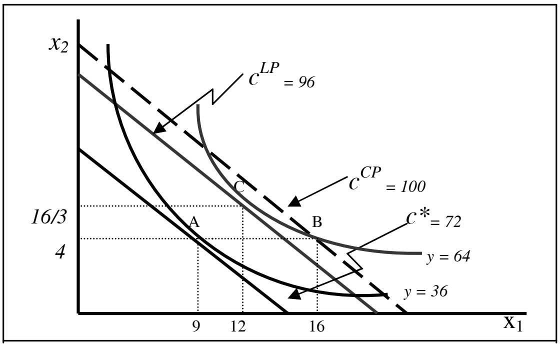


FIGURA 7.7.2: O AJUSTAMENTO DA FIRMA PARA O LONGO PRAZO

==

A FIGURA 7.7,3 mostra a função de custo de longo prazo para dois níveis específicos de produção y^0 e y^1, e as suas curvas associadas correspondentes. O movimento de A para C no painel (a) da FIGURA 7.7.3 ilustra o ajustamento no longo prazo de uma firma, no espaço de insumos, frente a um aumento no nível de produção de y^0 para y^1. Esse ajustamento na produção se dá sobre a curva de expansão da firma, a qual é o lugar geométrico de todos os pontos de custo mínimo (tangência entre a isocusto e a isoquanta). Admitindo que o preço do segundo insumo seja unitário (numerário), o painel (b) dessa figura relaciona os pontos sobre a curva de expansão com os pontos na função de custo de longo prazo. A função de custo de longo prazo é mostrada no painel (b) como uma envoltória das curvas de custo de curto prazo. Os pontos A' e C' no painel (b) dessa figura são os pontos correspondentes aos pontos A e C no painel (a). A função de custo médio de longo prazo, derivada a partir da função de custo de longo prazo, é também mostrada no painel (c) da FIGURA 7.7.3 como uma envoltória das curvas de custo médio de curto prazo.

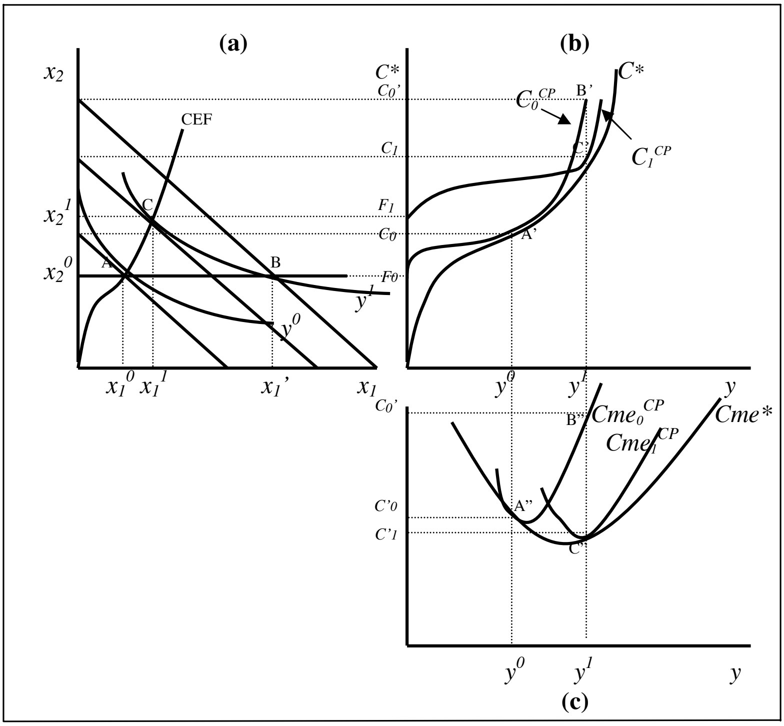


FIGURA 7.7.3: A FUNÇÃO DE CUSTO DE LONGO PRAZO COMO UMA ENVOLTÓRIA DAS CURVAS DE CUSTO DE CURTO PRAZO

Admitindo-se que no curto prazo o segundo insumo seja fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, então a firma expandirá a sua produção de y^0 para y^1 (ou seja, de A para B) ajustando apenas o nível de utilização do seu insumo variável. Pode-se observar que esse ajustamento não se dará sobre a curva de expansão da firma (ou seja, sobre a curva de custo de longo prazo), de modo que o custo não será minimizado. Esse fato é mostrado no painel (b) da FIGURA 7.7.3 pelo deslocamento de A' para B', sobre a curva de custo de curto prazo (para $x_2 = x_2^0$). Nesse caso específico, para produzir $y^1 > y^0$, o custo de produção (de curto prazo) C_0' é obviamente maior que o custo que a firma poderia incorrer caso pudesse variar o seu insumo fixo, que seria o custo de longo prazo C_1. Isso significa que, com x_2 fixo, para produzir qualquer nível de produção diferente de y^0, a função de custo de curto prazo se situará acima da função de custo de longo prazo. Isso vale para todos os níveis de produção $y \neq y^0$, inclusive para $y = 0$, tendo em vista que a firma ainda assim teria que pagar seus custos fixos.

==

Questão 7.7.1:(CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a função de produção exibe retornos crescentes de escala em todo seu domínio, então a curva de custo médio da firma deve ser declinante, independentemente da estrutura de mercado dos fatores de produção.*

INCERTO

Certo se o mercado de fatores é competitivo. A razão é que, com os preços dos insumos invariantes, à medida que a firma expande a sua produção o custo médio declina, tendo em vista que a variação no nível de produção é proporcionalmente maior que a variação na utilização dos insumos. No entanto, se a firma enfrenta uma estrutura de mercado de concorrência imperfeita para os insumos, a afirmativa pode ser errada. A explicação é que, à medida que a firma expande a sua produção e consequentemente a utilização dos seus insumos, os preços destes podem aumentar suficientemente ao ponto de suplantar a presença dos retornos crescentes de escala, de modo que o custo médio pode tornar-se, a partir de algum ponto, crescente.

==

==

Exercício 7.7.1:*Suponha que a função de produção seja especificada por* $y = x_1^2 x_2^3$.

(i) Derive a função de custo de longo prazo.

A função de custo de longo prazo é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{x_1,x_2} C = w_1x_1 + w_2x_2$$
$$s.a \quad y = x_1^2 x_2^3$$

o qual pode ser resolvido pelo processo de Lagrange, formando-se a função lagrangiana:

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 + \lambda[y - x_1^2x_2^3]$$

cujas condições necessárias ou de primeira ordem são:

$$L_1 = w_1 - 2\lambda x_1 x_2^3 = 0$$
$$L_2 = w_2 - 3\lambda x_1^2 x_2^2 = 0$$
$$L_\lambda = y - x_1^2 x_2^3 = 0$$

Dividindo-se a primeira equação pela segunda, tem-se:

$$x_2 = (3/2)(w_1/w_2)x_1$$

Substituindo-se essa última equação na terceira condição (de primeira ordem), resulta:

$$y - x_1^2\,[(3/2)(w_1/w_2)x_1]^3 = 0$$

ou

$$y - (3/2)^3(w_1/w_2)^3x_1^5 = 0$$

A partir da qual obtém-se, após algumas manipulações algébricas, a demanda por x_1:

$$x_1 = (2/3)^{3/5}(w_2/w_1)^{3/5}y^{1/5}$$

Substituindo-se essa solução na equação anterior (condição de tangência) e fazendo-se algumas manipulações algébricas, resulta a demanda por x_2:

$$x_2 = (2/3)^{-2/5}(w_2/w_1)^{-2/5}y^{1/5}$$

Finalmente, substituindo-se essas duas funções de demanda na função objetivo C e fazendo-se algumas operações algébricas, obtém-se a função de custo de longo prazo:

$$C^{LP} = Aw_1^{2/5}w_2^{3/5}y^{1/5}$$

onde $A = (2/3)^{3/5} + (2/3)^{-2/5}$ é uma constante.

(ii) Determine a função de custo de curto prazo, sabendo-se que x_2 é fixo ao nível $x_2 = 2$ e que $w_1 = 2\sqrt{2}$ e $w_2 = 1$.

Substituindo-se $x_2 = 2$, $w_1 = 2\sqrt{2}$ e $w_2 = 1$ no problema de otimização acima, tem-se:

$$\min_{x_1} C = 2\sqrt{2}x_1 + 2$$
$$s.a \quad y = 8x_1^2$$

Resolvendo a equação de restrição do problema acima para x_1, de modo que $x_1 = y^{1/2}/2\sqrt{2}$, e substituindo-a na função objetivo do mesmo, obtém-se a função de custo de curto prazo:

$$C^{CP} = 2 + y^{1/2}$$

==

7.8 A FUNÇÃO DE CUSTO DE LONGO PRAZO E O TAMANHO ÓTIMO DE PLANTAS

A condição necessária para que a firma minimize seus custos de produção é que a capacidade ou o tamanho da sua planta seja compatível com o volume de produção planejado. Para que a planta de produção tenha a capacidade ótima é necessário que as variações no custo total resultante de pequenas variações no nível de produção sejam iguais independentemente se todos os insumos podem ou não variar. Isso significa dizer que uma planta tem tamanho ótimo quando o custo marginal de produção de curto prazo coincide com o custo marginal de longo prazo. A FIGURA 7.8.1 ilustra esse fato e mostra que, para o nível de produção *y'*, a planta indexada pelo número um (planta menor) tem tamanho ótimo. Por outro lado, se o nível de produção é $y'' > y'$, essa planta seria pequena em relação à planta de tamanho ótimo. A planta ótima para o nível de produção y'' seria a de número dois (planta maior), o que é garantido pelo fato de que os custos marginais de curto e longo prazo serem iguais nesse ponto.

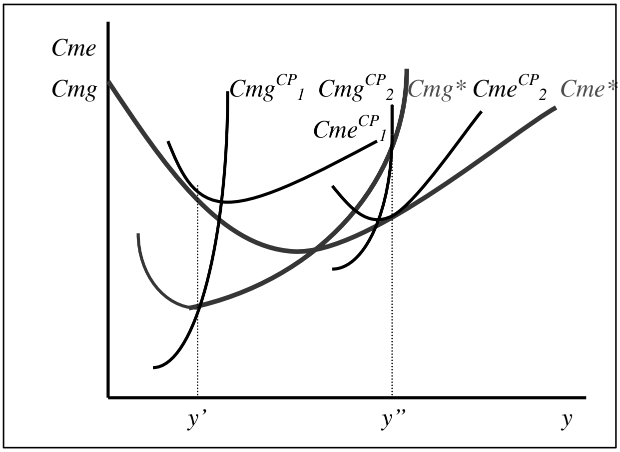


FIGURA 7.8.1: TAMANHO ÓTIMO DE UMA PLANTA DE PRODUÇÃO

A característica fundamental associada à planta de tamanho ótimo é que, se efetivamente construída, a firma estará produzindo eficientemente, tendo em vista que o custo de produção estará sendo minimizado. Isso é garantido pelo fato de que a curva de custo médio de curto prazo será tangente à curva de custo médio de longo prazo. A FIGURA 7.8.1 mostra ainda que para níveis de produção tal que o $Cmg^{CP} > Cmg^*$, a capacidade de produção da planta é pequena em relação à capacidade ótima. Por outro lado, quando os níveis de produção são tais que o $Cmg^{CP} < Cmg^*$, a capacidade da planta é grande em relação à capacidade ótima.

Do exposto, pode-se apresentar o seguinte resultado:

==

Resultado: Se a firma escolhe a <u>planta de capacidade ótima</u>, então se pode afirmar que a firma produz com custos mínimos, de modo que o custo marginal de curto prazo será igual ao custo marginal de longo prazo.

==

Para mostrar esse fato, considera-se a seguinte função de custo de curto prazo:

$$C(y,k) = V(y,\kappa) + g(\kappa)$$

onde κ representa o tamanho (ou capacidade) da planta, $g(\kappa)$ é o custo fixo associado com o tamanho da planta κ e $V(y,\kappa)$ é o custo variável. Diferenciando essa função em relação a y, obtém-se o custo marginal de curto prazo:

$$Cmg^{CP} = \partial C/\partial y = V_y(y,\kappa)$$

Se a firma escolhe a planta de capacidade ótima, então $\partial C/\partial \kappa = 0$ (condição necessária para um ótimo), donde resulta a seguinte equação:

$$\partial C/\partial \kappa = V_\kappa(y, \kappa) + g'(\kappa) = 0$$

Cuja solução é $\kappa = \kappa^*(y)$. Assim, substituindo esse valor ótimo de κ na função de custo de curto prazo, obtém-se a função de custo de longo prazo:

$$C^*(y) = V[y, \kappa^*(y)] + g[\kappa^*(y)]$$

Diferenciando-a em relação a y, tem-se o custo marginal de longo prazo:

$$Cmg^{LP} = \partial C^*/\partial y = V_y(y, \kappa) + V_\kappa(d\kappa^*/dy) + g'(\kappa)(d\kappa^*/dy)$$

ou (agrupando termos):

$$Cmg^{LP} = V_y(y, \kappa) + (d\kappa^*/dy)[V_\kappa(y, \kappa) + g'(\kappa)] = V_y(y, \kappa) = Cmg^{CP}$$

desde que $V_\kappa(y, \kappa) + g'(\kappa) = 0$ (condição para que a firma escolha a planta de tamanho ótimo). Fica então provado que a planta de tamanho ótimo é aquela em que os custos marginais de curto e longo prazo são iguais.

==

Exemplo 7.8.1: Para ilustrar a escolha da capacidade ótima da planta de produção e do ajustamento da estrutura de custo da firma no longo prazo, supõe-se que a função de produção seja expressa por:

$$y = f(x_1, x_2, \kappa)$$

onde κ é o tamanho da planta e x_1 e x_2 são os insumos variáveis. Suponha que o custo fixo, associado ao tamanho de planta κ, seja $g(\kappa)$ e que os preços dos insumos sejam w_1 e w_2, respectivamente.

A função de custo de curto prazo é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{x_1, x_2} C = w_1x_1 + w_2x_2 + g(\kappa)$$
$$s.a.\ y = f(x_1, x_2, \kappa)$$
$$dados\ w_1\ e\ w_2$$

cuja função lagrangiana é:

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 + g(\kappa) + \lambda[y - f(x_1, x_2, \kappa)]$$

a partir da qual resultam as seguintes condições necessárias ou de primeira ordem para um ótimo:

$$L_1 = w_1 - \lambda f_1(x_1, x_2, \kappa) = 0$$
$$L_2 = w_2 - \lambda f_2(x_1, x_2, \kappa) = 0$$
$$L_\lambda = y - f(x_1, x_2, \kappa) = 0$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda e resolvendo o sistema resultante, obtém-se as funções de demanda por insumos $x_i = x_i^*(x_1, x_2, \kappa)$.

Substituindo-as na função objetivo, obtém-se a função de custo de curto prazo:

$$C^{CP} = V(y, \kappa) + g(\kappa)$$

Admitindo-se que a firma escolha uma planta de tamanho ótimo, obtém-se a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$\partial C^{CP}/\partial\kappa = \partial V(y,\kappa)/\partial\kappa + g'(\kappa) = 0$$

cuja solução é $\kappa = \kappa^*(y)$. Substituindo essa solução na função de custo acima, obtém-se a função de custo de longo prazo:

$$C^* = V[y, \kappa^*(y)] + g[\kappa^*(y)] = C^*(y)$$

a qual depende apenas do nível de produção e é uma envoltória de todas as funções de custo de curto prazo.

O estudante interessado pode verificar que, se a firma escolhe o tamanho ótimo de planta de produção, então o $C^{CP} = C^*$. Para provar isso basta diferenciar a função de custo de longo prazo em relação ao nível de produção, lembrando que, se a planta tem capacidade ótima, então $\partial V(y,\kappa)/\partial\kappa + g'(\kappa) = 0$.

==

==

Questão 7.8.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O custo marginal de curto prazo é maior que o custo marginal de longo prazo porque este último não inclui o custo do fator fixo.*

ERRADO

O custo marginal de curto prazo pode ser maior, igual ou menor que o custo marginal de longo prazo, fato esse que dependerá se o nível de produção é maior, igual ou menor que o nível ótimo de produção (isto é, nível de produção resultante da planta de capacidade ótima). Uma inspeção da FIGURA 7.8.1, permite observar que se a capacidade da planta é pequena em relação a planta de tamanho ótimo, então o $Cmg^{CP} > Cmg^{LP}$. Por outro lado, se a capacidade da planta é grande em relação a planta ótima, então o $Cmg^{CP} < Cmg^{LP}$. Apenas para a planta de tamanho ótimo (ponto ótimo de produção da capacidade instalada) é que o $Cmg^{CP} = Cmg^{LP}$.

==

7.9 ESTÁTICA COMPARATIVA E OS RESULTADOS DO TEOREMA DO ENVELOPE PARA O MODELO DE MINIMIZAÇÃO DE CUSTO*

A estática comparativa é a técnica pela qual se pode obter hipóteses refutáveis de um modelo econômico. O modelo de minimização do custo pode ser investigado determinando-se as suas principais hipóteses a respeito das funções de demanda por insumos e do custo marginal, que são os próprios sinais das derivadas dessas funções em relação aos parâmetros desse modelo (preços dos insumos e o nível de produção). Essa técnica consiste em substituir as soluções ótimas $x_1 = x_1^*(w_1,w_2,y)$, $x_2 = x_2^*(w_1,w_2,y)$ e $\lambda = \lambda^*(w_1,w_2,y)$ nas condições de primeira ordem do problema de minimização do custo, de modo a obter-se as seguintes identidades:

$$w_1 - \lambda^*(w_1,w_2,y)f_1[x_1^*(w_1,w_2,y), x_2^*(w_1,w_2,y)] \equiv 0$$
$$w_2 - \lambda^*(w_1,w_2,y)f_2[x_1^*(w_1,w_2,y), x_2^*(w_1,w_2,y)] \equiv 0$$
$$y - f[x_1^*(w_1,w_2,y), x_2^*(w_1,w_2,y)] \equiv 0$$

Estuda-se inicialmente como uma variação no preço de um insumo afeta as demandas por insumo (nível de produção constante) e o custo marginal. Diferenciando-se essas identidades em relação a w_1, obtém-se o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$1-\lambda^*f_{11}(\partial x_1^*/\partial w_1) - \lambda^*f_{12}(\partial x_2^*/\partial w_1) - f_1(\partial \lambda^*/\partial w_1) = 0$$
$$-\lambda^*f_{21}(\partial x_1^*/\partial w_1) - \lambda^*f_{22}(\partial x_2^*/\partial w_1) - f_2(\partial \lambda^*/\partial w_1) = 0$$
$$-f_1(\partial x_1^*/\partial w_1) - f_2(\partial x_2^*/\partial w_1) = 0$$

ou, em termos matriciais:

$$\begin{pmatrix} -\lambda^*f_{11} & -\lambda^*f_{12} & -f_1 \\ -\lambda^*f_{21} & -\lambda^*f_{22} & -f_2 \\ -f_1 & -f_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial x_1^*/\partial w_1 \\ \partial x_2^*/\partial w_1 \\ \partial \lambda^*/\partial w_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolvendo esse sistema pela regra de Cramer, obtém-se:

$$\partial x_1^*/\partial w_1 = f_2^2/|H| < 0$$
$$\partial x_2^*/\partial w_1 = -(f_1f_2)/|H| > 0$$
$$\partial \lambda^*/\partial w_1 = \lambda^*(f_1f_{22} - f_2f_{21})/|H| \ ?$$

Tendo em vista que $|H| < 0$ (condição de segunda ordem para o problema de minimização do custo), então os sinais das duas primeiras derivadas são determinados, enquanto que o sinal da última é indeterminado.

O sinal negativo da primeira derivada ($\partial x_1^*/\partial w_1 < 0$) implica que as funções de demanda por insumo (nível de produção constante), $x_i = x_i^*(w_1,w_2,y)$, são negativamente inclinadas.

Embora o sinal da segunda derivada tenha sido positivo ($\partial x_2^*/\partial w_1 > 0$), esse sinal é, em geral, ambíguo. Esse resultado é um caso particular pois, com apenas dois insumos, o sinal dessa derivada terá que ser positivo. Com apenas dois insumos, eles têm que ser necessariamente substitutos. Isto se dá porque, quando o preço de um insumo sofre uma redução, a firma contrata mais desse insumo. Para que o nível de produção permaneça constante, a firma terá que reduzir o nível de utilização do outro insumo. No entanto, com mais de dois insumos esse resultado não mais se verifica.

Constata-se também que o sinal da terceira derivada é ambíguo. Isso implica dizer que, se houver um aumento no preço de um insumo, o custo marginal tanto pode aumentar, permanecer constante, quanto diminuir.

A estática comparativa pode ser ampliada para estudar o efeito de uma variação no nível de produção sobre as demandas por insumo e o custo marginal.

Diferenciando-se as identidades acima em relação a y, tem-se o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$-\lambda^* f_{11}(\partial x_1^*/\partial y) - \lambda^* f_{12}(\partial x_2^*/\partial y) - f_1(\partial \lambda^*/\partial y) = 0$$
$$1 - \lambda^* f_{21}(\partial x_1^*/\partial y) - \lambda^* f_{22}(\partial x_2^*/\partial y) - f_2(\partial \lambda^*/\partial y) = 0$$
$$1 - f_1(\partial x_1^*/\partial y) - f_2(\partial x_2^*/\partial y) = 0$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -\lambda^* f_{11} & -\lambda^* f_{12} & -f_1 \\ -\lambda^* f_{21} & -\lambda^* f_{22} & -f_2 \\ -f_1 & -f_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x_1^*/\partial y \\ \partial x_2^*/\partial y \\ \partial \lambda^*/\partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Resolvendo esse sistema de equações pela regra de Cramer, obtém-se:

$$\partial x_1^*/\partial y = -\lambda^*(f_2 f_{12} - f_1 f_{22})/|H| \ ?$$
$$\partial \lambda^*/\partial y = -\lambda^*(f_{11} f_{22} - f_{12}^2)/|H| \ ?$$

A indeterminação dos sinais dessas duas derivadas revela que um aumento no nível de produção pode aumentar, manter constante, ou reduzir tanto a demanda por insumo quanto o custo marginal. Especificamente, a ambigüidade do sinal da primeira derivada não descarta a possibilidade do insumo ser inferior. Caso em que, um aumento no nível de produção não levaria necessariamente a firma a aumentar o nível de utilização desse insumo, podendo inclusive reduzi-lo.

Os resultados obtidos acima com a estática comparativa do modelo de minimização do custo poderiam ter sido gerados diretamente por meio do teorema da envoltória ou do envelope. A seguir apresentam-se os principais resultados desse modelo, fazendo-se uso do teorema do envelope[79]:

1. $\partial C^*/\partial w_i = \partial L/\partial w_i = x_i = x_i^* > 0$ (lema de Shephard)
2. $\partial C^*/\partial y = \partial L/\partial y = \lambda = \lambda^* > 0$
3. $\partial^2 C^*/\partial w_1 \partial w_2 = \partial x_1^*/\partial w_2 \ ?$

   $\partial^2 C^*/\partial w_2 \partial w_1 = \partial x_2^*/\partial w_1 \ ?$

   Embora esses sinais sejam, em geral, ambíguos, com apenas dois insumos esses sinais são positivos, indicando que os insumos têm que ser necessariamente substitutos. Fazendo-se uso do teorema de Young[80], obtém-se:
4. $\partial x_1^*/\partial w_2 = \partial x_2^*/\partial w_1$ (condição de reciprocidade[81])

---

[79] É importante recordar que o teorema do envelope estabelece que $\partial C^*/\partial w_i = \partial L/\partial w_i = x_i$, assim como $\partial C^*/\partial y = \partial L/\partial y = \lambda$.

[80] Vale lembrar que o teorema de Young estabelece uma igualdade entre as derivadas parciais cruzadas de segunda ordem (ou efeitos cruzados).

[81] Deve-se ressaltar que essas condições de reciprocidade existem porque o lagrangiano é linear nos parâmetros w_1, w_2 e y.

5. $\partial^2 C^*/\partial y \partial w_i = \partial \lambda^*/\partial w_i$?

   $\partial^2 C^*/\partial w_i \partial y = \partial x_i^*/\partial y$?

   Com base no teorema de Young, resulta:

6. $\partial \lambda^*/\partial w_i = \partial x_i^*/\partial y$ (condição de reciprocidade)

   Se o insumo i é normal ou superior (isto é, $\partial x_i^*/\partial y > 0$), então $\partial \lambda^*/\partial w_i > 0$. Nesse caso, um aumento de preço desse insumo aumentaria o custo marginal. Por outro lado, se o insumo i é inferior (ou seja, $\partial x_i^*/\partial y < 0$), então $\partial \lambda^*/\partial w_i < 0$, caso em que um aumento de preço do insumo reduziria o custo marginal. Certo mesmo só o seu impacto sobre o custo total e o custo médio. Isto é, qualquer acréscimo de preço do insumo aumentará necessariamente o custo total e o custo médio, independentemente se o insumo é inferior ou normal.

==

Questão 7.9.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se um insumo é inferior então um aumento no seu preço reduiráz o custo marginal de produção.*

CERTO

O teorema da envoltória (ou envelope) garante que:

$$\partial \lambda^*/\partial w_i = \partial x_i^*/\partial y$$

onde λ^* (multiplicador de Lagrange) é o custo marginal de produção. Se o insumo é inferior, então $\partial x_i^*/\partial y < 0$, o que implica em que $\partial \lambda^*/\partial w_i < 0$.

==

==

Exercício 7.9.1: *Suponha que o custo de uma firma típica na indústria de construção civil seja composto de duas parcelas: (a) custos de construção C_c e (b) custos financeiros C_f. Essas funções de custo são especificadas por: $C_c = fe^{-at}$ e $C_f = ge^{rt}$; onde f e g são funções do nível de produção, e é a base do logaritmo Neperiano, t é o tempo de construção, r é a taxa de juros de mercado e a é uma constante positiva. Supondo que a firma minimiza custos e fazendo uso do instrumental da estática comparativa, mostre que um aumento da taxa de juros reduzirá o tempo de construção na referida indústria.*

O tempo ótimo de construção t^* é aquele que minimiza o custo da firma. Isso significa que a firma escolhe t^* de modo a:

$$\min_{t} C(y) = f(y)e^{-\alpha t} + g(y)e^{rt}$$

Impondo-se a condição necessária (ou condição de primeira ordem) para um ótimo interior, tem-se:

$$\partial C/\partial t = -\alpha f e^{-\alpha t} + rge^{rt} = 0$$

ou:

$$\alpha f e^{-\alpha t} = rge^{rt}$$

Essa condição implica que o tempo ótimo de construção se dará quando o benefício marginal proporcionado pela redução do custo de construção for exatamente igual ao custo marginal implicado pelo acréscimo no custo financeiro (ou custo de oportunidade do capital). Resolvendo-se essa equação, obtém-se o tempo ótimo de construção $t = t^*(r,\alpha) = ln(\alpha f/rg)/(\alpha+r)$. A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um mínimo é que:

$$\partial^2 C/\partial t^2 = \alpha^2 fe^{-\alpha t} + r^2 ge^{rt} > 0$$

Essa condição pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$-\alpha^2 fe^{-\alpha t} < r^2 ge^{rt}$$

Quando escrita dessa forma, ela estabelece que a inclinação do benefício marginal, $-\alpha^2 fe^{-\alpha t}$, deve ser menor que a inclinação do custo marginal, $r^2 ge^{rt}$.

Para saber o que aconteceria com o tempo de construção quando a taxa de juros de mercado aumenta, utiliza-se o instrumental da estática comparativa. Assim, substitui-se a solução ótima $t = t^*(r,\alpha)$ na equação que a gerou, isto é, na condição de primeira ordem, de modo a transforma-la na seguinte identidade:

$$-\alpha fe^{-\alpha t^*(r,\alpha)} + rge^{rt^*(r,\alpha)} \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a r, obtém-se:

$$\alpha^2 fe^{-\alpha t}(\partial t^*/\partial r) + rge^{rt}[r(\partial t^*/\partial r)+t] + ge^{rt} = 0$$

ou:

$$\alpha^2 fe^{-\alpha t}(\partial t^*/\partial r) + r^2 ge^{rt}(\partial t^*/\partial r) + g(rt+1)e^{rt} = 0$$

da qual, resulta:

$$\partial t^*/\partial r = -g(rt+1)e^{rt}/(\alpha^2 fe^{-\alpha t}+r^2 ge^{rt}) < 0$$

desde que $g(rt+1)e^{rt} > 0$ e $\alpha^2 fe^{-\alpha t}+r^2 ge^{rt} > 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que um aumento da taxa de juros de mercado diminuirá o tempo de construção na referida indústria.

==

7.10 DUALIDADE ENTRE A FUNÇÃO DE CUSTO E A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO*

Na seção 7.2, derivou-se a função de custo de longo prazo a partir da função de produção, resolvendo-se um problema de minimização do custo restrito a um dado nível de produção, dados os preços dos insumos. Esta seção caminha na direção inversa e deriva a função de produção a partir da função de custo. Assim, partindo-se da função de custo:

$$C^* = w_1 x_1^*(w_1,w_2,y) + w_2 x_2^*(w_1,w_2,y)$$

pode-se obter as funções de demanda por insumo (lema de Shephard):

$$\partial C^*/\partial w_1 = x_1^*(w_1, w_2, y)$$
$$\partial C^*/\partial w_2 = x_2^*(w_1, w_2, y)$$

Desde que x_1^* e x_2^* são homogêneas de grau zero em preços, então essas funções de demanda podem ser escritas da seguinte forma:

$$x_1^*(w_1, w_2, y) = x_1^*(\theta w_1, \theta w_2, y) = x_1^*(1, w_2/w_1, y) = g_1(w, y)$$
$$x_2^*(w_1, w_2, y) = x_2^*(\theta w_1, \theta w_2, y) = x_2^*(1, w_2/w_1, y) = g_2(w, y)$$

onde $\theta = 1/w_1$ é o fator de escala e $w = w_2/w_1$ é a relação de preços dos insumos. Através de manipulações algébricas, essas duas equações podem ser utilizadas para eliminar a variável w, de modo a obter-se uma equação em x_1 e x_2:

$$g(x_1, x_2, y) = 0$$

que é a própria função de produção procurada.

==

Exemplo 7.10.1: A título de ilustração dessa técnica, recupera-se, a seguir, a função de produção a partir da seguinte função de custo $C^* = y^{\beta} w_1^{\alpha} w_2^{1-\alpha}$. O primeiro passo para retroceder à função de produção é diferenciar essa função de custo em relação a w_1 e w_2, donde resulta (lema de Shephard):

$$\partial C^*/\partial w_1 = x_1 = \alpha y^{\beta} w_1^{\alpha-1} w_2^{1-\alpha} = \alpha y^{\beta} w^{1-\alpha}$$
$$\partial C^*/\partial w_2 = x_2 = (1-\alpha) y^{\beta} w_1^{\alpha} w_2^{-\alpha} = (1-\alpha) y^{\beta} w^{-\alpha}$$

Aplicando o logaritmo neperiano a ambos os lados dessas equações, resultam:

$$\ln x_1 = \ln\alpha + \beta\ln y + (1-\alpha)\ln w$$
$$\ln x_2 = \ln(1-\alpha) + \beta\ln y - \alpha\ln w$$

Multiplicando a primeira equação por α e a segunda por $1-\alpha$, para eliminar os termos em $\ln w$, obtém-se:

$$\alpha\ln x_1 = \alpha\ln\alpha + \alpha\beta\ln y + \alpha(1-\alpha)\ln w$$
$$(1-\alpha)\ln x_2 = (1-\alpha)\ln(1-\alpha) + (1-\alpha)\beta\ln y - \alpha(1-\alpha)\ln w$$

Somando membro a membro, tem-se:

$$\alpha\ln x_1 + (1-\alpha)\ln x_2 = \alpha\ln\alpha + (1-\alpha)\ln(1-\alpha) + \beta\ln y$$

ou, simplesmente:

$$\ln x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha} = \ln\ \alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} y^{\beta}$$

donde resulta, após tomar-se o antilogaritmo, a função de produção:

$$x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha} = \alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} y^{\beta}$$

ou, na sua forma mais convencional:

$$y = A x_1^{\alpha/\beta} x_2^{(1-\alpha)/\beta}$$

onde $A = 1/\alpha^{\alpha/\beta}(1-\alpha)^{(1-\alpha)/\beta}$ é uma constante.

==

==

Exercício 7.10.1:*Suponha que a função de custo de uma firma seja especificada por* $C = (w_1+w_1^{½}w_2^{½}+w_2)y$.

(i) Verifique se essa função satisfaz todas as propriedades de uma função de custo, ou seja, continuidade, homogeneidade e concavidade.

A função de custo apresentada é contínua, uma vez que ela é diferenciável em todos pontos de seu domínio. A função de custo terá que ser homogênea de grau 1 em w_1 e w_2. Assim, verificando-se essa propriedade, tem-se que:

$$[\theta w_1+(\theta w_1)^{½}(\theta w_2)^{½}+\theta w_2]y = \theta(w_1+w_1^{½}w_2^{½}+w_2)y = \theta C$$

o que comprova que a função de custo acima é, de fato, homogênea de grau 1 nos preços dos insumos. A função de custo terá que ser também côncava em w_1 e w_2. Para verificar essa propriedade, obtém-se:

$$\partial C/\partial w_1 = y[1+(1/2)w_1^{-½}w_2^{½})$$

assim como:

$$\partial^2 C/\partial w_1^2 = -y[(1/4)w_1^{-3/2}w_2^{½}) < 0$$

Por simetria, verifica-se que:

$$\partial^2 C/\partial w_2^2 = -y[(1/4)w_1^{½}w_2^{-3/2}) < 0$$

Fica comprovado, portanto, que essa função de custo é côncava nos preços dos insumos.

(ii) Derive a função de produção a partir dessa função de custo.

Pelo lema de Shephard, tem-se que $\partial C/\partial w_1 = x_1$ e $\partial C/\partial w_2 = x_2$. Dessa forma, diferenciando-se essa função de custo em relação a w_1 e w_2, resultam:

$$x_1 = y + ½\, yw_1^{-½}w_2^{½} = y + ½\, y(w_1/w_2)^{-½}$$
$$x_2 = y + ½\, yw_1^{½}w_2^{-½} = y + ½\, y(w_1/w_2)^{½}$$

a partir das quais obtém-se as seguintes expressões:

$$(w_1/w_2)^{½} = ½\, y(x_1-y)$$
$$(w_1/w_2)^{½} = 2(x_2-y)/y$$

Igualando-se essas expressões resulta a função de produção procurada:

$$½y(x_1-y) = 2(x_2-y)/y$$

ou, na sua forma implícita:

$$3y^2 - 4y(x_1+x_2) + 4x_1x_2 = 0$$

==

7.11 O FENÔMENO DE LE CHÂTELIER*

O fenômeno de Le Châtelier tem a ver com a maior ou menor capacidade de um sistema responder a variações nos seus parâmetros, o que obviamente dependerá das restrições que o mesmo possa enfrentar.

Para mostrar a ocorrência desse fenômeno no modelo de minimização do custo, considera-se a função de custo de longo prazo:

$$C^* = w_1x_1^*(w_1,w_2,y) + w_2x_2^*(w_1,w_2,y)$$

Mantendo-se o preço do segundo insumo e o nível de produção constantes aos níveis $w_2 = w_2^0$ e $y = y^0$, então a função de custo pode ser reescrita da seguinte forma:

$$C^* = w_1x_1^*(w_1,w_2^0,y^0) + w_2^0x_2^*(w_1,w_2^0,y^0) = C^*(w_1,w_2^0,y^0)$$

podendo ser representada graficamente em função de w_1, e cuja inclinação (lema de Shephard) é:

$$\partial C^*/\partial w_1 = x_1^*$$

Essa função está representada na FIGURA 7.11.1 pela curva cheia. Vale lembrar que a função de custo é côncava nesse preço, desde que:

$$\partial^2 C^*/\partial w_1^2 = \partial x_1^*/\partial w_1 < 0$$

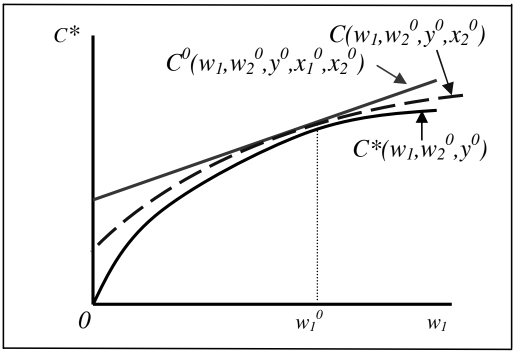


FIGURA 7.11.1: A FUNÇÃO DE CUSTO E O FENÔMENO DE LE CHÂTELIER

Se os insumos são fixos, aos níveis $x_1 = x_1^0$ e $x_2 = x_2^0$ e não podem variar, o que efetivamente acontece no curtíssimo prazo, então a função de custo pode ser escrita da seguinte forma:

$$C^0 = w_1x_1^0 + w_2^0x_2^0 = C^0(w_1,w_2^0,y^0,x_1^0,x_2^0)$$

a qual é linear em w_1 e cuja inclinação é:

$$\partial C^0/\partial w_1 = x_1^0$$

o que é confirmado pela nulidade da segunda derivada:

$$\partial^2 C^0/\partial w_1^2 = \partial x_1^0/\partial w_1 = 0$$

Essa função está também representada graficamente na FIGURA 7.11.1 por uma linha reta tangente à curva de longo prazo $C^*(w_1, w_2^0, y^0)$ no ponto $w_1 = w_1^0$.

Desde que as funções de custo $C^*(w_1, w_2^0, y^0)$ e $C^0(w_1, w_2^0, y^0, x_1^0, x_2^0)$ têm a mesma inclinação em $w_1 = w_1^0$, tendo em vista que essas funções são tangentes nesse ponto, então:

$$\partial C^*/\partial w_1 = \partial C^0/\partial w_1 = x_1^0 = x_1^*$$

Esse é na realidade o resultado do teorema do envelope, o qual garante que a taxa de variação na função objetivo de custo (C^* e C^0) em relação a w_1 é a mesma, independentemente se os insumos (x_1,e x_2) podem ou não se ajustar frente a uma variação em w_1.

Entre essas duas situações extremas de longo e curtíssimo prazo se pode considerar o caso em que apenas o segundo insumo é fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, mas x_1 pode variar e se ajustar a variações no seu preço. Essa é uma situação típica de curto prazo, onde pelo menos um dos insumos é fixo e não pode variar. Nesse caso, a função de custo de curto prazo pode ser expressa por:

$$C = w_1x_1 + w_2^0x_2^0 = C(w_1, w_2^0, y^0, x_2^0)$$

Essa nova função de custo está representada na FIGURA 7.11.1 pela curva tracejada entre a curva cheia $C^*(w_1, w_2^0, y^0)$ e a linha reta $C^0(w_1, w_2^0, y^0, x_1^0, x_2^0)$. Ela possui a mesma inclinação das outras duas curvas no ponto $w_1 = w_1^0$, tendo em vista que elas são tangentes nesse ponto. Isso significa que, para qualquer $w_1 \neq w_1^0$, o custo de curto prazo é maior que o custo de longo prazo, mas é menor que o custo de curtíssimo prazo. Em outras palavras, a função de custo de curto prazo não é tão côncava quanto a curva de longo prazo, uma vez que a firma não pode ajustar x_2 que é fixo, mas é mais côncava que a função de custo de curtíssimo prazo, a qual não pode ajustar nenhum dos dois insumos, ou seja:

$$\partial^2 C^*/\partial w_1^2 < \partial^2 C/\partial w_1^2 < \partial^2 C^0/\partial w_1^2 = 0$$

Isso significa que:

$$\partial x_1^*/\partial w_1 < \partial x_1/\partial w_1 < \partial x_1^0/\partial w_1 = 0$$

ou, em valor absoluto:

$$|\partial x_1^*/\partial w_1| > |\partial x_1/\partial w_1| > |\partial x_1^0/\partial w_1| = 0$$

Portanto, pode-se concluir que a função de demanda por insumo no longo prazo é mais elástica que as funções de demanda de curto e curtíssimo prazo. Esse resultado é uma conseqüência do fato de que, ao se introduzir mais restrições ao sistema, reduz-se a capacidade do sistema se ajustar à variações nos parâmetros, o qual é a essência do fenômeno de Le Châtelier.

CAPÍTULO 8: TEORIA DA FIRMA – LUCRO

8.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Os dois últimos capítulos introduziram o estudo da teoria da firma sem que houvesse uma preocupação explícita com o estabelecimento do nível de produção. Especificamente, o sexto capítulo tratou da produção de forma genérica sem que houvesse uma preocupação explícita com a determinação do nível de produção da firma. No sétimo capítulo, observou-se que a firma tomava o nível de produção como dado e buscava minimizar o custo de produzi-lo. De fato, o nível de produção era um parâmetro da função de custo. Este capítulo retoma essa questão e trata especificamente de determinar o melhor nível de produção. A análise será conduzida em torno da questão das decisões de produção da firma competitiva, tanto em termos dos níveis ótimos de utilização dos insumos e do nível de produção propriamente dito, quanto dos impactos de variações nos parâmetros desse modelo sobre os níveis de utilização de tais insumos e da produção da firma.

A firma competitiva é a unidade produtiva em um mercado perfeitamente competitivo. Embora essa estrutura de mercado só seja estudada no próximo capítulo, avançam-se aqui algumas características da firma operando nesse mercado. A analogia entre a firma competitiva (no mercado onde ela opera) e uma formiga (em seu formigueiro) é perfeita. Do mesmo modo que a formiga é uma unidade produtiva e minúscula do formigueiro, a firma competitiva é caracterizada por ser uma unidade produtiva pequena em relação ao tamanho do mercado onde ela opera. Dessa forma, o volume transacionado por essa unidade produtiva é desprezível em relação ao volume total transacionado pelo mercado. Em conseqüência, a firma competitiva não tem condições de afetar os preços dos insumos que ela utiliza na produção, tampouco consegue afetar o preço do seu produto.

A firma competitiva pode ser, portanto, definida da seguinte forma:

===

Definição: A Firma competitiva é uma unidade produtiva que transaciona volumes de produção e de insumos muito pequenos em relação aos níveis totais transacionados nesses mercados. Isso significa que os efeitos de uma firma competitiva sobre os preços de mercado são desprezíveis, de modo que ela não terá poder para afetar tanto o preço do produto quanto os preços dos insumos que ela utiliza para sua produção. Nesse sentido, ela acaba tomando tais preços como dados.

===

A teoria da firma postula um comportamento otimizador por parte dessa unidade produtiva, o qual será avançado a seguir, mas que será retomado mais tarde para uma análise mais detalhada. Especificamente, postula-se que a firma maximiza lucros.

===

Postulado: Maximização do lucro – a firma escolhe o nível de utilização de insumos e, portanto, o nível de produção, de modo a maximizar o seu lucro, condicionado à tecnologia disponível e dados os preços dos insumos e do produto.

===

Deve-se ressaltar que o postulado de maximização do lucro é mais amplo que o postulado da minimização do custo. Ao se postular que a firma maximiza lucros, isso implica necessariamente que ela estará minimizando o seu custo de produção. No entanto, o inverso não é verdadeiro, ou seja, se a firma minimiza custos isso não quer necessariamente dizer que ela esteja maximizando lucro.

É importante relembrar que postulados não são observáveis, de modo que debater o realismo de um postulado é tão irrelevante quanto debater o sexo dos anjos. Não existe meio de testar postulados diretamente através dos dados do mundo real. Especificamente, não é possível testar diretamente se a firma maximiza lucro. A razão é que, se a firma apresenta um certo valor m de lucro ao final do período contábil, isso não significa necessariamente dizer que esse valor seja realmente máximo. A firma poderia ter tido um lucro maior, por exemplo, $n > m$, o que implicaria negar que m fosse o lucro máximo. Embora não seja possível testar diretamente o postulado da maximização do lucro, isso não quer dizer que seja possível postular que a firma minimize lucros. Pois, se a firma minimizasse lucros, poderia se observar um comportamento bastante peculiar, para não dizer estranho, por parte da firma. Por exemplo, a firma distribuiria o seu produto gratuitamente, contrataria uma quantidade excessivamente grande de trabalhadores e pagaria salários astronômicos. De fato, esse comportamento não é observado na prática. Portanto, não é possível testar uma teoria pela introspeção. O único meio de testar essa teoria é através da avaliação empírica de suas predições.

A teoria neoclássica tradicional da firma tem sido criticada pelo fato de não especificar quem se beneficia e quem se apropria do lucro da firma. Nesse sentido a teoria da firma é sempre referida a uma “caixa preta”, por onde entram insumos de um lado, saindo a produção do outro. Deve-se ressaltar, entretanto, que a forma de organização da firma não é importante, pelo menos nesse capítulo, para o desenvolvimento da própria teoria.

Objetivando tornar a teoria tratável são introduzidos alguns pressupostos simplificadores:

==

Pressuposto: **1.** Perfeita informação – As firmas têm perfeito conhecimento de todas as alternativas de produção relevantes e conhecem toda a estrutura de custos. O pressuposto da completa informação é introduzido para garantir que as firmas tomarão sempre as melhores decisões[82].

2. Melhor tecnologia – As firmas têm acesso à melhor tecnologia de produção disponível.

3. Livre mobilidade de agentes e de recursos – Inexistência de qualquer tipo de barreira que impeça a entrada ou a saída de agentes nesse mercado, de modo que a firma pode parar de produzir e procurar uma atividade mais rentável.

==

Quando analisado sob o ponto de vista econômico, o lucro da firma pode ser definido pela diferença entre a receita total R e o custo total C. A receita total é o resultado da multiplicação do preço do produto pelo nível de produção, enquanto que o custo é a soma do gasto com todos os insumos. Admitindo-se que a firma utilize apenas dois insumos na produção e que o preço do produto seja denotado por $p \geq 0$, então a receita total e o custo total podem ser expressos, respectivamente, por $R = py$ e $C = w_1x_1 + w_2x_2$. Assim, o lucro da firma π pode ser expresso por:

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2x_2$$

onde y é o nível de produção, x_1 e x_2 são os níveis de utilização dos insumos, e w_1 e w_2 são os seus preços.

8.2 EQUILÍBRIO DE CURTO PRAZO

No curto prazo, alguns insumos estão fixos, de modo que a firma fica impossibilitada de fazer variar o nível de utilização desses insumos. Assim, se a firma deseja ampliar o seu nível de produção, ela só poderá fazê-lo através de uma maior utilização dos insumos variáveis.

Admitindo-se que a função de produção da firma seja especificada por $y = f(x_1,x_2)$ e que, no curto prazo, o segundo insumo seja fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, então a função de produção pode ser escrita da seguinte forma:

$$y = f(x_1,x_2^0) = F(x_1)$$

[82] Se os dados do mundo real contradizem as predições desse modelo, de modo que as firmas não se comportem de acordo com as implicações do modelo, não se poderia acusar as firmas por serem mal informadas, mas sim a teoria que não gerou implicações que pudessem ser observadas com base nos dados do mundo real. Não será por falta de informação que as firmas tomarão as decisões erradas.

O objetivo de uma firma no curto prazo é escolher o nível de utilização ótimo do insumo variável, de modo a maximizar o seu lucro, dada a função de produção e o nível de utilização do insumo fixo, ou seja:

$$\max_{x_1} \ \pi = py - w_1x_1 - w_2x_2$$
$$\text{s. a} \quad y = F(x_1)$$
$$\text{e} \quad x_2 = x_2^0$$

o qual pode ser reduzido ao seguinte problema de otimização não condicionado (que depende apenas de x_1):

$$\max_{x_1} \ \pi = pF(x_1) - w_1x_1 - CF$$

onde $CF = w_2x_2^0$ é o custo fixo. As condições necessária e suficiente para que esse problema tenha um máximo são, respectivamente[83]:

$$pF_1(x_1) - w_1 = 0$$
$$pF_{11}(x_1) < 0$$

em que $F_1(x_1)$ é a produtividade marginal do insumo variável e $F_{11}(x_1)$ é a sua taxa de variação.

Essas equações podem ser analisadas sob o ponto de vista econômico. A primeira equação (condição necessária) pode ser escrita da seguinte forma:

$$pF_1(x_1) = w_1$$

onde $pF_1(x_1)$ representa o valor da produtividade marginal do insumo variável, o qual pode ser interpretado como a contribuição de uma unidade adicional do insumo variável à receita da firma. Quando posta dessa forma, a condição necessária para que a firma maximize lucro estabelece que o valor da produtividade marginal do insumo variável deve ser igual ao seu preço. Deve-se ressaltar que o preço do insumo representa o aumento no custo da firma ao se expandir o insumo em mais uma unidade. Dividindo ambos os lados dessa equação por p, ela pode ser reescrita, alternativamente, do seguinte modo:

$$F_1(x_1) = w_1/p$$

Ao ser expressa dessa forma, a condição necessária indica que a produtividade marginal deve ser igual ao preço do insumo dividido pelo preço do produto. Neste caso, ambas as magnitudes estão sendo medidas em unidade física de produto por unidade física de insumo.

A condição de suficiência $pF_{11}(x_1) < 0$ (ou $F_{11}(x_1) < 0$, desde que $p \geq 0$) estabelece que o lucro só será maximizado no trecho declinante da função de produtividade marginal, ou seja, no trecho côncavo da função de produto total.

[83] A condição necessária para um ponto de ótimo estabelece que a derivada da função de lucro em relação ao nível de utilização do insumo variável deve ser zero. Por outro lado, a condição de suficiência para um máximo impõe que a derivada segunda dessa função deve ser menor que zero.

Esse problema de otimização da firma pode ser reformulado definindo-se o lucro em unidade física de produto, ao invés de medi-lo em unidades monetárias como foi feito acima. Para isso basta dividir ambos os lados da função de lucro pelo preço do produto *p*, donde resulta:

$$\max_{x_1} \pi/p = F(x_1) - (w_1/p)x_1 - CF/p$$

onde $CF/p = (w_2/p)x_2^0$ é o custo fixo medido em unidade física de produto. As condições necessária e suficiente para um máximo são, respectivamente:

$$F_1(x_1) - (w_1/p) = 0$$

$$F_{11}(x_1) < 0$$

as quais são exatamente iguais às condições obtidas anteriormente e, portanto, têm a mesma interpretação econômica. Isso significa que não importa se o lucro é medido em unidade física de produto ou em unidade monetária, pois o resultado final é o mesmo, de modo que o lucro é maximizado qualquer que seja a sua unidade de medição. No entanto, ao se expressar o lucro em unidade física de produto, a análise gráfica do equilíbrio de curto prazo fica simplificada e intuitiva.

A FIGURA 8.2.1 ilustra o equilíbrio da firma competitiva no curto prazo. O painel superior dessa figura mostra a curva de receita total ($R/p = F(x_1)$) e a reta de custo total ($C/p = (w_1x_1+CF)/p$), ambas medidas em unidade física de produto, assim como a função de lucro (π/p). O painel inferior dessa figura mostra as curvas correspondentes de produtividade média ($F(x_1)/x_1$) e marginal ($F_1(x_1)$), assim como a curva de custo unitário (w/p).

O nível de utilização do insumo variável que maximiza o lucro da firma, x_1^{CP}, corresponde no painel superior da FIGURA 8.2.1 ao ponto A. Nesse ponto, a inclinação da curva de receita total ($F_1(x_1)$) é igual a inclinação da curva de custo total (w_1/p). Essa é, de fato, a essência da condição necessária para um máximo. Deve-se ressaltar que essas inclinações são iguais exatamente no trecho onde a curva de receita total (produtividade total) é côncava (condição de suficiência). O ponto A' também satisfaz a condição necessária para um máximo, mas contraria a condição de suficiência, significando que esse ponto é um mínimo em vez de máximo, conforme pode ser comprovado pela própria curva de lucro. O lucro máximo (em unidade física de produto) pode ser avaliado pelo segmento AB, o qual corresponde à máxima distância entre as curvas de receita total e custo total. Esse lucro máximo pode ser também medido diretamente pela altura da curva de lucro no painel superior dessa figura. Pode-se observar que, no ponto de lucro máximo, a função de produção total é côncava (condição de suficiência), garantindo que o lucro é, de fato, maximizado e não minimizado.

No painel inferior da FIGURA 8.2.1, o nível de utilização do insumo variável que maximiza lucro corresponde ao ponto E, exatamente no ponto de interseção entre a curva de produtividade marginal do insumo variável e o seu preço (condição necessária para um máximo). Esse ponto se localiza no trecho declinante da curva de produtividade marginal (condição de suficiência para um máximo). Pode-se observar que o ponto E' também satisfaz a condição necessária, mas não satisfaz a condição de suficiência, o que significa dizer que E' é um ponto de lucro mínimo, ao invés de máximo. A área hachurada no painel inferior dessa figura corresponde ao lucro mais o custo fixo, magnitude esta medida em unidade física de produto, ou seja, $(\pi + CF)/p = [F(x_1^{CP})/x_1^{CP} - w_1/p]\, x_1^{CP}$.

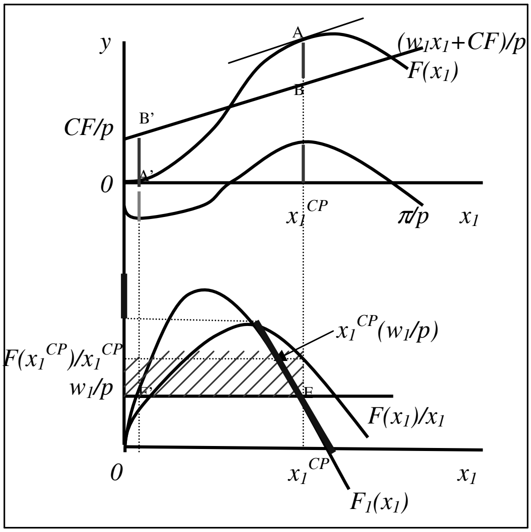


FIGURA 8.2.1: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL DE UTILIZAÇÃO DO INSUMO VARIÁVEL DE EQUILÍBRIO DE UMA FIRMA COMPETITIVA NO CURTO PRAZO

===

Questão 8.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Nenhuma firma competitiva poderia estar maximizando o seu lucro (ou minimizando o seu prejuízo) se a contribuição do último trabalhador contratado à produção for maior que a produtividade média da força de trabalho.*

CERTO

Uma firma competitiva está em equilíbrio de curto prazo, auferindo lucro máximo ou obtendo prejuízo mínimo, quando $w/p = Pmg_l$ e a Pmg_l é declinante. Isso só é possível quando a firma se encontra no segundo estágio de produção, ou seja, quando a produtividade marginal é menor que a produtividade média. Por outro lado, se a produtividade marginal do trabalho é maior que a produtividade média, o que caracteriza contratação no primeiro estágio de produção, a firma poderia aumentar seu lucro aumentando a contratação de trabalho até o ponto em que $w/p = Pmg_l$. Se a firma pode aumentar o seu lucro expandindo a contratação é porque ela não estava efetivamente maximizando seu lucro.

Questão 8.2.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Quando o produto marginal de um insumo é maior que o seu produto médio, uma quantidade excessivamente grande desse insumo está sendo utilizada, de modo que a firma deveria reduzir a utilização desse insumo.*

INCERTO

A assertiva é errada se a firma em questão é competitiva. A razão é que, com produto marginal maior que o produto médio (primeiro estágio de produção), a firma competitiva deveria aumentar e não reduzir a produção, caminhando para o segundo estágio de produção. Nesse caso, ao aumentar a utilização desse insumo, a firma poderia aproveitar os aumentos mais que proporcionais de receita *vis-à-vis* o seu custo, de modo a obter acréscimo no seu lucro. Por outro lado, se a firma em questão é monopolística (ou até mesmo oligopolística), a assertiva poderia ser certa, visto que seria perfeitamente possível aumentar o seu lucro reduzindo o seu nível de produção, por meio de uma redução na utilização desse insumo. Para que essa opção se configure, basta que a redução no nível de produção cause uma redução na receita menor que a redução no seu custo.

Questão 8.2.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se um produto y é produzido com apenas um insumo x, cujo preço w é dado, então um aumento no preço desse produto p reduz a produtividade média de x, medida em unidades físicas de produto.*

CERTO

A firma escolhe x de forma a maximizar o seu lucro:

$$\max_{x} \pi = pf(x) - wx.$$

donde resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$pf_x(x) = w$$

Resolvendo-se essa equação, obtém-se a quantidade ótima desse insumo:

$$x = x^*(p,w)$$

Por definição, $Pme_x = f(x)/x$. Assim, substituindo-se a solução ótima nessa expressão, tem-se a seguinte identidade:

$$Pme_x \equiv f[x^*(p,w)]/x^*(p,w)$$

Diferenciando-a em relação a p, resulta:

$$\partial Pme/\partial p = [x^* f_x(\partial x^*/\partial p) - f(\partial x^*/\partial p)]/x^{*2}$$

ou

$$\partial Pme/\partial p = (1/x^*)(\partial x^*/\partial p)[f_{x^*} - f/x^*] < 0$$

desde que $\partial x^*/\partial p > 0$ e $f_{x^*} - f/x^* < 0$, visto que a firma competitiva só opera no trecho em que a Pmg_x é menor que a Pme_x. Portanto, um aumento no preço do produto reduz a produtividade média do insumo. A FIGURA 8.2.1 ajuda a compreender esse fato. Pode-se observar que, quando o preço do produto aumenta, o preço do insumo em unidades físicas do produto (ou seja, w/p) é reduzido, de modo que a firma expande a utilização de x, reduzindo assim a sua produtividade média.

==

A função de demanda do insumo variável no curto prazo ($x_1^{CP}(w_1/p)$) é quebrada (descontínua) no ponto de máximo da função de produtividade média. Isto é, ela corresponde ao eixo vertical para níveis de preço do insumo (em unidade física de produto) maiores que a produtividade média (ou seja, $w_1/p > Pme_{1,MÁX}$), mas coincide com a própria curva de produtividade marginal do insumo variável $F_1(x_1)$ para níveis de preço do insumo menores que a produtividade média (ou seja, $0 \leq w_1/p \leq Pme_{1,MÁX}$). Essa curva de demanda está representada no painel inferior da FIGURA 8.2.1 pela curva mais cheia, a qual pode ser formalmente definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>função de demanda de um insumo (variável)</u> de uma firma competitiva no curto prazo, $x_1^{CP}(w_1/p)$, pode ser definida da seguinte forma:

$$\begin{cases} F_1(x_1) = w_1/p \,, & se\ 0 \leq w_1/p \leq Pme_{1,MÁX} \\ x_1 = 0 \,, & se\ w_1/p > Pme_{1,MAX} \end{cases}$$

==

Para níveis de preço menor ou igual à produtividade média máxima ($0 \leq w_1/p \leq Pme_{1,MÁX}$), a função de demanda do insumo variável é estabelecida pela própria curva de produtividade marginal desse insumo. No entanto, se o preço do insumo for maior que a produtividade média máxima ($w_1/p > Pme_{1,MAX}$), a função de demanda coincide com o eixo vertical, indicando que a firma não deveria demandar nada desse insumo e fechar imediatamente suas portas, tendo em vista que, se continuasse produzindo, o prejuízo seria maior que o seu custo fixo.

==

Exemplo 8.2.1: Pode-se mostrar que se o preço do insumo variável (em unidade física do produto) for menor que a produtividade média máxima (ou seja, $w_1/p \leq Pme_{1,MÁX}$), então o prejuízo será menor ou igual ao custo fixo ($-\pi \leq CF$), de modo que a firma poderia continuar produzindo no curto prazo.

Se $w_1/p \leq Pme_{1,MÁX}$, então $w_1/p \leq y/x_1$ ou $w_1x_1 \leq py$, desde que $Pme_1 = y/x_1$ (por definição). Adicionando-se e subtraindo-se o custo fixo no lado esquerdo dessa última desigualdade, obtém-se $w_1x_1 + CF - CF \leq py$, ou $-CF \leq py - (w_1x_1 + CF)$. Donde resulta $-CF \leq \pi$, desde que $\pi = py - (w_1x_1 + CF)$. Multiplicando-se ambos os lados por -1, tem-se:

$$CF \geq -\pi$$

Portanto, pode-se concluir que o prejuízo ($-\pi$) é, de fato, menor ou igual ao custo fixo e, portanto, a firma deveria continuar produzindo. Por outro lado, se a firma fechasse suas portas, o seu prejuízo seria maior, isto é, exatamente igual ao seu custo fixo.

Pode-se também mostrar que se $w_1/p > Pme_{1,MÁX}$, então a firma deveria fechar suas portas, ou seja, não demandar nada do insumo variável ($x_1^* = 0$), desde que o prejuízo seria maior que o custo fixo, isto é, $-\pi > CF$.

Assim, se $w_1/p > Pme_{1,MÁX}$, então $w_1/p>y/x_1$ ou $w_1x_1>py$. Adicionando e subtraindo o custo fixo no primeiro membro da desigualdade, obtém-se $w_1x_1 + CF - CF > py$, ou $-CF > py - (w_1x_1 + CF)$, de modo que $-CF > \pi$. Alternativamente, multiplicando ambos os lados por -1, resulta:

$$CF < -\pi$$

Isso significa que o prejuízo é, de fato, maior que o custo fixo. Neste caso, a firma deveria fechar suas portas e produzir $y = 0$, desde que a perda ao encerrar o seu negócio (ou seja, o custo fixo), seria menor que o prejuízo que ela certamente obteria ao continuar produzindo.

==

Tendo em vista que o lucro não pode ser maximizado sem que anteriormente a firma tenha minimizado o seu custo de produção, então o problema de maximização do lucro de uma firma competitiva pode ser reformulado, fazendo-se uso da função de custo de curto prazo:

$$C^{CP} = C(w_1,w_2,y,x_2^0)$$

Assim, o problema da firma competitiva é escolher o seu nível ótimo de produção de modo a maximizar o seu lucro:

$$\max_{y} \pi = py - C(w_1,w_2,y,x_2^0)$$

As condições necessária e suficiente para que o lucro seja maximizado são, respectivamente[84]:

$$p - \partial C^{CP}/\partial y = 0$$
$$-\partial^2 C^{CP}/\partial y^2 < 0$$

onde $\partial C^{CP}/\partial y$ é o custo marginal de curto prazo e $\partial^2 C^{CP}/\partial y^2$ é a sua taxa de variação.

A implicação econômica da primeira equação (condição necessária para lucro máximo) é que a firma deverá expandir a produção até o ponto em que o preço do produto for igual ao custo marginal de curto prazo, ou seja, $p = Cmg^{CP}$. A segunda equação (condição de suficiência), estabelece que o lucro só será maximizado no trecho crescente da curva de custo marginal ($\partial Cmg^{CP}/\partial y > 0$), isto é, no trecho convexo da função de custo de curto prazo ($\partial^2 C^{CP}/\partial y^2 > 0$).

A FIGURA 8.2.2 ilustra o equilíbrio da firma competitiva no curto prazo. O painel superior dessa figura mostra a curva de receita total $R = py$ e a função de custo de curto prazo $C^{CP} = C(w_1,w_2,y,x_2^0)$, assim como a função de lucro π. No painel inferior dessa figura são mostradas as curvas correspondentes de custo médio, custo variável médio e custo marginal de curto prazo, assim como a reta de receita média ou preço.

[84] Na condição necessária para um ótimo, a derivada da função de lucro em relação ao nível de produção deve ser zero, enquanto que a condição de suficiência para um máximo estabelece que a derivada segunda dessa função deve ser menor que zero.

O nível de produção que maximiza o lucro da firma, y^*, é estabelecido no painel superior da FIGURA 8.2.2 pelo ponto B. Nesse ponto, a inclinação da curva de custo (ou seja, o custo marginal) de curto prazo é exatamente igual a inclinação da curva de receita total (ou seja, p). Essa igualdade é a própria condição necessária para um máximo. As inclinações dessas curvas são iguais exatamente no trecho onde a curva de custo total é convexa em relação à origem (condição de suficiência). O ponto B' também satisfaz a condição necessária para um máximo, mas contraria a condição de suficiência, o que significa que esse ponto é um mínimo ao invés de máximo, conforme pode ser constatado pela própria curva de lucro. O lucro máximo pode ser avaliado pelo segmento AB, o qual corresponde à máxima distância entre as curvas de receita total e custo total. Esse lucro máximo pode ser também medido diretamente pela altura da curva de lucro no painel superior dessa figura.

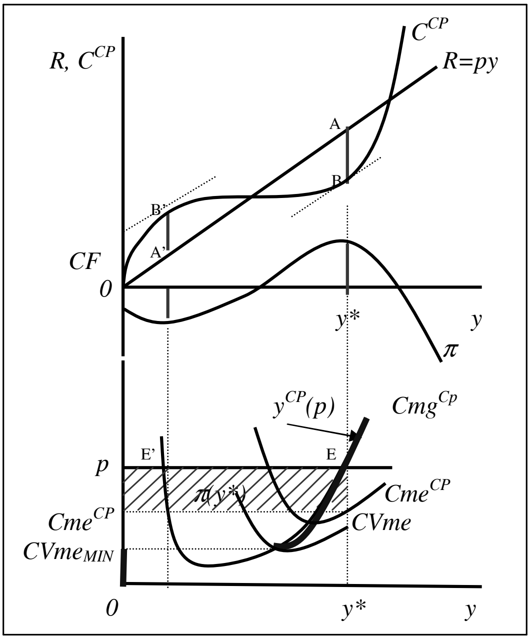


FIGURA 8.2.2: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL DE PRODUÇÃO DE EQUILÍBRIO DE UMA FIRMA COMPETITIVA NO CURTO PRAZO

No painel inferior da FIGURA 8.2.2, o nível de produção que maximiza lucro y^* é obtido exatamente no ponto E, onde a curva de custo marginal de curto prazo intercepta a reta de preço (condição necessária para um máximo). Esse ponto se localiza no trecho crescente da curva de custo marginal de curto prazo (condição de suficiência para um ponto de máximo). Pode-se observar que o ponto E' também satisfaz a condição necessária, mas não satisfaz a condição de suficiência, significando que o ponto E' é um ponto de lucro mínimo, em vez de máximo. Nesse painel inferior, o lucro máximo pode ser obtido através da área hachurada.

==

Questão 8.2.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se o preço do produto excede o custo marginal de curto prazo, então a firma competitiva poderia aumentar seus lucros simplesmente aumentando a sua produção.*

CERTO

Se $p > Cmg^{CP}$ e o Cmg^{CP} é crescente, então a firma competitiva poderia expandir seu lucro aumentando a produção até o ponto em que $p = Cmg^{CP}$. A FIGURA 8.2.2 mostra que, se a firma produz em um nível de produção $y' < y^*$, com $p > Cmg^{CP}$, então ela poderia aumentar o seu lucro (ou diminuir o prejuízo) simplesmente aumentando a sua produção para y^*. O lucro aumentaria porque, ao se aumentar a produção, o acréscimo na receita seria maior que o acréscimo no custo.

==

Quando expresso sob a ótica do nível de produção (de curto prazo), o problema de maximização do lucro permite derivar a curva de oferta de curto prazo de uma firma competitiva. A função de oferta de uma firma competitiva no curto prazo é quebrada no ponto de mínimo da curva de custo variável médio. Especificamente, essa função de oferta corresponde à própria curva de custo marginal de curto prazo para níveis de preço do produto maiores ou igual ao mínimo de custo variável médio, mas coincide com o eixo vertical para níveis de preço menores que o custo variável médio mínimo. A curva mais cheia no painel inferior da FIGURA 8.2.2 representa a função de oferta da firma competitiva no curto prazo, podendo ser definida formalmente da seguinte forma:

==

Definição: A <u>função de oferta de curto prazo</u> de uma firma competitiva, $y^{CP}(p)$, pode ser definida da seguinte forma:

$$\begin{cases} p = Cmg(y^*)^{CP}, & se\ p \geq CVme_{MIN} \\ y^* = 0, & se\ p < CVme_{MIN} \end{cases}$$

==

Portanto, a curva de oferta de uma firma competitiva no curto prazo, $y^{CP}(p)$, é quebrada no ponto de mínimo da curva de custo variável médio. Para preços maiores ou iguais que o custo variável médio mínimo ($p \geq CVme_{MIN}$), a curva de oferta de curto prazo é estabelecida pela própria curva de custo marginal de curto prazo. No entanto, para preços menores que o custo variável médio mínimo ($p < CVme_{MIN}$), a curva de oferta de curto prazo coincide com o eixo vertical, indicando que a firma não deveria produzir nada. Nesse caso, a firma deveria fechar imediatamente suas portas, visto que o seu prejuízo, caso continuasse produzindo, seria maior que o seu custo fixo.

==

Exemplo 8.2.2: A título de ilustração, pode-se mostrar que se o preço do produto for maior ou igual ao valor mínimo do custo variável médio (ou seja, $p \geq CVme_{MIN}$), então o prejuízo será menor ou igual ao custo fixo ($-\pi \leq CF$), de modo que a firma poderia continuar produzindo no curto prazo.

Se $p \geq CVme_{MIN}$, então $p \geq CV/y$ ou $py \geq CV$, desde que $CVme = CV/y$ (por definição). Adicionando-se e subtraindo-se o custo fixo no lado direito dessa última desigualdade, obtém-se $py \geq CV + CF - CF$, ou $py - C^{CP} \geq -CF$, donde resulta $\pi \geq -CF$. Multiplicando-se ambos os lados por -1, tem-se:

$$-\pi \leq CF$$

Comprovando que o prejuízo ($-\pi$) seria, de fato, menor ou igual ao custo fixo. Nesse caso, a firma poderia continuar produzindo, tendo em vista que se fechasse suas portas o seu prejuízo seria ainda maior, ou seja, exatamente igual ao seu custo fixo.

Por outro lado, pode-se também mostrar que se $p < CVme_{MIN}$, a firma deveria fechar imediatamente suas portas (ou seja, produzir $y = 0$), uma vez que o prejuízo seria maior que o seu custo fixo.

Admitindo-se que $p < CVme_{MIN}$, então $p < CV/y$ ou $py < CV$. Adicionando-se e subtraindo-se o custo fixo no lado direito dessa última desigualdade, obtém-se $py < CV + CF - CF$ ou $py - C^{CP} < -CF$. A partir dessa desigualdade, resulta: $\pi < -CF$ ou (multiplicando-se ambos os lados por –1):

$$-\pi > CF$$

Comprovando que o prejuízo seria maior que o custo fixo. Neste caso, a firma deveria fechar imediatamente suas portas e produzir $y = 0$, desde que a perda ao encerrar o seu negócio (ou seja, o seu custo fixo), seria menor que o prejuízo que ela certamente obteria se continuasse produzindo.

==

Existem três possibilidades distintas de equilíbrio para uma firma competitiva no curto prazo. O painel (a) da FIGURA 8.2.3 ilustra a primeira, na qual a firma apresenta lucro econômico extraordinário, ou seja, $\pi > 0$. Sempre que o preço do produto for superior ao custo médio de curto prazo, o lucro será positivo (ou extraordinário). O lucro está representado nessa figura pela área hachurada. O painel (b) dessa mesma figura ilustra o caso em que a firma apresenta lucro econômico normal, ou seja $\pi = 0$. Em uma situação de lucro normal, o preço do produto é exatamente igual ao custo médio de curto prazo, indicando que não existe excedente econômico algum. Finalmente, o painel (c) mostra o caso em que a firma experimenta lucro abnormal (ou prejuízo), ou seja, $\pi < 0$. A área hachurada nessa figura representa uma situação de prejuízo, tendo em vista que o preço do produto é menor que o custo médio de curto prazo.

Nesse último caso, o prejuízo auferido pela firma é menor que o seu custo fixo, tendo em vista que o preço do produto é superior ao custo variável médio. Obviamente que essa é uma situação insustentável por um prazo mais longo, de modo que a firma deveria ajustar sua capacidade de produção e a sua estrutura de custos, caso contrário teria que deixar o mercado. Situações em que o preço do produto for inferior ao custo variável médio configuram-se economicamente inviáveis para a firma competitiva, tendo em vista que o prejuízo auferido pela firma seria maior que o seu custo fixo. Nesse caso, a firma deveria imediatamente parar de produzir e fechar suas portas, pois o prejuízo seria minimizado ao ser igual ao seu custo fixo.

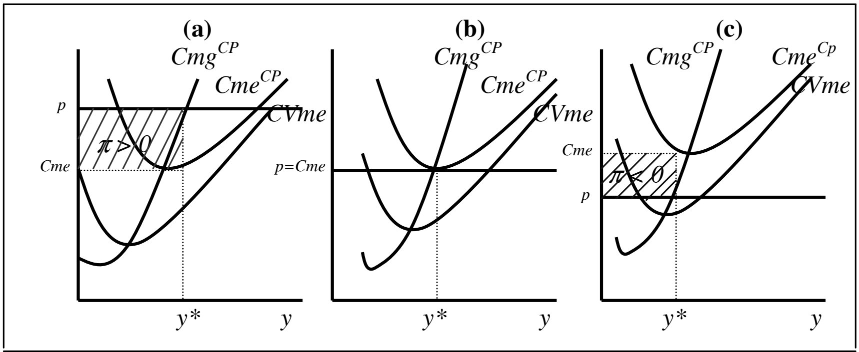


FIGURA 8.2.3: LUCROS EXTRAORDINÁRIO, NORMAL E ABNORMAL

==

Exercício 8.2.1: *Suponha que a função de custo de uma firma competitiva seja especificada por* $C = ay^2 + 1$, *com* $a > 0$.

(i) Determine a sua curva de oferta

A função de custo dada é uma função de custo de curto prazo, tendo em vista que ela contém uma parcela correspondente ao custo fixo. A curva de oferta de curto prazo de uma firma competitiva coincide com a curva de custo marginal para preços não menores que o seu custo variável médio mínimo. Assim, diferenciando a função de custo, resulta:

$$Cmg^{CP} = dC^{CP}/dy = 2ay$$

Estabelecida a função de custo variável médio (por definição), $CVme^{CP} = CV/y = ay$, então essa função atingirá seu valor mínimo quando $\partial CVme/\partial y = a = 0$, ou seja, quando $y = 0$. Portanto, a curva de oferta da firma será:

$$p = 2ay, \text{ para } p \geq 0$$

(ii) Determine o nível de produção de equilíbrio dessa firma, sabendo-se que o preço do produto é igual a 10.

Desde que o preço do produto é $p = 10$, então o nível de produção ótimo será:

$$y^* = p/2a = 5/a.$$

==

8.3 EQUILÍBRIO NO LONGO PRAZO

No longo prazo, a firma tem condições de variar todos os seus insumos, não existindo custos fixos. Continuando a admitir apenas dois fatores de produção, então, o problema da firma competitiva no longo prazo será determinar os níveis ótimos de utilização de insumos de modo a maximizar o seu lucro, ou seja:

$$\max_{x_1,x_2} \ \pi = py - w_1x_1 - w_2x_2$$
$$\text{dado } y = f(x_1, x_2)$$

o qual pode ser reduzido ao seguinte problema de otimização não condicionado:

$$\max_{x_1,x_2} \ \pi = pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$$

cujas condições necessárias para um ótimo são[85]:

$$\pi_1 = pf_1(x_1,x_2) - w_1 = 0$$
$$\pi_2 = pf_2(x_1,x_2) - w_2 = 0$$

e as condições de suficiência para um ponto de máximo são:

$$\pi_{11} = \partial^2\pi/\partial x_1^2 = pf_{11} < 0$$
$$\pi_{22} = \partial^2\pi/\partial x_2^2 = pf_{22} < 0$$

$$\begin{vmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{vmatrix} > 0 \ \text{ ou } \ f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0$$

A interpretação econômica das condições necessárias para lucro máximo no longo prazo é similar a aquela obtida no curto prazo. Isto é, a firma contratará insumos até o ponto em que o valor do produto marginal de cada insumo ($pf_i(x_1,x_2)$) seja igual ao seu preço (w_i). Dividindo-se a primeira equação pela segunda, resulta:

$$\frac{f_1(x_1,x_2)}{f_2(x_1,x_2)} = \frac{w_1}{w_2}$$

Essa equação estabelece uma igualdade entre as relações de produtividades marginais e de preços dos insumos e representa a condição de tangência entre a isoquanta e a isocusto, estabelecida no sétimo capítulo. Essa tangência é garantida pelo fato de a taxa marginal de substituição técnica τ_t (lado esquerdo da equação) ser igual à taxa marginal de substituição na isocusto ι (lado direito dessa equação). Ao estabelecer uma alocação ótima de insumos na produção, implicada pelo problema de minimização do custo, essa condição comprova que o lucro só será maximizado se o custo de produção for realmente minimizado.

As duas primeiras condições de suficiência para um ponto de máximo ($pf_{ii} < 0$) estabelecem que os níveis ótimos de utilização dos insumos devem estar localizados no ramo decrescente de suas curvas de produtividade marginal (ou seja, $f_{ii} < 0$), desde que $p \geq 0$. No entanto, o fato de as produtividades marginais serem declinantes (nas vizinhanças do ponto de ótimo) não garante que o lucro seja maximizado. É requerido que a terceira condição seja também satisfeita.

[85] As condições necessárias para um ponto de ótimo são tais que as derivadas parciais da função de lucro em relação ao nível de utilização de cada insumo devem ser zero.

A interpretação da terceira condição de suficiência tem a ver com a magnitude do termo f_{12} (ou f_{21}) em vez do seu sinal que, em princípio, pode ser tanto positivo quanto negativo[86]. Essa condição estabelece que o efeito cruzado não deve ser suficientemente forte a ponto de contradizer o fato de que, nas vizinhanças do ponto de ótimo, as produtividades marginais dos insumos são declinantes. Para melhor entender essa restrição, considerem-se os painéis (a) e (b) da FIGURA 8.3.1, os quais contêm as funções de produtividade marginal dos dois insumos. Se os insumos são complementares (ou seja, se $f_{12} > 0$), então um aumento na quantidade do primeiro insumo, por exemplo de x_1^0 para x_1^1, desloca a curva de produtividade marginal do segundo insumo da posição f_2 para a posição f_2', fazendo com que a firma contrate mais desse insumo. Dado que os insumos são complementares, esse aumento em x_2 (de x_2^0 para x_2^1) faz com que a curva de produtividade marginal do primeiro insumo também se desloque de f_1 para f_1'. Essa condição estabelece que f_{12} não deve ser grande o suficiente para causar um forte efeito sobre f_2, a ponto de este acarretar um aumento líquido na produtividade marginal do primeiro insumo. De fato, se isso realmente acontecesse, então a restrição de que $f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0$ seria contrariada e o seu sinal seria revertido.

Deve-se ressaltar que essa análise independe de se os insumos são substitutos ou complementares. Se os insumos fossem substitutos (ou seja, se $f_{12} < 0$), em vez de complementares conforme admitido anteriormente, a análise não seria afetada. A única diferença seria no sentido do deslocamento da curva de produtividade marginal do segundo insumo, a qual se deslocaria para a esquerda, ao invés de se deslocar para a direita, conforme foi verificado na FIGURA 8.3.1, que ilustra o caso de insumos complementares.

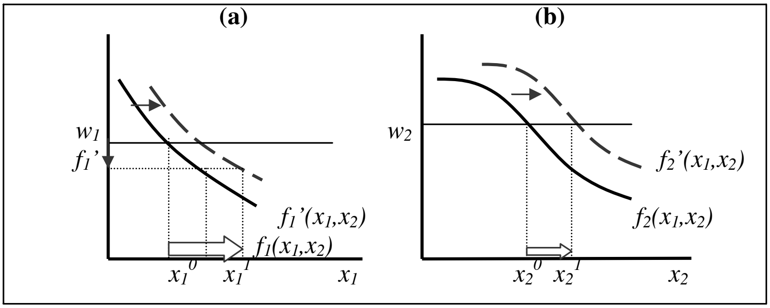


FIGURA 8.3.1: A INSUFICIÊNCIA DAS PRODUTIVIDADES MARGINAIS DECRESCENTES

As funções de demanda por insumos no longo prazo são obtidas através da solução do sistema formado pelas condições de primeira ordem, as quais têm como parâmetros o preço do produto e os preços dos insumos, ou seja:

$$x_1 = x_1^*(w_1,w_2,p)$$
$$x_2 = x_2^*(w_1,w_2,p)$$

[86] De fato, se $f_{12} > 0$, os insumos são complementares, enquanto que se $f_{12} < 0$, eles são substitutos.

Convém ressaltar que as funções de demanda por insumos no longo prazo não correspondem às funções de produtividade marginal, como foi observado para a situação de curto prazo. A FIGURA 8.3.2 ajuda a esclarecer essa questão. Admite-se que a firma esteja inicialmente em equilíbrio no ponto A e que o preço do insumo *i* sofra uma redução de w_i' para w_i". Em conseqüência dessa redução no preço do insumo, a firma se ajusta aumentando a sua utilização, movendo-se inicialmente sobre a sua curva de produtividade marginal f_i. No entanto, esse aumento de x_i afeta a produtividade marginal do outro insumo, f_j, de modo que haveria um ajustamento na utilização de x_j, alterando a posição da curva de produtividade marginal f_i. Ao final, depois que todos os efeitos cruzados forem computados, a curva de produtividade marginal se deslocaria para a posição f_i' e a firma estaria em equilíbrio no ponto B. A curva de demanda por esse insumo no longo prazo seria obtida ligando-se esses pontos de equilíbrio, a qual está representada na FIGURA 8.3.2 pela curva mais espessa.

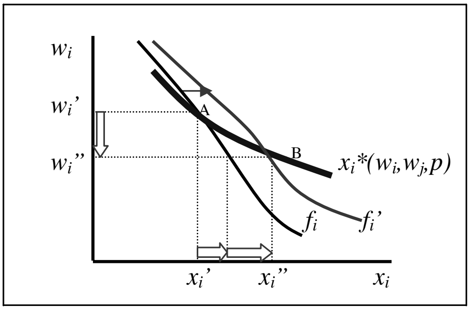


FIGURA 8.3.2: A FUNÇÃO DE DEMANDA POR INSUMO NO LONGO PRAZO

Pode-se observar que a curva de demanda por insumo no longo prazo é mais elástica que as curvas de produtividade marginal. A razão é que no longo prazo todos os insumos podem variar, permitindo que a firma tenha condições de ajustar seus outros insumos, reduzindo os impactos de uma variação nos preços dos insumos sobre a produção, custos e lucro.

==

Questão 8.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A demanda derivada do insumo x_1 na produção de y é mais elástica quanto maior for a elasticidade de substituição entre os insumos x_1 e x_2 (insumo composto de todos os outros insumos) usados na produção de y.*

CERTO

Quanto mais fácil for a substituição de x_1 por x_2 na produção (ou seja, quanto maior for a elasticidade de substituição σ), em resposta a uma variação nos preços dos insumos, maior será a elasticidade de demanda derivada do insumo x_1. Esse fato foi comprovado inicialmente por Marshall, passando a ser conhecido como a segunda lei de Marshall.

==

Uma vez que o lucro só pode ser maximizado se o custo de produção for minimizado, então o problema de maximização do lucro de uma firma competitiva no longo prazo pode ser reformulado, fazendo-se uso da função de custo de longo prazo:

$$C^* = C(w_1,w_2,y)$$

Assim, o problema da firma competitiva é escolher o seu nível ótimo de produção de modo a maximizar o seu lucro, ou seja:

$$\max_{y} \pi = py - C^*(w_1,w_2,y)$$

cujas condições necessária e suficiente para que o lucro seja maximizado são, respectivamente:

$$p - \partial C^*/\partial y = 0$$

$$-\partial^2 C^*/\partial y^2 < 0$$

onde $\partial C^*/\partial y$ é o custo marginal de longo prazo e $\partial^2 C^*/\partial y^2$ é a sua taxa de variação.

O significado econômico da primeira equação (condição necessária para lucro máximo) é idêntico aquele obtido para o curto prazo. Isto é, para que o lucro seja maximizado, a firma deverá expandir a produção até o ponto em que o preço do produto for igual ao custo marginal de longo prazo (ou seja, $p = Cmg^*$). A segunda equação (condição de suficiência), estabelece que o lucro só será maximizado no trecho convexo da função de custo de longo prazo ($\partial^2 C^*/\partial y^2 > 0$), ou seja, no trecho crescente da curva de custo marginal ($\partial Cmg^*/\partial y > 0$). A FIGURA 8.3.3 ilustra o equilíbrio da firma competitiva no longo prazo. Como de praxe, o painel superior dessa figura mostra as curvas de receita total $R = py$, custo total de longo prazo $C^* = C(w_1,w_2,y)$ e lucro π. No painel inferior dessa figura são mostradas as curvas correspondentes de custo médio e custo marginal de longo prazo, assim como a reta de preço.

No painel superior da FIGURA 8.3.3, o nível de produção que maximiza o lucro y^* acontece na vertical dos pontos A e B, o qual é caracterizado pela igualdade entre a inclinação da curva de custo (ou seja, custo marginal) de longo prazo e a inclinação da curva de receita total (isto é, preço). Essa igualdade é nada mais que a condição necessária para um máximo. As inclinações dessas curvas são iguais exatamente no trecho onde a curva de custo de longo prazo é convexa em relação à origem (condição de suficiência). Deve-se ressaltar que o nível de produção na vertical dos pontos A’ e B’ também satisfaz a condição necessária para um máximo, mas contraria a condição de suficiência. Isso significa que esse nível de produção corresponde a um ponto de mínimo ao invés de máximo, conforme pode ser constatado pela própria curva de lucro. O lucro máximo pode ser avaliado pelo segmento AB, o qual corresponde à máxima distância entre as curvas de receita total e custo de longo prazo, o qual pode ser também aferido pela altura da curva de lucro na parte inferior do painel superior dessa figura.

No painel inferior da FIGURA 8.3.3, o nível de produção que maximiza lucro y^* é obtido exatamente no ponto E, onde a curva de custo marginal de longo prazo intercepta a reta de preço (condição necessária para um máximo). Pode-se observar que esse nível ótimo de produção está localizado no trecho crescente da curva de custo marginal de longo prazo (condição de suficiência para um máximo). Ressalta-se que o ponto E' também satisfaz a condição necessária, mas não satisfaz a condição de suficiência, significando que o ponto E' é um ponto de lucro mínimo, ao invés de máximo. Nesse painel inferior, o lucro máximo pode ser obtido através da área hachurada.

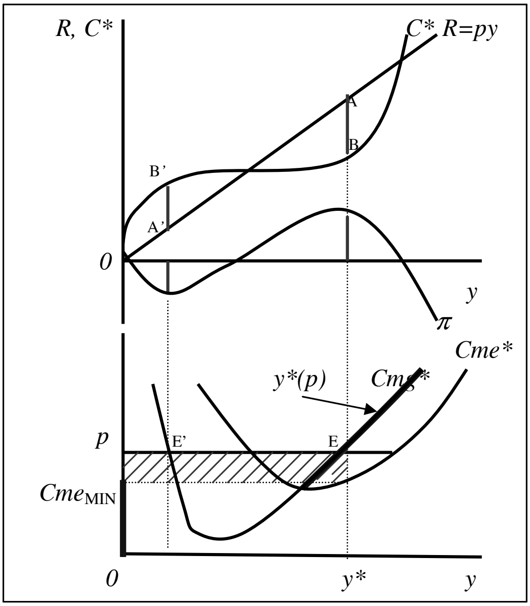


FIGURA 8.3.3: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL DE PRODUÇÃO DE EQUILÍBRIO DE UMA FIRMA COMPETITIVA NO LONGO PRAZO

A solução do problema de maximização do lucro permite obter a curva de oferta de longo prazo de uma firma competitiva. Essa função de oferta de longo prazo *y*(p)* é quebrada no ponto de mínimo da curva de custo médio, indicando que não há possibilidade alguma da firma auferir prejuízos no longo prazo. Essa função de oferta corresponde à própria curva de custo marginal de longo prazo para níveis de preço do produto maiores ou igual ao mínimo do custo médio, mas coincide com o eixo vertical para níveis de preço menores que o custo médio mínimo. O painel inferior da FIGURA 8.3.3 destaca a função de oferta da firma competitiva no longo prazo pela curva mais grossa, a qual pode ser formalmente definida da seguinte forma:

==

Definição: A <u>função de oferta de longo prazo</u> de uma firma competitiva, *y*(p)*, pode ser definida da seguinte forma:

$$\begin{cases} p = Cmg^*(y^*), & se\ p \geq Cme^*_{MIN} \\ y^* = 0, & se\ p < Cme^*_{MIN} \end{cases}$$

==

Portanto, a curva de oferta de uma firma competitiva no longo prazo é quebrada no ponto mínimo da curva de custo médio de longo prazo. Para preços maiores ou iguais que o custo médio mínimo ($p \geq Cme^*_{MIN}$) a curva de oferta da firma competitiva no longo prazo é estabelecida pela própria curva de custo marginal de longo prazo. No entanto, se o preço é menor que o custo médio mínimo ($p < Cme^*_{MIN}$), então a curva de oferta coincide com o eixo vertical, indicando que a firma não deveria produzir nada, fechando imediatamente suas portas, tendo em vista que no longo prazo não há possibilidade alguma da firma experimentar prejuízos.

==

Exercício 8.3.1: *Suponha uma firma operando em condições de concorrência perfeita nos mercados de produto e insumos, cuja função de produção é especificada por* $y = ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$, *onde a é um parâmetro de eficiência e* α *e* β *são também parâmetros que representam as elasticidades do produto em relação aos insumos.*

(i) Qual é a restrição que se deve impor aos parâmetros α *e* β*? (Justifique sua resposta)*

A restrição que se deve impor aos parâmetros α e β é que $\alpha + \beta < 1$, ou seja, uma firma competitiva só produz no trecho de retornos decrescentes de escala (custo marginal crescente).

(ii) O que ocorreria se $\alpha + \beta = 1$*?*

Se $\alpha + \beta = 1$, as funções de demanda por insumos e a função de oferta de produto ficariam indeterminadas (retornos constantes de escala).

(iii) Determine as funções de demanda por insumos

As funções de demanda por insumos são obtidas resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x_1, x_2} \pi = pax_1^{\alpha}x_2^{\beta} - w_1x_1 - w_2x_2$$

cujas condições necessárias para um máximo são:

$$\partial\pi/\partial x_1 = \alpha apx_1^{\alpha-1}x_2^{\beta} - w_1 = 0$$
$$\partial\pi/\partial x_2 = \beta apx_1^{\alpha}x_2^{\beta-1} - w_2 = 0$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, tem-se:

$$x_2 = (\beta/\alpha)(w_1/w_2)x_1$$

Substituindo-a na primeira, obtém-se:

$$\alpha apx_1^{\alpha-1}[(\beta/\alpha)(w_1/w_2)x_1]^{\beta} - w_1 = 0$$

donde resulta, após algumas manipulações algébricas:

$$x_1^* = c_1w_1^{(1-\beta)/(\alpha+\beta-1)}w_2^{\beta/(\alpha+\beta-1)}p^{-1/(\alpha+\beta-1)}$$

Substituindo-a na segunda equação, tem-se:

$$x_2^* = c_2w_1^{\alpha/(\alpha+\beta-1)}w_2^{(1-\alpha)/(\alpha+\beta-1)}p^{-1/(\alpha+\beta-1)}$$

onde $c_1 = [(1/\alpha a)(\beta/\alpha)^{-\beta}]^{1/(\alpha+\beta-1)}$ e $c_2 = (\beta/\alpha)c_1$ são constantes.

(iv) Determine a função de oferta da firma.

Para obter-se a função de oferta da firma, necessário se faz derivar a função de custo, a qual é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização condicionado.

$$\min_{x_1,x_2} C = w_1x_1 + w_2x_2$$
$$s.a. \; y = ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$$

cujo lagrangiano é:

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 + \lambda[\, y - ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}]$$

e cujas condições necessárias para um ótimo são:

$$L_1 = w_1 - \lambda\alpha a x_1^{\alpha-1}x_2^{\beta} = 0$$
$$L_2 = w_2 - \lambda\beta a x_1^{\alpha}x_2^{\beta-1} = 0$$
$$L_{\lambda} = y - ax_1^{\alpha}x_2^{\beta} = 0$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, tem-se:

$$x_2 = (\alpha/\beta)(w_1/w_2)x_1$$

Substituindo-a na terceira equação, resulta (após algumas manipulações algébricas):

$$x_1{}^* = c_3w_1^{-\beta/(\alpha+\beta)}w_2^{\beta/(\alpha+\beta)}y^{1/(\alpha+\beta)}$$

e, portanto:

$$x_2{}^* = c_4w_1^{\alpha/(\alpha+\beta)}w_2^{-\alpha/(\alpha+\beta)}y^{1/(\alpha+\beta)}$$

onde $c_3 = [(1/a)(\beta/\alpha)^{-\beta}]^{1/(\alpha+\beta)}$ e $c_4 = (\beta/\alpha)c_3$ são constantes. Substituindo as funções de demanda, assim geradas, na função objetivo de custo, obtém-se a função de custo de longo prazo:

$$C^* = (c_3+c_4)w_1^{\alpha/(\alpha+\beta)}w_2^{\beta/(\alpha+\beta)}y^{1/(\alpha+\beta)}$$

Diferenciando-a em relação a y, obtém-se a função de custo marginal de longo prazo:

$$Cmg^* = \partial C^*/\partial y = [(c_3+c_4)/(\alpha+\beta)]w_1^{\alpha/(\alpha+\beta)}w_2^{\beta/(\alpha+\beta)}y^{(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$$

ou, simplesmente:

$$Cmg^* = c_5y^{(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$$

onde $c_5 = [(c_3+c_4)/(\alpha+\beta)]w_1^{\alpha/(\alpha+\beta)}w_2^{\beta/(\alpha+\beta)}$ é constante. Finalmente, a função de oferta será:

$$p = c_5y^{(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$$

para preços não menores que o Cme_{min}, ou seja, para $p \geq 0$.

(v) Suponha que x_2 seja fixo ao nível $x_2 = x_2^0$. Determine as funções de demanda por x_1 e de oferta de produto.

Se x_2 é fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, então $y = bx_1^{\alpha}$ e $C^{CP} = w_1x_1 + w_2x_2^0 = w_1b^{-1/\alpha}y^{1/\alpha} + w_2x_2^0$, onde $b = a(x_2^0)^{\beta}$. Assim, a função de demanda por x_1 é obtida diretamente da função de produção, isto é:

$$x_1 = b^{-1/\alpha}y^{1/\alpha}$$

Diferenciando-se C^{CP} em relação a y, resulta:

$$Cmg^{CP} = dC^{CP}/dy = (1/\alpha)w_1b^{-1/\alpha}y^{(1-\alpha)/\alpha}$$

A função de oferta de y é obtida impondo-se a condição de que $p = Cmg^{CP}$ (admitindo-se obviamente que $p \geq CVme_{min}$, ou seja $p \geq 0$). Assim, estabelecendo-se essa condição:

$$p = (1/\alpha)w_1b^{-1/\alpha}y^{(1-\alpha)/\alpha}$$

obtém-se a função de oferta procurada:

$$y = \alpha^{\alpha/(1-\alpha)}b^{1/(1-\alpha)}w_1^{-\alpha/(1-\alpha)}\,p^{\alpha/(1-\alpha)}$$

==

8.4 ESTÁTICA COMPARATIVA DO MODELO DE MAXIMIZAÇÃO DO LUCRO*

Esta seção analisa a estrutura das curvas de demanda por insumo $x_i = x_i^*(w_1,w_2,p)$ e da função de oferta $y = y^*(w_1,w_2,p)$, de uma firma competitiva no longo prazo, derivadas a partir do postulado da maximização do lucro. Fazendo-se uso da técnica da estática comparativa, estuda-se a seguir como essas variáveis de escolha são afetadas quando seus parâmetros variam.

Analisa-se inicialmente as demandas por insumo. Assim, substituindo-se as soluções ótimas (funções de demandas por insumo) nas condições necessárias do problema de maximização do lucro, isto é, nas equações que as geraram, obtém-se as seguintes identidades[87]:

$$pf_1\,[x_1^*(w_1, w_2, p), x_2^*(w_1, w_2, p)] - w_1 \equiv 0$$

$$pf_2\,[x_1^*(w_1, w_2, p), x_2^*(w_1, w_2, p)] - w_2 \equiv 0$$

as quais podem ser diferenciadas em relação a qualquer um dos três preços. Diferenciando-se inicialmente em relação a w_1, obtém-se o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$pf_{11}(\partial x_1^*/\partial w_1) + pf_{12}(\partial x_2^*/\partial w_1) - 1 = 0$$

$$pf_{21}(\partial x_1^*/\partial w_1) + pf_{22}(\partial x_2^*/\partial w_1) = 0$$

[87] Essas relações são identidades porque substituiu-se as próprias soluções ótimas dentro das equações (condições necessárias) que as geraram.

cuja solução é a seguinte:

$$\partial x_1^*/\partial w_1 = f_{22}/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)] < 0$$

$$\partial x_2^*/\partial w_1 = - f_{12}/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)] \ \ ?$$

O primeiro sinal é negativo e o segundo é ambíguo, desde que $f_{22} < 0$ e $f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0$ (segunda e terceira condições de suficiência) e f_{12} pode ter qualquer sinal.

Portanto, uma implicação do modelo de maximização do lucro é que a função de demanda por insumo (longo prazo) é negativamente inclinada, de modo que o nível de utilização do insumo está inversamente relacionado a seu preço. De fato, essa é uma predição refutável, pois pode ser evidentemente negada com os dados do mundo real. Por outro lado, a ambigüidade do sinal de $\partial x_2^*/\partial w_1$ já era esperada, tendo em vista que os insumos tanto podem ser substitutos quanto complementares.

A estática comparativa pode ser estendida, diferenciando-se as identidades acima em relação a w_2, donde obtém-se um novo sistema de equações de estática comparativa:

$$pf_{11}(\partial x_1^*/\partial w_2) + pf_{12}(\partial x_2^*/\partial w_2) = 0$$

$$pf_{21}(\partial x_1^*/\partial w_2) + pf_{22}(\partial x_2^*/\partial w_2) - 1 = 0$$

cuja solução é a seguinte:

$$\partial x_1^*/\partial w_2 = - f_{12}/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)] \ \ ?$$

$$\partial x_2^*/\partial w_2 = f_{11}/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)] < 0$$

O primeiro sinal é ambíguo, enquanto que o segundo é positivo, tendo em vista que $f_{11} < 0$ e $f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0$ (primeira e terceira condições de suficiência) e f_{12} pode ter qualquer sinal.

A implicação de que a função de demanda por insumo de longo prazo tem inclinação negativa foi outra vez obtida, agora para o segundo insumo. Ao estabelecer que o nível de utilização do insumo está inversamente relacionado a seu preço, este resultado permite generalizar a lei de demanda. Como já era esperado, o sinal de $\partial x_1^*/\partial w_2$ é ambíguo.

Embora o sinal dos efeitos cruzados ($\partial x_2^*/\partial w_1$ e $\partial x_1^*/\partial w_2$) não seja implicado pelo modelo de maximização do lucro, a magnitude desses efeitos são iguais, ou seja:

$$\partial x_2^*/\partial w_1 = \partial x_1^*/\partial w_2$$

cuja igualdade é conhecida como condição de reciprocidade, que é resultado da invariância das derivadas parciais cruzadas em relação à ordem (teorema de Young).

Finalmente, diferenciando as identidades acima em relação a p, obtém-se o seguinte sistema de equações de estática comparativa:

$$pf_{11}(\partial x_1^*/\partial p) + pf_{12}(\partial x_2^*/\partial p) + f_1 = 0$$

$$pf_{21}(\partial x_1^*/\partial p) + pf_{22}(\partial x_2^*/\partial p) + f_2 = 0$$

cuja solução é a seguinte:

$$\partial x_1^*/\partial p = (f_2 f_{12} - f_1 f_{22})/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)] \;\; ?$$

$$\partial x_2^*/\partial p = (f_1 f_{12} - f_2 f_{11})/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)] \;\; ?$$

cujos sinais são ambos ambíguos, desde que o sinal do numerador dessas frações é indeterminado. Isso significa que um aumento no preço do produto pode tanto aumentar quanto diminuir o nível de utilização dos insumos. Nenhuma predição refutável pode ser, portanto, extraída dessas expressões.

Embora os sinais de $\partial x_1^*/\partial p$ e $\partial x_2^*/\partial p$ sejam ambíguos, se os insumos forem complementares (ou seja, se $f_{12} > 0$), então $\partial x_1^*/\partial p > 0$ e $\partial x_2^*/\partial p > 0$, tendo em vista que f_{11} e f_{22} são negativos (primeira e segunda condições de suficiência). Por outro lado, se $f_{12} < 0$, não é possível que $\partial x_1^*/\partial p$ e $\partial x_2^*/\partial p$ sejam ambos negativos, tendo em vista que um aumento no preço do produto não pode levar a uma redução simultânea no nível de utilização dos dois insumos. A explicação para isso, conforme será mostrado a seguir, é que quando o preço do produto aumenta, o nível de produção também aumenta, de modo que não poderia haver uma expansão no nível de produção com uma contração na utilização dos dois insumos.

Retorna-se agora ao modelo de maximização do lucro na sua versão alternativa de determinação do nível de produção. Substituindo-se as soluções ótimas x_1^* e x_2^* (ou seja, as próprias funções de demanda por insumos) na função de produção $y = f(x_1,x_2)$, obtém-se a seguinte identidade (ou seja, a função de oferta da firma competitiva no longo prazo):

$$y \equiv f[x_1^*(w_1,w_2,p),x_2^*(w_1,w_2,p)] \equiv y^*(w_1,w_2,p)$$

Para saber como a curva de oferta da firma (ou seja, o nível de produção) é afetada ao se variar o preço do produto (principal parâmetro desse modelo), deriva-se a identidade acima em relação a p, donde resulta a seguinte equação de estática comparativa:

$$\partial y^*/\partial p = f_1(\partial x_1^*/\partial p) + f_2(\partial x_2^*/\partial p)$$

Desde que $\partial x_1^*/\partial p = (f_2 f_{12} - f_1 f_{22})/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)]$ e $\partial x_2^*/\partial p = (f_1 f_{12} - f_2 f_{11})/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)]$, então tem-se (após algumas manipulações algébricas):

$$\frac{\partial y^*}{\partial p} = \frac{-(f_1^2 f_{22} - 2f_{12}f_1 f_2 + f_2^2 f_{11})}{p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)} > 0$$

o qual é positivo, tendo em vista que $f_1^2 f_{22} - 2f_1 f_2 f_{12} + f_2^2 f_{11} < 0$ (condição de convexidade das isoquantas em relação a origem – veja-se capítulo 6) e $f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0$ (terceira condição de suficiência). Portanto, a predição refutável que se extrai dessa expressão é que a curva de oferta de uma firma perfeitamente competitiva é positivamente inclinada. Isso significa dizer que o nível de produção e o preço são positivamente correlacionados.

A identidade acima também pode ser derivada em relação a w_1, donde resulta a seguinte equação:

$$\partial y^*/\partial w_1 = f_1(\partial x_1^*/\partial w_1) + f_2(\partial x_2^*/\partial w_1)$$

Desde que $\partial x_1^*/\partial w_1 = f_{22}/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)]$ e $\partial x_2^*/\partial w_1 = - f_{12}/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)]$, então tem-se (após algumas manipulações algébricas):

$$\frac{\partial y^*}{\partial w_1} = \frac{-(f_1 f_{22} - f_2 f_{12})}{p(f_{11} f_{22} - f_{12}{}^2)} ?$$

cujo sinal é indeterminado, tendo em vista que f_{12} pode ter qualquer sinal. Isso significa que uma variação no preço de um insumo pode tanto aumentar quanto diminuir a oferta da firma.

Embora o sinal de $\partial y^*/\partial w_1$ seja ambíguo, a sua magnitude é exatamente igual a magnitude da variação na demanda por insumo de longo prazo em relação ao preço do produto, isto é:

$$\frac{\partial y^*}{\partial w_1} = \frac{-(f_1 f_{22} - f_2 f_{12})}{p(f_{11} f_{22} - f_{12}{}^2)} = \frac{\partial x_i^*}{\partial p}$$

desde que $\partial x_1^*/\partial p = (f_2 f_{12} - f_1 f_{22})/[p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)]$. Esse resultado revela a existência da condição de reciprocidade (em sentido oposto) entre a variação na oferta da firma frente a uma variação no preço de um insumo e a variação na demanda do insumo frente a uma variação no preço do produto.

==

Exemplo 8.4.1: Um tema atual e bastante discutido pelos trabalhadores e empresários, frente as altas taxas de desemprego na indústria brasileira, é a redução na jornada de trabalho. Segundo os trabalhadores, uma redução na jornada de trabalho irá aumentar a demanda por trabalho, de modo a reduzir o desemprego. Por simplicidade, suponha que a função de produção de uma firma perfeitamente competitiva seja especificada por $y = f(h,l)$, onde h é o número de horas trabalhadas e l é o nível de emprego (número de trabalhadores). Suponha que p seja o preço do produto, *w seja* o salário por hora de trabalho e h_p representa a jornada de trabalho padrão. Se a firma escolhe a jornada de trabalho $h > h_p$, então a firma paga um prêmio pela hora extra $\alpha > 1$, de modo que αw será o salário acima da jornada padrão de trabalho. Admita que a firma não escolherá h acima do seu nível máximo, h_{max}, estabelecido por lei.

No desenvolvimento da análise admite-se que o custo da firma com trabalho é a soma de duas parcelas: uma para toda e qualquer firma e outra para aquelas que expandem a jornada de trabalho acima da jornada padrão, ou seja $h > h_p$. O problema da firma é escolher h e l de modo a maximizar o seu lucro, ou seja:

$$\max_{h,\, l} \pi = py - whl - \alpha wl \max\{h-h_p, 0\}$$
$$s.a.\ \ y = f(h,l)$$
$$\text{dados } w,\ \alpha \text{ e } h_p$$

ou, simplesmente:

$$\max_{h,l} \pi = pf(h,l) - whl - \alpha wl \max\{h-h_p,0\}$$

As condições necessárias (ou de primeira ordem) para que a firma obtenha lucro máximo são:

$$\pi_h = pf_h - wl - \alpha wl = 0$$
$$\pi_l = pf_l - wh - \alpha w(h-h_p) = 0$$

ou:

$$pf_h = (1+\alpha)wl$$
$$pf_l = (1+\alpha)wh - \alpha wh_p$$

As condições de suficiência (ou de segunda ordem) para um máximo são: $\pi_{hh} < 0$ (ou $f_{hh} < 0$), $\pi_{ll} < 0$ (ou $f_{ll} < 0$), ademais do seguinte determinante ser positivo:

$$|H| = \begin{vmatrix} \pi_{hh} & \pi_{hl} \\ \pi_{lh} & \pi_{ll} \end{vmatrix} > 0$$

o que é eqüivalente a:

$$\pi_{hh}\pi_{ll} - \pi_{hl}^2 > 0$$

ou:

$$p^2 f_{hh} f_{ll} - [pf_{hl} - (1+\alpha)w]^2 > 0$$

As duas condições de primeira ordem formam um sistema de duas equações e duas incógnitas que, ao ser resolvido, tem-se os níveis ótimos de h e l (funções de demanda):

$$h = h^*(w,\alpha,h_p)$$
$$l = l^*(w,\alpha,h_p)$$

Procede-se a seguir a estática comparativa desse modelo, objetivando determinar o efeito de um aumento na jornada de trabalho padrão h_p sobre o nível de emprego, ou seja, sobre h e l. Substituindo os níveis ótimos h^* e l^* nas duas condições de primeira ordem resultam as seguintes identidades:

$$pf_h[h^*(w,\alpha,h_p),l^*(w,\alpha,h_p)] - (1+\alpha)wl^*(w,\alpha,h_p) \equiv 0$$
$$pf_l[h^*(w,\alpha,h_p),l^*(w,\alpha,h_p)] - (1+\alpha)wh^*(w,\alpha,h_p) - \alpha wh_p \equiv 0$$

Diferenciando-as em relação a h_p, obtém-se:

$$pf_{hh}(\partial h^*/\partial h_p) + pf_{hl}(\partial l^*/\partial h_p) - (1+\alpha)w(\partial l^*/\partial h_p) = 0$$
$$pf_{lh}(\partial h^*/\partial h_p) + pf_{ll}(\partial l^*/\partial h_p) - (1+\alpha)w(\partial h^*/\partial h_p) - \alpha w = 0$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} pf_{hh} & pf_{hl}\text{-}(1+\alpha)w \\ pf_{hl}\text{-}(1+\alpha)w & pf_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial h^*/\partial h_p \\ \partial l^*/\partial h_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha w \end{bmatrix}$$

donde resulta (através da regra de Cramer):

$$\partial h^*/\partial h_p = \alpha w[pf_{hl}\text{-}(1+\alpha)w]/|H| < 0$$
$$\partial l^*/\partial h_p = \text{-}\alpha wpf_{hh} > 0$$

O sinal da primeira é negativo, enquanto que o da segunda é positivo, desde que $|H| > 0$ e $f_{hh} < 0$. Portanto, pode-se concluir que uma redução em h_p aumenta h^* e reduz l^*. Isto é, uma redução na jornada de trabalho padrão aumenta o número de horas trabalhadas, mas reduz o emprego, diferentemente do que afirmam os trabalhadores.

==

8.5 O FENÔMENO DE LE CHÂTELIER*

Esta seção compara o efeito de uma variação no preço de um insumo sobre as suas demandas de curto e longo prazos.

No curto prazo, ao se admitir que x_2 é fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, a curva de demanda por $x_1 = x_1^{CP}(w_1,w_2,p,x_2^0)$ pode ser obtida por meio da solução da seguinte condição necessária:

$$f_1(x_1,x_2^0) = w_1/p$$

Substituindo-se a solução ótima $x_1^{CP}(w_1,w_2,p,x_2^0)$, que é a própria função de demanda de curto prazo, na condição que a gerou, obtém-se a seguinte identidade:

$$f_1[x_1^{CP}(w_1,w_2,p,x_2^0),x_2^0] \equiv w_1/p$$

Diferenciando-a em relação a w_1, resulta:

$$f_{11}(\partial x_1^{CP}/\partial w_1) = 1/p$$

de modo que:

$$\frac{\partial x_1^{CP}}{\partial w_1} = \frac{1}{pf_{11}} < 0$$

Portanto, desde que $f_{11} < 0$, então a curva de demanda do insumo variável no curto prazo x_1^{CP} é também negativamente inclinada.

A questão agora é saber como essa variação relativa na demanda de curto prazo se compara com aquela verificada pela demanda de longo prazo (avaliada na seção anterior), ou seja:

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial w_1} = \frac{f_{22}}{p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)} < 0$$

Assim, tomando-se a diferença entre essas variações, resulta:

$$\frac{\partial x_1 *}{\partial w_1} - \frac{\partial x_1^{CP}}{\partial w_1} = \frac{f_{22}}{p(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)} - \frac{1}{pf_{11}}$$

ou (após algumas manipulações algébricas):

$$\frac{\partial x_1 *}{\partial w_1} - \frac{\partial x_1^{CP}}{\partial w_1} = \frac{f_{12}^2}{pf_{11}(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)} < 0$$

a qual é negativa, visto que $f_{11} < 0$ e $f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0$. Desde que $\partial x_1^*/\partial w_1$ e $\partial x_1^{CP}/\partial w_1$ são ambos negativos, então se pode tomar o valor absoluto em ambos os lados, donde resulta:

$$\left|\frac{\partial x_1 *}{\partial w_1}\right| - \left|\frac{\partial x_1^{CP}}{\partial w_1}\right| = \left|\frac{f_{12}^2}{pf_{11}(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)}\right| > 0$$

Isso significa que a variação no nível de utilização do insumo no longo prazo (isto é, quando todos os insumos variam) é maior do que no curto prazo (quando x_2 é fixo).

A FIGURA 8.5.1 ilustra esse resultado e mostra que, nas vizinhanças do ponto onde as duas curvas de demanda se interceptam, a curva de demanda de longo prazo é mais elástica que a curva de demanda de curto prazo. Isso significa que o nível de utilização de um insumo é mais sensível a variações de preço no longo prazo do que no curto prazo. Essa é a essência do fenômeno de Le Châtelier.

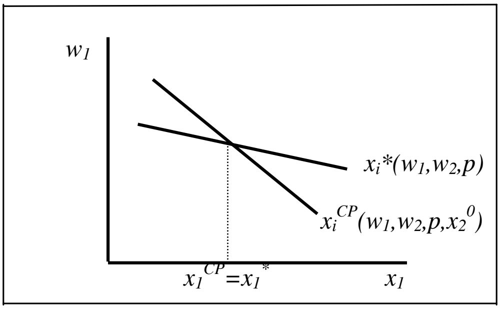


FIGURA 8.5.1: AS FUNÇÕES DE DEMANDA POR INSUMO NO CURTO E LONGO PRAZOS

==

Exercício 8.5.1:*Suponha uma firma competitiva com a seguinte função de produção* $y = x_1^{1/4}x_2^{1/4}$ *e com preços de insumos unitários, ou seja,* $w_1 = w_2 = 1$.

(i) Determine a curva de oferta de longo prazo.

Antes de se obter a curva de oferta de longo prazo, necessário se faz derivar a função de custo de longo prazo. Essa função é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{x_1,x_2} \; C = x_1 + x_2$$
$$s.a. \quad y = x_1^{1/4}x_2^{1/4}$$

do qual resulta o seguinte lagrangiano:

$$L = x_1+x_2 + \lambda[y - x_1^{1/4}x_2^{1/4}]$$

cujas condições de primeira ordem para um ótimo são:

$$L_1 = 1 - \tfrac{1}{4}\lambda\, x_1^{-3/4}x_2^{1/4} = 0$$
$$L_2 = 1 - \tfrac{1}{4}\lambda\, x_1^{1/4}x_2^{-3/4} = 0$$
$$L_\lambda = y - x_1^{1/4}x_2^{1/4} = 0$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, resulta: $x_2 = x_1$. Substituindo-a na terceira equação, tem-se:

$$x_1^* = y^2$$

e, portanto:

$$x_2^* = y^2$$

Substituindo x_1^* e x_2^* na função objetivo de custo, resulta a função de custo de longo prazo:

$$C^* = 2y^2$$

Diferenciando-a em relação a y, obtém-se a função de custo marginal de longo prazo:

$$Cmg^* = 4y$$

A função de oferta de longo prazo coincide com a curva de custo marginal de longo prazo, para preços maiores que o custo médio mínimo, o qual é $Cme^*_{min} = 0$. Portanto, a curva de oferta de longo prazo será:

$$p = 4y, \text{ para } p \geq 0$$

ou

$$y = \tfrac{1}{4}p, \text{ para } p \geq 0$$

(ii) Suponha que x_2 seja fixo ao nível $x_2 = 1$. Determine a curva de oferta de curto prazo.

A função de custo de longo prazo é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{x_1,x_2} \; C = x_1 + x_2$$
$$s.a. \quad y = x_1^{1/4}x_2^{1/4}$$
$$e \quad x_2 = 1$$

Desde que $x_2 = 1$, então a restrição (a função de produção) pode ser escrita da seguinte forma:

$$y = x_1^{1/4}$$

Invertendo-a, resulta:

$$x_1 = y^4$$

Substituindo-se os valores de x_1 e x_2 na função objetivo de custo, obtém-se a função de custo de curto prazo:

$$C^{CP} = 1 + y^4$$

donde resulta:

$$Cmg^{CP} = 4y^3$$

e

$$CVme = y^3$$

A função de oferta de curto prazo será estabelecida pela curva de custo marginal de curto prazo, para preços maiores que o custo variável médio mínimo, o qual é $CVme_{min} = 0$, ou seja:

$$p = 4y^3, \text{ para } p \geq 0$$

ou

$$y = 4^{-1/3}p^{1/3}, \text{ para } p \geq 0$$

(iii) Qual é a curva de oferta mais elástica?

Diferenciando-se as curvas de oferta de longo e curto prazos, respectivamente, tem-se:

$$dy^*/dp = 1/4$$

e

$$dy^{CP}/dp = (1/3)(4^{-1/3})p^{-2/3}$$

de modo que as respectivas elasticidades de oferta são:

$$\varepsilon^* = (dy^{LP}/dp)(p/y) = (1/4)[p/(1/4)p] = 1$$

$$\varepsilon^{CP} = (dy^{CP}/dp)(p/y) = [(1/3)(4^{-1/3})p^{-2/3}][p/(4^{-1/3}p^{1/3})] = 1/3$$

donde conclui-se que $\varepsilon^* > \varepsilon^{CP}$, ou seja, a curva de oferta de longo prazo é mais elástica que a de curto prazo.

==

PARTE IV

TEORIA DOS MERCADOS

CAPÍTULO 9: O MERCADO COMPETITIVO

9.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo é o primeiro de uma série que aborda a questão da formação de preços. Nos modelos de otimização desenvolvidos até então, os agentes econômicos (ou seja, os consumidores, os proprietários dos recursos produtivos e as firmas) foram tomados individualmente, além do que os preços eram exógenos e, portanto, fora do controle desses agentes. Neste capítulo, a análise será conduzida de forma a levar em consideração todos os agentes econômicos, em conjunto, permitindo assim entender o mecanismo de formação de preços em uma estrutura de mercado competitivo. O instrumental utilizado na análise está fundamentado no conceito de equilíbrio de mercado.

Conforme definido anteriormente, a firma competitiva é uma unidade produtiva típica em um mercado perfeitamente competitivo, que não tem condições de afetar os preços dos insumos que ela utiliza na produção, tampouco consegue alterar o preço do seu produto. Isso porque o volume transacionado por essa unidade produtiva é tão pequeno que se torna insignificante em relação ao volume total transacionado pelo mercado.

Os principais pressupostos adotados para caracterizar um mercado perfeitamente competitivo são:

==

Pressuposto: 1. <u>Grande número de agentes</u>: Existe um grande número de agentes econômicos, de modo que o volume transacionado por cada um, individualmente, é desprezível em relação ao volume total transacionado nesse mercado. Isso significa que cada agente, por representar uma parcela muito pequena desse mercado, não consegue afetar os preços.

2. <u>Produto homogêneo</u>: O produto transacionado por um sub-conjunto de agentes é substituto perfeito do produto transacionado por qualquer outro no

seu conjunto total. Isso significa que não existem características específicas que diferenciem esses produtos.

3. Perfeita informação: Os agentes econômicos têm perfeita informação dos preços praticados nos mercados de insumos e de produto, das rendas e da tecnologia de produção, de modo que a estrutura de custos de produção, distribuição e comercialização é completamente conhecida por cada agente nesse mercado.

4. Livre mobilidade dos agentes, insumos e produtos: Não existem barreiras que impeçam a entrada e a saída de agentes, insumos e produtos nesse mercado.

===

Nesse mercado, nenhum agente econômico, ao tomar sua decisão individualmente, é capaz de influenciar os demais nem tampouco é passível de sofrer qualquer influência deles. O mercado perfeitamente competitivo pode ser, então, definido da seguinte forma:

===

Definição: O mercado competitivo é a estrutura caracterizada pela presença de um grande número de pequenos agentes econômicos (produtores, consumidores e proprietários dos recursos), produzindo e transacionando um produto perfeitamente homogêneo, sem nenhuma barreira que impeça a entrada e a saída de qualquer agente, insumo ou produto no mercado.

===

Em uma estrutura de mercado caracterizada por um número grande de pequenos agentes, competindo entre si, só pode existir um único preço – o preço de mercado. Nesse mercado, os agentes econômicos não têm condições de afetar os preços dos insumos e do produto, comportando-se como meros tomadores de preços. No entanto, os agentes como um todo podem afetar as decisões individuais por meio das chamadas economias e deseconomias externas[88].

===

Questão 9.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Uma indústria caracterizada pela presença de um grande número de firmas implica necessariamente que deve existir competição entre firmas.*

ERRADO

Um grande número de firmas operando na indústria não implica necessariamente um comportamento competitivo por parte das firmas. O conluio é sempre possível, mesmo com um grande número de firmas. No

[88] As economias ou deseconomias externas podem ser classificadas em pecuniárias e tecnológicas. As externalidades pecuniárias se processam através dos mecanismos de formação dos preços de mercado, enquanto que as externalidades tecnológicas afetam de alguma forma o consumo e a possibilidade de produção das firmas. Este capítulo trata apenas dos efeitos externos pecuniários, deixando as externalidades tecnológicas para serem tratadas quando da apresentação da teoria do bem-estar social.

entanto, quando comparado com indústrias com um número pequeno de firmas, indústrias com muitas firmas são mais prováveis de serem competitivas. Isso explica porque o *grau de concentração* da indústria é bastante utilizado empiricamente como medida do grau de competição da indústria.

==

9.2 A CURVA DE OFERTA E O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO EM CONDIÇÕES *CETERIS PARIBUS*

Deve-se ressaltar que o conceito de indústria aqui utilizado difere fundamentalmente do conceito vulgarmente empregado para designar uma unidade indústrial. A unidade indústrial na teoria econômica é denominada de planta ou firma, enquanto que o conceito de indústria na teoria econômica está associado ao conjunto de firmas produzindo um produto homogêneo ou similar.

Ao se tentar obter a curva de oferta de uma indústria perfeitamente competitiva no curto prazo, tudo levaria a crer que o procedimento deveria ser análogo àquele utilizado quando da determinação da função de demanda de mercado, que consistia na agregação horizontal das curvas de demanda individuais, conforme avançado no terceiro capítulo. Em geral, o procedimento de agregação das curvas individuais não é válido para obtenção da função de oferta da indústria. Esse procedimento seria correto se a firma – ao expandir sua produção, ajustando-se frente a um aumento no preço do produto – pudesse se mover sobre a sua curva de custo marginal, mantendo-se os preços dos insumos constantes (quer dizer, em condições *ceteris paribus*). Embora esse procedimento possa ser considerado verdadeiro para o ajustamento de uma firma individual, ele não reflete a realidade para a indústria como um todo. A razão é que as firmas em conjunto, ao se ajustarem, causam um aumento nos preços dos insumos, resultado direto de aumentos nas suas demandas. O aumento nos preços dos insumos afeta, por sua vez, a estrutura de custos das firmas, alterando as curvas de oferta das firmas individuais. Esse fato será retomado na próxima seção.

Admitindo-se por hora que os preços dos insumos estejam fixos (isto é, em condições *ceteris paribus*), então a curva de oferta da indústria no curto prazo $y^{CP}(p)$ pode ser definida pelo somatório das curvas de oferta individuais:

$$y^{CP}(p) = \sum_{i=1}^{n} y_i^{CP}(p)$$

onde n é o número de firmas na indústria e $y_i^{CP}(p)$ é a curva de oferta da firma no curto prazo, a qual é definida por:

$$\begin{cases} p = Cmg(y_i)^{CP}, & se\ p \geq CVme_{MIN} \\ y_i = 0, & se\ p < CVme_{MIN} \end{cases}$$

em que $Cmg(y_i)^{CP}$ é o custo marginal de curto prazo e $CVme_{MIN}$ é o custo variável médio mínimo. Deve-se lembrar que a curva de oferta de uma firma competitiva é estabelecida em condições *ceteris paribus* (ou seja, dados os preços dos insumos).

No caso específico em que os preços dos insumos são dados e imutáveis (condições *ceteris paribus*), a curva de oferta da indústria de curto prazo é a soma horizontal das curvas de oferta das firmas individuais, de modo que para cada preço do produto somam-se as quantidades ofertadas por cada firma individual. A FIGURA 9.2.1 ilustra o processo de agregação da curva de oferta da indústria em condições *ceteris paribus* para uma situação com apenas três firmas no mercado.

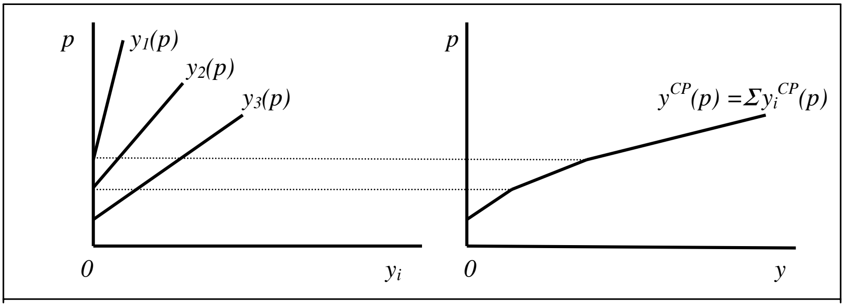


FIGURA 9.2.1: A CURVA DE OFERTA DA INDÚSTRIA EM CONDIÇÕES *CETERIS PARIBUS* NO CURTO PRAZO

===

Exemplo 9.2.1: A título de exemplo dessa técnica de agregação, supõe-se uma estrutura de mercado competitiva composta de n firmas idênticas, cuja função de custo é especificada por:

$$C_i = ay_i + by_i^2 + 1$$

onde $i = 1,...,n$ indexa a firma.

A curva de oferta de curto prazo da firma típica corresponde a curva de custo marginal para preços não menores que o custo variável médio mínimo. Com base nessa curva de custo, pode-se avaliar o custo variável médio, o qual é especificado por:

$$CVme_i = CV_i/y_i = a + by_i$$

Pode-se observar que $CVme_i$ atinge o seu valor mínimo quando $y_i = 0$. A partir do qual obtém-se o seu valor mínimo, $CVme_{MIN} = a$. Assim, diferenciando-se a função de custo total de curto prazo em relação a y_i, tem-se a função de custo marginal de curto prazo da firma típica i:

$$Cmg_i^{CP} = a + 2by_i$$

Dessa forma, a curva de oferta de curto prazo da firma típica pode ser, então, especificada:

$$\begin{cases} p = a + 2by_i \text{ ou } y_i = (p-a)/2b, & \text{se } p \geq a \\ y_i = 0, & \text{se } p < a \end{cases}$$

Admitindo-se que os preços dos insumos estejam fixos (condições *ceteris paribus*), então a curva de oferta da indústria no curto prazo pode ser determinada, agregando-se na horizontal (isto é, para cada preço) as n curvas de oferta individual, donde resulta:

$$\begin{cases} y = \Sigma_i y_i = n(p-a)/2b, & se\ p \geq a \\ y = 0, & se\ p < a \end{cases}$$

Deve-se ressaltar que quanto maior for o número de firmas na indústria (ou seja, maior n), mais elástica (ou menos íngreme) será a curva de oferta.

==

Admitindo-se condições *ceteris paribus*, de modo que a curva de oferta da indústria perfeitamente competitiva possa ser representada pelo somatório das curvas de oferta individuais, então o preço de equilíbrio em uma indústria perfeitamente competitiva é o resultado do equilíbrio de mercado, estabelecido pela interseção entre as respectivas curvas de oferta e demanda da indústria. O ponto A no painel (b) da FIGURA 9.2.2 corresponde ao ponto de equilíbrio da indústria competitiva, a partir do qual obtém-se o preço de equilíbrio p^* da indústria. Uma vez determinado o preço de equilíbrio de mercado, a firma competitiva toma esse preço como dado e determina seu nível de produção de equilíbrio y_i^*, igualando o seu custo marginal a esse preço. O equilíbrio de uma firma competitiva se dá no ponto A do painel (a) dessa mesma figura.

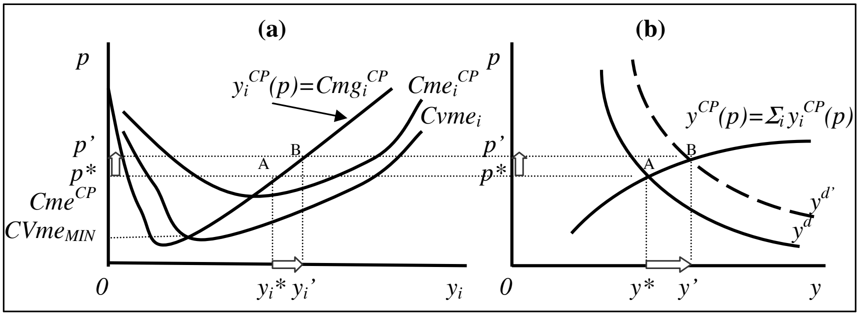


FIGURA 9.2.2: O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO

==

Exemplo 9.2.2: Admitindo-se que a curva de demanda de um mercado competitivo seja especificada por $y^d = b/p$, com $b > 0$, e que a indústria seja composta de n firmas idênticas, cuja estrutura de custo seja especificada por $C_i = ay_i^2+1$, com $a > 0$, pode-se, a título de exemplo, determinar o equilíbrio da indústria e da firma típica.

Para se determinar o equilíbrio da indústria, necessário se faz determinar a curva de oferta da firma típica e da indústria. Assim, diferenciando-se a função de custo de curto prazo em relação a y_i, obtém-se a função de custo marginal da firma típica:

$$Cmg_i^{CP} = 2ay_i$$

O custo variável médio pode ser avaliado por meio da sua própria definição: $CVme = CV_i/y_i = ay_i^2/y_i = ay_i$. A partir do qual pode-se determinar o seu valor mínimo, o $CVme_{min} = 0$, que se verifica quando $y_i = 0$. A curva de oferta da firma típica pode ser, portanto, especificada por:

$$p = Cmg_i^{CP}, \text{ se } p \geq CVme_{min}$$

donde resulta (após substituir-se a correspondente expressão do Cmg_i^{CP}):

$$y_i^{CP} = p/2a \text{ se } p \geq 0$$

Assim, tomando-se o somatório das curvas de oferta individuais, para um dado preço, obtém-se a curva de oferta da indústria no curto prazo em condições *ceteris paribus*:

$$y^{CP} = \Sigma_i y_i^{CP} = np/2a$$

Uma vez determinada a curva de oferta da indústria, obtém-se em seguida o equilíbrio de mercado, a partir do qual pode-se determinar o equilíbrio da firma típica. O equilíbrio da indústria se dá quando $y^{CP} = y^d$, ou seja:

$$½n(p/a) = b/p$$

donde resulta o seguinte par de preço e quantidade de equilíbrio da indústria, respectivamente:

$$p^* = (2ab/n)^{1/2}$$

$$y^* = [½n(b/a)]^{1/2}$$

Finalmente, substituindo-se o preço de equilíbrio p^* na função de oferta de curto prazo da firma típica, obtém-se o correspondente nível de produção de equilíbrio de curto prazo da firma típica i:

$$y_i^* = [½(b/an)]^{1/2}$$

==

9.3 A CURVA DE OFERTA E O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO EM CONDIÇÕES *MUTATIS MUTANDIS*

Para melhor entender o mecanismo de ajustamento das firmas em uma indústria perfeitamente competitiva, em condições *mutatis mutandis*, supõe-se um aumento exógeno de demanda, de modo que a curva de demanda agregada y^d se desloca para a direita, para a posição y^{d}' (veja-se painel (b) da FIGURA 9.2.2). Em conseqüência desse aumento de demanda, o preço do produto fica momentaneamente mais alto, fazendo com que o nível de produção da indústria seja ampliado. No novo equilíbrio de curto prazo (ponto B do painel (b) da FIGURA 9.2.2), o nível de produção da indústria se expande de y^* para y' e o preço do produto aumenta de p^* para p'.

Ao expandirem o nível de produção, as firmas demandam uma maior quantidade de insumos. Esse aumento global na demanda por insumos pode causar um aumento generalizado nos preços dos mesmos, por exemplo, de $w^0(y^*)$ para $w^1(y')$. Esse aumento generalizado nos preços dos insumos, por sua vez, afeta a estrutura de custos, alterando as curvas de oferta das firmas individuais[89]. Esse fenômeno de aumento nos custos de cada firma na indústria, à medida que a mesma ajusta sua escala de produção, é conhecido por deseconomias externas[90]. Nesse caso, a função de oferta **efetiva** da firma competitiva no curto prazo, a qual leva em consideração o impacto nos preços dos insumos, depende também do nível de produção da indústria y, ou seja, $\tilde{y}_i^{CP}[p,w(y)]$.

Os painéis (a) e (b) da FIGURA 9.3.1 ilustram duas situações possíveis e distintas, resultantes do ajustamento da firma competitiva na presença de deseconomias externas. No painel (a) dessa figura, ao ajustar o seu nível de produção, a curva de oferta de curto prazo da firma competitiva em condições *ceteris paribus* (definida pela própria curva de custo marginal de curto prazo) sofre um deslocamento para cima, de modo que a sua função de oferta ajustada ou efetiva (curva mais cheia nessa figura) é menos elástica (ou seja, mais íngreme) que a curva de oferta *ceteris paribus*. No painel (b) dessa mesma figura, o ajustamento é tal que o deslocamento no custo marginal é suficientemente forte ao ponto de reverter a inclinação da curva de oferta efetiva da firma competitiva no curto prazo (curva mais cheia nessa figura), tornando-a negativamente inclinada. Isso significa que o ajustamento poderá levar a firma a reduzir o seu nível de produção ao invés de aumentá-lo.

Esse resultado é interessante porque mostra que a presença de rendimentos decrescentes (condição de suficiência para lucro máximo), embora garanta que a curva de oferta (*ceteris paribus*) da firma competitiva seja positivamente inclinada, não é suficiente para garantir que a curva de oferta efetiva (ou ajustada) seja positivamente inclinada. Isso é verdade porque o aumento nos preços dos insumos, resultante do ajustamento no nível de produção de todas as firmas, pode ser suficientemente forte ao ponto de reverter a inclinação da curva de oferta das firmas.

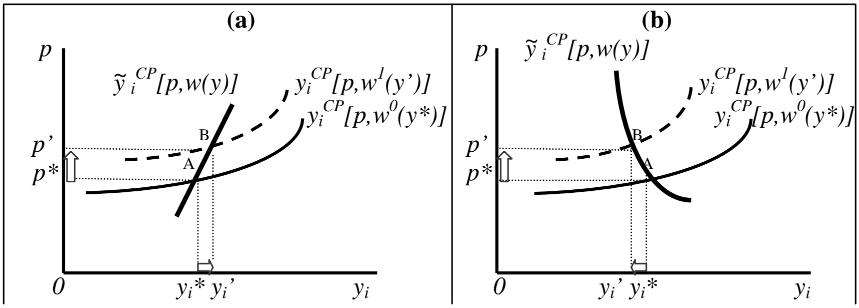


FIGURA 9.3.1: O AJUSTAMENTO DA FIRMA COMPETITIVA E A FUNÇÃO DE OFERTA EFETIVA NO CURTO PRAZO NA PRESENÇA DE DESECONOMIAS EXTERNAS

[89] Deve-se ressaltar que os efeitos de aumentos nos preços de insumos sobre os custos das firmas não necessitam ser os mesmos para todas as firmas na indústria. Inclusive, os efeitos podem ser tais que aumentem os custos de algumas firmas, mas reduzam os custos de outras.

[90] Embora as deseconomias sejam consideradas externas à firma elas são internas à indústria.

É perfeitamente possível que as firmas, ao ajustarem seus níveis de produção, experimentem economias externas. Nesse caso, o ajustamento das firmas aos seus novos níveis de produção, ao demandarem uma maior quantidade de insumos, causa uma redução generalizada nos preços dos mesmos de $w^0(y^*)$ para $w^1(y')$, reduzindo os custos das firmas. A FIGURA 9.3.2 mostra o ajustamento da firma típica na presença de economias externas. O ajustamento ao novo nível de produção é tal que a curva de oferta efetiva é mais elástica que as curvas de oferta em condições *ceteris paribus*.

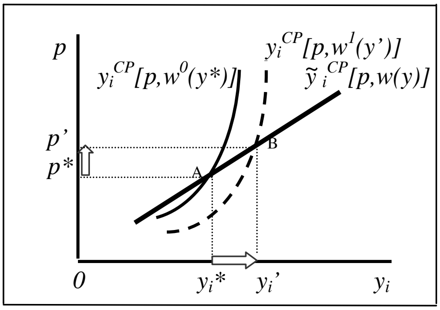


FIGURA 9.3.2: O AJUSTAMENTO DA FIRMA COMPETITIVA E A FUNÇÃO DE OFERTA EFETIVA NO CURTO PRAZO NA PRESENÇA DE ECONOMIAS EXTERNAS DE ESCALA

Independentemente da existência de economias ou deseconomias externas, a curva de oferta da indústria terá que levar em consideração os impactos de variações nos preços dos insumos sobre os custos de produção, quando as firmas, em conjunto, ajustam os seus respectivos níveis de produção, em resposta a variações no preço do produto. Portanto, a curva de oferta da indústria terá que considerar as curvas de oferta efetiva $\tilde{y}_i^{CP}[p,w(y)]$, as quais têm como argumento o nível de produção da indústria, e não apenas as curvas de oferta em condições *ceteris paribus* $y_i^{CP}(p)$. Dessa forma, a curva de oferta da indústria competitiva (em condições *mutatis mutandis*) pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: A curva de oferta de uma indústria perfeitamente competitiva no curto prazo em condições *mutatis mutandis*, denotada por $\tilde{y}^{CP}(p)$, é a soma horizontal das curvas de oferta **efetiva** de curto prazo das firmas operando nessa indústria $\tilde{y}_i^{CP}[p,w(y)]$. Em outras palavras, $\tilde{y}^{CP}(p)$ é o somatório das curvas de oferta individuais ajustadas para levar em consideração o efeito dos preços dos insumos sobre os custos das firmas, quando o nível de produção da indústria se expande, em resposta ao ajustamento de cada firma individual:

$$\tilde{y}^{CP}(p) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{y}_i^{CP}[p, w(y)]$$

==

O painel (a) da FIGURA 9.3.3 mostra a curva de oferta e o ajustamento no curto prazo de uma firma típica frente a um aumento de demanda (que eleva o preço do produto) na presença de deseconomias externas. O painel (b) mostra a respectiva curva de oferta da indústria, assim como ilustra o correspondente ajustamento da indústria. Pode-se observar que o aumento na demanda faz com que as firmas, ao ajustarem seus níveis de produção, provoquem aumentos nos custos de produção, deslocando a curva de somatório dos custos marginais (ou seja, do somatório das curvas de oferta *ceteris paribus*) para cima. Dessa forma, a curva de oferta da indústria no curto prazo é menos elástica que as correspondentes curvas de somatório. Esse fato faz com que o preço de equilíbrio seja maior e a produção menor do que aqueles níveis que resultariam se o ajustamento fosse feito sobre a curva de somatório de custos marginais, conforme pode ser comprovado no painel (b) da FIGURA 9.3.3.

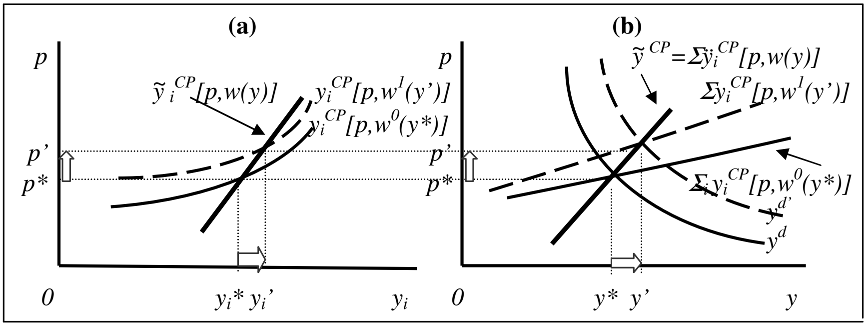


FIGURA 9.3.3: O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO NA PRESENÇA DE DESECONOMIAS EXTERNAS E COM OFERTA NORMAL

A FIGURA 9.3.4 ilustra o equilíbrio de mercado em um caso especial de oferta negativamente inclinada. Embora esse equilíbrio seja factível, ele pode apresentar problemas no que tange a sua estabilidade, pelo menos sob o ponto de vista marshalliano. Isso porque a curva de oferta da indústria é menos elástica que a curva de demanda.

A estabilidade do equilíbrio de curto prazo de uma indústria competitiva estaria garantida, sob o ponto de vista marshalliano, se a função de oferta da indústria fosse mais elástica que a função de demanda agregada, significando dizer que a curva de oferta da indústria teria que cortar a curva de demanda agregada por baixo, ou seja[91]:

$$\left|\frac{\partial y^S}{\partial p}\right| > \left|\frac{\partial y^d}{\partial p}\right|, \forall p \geq 0$$

Na concepção marshalliana, a condição de estabilidade fica garantida sempre que, para qualquer $y < y^*$, implicar $p_d > p_s$, assim como para qualquer $y > y^*$, implicar $p_d < p_s$. De fato, essa condição não se verifica na FIGURA 9.3.4.

Portanto, para que se possa garantir a estabilidade do equilíbrio mostrado na FIGURA 9.3.4 necessário se faz pressupor algum outro mecanismo de ajuste do equilíbrio,

[91] É importante registrar que, na concepção marshalliana de estabilidade do equilíbrio, sempre que o preço de oferta for maior que o preço de demanda haverá uma redução no nível de produção, assim como toda vez que o preço de oferta for menor que o preço de demanda ocorrerá um aumento no nível de produção.

tal como a hipótese da teia de aranha, na qual as expectativas são formadas de modo que o preço de demanda que vigora hoje será o preço de oferta no futuro.

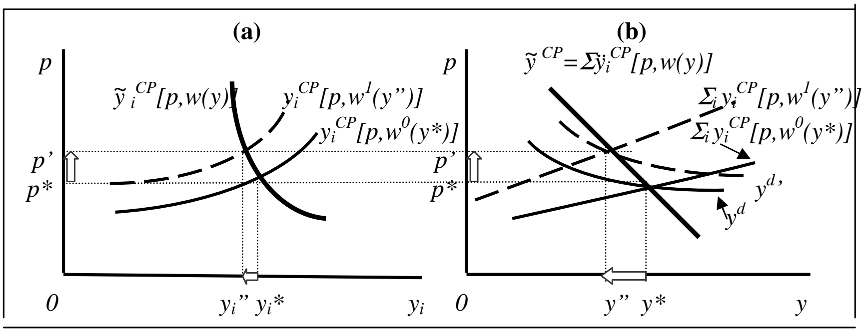


FIGURA 9.3.4: O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO NA PRESENÇA DE DESECONOMIAS EXTERNAS E COM OFERTA NEGATIVAMENTE INCLINADA

Na presença de economias externas de escala, o ajustamento de curto prazo da firma e da indústria ao novo nível de produção se processa de forma tal que as respectivas curvas de oferta efetiva são mais elásticas que as curvas de oferta em condições *ceteris paribus*. Os painéis (a) e (b) da FIGURA 9.3.5 mostram o equilíbrio de curto prazo da firma e da indústria competitiva, respectivamente, na presença de economias externas (vejam-se pontos C nos dois painéis dessa figura). Ao ajustarem seus níveis de produção, em resposta ao aumento de demanda, a estrutura de custos de produção é reduzida, de modo que tanto a curva de oferta individual quanto o somatório das ofertas *ceteris paribus* se deslocam para a direita e para baixo. Dessa forma, as curvas de oferta da firma e da indústria no curto prazo são mais elásticas que as correspondentes curvas *ceteris paribus*. Isso significa que o preço de equilíbrio é menor que o nível que resultaria se o ajustamento fosse feito sobre a curva de somatório das ofertas *ceteris paribus* (ponto B no painel (b) dessa figura).

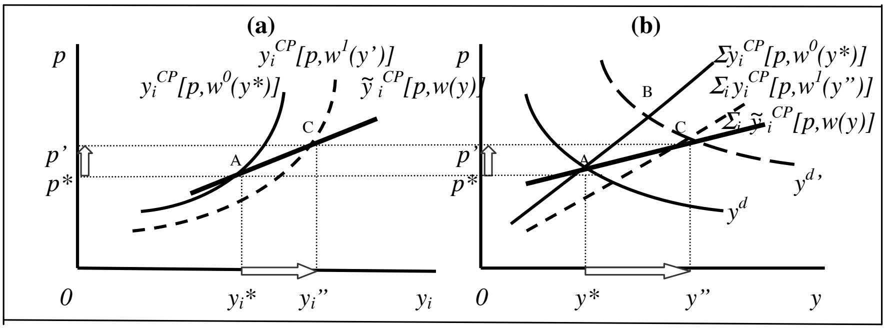


FIGURA 9.3.5: O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO NA PRESENÇA DE ECONOMIAS EXTERNAS

Portanto, com base na análise conduzida até então, pode-se registrar o seguinte resultado:

==

Resultado: Na presença de economias (ou deseconomias) externas, a curva de oferta da indústria é mais (ou menos) elástica que o somatório das curvas de oferta em condições *ceteris paribus*.

==

==

Questão 9.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se não existem economias nem deseconomias externas, então se pode afirmar que a curva de oferta de curto prazo de uma indústria perfeitamente competitiva é a soma vertical de todas as curvas de custo marginal das firmas individuais.*

ERRADO

Se não existem economias ou deseconomias externas, a curva de oferta de curto prazo de uma indústria perfeitamente competitiva é a soma horizontal, e não vertical, das curvas de oferta individuais (curvas de custo marginal). Em outras palavras, para a obtenção da curva de oferta da indústria somam-se, para cada preço (e não para cada nível de produção), o quanto cada firma individual estaria disposta a ofertar.

==

O mecanismo de formação do preço em uma estrutura de mercado competitivo está fundamentado no conceito de equilíbrio de mercado. Em outras palavras, o preço e o nível de produção em uma indústria perfeitamente competitiva são determinados simultaneamente através do mecanismo de equilíbrio de mercado. O preço de equilíbrio é aquele que torna as quantidades demandada e ofertada iguais, ou seja:

$$y^s(p) = y^d(p)$$

onde $y^s(p) = \Sigma_i\ \tilde{y}_i^{CP}[p,w(y)]$ e $y^d(p) = \Sigma_i\ y_i^d(p)$ são as respectivas funções de oferta e demanda agregadas.

==

Exemplo 9.3.1: Para ilustrar esse mecanismo, considera-se um mercado de concorrência perfeita com n firmas, cujas funções de demanda e oferta agregadas são especificadas, respectivamente, por $y^d = 75.000 - 5.000p$ e $y^s = 10.000p$. A função de custo de curto prazo da firma típica é especificada por $C_i = 0{,}02y_i^3 - 0{,}3y_i^2 + 5y_i + 20$.

O preço e o nível de produção de equilíbrio nesse mercado pode ser obtido impondo-se a seguinte condição $y^d = y^s = y^*$, donde resulta a seguinte equação:

$$75.000 - 5.000p = 10.000p$$

a partir da qual obtém-se o preço de equilíbrio, $p^* = 5$. Portanto, substituindo-se esse preço na função de oferta, tem-se o correspondente nível de produção de equilíbrio: $y^* = 50.000$.

O nível de produção de equilíbrio da firma típica pode ser obtido através da condição de equilíbrio de lucro máximo, $p = Cmg^{CP}$. O custo marginal é obtido diferenciando-se C_i em relação a y_i donde resulta:

$$Cmg^{CP} = 0{,}06y_i^2 - 0{,}6y_i + 5$$

Assim, impondo-se essa condição de equilíbrio, obtém-se:

$$5 = 0{,}06y_i^2 - 0{,}6y_i + 5$$

cuja solução não nula é $y_i^* = 10$.

Finalmente, pode-se também determinar o número de firmas atuando nessa indústria. Uma vez que $y^* = \Sigma_i\, y_i^* = ny_i^*$, então resulta o seguinte número de firmas:

$$n = y^*/y_i^* = 50.000/10 = 5.000$$

===

9.4 A FUNÇÃO DE OFERTA E O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO LONGO PRAZO

Diferentemente da situação de curto prazo, as firmas podem, no longo prazo, ajustar suas capacidades de produção, ajustando seus insumos fixos, de modo a obter lucro máximo. Isso significa que as firmas estarão se movendo sobre as curvas de custo de longo prazo, ajustando paulatinamente suas capacidades de produção.

A curva de oferta da indústria perfeitamente competitiva no longo prazo é análoga àquela derivada na análise de curto prazo. Isso é verdade tanto para a oferta em condições *ceteris paribus* quanto para a oferta efetiva (ou seja, em condições *mutatis mutandis*). O elemento novo que torna a análise diferente daquela de curto prazo é o número de firmas na indústria, tendo em vista que, no longo prazo, firmas podem entrar ou sair na indústria. O fluxo de firmas adentrando ou saíndo de um mercado competitivo é regulado pela possibilidade das firmas auferirem lucros extraordinários ou abnormais.

A curva de oferta de uma indústria perfeitamente competitiva no longo prazo em condições *ceteris paribus*, $y^{LP}(p)$, é o somatório horizontal das curvas de oferta individuais. Isto é, para cada preço somam-se as quantidades ofertadas por cada firma individual:

$$y^{LP}(p) = \sum_{i=1}^{n} y_i^{LP}(p)$$

onde n é o número de firmas na indústria e $y_i^{LP}(p)$ é a curva de oferta da firma típica no longo prazo, a qual foi definida no capítulo anterior por:

$$\begin{cases} p = Cmg(y_i)^{LP}, & \text{se } p \geq Cme^{LP}_{min} \\ y = 0, & \text{se } p < Cme^{LP}_{min} \end{cases}$$

em que $Cmg(y_i)^{LP}$ é o custo marginal de longo prazo e Cme^{LP}_{min} é o custo médio mínimo de longo prazo. Deve-se lembrar que, no longo prazo, não é contemplada uma situação de prejuízo. Ademais, destaca-se que a curva de oferta de uma firma competitiva é estabelecida para dados preços dos insumos (ou seja, em condições *ceteris paribus*).

A curva de oferta efetiva da indústria competitiva no longo prazo (ou seja, em condições *mutatis mutandis*) é também a soma horizontal das curvas de oferta efetiva de longo prazo das firmas operando nessa indústria:

$$\tilde{y}^{LP}(p) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{y}_i^{LP}[p, w(y)]$$

Nesse caso, leva-se em consideração o impacto sobre os preços dos insumos devido ao mecanismo de ajustamento das firmas em condições *mutatis mutandis*, podendo resultar tanto em economias quanto em deseconomias externas. Isso porque, ao ajustarem os seus níveis de produção, em resposta a um aumento de demanda, as firmas demandam uma maior quantidade de insumos, podendo causar tanto um aumento quanto uma redução generalizado nos preços dos mesmos e na estrutura de custos das firmas.

Além da possibilidade de ocorrência de economias e deseconomias externas, relacionadas ao ajustamento das firmas (descritas na seção anterior), outro elemento importante que afeta a curva de oferta da indústria no longo prazo é a possibilidade de entrada e saída de firmas à indústria. Um aumento no preço do produto pode atrair novas firmas à indústria que antes eram inviáveis sob o ponto de vista econômico (não lucrativas), mas que agora, a um preço mais alto, passam a ser economicamente viáveis (lucrativas). Essa possibilidade de entrada e saída de firmas à indústria permite uma maior resposta da indústria frente a variações no preço do produto, assim como um maior ajustamento no seu nível de produção. Dessa forma, pode-se estabelecer o seguinte resultado:

==

Resultado: O ajustamento das firmas em uma indústria perfeitamente competitiva no longo prazo é maior que o ajustamento no curto prazo. A possibilidade de entrada e saída de firmas à indústria, que se verifica no longo prazo, deixa a curva de oferta da indústria competitiva no longo prazo mais elástica do que aquela no curto prazo.

==

==

Questão 9.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se uma indústria competitiva experimenta retornos constantes de escala, então a curva de oferta da indústria no longo prazo será completamente elástica.*

ERRADO

É verdade que se uma indústria perfeitamente competitiva experimenta retornos constantes de escala, então a curva de oferta (custo marginal), de longo prazo, da firma típica será completamente elástica. No entanto, a curva de oferta da indústria no longo prazo leva também em consideração a variação nos preços dos insumos, quando a indústria se ajusta, bem como a entrada e saída de firmas à indústria. Assim, na presença de deseconomias externas, pressuposto bastante razoável, a indústria apresentará custos crescentes no longo prazo. Portanto, a despeito da indústria experimentar retornos constantes de escala, a sua curva de oferta de longo prazo será positivamente inclinada.

==

Os painéis (a) e (b) da FIGURA 9.4.1 mostram os equilíbrios de longo prazo da firma típica e da indústria competitiva, respectivamente, na presença de fortes economias externas que reverterem as inclinações das respectivas curvas de oferta. Nesses diagramas, o equilíbrio inicial da firma e da indústria se dá no ponto A. Ao ajustarem seus níveis de produção, em resposta ao aumento de demanda, as economias externas são fortes o suficiente que reduzem os preços dos insumos de w^0 para w^1, reduzindo assim a estrutura de custos das firmas. Os pontos C nesses dois diagramas representam o equilíbrio final. Dessa forma, tanto a curva de oferta individual quanto o somatório das curvas de oferta de longo prazo, em condições *mutatis mutandis*, são negativamente inclinadas. Isso significa que o preço de equilíbrio final é menor do que o nível inicial .

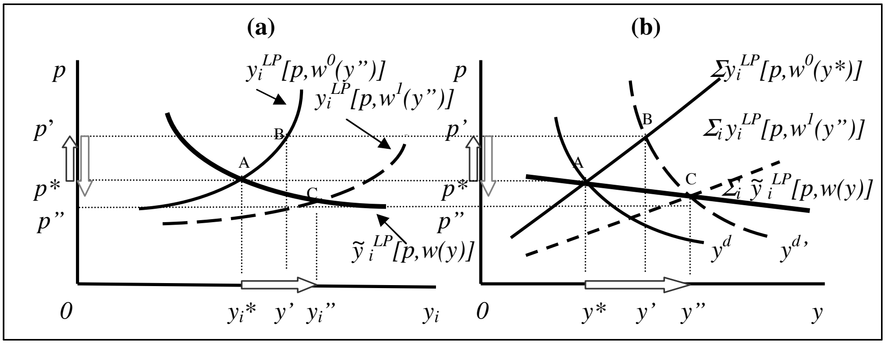


FIGURA 9.4.1: O AJUSTAMENTO DA FIRMA E O EQUILÍBRIO DA INDÚSTRIA NO LONGO PRAZO NA PRESENÇA DE FORTES ECONOMIAS EXTERNAS

Além de determinar o preço e o nível de produção, o mecanismo de equilíbrio de longo prazo em uma indústria perfeitamente competitiva determina também o número de firmas na indústria. No longo prazo, o preço de equilíbrio e o número de firmas na indústria é tal que a demanda agregada é exatamente igual a oferta agregada, de modo que a firma marginal[92] e as firmas potencialmente entrantes apresentam lucro econômico zero (normal), ou seja:

$$\pi_i = py_i - C_i^{LP}(y_i) = 0$$

implicando que $p = C_i^{LP}(y_i)/y_i = Cme^{LP}$. Tendo em vista que para a firma competitiva $p = Cmg^{LP}$ (condição necessária para lucro máximo), então se pode inferir que a firma deverá necessariamente operar no ponto de mínimo da sua curva de custo médio de longo prazo. Isso é verdade porque esse seria o único ponto em que $Cme^{LP} = Cmg^{LP}$, o qual satisfaria ambas as condições acima.

[92] Firma marginal é aquela que está indiferente entre permanecer na indústria ou sair dela.

==

Questão 9.4.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Qualquer aumento exógeno de demanda em uma indústria competitiva com custos constantes acarretará um aumento no nível de produção de longo prazo, o qual se dará exclusivamente através da incorporação de novas firmas no mercado.*

CERTO

Um aumento exógeno de demanda, em uma indústria com custos constantes, eleva momentaneamente o preço de mercado, o que leva as firmas na indústria a experimentarem, momentaneamente, lucros extraordinários. A presença de lucros extraordinários na indústria, por sua vez, acarreta um processo de entrada de novas firmas no mercado, de modo que a curva de oferta também se desloca para a direita. Esse processo continua até que a oferta tenha se deslocado o suficiente para reduzir o preço a níveis compatíveis com os custos, e os lucros extraordinários tenham sido dissipados. Portanto, a expansão no nível de produção da indústria, no longo prazo, se processa exclusivamente pela entrada de novas firmas na indústria.

Questão 9.4.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *As firmas em um mercado perfeitamente competitivo sempre operam no ponto mínimo de suas curvas de custo médio.*

INCERTO

A assertiva estaria certa no longo prazo, visto que qualquer firma em um mercado perfeitamente competitivo estaria auferindo lucro normal (isto é, lucro econômico igual a zero). A afirmativa estaria errada no curto prazo, uma vez que é perfeitamente possível encontrar firmas produzindo com lucro econômico, inclusive negativo (lucro abnormal).

Questão 9.4.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que uma indústria competitiva enfrenta a seguinte função de demanda $y = 800 - 8p$ e que cada firma nessa indústria enfrente condições idênticas de custo $C_i = 200 + 10y_i + 2y_i^2$, onde C_i e y_i são, respectivamente, o custo e o nível de produção da firma i. Se a entrada e saída de firmas nessa indústria é livre, então se pode afirmar que o preço e a quantidade de equilíbrio serão 50 e 400, respectivamente.*

CERTO

Se existe livre entrada e saída de firmas nessa indústria, então cada firma produz no ponto de custo médio mínimo. Assim, minimizando-se o custo médio:

$$\min_{y_i} Cme_i = C_i/y_i = 200/y_i + 10 + 2y_i$$

resulta a seguinte condição necessária:

$$\partial Cme_i/\partial y_i = -200/y_i^2 + 2 = 0$$

a partir da qual obtém-se $y_i' = 10$ e $y_i'' = -10$. Substituindo-se $y_i' = 10$ (raiz positiva e, portanto, com significado econômico) na expressão do custo médio, tem-se: $Cme_i = 50$. Uma vez que no equilíbrio da indústria $p = Cme_i$, então $p = 50$. Igualando-se esse preço à função de custo médio, resulta: $y_i^* = 400$.

Questão 9.4.5: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se um mercado perfeitamente competitivo está em equilíbrio de longo prazo, então os efeitos de um imposto sobre os preços e a quantidade de equilíbrio serão idênticos, independentemente se o imposto incide sobre os consumidores ou sobre os produtores.*

CERTO

No equilíbrio de longo prazo de uma indústria perfeitamente competitiva, as firmas produzem no ponto mínimo das suas curvas de custo médio, uma vez que $p^* = Cme_{min}$. Assim, independentemente se o imposto específico, T, incide sobre os produtores ou sobre os consumidores, o preço pago pelos consumidores se elevará para p^*+T, enquanto que o preço recebido pelos produtores continuará exatamente igual a $p^* = Cme_{min}$. A introdução do imposto reduz a curva de oferta da indústria (deslocamento para cima e para a esquerda), até que o preço pago pelos consumidores tenha aumentado o suficiente, p^*+T. Nesse processo de ajuste, algumas firmas deixarão a indústria, de modo que, no novo equilíbrio, $y' < y^*$. Neste caso específico, o imposto é repassado integralmente aos consumidores, enquanto que o preço recebido pelos produtores não se altera, uma vez que esse preço é suficiente para remunerar todos os seus custos.

==

Quando as firmas atuando em uma indústria perfeitamente competitiva são idênticas, a curva de oferta da indústria competitiva no longo prazo é horizontal ao nível de preço igual ao custo médio mínimo de longo prazo. Dessa forma, a curva de oferta da indústria no longo prazo corresponde à curva de custo marginal, que é idêntica à curva de custo médio da indústria no longo prazo. No entanto, se as firmas diferem de eficiência e apresentam funções de custo distintas, a função de oferta da indústria no longo prazo poderá ser tanto positivamente inclinada quanto negativamente inclinada, o que dependerá se a indústria experimenta deseconomias ou economias externas, respectivamente.

Nesse ponto é importante ressaltar a diferença que existe entre dois conceitos distintos de lucro, que são o lucro econômico e o lucro contábil. Enquanto o lucro econômico representa a diferença entre as receitas e custos totais, o lucro contábil contabiliza a diferença entre as receitas e custos explícitos. Deve-se salientar que as receitas e custos totais englobam tanto aquelas explícitas, incorporadas no lucro contábil, quanto aquelas implícitas. Se firmas diferem de eficiência, então o diferencial de lucro contábil de cada firma em relação a firma marginal pode ser considerado como uma medida de custo implícito pela maior eficiência dessa firma, que deveria ser pago ao fator responsável por essa maior eficiência.

==

Exemplo 9.4.1: A título de exemplo desses dois conceitos distintos de lucro, supõe-se que exista um dado número de jazidas de um certo mineral, cuja eficiência na extração seja variável, de modo que seja mais barato extrair minério de certas minas do que de outras. Admite-se ainda que a indústria desse mineral seja competitiva e que todas as firmas operando nesse mercado sejam idênticas, exceto pela eficiência da jazida que exploram.

Embora as jazidas apresentem eficiência diferenciada de extração, pode-se mostrar que o preço de equilíbrio de longo prazo deverá ser igual ao custo médio mínimo de longo prazo da firma (ou jazida) marginal[93]. Isso significa que as firmas nessa indústria operam, de fato, com lucro econômico zero (ou lucro normal).

O painel (b) da FIGURA 9.4.2 mostra o preço de equilíbrio de longo prazo, p^*, determinado através da interseção entre as curvas de oferta e demanda agregadas (ponto A nessa figura). A curva denotada por Cme_i^* no painel (a) dessa figura corresponde ao custo médio operacional de longo prazo da firma típica *i*, a qual expandirá a produção até o ponto em que $p^* = Cmg^{LP}$, ponto de lucro máximo (ponto A dessa figura). A área hachurada nessa figura representa o lucro contábil da firma típica *i*. O custo médio de longo prazo da firma marginal *j* está representado nessa figura pela curva superior e indicado por Cme_j.

Embora as firmas (jazidas) *i* e *j* difiram de eficiência, as curvas de custo médio de longo prazo serão iguais. Isso significa que as firmas nessa indústria operam com lucro econômico zero. Os custos médios de longo prazo da firma típica *i* e da firma marginal *j* são iguais porque estes, além de conter os custos explícitos (ou seja, o custo operacional médio de longo prazo da firma *i*, representado na mesma figura por Cme_i^*), contém também o custo implícito que o explorador terá que pagar ao proprietário da jazida pela sua maior eficiência. Nesse sentido o lucro contábil auferido pela firma *i* é, em realidade, uma renda ou quase-renda econômica proveniente da maior qualidade da jazida, em relação à jazida marginal *j*. A firma *j*, por explorar a jazida marginal, terá uma renda econômica igual a zero. Para a jazida marginal, o $Cme_j = Cme_j^*$. Todas as outras jazidas não exploradas, por serem economicamente inviáveis, deverão ter também renda econômica igual a zero.

[93] A firma marginal é aquela que experimenta lucro contábil igual a zero, visto que o preço do produto é exatamente igual ao seu custo médio.

Vale a pena ressaltar que quanto maior for a eficiência da jazida, tanto maior será o lucro contábil que esta proporcionará ao seu explorador (uma vez que menor será o custo de exploração) e, portanto, tanto maior deverá ser a renda ou quase-renda econômica desta para o seu proprietário. É interessante observar que o lucro econômico é, de fato, igual a zero, uma vez que a renda econômica resultante da qualidade da jazida é, em realidade, um custo implícito para o seu proprietário.

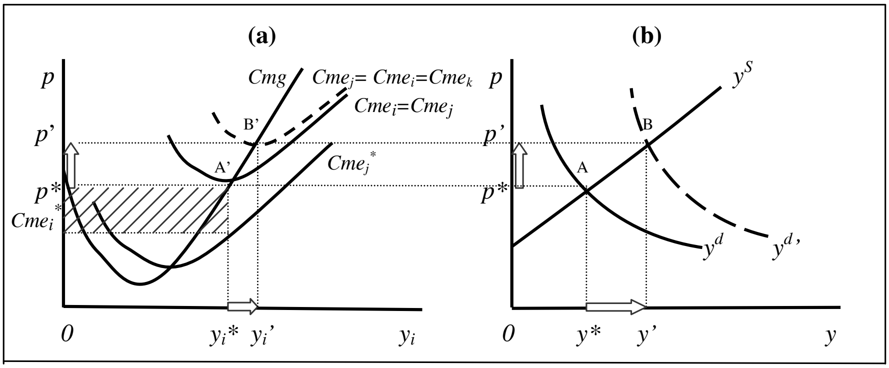


FIGURA 9.4.2: O EQUILÍBRIO DE LONGO PRAZO DE UMA FIRMA EM UMA INDÚSTRIA COMPETITIVA COM FIRMAS QUE DIFEREM DE EFICIÊNCIA

A FIGURA 9.4.2 mostra ainda que um aumento de demanda desse minério de y^d para y^{d}', causaria uma elevação do preço de equilíbrio de *p** para *p'*. Esse aumento de preço de mercado faria com que certas jazidas (por exemplo, jazida *k*), antes consideradas economicamente inviáveis para exploração, sejam agora economicamente viáveis de serem exploradas. Neste caso, o número de jazidas exploradas aumentaria. A renda ou quase-renda econômica das jazidas existentes também aumentaria, tendo em vista que aumentaria a diferença entre a mina mais eficiente e a mina marginal (menos eficiente).

==

Esse exemplo permite, portanto, concluir o seguinte:

==

Conclusão: O lucro contábil auferido por qualquer firma em uma indústria competitiva é nada mais que a renda ou quase-renda econômica auferida pelo fator mais eficiente, que no longo prazo se transforma em custo (pagamento ao fator mais eficiente). Dessa forma, todas as firmas nessa indústria estariam produzindo no ponto de mínimo de suas curvas de custo médio de longo prazo com lucro econômico igual a zero, isto é, auferindo lucro normal.

==

==

Questão 9.4.6: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Supondo que as firmas em uma indústria perfeitamente competitiva não são necessariamente idênticas, então o preço do produto nessa indústria será igual ao custo médio da firma marginal.*

INCERTO

A assertiva está certa em uma perspectiva de longo prazo e errada no curto prazo. No equilíbrio de longo prazo de uma indústria perfeitamente competitiva o preço é igual ao custo marginal de longo prazo e este, por sua vez, deverá ser igual ao custo médio mínimo da firma marginal – condição de lucro econômico zero para a firma marginal. Essa condição é suficiente para que a firma marginal não tenha que deixar o mercado ou que as firmas potencialmente entrantes não se sintam incentivadas a adentrarem à indústria. No entanto, a condição necessária para que a indústria esteja em equilíbrio no curto prazo é que o preço seja igual ao custo marginal e este, por sua vez, pode ser maior, igual ou inferior ao custo médio da firma marginal.

Questão 9.4.7: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Em uma situação de equilíbrio de longo prazo em uma indústria perfeitamente competitiva, se uma firma é mais eficiente que as outras - no sentido desta produzir o mesmo nível de produção a um custo mais baixo -, então o lucro da firma mais eficiente será maior do que o lucro das outras.*

INCERTO

A assertiva estaria certa se o lucro considerado fosse o lucro contábil e errado se fosse considerada a definição de lucro econômico. Em uma indústria perfeitamente competitiva, se uma firma é mais eficiente que as demais, no sentido desta obter custos de produção menores que as outras, essa diferença de custos é uma renda (ou quase-renda) econômica, que remunera o empresário pela sua maior eficiência. Por outro lado, essa renda econômica também representa um custo implícito para a firma, que deve ser considerado na avaliação do lucro econômico. A intuição por trás desse resultado é óbvia, tendo em vista que o executivo mais eficiente poderia emprestar seus serviços a qualquer outra firma na indústria. Neste caso, ao contratar o executivo mais eficiente, a firma teria condições de obter um lucro contábil positivo, cujo valor não seria possível se esta não tivesse contratado tais serviços. Por outro lado, por ter se beneficiado do executivo mais eficiente, a firma deveria remunerá-lo pela sua maior capacidade empresarial, pelo exato valor do lucro contábil. Assim, no equilíbrio de longo prazo de uma firma competitiva, quando todos os custos explícitos e implícitos forem levados em consideração, o lucro econômico de qualquer firma nessa indústria será igual a zero; razão porque não haverá incentivo algum para que firmas existentes deixem a indústria e novas firmas adentrem à mesma.

Questão 9.4.8: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se uma firma em um mercado competitivo opera na garagem do seu proprietário, então se pode afirmar que esta firma sempre terá vantagem de custos sobre as demais e, portanto, sempre operará com lucro positivo.*

ERRADO

O aluguel da garagem é um custo implícito (custo de oportunidade da garagem), que deve ser computado e incorporado ao custo total da firma que se utiliza dessa garagem. Assim, ao se incluir o aluguel da garagem no custo total da firma que utiliza sua própria garagem, ela não terá vantagem alguma de custo em relação às outras que alugam suas instalações. Isso significa que todas as firmas nessa indústria, independentemente se alugam ou possuem suas instalações, terão lucro econômico igual a zero.

===

CAPÍTULO 10: O MERCADO MONOPOLÍSTICO

10.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O monopólio é uma estrutura de mercado extrema que se caracteriza pela existência de apenas um produtor. Assim como a concorrência perfeita foi considerada como um extremo do espectro de possíveis estruturas de mercado, o monopólio é o outro extremo desse espectro. O grande número de pequenos agentes, que caracterizava o mercado de concorrência perfeita, é contraposto agora com a presença de apenas um grande produtor que atende todo o mercado. Enquanto que a independência dos agentes econômicos fazia com que as forças de mercado se encarregassem de determinar o preço de equilíbrio em um mercado perfeitamente competitivo, o preço no mercado monopolístico é determinado pelo único agente produtivo, de acordo com a sua estrutura de custos e as características de uma demanda negativamente inclinada.

O monopolista, único agente produtivo no mercado em que atua, tem totais condições de determinar e alterar o preço nesse mercado. Por ter condições de poder vender diferentes níveis de produção a um mesmo preço ou, equivalentemente, por poder fixar diferentes preços para um mesmo nível de produção, o monopolista não tem curva de oferta. Enquanto que a firma competitiva era tomadora de preços e tinha como estratégia maior a determinação do seu nível de produção, o monopolista tem condições de estabelecer tanto o seu preço quanto o seu nível de produção como possíveis estratégias de ação, mas não ambas. Em sendo o único produtor, o monopolista não enfrenta a ameaça de concorrentes que, ao praticarem um preço menor, poderiam ganhar parte do seu mercado.

O mercado em que existe apenas um produtor pode ser, então definido sucintamente da seguinte forma:

==

Definição: O mercado monopolístico é a estrutura de mercado caracterizada pela presença de um único produtor que atende todo o mercado. Por estar protegido por alguma espécie de barreira que impede a entrada de outros competidores nesse mercado, o monopolista não enfrenta concorrentes diretos e tem condições de determinar o seu preço ou o seu nível de produção, mas não ambos.

==

Se o monopolista é o único produtor é porque deve existir algum tipo de barreira que impede a entrada de firmas nesse mercado. Essas barreiras podem ser de ordem legal (tais como, monopólios naturais[94], patentes e franchises), mas também devido ao fato do monopolista ser o único proprietário de um fator de produção essencial à produção ou algum processo secreto de produção.

Embora não exista concorrência direta, o monopolista sempre enfrenta uma concorrência indireta, que se dá por meio dos próprios produtos substitutos imperfeitos, bem como para que o seu produto possa ocupar um lugar no orçamento do consumidor.

Da forma como foi estabelecido para a firma competitiva, continua-se postulando o seguinte comportamento otimizador por parte do monopolista:

==

Postulado: Maximização do lucro – o monopolista escolhe o nível de utilização de insumos e, portanto, o nível de produção, de modo a maximizar o seu lucro, condicionado à tecnologia disponível e aos preços dos insumos.

==

10.2 DEMANDA E RECEITA EM UMA INDÚSTRIA MONOPOLÍSTICA

Seja $p = p(y)$ a função (inversa) de demanda (ou receita média) do monopolista, com $\partial p/\partial y < 0$[95]. Desde que o monopolista é o único produtor, então a sua curva de demanda é a própria curva de mercado. O painel inferior da FIGURA 10.2.1 ilustra essa função de demanda e mostra que o preço declina na medida que o nível de produção é expandido. Assim, a receita total do monopolista pode ser computada da seguinte forma:

$$R(y) = p(y)y$$

A representação gráfica da receita total do monopolista pode ser visualizada no painel superior da FIGURA 10.2.1, a qual é crescente até um determinado ponto (ponto A nessa figura), a partir do qual decresce, exatamente porque a curva de demanda é decrescente. Conforme se pode observar, a receita total cresce inicialmente, porque os aumentos no nível de produção mais do que compensam a redução no preço, até atingir o seu ponto de

[94] Indústria que apresenta custo médio declinante no longo prazo, de modo que o custo total de produção com apenas uma firma é menor do que aquele com duas ou mais firmas operando nessa indústria.

[95] Diferentemente da firma competitiva, em que o preço (ou receita média) era constante, o preço no monopólio declina à medida em que o nível de produção aumenta.

máximo. A partir desse seu ponto de máximo, a receita total começa a decrescer, exatamente porque aumentos no nível de produção são mais do que compensados por reduções no preço.

A receita marginal do monopólio pode ser obtida diferenciando-se a receita total:

$$Rmg(y) = \partial R(y)/\partial y = p(y) + y[\partial p(y)/\partial y]$$

a qual é menor que o preço $p(y)$, tendo em vista que o segundo termo do lado direito é negativo (desde que $\partial p/\partial y < 0$). A receita marginal pode ser vista no painel inferior da FIGURA 10.2.1. A receita marginal pode ser, alternativamente, expressa em termos de elasticidade:

$$Rmg(y) = p(y)[1 - 1/|\varepsilon_p|]$$

onde $|\varepsilon_p|$ é o valor absoluto da elasticidade preço da demanda do monopolista.

Através da FIGURA 10.2.1 se pode observar que, quando a receita total atinge o seu máximo (ponto A no painel superior), a receita marginal é igual a zero (ponto A' no painel inferior). Nesse ponto de máximo, a elasticidade preço da demanda é unitária, ou seja, $|\varepsilon_p| = 1$. Desde que a receita marginal é menor que o preço, então:

$$0 \leq 1 - 1/|\varepsilon_p| < 1$$

ou seja:

$$|\varepsilon_p| \geq 1$$

Isso significa que, independentemente da sua estrutura de custo, o monopolista só opera no trecho elástico da sua curva de demanda.

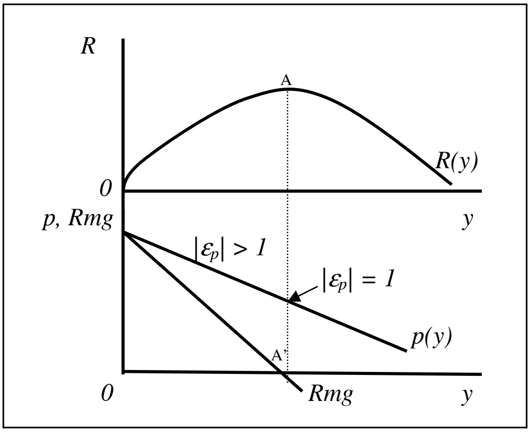


FIGURA 10.2.1: PREÇO, RECEITA TOTAL E RECEITA MARGINAL EM UM MONOPÓLIO

==

Questão 10.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *independentemente da sua estrutura de custo, o monopolista nunca opera no trecho inelástico da sua curva de demanda.*

CERTO

Tendo em vista que a receita marginal do monopolista é menor que o seu preço (o que se deve ao fato da demanda ser negativamente inclinada), então:

$$0 \leq Rmg/p = (1-1/|\varepsilon_p|) < 1$$

donde resulta:

$$-1 \leq -1/|\varepsilon_p|) < 0$$

Isso implica que $|\varepsilon_p| \geq 1$, de forma que ele sempre opera no trecho elástico da sua curva de demanda ou, equivalentemente, ele nunca opera no trecho inelástico da sua função de demanda.

==

10.3 EQUILÍBRIO NO CURTO PRAZO

De acordo com o disposto na terceira parte deste livro (teoria da firma), alguns insumos são fixos no curto prazo, de modo que o monopolista fica impossibilitado de variar o nível de utilização desses insumos. Assim, se o monopolista deseja ampliar ou reduzir o seu nível de produção, ele só poderá fazê-lo através de uma maior ou menor utilização dos insumos variáveis.

Admitindo-se que a função de produção do monopolista seja especificada por $y = f(x_1,x_2)$ e que, no curto prazo, o segundo insumo seja fixo ao nível $x_2 = x_2^0$, então a função de produção pode ser escrita da seguinte forma:

$$y = f(x_1,x_2^0) = F(x_1)$$

O objetivo do monopolista no curto prazo é escolher o nível de utilização ótimo do insumo variável, de modo a maximizar o seu lucro, dada a função de produção, o nível de utilização do insumo fixo e os preços dos insumos, ou seja:

$$\max_{x_1} \pi = p(y)y - w_1x_1 - w_2x_2$$
$$\text{dados } y = F(x_1)$$
$$x_2 = x_2^0$$
$$w_1 \text{ e } w_2$$

o qual pode ser reduzido ao seguinte problema de otimização não condicionado (que depende apenas de x_1):

$$\max_{x_1} \pi = p[F(x_1)]F(x_1) - w_1x_1 - CF$$

onde $CF = w_2x_2^0$ é o custo fixo. As condições necessária e suficiente para que esse problema tenha um máximo são, respectivamente:

$$p[F(x_1)](1 - 1/|\varepsilon_p|)F_1(x_1) - w_1 = 0$$
$$p[F(x_1)](1 - 1/|\varepsilon_p|)F_{11}(x_1) + (2p'+yp'')F_1(x_1)^2 < 0$$

em que $F_1(x_1)$ representa a produtividade marginal do insumo variável e $F_{11}(x_1)$ é a sua taxa de variação.

Essas equações podem ser interpretadas sob o ponto de vista econômico. A primeira equação (condição necessária) pode ser escrita da seguinte forma:

$$p[F(x_1)](1 - 1/|\varepsilon_d|)F_1(x_1) = w_1$$

ou

$$RmgF_1(x_1) = w_1$$

onde $RmgF_1(x_1)$ representa o valor marginal da produtividade marginal (ou benefício marginal) do insumo variável, o qual pode ser entendido como a contribuição de uma unidade adicional do insumo variável à receita do monopolista. Quando posta dessa forma, a condição necessária para que o monopolista maximize o seu lucro significa que o valor marginal da produtividade marginal do insumo variável seja igual ao seu preço. Deve-se ressaltar que o preço do insumo representa o aumento no custo da firma ao se expandir o insumo em mais uma unidade. Dividindo-se ambos os lados dessa equação pela *Rmg*, ela pode ser reescrita, alternativamente, do seguinte modo:

$$F_1(x_1) = w_1/Rmg$$

Quando expressa dessa forma, essa equação estabelece que a produtividade marginal deve ser igual ao preço marginal do insumo variável, ambos expressos em unidade física do produto por unidade física do insumo.

A segunda equação (condição de suficiência) para lucro máximo não implica que a produtividade marginal deva ser decrescente (ou seja, $F_{11}(x_1) < 0$), visto que p' é negativa e p'' pode ter qualquer sinal. Isto é, diferentemente da condição de suficiência para a firma competitiva, na qual o lucro só era maximizado no trecho declinante da função de produtividade marginal (trecho côncavo da função de produto total), o lucro do monopolista pode se dar tanto no trecho decrescente quanto crescente da sua curva de produtividade marginal.

Tendo em vista que o monopolista não pode maximizar seu lucro se não minimizar o seu custo de produção, então o problema de maximização do lucro do monopolista pode ser reformulado, fazendo-se uso da sua função de custo de curto prazo:

$$C^{CP} = C(w_1,w_2,y,x_2^0)$$

Dessa forma, o monopolista escolhe o nível ótimo de produção de modo a maximizar o seu lucro:

$$\max_{y} \ \pi = R(y) - C(w_1, w_2, y, x_2^0)$$
$$\text{dados } w_1,\ w_2 \text{ e } x_2^o$$

em que $R(y)$ é a receita total, definida anteriormente. As condições necessária e suficiente para que o lucro seja maximizado são, respectivamente:

$$\partial R(y)/\partial y - \partial C^{CP}(y)/\partial y = 0$$
$$\partial^2 R(y)/\partial y^2 - \partial^2 C^{CP}(y)/\partial y^2 < 0$$

onde $\partial R(y)/\partial y$ é a receita marginal (definida anteriormente), $\partial C^{CP}(y)/\partial y$ é o custo marginal de curto prazo e $\partial^2 R(y)/\partial y^2$ e $\partial^2 C^{CP}(y)/\partial y^2$ são as suas respectivas taxas de variação (ou inclinações).

A implicação econômica da primeira equação (condição necessária para lucro máximo) é que o monopolista deverá expandir a produção até o ponto em que a sua receita marginal for igual ao seu custo marginal de curto prazo, isto é, quando $Rmg = Cmg^{CP}$. A segunda equação (condição de suficiência), estabelece que o lucro só será maximizado se a inclinação do custo marginal for maior que a inclinação da receita marginal ($\partial Rmg)/\partial y < \partial Cmg^{CP}/\partial y$). Essa condição será verificada sempre que a curva de custo marginal cortar por baixo a curva de receita marginal[96].

A FIGURA 10.3.1 ilustra o equilíbrio do monopolista no curto prazo. O painel superior dessa figura mostra a curva de receita total e a função de custo de curto prazo, assim como a função de lucro. No painel inferior dessa figura são mostradas as curvas correspondentes de custo médio e custo marginal de curto prazo e as funções de receita média (ou preço) e marginal.

O nível de produção que maximiza o lucro do monopolista, y^*, estabelecido no painel inferior da FIGURA 10.3.1 pelo ponto E, corresponde no painel superior dessa mesma figura, aos pontos em que a inclinação da curva de custo (ou seja, o custo marginal) de curto prazo (ponto B) é igual a inclinação da curva de receita total (ou seja, a receita marginal) (ponto A). Essa igualdade é a própria condição necessária para um máximo. O ponto E' também satisfaz a condição necessária para lucro máximo ($Rmg = Cmg$), mas contraria a condição de suficiência, tendo em vista que o custo marginal corta a receita marginal por cima, significando que esse ponto é um mínimo ao invés de máximo. Esse fato pode ser também constatado pela própria curva de lucro. No painel superior da FIGURA 10.3.1, o lucro máximo do monopolista pode ser avaliado pelo segmento AB, o qual corresponde à máxima distância entre as curvas de receita total e custo total, assim como corresponde a altura da curva de lucro. O lucro máximo está também representado no painel inferior dessa mesma figura pela área hachurada.

[96] Essa condição de suficiência é automaticamente satisfeita sempre que o custo marginal for crescente, tendo em vista que a receita marginal é sempre decrescente. A possibilidade dessa condição não ser satisfeita surge apenas no caso do custo marginal ser decrescente e sua inclinação for menor que a inclinação da receita marginal.

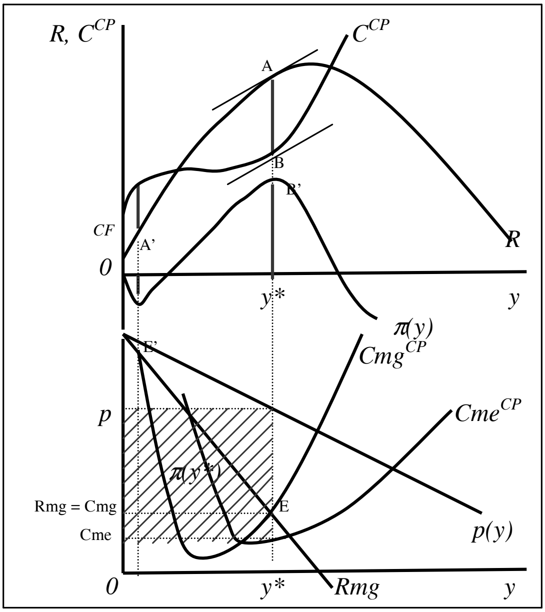


FIGURA 10.3.1: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE PRODUÇÃO DE UM MONOPOLISTA NO CURTO PRAZO

==

Questão 10.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O nível de produção de um monopolista que maximiza lucros é sempre menor que o nível de produção que maximiza a receita total.*

CERTO

O lucro é maximizado quando a $Cmg = Rmg > 0$. Por outro lado, a receita total é maximizada quando $Rmg = 0$. No ponto de lucro máximo, a *Rmg* é positiva. Isso implica que o nível de produção que maximiza o lucro é atingido antes do nível de produção que maximiza a receita total. A FIGURA 10.3.1 compara esses dois equilíbrios e mostra que o nível de produção que maximiza lucro y^* é, de fato, menor que o nível de produção que maximiza a receita total.

Questão 10.3.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Tanto a firma competitiva quanto o monopolista não podem produzir no primeiro estágio de produção.*

ERRADO

A condição de suficiência para lucro máximo do monopolista não implica necessariamente que a produção aconteça no trecho crescente da sua curva de produtividade marginal (ou seja, no trecho convexo da sua função de produto total). Diferentemente da condição de suficiência para lucro máximo de uma firma competitiva, em que a produção estava restrita ao segundo estágio de produção (trecho declinante da função de produtividade marginal, que correspondia ao trecho côncavo da função de produto total), a produção que maximiza o lucro do monopolista pode se dar tanto no primeiro quanto no segundo estágio de produção.

Questão 10.3.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A curva de oferta de curto prazo do monopolista corresponde à própria curva de custo marginal, para preços maiores que o custo variável médio mínimo.*

ERRADO

O monopolista não possui curva de oferta, visto que ele tanto pode vender uma determinada quantidade de produto a diferentes preços, quanto pode cobrar um mesmo preço por diferentes quantidades de produto.

==

10.4 EQUILÍBRIO NO LONGO PRAZO

No longo prazo, o monopolista pode variar todos os seus insumos. Admitindo apenas dois fatores de produção, então o problema do monopolista no longo prazo será determinar os níveis ótimos de utilização de insumos de modo a maximizar o seu lucro, ou seja:

$$\max_{x_1,x_2} \ \pi = p(y)y - w_1x_1 - w_2x_2$$
$$\text{dado } y = f(x_1, x_2)$$
$$\text{e} \quad w_1 \text{ e } w_2$$

o qual pode ser reduzido ao seguinte problema de otimização não condicionado:

$$\max_{x_1,x_2} \ \pi = p[f(x_1, x_2)]\, f(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$$

cujas condições necessárias para um ótimo são:

$$\pi_1 = p[f(x_1,x_2)](1 - 1/|\varepsilon_p|)f_1(x_1,x_2) - w_1 = 0$$
$$\pi_2 = p[f(x_1,x_2)](1 - 1/|\varepsilon_p|)f_2(x_1,x_2) - w_2 = 0$$

onde $p[f(x_1,x_2)](1\text{-}1/|\varepsilon_p|) = Rmg_i$. As condições de suficiência para lucro máximo são:

$$\pi_{11} = p(1\text{-}1/|\varepsilon_p|)\, f_{11}(x_1,x_2) + (2p' + yp'')\, f_1(x_1,x_2) < 0$$
$$\pi_{22} = p(1\text{-}1/|\varepsilon_p|)\, f_{22}(x_1,x_2) + (2p' + yp'')\, f_2(x_1,x_2) < 0$$

$$\begin{vmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{vmatrix} > 0$$

A interpretação econômica das condições necessárias para lucro máximo no longo prazo é análoga àquela obtida para o insumo variável no curto prazo. Isto é, o monopolista deverá igualar o benefício marginal (ou valor marginal da produtividade marginal) de cada insumo ao seu preço (ou seja, $Rmgf_i(x_1,x_2) = w_i,\ \forall i$).

Dividindo-se a primeira condição necessária pela segunda, obtém-se a condição de tangência entre a isoquanta e a isocusto:

$$\frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)} = \frac{w_1}{w_2}$$

a qual foi implicada pelo problema de minimização do custo. Essa condição estabelece que o lucro só será maximizado se e somente se o custo de produção for minimizado.

As duas primeiras condições de suficiência para um ponto de máximo têm a mesma interpretação daquela derivada na análise de curto prazo. Isto é, elas permitem que os níveis ótimos de utilização dos insumos se situem tanto no ramo decrescente quanto crescente de suas curvas de produtividade marginal. A terceira condição de suficiência é análoga àquela derivada para a firma competitiva e tem a ver com a magnitude do efeito cruzado (f_{12} ou f_{21}).

Tendo em vista que o lucro não pode ser maximizado se o custo de produção não tiver sido minimizado, então o problema de maximização do lucro do monopolista no longo prazo pode ser reformulado da seguinte forma:

$$\max_{y} \pi = R(y) - C^*(w_1, w_2, y)$$

onde $C^* = C(w_1, w_2, y)$ é a função de custo de longo prazo. As condições necessária e suficiente para que o monopolista maximize o lucro são, respectivamente:

$$\partial R/\partial y - \partial C^*/\partial y = 0$$
$$\partial^2 R/\partial y^2 - \partial^2 C^*/\partial y^2 < 0$$

O significado econômico da condição de primeira ordem é análogo ao de curto prazo. Isto é, ela estabelece que o lucro do monopolista só será maximizado quando a produção for expandida até o ponto em que a sua receita marginal for igual ao seu custo marginal de longo prazo (ou seja, $Rmg = Cmg^{LP}$). A condição de suficiência (ou de segunda ordem), tem interpretação semelhante àquela obtida para o curto prazo. Isto é, ela estabelece que o lucro só será maximizado se a inclinação do custo marginal de longo prazo for maior que a inclinação da receita marginal ($\partial Rmg/\partial y < \partial Cmg^{LP}/\partial y$), o que é equivalente ao fato da curva de custo marginal de longo prazo cortar a curva de receita marginal por baixo.

A FIGURA 10.4.1 ilustra o equilíbrio do monopolista no longo prazo. Como de praxe, o painel superior dessa figura mostra as curvas de receita total, custo total de curto e longo prazos e lucro. No painel inferior dessa figura são mostradas as curvas correspondentes de custo médio e custo marginal de curto e longo prazos, assim como as curvas de receita média (ou preço) e receita marginal.

O painel superior da FIGURA 10.4.1 mostra o nível de produção que maximiza o lucro do monopolista y^* (vertical dos pontos A e B), o qual é estabelecido através da igualdade entre a inclinação da curva de custo (isto é, o custo marginal) de longo prazo e a inclinação da curva de receita total (ou seja, a receita marginal). Essa igualdade é nada mais que a condição necessária para que o monopolista obtenha lucro máximo. O nível de produção estabelecido pela vertical dos pontos A' e B' também satisfaz a condição necessária para um ponto de ótimo, mas contraria a condição de suficiência, uma vez que o custo marginal corta a receita marginal por cima. O lucro máximo pode ser equivalentemente avaliado pelo segmento AB, correspondente à máxima distância entre as curvas de receita total e custo de longo prazo, ou pela própria altura da curva de lucro.

No painel inferior da FIGURA 10.4.1, o nível de produção que maximiza lucro y^* é obtido exatamente no ponto E, onde a curva de custo marginal de longo prazo intercepta a receita marginal (condição necessária para um máximo). Deve-se ressaltar que o ponto E' também satisfaz a condição necessária, mas não obedece à condição de suficiência, tendo em vista que o custo marginal não corta a receita marginal por baixo. Isso significa que o ponto E' é um ponto de lucro mínimo, ao invés de máximo. Nesse painel inferior, o lucro máximo é obtido por meio da área hachurada.

Contrastando com a indústria perfeitamente competitiva, por estar protegido por alguma barreira que impede a entrada de outros competidores no mercado, o lucro extraordinário do monopólio não é dissipado no longo prazo.

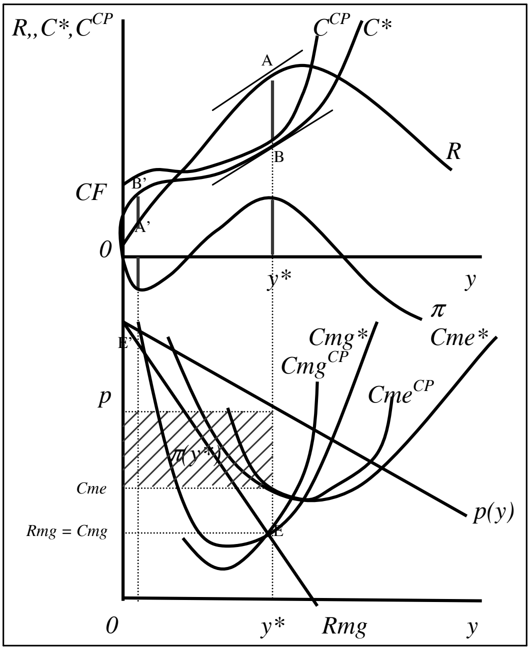


FIGURA 10.4.1: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE PRODUÇÃO DE UM MONOPOLISTA NO LONGO PRAZO

==

Questão 10.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O nível de produção que maximiza o lucro do monopolista é obtido quando a receita marginal excede o custo marginal pelo maior valor possível.*

ERRADO

O monopolista maximiza o seu lucro expandindo a produção até o nível onde a receita marginal for exatamente igual ao custo marginal. Isso significa que o monopolista maximiza o seu lucro quando a diferença entre a receita marginal e o custo marginal é mínima, ou seja, quando $Rmg - Cmg = 0$, exatamente o contrário da assertiva.

Questão 10.4.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O QUADRO 10.1 mostra os níveis de custo e demanda para cada nível de produção de um monopolista. Nessas condições, se pode afirmar que o preço que o monopolista deve cobrar para maximizar seu lucro é 70.*

QUADRO 10.1

y	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
C	100	130	170	220	280
p	80	70	60	50	40

ERRADO

O preço que maximiza o lucro do monopolista é aquele que torna $Rmg = Cmg$. O QUADRO 10.2 avalia o custo marginal e a receita marginal a partir das informações do QUADRO 10.1 e mostra que o preço que satisfaz essa condição é $p = 60$, quando ambos são iguais a 40.

QUADRO 10.2

y	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
C	*100*	*130*	*170*	*220*	*280*
Cmg	*-*	*30*	*40*	*50*	*60*
p	*80*	*70*	*60*	*50*	*40*
R	*80*	*140*	*180*	*200*	*200*
Rmg	*-*	*60*	*40*	*20*	*0*

Questão 10.4.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O QUADRO 10.3 mostra a estrutura de receita e custo de uma firma para cada nível de produção. Nessas condições, se pode afirmar que o nível de produção que maximiza o lucro da firma é 500.*

QUADRO 10.3

y	*100*	*200*	*300*	*400*	*500*	*600*	*700*	*800*	*900*
R	*1.100*	*2.000*	*2.700*	*3.200*	*3.500*	*3.600*	*3.500*	*3.200*	*2.700*
C	*400*	*1.000*	*1.500*	*1.900*	*2.200*	*2.600*	*3.100*	*3.700*	*4.400*

CERTO

O QUADRO 10.4 quantifica a receita média ou preço ($Rme = R/y$), a receita marginal ($Rmg = dR/dy$) e o custo marginal ($Cmg = dC/dy$) a partir das informações contidas no QUADRO 10.3. Conforme pode ser visto no QUADRO 10.4, a firma em questão é um monopolista, tendo em vista que a sua receita marginal é declinante. Assim, o lucro do monopolista será maximizado quando a receita marginal for igual ao custo marginal. Como pode ser observado nesse mesmo quadro, o nível de produção que torna a receita marginal igual ao custo marginal é $y = 500$, de modo que ambos são iguais a *300*.

QUADRO 10.4

y	*100*	*200*	*300*	*400*	*500*	*600*	*700*	*800*	*900*
R	*1.100*	*2.000*	*2.700*	*3.200*	*3.500*	*3.600*	*3.500*	*3.200*	*2.700*
Rme = p	*11*	*10*	*9*	*8*	*7*	*6*	*5*	*4*	*3*
Rmg	-	*900*	*700*	*500*	*300*	*100*	*-100*	*-300*	*-500*
C	*400*	*1.000*	*1.500*	*1.900*	*2.200*	*2.600*	*3.100*	*3.700*	*4.400*
Cmg	-	*600*	*500*	*400*	*300*	*400*	*500*	*600*	*700*

==

==

Exercício 10.4.1: *Suponha que o governo de um certo país proíba a importação de um determinado produto y, o qual é produzido internamente por apenas um produtor, cujas funções de demanda e custo são especificadas, respectivamente, por* $p = 1.000 - 2y$ *e* $C = 3y^2$.

(i) Qual é o preço e o volume de produção que maximiza o lucro do monopolista?

Formando a função de receita total do monopolista, $R(y) = (1.000 - 2y)y$ e diferenciando-a em relação a y, resulta a função de receita marginal $Rmg(y) = 1.000 - 4y$. Diferenciando-se a função de custo em relação a y, obtém-se o custo marginal $Cmg(y) = 6y$. A condição necessária para que o lucro do monopolista seja máximo é que a receita marginal seja igual ao custo marginal. Assim, impondo-se essa condição, tem-se:

$$1.000 - 4y = 6y$$

da qual resulta o nível de produção de lucro máximo $y^* = 100$. Substituindo esse valor na função de demanda, obtém-se o correspondente preço de equilíbrio $p^* = 800$.

(ii) Suponha agora que o governo resolva liberar a importação desse produto e que o mesmo pode ser adquirido no mercado internacional ao preço unitário de 600. Determine o novo volume de produção do monopolista nestas circunstâncias.

Se a importação é possível e o produto pode ser obtido no mercado internacional ao preço $p_W = 600$, então o monopolista não pode cobrar um preço maior que $p_W = 600$, de modo que ele agirá como uma firma competitiva. Nesse caso, para que o monopolista maximize o seu lucro, ele terá que igualar o preço internacional ao seu custo marginal. Assim, impondo essa condição, $600 = 6y$, resulta o novo nível de produção de equilíbrio $y'=100$. Coincidentemente, esse é o nível de produção que maximiza o lucro do monopolista (situação anterior à liberação das importações). A FIGURA 10.4.2 ilustra essa situação e compara-a com a solução de monopólio do item anterior.

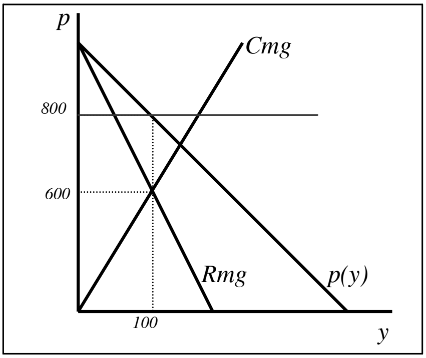


FIGURA 10.4.2: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE PRODUÇÃO DE UM MONOPOLISTA

===

10.5 O PODER DE MONOPÓLIO

O monopolista tem o poder de estabelecer preço acima do seu custo marginal de produção. Para melhor entender esse poder, recorre-se à condição de equilíbrio do monopólio. Conforme demonstrado anteriormente, a receita marginal do monopolista pode ser expressa em função da sua elasticidade preço da demanda da seguinte forma:

$$Rmg(y) = p(y)[1 - 1/|\varepsilon_p|]$$

Assim, substituindo essa expressão da receita marginal na condição de equilíbrio do monopolista, resulta:

$$p(y)[1 - 1/|\varepsilon_p|] = Cmg$$

Tomando-se a diferença relativa entre o preço e o custo marginal, pode-se definir o poder de monopólio *PM* (ou *mark up* relativo) da seguinte forma:

$$PM = [p(y) - Cmg]/p(y) = 1/|\varepsilon_p|$$

o qual é função inversa do valor absoluto da sua elasticidade preço da demanda. Isto é, o poder de monopólio, que está diretamente relacionado à divergência de preço em relação ao custo marginal, é inversamente proporcional ao valor absoluto da sua elasticidade preço da demanda, de modo que ele é tanto maior quanto menor for essa elasticidade.

Pode-se observar que o poder de monopólio está restrito ao intervalo (0,1]. Quando a elasticidade preço da demanda (em valor absoluto) tende a infinito, o poder de monopólio tende a zero. Por outro lado, quando essa elasticidade tende a um (limite mínimo para essa elasticidade, que seria alcançado no caso de um monopólio sem custo de produção), o poder de monopólio tende a um. Deve-se lembrar que o monopolista não opera no trecho inelástico da sua função de demanda.

===

Questão 10.5.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se o valor absoluto da elasticidade preço da demanda de um monopolista é igual a 2, então o poder de monopólio (ou mark up relativa) é igual a ½.*

CERTO

O poder de monopólio ou margem de lucro relativa é definido por $PM = (p-Cmg)/p = 1/|\varepsilon_p|$. Assim, se $|\varepsilon_p| = 2$, então $PM = 1/|\varepsilon_p| = ½$.

Questão 10.5.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se a elasticidade preço da demanda de um monopolista em valor absoluto é igual a 4,0, então o preço cobrado deve exceder o custo marginal em 50%.*

ERRADO

Desde que $p[1 - 1/|\varepsilon_p|] = Cmg$, então rearranjando termos resulta: $[(p-Cmg)/p] = 1/|\varepsilon_p| = 1/4 = 0,25$. Assim, se $|\varepsilon_p| = 4$, então o preço deve exceder o custo marginal em *25%*. De fato, o poder de monopólio (ou *mark up* relativo) é igual a ¼ ou *0,25*.

===

===

Exercício 10.5.1: *Determinar o nível de produção de equilíbrio do monopolista e o seu poder de monopólio, sabendo-se que a sua função (inversa) de demanda é especificada por $p = 10 – 2y$ e enfrenta a seguinte função de custo $C = y^3 – 5y^2 + 10y$.*

A partir da função inversa de demanda pode-se formar a função de receita do monopolista, $R = py = (10 – 2y)y = 10y – 2y^2$, a partir da qual obtém-se a sua receita marginal (diferenciando-a em relação a y):

$$RMg = 10 – 4\,y$$

Diferenciando-se a função de custo de longo prazo em relação a y, obtém-se o custo marginal:

$$CMg^* = 3y^2 – 10y + 10$$

Assim, impondo-se igualdade entre a receita marginal e o custo marginal (condição de equilíbrio de lucro máximo do monopólio), tem-se a seguinte equação do segundo grau:

$$3y^2 – 6y = 0$$

cuja raízes são $y = 0$ e $y^* = 2$. Portanto, substituindo-se $y^* = 2$ na função de demanda, obtém-se o preço de equilíbrio, $p^* = 6$.

Para determinar o poder de monopólio basta determinar o inverso da elasticidade preço da demanda no ponto de lucro máximo, ou seja:

$$1/|\varepsilon_p| = |(dp/dy)(y^*/p^*)| = 2(2/6) = 2/3$$

===

10.6 PRODUÇÃO EM MÚLTIPLAS PLANTAS

Seria interessante saber como o monopolista, ao produzir em múltiplas plantas, determina seu nível de produção e ajusta sua produção através das plantas. Para atacar essa questão e tornar a análise mais simples, admite-se que o monopolista produz em apenas duas plantas, cujas funções de custo são $C_1(y_1)$ e $C_2(y_2)$, onde y_1 e y_2 são os respectivos níveis de produção. O problema do monopolista é escolher os níveis ótimos de produção de cada planta, de modo a maximizar o seu lucro:

$$\max_{y_1,\, y_2} \ \pi = R(y) - C_1(y_1) - C_2(y_2)$$

onde $y = y_1 + y_2$ é o nível de produção total e $R(y) = p(y)y$ é a receita total do monopolista. As condições necessárias para que esse problema tenha um máximo são:

$$\partial\pi/\partial y_1 = \partial R/\partial y - \partial C_1/\partial y_1 = 0$$
$$\partial\pi/\partial y_2 = \partial R/\partial y - \partial C_2/\partial y_2 = 0$$

em que $\partial R/\partial y$ é a receita marginal e $\partial C_i/\partial y_i$ é o custo marginal em cada planta. Combinando-se essas duas restrições, resulta:

$$\partial C_1/\partial y_1 = \partial C_2/\partial y_2$$

Isso significa que, para que o lucro do monopolista seja maximizado, ele terá que ajustar os níveis ótimos de produção de modo a igualar os custos marginais através das plantas. A FIGURA 10.6.1 ilustra o equilíbrio do monopolista (ponto E), resultante da interseção entre a receita marginal e a curva de somatório de custos marginais. Uma inspeção dessa figura permite observar que o monopolista produz de fato no ponto onde os custos marginais das plantas são iguais.

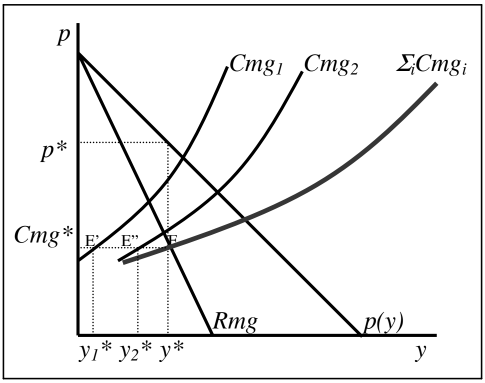


FIGURA 10.6.1: DETERMINAÇÃO DOS NÍVEIS ÓTIMOS DE PRODUÇÃO DE UM MONOPOLISTA COM MÚLTIPLAS PLANTAS

==

Exercício 10.6.1: *Determinar o equilíbrio do monopolista, sabendo-se que ele enfrenta a seguinte função de demanda $p = 100 - 2y$ e produz em duas plantas, cujas funções de custo são $C_1 = 50 + 3y_1^2$ e $C_2 = 100 + 36y_2$.*

A partir da receita do monopolista $R = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2$, resulta a seguinte função de receita marginal $Rmg = 100 - 4y$. Os custos marginais das duas plantas são, respectivamente, $Cmg_1 = 6y_1$ e $Cmg_2 = 36$. Igualando-se as funções de custo marginal, obtém-se o nível de produção da primeira planta, $y_1 = 6$. Impondo-se a condição de equilíbrio para a segunda planta (receita marginal igual ao custo marginal), tem-se o nível de produção total de equilíbrio, isto é, $y^* = 16$. O nível de produção da segunda planta é obtido por diferença, ou seja, $y_2^* = y^* - y_1^* = 10$. Portanto, o monopolista maximiza seu lucro ao produzir $y^* = 16$ unidades nas duas plantas, sendo que as primeiras seis unidades são produzidas na primeira planta, cujo custo marginal é crescente, enquanto que as outras dez unidades restantes são produzidas na segunda planta, visto que seu custo marginal é constante. O preço de equilíbrio é $p^* = 68$. A FIGURA 10.6.2 ilustra essas funções e mostra o equilíbrio do monopolista.

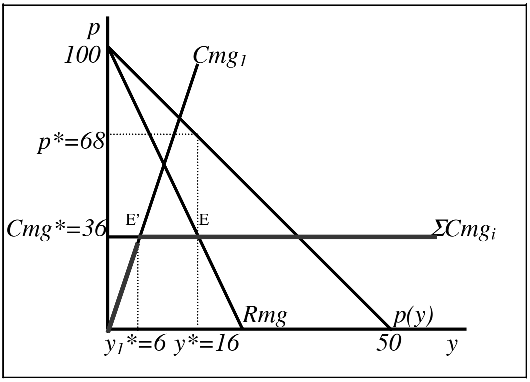


FIGURA 10.6.2: O MONOPOLISTA PRODUZINDO EM DUAS PLANTAS

Exercício 10.6.2: *Suponha que um monopolista enfrenta a seguinte função inversa de demanda $p = 100 - 2y^2$ e produz em uma planta com a seguinte função de custo $C_1 = 100 + 40y$.*

(i) Determine o preço e o volume de produção que maximiza o lucro do monopolista. Qual é o seu lucro?

A receita total do monopolista será $R = py = (100 - 2y^2)y = 100y - 2y^3$. O problema do monopolista é determinar o nível ótimo de produção y de modo a:

$$\max_{y} \pi = R - C_1 = 60y - 2y^3 - 100$$

cuja condição necessária para um ótimo interior é:

$$d\pi/dy = 60 - 6y^2 = 0$$

da qual resulta $y' = 10^{½} = 3,2$ e $y'' = -10^{½}$ (solução não econômica). Desprezando-se y'' e substituindo-se a solução econômica $y^* = 10^{½}$ na função de demanda, tem-se $p^* = 80$. Portanto, o lucro do monopolista será igual a $\pi = 60(10^{½}) - 2(10^{½})^3 - 100 = 60(10^{½}) - 20(10^{½}) - 100 = 40(10^{½}) - 100 = 26,5$.

(ii) Suponha agora que o monopolista esteja considerando construir uma nova planta, cuja função de custo é $C_2 = 50 + 5y^2$.

Admitindo-se que o monopolista opere com as duas plantas, então as funções de custo têm que ser indexadas aos respectivos níveis de produção, isto é:

$$C_1 = 100 + 40y_1; \quad \text{donde } Cmg_1 = 40$$
$$C_2 = 50 + 5y_2^2; \quad \text{donde } Cmg_2 = 10y_2$$

O volume de produção em cada planta é alocado de forma a obter o lucro máximo, ou seja:

$$\max_{y_1, y_2} \pi = R - C_1 - C_2 = 100(y_1+y_2) - 2(y_1+y_2)^3 - 40y_1 - 5y_2^2 - 150$$

O lucro máximo é obtido igualando-se a receita marginal ao custo marginal em cada planta (condições necessárias para um ótimo), o que significa igualdade entre os custos marginais de produção, $Cmg_1 = Cmg_2$. Assim, impondo-se essa condição, resulta:

$$40 = 10y_2$$

o que significa que a planta 2 produzirá 4 unidades (quer dizer, $y_2 = 4$). Igualando-se a receita marginal (a qual é igual a $Rmg = 100 - 6y^2$), ao custo marginal da primeira planta, obtém-se:

$$100 - 6y^2 = 40$$

donde resulta:

$$y = 10^{½} = 3,2 < 4$$

(iii) É ou não vantajoso (em termos de lucro) para o monopolista produzir em apenas uma planta? Se você respondeu que sim, em que planta ele concentrará sua produção, Qual é o volume de produção e qual o seu lucro? Se você respondeu que não, quanto ele deve produzir em cada planta e qual será o seu lucro? (Para evitar confusão, denote a planta velha de planta 1 e a nova de planta 2).

Desde que a produção total do monopolista é menor que a produção da segunda planta, então o monopolista deverá concentrar toda a sua produção nessa planta e desativar a primeira planta. Ao produzir apenas nessa planta, o problema do monopolista será:

$$\max_{y} \; \pi = R - C_2 = 100y - 2y^3 - 5y^2 - 50$$

cuja condição necessária para um ótimo é:

$$d\pi/dy = 100 - 6y^2 - 10y = 0$$

da qual resulta $y' = 10/3 = 3{,}3$ e $y'' = -5$ (solução não econômica). Desprezando-se y'' e substituindo-se a solução econômica $y^* = 10/3$ na função de demanda, tem-se $p^* = 700/9 = 77{,}8$. O lucro do monopolista neste caso será $\pi = 4.150/27 = 153{,}7$, maior que o lucro que ele obteria se produzisse na planta velha.

==

10.7 DISCRIMINAÇÃO DE PREÇOS

A capacidade que o monopolista tem de estabelecer preços acima do seu custo marginal estabelece a possibilidade para cobrança de preços diferenciados por distintas unidades de um mesmo produto. Essa estratégia de cobrança diferenciada, a qual é denominada de discriminação de preços, é uma forma do monopolista aumentar os seus lucros e pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: Discriminação de preços é a prática da cobrança diferenciada de preços a diferentes consumidores por diferentes unidades de um mesmo produto, sem que haja justificativa de custos.

==

Existem várias modalidades de discriminação de preços. Uma forma bastante utilizada pelos monopolistas, denominada de *discriminação de segundo grau*, é a cobrança de preços diferenciados por diferentes quantidades de produto. Esse é o caso específico dos descontos oferecidos por quantidades adicionais. Embora haja cobrança diferenciada de preços em função da quantidade comprada, pessoas distintas que compram a mesma quantidade pagam o mesmo preço, não havendo diferença alguma de preço para a mesma quantidade.

A forma de discriminação de preço mais comumente utilizada, a qual é denominada de *discriminação do terceiro grau*, é aquela em que cobram-se preços diferenciados para diferentes pessoas. A cobrança de meia entrada para estudantes é uma prática comum na maioria das salas de cinema do país. Essa cobrança é possível porque o estudante, geralmente em uma faixa etária mais baixa e com um menor poder aquisitivo, pode ser diferenciado das outras pessoas através da apresentação da carteira de estudante. Outro exemplo de discriminação de preços é o desconto oferecido pelas farmácias para aposentados na compra de medicamentos, os quais apresentam, em geral, um baixo poder aquisitivo. Essa diferenciação de preço só é possível porque o aposentado encontra-se em uma faixa etária mais elevada e por isso ele é um grande usuário de medicamentos. Esse aposentado pode ser distinguido dos demais clientes, através da apresentação da sua carteira da seguridade social. Grande parte dos profissionais liberais, ao estabelecer o preço pelo serviço prestado, costuma cobrar preços diferentes de seus clientes, cobrando mais dos consumidores que demonstram sinais exteriores de riqueza e menos daqueles que não apresentam tais sinais. Por exemplo, ao ser procurado por duas senhoras necessitando de uma idêntica operação de lipo-aspiração, um médico pode cobrar um preço mais elevado da senhora mais bem vestida, demonstrando um poder aquisitivo maior, do que daquela normalmente vestida.

Obviamente que a prática de cobrança diferenciada pressupõe certas condições mínimas que terão que ser satisfeitas. A primeira condição para que seja possível a discriminação de preços é que o monopolista possa segmentar os seus mercados. Essa segmentação só é possível com diferentes categorias de consumidores, as quais possam ser efetivamente diferenciadas de acordo com a sua sensibilidade a preços, através de distintas elasticidades preço da demanda. Ademais, para que o monopolista tenha condições de efetivamente cobrar preços diferenciados em mercados segmentados, é necessário que exista algum mecanismo que impeça o processo de arbitragem. A arbitragem é a prática de comprar ao preço mais baixo e vender ao preço mais alto. Com a arbitragem, o monopolista que discrimina preços receberia apenas o preço mais baixo. Uma forma tradicional de impedir tal processo é proibindo que os consumidores possam revender o produto do monopolista.

A distribuição de eletricidade no Brasil é um bom exemplo para caracterizar as duas condições básicas para discriminação de preços. Ao escalonarem suas tarifas progressivamente, em função do consumo, as distribuidoras de energia elétrica cobram preços diferenciados de seus consumidores. Essa prática só é possível porque os consumidores podem ser segmentados em sub-mercados, de acordo com o seu consumo registrado. Os consumidores mais pobres são aqueles que, por terem menos pontos de luz em suas residências, consomem menos, e portanto pagam menores tarifas. Por outro lado, os consumidores mais ricos, por terem um padrão de consumo mais elevado, acabam pagando tarifas mais elevadas e, portanto, pagam proporcionalmente mais pela energia que consomem.

==

Questão 10.7.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se um monopolista tem condições de segregar seus mercados e pode proibir a revenda do seu produto nesses mercados (arbitragem), então a cobrança de preços diferenciados nesses mercados caracteriza a prática de discriminação de preços.*

INCERTO

A assertiva estaria certa se não houvessem diferenças de custo que justificassem preços diferenciados. Nesse caso, a cobrança de preços diferenciados se configuraria como uma prática de discriminação de preços. No entanto, a assertiva estaria errada se houvesse qualquer diferença de custo, como por exemplo, no transporte do produto, que justificasse a cobrança de preços diferenciados nesses mercados.

==

Admite-se a seguir, por simplicidade, que o monopolista consegue segregar seus mercados em dois mercados distintos, cujas funções (inversas) de demanda são $p_1(y_1)$ e $p_2(y_2)$, onde y_1 e y_2 são os respectivos níveis de produção. Assim, o problema do monopolista é escolher os níveis ótimos de produção em cada mercado, que maximizaria o seu lucro, ou seja:

$$\max_{y_1,\, y_2} \ \pi = R_1(y_1) + R_2(y_2) - C(y)$$

onde $y = y_1 + y_2$ é a produção total e $R_i(y_i) = p_i(y_i)y_i$ é a receita total do monopolista no mercado i. As condições necessárias para um ótimo são:

$$\partial R_1/\partial y_1 - \partial C/\partial y = 0$$
$$\partial R_2/\partial y_2 - \partial C/\partial y = 0$$

em que $\partial R_i/\partial y_i$ é a receita marginal do monopolista no mercado i e $\partial C/\partial y$ é o seu custo marginal. Combinando-se essas duas restrições, resulta:

$$\partial R_1/\partial y_1 = \partial R_2/\partial y_2$$

Portanto, para que o monopolista maximize o seu lucro, ele terá que ajustar os níveis ótimos de produção de modo a equalizar suas receitas marginais nos dois segmentos de mercados. A FIGURA 10.7.1 ilustra esse equilíbrio (ponto E), o qual é determinado pela interseção da curva de custo marginal com a curva de somatório das receitas marginais. Pode-se observar que o monopolista produz no ponto onde as receitas marginais são iguais. Os preços ótimos são obtidos levantando-se uma vertical pelo nível ótimo de produção até a curva de demanda.

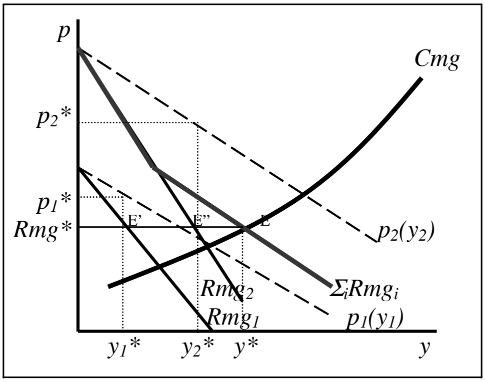


FIGURA 10.7.1: DETERMINAÇÃO DOS NÍVEIS ÓTIMOS DE PRODUÇÃO DE UM MONOPOLISTA QUE DISCRIMINA PREÇOS

Desde que a receita marginal do monopolista pode ser expressa em função da sua elasticidade preço (ou seja, $\partial R_i/\partial y_i = Rmg_i = p_i[1 - 1/|\varepsilon_i|]$), então a condição para lucro máximo de um monopolista que discrimina preços pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$p_1[1 - 1/|\varepsilon_1|] = p_2[1 - 1/|\varepsilon_2|]$$

Com base nessa condição, pode-se mostrar que o segmento de mercado menos elástico experimentará o maior preço, enquanto que o segmento mais elástico terá o menor preço. Para mostrar isso, supõe-se que o segmento de mercado 1 seja menos elástico que o segmento 2, isto é, $|\varepsilon_1| < |\varepsilon_2|$. Tomando-se o inverso em ambos os lados, a desigualdade é alterada, de modo que $1/|\varepsilon_1| > 1/|\varepsilon_2|$. Multiplicando-se ambos os lados por –1, obtém-se $-1/|\varepsilon_1| < -1/|\varepsilon_2|$. Adicionando-se a unidade em ambos os lados, essa inequação não se altera, de forma que obtém-se $1 - 1/|\varepsilon_1| < 1 - 1/|\varepsilon_2|$. Para que essa desigualdade se transforme na igualdade estabelecida pela condição de lucro máximo do monopolista, é necessário que o preço no segmento 1 seja maior que o preço no segundo segmento. Portanto, pode-se concluir que o segmento de menor elasticidade experimentará o maior preço, quando comparado com o segmento mais elástico, o qual terá um preço menor.

==

Questão 10.7.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que um monopolista opera em dois mercados distintos com poder de monopólio 1/2 no mercado 1 e 2/3 no mercado 2. Se o monopolista discrimina preços, então o preço cobrado no mercado 1 é 33,3% maior que o preço no mercado 2.*

ERRADO

O poder de monopólio (ou *mark up* relativo) é definido pelo inverso do valor absoluto da elasticidade preço da demanda, isto é, $PM = 1/|\varepsilon_i|$. Assim, dado o poder de monopólio em cada mercado, pode-se estimar as respectivas elasticidades preço da seguinte forma:

$$|\varepsilon_1| = 1/PM_1 = 2$$
$$|\varepsilon_2| = 1/PM_2 = 3/2$$

Fazendo-se uso da condição de discriminação de preços em dois mercados distintos (igualdade das receitas marginais, ou seja, $p_1(1 - 1/|\varepsilon_{d1}|) = p_2(1 - 1/|\varepsilon_{d2}|)$), tem-se:

$$p_1(1 - 1/2) = p_2(1 - 2/3)$$

de forma que:

$$(p_2/p_1) - 1 = 0{,}5 = 50\%$$

Isso significa que o preço no mercado 2 é 50% maior que o preço do mercado 1.

Questão 10.7.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha que um monopolista opera em dois mercados distintos, cuja elasticidade preço da demanda no segmento 1 (em valor absoluto) é 1,5 e a elasticidade do segundo segmento é 2,0. Se o monopolista discrimina preços nesses mercados, então o preço do primeiro segmento deverá ser 50% superior ao preço do segundo (ou seja, a diferença relativa de preços $[p_1 - p_2]/p_2$ deverá ser igual a 50%).*

CERTO

Se o monopolista discrimina preços nesses mercados, então $p_1[1 - (1/|\varepsilon_1|)] = p_2[1 - (1/|\varepsilon_2|)]$. Substituindo-se $|\varepsilon_1| = 1{,}5$ e $|\varepsilon_2| = 2{,}0$ nessa expressão, resulta $p_1/p_2 = 3/2$. Subtraindo-se a unidade em ambos lados, tem-se $[p_1 -$

$p_2]/p_2 = 0,5 = 50,0\%$. Isso significa que o preço no segmento de mercado 1 deve ser *50%* maior que o preço no segmento 2.

==

==

Exercício 10.7.1: *Suponha que um monopolista pode vender seu produto em dois mercados distintos, cujas funções (inversa) de demanda são* $p_1 = 3 - 0,5y_1$, *no mercado 1, e* $p_2 = 2 - 0,5y_2$, *no mercado 2. Suponha ainda que sua estrutura de custo seja especificada pela seguinte função* $C = 2/3 + y$, *onde* $y = y_1 + y_2$ *é a produção total do monopolista.*

(i) Admitindo-se que o monopolista discrimine preços, quais seriam os preços que o monopolista deveria cobrar em cada mercado para que ele maximizasse o seu lucro? Quais seriam as elasticidades de demanda correspondentes?

As funções de receita total nos dois segmentos de mercado podem ser expressas por:

$$R_1 = p_1y_1 = (3 - 0,5y_1)y_1 = 3y_1 - 0,5y_1^2$$
$$R_2 = p_2y_2 = (2 - 0,5y_2)y_2 = 2y_2 - 0,5y_2^2$$

Donde resultam as correspondentes funções de receita marginal:

$$Rmg_1 = 3 - y_1$$
$$Rmg_2 = 2 - y_2$$

Tendo em vista que o custo marginal é unitário, pois $Cmg = dC/dy = 1$, então as condições de primeira ordem para lucro máximo de um monopolista que discrimina preços formam o seguinte sistema de equações:

$$Rmg_1 = Cmg \;\; ou \;\; 3 - y_1 = 1$$
$$Rmg_2 = Cmg \;\; ou \;\; 2 - y_2 = 1$$

cuja solução é $y_1^* = 2$ e $y_2^* = 1$, de modo que $y^* = 3$. Substituindo-se esses valores nas funções inversas de demanda, tem-se $p_1^* = 2$ e $p_2^* = 1,5$. Assim, as elasticidades preço da demanda nesses segmentos de mercado podem ser avaliadas:

$$\varepsilon_1 = (dy_1/dp_1)(p_1/y_1) = (-2)(2/2) = -2$$
$$\varepsilon_2 = (dy_2/dp_2)(p_2/y_2) = (-2)(1,5/1) = -3$$

(ii) O que aconteceria com o nível de produção se a discriminação fosse proibida por lei?

Se a discriminação de preço fosse proibida, então deveria vigorar apenas um preço nesses mercados, de forma que $p_1 = p_2 = p$. Assim, invertendo-se as funções (inversas) de demanda e agregando-se as demandas individuais, obtém-se a demanda total:

$$y = y_1 + y_2 = (6 - 2p) + (4 - 2p) = 10 - 4p$$

de modo que:

$$p = 2,5 - 0,25y$$

Nesse caso, a receita total seria:

$$R = py = (2,5 - 0,25y)y = 2,5y - 0,25y^2$$

a partir da qual resulta a seguinte função de receita marginal:

$$Rmg = 2,5 - 0,5y$$

Aplicando-se a condição de lucro máximo (receita marginal igual a custo marginal, isto é, $2,5 - 0,5y = 1$), obtém-se $y^* = 3$. Substituindo-se este valor na função (inversa) de demanda, tem-se $p^* = 1,75$. Pode-se observar que, nesse caso específico, não houve qualquer alteração no nível total de produção do monopolista, em relação ao nível de produção com discriminação de preços.

==

A terceira modalidade de discriminação de preço é aquela denominada de *discriminação de primeiro grau* ou *perfeita*, na qual o monopolista cobra para cada consumidor um preço diferente. Admitindo-se que a arbitragem não seja possível e que o monopolista conheça o máximo valor que cada consumidor estaria disposto a pagar pelo seu produto, então o monopolista poderá maximizar o seu lucro cobrando de cada consumidor esse exato valor. Neste caso, o nível de produção que maximiza o lucro do monopolista pode ser obtido resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{y} \pi = \int p(y)dy - C(y)$$

onde $\int p(y)dy$ é a receita total do monopolista. A condição necessária (ou de primeira ordem) para que esse problema tenha um máximo pode ser expressa por:

$$d\pi/dy = p(y) - dC(y)/dy = 0$$

donde resulta:

$$p(y) = Cmg(y)$$

Isso implica que o monopolista deverá produzir no ponto onde o preço é igual ao custo marginal. Essa condição é exatamente igual àquela obtida em um mercado perfeitamente competitivo.

Portanto, quando analisado sob o ponto de vista da eficiência produtiva, o monopolista que discrimina preços perfeitamente é preferível a qualquer outra forma de monopólio. Isso porque o monopolista que discrimina preços perfeitamente expande a sua produção até o nível socialmente ótimo, nível esse que só seria verificado em um mercado perfeitamente competitivo. No entanto, quando analisado sob o ponto de vista distributivo, há uma transferência de renda dos consumidores (grupo menos privilegiado) para o monopolista (grupo mais privilegiado), que é, em geral, questionável.

A FIGURA 10.7.2 ilustra o equilíbrio de um monopolista que discrimina preços perfeitamente. Pode-se observar que, ao cobrar o máximo valor que cada consumidor estaria disposto a pagar pelo produto, o monopolista extrai todo o excedente do consumidor, estendendo a produção até o ponto onde o preço (demanda) se iguala ao custo marginal. Enquanto que a área total hachurada nessa figura representa a receita total do monopolista, a área triangular hachurada representa o lucro do monopolista, que é formado basicamente pelo excedente do consumidor perdido e se configura como uma transferência de renda.

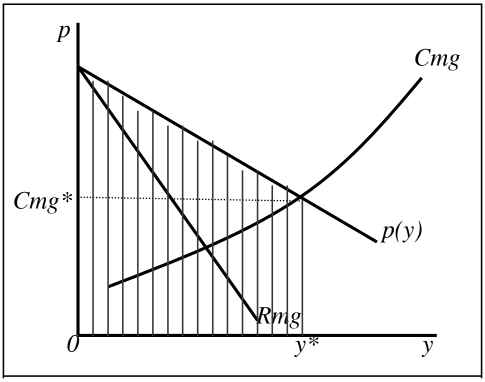


FIGURA 10.7.2: MONOPÓLIO COM DISCRIMINAÇÃO PERFEITA DE PREÇOS

==

Questão 10.7.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se todos os monopolistas pudessem discriminar preços perfeitamente, então o bem-estar dos consumidores aumentaria.*

CERTO

A despeito da discriminação perfeita de preços implicar uma transferência de renda dos consumidores para o monopolista, essa prática de cobrança diferenciada de preço estabelece uma alocação eficiente dos recursos produtivos, ao permitir que o monopolista expanda a sua produção até o nível socialmente ótimo. Portanto, ao induzir o monopolista a aumentar sua produção ao nível que vigoraria em uma indústria perfeitamente competitiva, a discriminação perfeita de preço é preferível a qualquer outra forma de monopólio. Nesse sentido, o monopolista que discrimina preços perfeitamente é economicamente eficiente (ou seja, é eficiente tanto sob o ponto de vista produtivo quanto de escala), embora a transferência do excedente do consumidor implícita nessa prática de cobrança possa trazer problemas sob o ponto de vista distributivo.

==

10.8 COMPARAÇÃO COM O MERCADO COMPETITVO

Diferentemente do mercado perfeitamente competitivo – em que as firmas não têm poder algum sobre o preço do produto, o qual é estabelecido pelo próprio mercado – o monopolista tem totais condições de aumentar o seu preço simplesmente reduzindo sua produção. O nível de produção que maximiza o lucro do monopolista é estendido até o ponto em que a receita obtida ao vender uma unidade adicional (receita marginal) é exatamente igual ao custo dessa unidade adicional (custo marginal). Nesse processo de maximização do lucro, o monopolista estabelece um nível de produção que é menor que o nível que prevaleceria em um mercado perfeitamente competitivo.

A FIGURA 10.8.1 compara o equilíbrio do monopólio com aquele resultante em um mercado perfeitamente competitivo. Nessa comparação, admite-se que a curva de custo marginal do monopolista coincide com a curva de oferta da indústria competitiva. Isto é, supõe-se implicitamente que a curva de oferta da indústria competitiva é representada pelo somatório das curvas de custos marginais. Esse fato é verdade sempre que não existam economias ou deseconomias externas, que tendem a deslocar a curva de oferta quando as firmas se ajustam às novas condições de mercado (ou seja, em condições *ceteris paribus*). O equilíbrio no monopólio é estabelecido no ponto onde a receita marginal é igual ao custo marginal (ponto M nessa figura), enquanto que o equilíbrio no mercado competitivo se dá no ponto C, onde a curva de somatório de custos marginais (oferta da indústria) é igual ao preço (demanda). Portanto, quando comparado com o mercado de concorrência perfeita, o nível de produção no monopólio y^m é menor do que aquele resultante em um mercado perfeitamente competitivo y^c. Em contrapartida, o preço do monopólio p^m é maior que o preço que vigora no mercado competitivo p^c.

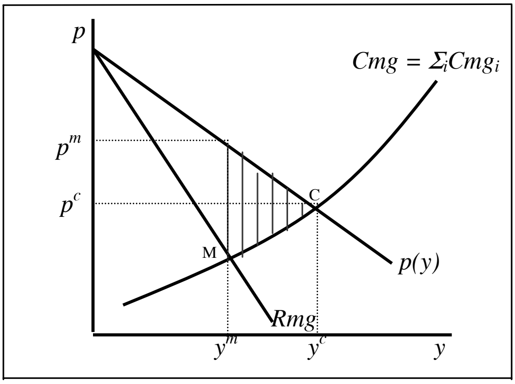


FIGURA 10.8.1: COMPARAÇÃO DO MONOPÓLIO COM O MERCADO PERFEITAMENTE COMPETITIVO

Exatamente pelo fato do monopolista produzir abaixo do nível socialmente ótimo, nível esse que seria verificado em um mercado perfeitamente competitivo, é que o monopólio está associado a uma ineficiência de escala[97]. A área hachurada na FIGURA 10.8.1 representa o custo social líquido (ou peso morto) do monopólio, o qual é composto

[97] Uma alocação é eficiente de escala se o preço é igual ao custo marginal de produção. O nível de produção em um mercado competitivo é sempre eficiente de escala.

de partes dos excedentes do consumidor e produtor não absorvidas ao se reduzir a produção abaixo do nível competitivo ($y^m < y^c$).

==

Questão 10.8.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O monopólio é uma estrutura de mercado ineficiente, tendo em vista que, ao nível de produção que maximiza o seu lucro, o valor de uma unidade adicional de produção para os consumidores é maior que o custo de produzir essa unidade adicional.*

CERTO

Ao nível de produção que maximiza o lucro do monopolista, o custo marginal e a receita marginal, que são iguais, são ambos menores que o preço. Isso significa que, se o monopolista aumentasse a sua produção em uma unidade a mais, os consumidores estariam dispostos a pagar um valor maior (que seria o preço *p*) do que o custo de produzir essa mesma unidade (*Cmg*). Em conseqüência, o nível de produção que maximiza o lucro do monopolista é menor do que o nível socialmente ótimo. Isso implica que haveria acréscimos de bem-estar social se o monopolista aumentasse a sua produção até o ponto em que o valor que os consumidores estariam dispostos a pagar por essa produção adicional fosse exatamente igual ao custo de produzi-la. A FIGURA 10.8.1 mostra que a expansão na produção de y^m para y^c resultaria em um ganho líquido para a sociedade, representado nessa mesma figura pela área hachurada.

Questão 10.8.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Política de preço igual ao custo marginal, como forma de atingir o nível de produção socialmente ótimo, não é apropriada para uma indústria monopolística com custo médio declinante.*

CERTO

Indústria com custo médio declinante é o caso típico de monopólio natural. Embora as políticas de preço igual ao custo marginal possam expandir a produção ao nível socialmente ótimo, elas impõem perdas financeiras (prejuízos) ao monopolista, não justificáveis sob o ponto de vista social. Essas perdas ocorrem porque, quando o custo médio é declinante, o custo marginal é menor que o custo médio, de modo que ao expandir a produção até o ponto em que o preço é igual ao custo marginal significa que $p < Cme$. A FIGURA 10.8.2 ilustra o caso de uma indústria com custo médio declinante, e mostra que a política de preço igual ao custo marginal, a despeito de ampliar a produção de y^m para y^c (nível socialmente ótimo), ela também impõe à firma um prejuízo, representado nessa figura pela área retangular hachurada, não justificável sob o ponto de vista distributivo. Essa ineficiência distributiva se configura porque o prejuízo terá que ser forçosamente financiado em alguma parte da economia, beneficiando assim os consumidores desse produto em detrimento de outros.

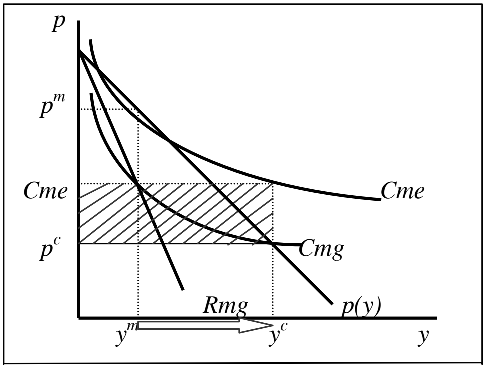


FIGURA 10.8.2: O MONOPÓLIO NATURAL

Questão 10.8.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Quando comparado com a firma competitiva, o monopolista que maximiza lucro não utiliza a combinação socialmente ótima de insumos.*

ERRADO

Uma combinação socialmente ótima de insumos é obtida quando $Pmg_i/Pmg_j = w_i/w_j$, que é uma condição necessária para que a firma minimize seus custos de produção. Maximização do lucro requer minimização de custo, independentemente da estrutura de mercado em que a firma opere. Assim, desde que o monopolista maximiza lucro, então ele também utiliza os insumos na proporção socialmente ótima. Isso significa que o monopolista é eficiente na alocação de seus recursos.

Questão 10.8.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se o monopolista maximiza lucros e, portanto, minimiza custos, então sua escala de produção é socialmente ótima.*

ERRADO

Uma firma é eficiente em escala quando o nível de produção é tal que $p = Cmg$. Neste caso, diz-se que a firma produz no nível socialmente ótimo. Tendo em vista que o monopolista escolhe seu nível de produção de modo que $Rmg = Cmg < p$, então ele não é eficiente em termos de escala, produzindo abaixo do nível socialmente ótimo.

==

10.9 TRIBUTAÇÃO AO MONOPÓLIO

Existem pelo menos três formas alternativas de tributar os monopólios, que se destinguem pela incidência do tributo, que são: (i) imposto sobre a produção; (ii) imposto sobre a receita; e (iii) imposto sobre o lucro. Uma questão interessante, associada com essas formas distintas de incidência, é saber qual desses tributos causa menos distorções.

10.9.1 IMPOSTO SOBRE A PRODUÇÃO

Denotando o imposto sobre a produção por T, cuja dimensão é unidade monetária por unidade física de produto, então o monopolista determina o seu nível de produção de modo a maximizar o seu lucro:

$$\max_{y} \ \pi = R(y) - C(y) - Ty$$

a partir do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

$$d\pi/dy = R'(y) - C'(y) - T = 0$$

donde obtém-se:

$$R'(y) = C'(y) + T$$

onde $R'(y)$ e $C'(y)$ representam, respectivamente, a receita marginal e o custo marginal. Nesse caso, o monopolista determina o seu nível de produção igualando a sua receita marginal ao custo marginal ajustado (ou seja, soma do custo marginal mais o imposto). A FIGURA 10.9.1.1 ilustra o novo equilíbrio do monopolista (ponto E'), o qual é estabelecido pela interseção entre a curva de receita marginal e a curva de custo marginal ajustada (representada nessa figura pela soma do custo marginal e do imposto). Pode-se observar que o imposto sobre a produção amplia a distorção nesse mercado, tendo em vista que o nível de produção do monopólio cai ainda mais, assim como força-o a aumentar ainda mais o seu preço.

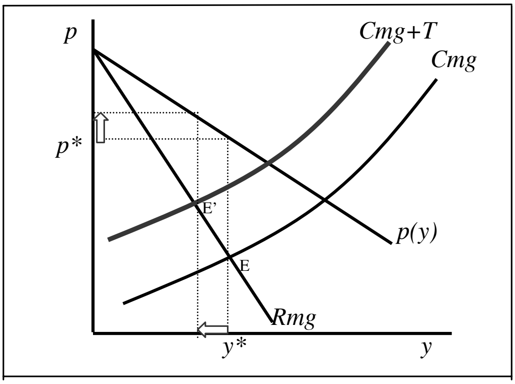


FIGURA 10.9.1.1: MONOPÓLIO COM IMPOSTO SOBRE A PRODUÇÃO

===

Questão 10.9.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Uma forma eficiente de reduzir o custo social do monopólio é introduzir um imposto sobre a sua produção.*

ERRADO

Um imposto sobre a produção desloca a curva de custo marginal para cima, de modo que a condição de equilíbrio de lucro máximo se dará em um nível de produção ainda menor e, consequentemente, a um preço ainda maior.

Portanto, o imposto sobre a produção amplia ainda mais a distorção que já existe em um mercado monopolístico.

Questão 10.9.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um imposto sobre a produção de R$ T por unidade de produto em um mercado monopolístico será integralmente repassado aos consumidores, visto que o monopolista tem o poder de determinar seu preço.*

ERRADO

A FIGURA 10.9.1.2 mostra que o monopolista não consegue repassar integralmente o imposto para os consumidores. No novo ponto de equilíbrio, onde *Rmg = Cmg + T* (ponto A nessa figura) ou, alternativamente, onde *Cmg = Rmg - T* (ponto B na mesma figura), o aumento no preço pago pelo consumidor é, em geral, menor que o valor do imposto, isto é, *p' - p* < T*, vez que o monopolista opera no tercho elástico da sua curva de demanda.

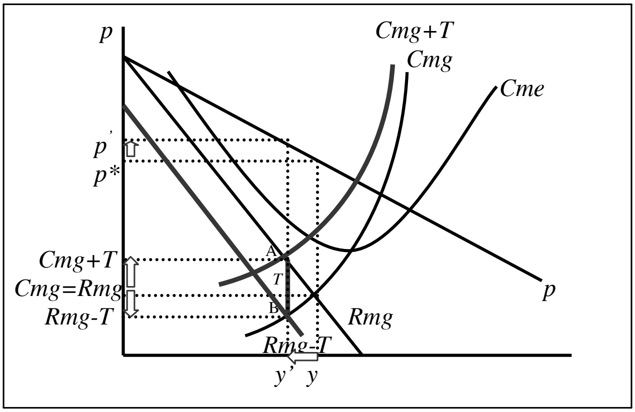


FIGURA 10.9.1.2: REPASSE DE UM IMPOSTO SOBRE A PRODUÇÃO NO MONOPÓLIO

===

10.9.2 IMPOSTO SOBRE A RECEITA

Admitindo que o monopolista incorra em uma tributação sobre a sua receita de τ%, então o seu nível ótimo de produção pode ser determinado resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{y} \ \pi = (1-\tau)R(y) - C(y)$$

onde τ é o imposto e $(1-\tau)R(y)$ é a receita após o imposto. A condição necessária (ou de primeira ordem) para que esse problema tenha um ótimo interior é:

$$d\pi/dy = (1-\tau)R'(y) - C'(y) = 0$$

a partir da qual, resulta:

$$(1\text{-}\tau)R'(y) = C'(y)$$

Isso significa que o monopolista determina o seu nível ótimo de produção igualando a sua receita marginal após o imposto ao seu custo marginal. A FIGURA 10.9.2.1 compara o equilíbrio do monopolista com imposto sobre a receita (ponto E' nessa figura) com aquele resultante sem imposto (ponto E). Com o imposto sobre a receita, o equilíbrio se dá no ponto de interseção entre a nova curva de receita marginal (receita marginal líquida) e a curva de custo marginal. Assim como havia acontecido com o imposto sobre a produção, o imposto sobre a receita também amplia a distorção nesse mercado, tendo em vista que há uma redução no nível de produção do monopólio, assim como há um incremento no seu preço.

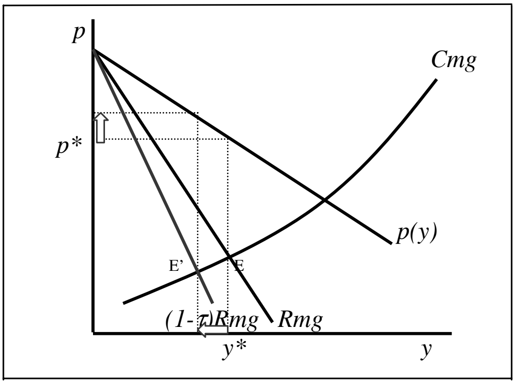


FIGURA 10.9.2.1: MONOPÓLIO COM IMPOSTO SOBRE A RECEITA

==

Questão 10.9.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Um imposto incidindo sobre a produção causa uma maior distorção na estrutura de preço de um monopolista do que o imposto incidindo sobre a receita. Na sua análise considere que os tributos são tais que geram o mesmo volume de recursos para o governo.*

ERRADO

No caso de um imposto sobre a produção, a condição necessária para lucro máximo foi tal que $Rmg = Cmg + T$, enquanto que no caso de um imposto sobre a receita, essa condição foi $(1\text{-}\tau)Rmg = Cmg$. No primeiro caso, a receita do governo seria $RG_T = Ty$, enquanto que no segundo, sua receita seria $RG_\tau = \tau py$. Tendo em vista que os tributos são tais que devem gerar a mesma receita para o governo, então $Ty = \tau py$, ou seja, $T = \tau p$. Substituindo esse resultado na primeira condição de equilíbrio, resulta o seguinte sistema de equações:

$$Rmg_T = Cmg + \tau p$$
$$Rmg_\tau = Cmg/(1\text{-}\tau)$$

Tomando-se a diferença entre essas duas equações, obtém-se:

$$Rmg_T - Rmg_\tau = Cmg + \tau p - Cmg/(1-\tau)$$

donde resulta após algumas manipulações algébricas:

$$Rmg_T - Rmg_\tau = [\tau/(1-\tau)][(1-\tau)p - Cmg] > 0$$

desde que $(1-\tau)p > Cmg$. Isso implica em que a receita marginal no caso do imposto sobre a produção é maior que a receita marginal no caso do imposto sobre a receita, o que significa que $y_T > y_\tau$. Isto é, o nível de produção que resulta com o imposto sobre a receita é menor que aquele resultante com o imposto sobre a produção. Portanto, para um mesmo volume de recursos arrecadados dos tributos, pode-se concluir que a distorção (na produção e, por conseguinte, no preço do monopólio) introduzida pelo imposto sobre a receita é maior que a distorção causada pelo imposto sobre a produção. A FIGURA 10.9.2.2 compara essas duas situações e mostra que, de fato, a tributação sobre a receita é mais distorciva que a tributação sobre a produção.

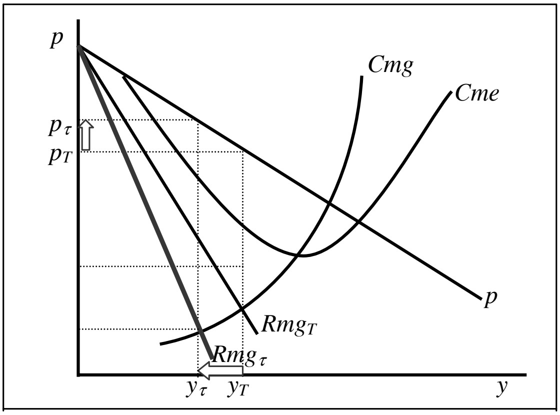


FIGURA 10.9.2.2: IMPOSTO SOBRE A PRODUÇÃO E SOBRE A RECEITA

==

10.9.3 IMPOSTO SOBRE O LUCRO

Analisa-se a seguir o caso em que o monopolista é tributado sobre o lucro, o qual será denotado por t. Neste caso, o monopolista determina o seu nível ótimo de produção resolvendo o seguinte problema de otimização:

$$\max_{y} (1-t)\pi = (1-t)[R(y) - C(y)]$$

a partir do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$d\pi/dy = (1-t)[R'(y) - C'(y)] = 0$$

Desde que $(1\text{-}t) \neq 0$, então obtém-se:

$$R'(y) = C'(y)$$

Portanto, a tributação sobre o lucro não altera a condição padrão de equilíbrio do monopolista, de modo que ele continua estabelecendo o seu nível ótimo de produção igualando a receita marginal ao custo marginal. Isso significa que o imposto sobre o lucro não altera o nível de produção do monopolista, não ampliando a distorção nesse mercado, diferentemente das outras duas modalidades de tributo.

==

Exercício 10.9.1: *Suponha que a função de custo de longo prazo de um monopolista seja especificada por $C = 6y + 0{,}03y^2$ e que ele enfrenta a seguinte função (inversa) de demanda $p = 10 - 0{,}01y$.*

(i) Determine o nível de produção, preço e lucro de equilíbrio do monopolista, sabendo-se que o governo cobra um imposto de 20% sobre o seu lucro.

Com o imposto sobre o lucro t, o objetivo do monopolista é:

$$\max_{y}\ (1\text{-}t)\pi = (1\text{-}t)[R(y) - C(y)]$$

cuja condição necessária para um ótimo, $Rmg = Cmg$, é exatamente igual ao caso sem imposto. Assim, diferenciando-se a função de custo, resulta:

$$Cmg = 6 + 0{,}06y$$

Com base na função de receita, $R(y) = py = 10y - 0{,}01y^2$, obtém-se a função de receita marginal:

$$Rmg = 10 – 0{,}02y$$

Impondo-se a condição de que $Rmg = Cmg$, ou seja $10 - 0{,}02y = 6 + 0{,}06y$, obtém-se o nível de produção de equilíbrio, $y^* = 50$. Substituindo-o na função de demanda, tem-se o preço de equilíbrio correspondente, $p^* = 9{,}5$. Portanto o lucro líquido e a receita do governo são, respectivamente:

$$\pi_L = (1\text{-}t)\pi = (1\text{-}0{,}2)[R(y) - C(y)] = 80$$
$$RG = t\pi = 0{,}2(100) = 20$$

(ii) Suponha agora que, em vez de estabelecer o imposto sobre o lucro, o governo decida cobrar uma taxa do monopolista, a título de licença para produzir, de modo a obter a mesma receita do item (i). Determine qual é o novo nível de produção, preço e lucro.

Desde que a taxa de licença será igual ao valor da receita do governo no item (i), então $T = RG = 20$. Assim, o objetivo do monopolista agora é:

$$\max_{y}\ \pi = R(y) - C(y) - T$$

cuja condição necessária para um ótimo é exatamente igual ao item (i), ou seja, $Rmg = Cmg$. Portanto, desde que a condição $Rmg = Cmg$ não foi alterada, não haverá nenhuma alteração na posição de equilíbrio do monopolista, o qual continuará produzindo $y^* = 50$, cobrando o mesmo preço $p^* = 9{,}5$ e obtendo o mesmo lucro líquido $\pi_L = 80$.

(iii) Compare o impacto desses dois tributos sob o ponto de vista do monopolista e dos consumidores. Qual dos dois tributos você recomendaria?

Esses dois impostos causam o mesmo efeito sobre o monopolista, isto é, reduzem o lucro do monopolista sem alterar o seu nível de produção. Isso significa que esses impostos são também equivalentes em termos de seus efeitos sobre os consumidores, os quais continuariam pagando o mesmo preço de monopólio.

Exercício 10.9.2: *Suponha um monopolista com a seguinte função de demanda $y = 90 - ½p$ e enfrenta a seguinte função de custo $C = y^2$.*

(i) Determine o preço e o nível de produção que maximiza o lucro do monopolista.

O lucro do monopolista é maximizado quando $Rmg = Cmg$. Invertendo-se a função de demanda, resulta $p = 180 - 2y$. A receita do monopolista pode ser então computada:

$$R = py = 180y - 2y^2$$

Assim, diferenciando-se a receita e o custo total, resultam as respectivas funções de receita marginal e custo marginal:

$$Rmg = 180 - 4y$$
$$Cmg = 2y$$

Impondo-se a condição de equilíbrio (ou seja, $Rmg = Cmg$), obtém-se o nível de produção que maximiza lucros, $y^* = 30$. Dessa forma, o preço que maximiza lucros é, portanto, $p^* = 120$.

(ii) Determine a elasticidade preço da demanda no nível de produção que maximiza o lucro do monopolista.

Desde que $dy/dp = -½$, então:

$$|\varepsilon_p| = |(dy/dp)(p/y)| = |-½(120/30)| = 2$$

(iii) Suponha agora que o governo decida cobrar um imposto sobre a produção de T. Encontre o novo nível de produção de equilíbrio, em função de T.

Com o imposto à produção, o objetivo do monopolista é:

$$\max_{y} \pi = (180 - 2y)y - y^2 - Ty$$

donde resulta a seguinte condição necessária para um ótimo interior:

$$d\pi/dy = 180 - 6y - T = 0$$

da qual obtém-se a seguinte solução $y^* = 30 - (1/6)T$.

(iv) Como o nível de produção do monopolista varia quando T aumenta?

Para saber como o nível de produção do monopolista varia quando T aumenta, basta derivar y^* em relação a T, donde resulta:

$$dy^*(T)/dT = -1/6 < 0$$
$$dp^*(T)/dT = 1/3 > 0$$

Isso significa que, quanto maior é o imposto T, menor é o nível de produção e maior é o preço do monopolista.

(v) Determine o imposto T que maximiza a arrecadação do governo?

O objetivo agora é encontrar T^* de modo a maximizar a receita do governo $RG = Ty^*$, ou seja:

$$\max_{T} \; RG = T[30-(1/6)T] = 30T - (1/6)T^2$$

do qual resulta a seguinte condição para um máximo:

$$dRG/dT = 30 - (1/3)T = 0$$

a partir da qual obtém-se o imposto que maximiza a receita do governo, ou seja, $T^* = 90$.

==

CAPÍTULO 11: OS MERCADOS DE CONCORRÊNCIA IMPERFEITA

11.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os dois últimos capítulos estudaram os extremos de um espectro linear de estruturas de mercado, que foram a concorrência perfeita e o monopólio. Este capítulo explora a região central desse espectro, considerando as várias possibilidades de concorrência imperfeita, que vai desde a concorrência monopolística – estrutura mais próxima da competição perfeita, no que concerne ao grande número de concorrentes –, até o mercado oligopolístico – estrutura mais próxima do monopólio, com um número muito pequeno de competidores, que no seu limite contém apenas dois (duopólio).

Os modelos de mercado aqui analisados apresentam um elemento característico e comum, que é a interdependência que existe entre os concorrentes. As estratégias adotadas por cada firma, no que concerne a determinação do nível de produção e do preço do produto, afetam as estratégias das demais. Nesse sentido, a forma de ação (cooperativa ou competitiva) das firmas é um elemento importante na determinação do equilíbrio nesses mercados.

Inicialmente, considera-se o mercado de concorrência monopolística, o qual apresenta características tanto do mercado monopolístico quanto do mercado competitivo. As firmas operando em um mercado de concorrência monopolística vendem produtos heterogêneos, diferenciados através de suas marcas. A diferenciação do produto é um elemento importante nessa estrutura de mercado. Posteriormente, apresenta-se o mercado oligopolístico, nas suas múltiplas formas, onde as poucas firmas aí inseridas podem vender produtos homogêneos ou heterogêneos. O equilíbrio nesses modelos dependerá da forma de ação das firmas, ou seja, se elas agem de forma cooperativa ou competitiva. Na seqüência, analisa-se a possibilidade das firmas buscarem alguma forma de acordo, que resulta na redução dos níveis de produção, com o objetivo de elevar os preços aos níveis de monopólio. Finalmente, tentando justificar a resistência que as firmas têm de elevar os seus preços em um mercado de concorrência imperfeita, considera-se o modelo da demanda quebrada de Sweezy.

11.2 O MERCADO DE CONCORRÊNCIA MONOPOLÍSTICA

O mercado de concorrência monopolística se caracteriza por apresentar um grande número de firmas produzindo produtos similares, com características particulares que diferenciam uns dos outros, tornando-os, de certa forma, heterogêneos. Esses produtos podem realmente diferir em termos de qualidade, reputação, localização geográfica ou aparência. Embora as firmas nesse mercado se caracterizem por produzir produtos similares, cada firma tem o poder de monopólio na sua própria marca. A existência de um grande número de competidores se verifica porque a entrada e a saída de novas firmas nesse mercado é livre, não existindo barreiras que impeçam o livre movimento de firmas nesse mercado. Com base nesses elementos, pode-se então definir o mercado de concorrência monopolística da seguinte forma:

==

Definição: A concorrência monopolística é a estrutura de mercado caracterizada pela presença de um grande número de firmas produzindo um produto similar, monopolistas nas suas marcas, sem barreiras que impeçam a livre entrada ou saída de firmas da indústria.

==

A diferenciação do produto, que tanto pode ser real ou meramente aparente e se vislumbra por meio de uma embalagem ou rótulo, é o principal elemento que distingue essa estrutura de mercado da concorrência perfeita. Cada firma operando nesse mercado tem o monopólio da sua própria marca, mas tem que concorrer com as demais, no sentido de obter uma fatia desse mercado. Isso significa que a curva de demanda individual de cada firma, além de depender do seu nível de produção, depende também do nível de produção das outras firmas atuando na indústria.

Indexando-se a firma típica nessa indústria por i, então a sua curva de demanda pode ser expressa da seguinte forma:

$$p_i = p_i(y_i, Y_j), \text{ com } \partial p_i/\partial y_i < 0$$

onde y_i é a sua produção e $Y_j = \Sigma_{j\neq i}\, y_j$ representa o volume de produção das outras firmas atuando nesse mercado, com $j \neq i$. Devido ao grande número de competidores, o volume transacionado pela firma i é desprezível em relação ao volume total transacionado pelo mercado, de modo que $\partial Y_j/\partial y_i = 0$.

11.2.1 EQUILÍBRIO DA FIRMA E DA INDÚSTRIA NO CURTO PRAZO

Alguns insumos são fixos no curto prazo, de modo que as firmas ficam impossibilitadas de variar a utilização desses insumos. No curto prazo, se as firmas desejam ampliar os seus níveis de produção, elas só poderão fazê-lo através de uma maior utilização dos insumos variáveis. Assim, a função de custo de curto prazo da firma *i* pode ser escrita da seguinte forma:

$$C_i^{CP}(y_i) = CV_i(y_i) + CF_i$$

onde $CV_i(y_i)$ é o custo variável, o qual depende do nível de produção y_i, e CF_i é o custo fixo.

O equilíbrio de curto prazo de uma firma operando nessa indústria é obtido ao postular-se a maximização dos lucros. Especificamente, postula-se que cada firma nessa indústria escolhe o seu nível ótimo de produção de modo a maximizar o seu lucro. Assim, o objetivo da firma típica pode ser expresso por:

$$\max_{y_i} \ \pi_i = p_i(y_i, Y_j)y_i - C_i^{CP}(y_i)$$

cuja condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo interior é:

$$\partial\pi_i/\partial y_i = p_i(y_i, Y_j) + y_i\partial p_i(y_i, Y_j)/\partial y_i - \partial C_i^{CP}(y_i)/\partial y_i = 0$$

desde que $\partial Y_j/\partial y_i = 0$, o qual é admitido por hipótese, tendo em vista que o impacto das decisões de produção da firma *i* sobre as demais é nulo. Esse pressuposto é plenamente justificado pelo fato de o volume de produção da firma *i* ser uma parcela muito pequena em relação ao volume total transacionado nesse mercado. Assim, desde que $p_i(y_i, Y_j) + y_i\partial p_i(y_i, Y_j)/\partial y_i = Rmg_i$ e $\partial C_i^{CP}(y_i)/\partial y_i = Cmg_i^{CP}$, então a condição acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Rmg_i = Cmg_i^{CP}$$

Isso significa que o lucro de cada firma nessa indústria só será maximizado se a produção for expandida até o ponto onde a receita marginal for igual ao custo marginal. Essa condição é a mesma daquela que prevalece em um mercado monopolístico, razão porque essa estrutura de mercado se aproxima do monopólio.

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para lucro máximo pode ser expressa por:

$$\partial^2\pi_i/\partial y_i^2 = \partial Rmg_i/\partial y_i - \partial Cmg_i^{CP}/\partial y_i < 0$$

Essa condição estabelece que o lucro só será maximizado se a inclinação da receita marginal for menor que a inclinação do custo marginal, ou seja, $\partial Rmg_i/\partial y_i < \partial Cmg_i^{CP}/\partial y_i$. Para que essa condição seja satisfeita é necessário que a curva de custo marginal corte a curva de receita marginal por baixo. Tendo em vista que a receita marginal é sempre decrescente, então essa condição é automaticamente satisfeita se o custo marginal for crescente.

A FIGURA 11.2.1.1 ilustra o equilíbrio da firma típica no curto prazo. Pode-se observar que esse equilíbrio não difere daquele resultante em um mercado monopolístico, inclusive com a presença de lucros extraordinários (representados nessa figura pela área hachurada).

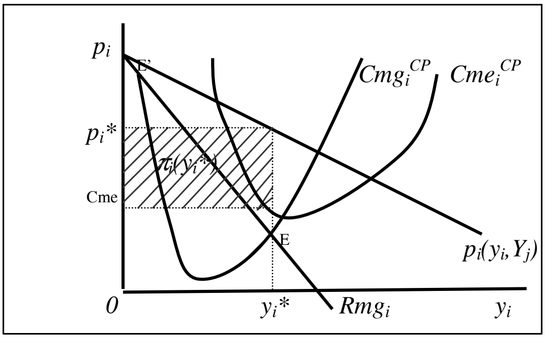


FIGURA 11.2.1.1: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE PRODUÇÃO DA FIRMA TÍPICA EM UM MERCADO DE CONCORRÊNCIA MONOPOLÍSTICA NO CURTO PRAZO

No que concerne ao equilíbrio da indústria, este só será possível se o comportamento das outras firmas for compatível com o comportamento da firma típica. Em outras palavras, o equilíbrio da indústria é obtido quando o seguinte sistema de n equações e n incógnitas for resolvido simultaneamente:

$$p_i(y_i, Y_j) + y_i \partial p_i(y_i, Y_j)/\partial y_i - \partial C_i^{CP}(y_i)/\partial y_i = 0 \quad \forall i = 1, 2, ..., n$$

A partir do qual resulta o seguinte vetor de níveis de produção (y_1^*, y_2^*, ..., y_n^*) e o correspondente vetor de preços (p_1^*, p_2^*, ..., p_n^*).

11.2.2 O EQUILÍBRIO DA FIRMA E DA INDÚSTRIA NO LONGO PRAZO

No longo prazo, todos os insumos podem variar, de modo que a função de custo de longo prazo da firma típica pode ser expressa por $C_i^{LP} = C_i^*(y_i)$, não existindo custo fixo. Conforme foi demonstrado na seção anterior, a firma típica pode, no equilíbrio de curto prazo, auferir lucros extraordinários. Tendo em vista que não existem barreiras que impeçam a entrada de firmas na indústria, então a presença de lucros positivos faz com que novas firmas adentrem à indústria. Isso faz com que a demanda individual de cada firma seja reduzida. Esse processo de entrada de novas firmas continua até que as demandas sejam reduzidas o suficiente, ao ponto dos lucros extraordinários serem totalmente dissipados. Portanto, no longo prazo, cada firma nessa indústria produz y_i^* e cobra p_i^*, auferindo lucro normal, ou seja:

$$\pi_i = p_i^* y_i^* - C_i^*(y_i^*) = 0$$

donde resulta:

$$p_i^* = C_i^*(y_i^*)/y_i^* = Cme_i^*(y_i^*), \quad \forall i = 1,2,...,n$$

Portanto, desde que cada firma produz no ponto em que o preço é exatamente igual ao custo médio de longo prazo (condição de lucro zero), o equilíbrio nesse mercado se dará no ponto de tangência entre a curva de demanda e a curva de custo médio de longo prazo. A FIGURA 11.2.2.1 ilustra esse equilíbrio. Pode-se constatar que a concorrência monopolística resulta em um excesso de capacidade, em relação à indústria competitiva, visto que cada firma produz no ponto em que o seu custo médio não é minimizado (ponto E' nessa mesma figura). Em outras palavras, o nível de produção de equilíbrio se dá à esquerda do nível que minimiza o custo médio, nível esse que resultaria em um mercado de concorrência perfeita[98].

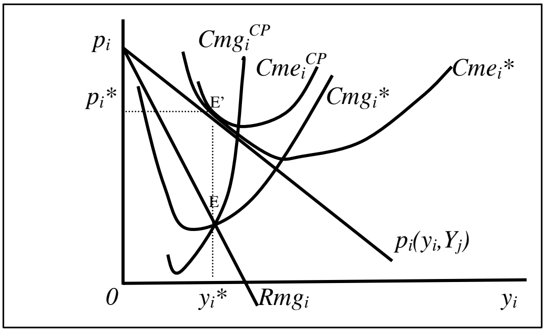


FIGURA 11.2.2.1: EQUILÍBRIO DA FIRMA TÍPICA EM UM MERCADO DE CONCORRÊNCIA MONOPOLÍSTICA NO LONGO PRAZO

O mercado de concorrência monopolística é uma estrutura de mercado intermediária entre o mercado monopolístico e o mercado de concorrência perfeita. A concorrência monopolística se assemelha ao mercado de concorrência perfeita, no que concerne ao fato dos lucros extraordinários serem dissipados com a entrada de novas firmas na indústria. Por outro lado, a concorrência monopolística também apresenta uma característica particular do mercado monopolístico, que é o fato do preço praticado nesse mercado ser maior que o custo marginal. Em conseqüência, o mercado de concorrência monopolística é levado a estabelecer um nível de produção menor que o nível socialmente ótimo, incorrendo em perdas de excedentes do consumidor e produtor.

No limite, o mercado de concorrência monopolística tende ao monopólio. Isto é, se houvessem barreiras que impedissem a entrada de firmas, de modo que apenas uma firma pudesse operar na indústria, o equilíbrio resultante seria aquele de monopólio. Por outro lado, se houvesse um número muito grande de firmas na indústria, produzindo bens substitutos próximos, ao ponto de tornar a curva de demanda de cada firma bastante elástica, então o equilíbrio nesse mercado tenderia ao equilíbrio de concorrência perfeita. No limite, quando todos os bens são perfeitos substitutos, a curva de demanda das firmas seriam horizontais (infinitamente elásticas), de modo que o equilíbrio resultante seria o de concorrência perfeita.

==

Questão 11.2.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O equilíbrio de longo prazo em uma estrutura de mercado de concorrência monopolística, sem barreiras à entrada de novas firmas, se dá com lucros normais e sem perda de eficiência para a alocação de recursos na economia.*

---

[98] Em condições ideais, o mercado perfeitamente competitivo é eficiente de escala tendo em vista que ele conduz, em termos de excedentes do consumidor e produtor, ao maior benefício social líquido possível.

ERRADO

É correto afirmar que no equilíbrio de longo prazo as firmas apresentam lucros normais (isto é, lucro econômico zero), pois a livre entrada de firmas na indústria acaba dissipando os lucros extraordinários. No entanto, não é correto afirmar que não há perda de eficiência na alocação de recursos, visto que a principal característica desse equilíbrio é a presença de excesso de capacidade instalada, resultante da solução de monopólio. A FIGURA 11.2.2.1 mostra que no equilíbrio de longo prazo, o nível de produção escolhido por cada firma é menor que o nível de produção socialmente ótimo (ou seja, aquele que tornaria o seu custo médio mínimo), configurando-se assim em uma solução sub-ótima, em termos de escala.

Questão 11.2.2.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *A estrutura de mercado de concorrência monopolística apresenta, no longo prazo, uma capacidade ociosa que pode ser atribuída exclusivamente à diferenciação do produto entre as firmas que compõem a indústria.*

CERTO

É certo que a diferenciação do produto em uma estrutura de mercado de concorrência monopolística é a principal responsável pelo excesso de capacidade. Se os produtos fossem homogêneos e não houvesse diferenciação do produto, de modo que o produto de cada firma fosse perfeito substituto do produto dos demais concorrentes, então a curva de demanda enfrentada por cada firma nessa indústria seria horizontal. Dessa forma, se não houvesse diferenciação de produto, as firmas se comportariam de forma análoga àquelas em uma estrutura de mercado de concorrência perfeita, de modo que elas seriam induzidas a produzir nos pontos de mínimo das suas curvas de custo médio, eliminando-se assim o excesso de capacidade.

Questão 11.2.2.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Admitindo-se que uma firma em um mercado de concorrência monopolística pudesse comprar todas as suas concorrentes, então ela maximizaria seu lucro se produzisse apenas uma marca e cobrasse o preço de monopólio.*

ERRADO

É certo que ao comprar todas as suas concorrentes essa empresa se tornaria monopolista. No entanto, ela não teria incentivo em acabar com todas as outras marcas visto que a diferenciação dos produtos, além de ser desejado pelos próprios consumidores, seria uma forma do monopolista discriminar preços e, consequentemente, aumentar o seu lucro. Portanto, a assertiva é errada, tendo em vista que o lucro não poderia ser maximizado se apenas uma marca permanecesse nesse mercado.

==

==

Exemplo 11.2.2.1: *Suponha um mercado de concorrência monopolística, cuja firma típica é caracterizada pelas seguintes funções de demanda (inversa) e custo total, respectivamente, $p_i = n - y_i$ e $C_i = 0{,}05y_i^3 - 10y_i^2 + 500y_i$, onde n é uma constante positiva e representa o número de firmas que operam na indústria e p_i e y_i são, respectivamente, o preço e o nível de produção da firma típica.*

(i) Determine o nível de produção e o preço que maximiza o lucro da firma típica.

A partir da função de custo, obtém-se a função de custo médio da firma típica, $Cme_i = C_i/y_i = 0{,}05y_i^2 - 10y_i + 500$. No nível de produção de equilíbrio de longo prazo de uma indústria em concorrência monopolística, a curva de demanda da firma típica tangência a curva de custo médio, isto é, $p_i = Cme_i$, de modo que $dCme_i/dy_i = dp_i/dy_i$. Assim, diferenciando-se Cme_i e p_i, em relação a y_i, e impondo essa condição, resulta:

$$0{,}1y_i - 10 = -1$$

donde resulta o nível ótimo de produção, $y_i^* = 90$. Desde que no mercado de concorrência monopolística $p_i = Cme_i$, então substituindo-se este valor encontrado na função de custo médio obtém-se o preço de equilíbrio:

$$p_i^* = Cme_i = 0{,}05(90)^2 - 10(90) + 500 = 5$$

(ii) Qual é o número de firmas na indústria?

O número de firmas na indústria é obtido substituindo-se p_i^* e y_i^* na função de demanda (ou seja, $p_i = n - y_i$), donde resulta $n = 95$.

==

11.3 O MERCADO OLIGOPOLÍSTICO

Um mercado oligopolístico é caracterizado pela existência de um número relativamente pequeno de produtores. Mercados com duas ou um pouco mais de firmas são exemplos claros de oligopólio. É impossível estabelecer precisamente o número máximo de firmas que o mercado deveria ter para que fosse classificado como oligopólio. A característica fundamental desse mercado, que de certa forma resulta desse número reduzido de competidores, é a interdependência que existe entre os produtores. Isto é, cada produtor espera que mudanças de comportamento no que concerne aos níveis de produção, preço, gasto em propaganda e características do produto, entre outras, estimulem respostas de seus competidores. Essa interdependência depende primariamente do número de produtores e do tamanho relativo das firmas na indústria, bem como da diferenciação do produto e da dispersão geográfica dos produtores.

No mercado oligopolístico as firmas podem vender produtos homogêneos ou diferenciados. No entanto, se os produtos são idênticos, pelo menos sob o ponto de vista dos compradores, eles têm que ser vendidos pelo mesmo preço. Apenas quando os produtos apresentam características que diferenciam uns dos outros é que eles podem ser vendidos a preços diferentes.

A persistência de um mercado oligopolístico por um período muito longo de tempo é uma implicação da existência de barreiras à entrada de novas firmas no mercado. Um exemplo clássico de barreira que impede a entrada de firmas à indústria é a presença de economias de escala, que torna inviável a existência de mais de umas poucas firmas no mercado. Outros exemplos de barreiras à entrada são controle sobre um recurso estratégico, franchises (patentes, licenças, e *copyrights*), altos requerimentos de capital e a existência de capacidade ociosa, que faz a indústria não ser atrativa para concorrentes potenciais.

Assim, com base nessas características, pode-se então definir o mercado oligopolístico da seguinte forma:

==

Definição: O oligopólio é uma estrutura de mercado caracterizada pela presença de um número relativamente pequeno de firmas e uma forte interdependência entre elas, as quais podem produzir produtos homogêneos ou heterogêneos, com alguma forma de barreira que impede a livre entrada ou saída de firmas à indústria.

==

A existência de apenas dois produtores em um mercado é um caso especial de oligopólio, o qual é denominado de duopólio. O mercado duopolístico é de fundamental importância porque as principais características e os problemas resultantes da interdependência entre agentes podem ser estudadas mais facilmente com apenas dois produtores.

Assim, admitindo-se um mercado com apenas duas firmas produzindo um produto homogêneo, então o preço que os consumidores estariam dispostos a pagar vai depender da oferta agregada:

$$p = p(y) = p(y_1 + y_2), \text{ com } \partial p/\partial y_i < 0$$

onde $y = y_1 + y_2$ é a produção agregada. Postula-se que as firmas nessa indústria escolhem os seus níveis ótimos de produção, simultaneamente, de modo a maximizar seus lucros:

$$\max_{y_1} \ \pi_1 = p(y_1+y_2)y_1 - C_1(y_1)$$

$$\max_{y_2} \ \pi_2 = p(y_1+y_2)y_2 - C_2(y_2)$$

cujas condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior são, respectivamente:

$$\partial\pi_1/\partial y_1 = y_1[\partial p/\partial y_1+(\partial p/\partial y_2)(\partial y_2/\partial y_1)] + p(y) - \partial C_1(y_1)/\partial y_1 = 0$$
$$\partial\pi_2/\partial y_2 = y_2[\partial p/\partial y_2+(\partial p/\partial y_1)(\partial y_1/\partial y_2)] + p(y) - \partial C_2(y_2)/\partial y_2 = 0$$

ou:

$$Rmg_1(y) + y_1(\partial p/\partial y_2)(\partial y_2/\partial y_1) - Cmg_1(y_1) = 0$$
$$Rmg_2(y) + y_2(\partial p/\partial y_1)(\partial y_1/\partial y_2) - Cmg_2(y_2) = 0$$

onde $Rmg_i(y) = p(y) + y_i(\partial p/\partial y_i)$, $Cmg_i(y_i) = \partial C_i(y_i)/\partial y_i$ e $\partial y_2/\partial y_1$ e $\partial y_1/\partial y_2$ são as variações conjecturais das firmas, isto é, as conjecturas que as firmas fazem em relação ao seu competidor, no que concerne às estratégias a serem tomadas em relação aos seus respectivos níveis de produção.

O equilíbrio nesse mercado não é único e dependerá fundamentalmente do pressuposto que se faz a respeito dessa variação conjectural. Se as firmas se comportam de forma independente, fazendo o melhor que podem, o equilíbrio resultante será diferente daquele que resultaria se as firmas agissem de forma cooperativa. A seguir apresentam-se algumas soluções para esse problema, começando com a solução não cooperativa de Cournot, na qual as firmas agem de forma independente e simultânea. Na seqüência aborda-se a solução cooperativa de cartel. Logo após, analisa-se a solução de Stackelberg, nas suas múltiplas possibilidades. Finalmente, considera-se também uma variante do modelo de Stackelberg, o qual abre a possibilidade para a firma líder do mercado estabelecer como estratégia a manutenção de uma determinada fatia do mercado.

11.3.1 A SOLUÇÃO DE COURNOT

A solução de Cournot se caracteriza pelo fato de que, ao escolher o nível ótimo de produção, cada firma admite que o nível de produção das outras concorrentes permanecerá imutável. Isto é, na solução de Cournot, cada firma admite que a oferta do outro competidor é fixa (ou seja, $\partial y_2/\partial y_1 = 0$, assim como $\partial y_1/\partial y_2 = 0$), de modo que as condições necessárias (ou de primeira ordem) para lucro máximo podem ser reescritas da seguinte forma:

$$Rmg_1(y) - Cmg_1(y_1) = 0$$
$$Rmg_2(y) - Cmg_2(y_2) = 0$$

Na solução de Cournot, cada firma se comporta como monopolista na sua função de demanda residual, igualando a receita marginal ao seu custo marginal. Essas duas equações podem ser, alternativamente, expressas por:

$$y_1 = \varphi_1(y_2)$$
$$y_2 = \varphi_2(y_1)$$

Quando escritas dessa forma, essas equações representam as funções de reação das firmas em questão. O equilíbrio nesse mercado é determinado pela solução do sistema formado por essas duas funções de reação. A FIGURA 11.3.1.1 ilustra a determinação do equilíbrio em um mercado duopolístico, o qual está representado pelo ponto de interseção entre as funções de reação (ponto E nessa figura).

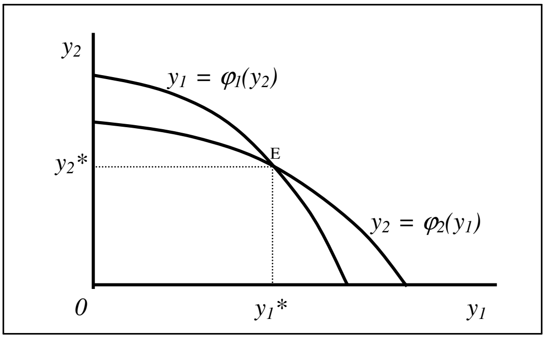


FIGURA 11.3.1.1: A SOLUÇÃO DE COURNOT PARA O DUOPÓLIO

===

Questão 11.3.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Em uma estrutura de mercado oligopolística, se as firmas agem de acordo com a solução de Cournot, então se pode afirmar que elas não aprendem com a sua própria experiência.*

CERTO

Na solução de Cournot, ao decidir quanto produzir, cada firma toma o nível de produção das demais competidoras como constante. Nesse sentido, o modelo de Cournot restringe as firmas de aprenderem com a sua própria experiência, uma vez que cada firma persiste indefinidamente supondo que suas competidoras não alterarão seus níveis de produção, em resposta a qualquer variação na sua produção.

===

===

Exemplo 11.3.1.1: *Objetivando exemplificar a solução de Cournot para o duopólio, admite-se um mercado com apenas duas firmas produzindo um produto homogêneo, sem custo de produção (ou seja, $C_i(y_i) = 0$, $i = 1,2$), cuja função de demanda é especificada por $p = a - b(y_1 + y_2)$, onde a e b são parâmetros positivos.*

Nesse caso, como o custo de produção é igual a zero, então a função de lucro de cada firma nesse mercado corresponderá à própria curva de receita total. O nível ótimo de produção de cada firma é determinado resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{y_1} \pi_1(y_1,y_2) = R_1 = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2$$

$$\max_{y_2} \pi_2(y_1,y_2) = R_2 = ay_2 - by_2^2 - by_2y_1$$

Donde resultam as seguintes condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$\partial\pi_1/\partial y_1 = a - 2by_1 - by_2 = 0$$
$$\partial\pi_2/\partial y_2 = a - by_1 - 2by_2 = 0$$

das quais resultam as seguintes funções de reação:

$$y_1 = ½(a/b) - ½y_2$$
$$y_2 = ½(a/b) - ½y_1$$

Essas duas funções de reação formam um sistema, que ao ser resolvido fornece os níveis ótimos de produção de equilíbrio de Cournot, $y_1^* = y_2^* = 1/3(a/b)$. Deve-se ressaltar que a solução foi simétrica. Essa simetria ocorre sempre que as funções de custo das firmas forem iguais. A FIGURA 11.3.1.2 mostra essas duas funções de reação (linhas retas) e o equilíbrio resultante, o qual é estabelecido pelo ponto de interseção dessas retas.

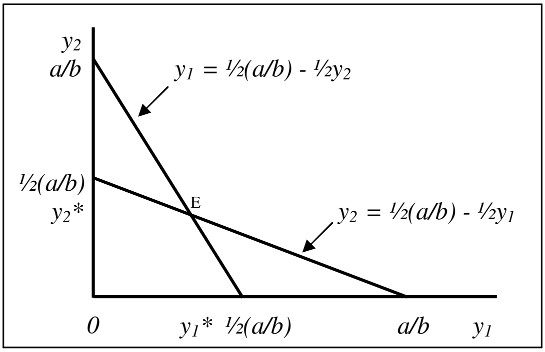


FIGURA 11.3.1.2: O EQUILÍBRIO DE COURNOT

O QUADRO 11.3.1 compara essa solução com as soluções que prevaleceriam nos mercados competitivo e monopolístico. Pode-se observar que o equilíbrio de Cournot é uma solução intermediária entre o equilíbrio competitivo e o equilíbrio de monopólio. Isto é, o nível total de produção na solução de Cournot é menor que aquele que vigoraria em um mercado competitivo, mas é maior que o de monopólio. Em conseqüência, o preço resultante da solução de Cournot é maior que o preço do mercado competitivo e menor que aquele do mercado monopolístico. O lucro segue esse mesmo ordenamento, sendo maior para o monopólio e menor (zero) na concorrência perfeita.

QUADRO 11.3.1

Estrutura de mercado	p	y_i	y	π_i	π
Monopólio	$½a$	$½(a/b)$	$½(a/b)$	$¼(a^2/b)$	$¼(a^2/b)$
Cournot	$1/3a$	$1/3(a/b)$	$2/3(a/b)$	$1/9(a^2/b)$	$2/9(a^2/b)$
Competitvo	0	$(1/n)(a/b)$	a/b	0	0

==

11.3.2 A SOLUÇÃO DE CARTEL

A solução mais óbvia em um mercado oligopolístico é a solução de conluio ou cartel. Diferentemente da solução de Cournot, que é uma solução não cooperativa, a solução de cartel é intrinsecamente cooperativa. Nessa solução, as firmas concordam em produzir de acordo com cotas pré-estabelecidas, fixadas com base no nível de produção que maximiza o lucro global da indústria[99].

Na solução de conluio, as firmas escolhem os níveis ótimos de produção de modo a maximizar o lucro conjunto:

$$\max_{y_1,y_2} \pi(y_1,y_2) = \pi_1 + \pi_2 = R(y) - C_1(y_1) - C_2(y_2)$$

onde $R = p(y)y$ é a receita total da indústria e $y = y_1 + y_2$ é a produção total. As condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior são:

$$\partial\pi(y_1,y_2)/\partial y_1 = \partial R/\partial y - \partial C_1(y_1)/\partial y_1 = 0$$
$$\partial\pi(y_1,y_2)/\partial y_2 = \partial R/\partial y - \partial C_2(y_2)/\partial y_2 = 0$$

É importante ressaltar que essas condições são exatamente iguais àquelas resultantes em um mercado monopolístico com múltiplas plantas, ou seja:

$$Rmg(y) = Cmg_1(y_1)$$
$$Rmg(y) = Cmg_2(y_2)$$

De fato, a solução de cartel é exatamente igual à solução do monopólio com múltiplas plantas. Assim como no caso do monopólio, uma possibilidade de alocação das cotas de produção seria tal que os custos marginais fossem igualizados. De qualquer forma, o preço a ser cobrado será o preço de monopólio. Um dos maiores problemas do cartel é como distribuir essas cotas de produção, assim como repartir os lucros entre as firmas participantes. Assim como não existe uma forma padrão de distribuir as quotas de produção entre as firmas, não existe uma forma definida de distribuir o lucro entre os participantes, que, em geral, depende do poder de barganha das firmas.

A solução de conluio não é uma solução duradoura, tendo em vista que cada firma tem o incentivo de aumentar a sua produção, produzindo mais do que o nível pre-estabelecido pelas cotas. O problema é que, se todas as firmas agem dessa forma, o nível de produção que maximiza o lucro conjunto é expandido, reduzindo consequentemente o preço e o lucro de monopólio. É o desejo que cada firma tem, individualmente, de expandir sua produção além do nível pré estabelecido, atraído pela possibilidade de aumentar seu lucro, que estabelece para o cartel um calcanhar de Aquiles.

[99] Uma alternativa ao conluio seria a própria fusão das firmas em apenas uma, a qual poderia agir como monopolista.

==

Exemplo 11.3.2.1: *Suponha uma indústria duopolística, cujo função de demanda (inversa) é especificada por $p = a - b(y_1 + y_2)$, com funções de custo idênticas $C_i(y_i) = c + dy_i$, com $i = 1,2$, onde a,b,c e d são constantes positivas.*

(i) Determine o preço e as quantidades de equilíbrio de Cournot.

O objetivo da firma *i* é escolher y_i de modo a maximizar o seu lucro:

$$\max_{y_i} \pi_i = R_i(y_i) - C_i(y_i) = [a - b(y_1 + y_2)]y_i - c - dy_i$$

a partir do qual resultam as seguintes condições necessárias (ou funções de reação de Cournot):

$$\partial\pi/\partial y_1 = a - 2by_1 - by_2 - d = 0$$
$$\partial\pi/\partial y_2 = a - by_1 - 2by_2 - d = 0$$

Resolvendo-se o sistema formado por essas equações, obtém-se a solução de Cournot:

$$y_1^* = y_2^* = 1/3[(a - d)/b]$$

Devido a igualdade das funções de custo entre as firmas, o nível de produção de equilíbrio de cada firma é idêntico (solução simétrica). Assim, substituindo-se esta solução na função de demanda, obtém-se o preço de equilíbrio:

$$p^* = 1/3a + (2/3)d$$

(ii) Determine o equilíbrio de conluio.

No conluio, os níveis de produção de cada firma são obtidos de modo a maximizar o lucro total:

$$\max_{y_1,y_2} \pi = R(y) - C_1(y_1) - C_2(y_2) = (a - by)y - c - dy_1 - c - dy_2$$

do qual resultam as condições necessárias (ou de primeira ordem) para um ótimo interior:

$$\partial\pi/\partial y_1 = a - 2by - d = 0$$
$$\partial\pi/\partial y_2 = a - 2by - d = 0$$

cuja solução é idêntica a do monopólio com múltiplas plantas:

$$y^* = ½(a - d)/b$$

A diferença entre essas soluções é que, no caso do cartel, não há uma forma geral e consensual de distribuir as cotas de produção entre as firmas. No monopólio com múltiplas plantas, as cotas de produção eram estabelecidas de forma a igualizar os custos marginais entre as plantas.

Finalmente, o preço de equilíbrio é obtido ao substituir-se o nível de produção de equilíbrio na função de demanda, donde resulta:

$$p^* = ½(a + d)$$

(iii) Suponha agora que essa indústria seja formada por n pequenas firmas, com n bastante grande. Determine o equilíbrio desse mercado.

Para n firmas, a demanda de mercado pode ser reescrita da seguinte forma $p = a - bny_i$. Quando n é grande (condição necessária para caracterizar um mercado competitivo), a solução seria $p = Cmg_i$, isto é:

$$a - bny_i = d$$

donde obtém-se o nível de produção de equilíbrio para a firma típica i, ou seja $y_i^* = (a - d)/nb$, a partir do qual resulta o nível de produção da indústria:

$$y^* = n(a - d)/nb = (a - d)/b$$

assim como o preço de equilíbrio:

$$p^* = a - b(a - d)/b = d$$

o qual é exatamente igual ao custo marginal da firma típica i.

(iv) Compare em um único diagrama este último equilíbrio com os equilíbrios resultantes das outras estruturas de mercado dos itens (i) e (ii).

O ponto C na FIGURA 11.3.2.1 representa esse último equilíbrio (mercado competitivo) e compara-o com os equilíbrios de Cournot (ponto B nessa figura) e do monopólio (ponto A na mesma figura). Pode-se observar que o mercado monopolístico é o que apresenta o menor nível de produção e, portanto, é o que estabelece o maior preço. Por outro lado, o mercado competitivo é aquele que apresenta o maior nível de produção e, consequentemente, o menor preço. A solução de Cournot é uma solução intermediária entre esses dois equilíbrios. Deve-se ressaltar que na solução de Cournot, cada firma se comporta como monopolista na sua função de demanda residual. A curva mais grossa na FIGURA 11.3.2.1 representa a hipotética curva de receita marginal da demanda residual ($Rmg^r = a - {}^4/_3by$).

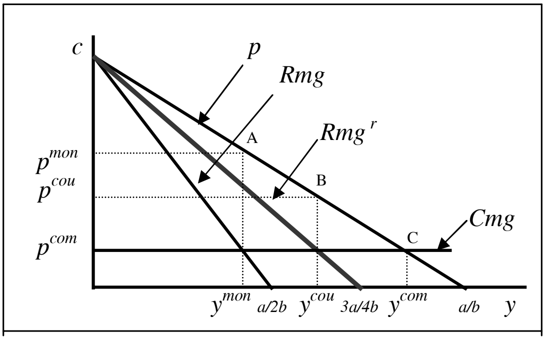


FIGURA 11.3.2.1: COMPARAÇÃO DO EQUILÍBRIO DE COURNOT COM O EQUILÍBRIO DOS MERCADOS COMPETITIVO E MONOPOLÍSTICO

==

11.3.3 A SOLUÇÃO DE STACKELBERG

Na solução de Stackelberg para o duopólio, a firma pode se comportar de duas formas distintas, como líder ou como seguidora. Quando a firma se comporta como seguidora, ao determinar o seu nível de produção, ela age exatamente como a firma na solução de Cournot. Por outro lado, se a firma se comporta como líder, ela leva em consideração a função de reação da sua concorrente. Assim, quatro possibilidades podem ocorrer: (i) a firma 1 é líder e a 2 é seguidora; (ii) a 1 é seguidora e a 2 é líder; (iii) ambas são seguidoras; e (iv) ambas são líderes. As três primeiras soluções geram soluções estáveis, enquanto que a última gera uma guerra entre as firmas sem equilíbrio estável.

Quando a firma é líder, ela escolhe o seu nível de produção de modo a maximizar o seu lucro, restrito a função de reação da firma seguidora:

$$\max_{y_L} \pi_L(y_L,y_S) = p(y_L+y_S)y_L - C_L(y_L)$$
$$s.a \quad y_S = \varphi_S(y_L)$$

Por outro lado, quando a firma é seguidora, ela determina seu nível de produção de modo a maximizar seu lucro, admitindo que a sua concorrente não altera o seu nível de produção (isto é, a variação conjectural é nula, de forma análoga à solução de Cournot):

$$\max_{y_S} \pi_S(y_L,y_S) = p(y_L+y_S)y_S - C_S(y_S)$$
$$s.a \quad dy_L/dy_S = 0$$

No modelo de Stackelberg, a firma líder sempre terá vantagem sobre a firma seguidora. Nesse sentido, é importante ser líder. O problema é que se isso é verdade, então todas as firmas na indústria gostariam de ser líder, de modo que o resultado mais provável para o modelo de Stackelberg seria uma guerra entre as firmas.

==

Exemplo 11.3.3.1: *A título de exemplo, supõe-se que a função de demanda de uma indústria duopolística seja especificada por $p = a - b(y_1 + y_2)$, com custo nulo, ou seja, $C_i(y_i) = 0,\ \forall i = 1,2$. Determine os níveis de produção e o preço para a solução de Stackelberg, na hipótese da firma 2 ser lider e a firma 1 seguidora.*

Quando a firma 2 é líder, ela irá maximizar seu lucro $\pi_2(y_1,y_2)$, restrito à função de reação da firma 1, ou seja $y_1 = \varphi(y_2)$, de modo que $dy_1/dy_2 = d\varphi(y_2)/dy_2$. Dado que a firma 1 é seguidora, então ela irá maximizar $\pi_1(y_1,y_2)$, com $dy_2/dy_1 = 0$. Nesse caso, as funções de lucro são:

$$\pi_1(y_1,y_2) = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2$$
$$\pi_2(y_1,y_2) = ay_2 - by_2^2 - by_2y_1$$

Assim, a firma 1 escolhe o seu nível de produção resolvendo o seguinte problema de otimização:

$$\max_{y_1} \pi_1(y_1,y_2) = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2$$
$$s.a.\ dy_2/dy_1 = 0$$

Do qual resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$\partial\pi_1/\partial y_1 = a - 2by_1 - by_2 = 0$$

a partir da qual obtém-se a função de reação da firma 1, ou seja:

$$y_1 = ½a/b - ½y_2$$

Por outro lado, a firma 2 escolhe o seu nível de produção, resolvendo o seguinte problema de otimização condicionado:

$$\max_{y_2} \pi_2(y_1,y_2) = ay_2 - by_2^2 - by_2y_1$$
$$s.a.\ \ y_1 = ½a/b - ½y_2$$

Substituindo-se a restrição na função objetivo, o problema acima pode ser transformado em um sem restrição e reescrito da seguinte forma:

$$\max_{y_2} \pi_2(y_1,y_2) = ay_2 - by_2^2 - by_2(½a/b - ½y_2) = ½ay_2 - ½by_2^2$$

donde resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$\partial\pi_2/\partial y_2 = ½a - by_2 = 0$$

a partir da qual obtém-se o nível ótimo de produção da firma 2, $y_2^* = ½a/b$. Assim, substituindo-se esse valor de y_2 na função de reação da firma 1, resulta $y_1^* = ¼a/b$. Deve-se observar que o nível de produção da firma líder (firma 2) é maior que o nível de produção da firma seguidora (firma 1). De fato, é sempre vantajoso ser líder no modelo de Stackelberg. Portanto, substituindo-se a produção total na função de demanda, obtém-se o preço de equilíbrio nesse mercado, o qual é igual a $p^* = ¼a$.

===

11.3.4 MANUTENÇÃO DE UMA FATIA DE MERCADO

Uma variante do modelo de Stackelberg para o duopólio é o caso da firma líder desejar manter uma determinada fatia de mercado, independentemente da estratégia de seus concorrentes e qualquer que seja o efeito sobre o seu lucro. A manutenção de uma fatia do mercado pode ser uma boa estratégia se for tomada em uma perspectiva de longo prazo. No entanto, no curto prazo, o efeito sobre o lucro pode ser desastroso.

Admitindo-se que a firma líder deseje manter a fatia $k = y_L/(y_L+y_S)$ do mercado, então o seu nível de produção pode ser expresso da seguinte forma:

$$y_L = [k/(1-k)]y_S$$

A firma seguidora, por outro lado, determina o seu nível de produção agindo de acordo com o modelo de Cournot, isto é, ela maximiza o seu lucro, admitindo que a sua competidora não alterará o seu nível de produção:

$$\max_{y_S} \pi_S(y_L, y_S) = p(y_L + y_S)y_S - C_S(y_S)$$
$$s.a \;\; dy_L/dy_S = 0$$

A solução é obtida resolvendo-se o sistema formado pela condição de primeira ordem desse problema (função de reação da seguidora) e a equação anterior.

==

Exemplo 11.3.4.1: *A título de exemplo, determina-se a seguir os níveis de produção e o preço de equilíbrio de um mercado duopolístico, admitindo-se que a firma 1, líder desse mercado, deseje manter a fatia de 2/3 do mercado. Supõe-se que a função de demanda da indústria seja especificada por $p = a - b(y_1 + y_2)$, com custo nulo, ou seja, $C_i(y_i) = 0$, $i = 1,2$.*

Dado que a firma 1 mantém a fatia de $k = 2/3$ do mercado, então o seu nível de produção pode ser expresso por:

$$y_1 = [k/(1-k)]y_2 = 2y_2$$

A firma 2, por outro lado, escolhe o seu nível de produção resolvendo o seguinte problema de otimização:

$$\max_{y_2} \pi_2 = ay_2 - by_1y_2 - by_2^2$$
$$s.a. \; dy_1/dy_2 = 0$$

do qual resulta a seguinte condição necessária (CPO) para um ótimo:

$$\partial\pi_2/\partial y_2 = a - by_1 - 2by_2 = 0$$

Essa condição (CPO) e a equação $y_1 = 2y_2$ formam um sistema, cuja solução é:

$$y_2^* = 1/4(a/b)$$

Portanto, substituindo-se esse valor de y_2 na equação acima, resulta $y_1^* = ½(a/b)$. Finalmente, substituindo-se a produção total na função de demanda, tem-se o preço de equilíbrio nesse mercado, $p^* = (1/4)a$.

==

11.4 RIGIDEZ DE PREÇOS E A CURVA DE DEMANDA QUEBRADA DE SWEEZY

Uma característica marcante de mercados de concorrência imperfeita é a rigidez de preços que se verifica nesses mercados. Mesmo que as firmas experimentem alterações nos seus custos, que justifiquem correções de preços, elas relutam em alterar seus preços. Esse comportamento é explicado pelo fato de que as firmas temem que seus concorrentes interpretem erroneamente ajustamentos de preços e se estabeleça uma guerra de preços, com prejuízos para todas as firmas na indústria.

A FIGURA 11.4.1 ajuda a entender o fenômeno da rigidez de preços. Admite-se que a firma está inicialmente em equilíbrio no ponto A dessa figura (ponto de interseção entre as curvas de receita marginal e custo marginal), produzindo y^* e cobrando p^*. A rigidez de preço se processa porque a firma acredita que se aumentar seu preço acima de p^*, as outras firmas não irão acompanhá-la, de modo que esta poderia perder boa parte do seu mercado. Esse movimento de preço se daria ao longo da demanda mais elástica p_1. Por outro lado, se a firma considerar reduzir o seu preço abaixo de p^*, ela imagina que as outras firmas irão acompanhá-la, de modo que a sua demanda aumentaria apenas pelo fato da demanda de mercado ter aumentado devido a redução generalizada (guerra) de preços. Nesse caso de redução de preço, o movimento se daria ao longo da demanda menos elástica p_2. Isso significa que a demanda enfrentada pela firma é quebrada no ponto E[100].

O fato de a demanda ser quebrada no ponto E da FIGURA 11.4.1 implica que a receita marginal é descontínua ao nível de produção de equilíbrio y^*. Isso significa que, se o custo marginal sofrer um aumento de Cmg_0 para Cmg_1, o equilíbrio se deslocará do ponto A para o ponto B, de modo que a firma continuará produzindo y^* e o preço será mantido ao nível p^*.

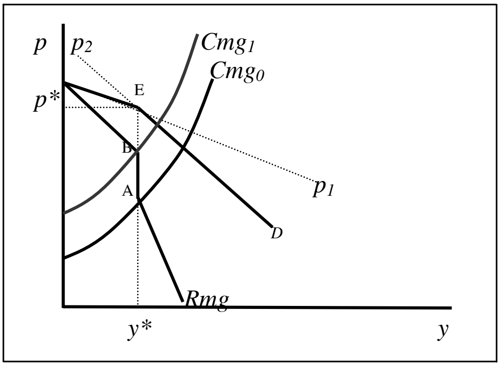


FIGURA 11.4.1: A RIGIDEZ DE PREÇOS EM MERCADO DE CONCORRÊNCIA IMPERFEITA

==

Questão 11.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *No modelo oligopolístico baseado na curva de demanda quebrada cada firma na indústria pode ser simultaneamente líder ou seguidora, mas não pode ser dominante.*

CERTO

A demanda é quebrada exatamente porque quando uma firma resolve ser líder na indústria e inicia uma redução de preço, as outras firmas a seguem e também reduzem seus preços. No entanto, se essa mesma firma resolve ser líder e inicia um aumento de preço, as outras firmas não a seguem, de

[100] A demanda mais elástica p_1 é denominada de demanda *ceteris paribus* - tendo em vista que as outras concorrentes não irão alterar seus níveis de preço -, enquanto que a demanda menos elástica p_2 é a demanda *mutatis mutandis* – uma vez que as outras concorrentes acompanharão essa redução de preço.

modo que ela jamais poderia ser dominante. A FIGURA 11.4.1 ilustra esse fato e mostra que a firma estaria, para reduções de preço, se movendo em uma demanda menos elástica; enquanto que para aumentos de preços, a firma se deslocaria em uma curva de demanda mais elástica.

==

Embora o modelo da demanda quebrada de Sweezy possa explicar porque firmas em um mercado de concorrência imperfeita estão menos inclinadas a ajustar seus preços frente a variações de custos, ele não explica como o preço p^* é determinado. Nesse sentido, a demanda quebrada de Sweezy é um modelo incompleto.

==

Exemplo 11.4.1: *A título de exemplo, suponha uma firma oligopolística enfrentando a seguinte função de custo* $C = 0{,}5y^2 + 1$ *e se comportando de acordo com o que prescreve o modelo da demanda quebrada, cujas funções de demanda são:* $y = 18 - 4p$, *para* $p \geq 4$ *e* $y = 6 - p$, *para* $p \leq 4$.

(i) *Determine o equilíbrio de lucro máximo dessa firma, ou seja,* p^*, y^* *e* π^*.

Dada a função de custo total, então a função de custo marginal será:

$$Cmg = dC_1/dy = y$$

A função (inversa) de demanda é:

$$\begin{cases} p = 4{,}5 - 0{,}25y, & se\ p > 4 \\ p = 6 - y, & se\ p \leq 4 \end{cases}$$

Pode-se observar que a demanda é quebrada exatamente no ponto de interseção dessas duas demandas (veja-se FIGURA 11.4.2). Assim, igualando esses preços, tem-se:

$$4{,}5 - 0{,}25y = 6 - y$$

donde obtém-se o nível de produção de equilíbrio, ou seja, $y^* = 2$. A função de receita da firma pode ser expressa por:

$$\begin{cases} R = (4{,}5 - 0{,}25y)y = 4{,}5y - 0{,}25y^2, & se\ y < 2\ ou\ p > 4 \\ R = (6 - y)y = 6y - y^2, & se\ y \geq 2\ ou\ p \leq 4 \end{cases}$$

de modo que a receita marginal será:

$$\begin{cases} Rmg = 4{,}5 - 0{,}5y, & se\ y < 2\ ou\ p > 4 \\ Rmg = 6 - 2y, & se\ y \geq 2\ ou\ p \leq 4 \end{cases}$$

O equilíbrio nesse mercado se dá no ponto onde $Rmg = Cmg$, ou seja:

$$\begin{cases} Rmg = Cmg \Rightarrow 4{,}5 - 0{,}5y = y, & se\ y < 2\ ou\ p > 4 \\ Rmg = Cmg \Rightarrow 6 - 2y = y, & se\ y \geq 2\ ou\ p \leq 4 \end{cases}$$

donde resultam $y = 3$ se $p > 4$ ou $y = 2$ se $p \leq 4$. A primeira solução é inconsistente tendo em vista que, para $p > 4$, $y < 2$. Assim, o equilíbrio se dá exatamente no ponto mais baixo de descontinuidade da receita marginal (ponto A na FIGURA 11.4.2). Desse modo, o nível de produção de equilíbrio, que maximiza o lucro da firma, será $y^* = 2$ e o preço $p^* = 4$, visto que para $p > 4$, $y < 2$. O lucro máximo nesse caso será igual a $\pi^* = 4x2 - 0{,}5(2^2) -1 = 5$.

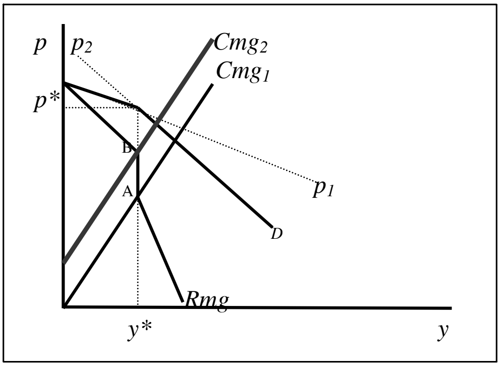


FIGURA 11.4.2: A RIGIDEZ DE PREÇOS E A CURVA DE DEMANDA QUEBRADA

(ii) Suponha agora que os preços dos insumos aumentam, de modo que a firma enfrenta a seguinte função de custo $C = 0{,}5y^2 + 1{,}5y + 1$. Determine o novo ponto de equilíbrio e compare os novos níveis de p^{**}, y^{**} e π^{**} com os níveis anteriores.

Nesse caso, o custo marginal será $Cmg = y + 1{,}5$. O equilíbrio nesse mercado se dá no ponto onde $Rmg = Cmg$, isto é:

$$\begin{cases} Rmg = Cmg \Rightarrow 4{,}5 - 0{,}5y = y + 1{,}5, & se\ y < 2\ ou\ p > 4 \\ Rmg = Cmg \Rightarrow 6 - 2y = y + 1{,}5, & se\ y \geq 2\ ou\ p \leq 4 \end{cases}$$

donde resultam $y = 2$ se $p > 4$ ou $y = 1{,}5$ se $p \leq 4$. Esta última solução gera uma inconsistência tendo em vista que, quando $p \leq 4$, $y \geq 2$. Assim, o nível de produção de equilíbrio se dá quando $y^{**} = 2$, exatamente no ponto mais alto de descontinuidade da receita marginal (ponto B na FIGURA 11.4.2). Nesse novo equilíbrio, o preço não é alterado, o qual continua sendo igual a $p^{**} = 4$. No entanto, o lucro máximo nesse caso será reduzido a menos da metade, ou seja, $\pi^{**} = 4x2 - 0{,}5(2^2) - 1{,}5(2) - 1 = 2$.

==

PARTE V

TÓPICOS ESPECIAIS

CAPÍTULO 12: TEORIA DOS JOGOS

12.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Comportando-se de forma racional, os agentes econômicos estão constantemente envolvidos com decisões econômicas, motivados por objetivos diversos, mas guiados sempre pelo princípio hedonístico do máximo com o mínimo de esforço. Por exemplo, ao estabelecer seu padrão intertemporal de consumo, o consumidor tem que decidir a cada instante quanto do seu tempo deveria alocar ao trabalho. As decisões do consumidor de alocar o seu tempo entre lazer e trabalho, que em última instância estabelecem o seu fluxo intertemporal de renda, devem ser compatíveis com o desejado padrão intertemporal de consumo. Além do mais, suas decisões são afetadas pelas decisões tomadas por outros agentes econômicos, os quais também se comportam de forma racional e de acordo com o princípio hedonístico.

De forma análoga, as firmas freqüentemente têm que tomar decisões sobre níveis de utilização de insumos, qualidade do produto, nível de produção, preços e investimentos, as quais requerem a adoção de certas ações estratégicas. O fato é que qualquer decisão estratégica pode causar uma reação por parte de seus concorrentes que, em última instância, causarão alterações nas condições de estabelecimento do próprio equilíbrio de mercado. Guerra de preços e planos de investimentos cada vez maiores em propaganda são algumas conseqüências dessas ações e reações, que geralmente levam a uma redução generalizada nos lucros de todas as firmas operando nesse mercado. Prever as reações mais prováveis de seus concorrentes e avaliar as conseqüências de suas decisões é uma forma eficiente da firma administrar seu negócio, mas que requer algum conhecimento na área de estratégias empresariais. Essa seqüência de ações, movimentos e reações é um processo dinâmico que poderá resultar em uma situação de equilíbrio.

A teoria dos jogos é um instrumental da teoria econômica que busca determinar a melhor estratégia de ação de um agente econômico, em uma situação onde os outros agentes interagem e se comportam racionalmente, objetivando maximizar seus ganhos. O agente econômico é geralmente denominado de jogador ou participante. Para que o jogo se configure deve haver um conjunto de jogadores, um conjunto de estratégias e um conjunto de resultados (ou *payoffs*). Um conjunto de estratégias é o plano completo de ação e reação que descreve o que o jogador fará sob certas circunstâncias. O conjunto de resultados ou *payoffs* é o quadro contendo o resultado do jogo, que pode ser a utilidade, o ganho auferido ou a penalidade sofrida por cada jogador se uma certa combinação de estratégias são tomadas.

Um jogo pode ser descrito tanto na sua forma estratégica quanto na sua forma extensiva. Quando descrito na sua forma estratégica, o jogo é sumariado por um conjunto de participantes ou jogadores, um conjunto de estratégias e um conjunto de resultados (ou *payoffs*), todos dispostos na forma de uma matriz. Na sua forma extensiva, o jogo é descrito seqüencialmente através de um diagrama (ou árvore de decisão) contendo as estratégias que os jogadores podem tomar em cada ponto no tempo (ou nó de decisão). Neste caso, os resultados aparecem ao final como se fossem folhas de uma árvore. Para alguns jogos, a forma estratégica é mais sugestiva e fácil, enquanto que para outros, especialmente os jogos seqüenciais, a forma extensiva propicia um maior poder de análise.

Supõe-se que as estratégias e os *payoffs* disponíveis aos jogadores sejam de conhecimento comum e completo, de modo que cada jogador conheca as suas próprias estratégias e *payoffs*, assim como as do outro jogador. É também de conhecimento comum a completa racionalidade dos jogadores.

Os jogos podem ser classificados em cooperativos e não cooperativos, os quais podem ser definidos da seguinte forma:

==

Definição:
1. <u>Jogo cooperativo</u> é aquele em que os participantes podem negociar entre si e planejar estratégias consensuais conjuntas.
2. <u>Jogo não cooperativo</u> é aquele em que a negociação entre os jogadores não é possível, de modo que as estratégias são individuais.

==

Portanto, a principal diferença entre um jogo cooperativo e não cooperativo está na possibilidade ou não dos participantes negociarem entre si e implementarem contratos implícitos ou explícitos. É importante ressaltar que na solução de cartel, analisada na concorrência imperfeita, as firmas agiam de forma cooperativa, maximizando o lucro conjunto, enquanto que nas soluções de Cournot e Stackelberg as firmas se comportavam de forma não cooperativa, maximizando os lucros individuais.

As estratégias são as ações e reações que cada participante toma ao desenrolar do jogo. As estratégias são geralmente interdependentes, de modo que a ação tomada por cada jogador afeta as decisões dos outros jogadores, os quais reagem a cada ação. Assim, pode-se, então, definir:

==

Definição: 1. Estratégia de Nash é aquela em que o competidor faz o melhor que pode em função do que ele acredita que seu oponente fará.

2. Estratégia dominante é aquela em que cada competidor faz o melhor que pode independentemente do que seu oponente pode fazer.

==

Pela própria definição, pode-se observar que uma estratégia dominante é aquela que domina fracamente[101] qualquer outra e, portanto, é preferível à todas as outras estratégias disponíveis. Por independer das estratégias de seu oponente, toda estratégia dominante é uma estratégia de Nash, mas nem toda estratégia de Nash é uma estratégia dominante. Isso significa que as estratégias dominantes são um caso especial das estratégias de Nash.

É importante mencionar que as firmas na solução de Cournot ou as firmas seguidoras na solução de Stackelberg, estudadas no capítulo anterior, adotavam estratégias de Nash, tendo em vista que cada firma maximizava seu lucro acreditando que seus concorrentes não alterariam o comportamento. Por outro lado, a firma líder na variante do modelo de Stackelberg, ao manter uma determinada fatia de mercado independentemente das estratégias escolhidas por seus concorrentes, acabava por adotar uma estratégia dominante.

Os jogos podem envolver vários jogadores e várias estratégias, mas por simplicidade os jogos aqui considerados estarão limitados a dois participantes e duas estratégias. Um jogo pode consistir de apenas um movimento por parte de cada jogador ou de múltiplos movimentos de forma seqüencial. Além do mais, supõe-se que os jogadores tenham informação comum, de modo que eles conheçam suas estratégias e seus ganhos.

12.2 O DILEMA DOS PRISIONEIROS

O exemplo mais conhecido na teoria dos jogos é o dilema dos prisioneiros. Embora seja um exemplo simples e até certo ponto ingênuo, o dilema dos prisioneiros revela a essência da teoria dos jogos e pode ser estendido para qualquer situação que envolva a interação entre dois agentes econômicos. Nesse exemplo, dois indivíduos acusados de terem praticado um mesmo crime são colocados em celas separadas, sem que haja possibilidade alguma de comunicação entre eles. No intuito de apressar a confissão, foi estabelecida a seguinte proposta aos prisioneiros. Se ambos confessam, a pena para cada um é de 5 anos. Se ambos não confessam, a pena é de 2 anos. No entanto, se um confessar e o outro não, o réu confesso terá sua pena reduzida para apenas 1 ano, mas o outro teria sua pena aumentada para 10 anos[102]. O QUADRO 12.2.1 ilustra a matriz de possibilidades de penas dos prisioneiros ou matriz de *payoffs*, como é mais conhecida na literatura econômica. Nesse quadro, as linhas são as ações (ou estratégias) do prisioneiro 1, enquanto que as colunas estabelecem as ações do prisioneiro 2. O primeiro elemento de cada par

[101] Uma estratégia domina fracamente a outra se o seu *payoff* (ou recompensa) é maior ou igual ao da outra.

[102] O dilema do prisioneiro é um jogo de soma variável, tendo em vista que a soma das penalidades é diferente de zero.

ordenado representa a pena do prisioneiro 1, enquanto que o segundo elemento é a pena do prisioneiro 2.

QUADRO 12.2.1

PRISIONEIRO 1 \ PRISIONEIRO 2	CONFESSAR	NÃO CONFESSAR
CONFESSAR	**(5,5)**	(1,10)
NÃO CONFESSAR	(10,1)	(2,2)

As estratégias dos prisioneiros são: confessar e não confessar. Obviamente que a penalidade de cada indivíduo depende não apenas da estratégia a ser escolhida, mas principalmente da estratégia tomada pelo outro. Esse é o caso típico da interdependência das ações, de modo que o resultado final do jogo depende das estratégias tomadas por ambos os jogadores. O problema é que não há meio para cada prisioneiro coordenar suas ações, além do que não existe qualquer mecanismo que permita que eles possam confiar um no outro.

Os prisioneiros enfrentam um dilema porque se eles pudessem se comunicar a melhor estratégia seria não confessar. No entanto, dado que eles não podem se comunicar e, portanto, não podem saber qual será a estratégia do outro, o melhor que cada um faz é confessar. Nenhum dos prisioneiros correria o risco de não confessar, tendo em vista que estaria beneficiando o companheiro. Isso significa que ambos terão uma pena de 5 anos de prisão. Portanto, o desfecho desse jogo é em estratégias dominantes (conforme indicado pela célula (5,5), em negrito, no QUADRO 12.2.1), tendo em vista que a decisão que leva cada jogador a confessar foi o resultado de estratégias dominantes, uma vez que cada prisioneiro faz o melhor que pode independentemente do que o outro poderá fazer.

12.3 JOGOS COM EQUILÍBRIO DE NASH E EM ESTRATÉGIAS DOMINANTES

O dilema dos prisioneiros é um exemplo interessante porque ele sintetiza um modelo padrão de decisão ótima, que é tomada por cada jogador em função do que cada um acredita que o seu oponente fará. O equilíbrio proporcionado pelo dilema dos prisioneiros é um caso particular do equilíbrio de Nash, conforme pode ser conferido a seguir:

==

Definição: 1. <u>Equilíbrio de Nash</u> é o conjunto de estratégias em que cada jogador faz o melhor que pode em função do que seu oponente faz.

2. <u>Equilíbrio em estratégias dominantes</u> é o conjunto de estratégias em que cada jogador faz o melhor que pode independentemente do que seu oponente faz.

==

O dilema do prisioneiro foi um jogo especial, tendo em vista que ambos os prisioneiros tinham uma estratégia dominante que era confessar. Nesse caso, diz-se que os agentes fazem o melhor que podem independentemente do que os outros fazem, de modo que este é um jogo que apresenta equilíbrio com estratégias dominantes. De fato, todo equilíbrio em estratégias dominantes estabelece uma única conduta ótima para cada jogador. O ponto comum entre esses dois conceitos de equilíbrio é que eles se fundamentam na racionalidade dos jogadores, os quais buscam sempre o máximo com o mínimo esforço. Em qualquer dos dois casos, o equilíbrio é consistente, tendo em vista que não haverá vantagem alguma para que cada jogador não adote a sua estratégia dominante que conduzirá ao equilíbrio.

Outro jogo semelhante ao dilema dos prisioneiros, ou seja, com equilíbrio em estratégias dominantes, pode ser visto no exemplo a seguir.

==

Exemplo 12.3.1:*Suponha que as cervejarias Antarctica e a Brahma estejam planejando aumentar seu gasto em propaganda de forma independente e sem cooperação. Se ambas mantêm o gasto em propaganda (estratégias A_1 e B_1) , o lucro líquido de cada firma será igual a \$ 10. Por outro lado, se apenas uma das duas aumentar seu gasto em \$ 2 (estratégias A_2 ou B_2), o seu lucro líquido aumentará para \$ 12, enquanto que o lucro líquido da outra será reduzido para \$ 6. No entanto, se ambas aumentam seus gastos (estratégias A_2 e B_2) o lucro líquido de cada firma será reduzido para \$ 8. Observando a matriz de payoffs (veja-se QUADRO 12.3.1), determine o equilíbrio desse jogo.*

QUADRO 12.3.1

BRAHMA / **ANTARCTICA**	**MANTER O GASTO (B_1)**	**AUMENTAR O GASTO (B_2)**
MANTER O GASTO (A_1)	(10,10)	(6,12)
AUMENTAR O GASTO (A_2)	(12,6)	**(8,8)**

A Antarctica espera que um aumento de \$ 2 no gasto com propaganda possa reduzir o lucro da Brahma em \$ 4, aumentando conseqüentemente o seu lucro líquido em \$ 2. No entanto, se a Brahma também investe em propaganda ambas as firmas teriam seus lucros líquidos reduzidos pelo exato valor do gasto em propaganda (ou seja, \$ 2), tendo em vista que a demanda de cada uma firma seria a mesma. Quando ambas aumentam o gasto em propaganda, nenhuma firma consegue ganhar mercado reduzindo a demanda da outra. Situação análoga aconteceria com a Antarctica, tendo em vista que esse jogo é simétrico.

Se as firmas agem independentemente de forma não cooperativa, o melhor que cada firma faz, independentemente do que a outra faz, é escolher aumentar o gasto em propaganda. A estratégia aumentar o gasto é dominante para cada firma. Isso significa que o equilíbrio desse jogo é em estratégias dominantes e cada firma irá fazer o melhor independentemente do que a outra faz, auferindo lucro líquido igual a \$ 8 (veja-se célula (A_2,B_2) = (8,8), em negrito, no QUADRO 12.3.1). Nesse caso, a concorrência leva as firmas a aumentarem o gasto em propaganda, mesmo que isso signifique uma redução no lucro líquido de cada firma. Como todo equilíbrio em estratégias dominante é também de Nash, isso significa que cada firma está também fazendo o melhor que pode em função do que o seu competidor faz.

Se as firmas agissem de forma cooperativa, a melhor estratégia que cada firma poderia tomar seria manter o nível corrente de gasto em propaganda. Nesse caso, o equilíbrio cooperativo seria estabelecido pela célula (A_1,B_1) = (10,10) no QUADRO 12.3.1. Isso significa que competição em propaganda poderia levar as firmas a gastarem mais do que aquele nível que seria obtido se elas agissem de forma cooperativa[103].

===

Assim como as estratégias dominantes formam um subconjunto do conjunto de estratégias de Nash, os equilíbrios em estratégias dominantes estão contidos no conjunto de equilíbrios de Nash. Isso significa que todo equilíbrio em estratégia dominante é também de Nash, mas o inverso não é verdadeiro. Para mostrar isso são considerados dois exemplos semelhantes, nos quais as firmas A e B consideram investir em propaganda (estratégias A_1 e B_1) ou não investir (estratégias A_2 e B_2), conforme mostram os *payoffs* estabelecidos nos QUADROS 12.3.2 e 12.3.3.

QUADRO 12.3.2

FIRMA A \ FIRMA B	B_1	B_2
A_1	**(10,5)**	(15,0)
A_2	(6,8)	(10,2)

QUADRO 12.3.3

FIRMA A \ FIRMA B	B_1	B_2
A_1	**(10,5)**	(15,0)
A_2	(6,8)	(20,2)

Em ambos os jogos o equilíbrio é o mesmo, ou seja, (A_1,B_1) = (10,5), indicado nas respectivas matrizes de *payoffs* pela célula em negrito, em que as firmas investem em propaganda. No entanto, o primeiro jogo tem um equilíbrio em estratégias dominantes, enquanto que o segundo apresenta equilíbrio de Nash. Conforme pode ser observado no QUADRO 12.3.2, as estratégias A_1 e B_1 são dominantes para as firmas A e B, respectivamente, de modo que o equilíbrio só poderia ser (A_1,B_1). Por outro lado, o QUADRO 12.3.3 mostra que, embora a estratégia B_1 seja dominante para a firma B, a firma A não tem estratégia dominante, de modo que o equilíbrio não poderia ser em estratégia dominante. Nesse caso, o equilíbrio (A_1,B_1) é de Nash, tendo em vista que a firma A faz o melhor que pode, escolhendo a estratégia A_1, dado que a firma B sempre escolherá B_1 (estratégia dominante).

===

Questão 12.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Se os lucros de duas firmas em um mercado de concorrência imperfeita são estabelecidos de acordo com o QUADRO 12.3.4, então se pode afirmar que o equilíbrio com estratégias dominantes será dado pela célula $(A_1,B_1) = (2,2)$.*

[103] No entanto, não se pode dizer que a concorrência em propaganda leva sempre a uma melhoria de Pareto, com ganho para os consumidores. Isso vai depender se a propaganda é informativa ou persuasiva, bem como se o gasto economizado em propaganda e a conseqüente redução de preço, gera um benefício social superior ao custo incorrido com a propaganda.

QUADRO 12.3.4

FIRMA B / FIRMA A	B_1	B_2
A_1	(2,2)	(0,1)
A_2	(1,1)	(1,0)

ERRADO
Embora o equilíbrio desse jogo seja dado pela célula (A_1,B_1) = (2,2), esse equilíbrio não é em estratégia dominante. Embora B_1 seja a estratégia dominante para a firma B, a firma A não tem estratégia dominante. Dado que B_1 é a melhor estratégia para a firma B (ou seja, é a sua estratégia dominante), então o melhor que a firma A faz é estabelecer A_1. De fato, (A_1,B_1) = (2,2) é um equilíbrio de Nash, mas não é um equilíbrio em estratégia dominante, tendo em vista que o melhor que a firma A faz depende da estratégia tomada pela firma B. Isso comprova que nem todo equilíbrio de Nash é um equilíbrio em estratégia dominante, embora o inverso seja verdadeiro.

==

Todo equilíbrio em estratégias dominantes é estável. Isso se dá porque, ao fazer o melhor que pode independentemente do que seu competidor faz, cada jogador não tem incentivo de alterar o seu comportamento. Essa característica de estabilidade não é privilégio apenas do equilíbrio em estratégias dominantes, mas também de todo equilíbrio de Nash.

O equilíbrio de Cournot em mercados de concorrência imperfeita (oligopólios) é um exemplo clássico de equilíbrio de Nash (em estratégias não dominantes), no qual as firmas fazem o melhor que podem em função do que suas competidoras fazem. Embora esse equilíbrio não seja em estratégias dominantes, ele é estável, tendo em vista que cada competidor não tem estímulo algum para alterar o seu comportamento e se desviar do seu equilíbrio. Isso significa que tanto o equilíbrio em estratégias dominantes quanto o equilíbrio de Nash geram soluções estáveis.

O equilíbrio de Nash pode não ser único ou até mesmo não existir. O QUADRO 12.3.5 mostra a matriz de *payoffs* de um jogo com dois equilíbrios de Nash, os quais estão indicados nesse quadro pelas células em negrito. Pode-se observar que, nesse jogo, não existe estratégia dominante para ambas as firmas. Se a firma B escolhe a estratégia B_1, então o melhor que a firma A faz é escolher A_1. De fato, quando a firma A escolhe A_1, o melhor que a firma B faz é escolher B_1. Isso significa que (A_1,B_1) = (10,5) é um equilíbrio de Nash. Por outro lado, se a firma B tivesse escolhido B_2, o melhor que a firma A faria era escolher A_2. Quando a firma A escolhe A_2, o melhor que a firma B faria era escolher B_2. Portanto, (A_2,B_2) = (8,10) é também um equilíbrio de Nash.

QUADRO 12.3.5

FIRMA B / FIRMA A	B_1	B_2
A_1	**(10,5)**	(6,3)
A_2	(6,4)	**(8,10)**

O QUADRO 12.3.6 mostra um jogo onde não há equilíbrio de Nash. Se a firma A escolhe a estratégia A_1, o melhor que a firma B faz é escolher B_1. No entanto, quando a firma B escolhe B_1, o melhor que a firma A faria era escolher A_2. Por outro lado, se a firma A tivesse escolhido A_2, a firma B deveria escolher B_2. No entanto, quando a firma B escolhe B_2, o melhor que a firma A faz é escolher A_1. Portanto, nesse caso não há equilíbrio de Nash.

QUADRO 12.3.6

FIRMA B / FIRMA A	B_1	B_2
A_1	(10,5)	(10,3)
A_2	(12,5)	(8,7)

O equilíbrio de Nash não leva necessariamente o resultado do jogo a um ótimo de Pareto, podendo levar os competidores a uma situação sub-ótima ou ineficiente de Pareto. Esse é o caso específico do exemplo do dilema dos prisioneiros, que levou os prisioneiros a escolherem a estratégia confessar e terem que cumprir penas maiores, enquanto que o ótimo de Pareto significaria ambos escolherem não confessar e pegarem penas menores.

Um refinamento para jogos com múltiplos equilíbrios de Nash é proceder a eliminação daqueles equilíbrios com estratégias que são dominadas. O jogo a seguir ajuda a entender esse refinamento. Suponha que um casal de namorados, com padrão semelhante de moralidade e considerando estabelecer suas escolhas de comportamento, tenha que decidir entre a fidelidade e a infidelidade. As estratégias são ser fiel ou ser infiel, mas a satisfação que cada um pode obter desse relacionamento dependerá do comportamento do seu(sua) companheiro(a), conforme pode ser observado na matriz de *payoffs* contida no QUADRO 12.3.7. Uma inspeção desse quadro permite observar que existem dois equilíbrios de Nash, que são (A_1, B_1) e (A_2, B_2). No entanto, pode-se perceber que a infidelidade é a estratégia dominante tanto para o namorado quanto para a namorada. Dessa forma, se a namorada eliminasse a estratégia dominada do namorado que é ser fiel (A_1), então ela estabeleceria também sua estratégia de infidelidade, de modo que o único equilíbrio desse jogo seria (A_2, B_2). Procedimento análogo pode ser feito em relação ao namorado, o qual levaria a confirmação que o único equilíbrio de Nash ao ser eliminada a estratégia dominada seria (A_2, B_2).

QUADRO 12.3.7

NAMORADA / NAMORADO	FIEL (B_1)	INFIEL (B_2)
FIEL (A_1)	**(2, 2)**	(0, 2)
INFIEL (A_2)	(2, 0)	**(1, 1)**

12.4 JOGOS COM ESTRATÉGIAS *MAXMIN*

O equilíbrio de Nash está fundamentado na racionalidade dos competidores, de modo que as estratégias tomadas por cada jogador são baseadas na racionalidade do seu oponente. Esse fato pode ser, de certa forma, uma limitação (ou problema) para a teoria dos jogos. Uma forma de superar, ou pelo menos minimizar, esse problema é estabelecer uma estratégia *maxmin*, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: Estratégia *maxmin* é aquela em que cada jogador maximiza o mínimo ganho que pode ser obtido. Ao não maximizar os ganhos, as estratégias *maxmin* são consideradas estratégias conservadoras.

==

Deve-se ressaltar que estratégias dominantes são também estratégias *maxmin*. Isso implica que qualquer equilíbrio com estratégias dominantes é também um equilíbrio com estratégias *maxmin*.

O QUADRO 12.4.1 mostra a matriz de *payoffs* de um jogo com equilíbrio em estratégias *maxmin*, que difere do equilíbrio de Nash. Desde que a estratégia B_2 é dominante para a firma B, então o melhor que a firma A faz é estabelecer a estratégia A_2, de modo que o equilíbrio de Nash será (A_2,B_2) = (200,100). Por outro lado, se a firma A adotasse a estratégia *maxmin*, ela escolheria a estratégia A_1, pois ela estaria maximizando o ganho mínimo. Nesse caso, o equilíbrio seria (A_1,B_2) = (150,50).

QUADRO 12.4.1

FIRMA B / FIRMA A	B_1	B_2
A_1	(100,20)	(150,50)
A_2	(0,80)	**(200,100)**

==

Questão 12.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Suponha um casal de namorados tentando escolher a melhor estratégia para o final de semana próximo. As estratégias são ficar em casa ou sair. O problema é que os pais da namorada podem também escolher ficar em casa ou sair. O QUADRO 12.4.2 registra a matriz de payoffs em termos de satisfação (ou utilidade) dos namorados e dos pais. Com base nessa informação se pode afirmar que o equilíbrio de Nash não coincide com o equilíbrio em estratégias maxmin.*

QUADRO 12.4.2

PAIS / NAMORADOS	FICAR	SAIR
FICAR	(0,2)	(2,1)
SAIR	**(1,1)**	(1,0)

ERRADO

Esse jogo tem um equilíbrio de Nash que é dado pela célula (1,1), em negrito, no QUADRO 12.4.2. Dado que ficar é uma estratégia dominante para os pais, então o melhor que os namorados fazem é sair. Isso significa que (1,1) é, de fato, um equilíbrio de Nash. Esse jogo tem também equilíbrio com estratégia *maxmin* que é também dado pela célula (1,1). Como ficar é uma estratégia dominante para os pais (e, portanto, é uma estratégia *maxmin*), então a mínima utilidade dos namorados é maximizada quando eles escolhem a estratégia sair. Isso implica que a assertiva é errada, visto que os equilíbrios são exatamente iguais.

Questão 12.4.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Duas firmas consideram a possibilidade de abrir uma nova loja em um shopping center, cuja construção se inicia agora. Admite-se que a decisão seja única e que terá que ser tomada simultaneamente. Tomando-se a matriz de payoffs do QUADRO 12.4.3 como referência, pode-se afirmar que o(s) equilíbrio(s) de Nash não coincide(m) com o(s) equilíbrio(s) em estratégias maxmin.*

QUADRO 12.4.3

FIRMA A \ FIRMA B	ABRIR	NÃO ABRIR
ABRIR	(-10,-10)	**(20,0)**
NÃO ABRIR	**(0,20)**	(0,0)

CERTO

Existem dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, que são (20,0) e (0,20). Se a firma A escolhe abrir, o melhor que a firma B faz é não abrir, de modo que (20,0) é um equilíbrio de Nash. Por outro lado, se a firma A escolhe não abrir, o melhor que a firma B faz é abrir, indicando que (0,20) é também um equilíbrio de Nash. Existe também um equilíbrio em estratégia *maxmin*, que é (0,0). As firmas maximizam seus ganhos mínimos escolhendo a estratégia não abrir, de forma que a célula (0,0) é um equilíbrio em estratégia *maxmin*. Portanto a assertiva é certa, visto que os equilíbrios de Nash não coincidem com o equilíbrio em estratégia *maxmin*.

==

12.5 JOGOS EM ESTRATÉGIAS MISTAS

Todos os jogos analisados até agora foram jogos em estratégias puras. Nesses jogos os competidores faziam suas escolhas e as mantinham. Outra forma alternativa de jogo é permitir que os competidores escolham suas estratégias aleatoriamente com base em uma distribuição de probabilidades. Quando a ação é estabelecida em bases probabilísticas, o jogo é em estratégia mista, o qual pode ser formalmente definido da seguinte forma:

==

Definição: Jogo em estratégia mista é aquele em que cada jogador faz uma opção aleatória entre duas ou mais ações possíveis, com base em um conjunto de probabilidades.

==

Dessa forma, para que o jogo seja resolvido e algum equilíbrio encontrado, é necessário encontrar um conjunto de probabilidades que conduza a alguma situação de equilíbrio, de modo que cada jogador não seja incentivado a alterar o seu comportamento.

Para melhor entender a mecânica de jogos em estratégias mistas, considera-se uma nova versão do exemplo do casal de namorados tentando fazer a programação para o final de semana (ver QUADRO 12.5.1). Conforme pode-se observar, esse jogo não tem equilíbrio de Nash em estratégias puras. A despeito disto, esse jogo possui um equilíbrio de Nash em estratégias mistas. Neste caso específico, o casal de namorados decide ficar em casa com probabilidade igual a ⅓ e sair com probabilidade igual a ⅔, enquanto que os país decidem ficar em casa com probabilidade ¾ e sair com probabilidade ¼. No equilíbrio com estratégias mistas, os namorados escolheriam aleatoriamente entre sair ou ficar (com tais probabilidades) e obteriam uma utilidade esperada igual a ¾, desde que:

$$u_N = \tfrac{1}{3}[(0)\,\tfrac{3}{4} + (3)\,\tfrac{1}{4}] + \tfrac{2}{3}[(1)\,\tfrac{3}{4} + (0)\,\tfrac{1}{4}] = \tfrac{3}{4}$$

Por outro lado, os pais também decidiriam aleatoriamente entre ficar ou sair (com probabilidades ¾ e ¼, respectivamente) e aufeririam uma utilidade esperada de 1, visto que:

$$u_P = \tfrac{3}{4}[(3)\,\tfrac{1}{3} + (0)\,\tfrac{2}{3}] + \tfrac{1}{4}[(1)\,\tfrac{1}{3} + (1)\,\tfrac{2}{3}] = 1$$

QUADRO 12.5.1

PAIS / NAMORADOS	FICAR	SAIR	
FICAR	(0,3)	(3,1)	$p_f = \frac{1}{3}$
SAIR	(1,0)	(0,1)	$p_s = \frac{2}{3}$
	$P_f = \frac{3}{4}$	$P_s = \frac{1}{4}$	

O conjunto de probabilidades que define o equilíbrio em estratégias mistas para o jogo estabelecido no QUADRO 12.5.1 pode ser encontrado resolvendo-se as condições de primeira ordem dos problemas de maximização dos namorados e dos pais. Para mostrar isso, supõe-se que as probabilidades dos namorados de ficar ou sair sejam p_f e p_s, respectivamente, enquanto que as dos pais sejam P_f e P_s. Ao estabelecerem suas estratégias, os namorados buscam resolver o seguinte problema:

$$\begin{aligned}
&\max_{p_f,\, p_s} \quad u_N = p_f[(0)P_f + (3)P_s] + p_s[(1)P_f + (0)P_s] \\
&s.\ a. \quad p_f + p_s = 1 \\
&\qquad\quad p_f \geq 0 \\
&\qquad\quad p_s \geq 0
\end{aligned}$$

Cuja função lagrangiana pode ser escrita da seguinte forma:

$$L_N = 3P_s p_f + P_f p_s + \lambda(1 - p_f - p_s) + \mu_f p_f + \mu_s p_s$$

onde λ, μ_f, μ_s são os multiplicadores de Kuhn-Tucker para as restrições do problema. Assim, diferenciando essa função em relação a p_f e p_s e admitindo-se uma solução interior em estratégias mistas (ou seja, $p_f > 0$ e $p_s > 0$), resultam as seguintes CPO:

$$\partial L_N/\partial p_f = 3P_s - \lambda + \mu_f = 0$$
$$\partial L_N/\partial p_s = P_f - \lambda + \mu_s = 0$$

Admitindo-se que as condições complementares de folga sejam satisfeitas, ou seja, $\mu_f = 0$ e $\mu_s = 0$, então resultam das CPO's as seguintes probabilidades para os pais: $P_s = ⅓P_f$. Tendo em vista que $P_f + P_s = 1$, obtém-se que $P_f = ¾$ e $P_s = ¼$. A utilidade dos pais ao estabelecer tais estratégias seria $u_P = 1$.

Ao ser estabelecido um procedimento análogo para os pais, obtém-se as probabilidades dos namorados, que são: $p_f = ⅓$ e $p_s = ⅔$, indicando que os namorados escolherão sair com probabilidade de ⅔ e ficar com probabilidades igual a ⅓, comportamento esse que lhes proporcionará uma satisfação (ou utilidade) igual a ¾.

Com estratégias mistas, os namorados teriam uma utilidade esperada maior ou igual àquela que eles obteriam, por certo, se escolhessem sair. Para os pais, a possibilidade de escolher com base em estratégias mistas é também uma boa alternativa, tendo em vista que a utilidade obtida em estratégias puras poderia ser menor que a utilidade esperada em estratégias mistas. Além do mais, o jogo em estratégias mistas seria uma boa opção para confundir os namorados ao tentarem prever as estratégias dos pais.

A despeito do exemplo dos namorados não ter tido um equilíbrio de Nash em estratégias puras, esse exemplo é interessante porque ele revela que o equilíbrio de Nash em estratégias puras é um caso especial do equilíbrio de Nash em estratégias mistas, o qual é um equilíbrio de Nash onde os jogadores estabelecem alguma estratégia com probabilidade igual a um.

O maior problema de jogos com estratégias mistas é que eles são, na maioria das vezes, irrealistas. Estratégias mistas são razoáveis para certos jogos, como por exemplo jogo de pôker, dados, moedas, etc, que são intrinsecamente jogos de azar. No entanto, jogos com estratégias mistas para firmas que planejam seus níveis de produção, preço e investimento em propaganda ou em P&D não seriam razoáveis, tendo em vista que elas teriam que estabelecer suas decisões de forma aleatória. Em outras palavras, seria difícil justificar aos acionistas de uma empresa que as estratégias da mesma são tomadas de forma aleatória.

Conforme avançado anteriormente, nem todo jogo tem equilíbrio de Nash em estratégias puras. No entanto, todo jogo tem pelo menos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas. De fato, todo jogo com finito número de jogadores e estratégias tem pelo menos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas[104].

Um outro exemplo que ilustra o equilíbrio com estratégias mistas pode ser visto no QUADRO 12.5.2. Esse quadro mostra a matriz de *payoffs* de um jogo no qual cada

[104] Esse fato foi demonstrado pelo próprio Nash em seu famoso artigo, intitulado: *Equilibrium points in n-person games*, publicado no Proceedings of the National Academy of Sciences, em 1950.

jogador lança uma moeda. Se após os lançamentos os eventos forem iguais (ou seja, CARA e CARA ou COROA e COROA), o jogador B paga ao jogador A R$ 1. Se os eventos forem diferentes (CARA e COROA ou COROA e CARA), seria o jogador A que pagaria R$ 1 ao jogador B[105]. Pode-se mostrar que esse jogo não tem equilíbrio de Nash. Para mostrar isso basta observar que, quando o jogador A pede cara, o melhor que o jogador B faz é pedir coroa. No entanto, quando o jogador B pede coroa, o jogador A muda sua estratégia e passa a pedir coroa. O mesmo aconteceria se o jogador A tivesse escolhido coroa. Isso comprova que esse jogo não tem equilíbrio de Nash. A despeito desse jogo não ter tido equilíbrio de Nash, ele tem equilíbrio em estratégias mistas, que seria cada jogador pedir cara ou coroa aleatoriamente, com iguais probabilidades. De fato, pedir cara ou coroa com probabilidade de ½ é um equilíbrio porque cada jogador não teria incentivo algum em alterar sua estratégia. Nesse caso, o resultado do jogo seria uma renda esperada de zero para cada jogador.

QUADRO 12.5.2

JOGADOR B / JOGADOR A	CARA C)	COROA (K)	
CARA (C)	(1,-1)	(-1,1)	$p_c = ½$
COROA (K)	(-1,1)	(1,-1)	$p_k = ½$
	$P_c = ½$	$P_k = ½$	

12.6 JOGOS REPETITIVOS

Todos os jogos analisados até agora eram jogados apenas uma vez. Esta seção analisa os jogos repetitivos, ou seja, aqueles jogados mais de uma vez. O equilíbrio de um jogo jogado apenas uma vez pode diferir daquele que resultaria se o jogo fosse repetitivo, isto é, quando jogado seguidamente pelos mesmos jogadores. No exemplo do dilema dos prisioneiros, o equilíbrio do jogo era ter ambos os prisioneiros optando por confessar. Esse era o equilíbrio porque esse jogo era jogado apenas uma vez. No entanto, se esse jogo fosse repetitivo, o resultado poderia ser diferente, tendo em vista que cada jogador teria a oportunidade de estabelecer uma reputação para cooperação, no sentido de encorajar o outro jogador a fazer o mesmo. Em uma linguagem mais técnica, a repetição faz com que o conjunto de estratégias seja ampliado, de modo que cada jogador pode tomar suas decisões, em qualquer ponto do tempo (ou nó), em função dos resultados anteriores do jogo até então.

Voltando ao dilema dos prisioneiros (veja-se QUADRO 12.2.1), se o jogo fosse repetitivo e jogado infinitas vezes, o equilíbrio resultante poderia ser não confessar para ambos os prisioneiros (com penas de apenas 2 anos para cada um, ao invés de 5 anos no equilíbrio de uma só jogada). Como haveria oportunidade para cada jogador estabelecer

[105] Esse jogo é também denominado de *soma zero*, tendo em vista que o ganho de um jogador é a perda do outro, ou seja, não há criação ou destruição de riqueza. Os jogos de soma zero são em geral competitivos, não havendo espaço para cooperação, vez que o ganho de um competidor é a perda do outro.

uma penalidade para o outro caso ele confessasse, os prisioneiros poderiam criar uma reputação que induziria o outro a confiar, estabelecendo assim a estratégia de não confessar. Neste caso especifico, e admitindo-se uma taxa de desconto $r < 3/5$ (ou *60%*), o valor presente das penalidades de cada prisioneiro ao confessar será igual a $5 + 5/r$.[106] Se um prisioneiro tivesse escolhido não confessar e o outro confessasse no primeiro instante, mas escolheria não confessar nas jogadas subseqüentes, o valor presente das penalidades seria igual a $10 + 2/r$. Portanto, se o jogo dos prisioneiros fosse repetido infinitas vezes e $r < 60\%$, o equilíbrio seria ambos não confessarem, cujo valor presente das penalidades seria de $10 + 2/r < 5 + 5/r$. Por outro lado, se $r > 60\%$, o equilíbrio de Nash seria ambos confessarem, que é exatamente igual ao equilíbrio obtido em uma única jogada, tendo em vista que $10 + 2/r > 5 + 5/r$.

Se o jogo fosse repetitivo, mas jogado apenas um número *n* finito de vezes, o equilíbrio resultante seria o mesmo daquele obtido em uma única jogada, independentemente da taxa de desconto. A justificativa para esse resultado pode ser encontrada através da análise recursiva a partir do último período. No último período, seria melhor que cada prisioneiro confessasse, visto que não haveria mais oportunidade para cada um punir o seu oponente. Quando ambos procedem dessa forma, o *n-1 é*ssimo período passaria a seria o último período desse jogo. No entanto, se este é o último período, então cada prisioneiro confessaria, tentando surpreender o seu oponente. Procedendo-se de forma recursiva, pode-se observar que o equilíbrio resultante desse jogo seria o de Nash em uma única jogada.

===

Questão 12.6.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): O *QUADRO 12.6.1 mostra a matriz de payoffs de duas firmas em um mercado duopolístico, as quais têm que estabelecer suas ações de preço de acordo com estratégias puras: cobrar um preço alto ou cobrar um preço baixo. Se você preferir, imagine que o preço baixo é o preço resultante da solução de Cournot, enquanto que o preço alto é o preço de cartel. Com base nessa informação, se pode afirmar que o equilíbrio de Nash em uma única jogada não coincidirá com o equilíbrio de Nash que resultaria se ele fosse jogado em um número finito de vezes.*

QUADRO 12.6.1

FIRMA B / **FIRMA A**	**PREÇO ALTO**	**PREÇO BAIXO**
PREÇO ALTO	(10,10)	(-10,35)
PREÇO BAIXO	(35,-10)	(5,5)

ERRADO

Para um jogo em uma única jogada, o equilíbrio de Nash seria (5,5), visto que estabelecer preço baixo é uma estratégia dominante para ambas as

[106] O valor presente, *VP*, de uma série financeira (anualidade ”postecipada”) de infinitos termos iguais a π é dado por:

$$VP = \pi / r.$$

firmas. Por outro lado, se o jogo fosse repetido *n* vezes, com *n* finito, as firmas sempre teriam o incentivo em baixar seu preço no último período. Procedendo-se de forma recursiva do final para o início, o equilíbrio resultante seria exatamente igual ao equilíbrio com uma única jogada, ou seja, (5,5). Portanto, a assertiva está errada, visto que os equilíbrios de Nash nessas duas situações alternativas seriam idênticos.

Questão 12.6.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *Com base na mesma matriz de payoffs do QUADRO 12.6.1, se pode afirmar que o equilíbrio de Nash em uma única jogada não poderia coincidir com o equilíbrio resultante de um jogo repetido infinitas vezes.*

CERTO

Para um jogo em uma única jogada, o equilíbrio de Nash seria (5,5), visto que estabelecer preço baixo é uma estratégia dominante para ambas as firmas. Por outro lado, se o jogo fosse repetido infinitas vezes, e as taxas de desconto não forem muito altas (maiores que 33,3%), as firmas poderiam estabelecer uma certa reputação escolhendo estratégias conservadoras (cooperativas), sinalizando para o seu competidor a adoção de estratégia semelhante, de modo que o equilíbrio nesse caso seria (10,10). Portanto, a assertiva está certa, visto que os equilíbrios nessas situações alternativas são, de fato, distintos.

==

No capítulo anterior observou-se que os cartéis tinham um ponto fraco (ou calcanhar de Aquiles), que era o incentivo que cada firma participante tinha em quebrar o conluio, produzindo mais do que as quotas de produção preestabelecidas, de modo a aumentar o seu lucro. Admitindo que π_i^m representa o lucro da firma no cartel (solução cooperativa de monopólio), π_i^c representa o lucro da firma no modelo de Cournot (solução não-cooperativa) e π_i^{nc} representa o lucro da firma ao desrespeitar o cartel, produzindo além da quota (na hipótese das outras permanecerem com a solução de cartel). Pode-se perceber que $\pi_i^{nc} > \pi_i^m > \pi_i^c$. É importante lembrar que o desrespeito às quotas de produção por parte de uma firma, em um dado período de tempo, desencadeará, no período subseqüente, o desrespeito das outras, levando o mercado à solução de Cournot. O valor presente do fluxo de ganhos (ao longo do tempo) de cada firma obedecendo ao cartel pode ser expresso por:

$$VP_i^m = \pi_i^m + \pi_i^m/(1+r) + \pi_i^m/(1+r)^2 + ...$$

ou utilizando a expressão para uma anuidade perpétua:

$$VP_i^m = \pi_i^m + \pi_i^m/r$$

onde *r* é a taxa de desconto. Por outro lado, o valor presente do fluxo de ganhos de cada firma com desobediência ao cartel será expresso por:

$$VP_i^{nc} = \pi_i^{nc} + \pi_i^c/(1+r) + \pi_i^c/(1+r)^2 + ...$$

ou fazendo uso da expressão para uma anuidade perpétua:

$$VP_i^{nc} = \pi_i^{nc} + \pi_i^c/r$$

A estabilidade do cartel (equilíbrio cooperativo) estará assegurada se e somente se:

$$VP_i^m \geq VP_i^{nc}$$

ou seja, se:

$$\pi_i^m + \pi_i^m/r \geq \pi_i^{nc} + \pi_i^c/r$$

o que significa que:

$$r \leq \pi_i^m - \pi_i^c)/(\pi_i^{nc} - \pi_i^m)$$

Caso contrário, o acordo de cartel será quebrado e as firmas acabarão agindo de acordo com os preceitos de Cournot (equilíbrio de Nash), auferindo lucros menores, com perdas para todas as firmas nessa indústria.

==

Exemplo 12.6.1: *A título de exemplo, suponha um mercado duopolístico cuja função (inversa) de demanda é especificada por:* $p = 100 - y$ *e que as firmas enfrentam as seguintes funções de custo:* $C_i = 40y_i + 100, \ \forall i = 1,2$.

(i) *Determine o lucro das firmas admitindo que elas agem de acordo com o preceito de Cournot* (π_1^C, π_2^C).

A firma 1 determina o seu nível de produção de modo a maximizar o seu lucro, sujeito a que $dy_2/dy_1 = 0$, ou seja:

$$\max_{y_i} \pi_1 = (100 - y_1 - y_2)y_1 - 40\,y_1 - 100 = 60y_1 - y_1^2 - y_1y_2 - 100$$

Donde resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem):

$$\partial\pi_1/\partial y_1 = 60 - 2y_1 - y_2 = 0$$

Por outro lado, a firma 2 determina o seu nível de produção de modo a maximizar o seu lucro, sujeito a que $dy_1/dy_2 = 0$:

$$\max_{y_2} \pi_2 = (100 - y_1 - y_2)y_2 - 40y_2 - 100 = 60y_2 - y_1y_2 - y_2^2 - 100$$

A partir da qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem):

$$\partial\pi_2/\partial y_2 = 60 - y_1 - 2y_2 = 0$$

Resolvendo o sistema formado pelas duas condições de primeira ordem (funções de reação), resultam: $y_1^* = y_2^* = 20$ e $p^C = 60$, de modo que:

$$\pi_1^C = \pi_2^C = 60(20) - 40(20) - 100 = 300$$

(ii) *Determine o lucro das firmas admitindo que elas formam um cartel e adotam a solução de monopólio* ($\pi_1^M, \ \pi_2^M$). *Admita que as quotas de produção e, portanto, os lucros sejam repartidos de forma equânime, ou seja,* $\pi_1^M = \pi_2^M = \frac{1}{2}\pi^M$, *sendo que* $\pi^M = \pi_1^M + \pi_2^M$.

No conluio, o objetivo é maximizar o lucro conjunto, ou seja:

$$\max_{y} \pi^M = \pi_1^M + \pi_2^M = (100 - y)y - 40y_1 - 100 - 40y_2 - 100$$
$$= 60y - y^2 - 200$$

Donde obtém-se a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem):

$$\partial\pi^M/\partial y = 60 - 2y = 0$$

Resolvendo-a, tem-se: $y^* = 30$ (ou seja, $y_1^* = y_2^* = 15$) e $p^M = 70$, de modo que:

$$\pi_1^M = \pi_2^M = 70(15) - 40(15) - 100 = 350$$

(iii) *Admita agora que uma firma considera quebrar o acordo de cartel, de modo que ela produzirá e venderá de acordo com o nível de produção de Cournot* (y_i^C), *enquanto que a outra firma continuará produzindo o* *acordado na solução de conluio (y_j^M). Determine os lucros dessas firmas, isto é, (π_1^C, π_2^M) e (π_1^M, π_2^C).*

Se a firma 1 quebra o acordo de cartel e produz de acordo com o nível de produção de Cournot (y_1^C = 20), enquanto que a outra firma continua produzindo o acordado na solução de conluio (y^M = 15), o novo preço que vigorará nesse mercado será igual a: p = 100 – 35 = 65. Assim, os lucros dessas firmas serão:

$$\pi_1^C = 65(20) - 40(20) - 100 = 400$$
$$\pi_2^M = 65(15) - 40(15) - 100 = 275$$

Lucros análogos seriam obtidos quando a firma 2 quebra o acordo de cartel e a 1 segue com a produção de cartel.

(iv) Com os cálculos obtidos nos itens (i) – (iii) acima, complete a matriz de lucros (payoffs) abaixo e avalie qual o equilíbrio que prevalecerá nesse mercado, admitindo que esse jogo seja simultâneo e repetido por um número finito de vezes. Como sua resposta mudaria se esse jogo fosse repetido por um úmero infinito de vezes e a taxa de desconto de mercado for 12%?

		FIRMA 2	
		y_2^M	y_2^C
FIRMA 1	y_1^M	(π_1^M, π_2^M)	(π_1^M, π_2^C)
	y_1^C	(π_1^C, π_2^M)	(π_1^C, π_2^C)

		FIRMA 2	
		y_2^C= 15	y_2^M= 20
FIRMA 1	y_1^M = 15	(350, 350)	(275, 400)
	y_1^C= 20	(400, 275)	(300, 300)

Se o jogo fosse repetido por um número finito de vezes, o equilíbrio de Nash seria exatamente igual àquele jogado uma única vez (equilíbrio de Cournot), ou seja, (π_1^C, π_2^C) = (300, 300), tendo em vista que a estratégia de Cournot é dominante para ambas as firmas. Por outro lado, se o jogo fosse repetido por um número infinito de vezes, a firma i teria incentivo em seguir adotando a estratégia de Cartel se e somente se: $VP_i^M > VP_i^C$, sendo que: VP_i^M = 350 + 350 + 350 ... = 350 + 350/r e VP_i^C = 400 + 300 + 300 + ... = 400 + 300/r. Isso significa que a firma i seguiria mantendo a estratégia de Cartel se: 350 + 350/r > 400 + 300/r, ou seja, se a taxa de desconto r < 100%. Tendo em vista que a taxa de desconto de mercado de 12% é menor que 100% (taxa de desconto que deixaria cada firma indiferente entre quebrar ou não quebrar o acordo), o equilíbrio de Nash resultante será o de cartel, ou seja, (π_1^M, π_2^M) = (350, 350).

==

12.7 JOGOS SEQÜENCIAIS

Nos jogos analisados até então, independentemente se eram desenhados em uma única jogada ou de forma repetitiva, os jogadores estabeleciam seus movimentos simultaneamente, ou seja, ao mesmo tempo. Outra forma alternativa de jogo é permitir que os jogadores façam seus movimentos um após o outro, ou seja, de forma seqüencial. A particularidade desses jogos é que cada jogador só conhece a escolha do outro após este ter efetivamente escolhido sua estratégia. Os modelos de Stackelberg e da manutenção de uma fatia do mercado são exemplos de jogos seqüenciais, nos quais a firma líder determina seu nível de produção antes que a outra o faça e assim sucessivamente. Em geral, em jogos seqüenciais é importante ser o primeiro a jogar.

A título de exemplo, admita que a GM e a Volkswagen estejam contemplando a possibilidade de lançar um novo modelo de automóvel, que poderá ser popular ou luxuoso, cuja matriz de *payoffs* pode ser visualizada no QUADRO 12.7.1. Pode-se observar que se ambas lançam um modelo popular, o mercado não é grande o suficiente, de modo que ambas acabam auferindo prejuízo. Por outro lado, se ambas lançam um modelo luxuoso ambas cobrem apenas seus custos. Apenas no caso em que ambas lançam modelos diferentes é que os ganhos são positivos, sendo o modelo popular aquele que comanda o maior ganho.

Tendo em vista que esse jogo é seqüencial, ele terá apenas um equilíbrio de Nash, que poderá ser (20,10) ou (10,20), a depender se for a Volkswagen ou a GM, respectivamente, que sair na frente. Se a Volkswagen sai na frente, ela escolheria o modelo popular e a GM faria o melhor que pode lançando o modelo luxuoso, de modo que o equilíbrio seria (20,10). Se a GM tivesse partido na frente e escolhido o modelo popular, o equilíbrio seria (10,20), tendo em vista que o melhor que a Volkswagen poderia fazer seria lançar o modelo luxuoso.

QUADRO 12.7.1

GM / **VOLKSWAGEN**	**POPULAR**	**LUXUOSO**
POPULAR	(-10,-10)	(20,10)
LUXUOSO	(10,20)	(0,0)

Portanto, em jogos seqüenciais, os equilíbrios diferem, a depender de qual firma faz o primeiro movimento. Nesse sentido é importante que a firma saia na frente, tomando a decisão que seja mais favorável, isto é, produzindo o modelo mais lucrativo. A firma que decide na seqüência não terá outra escolha senão produzir o modelo menos lucrativo.

==

Questão 12.7.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): O *QUADRO 12.7.2 mostra a matriz de payoff de duas firmas considerando a possibilidade de abrir uma nova loja em um shopping center, cuja construção se inicia agora. Com base nessa matriz e admitindo-se que a decisão seja seqüencial em que uma firma toma a dianteira, então se pode afirmar que o equilíbrio de Nash é único.*

QUADRO 12.7.2

FIRMA B / FIRMA A	ABRIR	NÃO ABRIR
ABRIR	(-10,-10)	(20,0)
NÃO ABRIR	(0,20)	(0,0)

CERTO

Se o jogo fosse em uma única jogada e as firmas tomassem suas decisões simultaneamente, existiriam dois equilíbrios de Nash: (20,0) e (0,20). No entanto, em um jogo seqüencial o equilíbrio é único. Isto é, se a firma A toma sua decisão primeiro, o equilíbrio será (20,0), enquanto que se a firma B sai na frente, o equilíbrio será (0,20). Nesse caso específico, o equilíbrio se dá quando uma das firmas escolhe abrir sua nova loja e a outra não.

==

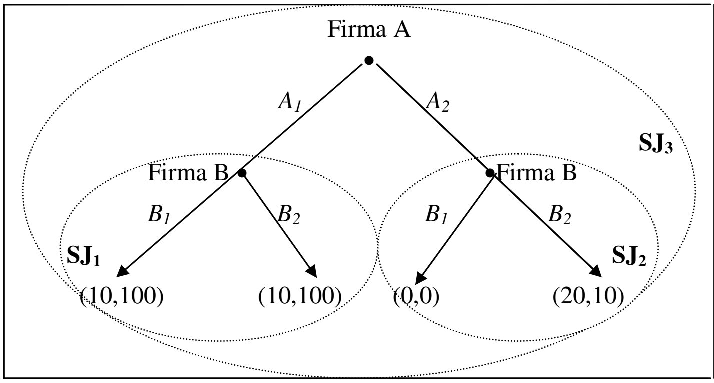
Um outro exemplo que possui a mesma estrutura do jogo estabelecido no QUADRO 12.7.1 pode ser visto na matriz de *payoffs* disposta no QUADRO 12.7.3. Nesse novo jogo, as estratégias são A_1 e A_2 para a firma A e B_1 e B_2 para a firma B. Pode-se observar que esse jogo tem dois equilíbrios de Nash em movimentos simultâneos, que são (A_1, B_1) e (A_2, B_2). Em jogos seqüenciais, se a firma A faz o primeiro movimento o equilíbrio de Nash seria (A_2, B_2), mas se a firma B fizesse o primeiro movimento, o equilíbrio de Nash seria (A_1, B_1).

QUADRO 12.7.3

FIRMA B / FIRMA A	B_1	B_2
A_1	**(10,100)**	(10,100)
A_2	(0,0)	**(20,10)**

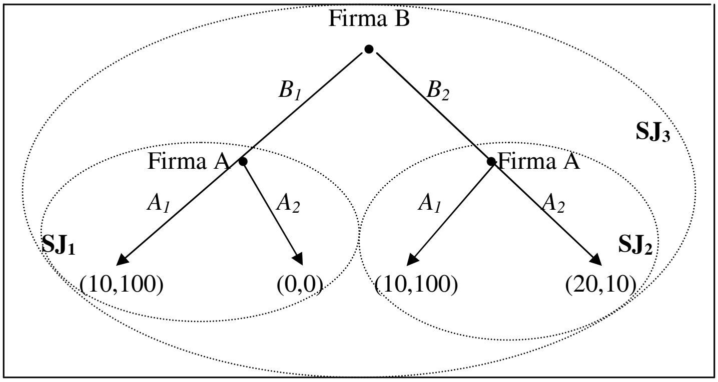
Para melhor entender a estrutura de jogos seqüenciais, dispõe-se esse jogo na sua forma extensiva, para o caso em que a firma A faz o primeiro movimento, conforme pode ser visualizado na FIGURA 12.7.1. Quando disposto nessa forma, pode-se observar claramente toda a dinâmica desse jogo, percebendo-se a seqüência das escolhas tomadas por cada jogador na ordem em que elas ocorrem. Pode-se observar que o equilíbrio desse jogo é (A_2, B_2). Isso porque se a firma A jogasse A_1, a firma B estaria indiferente entre B_1 e B_2, de modo que a firma A acabaria ganhando 10. Por outro lado, se a firma A jogar A_2, o melhor que a firma B faz é jogar B_2, de modo que a firma A acabaria ganhando 20 > 10.

FIGURA 12.7.1



Na FIGURA 12.7.2 dispõe-se esse mesmo jogo para o caso em que a firma B faz o primeiro movimento. Quando a firma B faz o primeiro movimento, o equilíbrio desse jogo é $(A_1, B_1) = (10, 100)$. Nesse caso, pode-se perceber que se a firma B joga B_1, o melhor que a firma A faz é escolher A_1, de modo que a firma B ganha 100. Por outro lado, se a firma B jogasse B_2, o melhor que a firma A poderia fazer seria jogar A_2, de modo que a firma B acabaria ganhando 10 < 100.

FIGURA 12.7.2



Quando um jogo é disposto na sua forma extensiva, pode-se também distinguir situações em que os movimentos dos jogadores são seqüenciais daqueles simultâneos. Estas situações estão atreladas ao conceito de conjunto de informação, o qual pode ser definido da seguinte forma.

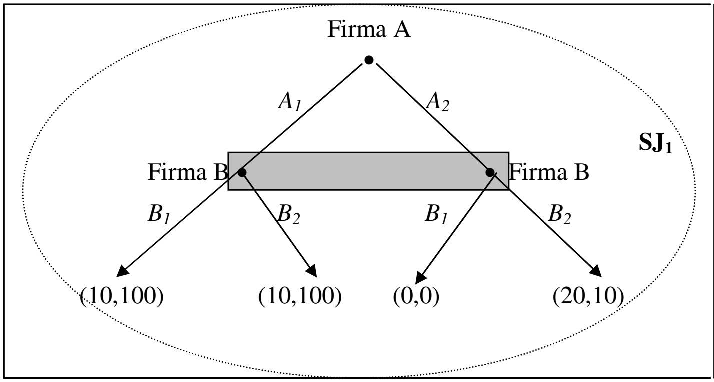
==

Definição: Conjunto de informação de um jogador é o conjunto que contém todos os nós de decisão que não podem ser diferenciados pelo jogador.

==

A FIGURA 12.7.3 representa uma nova versão do jogo simultâneo do QUADRO 12.7.3 (disposto na forma estratégica), mostrado agora na sua forma extensiva com o auxílio do conceito de conjunto de informação. A área retangular achurada nessa figura representa o conjunto de informação do jogador B após o jogador A ter tomado a sua decisão. Isso significa que os nós contidos nesse conjunto terão que ser escolhidos pelo jogador B sem que este saiba qual foi a decisão que o jogador A tomou.

FIGURA 12.7.3



É importante observar que ao se introduzir o conjunto de informação do jogador B, o qual contém os nós da esquerda e da direita, o jogo passa a ser simultâneo, ou seja, as escolhas dos jogadores A e B são feitas simultaneamente, diferentemente dos jogos seqüências das FIGURAS 12.7.1 e 12.7.2.

Quando se dispõe um jogo na sua forma extensiva, podem-se também distinguir os subjogos do jogo completo, os quais contêm todas as estratégias e *payoffs* disponíveis aos jogadores a partir deste ponto até o fim. Formalmente, um subjogo pode ser definido da seguinte forma.

==

Definição: Subjogo de um jogo é um subconjunto do jogo com as seguintes propriedades:

(i) ele se inicia com a decisão de um dos jogadores (nó de decisão);
(ii) ele contém todas os demais nós de decisões subseqüentes; e
(iii) se ele contiver qualquer nó em um dado conjunto de informação, ele deverá conter todos os nós desse conjunto de informação.

==

Por exemplo, quando a firma A toma sua decisão de jogar A_1 (ver FIGURA 12.7.1), os jogadores passam a jogar o subjogo da ramificação esquerda (denotado por SJ_1 nessa figura e indicado pela área circular à esquerda). Por outro lado, se a firma A tivesse escolhido A_2, o jogo seria carreado para o subjogo da ramificação direita (denotado por SJ_2 e indicado pela área circular à direita). Por analogia, quando a firma B toma sua decisão de jogar B_1 (ver FIGURA 12.7.2), os jogadores passam a jogar o subjogo da ramificação esquerda (denotado por SJ_1 nessa figura e indicado pela área circular à esquerda). Se a firma B tivesse escolhido B_2, o jogo seria carreado para o subjogo da ramificação direita (denotado por SJ_2 e indicado pela área circular à direita). Em ambos os jogos, existem três subjogos, que são: SJ_1, SJ_2 e SJ_3, que é o próprio jogo, o qual está indicado nessas figuras pela área circular maior.

É importante observar que o exemplo da FIGURA 12.7.3 contém apenas um subjogo (representado nessa figura por SJ_1), que é exatamente igual ao jogo total, diferentemente dos jogos seqüências das FIGURAS 12.7.1 e 12.7.2, que tinham três subjogos (representado nessas figuras por SJ_1, SJ_2 e SJ_3).

Uma outra vantagem ao se representar um jogo na sua forma extensiva é que pode-se introduzir um novo refinamento para o caso de múltiplos equilíbrio de Nash, que é o de equilíbrio perfeito em subjogos, o qual pode ser definido a seguir.

==

Definição: Equilíbrio perfeito de Nash em subjogos é o equilíbrio resultante em um subjogo do jogo completo.

==

É importante ressaltar que, dos dois equilíbrios de Nash do exemplo do QUADRO 12.7.3, existe apenas um equilíbrio de Nash em jogos seqüenciais que satisfaz a condição de ser concomitantemente um equilíbrio geral e um equilíbrio em subjogo. Especificamente, o exemplo da FIGURA 12.7.1 contém apenas um equilíbrio perfeito de Nash em subjogos, que é (A_2, B_2). De forma análoga, no exemplo da FIGURA 12.7.2, existe apenas um equilíbrio perfeito de Nash em subjogos, que é (A_1, B_1).

Para calcular o equilíbrio perfeito de Nash em subjogos basta retroceder, por indução reversa, do último nó de decisão do subjogo. De fato, os jogos seqüenciais estabelecidos nas FIGURAS 12.7.1 e 17.7.2 tinham apenas um equilíbrio de Nash e satisfaziam a condição de equilíbrio perfeito de Nash em subjogos, que eram, respectivamente, $(A_2, B_2) = (20, 10)$ do subjogo SJ_2 e $(A_1, B_1) = (10, 100)$ do subjogo SJ_1.

O conceito de perfeição em subjogos também ajuda a eliminar os equilíbrios de Nash que não sejam razoáveis. A disponibilidade de informação adicional por parte dos jogadores pode eliminar os equilíbrios de Nash que envolvem ameaças vazias, ou seja, que não sejam factíveis de serem implementadas.

Uma característica importante do equilíbrio perfeito em subjogos, quando os jogadores têm perfeita informação e se comportam seqüencialmente de forma racional em todo o subjogo, é que descarta-se a possibilidade da existências de estratégias vazias não factíveis, implicando dizer que cada nó de decisão desse subjogo é único. Nesse caso, o equilíbrio perfeito em subjogos é equivalente ao equilíbrio de Nash por indução reversa.

12.8 JOGOS SIMULTÂNEOS DE INFORMAÇÃO INCOMPLETA*

Todos os jogos analisados até agora eram de informação completa, ou seja, os jogadores conheciam completamente as características de seus oponentes, significando que eles tinham pleno conhecimento de suas estratégias e dos respectivos *payoffs*. Esta seção estende a analise para conhecer um pouco mais a respeito de jogos simultâneos em que os participantes, por não terem completa informação, não conhecem perfeitamente as características de seus oponentes.

Para entender esta questão, considere o seguinte jogo simultâneo em que um indivíduo A tenta encontrar uma parceira B para uma relação estável (casamento ou namoro). O problema é que o indivíduo A, ao tomar a decisão de se relacionar (casar, por exemplo), não sabe ao certo se B será do tipo fiel ou infiel. O quadro 12.8.1 mostra a matriz de *payoffs* (utilidades ou recompensas) de A e de B para estes dois tipos distintos de companheira (ou seja, fiel e infiel). É importante observar que em ambos os casos há apenas um equilíbrio de Nash em estratégias puras: **(A_1, B_1)** = (**CASA, NÃO TRAI**), quando a companheira é fiel, e **(A_2, B_2)** = (**NÃO CASA, TRAI**), quando a companheira é infiel. Isto porque para a parceira fiel, a estratégia B_1 = **NÃO TRAI** é dominante, enquanto que a estratégia B_2 = **TRAI** é dominante para a parceira infiel. O problema surge porque o indivíduo A, ao tomar sua decisão de casar ou não casar, não sabe de que tipo será sua companheira, ou seja, se fiel ou infiel. Essa é a essência de um jogo de informação incompleta.

QUADRO 12.8.1: MATRIZ DE PAYOFFS COM INFORMAÇÃO INCOMPLETA

B / A	FIEL		INFIEL	
	NÃO TRAI (B_1)	**TRAI (B_2)**	**NÃO TRAI (B_1)**	**TRAI (B_2)**
CASA (A_1)	(3, 3)	(-3, -1)	(2, -1)	(-3, 3)
NÃO CASA (A_2)	(-1, 0)	(0, -1)	(0, 0)	(0, 1)

A despeito de o indivíduo A não dispor de informação completa a respeito de B (ou seja, do seu tipo), é possível fazer estimativas com base em uma distribuição de probabilidades, permitindo assim que o indivíduo possa nortear sua decisão através do conceito de equilíbrio de Nash bayesiano.

==

Definição: Equilíbrio de Nash bayesiano é o conjunto de estratégias em que cada jogador faz o melhor que pode em função do que seu oponente faz, dados os tipos do seu oponente e suas respectivas probabilidades de ocorrência.

==

Antes de se aplicar tal conceito, é necessário transformar esse jogo de informação incompleta em um de informação imperfeita, permitindo assim a escolha sob condições de incerteza. Para tal, representa-se o jogo acima na sua forma extensiva, incluindo-se ai as ocorrências dos estados da natureza (ou seja, as ocorrências de parceiras dos tipos fiel e infiel) e suas respectivas probabilidades (p e $1-p$), conforme pode ser visto na FIGURA 12.8.1. Note que o jogo começa com o nó de decisão dos estados da natureza, que seleciona o tipo de parceira (fiel ou infiel) com suas respectivas probabilidades p e ($1-p$). Por sua vez, a parceira B toma a decisão se trai ou não o indivíduo A, conhecida a escolha do estado da natureza, enquanto que este terá que decidir se casa ou não com a parceira B. É importante lembrar que ambos tomam suas decisões de forma simultânea, além do que os conjuntos de informação, em cada nó de decisão, não são compartilhados, isto é, quando B toma sua decisão não é conhecida a informação de A e vice-versa.

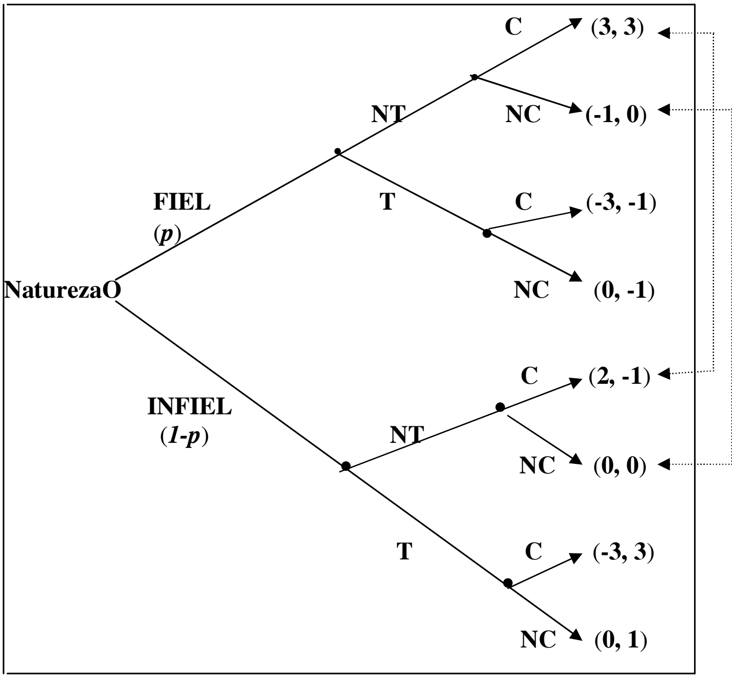


FIGURA 12.8.1: JOGO DE INFORMAÇÃO INPERFEITA NA FORMA EXTENSIVA

Quando esse jogo é disposto na forma extensiva, percebe-se claramente o seu caráter de incerteza, isto porque, a despeito de o indivíduo A ter apenas duas alternativas para escolher (CASA ou NÃO CASA), a parceira B tem quatro opções a sua disposição, que são: FIEL e NÃO TRAI, FIEL e TRAI, INFIEL e NÃO TRAI e INFIEL e TRAI. Deve-se ressaltar que essas alternativas resultam da intervenção, *a priori*, da natureza (FIEL e INFIEL), características inerentes à pessoa que independe da sua vontade, com a sua escolha *a posteriori* (TRAI e NÃO TRAI), que é uma decisão pessoal de livre arbítrio. A seguir, avaliam-se as utilidades esperadas do indivíduo A e da parceira B nas várias alternativas abertas neste jogo, as quais serão dispostas na sua forma estratégica (ver QUADRO 12.8.2). Para simplificar, as estratégias CASA e NÃO CASA serão denotadas por C e NC, enquanto as estratégias FIEL, INFIEL, NÃO TRAI, TRAI, serão representadas por F, I, NT, T, respectivamente.

É importante lembrar que a utilidade esperada é o resultado da soma das utilidades em cada estado da natureza ponderada pela sua probabilidade de ocorrência. Tomando a FIGURA 12.8.1 como referência, pode-se observar que a utilidade do indivíduo A quando este se CASA, e a natureza lhe presenteia uma parceira B do tipo FIEL (com probabilidade p) e esta NÃO TRAI, é igual a 3. No entanto, com probabilidade (1-p) a natureza pode dar ao indivíduo A uma utilidade de 2, caso este se CASA com um parceira B INFIEL e esta NÃO TRAI. Assim, fazendo a soma ponderada dessas utilidades, obtém-se a utilidade esperada da primeira célula do QUADRO 12.8.2: $p(3) + (1\text{-}p)(2) = 2 + p$. Por outro lado, a utilidade de A quando este NÃO CASA com uma parceira B do tipo FIEL (com probabilidade *p*) e esta NÃO TRAI é igual a -1. No entanto, com probabilidade (*1-p*), o indivíduo A pode ter uma utilidade de 0, caso este NÃO CASA com uma parceira B INFIEL e esta NÃO TRAI. Neste último caso, a utilidade esperada da segunda célula da mesma coluna desse quadro será igual a: $p(-1) + (1\text{-}p)(0) = -p$. Os fluxos interligando as utilidades dessas duas alternativas (disposto no lado direito da FIGURA 12.8.1) ajudam a entender esses cálculos. As utilidades esperadas das outras células do QUADRO 12.8.2 foram obtidas de forma análoga.

QUADRO 12.8.2: UTILIDADES ESPERADAS DE A E B

Utilidade Esperada	**A \ B**	**F, NT**	**F, T**	**I, NT**	**I, T**
u_A	**C**	$p(3) + (1\text{-}p)(2)$	$P(3) + (1\text{-}p)(-3)$	$p(-3) + (1\text{-}p)(2)$	$p(-3) + (1\text{-}p)(-3)$
	NC	$p(-1) + (1\text{-}p)(0)$	$P(-1) + (1\text{-}p)(0)$	$p(0) + (1\text{-}p)(0)$	$P(0) + (1\text{-}p)(0)$
u_B	**C**	$p(3) + (1\text{-}p)(-1)$	$p(3) + (1\text{-}p)(3)$	$p(-1) + (1\text{-}p)(-1)$	$P(-1) + (1\text{-}p)(3)$
	NC	$p(0) + (1\text{-}p)(0)$	$p(0) + (1\text{-}p)(1)$	$p(-1) + (1\text{-}p)(0)$	$P(-1) + (1\text{-}p)(1)$

O QUADRO 12.8.3 mostra o jogo com informação imperfeita da FIGURA 12.8.1 (informação incompleta) na sua forma estratégica (matriz de *payoffs* de A e de B). Pode-se observar que, em cada célula desse quadro, o primeiro elemento do par ordenado é a utilidade esperada do indivíduo A, enquanto que o segundo elemento é a utilidade esperada da parceira B, os quais foram todos extraídos do QUADRO 12.8.2. É óbvio que o equilíbrio de Nash bayesiano desse jogo dependerá das probabilidades *p* e *(1-p)*, além, é claro, das utilidades atribuídas para cada jogador.

QUADRO 12.8.3: MATRIZ DE PAYOFFS COM INFORMAÇÃO IMPERFEITA

A \ B	**F, NT**	**F, T**	**I, NT**	**I, T**
C	$(2+p, -1+4p)$	$(-3+6p, 3)$	$(2-5p, -1)$	$(-3, 3-4p)$
NC	$(-p, 0)$	$(-p, 1-p)$	$(0, -p)$	$(0, 1-2p)$

Para melhor entender esse jogo, suponha que o indivíduo A seja bastante "realista"[107], de modo que este avalia que a probabilidade da sua companheira ser FIEL seja de 50% (ou seja, $p = ½$). O QUADRO 12.8.4 mostra a matriz de *payoffs* para $p = ½$. Neste caso, o equilíbrio de Nash bayesiano é dado pela célula (CASA, FIEL e TRAI) = (0, 3). O estudante mais atento pode conferir que se o indivíduo A fosse "otimista"[108] e avaliasse que a probabilidade da companheira B ser fiel fosse de 75% (isto é $p = ¾$), o equilíbrio seria o mesmo, ou seja, o indivíduo A casa com uma companheira fiel e é traído. Neste caso, as respectivas utilidades seriam (1,5, 3).

[107] No sentido de que o indivíduo A não conhece a índole da sua companheira B ou, pelo menos, não teve o tempo necessário ou investiu recursos suficientes para fazer uma melhor avaliação da sua fidelidade.
[108] O indivíduo A confia muito na índole da sua companheira B.

QUADRO 12.8.4: MATRIZ DE PAYOFFS COM INFORMAÇÃO IMPERFEITA PARA *p* = ½

A \ B	F, NT	F, T	I, NT	I, T
C	(2,5, 1)	(0, 3)	(-0,5, -1)	(-3, 1)
NC	(-0,5, 0)	(-0,5, 0,5)	(-0,5, 0,5)	(0, 0)

Por outro lado, se o indivíduo A for "pessimista"[109] e avaliar que a probabilidade da companheira B ser fiel é de apenas 25% (ou seja, p = ¼), o equilíbrio de Nash bayesiano resultante será diferente: (NÃO CASA, FIEL e TRAI) = (-0,25, 0,75). O QUADRO 12.8.5 mostra a matriz de *payoffs* para este caso e o novo equilíbrio resultante.

QUADRO 12.8.5: MATRIZ DE PAYOFFS COM INFORMAÇÃO IMPERFEITA PARA *p* = ¼

A \ B	F, NT	F, T	I, NT	I, T
C	(2,25, 0)	(-1,5, 3)	(0,75, -1)	(-3, 2)
NC	(-0,25, 0)	(-0,25, 0,75)	(0, 0,25)	(0, 0,5)

Esse exemplo ajuda a entender porque, em caso de escolha de uma parceira para uma relação estável, é importante que o indivíduo conheça bem a índole da sua parceira. É óbvio que não é possível ter plena certeza do tipo de parceira para um relacionamento. No entanto, se o indivíduo não quiser ser "corno" no futuro é bom proceder sempre com prudência e, alguns casos, ser também pessimista.

[109] Neste caso, o indivíduo A desconfia bastante da índole da sua companheira B, tomando por base sinais exteriores que advêm do tempo de pré-relacionamento ou dos recursos investidos para avaliação do seu caráter.

CAPÍTULO 13: ESTÁTICA COMPARATIVA*

13.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A estática comparativa foi um instrumental amplamente utilizado ao longo deste texto. Desde o primeiro capítulo, quando se iniciou o estudo sobre o equilíbrio de mercado, que essa técnica foi usada para analisar possíveis alterações no equilíbrio de mercado frente a variações no ambiente econômico. Posteriormente, a estática comparativa foi utilizada para prever como a escolha dos vários agentes econômicos estudados (ou seja, consumidores, firmas, proprietários dos recursos, governo, etc.) respondia a variações nas condições econômicas. Este capítulo alarga o escopo da análise desse importante instrumental econômico, ampliando a sua utilização e aplicação para outras áreas correlatas.

A estática comparativa é o instrumental da teoria econômica que simula como uma certa escolha responde e se ajusta a variações no ambiente econômico. Essa técnica consiste em dividir as variáveis em duas classes: (1) variáveis endógenas (ou dependentes), por exemplo, quantidade consumida ou produzida de um bem ou serviço, as quais são determinadas diretamente pela ação dos vários agentes econômicos; e (2) variáveis exógenas (ou independentes) ou simplesmente parâmetros, por exemplo, preço de um determinado bem ou serviço, renda e a alíquota de um imposto, as quais são estabelecidas fora do modelo e, portanto, não são determinadas pela ação direta dos agentes econômicos envolvidos.

Denotando-se a variável endógena por x e a variável exógena por p, e admitindo-se que a teoria econômica estabeleça ou especifique uma escolha de x em função de p – a qual representa a implicação da teoria[110], tem-se:

[110] Supõe-se que $f(p)$ é uma função matematicamente bem comportada (ou seja, contínua e duplamente diferenciável).

$$x = f(p)$$

O objetivo da estática comparativa é determinar o sinal da derivada dessa relação funcional. Portanto, é o sinal da derivada de x em relação a p (isto é, $\partial x/\partial p$), o elemento fundamental da estática comparativa. Na teoria do consumidor, por exemplo, a demanda x_i é a variável endógena, enquanto que preços p_1, p_2 e a renda nominal M são as variáveis exógenas ou parâmetros:

$$x_i = D(p_1,p_2,M)$$

A lei da demanda, implicação estabelecida no seio da teoria do consumidor, prevê que em condições usuais (ou seja, não existência de bens de Giffen), o consumo desse bem é inversamente relacionado ao seu preço, de modo que:

$$\partial x_i/\partial p_i < 0$$

É importante ressaltar que essa implicação é potencialmente refutável, tendo em vista que $\partial x_i/\partial p_i$ pode ser, de fato, positivo.

==

Definição: Estática comparativa é a técnica matemática pela qual um modelo econômico pode ser investigado ou simulado, objetivando determinar se hipóteses refutáveis podem ser derivadas a partir desse modelo.

==

13.2 O MODELO SIMPLES DE MERCADO

Para estabelecer a mecânica da estática comparativa, considera-se o mercado de um bem X, o qual pode ser especificado pelas seguintes funções de demanda e oferta, respectivamente, $x_d = D(p,M)$, com $\partial D/\partial p < 0$, e $x_s = S(p)$, com $\partial S/\partial p > 0$; onde p é o preço de mercado e M é a renda.

Conforme estabelecido no primeiro capítulo, o equilíbrio nesse mercado pode ser descrito pelas equações de demanda e oferta, ou seja:

$$x_d = D(p,M)$$
$$x_s = S(p)$$

No entanto, o mercado só estará em equilíbrio quando a quantidade demandada x_d for igual a quantidade ofertada x_s, isto é:

$$D(p,M) = S(p)$$

ou

$$D(p,M) - S(p) = 0$$

Sob certas condições matemáticas[111], essa relação pode ser resolvida de modo a obter-se o preço de equilíbrio, $p = p^*(M)$, o qual depende da renda nominal M (variável exógena ou parâmetro do modelo). A quantidade de equilíbrio é obtida substituindo-se $p = p^*(M)$ na

[111] Condições essas estabelecidas pelo teorema da função implícita.

função de oferta, donde resulta $x = x^*(M)$, a qual também depende da renda nominal. A FIGURA 13.2.1 ilustra o equilíbrio nesse mercado.

Utilizando-se a técnica da estática comparativa, pode-se prever o que aconteceria com o preço e a quantidade de equilíbrio se a renda sofresse um aumento. A técnica da estática comparativa consiste em substituir o preço de equilíbrio $p = p^*(M)$ na equação que o gerou, de modo a obter-se uma identidade. Procedendo-se dessa forma, tem-se:

$$D[p^*(M),M] - S[p^*(M)] \equiv 0$$

O objetivo da estática comparativa é prever o que acontecerá com o preço de equilíbrio p^* quando M variar, ou seja, qual é o sinal da derivada $\partial p^*/\partial M$. Essa derivada só tem sentido porque p^* é uma função de M. É importante frisar que a identidade acima pode ser diferenciada, enquanto que a condição de equilíbrio não. Assim, diferenciando-se ambos os membros da identidade acima em relação a M, resulta:

$$(\partial D/\partial p)(dp^*/dM) + \partial D/\partial M - (dS/dp)(dp^*/dM) = 0$$

ou

$$dp^*/dM = (\partial D/\partial M)/[(dS/dp) - (\partial D/\partial p)]$$

Esse sinal tanto pode ser positivo quanto negativo, o que dependerá do sinal de $\partial D/\partial M$, isto é, se o bem é normal e/ou superior ($\partial D/\partial M > 0$) ou inferior ($\partial D/\partial M < 0$), desde que $dS/dp > 0$ e $\partial D/\partial p < 0$ (por hipótese). A FIGURA 13.2.1 mostra que se o bem é normal ou superior, a curva de demanda se desloca para cima, de modo que tanto o preço quanto a quantidade de equilíbrio aumentam. Por outro lado, se o bem é inferior, então um aumento em M desloca a curva de demanda para baixo e, em conseqüência, o preço e a quantidade de equilíbrio são reduzidos. Portanto, para garantir que tanto o preço quanto a quantidade de equilíbrio aumentem, na medida que a renda sofre uma expansão, é necessário supor que o bem seja normal ou superior, isto é, $\partial D/\partial M > 0$.

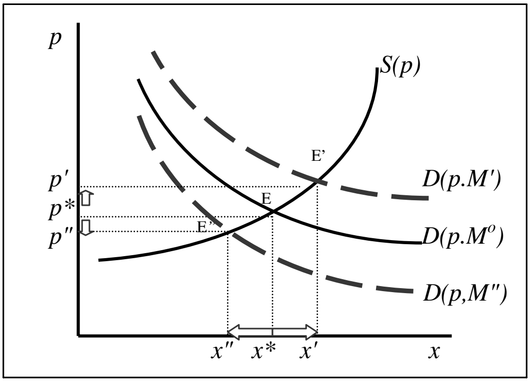


FIGURA 13.2.1: A ESTÁTICA COMPARATIVA DE UM AUMENTO NA RENDA SOBRE O EQUILÍBRIO DE MERCADO

Além do mais, pode-se prever como a quantidade de equilíbrio varia quando a renda sofre um aumento. Nesse caso, basta diferenciar, em relação a M, qualquer uma das seguintes equações:

$$x^* = x_d = D[p^*(M),M]$$
$$x^* = x_s = S[p^*(M)]$$

Escolhendo a segunda, por simplicidade, resulta:

$$dx^*/dM = (\partial S/p^*)(dp^*/\partial M)$$

Cujo sinal depende do sinal de $dp^*/\partial M$, tendo em vista que $\partial S/p^* > 0$ (por pressuposto – oferta positivamente inclinada). Portanto, se o bem é normal (isto é, $dp^*/\partial M > 0$), então $dx^*/dM > 0$, indicando que um aumento de renda aumentará também a quantidade de equilíbrio. Por outro lado, se o bem é inferior (ou seja, $dp^*/\partial M < 0$), então $dx^*/dM < 0$, de modo que quando a renda aumenta a quantidade de equilíbrio diminui.

13.2.1 O MODELO SIMPLES DE MERCADO COM TRIBUTAÇÃO

Supõe-se que o mercado de um bem X esteja sujeito a um imposto específico no valor de T, cujas funções de demanda e ofertada são especificadas, respectivamente, por $x_d = D(p_d,M)$, com $\partial D/\partial p_d < 0$ e $\partial D/\partial M > 0$ (isto é, bem normal), e $x_s = S(p_s)$, com $\partial S/\partial p_s > 0$; onde p_d é o preço de demanda, p_s é o preço de oferta e M é a renda. Deve-se lembrar que o imposto específico cria uma cunha entre os preços de demanda e de oferta, de modo que $p_d - p_s = T$.

Com o imposto, o equilíbrio nesse mercado é descrito por três equações, ou seja, demanda, oferta e a relação de preços:

$$x_d = D(p_d,M)$$
$$x_s = S(p_s)$$
$$p_d = T + p_s$$

Substituindo-se o preço de demanda p_d da terceira equação na primeira, reduz-se o sistema de três equações e três incógnitas a um de apenas duas equações e duas incógnitas:

$$x_d = D(p_s+T,M)$$
$$x_s = S(p_s)$$

O equilíbrio nesse mercado se dá quando a quantidade demandada x_d for igual a quantidade ofertada x_s, ou seja:

$$D(p_s+T,M) = S(p_s)$$

ou

$$D(p_s+T,M) - S(p_s) = 0$$

Resolvendo-se essa equação, obtém-se o preço de oferta de equilíbrio $p_s = p_s^*(T,M)$, o qual depende do imposto T e da renda M, os quais são os parâmetros (ou variáveis exógenas) do modelo. O preço de demanda de equilíbrio é obtido substituindo-se o p_s^* encontrado na equação de preços, de modo que $p_d = p_d^*(T,M)$, o qual depende também de T e de M. Por analogia, a quantidade de equilíbrio é obtida substituindo-se $p_s = p_s^*(T,M)$ na função de oferta, ou seja, $x = x^*(T,M)$, a qual também depende do imposto e da renda. A FIGURA 13.2.1.1 ilustra o equilíbrio nesse mercado.

Substituindo-se os preços ótimos na equação de preços, obtém-se a seguinte identidade:

$$p_d^*(T,M) \equiv T + p_s^*(T,M)$$

Diferenciando-a em relação a T, obtém-se:

$$\partial p_d^*/\partial T = 1 + \partial p_s^*/\partial T = 1 - (\partial D/\partial p_d)/[(\partial D/\partial p_d) - (dS/dp_s)]$$

donde resulta:

$$\partial p_d^*/\partial T = -(dS/dp_d)/[(\partial D/\partial p_d)-(dS/dp_s)] > 0$$

Isso implica que um aumento no imposto deverá elevar o preço pago pelos consumidores.

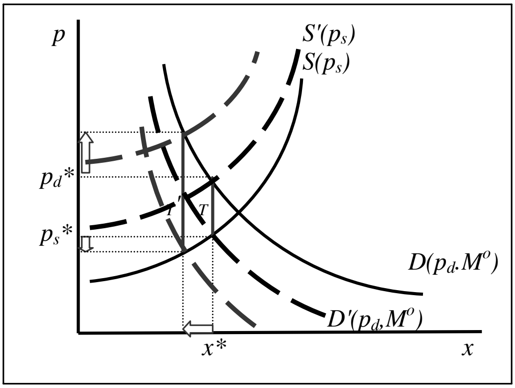


FIGURA 13.2.1.1: A ESTÁTICA COMPARATIVA DE UM AUMENTO NO IMPOSTO SOBRE O EQUILÍBRIO DE MERCADO

Substituindo-se a quantidade e os preços de equilíbrio na equação de oferta, resulta a seguinte identidade:

$$x_s^*(T,M) \equiv S[p_s^*(T,M)]$$

Diferenciando-a em relação a T, tem-se:

$$\partial x_s^*/\partial T = (dS/dp_s)(\partial p_s^*/\partial T) < 0$$

desde que $\partial p_s^*/\partial T < 0$ e $dS/dp_s > 0$, por hipótese. Isso significa que um aumento no imposto reduz a quantidade de equilíbrio. A FIGURA 13.2.1.1 mostra o efeito de um aumento do imposto, de T para T', sobre os preços e a quantidade de equilíbrio. Vale ressaltar que o incremento do imposto aumenta ainda mais a cunha entre os preços de demanda e de oferta, de modo que o preço pago pelos consumidores aumenta e o preço recebido pelos produtores diminui. Em conseqüência, a quantidade de equilíbrio é reduzida.

Uma forma alternativa e prática de resolver esse problema pode ser obtida substituindo-se as soluções ótimas nas equações que compõem o modelo, donde resultam as seguintes identidades:

$$x^*(T,M) \equiv D[p_d^*(T,M),M]$$
$$x^*(T,M) \equiv S[p_s^*(T,M)]$$
$$p_d^*(T,M) \equiv T + p_s^*(T,M)$$

Diferenciando-as em relação a *T*, resultam:

$$\partial x^*/\partial T = (\partial D/\partial p_d^*)(\partial p_d^*/\partial T)$$
$$\partial x^*/\partial T = (dS/dp_s^*)(\partial p_s^*/\partial T)$$
$$\partial p_d^*/\partial T = 1 + \partial p_s^*/\partial T$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\partial D/\partial p_d^* & 0 \\ 1 & 0 & -dS/dp_s^* \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x^*/\partial T \\ \partial p_d^*/\partial T \\ \partial p_s^*/\partial T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Utilizando-se a regra de Cramer, tem-se:

$$\partial x^*/\partial T = (1/|\Delta|) \begin{vmatrix} 0 & -\partial D/\partial p_d^* & 0 \\ 0 & 0 & -dS/dp_s^* \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{(\partial D/\partial p_d^*)(dS/dp_s^*)}{|\Delta|} < 0$$

desde que, por hipótese, $\partial D/\partial p_d < 0$ (ou seja, a curva de demanda é negativamente inclinada), $dS/dp_s > 0$ (isto é, a curva de oferta é positivamente inclinada), assim como $|\Delta| = -\partial D/\partial p_d + dS/\partial p_s > 0$.

Procedendo-se de forma análoga (ou seja, fazendo-se uso da regra de Cramer), obtém-se:

$$\partial p_d^*/\partial T = (1/|\Delta|) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -dS/dp_s^* \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{dS/dp_s^*}{|\Delta|} > 0$$

Por analogia, pode-se obter:

$$\partial p_s^*/\partial T = (1/|\Delta|) \begin{vmatrix} 1 & -\partial D/\partial p_d^* & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{dD/dp_d^*}{|\Delta|} < 0$$

13.2.2 O MODELO SIMPLES DE MERCADO COM BENS SUBSTITUTOS E TRIBUTAÇÃO

Admite-se agora que o mercado do bem *X* pode ser especificado pelas seguintes funções de demanda e oferta:

$x_d = D(p,P,M)$; com $\partial x_d/\partial p < 0$, $\partial x_d/\partial P > 0$ e $\partial x_d/\partial M > 0$

$x_s = S(p)$; com $dx_s/\partial p > 0$

onde x_d e x_s representam, respectivamente, as quantidades demandada e ofertada, *p* é o preço do bem *X*, *P* é o preço dos outros bens (substitutos) e *M* é a renda.

Por meio da técnica da estática comparativa pode-se determinar o efeito de uma variação em P ou em M sobre o preço e a quantidade de equilíbrio nesse mercado. Esses efeitos são obtidos através dos sinais de $\partial x^*/\partial P$, $\partial x^*/\partial M$, $\partial p^*/\partial P$ e $\partial p^*/\partial M$. O equilíbrio nesse mercado se dá quando a quantidade demandada x_d for igual a quantidade ofertada x_s, diga-se, x^*. Assim, impondo-se essa condição, tem-se:

$$D(p,P,M) = S(p)$$

ou:

$$D(p,P,M) - S(p) = 0$$

cuja solução é $p = p^*(P,M)$ e $x = x^*(P,M)$. Substituindo-se essas soluções ótimas (preço e quantidade de equilíbrio) de volta nas equações de demanda e oferta (equações que as geraram), obtêm-se as seguintes identidades:

$$x^*(P,M) \equiv D[p^*(P,M),P,M]$$
$$x^*(P,M) \equiv S[p^*(P,M)]$$

Diferenciando-as em relação a M, resulta o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\partial x^*/\partial M = (\partial D/\partial p^*)(\partial p^*/\partial M) + \partial D/\partial M$$
$$\partial x^*/\partial M = (dS/dp^*)(\partial p^*/\partial M)$$

Reescrevendo-se esse sistema na sua forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\partial D/\partial p^* \\ 1 & -dS/dp^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x^*/\partial M \\ \partial p^*/\partial M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial D/\partial M \\ 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando-se a regra de Cramer, obtém-se:

$$\partial x^*/\partial M = (1/|\Delta|)\begin{vmatrix} \partial D/\partial M & -\partial D/\partial p^* \\ 0 & -dS/dp^* \end{vmatrix} = \frac{-(\partial D/\partial M)(dS/dp^*)}{|\Delta|} > 0$$

tendo em vista que, por hipótese, $\partial D/\partial M > 0$ (o bem X é normal ou superior), $dS/\partial p^* > 0$ (a oferta é positivamente inclinada) e $|\Delta| = (\partial D/\partial p^*)(-\partial S/\partial p^*) < 0$. De modo análogo:

$$\partial p^*/\partial M = (1/|\Delta|)\begin{vmatrix} 1 & \partial D/\partial M \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-\partial D/\partial M}{|\Delta|} > 0$$

Diferenciando-se as identidades em relação a P, resulta o seguinte sistema de duas equações:

$$\partial x^*/\partial P = (\partial D/\partial p^*)(\partial p^*/\partial P) + \partial D/\partial P$$
$$\partial x^*/\partial P = (dS/dp^*)(\partial p^*/\partial P)$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\partial D/\partial p^* \\ 1 & -dS/dp^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x^*/\partial P \\ \partial p^*/\partial P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial D/\partial P \\ 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando-se a regra de Cramer, obtém-se:

$$\partial x^*/\partial P = (1/|\Delta|)\begin{vmatrix} \partial D/\partial P & -\partial D/\partial p^* \\ 0 & -dS/dp^* \end{vmatrix} = \frac{-(\partial D/\partial P)(dS/dp^*)}{|\Delta|} > 0$$

desde que, por hipótese, $\partial D/\partial P > 0$ (os bens são substitutos), $dS/\partial p^* > 0$ (a oferta é positivamente inclinada) e $|\Delta| = (\partial D/\partial p^*)(-\partial S/\partial p^*) < 0$. Do mesmo modo:

$$\partial p^*/\partial P = (1/|\Delta|)\begin{vmatrix} 1 & \partial D/\partial P \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-\partial D/\partial P}{|\Delta|} > 0$$

Admitindo-se agora que o governo decida cobrar um imposto de R$ T por unidade produzida e vendida nesse mercado, podem-se estabelecer as condições para a determinação do valor ótimo de T (ou seja, aquele que maximiza a receita do governo). Pode-se também prever como o imposto afetará as novas variáveis de equilíbrio, a partir do conhecimento dos sinais de $\partial x^*/\partial T$, $\partial p_d{}^*/\partial T$ e $\partial p_s{}^*/\partial T$. Com o imposto T, a receita do governo R é expressa por:

$$R = Tx^*(P, M, T)$$

donde resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$\partial R/\partial T = T(\partial x^*/\partial T) + x^* = 0$$

Multiplicando-se ambos os lados dessa equação por T/R, obtém-se:

$$\varepsilon_T = -1$$

onde $\varepsilon_T = (\partial R/\partial T)(T/R)$ é a elasticidade da base do imposto x^* em relação a T. Isto implica dizer que o governo determina T igualando essa elasticidade à unidade. Deve-se ressaltar que esta condição é idêntica a de um monopolista com custo de produção igual a zero. A condição de suficiência para um máximo é que:

$$\partial^2 R/\partial T^2 = T(\partial^2 x^*/\partial T^2) + \partial x^*/\partial T + \partial x^*/\partial T < 0$$

ou:

$$T(\partial^2 x^*/\partial T^2) + 2(\partial x^*/\partial T) < 0$$

O imposto cria uma distorção entre o preço pago pelos consumidores e o preço recebido pelos produtores, de modo que:

$$T = p_d - p_s$$

de modo que as equações de demanda e oferta podem ser agora reescritas da seguinte forma:

$$x_d = D(p_d, P, M)$$
$$x_s = S(p_s)$$

Impondo-se a condição de equilibro $x_d = x_s = x^*$ e substituindo-se a equação de preços nas outras duas equações de demanda e oferta, resulta a seguinte equação:

$$D(p_d, P, M) = S(p_d - T)$$

cuja solução é $p_d = p_d*(P,M,T)$. Substituindo-se p_d* na equação de preços e na função de oferta (ou demanda), obtém-se $p_s = p_s*(P,M,T)$ e $x = x*(P,M,T)$. Substituindo-se esses valores ótimos de volta nas equações que as geraram, resultam as seguintes identidades:

$$x^*(P,M,T) \equiv D[p_d^*(P,M,T),P,M]$$
$$x^*(P,M,T) \equiv S[p_s^*(P,M,T)]$$
$$T \equiv p_d^*(P,M,T) - p_s^*(P,M,T)$$

Diferenciando-as em relação a T, tem-se:

$$\partial x^*/\partial T - (\partial D/\partial p_d^*)(\partial p_d^*/\partial T) = 0$$
$$\partial x^*/\partial T - (dS/dp_s^*)(\partial p_s^*/\partial T) = 0$$
$$\partial p_d^*/\partial T - \partial p_s^*/\partial T = 1$$

ou na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\partial D/\partial p_d^* & 0 \\ 1 & 0 & -dS/dp_s^* \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial x^*/\partial T \\ \partial p_d^*/\partial T \\ \partial p_s^*/\partial T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Utilizando-se a regra de Cramer, resulta:

$$\partial x^*/\partial T = (1/|\Delta|) \begin{vmatrix} 0 & -\partial D/\partial p_d^* & 0 \\ 0 & 0 & -dS/dp^* \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{(\partial D/\partial p_d^*)(dS/dp_s^*)}{|\Delta|} < 0$$

desde que, por hipótese, $\partial D/\partial p_d < 0$ (a curva de demanda é negativamente inclinada), $dS/dp_s > 0$ e $|\Delta| = -(\partial D/\partial p_d) + (dS/\partial p_s) > 0$. Procedendo-se de forma análoga, pode-se obter $\partial p_d^*/\partial T > 0$ e $\partial p_s^*/\partial T < 0$.

13.3 TEORIA DA FIRMA E O IMPOSTO SOBRE A PRODUÇÃO

A estática comparativa pode ser também utilizada para prever como uma firma altera seu nível de produção frente a introdução ou aumento de um imposto sobre a produção. Assim, objetivando ampliar a aplicação do instrumental da estática comparativa, analisa-se a seguir o impacto da introdução de um imposto à produção sobre o nível de produção da firma, tomando-se por base três postulados alternativos de comportamento para as firmas:

1. Firmas maximizam o lucro π;
2. Firmas maximizam uma função de utilidade de lucros $u(\pi)$, com $u'(\pi) > 0$, de modo que a utilidade é tanto maior quanto maior for o lucro (ou seja, a utilidade marginal do lucro é positiva). Nesse postulado, o lucro não é desejado por si só, mas pela utilidade que este proporciona aos empresários; e
3. Firmas maximizam a receita liquida, z.

13.3.1 FIRMA QUE MAXIMIZA LUCRO

Com um imposto sobre a produção, o lucro da firma pode ser expresso da seguinte forma:

$$\pi = R(y) - C(y) - Ty$$

onde *y* é o nível de produção (variável endógena que está sob o controle da firma) e *T* é o imposto à produção (variável exógena ou parâmetro, a qual está fora do controle da firma).

Vale lembrar que se afirma é competitiva, então ela toma o preço do produto *p* como dado. Nesse caso, a receita será $R(y) = py$. Por outro lado, se a firma é monopolística, então ela tem condições de influenciar o seu preço, de modo que o preço é determinado conjuntamente com o nível de produção, $p = p(y)$. Assim, a receita da firma nesse caso seria expressa por $R(y) = p(y)y$.

Nessa análise, é irrelevante se a firma é competitiva ou monopolística, de forma que pode-se trabalhar com uma função genérica de receita, $R(y)$. Portanto, independentemente se a firma é competitiva ou monopolistica, o objetivo da firma é maximizar o seu lucro:

$$\max_{y} \pi = R(y) - C(y) - Ty$$

cujas as condições de primeira e segunda ordem para um máximo são, respectivamente:

$$\partial\pi(y)/\partial y = R'(y) - C'(y) - T = 0$$
$$\partial^2\pi(y)/\partial y^2 = R''(y) - C''(y) < 0$$

A condição de primeira ordem é a função de escolha da firma, a qual estabelece que a firma maximizadora de lucro escolhe o seu nível de produção igualando a receita marginal à soma do custo marginal e do imposto:

$$R'(y) = C'(y) + T$$

Deve-se ressaltar que se a firma fosse competitiva, $R'(y) = p$ e $R''(y) = 0$, e as condições de primeira e segunda ordem seriam:

$$p = C'(y) + T$$
$$-C''(y) < 0 \text{ ou } C''(y) > 0$$

Por outro lado, se a firma fosse monopolística, então as condições necessária e suficiente seriam:

$$R'(y) = p + y[\partial p(y)/\partial y]$$
$$R''(y) < C''(y)$$

A questão agora é saber como a firma varia o seu nível de produção em resposta à variações no imposto *T*. A condição de primeira ordem, $R'(y) - C'(y) - T = 0$, é uma relação implícita entre *y* e *T*. Essa relação pode ser resolvida e sua solução pode ser expressa da seguinte forma:

$$y = y^*(T)$$

Substituindo-se essa solução ótima na condição de primeira ordem, obtém-se a seguinte identidade:

$$R'[y^*(T)] - C'[y^*(T)] - T \equiv 0$$

O objetivo é saber o que acontece com o nível de produção y quando T varia, ou seja, qual é o sinal da derivada $\partial y/\partial T$. Assim, diferenciando-se ambos os membros da identidade acima, obtém-se:

$$R''(y)[\partial y^*/\partial T] - C''(y)[\partial y^*/\partial T] - 1 = 0$$

ou:

$$\partial y^*/\partial T = 1/[R''(y) - C''(y)] < 0$$

visto que $R''(y) - C''(y) < 0$, resultado direto da condição de segunda ordem. Isto significa que o postulado da maximização do lucro implica que $\partial y^*/\partial T < 0$, estabelecendo assim uma relação inversa entre y e T.

Embora o postulado da maximização de lucro não seja diretamente observável ele gerou uma implicação importante a respeito de como uma firma reage frente ao imposto. Isto é, a firma reduz o seu nível de produção y em resposta a um aumento do imposto T. É importante ressaltar que esse resultado foi obtido sem haver necessidade de se especificar qualquer forma explicita para a função de receita ou custo da firma, nem muito menos foi necessário fazer qualquer referência ao mercado onde essa firma opera. O que comprova que este resultado é válido para qualquer firma, seja ela competitiva ou monopolista.

13.3.2 FIRMA QUE MAXIMIZA UMA FUNÇÃO DE UTILIDADE DO LUCRO

Admitindo-se que a firma maximize uma função de utilidade que depende do lucro, então o objetivo da firma é:

$$\max_{y} u = u[R(y) - C(y) - Ty]$$

cuja condição de primeira ordem é:

$$\partial u/\partial y = u'(\pi)(\partial \pi/\partial y) = 0$$

ou:

$$u'(\pi)[R'(y) - C'(y) - T] = 0$$

onde $u'(\pi) > 0$ (por suposto) é a utilidade marginal do lucro. É importante ressaltar que essa função de escolha é equivalente à função de escolha estabelecida pelo postulado da maximização do lucro. Isto é, desde que $u'(\pi) > 0$ (por pressuposto), então para que essa função de escolha seja zero é necessário que:

$$R'(y) - C''(y) - T = 0$$

cuja solução $y = y^*(T)$ é equivalente à solução do modelo de maximização do lucro.

A condição de segunda ordem para esse problema será:

$$\partial^2 u/\partial y^2 = u''(\pi)(\partial \pi/\partial y) + u'(\pi)(\partial^2 \pi/\partial y^2) < 0$$

Desde que $\partial\pi/\partial y = 0$ (pela condição de primeira ordem), então a condição de segunda ordem pode ser reescrita da seguinte forma:

$$u'(\pi)(\partial^2\pi/\partial y^2) < 0$$

É interessante observar que esta condição é idêntica à condição de segunda ordem do modelo de maximização de lucro, $\partial^2\pi/\partial y^2 < 0$, tendo em vista que $u'(\pi) > 0$ (por pressuposto).

Portanto, pode-se concluir que esses dois postulados de comportamento para a firma são equivalentes no sentido de que eles geram as mesmas implicações refutáveis. Isso significa dizer que nenhum conjunto de dados do mundo real poderia distinguir se a firma estaria maximizando lucro ou se ela estaria maximizando uma função de utilidade do lucro. Esses postulados de comportamento geram as mesmas hipóteses refutáveis, de modo que um é tão bom quanto o outro.

13.3.3 FIRMA QUE MAXIMIZA A RECEITA LÍQUIDA

Nesse caso, postula-se que o objetivo da firma é maximizar a receita liquida, a qual é definida pela diferença entre a receita total e o valor do imposto:

$$\max_{y} z(y) = R(y) - Ty$$

cujas condições de primeira e segunda ordem são, respectivamente:

$$\partial z(y)/\partial y = R'(y) - T = 0$$

e

$$\partial^2 z(y)/\partial y^2 = R''(y) < 0$$

Resolvendo-se a condição de primeira ordem, obtém-se a seguinte solução $y = y^{**}(T)$, onde as duas estrelas foi utilizada para distinguir essa solução das soluções anteriores, tendo em vista que este postulado gera um nível de produção diferente daqueles outros dois. Substituindo-se esta solução na condição de primeira ordem, tem-se a seguinte identidade:

$$R'[y^{**}(T)] - T \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a T, obtém-se:

$$R''(y)(\partial y^{**}/\partial T) - 1 = 0$$

Desde que $R''(y) < 0$ (condição de segunda ordem), então:

$$\partial y^{**}/\partial T = 1/R''(y) < 0$$

Portanto, a conclusão que se chega com essa análise é que esses três postulados alternativos de comportamento geram a mesma implicação para a firma no que concerne ao ajustamento do seu nível de produção, frente a uma variação no imposto sobre a produção. Os três postulados são equivalentes no sentido de que eles prevêem que um aumento do imposto reduzirá o nível de produção da firma.

==

Exercício 13.3.1: *Usando o instrumental da estática comparativa e continuando a usar uma função de custo genérica, $C = C(y)$, mostre que, para o caso da firma competitiva que maximiza lucro, $\partial y^*/\partial T < 0$ e $\partial y^*/\partial p > 0$ (isto é, a curva de oferta é positivamente inclinada).*

A firma competitiva determina o seu nível de produção de modo a maximizar o seu lucro:

$$\max_{y} \pi = py - C(y) - Ty$$

dados p e T

A partir do qual obtém-se as seguintes condições de primeira e segunda ordem, respectivamente, para um ótimo interior:

$$\partial\pi/\partial y = p - C'(y) - T = 0$$
$$\partial^2\pi/\partial y^2 = - C''(y) < 0$$

Resolvendo-se a condição de primeira ordem, obtém-se a solução ótima para o nível de produção $y = y^*(p,T)$, a qual depende das duas variáveis exógenas (ou parâmetros), que são o preço p e o imposto T. Substituindo-se essa solução ótima na equação que a gerou (condição de primeira ordem para lucro máximo), resulta a seguinte identidade:

$$p - C'[y^*(p,T)] - T \equiv 0$$

Para saber o que acontece com o nível de produção y quando p e T variam, determinam-se os sinais das derivadas $\partial y/\partial p$ e $\partial y/\partial T$. Assim, diferenciando-se ambos os membros da identidade acima em relação a T, obtém-se:

$$- C''(y)[\partial y^*/\partial T] - 1 = 0$$

donde resulta:

$$\partial y^*/\partial T = -1/C''(y) < 0$$

desde que $- C''(y) < 0$ ou $C''(y) > 0$ (condição de segunda ordem), estabelecendo assim uma relação inversa entre y e T.

Diferenciando-se agora ambos os membros da identidade acima em relação a p, tem-se:

$$1 - C''(y)[\partial y^*/\partial p] = 0$$

donde resulta:

$$\partial y^*/\partial p = 1/C''(y) > 0$$

desde que $C''(y) > 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que um aumento no preço do produto da firma aumenta o volume de produção. Em outras palavras, a curva de oferta da firma competitiva é positivamente inclinada.

==

13.4 A TEORIA DA FIRMA E A QUALIDADE DE INSUMOS

Objetivando ampliar a aplicabilidade da técnica da estática comparativa, considera-se a implicação de uma variação na qualidade de um insumo (terra) sobre o nível de utilização de outro (fertilizante) para um produtor agrícola. Admite-se que o valor da produção agrícola R é especificado por:

$$R = py(q)h(x), \text{ com } y'(q) > 0 \text{ e } h'(x) > 0$$

onde p é o preço do produto, x é a quantidade de fertilizante por hectare e q é um índice de qualidade da terra. Supõe-se que os mercados do produto e do insumo (fertilizante) sejam competitivos e que o preço do fertilizante seja w.

A quantidade ótima de fertilizante x^* é aquela que maximiza o lucro do produtor π, o qual é definido pela diferença entre o valor da produção R e o custo do insumo $C = wx$. Assim, x^* é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x} \pi = py(q)h(x) - wx$$

do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

$$\partial\pi/\partial x = py(q)h'(x) - w = 0$$

ou:

$$py(q)h'(x) = w$$

Essa condição estabelece que a utilização de fertilizante se estenderá até o ponto em que o valor da produtividade marginal de fertilizante, $py(q)h'(x)$, for igual ao seu preço w. Resolvendo-se a equação, obtém-se a quantidade ótima de fertilizante $x = x^*(p,q,w)$.

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um máximo é:

$$\partial^2\pi/\partial x^2 = py(q)h''(x) < 0$$

Essa condição implica que $h''(x) < 0$, desde que $py(q) > 0$. Isto é, a produtividade marginal de fertilizante deve ser declinante. A FIGURA 13.4.1 mostra o equilíbrio e a quantidade ótima de fertilizante resultante.

Para saber o que acontece com a quantidade de fertilizante quando há uma variação na qualidade da terra, utiliza-se a técnica da estática comparativa. Substituindo-se a solução ótima $x = x^*(p,q,w)$ na equação que a gerou (condição de primeira ordem), obtém-se a seguinte identidade:

$$py(q)h'[x^*(p.q,w)] - w \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a q, tem-se:

$$p[yh''(\partial x^*/\partial q)+h'y'] = 0$$

donde resulta:

$$\partial x^*/\partial q = -ph'y'/pyh'' > 0$$

desde que $y' > 0$ e $h' > 0$, por hipótese, e $pyh'' < 0$. Isso significa que quanto melhor for a qualidade de terras agricultáveis, maior será a quantidade de fertilizante utilizada na produção agrícola. A FIGURA 13.4.1 mostra que ao se aumentar a qualidade da terra para

$q' > q$, a curva de produtividade marginal do fertilizante se desloca para cima, de modo que a quantidade ótima de fertilizante aumenta para $x' > x^*$.

Admitindo-se agora que o valor da produção agrícola possa ser especificado por:

$$R = p[y(q) + h(x)], \text{ com } y'(q) > 0 \text{ e } h'(x) > 0$$

Então a quantidade ótima de fertilizante x^* pode ser obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x} \pi = p[y(q)+h(x)] - wx$$

cuja condição necessária para um ótimo será:

$$\partial\pi/\partial x = ph'(x) - w = 0$$

ou:

$$ph'(x) = w$$

Essa condição tem o mesmo significada da condição anterior, ou seja, para que o lucro seja maximizado, a utilização de fertilizante deverá se estender até o ponto em que o valor da produtividade marginal de fertilizante, $ph'(x)$, for igual ao seu preço, w. Resolvendo-se essa última equação, obtém-se a quantidade ótima de fertilizante $x = x^*(p,w)$. Deve-se observar que a solução ótima independe da qualidade da terra, de modo que:

$$\partial x^*/\partial q = 0$$

A condição de suficiência para lucro máximo será:

$$\partial^2\pi/\partial x^2 = ph''(x) < 0$$

o que implica $h''(x) < 0$, desde que $p > 0$. Isso significa que para que o lucro seja máximo, a produtividade marginal de fertilizante deve ser declinante.

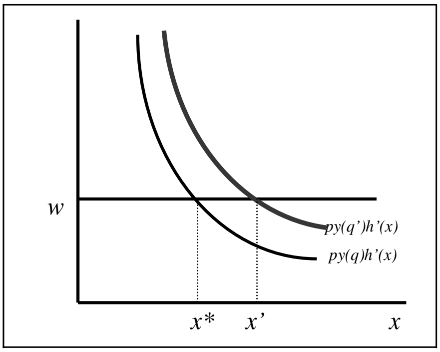


FIGURA 13.4.1: EFEITO DE VARIAÇÕES NA QUALIDADE DE UM INSUMO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE OUTRO INSUMO NA PRODUÇÃO AGRÍCOLA

==

Exercício 13.4.1: *Um fazendeiro (de qualidade x_1) combina x_1 com terra de qualidade x_2 para produzir um produto agrícola y, de acordo com a seguinte função $y = f(x_1,x_2)$, com $f_1 > 0$ e $f_2 > 0$. Suponha que o preço de y seja unitário e que o aluguel de mercado da terra de qualidade x_2 é $w_2(x_2)$, com $w_2'(x_2) > 0$, ou seja terra de maior qualidade tem aluguel maior.*

(i) Descreva e interprete as condições para a escolha da qualidade ótima da terra, x_2, para um fazendeiro de qualidade x_1, ignorando qualquer consideração quantitativa nessa escolha e concentrando-se apenas nos aspectos qualitativos.*

O fazendeiro de qualidade x_1 escolhe a qualidade ótima da terra x_2^* de modo a maximizar o seu lucro, isto é:

$$\max_{x_2} \pi = f(x_1,x_2) - w_2(x_2)$$

Impondo-se a condição necessária para um ótimo, obtém-se:

$$\partial\pi/\partial x_2 = f_2(x_1,x_2) - w_2'(x_2) = 0$$

ou:

$$f_2(x_1,x_2) = w_2'(x_2)$$

Essa condição revela que o fazendeiro ampliará a qualidade da terra até o ponto em que o valor do produto marginal da terra de melhor qualidade for exatamente igual ao custo marginal da mesma. Resolvendo-se essa equação obtém-se a qualidade ótima da terra $x_2 = x_2^*(x_1)$. A FIGURA 13.4.2 ilustra a determinação da qualidade ótima da terra. Impondo-se a condição de suficiência para um máximo, tem-se:

$$\partial^2\pi/\partial x_2^2 = f_{22}(x_1,x_2) - w_2''(x_2) < 0$$

ou:

$$f_{22}(x_1,x_2) < w_2''(x_2)$$

A interpretação econômica da condição de segunda ordem é que, para obtenção de lucro máximo, a curva de custo marginal da terra deve cortar a curva do valor do produto marginal da terra por baixo ou, alternativamente, que a inclinação da curva de benefício marginal f_{22} seja menor que a inclinação da curva de custo marginal w_2".

(ii) Utilizando o instrumental da estática comparativa, prediga se fazendeiros de maior qualidade trabalhariam em terras de melhor qualidade. Que condições são requeridas para garantir que fazendeiros de melhor qualidade trabalham em terras de melhor qualidade?

Para saber o que acontece com a qualidade da terra quando a qualidade do fazendeiro aumenta, utiliza-se a técnica da estática comparativa. Esta técnica consiste em substituir a solução ótima $x_2 = x_2^*(x_1)$ na equação que a gerou (isto é, na condição de primeira ordem), de modo a transformá-la em uma identidade:

$$f_2[x_1, x_2^*(x_1)] - w_2'[x_2^*(x_1)] \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a x_1, tem-se:

$$f_{21} + f_{22}(\partial x_2^*/\partial x_1) - w_2''(\partial x_2^*/\partial x_1) = 0$$

ou:

$$(\partial x_2^*/\partial x_1)(f_{22} - w_2'') = -f_{21}$$

donde resulta:

$$\partial x_2^*/\partial x_1 = -f_{21}/(f_{22} - w_2'')$$

Isso significa que $\partial x_2^*/\partial x_1 > 0$, se e somente se $f_{21} > 0$, ou seja, se os fatores são cooperativos (complementares), desde que $f_{22} - w_2'' < 0$ (condição segunda ordem). Isso significa que um aumento na qualidade dos fazendeiros só aumentará a qualidade das terras agricultáveis se a qualidade do fazendeiro e a qualidade da terra são complementares. Este fato pode ser visualizado na FIGURA 13.4.2, pois, quando x_1 aumenta, a curva do valor da produtividade marginal da terra pode se deslocar tanto para a direita quanto para a esquerda, o que dependerá se os insumos são complementares ou substitutos, respectivamente. Isso significa que o novo ponto de equilíbrio tanto pode se dar à esquerda ou à direita de x_2^*. Portanto, para garantir que fazendeiros de melhor qualidade trabalham em terras de maior qualidade será necessário supor que fazendeiro e terra são insumos complementares.

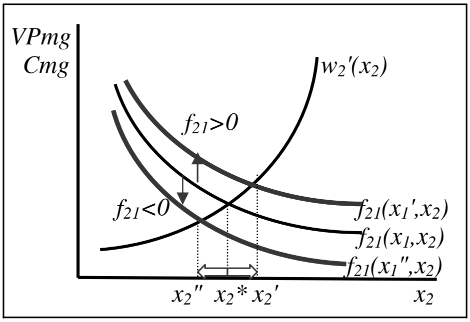


FIGURA 13.4.2: EFEITO DE VARIAÇÕES NA QUALIDADE DE UM INSUMO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE OUTRO

(iii) Defina a função indireta de lucro para fazendeiros de qualidade x_1 e mostre que não existe mais valia, de modo que a soma do retorno do fazendeiro e o aluguel pago pela terra exaurem o valor da produção.

Substituindo a solução ótima na função objetivo de lucro, obtém-se a função de lucro indireta:

$$\pi^*(x_1) = f[x_1,x_2^*(x_1)] - w_2[x_2^*(x_1)]$$

donde resulta:

$$\pi^*(x_1) + w_2[x_2^*(x_1)] = f[x_1,x_2^*(x_1)]$$

Isso significa que o retorno do fazendeiro, $\pi^*(x_1)$, mais o aluguel da terra, $w_2[x_2^*(x_1)]$, quando somados, exaurem o valor da produção, ou seja, são exatamente iguais ao valor da produção $y^* = f[x_1,x_2^*(x_1)]$.

==

13.5 A ESCOLHA DO TEMPO ÓTIMO

Suponha que o valor presente de uma árvore y varia com o tempo de plantio t de acordo com a seguinte função:

$$y = f(t)e^{-rt}, \text{ com } f'(t) > 0$$

onde r é a taxa de juros de mercado.

O tempo ótimo de corte de uma árvore t^* é escolhido de modo a maximizar o valor presente da árvore:

$$\max_t y = f(t)e^{-rt}$$

donde resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

$$dy/dt = f(t)(-r)e^{-rt} + e^{-rt}f'(t) = 0$$

ou

$$dy/dt = [f'(t) - rf(t)]\, e^{-rt} = 0$$

Desde que $e^{-rt} > 0$, então:

$$-rf(t) + f'(t) = 0$$

onde $f'(t) = df/dt$. A condição de primeira ordem pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$f'(t) = rf(t)$$

Quando escrita desta forma, essa condição estabelece que o tempo ótimo de corte da árvore se dará quando o benefício marginal de um período a mais for exatamente igual ao custo marginal da planta (ou seja, o custo de oportunidade do capital, o qual é definido pelo valor que poderia ser auferido se a árvore fosse vendida e seus recursos fossem aplicados no mercado financeiro). Resolvendo-se essa equação, obtém-se o tempo ótimo de corte $t = t^*(r)$. A FIGURA 13.5.1 ilustra a determinação do tempo ótimo de corte, admitindo-se que $f''(t) < 0$.

Esse problema deve satisfazer a seguinte condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um máximo:

$$d^2y/dt^2 = (f'' - rf')e^{-rt} + (f'-rf)(-r)e^{-rt} < 0$$

ou:

$$e^{-rt}(f'' - 2rf' + r^2f) < 0$$

da qual resulta:

$$f'' - 2rf' - r^2f < 0$$

ou:

$$f'' - rf' - r(f' - rf) < 0$$

onde $f'' = d^2f/dt^2$. Desde que $f' - rf = 0$ (condição de primeira ordem), então obtém-se:

$$f'' - rf' < 0$$

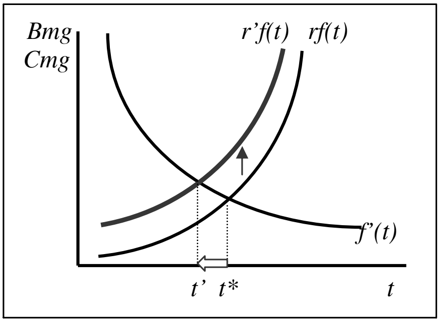


FIGURA 13.5.1: O TEMPO ÓTIMO DE CORTE DE UMA ÁRVORE

Fazendo-se uso da estática comparativa pode-se prever o que acontece com o tempo de corte da árvore se houvesse um aumento da taxa de juros para $r' > r$. Para tanto, substitui-se a solução ótima $t = t^*(r)$ na condição de primeira ordem, donde resulta a seguinte identidade:

$$f'[t^*(r)] - rf[t^*(r)] \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a r, tem-se:

$$f''(dt/dr) - rf'(dt^*/dr) - f = 0$$

ou:

$$(dt^*/dr)(f'' - rf') = f$$

donde resulta:

$$dt^*/dr = f/(f'' - rf') < 0$$

desde que $f'' - rf' < 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que um aumento na taxa de juros diminui o tempo ótimo de corte da árvore. Este fato pode ser visualizado na FIGURA 13.5.1. Quando r aumenta, a curva de custo marginal se desloca para cima, de modo que o novo ponto de equilíbrio se dá à esquerda do equilíbrio inicial, com um tempo de corte $t' < t^*$.

==

Exercício 13.5.1: *Suponha que o valor de um vinho y varia com o tempo t de acordo com a seguinte função $y = c + f(t)e^{-rt}$, onde r é a taxa de juros de mercado e c é uma constante.*

(i) Determine as condições para a escolha do tempo ótimo de envelhecimento do vinho.

O tempo ótimo de envelhecimento do vinho t^* é escolhido de modo a maximizar o valor do vinho:

$$\max_{t} \; y = c + f(t)e^{-rt}$$

do qual resulta a seguinte condição necessária (ou condição de primeira ordem) para um ótimo:

$$dy/dt = f(t)(-r)e^{-rt} + e^{-rt}f'(t) = 0$$

Desde que $e^{-rt} > 0$, então:

$$-rf(t) + f'(t) = 0$$

Essa condição pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$f'(t) = rf(t)$$

Quando escrita dessa forma, essa condição estabelece que o tempo ótimo de envelhecimento do vinho é aquele em que o benefício marginal for exatamente igual ao custo marginal de envelhecimento de um período a mais do vinho[112]. Resolvendo-se a equação acima, obtém-se o tempo ótimo de envelhecimento $t = t^*(r)$.

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um máximo requer que:

$$d^2y/dt^2 = (f'' - rf')e^{-rt} + (f' - rf)(-r)e^{-rt} < 0$$

ou:

$$e^{-rt}(f'' - 2rf' + r^2f) < 0$$

da qual resulta:

$$f'' - 2rf' - r^2f < 0 \text{ ou } f'' - rf' - r(f' - rf) < 0$$

Tendo em vista que $f'' - rf = 0$ (condição de primeira ordem), então:

$$f'' - rf' < 0$$

A interpretação econômica da condição de segunda ordem é que, para obtenção de um valor máximo, a inclinação do benefício marginal, f'', deve ser menor que a inclinação do custo marginal, rf'. Isso é equivalente a dizer que o custo marginal deve cortar o benefício marginal por baixo.

(ii) Usando o instrumental da estática comparativa, preveja o que aconteceria com o tempo ótimo de envelhecimento do vinho se a taxa de juros de mercado aumentasse.

Para prever o que aconteceria com o tempo de envelhecimento quando a taxa de juros de mercado aumenta, substitui-se a solução ótima t

[112] O custo de envelhecimento do vinho é o valor que poderia ser auferido se o vinho fosse vendido e o seu valor aplicado no mercado financeiro.

$= t^*(r)$ na condição de primeira ordem, de modo a transformá-la na seguinte identidade:

$$f'[t^*(r)] - rf[t^*(r)] \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a *r*, obtém-se:

$$f''(dt/dr) - rf'(dt^*/dr) - f = 0$$

Da qual, resulta:

$$dt^*/dr = f/(f'' - rf') < 0$$

desde que $f'' - rf' < 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que um aumento na taxa de juros de mercado diminui o tempo de envelhecimento do vinho.

Exercício 13.5.2: *Suponha que a função de custo de uma firma que opera no setor de construção civil seja especificada por $C(y) = f(y)e^{-\alpha t} + g(y)e^{rt}$, onde $f(y)$ e $g(y)$ são funções que dependem do nível de produção y, as quais representam, respectivamente, o custo de construção e o custo financeiro; t é o tempo, r é a taxa de juros de mercado; e α é um parâmetro positivo.*

(i) Determine as condições para a escolha do tempo ótimo de construção.

O tempo ótimo de construção t^* é aquele que minimiza o custo da firma. Assim, t^* é obtido resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{t} C(y) = f(y)e^{-\alpha t} + g(y)e^{rt}$$

do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

$$\partial C/\partial t = -\alpha f e^{-\alpha t} + rge^{rt} = 0$$

ou:

$$\alpha f e^{-\alpha t} = rge^{rt}$$

Essa condição estabelece que o tempo ótimo de construção se dá quando o benefício marginal proporcionado pela redução do custo de construção for exatamente igual ao custo marginal implicado pelo acréscimo no custo financeiro (ou custo de oportunidade do capital). Resolvendo-se essa equação, obtém-se o tempo ótimo de construção $t = t^*(r,\alpha) = ln(\alpha f/rg)/(\alpha+r)$.

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um mínimo é que:

$$\partial^2 C/\partial t^2 = \alpha^2 fe^{-\alpha t} + r^2 ge^{rt} > 0$$

Essa condição pode ser reescrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$-\alpha^2 fe^{-\alpha t} < r^2 ge^{rt}$$

o que significa que a inclinação do benefício marginal, $-\alpha^2 fe^{-\alpha t}$, deve ser menor que a inclinação do custo marginal, r^2ge^{rt}.

(ii) Verifique como o aumento na taxa de juros afeta o tempo de construção na referida indústria.

Para saber o que acontece com o tempo de construção quando a taxa de juros de mercado aumenta, substitui-se a solução ótima $t = t^*(r,\alpha)$ na condição de primeira ordem, de modo a transformá-la em uma identidade:

$$-\alpha fe^{-\alpha t^*(r,\alpha)} + rge^{rt^*(r,\alpha)} \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a r, obtém-se:

$$\alpha^2 fe^{-\alpha t}(\partial t^*/\partial r) + rge^{rt}[r(\partial t^*/\partial r) + t] + ge^{rt} = 0$$

ou:

$$\alpha^2 fe^{-\alpha t}(\partial t^*/\partial r) + r^2ge^{rt}(\partial t^*/\partial r) + g(rt+1)e^{rt} = 0$$

da qual resulta:

$$\partial t^*/\partial r = -g(rt+1)e^{rt}/(\alpha^2 fe^{-\alpha t} + r^2ge^{rt}) < 0$$

desde que $g(rt+1)e^{rt} > 0$ e $\alpha^2 fe^{-\alpha t} + r^2ge^{rt} > 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que um aumento na taxa de juros de mercado diminui o tempo de construção na referida indústria.

==

13.6 O CUSTO DE TRANSPORTE E O CUSTO DE OPORTUNIDADE DO TEMPO

Para compreender como a estática comparativa pode resolver muitos problemas, supõe-se que um indivíduo planeja viajar de carro de A até B, cuja distância é d. Por simplicidade supõe-se que o custo total de viagem seja composto apenas da soma do gasto com combustível (gasolina) e do valor do tempo gasto na viagem. Se p é o preço do combustível e w é o custo de oportunidade do tempo desse indivíduo (ou seja, o valor que ele deixa de ganhar ao viajar), então o custo total de viagem pode ser expresso por $C = wt + pg(v,\alpha)$, onde t é o tempo gasto na viagem e $g(v,\alpha)$ é a relação funcional que estabelece o consumo de gasolina, a qual depende da velocidade v e das condições da rodovia α, com $g'(v,\alpha) = \partial g/\partial v > 0$.

Admitindo que as condições da rodovia não se alteram em todo o trajeto, de modo que α não varia, se pode determinar a velocidade que minimiza o custo total desse indivíduo. Deve-se lembrar que a distância é o produto da velocidade pelo tempo, ou seja, $d = vt$, de modo que $t = d/v$. Assim, substituindo-se t pela sua expressão em função da velocidade na função objetivo de custo, resulta:

$$C = wd/v + pg(v,\alpha)$$

A velocidade ótima de trajeto v^* é aquela que minimiza o custo total de viagem C. Assim, v^* é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{v} C = wd/v + pg(v,\alpha)$$

do qual resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$\partial C/\partial v = -wd/v^2 + pg'(v,\alpha) = 0$$

ou:

$$wd/v^2 = pg'(v,\alpha)$$

Essa condição estabelece que o custo total de viagem será minimizado quando o benefício marginal proporcionado pela redução no tempo de viagem, wd/v^2, for exatamente igual ao custo marginal implicado pelo aumento no consumo de combustível, $pg'(v,\alpha)$. Resolvendo-se essa equação, obtém-se a velocidade ótima de trajeto $v = v^*(w,p,\alpha)$.

A condição de suficiência para um mínimo será:

$$\partial^2 C/\partial v^2 = 2wd/v^3 + pg'' > 0$$

ou:

$$-2wd/v^3 < pg''$$

A interpretação econômica dessa condição de segunda ordem é que o custo total de viagem só será minimizado se o custo marginal cortar o benefício marginal por baixo ou, alternativamente, se a inclinação do benefício marginal ($-2wd/v^3$) for menor que a inclinação do custo marginal (pg''). A FIGURA 13.6.1 ilustra a determinação da velocidade ótima de trajeto.

Dado que as condições da rodovia não se alteraram (isto é, $\partial g/\partial \alpha = 0$), então o custo com combustível não será afetado pelas condições da estrada, de modo que o indivíduo deve viajar à mesma velocidade durante todo o trajeto.

Pode-se utilizar a estática comparativa para verificar o que acontece com a velocidade ótima de trajeto se o custo de oportunidade do tempo do indivíduo aumentar para w'. A técnica da estática comparativa consiste em substituir a solução ótima $v = v^*(w,p,\alpha)$ na condição de primeira ordem (equação que a gerou), transformando-a, assim, em uma identidade:

$$-wd/v^*(w,p,\alpha)^2 + pg'[v^*(w,p,\alpha)] \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a w, tem-se:

$$[v^{*2}d - 2wdv^*(\partial v^*/\partial w)]/v^{*4} + pg''(\partial v^*/\partial w) = 0$$

ou:

$$(\partial v^*/\partial w)][pg'' + 2wd/v^3] = d/v^2$$

donde resulta:

$$\partial v^*/\partial w = (d/v^2)/[pg'' + 2wd/v^3] > 0$$

desde que $pg'' + 2wd/v^3 > 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que o aumento no custo de oportunidade do tempo do indivíduo aumenta a velocidade ótima de trajeto. Esse fato pode ser comprovado na FIGURA 13.6.1, pois quando w aumenta para w', a curva de benefício marginal se desloca para cima, de modo que o novo ponto de equilíbrio se dá à direita do equilíbrio inicial, com uma velocidade de trajeto *v' > v**.

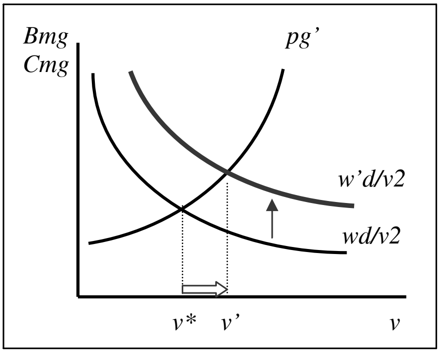


FIGURA 13.6.1: VELOCIDADE ÓTIMA DE TRAJETO

13.7 ESCOLHA DA TECNOLOGIA ÓTIMA E A UTILIZAÇÃO MAIS EFICIENTE DE ENERGIA

Supõe-se um indivíduo produz ar condicionado, combinando capital (um aparelho de ar condicionado) com eletricidade *e*. Para uma dada capacidade de refrigeração (em BTU), alguns aparelhos são mais eficientes que outros no uso de energia elétrica, de modo que o preço do aparelho de ar condicionado é função da quantidade de energia elétrica utilizada, ou seja:

$$p = p(e), \text{ com } p'(e) < 0 \text{ e } p''(e) > 0$$

O custo total de produção de ar condicionado desse indivíduo *C* é composto de dois componentes: (i) o custo de oportunidade de manter o aparelho (valor que o indivíduo poderia obter se aplicasse os recursos no mercado financeiro), *rp(e)*, onde *r* é a taxa de juros; e (ii) o custo da energia, *te*, onde *t* é a tarifa de energia elétrica. Por simplicidade, supõe-se que os preços não variam e que a taxa de depreciação do aparelho de ar condicionado seja zero.

O indivíduo escolherá a melhor tecnologia de modo a minimizar o custo total de produção:

$$\min_{e} C = rp(e) + te:$$

do qual resultam as seguintes condições de primeira e segunda ordem, respectivamente:

$$\partial C/\partial e = rp'(e) + t = 0$$
$$\partial^2 C/\partial e^2 = rp''(e) > 0$$

Resolvendo a condição de primeira ordem, resulta:

$$e = e^*(r,t)$$

Seria interessante saber como, para uma dada capacidade de ar condicionado (em BTU), um aumento da tarifa de energia t afeta a utilização de aparelhos de ar condicionado que utilizam energia elétrica mais eficientemente. Para responder a essa indagação, utiliza-se a técnica da estática comparativa. Assim, substituindo-se a solução ótima encontrada acima na condição de primeira ordem, obtém-se a seguinte identidade:

$$rp'[e^*(r,t)] + t \equiv 0$$

Diferenciando-a com relação a t, resulta:

$$rp''(\partial e^*/\partial t) + 1 = 0$$

donde conclui-se que:

$$\partial e^*/\partial t = -1/(rp'') < 0$$

desde que $rp'' > 0$, pela condição de segunda ordem. De fato, um aumento em t reduz a quantidade de energia, o que só é conseguido através da utilização de aparelhos mais eficientes em termos de consumo de energia.

13.8 A FUNÇÃO DE UTILIDADE ESPERADA E A ESCOLHA DO TEMPO ÓTIMO DE ASSALTO

A estática comparativa pode ser utilizada para prever o que acontece com o tempo de assalto frente a variações nos parâmetros do modelo de utilidade esperada. Supõe-se que a função de utilidade esperada de uma assaltante seja especificada por:

$$u = Pu[M_0+g(t)e^{-\alpha t}] + (1-P)u[M_0-h], \text{ com } u_1 \text{ e } u_2 \geq 0$$

Isto é, com probabilidade $0 < P < 1$ a renda do assaltante é $M_0 + g(t)e^{-\alpha t}$, mas com probabilidade $(1-P)$ a renda do assaltante é $M_0 - h$, onde M_0 é a sua renda inicial; $g(t)e^{-\alpha t}$ é a função de ganho, a qual depende do tempo gasto no assalto t; h é a perda do indivíduo caso seja capturado e preso; e α é um parâmetro (positivo) de eficiência da polícia.

O tempo ótimo de assalto t^* é aquele que maximiza a função de utilidade esperada do assaltante, ou seja:

$$\max_{t} u = Pu[M_0 + g(t)e^{-\alpha t}] + (1-P)u[M_0 - h]$$

donde resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

$$\partial Eu/\partial t = Pu_1(M_1)(g'-\alpha g)e^{-\alpha t} = 0$$

em que $M_1 = M_0 + g(t)e^{-\alpha t}$. Desde que $P > 0$, $u_1(M_1) > 0$ e $e^{-\alpha t} > 0$, então:

$$g' - \alpha g = 0$$

Essa condição estabelece que o assaltante escolhe o tempo ótimo de assalto igualando o benefício marginal do tempo, g', ao custo marginal do tempo, αg. Resolvendo-se essa equação, obtém-se o tempo ótimo de assalto $t = t^*(\alpha)$. A solução ótima deve também satisfazer a seguinte condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um máximo:

$$\partial^2 Eu/\partial t^2 = Pu_1(M_1)(\alpha^2 g-2\alpha g'+g'')e^{-\alpha t}+Pu_{11}(M_1)(g'-\alpha g)^2e^{-\alpha t} < 0$$

Desde que $g' - \alpha g = 0$ (condição de primeira ordem), então tem-se que:

$$\alpha^2 g - 2\alpha g' + g'' < 0$$

Pode-se prever o que aconteceria com o tempo de assalto quando há um aumento na eficiência da polícia (estabelecida pelo parâmetro α). Para isso, faz-se uso da técnica da estática comparativa, que consiste em substituir a solução ótima $t = t^*(\alpha)$ na condição de primeira ordem, de modo a transformá-la em uma identidade, ou seja:

$$Pu_1\{M_0 + g[t^*(\alpha)]e^{-\alpha t^*(\alpha)}\}\{g'[t^*(\alpha)] - \alpha g[t^*(\alpha)]\}e^{-\alpha t^*(\alpha)} \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a α, tem-se:

$$Pu_1(M_1)[(\alpha^2 g - 2\alpha g' + g'')(dt^*/d\alpha) - g]e^{-\alpha t} + Pu_{11}(M_1)[(g' - \alpha g)^2(dt^*/d\alpha) + tg(g' - \alpha g)]e^{-\alpha t} = 0$$

Desde que o segundo termo dessa equação é zero, tendo em vista que $g' - \alpha g = 0$ (pela condição de primeira ordem), então ela pode ser reduzida a:

$$Pu_1(M_1)[(\alpha^2 g - 2\alpha g' + g'')(dt^*/d\alpha) - g]e^{-\alpha t} = 0$$

donde resulta:

$$dt^*/d\alpha = g/(\alpha^2 g - 2\alpha g' + g'') < 0$$

desde que $\alpha^2 g - 2\alpha g' + g'' < 0$ (condição de segunda ordem). Isso significa que um aumento na eficiência da polícia diminui o tempo ótimo de assalto.

Admitindo que $g(t) = t^{½}$, pode-se determinar o tempo ótimo de assalto. Nesse caso, $g' = ½t^{-½}$, então a condição necessária para escolha do tempo ótimo de assalto será:

$$½t^{-½} = \alpha t^{½}$$

donde resulta o tempo ótimo de assalto:

$$t^* = 1/(2\alpha)$$

De fato, desde que $dt^*/d\alpha = -1/(2\alpha^2) < 0$, o tempo ótimo de assalto diminui quanto α aumenta. A condição de segunda ordem para um máximo é satisfeita, desde que:

$$\alpha^2 g - 2\alpha g' + g'' = -(4\alpha^2 + 1)/[4(2\alpha)^{1/2}] < 0$$

13.9 NÍVEL ÓTIMO DE COMPRAS

O instrumental da estática comparativa pode ser também utilizado para estudar o comportamento do nível ótimo de encomendas frente a variações nos parâmetros. Para compreender esse fenômeno, supõe-se que a função de custo de uma firma distribuidora C seja especificada por:

$$C = cx/2 + tk/x$$

onde c é o custo unitário de armazenagem (custo de oportunidade do capital investido em estoque), t é o custo de transporte por encomenda, x é a quantidade de produto encomendada e k é a quantidade anual de produto transacionado, de modo que k/x é o número de encomendas no ano.

A quantidade ótima de produto encomendada x^* é aquela que minimiza o custo da firma, ou seja:

$$\min_{x} C = cx/2 + tk/x$$

do qual resulta a condição necessária para um ótimo:

$$\partial C/\partial x = c/2 - tk/x^2 = 0$$

ou:

$$tk/x^2 = c/2$$

Essa condição estabelece que a quantidade encomendada se estenderá até o ponto em que o benefício marginal associado à redução no custo de transporte, tk/x^2, for igual ao custo marginal devido ao aumento no armazenamento, $c/2$. Resolvendo-se essa equação, obtém-se a quantidade ótima de encomendas, $x^*(c,t,k) = (2ctk)^{½}$. A condição de suficiência para um máximo é:

$$\partial^2 C/\partial x^2 = 2tk/x^3 > 0$$

Isso significa que a curva de benefício marginal deve ser convexa em relação à origem. A FIGURA 13.9.1 mostra o equilíbrio e a quantidade ótima de encomendas resultante.

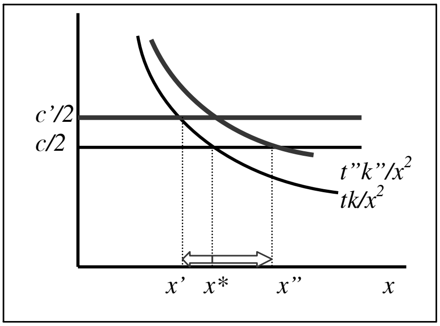


FIGURA 13.9.1: NÍVEL ÓTIMO DE COMPRAS

Com o auxílio do instrumental da estática comparativa, pode-se prever o que acontecerá com a quantidade encomendada x, quando c, t e k variam. Para tanto, basta substituir a solução ótima $x = x^*(c,t,k)$ na condição de primeira ordem, donde resulta a seguinte identidade:

$$c/2 - tk/x^*(c,t,k)^2 \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a c, obtém-se:

$$½ + 2tk/[x^3(\partial x^*/\partial c)] = 0$$

donde resulta:

$$\partial x^*/\partial c = -4tk/x^3 < 0$$

desde que $2tk/x^3 > 0$, pela condição de segunda ordem. Isso significa que, quanto maior for o custo unitário de armazenagem, menor será a quantidade encomendada. Diferenciando-se a identidade em relação a t, tem-se:

$$-[xk-2tk((\partial x^*/\partial t)]/x^3 = 0$$

da qual resulta:

$$\partial x^*/\partial t = x/2t > 0$$

Isso significa que quanto maior for o custo de transporte, maior será a quantidade encomendada. Do mesmo modo, diferenciando-se a identidade em relação a k, obtém-se:

$$-[xt-2tk((\partial x^*/\partial k)]/x^3 = 0$$

a partir da qual tem-se:

$$\partial x^*/\partial t = x/2k > 0$$

Isso significa que quanto maior for o volume anual transacionado pela firma, maior será a quantidade encomendada. A FIGURA 13.9.1 mostra que um aumento de c para $c' > c$, a curva de custo marginal se desloca para cima e, em conseqüência, a quantidade encomendada diminui, de modo que $x' < x^*$. Por outro lado, quando t ou k aumentam para $t'' > t$ ou $k'' > k$, a curva de benefício marginal se desloca para cima, de forma que a quantidade encomendada aumenta, isto é, $x'' > x^*$.

13.10 ESCOLHA DO TAMANHO ÓTIMO DE PLANTA

O sétimo capítulo estudou a função de custo de longo prazo e a escala ótima de produção. A seguir, retoma-se a questão do tamanho ótimo de plantas e analisa-se a conseqüência de variações nos parâmetros sobre a escala de produção. Para isso, admite-se que a função $Cme(y,k) = (y-k)^2 + (k-\alpha)^3 + \beta$ representa a família de todas as possíveis curvas de custo médio de curto prazo, onde y é o nível de produção, k representa a escala de produção da firma (isto é, o tamanho da planta) e α e β são parâmetros positivos.

O tamanho ótimo da planta k^* é aquele que minimiza o custo médio de curto prazo, qualquer que seja a escala de produção. Isto é, k^* é obtido resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{k} Cme(y,k) = (y-k)^2 + (k-\alpha)^3 + \beta$$

do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

$$\partial Cme/\partial k = -2(y-k) + 3(k-\alpha)^2 = 0$$

donde resulta:

$$3k^2 + 2(1-3\alpha)k - 2y + 3\alpha^2 = 0$$

Resolvendo-se essa equação, obtém-se o tamanho ótimo da planta $k = k^*(\alpha)$.

A condição de suficiência (ou de segunda ordem) para um mínimo é:

$$\partial^2 Cme/\partial k^2 = 6k + 2(1-3\alpha) > 0$$

ou:

$$k - \alpha > -1/3$$

Para prever o que acontece com o tamanho da planta varia quando α sofre uma variação, utiliza-se a técnica da estática comparativa. Essa técnica consiste em substituir a solução ótima $k = k^*(\alpha)$ na condição de primeira ordem, de modo transformá-la na seguinte identidade:

$$3k^*(\alpha)^2 + 2(1-3\alpha)k^*(\alpha) - 2y + 3\alpha^2 \equiv 0$$

Diferenciando-a em relação a α, tem-se:

$$6k^*(dk^*/d\alpha) + 2(1-3\alpha)(dk^*/d\alpha) - 6k^* + 6\alpha = 0$$

donde resulta:

$$dk^*/d\alpha = 3(k^*-\alpha)/[3(k^*-\alpha)+1] > 0$$

se e somente se $k^* - \alpha > 0$. No entanto, a condição de segunda ordem garante apenas que $k-\alpha > -1/3$. Isso significa que um aumento no parâmetro α pode tanto aumentar quanto diminuir o tamanho ótimo da planta.

CAPÍTULO 14: TEORIA DO EQUILÍBRIO GERAL E DO BEM-ESTAR SOCIAL

14.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Toda a análise desenvolvida até agora estava centrada no equilíbrio parcial dos mercados. Especificamente, a primeira e a quarta partes deste livro trataram de caracterizar o mecanismo que aproxima (no sentido mais amplo da palavra) consumidores e produtores e a determinação do equilíbrio resultante em um mercado individual, sem levar em consideração o efeito deste sobre os demais mercados ou vice-versa. Em outras palavras, a análise do equilíbrio conduzida até então estava estruturada no suposto de condições *ceteris paribus*, as quais são freqüentemente utilizadas para caracterizar uma situação de curto prazo, sem haver uma preocupação explícita de suas repercussões sobre os outros mercados.

Embora essa análise parcial seja perfeitamente admissível e próxima da realidade em uma perspectiva de curto prazo, deve-se ressaltar que essa não é uma situação satisfatória em uma perspectiva de longo prazo. Essa insatisfação deve-se ao fato da análise em equilíbrio parcial não contemplar as interações e inter-relações desse mercado com os demais, frente a variações nos parâmetros envolvidos nesse mercado específico, principalmente o seu preço.

A teoria do equilíbrio geral é uma forma apropriada de lidar com a determinação conjunta de preços e quantidades em todos os mercados. Nesse sentido, o equilíbrio geral é um instrumental eficiente de estudar o problema da alocação conjunta dos recursos disponíveis em uma sociedade e do equilíbrio resultante. Além do mais, o equilíbrio geral é apropriado para avaliar o conjunto de alocações eficientes de fatores de produção e produtos que conduz a economia ao bem-estar econômico.

Um resultado relevante da teoria do bem-estar econômico é que uma economia que opere sob condições de concorrência perfeita, sem imperfeições de mercado, atinge as condições ótimas de Pareto para o bem-estar econômico, de modo que nenhum indivíduo nessa economia poderia melhorar sua situação sem piorar a de outro. No entanto, uma das lições mais importantes dessa teoria é que a busca da solução de concorrência perfeita nem sempre é desejável, pois, além de envolver julgamentos pessoais de valor, essa solução pode (sob certas circunstâncias) representar perdas não justificáveis sob o ponto de vista social.

14.2 O EQUILÍBRIO GERAL E AS CONDIÇÕES DE PRODUÇÃO

O modelo mais apropriado para analisar o equilíbrio geral é aquele que considera uma economia com n bens (ou produtos finais), cujas quantidades são denotadas por $y_1, y_2, ..., y_n$, os quais são produzidos utilizando-se m insumos (ou fatores de produção), disponíveis na economia em quantidades fixas aos níveis $x_1, x_2, ..., x_n$, de acordo com as seguintes funções de produção:

$$y_j = f^j(x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{mj}) \quad \forall j = 1,2,...,n$$

onde $x_{ij} \geq 0$ é a quantidade do insumo i usado na produção do bem j, com $\Sigma_j x_{ij} \leq x_i$, $\forall i = 1,2,...,m$.

Com mercados competitivos, os preços dos produtos $p_1, p_2, ..., p_n$ são determinados conjuntamente ao postular-se que a "mão invisível" levará a economia a maximizar o valor da produção (ou renda), z, sujeito às dotações dos recursos (ou fatores de produção), as quais são supostamente conhecidas e dadas:

$$\begin{aligned} &max\ z = \Sigma_j p_j y_j = \Sigma_j p_j f^j(x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{mj}) \\ &s.a.\ \Sigma_j x_{ij} \leq x_i, \quad \forall i = 1,2,...,m \\ &com\ x_{ij} \geq 0, \quad \forall i \text{ e } j \end{aligned}$$

O equilíbrio e a estática comparativa desse modelo podem ser facilmente obtidos, inclusive com interpretações gráficas, reduzindo-se o número de bens e insumos para apenas dois, cujas quantidades serão denotadas por y_1 e y_2, para os bens ou produtos finais, e k_j e l_j, $\forall j = 1,2$, para as quantidades dos dois insumos utilizados na produção, que são capital e trabalho, disponíveis na economia em quantidades fixas k e l, respectivamente. Portanto, o problema acima pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\max_{k_j, l_j}\ z = p_1 y_1 + p_2 y_2 = p_1 f^1(k_1, l_1) + p_2 f^2(k_2, l_2) \\ &s.a.\ k_1 + k_2 = k \\ &\quad\ \ l_1 + l_2 = l \end{aligned}$$

Nesse modelo, as igualdades das restrições implicam que os recursos da economia são utilizados a plena capacidade (ou pleno emprego). A função lagrangiana para esse modelo simplificado pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = p_1 y_1 + p_2 y_2 + \lambda_k[k - k_1 - k_2] + \lambda_l[l - l_1 - l_2]$$

Da qual resultam as seguintes condições de primeira ordem para um ótimo interior:

$$\begin{aligned} \partial L/\partial k_1 &= p_1 f^1_k - \lambda_k = 0 \\ \partial L/\partial k_2 &= p_2 f^2_k - \lambda_k = 0 \\ \partial L/\partial l_1 &= p_1 f^1_l - \lambda_l = 0 \end{aligned}$$

$$\partial L/\partial l_2 = p_2 f^2{}_l - \lambda_l = 0$$
$$\partial L/\partial \lambda_k = k - k_1 - k_2 = 0$$
$$\partial L/\partial \lambda_l = l - l_1 - l_2 = 0$$

as quais formam um sistema de seis equações e seis incógnitas.

Combinando-se as duas primeiras condições, resulta:

$$p_1 f^1{}_k = p_2 f^2{}_k$$

o que significa que a alocação do capital através das indústrias será estendida até o ponto em que o valor do produto marginal do capital seja igual em ambas as indústrias. Resultado semelhante pode ser obtido ao combinar-se as duas condições seguintes:

$$p_1 f^1{}_l = p_2 f^2{}_l$$

o que implicaria em alocar o fator trabalho de forma a equalizar o valor do produto marginal deste através das indústrias. A intuição por trás desses resultados é óbvia, pois se o capital e o trabalho fossem menos produtivos em uma indústria, então tais recursos fluiriam dessa indústria para a outra com maior produtividade. Esse processo continuará até que os valores das produtividades marginais de cada insumo sejam iguais em ambas as indústrias. Em outras palavras, o processo de transferência de recursos só pára quando os insumos forem igualmente produtivos nas indústrias.

Admitindo-se que as condições de segunda ordem desse problema de otimização condicionada sejam satisfeitas, então se pode resolver o sistema de equações formado pelas condições de primeira ordem acima, de forma a obter-se as seguintes funções de demanda por insumos:

$$k_j = k_j{}^*(p_1, p_2, l, k), \qquad \forall j = 1,2$$
$$l_j = l_j{}^*(p_1, p_2, l, k), \qquad \forall j = 1,2$$

Além dos níveis ótimos para os multiplicadores de Lagrange:

$$\lambda_k = \lambda_k{}^*(p_1, p_2, l, k)$$
$$\lambda_l = \lambda_l{}^*(p_1, p_2, l, k)$$

os quais desempenham o papel dos preços (ou produtividades marginais, no caso de uma economia competitiva) do capital e trabalho, respectivamente. Isso pode ser demonstrado substituindo-se as soluções ótimas na função objetivo, donde resulta:

$$z^* = \Psi(p_1,p_2,l,k) = p_1 f^1[l_i{}^*(p_1,p_2,l,k),k_1{}^*(p_1,p_2,l,k)] + p_2 f^2[l_2{}^*(p_1,p_2,l,k),k_2{}^*(p_1,p_2,l,k)]$$

Assim como fazendo-se uso do teorema da envoltória para obter-se:

$$\partial z^*/\partial k = \partial \Psi/\partial k = \partial L/\partial k = \lambda_k{}^*(p_1, p_2, l, k) = w_k$$
$$\partial z^*/\partial l = \partial \Psi/\partial l = \partial L/\partial l = \lambda_l{}^*(p_1, p_2, l, k) = w_l$$

onde w_l e w_k são os preços do trabalho e capital, respectivamente

As funções de demanda por insumos mostram os níveis ótimos de utilização de cada insumo em cada indústria, dados os preços e as disponibilidades de recursos (capital e trabalho) da economia. Em outras palavras, essas funções mostram a alocação ótima dos recursos na economia em termos de capital e trabalho. A curva de oferta agregada de cada insumo é uma linha vertical ao nível da dotação desses recursos na economia. A FIGURA 14.2.1 ilustra a alocação ótima de capital para a indústria j e para a economia como um todo. O preço do capital λ_k é o resultado do equilíbrio entre a oferta e a demanda agregadas (ponto E' nessa figura).

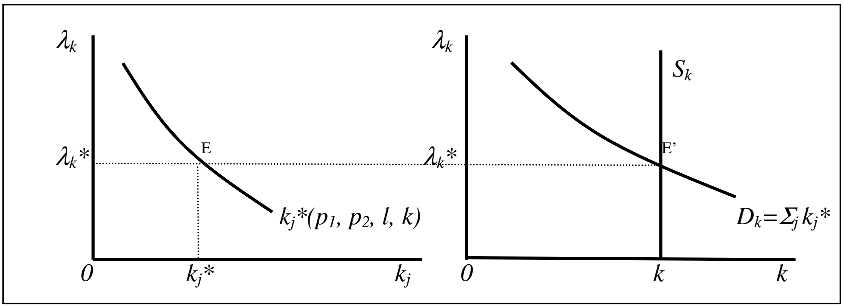


FIGURA 14.2.1: A ALOCAÇÃO ÓTIMA DE CAPITAL NA INDÚSTRIA E NA ECONOMIA

A curva de oferta de cada indústria pode ser obtida substituindo-se as soluções ótimas na respectiva função de produção:

$$y_j = f^j(k_j^*, l_j^*) = y_j^*(p_1, p_2, k, l) \quad \forall j = 1,2$$

a qual indica o nível ótimo de produção de cada indústria, dados os preços dos produtos e as dotações de recursos. A curva de demanda pelo produto de cada indústria é uma linha horizontal ao nível de preço (p_1 ou p_2), refletindo assim a competitividade dos mercados. A FIGURA 14.2.2 ilustra o equilíbrio para a indústria j.

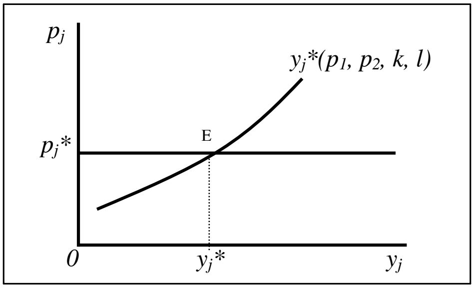


FIGURA 14.2.2: O NÍVEL ÓTIMO DE PRODUÇÃO DA INDÚSTRIA

De posse da curva de oferta de cada indústria, pode-se então definir a curva de transformação ou fronteira de possibilidade de produção da economia.

==

Definição: Curva de transformação ou fronteira de possibilidade de produção é o lugar geométrico de todos os pontos (y_1^*, y_2^*) para os quais obtém-se o máximo nível de y_1, dado y_2, e vice-versa.

==

A curva de possibilidade de produção pode ser obtida fazendo-se uso da propriedade de homogeneidade (de grau zero nos preços dos produtos) das funções de oferta de cada indústria, donde resulta:

$$y_1^*(\theta p_1,\ \theta p_2,\ k,\ l) = y_1^*(p_1,\ p_2,\ k,\ l)$$
$$y_2^*(\theta p_1,\ \theta p_2,\ k,\ l) = y_2^*(p_1,\ p_2,\ k,\ l)$$

Substituindo-se $\theta = 1/p_2$ e denotando-se o preço relativo $p_1/p_2 = p$, resulta:

$$y_1^*(\theta p_1,\ \theta p_2,\ k,\ l) = y_1^*(1,\ p,\ k,\ l)$$
$$y_2^*(\theta p_1,\ \theta p_2,\ k,\ l) = y_2^*(1,\ p,\ k,\ l)$$

Eliminando-se o preço relativo nessas duas equações, obtém-se a fronteira de possibilidade de produção:

$$y_2 = g^*(\ y_1,\ k,\ l)$$

a qual expressa o máximo nível de produção de y_2 que é obtido para dado nível de y_1.

A FIGURA 14.2.3 mostra a curva de possibilidade de produção, a qual é negativamente inclinada (ou seja, $\partial y_2^*/\partial y_1^* = -p(y_1^*) < 0$[113]) e côncava em relação à origem (isto é, $\partial^2 y_2^*/\partial y_1^{*2} = -\partial p/\partial y_1^* = -p_2/(\partial y_1^*/\partial p) < 0$)[114].

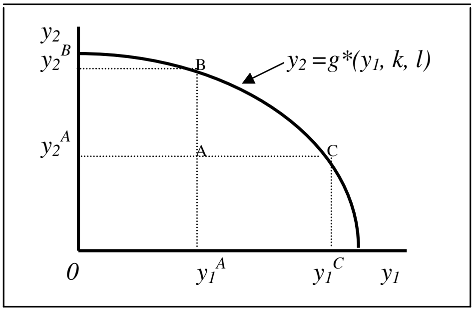


FIGURA 14.2.3: A CURVA (OU FONTEIRA) DE POSSIBILIDADE DE PRODUÇÃO DA ECONOMIA

Combinando-se as quatro primeiras condições de primeira ordem (ou seja, a primeira e a terceira e depois a segunda e a quarta equações), resultam as seguintes condições de equilíbrio para as indústrias:

$$\frac{f_k^1}{f_l^1} = \frac{w_k}{w_l}$$

[113] Vale lembrar que $\partial y_2^*/\partial y_1^* = (\partial y_2^*/\partial p)/(\partial y_1^*/\partial p) = [f^2{}_k(\partial k_2^*/\partial p) + f^2{}_l(\partial l_2^*/\partial p)]/[f^1{}_k(\partial k_1^*/\partial p) + f^1{}_l(\partial l_1^*/\partial p)]$, tendo em vista que $y_1^* = f^1[k_1^*(p), l_1^*(p)]$ e $y_2^* = f^2[k_2^*(p), l_2^*(p)]$. Desde que $\partial k_2^*/\partial p = -(\partial k_1^*/\partial p)$ e $\partial l_2^*/\partial p = -(\partial l_1^*/\partial p)$, que resultam das próprias restrições ($k_1^*(p) + k_2^*(p) = k$ e $l_1^*(p) + l_2^*(p) = l$), então: $\partial y_2^*/\partial y_1^* = -p = -p(y_1^*)$.

[114] Cuja característica resulta da condição de segunda ordem para um máximo.

$$\frac{f_k^2}{f_l^2} = \frac{w_k}{w_l}$$

as quais representam as condições de tangência entre as isoquantas e as isocustos de cada indústria e são idênticas àquelas verificadas para as firmas que maximizam lucros ou minimizam custos. Igualando-se essas duas condições, obtém-se:

$$\frac{f_k^1}{f_l^1} = \frac{f_k^2}{f_l^2}$$

a qual representa a condição de tangência entre as isoquantas dessas duas indústrias.

A FIGURA 14.2.4 ilustra as várias possibilidades de alocação dos recursos e os possíveis equilíbrios das indústrias através da caixa de Edgeworth. De fato, cada ponto nessa caixa representa uma possibilidade de alocação dos recursos entre as indústrias. As extremidades dessa caixa (na diagonal nordeste) representam as origens de cada indústria (0_1 e 0_2), enquanto que o ponto A mostra uma possível alocação, cujos níveis de produção y_1^0 e y_2^0 são estabelecidos pelas dotações de recursos da economia, em termos de trabalho (l_1 e l_2) e capital (k_1 e k_2). É importante ressaltar que a alocação A é sub-ótima, ou seja, não é um ponto de eficiência, vez que o valor da produção (ou renda) de cada indústria não é maximizado. Isso é verdade tendo em vista que as inclinações das isoquantas são distintas. Isso implica que recursos podem ser transferidos de uma indústria para a outra de modo que ganhos de produtividade podem ser obtidos. Essa transferência de recursos continuaria até que a alocação atinja um ponto (B ou C) sobre a curva de contrato, a qual pode ser definida da seguinte forma:

==

Definição: <u>Curva de contrato</u> é o lugar geométrico de todos os pontos de tangência entre as isoquantas na caixa de Edgeworth.

==

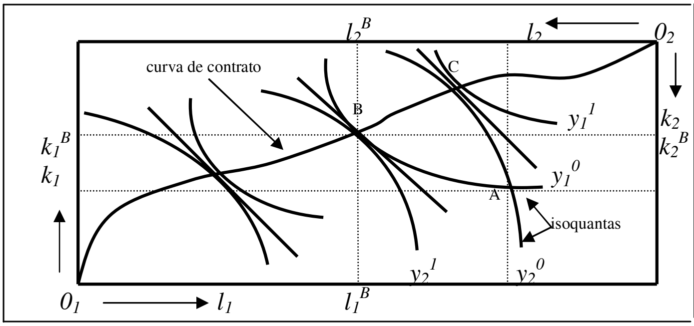


FIGURA 14.2.4: A CAIXA DE EDGEWORTH E A CURVA DE CONTRATO

Tomando a FIGURA 14.2.4 como referência, pode-se observar que qualquer alocação sobre a curva de contrato entre B e C é igualmente eficiente e corresponde a um ponto sobre a curva (ou fronteira) de possibilidade de produção da economia. De fato, qualquer alocação nesse intervalo é eficiente porque se consegue aumentar o nível de produção de ambas as indústrias simultaneamente. O ponto A é ineficiente sob o ponto de vista econômico porque ele corresponde a uma alocação de recursos dentro dessa fronteira. O ponto B corresponde a uma alocação de recursos produtivos na qual o produto da firma 1 permanece constante e aumenta-se o produto da firma 2. No ponto C ocorre o inverso, ou seja, mantém-se constante o nível de produção da firma 2 e aumenta-se a produção da firma 1.

14.3 A FUNÇÃO DE UTILIDADE OU BEM-ESTAR SOCIAL

O conceito de função de utilidade ou bem-estar social é uma tentativa de os economistas estabelecerem critérios que permitam analisar mudanças que são desejáveis para o conjunto da sociedade e, portanto, se fundamentam no ramo da economia normativa. A função de utilidade social, que teve em Bergson (1938) seu principal defensor, pode ser definida da seguinte forma:

$$U = U(u^1, u^2, ..., u^m) \text{ , com } U_j > 0 \ \forall j$$

onde $u^1, u^2, ... , u^n$ são as funções de utilidade de m consumidores representativos da sociedade, indicando que o bem-estar desta depende das preferências individuais.

Admitindo apenas dois consumidores e dois bens (x e y), então a alocação que maximiza o bem-estar social é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} &\max U = U[u^1(x_1,y_1), u^2(x_2,y_2)] \\ &s.a. \ \ x_1 + x_2 = x \\ &e \quad\ \ y_1 + y_2 = y \end{aligned}$$

Cuja função lagrangiana é:

$$L = U[u^1(x_1,y_1), u^2(x_2,y_2)] + \lambda_x[x - x_1 - x_2] + \lambda_y[y - y_1 - y_2]$$

a partir da qual resultam as seguintes condições de primeira ordem (além das duas restrições):

$$\begin{aligned} \partial L/\partial x_1 &= U_1 u^1{}_x - \lambda_x = 0 \\ \partial L/\partial y_1 &= U_1 u^1{}_y - \lambda_y = 0 \\ \partial L/\partial x_2 &= U_2 u^2{}_x - \lambda_x = 0 \\ \partial L/\partial y_2 &= U_2 u^2{}_y - \lambda_y = 0 \end{aligned}$$

Combinando-se essas quatro condições, obtém-se a condição de tangência entre as curvas de indiferença da sociedade e dos consumidores individuais, ou seja:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{u_x^2}{u_x^1} = \frac{u_y^2}{u_y^1}$$

cuja condição estabelece um único ponto sobre a curva de contrato, introduzindo, assim, comparações interpessoais de valor. Em outras palavras, essa condição estabelece uma igualdade entre a taxa marginal de substituição social e a taxa marginal de substituição individual para os dois bens. Isso significa implementar uma distribuição de renda ótima entre tais consumidores (de modo que as utilidades marginais da renda sejam iguais), como aquela obtida por meio de impostos e subsídios por cabeça.

==
Questão 14.3.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Se uma certa quantidade de renda deve ser distribuída entre dois indivíduos de modo a maximizar o bem-estar social a partir de uma função de utilidade social linear (ou seja, definida pela soma das utilidades individuais), então cada um deve receber exatamente a metade.

INCERTO

A menos que os consumidores tenham a mesma função de utilidade, o que parece bastante improvável, igualdade de renda não maximiza o bem-estar social. Para que o bem-estar social seja maximizado é requerido que as utilidades marginais da renda desses dois consumidores sejam iguais, o que não significa dizer que as rendas sejam iguais.

==

Arrow mostrou através do seu "teorema da impossibilidade" que o conceito de função de utilidade ou bem-estar social é problemático porque não é possível construir uma função de utilidade social que não seja imposta ou ditatorial, tendo em vista que esta não satisfaz simultaneamente as cinco condições que tal função deveria ter. Isto é, não existe possibilidade de avaliar o bem-estar da sociedade, quando se transfere uma unidade monetária de um rico para um pobre, que não seja feita através de julgamentos de valor estabelecidos de forma ditatorial ou imposta. Em outras palavras, o principal problema com a função de bem-estar social é que, ao se mover sobre a fronteira Pareto-ótima, alguns indivíduos ganham e outros perdem. Dessa forma, não é possível estabelecer o conceito de função de utilidade social se não for possível medir, em bases comparativas, o ganho com a perda desses indivíduos[115].

14.4 O BEM-ESTAR ECONÔMICO E O ÓTIMO DE PARETO

A impossibilidade de construir uma função de utilidade social que não seja imposta ou ditatorial levou os economistas a optarem por um critério de bem-estar social "mais fraco", no sentido de serem evitados os aspectos impopulares de um utilitarismo ideal e não admitir controvérsia. Esse critério é conhecido na literatura econômica como critério de Pareto, o qual pode ser definido da seguinte forma:

==
Definição: O critério de Pareto estabelece que o estado social A é preferível ao estado B se existe pelo menos uma pessoa melhor em A que em B e não existe nenhuma pessoa pior em A que em B. Por ser preferível, o estado social A é dito ser Pareto-superior em relação ao estado B.

==

[115] A despeito disso e com o estabelecimento de alguns pressupostos, a análise social de projetos é um instrumento importante no sentido de analisar sob o ponto de vista social mudanças na alocação de recursos na economia.

O critério de Pareto se fundamenta no espírito filosófico do "máximo para o maior número de pessoas". A significância operacional desse critério está na própria definição de um ótimo de Pareto:

==

Definição: Ótimo de Pareto é um estado social que se caracteriza pela condição em que é impossível melhorar a situação de algum indivíduo, sem piorar a situação de outro. Em outras palavras, o ótimo de Pareto é a fronteira formada por um conjunto de pontos para os quais não existem estados Pareto-superior.

==

De acordo com o critério de Pareto, uma ação que melhora a situação de pelo menos um indivíduo sem piorar a situação de qualquer outro é uma melhoria potencial de Pareto e, portanto, contribui para aumentar o bem-estar econômico. Segundo este critério, uma melhoria potencial de Pareto é Pareto-superior. O ótimo de Pareto é obtido após todas as possíveis melhorias potenciais de bem-estar econômico terem sido exauridas.

Desde que uma melhoria de Pareto é sempre possível, então o critério de Pareto não implica necessariamente que seja possível obter uma única solução para os problemas econômicos. Além do mais, a conseqüência mais perversa da definição de um ótimo de Pareto é que, uma vez a sociedade tenha atingido o ótimo de Pareto, não seria mais possível para essa mesma sociedade obter uma melhoria potencial de Pareto. A implicação disso é que o bem-estar poderia se tornar desnecessariamente mais baixo do que realmente poderia ser.

Embora o critério de Pareto não admita controvérsia – por estar livre de julgamentos de valor e de comparações interpessoais de níveis de utilidade –, como instrumental de medição do bem-estar econômico ele é limitado em seu alcance. Situações em que o critério de Pareto é apropriado são prontamente identificáveis pela sua própria falta de controvérsia. No entanto, é difícil imaginar ações que não deixem alguém pior. Nesses casos, quando alguns indivíduos pioram em benefício de outros, o critério de Pareto perde a sua relevância, por estar em desacordo com o seu próprio critério. Ações que melhoram as posições de alguns indivíduos, mas causam uma piora nas condições de outros, não podem ser avaliadas em termos de eficiência, vez que o efeito líquido dessas ações pode ser tanto benéfico quanto maléfico. De fato, essas são situações mais comuns e, portanto, de maior interesse prático. Nestes casos, é necessário ir além do critério de Pareto.

Duas contribuições importantes foram oferecidas no sentido de desenvolver um critério normativo de bem-estar, com uma maior aplicabilidade prática, principalmente para aqueles casos em que uma ação inevitavelmente melhora a situação de alguns, piorando a situação de outros. A primeira, proposta por Kaldor e Hicks, estabelece que uma ação que altera a alocação de recursos melhora o bem-estar social se o critério de Pareto é satisfeito ou se as pessoas que se beneficiam podem compensar aquelas prejudicadas e ainda assim tiverem o seu bem-estar ampliado. O segundo critério, proposto por Scitovsky, aceita a compensação de Kaldor-Hicks, mas requer ainda que se as pessoas prejudicadas com o projeto não sejam capazes de compensar os ganhadores para que o projeto não seja implementado[116].

===

Questão 14.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Um projeto que efetivamente representa uma melhoria de Pareto deve ser necessariamente implementado.

ERRADO

Uma condição necessária para que um projeto seja implementado é que este represente uma melhoria potencial de Pareto, mas essa condição não é suficiente. Se o projeto beneficia alguns indivíduos em detrimento de outros, é requerido que os ganhadores compensem os perdedores, e ainda assim permaneçam em uma condição melhor, além do que os perdedores não consigam compensar os ganhadores para que o projeto não seja implementado.

===

A abstração de questões distributivas limita o número de problemas que podem ser resolvidos com as condições de Pareto. Por exemplo, uma sociedade pode ter uma alocação de recursos ótima com apenas um indivíduo possuindo 99% de toda a riqueza da economia. No entanto, a grande maioria dos economistas concorda que essa não é uma alocação satisfatória, embora seja eficiente. Conforme demonstrado anteriormente no décimo capítulo, o monopolista que discrimina preços perfeitamente gera uma alocação eficiente, mas gera também uma transferência de renda dos consumidores para o monopolista, que seguramente não é socialmente justificada sob o ponto de vista distributivo.

===

Questão 14.4.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Uma melhoria potencial de Pareto acontece quando a economia se move de um ponto interior de sua fronteira de utilidade para um sobre a mesma.

CERTO

Uma melhoria potencial de Pareto ocorre sempre que os ganhadores, após a mudança, podem compensar os perdedores e ainda assim terem o seu bem-estar melhorado. Sempre que a economia se move de uma posição sub-ótima de Pareto para a sua fronteira (posição Pareto-ótima), abre-se a possibilidade para a existência uma melhoria potencial de Pareto.

===

[116] Uma crítica ao critério de compensação é que o bem-estar social não poderá realmente aumentar se a compensação não for efetivamente paga ou se não se introduzir um julgamento explícito de valor, de modo a fazer com que qualquer pessoa se torne realmente melhor e a conseqüente redistribuição de renda seja realmente desejada. A outra crítica está associada ao fato de que não é possível redistribuir os benefícios e os custos sem incorrer em novos custos. Isto é, se as compensações forem efetivamente feitas, serão necessários incorrer em custos para determinar quem serão os beneficiários dessas ações e quem deverão pagar, assim como quais serão os meios pelos quais tais recursos serão gerados. É óbvio que esses custos poderão ser grandes o suficiente a ponto de inviabilizar as compensações ou pelo menos por em dúvida a viabilidade dessas ações.

14.4.1 O ÓTIMO DE PARETO NO CONSUMO

Uma alocação é ótima de Pareto se o consumo não pode ser reorganizado de modo a aumentar a utilidade de um ou mais indivíduos sem reduzir a utilidade dos outros. Uma alocação é dita Pareto-superior em relação à outra se a utilidade de pelo menos um indivíduo é maior e a utilidade de qualquer outro indivíduo não é menor, embora essa alocação possa não ser ótima de Pareto.

Para mostrar as possibilidades de alocação no consumo mais facilmente, considera-se uma economia com apenas dois indivíduos, os quais consomem apenas dois bens x e y, em que x_i e y_i denotam as quantidades de x e y consumidas pelo indivíduo i, cuja função de utilidade é $u^i(x_i,y_i)$. Supõe-se que a quantidade total de x e y sejam fixas, de modo que:

$$x_1 + x_2 = x$$
$$y_1 + y_2 = y$$

Nessas circunstâncias, as alocações de x e y entre os dois indivíduos serão ótimas de Pareto se a utilidade de um indivíduo for maximizada sujeita a utilidade do outro, ou seja:

$$\begin{aligned} &\max u^1(x_1, y_1) \\ &s.a. \;\; u^2(x_2, y_2) = u^2_0 \\ &e \quad\;\; x_1 + x_2 = x \\ &\qquad\;\; y_1 + y_2 = y \end{aligned}$$

Ressalte-se que não tem sentido algum maximizar as utilidades de ambos os indivíduos simultaneamente. Ao invés disso, fixa-se o nível de utilidade de um indivíduo e maximiza-se a utilidade do outro. A função lagrangiana para esse problema pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = u^1(x_1, y_1) + \mu[\, u^2_0 - u^2(x_2, y_2)] + \lambda_x(x - x_1 - x_2) + \lambda_y(y - y_1 - y_2)$$

a partir da qual obtém-se as seguintes condições de primeira ordem para um ótimo interior (além das três restrições):

$$\begin{aligned} \partial L/\partial x_1 &= u^1_x - \lambda_x = 0 \\ \partial L/\partial y_1 &= u^1_y - \lambda_y = 0 \\ \partial L/\partial x_2 &= -\mu u^2_x - \lambda_x = 0 \\ \partial L/\partial y_2 &= -\mu u^2_y - \lambda_y = 0 \end{aligned}$$

Combinando-se essas quatro condições obtém-se a condição de tangência entre as curvas de indiferença desses consumidores, a qual estabelece uma igualdade entre as taxas marginais de substituição para ambos os consumidores, ou seja:

$$\frac{u^1_x}{u^1_y} = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} = \frac{u^2_x}{u^2_y}$$

Esse ponto de ótimo no consumo é, de fato, um dos pontos na curva de contrato – conceito análogo ao conjunto de pontos de ótimo na produção.

A FIGURA 14.4.1.1 ilustra, com a ajuda da caixa de Edgworth, o conjunto de pontos que satisfaz essa condição de tangência, o qual é denominado de curva de contrato. Nessa caixa, os eixos medem as quantidades dos bens *x* e *y* consumidos por cada consumidor. Se os consumidores estivessem consumindo de acordo com a alocação estabelecida pelo ponto A, que é um sub-ótimo, e se não houvessem custos de transação, então seria de se esperar que eles se moveriam para qualquer ponto sobre a curva de contrato, entre B e C, os quais são ótimos de Pareto.

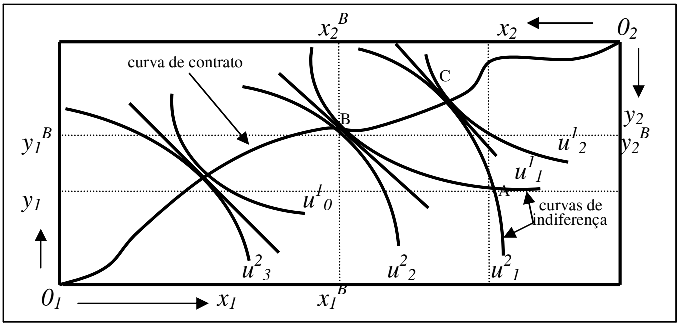


FIGURA 14.4.1.1: A CAIXA DE EDGEWORTH E O ÓTIMO DE PARETO NO CONSUMO

Substituindo-se as soluções ótimas $x_i = x_i^*(u^2_0, x, y)$ e $y_i = y_i^*(u^2_0, x, y)$ $\forall i$, assim como $\mu = \mu^*(u^2_0, x, y)$, $\lambda_x = \lambda_x^*(u^2_0, x, y)$ e $\lambda_y = \lambda_y^*(u^2_0, x, y)$, que resultam ao se resolver o sistema de equações formado pelas condições de primeira ordem, na função objetivo do problema de otimização da utilidade do consumidor 1, obtém-se a função de utilidade indireta desse indivíduo:

$$u^{1*} = u^1(x_i^*, y_i^*) = \Psi(u^2_0, x, y)$$

a qual pode ser representada graficamente em termos de u^1_0 e interpretada como a fronteira de utilidade de Pareto. A FIGURA 14.4.1.2 mostra essa fronteira de utilidade, a qual é negativamente inclinada, visto que (pelo teorema da envoltória):

$$\partial u^{1*}/\partial u^2_0 = \partial\Psi/\partial u^2_0 = \partial L/\partial u^2_0 = \mu < 0$$

desde que $\mu = - u^1_x/ u^2_x = - u^1_y/ u^2_y < 0$. Isso significa que no ponto de ótimo de Pareto só será possível aumentar a utilidade de um indivíduo se for reduzida a utilidade do outro. Tendo em vista que $\partial^2 u^{1*}/\partial u^{2\,2}_0 = \partial\mu/\partial u^2_0$ não tem sinal determinado, então essa fronteira tanto pode ser côncava quanto convexa.

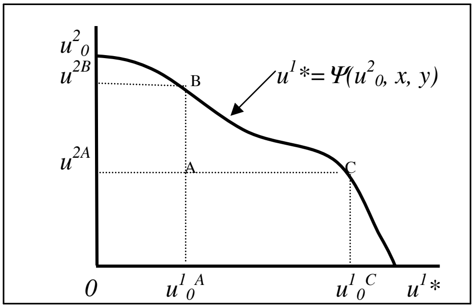


FIGURA 14.4.1.2: A FONTEIRA DE UTILIDADE DE PARETO

==

Questão 14.4.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Se a produção de um bem tem que ser divida entre dois consumidores, então uma alocação ótima de Pareto requer que o bem seja repartido igualmente.

ERRADO

Admitindo-se que ambos os consumidores derivem satisfação desse bem, então qualquer divisão será ótima de Pareto, tendo em vista que não será possível melhorar a situação de um consumidor sem piorar a do outro. Mesmo que a divisão seja bastante desigual, diga-se 1/5 e 4/5, esta será ótima de Pareto, tendo em vista que o consumidor que recebe a menor parte não poderá melhorar sem reduzir a participação do outro.

Questão 14.4.1.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Para que a sociedade esteja indiferente em qualquer ponto da sua fronteira de utilidade esta deve ser negativamente inclinada e côncava em relação à origem.

ERRADO

Qualquer ponto na fronteira de utilidade é ótimo de Pareto, de modo que nenhum consumidor pode melhorar sua posição sem piorar a de outro. Nesse sentido, a sociedade está indiferente entre qualquer ponto sob essa curva, a qual mostra as várias possibilidades de distribuição do bem-estar disponíveis à sociedade. A escolha de qualquer ponto específico dessa fronteira, além de não ser objeto da economia positiva, geralmente está associada a algum tipo de julgamento interpessoal de valor, que se revela por meio de alguma função de utilidade social[117]. O fato de qualquer ponto sobre essa curva não ser possível melhorar a situação de um sem piorar a de

[117] O pressuposto implícito em movimentos ao longo dessa fronteira é que existe sempre a possibilidade de mudanças na distribuição de renda que não causam distorções ou custos de eficiência na economia. Uma forma típica de alterar a distribuição de renda da sociedade é através de impostos e subsídios não distorcivos, por exemplo, um subsídio financiado com um imposto, ambos incidindo sobre cabeça.

outro significa que a fronteira de utilidade é negativamente inclinada. No entanto, essa fronteira tanto pode ser côncava quanto convexa, o que dependerá das funções de utilidade individuais ou mais especificamente da taxa de variação das utilidades marginais da renda de cada consumidor.

===

14.4.2 O ÓTIMO DE PARETO NA PRODUÇÃO

Continuando a admitir que a economia dispõe de apenas dois bens x e y, os quais são produzidos com apenas dois insumos k e l (ou seja, capital e trabalho), de acordo com as seguintes funções de produção.

$$x = g(k_x, l_x)$$
$$y = f(k_y, l_y)$$

onde k_i e l_i (com $i = x, y$) são as quantidades de capital e trabalho utilizadas na produção dos dois bens. A eficiência na produção requer que o seguinte problema de otimização seja resolvido:

$$\begin{array}{ll} max & y = f(k_y, l_y) \\ s.\ a. & g(k_x, l_x) = x \\ \text{e} & k_x + k_y = k \text{ e } l_x + l_y = l \end{array}$$

Em outras palavras, a eficiência na produção requer encontrar a alocação de capital e trabalho que maximiza a produção de um bem, diga-se y, dada a produção do outro, x. É importante observar que, nesse problema de otimização, x é tomado como um parâmetro e nào como uma variável de decisão. A função lagrangiana para esse problema pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = f(k_y, l_y) + \lambda[x - g(k_x, l_x)] + \lambda_k[k - k_x - k_y] + \lambda_l[l - l_x - l_y]$$

Da qual resultam as seguintes condições de primeira ordem (além das próprias restrições):

$$L_{kx} = -\lambda g_{kx} - \lambda_k = 0$$
$$L_{ky} = f_{ky} - \lambda_k = 0$$
$$L_{lx} = -\lambda g_{lx} - \lambda_l = 0$$
$$L_{ly} = f_{ly} - \lambda_l = 0$$

Combinando a primeira condição com a terceira e a segunda com a quarta, resultam:

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_l} = \frac{g_{kx}}{g_{lx}} \text{ e } \frac{\lambda_k}{\lambda_l} = \frac{f_{kx}}{f_{lx}}$$

de modo que:

$$\frac{f_{kx}}{f_{lx}} = \frac{\lambda_k}{\lambda_l} = \frac{g_{kx}}{g_{lx}}$$

Essa condição é nada mais que a condição de tangência entre as isoquantas dos dois produtos. Isso significa que a eficiência na produção requer que as razões de produtividades marginais sejam iguais para ambos os produtos. Vale lembrar que pontos de eficiência na produção são pontos na fronteira de possibilidade de produção (ou curva de transformação).

As funções de demanda por insumos são obtidas resolvendo-se as equações de primeira ordem, donde resultam:

$$k_x = k_x^*(x, k, l)$$
$$l_x = l_x^*(x, k, l)$$
$$k_y = k_y^*(x, k, l)$$
$$l_y = l_y^*(x, k, l)$$

Substituindo essas funções de demanda na função objetivo, obtém-se a função de produção indireta de y (ou seja, o máximo valor de y, diga-se y^*), para qualquer valor de x.

$$y^* = f(k_y^*, l_y^*) = y^*(x, k, l)$$

O multiplicador de Lagrange λ pode ser interpretado como o custo marginal de produção de y em termos de x, fato esse que pode ser comprovado pelo teorema da envoltória, ou seja:

$$\partial y^*/\partial x = \partial L/\partial x = \lambda = \lambda^*$$

O multiplicador λ^* representa a inclinação da fronteira de possibilidade de produção. Desde que $\lambda^* = -\lambda_k/g_{kx} = -\lambda_l/g_{lx} < 0$ (pelas condições de primeira ordem), então a fronteira de possibilidade de produção é negativamente inclinada. Além do mais, desde que $\partial^2 y^*/\partial x^2 = \partial\lambda^*/\partial x < 0$, então tal fronteira é côncava.

Portanto, a condição necessária para que a economia esteja no ótimo de Pareto é que a produção seja eficiente, ou seja, que a economia se encontre na curva de possibilidade de produção. A condição de suficiência é que os bens produzidos sejam alocados eficientemente entre os consumidores, ou seja, que os consumidores estejam sobre a curva de contrato, para qualquer nível de produção (x, y).

O ótimo geral de Pareto (no consumo e na produção) pode ser alternativamente definido maximizando-se o bem-estar de um indivíduo, mantendo constante o bem-estar do outro e a produção de x e y na fronteira de possibilidade de produção, através do seguinte problema de otimização:

$$\begin{array}{ll} max & u^1 = u^1(x_1, y_1) \\ s.\ a. & u^2(x_2, y_2) = u^2_0 \\ e & y = y^*(x, k, l) \end{array}$$

Do qual resulta a seguinte função lagrangiana:

$$L = u^1(x_1, y_1) + \mu[u^2_0 - u^2(x_2, y_2)] + \lambda[y - y^*(x, k, l)]$$

Cujas condições de primeira ordem (além das próprias restrições) são:

$$\partial L/\partial x_1 = u^1_x - \lambda y^*_x = 0$$
$$\partial L/\partial y_1 = u^1_y - \lambda = 0$$
$$\partial L/\partial x_2 = -\mu u^2_x - \lambda y^*_x = 0$$
$$\partial L/\partial y_2 = -\mu u^2_y - \lambda = 0$$

Combinando-se essas quatro equações, resulta:

$$\frac{u_x^1}{u_y^1} = \frac{u_x^2}{u_y^2} = y*_x$$

onde $y*_x = \partial y*/\partial x$ é a inclinação da fronteira de possibilidade de produção ou custo marginal de *y* em termos de *x*. A FIGURA 14.4.2.1 mostra que o ótimo geral de Pareto requer tangência entre as curvas de indiferença desses dois consumidores, cuja inclinação deve ser igual à inclinação da curva de possibilidade de produção, indicando que a taxa marginal de substituição deve ser igual ao custo marginal de produção de *y* em relação a *x* (ou taxa marginal de transformação).

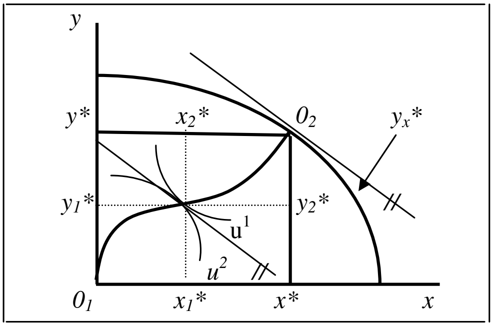


FIGURA 14.4.2.1: O ÓTIMO DE PARETO NO CONSUMO E NA PRODUÇÃO

O equilíbrio geral é obtido quando todos os mercados de produtos finais e insumos estão em equilíbrio competitivo de longo prazo. Nesse estado, cada firma contrata seus insumos até o ponto em que a taxa marginal de substituição técnica entre quaisquer dois insumos (razão entre suas produtividades marginais) é igual a razão de seus preços. Como os preços dos insumos são os mesmos (resultado direto de competição nos mercados dos insumos), a igualdade acima vale para todos os produtos produzidos na economia. Por outro lado, cada consumidor aloca sua renda de modo a igualar a sua taxa marginal de substituição entre quaisquer dois bens à razão de seus preços com sinal negativo. Como os preços dos produtos são iguais, tendo em vista que os mercados de produtos são também competitivos, essa igualdade vale para todos os consumidores. Os equilíbrios simultâneos nos mercados de produtos finais e de insumos se completam tendo em vista que a razão entre os preços de quaisquer dois produtos é igual a razão entre os seus custos marginais.

14.5 TEOREMAS DO BEM-ESTAR ECONÔMICO

As condições de primeira ordem dos problemas de otimização do consumo e da produção, que foram estabelecidas anteriormente (terceira seção), permitem estabelecer dois teoremas fundamentais do bem-estar econômico. O primeiro teorema pode ser enunciado da seguinte forma:

==

1º teorema: Na ausência de imperfeições de mercado (externalidades tecnológicas, bens públicos e monopólios), a concorrência perfeita em todos os mercados gera uma alocação eficiente de bens e serviços no sentido do ótimo de Pareto, de modo que os preços dos produtos finais serão iguais a seus custos marginais de produção.

==

Sob condições de concorrência perfeita, as condições de lucro máximo garantem que:

$$p_k f^{jk}_i - w_i = 0,\ \forall i$$

e

$$p_k - \partial C^k{}^*/\partial y_k = 0,\ \forall k$$

Da primeira condição resulta:

$$\frac{f_i^k}{f_j^k} = \frac{w_i}{w_j}$$

Significando que haverá tangência entre a isoquanta e a isocusto, garantindo assim que a produção se dará a custos mínimos. Da segunda condição resulta que os preços dos produtos serão iguais aos seus respectivos custos marginais, ou seja, $p_k = Cmg_k$, assim como:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{Cmg_1}{Cmg_2}$$

Além do mais, as condições de primeira ordem do problema de maximização da utilidade (para um ótimo de Pareto no consumo) estabelecem que a razão entre as utilidades marginais para cada consumidor (ou taxa marginal de substituição) deverá ser igual à razão de preços:

$$\frac{u_1^1}{u_2^1} = \frac{p_1}{p_2}$$

e

$$\frac{u_1^2}{u_2^2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Desde que $p_k = Cmg_k\ \forall k = 1,2$, então obtém-se uma alocação eficiente de Pareto tanto no consumo quanto na produção:

$$\frac{u_1^1}{u_2^1} = \frac{u_1^2}{u_2^2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{Cmg_1}{Cmg_2}$$

Isso significa que a taxa marginal de substituição entre produtos é igual à razão de seus preços que, por sua vez, é igual à taxa marginal de transformação (inclinação da curva de transformação).

Portanto, para toda economia que opera sob condições de concorrência perfeita em todos os seus mercados as condições ótimas de Pareto se verificam necessariamente, de modo que nenhum indivíduo nessa economia poderia melhorar sua situação sem piorar a de outro.

O fato de uma economia em condições de concorrência perfeita em todos os seus mercados ser ótima de Pareto não significa, entretanto, que seria desejável que toda economia fosse perfeitamente competitiva. Para entender melhor esse fato admite-se que a economia se encontra, por exemplo, no ponto A da FIGURA 14.5.1, que é uma alocação sub-ótima de Pareto. O movimento para qualquer ponto entre A e C ou entre A e B, embora represente uma situação sub-ótima (por se situar no inferior da fronteira Pareto-ótima), é preferível ao movimento para o ponto D, o qual está sob a fronteira Pareto-ótima. A razão é que, ao mover-se do ponto A para o D, o consumidor 2 melhoraria em detrimento do consumidor 1, o qual estaria pior. Dessa forma, não é possível generalizar que a economia deveria sempre se situar sob a fronteira Pareto-ótima, mesmo que esta implique estabelecer as condições de concorrência perfeita.

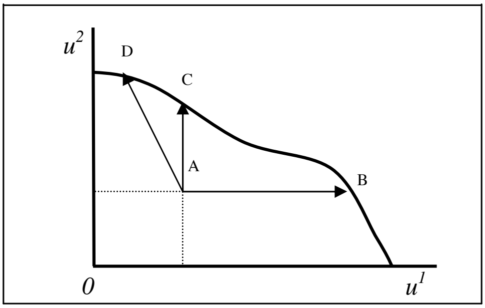


FIGURA 14.5.1: SITUAÇÕES PARETO-INFERIOR E PARETO-ÓTIMA

Deve-se ressaltar que uma mudança no sentido contrário, ou seja, de D (alocação ótima de Pareto) para A (alocação sub-ótima de Pareto), embora não represente uma melhoria de Pareto, pode melhorar o bem-estar social. Por exemplo, se o ponto D está sobre uma curva de indiferença inferior, relativamente a do ponto A, qualquer mudança que desloque a economia de D para A melhora, de fato, o bem-estar da sociedade.

==

Questão 14.5.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Se todos os mercados são competitivos, exceto um que opera como monopólio, então a correção dessa falha de mercado representa uma melhoria potencial de Pareto.

CERTO

Com a correção dessa falha de mercado, a economia passa a operar sob condições de concorrência perfeita em todos os seus mercados. Desde que a solução competitiva é Pareto ótimo, então essa correção é de fato uma melhoria potencial de Pareto. Vale lembrar que, com a correção dessa falha de mercado, pelo menos uma pessoa (o monopolista) estará pior. No entanto, ao ser abolida a solução de monopólio e instituída a solução competitiva, o ganho auferido pelos consumidores é maior que a perda do monopolista. Portanto, desde que os consumidores podem compensar o monopolista, descortina-se, de fato, a possibilidade para uma melhoria potencial de Pareto.

==

O segundo teorema fundamental do bem-estar econômico pode ser enunciado da seguinte forma:

==

2º teorema: Para qualquer situação eficiente de Pareto existe sempre uma alocação que corresponde às condições de concorrência perfeita.

==

Deve-se ressaltar que esse teorema não estabelece absolutamente que a economia, para atingir uma posição ótima de Pareto, deverá ser necessariamente competitiva. Isso porque qualquer ditador poderia estabelecer, por decreto, os mesmos preços e quantidades que prevaleceriam em um sistema econômico de livre iniciativa sob condições competitivas. O que o teorema estabelece é que de todos os pontos sob a fronteira Pareto-ótima existe um que corresponde às condições de concorrência perfeita.

==

Questão 14.5.2: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Se uma alocação A é ótima de Pareto e a alocação B não o é, então os consumidores estarão pelo menos tão satisfeitos com a alocação A do que com a B.

ERRADO

Uma alocação ótima de Pareto pode não ser preferível a uma alocação sub-ótima. Com a ajuda da FIGURA 14.5.1, pode-se observar que a alocação D, que é ótima de Pareto, pode não ser preferível à alocação A (sub-ótima de Pareto), tendo em vista que, ao se mover de A para D, o consumidor 2 melhorara em detrimento do consumidor 1.

Questão 14.5.3: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Se a distribuição dos recursos em uma economia é sub-ótima no sentido de Pareto (ou seja, esta se encontra dentro de sua fronteira de utilidade), então uma política governamental que desloca a alocação para a sua fronteira é uma melhoria de Pareto.

INCERTO

Por definição, uma mudança é uma melhoria de Pareto se esta deixa pelo menos um consumidor melhor sem piorar a situação dos demais. O fato de a economia se mover para a sua fronteira de utilidade não implica necessariamente que pelo menos um consumidor melhore sem piorar a situação dos outros. A FIGURA 14.5.1 mostra que a mudança de A para D, embora leva a economia para a sua fronteira e melhore a situação do consumidor 2, não pode ser considerada uma melhoria de Pareto, pois o consumidor 1 tem sua situação piorada.

Questão 14.5.4: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Uma política governamental que aumenta a renda de um indivíduo, mantendo a renda dos outros constantes, é uma melhoria de Pareto, tendo em vista que esta aumenta o bem-estar social.

INCERTO

Vale lembrar que uma melhoria de Pareto ocorre quando a situação de uma pessoa melhora sem piorar a dos outros. A assertiva estaria certa se não existissem externalidades tecnológicas (no consumo e na produção) e se os indivíduos não fossem egoístas ou invejosos, a ponto de se sentirem pior. Nesse caso específico, mas bastante improvável, o bem-estar do indivíduo que teve a renda aumentada melhoraria, enquanto que o bem-estar dos outros não seria alterado. No entanto, se os indivíduos são invejosos, quando a renda desse indivíduo aumenta, o bem-estar dos outros piora, de modo que essa política não poderia ser considerada como uma melhoria de Pareto.

==

14.6 IMPERFEIÇÕES DE MERCADO

O princípio da mão invisível de Adam Smith, que durante muito tempo norteou a defesa do livre mercado pela sua habilidade em levar a economia a obter o melhor para a sociedade, se concentra hoje na discussão sobre a capacidade de uma economia não regulamentada servir melhor os interesses dos cidadãos que uma economia regulamentada por um governo democraticamente eleito. Nesse sentido, a questão agora é saber se uma economia que opera sob condições de livre mercado pode alcançar a melhor alocação de recursos ou se a intervenção governamental pode obter melhores resultados.

Essa questão está intimamente associada as externalidades tecnológicas, nelas incluídas os bens públicos, os tributos e os monopólios (naturais), que na literatura econômica são consideradas como imperfeições ou falhas de mercado, as quais impedem que uma economia de livre mercado, sob condições de concorrência perfeita, atinja o bem-estar econômico de Pareto.

14.6.1 EXTERNALIDADES TECNOLÓGICAS

É importante ressaltar que uma condição necessária para que não existam efeitos externos ou externalidades tecnológicas no consumo e na produção é que as funções de utilidade e as funções de produção sejam não interdependentes. Vale lembrar que a interdependência no consumo e na produção existe quando a função de utilidade ou a função de produção de um depende da do outro, ou seja:

$$u^1 = u^1(x_1, y_1, u^2)$$
$$y = f(k_x, l_x, x)$$

abrindo espaço para que o consumo de um indivíduo influencie (favorável ou desfavoravelmente) o consumo do outro, assim como a produção de um produto afete (positiva ou negativamente) a produção do outro.

Um exemplo claro de externalidade tecnológica é a múltipla utilização dos recursos da água em um sistema de bacia hidrográfica. O problema central da alocação ineficiente de um recurso como a água de um manancial reside no fato de que os direitos de uso não estão claramente definidos, de modo que os múltiplos usuários tendem a subestimar o seu valor. Em conseqüência, todo bem subestimado tende a ser super utilizado. Isto porque, ao decidir quanto consumir, cada usuário dos recursos hídricos não toma em consideração o efeito que suas decisões de consumo provocam sobre os demais usuários do sistema. Isto é, o usuário dos recursos hídricos estabelece um padrão de consumo ineficiente, sob o ponto de vista do ótimo de Pareto, visto que a sua decisão de consumir afeta o nível de utilização dos demais usuários do sistema hídrico. Nesse sentido, cada usuário causa um efeito externo ou externalidade tecnológica aos demais usuários do sistema, o qual não é levado em consideração nas decisões individuais de consumo.

Para melhor entender esse problema, que na literatura econômica é conhecido pelas múltiplas denominações de problema do custo social ou externalidades tecnológicas ou teorema de Coase[118], considere-se a FIGURA 14.6.1.1, cujo eixo horizontal mede o volume de água consumido no uso j, x_j, e sobre o eixo vertical representa-se o seu preço, p_j (ou seja, o seu benefício marginal). A curva denotada por CMg^p na mesma figura mostra o custo marginal privado de captação de água para essa finalidade específica. Deve-se ressaltar que o CMg^p é o custo de oportunidade da água nesse uso, avaliado em termos de mão-de-obra, equipamentos e outros insumos necessários à sua captação. No entanto, não se pode deixar de considerar o fato de que cada metro cúbico adicional de água captado causa um custo adicional à sociedade, uma vez que os outros usuários do sistema dispõem agora de um metro cúbico a menos de água para outros usos. A curva denotada por CMg^s na FIGURA 14.6.1.1 mostra o custo marginal social de captação, o qual inclui, além do custo de oportunidade privado de captar um metro cúbico de água, esse custo adicional imposto à sociedade.

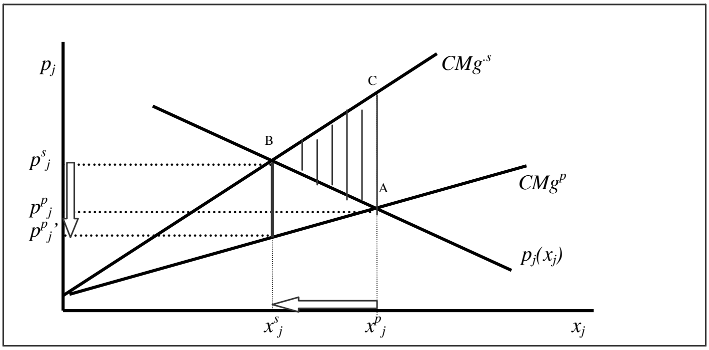


FIGURA 14.6.1.1: DISTORÇÃO ENTRE OS CUSTOS SOCIAL E PRIVADO

[118] Foi Coase, no seu *the problem of social cost*, quem primeiro discutiu sistematicamente a importância dos custos de transação em relação à alocação de recursos.

Representando-se a função de demanda por água no uso j na FIGURA 14.6.1.1 por $p_j(x_j)$, a qual especifica o benefício marginal para cada nível de utilização desse recurso, então o usuário irá consumir a quantidade $x^p{}_j$ de água (ponto A nessa figura). Esse nível de consumo foi obtido ao igualar-se o preço (benefício marginal) ao custo marginal privado desse recurso. O problema é que qualquer usuário, na sua decisão individual de consumo, não leva em consideração o custo marginal social. Em conseqüência, o usuário estará consumindo um volume de água maior que a quantidade socialmente ótima (de Pareto), com prejuízos para os demais usuários do sistema. A condição necessária para uma alocação ótima de Pareto da água no consumo é que cada usuário fundamente sua decisão de consumo igualando o benefício marginal ao custo marginal social (ponto B na mesma figura). Vale lembrar que, além de incluir os custos privados (mencionados anteriormente), o custo marginal social inclui também o custo implícito que a captação de um metro cúbico adicional de água causa à sociedade.

Assim, tomando-se a FIGURA 14.6.1.1 como referência, se o poder público institucionalizasse um imposto ou cobrasse pelo uso da água a exata diferença entre o custo marginal social e o custo marginal privado da água, ($p^s{}_j$ - $p^p{}_j$'), o nível de captação seria reduzido para $x^s{}_j$. Em conseqüência, o benefício sofreria uma redução, representada nessa figura pela área $x^s{}_j$BA$x^p{}_j$, mas o custo total também seria reduzido em $x^s{}_j$BC$x^p{}_j$, redução essa proporcionalmente maior que a diminuição do benefício, resultando assim em um ganho líquido para a sociedade, representado nessa figura pela área ABC[119].

Essa análise pode ser estendida para o caso de a água ser utilizada para diluição de poluentes. Esse é o caso específico das empresas que atuam na área de saneamento básico e na atividade industrial, que despejam e diluem seus efluentes em algum corpo receptor, com implicações semelhantes para a utilização dos recursos hídricos. Nesse caso, o eixo horizontal da FIGURA 14.6.1.1 representaria o volume de produção da unidade produtora e a curva especificada por $p_j(x_j)$, na mesma figura representaria a função de demanda pelo produto, a qual mede o benefício marginal social para qualquer nível de produção. Implícito na análise está o suposto de que quanto maior for o nível de produção, maior também será o nível de poluição despejado nos mananciais. O nível ótimo de Pareto na produção, e conseqüentemente o nível ótimo de poluição[120], serão obtidos no ponto B da mesma figura, onde o custo marginal social é igual ao benefício marginal social. Esse nível ótimo de poluição poderá ser obtido cobrando-se das empresas poluidoras o valor correspondente à diferença entre os custos social e privado, $p^s{}_j$-$p^p{}_j$' (ver FIGURA 14.6.1.1), como forma de estas internalizarem (a seus custos privados de produção) os custos sociais da poluição, que são impostos aos demais usuários do sistema hídrico.

É com base nesse custo social que a ação do poder público é justificada através do estabelecimento de um preço pelo uso da água (com base no seu custo de oportunidade). Essa cobrança funciona como mecanismo de correção da distorção entre o

[119] A concessão de um subsídio igual a diferença entre os custos marginais social e privado corrigiria a distorção entre esses custos, mas causaria um nível de consumo de água maior que o nível socialmente ótimo.

[120] Não é absurda a idéia de uma quantidade ótima de poluição, porque a eliminação de poluentes é custosa. Isto é, reduzir a poluição das águas abaixo do nível ótimo de Pareto representaria uma redução no bem-estar econômico.

custo social e o custo privado. Em outras palavras, o instrumento de cobrança pelo uso da água como corpo diluidor de poluentes funciona como mecanismo de internalizar os efeitos externos que cada usuário de uma bacia hidrográfica impõe aos demais, na sua decisão particular de utilização da água, quer seja no consumo ou na produção.

==

Questão 14.6.1.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Uma economia que experimenta externalidades tecnológicas na produção não poderá obter as condições ótimas de Pareto sem a intervenção do governo.

INCERTO

Em geral, e em condições normais, a intervenção do governo é necessária para garantir que a indústria que causa uma externalidade tecnológica internalize ao seu custo privado o custo que esta impõe à sociedade. No entanto, se a externalidade é produzida por uma indústria monopolística, é perfeitamente possível que a redução no nível de produção do monopolista (abaixo do nível competitivo $x^m < x^*$) para aumentar seu preço, compense o efeito externo negativo imposto à sociedade, de modo que a condição de eficiência de Pareto seja alcançada sem qualquer interferência do governo. A FIGURA 14.6.1.1 ajuda a esclarecer essa possibilidade. Se a indústria fosse competitiva, então o seu preço ($p_x^c = Cmg^p$) induziria a sociedade a produzir mais do que o nível socialmente ótimo, desde que $x^c > x^*$. No entanto, se a indústria é monopolística, o preço de monopólio pode ser igual ao custo marginal social (custo marginal privado mais o custo social da externalidade), ou seja, $p_x^m = Cmg^s$, de modo que o seu nível de produção pode ser exatamente igual ao nível socialmente ótimo, isto é, $x^m = x^*$.

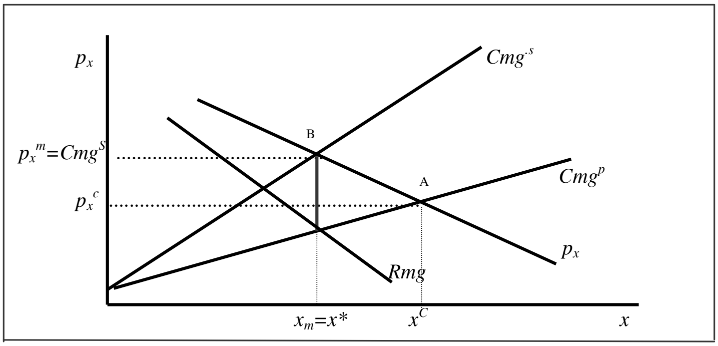


FIGURA 14.6.1.1: DISTORÇÃO ENTRE OS CUSTOS SOCIAL E PRIVADO EM UMA INDÚSTRIA MONOPOLÍSTICA

==

A mineração propicia um exemplo claro de externalidade tecnológica na produção, assim como a forma pela qual esse problema poderia ser solucionado. Para caracterizar esse problema de forma rigorosa, supõe-se uma empresa mineradora extraindo minério de cromo às margens de um manancial, a qual se utilize dessa água como insumo para a sua produção. Vale lembrar que a água na mineração é utilizada como forma de desagregar o material, separar e lavar o minério, além de ser também utilizada para descartar, diluir e transportar os seus efluentes. Embora a utilização da água para produção de minério de cromo seja considerada como uso não consuntivo, uma vez que essa atividade devolve toda água utilizada ao manancial, a mineradora causa perdas de água por evaporação e infiltração, além de contaminá-la a jusante. Para complementar o quadro referencial do problema, supõe-se que à jusante estejam localizados vários irrigantes, os quais também se utilizam dessa água como insumo na produção agrícola, agora contaminada pelo minério de cromo.

O problema pode ser formulado comparando-se os níveis ótimos de utilização da água nas duas atividades produtivas, ou seja, na produção mineral e na agricultura irrigada. A utilização ótima de água na produção mineral, x_m^*, é obtida através da maximização da função de lucro (ou excedente econômico), π_m, desse setor, ou seja:

$$\max_{x_m} \pi_m = p_m f(x_m) - w_m x_m\,,\quad com\ f' = \partial f/\partial x_m > 0$$

onde p_m é o preço do minério de cromo; x_m é a quantidade de água utilizada na produção mineral; w_m o preço da água nesse uso (em termos de seus custos marginais privados de utilização); e $f(x_m)$ é a função de produção de minério, a qual depende, entre outros insumos, da quantidade de água. Isto é, o nível ótimo de utilização da água na produção mineral é obtido através da condição necessária para um máximo interior[121]:

$$p_m f'(x_m) = w_m$$

a qual estabelece uma igualdade entre o valor da produtividade marginal da água na atividade de mineração e o seu preço (ou custo de oportunidade da água, avaliado em termos de mão-de-obra, equipamentos e outros insumos nesse uso).

Por outro lado, o nível ótimo de utilização da água na agricultura irrigada é derivado a partir da maximização da função de lucro do irrigante típico nessa atividade, π_a, ou seja:

$$\max_{x_a} \pi_a = p_a g\{x_a, h[f(x_m)]\} - w_a x_a\,,\quad com\ g' = \partial g/\partial x_a > 0\ e\ g_h = \partial g/\partial h < 0$$

em que p_a é o preço dos produtos agrícolas; x_a é a quantidade de água utilizada na agricultura irrigada; w_a o preço da água nesse uso (em termos de seus custos marginais de utilização desse recurso); $g[x_a, h(x_m)]$ é a função de produção de produtos agrícolas; e $h(x_m)$ é a poluição que a produção mineral impõe à produção agrícola de irrigação, a qual depende do nível de produção mineral, de modo que $h_f = \partial h/\partial f(x_m) > 0$. O nível ótimo de utilização da água na irrigação é obtido igualando-se o valor da produtividade marginal da água na produção agrícola ao seu preço (ou custo de oportunidade nesse uso), o qual é estabelecido pela condição de primeira ordem para um máximo interior[122]:

$$p_a g'\{x_a, h[f(x_m)]\} = w_a$$

Portanto, a produção de minério, ao poluir os recursos hídricos à jusante, afeta negativamente a atividade de irrigação. Essa externalidade impõe custos sociais à

[121] Supõe-se que a condição de suficiência para um máximo, $f'' < 0$, seja satisfeita.

[122] Supõe-se que a condição de segunda ordem para um máximo interior seja também satisfeita, i.e., $g'' < 0$.

agricultura irrigada, com sérias implicações para toda a sociedade, que estão sendo ignorados pela empresa mineradora nas suas decisões de produção e, portanto, não estão sendo contabilizados aos seus custos de produção.

Quando analisado sob o ponto de vista social, os níveis ótimos de utilização da água para os setores de mineração e agricultura irrigada seriam aqueles obtidos através de um processo global de otimização da função de excedente econômico, π, a qual engloba os excedentes econômicos dos dois setores tomados em conjunto, ou seja:

$$\max_{x_m, x_a} \quad \pi = p_m f(x_m) + p_a g\{x_a, h[f(x_m)]\} - w_m x_m - w_a x_a$$

do qual resultam as seguintes condições necessárias para um máximo (ótimo interior):

$$(p_m + p_a g_h h_f) f'(x_m) = w_m$$

e

$$p_a g'[x_a, h(x_m)] = w_a.$$

É importante ressaltar que a condição para estabelecimento do nível ótimo de Pareto para utilização da água na agricultura irrigada é exatamente igual àquela condição sob a ótica individual. Isto é, a condição obtida no problema acima, $p_a g'[x_a, h(x_m)] = w_a$, é exatamente igual à condição que definiu, sob o ponto de vista individual, o nível ótimo de utilização da água nesse uso, resultante do problema de otimização da agricultura irrigada. No entanto, a condição que estabelece o nível socialmente ótimo de utilização da água no setor de mineração é caracteristicamente diferente daquela obtida sob o ponto de vista individual, definida pela solução do problema de otimização da empresa de mineração. Essa diferença, $p_a g_h h_f f'(x_m)$, é devida à externalidade tecnológica que a atividade de mineração impõe à agricultura irrigada, ao poluir os recursos hídricos, afetando negativamente a produção agrícola de irrigação.

A implicação disso é que a atividade de mineração não está alocando eficientemente os recursos hídricos, e se utiliza desses recursos em quantidade superior ao nível ótimo de Pareto, x_m^*. A FIGURA 14.6.1.2 ilustra esse fato e mostra que, ao preço de mercado w_m, o nível de utilização da água socialmente ótimo é $x_m^* < x_m$. Uma forma de fazer com que a empresa mineradora utilize mais eficientemente os recursos hídricos seria incorporar esse custo social ao preço da água na produção mineral, de modo que tal preço fosse elevado ao nível $w_m - p_a g_h h_f f'(x_m) > w_m$.

O máximo valor que a sociedade estaria disposta a pagar para ter uma pequena redução na poluição dos recursos hídricos seria a variação marginal nos lucros da atividade agrícola de irrigação ($\partial\pi_a/\partial h$), que resultaria da redução nos níveis de poluição da firma mineradora. Isso pode ser facilmente visto diferenciando-se a função de lucro da agricultura irrigada, $\pi_a\{x_a, h[f(x_m)]\}$, em relação a h, do qual resulta:

$$d\pi_a/dh = (\partial\pi_a/\partial x_a)(dx_a/dh) + (\partial\pi_a/\partial h)$$

O teorema da envoltória garante que $\partial\pi_a/\partial x_a = 0$, tendo em vista que a utilização ótima da água na agricultura irrigada é assegurada ao nível que maximiza o lucro dessa atividade.

Assim, é necessário avaliar apenas o termo $\partial\pi_a/\partial h = p_a g_h$, que é exatamente o custo marginal social de utilizar um metro cúbico a mais de água na produção de minério[123].

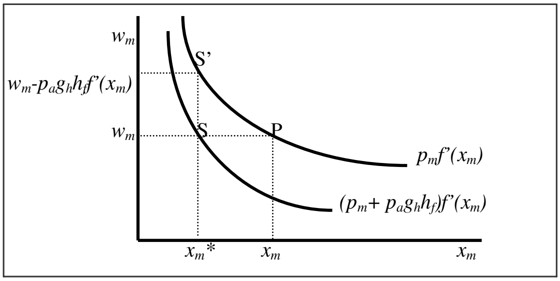


FIGURA 14.6.1.2: ALOCAÇÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS NA ATIVIDADE DE MINERAÇÃO

O termo $-p_a g_h h_f f'(x_m)$ é, portanto, o custo de oportunidade da água na produção mineral, o qual será denotado por c_m. Este é, em realidade, o custo que a atividade mineradora impõe à sociedade ao poluir o manancial à jusante da exploração mineral. Tal custo pode ser decomposto em duas parcelas multiplicativas: (i) $-p_a g_h$, a qual representa o custo marginal social de utilizar um metro cúbico a mais de água na mineração e (ii) $h_f f'(x_m)$, o requerimento técnico de água na produção mineral.

Com base nessa realidade é que o poder público pode intervir na alocação dos recursos, agindo no sentindo de corrigir os preços de mercado e fazendo com que eles possam reflitir os custos verdadeiramente incorridos pela sociedade. O preço social do minério, $p_m^* = p_m + c_m$, é o preço que induz os agentes econômicos a utilizarem tal minério ao nível socialmente (ou Pareto) ótimo, ou seja, é o preço que internaliza o efeito externo negativo e, portanto, incorpora o custo social que o setor de exploração mineral causa a toda a sociedade e, especialmente, à atividade agrícola de irrigação ao poluir os recursos hídricos.

Os problemas associados com as externalidades tecnológicas surgem, na sua maioria, porque os direitos de propriedade (ou de uso) não são bem definidos. A empresa mineradora, que já tem licença para produzir, acha-se no direito legal de continuar a produzir o minério na quantidade desejada, mesmo que às custas de um nível maior de poluição dos mananciais. Os irrigantes, que já utilizam a água desse manancial, sentem-se também no direito de continuar a utilizar os recursos hídricos na produção agrícola. Se os direitos de propriedade ou de uso estivessem bem definidos e se não existissem custos de transação e assimetria de informação, então os usuários poderiam negociar seus direitos de consumo e diluição de poluentes, da mesma forma que trocariam direitos de consumir qualquer outro bem. Este é, em realidade, o teorema de Coase, o qual preconiza a solução

---

[123] Se esse custo fosse internalizado aos custos privados de produção de minério, de modo a estar contido na função de lucro desse setor, i.e., $\pi_m = p_m f(x_m) + (\partial\pi_a/\partial h)h[f(x_m)]-w_m x_m$, então o resultado seria socialmente eficiente, desde que a maximização do lucro econômico dessa atividade geraria a mesma condição necessária para um ótimo social $[p_m+(\partial\pi_a/\partial h)h_f]f'(x_m) = w_m$, visto que $\partial\pi_a/\partial h = p_a g_h$.

negociada sempre que houver mecanismos que permitam assegurar as transações entre os múltiplos usuários do sistema.

A razão de uma alocação incorreta dos recursos hídricos está no fato de a água ser um bem escasso dotado de valor econômico, mas seus beneficiários não pagam pelo seu uso. Se o instrumental da cobrança pelo uso da água fosse implementado ou se o governo institucionalizasse a política explícita de tributar a atividade de mineração pela poluição causada aos recursos hídricos, por certo essa distorção na alocação dos recursos da água poderia ser eliminada. A verdadeira causa de uma alocação ineficiente de recursos está associada à indefinição do direito de uso, resultado direto da indefinição do direito de propriedade. Se os direitos de propriedade ou pelo menos os direitos de uso estivessem bem definidos e existissem mecanismos que permitissem a negociação entre os múltiplos usuários, então tais usuários poderiam negociar seus direitos de uso da mesma forma que comerciam direitos de consumir qualquer bem[124]. Portanto, para entender a verdadeira causa da ineficiência do mecanismo de mercado na alocação dos recursos hídricos é necessário compreender que o mercado é uma instituição que organiza a mudança de controle de uma mercadoria, onde a natureza do controle é definida pelo direito de propriedade ou de uso embutido na própria mercadoria.

14.6.2 BENS PÚBLICOS

Bens públicos são um exemplo claro de externalidades tecnológicas no consumo, tendo em vista que tais bens apresentam a característica de poderem ser consumidos simultaneamente por mais de um consumidor. Embora essa classe de bens não esteja sujeita aos problemas de congestionamento (ou super utilização), como no caso de bens privados, tais bens apresentam um grave problema econômico que é fazer com que o consumidor revele a sua disponibilidade a pagar pelo referido bem, após este ter sido produzido.

Os bens públicos criam um grave problema para o bem-estar econômico porquanto se for cobrado um preço igual ao seu custo marginal de produção, a receita gerada será insuficiente para cobrir o seu custo de produção. Isso significa que nenhuma firma competitiva poderia produz um bem público, se por este for cobrado um preço igual ao seu custo marginal. Por outro lado, se a produção desse bem for financiada com a cobrança de impostos dos outros bens, os preços destes bens não poderiam ser estabelecidos com base em seus custos marginais, o que levaria inevitavelmente a economia a se afastar da fronteira Pareto-ótima. Uma forma eficiente de lidar com o estabelecimento de preços de bens públicos é através da teoria do *second best*, a qual será estudada ao final deste capítulo.

Para analisar a situação de um bem público, supõe-se que existam apenas dois bens, x e y, cuja função (ou fronteira) de possibilidade de produção da economia seja definida por $g(x, y)$, e dois consumidores, cujas funções de utilidade sejam $u^1(x_1, y_1)$ e $u^2(x_2,$

[124] É claro que a presença de custos de transação e a assimetria de informação podem criar barreiras e dificuldades para que os usuários da água busquem uma alocação ótima desses recursos.

y_2). Admitindo-se que x seja o bem público, então ele terá que ser consumido integralmente pelos dois consumidores, de modo que:

$$x_1 = x_2 = x$$

Uma alocação ótima de Pareto é obtida resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x, y_1, y_2} \; u^1(x, y_1)$$
$$\text{s. a.} \quad u^2(x, y_2) = u^2{}_0$$
$$\text{e} \quad g(x, y) = 0$$

Cuja função lagrangiana é:

$$L = u^1(x, y_1) + \mu[u^2{}_0 - u^2(x, y_2)] + \lambda g(x, y)$$

Da qual resultam as seguintes condições de primeira ordem (além das duas restrições):

$$L_x = u^1{}_x - \mu u^2{}_x + \lambda g_x = 0$$
$$L_{y1} = u^1{}_y + \lambda g_y = 0$$
$$L_{y2} = - \mu u^2{}_y + \lambda g_y = 0$$

Combinando essas três equações, resulta (após algumas manipulações algébricas):

$$\frac{u_x^1}{u_y^1} + \frac{u_x^2}{u_y^2} = \frac{g_x}{g_y}$$

Portanto, para que o ótimo de Pareto seja obtido é necessário que a soma das taxas marginais de substituição dos dois consumidores, as quais representam as respectivas valorizações (ou benefícios) marginais do bem público x (em relação ao bem y), seja igual à taxa marginal de transformação (ou custo marginal de x em termos de y). Em outras palavras, o ótimo de Pareto é obtido quando a soma dos benefícios marginais do bem público for igual ao seu custo marginal. Deve-se ressaltar a diferença dessa condição em relação a condição resultante para um bem privado, a qual expressava-se a igualdade dos benefícios marginais individuais ao custo marginal. Isso significa que, para um bem público, a função de demanda de mercado é obtida somando-se verticalmente as demandas individuais, ou seja, para cada quantidade somam-se as valorizações individuais, tendo em vista que cada consumidor consome o total do bem público ($x_1 = x_2 = x$). De fato, essa agregação é diferente daquela resultante de um bem privado, cuja demanda de mercado foi obtida somando-se horizontalmente das demandas individuais, ou seja, para cada preço, somavam-se as quantidades ($y_1 + y_2 = y$). A FIGURA 14.6.2.1 ilustra esse fato e mostra a função de demanda de mercado como a agregação vertical das demandas individuais. Essa figura mostra ainda o nível ótimo do bem público x^*, como o resultado da interseção entre o custo marginal ($Cmg_x = g_x/g_y$) e a demanda total de mercado ($D_1 + D_2$).

O problema com o bem público é que cada consumidor tem uma valorização marginal diferente do bem que, em geral, não pode ser revelada através do mecanismo de mercado, como ocorre naturalmente para um bem privado[125]. Em outras palavras, tendo em vista que o custo marginal de produção do bem público será pulverizado entre todos os usuários, o consumidor tem um incentivo em subestimar sua verdadeira disposição a pagar. Nesse sentido, não há meio deste bem ser produzido pelo mecanismo de mercado competitivo em um nível ótimo de Pareto.

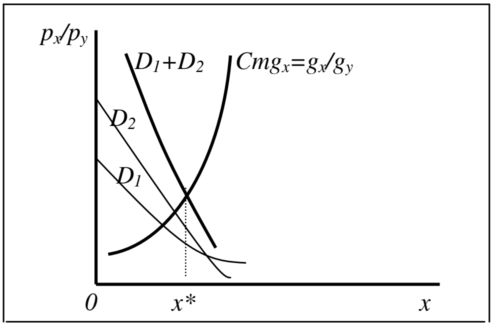


FIGURA 14.6.2.1: A DEMANDA DE MERCADO POR UM BEM PÚBLICO

===

Exemplo 14.6.2.1: Para mostrar que na presença de bem público o equilíbrio competitivo não é ótimo de Pareto, supõe-se que as funções de utilidade de dois consumidores sejam especificadas por:

$$u^1 = 2x + y_1^2 \text{ e } u^2 = 2x + \tfrac{1}{2}y_2^2$$

e a fronteira de possibilidade de produção é representada pela seguinte equação:

$$x + 5y - 100 = 0$$

O equilíbrio competitivo requer que:

$$\frac{u_x^1}{u_y^1} = \frac{g_x}{g_y} \text{ ou seja: } \frac{2}{2y_1} = \frac{1}{5}$$

e

$$\frac{u_x^2}{u_y^2} = \frac{g_x}{g_y} \text{ ou seja: } \frac{2}{y_2} = \frac{1}{5}$$

Donde obtém-se $y_1^* = 5$ e $y_2^* = 10$, assim como $x^* = 125$.

Na presença de bem público, o ótimo de Pareto requer que:

[125] Para um bem privado, os consumidores revelam suas disposições a pagar através do mecanismo de mercado, comprando quantidades adicionais até que a valorização marginal seja reduzida ao preço de mercado (ou custo marginal de produção).

$$\frac{u_x^1}{u_y^1}+\frac{u_x^2}{u_y^2}=\frac{g_x}{g_y} \text{ ou seja } \frac{2}{2y_1}+\frac{2}{y_2}=\frac{1}{5}$$

Admitindo-se que o bem y seja repartido proporcionalmente entre os dois consumidores, de modo que $y_1 = \alpha y$ e $y_2 = (1\text{-}\alpha)y$, $\forall\ 0< \alpha <1$, então a equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{\alpha y}+\frac{2}{(1-\alpha)y}=\frac{1}{5}$$

Donde obtém-se: $y = 5(1+\alpha)/\alpha(1\text{-}\alpha)$ e, portanto, $y_1 = 5(1+\alpha)/(1\text{-}\alpha)$ e $y_2 = 5(1+\alpha)/\alpha$. Admitindo-se, a título de exemplo, que $\alpha = 1/3$, de modo que $1\text{-}\alpha = 2/3$, então $y_1^* =10$, $y_2^* = 20$ e $x^* = 50$, cuja solução difere da solução competitiva. Isso demonstra que, na presença de bem público, o equilíbrio competitivo não é ótimo de Pareto.

==

14.6.3 TRIBUTAÇÃO

Os impostos, embora sejam indispensáveis para financiar a produção de bens públicos em uma economia, são instrumentos que podem distorcer a alocação de recursos e levar a economia a se afastar do ótimo de Pareto. A questão, então, seria saber qual a política mais apropriada de tributação em uma economia para que não sejam introduzidas distorções na alocação Pareto-ótima dos recursos.

Para analisar essa questão, supõe-se que existam apenas dois bens, x e y, cuja fronteira de possibilidade de produção seja definida por $g(x, y)$. Admitindo-se que t_x e t_y sejam os respectivos impostos por unidade de produto produzido, então os preços finais dos bens serão expressos por $p_x + t_x$ e $p_y + t_y$.

Sob condições de concorrência perfeita, o ótimo de Pareto na produção requer que o valor da produção z seja maximizado, ou seja:

$$\max_{x,\,y}\ z = (p_x+t_x)x +(p_y+t_y)y$$
$$s.a.\quad g(x, y) = 0$$

Cuja função lagrangiana pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = (p_x+t_x)x +(p_y+t_y)y + \lambda g(x, y)$$

Da qual resultam as seguintes condições de primeira ordem para um ótimo interior:

$$\partial L/\partial x = p_x+t_x + \lambda g_x = 0$$
$$\partial L/\partial y = p_y+t_y + \lambda g_y = 0$$
$$\partial L/\partial \lambda = g(x,y) = 0$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda, resulta:

$$\frac{p_x+t_x}{p_y+t_y}=\frac{g_x}{g_y}$$

Deve-se ressaltar que as condições de primeira ordem para o equilíbrio competitivo estabelecem que a relação de preços deve ser igual à taxa marginal de transformação (inclinação da fronteira de possibilidade de produção), ou seja:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{g_x}{g_y}$$

Assim, para que essas duas últimas condições sejam iguais é necessário que:

$$\frac{p_x + t_x}{p_y + t_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Isso é, para que essa condição seja satisfeita é necessário que os impostos sejam proporcionais aos preços, ou seja, $t_x = \alpha p_x$ e $t_y = \alpha p_y$, de modo a não distorcer o preço relativo, pois:

$$\frac{p_x + \alpha p_x}{p_y + \alpha p_y} = \frac{(1+\alpha)p_x}{(1+\alpha)p_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Um imposto proporcional (ou seja, de mesma alíquota) sobre as vendas dos dois produtos satisfaz plenamente essa condição. No entanto, uma política que tributa apenas um bem ou ambos, com diferentes alíquotas, viola a condição de ótimo de Pareto.

A FIGURA 14.6.3.1 ilustra o caso de uma política tributária distorciva que tributa apenas o bem *x* (cuja alíquota é *t*), mas não o bem *y*. Essa política tributária desloca o equilíbrio do ponto A para o B (ambos sobre a fronteira de possibilidade de produção), distorcendo a razão de preços, visto que $(1+t)p_x/p_y > p_x/p_y$. Se o ponto A é desejável, então essa política tributária deixa a sociedade em uma curva de indiferença inferior[126]. Pode-se observar que essa política tributária causa uma sub-produção do bem *x* e uma super-produção do bem *y*, relativamente aos níveis ótimos de Pareto, *x** e *y**.

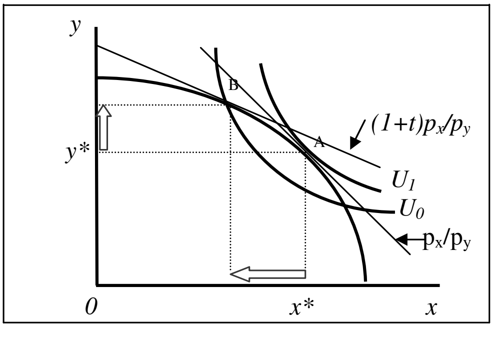


FIGURA 14.6.3.1: A TRIBUTAÇÃO E A SITUAÇÃO PARETO-ÓTIMA

[126] Vale lembrar que as curvas de indiferença são resultantes da função de bem-estar social, a qual pode existir, mas certamente não gozará de todas as propriedades mencionadas por Arrow.

14.6.4 RETORNOS CRESCENTES DE ESCALA E/OU MONOPÓLIOS

Indústrias que apresentam retornos crescentes de escala, também conhecidas por monopólios naturais, se caracterizam por apresentar custos médios declinantes. Tais indústrias são exemplos claros de como a economia pode se afastar da solução perfeitamente competitiva. O problema surge porque, com custos médios declinantes, o custo marginal é menor que o custo médio, de modo que nenhuma firma se sentiria incentivada a produzir de acordo com o princípio de preço igual ao custo marginal (solução competitiva). Nesse caso, seria impossível produzir esse bem e vendê-lo ao custo marginal sem subsidia-lo através de impostos.

O fato de uma indústria apresentar retornos crescentes de escala e, portanto, não poder ser vendido ao custo marginal, pode ser analisado sob o ponto de vista do ótimo de Pareto simplesmente introduzindo-se mais uma restrição ao problema de otimização. Admitindo-se que o bem x apresente custos médios declinantes e deva ser necessariamente produzido, então ele deverá satisfazer a seguinte restrição $p_x = \alpha g_x$, com $\alpha > 1$[127]. Assim, o ótimo de Pareto na produção requer que o valor da produção z seja maximizado, ou seja:

$$\begin{array}{ll} \underset{x,\, y}{max} & z = p_x x + p_y y \\ s.a. & g(x, y) = 0 \\ e & p_x - \alpha g_x = 0 \end{array}$$

onde $g(x, y)$ é a fronteira de possibilidade de produção da economia. A função lagrangiana para esse problema pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = p_x x + p_y y + \lambda g(x, y) + \mu[p_x - \alpha g_x]$$

Da qual resultam as seguintes condições de primeira ordem para um ótimo interior:

$$\begin{aligned} \partial L/\partial x &= p_x + \lambda g_x + \alpha\mu g_{xx} = 0 \\ \partial L/\partial y &= p_y + \lambda g_y = 0 \\ \partial L/\partial \lambda &= g(x,y) - \alpha\mu g_x = 0 \\ \partial L/\partial \mu &= p_x - \alpha g_x = 0 \end{aligned}$$

Dividindo-se a primeira condição pela segunda e fazendo-se algumas manipulações algébricas, resulta:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{\lambda g_x + g g_{xx} / g_x}{\lambda g_y}$$

Assim, se o bem x tiver que ser necessariamente produzido, então a alocação ótima dos recursos na economia não poderá ser a solução competitiva. Nesse caso, a solução competitiva não geraria uma solução ótima de Pareto. Vale lembrar que as condições de primeira ordem para o equilíbrio competitivo estabelecem que a relação de preços deve ser

[127] O fato de o preço ser maior que o custo marginal abre várias possibilidades para o estabelecimento do nível de preço, o qual poderia ser fixado ao custo médio, ao nível de monopólio ou a qualquer outra regra que viabilize a produção do bem.

igual à taxa marginal de transformação (inclinação da fronteira de possibilidade de produção), ou seja:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{g_x}{g_y}$$

==

Questão 14.6.4.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Em uma indústria que apresenta custo médio declinante (monopólio natural), a fixação de preço igual ao custo médio é Pareto-superior relativamente à cobrança do preço competitivo financiado com um imposto em qualquer outro mercado.

INCERTO

Na FIGURA 14.6.4.1 o bem x é produzido com custo médio declinante. Se o seu preço for fixado ao custo médio, a distorção nessa indústria será medida pela área ABC. Por outro lado, se o preço for igual ao custo marginal e o prejuízo for financiado com um imposto em uma outra indústria, diga-se y, a distorção nesse outro mercado será estabelecida pela área triangular resultante da redução no nível de transações nesse mercado. A questão é saber qual distorção é maior, ou seja, se a do mercado x ou do y. Portanto, a assertiva estaria errada se a demanda pelo bem y for bastante inelástica, tendo em vista que a distorção nesse mercado seria inferior àquela observada no mercado x. No entanto, se a demanda do bem y for bastante elástica, a assertiva estaria certa, pois o custo social incorrido no mercado do bem y seria maior que o do bem x.

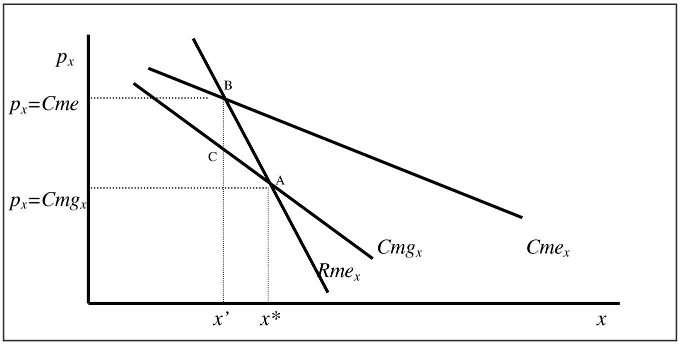


FIGURA 14.6.4.1: POLÍTICAS DE PREÇO NO MONOPÓLIO NATURAL

==

14.7 A TEORIA DO *SECOND BEST* (OU SEGUNDO MELHOR)

De acordo com a teoria do *second best* (ou segundo melhor), se as condições padrão de concorrência perfeita (ou seja, preços refletindo custos marginais de produção) não puderem ser obtidas em todos os mercados, então é perfeitamente possível que a economia possa atingir a eficiência econômica se afastando de tais condições.

==

Definição: A teoria do *second best* se fundamenta no fato de que se não for possível obter a eficiência na alocação de recursos em uma parte da economia (ou seja, a existência de alguns mercados que não operem em condições de concorrência perfeita), a busca das condições padrão de eficiência (preço igual ao custo marginal) para o resto da economia pode não ser mais desejável.

==

Isso significa que em uma economia caracteristicamente marcada pela existência de mercados não competitivos, com retornos crescentes de escala e externalidades tecnológicas – ou seja, que não operam sob as condições padrão do bem-estar econômico –, não é mais socialmente ótimo ter preços refletindo custos marginais de produção para alguns mercados (mas não todos), pois a economia pode se afastar ainda mais das condições ótimas de Pareto.

De acordo com a teoria do *second best*, um sistema ótimo de preços em uma economia, caracteristicamente marcada por imperfeições de mercado e longe de serem observadas as condições ótimas de Pareto para todos os mercados, pode ser derivada a partir da função de utilidade indireta de bem-estar da sociedade[128]:

$$u = \Psi(p,M), \text{ com } \partial\Psi/\partial p < 0 \text{ e } \partial\Psi/\partial M > 0$$

e da função de restrição orçamentária da sociedade (ou excedente econômico), a qual é definida por:

$$M(p) = \Sigma_j\, p_j x_j(p) - \Sigma_j\, c_j[x_j(p)]$$

onde p é o vetor de preços da economia e M é a renda da comunidade, a qual depende agora do vetor de preços da economia. Assim, os preços são escolhidos de modo a maximizar a função de utilidade indireta, sujeita à restrição de que $M(p) = 0$[129]. Ao resolver-se este problema de otimização, obtém-se a seguinte condição necessária para um ótimo interior[130]:

$$\partial\Psi/\partial p_j + \mu[p_j(\partial x_j/\partial p_j) + x_j - (\partial c_j/\partial x_j)(\partial x_j/\partial p_j)] = 0, \quad \forall j$$

em que μ, é o multiplicador de Lagrange, que pode ser interpretado como sendo a utilidade marginal da renda. Fazendo-se uso da identidade de Roy[131], essa expressão pode ser reescrita, após algumas manipulações algébricas, da seguinte forma:

$$-x_j(\partial\Psi/\partial M) + \mu x_j + \mu x_j\{[p_j - (\partial c_j/\partial x_j)]/p_j\}\varepsilon_j = 0, \quad \forall j$$

onde $\varepsilon_j = (\partial x_j/\partial p_j)(p_j/x_j) < 0$ é a elasticidade-preço da demanda do bem j. Alternativamente, a equação acima pode ser rescrita, de forma mais sugestiva, da seguinte maneira:

$$\frac{p_j - Cmg_j}{p_j} = \alpha \frac{1}{|\varepsilon_j|} \quad \forall j$$

---

[128] É importante lembrar que tudo o quanto se requer nessa análise é que a função de bem-estar exista, independentemente de se ela pode ou não ser especificada matematicamente.

[129] Rigorosamente, nada impede que esse nível seja diferente de zero.

[130] Supõe-se que a condição suficiente para um ótimo interior seja também satisfeita.

[131] A qual estabelece que $(\partial\Psi/\partial p_j)/(\partial\Psi/\partial M) = -x_j$,.

em $Cmg_j = \partial c_j/\partial x_j$ é o custo marginal e que $\alpha = 1 - (\partial \Psi/\partial M)/\mu$ é uma constante de proporcionalidade que reflete a diferença relativa entre benefícios e custos marginais.

Essa condição apresenta um resultado interessante para a definição da estrutura de preços ótimos. Ela estabelece que a variação percentual de preço do bem j, em relação ao seu custo marginal, é inversamente proporcional à sua elasticidade-preço da demanda (em valor absoluto). Isto significa que, quanto menor for o valor absoluto da elasticidade-preço da demanda, maior o preço que deverá ser cobrado em relação ao custo marginal e vice-versa. Portanto, é cobrando preços diferenciados que a distorção no consumo e na produção, em relação aos seus níveis ótimos, será minimizada. Esse resultado está em conformidade com a regra de Ramsay da teoria das finanças públicas, bem como segue a mesma linha do "*optimal departures from marginal cost pricing*" de Baumol e Bradford.

A teoria do *second best* estabelece que se existe a impossibilidade de se obter eficiência na alocação de recursos em uma parte da economia, então a busca para o resto da economia das outras condições padrão de eficiência pode não ser mais desejável. Isso significa que em uma economia com um número menor de mercados operando com preços que reflitam custos marginais pode ser socialmente preferível.

==

Questão 14.7.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Suponha uma economia com apenas dois bens, os quais são produzidos sob condições de monopólio. Se o governo faz com que uma indústria passe a operar sob condições competitivas, então se pode afirmar que haverá uma melhoria potencial de Pareto.

ERRADO

Se as duas indústrias são monopolistas então a condição de eficiência de Pareto requer que:

$$\frac{p_x(1-\frac{1}{|\varepsilon_x|})}{p_y(1-\frac{1}{|\varepsilon_y|})} = \frac{Cmg_x}{Cmg_y}$$

Se uma das indústrias opera sob condições de concorrência perfeita, diga-se x, então a economia se afasta efetivamente da condição de eficiência de Pareto, implicando em uma piora potencial de Pareto. De fato, essa é a essência da teoria do *second best*.

==

CAPÍTULO 15: TEORIA ECONÔMICA DA INFORMAÇÃO

15.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O pressuposto de que os agentes econômicos, ao tomarem suas decisões, tinham informações completas fez parte de quase todo o texto. No entanto, em certas situações, algum agente possui mais informações que outros, caso em que se diz que há informações assimétricas. Por exemplo, o vendedor de um produto conhece mais o seu produto do que o comprador. Do mesmo modo, um indivíduo, ao comprar uma apólice de seguro, tem mais informações a respeito do cuidado (ou risco) que ele terá com o bem assegurado do que a seguradora. Ainda nessa mesma linha, um trabalhador, ao buscar uma vaga no mercado de trabalho, tem mais informações de seus atributos (produtivos e não produtivos) do que o seu empregador. Em todos esses casos há assimetria de informações.

A assimetria de informações faz parte do dia a dia das pessoas e é a responsável por muitos arranjos institucionais que existem na nossa sociedade. Por exemplo, a garantia de um produto contra defeitos de fabricação é uma forma do vendedor sinalizar e transmitir informações para o comprador a respeito da qualidade do seu produto. A instituição da franquia em uma apólice de seguro é uma forma que as seguradoras encontraram para fazer com que o indivíduo tenha mais cuidado com o bem assegurado. Essa assimetria de informações ajuda também a entender porque os empregados assinam contratos de trabalho que incluem recompensas como forma de incentivo para que eles exerçam suas obrigações ou deveres da melhor forma possível.

Este capítulo aborda a teoria econômica da informação, analisando inicialmente os mercados de produtos de qualidade duvidosa, os quais são conhecidos na literatura econômica como *lemons* (termo inglês utilizado para denotar produtos de baixa qualidade). Na seqüência, e objetivando equacionar problemas de alocação ineficiente de recursos causados pela assimetria de informação, analisa-se a questão da sinalização no mercado de trabalho. Finalmente, estudam-se vários sistemas de incentivos, estabelecidos em contratos explícitos ou implícitos, que norteiam a relação agente-principal.

15.2 MERCADOS DE PRODUTOS COM QUALIDADE DUVIDOSA (*LEMONS*)

O mercado de carros usados é um exemplo típico de mercado onde prevalece informação assimétrica acerca da qualidade desses carros. O conceito de informações assimétricas pode ser formalmente definido da seguinte forma.

==

Definição: Informações assimétricas: é a situação em que os agentes econômicos dos dois lados do mercado, ao transacionarem um certo bem ou serviço, possuem informações diferentes.

==

É importante esclarecer que o mercado de produtos de qualidade duvidosa (*lemons*) é diferente do mercado de carros novos ou de qualquer outro mercado que envolva incerteza sobre a qualidade do produto transacionado. Isto porque ao comprar um carro novo ou qualquer produto de qualidade incerta, o comprador potencial compra na realidade um prospecto incerto (ou loteria), cujo preço de mercado já reflete a disposição dos consumidores a pagar por tal prospecto, o qual já contempla a probabilidade deste não ser de alta qualidade e as garantias caso isto ocorra. A assimetria de informação é a única diferença que existe entre esses dois tipos de mercado. No mercado de carros novos o vendedor tem a mesma informação que o vendedor, enquanto que no mercado de carros usados o vendedor tem sempre mais informação que o comprador.

No entanto, essa informação assimétrica do mercado de *lemons* pode seriamente afetar o seu preço de equilíbrio e acarretar graves problemas para o funcionamento desse mercado. Isto porque se o comprador não pode perceber a diferença entre o bom e o mau carro usado, eles devem ser vendidos ao mesmo preço. Isto significa que apenas os carros usados de baixa qualidade serão vendidos nesse mercado, implicando dizer que os carros usados maus acabarão por expulsar os carros bons desse mercado. Neste sentido, o sistema de mercado serve como mecanismo próprio de seleção, tendo em vista que se alguém ofertar um carro usado é evidência suficiente que este carro é um *lemon*.

Obviamente que nem todo carro usado transacionado nesse mercado é um *lemon*. Admitindo que com probabilidade P o comprador adquira um carro de alta qualidade e com probabilidade ($1-P$) ele leva um carro de baixa qualidade. Se os consumidores acreditam que carros de alta qualidade representam uma proporção q do total de carros, então mercados com perfeita informação levariam o mecanismo de preço ao equilíbrio com:

$$q = P$$

No entanto, mercados com informação assimétrica acabariam por levar o mecanismo de preço ao equilíbrio com:

$$q < P$$

Isso significa dizer que os carros de baixa qualidade (*lemons*) dominarão o mercado de carros usados. Portanto, pode-se concluir que, relativamente ao mercado com informação completa, o equilíbrio de mercados com informação assimétrica é ineficiente, no sentido de que haverá um menor volume de transações nesse mercado. Se p^* é o preço de equilíbrio de carros usados, alguns compradores estariam dispostos a pagar um preço $p' > p^*$ se eles soubessem que o carro é de alta qualidade. Por outro lado, a esse preço mais alto os vendedores estariam dispostos a vender. No entanto, a assimetria de informação acaba por eliminar essas possibilidades de transações.

O mercado de seguros é outro exemplo de ocorrência de assimetria de informações. O consumidor, ao comprar uma apólice de seguro, tem mais informações a respeito do risco associado ao bem assegurado do que a própria seguradora. No mercado de seguros, o fenômeno da qualidade duvidosa aparece com o nome de seleção adversa, a qual pode ser definida da seguinte forma.

===

Definição: <u>Seleção adversa:</u> é a distorção causada pela assimetria de informações entre as seguradoras e os assegurados no que concerne o risco envolvido, de modo que as seguradoras terão que cobrar um preço (prêmio) único por não poderem distinguir entre consumidores de alto e baixo risco. A implicação disto é que o mercado acabará atraindo uma maior quantidade de assegurados de alto risco e afastando aqueles de baixo risco, com prejuízos para as seguradoras.

===

É obvio que a companhia de seguro gostaria que cada consumidor pagasse o preço (prêmio) de uma apólice de seguro que fosse compatível com a sua classe (ou tipo) de risco. No entanto, sempre vai existir um resíduo de informação assimétrica, relativamente ao risco, que acabará por levar o mercado a alguma forma de seleção adversa.

===

Exemplo 15.2.1: *A título de exemplo, supõe-se que uma seguradora deseja lançar no mercado uma nova apólice de seguro contra furto e roubo de bicicleta, cujo valor seja de R$ 300. Supõe-se ainda que a metade dos proprietários de bicicletas seja despreocupada (tipo A), enquanto que a outra metade seja precavida (tipo B). Admite-se que tais proprietários podem adquirir uma tranca de segurança por R$ 10, fato este que reduziria a probabilidade de furto e roubo de 20% para 10%. O problema é que apenas os proprietários do tipo B adquirem tal dispositivo e, uma vez comprada, eles irão necessariamente usá-la.*

(i) *Determine o preço (prêmio) justo que assegura completamente o proprietário do tipo A.*

Na análise, denota-se a renda no estado 1 da natureza (caso de roubo) por $M_1 = 0$ e a renda no estado 2 da natureza por $M_2 = 300$, assim como denote a probabilidade do proprietário do tipo A por $P_A = 0{,}2$ e do tipo B por $P_B = 0{,}1$. A renda média (esperança matemática) do proprietário do tipo A será:

$$M_A = P_A M_1 + (1-P_A)M_2 = 0{,}2(0) + 0{,}8(300) = 240$$

Portanto, o preço justo que assegura completamente o proprietário do tipo A será igual a:

$$p_A = M_2 - M_A = 300 - 240 = 60$$

(ii) *Determine o preço justo que assegura completamente o proprietário do tipo B.*

A renda média (esperança matemática) do proprietário do tipo B será:

$$M_B = P_BM_1 + (1\text{-}P_B)M_2 - 10 = 0{,}1(0) + 0{,}9(300) - 10 = 260$$

Portanto, o preço justo que assegura completamente o proprietário do tipo B será igual a:

$$p_B = M_2 - M_B = 300 - 260 = 40$$

(iii) *Admitindo que a companhia de seguro não pode distinguir o proprietário tipo A do tipo B, de modo que ela terá que aplicar a probabilidade média de furto de bicicletas. Determine o preço justo (prêmio) que tal companhia de seguro deveria cobrar para assegurar completamente esses proprietários.*

A probabilidade média de furto de bicicleta será de 15%, ou seja:

$$P = 0{,}5P_A + 0{,}5P_B = 0{,}5(0{,}2) + 0{,}5\ (0{,}1) = 0{,}15$$

E a renda média da economia, nesse caso, será de:

$$M = PM_1 + (1\text{-}P)M_2 = 0{,}15(0) + 0{,}85(300) = 255$$

Portanto, o preço justo que assegura completamente os proprietários será de:

$$p = M_2 - M = 300 - 255 = 45$$

(iv) *Determine o lucro da seguradora nesse último caso e preveja o que deverá acontecer com o mercado de seguros.*

A companhia de seguro terá prejuízo, tendo em vista que apenas os proprietários do tipo A (despreocupados) comprariam a apólice de seguro. Neste caso, a seleção adversa do mercado de seguros (informação assimétrica) se encarregaria de expulsar os proprietários do tipo B (precavidos), que não comprariam tal apólice de seguro – porquanto o preço cobrado seria maior que a perda média. Esse fato acarretaria um aumento da probabilidade média de furto de bicicletas para 20%, ao invés de 15%, de modo que o prejuízo da seguradora será igual a:

Prejuízo médio = 45 – 60 = –15

==

Esse exemplo ilustra bem o problema da seleção adversa no mercado de seguros e mostra que a seguradora terá necessariamente de revisar o preço (prêmio) da apólice de seguro para cima de modo a equilibrar suas finanças. A conseqüência da seleção adversa para o mercado de seguros é que os proprietários de baixo risco se afastarão desse mercado, permanecendo apenas os proprietários de alto risco. Isso significa que o volume de transações nesse mercado será reduzido, tendo em vista que permanecerão apenas os clientes com alto risco.

Um outro problema parecido com a seleção adversa que também afeta o mercado de seguros é o perigo moral, o qual pode ser definido da seguinte forma:

==

Definição: Perigo moral: é a distorção observada no mercado de seguros que é causada quando as companhias de seguro, ao ofertarem uma maior (ou total) cobertura a seus clientes, não conseguem manter a ação dos seus assegurados no sentido de que estes permaneçam com o mesmo risco que eles tinham *a priori*. Em outras palavras, o mercado de seguros acabará induzindo seus assegurados de baixo risco, quer seja por ações ou omissões, a se tornarem de alto risco, com prejuízos para as seguradoras.

==

No exemplo das bicicletas acima, se os proprietários de bicicletas morassem em áreas com a mesma probabilidade de furto e roubo (não havendo, portanto, problema de seleção adversa), o perigo moral estaria configurado se os proprietários de baixo risco, ao estarem completamente assegurados contra roubo, passassem a ter menos cuidado de suas bicicletas, ou seja, não colocassem a tranca já comprada.

Uma forma de as seguradoras resolverem esse problema é não assegurar completamente seus clientes, ofertando apólices de seguro com o mecanismo de **franquia** (valor que o assegurado terá necessariamente que arcar em caso de roubo). Neste sentido, o perigo moral acarreta uma alocação ineficiente no mercado de seguros, tendo em vista que as seguradoras acabarão por oferecer menos seguro do que elas poderiam ofertar. Em outras palavras, o perigo moral acaba por introduzir um racionamento nesse mercado.

É importante ressaltar a diferença que existe entre o perigo moral e a seleção adversa. No perigo moral, um lado do mercado não pode observar a ação do outro, enquanto que na seleção adversa, um lado do mercado não pode observar o tipo de agente ou a qualidade do bem ou serviço do outro. Como conseqüência, no perigo moral haverá um racionamento (forçoso) nas transações, enquanto que na seleção adversa haverá uma redução (espontânea) do nível de transações.

Um outro mercado que também enfrenta problemas de assimetria de informações e o mercado de crédito. É óbvio que os tomadores de empréstimo têm mais informação a respeito da própria capacidade de pagamento do que os bancos, razão pela qual surgem também problemas observados nos mercados de produtos com qualidade duvidosa (*lemons*). De fato, a seleção adversa também se manifestaria nesse mercado, vez que os bancos teriam que cobrar a mesma taxa de juros de todos os tomadores de empréstimos, o que acabaria atraindo mais clientes de alto risco e afastando os de baixo risco.

==

Exemplo 15.2.2: *A título de exemplo, suponha que um banco, neutro em relação ao risco e operando em dois períodos, atenda a dois tipos de empresas, sendo que 50% são empresas do tipo A e 50% do tipo B, as quais necessitam de financiamento de \$50. Empresas que não conseguem financiamento encerram suas atividades tendo valor zero. As empresas do tipo A poderão valer no segundo período \$50 ou \$80 (ambos eventos com a mesma probabilidade), enquanto que as empresas do tipo B poderão valer zero ou \$120 (ambas possibilidades com a mesma probabilidade). Admita que o banco capta recursos a uma taxa de 10% e que este pode emprestar* *recursos às empresas cobrando juros que serão pagos apenas no segundo período, caso o valor realizado da empresa seja suficiente para tal. Suponha que uma empresa não tomará um empréstimo que não possa pagar, mas só fará o pagamento se o seu valor realizado for suficiente para efetuar o pagamento. Em outras palavras, se o valor realizado de uma empresa do tipo A for $50, ela poderá pagar até $50, independentemente da taxa de juros acordada. Já no caso de uma empresa do tipo B, não haverá pagamento algum se o valor realizado for zero.*

(i) *Determine as taxas de juros mínimas que o banco poderia cobrar das empresas do tipo A e B, admitindo que este pode distinguir os dois tipos de empresas.*

A menor taxa de juros é aquela que torna o lucro esperado do banco igual a zero, ou seja:

$$\pi^{Banco}_A = ½(50) + ½(50)(1+i_A) - 1{,}1(50) = 0 \Rightarrow i_A = 20\%$$
$$\pi^{Banco}_B = ½(0) + ½(50)(1+i_B) - 1{,}1(50) = 0 \Rightarrow i_B = 120\%$$

(ii) *Determine a taxa de juros máxima que uma empresa do tipo A e do tipo B pode aceitar pagar.*

A maior taxa de juros é aquela que torna o lucro esperado da empresa igual a zero, ou seja:

$$\pi^{Empresa\ A} = ½(50 - 50) + ½[80 - (1+i_A)50] = 0 \Rightarrow i_A = 60\%$$
$$\pi^{Empresa\ B} = ½(0) + ½[120 - (1+i_B)50] = 0 \Rightarrow i_B = 160\%$$

(iii) *Com base nos itens (i) e (ii) avalie se as firmas de ambos os tipos tomam efetivamente empréstimos do banco.*

Elas tomam empréstimo, tendo em vista que a taxa de juros que a firma A estaria disposta a pagar (60%) é maior que a taxa mínima que o banco estaria disposto a cobrar (20%). O mesmo vale para a firma B, tendo em vista que 160% > 120%.

(iv) *Suponha que o banco não pode distinguir entre os dois tipos de empresa, de modo que ele cobrará uma taxa única de cada empresa. Determine a taxa de juros sabendo-se que o banco aufere lucro normal (ou seja, é aquele que a receita auferida é suficiente para cobrir todos os custos).*

$$\pi^{Banco}_{A,B} = ½\{½(50)+½(50)(1+i)-1{,}1(50)\}+ ½\{½(0)+½(50)(1+i)-1{,}1(50)\}=0$$
$$½[25 + 25(1+i) - 55 + 25(1+i) - 55] = 0$$
$$-85 + 50(1+i) = 0 \Rightarrow i = 70\%$$

(v) *Neste caso, avalie se as firmas tomarão efetivamente o empréstimo e compute o lucro a posteriori auferido pelo banco.*

Neste caso a firma A não tomará o empréstimo, visto que a taxa cobrada pelo banco (70%) é maior que a taxa máxima que ela estaria disposta a pagar (60%). Quando apenas a firma B toma o empréstimo, o lucro do banco é negativo:

$$\pi^{Banco}_B = ½\{½(0) + ½(50)(1+0{,}7) - 1{,}1(50)\} = -12{,}5$$

Se o banco quiser permanecer nesse negócio (auferindo lucro normal), ele terá que direcionar seus empréstimos apenas para as firmas com maior risco, recalculando a taxa de juros a ser cobrada, embutindo um maior fator de risco. Portanto, a assimetria de informação acaba por causar uma seleção adversa nesse mercado, vez que apenas as firmas do tipo B (com maior risco) acabam tomando empréstimo.

==

O problema de informações assimétricas está presente em uma série de outros mercados em que o vendedor tem mais informação do que o comprador a respeito da qualidade do bem ou serviço. Nestes casos, a reputação é uma forma que as empresas encontram para convencer os compradores acerca da qualidade de seus produtos, mas não é a única, como será visto a seguir.

15.3 SINALIZAÇÃO DE MERCADO

No mercado de carros usados, ou em qualquer outro mercado de produtos de qualidade duvidosa, a única forma de um comprador adquirir informação sobre a qualidade de um bem ou serviço é através da observação da qualidade média disponível no mercado ou por meio da inspeção da certas características. No entanto, a obtenção de informação por meio de inspeção é custosa. No mercado de carros usados, por exemplo, o comprador teria que despender parte do seu tempo para encontrar um mecânico disponível e pagar para que ele fizesse uma avaliação direta do carro como forma de sinalização acerca da sua qualidade. Além do mais, essa avaliação não elimina totalmente a possibilidade de o comprador levar um carro de baixa qualidade para casa, mas apenas diminui o risco disto ocorrer.

A sinalização de mercado é uma forma que os agentes econômicos encontram para resolver o problema de mercados com assimetria de informações e fazer com que tais mercados funcionem melhor.

==

Definição: Sinalização de mercado é o mecanismo pelo qual os agentes econômicos de um lado do mercado encontram para transmitir informações aos agentes do outro lado a respeito da qualidade de um bem ou serviço a ser transacionado.

==

Existem várias formas e meios de sinalização de mercado. Uma forma bastante apropriada para certos mercados, inclusive o de carros usados, é a instituição de **garantia**. A garantia é o instrumento (formal ou informal) pelo qual o vendedor garante ao comprador o pagamento de determinada quantia, ou a substituição do bem ou serviço em questão, caso este seja de baixa qualidade. É óbvio que apenas os vendedores de bens e serviços de alta qualidade podem oferecer essa garantia. A garantia é uma forma usual que os vendedores encontram para sinalizar aos compradores que eles têm bens e serviços de alta qualidade.

O mercado de trabalho se caracteriza pelo fato de que não é possível conhecer a produtividade dos trabalhadores *a priori*. De fato, a produtividade dos trabalhadores só pode ser observada *a posteriori*. Para mostrar como o problema da assimetria de informação pode afetar o mercado de trabalho, admite-se que existem dois tipos de trabalhadores: o de baixa qualidade e o de alta qualidade. Especificamente, supõe-se que os trabalhadores de baixa qualidade apresentam produtividade marginal de f_1, enquanto que os de alta qualidade tenham produtividade marginal de f_2, com $f_2 > f_1$. Admite-se que exista uma proporção q de trabalhadores de alta produtividade e (1-q) de baixa produtividade.

Na seqüência, admite-se que o mercado de trabalho é competitivo, de modo que cada trabalhador ganha um salário (w) igual ao valor da sua produtividade marginal, assim como se supõe que a produção da indústria é especificada por uma função de produção linear: $y = p[f_1l_1 + f_2l_2]$, onde p é o preço do produto e l_1 e l_2 são, respectivamente, as quantidades de trabalhadores de baixa e alta produtividade.

Se o mercado de trabalho operasse com perfeita informação, de modo que a qualidade do trabalhador pudesse ser observada pelas empresas *à priori*, então o equilíbrio nesse mercado requer que os empregadores paguem salários de $w_1 = pf_1$ para os trabalhadores de baixa produtividade e $w_2 = pf_2$ para os de alta produtividade.

No entanto, o mercado de trabalho opera com informação assimétrica, de modo que as empresas não podem observar, *à priori*, a qualidade de seus trabalhadores. Neste caso específico, as empresas teriam que oferecer aos trabalhadores um salário médio igual a:

$$w_m = p[(1-q)f_1 + qf_2]$$

Valor este dado pela média dos valores das produtividades marginais dos dois tipos de trabalhadores, ponderada pela proporção de cada tipo no total de trabalhadores (conforme pode ser observado na segunda coluna do QUADRO 15.3.1). Neste caso, se todos os trabalhadores aceitassem trabalhar por esse salário médio, o equilíbrio nesse mercado não apresentaria problemas de seleção adversa, tendo em vista que as firmas continuariam obtendo o mesmo lucro normal que obteriam se o mercado de trabalho operasse com perfeita informação (ou seja, se as empresas pudessem observar cada tipo de trabalhador), conforme pode ser observado no QUADRO 15.3.1.

QUADRO 15.3.1: COMPARAÇÃO ENTRE AS ESCOLHAS DE TRABALHADORES

Com perfeita informação e salários diferenciados	**Com informação assimétrica e salário médio**
$\max_{l_1, l_2} \pi = p(f_1l_1 + f_2l_2) - w_1 l_1 - w_2 l_2$	$\max_{l} \pi = p[f_1(1-q)l + f_2ql] - w_m l$
Condições necessárias (ou CPO): $w_1 = p\,f_1$ $w_2 = p\,f_2$	Condição necessária (ou de primeira ordem): $w_m = p[(1-q)f_1 + qf_2]$

O problema surge quando alguns trabalhadores sinalizam com o objetivo de serem diferenciados dos demais, por exemplo, por meio de educação. Para mostrar como isto ocorre e como deverá ser o novo equilíbrio, denotam-se os níveis de educação obtidos pelos trabalhadores menos e mais capazes por e_1 e e_2, respectivamente, e admite-se que esses dois tipos de trabalhadores têm diferentes custos para adquirirem educação.[132]

[132] É possível que os trabalhadores mais produtivos tenham obtido bolsas de estudo ou simplesmente necessitaram de menos esforço e tempo para aprender, o que reduziu o seu custo de oportunidade em relação ao custo do menos produtivo.

Especificamente, supõe-se que o custo marginal de educação do trabalhador mais capaz (c_1) seja menor do que o do menos capaz (c_2), ou seja, $c_1 > c_2$. Isso significa que, para qualquer nível de educação, o custo total com educação do trabalhador mais capaz seja menor que o custo total do trabalhador menos capaz, ou seja, $c_1e_1 > c_2e_2$. As retas ascendentes na FIGURA 15.3.1 representam os custos totais desses dois tipos distintos de trabalhadores ($C_1 = c_1e_1$ e $C_2 = c_2e_2$). Pode-se observar que esses custos crescem com o nível de educação.

Neste caso especifico, o equilíbrio no mercado de trabalho requer que os trabalhadores escolham um nível ótimo de educação, assim como requer as empresas determinem quanto pagar aos trabalhadores com níveis distintos de educação. Os trabalhadores decidem investir em educação comparando os benefícios advindos de uma maior remuneração (maior produtividade) ao longo do seu período de atividade (n) no mercado de trabalho[133] com os custos da educação. Os trabalhadores adquirem educação se o benefício total em ganho de produtividade durante todo o período de atividade $p(f_2 - f_1)n$ for maior que o custo total da educação C_i, ou seja, se:

$$p(f_2 - f_1)n > c_i e_i \text{ ou } \frac{p(f_2 - f_1)n}{c_i} > e_i$$

Desde que $c_1 > c_2$, então deve existir um e^*, tal que $e_1 < e^* < e_2$, ou seja:

$$\frac{p(f_2 - f_1)n}{c_1} < e^* < \frac{p(f_2 - f_1)n}{c_2}$$

Isto é, no equilíbrio, os trabalhadores mais capazes irão investir e^* em educação, enquanto que os menos capazes nada investirão. A razão é que qualquer nível de educação inferior a e^* não trará benefício algum para o trabalhador, assim como haveria uma redução do benefício líquido se ele encolhesse um nível maior que e^*.

Esse equilíbrio está representado na FIGURA 15.3.1 pelo ponto de intercessão entre o benefício total B e o custo total C_1. Nele, apenas os trabalhadores com baixo custo educacional (os mais capazes) escolhem o nível de educação $e = e^*$. Observa-se que, ao nível e^*, os trabalhadores menos capazes terão um custo total com educação C_2 maior que o seu benefício B, razão pela qual eles escolhem $e = 0$.

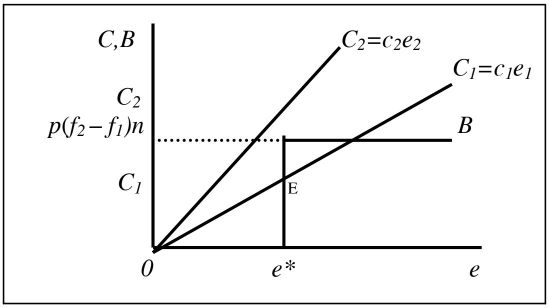


FIGURA 15.3.1: DETERMINAÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE EDUCAÇÃO

[133] Cujo período é admitido ser igual para todos os trabalhadores.

Esse é um equilíbrio sinalizador porque tanto os trabalhadores quanto as empresas não teriam incentivos para alterar seus comportamentos. O trabalhador menos capaz continuaria estabelecendo $e = 0$, tendo em vista que o beneficio total da educação seria inferior ao seu custo total, ou seja:

$$p(f_2 - f_1)n < c_1e_1$$

Por sua vez, o trabalhador mais capaz continuaria estabelecendo $e = e^*$, tendo em vista que o beneficio total resultante da educação superaria o seu custo total, isto é:

$$p(f_2 - f_1)n > c_2e_2$$

Além do mais, o equilíbrio será eficiente, tendo em vista que as empresas pagarão aos trabalhadores com um nível de educação e^* um salário $w_2(e) = pf_2$, enquanto que os outros trabalhadores receberão $w_1(e) = pf_1$. Portanto, neste mercado não haverá problema de seleção adversa, tendo em vista que a escolha de educação por parte dos trabalhadores sinaliza perfeitamente para as empresas o nível de produtividade de cada trabalhador.

É importante ressaltar que o equilíbrio resultante poderá ou não ser socialmente eficiente. Se a educação aumentar a produtividade do trabalhador, o equilíbrio será eficiente sob o ponto de vista social, tendo em vista a sociedade disporá de um maior nível de produção. No entanto, se a educação não aumentar a produtividade dos trabalhadores, o equilíbrio não será eficiente sub o ponto de vista da sociedade, embora seja eficiente sob o ponto de vista privado do trabalhador, o qual conseguirá sinalizar para o mercado.

15.4 CUSTO E BENEFÍCIO DA INFORMAÇÃO

Em alguns mercados, os agentes econômicos necessitam investir recursos e tempo no sentido de buscar informações a respeito da qualidade, do preço praticado no mercado ou da rentabilidade de um bem ou serviço. Em qualquer caso, a informação não é gratuita.

Supõe-se que o preço esperado de equilíbrio da ação de uma certa companhia seja dado por $p = v$, sendo que v é o valor da ação. Por sua vez, o valor da ação depende do retorno corrente r – o qual é potencialmente observável e, portanto, pode ser considerado como um sinal emitido pelo mercado do seu valor –, assim como de uma variável aleatória ε, não observável, de acordo com a seguinte expressão:

$$v = r + \varepsilon$$

Admite-se que existem dois grupos de consumidores: um informado e outro desinformado. A proporção de informados é q, enquanto que a proporção de desinformados é $1\text{-}q$. Apenas o grupo informado gasta parte do seu tempo para observar o retorno esperado dessa ação, além de consultar os balanços da empresa, enquanto que os desinformados não se preocupam com tais procedimentos. Isso significa que a demanda por ações dessa empresa de consumidores informados dependerá tanto do seu preço quanto do seu retorno, $x_d^i = x(p, r)$, enquanto que a demanda de consumidores desinformados dependerá apenas do seu preço, ou seja, $x_d^d = x(p)$. No equilíbrio, espera-se que a demanda seja igual à oferta, ou seja:

$$qx_d^i(p,r) + (1\text{-}q)x_d^d(p) = x_s$$

É importante ressaltar que, para cada retorno r observado pelos consumidores informados, haveria diferentes preços de equilíbrio $p(r)$. Com o passar do tempo, os consumidores não informados acabariam por reconhecer que o retorno da ação sinalizaria para o seu preço de equilíbrio. Isso significa que qualquer consumidor não informado pode inferir o retorno r simplesmente observando o seu preço. Nesse sentido, o mercado por si só é capaz de fornecer informação disponível acerca do valor da ação. No entanto, o mercado não poderia fornecer toda a informação disponível, simplesmente porque não haveria consumidor algum disposto a comprar informação.

Admitindo que o mercado não seja capaz de fornecer toda a informação disponível ao consumidor não informado, mas apenas uma parte dessa informação, então a oferta desse bem é, de fato, aleatória. Isso significa que o preço de equilíbrio deve ser alto porque o consumidor informado recebe uma maior sinalização do retorno r ou porque o valor não observado de x_s é baixo. Isso permite que o preço de equilíbrio seja escrito como uma função de ambos, ou seja, da sinalização r e da oferta x_d, isto é:

$$p = p(r,\ x_s)$$

Invertendo essa função, resulta:

$$r = r(p,\ x_d)$$

Isso significa que cada consumidor escolherá a quantidade de sinalização fornecida pelo preço de mercado condicional a x_s. Desde que x_s não é observável, então os consumidores não conhecem o verdadeiro valor de bem, ou seja, eles sabem apenas que, dados os valores de p e x_s, o valor será igual a:

$$v = r(p,\ x_s) + \varepsilon$$

Os agentes informados e não informados, com base em suas distribuições de probabilidade de x_s, determinam suas respectivas funções de demanda, $x^d(p)$ e $x^i(p,\ x_s)$. É óbvio que os consumidores informados observam p e r, enquanto que os não informados observam apenas p.[134] O preço de mercado é obtido a partir da seguinte condição de equilíbrio:

$$qx^i(p,r) + (1\text{-}q)x^d(p) = x_s$$

Donde resulta o preço de equilíbrio:

$$p^* = p(r,\ x_s)$$

Desde que há custos para observar o sinal r, então seria de se esperar que o preço de equilíbrio teria cumprido o seu papel de fornecer toda a informação compatível, de modo que cada agente estaria indiferente entre ser informado ou não informado.

Em suma, alguns agentes observam apenas o preço para tomar suas decisões, enquanto que outros adquirem o sinal r de modo que o equilíbrio existe. Os agentes informados acabam ganhando mais, mas estes ganhos cobrem apenas o custo de aquisição

[134] Admite-se implicitamente que os agentes não informados formam expectativas racionais, de modo que eles predizem o preço certo, dados os valores apropriados de r e x_s.

do sinal. Isto porque os agentes buscam informação até o ponto em que o benefício marginal de obter uma unidade adicional de informação for igual ao seu custo marginal.

15.5 INCENTIVOS, CONTRATOS E A RELAÇÃO AGENTE-PRINCIPAL

Uma questão importante em economia e que tem atraído a atenção de muitos economistas é como montar um sistema de incentivos que possa nortear contratos que regem uma relação agente-principal[135]. Para entender melhor essa questão, admite-se que um indivíduo, proprietário de terra que por qualquer razão não pode (ou não quer) produzir nela por conta própria, deseja contratar alguém para trabalhar na sua terra. A questão é, então, saber qual deveria ser o melhor sistema de remuneração que o proprietário deveria estabelecer para estimular o trabalhador no sentido de que o valor da produção seja máximo.

É óbvio que esse problema envolve assimetria de informação entre o proprietário e o empregado. Isto é, o trabalhador sempre terá mais informação a respeito do próprio esforço alocado à produção do que o proprietário da terra. Assim, um plano de pagamento em montante fixo, independente de quanto o trabalhador produza, fará com este tenha muito pouco incentivo para produzir. Por outro lado, um plano que atrele o pagamento do trabalhador ao nível de produção obtido propiciará um maior incentivo à produção.

Na análise a seguir, supõe-se que a produção agrícola y dependa do nível de esforço do trabalhador x de acordo com a seguinte função: $y = f(x)$, assim como se admite que $w(y)$ seja o valor que o proprietário da terra paga ao trabalhador, o qual dependa do nível de produção obtido[136]. Assim, o lucro do proprietário pode ser expresso por:

$$\pi = py - w(y) = pf(x) - w[f(x)]$$

onde p é o preço do produto agrícola. Tendo em vista que o esforço do trabalhador tem um custo $c(x)$, com $c'(x) > 0$, então a utilidade do trabalhador em termos de renda será igual a:

$$u = w(y) - c(x) = w[f(x)] - c(x)$$

Essa é, em realidade, uma restrição de participação em um sistema de incentivos.

Um sistema eficiente de incentivos deverá atender duas condições básicas. A primeira é que o trabalhador escolha a quantidade ótima de esforço. A segunda condição é que a utilidade do trabalhador seja maior ou igual ao nível que o trabalhador poderia obter em outro lugar (u^0), que por simplicidade será estabelecido pela igualdade. Esta condição pode ser satisfeita introduzindo uma restrição de participação ao problema de otimização. Assim, o sistema de incentivo que induz o trabalhador a escolher um nível de esforço x que maximize o lucro do proprietário será expresso por:

[135] Principal é a pessoa física ou jurídica que contrata alguém (o agente) para alcançar um objetivo previamente definido, enquanto que agente é o indivíduo contratado para que o referido objetivo seja atingido.

[136] Supõe-se implicitamente que existe perfeita informação, de modo que o esforço do trabalhador pode ser observado pelo proprietário da terra através da produção obtida.

$$\max_{x} \pi = pf(x) - w[f(x)]$$
$$s.a \quad w[f(x)] - c(x) = u^0$$

Isolando $w[f(x)]$ da restrição e substituindo-a na função objetivo, resulta o seguinte problema de otimização sem restrição:

$$\max_{x} \pi = pf(x) - c(x) - u^0$$

A partir do qual resulta a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem):

$$pf'(x) - c'(x) = 0$$

Portanto, o nível ótimo de esforço x^* que o proprietário da terra gostaria que o trabalhador aplicasse à produção será aquele que iguala o valor da produtividade marginal do esforço ($pf'(x)$) ao seu custo marginal ($c'(x)$).

Por outro lado, o proprietário da terra terá que projetar esse sistema de incentivo ao pagamento do trabalhador, de forma que ele possa escolher x^*. Para isso é necessário que a utilidade do trabalhador com x^* seja maior do que a utilidade que ele teria com qualquer outro nível de esforço. Existem várias formas de o proprietário da terra fazer com que o trabalhador escolha o nível ótimo de trabalho x^*:

1. **Trabalho assalariado:** Nesta modalidade, o proprietário da terra paga ao trabalhador um salário constante por unidade de esforço w, mais um montante fixo $W \geq 0$ (que é escolhido para garantir que o trabalhador esteja indiferente entre trabalhar para o proprietário ou em outro lugar), ou seja:

   $$w(x) = wx + W$$

   O trabalhador, por sua vez, escolhera o esforço x de modo a maximizar sua utilidade, isto e:

   $$\max_{x} u = wx + W - c(x)$$

   a partir do qual resulta a seguinte condição necessária para um ótimo:

   $$w = c'(x)$$

   Isto significa que o trabalhador escolherá x de modo a igualar o salário ao custo marginal do seu esforço. Tendo em vista que o salário pago pelo proprietário é igual ao valor da produtividade marginal do esforço (ou seja, $w = pf'(x)$), então a escolha do trabalhador será igual ao nível ótimo x^*, que é exatamente o nível desejado pelo proprietário da terra.

2. **Aluguel:** Neste caso, o proprietário simplesmente aluga a terra, ao preço R, para que o trabalhador obtenha todo o resultado da produção. O trabalhador, então, maximiza a sua utilidade:

   $$\max_{x} \ u = pf(x) - c(x) - R$$

   a partir do qual obtém-se a seguinte condição necessária (ou de primeira ordem) para um ótimo:

   $$pf'(x) = c'(x)$$

Que é exatamente igual à condição do proprietário da terra e, portanto, resulta no mesmo nível ótimo de esforço x^*. Assim, o valor do aluguel R deverá ser tal que o trabalhador permaneça com o seu nível de satisfação u^0 (nível esse que deixa o trabalhador indiferente entre trabalhar na terra ou em qualquer outro lugar), ou seja:

$$R = pf(x^*) - c(x^*) - u^0$$

3. **Empreitada (ou tudo ou nada):** Neste esquema, o proprietário da terra contrata pagar ao trabalhador um valor fixo V^* se ele trabalhar $x = x^*$ e zero se ele não conseguir atingir esse nível de esforço (ou seja, se $x < x^*$). Este valor é obtido pela restrição de participação:

$$V^* = c(x^*) + u^0$$

Tendo em vista que a utilidade do trabalhador, neste caso, é expressa por: $u = V^* - c(x)$, então se pode observar que se o trabalhador escolher $x = x^*$ (nível ótimo de esforço empreitado), sua utilidade será igual a $u = u^0$. Por outro lado, se ele escolher $x < x^*$, ele acabará recebendo zero e sua utilidade será igual a $u = - c(x)$. Portanto, a escolha ótima do trabalhador é cumprir a empreitada e escolher $x = x^*$.

Todas essas três modalidades de incentivos eram eficientes porque induziam o trabalhador escolher o nível ótimo de trabalho x^*. Em todas esses formas de pagamento, o trabalhador obtinha um nível de utilidade igual a u^0 (maior nível de utilidade que ele poderia obter trabalhando em qualquer outro lugar). No entanto, como será visto a seguir, a parceria é uma outra forma de incentivo que, embora seja bastante utilizada na prática, não é eficiente.

4. **Parceria:** É a forma de incentivo na qual o proprietário da terra oferece ao trabalhador uma parcela fixa do valor da produção $\alpha pf(x)$, sendo que $0 < \alpha < 1$, de modo que o restante da produção $(1-\alpha)pf(x)$ ficará com o proprietário. Assim, o trabalhador escolherá o seu nível ótimo de esforço de modo a maximizar a sua utilidade, ou seja:

$$\max_{x} \; u = \alpha pf(x) - c(x)$$

donde resulta a seguinte condição necessária (ou CPO) para um ótimo:

$$\alpha pf'(x) = c'(x)$$

a partir da qual resulta um nível de esforço x' menor que o nível ótimo de esforço desejado pelo proprietário da terra x^*, tendo em vista que o trabalhador igualará a parcela α do valor da produtividade marginal do esforço ao seu custo marginal. Isso significa que a parceria não é eficiente, visto que ele leva o trabalhador necessariamente a escolher um nível de esforço (x') menor que o nível socialmente ótimo (x^*). É importante ressaltar que esse esquema de parceria é equivalente a um imposto sobre o esforço do trabalhador.

Em todas essas formas alternativas de incentivos admitiu-se implicitamente que o esforço do trabalhador podia ser observado perfeitamente pelo proprietário da terra. No entanto, tal esforço pode apenas ser estimado com base no nível de produção realizado, o qual pode também depender de outros fatores exógenos (tais como qualidade dos insumos, quantidade de chuvas, etc.). Além do mais, o esforço pode diferir de qualidade ou até mesmo não ser possível observar a quantidade efetiva de esforço aplicada à produção (observando-se apenas as horas trabalhadas). De fato, todos esses esquemas de incentivos se caracterizam pela assimetria de informação entre o agente e o principal, tendo em vista que o trabalhador pode escolher o nível de esforço desejado, mas o proprietário não pode observá-lo perfeitamente.

===

Questão 15.5.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): *O contrato de divisão de safra entre o proprietário da terra e o arrendatário (parceria) é uma forma ineficiente de alocação de recursos, tendo em vista que este esquema de repartição funciona como um imposto ao esforço do trabalhador, o qual acabaria por reduzir o nível de produção abaixo do nível socialmente ótimo. Na sua avaliação, considere que o proprietário da terra pode observar perfeitamente o esforço aplicado à produção e que não existem fatores exógenos que possam afetar a produção..*

CERTO

Se o proprietário da terra pode observar o esforço aplicado à produção e se não existem fatores aleatórios que afetem a produção, então a assertiva estará certa porque tal arranjo contratual equivale a um imposto ao esforço aplicado pelo agente na produção. A FIGURA 15.5.1 ilustra o caso de uma parceria entre o proprietário da terra e o trabalhador, que é equivalente a um imposto $(1-\alpha)$ sobre o esforço do trabalhador. Nessa figura, o $VPmg_x$ representa o valor da produtividade marginal do esforço e $\alpha VPmg_x$ é a parcela que fica com o trabalhador, de modo que $(1-\alpha)VPmg_x$ é o valor líquido da produtividade marginal do esforço que vai para o proprietário (como um imposto). Neste caso, se w representa o salário (custo de oportunidade do esforço do trabalhador), então o lucro do proprietário (se ele produzisse por conta própria) será maximizado se ele aplicar x^* unidades de esforço. Por outro lado, o trabalhador maximizaria sua utilidade se aplicasse x' unidades de esforço, nível esse menor que o nível socialmente ótimo x^*, quando o proprietário produz por conta própria.

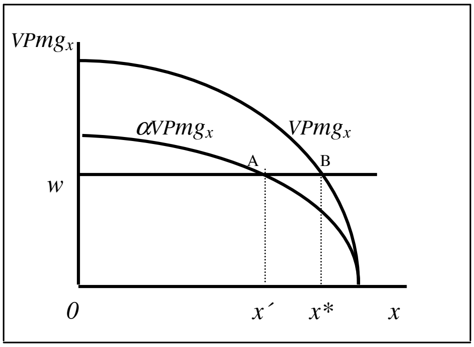


FIGURA 15.5.1: A INEFICIÊNCIA DA DIVISÃO DE SAFRA (PARCERIA)

===

Se o esforço não estiver perfeitamente correlacionado com a produção, ou seja, se existirem fatores exógenos (componentes aleatórios) que possam afetar a produção, a relação agente-principal terá que ser estabelecida com base em informações incompletas. Neste caso específico de informações incompletas, o aluguel da terra, que tinha sido eficiente com perfeita informação, será ineficiente. Isso porque o risco dos fatores aleatórios associados à produção será todo concentrado nas mãos do trabalhador, que é geralmente mais avesso ao risco que o proprietário. Por outro lado, o esquema de parceria (divisão de safra), que tinha sido ineficiente com perfeita informação, permite que o risco associado à produção (com informação assimétrica) seja compartilhado entre o proprietário e o trabalhador. No entanto, o trabalhador não estará completamente livre de risco, o que significa que este esquema continuará sendo ineficiente.

Se o esforço diferir de qualidade (ou tipo) ou se não for possível observar a quantidade efetivamente de esforço aplicada à produção, configurando-se assim uma assimetria de informações, os esquemas de incentivo de aluguel e empreitada, que foram eficientes com perfeita informação, serão agora ineficientes. Isto é verdade sempre que o salário (pagamento pelo esforço) não for baseado no tipo especifico de esforço ou no nível de esforço efetivamente aplicado à produção (e não apenas nas horas trabalhadas).

15.5.1 INCENTIVOS QUANDO FATORES EXÓGENOS AFETAM A PRODUÇÃO

Uma questão interessante que se levanta é saber como seria um sistema ótimo de incentivos se a empresa não puder observar diretamente o esforço do seu trabalhador e a produção depender de fatores aleatórios, alheios à firma. Tomando o mesmo exemplo do proprietário da terra (principal) que contrata um trabalhador (agente) para produzir na sua terra, supõe-se que a produção possa apresentar valores de $y_1 = 10$ ou $y_2 = 20$ se o trabalhador apresentar um baixo nível de esforço $x_1 = 1$, mas se o trabalhador despender um alto nível de esforço $x_2 = 2$ a produção poderá ser $y_1 = 20$ ou $y_2 = 40$. Em ambos os casos, admitem-se que tais níveis de produção possam ocorrer com igual probabilidade. Supõe-se ainda que o custo do esforço do trabalhador seja igual a $c(x) = 10x$, de modo que ele poderá ser igual a 10 ou 20, o que dependerá do nível do esforço aplicado pelo trabalhador. Esse exemplo mostra claramente o problema de informações incompletas na relação agente-principal. Isto porque, se $y = 20$, o proprietário não poderá saber ao certo se $x = x_1$ ou $x = x_2$, ou seja, se o trabalhador escolheu um baixo ou alto nível de esforço. A única forma de o proprietário saber o nível exato de esforço aplicado pelo trabalhador é quando $y = 10$ ou $y = 40$.

Para analisar qual é o melhor sistema de remuneração nessas circunstâncias, denota-se o pagamento ao trabalhador por $w(y)$ ou $w(x)$ e admite-se que tanto o proprietário quanto o trabalhador são neutros em relação ao risco. Inicialmente, supõe-se um sistema de incentivo que contempla um pagamento (salário) fixo ao trabalhador, por exemplo, igual a:

$$w = 10$$

Esse sistema não seria eficiente porque o trabalhador não teria nenhum estímulo para escolher um esforço $x_2 > x_1$. Isto porque a remuneração seria menor que o custo do seu esforço, além do que ele não participaria dos ganhos que o proprietário poderia obter com um maior esforço do trabalhador. Neste caso, o trabalhador escolheria $x = x_1$ e obteria um ganho líquido de:

$$u(x_1) = w - c(x_1) = 10 - 10 = 0$$

Enquanto que o lucro esperado do proprietário seria igual a:

$$\pi(x_1) = ½(y_1) + ½(y_2) - w = ½(10) + ½(20) - 10 = 5$$

Se o proprietário tivesse estabelecido um pagamento (salário) fixo de $w = 20$ (equivalente ao nível mais alto de esforço), o trabalhador continuaria sem incentivo algum para escolher o nível mais alto de esforço $x = x_2$, tendo em vista que ele não compartilharia dos ganhos que o proprietário poderia obter com seu maior esforço. De fato, ele continuaria escolhendo um baixo nível de esforço $x = x_1$ e o seu ganho líquido seria agora maior:

$$u(x_1) = w - c(x_1) = 20 - 10 = 10$$

Por outro lado, o lucro esperado do proprietário seria negativo:

$$\pi(x_1) = ½(y_1) + ½(y_2) - w = ½(10) + ½(20) - 20 = -5$$

É óbvio que o proprietário da terra nunca escolheria pagar ao trabalhador um salário fixo de $w = 10$ nem muito menos de $w = 20$.

Um sistema eficiente de incentivo terá necessariamente que basear a remuneração do trabalhador no nível de produção observado (*a posteriori*) e não no seu esforço, o qual não pode ser observado nem *a posteriori*. Por exemplo, admitindo-se um sistema de incentivo ao trabalhador que contemple os seguintes pagamentos:

$$\begin{cases} w(x_1) = 10 \text{ se } y = 10 \text{ ou } y = 20 \\ w(x_2) = 35 \text{ se } y = 40 \end{cases}$$

Neste caso, pode-se observar que se o trabalhador escolher um baixo esforço ($x = x_1$), o seu ganho líquido será igual a:

$$u(x_1) = w(x_1) - c(x_1) = 10 - 10 = 0$$

e o lucro esperado do proprietário será de:

$$\pi(y) = ½[y_1 - w(x_1)] + ½[y_2 - w(x_1)] = ½(10 - 10) + ½\,(20 - 10) = 5$$

No entanto, um nível mais alto de esforço ($x = x_2$) faria com que o trabalhador tivesse um ganho esperado de:

$$u(x_2) = ½w(x_1) + ½w(x_2) - c(x_2) = ½(10) + ½(35) - 20 = 2{,}5$$

Enquanto que o proprietário teria um lucro esperado de:

$$\pi(y) = ½[y_1 - w(y_1)] + ½[y_2 - w(y_2)] = ½(20 - 10) + ½\,(40 - 35) = 7{,}5$$

Neste sistema de incentivo, o trabalhador optará por nível mais alto de esforço, tendo em vista que ele acabará auferindo um ganho maior porque este compartilha dos ganhos que o proprietário obtém com seu maior esforço. Pode-se observar que esse esquema de incentivo ao trabalhador gera lucros esperados para o proprietário maiores que aqueles observados quando o pagamento ao trabalhador era fixo.

O sistema de remuneração acima é eficiente porque ele estimula o trabalhador a escolher um maior nível de esforço e, portanto, um maior nível de produção, mas não é o único. Por exemplo, se o proprietário oferecesse ao trabalhador uma parceria de participação no lucro esperado caso este for maior ou igual a 7,5 (valor obtido no esquema acima). Especificamente, a remuneração prevê os seguintes pagamentos:

$$w_1(y) = c(x_1) \quad \text{se } \pi(y) < 7{,}5$$
$$w_2(y) = W - 7{,}5 \text{ se } \pi(y) \geq 7{,}5$$

De acordo com este esquema de pagamento, se o trabalhador escolher um baixo nível de esforço ($x = x_1$), o lucro esperado do proprietário será menor que 7,5, de modo que o pagamento auferido pelo trabalhador seria igual a $w_1(y) = 10$. Neste caso, o lucro esperado do proprietário será igual a:

$$\pi(x_1) = ½[y_1 - c(x_1)] + ½[y_2 - c(x_1)] = ½[10 - 10] + ½[20 - 10] = 5$$

Por outro lado, e de acordo com este esquema de pagamento, se o trabalhador escolhesse um alto nível de esforço ($x = x_2$), o lucro esperado do proprietário seria exatamente igual a $\pi(x_2) = 7{,}5$, de modo que o ganho do trabalhador poderia ser avaliado pela seguinte equação:

$$½[y_1 - W + 7{,}5] + ½[y_2 - W + 7{,}5] = \pi(x_2)$$

Donde resulta: $W = 30$, cujo valor foi obtido resolvendo-se a seguinte equação:

$$½[20 - W + 7{,}5] + ½[40 - W + 7{,}5] = 7{,}5$$

Esses dois sistemas alternativos de incentivos (aquele baseado no nível de produção observado ou este de participação nos lucros) geraram resultados eficientes de esforço e produção. Isso permitiu demonstrar que em situações de informações incompletas, quando não for possível observar diretamente o esforço do trabalhador por fatores aleatório que afetam a produção, uma estrutura eficiente de incentivo deverá remunerar o trabalhador para que ele sinta-se incentivado a buscar níveis de esforço mais altos e, portanto, maiores níveis de produção.

15.5.2 INCENTIVOS NO MERCADO DE TRABALHO E A TEORIA DO SALÁRIO EFICIÊNCIA

Não é fácil observar o esforço efetivo que um empregado dedica a seu trabalho e em alguns casos essa observação é realmente impossível. O completo monitoramento do desempenho dos empregados por parte de uma empresa é difícil, custoso e muitas vezes tal monitoramento não é possível. Isto é, as empresas dispõem de informações imperfeitas a respeito da produtividade de seus funcionários, tornando-se impossível observar se o empregado efetivamente trabalha ou simplesmente finge que trabalha (ou enrola). É perfeitamente possível que um funcionário, auferindo um salário estabelecido pelo mercado, considere vantajoso enrolar, tendo em vista que ele pode não ser demitido em conseqüência dessa conduta não apropriada. Isto porque, caso seja detectado e demitido por enrolar no trabalho, o funcionário poderá ser contratado por outra empresa e obter um salário semelhante, a despeito de este passar algum tempo desempregado.

Uma forma que algumas empresas encontraram para contornar esse problema de informações incompletas seria pagar a seus empregados um salário maior que o salário de mercado. Este pagamento acima do valor de mercado é denominado de **salário eficiência**. Este salário eficiência faz com que seja caro para o trabalhador perder o seu emprego. Isto porque, quando contratado por outra empresa, o funcionário obteria um salário (de mercado) mais baixo do que ele ganhava anteriormente. Além do mais, os adeptos do salário-eficiência acreditam que a produtividade do trabalhador pode ser afetada positivamente pelo nível de salário.

Suponha que uma firma pagua a seus trabalhadores o salário de mercado w^*. Ao salário w^*, alguns trabalhadores se sentirão estimulados a enrolar porque, se forem flagrados e demitidos por enrolação, eles podem ser contratados por outra firma auferindo o mesmo salário w^*. Isto significa que a ameaça de demissão por si só não é capaz de impor um custo efetivo aos trabalhadores para que estes se sintam desestimulados a enrolar e sejam efetivamente produtivos. Nesse sentido, e como estímulo para que a enrolação não ocorra, a firma deverá oferecer um salário mais alto que w^*, que estimule seus trabalhadores trabalharem. Se essa diferença salarial for suficientemente grande, os trabalhadores teriam um custo efetivo ao perderem seus empregos (redução de salário), de modo que eles terão um incentivo adicional para não enrolarem.

A FIGURA 15.5.2.1 ajuda a entender como essa "teoria da enrolação" funciona. O salário de equilíbrio w^* no mercado de trabalho acontece no ponto A (equilíbrio de pleno emprego), onde a curva de oferta de trabalho S_l intercepta a curva de demanda por trabalho D_l. É importante ressaltar que a curva de oferta de trabalho inclui tanto os trabalhadores que decidem enrolar quanto aqueles que não enrolam. Desde que os trabalhadores estão dispostos a receber um salário $w' > w^*$ para evitar a enrolação, pode-se então definir a curva de oferta de trabalho sem enrolação, a qual está representada nessa mesma figura por S_l^e. O salário de equilíbrio que estimula efetivamente os trabalhadores a não enrolarem será dado pela intercessão entre a curva de demanda por trabalho D_l e a curva de oferta efetiva S_l. (ponto B nessa figura), que é o salário eficiência w_e. Quando as firmas dispõem de informações imperfeitas a respeito da produtividade de seus empregados, a adoção do salário eficiência cria um nível de desemprego da ordem de $l^* - l_e$.

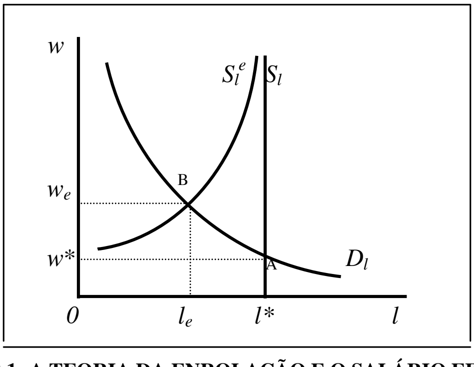


FIGURA 15.5.2.1: A TEORIA DA ENROLAÇÃO E O SALÁRIO EFICIÊNCIA

==

Questão 15.5.2.1: (CERTO, ERRADO ou INCERTO): Quanto menor for o nível de desemprego, menor será a diferença entre o salário eficiência e o salário de mercado.

ERRADO

A assertiva está errada porque, quanto maior for o nível de desemprego (l^* - l_e na Figura 15.4.2.1), menor deverá ser o salário eficiência w_e que as firmas terão que pagar para estimular os trabalhadores a não enrolar e, portanto, menor será a diferença entre este salário e o salário de mercado w^*. Em outras palavras, quanto maior o nível de desemprego, maior deverá ser o tempo que os trabalhadores que enrolam ficarão desempregados e, portanto, menor será o salário eficiência (estimulo à maior produtividade) que as firmas precisarão pagar para desestimular a enrolação. De fato, o maior tempo de desemprego funciona como um custo adicional para que os trabalhadores não enrolem.

==

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARROW, K. J. **Social choice and individual values**. 2nd Edition. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1963.

ARROW, K. J; CHENERY, H. B; MINHAS, B; SOLOW, R. M. Capital-labor substitution and economic efficiency. **Review of Economics and Statistics**, v. 43, 1961.

BATOR, F. The anatomy of market failure. **Quarterly Journal of Economics**, v. 72, 1958.

BAUMOL, W. J. **Economic theory and operations analysis**. 2nd Edition, Prentice-Hall. Englewood Cliffs - NJ, 1965.

BECKER, G. S. **Economic theory**. Alfred A. Knopf, Inc. New York, 1971.

BERGSON, A. A reformulation of certain aspects of welfare economics. **Quarterly Journal of Economics**, v. 52, 1938.

COASE, R. H. The problem of social cost. **Journal of Low and Economics**, v. 3, 1960.

DEATON, A.; MUELBAUER, J. **Economics and consumer behavior**. Cambridge University Press, Cambridge, 1982.

DEBREU, G. **Theory of value**. Wiley, New York, 1959.

FRIEDMAN, M; SAVAGE, L. J. The utility analysis of choice involving risk. **Journal of Political Economy**, v. 56, 1954.

FRIEDMAN, M. **Price theory**. Aldine Publishing Company, New York, 1976.

GRAVALLE, H.; REES, R. **Microeconomics**. Longman Group Limited. London, 1981.

HARBERGER, A. C. Monopoly and resource allocation. **American Economic Review Proceedings**, v. 44, 1954.

HARBERGER, A. C. Three basic postulates for applied economic welfare: an interpretative essay. **Journal of Economic Literature**, v. 9, 1971.

HARBERGER, Arnold C. **Project evaluation: collected papers**. The University of Chicago Press. Chicago, 1972.

HENDERSON. J. M.; QUANDT, R. E. **Microeconomic theory: a mathematical approach**. 3rd Edition. McGraw-Hill, Inc. New York, 1980.

HICKS, J. R. **Value and capital**. 2nd Edition. Oxford University Press. Oxford, 1946.

HIRSHLEIFER, J. **Price theory and applications**. 2nd Ed. Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs, N. J., 1980.

KOGIKU, K. C. **Microeconomic models**. Harper & Row, Publishers. New York, 1971.

LAYARD, P. R. G.; WALTERS, A. A. **Microeconomic theory**. McGraw-Hill Book Company. New York, 1978.

LIPSEY, R. G.; LANCASTER, K. The general theory of the second best. **Review of Economic Studies**, v. 24, 1956.

LITTLE, L. M. **A critique of welfare economics**. 2nd Edition. The Clarendon Press, Oxford, 1957.

LUCE, R. D; RAIFFA, H. **Games and decisions**. Wiley. New York, 1957.

MALINVAUD, E. **Lectures on microeconomic theory**. North-Holland/American Elsevier. New York, 1972.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D., GREEN, J. R. **Microeconomic theory**. Oxford University Press. New York, 1995.

MICHAN, E. J. A survey of welfare economics, 1939 – 1959. **Economic Journal**, v. 70, 1960.

SAMUELSON, P. A. **Foundations of economic analysis**. Harvard University Press. Cambridge, 1947.

SCITOVISKY, T. Two concepts of external economies. **Journal of Political Economy**, v. 62, 1954.

SCITOVISKY, T. **Welfare and competition**. 2nd Edition. Richard D. Irwin, Inc. Homewood – Illinois, 1971.

SILBERBERG, E. **The structure of economics: a mathematical analysis**. Mac Graw-Hill. New York, 1978.

STIGLER, G. J.; BOULDING, K. E. (Eds). **Readings in price theory**. Richard D. Irwin, Inc. Homewood – Illinois, 1952.

THEIL, H. **The system-wide approach to microeconomics**. The University of Chicago Press, Chicago, 1980.

TURVEY, R. On divergences between social cost and private cost. **Economica**, v. 30, 1963.

VARIAN, H. R. **Microeconomic analysis**. 3rd Edition. Norton Company Inc. New York, 1992.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. 3rd Edition. Princeton University Press. Princeton, 1980.

YAMANE, T. **Mathematical analysis for economists**. 2nd Edition. Prentice-Hall. Englewood Cliffs - NJ, 1968.

Este livro foi publicado no formato 170x240 mm
Fonte: Times New Roman – editoração eletrônica
Miolo: impressão reprográfica
Tiragem 500 exemplares