Circuitos Elétricos

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

129

CIRCUITOS ELÉTRICOS
3E

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Desenvolvimento de conteúdo, mediação pedagógica e design gráfico
Equipe Técnico Pedagógica
do Instituto Monitor

Monitor Editorial Ltda.
Rua dos Timbiras, 257/263 – São Paulo – SP – 01208-010
Tel.: (11) 33-35-1000 / Fax: (11) 33-35-1020
atendimento@institutomonitor.com.br
www.institutomonitor.com.br

Impresso no Parque Gráfico do Instituto Monitor
Av. Rangel Pestana, 1105 a 1113 – São Paulo – SP – 03001-000
Tel./Fax: (11) 33-15-8355
comercial@canadianpost.com.br

3ª Edição - Março/2006

Índice

Apresentação

O objetivo deste fascículo é a orientação e o aprendizado de toda a estrutura de circuitos especiais, principalmente os com vários circuitos com número elevado de fontes e resistores.

A transformação de fonte de corrente e fonte de tensão também será mostrada nesta disciplina, sendo apresentadas várias teorias para ajudar o aluno a este desenvolvimento.

Estaremos abordando, ainda, os Circuitos RLC que correspondem à soma de impedâncias de um circuito alimentado por tensão e corrente alternada. Esse estudo o ajudará a ampliar seu conhecimento sobre as perdas de energia de um circuito.

Bom estudo!

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

lição 1 Divisor de Tensão

Introdução

O objetivo desta lição é o estudo de circuito usando Divisor de Tensão e Divisor de Corrente. O circuito Divisor de Tensão é utilizado quando se deseja obter valores de tensão que não poderiam ser conseguidos através de simples associação de pilhas ou baterias comerciais, ou ainda, quando a tensão da fonte que se possui é superior ao valor de tensão desejada.

A tensão que se deseja obter através desse tipo de circuito é comumente denominada de tensão de saída (V_S) e pode ser um valor fixo ou variável. À saída deste circuito podemos ou não acoplar um outro, e, desta forma podemos ainda dizer que os circuitos divisores de tensão podem ser fixos ou variáveis e com ou sem carga.

1. Divisor de Tensão Sem Carga

O circuito Divisor de Tensão Sem Carga é aquele onde a corrente de saída ou de carga é nula (zero), ou seja, não existe nada acoplado aos terminais de V_S.

1.1 Circuito com Tensão de Saída Fixa ou Constante

Este circuito nada mais é do que um circuito de resistores em série; através de cada resistor, pode-se obter uma parcela da tensão total da fonte, conforme a figura 1.

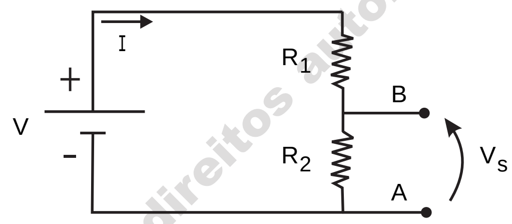


Fig. 1

Analisando o circuito, temos:

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

Onde:
R_{eq} é a resistência equivalente.

A corrente no circuito será calculada pela expressão:

$$\boxed{I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1 + R_2}}$$

A tensão de saída V_S será a tensão na resistência R_2. Pela lei de Ohm, temos:

$$\boxed{V_S = R_2 \cdot I}$$

Substituindo-se "I" pela sua expressão, temos:

$$\boxed{V_s = \frac{R_2 . V}{R_1 + R_2}}$$

Esta equação pode ser denominada **equação para o circuito divisor de tensão**, e podemos descrevê-la da seguinte maneira: "a tensão de saída em um circuito divisor de tensão será igual ao produto da resistência em que se deseja obter esta tensão pela tensão da fonte, dividido pela soma da resistência do circuito."

Vejamos um exemplo de como dimensionar os valores das resistências do circuito, sabendo-se que a resistência vista pela fonte é de 3KΩ.

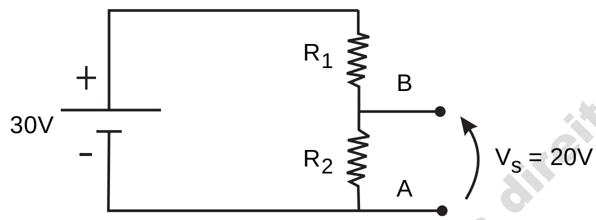


Fig. 2

Temos:

$R_{eq} = R_1 + R_2 = 3K\Omega$ e $V_s = \dfrac{R_2.V}{R_1 + R_2}$

Substituindo os valores, temos:

$$20 = \frac{R_2.30}{3K} \Rightarrow R_2.30 = 20.3K \Rightarrow R_2 = \frac{60K}{30}$$

logo $R_1 = \mathrm{R}_{eq} - R_2 = 3K - 2K = 1K\Omega$

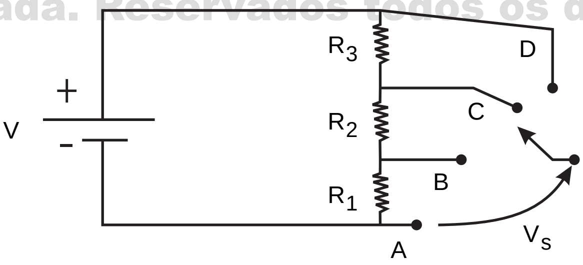
1.2 Circuito com Tensão de Saída Variável ou Ajustável

1.2.1 Circuito Seletor de Tensões

Nesse caso, a tensão de saída pode assumir vários valores sem assumir todos; os valores são intermediários entre dois consecutivos, ou seja, ocorrem "saltos" de tensão. Esse circuito é uma variável do primeiro, utilizando-se ainda uma chave seletora e vários resistores fixos.

Tomemos o ponto A, da figura 3, como um ponto comum para todas as tensões.

Fig. 3



Com a chave na posição B, temos:

$V_s = V_{BA} = V_{R1}$

Na posição C, temos:

$V_s = V_{CA} = V_{(R_1 + R_2)}$

Na posição D, temos:

$V_s = V_{DA} = V_{(R_1 + R_2 + R_3)}$ ou ainda $V_s = V$

É importante não esquecer que a tensão pode assumir alguns valores entre 0 (zero) e o valor da fonte, mas não poderá assumir todos eles.

Vejamos como determinar, para o circuito, os valores das tensões de saída em cada uma das posições da chave.

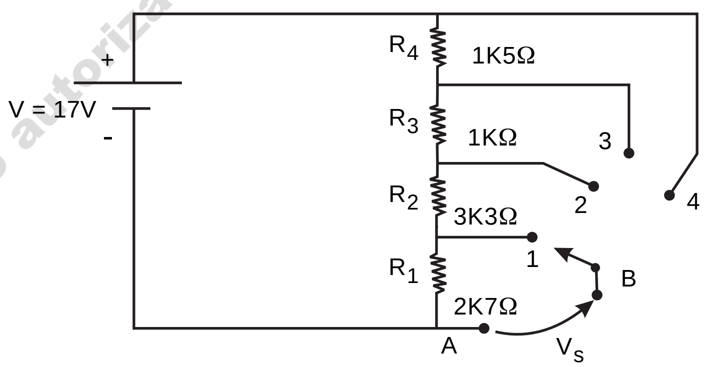


Fig. 4

Posição 1

$$V_{S_1} = \frac{R_1 . V}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{2K7.17}{2K7 + 3K3 + 1K + 1K5} = \frac{2K7.17}{8K5} = \frac{2700 . 17}{8500} = 5,4V$$

Posição 2

$$V_{S_2} = \frac{(R_1 + R_2).V}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(2K7 + 3K3).17}{8K5} = \frac{6000\ .\ 17}{8500} = 12V$$

Posição 3

$$V_{S_3} = \frac{(R_1 + R_2 + R_3).V}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(2K7 + 3K3 + 1K).17}{8K5} = \frac{7000\ .\ 17}{8500} = 14V$$

ou

$$V_{S_3} = V - V_{S_4} = \frac{R_4 .V}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = V_{S_3} = 17 - \frac{1K5.17}{8K5} = 17 - \frac{1500.17}{8500} =$$

$$17 - \frac{25500}{8500} = 17 - 3 = 14V$$

Posição 4

$$V_{S_4} = V = 17V$$

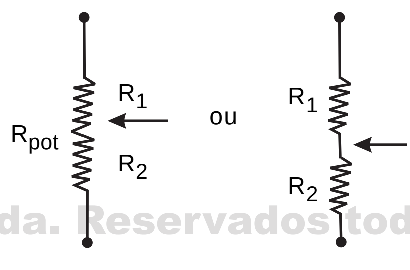
1.2.2 Tensão Variável entre 0 e V (0 < Vs < V)

Nesse caso, utilizamos apenas um potenciômetro ou resistor variável ligado diretamente aos terminais da fonte de tensão (figura 5).

A resistência equivalente ao circuito será a própria resistência nominal do potenciômetro (R_{pot}). A tensão de saída V_S será obtida entre o ponto A de referência do circuito e o ponto C, contato móvel do potenciômetro.

Alterando-se a posição do contato móvel do potenciômetro, obtemos todos os valores possíveis de tensão V_S entre zero e o valor da fonte, pois estando o contato móvel parado em uma posição qualquer, teremos dividido a resistência do potenciômetro em duas resistências (R_1 e R_2).

Fig. 5



Onde:
$R_{pot} = R_1 + R_2$

Observando a figura 6, temos:

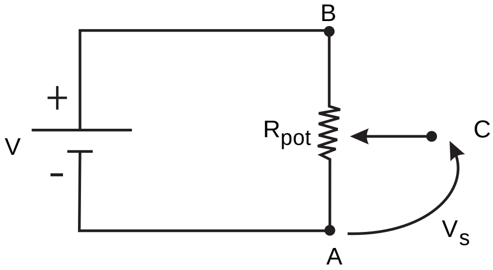


Fig. 6

Obs.: o valor nominal do potenciômetro é determinado considerando-o um resistor fixo.

a) Ponto C é coincidente com o ponto A: $V_S = 0$

b) Ponto C é coincidente com o ponto B: $V_S = V_{BA} = V = V_{Rpot}$

c) Para o ponto C numa posição qualquer, diferente de A e B: V_S poderá assumir qualquer valor diferente de zero e V da fonte, como em controles de volume e balanço de canais estereofônicos, etc.

1.2.3 Tensão Variável com Limite Inferior ($V_{mín} < V_S \leq V$) ou Limite Superior ($0 < V_S \leq V_{máx}$)

Em um circuito, às vezes é necessário limitar a variação da tensão de saída. O circuito que permite limitar os valores a partir de um valor mínimo ou até de um valor máximo é praticamente o mesmo; muda apenas o ponto de referência da tensão (ponto A). Vejamos dois exemplos.

1º) Neste caso, o limite será para um valor mínimo, pois quando o contato móvel do potenciômetro (ponto C) estiver coincidindo com o ponto B, a tensão V_S será a tensão sobre o resistor R_1.

Para as demais posições do contato móvel, a tensão V_S será a tensão sobre R_1 mais um pedaço R do potenciômetro, até atingir o valor máximo, quando forem coincidentes os pontos C e D. Neste caso, $V_S = V$ (da fonte).

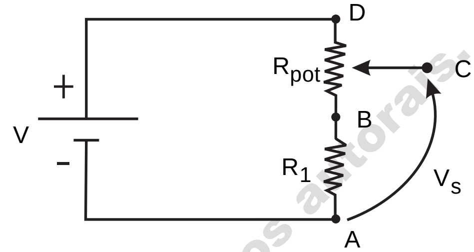


Fig. 7

2º) Neste caso, o limite será para um valor máximo. Notemos que, em relação ao exemplo anterior, ocorre basicamente a inversão entre os pontos A e D das figuras.

Quando o contato móvel do potenciômetro (ponto C) estiver coincidindo com o ponto B, a tensão V_S será tensão sobre o potenciômetro, ou ainda, a tensão no resistor R_1.

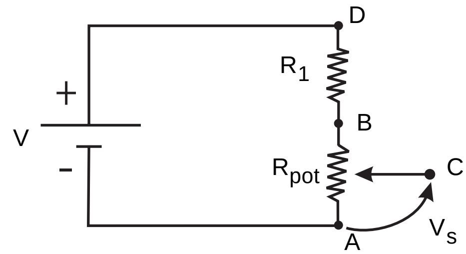
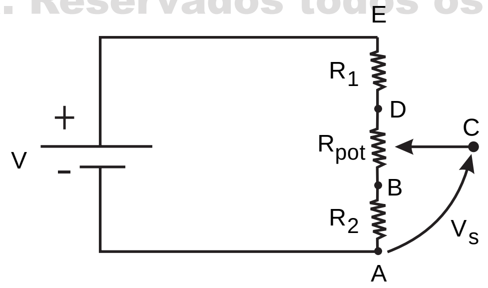


Fig. 8

Para as demais posições do contato móvel, a tensão V_S assumirá valores menores do que o da tensão da fonte, diminuindo até zero quando o ponto C coincidir com o ponto A.

Existe ainda a possibilidade de se limitar a tensão em um valor mínimo e um máximo no mesmo circuito ($V_{mín} \leq V_S \leq V_{máx}$), o que pode ser obtido pela combinação dos circuitos anteriores, conforme a figura 9.

Fig. 9



Neste caso, o limite inferior será o valor da tensão sobre o resistor R_2 (ponto C coincidente com o ponto B), e o limite superior será a tensão da fonte menos a tensão sobre o resistor R_1 (ponto C coincidente com o ponto D).

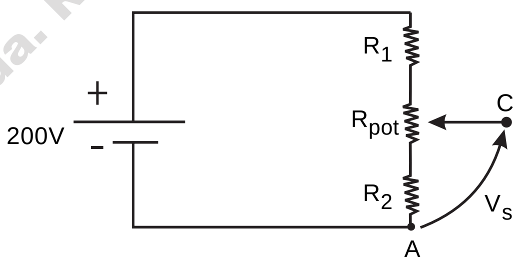
Portanto, podemos afirmar que a tensão de saída V_S assumirá valores entre V_{R2} e $(V - V_{R1})$.

$$\boxed{V_{R_2} \leq V_S \leq V - V_{R_1}}$$

Para projetar um circuito divisor da tensão sem carga, de modo que $88V \leq V_S \leq 140V$, dispõe-se de uma fonte de 220V, que pode fornecer uma potência de 800mW.

Da fonte, temos que:

Fig. 10



$$Pf = \frac{V^2}{R_{eq}} = \quad R_{eq} = \frac{200^2}{800.10^{-3}} = \frac{40000}{800.10^{-3}} = \frac{40000.10^{+3}}{800} = 50\,K\Omega$$

Portanto, para o circuito, temos:

$$R_{eq} = R_1 + R_{pot} + R_2 = 50K\Omega$$

Para o valor mínimo:

$$V_{S\,min} = V_{R2} = \frac{V.R_2}{R_{eq}} = 88 = \frac{200.R_2}{50K} =$$

$$200.R_2 = 88.50K = R_2 = \frac{88.50\,K}{200} = 22\,K\Omega$$

Para o valor máximo:

$$V_{Smáx} = V_{(R2+\ Rpot)} = \frac{V.(R_2 + R_{pot})}{R_{eq}} \Rightarrow 140 = \frac{200.(22K + R_{pot})}{50K} \Rightarrow 140.50K = 200.(22K + R_{pot})$$

$$7000K = 4400K + 200R_{pot} \Rightarrow 200R_{pot} = 7000K - 4400K \Rightarrow R_{pot} = \frac{2600K}{200} = 13K$$

Portanto,

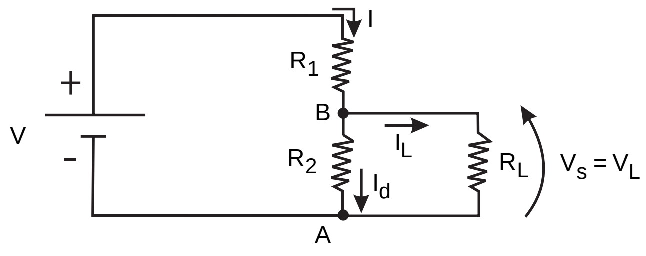
$$R_1 = R_{eq} - (R_{pot} + R_2) \Rightarrow R_1 = 50K - (13K + 22K) \Rightarrow R_1 = 15K\Omega$$

2. Divisor de Tensão com Carga

Para este caso, basta acrescentarmos a qualquer um dos circuitos anteriores uma carga R_L entre os terminais de saída. Irá ocorrer, na saída, uma divisão na corrente do circuito, sendo que a corrente que percorre a carga será denominada I_L, e a corrente no resistor de saída do circuito será denominada corrente de dreno (I_d).

Vejamos o seguinte circuito:

Fig. 11



A resistência equivalente do circuito será o resultado da associação em paralelo das resistências entre os pontos A e B, em série com R_1.

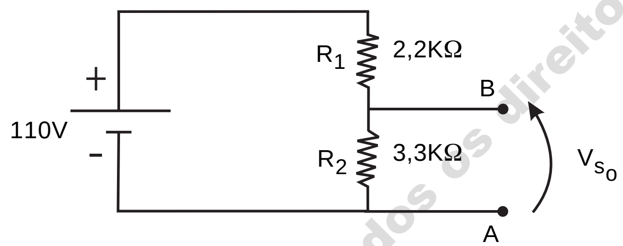
$$R_{eq} = R_1 + \left(\frac{R_2.R_L}{R_2 + R_L}\right)$$

A tensão de saída será calculada pela equação:

$$V_S = \frac{\frac{R_2 . R_L}{R_2 + R_L} . V}{R_1 + \left(\frac{R_2 . R_L}{R_2 + R_L} \right)} \text{, simplificando temos: } V_S = V_L = \frac{V . R_2 . R_L}{R_1 R_2 + R_1 R_L + R_2 . R_L}$$

Determinemos o valor da tensão de saída do circuito em vazio (V_{SO}).

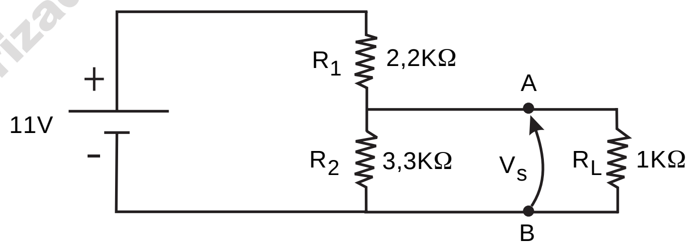
Fig. 12



$$V_{so} = \frac{V . R_2}{R_1 + R_2} = \frac{11.3,3K}{2,2K + 3,3K} = \frac{36,3K}{5,5K} = 6,6K$$

Ligando-se, entre os pontos A e B, uma carga de 1KΩ, vamos determinar, ainda para o circuito, o novo valor da tensão de saída.

Fig. 13



$$V_s = \frac{V.R_2.R_L}{R_1.R_L + R_1.R_2 + R_2.R_L} = \frac{11.3{,}3K.1K}{2{,}2K.1K + 2{,}2K.3{,}3K + 3{,}3K.1K}$$

$$V_S = \frac{11.3300.1000}{2200.1000 + 2200.3300 + 3300.1000} = \frac{36300000}{2200000 + 7260000 + 3300000}$$

$$V_S = \frac{36300000}{12760000} = 2{,}84V$$

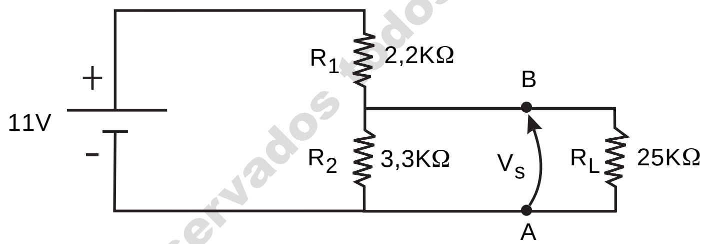
ou

$$R' = R_{eqAB} = \frac{R_1.R_2}{R_L + R_2} = \frac{1K.3{,}3K}{1K + 3{,}3K} = \frac{1.10^3.3{,}3.10^3}{1.10^3 + 3{,}3.10^3} = \frac{3{,}3.10^6}{4{,}3.10^3}$$

$$R_{eqAB} = 0{,}7674.10^6.10^{-3} = 0{,}7674.10^3 = 767{,}4\Omega$$

$$V_S = \frac{V.R'}{R_1 + R'} = \frac{11.767{,}4}{2{,}2K + 767{,}4} = \quad V_S = 2{,}84V$$

Fig. 14



Usando o mesmo processo para uma carga de 25KΩ

$$V_S = \frac{V.R_2\,R_L}{R_1.R_L + R_1.R_2 + R_2.R_L}$$

$$V_S = \frac{11.3{,}3K.25K}{2{,}2K.25K + 2{,}2K.3{,}3K + 3{,}3K.25K}$$

$$V_S = \frac{11.3{,}3.10^3.25.10^3}{2{,}2.10^3.25.10^3 + 2{,}2.10^3.3{,}3.10^3 + 3{,}3.10^3.25.10^3}$$

$$V_S = \frac{907{,}50.10^6}{55.10^6 + 7{,}26.10^6 + 82{,}5.10^6}$$

$$V_S = \frac{907{,}50.10^6}{144{,}76.10^6} = 6{,}27V$$

Analisando o exemplo, podemos afirmar que à medida que aumenta o valor da resistência R_L aumenta o valor da tensão de saída V_S, aproximando-se cada vez mais do valor da tensão de saída em vazio (V_{SO}).

lição 2

Divisor de Corrente

Introdução

De forma análoga ao circuito divisor de tensão, às vezes se faz necessário limitar a corrente elétrica em um circuito ou parte dele; neste caso, usamos o circuito divisor de corrente, que basicamente nada mais é do que um circuito de resistências em paralelo, onde a corrente total do circuito é dividida entre as várias resistências do mesmo. Esta lição tem por objetivo, o estudo das Leis de Kirchhoff.

1. Divisor de Corrente Fixa ou Constante

Tomemos como exemplo um circuito com dois resistores fixos em paralelo.

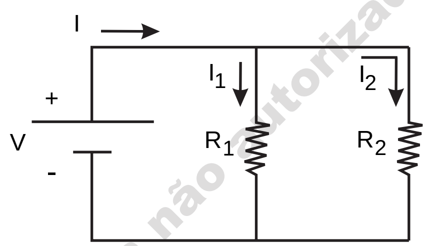


Fig. 15

Utilizando a Lei de Ohm, podemos escrever:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V}{R_2}$$

Como:

$$V = R_{eq}.I$$

$$V = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}.I$$

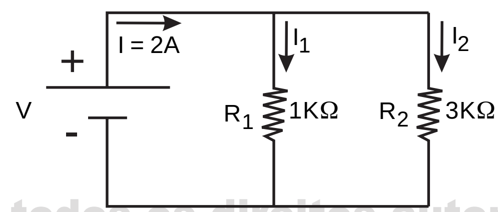
Podemos ainda obter:

$$I_1 = \frac{R_{eq}.I}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}.\frac{I}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.I$$

e, de forma análoga, $I_2 = \dfrac{R_1.I}{R_1 + R_2}$

Desse modo, podemos afirmar que “uma vez conhecida a corrente total do circuito paralelo, as correntes em cada resistor do circuito serão calculadas multiplicando-se essa corrente pelo resistor, do qual não se deseja determinar a corrente, dividido pela soma das resistências do circuito”.

Determinemos as correntes I_1 e I_2 do circuito representado na figura 16.



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Fig. 16

$$I1 = \frac{I.R^2}{R_1 + R_2} = \frac{2.3K}{1K + 3K} \Rightarrow I_1 = \frac{6K}{4K} = 1{,}5A$$

$$I2 = \frac{I.R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2.1K}{1K + 3K} \Rightarrow I_2 = \frac{2K}{4K} = 0{,}5K$$

2. Divisor Variável de Corrente

Neste caso, utilizaremos um potenciômetro com resistência nominal R_{pot}. A ligação será efetuada para que a ligação em paralelo necessária ocorra entre as duas frações de resistências que constituem o potenciômetro e é variável, pois, alterando-se o posicionamento do cursor móvel do potenciômetro (C), alteram-se os valores das frações correspondentes a cada trecho do potenciômetro, lembrando que a soma das resistências do circuito permanece constante e igual a R_{pot}.

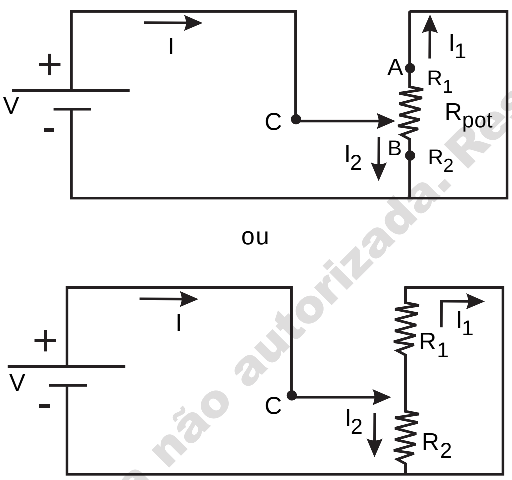


Fig. 17

Onde:

$R_{pot} = R_1+R_2$

Desse modo, podemos escrever:

$$I_1 = \frac{R_2.I}{R_{pot}} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{R_1.I}{R_{pot}}$$

Variando-se a posição do cursor móvel do potenciômetro (C), iremos variar as intensidades das correntes I_1 e I_2, de modo que:

a) Quando o ponto C estiver coincidindo com o ponto A, teremos: $R_2 = R_{pot}$, logo $I_1 = I$ e $I_2 = 0$.

b) Quando o ponto C estiver coincidindo com o ponto B, teremos: $R_1 = R_{pot}$, logo $I_2 = I$ e $I_1 = 0$.

Podemos então concluir que as duas correntes (I_1 e I_2) variam seus valores entre 0 (zero) e I.

3. Divisor de Corrente com Limites Mínimo, Máximo ou Ambos

Em alguns circuitos é necessário limitar a variação da corrente elétrica em um componente ou em um determinado trecho do circuito. Para simplificarmos a análise, vamos considerar que a corrente I_1 corresponde à corrente de saída (I_s) do divisor.

A figura 18 mostra um divisor com limite máximo de corrente I_s, pois com o contato móvel do potenciômetro no ponto A, R_2 será igual a R_{pot}, e R_1 igual a R.

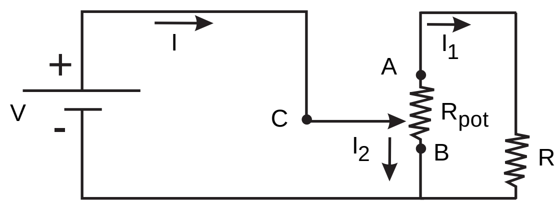


Fig. 18

I_1 será igual a zero quando o contato móvel estiver coincidindo com o ponto B, pois $R_2 = 0$ (zero) e $R_1 = R_{pot} + R$. Portanto, I_1 será uma corrente que irá variar de zero até $I_{1máx}$.

Se alterarmos a posição da resistência R, passando-a para o ramo percorrido por I_2 (conforme a figura 19) teremos um divisor de corrente com limite mínimo, pois quando o contato do potenciômetro estiver no ponto B, R_1 será igual a R_{pot}, e R_2 igual a R; e ainda, quando o contato do potenciômetro estiver no ponto A, $R_1 = 0$ e R_2 igual a R mais R_{pot}, o que significa I_1 igual a I.

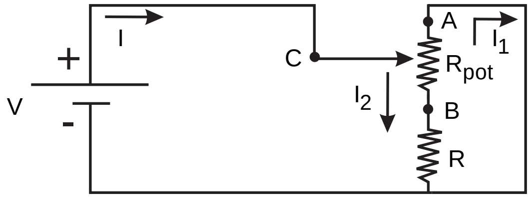


Fig. 19

Portanto:

$$I_{S\,min} = I_{1\,min} = \frac{R.I}{R + R_{pot}} \quad e \quad I_{Smáx} = I_{1máx} = I$$

ou seja, I_1 será uma corrente que irá variar de $I_{1mím}$ até I.

Para finalizar a análise do circuito divisor de corrente, basta efetuar a composição dos dois circuitos divisores com limites mínimo e máximo.

Assim, teremos: $I_{1mím} \leq I_s \leq I_{máx}$

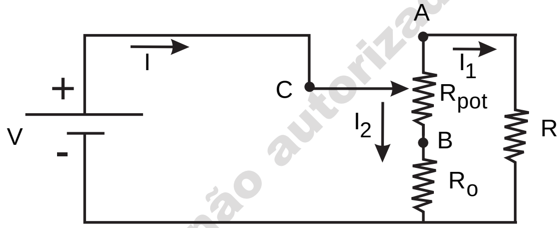


Fig. 20

a) Quando o contato móvel estiver coincidindo com o ponto A, teremos:

$$I_{Smáx} = I_{1máx} = \frac{R_O + R_{pot}}{R_o + R_{pot} + R}.I$$

b) Quando o contato móvel estiver coincidindo com o ponto B, teremos:

$$I_{S\,min} = I_{1\,min} = \frac{R_o}{R_o + R_{pot} + R}.I$$

Vejamos algumas considerações importantes:

1ª) Ao invés de trabalharmos com geradores de tensão, poderíamos substituí-los por geradores de corrente (ideais), que são geradores que mantêm a corrente do circuito constante para qualquer que seja a tensão aplicada.

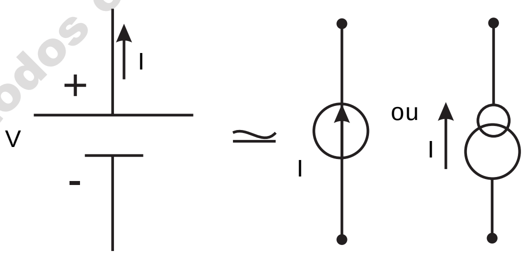


Fig. 21

2ª) Nos casos analisados, quando a corrente de saída era a máxima e igual à corrente total, ela era a corrente de curto-circuito do gerador de tensão.

Exemplo:

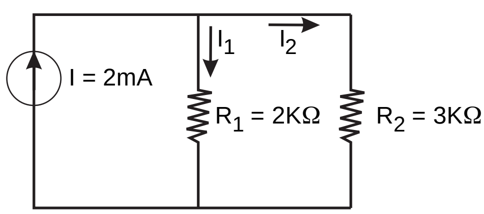


Fig. 22

$$I_1 = \frac{I.R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2m.3K}{2K + 3K} = \frac{2.10^{-3}.3.10^3}{2.10^3 + 3.10^3} = \frac{6}{5.10^3} = \frac{6.10^{-3}}{5}$$

$$I_1 = 1,2.10^{-3} = 1,2mA$$

$$I_2 = \frac{I.R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2m.2K}{2K + 3K} = \frac{2.10^{-3}.2.10^3}{2.10^3 + 3.10^3} = \frac{4}{5.10^3} = \frac{4.10^{-3}}{5}$$

$$I_2 = 0,8.10^{-3} = 0,8mA$$

Dualidade - A partir de um gerador de tensão, podemos obter o gerador de corrente equivalente, ou vice-versa.

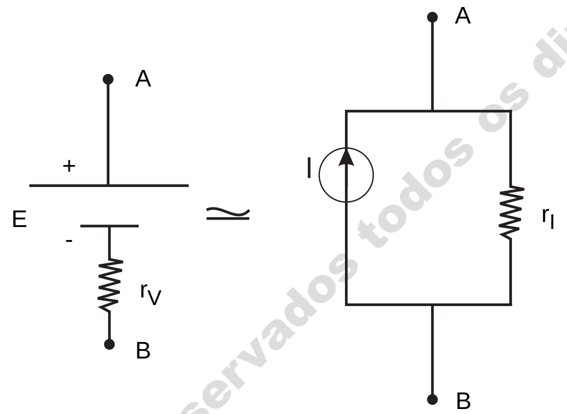
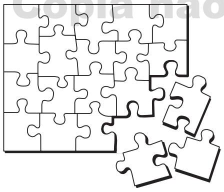


Fig. 23

Curiosidade

André-Marie Ampère (1775 – 1836)

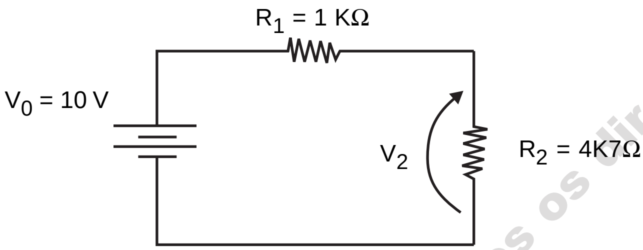
Físico francês, desenvolveu diversos trabalhos sobre a aplicação da matemática na física e realizou diversos experimentos e descobertas no campo do eletromagnetismo. Analisou profundamente os fenômenos eletrodinâmicos e descobriu o princípio da telegrafia elétrica. Em 1826, publicou a teoria dos fenômenos eletrodinâmicos. Segundo ele, todos os fenômenos elétricos, do magnetismo terrestre ao eletromagnetismo, derivam de um princípio único: a ação mútua de suas correntes elétricas. Essa descoberta é uma das mais importantes da física moderna. A unidade de medida de corrente elétrica é ampère em sua homenagem.



Exercícios Propostos

1 – No Divisor de Tensão da figura 24, determine a tensão V_2 no resistor de saída R_2.

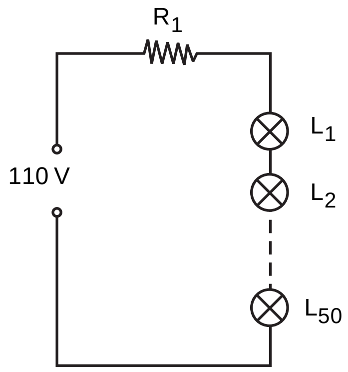
Fig. 24



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

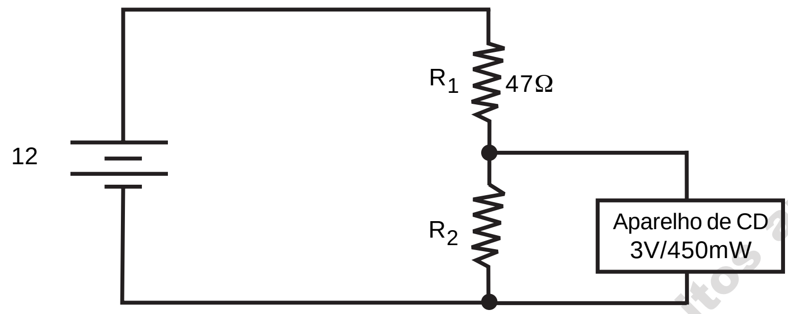
2 – Um enfeite de natal é formado por 50 lâmpadas coloridas em série, conforme mostra a figura 25. Cada lâmpada está especificada para 1,5 V e 6 mW de potência. Determine o valor do resistor R_1 para que o enfeite possa ser alimentado pela rede elétrica de 110 V.

Fig. 25



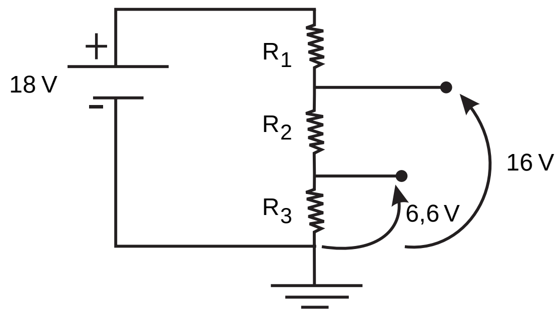
3 – Um aparelho de CD portátil funciona, em condições normais de operação, com as seguintes especificações: 3 V/450 mW. Qual deve ser o valor do resistor R_2 para que esse aparelho opere a partir de uma fonte de 12 V, conforme a figura 26?

Fig. 26



4 – Sabemos que no circuito representando na figura 27 a potência dissipada pela fonte é de 36mW, determine o valor das resistências.

Fig. 27



lição 3

Leis de Kirchhoff

Introdução

As Leis de Kirchhoff nos permitem solucionar circuitos elétricos com qualquer grau de complexidade. Entende-se por solucionar circuitos elétricos a determinação de valores e sentidos de corrente e de tensões para qualquer dispositivo de circuito.

As Leis de Kirchhoff formam o alicerce de toda a análise das redes elétricas e apresentam vários teoremas, como Thevenin, Norton, Superposição e outros, que serão estudados nas próximas lições.

1. Conceitos Básicos

Rede Elétrica – Associação de componentes elétricos, ativos ou passivos, interligados de qualquer maneira, desde que formando malhas. É o mesmo que circuitos elétricos.

Malha – Todo percurso fechado que compõe uma rede elétrica. Pode ser interna ou externa.

Ramo – Trecho qualquer de um circuito elétrico compreendido entre dois nós consecutivos.

Nó – Ponto de interligação de um circuito elétrico que tem três ou mais fios de ligação.

Para o circuito elétrico da figura 28, vamos determinar as malhas externas e internas, os ramos e os nós que ele contém.

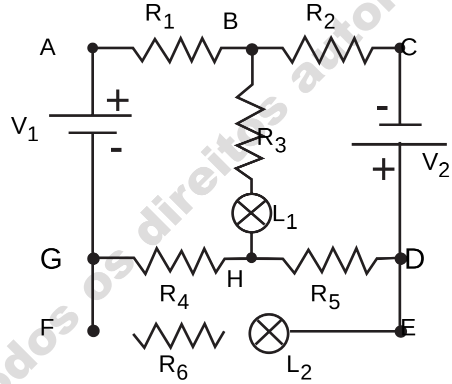


Fig. 28

- 4 malhas externas: ABCDHGA, ABHDEFGA, BCDEFGHB e ABCDEFGA
- 3 malhas internas: ABHGA, BCDHB e DEFGHD
- 6 ramos: BH, DH, GH, GAB, BCD e DEFG
- 4 nós: B,D,G e H (os pontos A, C, E e F não são nós)

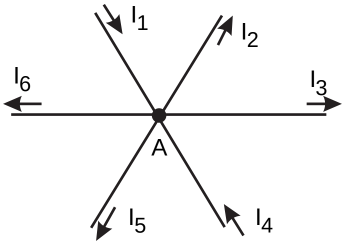
2. As Leis de Kirchhoff

2.1 Primeira Lei de Kirchhoff

"A soma das correntes elétricas que entra num determinado nó é igual à soma das correntes elétricas que sai desse mesmo nó". Esta lei também é conhecida como **Lei dos Nós**.

Exemplo:

Fig. 29



Para a figura 29, podemos concluir que $I_1 + I_4 = I_2 + I_3 + I_5 + I_6$. Para esta conclusão, basta aplicar-se a 1ª Lei de Kirchhoff no nó A.

2.2 Segunda Lei de Kirchhoff

"A soma das tensões elétricas em uma malha qualquer, num determinado sentido, é sempre igual à soma das tensões elétricas dessa mesma malha no sentido oposto". Esta lei também é conhecida como **Lei das Malhas**.

Nas figuras 30a e 30b, podemos concluir:

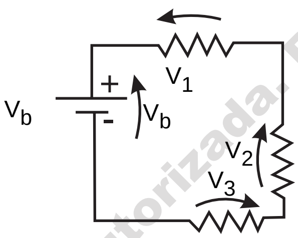


Fig. 30a

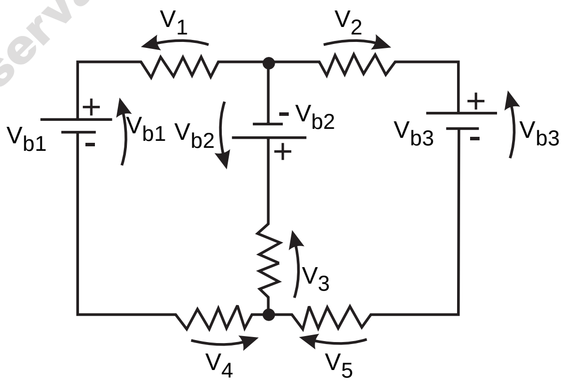


Fig. 30b

Na figura 30b, podemos aplicar a 2ª lei de Kirchhoff três vezes, isto é, uma para cada malha, uma vez que o circuito possui duas malhas internas e uma externa.

É importante lembrar que para a aplicação da 2ª lei de Kirchhoff é preciso respeitar as polaridades das tensões elétricas analisadas.

3. Utilização das Leis de *Kirchhoff* para a Solução de Redes Elétricas

Como regra geral, atribuímos um sinal (+) para um aumento de tensão e um sinal (-) para as quedas de tensão, na fórmula em que a soma das tensões é igual a zero (2ª Lei de Kirchhoff).

Exemplo:

Determine a tensão VB no circuito abaixo:

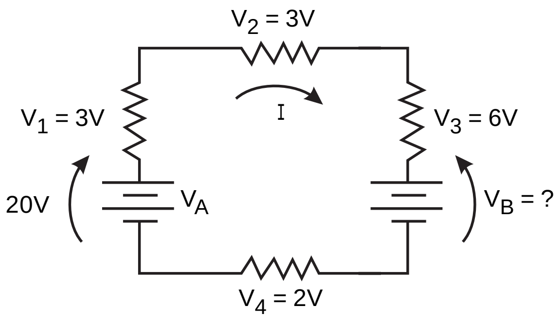


Fig. 31

Para resolver, partimos do (+) da bateria e percorremos todo o circuito até chegarmos ao (-) da mesma. Ao passarmos pelos resistores, consideramos as quedas, atribuindo sinal (-) a elas.

A **toda bateria** no caminho que estiver em oposição, daremos sinal (-) e, em caso contrário sinal (+).

Obs.: não esqueça que cargas de mesmo sinal se repelem e de sinais opostos se atraem.

Assim, temos:

$$V_A - V_1 - V_2 - V_3 - V_B - V_4 = 0$$

Isolando V_B temos:

$$- V_B = - V_A + V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

Multiplicando por (-1):

$$V_B = V_A - V_1 - V_2 - V_3 - V_4$$

$$V_B = 20 - 3 - 3 - 6 - 2$$

$$V_B = 6 \text{ V}$$

3.1 Resolução de Exercício com Mais Malhas

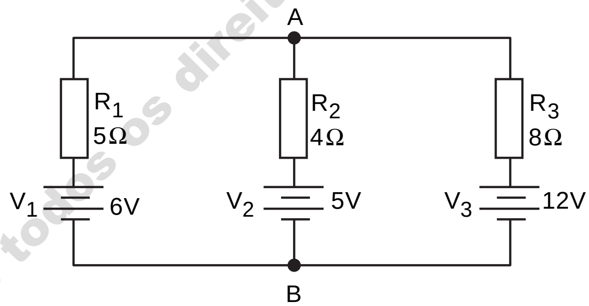
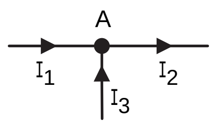


Fig. 32

1º passo) Adotar uma corrente para cada malha (sentido horário ou anti-horário).

2º passo) Estabelecer as correntes no nó A.

Fig. 33



Pela Lei dos Nós: $I_1 + I_3 = I_2$

3º passo) Identificar todas as quedas de tensão no circuito, lembrando que:

- $V = R.I$
- O sentido da queda de tensão é sempre contrário ao sentido da corrente.

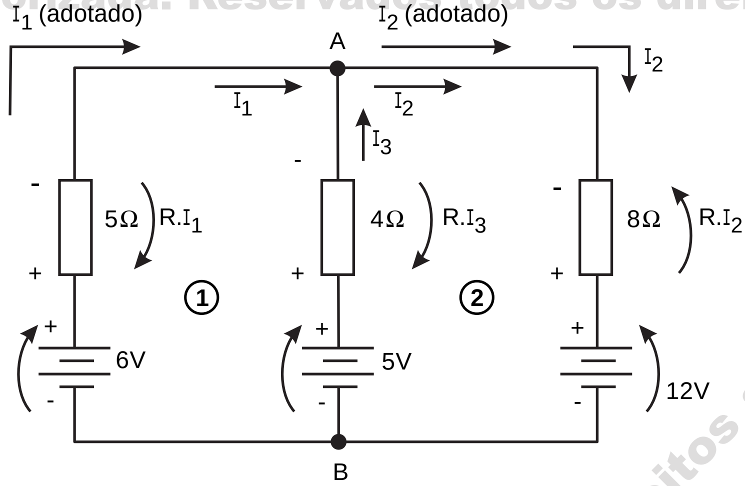


Fig. 34

Lembre-se que a flecha de tensão é sempre contrária à corrente que passa pelo resistor, mas nas fontes o sentido é sempre do (-) para o (+).

4º Passo) Levantamento das equações das malhas 1 e 2. Estas equações se referem à soma das quedas de tensão de cada malha. O termo será positivo (+) se tiver o mesmo sentido da corrente adotada, caso contrário, será negativo (-).

Malha 1

$$6 - 5.I_1 + 4.I_3 - 5 = 0$$

Malha 2:

$$5 - 4.I_3 - 8.I_2 - 12 = 0$$

Como: $I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow I_3 = I_2 - I_1$

Substituindo nas equações, temos:

$$\begin{cases} 6 - 5.I_1 + 4.(I_2 - I_1) - 5 = 0 \\ 5 - 4.(I_2 - I_1) - 8.I_2 - 12 = 0 \end{cases}$$

Aplicando a propriedade distributiva fica:

$$\begin{cases} 6 - 5.I_1 + 4.I_2 - 4.I_1 - 5 = 0 \\ 5 - 4.I_2 + 4.I_1 - 8.I_2 - 12 = 0 \end{cases}$$

Somando os termos comuns temos:

$$\begin{cases} -9.I_1 + 4.I_2 + 1 = 0 \; (\times 3) \\ +4.I_1 - 12.I_2 - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27.I_1 + 12.I_2 + 3 = 0 \\ +4.I_1 - 12.I_2 - 7 = 0 \\ \hline -23.I_1 + 0 - 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} (+) \\ \text{Somando as equações} \end{array}$$

$$-23.I_1 = 0 + 4$$

$$I_1 = -\frac{4}{23}$$

$$I_1 = -0{,}17A$$

O sinal negativo representa que foi adotado o sentido errado para a corrente da malha 1, e não interfere em nada. Substituindo I_1 na malha 2 temos:

$$4.I_1 - 12.I_2 - 7 = 0$$

$$4.(-0{,}17) - 12.I_2 - 7 = 0$$

$$-0{,}68 - 12.I_2 - 7 = 0$$

$$-12.I_2 = +7 + 0{,}68$$

$$I_2 = -\frac{7{,}68}{12}$$

$$I_2 = -0{,}64A$$

Novamente temos o sinal negativo indicando que adotamos sentido errado de corrente.

$$I_3 = I_2 - I_1$$

$$I_3 = -0{,}64 - (-0{,}17)$$

$$I_3 = -0{,}47A$$

Note que os sinais não interferem, porém, ao fazer as substituições nas equações, devemos considerá-lo.

Resumo

1º passo ⇨ Adotar um sentido para as correntes de malha.

2º passo ⇨ Estabelecer correntes dos nós.

3º passo ⇨ Identificar todas as quedas de tensão.

4º passo ⇨ Fazer o levantamento das equações da malha.

5º passo ⇨ Resolver o sistema de equações.

6º passo ⇨ Substituir para determinação das correntes.

Curiosidade

George Simon Ohm (1789 – 1854)

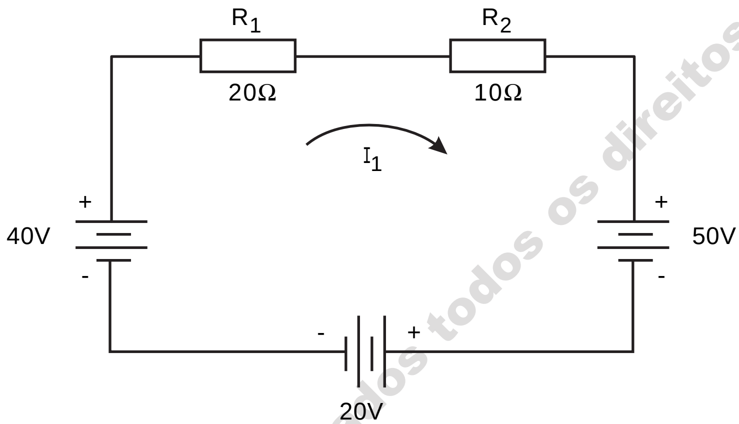
Físico alemão, trabalhou como professor de física e matemática. Em 1826, publicou seu trabalho "Exposição Matemática das Correntes Galvânicas", demonstrando as Leis de Ohm. A unidade de medida de resistência elétrica é ohm em sua homenagem.

Anotações e Dicas

Exercícios Propostos

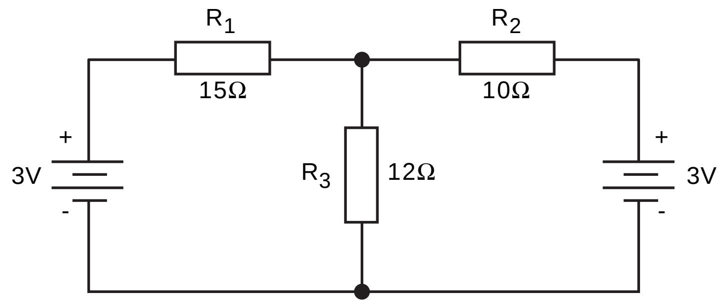
1 – Calcule a corrente e as quedas de tensão através de R_1 e R_2.

Fig. 35



2 - (Concurso dos Correios 01/2003) No circuito da figura 36, calcule a tensão sobre o resistor 3.

Fig. 36



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

lição 4

Teorema de Thévenin

Introdução

O teorema de Thevenin permite calcular a tensão e a corrente aplicadas em um determinado componente sem a necessidade de calcular outros parâmetros do circuito. Isso é obtido representando todo o circuito que envolve o componente por apenas um gerador equivalente, composto por uma fonte denominada tensão Thevenin (E_{th}) e uma resistência denominada resistência Thevenin (R_{th}). Vamos estudá-los.

1. Tensão Thévenin (E_{th}) e Resistência Thévenin (R_{th})

Os valores de E_{th} e R_{th} são característicos e próprios para cada componente analisado. O grande inconveniente deste método é que para a determinação do valor de E_{th} há, às vezes, necessidade de se utilizar outro método, como Kirchhoff, Maxwell, etc.

A figura 37 mostra um circuito elétrico e, ao seu lado, o mesmo circuito representado pelos valores de E_{th} e R_{th} em relação à resistência de 1KΩ.

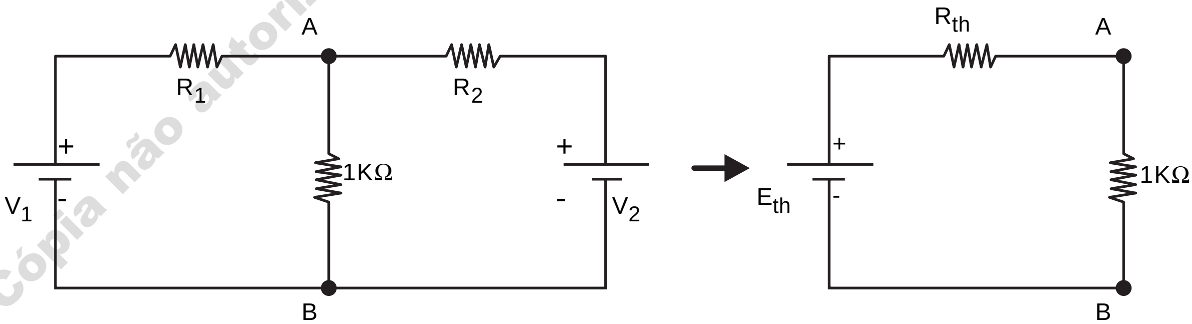


Fig. 37

2. Determinação de Eth e Rth para o Componente Escolhido

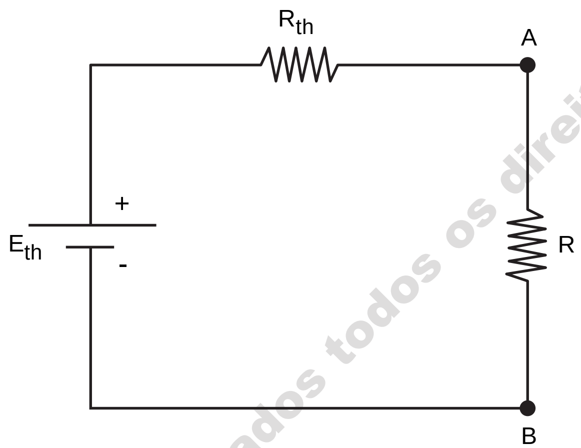
Para a determinação de E_{th} e R_{th}, deve-se retirar do circuito o componente a ser analisado, ficando em seu lugar um trecho em aberto (pontos A e B).

A E_{th} será a tensão entre os pontos A e B, isto é, entre os pontos onde estava antes o componente em questão. Para a determinação de E_{th}, poderemos, em algumas ocasiões, necessitar de outros métodos.

A Rth será a resistência equivalente entre os mesmos pontos A e B (todas as fontes de corrente devem ser retiradas).

Os valores de tensão e corrente que passam pelo componentes são, então, facilmente calculados.

Fig. 38



2.1 Exemplo de Aplicação

Vamos aprender a calcular, no circuito da figura 39, a corrente no resistor de 600Ω, aplicando o Teorema de Thévenin.

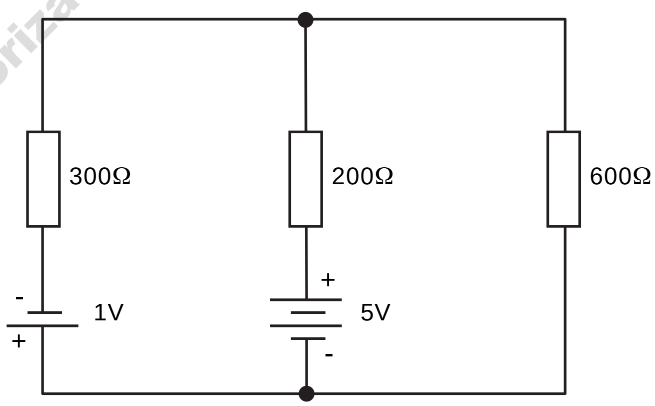


Fig. 39

1º passo) Calcular o R_{th}. Com a remoção do resistor de 600Ω e considerando apenas as outras resistências, temos o circuito mostrado na figura 40:

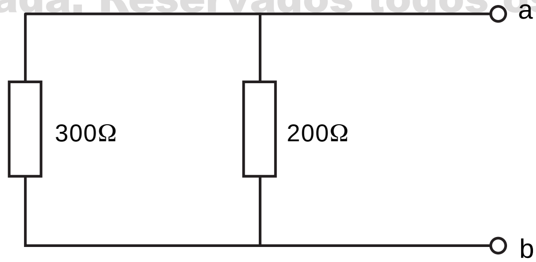


Fig. 40

Tomando (a, b) como extremos da associação, podemos calcular a R_{th}. Lembrando que para dois resistores em paralelo temos:

$$\boxed{R_{th} = \frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$R_{th} = \frac{300.200}{300 + 200} = \frac{60000}{500} = 120\Omega$$

Para calcular E_{th}, devemos considerar todas as tensões no circuito, após a retirada do resistor de 600Ω.

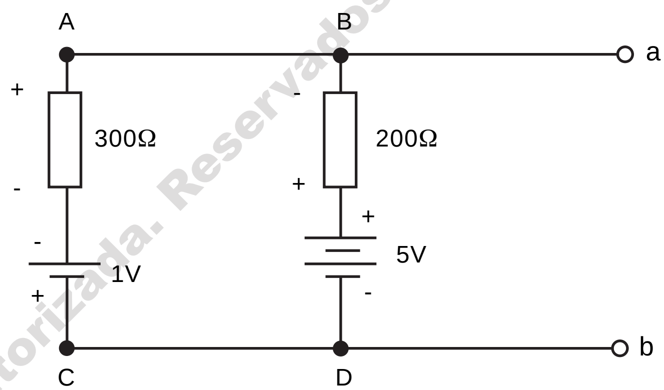


Fig. 41

Como não há corrente nas partes Ba e Db, temos um circuito simples, com dois resistores em série, alimentado por duas fontes, cujas tensões se somam e produzem a corrente indicada. Foram colocadas as polaridades nos resistores para efetuarmos os cálculos de tensão nos pontos B e D. A tensão entre B e D é a mesma dos pontos A e b.

300 + 200 = 500Ω (série)

$$I = \frac{E}{R} = \frac{6}{500} = 0{,}012A$$

Podemos calcular a queda no resistor de 200Ω:

$$E = R.I = 200 \,.\, 0{,}012 = 2{,}4\ V$$

Agora podemos descobrir a tensão entre B e D (aplicando a Lei de Kirchhoff).

$$E_{BD} = 5 - 2{,}4 = 2{,}6\ V$$

$$E_{BD} = E_{th} = 2{,}6\ V$$

Podemos agora desenhar o circuito equivalente de Thévenin.

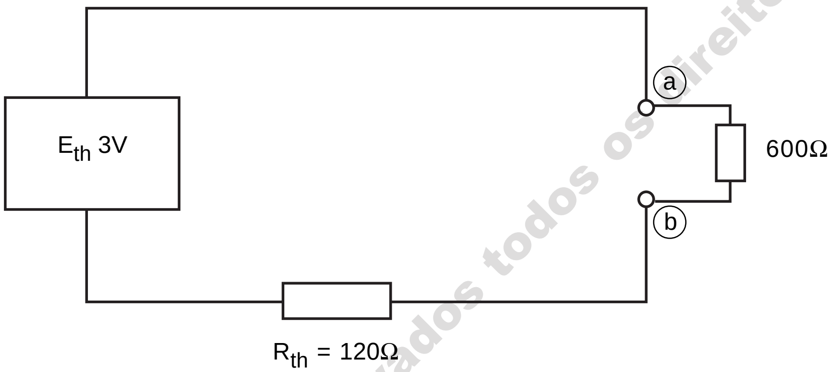


Fig. 42

$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{2{,}6}{120 + 600} = \frac{2{,}6}{720}$$

$$I_{600\Omega} = 0{,}0036A$$

Curiosidade

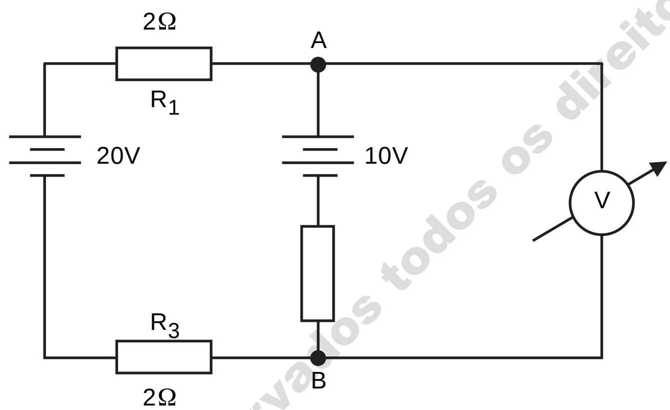
Joseph Henry (1797 – 1878)

Cientista norte-americano, inventou a bobina de indução, descobriu a auto-indução e o fenômeno das correntes induzidas. Aperfeiçoou os eletroímãs e criou o telégrafo magnético. A unidade de medida de indutância é henry em sua homenagem.

Exercícios Propostos

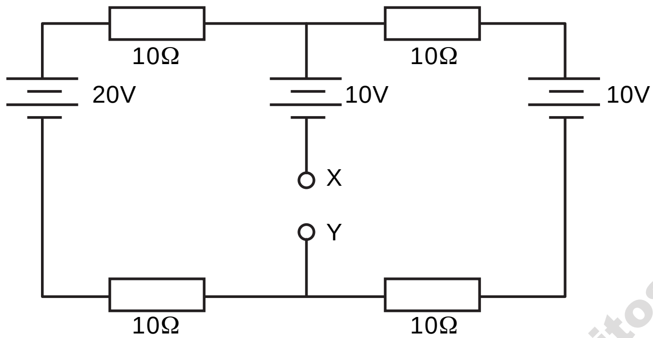
1 – (Concurso Metrô/São Paulo 2001) No circuito da figura 43, a tensão de Thévenin equivalente entre os pontos A e B será igual a:

Fig. 43



2 - (Concurso Metrô/São Paulo 2001) Dado o circuito da figura 44, a resistência de Thévenin equivalente entre os pontos X e Y, será igual a:

Fig. 44



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

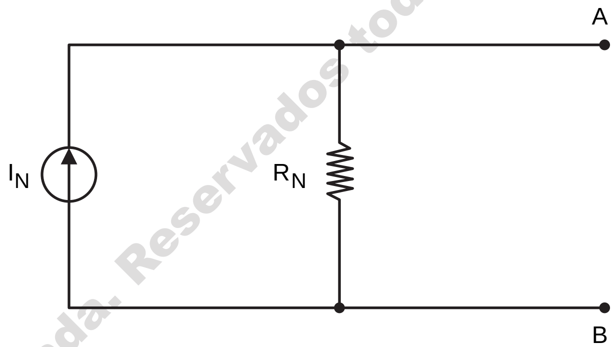
lição 5

Teorema de Norton

Introdução

O Teorema de Norton permite calcular tensão e corrente aplicadas em um determinado componente, sem a necessidade de se calcular outros parâmetros do circuito. Isso é possível representando todo o circuito que envolve o componente por apenas um gerador de corrente equivalente (I_N) e uma resistência resultante (R_N) denominadas, respectivamente, corrente de Norton e resistência de Norton.

Fig. 45



1. Corrente e Resistência de Norton

Os valores de I_N e R_N são característicos e próprios para cada componente analisado. O grande inconveniente deste método é o de se trabalhar com geradores de corrente, que são pouco utilizados.

A figura 46 mostra um circuito elétrico e, ao seu lado, o mesmo circuito representado pelos valores I_N e R_N, em relação à resistência de 1KΩ.

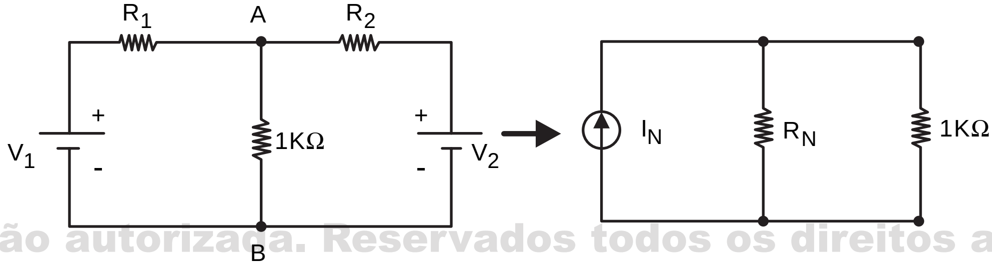


Fig. 46

Os teoremas de Norton e de Thevenin são equivalentes. Para qualquer caso, valem as seguintes relações: “a corrente de Norton é igual à tensão de Thevenin dividida pela resistência de Thevenin, e a resistência de Norton é igual à resistência de Thevenin.”

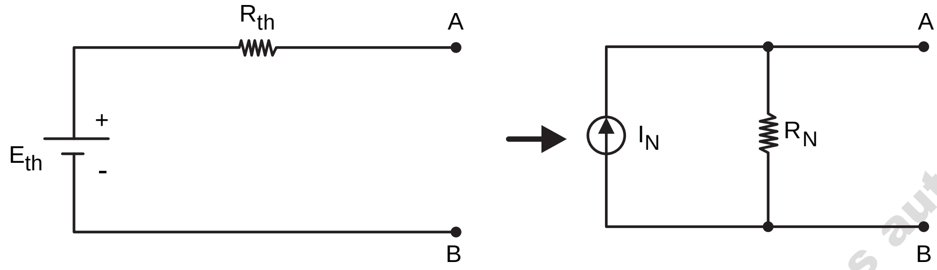


Fig. 47

Podemos concluir que, ao se resolver um circuito pelo teorema de Thevenin, é fácil transformá-lo num circuito Norton; para isso, basta efetuar estas relações:

$\boxed{I_N = \frac{E_{th}}{R_{th}}}$ e $\boxed{R_N = R_{th}}$

Vejamos um exemplo:

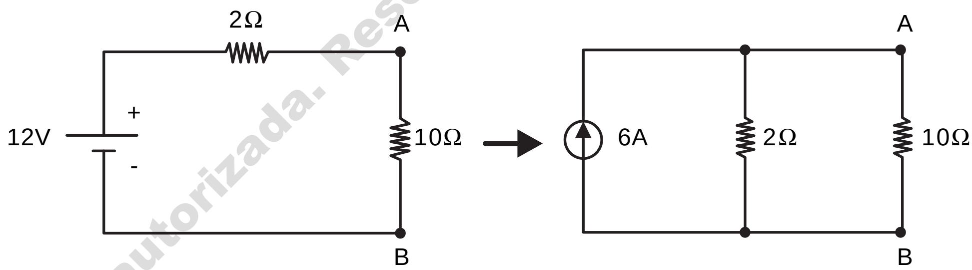


Fig. 48

Verificamos que, em ambos os casos, a tensão e a corrente sobre o resistor de 10Ω valem 10V e 1A, respectivamente.

2. Determinação de I_N e R_N para um Componente

Para a **determinação de I_N**, deve-se retirar do circuito o componente a ser analisado e, em seu lugar, inserir um curto-circuito (pontos A e B).

A corrente que circular por este curto (ponto A e B) será a corrente de Norton (I_N). Para a determinação de I_N, poderemos, em alguns casos, precisar de outros métodos de solução.

Para a **determinação de R_N**, deve-se retirar do circuito o componente a ser analisado e, em seu lugar, inserir um circuito aberto (pontos A e B).

A resistência equivalente, vista pelos pontos A e B, é a resistência de Norton (R_N). Esta resistência é obtida curto-circuitando todas as baterias de tensão e retirando do circuito todas as baterias de corrente.

Os valores de tensão e corrente que passam pelo componente são, então, facilmente calculados:

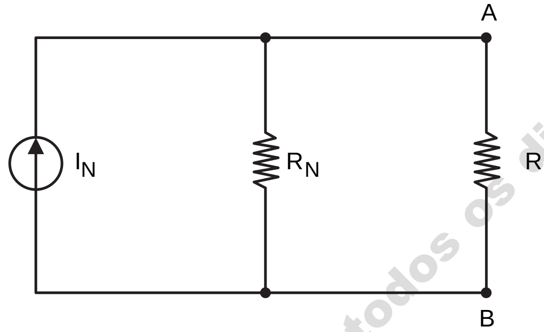


Fig. 49

2.1 Exemplo de Aplicação

Vamos calcular a corrente que circula pelo R_5 no circuito mostrado na figura 50.

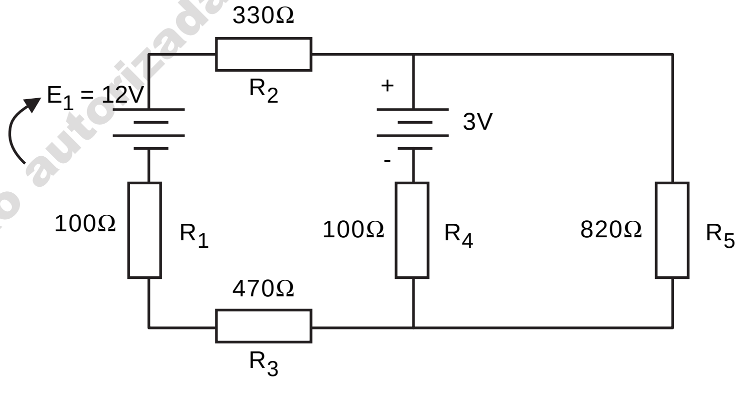


Fig. 50

1º passo) Retire o resistor onde se deseja descobrir a corrente e coloque no seu lugar um curto-circuito.

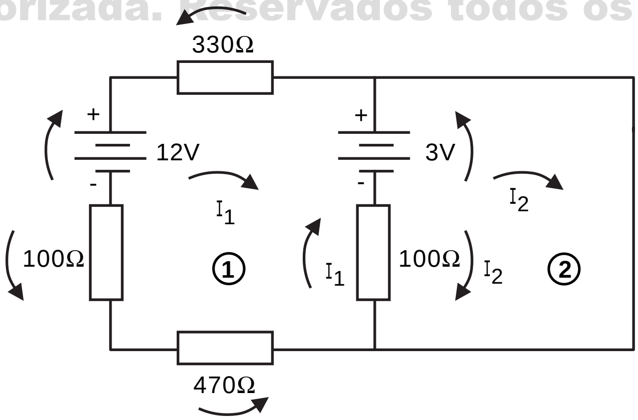


Fig. 51

Neste caso precisaremos aplicar a Lei de Kirchhoff.

Malha1

$12 - I_1.330 - 3 - 100.(I_1 - I_2) - I_1.470 - I_1.100 = 0$

$9 - 330.I_1 - 100.I_1 + 100.I_2 - 470.I_1 - 100.I_1 = 0$

$9 - 1000.I_1 + 100.I_2 = 0$

$- 1000.I_1 + 100.I_2 = -9$

Malha2

$3 - 100.(I_2 - I_1) = 0$

$3 - 100.I_2 + 100.I_1 = 0$

$100.I_1 - 100.I_2 = -3$

Agora podemos montar o sistema de equações:

$$\begin{cases} -1000.I_1 + 100.I_2 = -9 \\ 100.I_1 - 100.I_2 = -3 \end{cases} \quad (+)$$

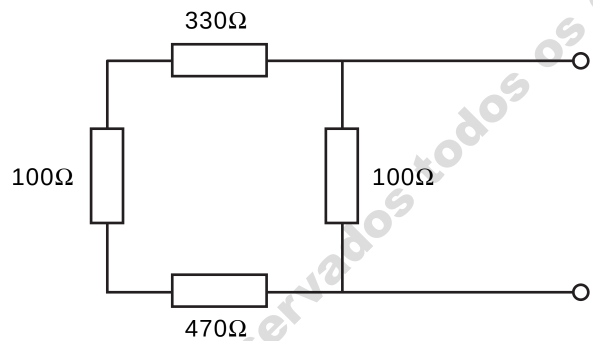
$$-900.I_1 \quad = -12$$

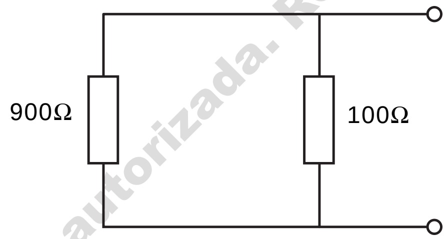
$$I_1 = \frac{-12}{-900} = 0{,}0133A$$

Substituindo na equação da malha 2 temos:

$$100.0{,}0133 - 100.I_2 = -3$$
$$1{,}33 - 100.I_2 = -3$$
$$-100.I_2 = -3 - 1{,}33$$
$$-100.I_2 = -4{,}33$$
$$I_2 = \frac{-4{,}33}{-100} = 0{,}0433A$$
$$I_2 = 43{,}3\ mA$$
$$I_2 = I_N = 43{,}3\ mA$$

2º passo) Achar a resistência Norton. O processo é o mesmo utilizado em Thévenin. Curto-circuitaremos as fontes e consideraremos todos os resistores, com exceção do resistor R_5.





$$R_T = \frac{900 \times 100}{900 + 100}$$
$$R_T = \frac{90000}{1000}$$
$$R_T = R_N = 90\Omega$$

Fig. 52

Podemos agora representar o gerador equivalente de Norton com os valores obtidos.

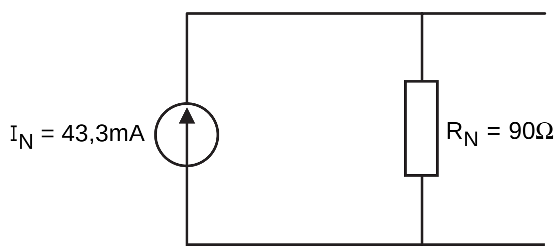
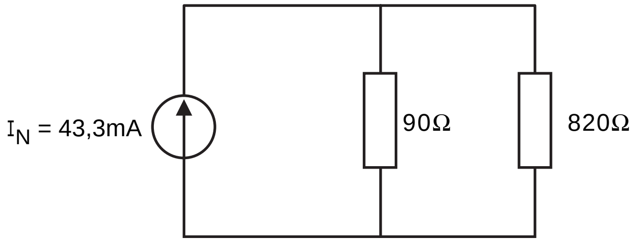


Fig. 53

Para calcularmos a tensão e a corrente no resistor R_5, temos que conectá-lo ao circuito equivalente de Norton.



$$R_{eq} = \frac{90 \times 820}{90 + 820} = 81\Omega$$

Fig. 54

A tensão no resistor será:

$E + I_N . R_{eq}$ (Lei de Ohm)

$E = 43{,}34.10^{-3} . 81$

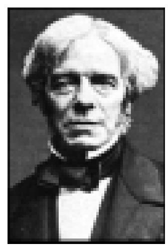
$E = 3{,}5$ V

$$I_{820\Omega} = \frac{E}{R} = \frac{3{,}5}{820} = 0{,}0042 \text{ A}$$

$I_{820\Omega} = 4{,}2$ mA

Curiosidade

Michael Faraday (1791 – 1867)

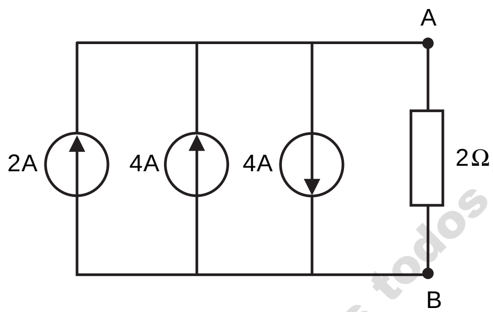


Cientista inglês, estudou as relações entre a eletricidade estática e a corrente elétrica, e entre a eletricidade e a luz, chegando a formular uma teoria sobre a natureza eletromagnética da luz. Inventou o voltímetro durante suas pesquisas sobre eletrólise. A unidade de medida de capacitância é farad em sua homenagem.

Exercícios Propostos

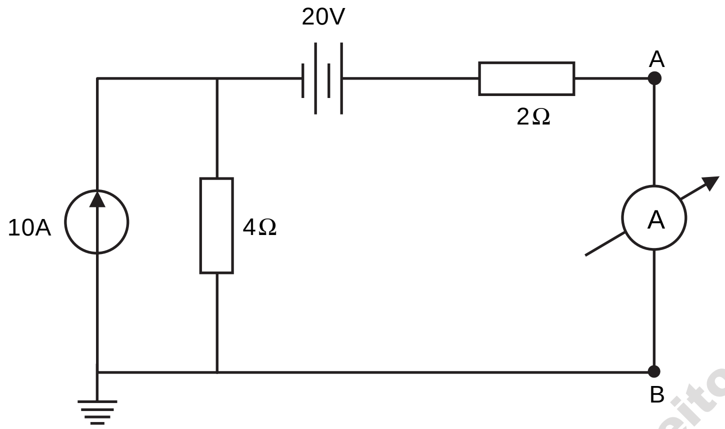
1 – Determine o equivalente de Norton e a tensão entre A e B para o circuito mostrado na figura 55:

Fig. 55



2 – (Concurso Metrô/São Paulo 2001) Dado o circuito figura 56, calcule a corrente de Norton nos pontos A e B.

Fig. 56



lição 6

Teorema de Superposição de Efeitos

Introdução

O Teorema de Superposição de Efeitos permite a determinação dos valores de tensão e corrente num determinado componente, sem necessidade de determinar todas as tensões e correntes do circuito. Essa determinação dos valores é obtida verificando-se o efeito que cada fonte m produz separadamente no componente em questão.

A soma desses efeitos, produzidos por cada uma das fontes do circuito, resulta na real corrente elétrica que circula pelo componente analisado. Deve-se ressaltar que, ao analisarmos o efeito de uma fonte qualquer separadamente, devemos retirar as demais fontes do circuito para anular os seus efeitos; para isso, basta curto-circuitarmos fontes de tensão e retirarmos as fontes de corrente (circuito aberto).

A grande vantagem desse método é que todo e qualquer circuito analisado tem apenas uma única fonte, facilitando a sua solução sobremaneira. Sua grande desvantagem é a resolução de circuitos por diversas vezes; assim, se um determinado circuito tiver 5 fontes, teremos de resolver 5 circuitos diferentes, isto é, um para cada fonte.

No final, temos de fazer a superposição dos efeitos provocados por cada uma delas. Vamos ver como se faz.

1. Método de Solução de Circuitos Elétricos

1) Curto-circuitam-se todas as fontes de tensão do circuito, menos uma, e determina-se o valor da corrente que passa pelo componente analisado, assim como o seu sentido. Este item deve ser repetido n vezes, sendo n o número de fontes do circuito.

2) Somam-se as diversas correntes obtidas no item anterior para a determinação da corrente final (correntes em sentidos opostos devem ser subtraídas). Assim sendo, teremos não só o valor da corrente no componente, como também o seu sentido.

3) Com o valor da corrente no componente, determina-se a sua tensão elétrica (lei de Ohm).

Exemplo: determine I_1, I_2 e I_3, aplicando o método da superposição.

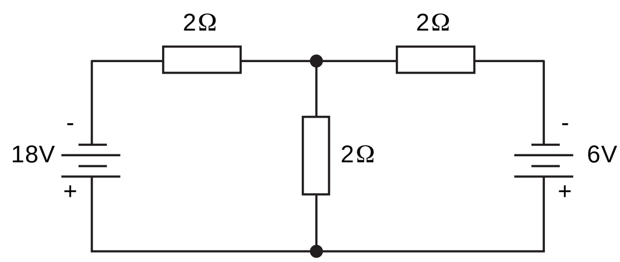


Fig. 57

1º passo) Vamos decompor os circuitos, curto-circuitando as fontes.

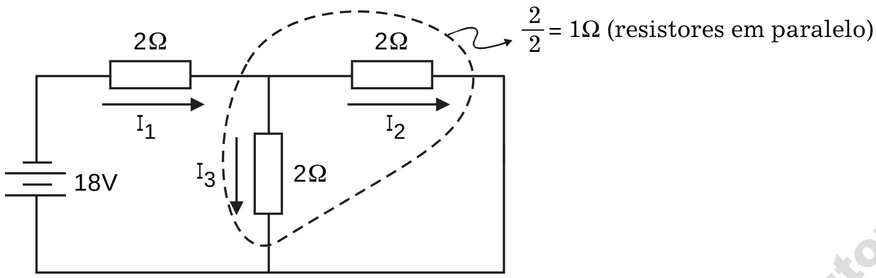
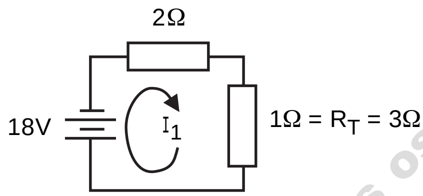


Fig. 58

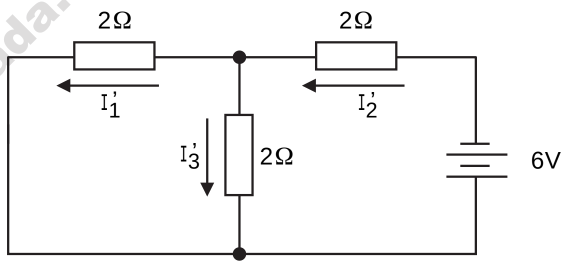


$$I_1 = \frac{V}{R_T} = \frac{18}{3} = 6A$$

Em conseqüência, a corrente no resistor de 1Ω também é 6 A e, portanto, V = 6 × 1 = 6V.

$$I_2 = I_3 = \frac{6}{2} = 3A$$

resistores de mesmo valor



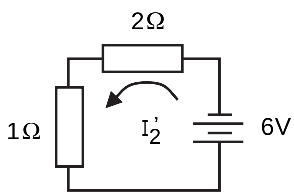


Fig. 59

$\frac{2}{2} = 1\Omega$

$1 + 2 = 3\Omega = R_T$

$I_2' = \frac{V}{R_T} = \frac{6}{3} = 2A$

A tensão no resistor de 1Ω será: $V = 2 \times 1 = 2V$

$I_1' = I_3' = \frac{2 \text{ tensão}}{2 \text{ resistor } (2\ \Omega)}$

$I_1' = I_3' = 1\ A$

$I_2 = I_2 - I_2' = 3 - 2 = 1A$

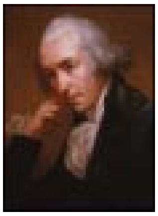
$I_1 = I_1 - I_1' = 6 - 1 = 5A$

$I_3 = I_3 + I_3' = 3 + 1 = 4A$

I_3' e I_3 têm o mesmo sentido.

Curiosidade

James Watt (1736 – 1819)

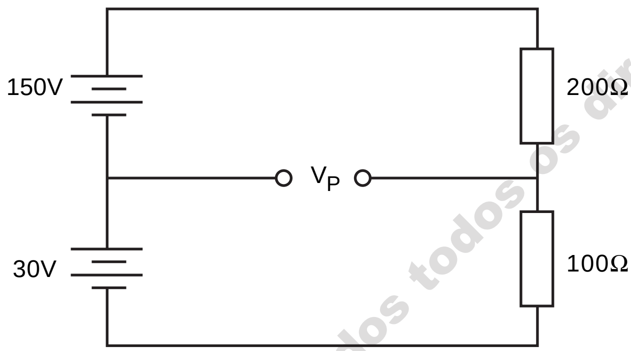


Escocês, aprendiz de fabricante de ferramentas, logo cedo interessou-se pelas descobertas no campo da eletricidade. Quando se tornou fabricante de peças e instrumentos de matemática na Universidade de Glasgow, Watt criou uma máquina a vapor muito mais rápida e econômica, permitindo a mecanização das indústrias em grande escala. A unidade de medida de potência elétrica é watt em sua homenagem.

Exercícios Propostos

1 – Determine a tensão V_P por superposição, para o circuito da figura 60.

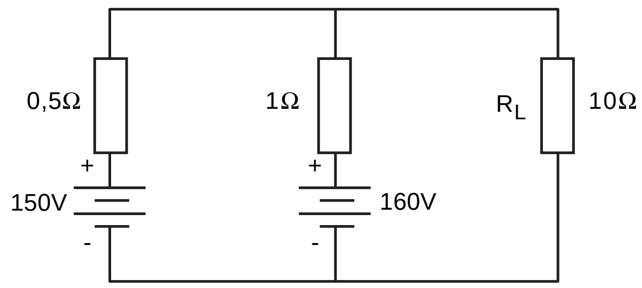
Fig. 60



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

2 – Calcule a corrente na carga R_L por superposição, para o circuito da figura 61.

Fig. 61



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

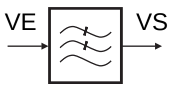
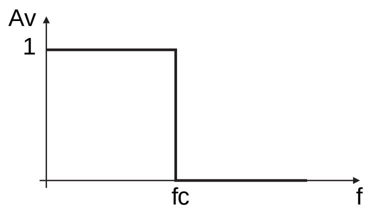
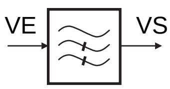
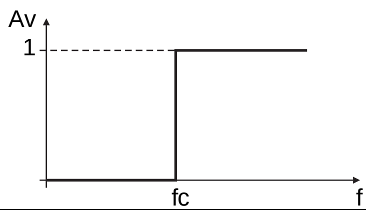
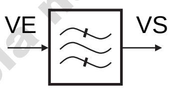
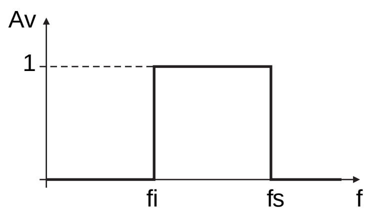
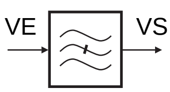
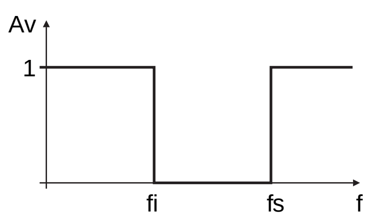
lição 7

Conceitos e Tipos de Filtros

Introdução

Filtros são circuitos que deixam passar somente sinais de determinadas freqüências, atenuando outras. De acordo com as freqüências que desejamos deixar passar, podemos ter diferentes tipos de filtros, que é o que veremos nesta lição.

1. Tipos de Filtros

Tipo de Filtro (símbolo)	Característica Ideal	Curva de Resposta em Freqüência Ganho X Freqüência
FPB 	**Filtro Passa Baixa:** permite a passagem de todas as freqüências abaixo da freqüência de corte fc, rejeitando as demais.	
FPA 	**Filtro Passa Alta:** permite a passagem de todas as freqüências acima da freqüência de corte fc, rejeitando as demais.	
FPF 	**Filtro Passa Faixa:** permite a passagem de todas as freqüências acima da freqüência de corte inferior fci e abaixo da freqüência de corte superior fcs, rejeitando as demais.	
FRF 	**Filtro Rejeita Faixa:** rejeita a passagem de todas as freqüências acima da freqüência de corte inferior fci e abaixo da freqüência de corte superior fcs, permitindo a passagem das demais.	

No nosso estudo, veremos os filtros passa baixa e passa alta.

2. Filtro Passa Baixa

Existem filtros passa baixa com capacitores e com indutores, conforme mostra a figura 62. No nosso estudo analisaremos apenas os circuitos com capacitores.

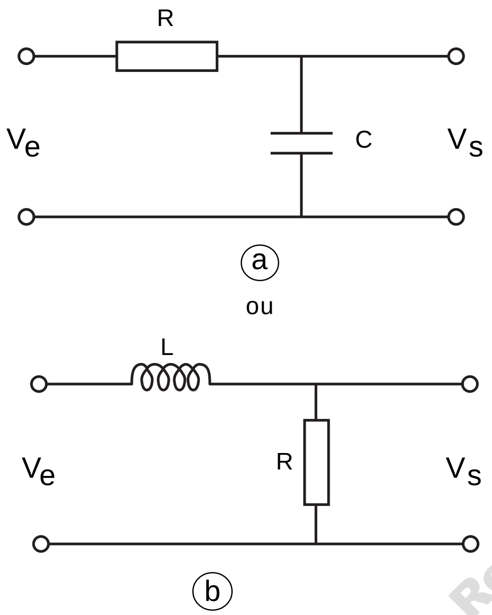


Fig. 62

Lembrando que:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{2\pi f_c}}$$

Quando tivermos freqüências baixas aplicadas na entrada do circuito ⓐ, a reatância capacitiva será alta e, em conseqüência, a tensão V_S em cima do capacitor (C) será máxima.

Resumindo, em baixas freqüências o sinal de saída (V_S) terá maior amplitude, e no caso de freqüências mais altas, o sinal de saída (V_S) terá baixa amplitude.

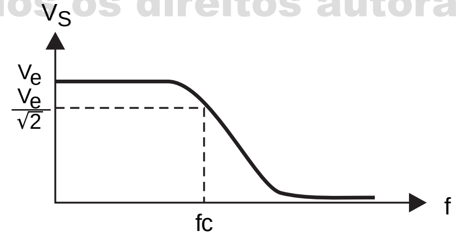


Fig. 63 - Característica da tensão de saída de um filtro passa baixa

2.1 Características da Tensão de Saída

Pelo gráfico da figura 63, podemos identificar que quando a freqüência for baixa, V_s será igual a V_e, pois o capacitor oferece máxima reatância.

Identificamos também F_C (freqüência de corte), que ocorrerá no momento em que tivermos:

$$\boxed{X_c = R} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{1}{2\pi f_c} = R}$$

Matematicamente obtemos:

$$\boxed{F_C = \frac{1}{2\pi RC}} \quad \text{e} \quad \boxed{V_s = \frac{V_e}{\sqrt{2}}}$$

3. Filtro Passa Alta

Existem filtros passa alta com capacitores e com indutores, conforma a figura 64. No nosso estudo analisaremos apenas os circuitos com capacitores.

Quando tivermos freqüências altas, a reatância capacitiva (X_c) será baixa e, em conseqüência, a tensão V_S será máxima, uma vez que a saída acontece no resistor que está em série.

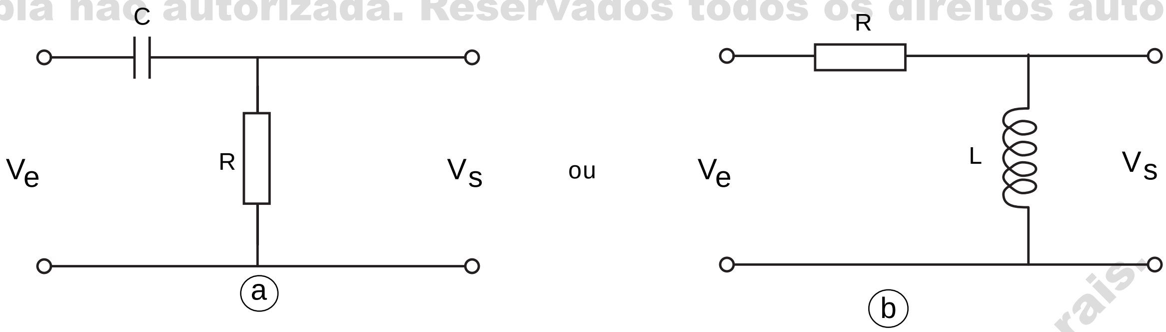


Fig. 64

Resumindo, em altas freqüências, e devido ao fenômeno reatância capacitiva, teremos em V_S máximo sinal. No caso de freqüências baixas X_c aumentará e teremos saída V_S com amplitude menor.

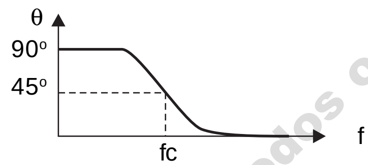


Fig. 65 - Característica da defasagem de um filtro passa alta

3.1 Característica da Tensão de Saída

Pelo gráfico mostrado na figura 65, podemos identificar que, quando a freqüência for alta V_C será igual a V_e, pois nesse instante o capacitor oferecerá baixa reatância e, em conseqüência, a tensão na saída (resistor) será máxima.

Identificamos também F_C (freqüência de corte) e essa freqüência acontecerá no momento que tivemos:

$\boxed{X_C = R}$ ou $\boxed{R = \frac{1}{2\pi f_c}}$

Matematicamente obtemos:

$\boxed{F_C = \frac{1}{2\pi RC}}$ e $\boxed{V_S = \frac{V_e}{\sqrt{2}}}$

O aluno que ler apenas superficialmente os dois textos sobre filtros (passa alta e passa baixa), poderá dizer: "as fórmulas são iguais, então tudo é igual". Não é verdade. Para provar isso vamos calcular dois circuitos com os mesmos valores de componentes, com a diferença de que um é passa baixa e o outro é passa alta.

Exemplo: calcular a tensão de saída do filtro passa baixa da figura 66 e calcular a freqüência de corte ((a) 10 vezes menor e (b) 10 vezes maior).

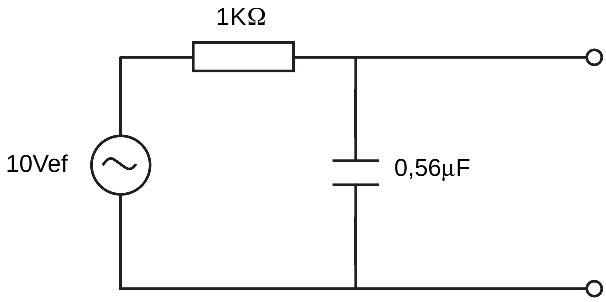


Fig. 66

1º passo) Cálculo da freqüência de corte.

$$Fc = \frac{1}{2.\pi.R.C} = \frac{1}{2.\pi.1000.0{,}56.10^{-6}}$$

$$Fc = \frac{1.10^{+6}}{2.\pi.1000.0{,}56} = \frac{1000000}{3516{,}80}$$

$$Fc = 284{,}35 \text{ Hz}$$

2º passo) Cálculo da tensão de saída na freqüência de corte.

$$V_S = \frac{V_e}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7{,}07V$$

3º passo) Cálculo de Vs para $F = \frac{Fc}{10} = 28{,}43Hz$.

$$Xc = \frac{1}{2.\pi.F.C} = \frac{1}{2.\pi.28{,}42.0{,}56.10^{-6}}$$

$$Xc = \frac{1.10^{+6}}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 28{,}42 \,.\, 0{,}56} = \frac{1000000}{99{,}95}$$

$$Xc = 10005\Omega$$

Podemos agora calcular a impedância:

$$Z = \sqrt{R^2 + Xc^2}$$

$$Z = \sqrt{1000^2 + 10005^2} = \sqrt{1000000 + 100100025}$$

$$Z = \sqrt{101100025} = 10054\ \Omega$$

. . . . .

Aplicando a Lei de Ohm podemos achar a corrente que passa pelo circuito:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10}{10054} = 0{,}0009946\ A$$

$V_{S\ (no\ capacitor)} = X_c.I = 10005\ .\ 0{,}0009946$

$V_{S1} = 9{,}95\ V$

Calculo de V_S para:

$F = 10.\ F_c = 10\ .\ 284{,}34 = 2843{,}50Hz$

$$X_c = \frac{1}{2.\pi.F.C} = \frac{1}{2\ .\ 3{,}14\ .\ 2843{,}50\ .\ 0{,}56\ .\ 10^{-6}}$$

$$X_c = \frac{1.10^{+6}}{2\ .\ 3{,}14\ .\ 2843{,}50\ .\ 0{,}56} = \frac{1000000}{10000{,}02}$$

$X_c \cong 100\Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + Xc^2} = \sqrt{(1000)^2 + (100)^2}$

$Z = \sqrt{1000000 + 10000} = \sqrt{1010000}$

$Z = 1005\Omega$

Aplicando Lei de Ohm, podemos calcular a corrente no circuito:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10}{1005} = 0{,}00995A$$

Agora podemos calcular a tensão de saída em cima do capacitor.

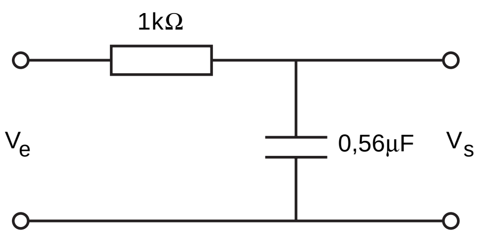


Fig. 67

$V_S = X_c \times I = 100\ .\ 0{,}00995$

$V_{S2} = 0{,}995\ V$

Comparando os valores de tensão obtidos, podemos observar que para uma freqüência menor $\left(\frac{F_C}{10}\right)$ a resposta do nosso circuito é melhor (passa baixa).

Utilizando os mesmos valores de resistência e capacitância, vamos agora calcular para a situação passa alta:

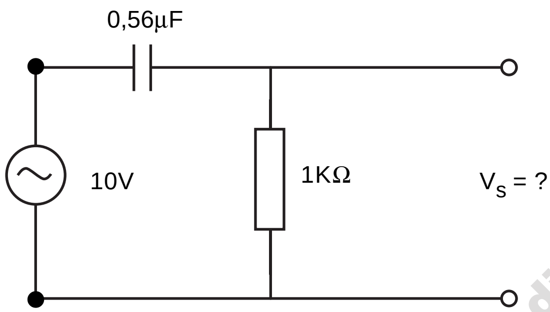


Fig. 68

1º passo) Cálculo da freqüência de corte.

$$F_c = \frac{1}{2.\pi.R.C} = \frac{1}{2\ .\ 3{,}14\ .\ 1000\ .\ 0{,}56\ .\ 10^{-6}}$$

$$F_c = \frac{1.10^{+6}}{2\ .\ 3{,}14\ .\ 1000\ .\ 0{,}56} = \frac{1000000}{3516{,}8}$$

$$F_c = 284{,}35\ \text{Hz}$$

2º passo) Cálculo da tensão de saída.

$$Vs = \frac{Ve}{\sqrt{2}} = 7{,}07\ V$$

3º passo) Cálculo de Vs para $F = \frac{Fc}{10} = 28{,}435$ Hz. Do exemplo anterior tiramos que:

$$X_C = 10005\Omega$$

$$Z = 10054\Omega$$

4º passo) Calculamos a corrente que passa pelo circuito. Do exemplo anterior tiramos que:

$$I = 0{,}0009946\ A$$

Então, o que muda? Observem que a saída será feita pelo resistor de 1KΩ.

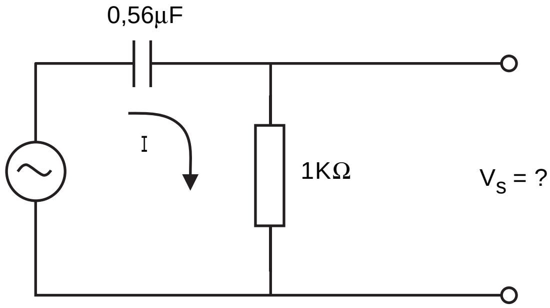


Fig. 69

Característica do Circuito Série

A corrente é a mesma para todos os componentes, então:

$V_S = R.I = 1000 \cdot 0{,}0009946$

$V_S = 0{,}9946\ V$ $\qquad V_{S1} \cong 0{,}995\ V$

Observe que V_{S1} é para a freqüência 10 vezes menor. Vamos agora calcular para a freqüência = 10 . Fc:

$F = 10 \cdot 284{,}35 = 2843{,}5\ Hz$

Usando os cálculos efetuados no exemplo do filtro passa baixa, temos:

$X_c = 100\Omega$

$Z = 1005\Omega$

$I = \dfrac{V}{Z} = 0{,}00995A$

Então $V_{S2} = R.I = 1000 \cdot 0{,}00995$

$V_{S2} = 9{,}95V$

Com os valores obtidos, podemos fazer uma tabela comparativa:

	$V_{SN}\left(\frac{F_c}{10}\right)$	$V_{S2}\ (F_c \times 10)$
Passa baixa	9,95 V	0,995 V
Passa alta	9,95 V	9,95 V

Observe que no caso do passa alta temos tensão de saída maior no instante que estivermos com freqüência maior, daí o nome do circuito.

4. Diferenciador

Basicamente, um **diferenciador** é um filtro passa alta operando com freqüência muito abaixo da freqüência de corte.

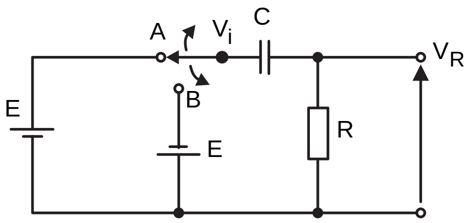


Fig. 70

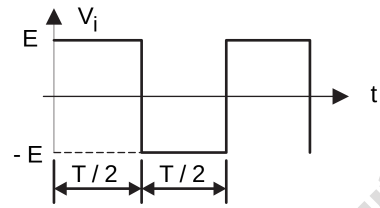


Fig. 71

Vamos supor que na entrada (V_i) seja aplicada uma onda quadrada de período T. A onda quadrada é obtida a partir de uma chave mecânica que fica um tempo T/2 na posição A, e T/2 na posição B.

O gráfico a seguir representa a tensão de entrada (V_i), tensão no capacitor (V_c) e tensão no resistor (V_R), considerando que a constante de tempo do circuito τ = RC <<< T.

1º Semi-período

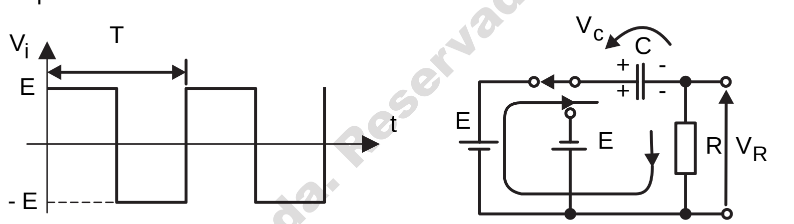


Fig. 72

2º Semi-período

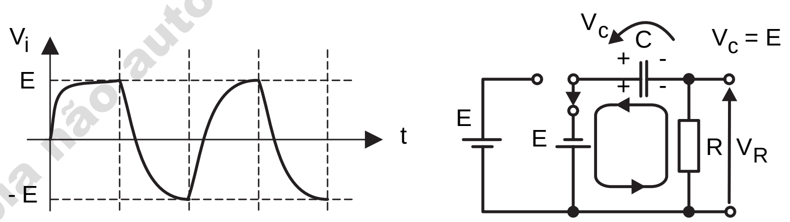


Fig. 73

3º Semi-período

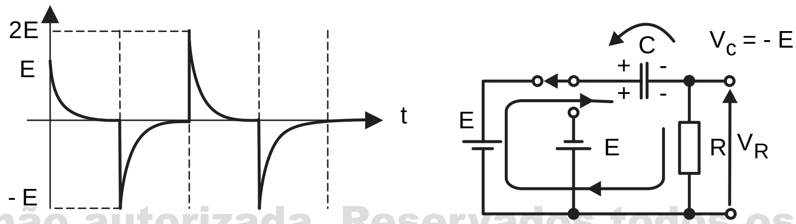


Fig. 74

Durante o 1º semi-período, como o capacitor está inicialmente descarregado, carregar-se-á com a tensão da fonte (E) rapidamente (a constante de tempo é pequena).

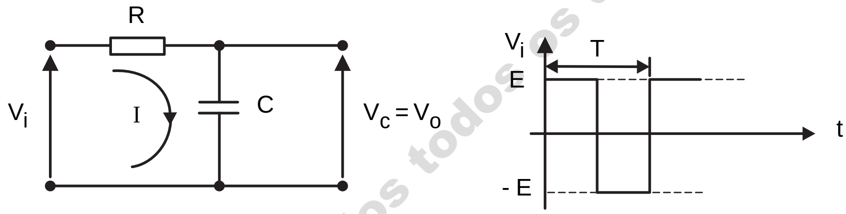
Quando começar o 2º semi-período, o capacitor já estará carregado com E, a tensão da fonte se soma à tensão no capacitor, dando a tensão no resistor (2E).

O 1º semi-período é transitório, e somente a partir do 2º é que o circuito entra em regime permanente.

5. Integrador

O **integrador** também é um circuito RC em série, operando numa freqüência muito maior do que a freqüência de corte, na qual a tensão de saída é obtida no capacitor.

Fig. 75



Vamos supor que o sinal de entrada seja uma onda quadrada de freqüência muito maior do que a freqüência de corte do circuito, o que significa τ = RC >>> T.

Quanto maior for a constante de tempo (τ = RC) em relação ao período, mais a forma de onda no capacitor se aproxima de uma onda triangular (maior é a linearidade).

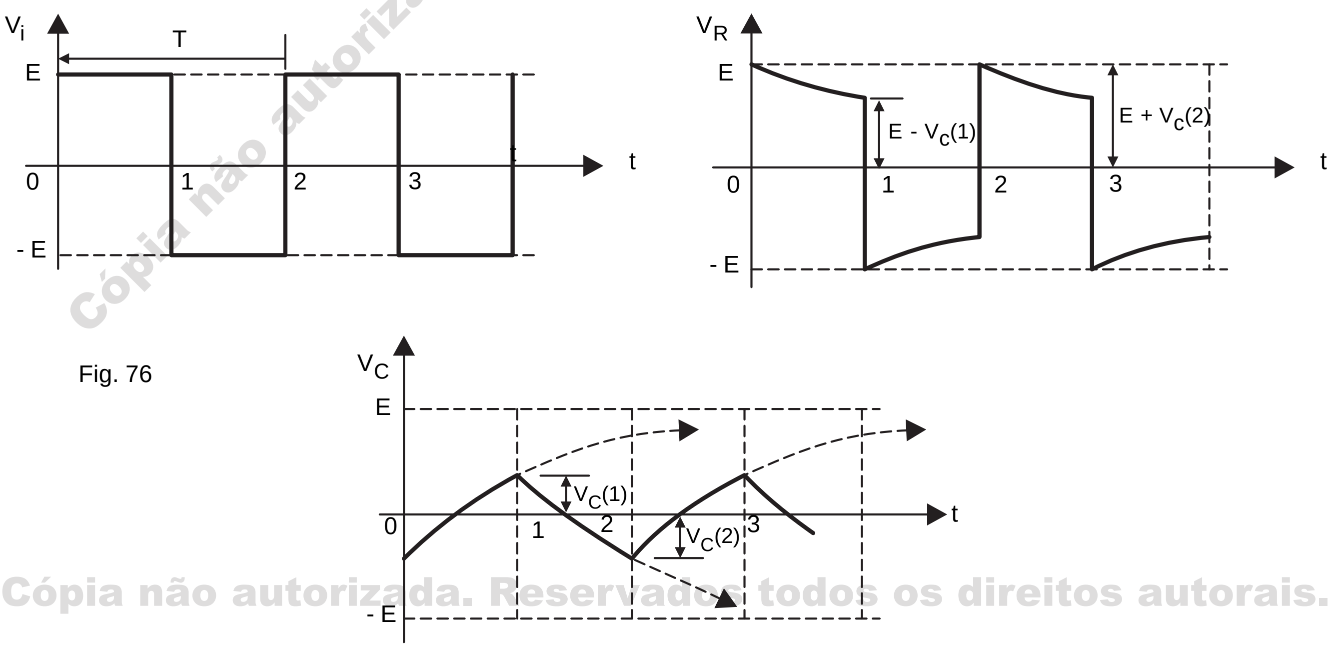
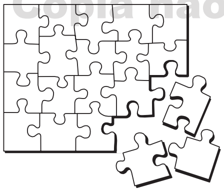


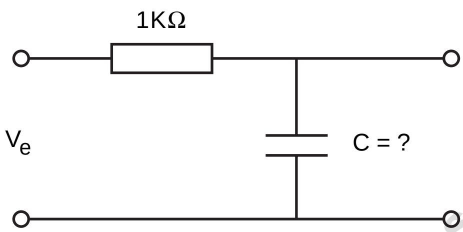
Fig. 76



Exercícios Propostos

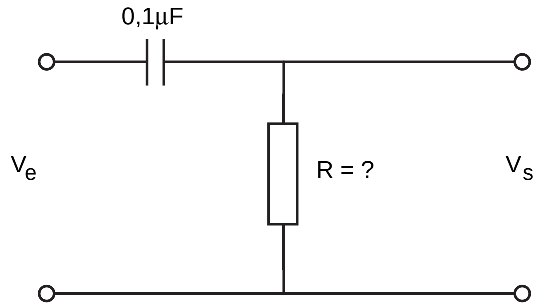
1 – Projetar um filtro passa baixa com freqüência de corte igual a 1KHz.

Fig. 77



2 - Projetar um filtro passa alta com Fc = 200Hz.

Fig. 78

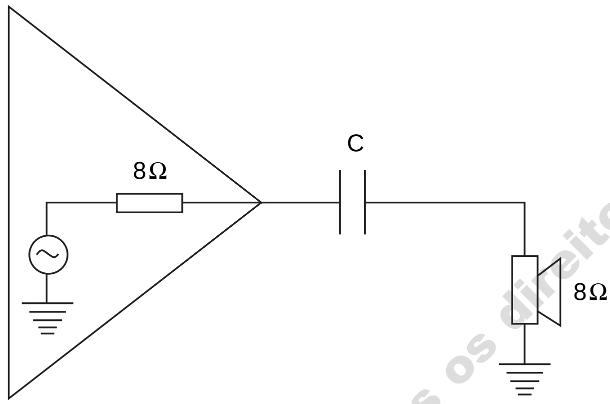


Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

3 - Deseja-se projetar um filtro passa altas para ser conectado à saída de um amplificador de áudio com impedância de 8Ω. O alto-falante, também de 8Ω, será a própria resistência R do filtro, conforme a figura 79. A freqüência de corte desejada é 4 KHz.

Fig. 79



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

lição 8

Corrente Alternada

Introdução

Nesta lição, estudaremos o comportamento da corrente alternada nos indutores e nos capacitores utilizando os números complexos. Antes de passarmos para o estudo propriamente dito, aconselhamos ao aluno rever o módulo de Eletricidade Aplicada I, caso venha a ter dúvidas no transcorrer desta lição.

1. Definição

Fazendo uma breve síntese, podemos concluir que a corrente alternada é aquela que muda de valor e de polaridade em função do tempo. Assim sendo, ela tem, em nosso país, a freqüência de 60 Hertz, isto é, temos uma mudança de polaridade de 30 vezes por segundo.

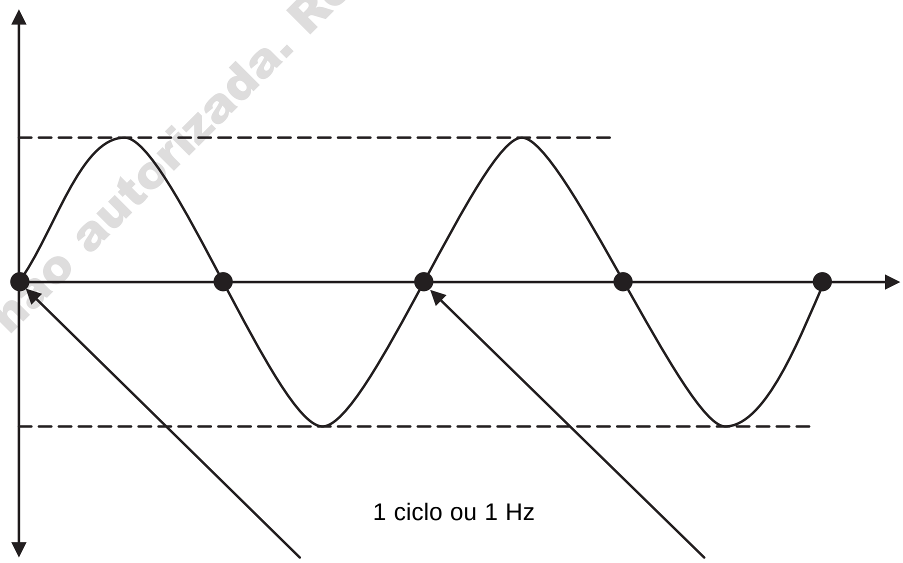


Fig. 80 - Gráfico da Corrente Alternada

O gráfico da corrente alternada nos mostra um Hertz com dois semiciclos, um positivo e um negativo. Então, percebemos que a mudança de polaridade acontece 30 vezes por segundo. Já vimos, em outro módulo de estudo, que a tensão alternada pode ser representada pela equação:

$$\boxed{v = V_p \text{sen}\omega}$$

Onde:
v: tensão instantânea, em Volt (V)
$\mathbf{V_p}$**:** tensão de pico, em Volt (V)
$\boldsymbol{\omega}$**:** vale $2\pi f$
$\boldsymbol{\pi}$**:** constante igual a 3,1416
$\boldsymbol{f}$**:** freqüência, em Hertz (Hz)

Da mesma maneira, podemos representar a corrente por:

$$\boxed{i = I_p \text{sen}\omega}$$

Onde:
i: corrente instantânea, em Ampère (A)
$\mathbf{I_p}$**:** corrente de pico, em Ampère (A)
$\boldsymbol{\omega}$**:** vale $2\pi f$
$\boldsymbol{\pi}$**:** constante igual a 3,1416
$\boldsymbol{f}$**:** freqüência, em Hertz (Hz)

A corrente alternada é chamada de **corrente senoidal** ou **cossenoidal**, pois as funções matemáticas seno ou cosseno formam a mesma figura. Lembre-se que na corrente alternada temos três variáveis envolvidas: a corrente, a tensão e a freqüência; já na corrente contínua, temos apenas a tensão e a corrente, pois não existe inversão de polaridade.

Quando estudamos as correntes alternada e contínua, vimos que existem várias grandezas elétricas envolvidas. As principais são:

Corrente elétrica – São elétrons em movimento, cuja unidade de medida é o Ampère (A).

Tensão elétrica – É a diferença de potencial (ddp) entre dois pontos, e a unidade de medida é o Volt (V).

Resistência elétrica – É a oposição dos corpos à passagem da corrente elétrica, medida em Ohm (O).

Capacidade elétrica – É a capacidade dos corpos de armazenar elétrons, o chamado efeito capacitor. Sua unidade de medida é Farad (F). O capacitor é formado, no mínimo, por duas placas e um material isolante (o dielétrico) que as separa; o capacitor adianta a corrente e atrasa a tensão.

Indutância – É a propriedade de se opor às variações de tensão e corrente. O indutor adianta a tensão e atrasa a corrente. Sua unidade de medida é o Henry (H). Uma propriedade peculiar do indutor é o aparecimento da força contra eletromotriz (f.c.e.m.) que tem sentido contrário à força eletromotriz (f.e.m.).

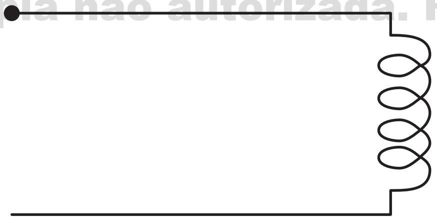
Quando temos um circuito elétrico operando em corrente contínua, temos três grandezas envolvidas: tensão, corrente e resistência (que é a oposição que os condutores e os componentes oferecem à passagem dos elétrons). No início de funcionamento e no término (ao desligar), aparecerão também os fenômenos da capacitância e da indutância.

Num circuito, trabalhando com correntes alternadas, temos: tensão, corrente, freqüência, capacitância e indutância.

2. Circuito com Corrente Alternada

2.1 Indutor e Indutância

Genericamente, chamamos de indutor ou bobina um fio enrolado em forma de hélice sobre um núcleo, o qual pode ser de ar ou de material ferromagnético. A figura 81 mostra a simbologia adotada para os indutores.



Núcleo de ar

Núcleo de ferro

Núcleo de ferrite

Fig. 81

Fazendo passar pelo indutor uma corrente contínua, quando a chave no circuito for fechada (figura 82a), uma corrente elétrica começará a circular pelo circuito formado pela chave, pela bateria e pelo indutor (ou bobina). Esta corrente origina um campo magnético, cujas linhas de campo cortam as espirais subseqüentes, induzindo nelas uma f.e.m. (figuras 82a e 82b).

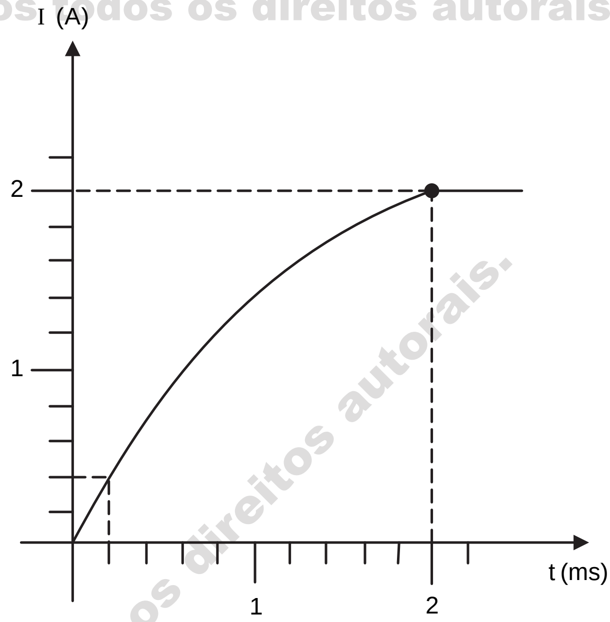
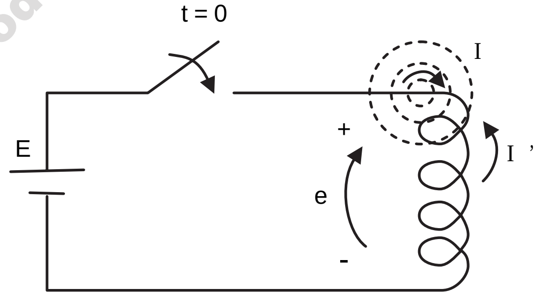


Fig. 82a - Gráfico da corrente em função do tempo



e = f.e.m. induzida

Fig. 82b - Aparecimento da f.e.m. induzida

A força eletromotriz produz uma tensão induzida que chamamos de f.e.m. auto-induzida. De acordo com a Lei de Lenz, essa tensão induzida deverá se opor à causa que a originou. No caso, a variação da corrente. Como resultante dessa oposição, temos que a corrente no circuito levará um certo tempo para atingir o seu valor máximo ou de regime (imposto pelas resistências ôhmicas do circuito).

Se abrirmos a chave após a corrente ter atingido o seu valor máximo, a corrente I tenderá a diminuir. A variação do campo magnético novamente induzirá uma f.e.m. de auto-indução com polaridade tal, que originará uma corrente I' que tenderá a se opor à diminuição de I.

Dessa forma, se a chave for aberta no instante t = t', ainda haverá corrente por um certo tempo.

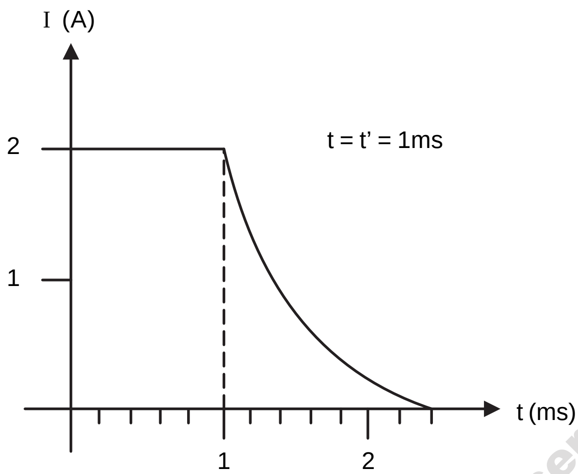
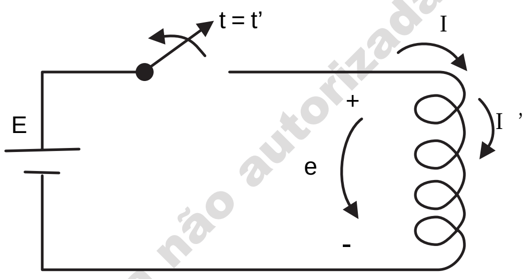


Fig. 83a



e = f.e.m. induzida

Fig. 83b

Conclui-se, daí, que um indutor se opõe a uma variação de corrente.

Observe a polaridade da f.e.m. induzida na figura 81b. A tensão induzida é somada à tensão da fonte de forma que, entre os terminais da chave aberta, a tensão será E + e. A tensão induzida após a chave ter sido desligada recebe o nome de f.c.e.m.

Se a f.c.e.m. induzida for suficientemente alta, aparecerá um arco entre os contatos da chave, uma faísca (sempre que acionamos um circuito elétrico, ou ao desligá-lo, aparece uma faísca elétrica). Isso se deve à f.c.e.m., que tem o mesmo princípio da Lei de Newton no estudo da mecânica clássica, na física: *toda ação tem uma força de reação*.

Sabemos que a indutância de uma bobina é uma medida do quanto de energia pode ser armazenada em um campo magnético, e a sua unidade de medida é o Henry (H).

3. Circuito em CA com Indutância Pura

Ao aplicar-se uma corrente alternada em um indutor, existe uma defasagem entre a tensão e a corrente que percorre o indutor e, no caso, a tensão se adianta e a corrente se atrasa.

Se a tensão aplicada for cossenoidal, e a corrente também for de função igual à tensão cossenoidal ou senoidal, então a corrente estará, teoricamente, atrasada 90º em relação à tensão. O indutor oferece oposição a uma variação de corrente. A medida dessa oposição é dada pela reatância indutiva (X_L) do indutor.

A reatância indutiva depende da indutância do indutor, da freqüência e do valor da corrente, sendo dada pela fórmula:

$$\boxed{X_L = \omega . L} \quad \text{ou} \quad \boxed{X_L = 2\pi . f . L}$$

Onde:
X_L: reatância da bobina, em Ohms (Ω)
L: indutância de bobina, em Henry (H)
***f*:** freqüência, em Hertz (Hz)
π: constante igual a 3,1416

Em um circuito puramente indutivo, sem resistências, não há dissipação de energia. Naturalmente, esta é uma condição ideal, não possível na vida real, já que o próprio fio do enrolamento da bobina apresenta resistência. Materiais com resistência muito baixa à corrente estão sendo pesquisados em diversos países. Estes novos materiais são chamados supercondutores.

4. Circuito R_L em Série

Estes circuitos têm resistência e indutância, o que significa que a corrente, ao percorrer tal circuito, encontrará dois tipos de oposição: a oferecida pela resistência e a oposição da f.e.m. de auto-indução (reatância indutiva). Em um circuito contendo resistência e indutância, a corrente permanece atrasada em relação à tensão, só que de um ângulo menor que 90º, pois a resistência tende a colocar a voltagem e a corrente em fase, enquanto a indutância tende a defasá-las em 90º. Veja, nas figuras 84a e 84b, o circuito R_L em série.

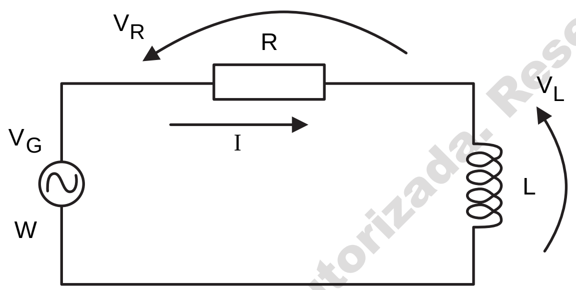


Fig. 84a

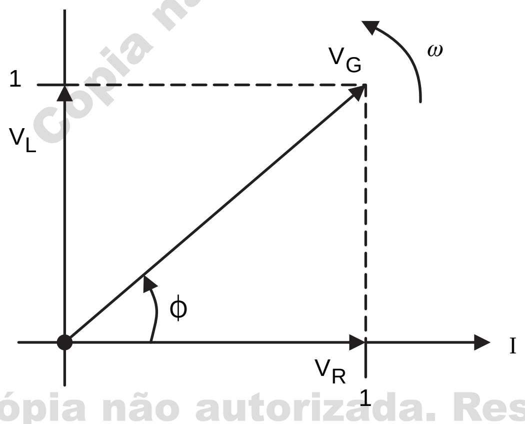


Fig. 84b

A resistência R representa todas as resistências possíveis ao longo do caminho da corrente, inclusive a resistência ôhmica do próprio fio da bobina.

Na figura 84b, temos o diagrama fasorial. Observe o atraso de 90º da corrente no indutor que tem o mesmo valor da resistência em relação à tensão (V_L). Como a corrente na resistência está em fase com a tensão V_R, as duas são representadas no mesmo eixo das ordenadas I. Importante observar que V_G é a soma vetorial de V_L e V_R, e o ângulo ϕ exprime a defasagem entre a tensão e a corrente.

O triângulo representado na figura 84b pode ser redesenhado na figura 85.

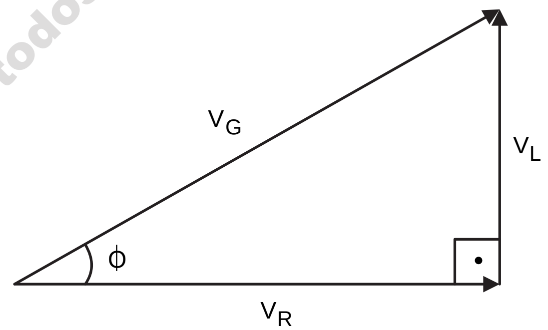


Fig. 85 - Triângulo das tensões

Aplicando a ele o Teorema de Pitágoras, temos:

$$V_G^2 = V_R^2 + V_L^2 \Rightarrow V_G = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

Nesta relação, dividindo ambos os membros por I^2, obtemos:

$$\frac{V_G^2}{I^2} = \frac{V_R^2}{I^2} + \frac{V_L^2}{I^2} \Rightarrow \left(\frac{V_G}{I}\right)^2 = \left(\frac{V_R}{I}\right)^2 + \left(\frac{V_L}{I}\right)^2$$

Onde:

$\frac{V_R}{I} = R$: resistência ôhmica do circuito, em Ohms (Ω)

$\frac{V_L}{I} = X_L$: reatância indutiva, em Ohms (Ω)

$\frac{V_G}{I} = Z$: impedância do circuito RL, em Ohms (Ω)

A impedância é o efeito combinado de todas as resistências, representadas aqui apenas por uma, que é a resistência total dos fios de ligação com os fios da bobina, etc., juntamente com a indutância da bobina. Assim sendo, podemos escrever:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

O ângulo de defasagem ϕ formado pelas semi-retas V_G e V_R pode ser calculado por:

arctg Ø = $\frac{V_L}{V_R}$

arctg Ø = $\frac{X_L}{R}$

Ou ainda, pela Lei dos Cossenos:

arccos Ø = $\frac{R}{Z}$

Exemplo: A bobina, quando ligada a uma fonte DC de 12V, consome 3A. Quando ligada a uma fonte de 20V/60Hz, consome 4A. Calcule:

a) A resistência da bobina.

b) A reatância indutiva e a indutância.

c) A impedância do circuito.

d) O ângulo de defasagem entre V e I.

e) A potência dissipada no circuito.

f) Desenhar o diagrama fasorial.

Solução:

a) Quando a bobina está ligada a uma fonte CC, só existe o efeito da resistência dos fios da bobina ou indutor e, naturalmente, a reatância é nula.

$$R = \frac{12V}{3A} = 4\Omega$$

A resistência da bobina vale 4 Ω.

b) Quando a bobina é ligada a uma fonte CA, além da resistência soma-se também o efeito da reatância, isto é, a fonte CA "vê" uma impedância.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{20V}{4A} = 5\Omega$$

Para calcular a indutância, sabemos que:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \quad \text{ou} \quad X_L^2 = Z^2 - R^2$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$X_L = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$X_L = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3\Omega$$

Sabemos também que $X_L = 2\pi . f . L$. Substituindo, temos:

$X_L = 2\pi . f . L$

3 = 2 . 3,1416 . 60L

3 = 376,99 . L

L = $\frac{3}{376,99}$

L = 0,0079 H ou 8mH

A reatância vale 3 Ω e a indutância vale 8 mH.

c) Já calculamos a impedância no item b. Para poder determinar a reatância indutiva, é necessário saber que: Z = 5Ω, portanto, a impedância vale 5Ω.

d) Na figura 86, desenhamos o triângulo retângulo. Podemos usar a Lei dos Cossenos.

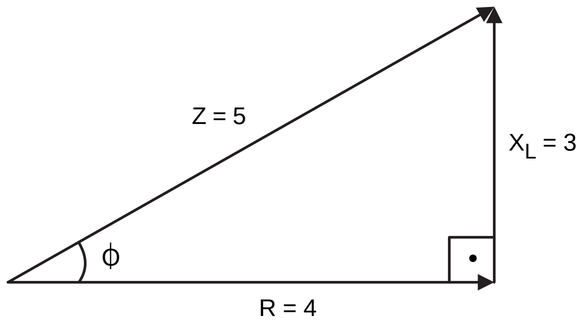


Fig. 86 - Triângulo com os catetos X_L e R e hipotenusa Z

$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$

$$\cos\phi = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

$$\text{arcos}\,\phi = 0{,}8 \Rightarrow \phi = 37^o$$

O ângulo de defasagem entre V e I é 37º.

e) A potência dissipada no circuito é a potência dissipada na resistência, que, por sua vez, é a potência real.

$P = V_{EF} \,.\, I_{EF} \,.\, \cos\phi$

$P = 20 \,.\, 4 \,.\, \cos 37^o$

$P = 20 \,.\, 4 \,.\, 0{,}8$

$P = 64$ W

A potência vale 64W.

f) O diagrama fasorial está representado na figura 87.

$V_R = 16V$

$V_L = X_L \,.\, I = 3 \,.\, 4 = 12V$

$V = 20V$

$\phi = 37^o$

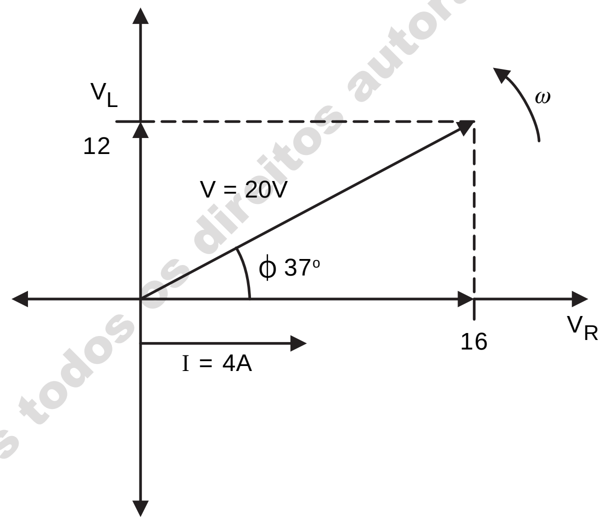


Fig. 87 - Diagrama Fasorial

5. Circuito R_L Paralelo

Um circuito R_L paralelo típico pode ser visto na figura 88, e o diagrama fasorial correspondente, na figura 89.

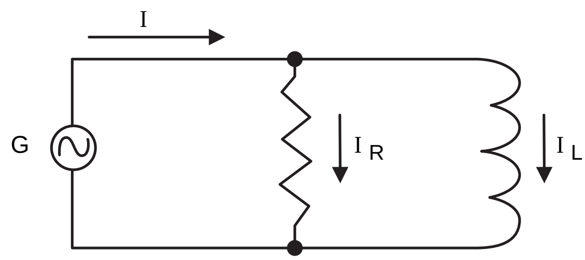


Fig. 88

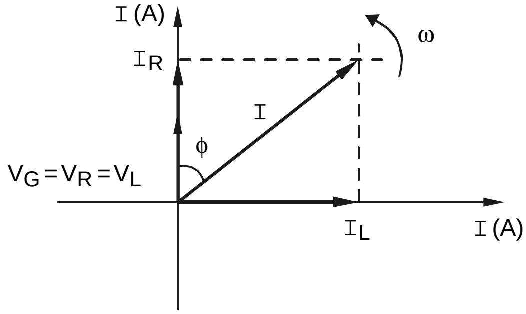


Fig. 89 - Diagrama fasorial

No diagrama da figura 89, notamos que a corrente no indutor I_L está atrasada 90º em relação à tensão V_L. Ao contrário do circuito R_L em série, aqui desenhamos o diagrama de corrente.

Obs.: a fase de V_G foi escolhida arbitrariamente.

Do triângulo de correntes, conseguimos:

$$\boxed{I^2 = I_R^2 + I_L^2 \Rightarrow I\sqrt{I_R^2 + I_L^2}}$$

Exemplo: Dado o circuito em paralelo da figura 90, vamos calcular:

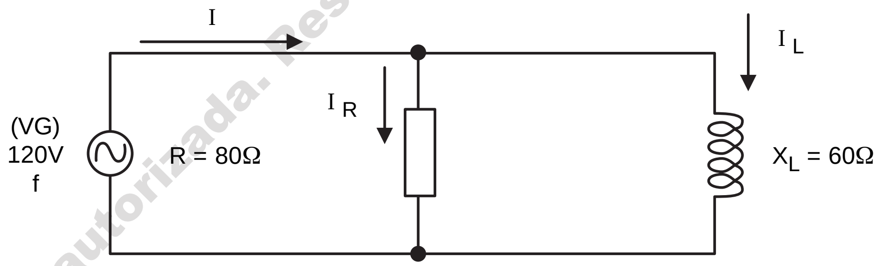


Fig. 90

a) A impedância.

b) As correntes I, I_R e I_L.

c) A potência aparente, a potência real e a potência reativa.

d) O fator de potência do circuito.

e) Desenhar o diagrama fasorial.

Solução:

a) $$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{80 \cdot 60}{\sqrt{80^2 + 60^2}} = \frac{4.800}{\sqrt{10.000}} = \frac{4.800}{100}$$

$$Z = 48\Omega$$

A impedância vale 48Ω.

b) $$I = \frac{120V}{48\Omega} = 2{,}5A$$

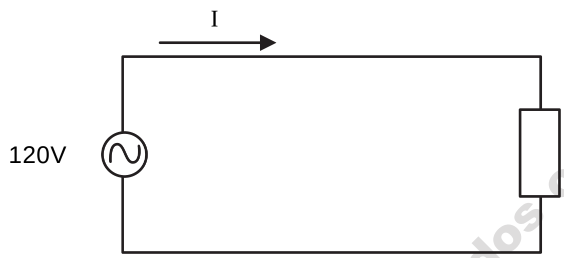


Fig. 91 - Impedância resultante

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{120V}{80\Omega} = 1{,}5A$$

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{120V}{60\Omega} = 2A$$

c)
$P_{aparente} = V_G \cdot I = 120 \cdot 2{,}5 = 300V.A$ ou $300W$

$P_{real} = V_R \cdot I_R = 120 \cdot 1{,}5 = 180W$

$P_{reativa} = V_L \cdot I_L = 120 \cdot 2 = 240V.A$ ou $240W$

A potência aparente vale 300W, a potência real 180W e a potência reativa 240W.

d) O fator de potência é a divergência entre a tensão e a corrente, portanto, será o cosseno do ângulo formado entre Z e R.

Curiosidade: alguns reatores para luminárias fluorescentes costumam trazer o fator de potência na forma de cosseno do ângulo formado entre a tensão e a corrente, indicado como cos φ.

$$FP = \cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{48}{80} = 0{,}6$$

$$FP = 0{,}6$$

e) O diagrama fasorial está representado na figura 92.

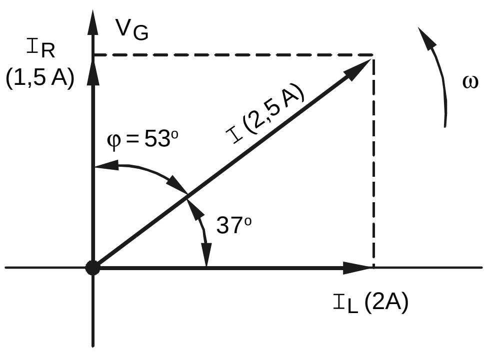


Fig. 92 - Diagrama fasorial

6. Capacitor

Capacitor é um dispositivo formado por, no mínimo, duas placas condutoras (denominadas armaduras) separadas por um material isolante chamado dielétrico.

O capacitor serve para armazenar cargas. Sua capacidade para isso depende da sua capacitância (C), que, por sua vez, depende da área das placas, do material e da espessura do dielétrico, o que já tivemos a oportunidade de estudar.

Ao ligarmos um capacitor a uma fonte de alimentação, sabemos que levará um certo tempo para que o capacitor carregue. O tempo de carga é dado pelo produto da capacitância pela resistência, ou seja:

$$\boxed{\tau = R \cdot C}$$

Onde:
τ: tempo de carga, em segundos (s)
R: resistência, em Ohms (Ω)
C: capacitância, em Farad (F)

Ao ligarmos um capacitor a uma fonte de tensão, através de uma resistência R, a tensão no capacitor levará um certo tempo até atingir o valor da tensão da fonte. Temos, na figura 93, um capacitor ligado em série com um resistor e uma fonte de alimentação.

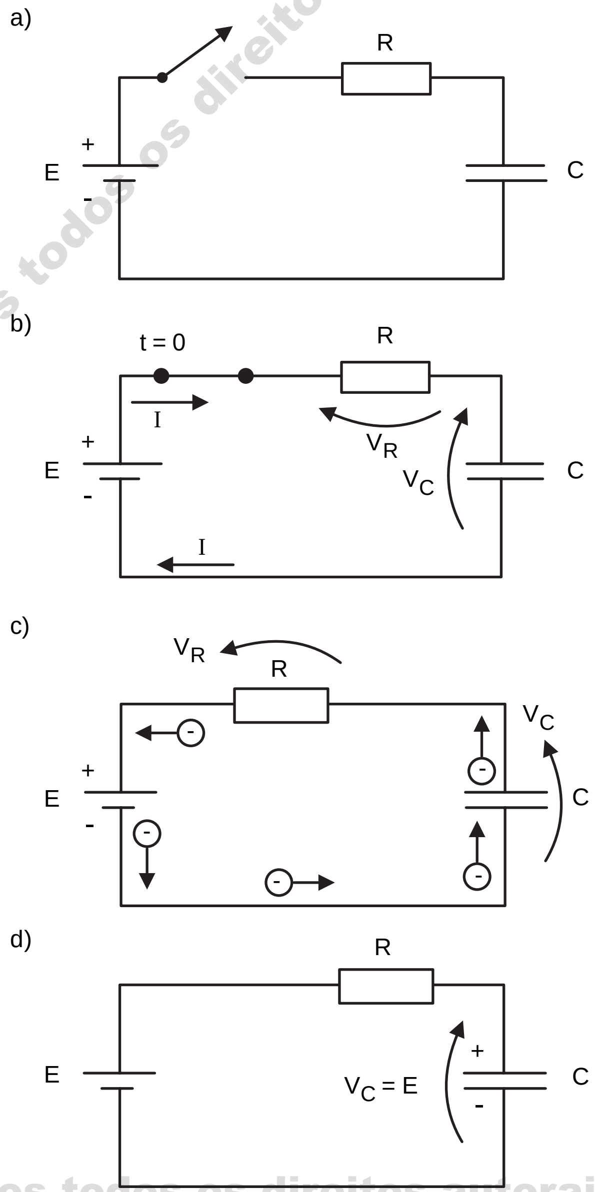


Fig. 93

Inicialmente, vamos considerar o capacitor descarregado. No instante em que a chave é fechada (t = 0), toda a tensão da fonte estará aplicada na resistência:

$$T = 0 \rightarrow \text{pela } 2^{a} \text{ Lei de Kirchhoff:}$$

$$V_R\,(t = 0) + V_C\,(t = 0) = E$$

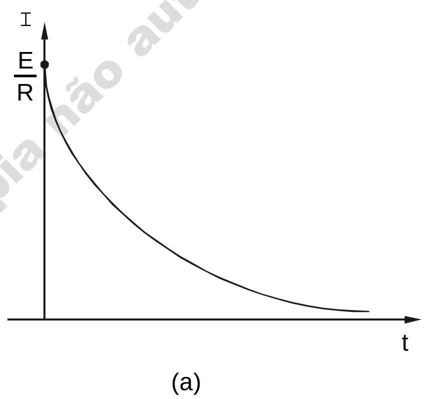
Como V_C (t = 0) = 0 (capacitor inicialmente descarregado)

$$V_R\,(t = 0) = E$$

$$\text{Logo, } I\,(t = 0) = \frac{E}{R}$$

Na realidade, não existe uma corrente passando através do capacitor, e sim uma movimentação de cargas de uma placa para a outra, através do circuito. Lembre-se de que não há passagem de elétrons, pois as placas estão isoladas por um material isolante. O que temos é um deslocamento de cargas positivas, dirigindo-se da placa inferior para a placa superior (deslocamento de elétrons).

Com a chegada de cargas no capacitor, aumenta a sua tensão e, conseqüentemente, diminui a tensão na resistência. Após algum tempo, a tensão no capacitor se tornará igual à tensão da fonte, ou pelo menos tenderá a ter a mesma tensão. O comportamento dinâmico das tensões e da corrente num circuito pode ser melhor entendido com os gráficos da corrente (em função do tempo) apresentados nas figuras 94a e 94b.



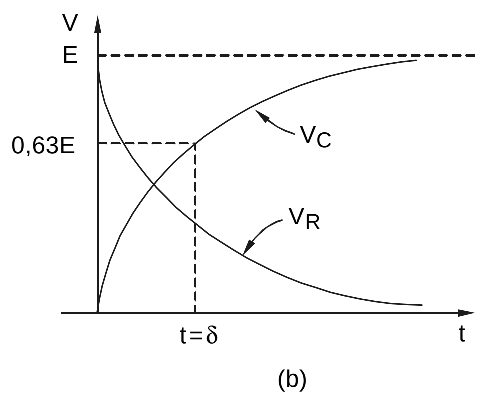


Fig. 94 - Gráficos da corrente em função do tempo

Observe, no gráfico da figura 94b, que a soma $V_C + V_R = E$, isto é, à medida que V_R diminui, V_C cresce na mesma proporção. A medida da velocidade de crescimento da tensão no capacitor é dada pela constante de tempo do circuito (τ), definida como:

$$\boxed{\tau = R \cdot C}$$

Fisicamente, a constante de tempo significa que, decorrendo um tempo igual a um período constante de tempo, a tensão no capacitor atinge 63% da tensão da fonte.

Na figura 91b, podemos também verificar que existe uma defasagem entre a tensão no capacitor e a corrente; quando uma é máxima, a outra é mínima e vice-versa, conforme já tivemos oportunidade de estudar em outros módulos.

A expressão que relaciona a tensão no capacitor com o tempo é dada por:

$$V_{C(t)} = E - E \cdot e^{\left(\frac{-T}{RC}\right)}$$

Colocando E em evidência, temos:

$$V_{C(t)} = E\left(1 - e^{\left(\frac{-T}{RC}\right)}\right)$$

Onde:
V_C: tensão no capacitor, em Volt (V)
E: tensão, em Volt (V)
t: tempo, em segundos (s)
R: resistência, em Ohms (Ω)
C: capacitância, em Farad (F)
E: base dos logaritmos naturais ou neperianos; é uma constante e vale 2,718281

A expressão da tensão no resistor é dada por:

$$\boxed{V_{C(t)} = E \cdot e^{\left(\frac{-T}{RC}\right)}}$$

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Essas expressões são chamadas de equações exponenciais, e a sua representação gráfica é mostrada na figura 94b.

Na expressão dada, consideramos o tempo dado em constantes de tempo e calculamos a tensão em função de E, para montarmos a tabela a seguir.

T	0	0,5RC	RC	2RC	4RC	5RC	10RC
$V_C(t)$	0	0,393E	0,632E	0,865E	0,981E	0,993E	≅ 1E

Colocando os dados da tabela em um gráfico, obtemos uma curva exponencial. Afinal, é uma função exponencial, como a mostrada na figura 95.

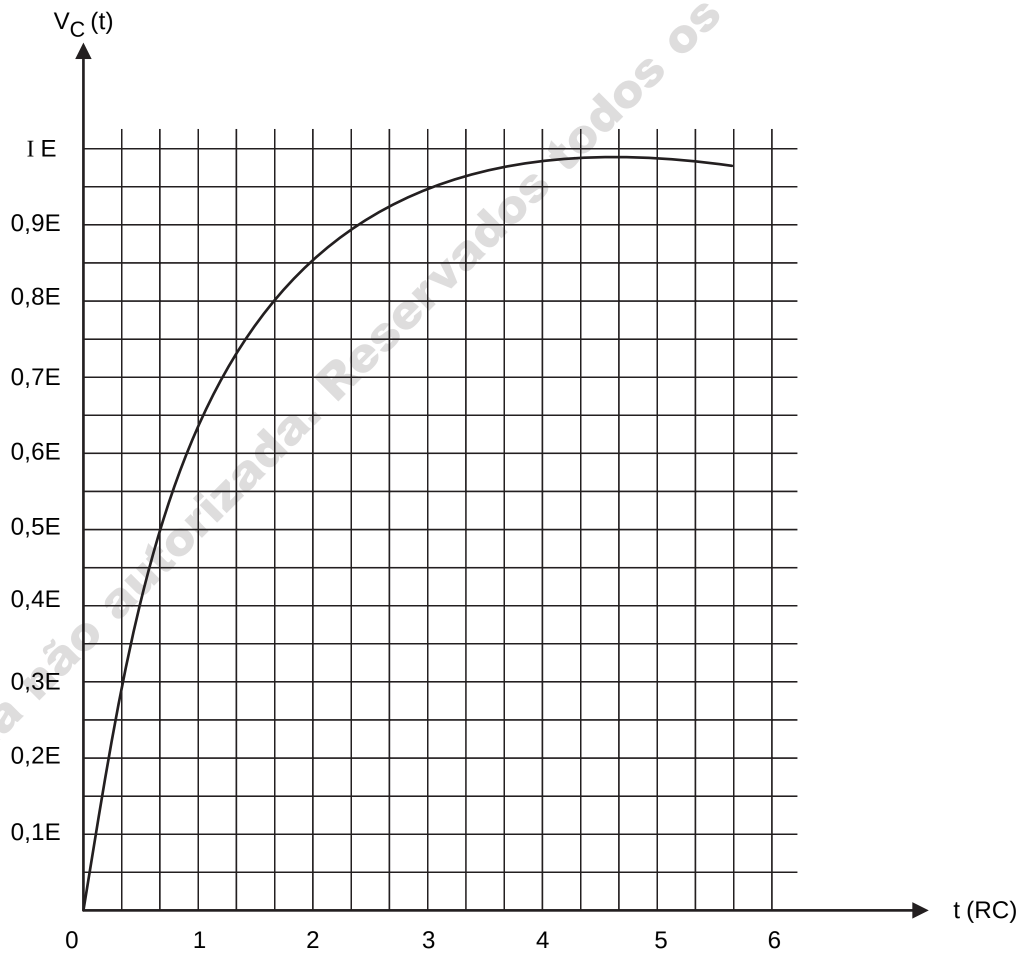


Fig. 95

Pelo gráfico, podemos concluir que o capacitor está totalmente carregado do ponto de vista prático, passado um tempo igual a:

$$t = 4t \ (V_C = 0{,}98E)$$

7. Correção do Fator de Potência (FP)

Antes de ensinar como corrigir o FP de uma instalação, vejamos o porquê dessa necessidade. Consideremos que uma instalação consome uma potência de 120kVA quando a tensão de alimentação for:

$$I = \frac{P_{AP}}{V_G} = \frac{120.000}{600} = 200A$$

Em casos de cargas puramente resistivas, como fogões elétricos, aquecedores, lâmpadas incandescentes, etc., toda a potência consumida será potência real, e o FP será igual a 1, pois $\varphi = 0$ e fica valendo a Lei de Ohm. A potência real é:

$$P = V_G \,.\, I \cos\varphi = 600 \,.\, 200 \,.\, 1 = 120kW$$

No caso de um circuito contendo resistência e indutância, e sendo o FP = 0,5 ($\cos\varphi = 0{,}5$), a potência real será:

$$P = V_G \,.\, I \cos\varphi = 600 \,.\, 200 \,.\, 0{,}5 = 60kW$$

É importante notar que a potência real diminui proporcionalmente com a redução do FP, enquanto a potência reativa aumenta. Se quisermos manter a mesma potência real com um FP menor, a potência aparente deve aumentar para:

$$P_{AP} = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{120.000}{0{,}2} = 240kVA$$

E a corrente consumida deve aumentar para:

$$I = \frac{P}{V_G} = \frac{240.000}{0{,}5} = 400A$$

Assim, algumas alterações devem ser realizadas para corrigir tal problema. Se houver transformador de entrada (nos casos de casa de força) com FP = 0,5, o transformador deve ser bem maior.

Como a corrente aumenta (dobra), há necessidade de trocar a fiação por outra bitola maior para evitar as perdas que provocarão a queda da tensão na linha. Assim, concluímos que é importante controlar o FP de uma instalação, procurando mantê-lo o mais próximo possível de 1.

A diminuição do FP de uma instalação se deve a vários fatores, dentre os quais citamos:

- Motores CA operando em vazio ou com pequena carga.
- Transformadores operando em vazio.
- Reatores de lâmpadas fluorescentes.

A melhoria do FP pode ser feita de outras maneiras, como, por exemplo, usando motores síncronos que ajudam na correção do FP.

No nosso estudo, consideraremos apenas a correção com o uso de capacitores, que oferecem algumas vantagens em relação aos outros métodos, tais como, tamanho pequeno, sem partes móveis, facilidade de operação, maior segurança e pouca dissipação de potência.

Em um circuito CA um capacitor tem a propriedade de adiantar a corrente em relação à tensão. Como um indutor atrasa a corrente em relação à tensão, a colocação de um capacitor pode compensar esse atraso. O ângulo de fase pode ser reduzido a zero e, por razões econômicas e práticas, basta manter o FP acima de 0,85.

O valor do capacitor que corrige o FP pode ser calculado da seguinte maneira: consideremos uma impedância Z indutiva, cujo ângulo de fase é $\varphi 1$, e queremos diminuir esse ângulo para φ. A colocação do capacitor em paralelo com a carga reduz o ângulo de fase de $\varphi 1$ para φ, o que equivale a dizer que o FP aumenta. Vejamos, nas figuras abaixo, um diagrama fasorial sem o capacitor (figura 96) e outro com o capacitor (figuras 97a e 97b)

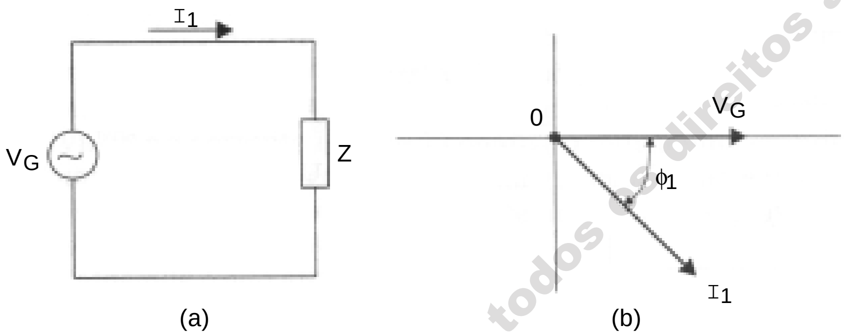


Fig. 96 - Diagrama fasorial sem o capacitor

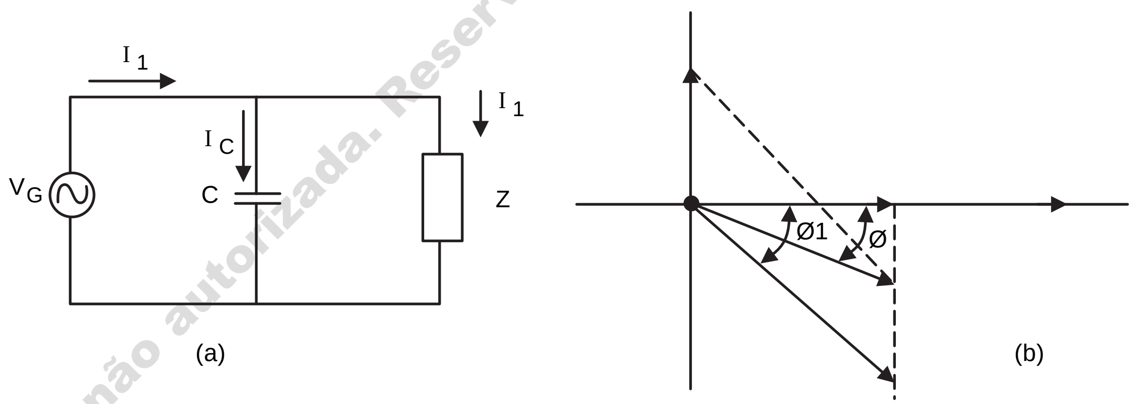


Fig. 97 - Diagrama fasorial com o capacitor

Observe que a colocação do capacitor não altera a potência real (ativa) do circuito; altera somente a potência aparente. Por isso, a colocação do capacitor deve ser tal que o valor da corrente I_R responsável pela parcela de potência real não mude.

Da fórmula de potência real:

$P = V_G . I . \cos\varphi$

Obtemos:

$$\overline{OC} = I_1 \, .\cos\varphi = \frac{P}{V_G}$$

$\overline{OC}$ é o novo valor da corrente a ser corrigida (figura 97b).

A corrente total no circuito corrigido é a soma vetorial mostrada na figura 97b, que, fazendo as transformações necessárias, nos levará à fórmula que permite determinar o valor do capacitor, a fim de corrigir o fator de potência.

$$\boxed{C = \frac{P}{\omega . V_G^2}(tg\varphi_1 - tg\varphi)}$$

Onde:
C: valor do capacitor, em Farad (F)
P: potência consumida em Watt (W)
V_G: tensão do gerador ou de alimentação, em Volt (V)
ω: constante $2\pi f$, onde f = 60Hz, ω = 377 rad/s
φ_1: valor do ângulo sem a correção do FP, em graus (°)
φ: novo valor do ângulo com o FP corrigido, em graus (°)

Já vimos que o indutor adianta a tensão e atrasa a corrente, enquanto o capacitor adianta a corrente e atrasa a tensão. Aprendemos, no módulo de Eletricidade, que o fator de potência é a divergência entre a tensão e a corrente, e, para corrigi-lo, é preciso colocar um capacitor em paralelo com a instalação que se deseja corrigir.

Alertamos que a correção do fator de potência se aplica somente às instalações industriais trifásicas, onde existem cargas indutivas, como motores e reatores de luminárias. Nas instalações domésticas, o baixo consumo de potência reativa não é levado em consideração pelas fornecedoras de energia elétrica. Há, no entanto, a colocação de capacitores nas subestações de distribuição para evitar a perda de energia.

Nas instalações industriais, quando a empresa estiver com o fator de potência muito baixo, a companhia que fornece energia avisa a indústria para que o corrija, informa em que patamar ele está e para quanto deve ser corrigido. A correção é feita com o uso de capacitores. A seguir, veremos um exemplo de correção do fator de potência, lembrando que, para ligações trifásicas, o critério adotado é o mesmo.

Um motor consome uma potência de 10kVA ligado em 600V. A empresa concessionária avisa que o FP está com valor de 0,6 e solicita que o aumente para 0,9. Calculemos o valor do capacitor que aumentará o FP, sendo a freqüência igual a 60Hz.

$\cos\varphi_1 = 0{,}6 \rightarrow \varphi = 53^o \rightarrow tg53^o = 1{,}33$

$\cos\varphi = 0{,}9 \rightarrow \varphi = 25^o \rightarrow tg25^o = 0{,}48$

P = 10kW

$\varphi = 377$ rd/s $\rightarrow 2\pi f = 2 \; . \; 3{,}1416 \; . \; 60$

V_G = 600V

$$C = \frac{P}{\omega . V_G^2}(tg\varphi_1 - tg\varphi) = \frac{10.000}{377.(600)^2} \, .(1{,}33 - 0{,}48)$$

$$C = \frac{10.000}{135720000} \, .0{,}85 = 0{,}0000626F = 62{,}6\mu F$$

8. Impedância Complexa

8.1 Circuitos RL

Vamos considerar o circuito RL em série e seu diagrama fasorial (figura 98).

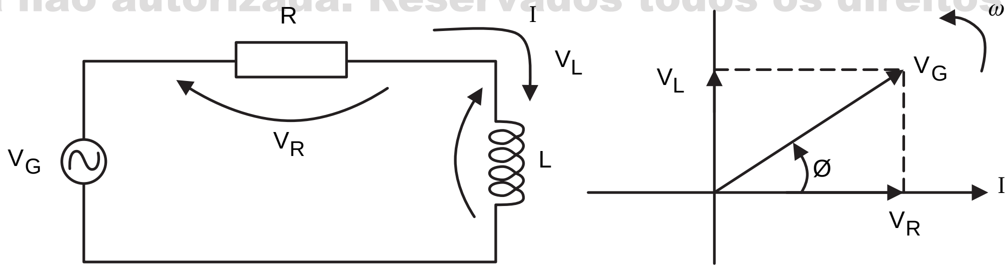


Fig. 98

Um fasor também tem um módulo e uma fase (ângulo). Isso sugere que elementos de circuito, como tensões e correntes, podem ser representados na forma de números complexos. Por exemplo, a tensão no indutor, $\dot{V}_L = |V_L|\angle 90^o$, a tensão no resistor $\dot{V}_R = |V_R|\angle 0^o$ e a corrente $\dot{I} = |I|\angle 0^o$. O ponto (•) indica uma grandeza que tem módulo e fase, complexo ou imaginário. Como é válida a 1ª Lei de Ohm em CA, para o indutor temos:

$$X_L = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{|V_L|\angle 90°}{|I|\angle 0°} = |X_L|\angle 90°$$

Obs.: a notação indica que se está trabalhando com números complexos ou imaginários.

Como $|X_L| = \omega . L$, a reatância indutiva é representada como um número complexo puro.

$$\left|\dot{X}_L\right| = j\omega L$$

Para o resistor, vale o mesmo raciocínio, lembrando que a parte imaginária será igual a zero, pois no resistor a tensão e a corrente estão em fase.

$$R = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = |V_R|$$

Isto significa que o resistor é uma impedância com a parte imaginária nula, uma vez que o ângulo do número complexo na forma polar vale 0º. A impedância do circuito RL série, na sua representação complexa, é:

$$\dot{Z} = R + j\omega L = |Z| \underline{\left| \, arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right) \right.}$$

Para compreender melhor a aplicação destas fórmulas, vejamos um exemplo.

Vamos apresentar as expressões da corrente e calcular o ângulo de defasagem entre tensão e corrente para o circuito RL em série da figura 99.

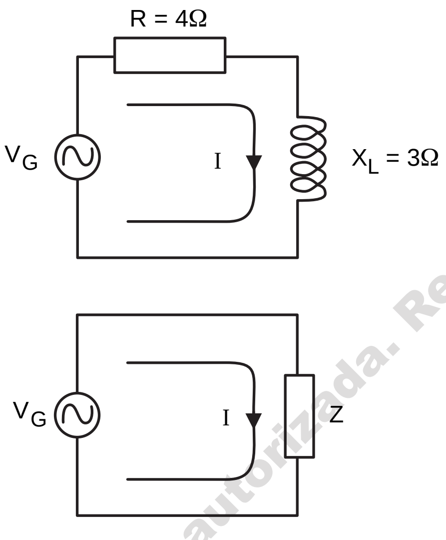


Fig. 99

Dados:

$V_G = 20 \underline{|0^o}\ V$

Usamos o valor eficaz V_G. Se usarmos um número imaginário na forma cartesiana (a + bi), o valor do resistor é a parte real 4, e o do indutor, a parte imaginária 3i, ou seja, j3.

$a = +4$ e $b = +3$

$\text{módulo} = \sqrt{a^2 + b^2}$

$m = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25}$

$\theta = arctg\frac{b}{a}$

$\theta = arctg\frac{3}{4}$

$\theta = arctg\ 0{,}75$

$\theta \cong 37^o$

$\dot{Z} = 4 + j3$

Passando para a forma polar, temos:

$5 \underline{|37^o}$

$\dot{I} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{20 \underline{|0^o}}{5 \underline{|37^o}}$

Dividindo os números imaginários, temos:

$4 \underline{|-37^o}$ A

$i = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t - 37)$ A

O diagrama fasorial correspondente está representado na figura 100.

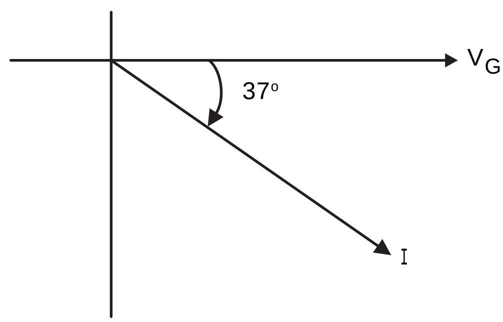


Fig. 100

Como o valor do ângulo é negativo, ele está apontando para baixo.

E o diagrama fasorial pode ser desenhado de outra maneira, com ângulo positivo (figura 101).

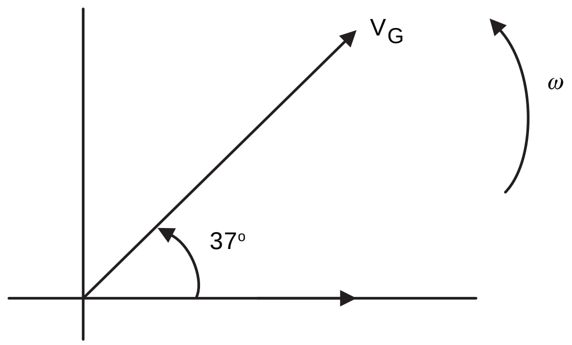


Fig. 101

Agora o ângulo é positivo, mas o que importa é que tanto num caso quanto no outro a corrente está 37° atrasada em relação à tensão.

Para o circuito RL paralelo da figura 102, vamos determinar a impedância e a corrente.

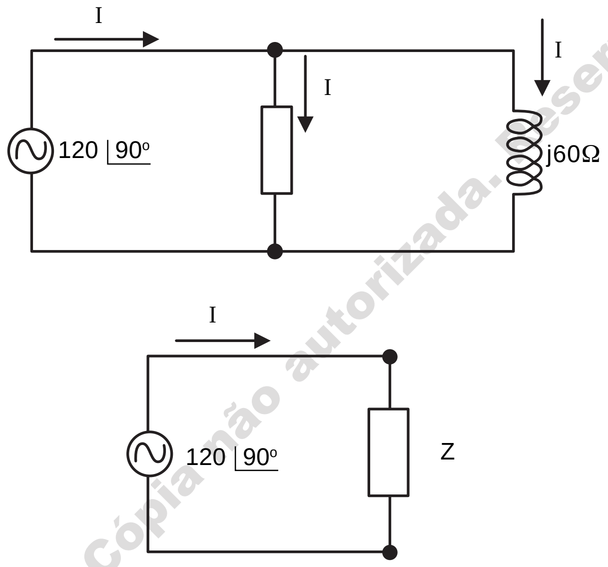


Fig. 102

Para determinar a impedância, temos:

$\dot{Z} = \dot{R}$, que está em paralelo com $\dot{X}_L$, onde $R = 80\angle 0°$ pois, no resistor a corrente e a tensão estão em fase.

$\dot{X} = 60\angle 90°$ → Como é indutor, o ângulo será positivo

$$\dot{Z} = \frac{\dot{R} . \dot{X}_L}{\dot{R} + \dot{X}_L}$$

$$Z = \frac{80\angle 0° . 60\angle 90°}{80 + I60}$$

Importante: para somar números complexos, é melhor passá-los para a forma algébrica e depois voltar para a forma polar. Em caso de dúvida, consulte o módulo Matemática Aplicada II.

a = 80 e b = 60

$m = \sqrt{80^2 + 60^2}$

$m = \sqrt{10000}$

m = 100

$\theta = \text{arctg}\,\frac{b}{a}$

$\theta = \text{arctg}\,\frac{60}{80}$

θ = arctg 0,75

$\theta \cong \angle 37°$

100 37°

Efetuando as operações, temos:

$$\dot{Z} = \frac{4.800\angle 90°}{100\angle 37°}$$

A impedância vale:

$$\dot{Z} = 48\angle 53°$$

Cálculo da corrente, pela Lei de Ohm:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}}$$

$$\dot{I} = \frac{120\angle 90°}{48\angle 53°} = 2{,}5\angle 90 - 53$$

Portanto, a corrente vale $\dot{I} = 2{,}5 \angle 37°$ (Ampère)

8.2 Circuito RC

Da mesma forma que fizemos com os circuitos RL, os circuitos RC também podem ser representados na forma complexa. Consideramos um circuito RC em série e seu diagrama fasorial como o da figura 103.

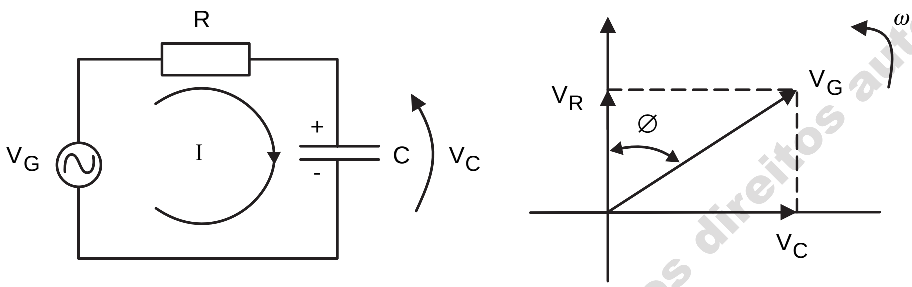


Fig. 103

Analisando o diagrama fasorial da figura 103, vemos que:

$$\dot{I} = |I| \angle 90° \leftarrow \text{Corrente adiantada } 90°$$

$$\dot{X}_C = \frac{V_C}{I}$$

a tensão está atrasada 90º
em relação à tensão

$$X_C = \frac{V_C \angle -90°}{|I|} = |X_C| \angle -90°$$

Sinal negativo sempre

A reatância de um capacitor na forma complexa será:

$$\dot{X}_C = -j\frac{1}{\omega.C}$$

Se multiplicarmos o numerador e o denominador da última expressão por j e, lembrando que $j^2 = -1$, teremos a outra forma complexa da reatância capacitiva.

$$\dot{X}_C = \frac{1}{j.\omega.C}$$

O resistor na forma complexa, como já foi visto, não tem parte imaginária, já que a tensão e a corrente estão em fase. Lembre-se de que o diagrama fasorial da figura 103b gira com velocidade angular ω (em π radianos), e a posição dos fatores é pura conveniência, pois eles poderiam também ser representados como na figura 104.

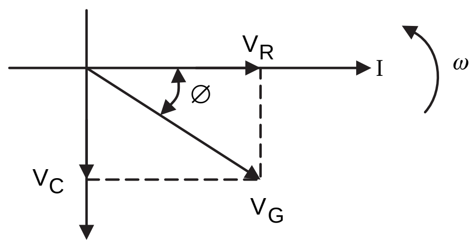


Fig. 104

O importante é que, tanto num caso como no outro, a corrente no circuito está sempre adiantada em relação à tensão do gerador (V_G). A tensão V_G, que também pode ser representada na forma complexa, é obtida somando-se V_R com V_C:

$\dot{V}_G = \dot{V}_R + \dot{V}_C \rightarrow$ Pois se trata de um circuito série

Ao dividirmos essa expressão por $\dot{I}$, o resultado é:

$$\frac{\dot{V}_G}{\dot{I}} = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}} + \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}}$$

Onde:

$\dfrac{\dot{V}_R}{\dot{I}} = R$: resistência ôhmica do circuito, em Ohms (Ω)

$\dfrac{\dot{V}_G}{\dot{I}} = \dot{Z}$: impedância complexa do circuito, em Ohms (Ω)

$\dfrac{\dot{V}_C}{\dot{I}} = -j\dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{j\omega C}$: reatância do capacitor, em Ohms (Ω)

Dessa forma, a impedância do circuito valerá:

$$\boxed{\dot{Z} = R - j\frac{1}{\omega C}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\dot{Z} = R + j\frac{1}{j\omega C}}$$

Obs.: importante lembrar que ω vale $2\pi f$.

Vejamos dois exemplos:

1º) Para o circuito RC em série (figura 105) determinar:

a) a impedância complexa;

b) a expressão matemática da corrente;

c) o diagrama fasorial.

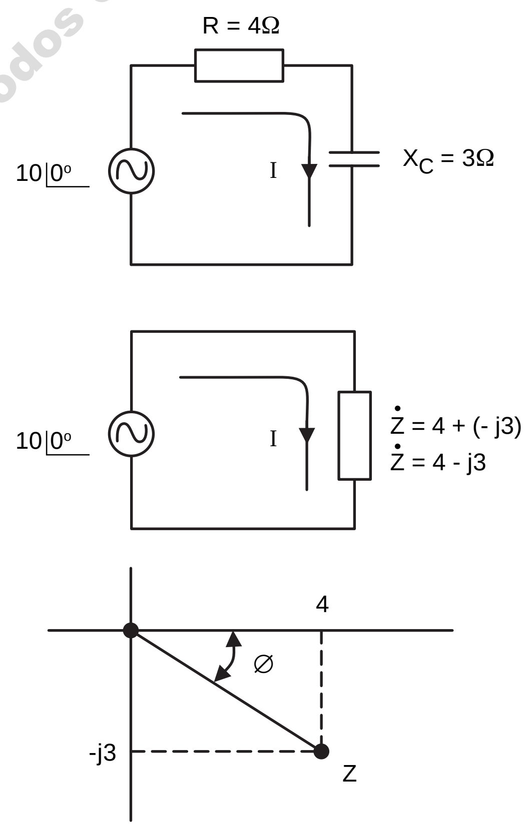


Fig. 105

a) $\dot{Z} = 4 - j3 = 5\,\underline{|-37^\circ}$

b) $\dot{I} = \dfrac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \dfrac{10\,\underline{|0^\circ}}{5\,\underline{|-37^\circ}} = 2\,\underline{|37^\circ}$ (Ampères)

O resultado obtido representa que a corrente está adiantada 37º em relação à tensão.

c) Veja, na figura 106, o diagrama dos fasores:

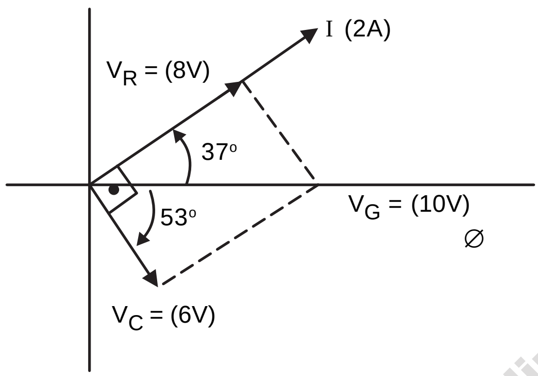


Fig. 106

$$\dot{V}_C = \dot{X}_C.I = 3\underline{|-90^\circ}.2\underline{|37^\circ} = 6\underline{|-53^\circ}$$

O resultado obtido representa que a tensão está atrasada 53º em relação à tensão.

2º) Para o circuito RC paralelo da figura 107, determinar:

a) a impedância complexa;

b) a expressão matemática da corrente do gerador.

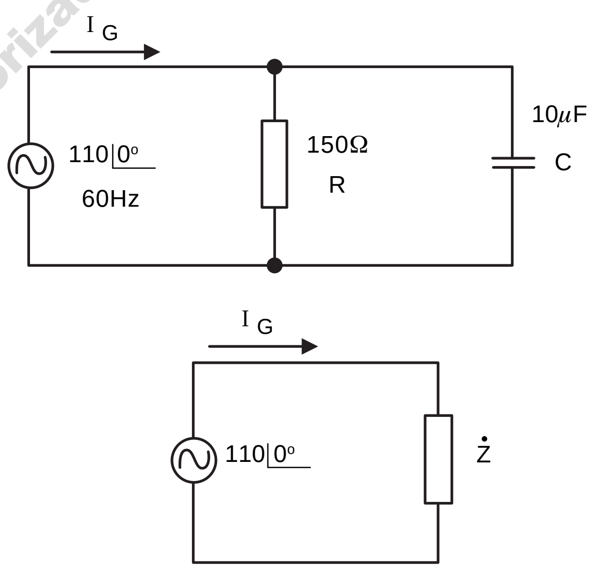


Fig. 107

. . . . .

$$\left|\dot{X}c\right| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 60 \,.\, 10 \,.\, 10^{-6}} = \frac{1}{377.10^{-5}} = 265\Omega$$

$$\dot{Z} = \dot{R}//\dot{X}_C$$

Importante lembrar que a representação gráfica // indica que $\dot{R}$ e $\dot{X}_C$ estão em paralelo. Usando conceito visto em eletricidade básica, quando temos dois resistores em paralelo vale a equação:

$$\dot{Z} = \frac{150 \angle 0^o \,.\, 265 \angle -90^o}{150 + (\underbrace{-}_{\text{O sinal é negativo porque é um capacitor}} 265J)}$$

$$\frac{150 \angle 0^o \,.\, 265 \angle -90^o}{150 - 265J}$$

a = 150 e b = – 265

$m = \sqrt{150^2 + 265^2}$

$m = \sqrt{22500 + 70225}$

$m = 304$

$\theta = \text{arctg}\ \frac{b}{a}$

$\theta = \text{arctg}\ \frac{-265}{150} =$

$\theta = \text{arctg}\ (-1{,}76)$

$\theta = -60^o$

$m \angle 0^o = 304 \angle -60^o$

$$\dot{Z} = \frac{150 \angle 0^o \,.\, 265 \angle -90^o}{304 \angle -60^o}$$

$$\dot{Z} = \frac{39750 \angle -90^o}{304 \angle -60^o}$$

$$\dot{Z} = 130{,}5 \angle -30^o$$

Aplicando Lei de Ohm temos:

b) $\dot{I}_G = \dfrac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \dfrac{100\underline{|0^\circ}}{130{,}5\underline{|-30^\circ}} = 0{,}84\ \underline{|0 - (-30^O)}$

$\dot{I}_G = 0{,}84\underline{|30^\circ}$

$\dot{I}_G = 0{,}84\sqrt{2}.\mathrm{sen}(\omega t + 30)$ (Ampères)

8.3 Circuitos Mistos RLC

A grande vantagem de se usar números complexos está nos casos em que aparecem mais de uma malha. Veja os exemplos a seguir.

1º) Para o circuito da figura 108 (associação série-paralelo RL), determinar:

a) a impedância complexa;

b) a corrente do gerador em cada ramo;

c) o diagrama fasorial.

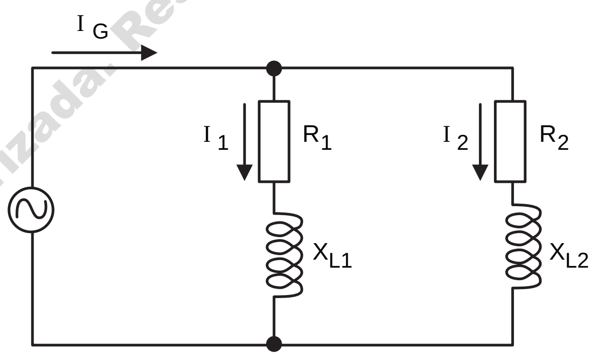


Fig. 108

Dados:
$R_1 = 50\ \Omega$
$R_2 = 50\ \Omega$
$V_G = 110\sqrt{2}.\mathrm{sen}\omega t = 110\underline{|0^O}$
$X_{L1} = 20\ \Omega$
$X_{L2} = 80\ \Omega$

a) Podemos representar as impedâncias como na figura 109:

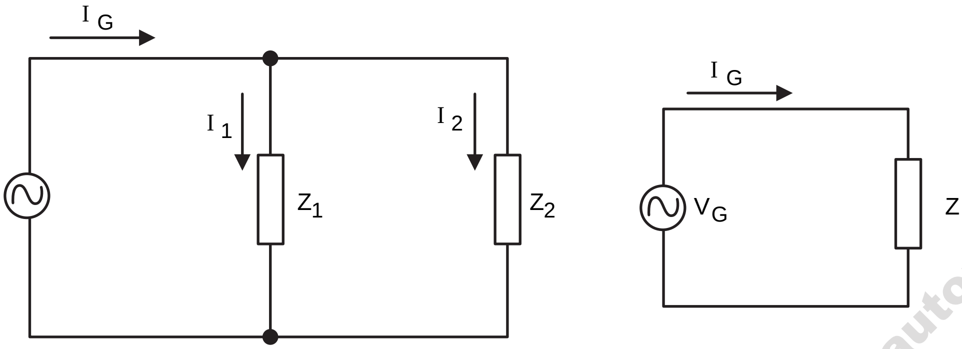


Fig. 109 - Diagrama equivalente das impedâncias

Desenvolvendo as equações, temos:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 . \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

$$\dot{Z}_1 = 50 + 20i = 53{,}3\angle 21{,}8°$$

$$\dot{Z}_2 = 50 + 80i = 93{,}3\angle 58°$$

$$\dot{Z} = \frac{53{,}3\angle 21{,}8 . 94{,}3\angle 58°}{(50 + 20i) + (50 + 80i)} = \frac{5026{,}19\angle 79{,}8°}{100 + 100i} = \frac{5026{,}19\angle 79{,}8°}{141\angle 45°}$$

$$(100 + 100i) \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} a = 100 \cos 100° = 141 \\ b = 100 \operatorname{sen} 100° = 45 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 141\angle 45°$$

$$\dot{Z} = 35{,}6\angle 34{,}8°$$

Aplicando a Lei de Ohm podemos calcular a corrente:

$$b) \quad \dot{I}_G = \frac{V_G}{Z} = \frac{110\,\underline{|0°}}{35{,}6\,\underline{|34{,}8°}} = 3{,}09\,\underline{|-34{,}8°}$$

$$\dot{I}_G = 3{,}09.\sqrt{2}.\,\text{sen}(\omega t - 34{,}8)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}_1} = \frac{110\,\underline{|0°}}{53{,}3\,\underline{|21{,}8°}} = 2{,}06\,\underline{|-21{,}8°}$$

$$\dot{I} = 2{,}06.\sqrt{2}.\,\text{sen}(\omega t - 21{,}8) \quad \text{(Ampères)}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{V_G}{Z_2} = \frac{110\,\underline{|0°}}{94{,}3\,\underline{|58°}} = 1{,}16\,\underline{|-58°} \quad \text{(Ampères)}$$

Você observou que todas as correntes possuem ângulos negativos? Isso significa que as correntes estão atrasadas em relação à tensão (circuito indutivo).

O diagrama fasorial está representado na figura 110:

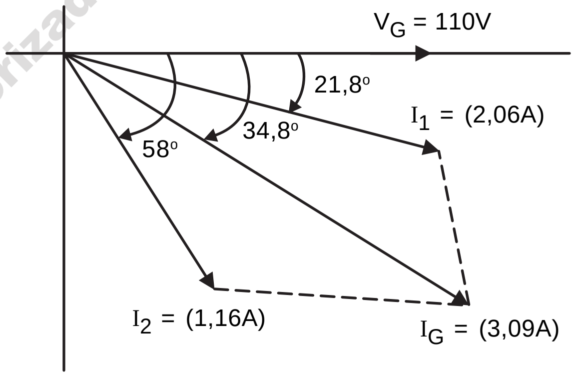


Fig. 110

2º) Para o circuito da figura 111 (associação em série-paralelo RLC), determinar:

a) a impedância do circuito;

b) I_G, $\dot{I}_1$, I_2;

c) o diagrama fasorial.

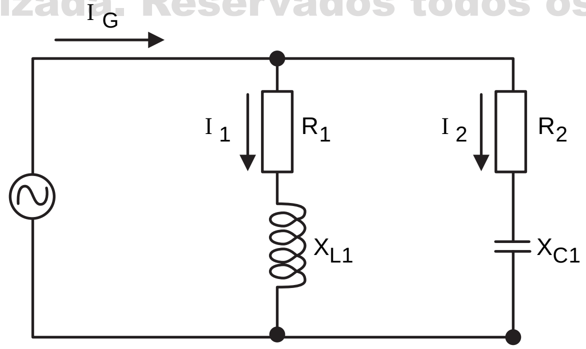


Fig. 111

Dados:

$\dot{V}_G = 110\angle 90°$

$R_1 = 4\Omega$ $\quad X_{L1} = 3\Omega$

$R_2 = 3\Omega$ $\quad X_{L2} = 4\Omega$

a) Podemos decompor as impedâncias fazendo o desenho da figura 112:

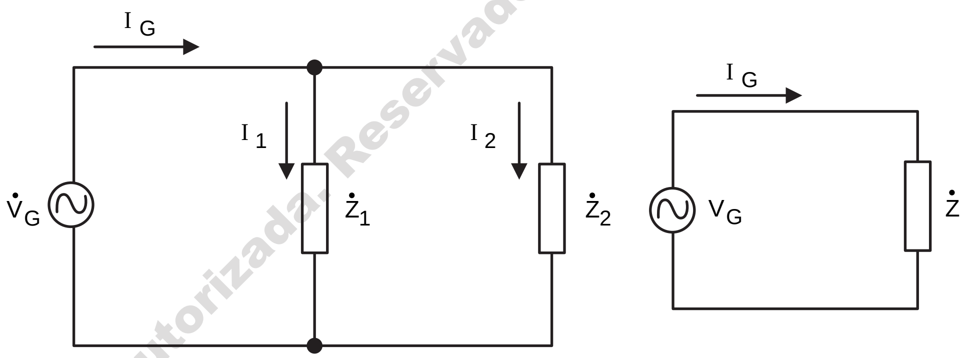


Fig. 112 - Esquema equivalente das impedâncias

$\dot{Z}_1 = 4 + j3 = 5\angle 36{,}8°$ (circuito série)

capacitor

$\dot{Z}_2 = 3 - j4 = 5\angle -53{,}1°$ (circuito série)

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 // \dot{Z}_2 = \frac{Z_1.Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5\angle 36{,}8°.5\angle -53{,}1°}{(4 + j3) + (3 - j4)} = \frac{25\angle -16{,}3°}{(7 - j1)}$$

significa que o efeito capacitivo prevalecerá

$$\dot{Z} = \frac{25\angle -16{,}3°}{7{,}07\angle -8{,}1°} = 3{,}53\angle -8{,}2°$$

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Na forma algébrica $3{,}53\underline{|-8{,}2°}$ vale: (3,49 – j0,5) (Ω), pois a impedância é dada em resistência.

$$b)\quad \dot{I} = \frac{V_G}{Z} = \frac{110\,\underline{|90°}}{3{,}53\,\underline{|-8{,}2°}} = 31{,}11\,\underline{|98{,}2°}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}_1} = \frac{110\,\underline{|90°}}{5\,\underline{|36{,}8°}} = 22\,\underline{|53{,}2°}$$

$$\dot{I}_1 = 22.\sqrt{2}.\text{sen}(\omega t + 53{,}2)\quad (A)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{V_G}{Z_2} = \frac{110\,\underline{|90°}}{5\,\underline{|-53{,}1°}} = 22\,\underline{|143{,}1°}\quad (A)$$

Você observou que todas as correntes possuem ângulo positivo (circuito capacitivo), o que significa que a corrente está adiantada em relação à tensão.

c) O diagrama fasorial está representado na figura 113:

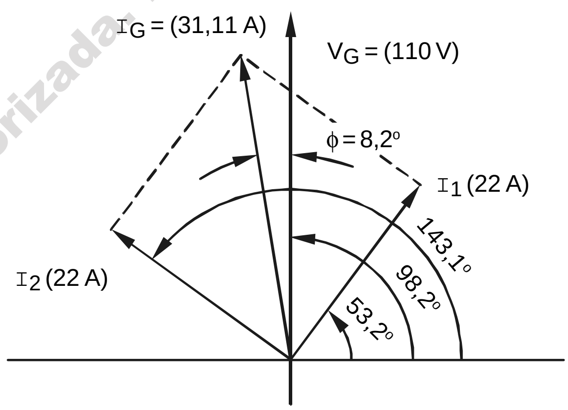


Fig. 113 - Diagrama fasorial

3º) No circuito da figura 114, vamos determinar a impedância e todas as correntes, considerando os valores em ohms.

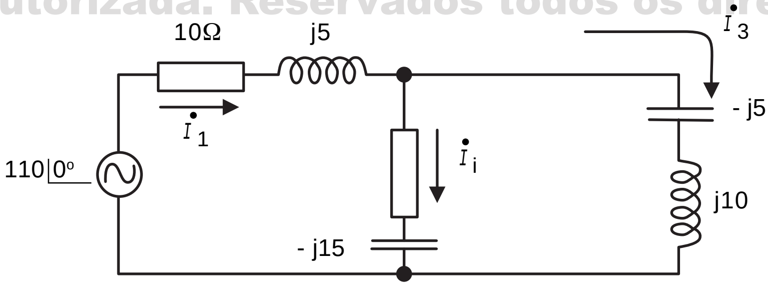


Fig. 114

Decompondo as impedâncias, obtemos a figura 115:

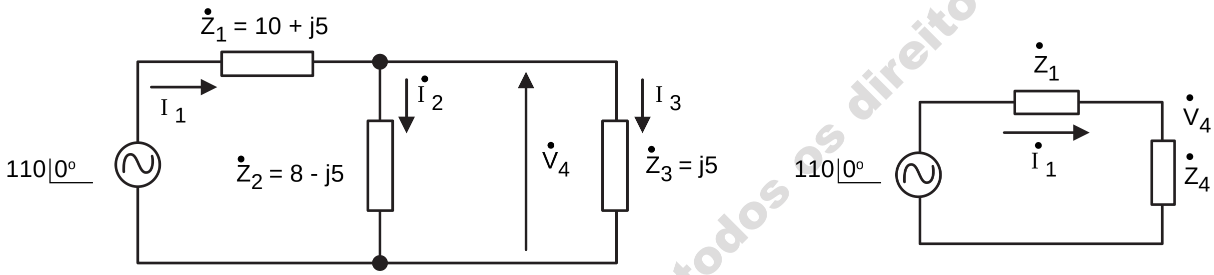


Fig. 115 - Decomposição das impedâncias

$\dot{Z}_1 = 10 + j5 = 11{,}2\ \underline{|26{,}5^{\circ}}$

$\dot{Z}_2 = 8 - j5 = 9{,}4\ \underline{|-32^{\circ}}$

$\dot{Z}_3 = j5 = 5\ \underline{|90^{\circ}}$

Na figura 116, mostramos a resultante de todas as impedâncias do circuito.

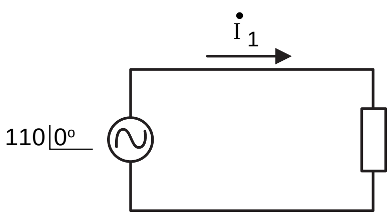


Fig. 116 - Impedância

Para a resolução deste exercício é necessário ter um bom conhecimento de circuito em série e paralelo.

$$\dot{Z}_4 = \dot{Z}_2 // \dot{Z}_3 = \frac{9{,}4\angle -32^\circ . 5\angle 90^\circ}{(8-j5)+j5} = \frac{47\angle 58^\circ}{8}$$

$$Z_4 = 5{,}87\angle 58^\circ = 3{,}11 + j4{,}98 \quad \text{(Ohm)}$$ → Veja a transformação de polar para retangular

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_4 = (10 + j5) + (3{,}11 + j4{,}98)$$

$$\dot{Z} = 13{,}11 + j9{,}98 = 16{,}47\angle 37{,}2^\circ \quad \text{(Ohm)}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{110\angle 0^\circ}{16{,}47\angle 37{,}2^\circ} = 6{,}68\angle -37{,}3^\circ \quad \text{(Ampère)}$$

Vamos calcular a tensão em Z_4, que será mesma para Z_2 e Z_3:

$$\dot{V}_4 = Z_4 . I_1 = 5{,}87\angle 58^\circ . 6{,}68\angle -37{,}2^\circ = 39{,}2\angle 20{,}9^\circ \quad \text{(Volt)}$$

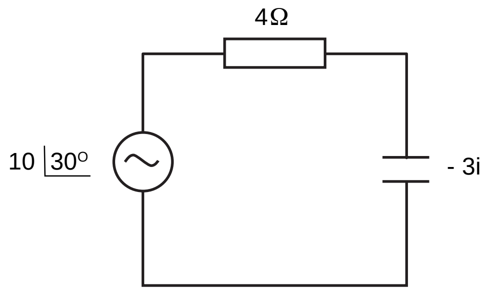
$$\dot{I}_2 = \frac{V_4}{Z_2} = \frac{39{,}2\angle 20{,}8^\circ}{9{,}4\angle -32^\circ} = 4{,}17\angle 52{,}8^\circ \quad \text{(Ampère)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{V_4}{Z_3} = \frac{39{,}2\angle 20{,}8^\circ}{5\angle 90^\circ} = 7{,}84\angle -69{,}2^\circ \quad \text{(Ampère)}$$

Exercícios Propostos

1 – Calcule a I_T do circuito mostrado na figura 117:

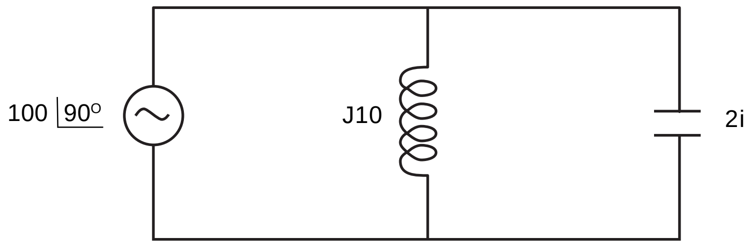
Fig. 117



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

2 – Calcule a corrente total do circuito da figura 118:

Fig. 118



Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

3 – Um motor monofásico de 220V/60Hz consome 2,4 KW com FP = 0,6. Determine o valor do capacitor para corrigir o valor do fator de potência para 0,9.

4 – O FP:
( ) a) deve ter $\cos\varphi$ próximo de 0^o;
( ) b) deve ter um valor próximo de 1;
( ) c) o $\cos\varphi$ é usado na sua correção;
( ) d) o $\cos\varphi$ e o $\text{sen}\varphi$ são iguais, pois a tensão tem forma cossenoidal ou senoidal;
( ) e) nenhuma das alternativas anteriores.

5 – Para a correção do FP, deve-se:
( ) a) calcular novo indutor;
( ) b) usar o máximo possível de reatores para lâmpadas;
( ) c) informar-se com a concessionária qual o valor do $\cos\varphi$ atual antes de corrigi-lo;
( ) d) usar motores sem carga;
( ) e) nenhuma das alternativas anteriores.

6 – Qual das potências deve ser reduzida em um circuito com corrente alternada?
( ) a) aparente;
( ) b) real;
( ) c) reativa;
( ) d) útil;
( ) e) nenhuma das alternativas anteriores.

Respostas dos Exercícios Propostos

Lição 2

1) $V_2 = 8{,}25V$

2) $R_1 = 8750\Omega$

3) $R_2 = 72\Omega$

4) $R_1 = 1000\Omega$
$R_2 = 4700\Omega$
$R_3 = 3300\Omega$

Lição 3

1) $VR_1 = 20V$
$VR_2 = 10V$

2) 2V

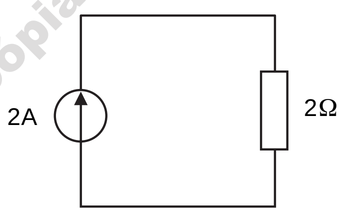
Lição 4

1) $E_{AB} = 12V$

2) 10Ω

Lição 5

1)



2) $I_N = 10A$

Lição 6

1) $V_P = 30V$

2) $I_L = 14{,}84A$

Lição 7

1) $C = 16\eta F$

2) $R \cong 8K\Omega$

3) $C \cong 2{,}5\mu F$

Lição 8

1) $I_T = 2\angle 67^{o}$ (A)

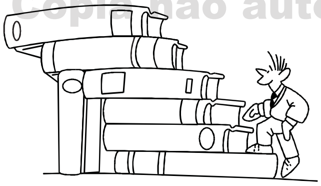
2) $I_T = 40\angle 180^{o}$ (A)

3) $C = 112\ \mu F$

4) B

5) C

6) C



Bibliografia

O'MALEY, John
Análise de Circuitos
Editora Makron Books

ALBUQUERQUE, Rômulo Oliveira
Análise de Circuitos em Corrente Contínua
Editora Érica

AIUB, José Eduardo
FOLONI, Enio
Eletrônica

GUSSOW, Milton
Eletricidade Básica
Editora McGraw-Hill

CAPUANO, Francisco Gabriel
MARINO, Maria Aparecida Mendes
Laboratório de Eletricidade e Eletrônica
Editora Érica

MARKUM, Otávio
CIPELLI, Marco
Circuitos Elétricos - Teoria e Exercícios
Editora Érica

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.

Pesquisa de Avaliação

129 - Circuitos Elétricos

Caro Aluno:

Queremos saber a sua opinião a respeito deste fascículo que você acaba de estudar.

Para que possamos aprimorar cada vez mais os nossos serviços, oferecendo um material didático de qualidade e eficiente, é muito importante a sua avaliação.

Sua identificação não é obrigatória. Responda as perguntas a seguir assinalando a alternativa que melhor corresponda à sua opinião (assinale apenas UMA alternativa). Você também pode fazer sugestões e comentários por escrito no verso desta folha.

Na próxima correspondência que enviar à Escola, lembre-se de juntar sua(s) pesquisa(s) respondida(s).

O **Instituto Monitor** agradece a sua colaboração.

A Editora.

Nome (campo não obrigatório): ____

Nº de matrícula (campo não obrigatório): ________________

Curso Técnico em:

- ☐ Eletrônica
- ☐ Transações Imobiliárias
- ☐ Contabilidade
- ☐ Secretariado
- ☐ Informática
- ☐ Gestão de Negócios
- ☐ Telecomunicações

QUANTO AO CONTEÚDO

1) A **linguagem dos textos** é:

- ☐ a) sempre clara e precisa, facilitando muito a compreensão da matéria estudada.
- ☐ b) na maioria das vezes clara e precisa, ajudando na compreensão da matéria estudada.
- ☐ c) um pouco difícil, dificultando a compreensão da matéria estudada.
- ☐ d) muito difícil, dificultando muito a compreensão da matéria estudada.
- ☐ e) outros: ____

2) Os **temas abordados** nas lições são:

- ☐ a) atuais e importantes para a formação do profissional.
- ☐ b) atuais, mas sua importância nem sempre fica clara para o profissional.
- ☐ c) atuais, mas sem importância para o profissional.
- ☐ d) ultrapassados e sem nenhuma importância para o profissional.
- ☐ e) outros: ____

3) As **lições** são:

- ☐ a) muito extensas, dificultando a compreensão do conteúdo.
- ☐ b) bem divididas, permitindo que o conteúdo seja assimilado pouco a pouco.
- ☐ c) a divisão das lições não influencia Na compreensão do conteúdo.
- ☐ d) muito curtas e pouco aprofundadas.
- ☐ e) outros: ____

QUANTO AOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

4) Os **exercícios propostos** são:

☐ a) muito simples, exigindo apenas que se decore o conteúdo.
☐ b) bem elaborados, misturando assuntos simples e complexos.
☐ c) um pouco difíceis, mas abordando o que se viu na lição.
☐ d) muito difíceis, uma vez que não abordam o que foi visto na lição.
☐ e) outros: ____

5) A **linguagem dos exercícios propostos** é:

☐ a) bastante clara e precisa.
☐ b) algumas vezes um pouco complexa, dificultando a resolução do problema proposto.
☐ c) difícil, tornando mais difícil compreender a pergunta do que respondê-la.
☐ d) muito complexa, nunca consigo resolver os exercícios.
☐ e) outros: ____

QUANTO À APRESENTAÇÃO GRÁFICA

6) O **material** é:

☐ a) bem cuidado, o texto e as imagens são de fácil leitura e visualização, tornando o estudo bastante agradável.
☐ b) a letra é muito pequena, dificultando a visualização.
☐ c) bem cuidado, mas a disposição das imagens e do texto dificulta a compreensão do mesmo.
☐ d) confuso e mal distribuído, as informações não seguem uma seqüência lógica.
☐ e) outros: ____

7) As **ilustrações** são:

☐ a) bonitas e bem feitas, auxiliando na compreensão e fixação do texto.
☐ b) bonitas, mas sem nenhuma utilidade para a compreensão do texto.
☐ c) malfeitas, mas necessárias para a compreensão e fixação do texto.
☐ d) malfeitas e totalmente inúteis.
☐ e) outros: ____

Lembre-se: você pode fazer seus comentários e sugestões, bem como apontar algum problema específico encontrado no fascículo. ***Sinta-se à vontade!***

PAMD1

Sugestões e comentários

Cópia não autorizada. Reservados todos os direitos autorais.