Cinématique et Dynamique

Étienne Parizot
(APC – Université Paris 7)

I - Introduction à la Physique

- Monde physique
- Grandeurs physiques
- Lien avec les mathématiques

Physique et monde physique

- Physique = discipline ou voie de recherche qui consiste en l'étude du « monde physique » et vise à la compréhension de ses propriétés, de ses modes d'apparence et d'évolution, et même, si possible, de sa nature.

- Mais qu'est-ce que le « monde physique » ?

  Justement, on ne sait pas vraiment !
  → Il s'agit de comprendre ce qu'est ce monde physique dont la notion se présente à nous d'elle-même, émerge dans notre conscience et évolue d'ailleurs au cours de la vie d'un homme ainsi qu'au cours des âges !

- → Le monde physique, qu'est-ce que c'est ?
  Quel est son mode d'être ? Quelle est sa nature ?

- → commencer par l'étudier !

Le monde physique

- Émergence d'une conscience conduisant à l'identification d'*objets*, en liaison directe ou indirecte avec la *perception sensible*. Ces objets sont les éléments du monde physique.

- Physique = « Philosophie naturelle »
  Nature : « Ensemble des choses perçues, visibles, en tant que milieu où vit l'homme » (*Le Petit Robert*)

- La conscience nous présente ces *objets* dans une organisation spatiale et temporelle, et conduit également à la notion de matière, comme support des événements sensibles.

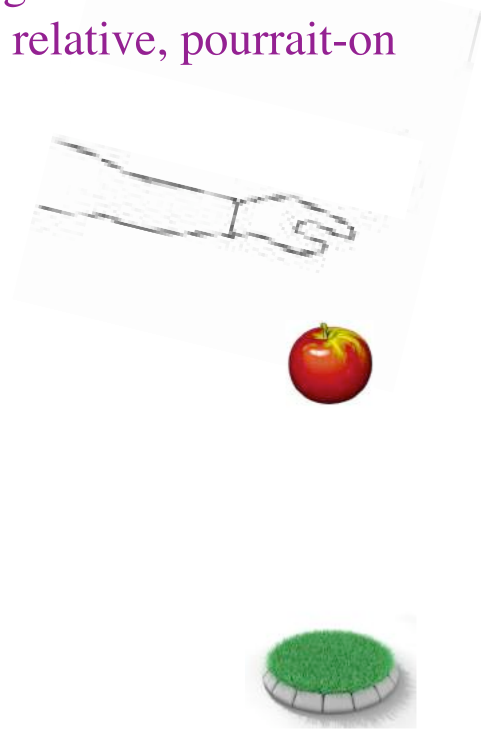
- ⇒ espace, temps, matière :
  notions les plus familières, mais aussi les plus obscures !

Lois physiques

- Physique : « Science qui étudie les propriétés générales de la matière et établit des lois qui rendent compte des phénomènes matériels » (*Le Petit Robert*)

- → notion de loi : il y a des constances dans le monde physique !
(NB: c'est sans doute une condition de son émergence dans la conscience… Sans répétitions, sans permanence relative, pourrait-on seulement identifier des objets ?)

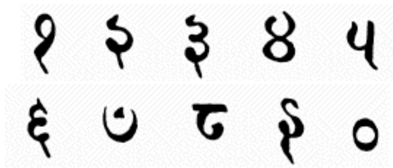
- L'étude de ces répétitions permet de dégager des lois qui nous renseignent sur la *nature des choses*. Car pour dégager des lois, il faut aussi, dans le même temps, identifier des notions pertinentes, sur lesquelles s'appliquent ces lois !



Mesures et grandeurs physiques

- Étudier le monde physique avec précision → raffiner la description et les appréciations : peut-on faire mieux que dire « c'est grand », « c'est petit », « c'est un peu plus grand », etc. ?

- → cf. notion de quantité : base de l'arithmétique.
  « Un peu », « beaucoup » → nombre précis !

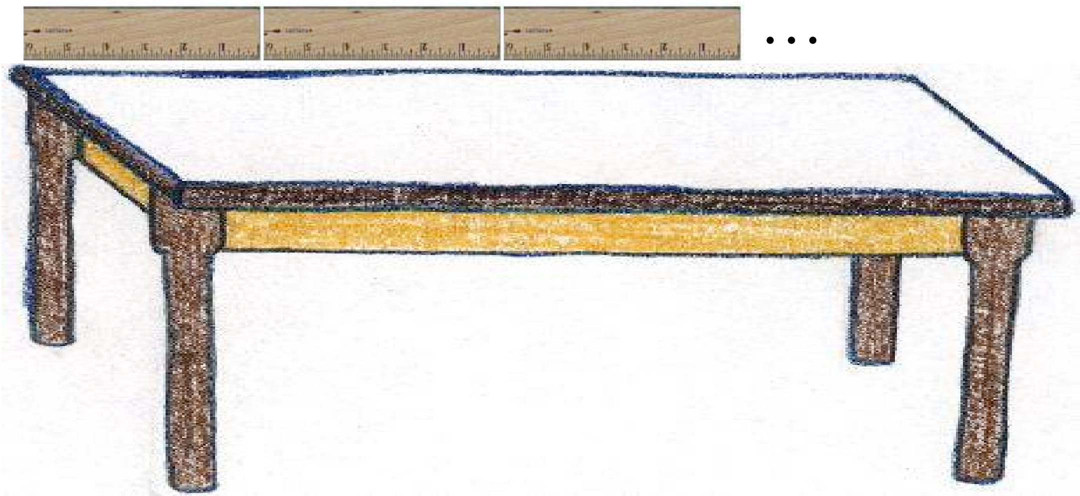


- Déterminer la quantité = associer un nombre aux notions rencontrées dans l'étude du monde physique → grandeurs physiques (i.e. quantifiables, auxquelles on peut attribuer un nombre)

- Exemples: longueur, durée, masse, pression, vitesse, courant électrique, etc. (notions innées ou découvertes au cours de l'étude du monde physique)

Grandeurs physiques et unités

- Évaluer une grandeur, c'est répondre à la question « **combien** ? »
  Nécessité d'une **référence** de même nature, prise comme « **unité** »
  → application du modèle des longueurs



- On reporte une longueur de référence un certain nombre de fois.
  Si on prend une référence 2 fois plus petite, il en faut 2 fois plus…

Grandeurs et unités fondamentales

- Toutes les grandeurs se ramènent à trois grandeurs de base :

longueur | durée | masse

quantité d'espace | quantité de temps | quantité de matière

- → toutes les unités se ramènent à trois unités de base :

mètre (m) | seconde (s) | kilogramme (kg)

Grandeur physique authentique…

- Attention : la valeur d'une grandeur physique n'est pas un simple label numérique

Par exemple, la référence d'un livre dans une bibliothèque n'est pas une grandeur physique !

- La relation d'ordre numérique doit avoir un sens vis-à-vis de la grandeur physique considérée : valeur numérique plus petite quand la grandeur physique est moindre…

- Les rapports de grandeurs doivent aussi avoir un sens : « ceci est deux fois plus grand que cela », « la pression maintenant est trois fois plus faible que tout à l'heure », etc…

Le cas de la température

- Historiquement, la température n'a pas toujours été une grandeur physique !

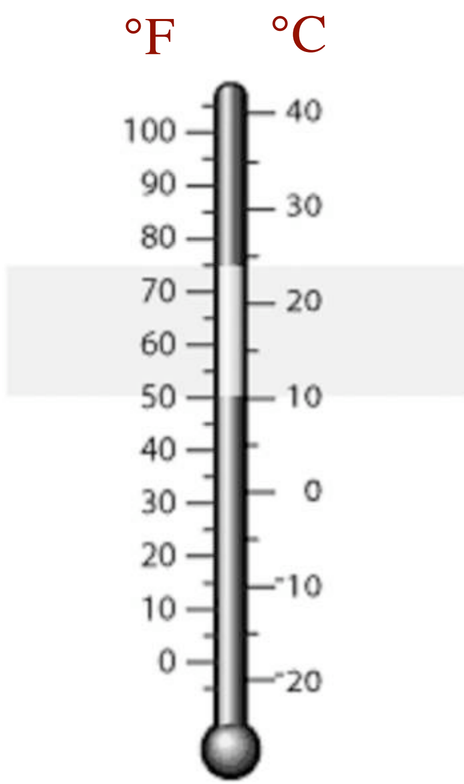
- Une échelle de mesure, ce n'est pas suffisant !

  degrés Celsius (ou centigrades) vs. degrés Farhenheit

- Lorsqu'il fait 20 °C, fait-il *deux fois plus chaud* que lorsqu'il fait 10°C ?

  NB: 10°C = 50°F , et 20°C = 68°F !

- Les travaux sur la thermodynamique des gaz ont fait de la température une grandeur physique authentique



$$°C = \frac{5}{9}(°F - 32)$$

$$°F = \frac{9}{5}°C + 32$$

(Avant, seulement l'écart de température…)

Deux fois plus chaud que 10°C, c'est 2(273.15 + 10) - 273.15 = 293.15 °C !

Unité et valeur numérique

- La valeur numérique attribuée à une grandeur physique dépend bien sûr de l'unité choisie

60 cm

60 cm = 0.6 m = 1.97 pied = 23.6 pouce
= 0.15 milli-lieue = 1.15 coudée royale, etc.

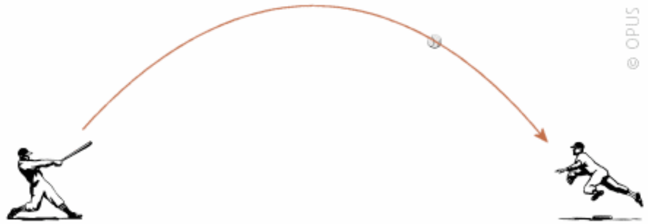
- Il est crucial qu'avec une unité x fois plus petite, la valeur obtenue soit x fois plus grande !

(C'est pour cela qu'il faut pouvoir faire des rapports de grandeurs…)

II - Cinématique

- Corps solides
- Repérage des points
- Mouvement

Cinématique

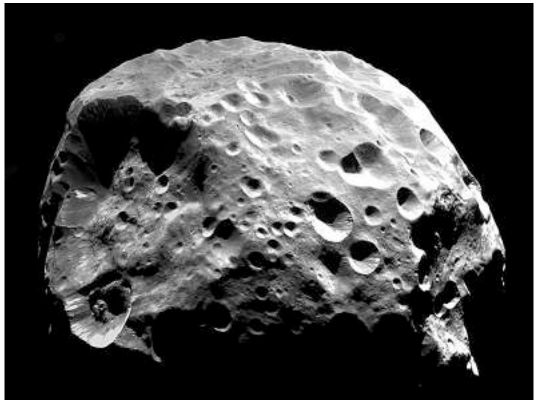


Grec: *kinêmatikos*, de *kinêma* = « mouvement »
« Partie de la mécanique qui étudie le mouvement indépendamment des forces qui le produisent » (Petit Robert)

- Peut-on faire mieux que dire « ça bouge » ? → oui !
- Ça bouge doucement, vite, de plus en plus vite, ça change de direction, ça ralentit, ça tourne, c'est passé par ici, puis par là, ça oscille, etc.
- → notions de trajectoire, de vitesse, d'accélération…
- NB: notion sous-jacente de *temps* !

  + notion sous-jacente de *corps* : le *ça* de « ça bouge », c'est quoi ?

Corps physique solide

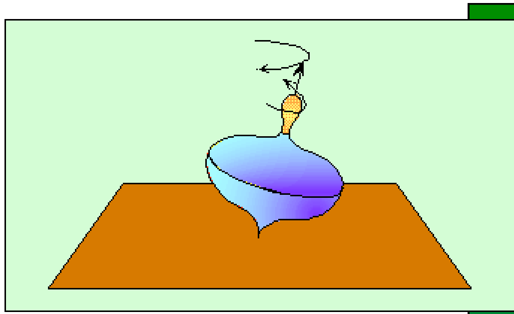


- Corps : ~ objet matériel pouvant être considéré comme un tout, dans son unité, séparé d'autres corps et de l'environnement qui peuvent néanmoins interagir avec lui

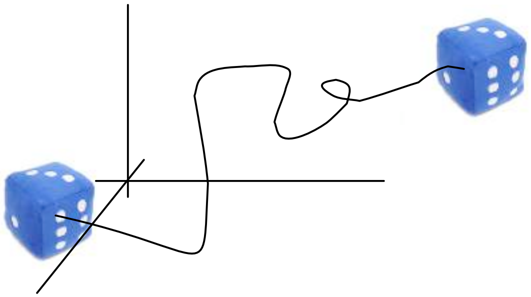
  Cf. « faire corps » : adhérer, ne faire qu'un…

- Corps solide : dont les parties sont rigidement liées les unes aux autres, de sorte que la distance entre deux quelconques de ses points reste constante → indéformable
- NB: pas de solide parfait d'après la théorie de la relativité einsteinienne !

Repérage d'un corps solide

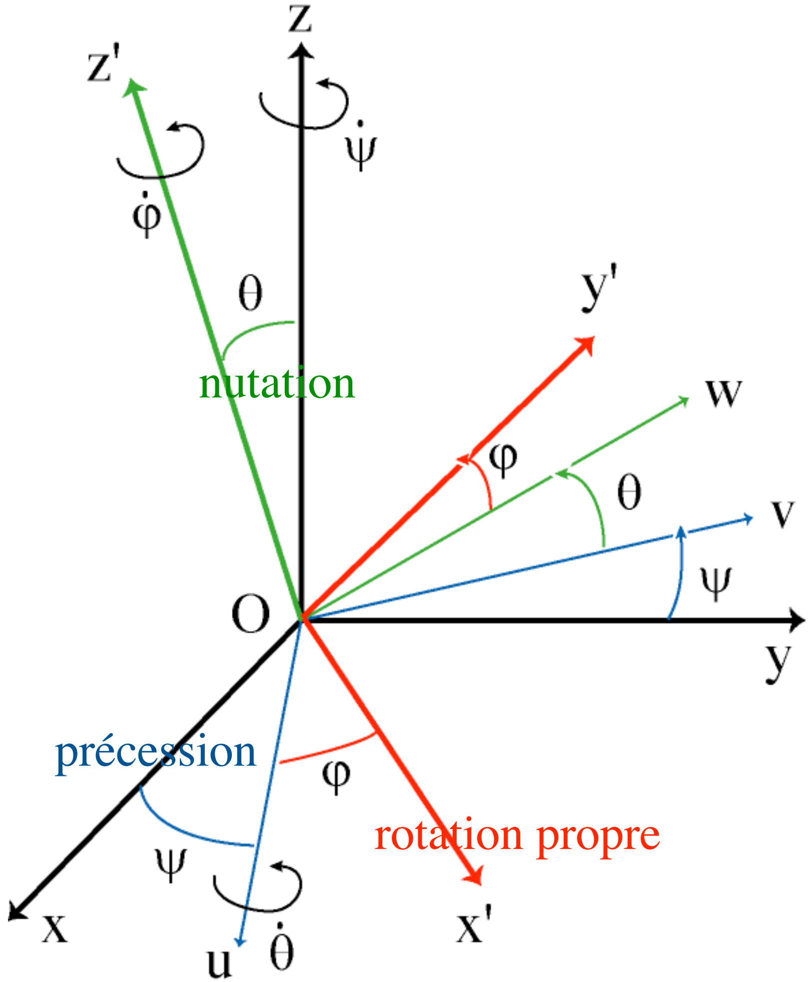


- Position d'un point (généralement le centre de gravité) : 3 coordonnées



- Orientation dans l'espace :
  3 angles (ex. « angles d'Euler »)

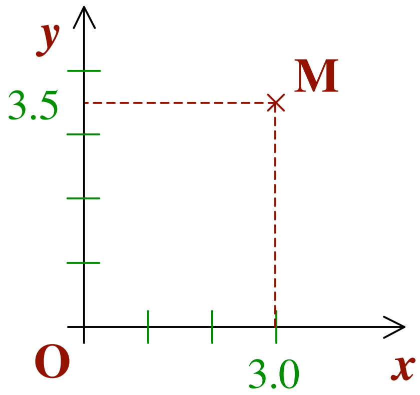
φ angle de *rotation propre*
ψ angle de *précession*
θ angle de *nutation*



Repérage d'un corps solide

- La cinématique repose sur la notion de **géométrie**, qui relie l'espace (ou l'espace-temps) à des quantités, i.e. des valeurs numériques

- Repérage d'un point au moyen de **coordonnées** : relation *bi-univoque*



Les coordonnées sont des nombres correspondant à des grandeurs géométriques et mesurant des distances.

Or les distances sont des grandeurs physiques !

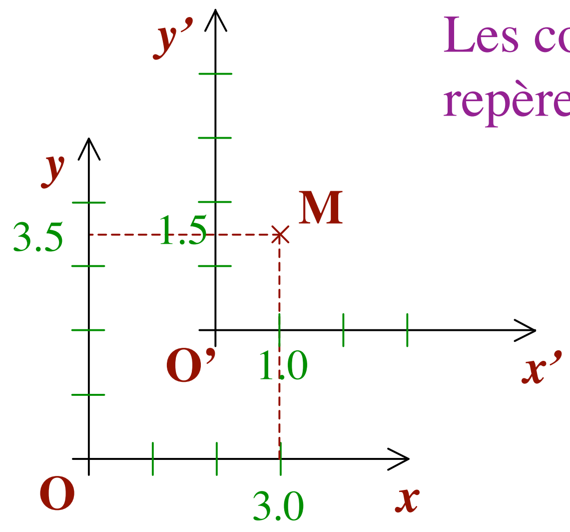
- « L'abscisse de M est x » ⇔ « la distance de M à la droite Oy vaut x »
(abus de langage…)

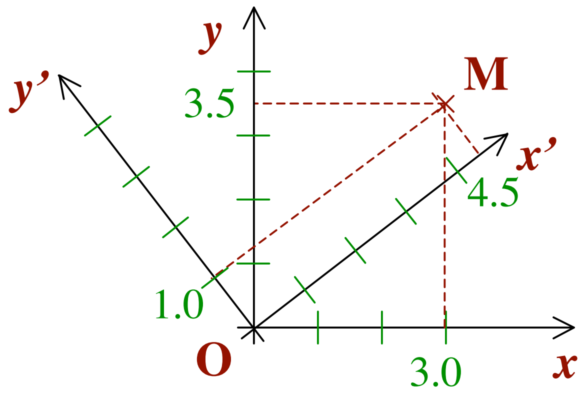
Coordonnées et repères

- Les coordonnées ne sont pas des grandeurs physiques !

  Seules les distances en sont (entre deux points, deux droites, etc.) !

- Les coordonnées dépendent du repère, mais pas les distances.



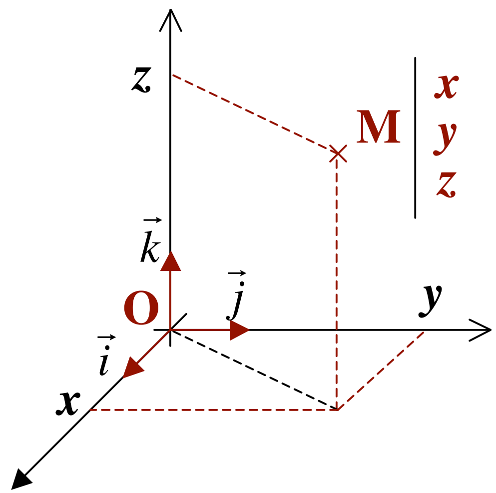


- Coordonnées = intermédiaires de calcul permettant de *repérer* les points, suivant un code spécifique

  → coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques, etc.

Coordonnées cartésiennes

René Descartes (1596 – 1650)



- Basées sur les propriétés de la géométrie euclidienne

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k} \qquad \|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1$$

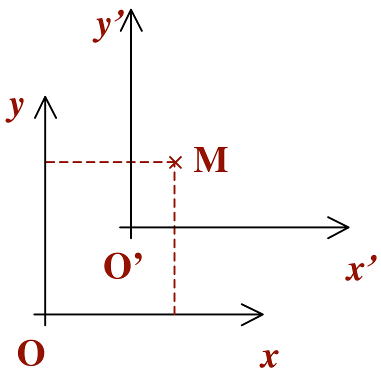
- Théorème de Pythagore : $OM^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$M_1M_2^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

- Changement de repère

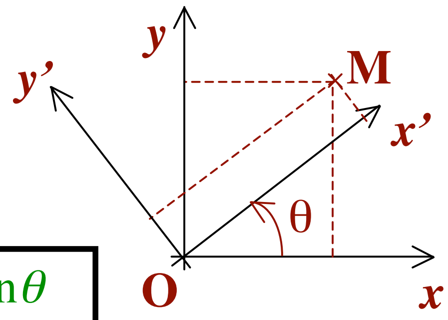
translation

$$x' = x - x_{O'}$$
$$y' = y - y_{O'}$$



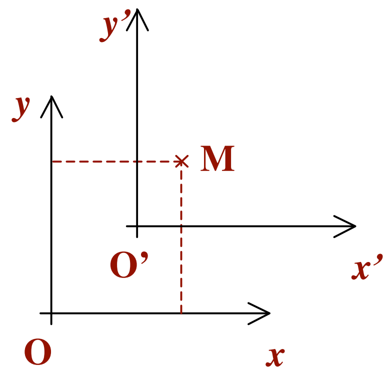
rotation

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$$
$$y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$$



→ à démontrer…

- Changement de repère : translation



$$\vec{O'M} = \vec{O'O} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OO'}$$

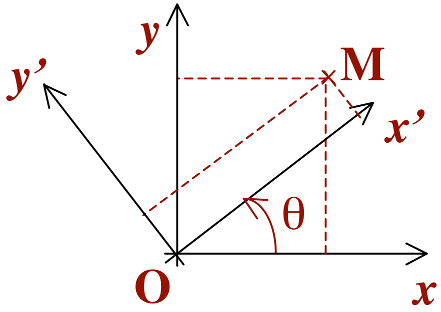
Si $\vec{OO'} = \begin{vmatrix} x_{O'} \\ y_{O'} \end{vmatrix}$, on a bien $\begin{vmatrix} x' = x - x_{O'} \\ y' = y - y_{O'} \end{vmatrix}$

- Même chose à 3D :

$$\vec{O'M} = \vec{O'O} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OO'}$$

Si $\vec{OO'} = \begin{vmatrix} x_{O'} \\ y_{O'} \\ z_{O'} \end{vmatrix}$, on a bien sûr $\begin{vmatrix} x' = x - x_{O'} \\ y' = y - y_{O'} \\ z' = z - z_{O'} \end{vmatrix}$

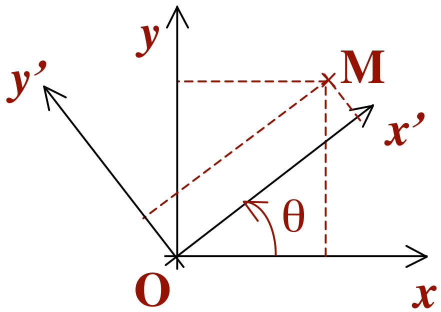
- Changement de repère : rotation



$$\begin{cases} \vec{i}' = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \\ \vec{j}' = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{OM} = x'\,\vec{i}' + y'\,\vec{j}' = \underbrace{(x'\cos\theta - y'\sin\theta)}_{x}\vec{i} + \underbrace{(x'\sin\theta + y'\cos\theta)}_{y}\vec{j}$$

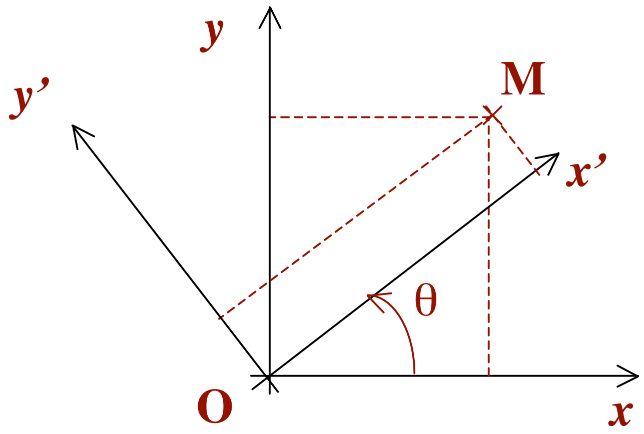
- Rotation inverse



$$\begin{cases} \vec{i} = \cos\theta\,\vec{i}' - \sin\theta\,\vec{j}' \\ \vec{j} = \sin\theta\,\vec{i}' + \cos\theta\,\vec{j}' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} = \underbrace{(x\cos\theta + y\sin\theta)}_{x'}\vec{i}' + \underbrace{(-x\sin\theta + y\cos\theta)}_{y'}\vec{j}'$$

- Résultat :



Passage R → R'

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' &= -x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned}}$$

[rotation d'angle θ]

Passage R' → R

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y &= x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{aligned}}$$

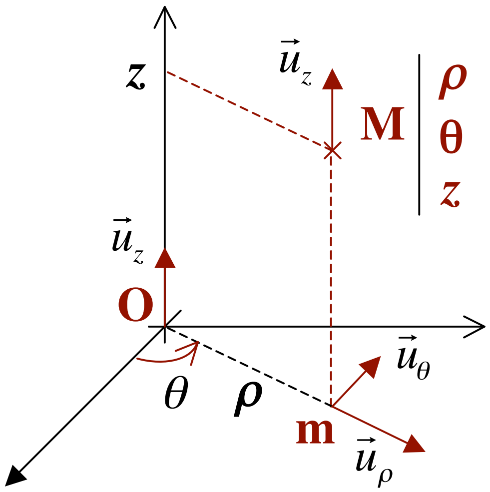
[rotation d'angle –θ]

↓

Normal !

Coordonnées cylindriques

- Coordonnées polaires dans un plan de référence + « altitude »



[m est la projection de M sur le plan de référence]

$$\|\vec{u}_\rho\| = \|\vec{u}_\theta\| = \|\vec{u}_z\| = 1$$

$$\overrightarrow{OM} = \rho\,\vec{u}_\rho + z\,\vec{u}_z$$

$$\vec{u}_\rho = \rho\cos\theta\;\vec{u}_x + \rho\sin\theta\;\vec{u}_y$$

- Passage en cartésiennes :

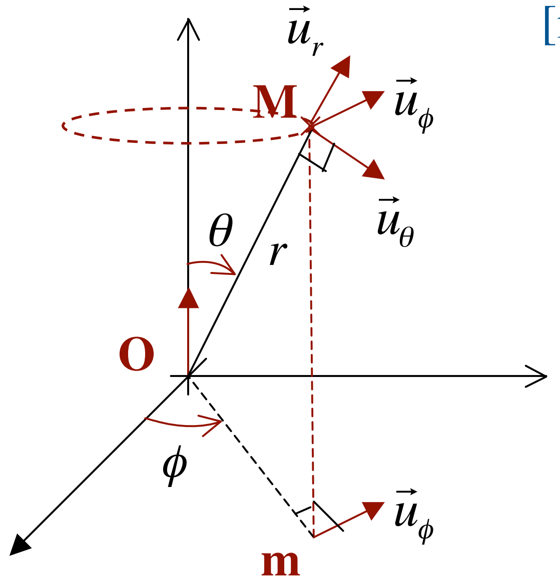
$$\left|\begin{array}{l} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\,\theta \\ z = z \end{array}\right.$$

$$OM^2 = \rho^2 + z^2$$

Coordonnées sphériques

- Deux angles et une distance : r, θ, ϕ

$$M \left| \begin{array}{l} r \\ \theta \\ \phi \end{array} \right.$$



[m est la projection de M sur le plan de référence]

$$\|\vec{u}_r\| = \|\vec{u}_\theta\| = \|\vec{u}_\phi\| = 1$$

$$\overrightarrow{OM} = r\,\vec{u}_r$$

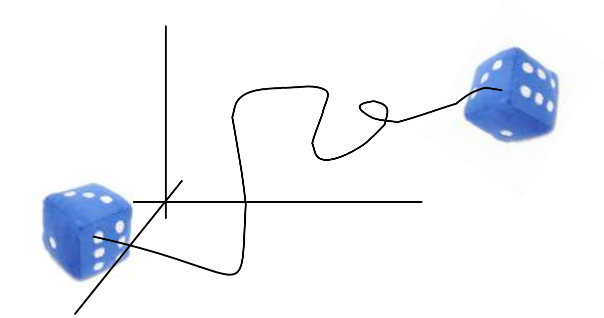
$$\vec{u}_\rho = \rho\cos\theta\;\vec{u}_x + \rho\sin\theta\;\vec{u}_y$$

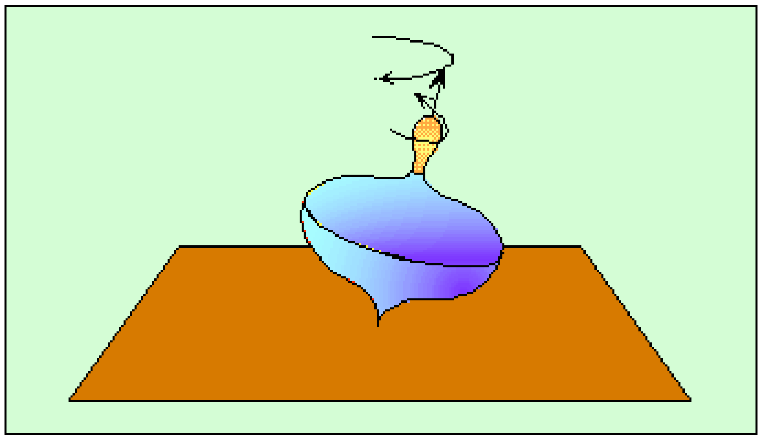
- Passage en cartésiennes :

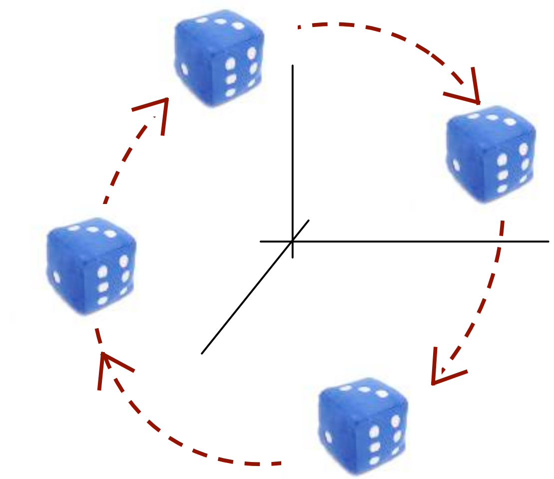
$$\left| \begin{array}{l} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{array} \right. \qquad OM^2 = r^2$$

Mouvements d'un corps solide

- Translation, rotation, ou combinaison des deux… aucune autre possibilité pour un corps solide ! (Pas de déformation)



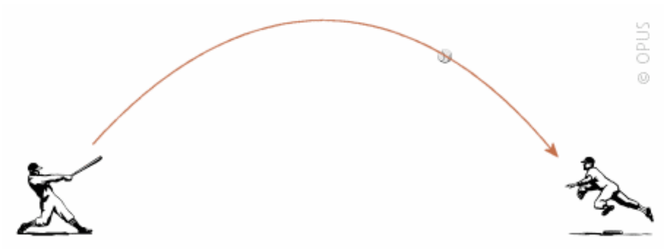




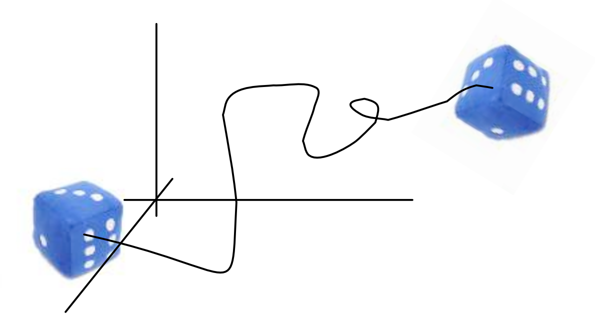
Attention, ceci est un mouvement de translation !

- Définition d'un mouvement de translation : à tout instant, **tous les points** du solide ont le **même vecteur vitesse**

Trajectoire d'un point



- Ensemble de toutes les positions occupées au cours du déplacement



Ensemble des coordonnées du point considéré (souvent le centre de masse du système)

- Équation intrinsèque

Exemple : $\begin{cases} y = f(x) \\ z = g(x) \end{cases}$

Ou bien : $\begin{cases} f(x,y) = 0 \\ g(x,z) = 0 \end{cases}$

- Équation paramétrique

Exemple : $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$

NB: le temps est un paramètre très naturel !

Trajectoire et mouvement…

Rappel : *kinêma* = « mouvement »
Cinématique : « Partie de la mécanique qui étudie le mouvement indépendamment des forces qui le produisent »

- Peut-on faire mieux que dire « ça bouge » ? → oui !

  On peut donner la trajectoire précise, grâce au repérage géométrique :
  coordonnées → distances à un point de référence (origine)

- Mais la trajectoire ne suffit pas à déterminer le mouvement !

  Deux trajectoires identiques peuvent correspondre à des mouvements différents !

  - vitesses différentes
  - sens différent
  - morceaux de trajectoire…

- → trajectoire dans l'espace-temps : dire où est le point à quel instant

  ⇔ trajectoire paramétrée par le temps !

- → notion de vitesse : physiquement intuitive et mathématiquement naturelle (dérivée de la trajectoire par rapport au temps)

Déplacement et vitesse

- Notion de vitesse : innée chez l'homme et de nombreux animaux

  Chacun à une notion de « ça va vite », « ça va plus vite, ou moins vite »…
  Mais qu'est-ce que ça veut dire ?

- Intuitivement, la vitesse liée à une "intensité de déplacement"

  Se déplacer, c'est « changer d'endroit » → notion relative : dépend d'un référentiel (ex. soi-même, train, Terre, etc.)

  convention permettant d'être d'accord sur le sens de « ça bouge » ou « c'est immobile »

- La notion de déplacement nécessite les notions d'espace et de temps

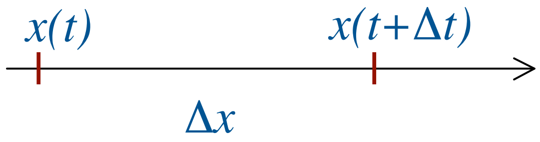
  Distinguer « ici » et « là », ainsi que « avant » et « maintenant » !

- La notion de vitesse nécessite la « quantification » des grandeurs temps et espace (= géométrie)

  Aller vite, c'est se déplacer « beaucoup » pendant une temps donné

Vitesse d'un mouvement rectiligne

- Vitesse moyenne : distance parcourue par unité de temps

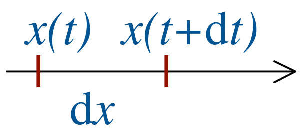


longueur : Δx
durée : Δt

$$\boxed{< V > = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

- Vitesse instantanée (maintenue pendant un intervalle de temps infinitésimal)

zoom

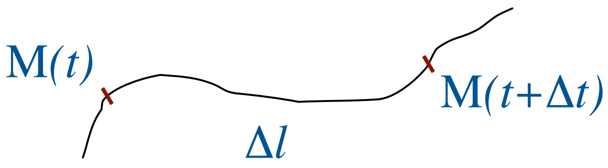


$$\boxed{V(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}$$

→ dérivée de la coordonnée de position

Vecteur vitesse

- Vitesse moyenne : distance parcourue par unité de temps



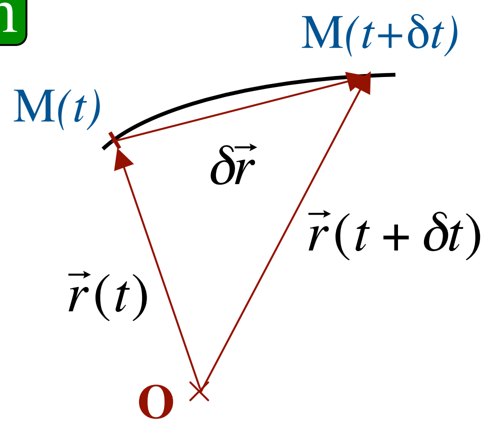
longueur : Δl

durée : Δt

$$\boxed{< V > = \frac{\Delta l}{\Delta t}}$$

- Vitesse instantanée et direction

zoom

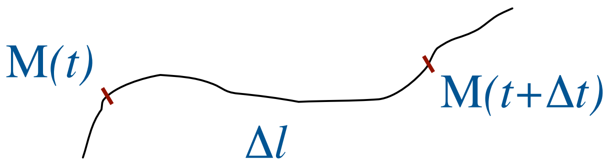


$$\vec{v} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\vec{r}}{\delta t}$$

$$\boxed{\vec{V}(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}}$$

Vecteur vitesse

- Vitesse moyenne : distance parcourue par unité de temps

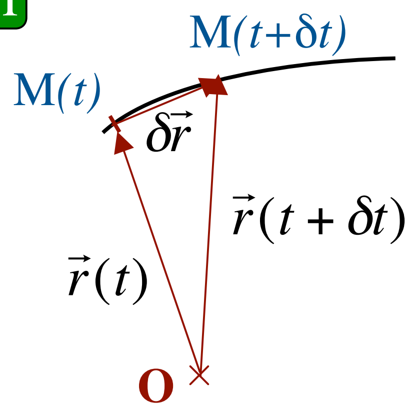


longueur : Δl
durée : Δt

$$\boxed{< V > = \frac{\Delta l}{\Delta t}}$$

- Vitesse instantanée et direction

zoom



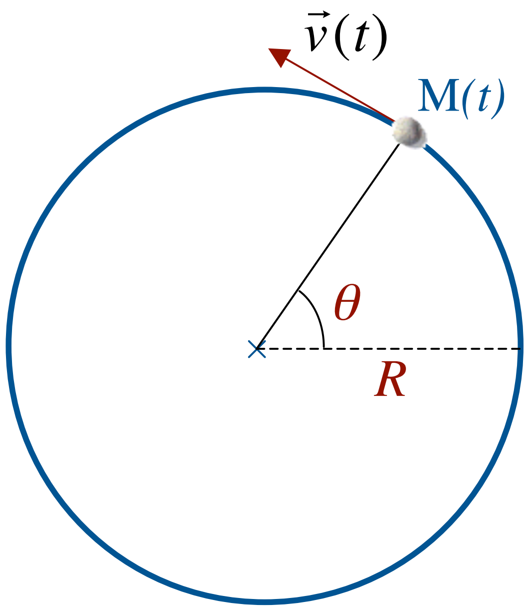
$$\vec{v} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\vec{r}}{\delta t}$$

$$\boxed{\vec{V}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

NB : La direction du vecteur vitesse est toujours tangente à la trajectoire au point considéré !

Exemple : mouvement circulaire uniforme

- Trajectoire : cercle de rayon R



position : $\theta(t)$

vitesse angulaire : $\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = \text{cst}$

$\Rightarrow \theta(t) = \omega t$

$$V = \frac{d(R\theta)}{dt} = R\,\frac{d\theta}{dt} = R\,\omega$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$$\begin{cases} x = R\cos\theta = R\cos(\omega t) \\ y = R\sin\theta = R\sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = -R\omega\sin(\omega t) \\ v_y = R\omega\cos(\omega t) \end{cases}$$

Accélération

- Changement de la position avec le temps → notion de vitesse
- Mais la vitesse aussi peut changer !
  Changement de la vitesse avec le temps → notion d'accélération
- Peut-on faire mieux que dire : « Tiens, la vitesse change ! » ?
- Oui !
  On peut quantifier ce changement, car vitesse et temps sont des grandeurs physiques auxquelles ont peut associer un nombre, qui les mesure…
- Accélération = notion très naturelle, comme la vitesse.
  La physique la rend précise, via la quantification, et donc via les mathématiques.
  Vitesse = dérivée première du mouvement ; accélération = dérivée seconde

[cf. « La hausse du chômage est en baisse »!]

Accélération

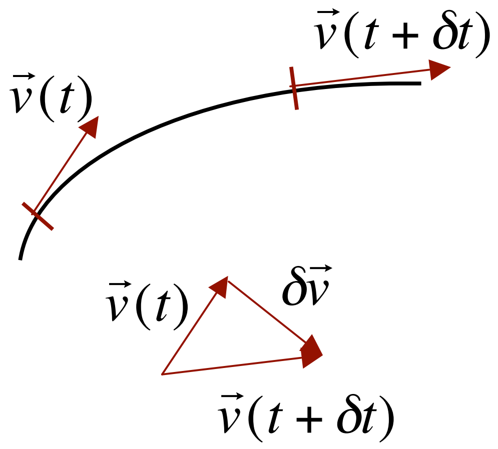
- Vitesse = de combien change la position pendant un temps donné

longueur : Δl
durée : Δt

$$< V > = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}$$

- Accélération = de combien change la vitesse pendant un temps donné



$$\vec{a} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\delta t) - \vec{v}(t)}{\delta t}$$

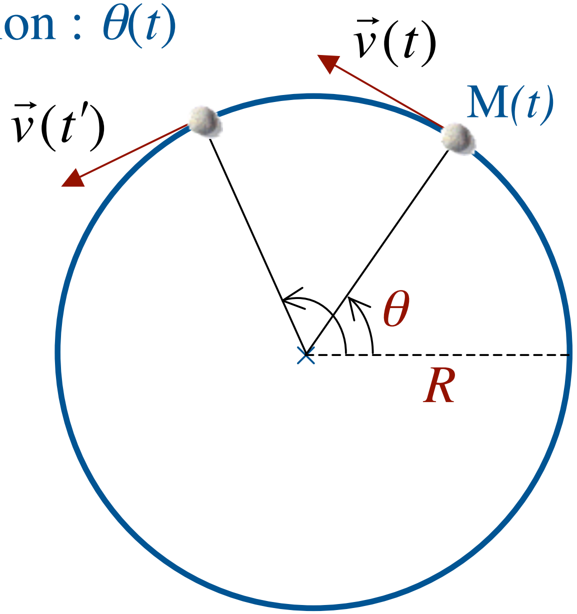
$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\,\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

NB: La direction du vecteur accélération est toujours dirigée vers l'intérieur (partie concave) de la trajectoire !

Exemple : mouvement circulaire uniforme

- La norme de la vitesse est constante, mais pas sa direction !

position : $\theta(t)$



$\vec{v}(t) = R\omega\,\vec{u}_\theta$

$\theta(t) = \omega t$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = R\cos\theta = R\cos(\omega t) \\ y = R\sin\theta = R\sin(\omega t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x = -R\omega\sin(\omega t) \\ v_y = R\omega\cos(\omega t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = -R\omega^2\cos(\omega t) \\ a_y = -R\omega^2\sin(\omega t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}(t) = -R\omega^2\,\vec{u}_r = -\frac{V^2}{R}\,\vec{u}_r}$$

accélération centripète !

Dérivées successives du mouvement…

- Changement de la position avec le temps → dérivée première

« vitesse »

- Changement de la vitesse avec le temps → dérivée seconde

« accélération »

- Changement de l'accélération avec le temps → dérivée troisième

Quel nom ?

Les lois de la physique sont du deuxième ordre !

III - Dynamique

- Référentiels
- Forces
- Quantité de mouvement

Dynamique

➡ Grec: *dunamikos*, de *dunamis* = « force »
« Branche de la mécanique qui étudie le mouvement d'un mobile considéré dans ses rapports avec les forces qui en sont les causes » (Petit Robert)

- Qu'est-ce qu'une force ?
- Quel est le lien entre force et mouvement ?

- Mécanique : « science du mouvement et de l'équilibre des corps »

- Rappel : notion sous-jacente de corps, pas évidente !

Mouvement et inertie

- Le mouvement est relatif : dépend du référentiel (c'est évident !)

- Quand on cesse de pousser un objet, il ne s'arrête pas immédiatement !

  Si un corps finit quand même par s'arrêter, c'est parce que « quelque chose se passe » : une action est exercée sur lui (exemple, forces de frottement…)

- De même, si on n'intervient pas sur un objet au repos, il ne se met pas tout seul à bouger

  Sauf si quelque chose de spécial entre en jeu : une action spécifique, une force…

- Le mouvement, ou l'absence de mouvement, a un caractère intrinsèque $\Rightarrow$ inertie…

Peut-on aller plus loin ? Oui !

Référentiels galiléens

Galileo Galilei (1564 – 1642)

- Le mouvement est relatif : dépend du référentiel
- On peut exhiber une classe particulière de référentiels : « référentiels d'inertie » ou « référentiels galiléens »

  Réf. galiléen = référentiel où, *si on ne fait rien ou si rien ne se passe de spécial*, la vitesse de n'importe quoi reste absolument inchangée !

  Si un corps ne bouge pas (v = 0), il continue à ne pas bouger… S'il bouge avec une vitesse non nulle, il la conserve indéfiniment à l'identique (norme et direction)…

- Affirmation très forte ! Époustouflante !

  Mais il se trouve qu'il existe en effet de tels référentiels ! C'est une des découvertes fondatrices de la physique moderne

- NB: il existe même une infinité de référentiels galiléens…

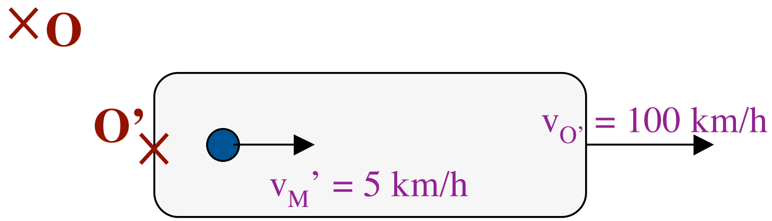
  Cela semble encore plus fort, mais il n'en est rien !

  [Tous en mouvement rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres…]

Composition des vitesses

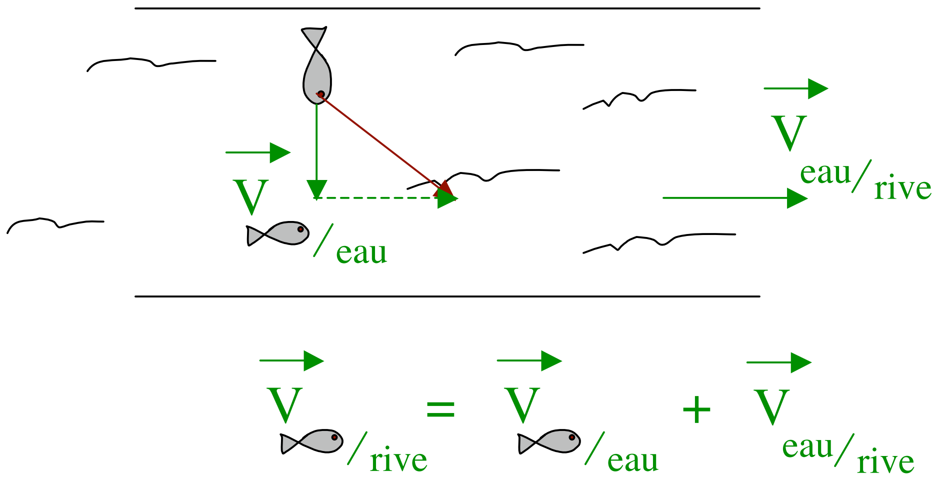
- Le mouvement est relatif : dépend du référentiel
- Les vitesses se composent en s'additionnant vectoriellement

  (dans l'hypothèse d'un temps universel, ce qui est pratiquement exact lorsque les vitesses relatives sont faibles devant la vitesse de la lumière)



⇒ $v_M = 105$ km/h

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}$$



$$\boxed{\vec{V}_{M/R} = \vec{V}_{R'/R} + \vec{V}_{M/R'}}$$

⇒ Une seule classe infinie de référentiels galiléens

Principe de relativité

- « Le mouvement uniforme est comme rien ! » (Galilée)

  i.e. les référentiels galiléens sont tous strictement équivalents du point de vue de la physique : les lois du mouvement y sont rigoureusement identiques…

- NB : la « loi d'inertie » est évidemment la même dans tous les référentiels galiléens ! (Si v est constante dans R, v aussi constante dans R'.)

  [Le principe de relativité dit que c'est vrai aussi pour toutes les autres lois, mais en fait… il n'y a que cette loi-là !!!]

Force et accélération

- Principe d'inertie : « Si rien de particulier n'arrive à un corps, sa vitesse reste constante » (dans un référentiel galiléen)

- Or **v = cst** $\Leftrightarrow$ **a = 0** (puisque **a** = d**v**/dt)

  Le principe d'inertie dit donc en fait : « Si rien de particulier n'arrive à un corps, son accélération est nulle »

- Mais que veut dire « arriver quelque chose de spécial » ?

  Ça veut justement dire que l'accélération n'est pas nulle ! C'est ainsi qu'on remarque qu'il se passe « quelque chose » !

- Quand on voit la vitesse d'un corps changer (i.e. **a** ≠ **0**, dans un réf. galiléen), on sait qu'il s'est passé quelque chose :

  ce « quelque chose », on l'appelle ***force***.

Force : notion physique et notion intuitive

- Pour lancer un objet…

Il faut l'accélérer (changer sa vitesse) | Il faut exercer un effort

- Si l'objet est lancé doucement…

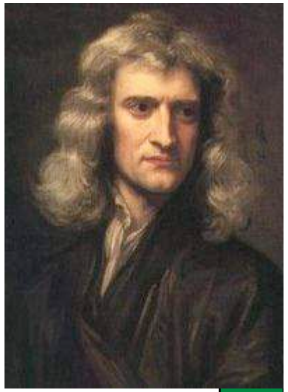
Le changement de vitesse sera faible, l'accélération pourra l'être aussi | L'effort à exercer est faible : pas besoin d'être très fort

- Si l'objet est lancé plus vite…

Le changement de vitesse sera plus important, et donc l'accélération plus grande | C'est plus dur : il faudra faire un effort plus important (être plus fort)

- → La notion intuitive de force est conforme à l'idée que pour modifier la vitesse d'un objet, il faut lui appliquer une force (définition physique)

Relation fondamentale de la dynamique



- Une force, c'est « ce qui modifie la vitesse d'un objet »

  C'est ce « quelque chose » sans quoi il garderait indéfiniment sa vitesse

- Équation de Newton (fondement de la dynamique) :

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a} = m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}}$$

m = « masse inertielle »

Isaac Newton (1643 - 1727)

- NB : à ce stade, contrairement aux apparences, cette équation ne dit rien : elle définit simplement la notion de force !

  Si on voit que la vitesse varie, on sait qu'une force s'est exercée (par définition de la force !), sinon le principe d'inertie s'appliquerait…

- Si V varie, c'est qu'il y a une accélération, et on appelle justement *force* cette accélération

Force et quantité de mouvement

- En fait, on a préféré définir la force non pas comme l'accélération, mais comme *m* fois l'accélération (*m* = masse inertielle)

- Intuitivement, pour modifier la vitesse d'un corps très massif, il faut être très fort → exercer une force plus grande que si la masse est faible

- *Quantité de mouvement* : $\vec{p} = m \times \vec{V}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

- La relation fondamentale de la dynamique (RFD) n'est pas vraiment une loi : c'est une relation entre des grandeurs qui sont en réalité *définies* par cette relation…

$$\boxed{\text{Force = taux de changement de la quantité de mouvement}}$$

Car d'une masse variable…

- La forme correcte de la RFD est : $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt}\vec{v}}$$

- Cela rappelle que la notion dynamique pertinente est bien la quantité de mouvement, et non la vitesse seule…

- NB : « quantité de mouvement » : il y a « plus de mouvement » si la vitesse est plus grande, mais aussi si la masse est plus grande $\Rightarrow$ produit "$m \times$ v"

Le miracle de la dynamique

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

- La RFD ne dit rien en elle-même : elle définit simplement les forces comme le « quelque chose » qui fait changer la quantité de mouvement
- Mais ce qui est remarquable, c'est que les forces de la nature (ainsi définies) ont en pratique une expression très simple
- ⇒ on a bien identifié des notions dynamiques pertinentes !
- Ce n'est pas une construction abstraite sans rapport avec la réalité

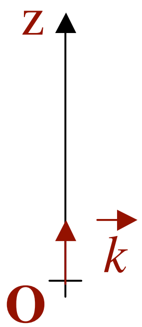
  NB: pas si étonnant, puisque ces notions correspondent à l'intuition commune
- NB : Transformation triviale, mais cruciale :

Identification des forces, par l'observation des trajectoires $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ⟺ $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ Détermination des trajectoires, connaissant les forces

Exemple : chute libre

- Solide de masse m soumis à son seul poids : $\boxed{\vec{P} = m\,\vec{g} = -\,mg\,\vec{k}}$

$g \approx 9.8 \text{ m s}^{-2}$



$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \Longrightarrow \quad \frac{d(mv_z)}{dt} = -\,mg$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -\,g$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{dz}{dt} = -\,gt + v_0$$

vitesse le long de l'axe Oz à t = 0

$$\Longrightarrow \quad z = -\,\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$$

altitude à t = 0

IV - Exemples de forces

- Forces fondamentales
- Forces effectives
- Forces de contact

Forces fondamentales

- Quatre *interactions* fondamentales :
  gravitationnelle, électromagnétique, faible et forte

- Gravitation : toujours attractive
  → pesanteur (inclut la rotation de la Terre)
  (force centrifuge)

$$\vec{F} = -G\,\frac{M_1M_2}{r^2}\,\vec{u}_r$$

Constante de gravitation universelle (cst de Newton)

poids

$$\vec{P} = m\,\vec{g} = -mg\,\vec{k}$$

$g \approx 9.8$ m s^{-2}

verticale (direction du fil à plomb)

- Force de Coulomb (entre deux charges électriques)

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1q_2}{r^2}\,\vec{u}_r$$

attractive ou répulsive

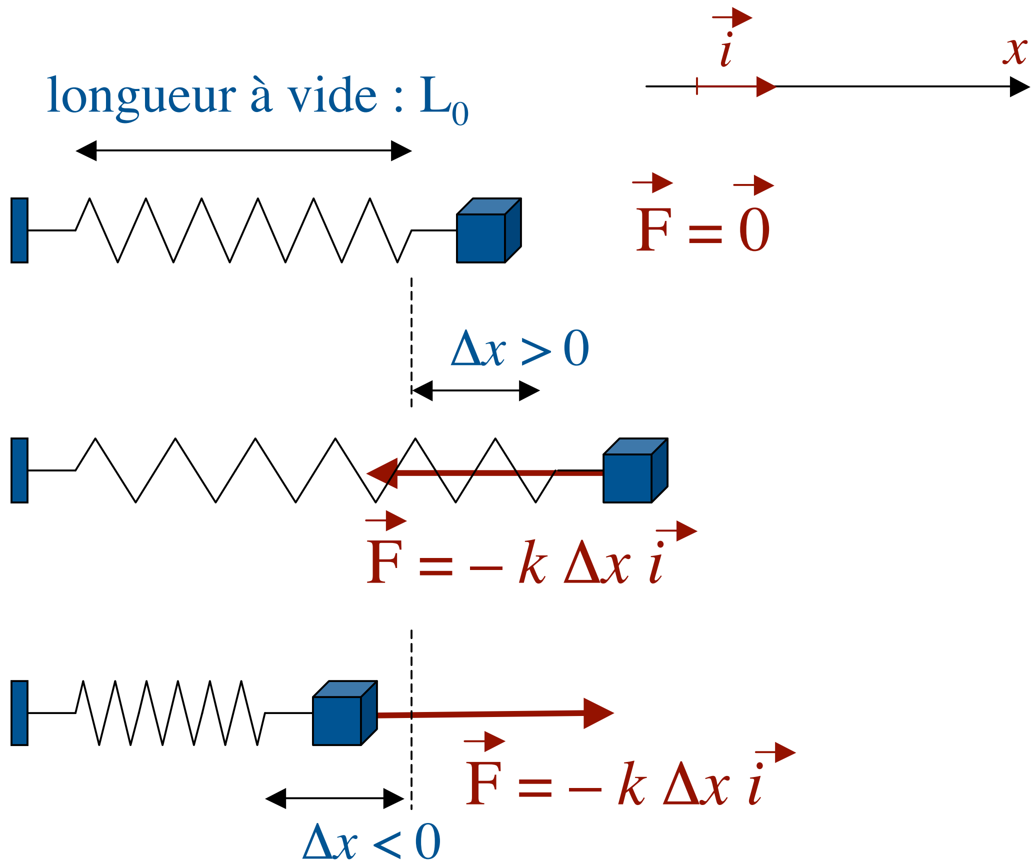
Quelques forces classiques…

- **Force élastique** : force de rappel, liée à la déformation d'un corps élastique

Au repos :

En extension :

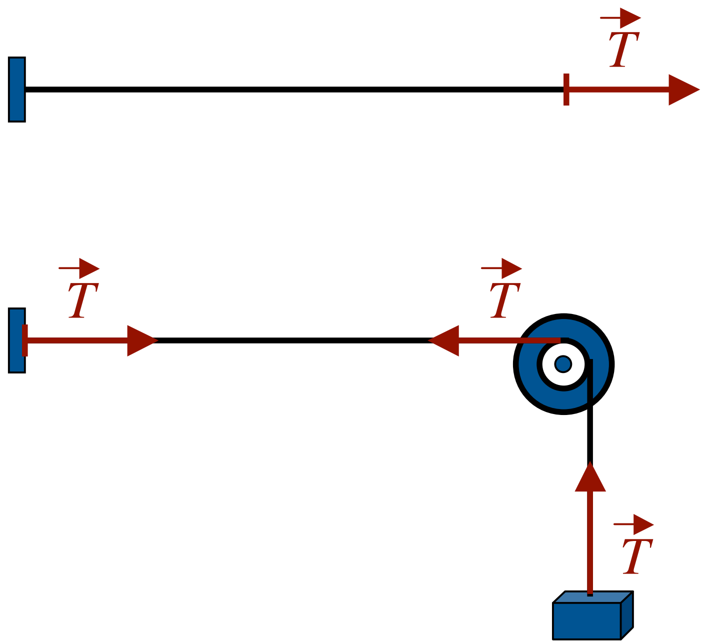
En compression :



k = « coefficient d'élasticité »

Quelques forces classiques…

- Tension d'une corde



①

L'intensité de la tension se transmet intégralement tout au long de la corde (sinon, il y aurait élongation !)

②

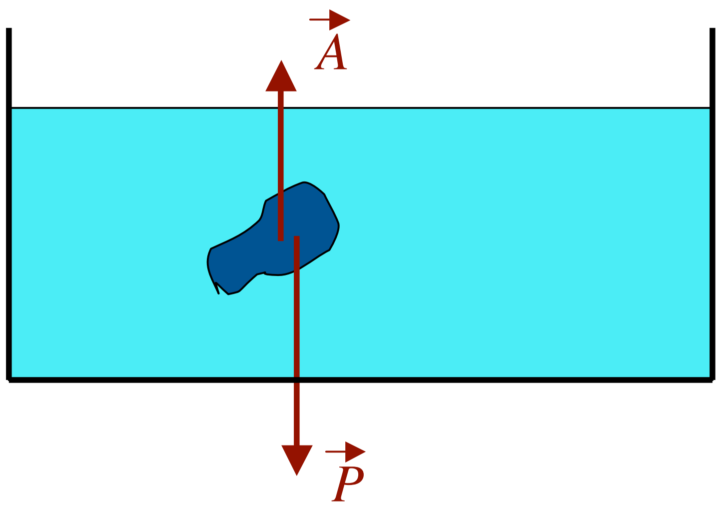
La direction de la tension est toujours parallèle à la corde au point considéré (sinon, il y aurait "déviation" !)

③

L'intensité de la tension peut être quelconque (jusqu'à la rupture) : dépend des forces appliquées de part et d'autre !

Quelques forces classiques…

- Poussée d'Archimède



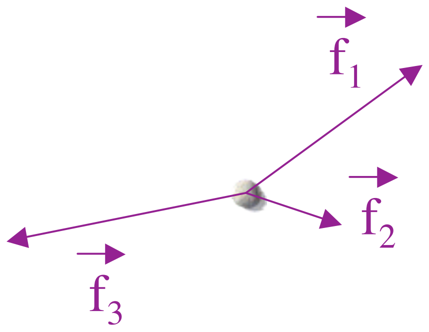
La poussée d'Archimède est toujours égale (en intensité) et opposée (en direction) au poids du volume d'eau déplacé par l'objet

Normal : les forces de pression exercées par l'eau autour de l'objet restent les mêmes !

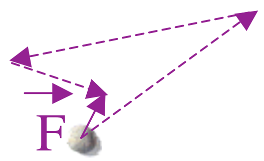
NB: Elle s'applique au centre de gravité de l'eau déplacée, qui peut être différent du centre de gravité de l'objet !

Composition vectorielle des forces

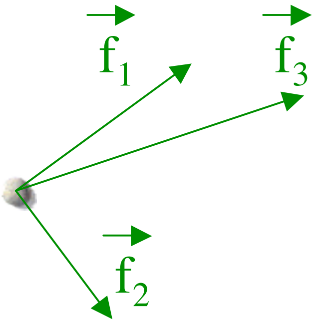
- « Force résultante » = somme vectorielle des forces individuelles s’appliquant sur un objet (ou un système)



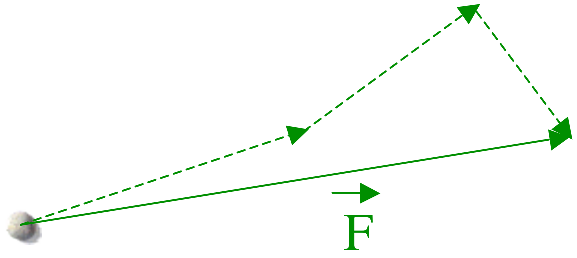
résultante



$$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3$$



résultante



$$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3$$

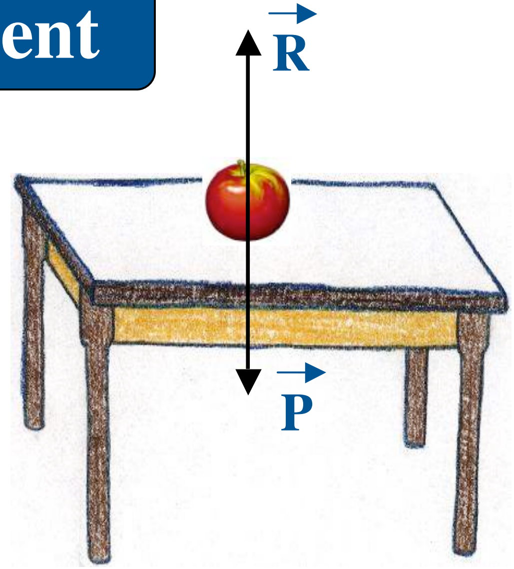
Forces de contact : 1) sans frottement

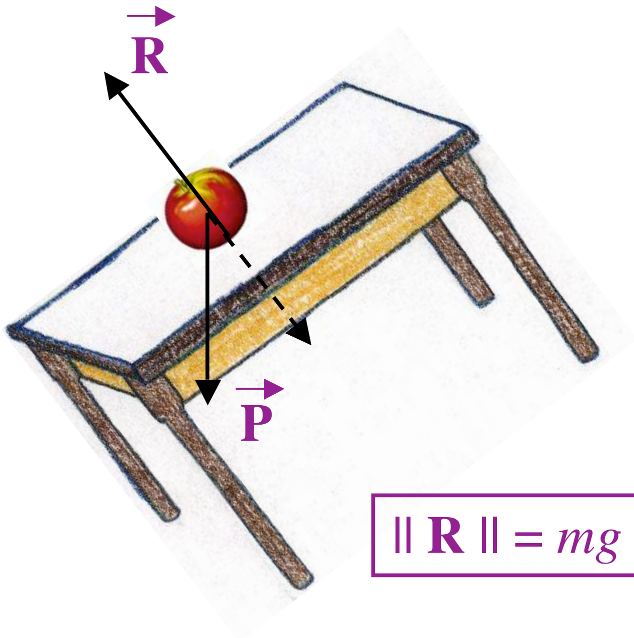
- Réaction d'un support toujours orthogonale au plan de contact !

- Toujours égale en intensité à la projection des autres forces sur la perpendiculaire au support…

- Évidemment ! (Sinon, l'objet décollerait ou s'enfoncerait…)

- NB: l'intensité de la réaction du support dépend des autres forces !

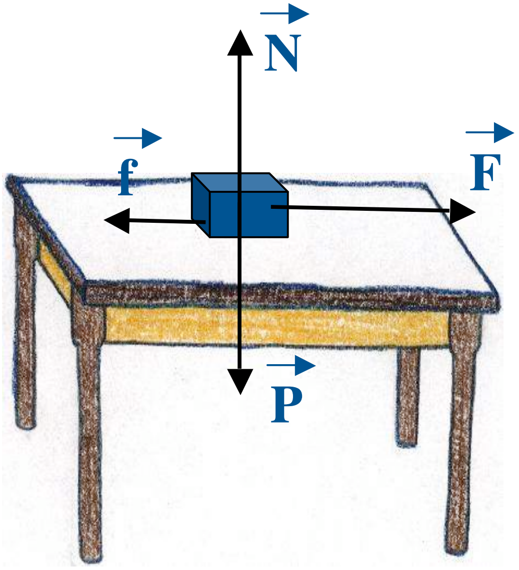




$$\| \mathbf{R} \| = mg \cos\theta$$

Forces de contact : 2) avec frottement

- Force de frottement (frottement solide)
  Interaction des molécules des deux solides en contact…



Force tangentielle au support qui tend toujours à s’opposer au mouvement

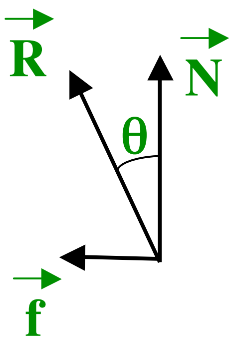
- Résultante de contact :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$$

composante normale — composante tangentielle

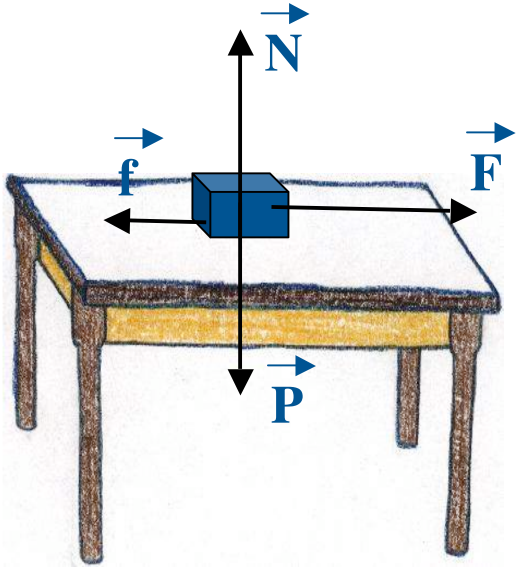
- Angle de frottement

  [paramètre clé]



- NB: l’intensité de $\vec{\mathbf{N}}$ et de $\vec{\mathbf{f}}$ dépend des autres forces !

Forces de contact



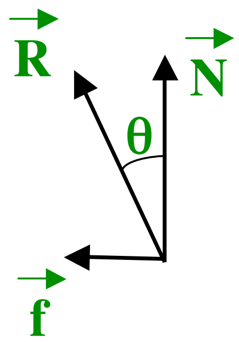
- Coefficient d'adhérence (ou coefficient de frottement statique)

  k_s, tel que $\|\mathbf{f}\| \leq k_s \|\mathbf{N}\|$

- Coefficient de frottement (dynamique)

  k_d, tel que $\|\mathbf{f}\| = k_d \|\mathbf{N}\|$, lors d'un mouvement ($v \neq 0$)

- Angle de frottement



Pas de mouvement $\Rightarrow \tan\theta \leq k_s$

Mouvement $\Rightarrow \tan\theta = k_d$

Frottement fluide

- Exemples : résistance de l'air, ou de l'eau, etc.

- La force de frottement dépend de la vitesse du corps en mouvement !

- Formes simples : $\vec{f} = -k\,\vec{v}$ $\qquad \vec{f} = -k\,v^2\,\vec{u}_v$

  [toujours opposé au mouvement]

- Vitesse limite

  [accélération constante → vitesse maximale]

V - Quelques exemples simples

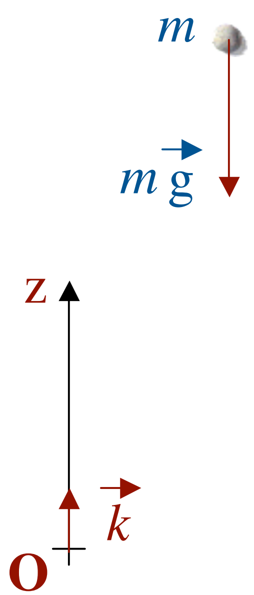
- Chute libre
- Chute verticale avec frottement fluide
- Glissement sur un plan incliné
- Lancer de poids, saut en longueur…

[portée d’un tir]

Exemple : chute libre

- Solide de masse m soumis à son seul poids : $\boxed{\vec{P} = m\,\vec{g} = -\,mg\,\vec{k}}$

$g \approx 9.8 \text{ m s}^{-2}$



$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \Sigma\,\vec{F} \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}(mv_z)}{\mathrm{d}t} = -\,mg$$

$$\Longrightarrow \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = -\,g$$

$$\Longrightarrow \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -\,gt + v_0$$

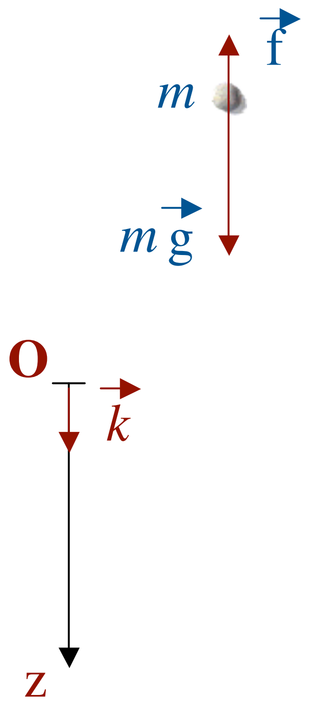
vitesse le long de l'axe Oz à t = 0

$$\Longrightarrow z = -\,\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + z_0$$

altitude à t = 0

Exemple : chute libre avec frottement fluide

- Solide de masse *m* soumis à son poids et un frottement fluide $\mathbf{f} = -k\,\mathbf{v}$



$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\,\vec{F} \;\Longrightarrow\; \frac{d(mv_z)}{dt} = mg - k\,v_z$$

$$\Longrightarrow\; \frac{dv_z}{dt} = -\,g - \frac{k}{m}v_z$$

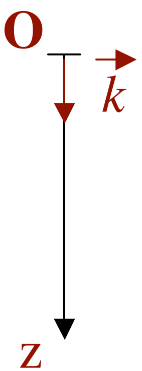
$\Longrightarrow$ vitesse limite : $v_\infty = \dfrac{mg}{k}$

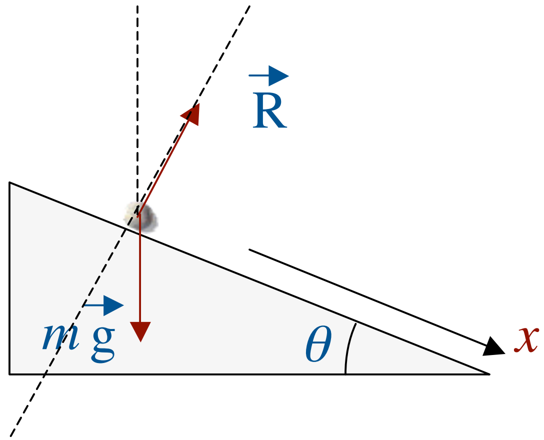
$\Longrightarrow$ $v = v_\infty[1 - \exp(-kt/m)]$ si $v(0) = 0$

$v = v_\infty\left[1 - (1 - \frac{v_0}{v_\infty})\exp(-\frac{kt}{m})\right]$ si $v(0) = v_0$

Exemple : glissement sur un plan incliné

- Glissement sans frottements





Sur l'axe vertical : $m\dfrac{d^2z}{dt^2} = mg - R\cos\theta$

Sur l'axe "normal » : $R = mg\cos\theta$

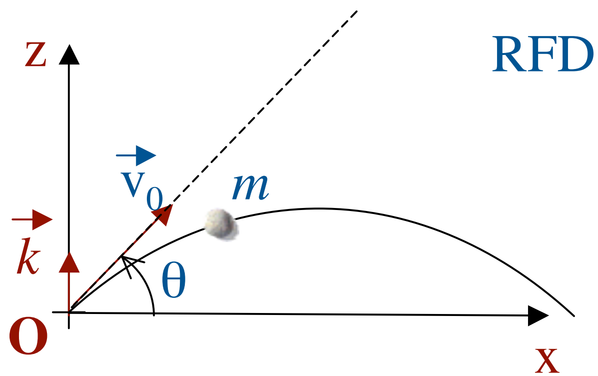
$$\Rightarrow \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = mg(1-\cos^2\theta) = mg\sin^2\theta$$

Sur l'axe Ox : $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = mg\sin\theta$

[NB: $z = x\sin\theta$]

Exemple : lancer optimal

- Angle de lancement pour une distance horizontale maximale ?



RFD $\Rightarrow$ $\begin{cases} a_z = -g \\ a_x = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} v_z = -gt + \text{cst} = -gt + v_0 \sin\theta_0 \\ v_x = \text{cst} = v_0 \cos\theta_0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\theta_0 t + \text{cst} \\ x = v_0 \cos\theta_0 t + \text{cst} \end{cases}$

cst de z : 0 (z(0) = 0)

cst de x : 0 (x(0) = 0)

Portée : $z = t\left(v_0 \sin\theta_0 - \frac{1}{2}gt\right)$ $\Rightarrow$ z = 0 à t = 0 et à $t_p = \dfrac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$

$\Rightarrow$ $x_p = x(t_p) = 2\dfrac{v_0^2}{g} \sin\theta_0 \cos\theta_0 = 2\dfrac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$

maximum si θ_0 = 90°,
i.e. θ_0 = 45°