



## A LÓGICA NO COTIDIANO E A LÓGICA NA MATEMÁTICA

Flávia Soares<sup>1</sup>  
PUC – Rio  
fsoares.rlk@terra.com.br

### Introdução

Em Matemática estamos sempre tentando descobrir coisas novas e querendo saber se uma afirmação é verdadeira ou falsa. Em muitos casos, a intuição nos mostra a verdade, mas em outros ela pode nos pregar um peça. Nesses momentos, somos levados a buscar um recurso mais eficiente que nos permita afirmar com certeza o que queremos.

A lógica formal surge com Aristóteles. Como indica o termo grego *Órganon*, nome dado ao conjunto dos escritos lógicos de Aristóteles, a lógica é um instrumento do pensamento para pensarmos corretamente. A Lógica não se refere a nenhum ser, a nenhuma coisa, ou a algum objeto em particular, nem a nenhum conteúdo, mas à forma do pensamento.

Ainda segundo Aristóteles a Lógica é o que devemos estudar e aprender antes de iniciar uma investigação filosófica ou científica, pois somente ela pode indicar qual o tipo de proposição, de raciocínio, de demonstração, de prova, e de definição que uma determinada ciência deve usar (Chauí, 1994). A Lógica é uma disciplina que fornece as leis ou as regras ou normas ideais de pensamento e o modo de aplicá-las para demonstrar a verdade.

A Lógica também estabelece os fundamentos necessários para as demonstrações pois dada uma certa hipótese, a lógica permite verificar quais são as suas conseqüências; dada uma certa conclusão, a lógica permite verificar se é verdadeira ou falsa (Chauí, 1994).

---

<sup>1</sup> Mestre em Matemática e doutoranda do Departamento de Educação da PUC – RIO.

### **A Lógica no cotidiano e a Lógica no Ensino de Matemática**

Freqüentemente usamos expressões “é lógico que sim”, ou “é lógico que vai chover”, etc. Mas será que é realmente lógico? Em que nos baseamos para fazer tais afirmações?

Quando usamos essas expressões quase sempre estamos nos referindo a algo que nos parece evidente ou quando temos uma opinião muito fácil de justificar (Machado, 2000). Fazemos afirmações e suposições de vários tipos e tiramos conclusões sobre os acontecimentos do dia a dia o tempo todo. A grande maioria delas é baseada em nossa intuição, em nossa experiência ou através de comparações. Mas nem sempre isso é suficiente. Para provar alguma coisa, sustentar uma opinião ou defender um ponto de vista sobre algum assunto, é preciso *argumentar*. Ou seja, é preciso apresentar justificativas convincentes e corretas que sejam suficientes para estabelecer, sem deixar nenhuma dúvida, se uma afirmação é falsa ou verdadeira.

Segundo Aristóteles, a lógica estuda a razão como instrumento da ciência ou meio de adquirir e possuir a verdade. E o ato próprio da razão é o ato de *raciocinar* (ou *argumentar*). O raciocínio ou argumentação é um tipo de operação do pensamento que consiste em encadear logicamente idéias para delas tirar uma conclusão. Essa operação vai de uma idéia a outra passando por um ou vários intermediários e exige o uso de palavras. Portanto é uma dita uma *inferência mediata*, isto é, procede por mediação, por meio de alguma coisa (Chauí, 1994).

A Matemática necessita da lógica para suas definições, postulados, além de ser fundamental para julgar se um teorema é verdadeiro ou falso, e a partir disso tirar outras conclusões, propor outras conjecturas, provar outros teoremas...

Compartilhamos da opinião de Druk (1998) quando a autora afirma que o estudo da lógica no Ensino Fundamental e Médio não deve ser um ponto localizado em algum momento específico do currículo escolar, mas antes, uma preocupação metodológica presente sempre que algum ponto do programa permitir.

Ainda segundo Druk (1998) a Lógica é um tema com conotações interdisciplinares e que se torna mais rico quando se percebe que ela está presente nas conversas informais, na leitura de jornais e revistas e em nas diversas disciplinas do currículo, não sendo portanto um objeto exclusivo da Matemática.

No sistema escolar e na vida em sociedade, um certo domínio da lógica é necessário ao desenvolvimento da capacidade de distinguir entre um discurso correto e

um incorreto, na identificação de falácias, no desenvolvimento da capacidade de argumentação, compreensão e crítica de argumentações e textos.

Em seu livro *Matemática e Língua Materna*, Machado (2001), diz ser a afirmação “A Matemática desenvolve o raciocínio” a frase que, entre outros tantos mitos que envolvem a Matemática, parece mais solidamente estabelecida no senso comum. O autor lembra ainda que, historicamente, e em todas as épocas, muitos filósofos contribuíram para a legitimar uma associação entre Matemática e a Filosofia, onde o papel da Lógica seria fundamental.

O autor não discute a veracidade da afirmação de que a Matemática desenvolve raciocínio, mas sim o superdimensionamento ou a exclusividade do papel que a Matemática teria em tal tarefa, pois que, qualquer assunto poderia apresentar situações igualmente profícuas nesse sentido.

Mas mesmo estando presente no seu discurso e mesmo que eles acreditem nessa capacidade da Matemática, a maior parte dos professores muitas vezes não compreende explicitamente o que isso significa e nem sabe como proporcionar situações para que os alunos realmente raciocinem bem.

Os livros didáticos por muitos anos excluíram os alunos da construção dos conteúdos, abandonando o raciocínio dedutivo e as demonstrações, e enfatizando o uso de algoritmos e fórmulas nem sempre bem compreendidas pelos estudantes.

No ensino da Matemática, pensar por meio de algoritmos, tem uma desvantagem sobre o pensamento lógico. Os alunos aprendem um enorme quantidade de fórmulas e em que situações devem aplicá-las. Assim, quando o estudante se depara com uma situação similar ele pode resolvê-la facilmente, entretanto não pode resolver qualquer tipo de problema desconhecido, mesmo se ele tem todo o conhecimento para isso. Problemas em Geometria tem uma característica comum: eles não podem ser resolvidos com o mesmo padrão. Nesses casos não é suficiente substituir um dado em uma fórmula, mas sim combinar e aplicar os teoremas conhecidos. Isto é problemático para os estudantes o que torna o desempenho deles fraco em Geometria mesmo que sejam bons em outros assuntos da Matemática.

Ensinar lógica frequentemente pode ser associado com o ensino de conectivos, tabelas verdade e diagramas de Venn. Sendo assim, voltamos a ensinar mais uma vez algoritmos e fórmulas. Estes algoritmos têm praticamente nenhuma aplicação no ensino da Matemática no Ensino Fundamental e Médio, o que faz com que as escolas não ensinem Lógica alguma. Acreditamos que deve-se ensinar lógica de uma forma

diferente, ajudando os alunos a perceber a existência de uma estrutura lógica do pensamento matemático melhorando sua capacidade de resolver problemas. Aliado a essas questões enfatizamos que é necessário ainda entender que, muito embora na linguagem matemática as frases sejam construídas da mesma maneira que na linguagem do cotidiano, as regras de entendimento, isto é, a Lógica pode diferir nos dois casos (Malta, 2002)

Dessa forma algumas dessas atividades que acreditamos serem úteis para um primeiro contato com a Lógica matemática são as atividades que envolvem a argumentação lógica no cotidiano, enigmas lógicos e atividades lúdicas envolvendo o raciocínio lógico (matemático ou não)

A Lógica é freqüentemente deixada de fora do ensino de matemática. Este fato tem efeitos no entendimento da Matemática e em outras linguagens. Este minicurso aponta para alguns tipos de atividades que podem ser realizadas para que a Lógica passe a fazer parte do currículo de Matemática. Os principais tópicos abordados serão os seguintes:

- Informações gerais sobre a História da lógica;
- O que é Lógica e qual a sua importância para o ensino e aprendizagem da Matemática;
- Tipos de argumentos (argumentos válidos, inválidos, sofismas, estrutura de um argumento, silogismos);
- Lógica simbólica (uso dos conectivos e e ou);
- Proposições do tipo “Se A então B” e sua importância nas demonstrações de teoremas (reconhecimento de *tese* e *hipótese*, negação, recíproca)
- Exemplos mais comuns de demonstrações em Matemática (demonstração direta e demonstrações por absurdo)
- Exercícios de Lógica envolvendo situações matemáticas e exemplos do cotidiano (atividades recreativas envolvendo lógica, enigmas lógicos, exercícios de vestibulares recentes e concursos);
- Sugestões de leitura para aprofundamento.

A maior parte das atividades foi retirada de Barros (2001, 2003); Silva (2000) e Machado (2000); exames de Vestibulares e concursos públicos.

**Palavras-chave:** Lógica, Argumentação, Linguagem.

## **BIBLIOGRAFIA**

- BARROS, Dimas Monteiro de. **Raciocínio lógico, matemático e quantitativo**. São Paulo: Novas Conquistas São Paulo, 2001. (Série Concursos Públicos).
- BARROS, Dimas Monteiro de. **Enigmas, Desafios, Paradoxos e outros divertimentos matemáticos**. Araçatuba: Novas Conquistas São Paulo, 2003.
- CHAUÍ, Marilena. **Introdução à história da filosofia: dos pré-socráticos a Aristóteles**, volume I. São Paulo: Brasiliense, 1994.
- DRUK, Iole de Freitas. **A linguagem Lógica**. Revista do Professor de Matemática, 17, p. 10 – 18, 1998.
- MACHADO, Nilson José. **Lógica? É Lógico!** São Paulo: Scipione, 2000. (Coleção Vivendo a Matemática)
- MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna**. 5.ed. São Paulo, Cortez, 2001.
- MALTA, Iaci; PESCO, Sinésio; LOPES, Hélio. **Cálculo a uma Variável – volume 1 – Uma Introdução ao Cálculo**. Rio de Janeiro: Ed. PUC – Rio; São Paulo: Loyola, 2002.
- SILVA, Josimar José da; LOPES, Luís. **É divertido resolver problemas**. Rio de Janeiro: J. Silva, 2000.



## ATIVIDADES

### BLOCO I

1. Um vaso antigo e valioso foi roubado de um museu. O ladrão (ou os ladrões) fugiu de carro. Três famosos delinquentes, A, B e C, foram presos e interrogados. Os seguintes fatos ficaram estabelecidos:

- Nenhuma outra pessoa, salvo A, B e C, estava implicado no roubo;
- C nunca pratica nenhum roubo sem usar A (e talvez outros) como cúmplice;
- B não sabe dirigir.

Pergunta-se, A é inocente ou culpado ?

2. Há três suspeitos de um crime: o cozinheiro, a governanta e o mordomo. Sabe-se que o crime foi efetivamente cometido por um ou por mais de um deles, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se, ainda, que:

(A) se o cozinheiro é inocente, então a governanta é culpada.

(B) ou o mordomo é culpado ou a governanta é culpada, mas não os dois.

(C) o mordomo não é inocente.

Logo,

- a) a governanta e o mordomo são os culpados.
- b) o cozinheiro e o mordomo são os culpados.
- c) somente a governanta é culpada.
- d) somente o cozinheiro é inocente.
- e) somente o mordomo é culpado

3. (AFTN/96) Os carros de Arthur, Bernardo e César são, não necessariamente nessa ordem, uma Brasília, uma Parati e um Santana. Um dos carros é cinza, um outro é verde e o outro é azul. O carro de Arthur é cinza; o carro de César é o Santana; o carro de Bernardo não é verde e não é a Brasília. Qual carro pertence a cada um e qual é a sua cor?

4. A Sra. Macedo tem três afilhadas\_ Ana, Maria e Clara\_ cujos esportes favoritos são a natação, o tênis e o golfe. Uma das moças pratica natação em Santos, a outra está em Campinas e a última em Curitiba. Ana não se encontra em Santos; Clara não está em Campinas e a que joga golfe não está em Curitiba. Se clara se dedica ao tênis, e não à natação, onde estão cada uma das três afilhadas da Sra. Macedo e que esporte praticam? Justifique a sua resposta.

### BLOCO II

1. Cláudio está perdido dentro de uma assustadora caverna. Consultando um mapa, ele encontra exatamente três passagens (I,II e III), como ilustra a figura abaixo:



I. A saída está aqui.  
passagem I.

II. A saída não está aqui.

III. A saída não está na

Para desespero de Cláudio, o mapa diz que quem entrar numa passagem onde não esteja a saída não conseguirá voltar, e que cada uma das três passagens possui, além da

numeração, uma única mensagem, mas somente UMA das mensagens é VERDADEIRA. Em qual passagem está a saída e qual mensagem é a verdadeira? Justifique a sua resposta.

2. (FUVEST-SP) Cada um dos cartões abaixo tem de um lado um número e do outro uma letra.



Alguém afirmou que “Todos os cartões que têm uma vogal numa face têm um número par na outra”. Para verificar se tal afirmação é verdadeira:

- é suficiente virar o primeiro e o último cartão.
- é suficiente virar os dois últimos cartões.
- é necessário virar todos os cartões.
- é suficiente virar os dois primeiros cartões.
- é suficiente virar os dois cartões do meio.

3. Três irmãos, João, Eduardo e Ricardo, jogavam futebol quando, em dado momento, quebraram a vidraça da sala de sua mãe.

- Foi Ricardo, disse João.
- Fui eu, disse Eduardo.
- Foi Eduardo, disse Ricardo.

Somente um dos três garotos dizia a verdade, e a mãe sabia que Eduardo estava mentindo.

Então:

- Ricardo, além de mentir, quebrou a vidraça.
- João mentiu, mas não quebrou a vidraça.
- Ricardo disse a verdade.
- Não foi Ricardo que quebrou a vidraça.
- Quem quebrou a vidraça foi Eduardo ou João.

### **BLOCO III**

1. (AFC/ 96) Se Beto briga com Glória, então Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla.

Ora, Raul não briga com Carla. Logo:

- Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória.
- Carla fica em casa e Glória vai ao cinema.
- Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema.
- Glória vai ao cinema e Beto briga com Glória.
- Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória.

2. (MERJ-98) Duas amigas Mariana e Kárita, estavam conversando, quando a primeira falou: “ Se não chover amanhã, eu irei à praia.” Em seguida, Kárita respondeu: “ Se chover amanhã, eu irei ao clube.” Sabendo que no dia seguinte choveu o dia inteiro, pode-se concluir, a partir das afirmações das amigas, que:

- Mariana e Kárita não foram à praia.
- Kárita e Mariana não foram ao clube.
- Kárita foi ao clube.

- d) Mariana não foi à praia e Kárita foi ao clube.
- e) Mariana e Kárita foram ao clube no dia seguinte.

3. (UFF-98) Numa cidade litorânea é rigorosamente obedecida a seguinte ordem do prefeito:

*“ Se não chover, então todos os bares à beira-mar deverão ser abertos ”* .

Pode-se afirmar que :

- a) Se todos os bares à beira-mar estão abertos, então choveu.
- b) Se todos os bares à beira-mar estão abertos, então não choveu.
- c) Se choveu, estão todos os bares à beira-mar não estão abertos.
- d) Se choveu, estão todos os bares à beira-mar estão abertos.
- e) Se um bar à beira-mar não está aberto, então choveu.

4. (AFC/ 96) Se Carlos é mais velho do que Pedro, então Maria e Júlia têm a mesma idade. Se Maria e Júlia têm a mesma idade, então João é mais moço que Pedro. Se João é mais moço que Pedro, então Carlos é mais velho que Maria. Ora, Carlos não é mais velho que Maria. Então:

- a) Carlos não é mais velho que Júlia e João é mais moço que Pedro.
- b) Carlos é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia têm a mesma idade.
- c) Carlos e João são mais moços do que Pedro.
- d) Carlos é mais velho do que Pedro, e João é mais moço do que Pedro.
- e) Carlos não é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia não têm a mesma idade.

5. Considere a proposição verdadeira: Se duas retas são perpendiculares então o ângulo formado entre elas mede  $90^\circ$ . A partir desta proposição podemos afirmar que:

- a) Se as retas  $r$  e  $s$  não são perpendiculares então  $r$  e  $s$  não formam um ângulo de  $90^\circ$ .
- b) Se as retas  $r$  e  $s$  não formam um ângulo de  $90^\circ$  então as retas  $r$  e  $s$  são perpendiculares.
- c) Se as retas  $r$  e  $s$  formam um ângulo de  $90^\circ$  então  $r$  e  $s$  não são perpendiculares.
- d) Se duas retas  $r$  e  $s$  não formam entre si um ângulo de  $90^\circ$  então as retas  $r$  e  $s$  não são perpendiculares.
- e) Se duas retas  $r$  e  $s$  não são perpendiculares então as retas  $r$  e  $s$  formam entre si um ângulo de  $90^\circ$ .

#### **BLOCO IV**

1. Considere a afirmação abaixo:

“Dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.”

- a) Escreva a proposição acima na forma “ Se ... então...”
- b) Escreva a recíproca do item (a)
- c) Escreva a contra positiva do item (a)

2. Considere a afirmação abaixo:

“ Num triângulo isósceles os ângulos da base são iguais.”

- a) Escreva a proposição acima na forma “ Se ... então...”
- b) Escreva a recíproca do item (a)
- c) Escreva a contra positiva do item (a)

3. Considere a afirmação abaixo:

“ Num triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da

hipotenusa.”

- a) Escreva a proposição acima na forma “ Se ... então...”
- b) Escreva a recíproca do item (a)
- c) Escreva a contra positiva do item (a)

4. Considere a afirmação abaixo:

“ Num triângulo equilátero todos os seus ângulos internos são iguais a  $60^\circ$ .”

- a) Escreva a proposição acima na forma “ Se ... então...”
- b) Escreva a recíproca do item (a)
- c) Escreva a contra positiva do item (a)

5. Considere a afirmação abaixo:

“ Dois triângulos são semelhantes têm seus lados correspondentes proporcionais.”

- a) Escreva a proposição acima na forma “ Se ... então...”
- b) Escreva a recíproca do item (a)
- c) Escreva a contra positiva do item (a)

## **BLOCO V**

1. (ICMS/SP-97) Assinale a alternativa que apresenta uma CONTRADIÇÃO.

- a) Todo espião não é vegetariano e algum vegetariano é espião.
- b) Todo espião é vegetariano e algum vegetariano não é espião.
- c) Nenhum espião é vegetariano e algum espião não é vegetariano.
- d) Algum espião é vegetariano e algum espião não é vegetariano.
- e) Todo vegetariano é espião e algum espião não é vegetariano.

2. Tomando como **verdadeira** a proposição “*Quem fuma morre de câncer*”, assinale V para as conclusões verdadeiras e F para as conclusões falsas.

- ( ) Rafael fuma, logo Rafael morrerá de câncer.
- ( ) Rafael não fuma, logo Rafael não morrerá de câncer.
- ( ) Rafael não morreu de câncer, logo Rafael não fumava.
- ( ) Rafael têm câncer, logo Rafael não fuma.

3. Tomando como **verdadeira** a proposição “*Sorte no jogo, Azar no amor*”, assinale V para as conclusões verdadeiras e F para as conclusões falsas.

- ( ) Andréia tem sorte no jogo, logo Andréia tem azar no amor.
- ( ) Andréia tem não sorte no jogo, logo Andréia não tem azar no amor.
- ( ) Andréia tem azar no amor, logo Andréia não tem sorte no jogo.
- ( ) Andréia não tem azar no amor, logo Andréia não tem sorte no jogo.

4. Considere as seguintes proposições.

I. Se X torce pelo Flamengo, então X não torce pelo Vasco.

II. Se X é vascaíno, então X é inteligente.

Com base nessas duas proposições, pode-se concluir que:

- a) Todo pessoa inteligente é vascaína.
- b) Existe vascaíno que não é inteligente.
- c) Se X não torce pelo Flamengo, então X é inteligente.
- d) Se X não é inteligente, então X não torce pelo Vasco.
- e) Existem pessoas inteligentes que torcem pelos dois times.

5. Todos os primogênitos da família Almeida Braga têm olhos azuis. Emiliano tem olhos castanhos. Então, NÃO se pode afirmar que:

- a) se Emiliano é primogênito, então certamente não pertence à família Almeida Braga.
- b) se Emiliano pertence à família Almeida Braga, então certamente não é primogênito.
- c) é possível que Emiliano pertença à família Almeida Braga e seja primogênito.
- d) é possível que Emiliano não pertença à família Almeida Braga nem seja primogênito.
- e) Emiliano pertence à família Almeida Braga se e somente se não for primogênito.

6. Sabe-se que:

I- Quando Ricardo fica gripado, ele falta ao trabalho.

II- Emília só falta ao trabalho quando está gripada.

III- Ivete jamais falta ao trabalho quando está gripada.

Hoje, Ricardo, Emília e Ivete faltaram ao trabalho. Então, pode-se afirmar:

- a) Talvez Ricardo e Ivete estejam gripados.
- b) Ricardo e Emília estão gripados.
- c) Emília está gripada e é possível que Ricardo não esteja gripado.
- d) Ricardo, Emília e Ivete estão gripados.
- e) Ricardo está gripado e Emília certamente não está gripada.

7. Considere a afirmação como verdadeira: “ Se eu estudar bastante então passarei de ano.” A opção verdadeira é:

- a) Se eu não estudar bastante passarei de ano.
- b) Se eu não estudar bastante então não passarei de ano.
- c) Só passarei de ano se eu estudar bastante.
- d) Se eu não passar de ano é porque não estudei bastante.
- e) Mesmo que eu estude bastante não passarei de ano.

8. (ICMS/SP-97) Se você se esforçar, então irá vencer. Assim sendo,

- a) seu esforço é condição suficiente para vencer.
- b) seu esforço é condição necessária para vencer.
- c) Se você não se esforçar, então não irá vencer.
- d) você vencerá só se esforçar.
- e) mesmo que se esforce, você não vencerá.

9. (UFF – 2002 – Etapa 1) O seguinte enunciado é verdadeiro: “ Se uma mulher está grávida, então a substância gonadotrofina cariônica está presente na sua urina.”

Duas amigas, Fátima e Mariana, fizeram exames e constatou-se que a substância gonadotrofina cariônica está presente na urina de Fátima e não está presente na urina de Mariana.

Utilizando a proposição enunciada, os resultados dos exames e o raciocínio lógico dedutivo:

- a) garante-se que Fátima está grávida e não se pode garantir que Mariana está grávida.
- b) garante-se que Mariana não está grávida e não se pode garantir que Fátima está grávida.
- c) garante-se que Mariana está grávida e que Fátima também está grávida.
- d) garante-se que Fátima não está grávida e não se pode garantir que Mariana está grávida.
- e) garante-se que Mariana não está grávida e que Fátima está grávida

10. (UERJ-2002) Rafael comprou quatro passagens aéreas para dar uma de presente para cada um de seus quatro netos. Para definir a época em que irão viajar, Rafael pediu para cada um dizer uma frase. Se a frase fosse verdadeira, o neto viajaria imediatamente; se fosse falsa, o neto só viajaria no final do ano. O quadro abaixo apresenta as frases que cada neto falou:

NETO	FRASE
I	Viajarei para a Europa
II	Meu vôo será noturno
III	Viajarei no final do ano
IV	O Flamengo é o melhor time do Brasil

A partir das frases ditas, Rafael não pôde definir a época da viagem do neto representado pelo seguinte número:

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV

### **BLOCO VI**

1. A,B,C,D,E são pessoas de diferentes nacionalidades:

- A,C e E falam inglês; B e D falam alemão;
  - A e D falam francês; B e E falam espanhol;
  - C fala russo.
- a) quem sabe falar inglês e espanhol ?
  - b) quem sabe falar inglês ou francês ?
  - c) quem sabe falar francês e alemão ?
  - d) Poderá haver rodinhas de bate papo com D e E? Com A, B e D ? A e C?

2. Num conjunto de 30 pessoas, 5 são altas e gordas, 11 são baixas e 13 são gordas. Quantas são altas e magras? Quantas são baixas e magras?