

Énigmes mathématiques

Cycle 3



Nombres et calcul

Le désert
Les nombres premiers
Méli-mélo
Les bonsaïs
Le disque
Les sabliers
« 1 ou 0 »

Espace et géométrie

La cible
Le carré
Les rectangles
Jeu set et match
Euro 2016
Sont-ils différents ?

Grandeurs et mesure

La ramette de papier
La vie en secondes
Les grains de riz
La hauteur de l'école
Les tours de roue de vélo
De bons anniversaires
Le poids du sucre
De la terre au soleil
La roue tourne
Le tour de l'Europe
La livraison à l'opéra
Hortense la vache affamée
Un petit tour de pyramide
Blanchette dans le jardin
« Tic-tac »
Route 66



Nombres et calculs

Le désert

Énigme 2012

Ramsès a acheté des chameaux et dromadaires, tous normaux.

**Au total, il compte 21 bosses et 52 pattes. Il poste un soldat par chameau.
De combien de soldats a-t-il besoin ?**

Le CHA-MEAU a deux bosses !

Heureusement les deux taxis du désert ont 4 pattes, donc ils sont 13 ($52 : 4$) cham + droma = 13

Le tâtonnement peut permettre de rechercher l'ensemble des solutions

Si

1 chameau et 12 dromadaires : 14 bosses

...

12 chameaux et 1 dromadaire : 25 bosses

On trouvera vite une proximité.

On peut inviter à inventer d'autres données pour ce type de problèmes... et de les vérifier !

Les nombres premiers

Énigme 2012

Parmi les cent premiers nombres, faire la liste de tous les nombres qui n'ont comme seuls diviseurs que 1 et eux-mêmes. On appelle ces nombres des « NOMBRES PREMIERS ».

Un rappel est nécessaire sur la notion de « diviseur » (il n'est pas indispensable que ce mot ait été étudié : on peut rapidement évoquer la notion à partir de la division exacte, rappeler que tout nombre peut se diviser par 1 et par lui-même).

A partir des exemples 5 et 4 on observera que 5 se divise par 1 et 5 (il fait partie des nombres qu'on recherche) alors que 4 se divise par 1, 2 et 4...

Recommandation : On peut proposer aux élèves un tableau de 100 nombres pour repérer les nombres recherchés.

Voir le lien pour la méthode dite du « crible d'Eratosthène ».

Le lexique « nombres premiers » peut être introduit en conclusion de cette recherche.

Méli-mélo

Énigme 2013

Par quelles opérations est-il possible d'obtenir 100 en utilisant 5 fois le nombre 5 ?

$5 ? 5 ? 5 ? 5 ? 5 = 100$

Quelques propositions...

$$5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5 = 100$$

$$5 \times (5 + 5 + 5 + 5) = 100$$

$$5 \times 5 \times (5 - 5 : 5) = 100$$

Les bonsaïs

Énigme 2014



Pour agencer son jardin d'hiver, un spécialiste japonais des bonsaïs souhaite organiser ses 10 œuvres végétales en configuration géométrique. Il a réussi à les disposer en formant 5 lignes de 4 arbres.

Retrouve une disposition possible.

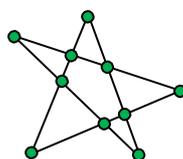
Indication pédagogique :

Le terme **ligne** induit chez les élèves le tracé de lignes parallèles horizontales.

Il leur est difficilement concevable qu'un seul arbre puisse être comptabilisé pour plusieurs lignes, c'est-à-dire qu'il soit à l'intersection de deux lignes.

Pour relancer l'activité, il est intéressant de proposer le pentagone central, les bonsaïs positionnés sur les 5 sommets.

Solution :



Le disque

Énigme 2015

Compétences travaillées :

Prendre part à un dialogue : prendre la parole devant les autres, écouter autrui, formuler et justifier un point de vue. Calculer mentalement en utilisant les quatre opérations.

Connaitre la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position.

Utiliser la calculatrice.

Source : Énigme inspirée de « Jeux. Tests maths – Lisa et Hugo mènent l'enquête – Éditions POLE.

Scénario : distribuer la fiche annexe. Laisser les élèves lire la consigne, faire expliciter la consigne. Les élèves peuvent être répartis en binômes ou en groupe de 3 ou 4.

Solution : Pour trouver la solution, il faut d'abord calculer la somme de tous les nombres. Diviser la somme par 2 pour ensuite sélectionner les nombres utiles et former les deux groupes. Il existe une solution. A la fin, les élèves expliquent la stratégie utilisée pour chercher

Le disque mystérieux

Coupe le disque par une droite de sorte que la somme des nombres de chaque partie donne le même résultat.

Force 1

Force 2

Force 3

Solutions

Force 1

Force 2

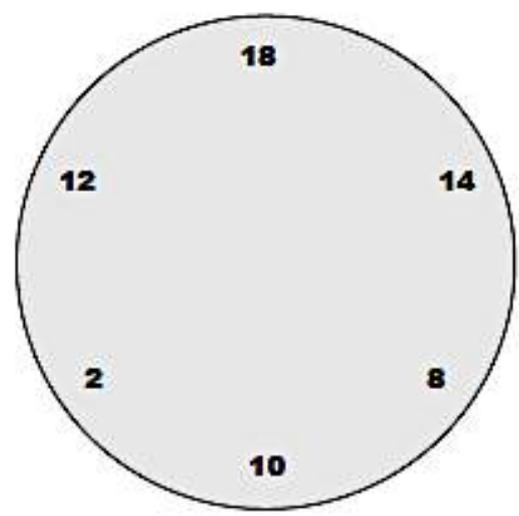
Force 3



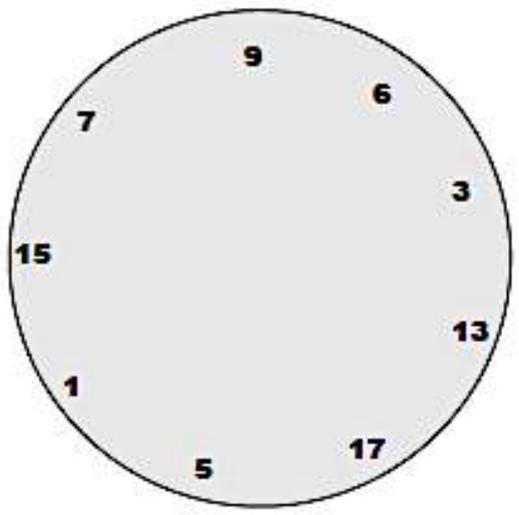
Le disque mystérieux

Coupe le disque par une droite de sorte que la somme des nombres de chaque partie donne le même résultat.

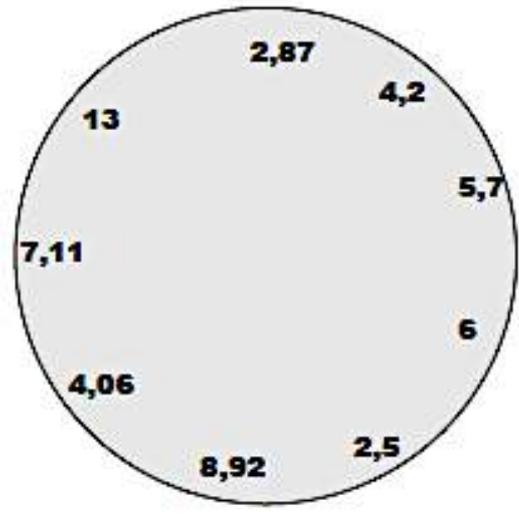
Force 1



Force 2



Force 3





Les sabliers

Énigme 2016

Force 1

Les élèves de CM1 de l'école EUREKA vont au terrain de football pour travailler la course longue. En classe, ils ont fabriqué 2 sabliers : un de 5 minutes et un autre de 3 minutes.

Le maître demande aux élèves de courir 19 minutes.

Comment utiliser les sabliers pour que les élèves courent 19 minutes exactement ?

Force 2

Les élèves de CM1 de l'école EUREKA vont au terrain de football pour travailler la course longue. En classe, ils ont fabriqué 2 sabliers : un de 5 minutes et un autre de 3 minutes.

Pour l'échauffement, le maître demande aux élèves de trotter 2 minutes.

Comment utiliser les sabliers pour que les élèves trottent 2 minutes exactement ?

Force 2

Les élèves de CM1 de l'école EUREKA vont au terrain de football pour travailler la course longue. En classe, ils ont fabriqué 2 sabliers : un de 5 minutes et un autre de 3 minutes.

Le maître demande aux élèves de courir 7 minutes.

Comment utiliser les sabliers pour que les élèves courent 7 minutes exactement ?

Compétences du socle commun :

- savoir organiser des informations numériques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat
- utiliser les unités de mesure usuelles
- montrer une certaine persévérance dans toutes les activités

Scénario proposé :

Distribuer la fiche

Dans un premier temps, laisser les élèves lire l'énigme force 1.

Les élèves peuvent travailler collectivement sur la force 1 puis par groupes sur les forces 2 et 3. Ceci est laissé à l'appréciation de l'enseignant(e).

Réponses :

Force 1

Il faut retourner deux fois de suite le sablier de 5 minutes. Ensuite il s'agit de retourner 3 fois de suite le sablier de 3 minutes.

$$(5 \times 2) + (3 \times 3) = 19$$

Force 2

Un élève retourne les deux sabliers en même temps, quand le sablier de 3 minutes est écoulé, les élèves démarrent l'échauffement jusqu'à la fin de l'écoulement du sablier de 5 minutes.

Force 3

Il s'agit d'utiliser la réponse de l'énigme force 1 pour obtenir 2 minutes. Ensuite, il suffit de retourner une deuxième fois le sablier de 5 minutes pour parvenir à 7 minutes.



1 ou 0

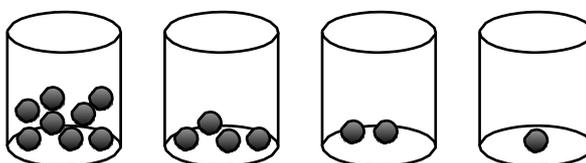
Énigme 2017

1 ou 0 ?

Voici 4 récipients contenant chacun un certain nombre de billes. Grâce à ces récipients et ces billes, on peut coder des nombres.

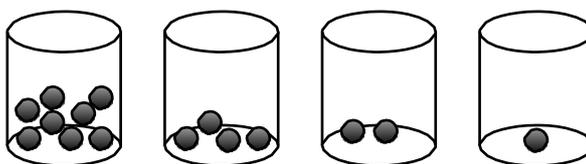
Voici quelques exemples. Sauras-tu expliquer comment on code ces nombres ?

Nombre 6



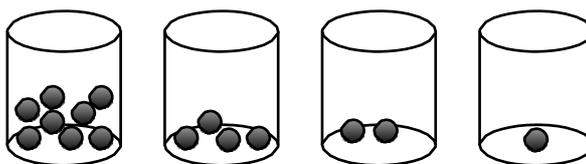
code	0	1	1	0
-------------	----------	----------	----------	----------

Nombre 8



code	1	0	0	0
-------------	----------	----------	----------	----------

Nombre 10



code	1	0	0	0
-------------	----------	----------	----------	----------

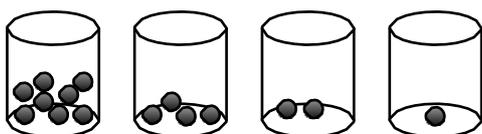


1 ou 0 ?

Activité 1 :

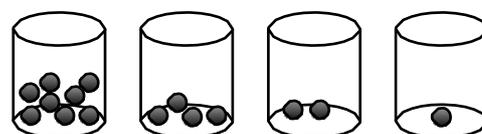
Maintenant que tu as compris le principe du codage, code les nombres suivants :

Nombre 5



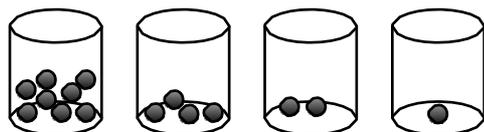
code
------	---	---	---	---

Nombre 7



code
------	---	---	---	---

Nombre 9



code
------	---	---	---	---

1 ou 0 ?

Activité 2 :

Écris tous les nombres que l'on peut coder avec ces quatre récipients. Prouve que tu as trouvé tous les nombres.

Activité 3 :

Comment coder le nombre 20 ? Et le nombre 30 ?

**Compétences /connaissances travaillées :**

Chercher : s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.

Modéliser : Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives.

Représenter : Utiliser des outils pour représenter un problème (le codage).

Raisonner : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples. Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose (l'exhaustivité des réponses) Comprendre le fonctionnement d'une base différente de la base décimale.

Matériel :

4 gobelets et 15 billes, par groupe d'élève

Pour l'activité 3 : 5^{ème} gobelet avec 16 billes et 6^{ème} gobelet avec 32 billes

Déroulement, suggestions de mise en oeuvre :

Entrée dans l'activité (travail individuel ou en groupe restreint) : laisser le temps aux élèves d'observer la fiche 1, les inciter à oraliser chaque cas. Si besoin, proposer le matériel (gobelets et billes).

Synthèse commune sur le fonctionnement de la base 2 (sans la nommer). « Que veut dire le « 1 » ? Que veut dire le « 0 » ? »

Selon l'aisance des élèves, proposer l'activité la mieux adaptée.

Pour l'activité 1, si les 3 nombres sont correctement codés, demander aux élèves de travailler par deux et de se défier (je te donne un nombre, sauras-tu trouver le code ? ou je te donne un code, sauras-tu trouver le nombre ? – lequel de nous deux codera ce nombre le plus rapidement ?).

Pour l'activité 2, laisser les élèves élaborer leur méthode de recherche et, à la fin, insister sur la vérification de l'exhaustivité des réponses (« Comment être sûr qu'il n'y a pas d'autres nombres possibles ? »).

Pour l'activité 3, ne donner aucune indication aux élèves tant sur le matériel nécessaire que sur la méthodologie à employer. Par contre, prévoyez le matériel adapté (6 gobelets et 63 billes en tout)

Mise en commun pour échange et confrontation des résultats. Celle-ci peut se faire en groupe classe car chaque activité correspond à une étape de la recherche. Ainsi, en vérifiant les résultats de l'activité 1 et en faisant verbaliser la procédure experte à employer, on valide déjà certaines réponses de l'activité 2 (idem pour l'activité 3 par rapport aux réponses de l'activité 2).

Au début de la mise en commun, il serait judicieux de laisser davantage s'exprimer les élèves de l'activité 1 mais il est tout aussi indispensable d'impliquer les élèves de l'activité 2 et 3 dans les échanges.

L'enseignant peut expliquer aux élèves que ce codage est celui qui est utilisé en informatique pour coder des données.

Prolongements possibles :

Quels sont les avantages et les inconvénients de ce système binaire ? Comment peut-on coder des lettres avec ce système binaire ?



Grandeurs et mesure

La ramette de papier

Énigme 2012

Présenter une ramette (fermée)

Quelle est l'épaisseur et quel est le poids de chacune des feuilles ?

Proportionnalité – nombres décimaux – mesures

Matériel : seule la ramette (une par groupe – il est possible d'avoir des ramettes 60g, 80g... chaque enseignant peut mesurer l'intérêt ou la complexité de cette variable) est à disposition des élèves.
Une information est nécessaire : une ramette c'est toujours 500 feuilles (à noter au tableau).

Ensuite, il est recommandé de ne faire que répondre aux demandes des élèves : ils peuvent demander des instruments de pesée – à prévoir Roberval... balance de cuisine... mais leur présence ne doit pas être ostensible).

Remarque : sur l'emballage de certaines ramettes on peut lire explicitement les informations demandées (masse) !

Dans ce cas (on peut considérer que leur lecture directe est une excellente stratégie), on demandera la vérification de ces informations pour ne pas éviter le travail mathématique en jeu.

Question supplémentaire : que signifie la mention « 60g » ou « 80g » qui qualifie le papier ? (C'est une autre situation de proportionnalité : l'aire de quel rectangle de papier...)

La vie en secondes

Énigme 2012

Calculer le nombre de secondes vécues par un élève de CM1 de la classe (tiré au sort).

Il ne faudra remettre au point les liens années/mois/jours/heures/minutes/secondes... qu'à la demande (y compris les années bissextiles...).

Ensuite se pose la question de la précision : quelle date anniversaire !

Les grains de riz

Énigme 2012

[Combien y-a-t-il de grains de riz dans un kilo ?](#)

Proportionnalité – Mesures – grands nombres.
Voir le lien.

L'enseignant devra préparer « un peu » de riz... mais pas un sachet de 1kg (on peut même recommander de prévoir plusieurs sortes de riz de natures différentes qui conduiront à des estimations).

Il préparera également quelques instruments de pesée (si possible pèse-lettre) quelques récipients de tailles diverses... : l'important est que ces ressources ne soient pas ostensiblement mises à disposition.



La hauteur de l'école

Énigme 2012

Un jour de soleil (ou un moment de soleil dans la journée) comment connaître la hauteur de l'école (d'un arbre, d'une église...) sans la mesurer ?

Il faut du soleil, et une ombre portée suffisamment nette (sur une surface plane) ... tout objet vertical, de mesure inconnue peut convenir, mais l'idée principale (historique – voir le lien) c'est de trouver par le calcul une mesure impossible à réaliser... par exemple la hauteur d'une pyramide !

La situation impose un passage extérieur, une observation (ensoleillée) et une question dont la réponse est impossible... Comment connaître une hauteur qu'on ne peut mesurer ???

On peut recommander des ombres mesurables d'objets mesurables, puis ...

Les tours de roue de vélo

Énigme 2012

J'ai fait 10 km à vélo. Combien de tours a fait chacune des roues du vélo ?

La référence à plusieurs vélos (ceux qu'éventuellement les élèves ou les maîtres utilisent pour se rendre à l'école) impose des calculs différents mais autour de procédures semblables.

Bons anniversaires !

Énigme 2013

A - Je viens de fêter ma milliardième seconde, quel est mon âge ?

$1\ 000\ 000\ 000 / 3600 / 24 / 365 = 31,709791...$

Soit 31 ans 8 mois et 19 jours (environ)

B - Je viens de fêter ma millionième seconde, quel est mon âge ?

$1\ 000\ 000 / 3600 / 24 / 365 = 0,0031709791...$

11 jours et demi environ...

Le poids du sucre

Énigme 2013

À partir d'un kilo de sucre en morceaux (entamé ou entre-ouvert : on ne peut ni sortir ni toucher un sucre) : Quel est le poids d'un morceau de sucre ?

Quelles sont ses dimensions ?

Proportionnalité – nombres décimaux – mesures

Matériel : Il doit être possible de calculer le nombre de morceaux sans les dénombrer (paquet à demi-ouvert... pour des raisons d'hygiène, on ne touche pas les sucres ! Éventuellement, poser un film transparent pour envelopper le paquet)

Le calcul du nombre de morceaux est la base de cette recherche.

Pour le poids, une division s'impose (division décimale de deux entiers – la tentation de diviser 1 (kg) par le nombre de morceaux est une situation intéressante... pour la rigueur de la technique opératoire... L'usage de la calculatrice impose une attention aux unités retenues – et à la vraisemblance de la proposition).

Soit : 4 rangées de 15 sucres en 3 couches pour 1 kg soit 180 sucres dans un conditionnement ordinaire, soit (arrondi) 5,6g par sucre.



De la terre au soleil

Énigme 2013

**Vous partez aujourd'hui dans la fusée la plus rapide du monde qui est capable d'atteindre 40 000 kilomètres par heure. Vous allez faire le tour du Soleil et revenez sur la Terre.
À quelle date serez-vous de retour ? Bon voyage !!!**

La recherche de la distance de la Terre au Soleil doit être laissée à l'initiative de l'élève ! (Intérêt d'arrondir à 150 000 000 km)

En heures : $2 \times 150\,000\,000 : 40\,000 = 7500$

En jour : $7500 : 24 = 312,5$

Si vous avez réalisé cet exercice le lundi 18 mars, vers la fin de matinée, beau temps, pas de report du décollage... alors, retour le 18 mars 2014 moins 53 jours, soit, un retrait des 18 jours de mars, des 28 jours de février (14 n'est pas un multiple de 4, pas bissextile, cette année !) et de 17 jours en janvier : retour prévu le 14 janvier 2014 !!!

La roue tourne...

Énigme 2013

Combien de tours de roue fera votre VTT si vous faites le tour de la Terre ? Et si vous pouviez faire le tour de la Lune ?

Et si vous faisiez le tour du Soleil ?

Le calcul de la circonférence du cercle est au programme mais si la classe ne l'a pas étudiée, le jeu de proportionnalité entre les roues de différentes tailles et leur diamètre est une parfaite introduction du coefficient de proportionnalité proche de trois... !

La recherche de la circonférence de la Terre de la Lune et du Soleil devient alors une application directe.

Circonférence d'une roue de VTT (standard - avec le pneu...) : 2150 mm

Bon calcul, si vous décidez d'une telle expédition avec un autre type de cycle... et vous pouvez tenter de calculer le nombre de tours de pédalier, mais, svp, ne changez pas de vitesse !!!

Diamètre de la Terre : 12 760 km 40 066 km 18 635 348 tours !	Diamètre de la Lune : 3 475 km 10 911 km 5 074 883 tours !	Diamètre du Soleil : 1 391 000 km 4 367 740 km 2 031 506 976 tours !
---------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------

Le tour de l'Europe...

Énigme 2013

On organise le tour d'Europe des capitales des pays appartenant à l'Union européenne. Combien de kilomètres va-t-on faire ?

Voilà un problème dont les variables sont nombreuses :

Par la route ?

À vol d'oiseau ?

Dans quel ordre parcourra-t-on les 27 capitales ???



Les 27 capitales de l'Union européenne :

1 AMSTERDAM (Pays-Bas)	7 BUDAPEST (Hongrie)	13 LJUBLJANA (Slov.nie)	19 PRAGUE (R.publique tch.que)	25 VARSOVIE (Pologne)
2 ATHENES (Gr.ce)	8 COPENHAGUE (Danemark)	14 LONDRES (Royaume-Uni)	20 RIGA (Lettonie)	26 VIENNE (Autriche)
3 BERLIN (Allemagne)	9 DUBLIN (Irlande)	15 LUXEMBOURG (Luxembourg)	21 ROME (Italie)	27 VILNIUS (Lituanie)
4 BRATISLAVA (Slovaquie)	10 HELSINKI (Finlande)	16 MADRID (Espagne)	22 SOFIA (Bulgarie)	
5 BRUXELLES (Belgique)	11 LA VALETTE (Malte)	17 NICOSIE (Chypre)	23 STOCKHOLM (Su.de)	
6 BUCAREST (Roumanie)	12 LISBONNE (Portugal)	18 PARIS (France)	24 TALLINN (Estonie)	

Le jeu qui suit relève à la fois de la culture géographique et des mathématiques : Vous avez le choix de la carte... À votre tour (d'Europe !)...





Livraison à l'opéra

Énigme 2014



Le directeur de l'opéra souhaite changer les instruments de l'orchestre. Il reçoit 3 livraisons de 300 kg chacune. Chaque instrument est livré avec son étui ou sa malle de rangement. Le 1er chargement contient 15 violoncelles et 30 violons.

Le 2nd chargement contient 25 violoncelles.

Le 3ème contient 10 violoncelles, 20 violons et 2 harpes.

Combien pèsent un violon, un violoncelle, une harpe ?

Indication pédagogique :

Commencer par calculer combien pèse un violoncelle grâce au 2ème chargement :

$300 : 25 = ?$

Le violoncelle pèse 12kg.

Puis à partir du 2ème chargement, calculer combien pèse un violon :

15 violoncelles (soit 180 kg),

les 30 violons pèsent donc 120 kg donc un violon pèse 4kg (soit $120 : 30 = ?$)

Le 3ème chargement permet de calculer le poids de la harpe :

10 violoncelles à 120kg,

20 violons à 80kg.

Les 2 harpes pèsent donc chacune 50kg ($100 : 2 = ?$)



Hortense, la vache affamée

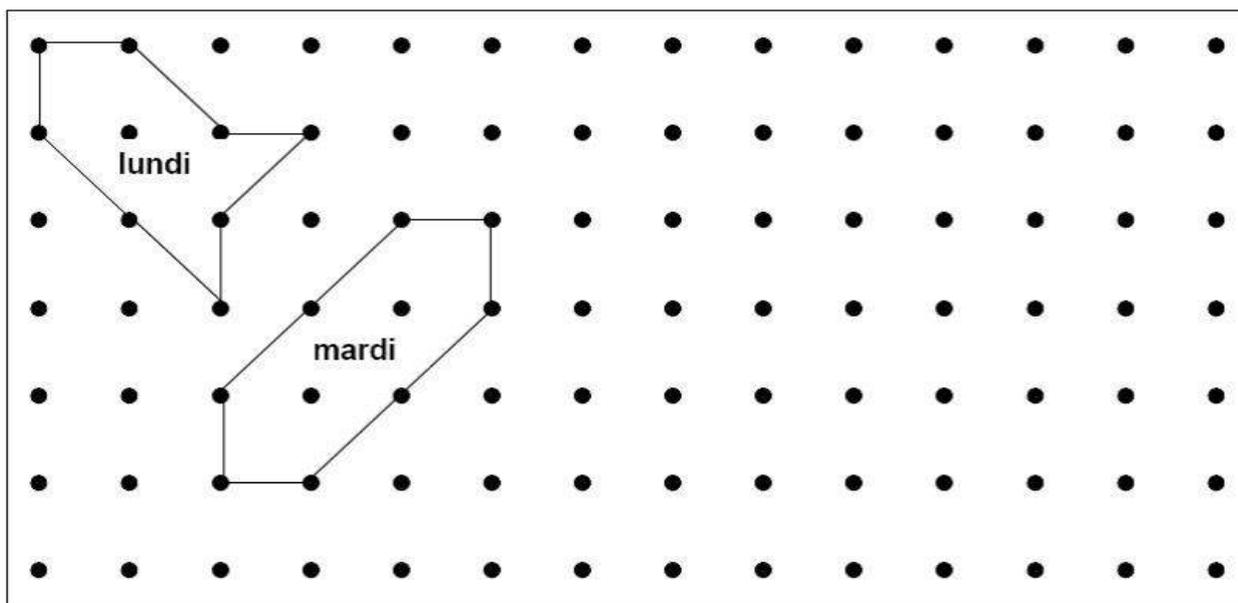
Énigme 2014

Les arbres du verger du père Michel sont très bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan (voir ci-dessous). Lundi matin, le père Michel a fait un enclos pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres.

Il a utilisé 8 barres de bois, 4 grandes et 4 plus petites, qu'il a placées entre 8 troncs d'arbres pour les relier entre eux. Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les huit mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.



Aidez le père Michel et dessinez un enclos pour mercredi et un autre pour jeudi, de plus en plus grands, pour donner chaque jour plus d'herbe à Hortense.

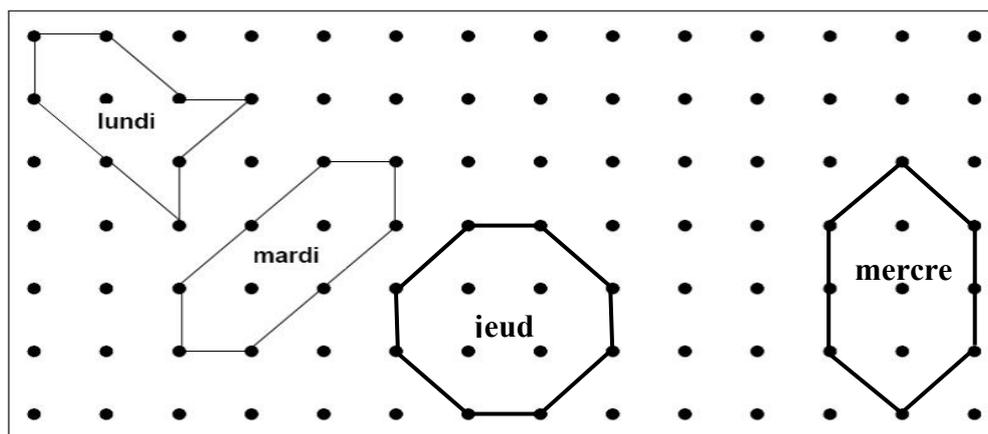
Indication pédagogique :

La phase d'appropriation de la situation doit être suffisamment explicite pour effectuer la recherche.

Les élèves doivent tenir compte des contraintes de réalisation de l'enclos, distinguer les grandes barres des plus courtes et de l'aspect progressif de la surface à produire.

Il est possible d'aider les élèves qui ne trouvent pas de procédures en leur demandant d'exprimer l'aire des enclos en nombre de triangles ou en nombres de carrés et de triangles.

Proposition de résolution :





Un petit tour de pyramide

Énigme 2014



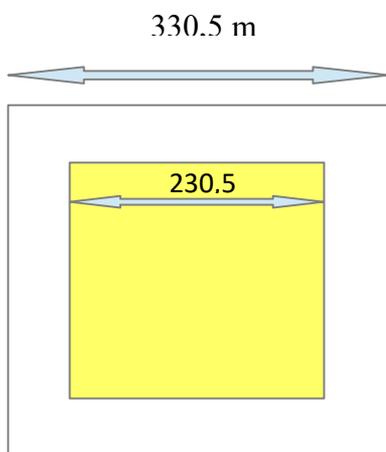
Yoann est parti faire un voyage en Égypte. La pyramide de Khéops ou grande pyramide de Gizeh est un monument construit par les Égyptiens de l'Antiquité, formant une pyramide à base carrée de 137 m de hauteur. Tombeau du pharaon Khéops, elle fut édiflée il y a plus de 4 500 ans.

Yoann a lu que le coté de la pyramide mesurait environ 230,35 mètres. Il décide d'en faire le tour en suivant le sentier situé à 50 mètres de la pyramide.

Quelle distance va parcourir Yoann pour revenir à son point de départ ?
Expliquez comment vous avez trouvé ce résultat.

Indication pédagogique :

Schématiser la base carrée de la pyramide.



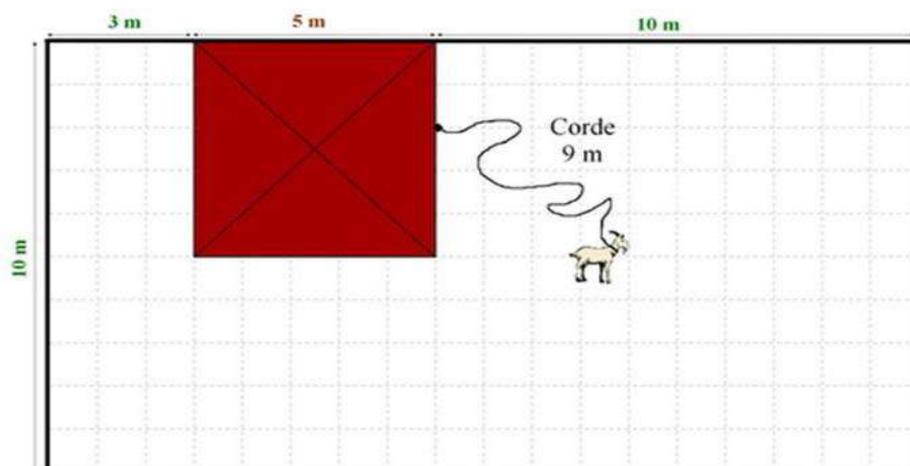
La distance parcourue correspond au nouveau périmètre déterminé par le calcul suivant $4 \times 330,5 = 1\,322$ m

Blanchette dans le jardin

Énigme 2014

Antoine a attaché sa chèvre Blanchette dans son jardin avec une corde de 9 mètres. Elle a mangé toute l'herbe qu'elle pouvait sachant que le jardin est délimité par une clôture infranchissable par la chèvre.

Tracez dans le jardin d'Antoine la zone où l'herbe a été mangée. Coloriez en vert, les zones où il reste encore de l'herbe.





Indication pédagogique :

Proposition de résolution :

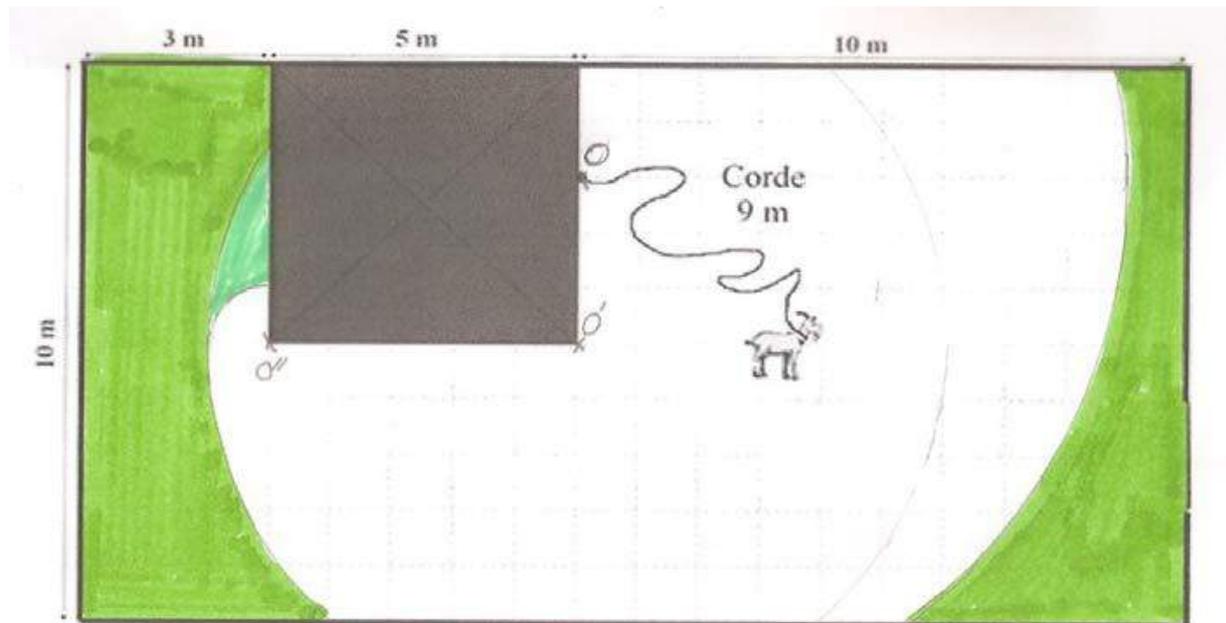
Il s'agit de tracer un cercle dont le rayon correspond à la longueur de la corde (9 m) et dont le centre est le piquet auquel la corde est attachée. Tenir compte ensuite de la contrainte de la cabane qui réduit la mobilité de la corde autour du piquet.

Il s'agit alors de mettre en exergue avec les élèves l'impossibilité de la corde d'aller si loin à la gauche de la cabane (le grand carré rouge) en comptant le nombre de cases (qui devient > 9).

Il faut donc tracer un nouveau cercle de centre O' (sommet en bas à droite du carré rouge) et de rayon 6m. La même contrainte doit être prise en compte pour le coin en bas à gauche du carré rouge.

Il faut donc tracer le cercle de centre O'' et de rayon 1m ($9-8=1$).

Il ne reste plus qu'à colorier les zones extérieures aux cercles étendus pour identifier ce que la chèvre n'a pu manger.





Tic-tac

Énigme 2018



Tic-tac Tic-tac



Marie et son petit frère Paul ont reçu chacun une montre à aiguilles à Noël. Paul a reçu une montre rouge, qui est toujours à l'heure juste ; Marie a reçu une montre verte, mais elle avance d'une minute par heure !

- Ho, ça ne va pas ! dit Paul. Il est midi, remettons les montres à l'heure une fois pour toutes.

- D'accord, répond Marie, mais bientôt, ma montre aura à nouveau 1 heure d'avance.

Niveau 1 :

Est-ce que Marie a raison ? Peux-tu dire dans combien de temps la montre de Marie aura effectivement une heure d'avance ?
Quelle heure indiquera la montre de Paul ? Et celle de Marie ?

Niveau 2 :

Dans combien de temps les deux aiguilles seront-elles exactement à la même position sur le cadran ?

Niveau 3 :

Si Paul et Marie avaient reçu en cadeau des montres digitales avec un cadran qui affiche les heures de 00:00 à 23:59, combien aurait-il fallu de temps pour que les deux cadrans affichent le même horaire ?

Niveau 4 :

Lundi 12 mars 2018, deux horloges indiquent exactement 9h00.
Cependant, la deuxième horloge retarde d'une minute toutes les heures.
Dimanche 18 mars 2018, quand la première horloge indiquera 17h00, quelle heure indiquera la deuxième horloge ?



Domaine : Nombres et calculs / Grandeurs et mesures

Objectif : Trouver des procédures de résolution.

Compétences et connaissances travaillées en mathématiques:

- Chercher
 - Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableau, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
 - S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
 - Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

- Modéliser
 - Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
 - Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

- Représenter
 - Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages,...

- Reasonner
 - Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
 - Progresser collectivement dans une investigation en tenant compte du point de vue d'autrui.
 - Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

- Calculer
 - Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
 - Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

- Communiquer
 - Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
 - Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions possibles :

- Note à l'enseignant :

Il est recommandé de distribuer aux élèves qui en ont besoin des horloges à aiguilles (matériel pédagogique) pour bien comprendre et visualiser les mouvements.

Le tableau de conversion des durées peut également être accessible.

On favorise les recherches en groupes, les élèves représentent les situations, peuvent faire si besoin des schémas, des tableaux, etc....

- **Niveau 1 :**

La procédure par tâtonnement permet aux élèves de répondre.

On les laisse rechercher de manière empirique différents modes de représentation : dessin, schémas, tableaux, etc. avant de calculer.

Il faudra peut-être rappeler ou afficher les conversions : 1 heure = 60 minutes / 1 jour = 24 heures.

Procédure possible :

Pour chaque heure, on avance d'une minute.

Pour avancer d'une heure, soit 60 minutes, il faut donc 60 heures c'est à dire 5 tours de cadran.

On convertit :

60 heures = 24 h + 24h + 12h soit 2 jours et demi.

A ce moment-là : la montre de Paul indiquera midi pile, et la montre de Marie indiquera 1 heure.



• **Niveau 2 :**

La réponse précédente sera réutilisée.

Procédures possibles :

Pour que les aiguilles soient à la même position, midi pile, il faut que la montre de Marie ait avancé de douze heures de plus (elle se retrouvera à nouveau à 12 heures).

Sa montre avance d'1 heure tous les 2 jours $\frac{1}{2}$, il faut donc douze fois 2 jours $\frac{1}{2}$.

Calcul : $12 \times 2,5 \text{ jours} = 30 \text{ jours}$

autre calcul :

12 fois 2 jours et demi, c'est $12 \times 2 \text{ jours} = 24 \text{ jours}$ et 12 fois la moitié d'une journée, soit 6 jours ;

total : $24 + 6 = 30 \text{ jours}$

• **Niveau 3 :**

Si on a des montres digitales, il ne faut plus 12 heures mais 24 heures pour avoir à nouveau le même affichage.

Procédure possible :

Il faut donc deux fois plus de temps qu'avec des montres à aiguilles (réponse niveau 3) donc 60 jours.

Autre procédure possible : par calcul.

• **Niveau 4 :**

Dimanche 18 mars, la deuxième horloge indiquera 14h28min

Procédures possibles :

A/ Du lundi 12 mars 9h00 au dimanche 18 mars 17h00, il s'écoulera 152h.

$$6 \times 24 + 8 = 152$$

La deuxième horloge retardera donc de $152 \text{ min} = 120 \text{ min} + 32 \text{ min} = 2 \text{ h} 32 \text{ min}$

Elle indiquera donc $17 \text{ h} 00 - 2 \text{ h} 32 \text{ min} = 15 \text{ h} 00 - 32 \text{ min} = 14 \text{ h} 28 \text{ min}$.

B/ Du lundi 12 mars 9h00 au dimanche 18 mars 9h00, il s'écoulera $6 \times 24 \text{ h}$ soit 144h.

La deuxième horloge retardera donc de $144 \text{ min} = 120 \text{ min} + 24 \text{ min} = 2 \text{ h} 24 \text{ min}$

Elle indiquera donc $17 \text{ h} 00 - 2 \text{ h} 24 \text{ min} = 15 \text{ h} 00 - 24 \text{ min} = 14 \text{ h} 36 \text{ min}$.

Le dimanche 18 mars de 9h00 à 17h00, il s'écoulera 8h et donc la deuxième horloge retardera de 8min.

Elle indiquera donc $14 \text{ h} 36 \text{ min} - 8 \text{ min} = 14 \text{ h} 28 \text{ min}$.

C/ Du lundi 12 mars 9h00 au lundi 12 mars 17h00, il s'écoulera 8h.

La deuxième horloge retardera de 8min et indiquera $17 \text{ h} 00 - 8 \text{ min} = 16 \text{ h} 52 \text{ min}$.

Du lundi 12 mars 17h00 au dimanche 18 mars 17h00, il s'écoulera 144h ($6 \times 24 = 144$)

La deuxième horloge retardera donc de $144 \text{ min} = 120 \text{ min} + 24 \text{ min} = 2 \text{ h} 24 \text{ min}$.

Elle indiquera donc $16 \text{ h} 52 \text{ min} - 2 \text{ h} 24 \text{ min} = 14 \text{ h} 52 \text{ min} - 24 \text{ min} = 14 \text{ h} 28 \text{ min}$.

D/ Du lundi 12 mars 9h00 au mardi 13 mars 9h00, il s'écoulera 24h donc la deuxième horloge retardera de 24min et indiquera $9 \text{ h} 00 - 24 \text{ min} = 8 \text{ h} 36 \text{ min}$.

Du mardi 13 mars 9h00 au mercredi 14 mars 9h00, il s'écoulera à nouveau 24 h donc la deuxième horloge indiquera $8 \text{ h} 36 \text{ min} - 24 \text{ min} = 8 \text{ h} 12 \text{ min}$

Jeudi 15 mars à 9h00, elle indiquera $8 \text{ h} 12 \text{ min} - 24 \text{ min} = 7 \text{ h} 48 \text{ min}$.

Vendredi 16 mars à 9h00, elle indiquera $7 \text{ h} 48 \text{ min} - 24 \text{ min} = 7 \text{ h} 24 \text{ min}$.

Samedi 17 mars à 9h00, elle indiquera $7 \text{ h} 24 \text{ min} - 24 \text{ min} = 7 \text{ h} 00$.

Dimanche 18 mars à 9h00, elle indiquera $7 \text{ h} 00 - 24 \text{ min} = 6 \text{ h} 36 \text{ min}$

Dimanche 18 mars, de 9h00 à 17h00 il s'écoulera 8h : la deuxième horloge avancera de 8h mais retardera de 8min !

Elle indiquera donc $6 \text{ h} 36 \text{ min} + 8 \text{ h} - 8 \text{ min} = 14 \text{ h} 36 \text{ min} - 8 \text{ min} = 14 \text{ h} 28 \text{ min}$

E/ Lundi 12 mars :

horloge 1 = 9h00, horloge 2 = 9h00 / horloge 1 = 10h00, horloge 2 = 9h59min / horloge 1 =

11h00, horloge 2 = 10h58min / horloge 1 = 12h00, horloge 2 = 11h57min et ainsi de suite

jusqu'à dimanche 18 mars 17h00.

Cette dernière procédure par tâtonnement est la plus rassurante mais aussi la plus coûteuse pour les élèves, elle semble très difficile à mener à terme mais sait-on jamais ? Elle devrait le cas échéant servir de base à la résolution et il faudra la faire évoluer vers les procédures de calculs précédentes plus élaborées...



Route 66

Énigme 2018



La route 66



Aujourd'hui, de nombreux touristes, motards et automobilistes partent à la découverte de cette route mythique, qui représente l'aventure, le symbole de la conquête de l'ouest.

La Route 66 est sans doute la plus connue des routes américaines, et des routes du monde ! Elle relie Chicago à Los Angeles sur une longueur de 3940 kilomètres. Elle va de l'Est, le berceau de premiers colons américains, jusqu'à Los Angeles en Californie, sur la côte ouest.

Deux amis, Nancy et John, décident de parcourir la route 66, chacun dans leur voiture. Ils partent de Chicago et vont en direction de Los Angeles, ils ont 3 940 kilomètres à parcourir avant d'arriver à destination.

Nancy part à 9 heures du matin, elle roule à la vitesse constante de 90 km/heure.

John part une heure plus tard, il roule à la vitesse constante de 105 km/heure.

Énigme niveau 1 :

Quelle distance John et Nancy auront-ils parcouru à 10 heures ? à 11 heures ? à midi ?

Quelle distance séparent les 2 véhicules à midi ?

Énigme niveau 2 :

Au bout de combien de kilomètres les deux véhicules seront-ils côte à côte ?

Énigme niveau 3 :

On suppose que les véhicules roulent à vitesse constante jusqu'à leur arrivée ; on ne prend pas en compte les pauses et les arrêts.

A ton avis : quel véhicule arrivera le premier à Los Angeles ?

Combien d'heures d'avance aura le premier arrivé ?

Énigme niveau 4 :

Deux véhicules partent d'un même lieu pour parcourir la mythique route 66. La première voiture démarre à 8h30 et roule à la vitesse constante de 90 km/h. La deuxième voiture démarre une heure plus tard et roule à la vitesse constante de 105 km/h.

A quelle heure les deux véhicules se retrouveront-ils côte à côte ?



L'énigme comporte quatre niveaux :

- niveau 1 : énigme niveau facile
- niveau 2 : énigme niveau moyen
- niveau 3 : énigme niveau difficile
- niveau 4 : énigme niveau expert

Domaine : Nombres et calculs / Grandeurs et mesures

Objectif : Trouver des procédures de résolution.

Compétences et connaissances travaillées en mathématiques :

• Chercher

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableau, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.

- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.

- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

• Modéliser

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.

- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

• Représenter

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages,...

• Raisonner

- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.

- Progresser collectivement dans une investigation en tenant compte du point de vue d'autrui.

- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

• Calculer

- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

- Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

• Communiquer

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.

- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions :

Il est essentiel de laisser les élèves rechercher seuls ou par petits groupes la solution, en leur laissant l'initiative des représentations.

• Solution niveau 1 :

Il s'agit d'un double calcul : la distance parcourue en un temps donné, la vitesse étant connue.

Calcul de durée :

- Nancy démarre à 9 heures ; de 9H à midi, elle roule 3 heures, donc elle parcourt 3 fois 90 km, soit 270 km.

- John démarre à 10 heures ; de 10h à midi, il roule 2 heures, donc parcourt 2 fois 105 km, soit 210 km.

Les élèves commencent à raisonner sur les relations entre les nombres, la réduction des écarts (au départ de John, Nancy a 90 km d'avance, et cette avance diminue de 15 km toutes les heures).

• Solution niveau 2 :

Poursuite du raisonnement : la réduction des écarts entre les deux véhicules : toutes les heures, John « gagne 15 km », pour rattraper Nancy, il doit rattraper 90 km (6 fois 15 km).



• Solution niveau 3 :

Dans cette question, les élèves ne peuvent plus raisonner de façon empirique, ils doivent raisonner sur les nombres. On arrondira les calculs au nombre entier d'heures.

• Solution niveau 4 :

Les deux véhicules seront côte à côte à 15h30min.

Exemple de procédures :

Il faut avant tout comprendre que les deux véhicules auront alors parcouru exactement la même distance !

A/ En 1h, le véhicule 1 parcourt 90 km et le véhicule 2 parcourt 105 km.

En 2h, le véhicule 1 parcourt 180 km et le véhicule 2 parcourt 210 km.

En 3h, le véhicule 1 parcourt 270km et le véhicule 2 parcourt 315 km.

En 4h, le véhicule 1 parcourt 360 km et le véhicule 2 parcourt 420 km.

En 5h, le véhicule 1 parcourt 450 km et le véhicule 2 parcourt 525 km.

Et là, on constate (ou pas) que le 2ème véhicule a déjà bien dépassé le premier !

L'énigme semble impossible aux élèves et la procédure n'aboutit pas ...

Une variable importante a été oubliée : le second véhicule démarre 1h plus tard, à 9h30 et cette heure est suggérée mais n'apparaît pas explicitement dans l'énoncé !

Le tableau de recherche donné en annexe doit pouvoir les aider.

(Les heures données (au-delà de 15h30) sont telles qu'elles ne doivent pas influencer la procédure de recherche des élèves).

Quel enjeu ? Les élèves vont-ils s'arrêter au bon endroit au bon moment et vont-ils interpréter correctement le résultat de la recherche pour conclure ?

Heure	Distance parcourue par le véhicule 1	Distance parcourue par le véhicule 2
8h30	DEPART	-
9h30	90 km	DEPART
10h30	180 km	105 km
11h30	270 km	210 km
12h30	360 km	315 km
13h30	450 km	420 km
14h30	540 km	525 km
15h30	630 km	630 km
16h30		
17h30		
18h30		
19h30		
20h30		
21h30		



Cette procédure présente l'avantage de faire clairement apparaître la même distance parcourue à l'heure dite. Aucun doute ne devrait subsister chez les élèves quant à la bonne résolution de l'énigme.

B/ Le deuxième véhicule roule 15 km/h plus vite que le premier.

Donc chaque heure l'écart entre les deux véhicules diminue de 15 km.

Le deuxième véhicule doit combler un écart de 90km en tout, soit 6 fois 15 km.

Il rattrapera donc le premier véhicule 6h après son départ soit 9h30 + 6h = 15h30.

Cette procédure (la plus experte) présente l'inconvénient de ne pas faire apparaître la distance parcourue à l'heure dite. Des doutes peuvent ici subsister chez les élèves quant au fait que les deux véhicules soient bien côte à côte.

FICHE ÉLÈVE - ÉNIGME « ROUTE 66 »

Heure	Distance parcourue par le véhicule 1	Distance parcourue par le véhicule 2
8h30	DEPART	-
9h30		DEPART
10h30		
11h30		
12h30		
13h30		
14h30		
<u>15h30</u>	630 km	
16h30		
17h30		
18h30		
19h30		
20h30		
21h30		

Espace et géométrie

La cible

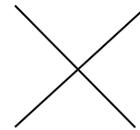
Énigme 2012



Voici une cible ronde :

Zone	1	2	3	4	5
Périmètre du carré en cm	4	6	8	10	12

Construis une cible carrée en t'aidant de la croix ci-contre :



Indication pédagogique :

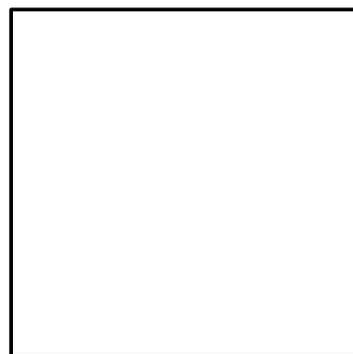
Fournir aux élèves ces DEUX DROITES PERPENDICULAIRES...

Il est possible de demander aux élèves de construire d'abord la cible circulaire (le tableau pouvant être transposé avec « diamètre du cercle »). La construction repose ici sur une approche empirique de carrés à partir des diagonales.

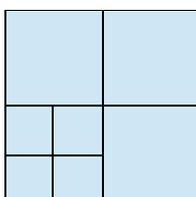
Le carré

Énigme 2014

Partage ce carré en sept carrés « plus petits ».



Solution :





Les rectangles

Énigme 2014

Pierre dit à Marie : « J'ai découpé des petits rectangles de carton de 3 cm sur 5 cm » dans un grand rectangle de 15 cm sur 22 cm, sans qu'il n'y ait de chute ! " Marie réfléchit et lui répond : " Tu as raison, et je sais même combien tu en as découpé et comment tu les as découpés ! "

Retrouvez leur solution.

Retrouvez comment découper les petits rectangles dans le grand rectangle sans faire de chutes ?

Indication pédagogique :

Le rectangle a pour dimension 15 et 22.

15 est un multiple de 3 et de 5.

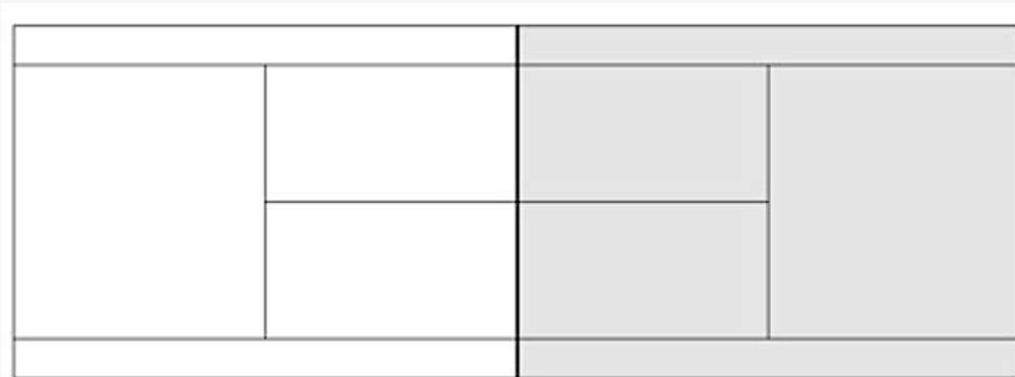
Il s'agit donc de disposer les petits rectangles selon la longueur du grand rectangle. Il faut donc chercher la somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 5 correspondante. Seul $12+10$ répond à ce critère.

Solution (unique) : $4 \times 3 = 12$ et $2 \times 5 = 10$ donc **22 rectangles**.

Jeu set et match

Énigme 2016

A l'occasion d'un tournoi, un drone diffuse l'image d'un terrain de tennis.
Dans la classe de M. Tsonga, les élèves ne sont pas d'accord sur le nombre de rectangles que l'on voit sur un demi-terrain.
Voici leurs propositions : 8 rectangles - 9 rectangles - 10 rectangles - 11 rectangles - 12 rectangles
Quelle est la bonne réponse ?



Compétences du socle commun :

- savoir organiser des informations numériques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat
- utiliser les unités de mesure usuelles
- reconnaître les figures planes
- montrer une certaine persévérance dans toutes les activités

Solutions :

Il y a 10 rectangles



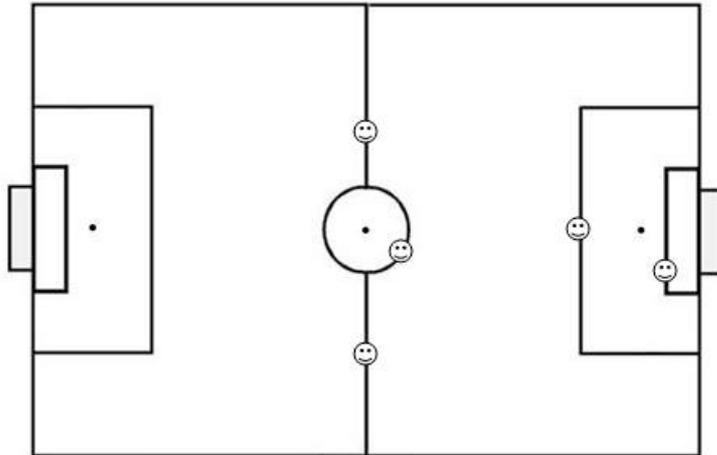
Euro 2016

Énigme 2016

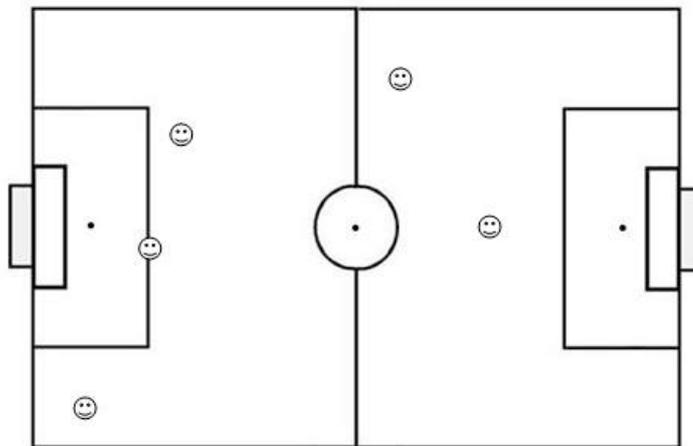
Didier Deschamps, entraîneur de l'équipe de France de football, utilise un plan du terrain pour placer ses joueurs. Pour présenter sa stratégie aux joueurs, il a besoin de placer les joueurs sur un plan plus grand.

Pouvez-vous l'aider ?

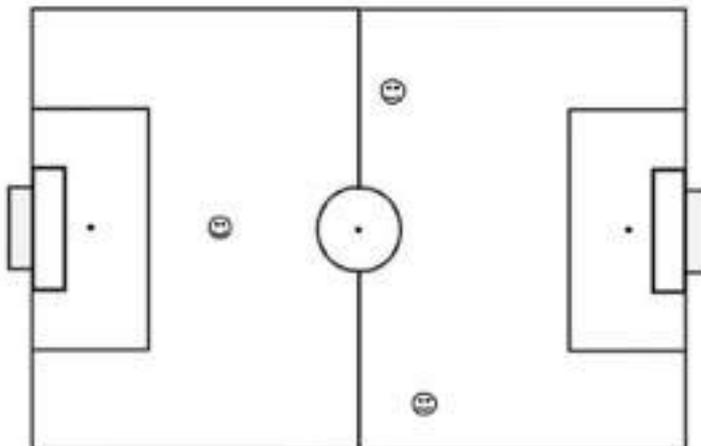
Force 1

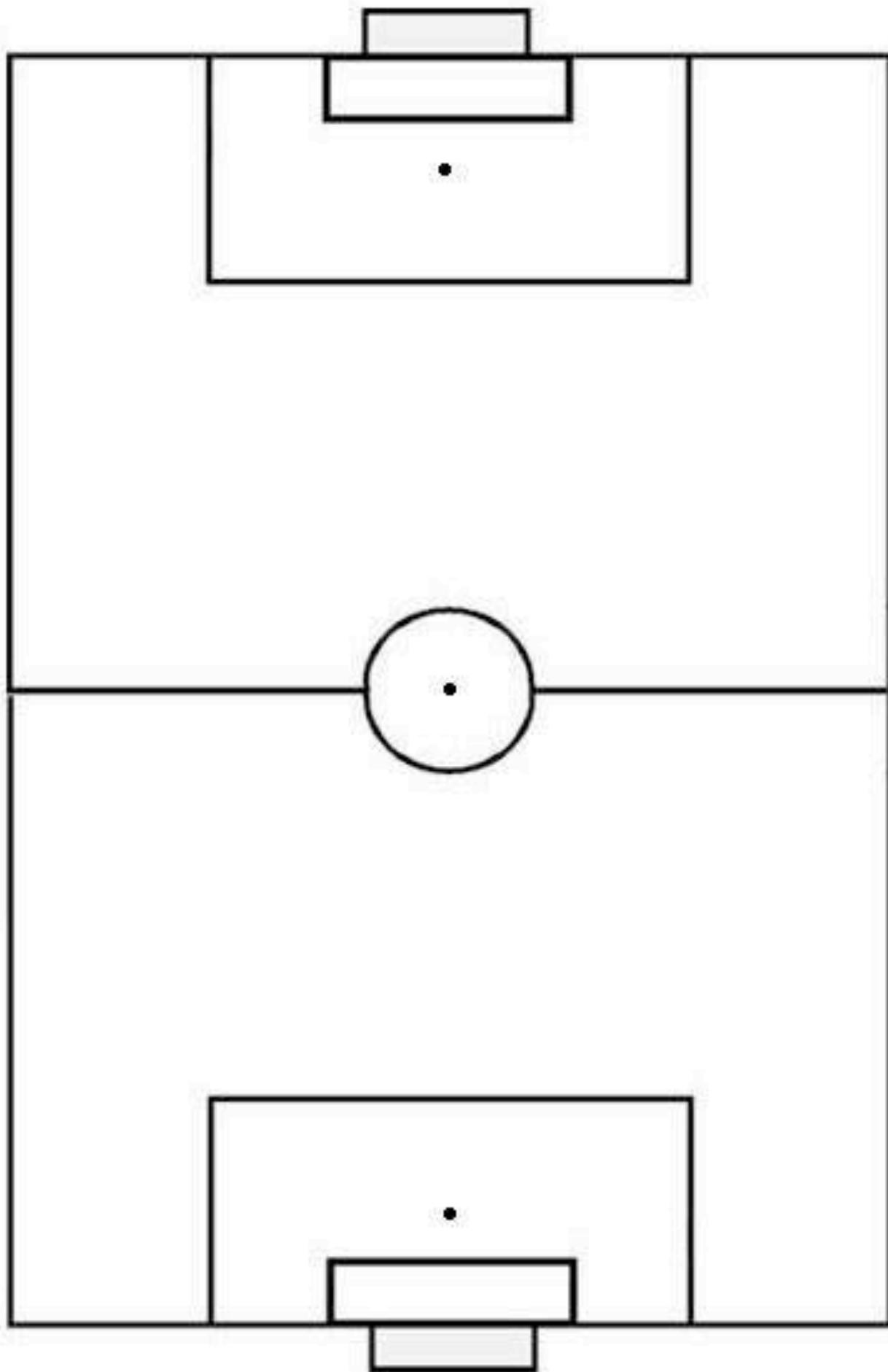


Force 2



Force 3





Compétences du socle commun :

- montrer une certaine persévérance dans toutes les activités

Scénario proposé :

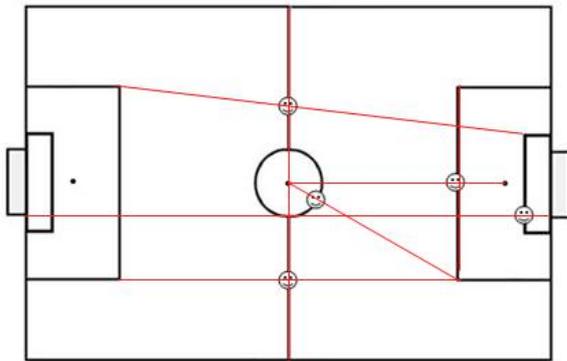
- Dans un premier temps, distribuer la fiche force 1 et une fiche réponse pour un travail collectif
- Dans un second temps, un travail par petits groupes sur l'énigme force 2.
- L'énigme force 3 pourra être proposée aux élèves ayant terminé la précédente.

Remarques :

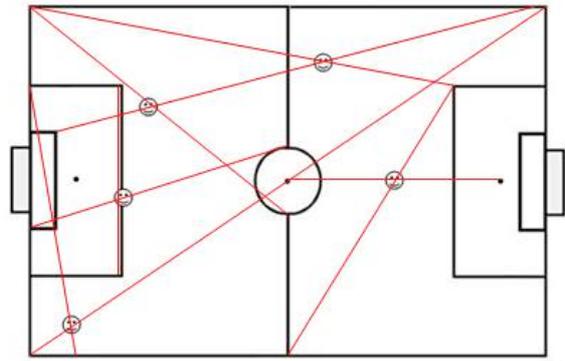
La phase de travail en collectif permettra de mettre en évidence l'utilisation de la règle. Un calque du terrain avec les joueurs placés pour chaque énigme permettra une validation.

Solutions :

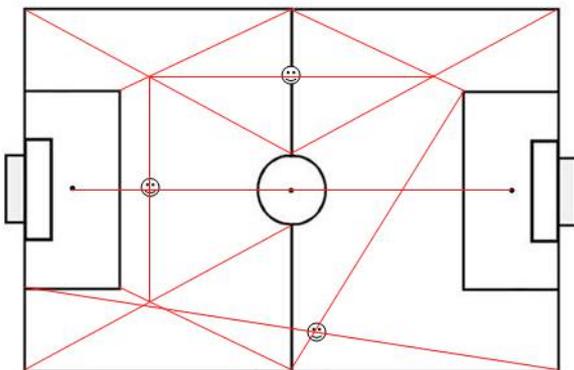
Force 1



Force 2



Force 3



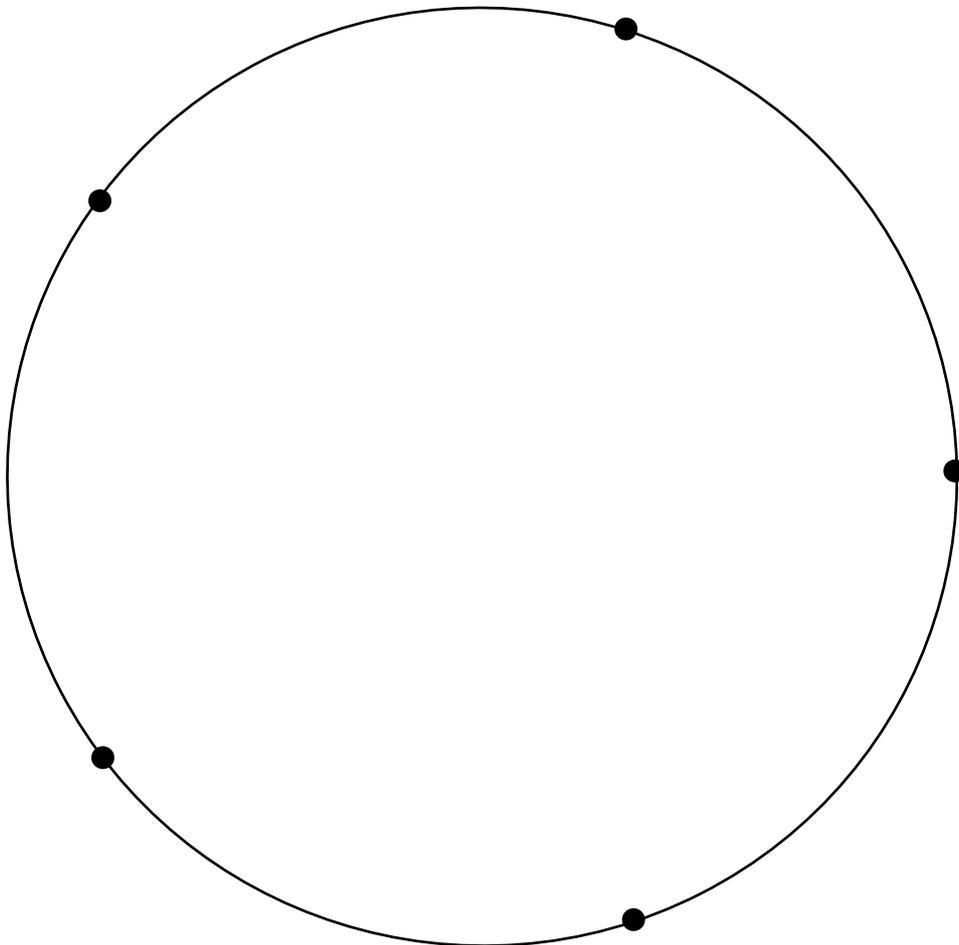


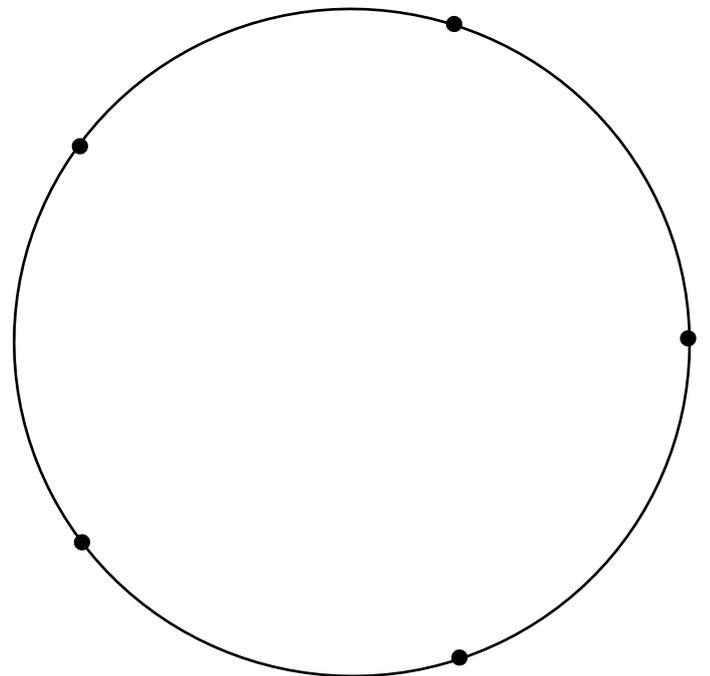
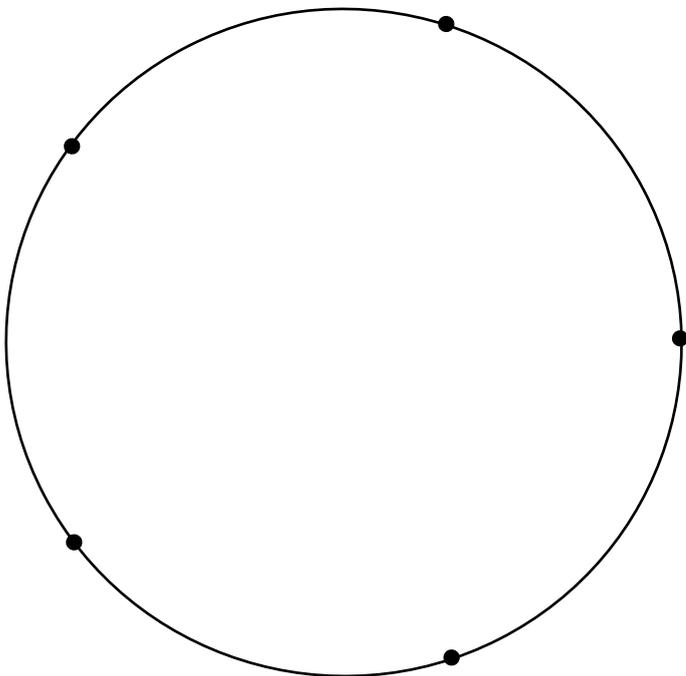
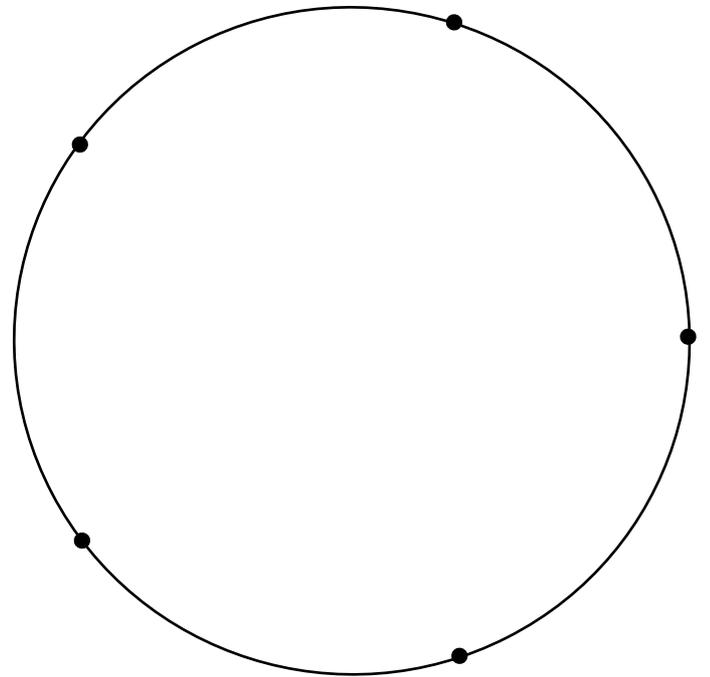
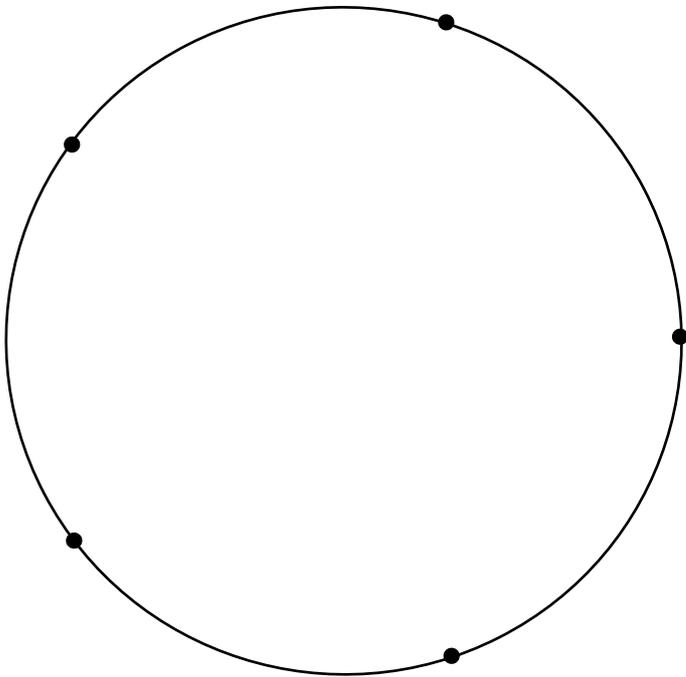
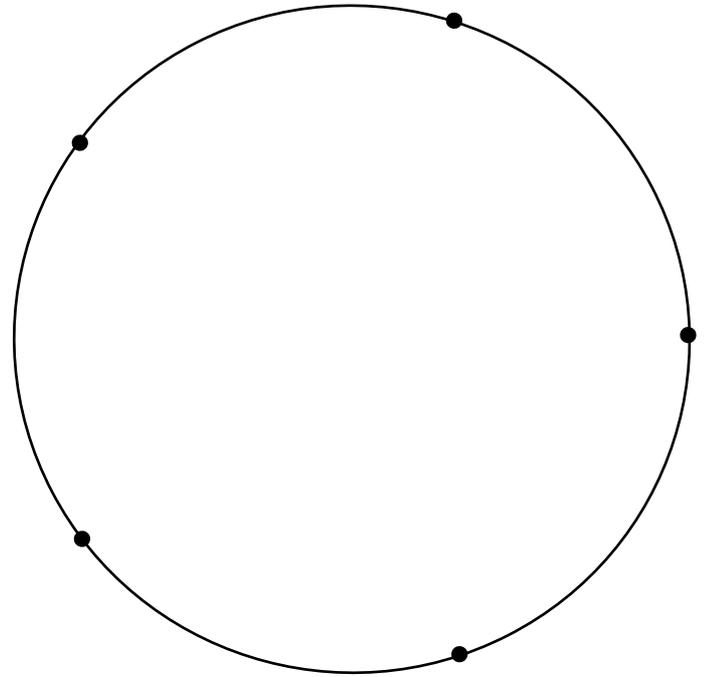
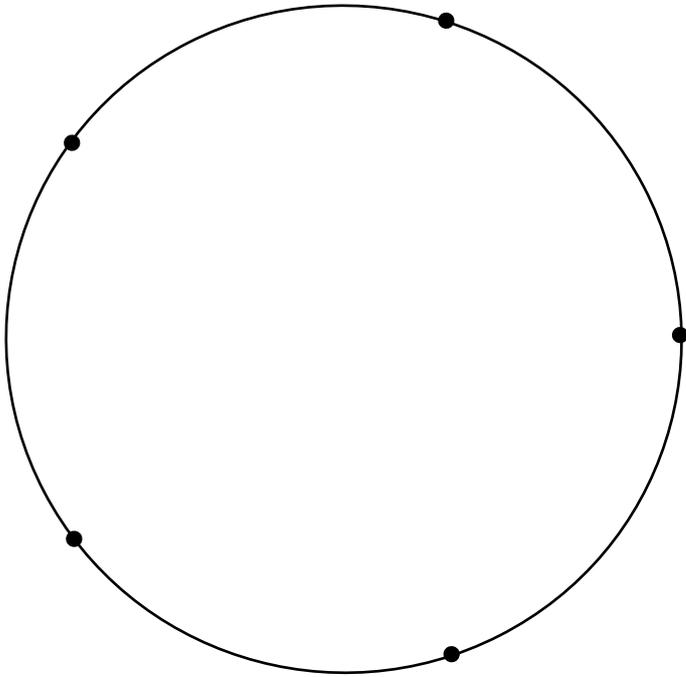
Sont-ils différents

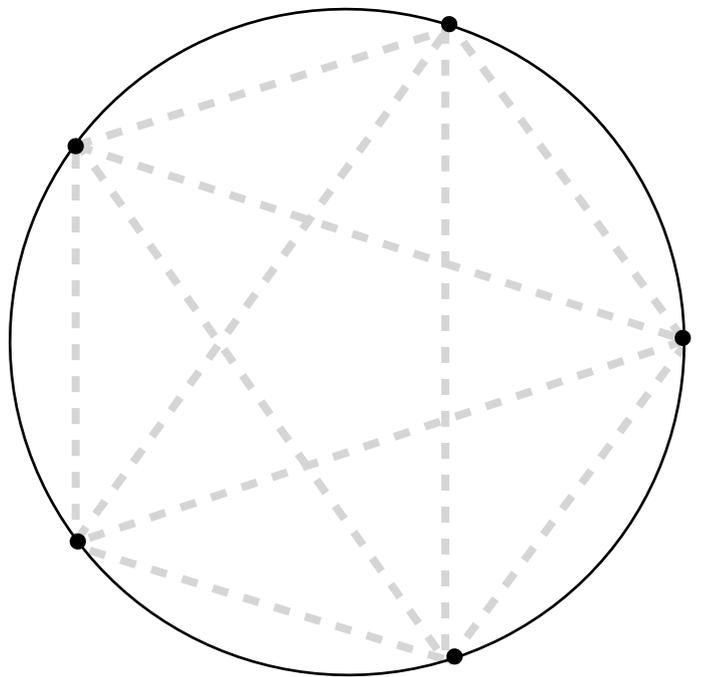
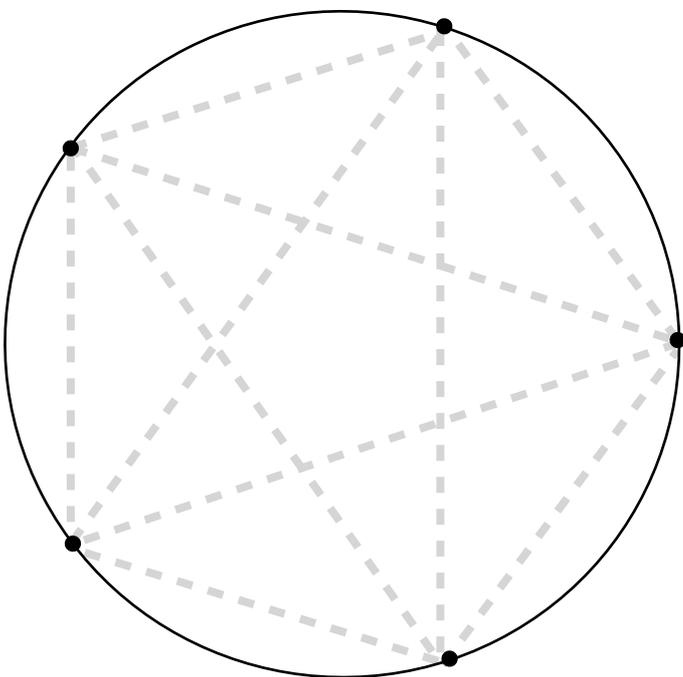
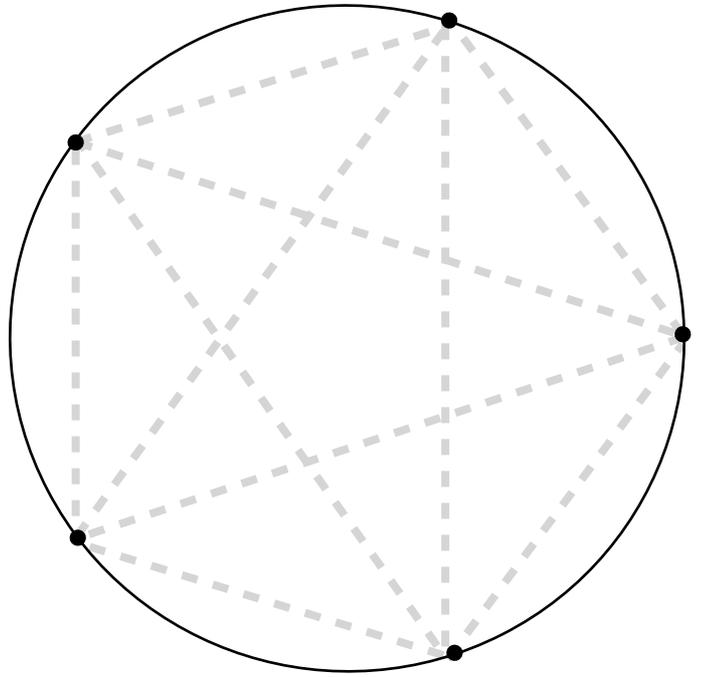
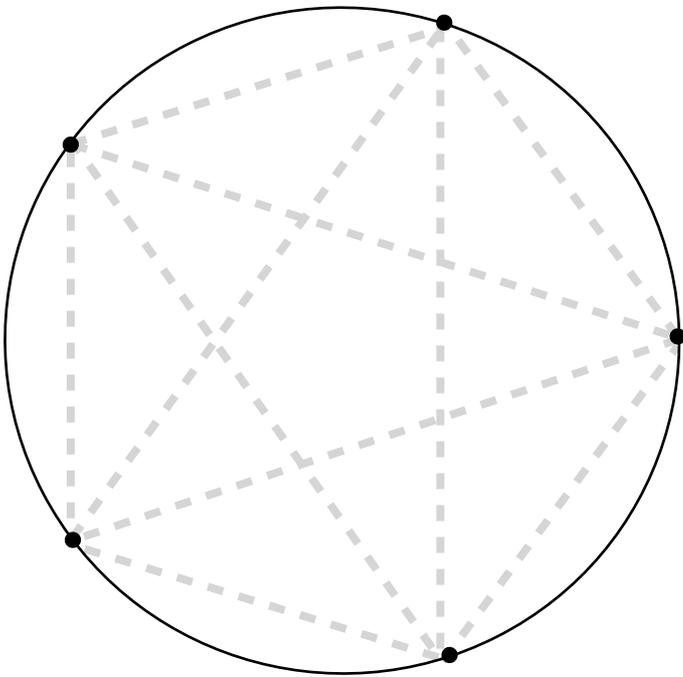
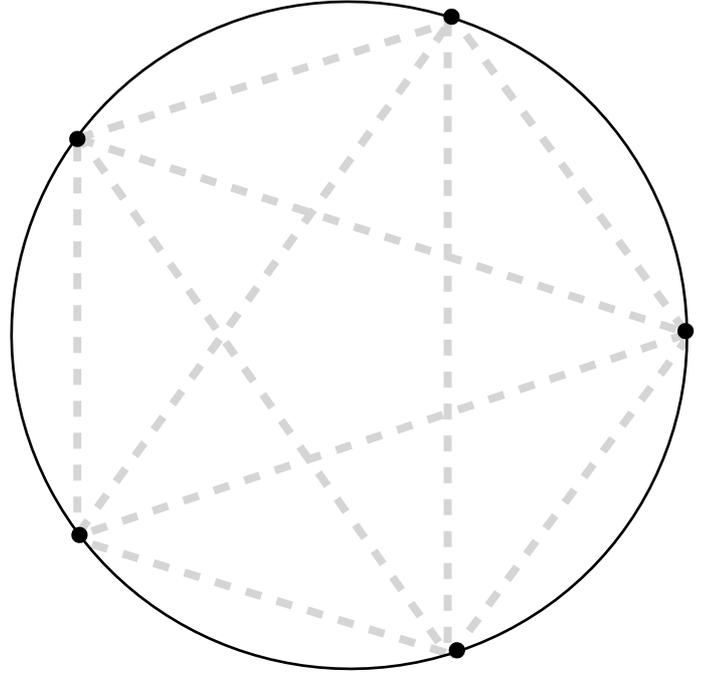
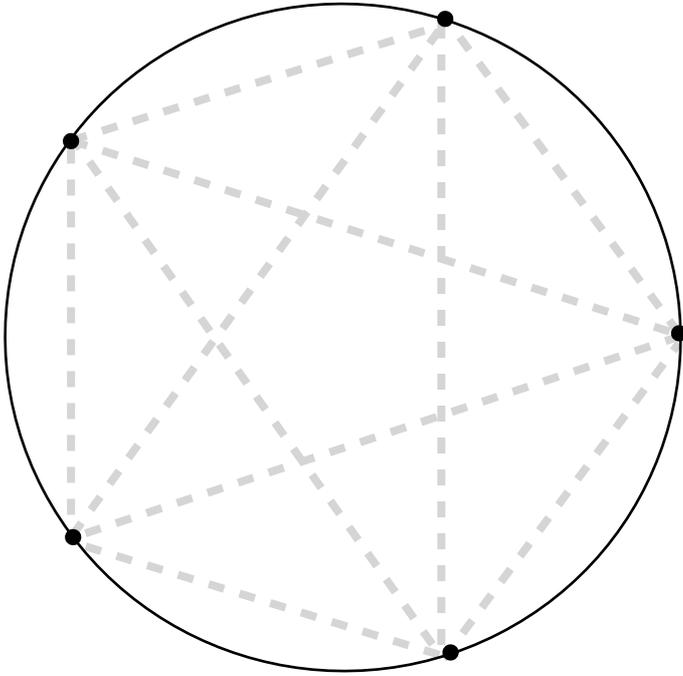
Énigme 2017

SONT-ILS DIFFÉRENTS ?

On veut tracer des polygones dont les sommets sont placés sur des points du cercle ci-dessous, combien de polygones différents peut-on tracer ?

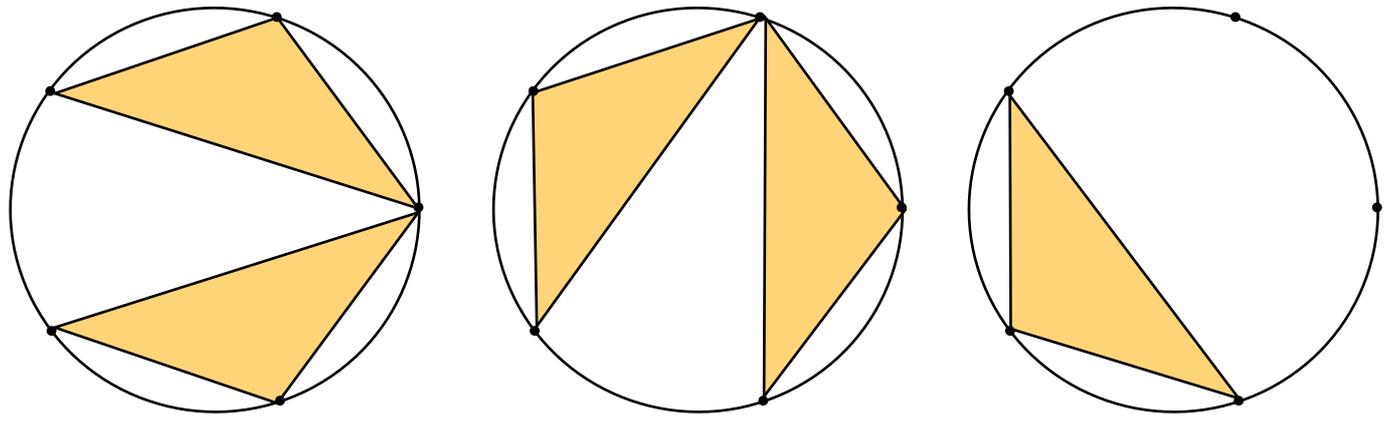




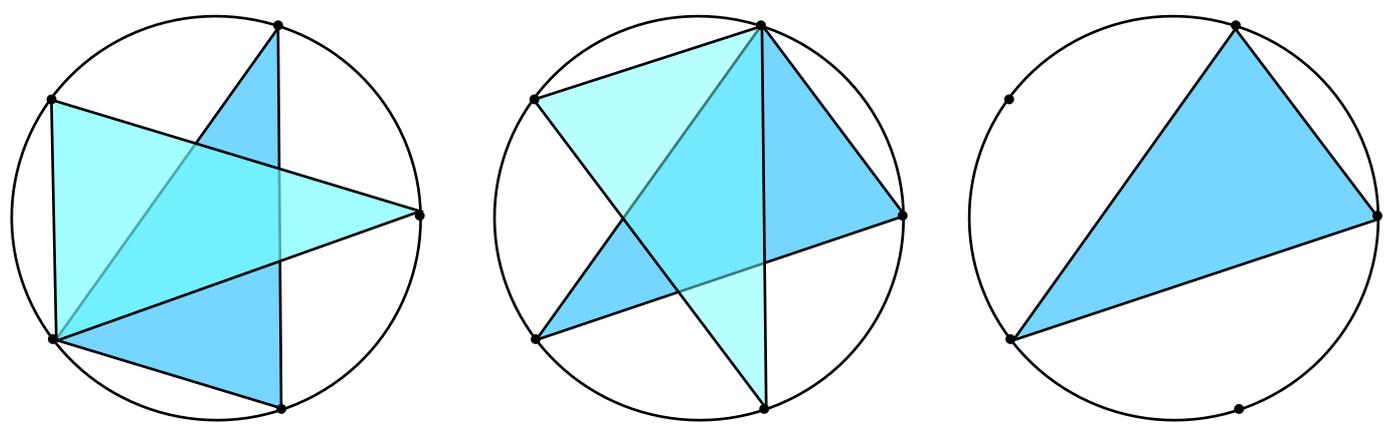




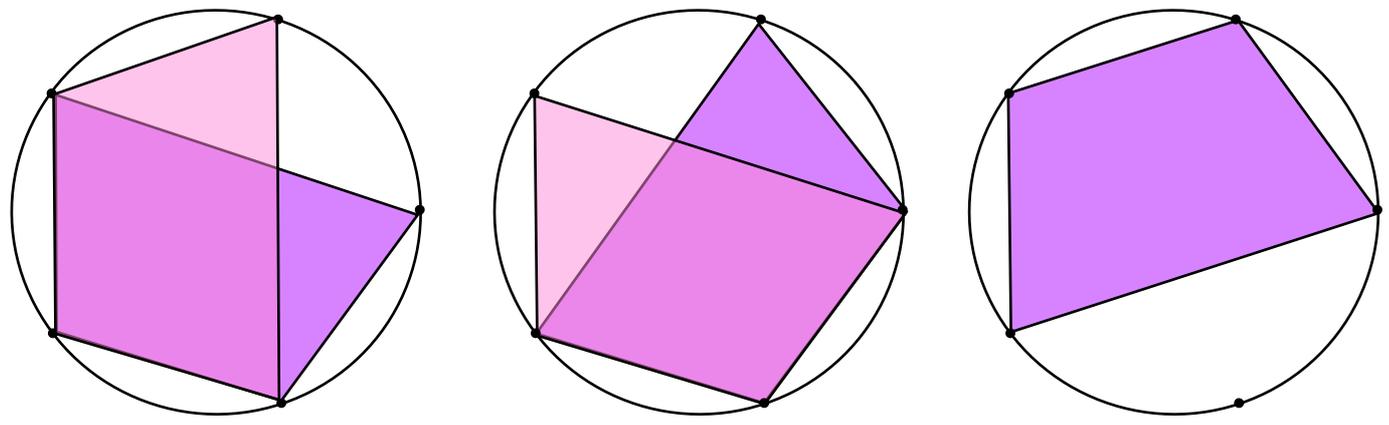
5 triangles isocèles à grande base



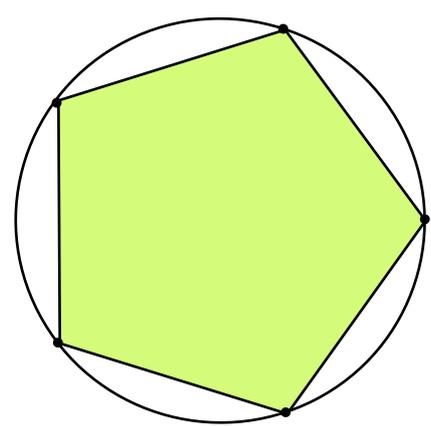
5 triangles isocèles à petite base



5 trapèzes



1 pentagone



Soit au total, 16 polygones « traçables » mais uniquement 4 polygones différents !



Connaissances /compétences travaillées :

Chercher : s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler.

Représenter : Analyser une figure sous différents aspects - Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets

Raisonner : passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures.

Reconnaître, nommer, comparer, vérifier des figures simples.

Utiliser des supports variés puis les propriétés des figures pour faciliter la comparaison de figures planes.

Matériel :

Prévoir plusieurs exemplaires de la planche 1 par élève. On pourra proposer la planche 2 pour les élèves en grande difficulté.

Déroulement / propositions de mise en oeuvre

1 Appropriation de l'activité de tracé : lecture orale collective, reformulation, définition des termes « polygone » et « sommet ».

2 Recherche individuelle.

3 Confrontation entre pairs (ou en groupe de 3 ou 4 élèves) pour validation du nombre de polygones différents trouvés.

4 Mise en commun pour échange et confrontation des résultats

Laisser les élèves tracer un maximum de figures individuellement. Leur faire constater l'illisibilité des tracés par la superposition des figures donc inciter à utiliser plusieurs supports « vierges ».

Lors de la confrontation entre pairs, identifier ou faire identifier les problèmes de communication, inciter les élèves à nommer les points, à nommer précisément les polygones. Faire émerger un ou des critères qui permet de décider que des figures sont différentes, par exemple : « des figures sont différentes si on ne peut pas les superposer exactement ».

Il faudra être attentif à la méthodologie de comparaison et mettre à la disposition des élèves : papier calque (comparaison perceptive), règle graduée, compas, ciseaux (comparaison par les instruments), et affiches collectives.

La vidéoprojection de la fiche « Solutions » peut être intéressante en phase finale pour synthétiser les résultats.

Prolongement possible :

Définition du mot « différent » en mathématiques puis comparaison avec les définitions du même mot dans des domaines divers (être différent en Education Morale et Civique, les paysages différents en géographie, les types d'écrits différents en Littérature...)