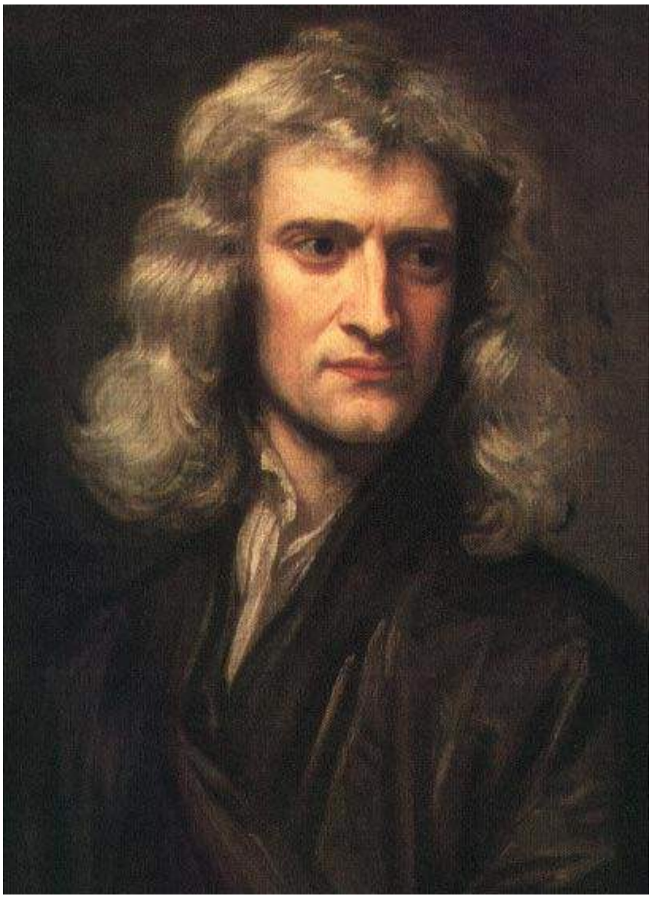
DYNAMIQUE 1 : LOI DE NEWTON DU POINT MATERIEL DANS UN REFERENTIEL GALILEEN

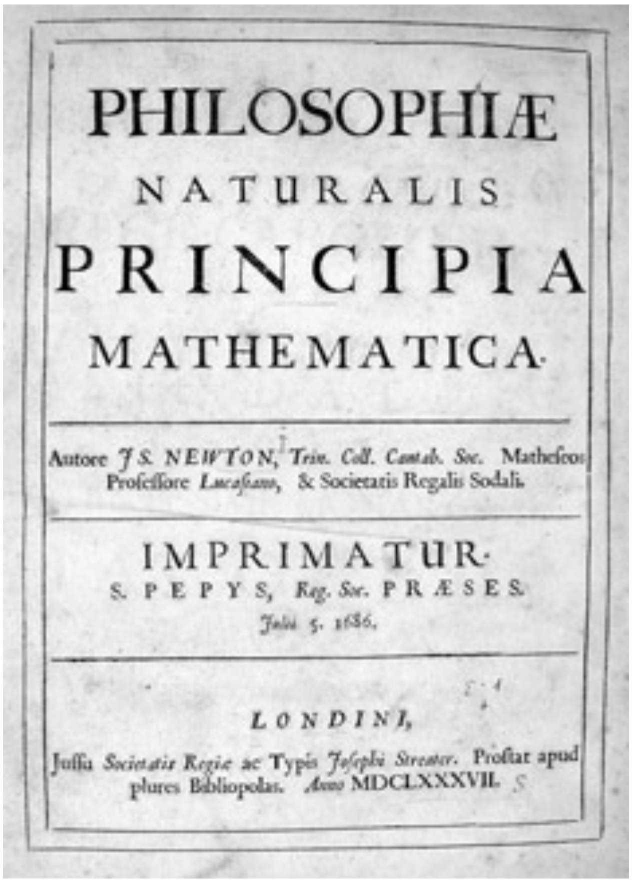
« J'ai vu plus loin que les autres parce que je me suis juché sur les épaules de géants »
Isaac Newton

Après avoir étudié **la cinématique** qui s'intéresse à la description du mouvement d'un corps physique indépendamment de ses causes, nous allons étudier la dynamique, le pilier de la mécanique. La dynamique a pour objet l'étude des **causes de la modification du mouvement** . pour résumer, on peut noter :

Mécanique = Cinématique + Dynamique

La dynamique repose sur **trois lois énoncées par Sir Isaac Newton** (1643-1727) en 1687 dans son œuvre majeure (et majeure pour l'histoire des sciences): Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. Isaac Newton (cf photo ci-dessous), philosophe, mathématicien, physicien et astronome anglais est considéré comme l'un des plus grands savants de l'histoire de l'humanité.





PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

I – Objet d'étude : Le point matériel ou particule

Dans cette première étude de la dynamique, nous allons assimiler les corps physiques (planètes, trains etc…) à un des points matériels ou particules :

• Il s'agit d'un objet **sans dimension, sans forme** (un point au sens des mathématiques).

• Pour repérer un point matériel dans l'espace, il suffit de **trois coordonnées** (x,y,z ou r,θ,z …) comme nous l'avons vu dans le cours de cinématique.

• Un point matériel est caractérisé par sa **masse** notée m. Il s'agit d'une grandeur scalaire (un nombre pur) dont l'unité est le kilogramme (kg). La masse est une grandeur invariante dans le temps et ne dépend pas du référentiel d'étude.

Un point matériel est un **modèle commode** pour représenter un corps physique réel. Ce modèle est valable si les dimensions du corps physique sont faibles par rapport à la distance d'observation (de celui qui observe le mouvement). Par exemple, la navette spatiale peut être assimilée à un point matériel pour un observateur terrestre mais pas pour son commandant de bord. En effet pour ce dernier, la navette a des dimensions spatiales, elle peut tourner sur elle-même etc…

Dans la deuxième partie du cours de mécanique, nous introduirons l'étude les objets étendus constitués d'un grand nombre de particules comme les solides. En réalité, il s'agit de tous les objets physiques, seul les particules fondamentales comme les électrons sont des objets ponctuels !

II – Le concept de force : origine de la modification du mouvement

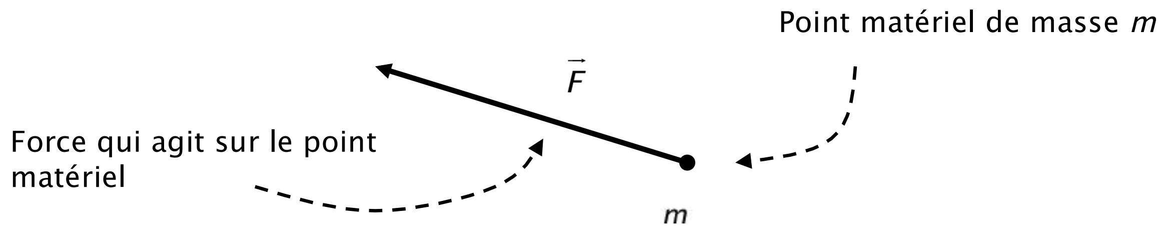
2.1 Les idées clés sur le concept de force

• Une force est **une poussée** ou **une traction**, une force exerce une action.

• Une force **agit sur un objet**.

• Une force **nécessite un agent** (quelque chose doit exercer la poussée ou la traction).

• Une force est un **vecteur** (notation usuelle $\vec{F}$). Une force a une direction, un sens, une norme (ou intensité qui s'exprime en newton, $1\ \text{N} = 1\ \text{kg.m.s}^{-2}$).

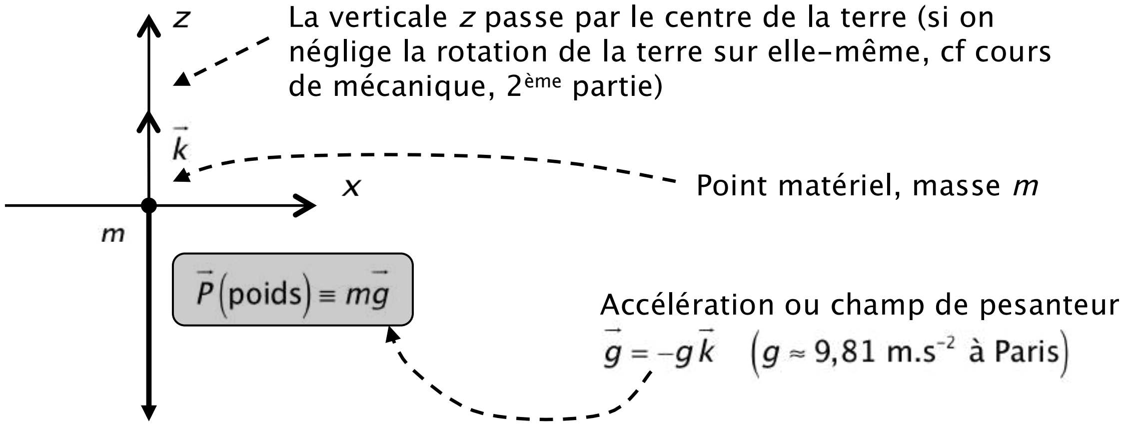


• Une force peut être de **contact** (si l'agent touche physiquement l'objet). Ex : Force de frottement, force de rappel élastique d'un ressort …

• Une force peut être exercée à **distance** (pas de contact physiquement entre l'agent et l'objet). Ex : Force de gravité, force magnétique, force électrique …

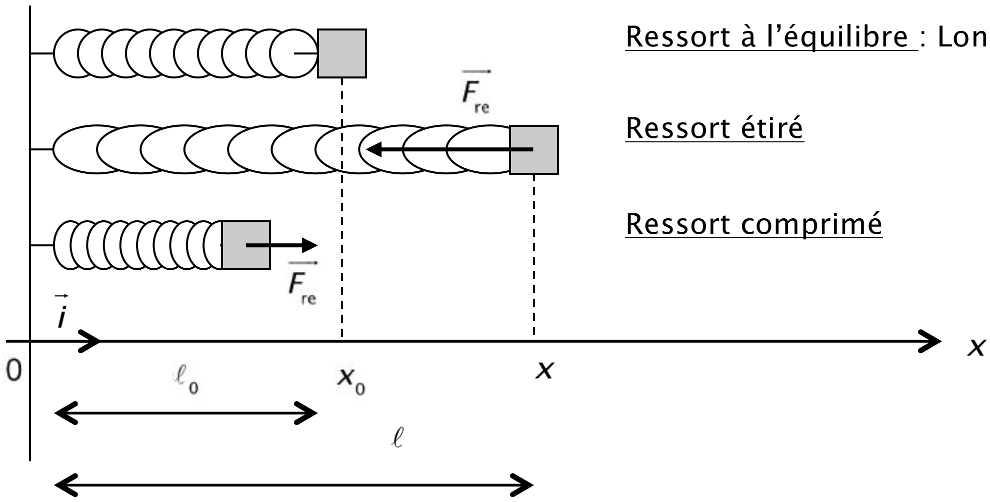
2.2 Exemples de forces usuelles en mécanique

a) Le poids



Nous verrons (mais vous le savez déjà) que le poids $P \equiv mg = m\dfrac{GM_T}{R_T^2}$ (qui s'exprime en newton) est le résultat de l'interaction gravitationnelle entre le point matériel de masse m et la terre. Il ne faut pas confondre le « poids » qui est une force qui dépend de la nature de l'astre en jeu et la « masse » qui est une grandeur scalaire invariante propre à chaque corps physique. A la surface de la Lune, votre masse a toujours la même valeur que celle à la surface de la Terre mais pas votre poids. Le langage courant fait souvent la confusion entre ces deux concepts.

b) Force de rappel élastique d'un ressort, loi de Hooke



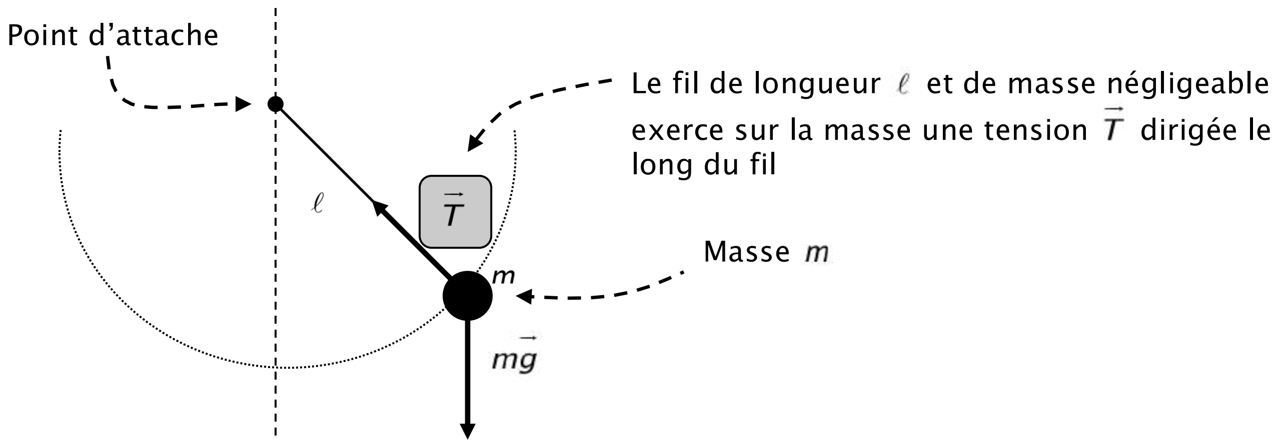
$$\boxed{\text{Loi de Hooke: } \vec{F}_{re} = -k(\ell - \ell_0)\vec{i} = -k(x - x_0)\vec{i}}$$

k est la constante de raideur du ressort (en N.m^{-1}). ℓ_0 est la longueur à vide du ressort (qui correspond ici à la position d'équilibre de la masse, ce n'est plus le cas pour un ressort verticale). ℓ est la longueur du ressort à un instant quelconque.

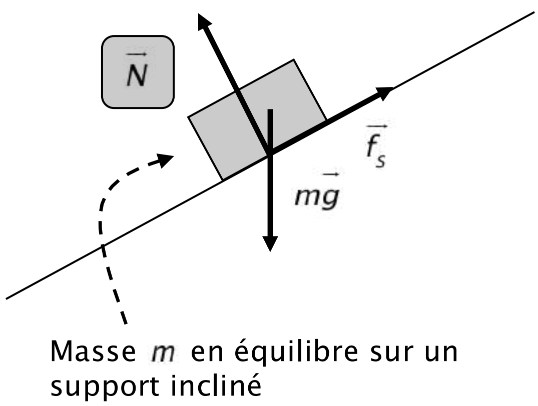
Lorsque $x - x_0 > 0$, le ressort est étiré et $\vec{F}_{re}$ est dirigée suivant $-\vec{i}$, le ressort a tendance à ramener la masse vers la position d'équilibre d'abscisse x_0. Lorsque $x - x_0 < 0$, le ressort est comprimé et $\overrightarrow{F_{re}}$ est dirigée suivant $\vec{i}$, le ressort a tendance à ramener la masse vers la position d'équilibre . $\overrightarrow{F_{re}}$ a pour effet **de toujours ramener la masse vers la position d'équilibre**. La loi de Hooke n'est pas une « vraie loi de la nature », il s'agit d'une loi phénoménologique. Elle marche bien tant que $|x - x_0|$ n'est pas trop important. Elle peut s'expliquer à un niveau plus profond d'analyse comme résultant de l'interaction électrostatique entre les atomes constituant le ressort.

La loi de Hooke est à bien maîtriser, elle intervient souvent dans les problèmes. Nous donnerons une justification la forme de cette loi en utilisant le concept d'énergie potentielle dans le chapitre consacré à l'oscillateur harmonique dont le système $\{\text{ressort-masse}\}$ est un exemple.

c) tension d'un fil (exemple du pendule simple sans frottements)



d) La force (ou réaction) normale



La force exercée par un support sur un objet qui exerce lui-même « une pression » sur ce support est toujours perpendiculaire, **normale,** à ce support.

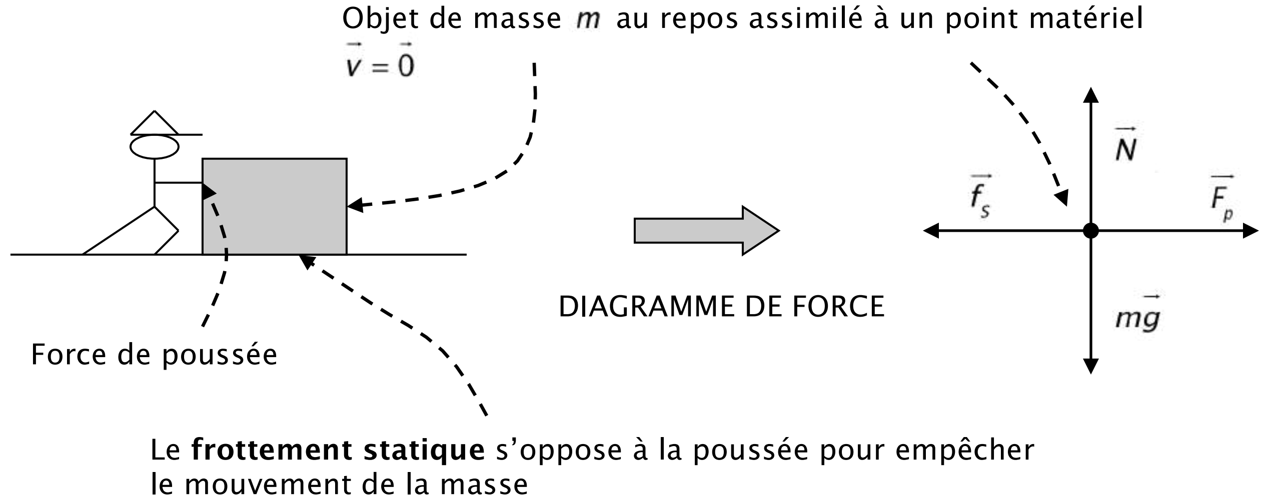
$\vec{N}$ = **réaction normale** exercée par le support sur la masse m.

$\vec{f_s}$ = **force de frottement statique** exercée par le support sur la masse m (explication détaillée juste après).

e) Contact entre deux solides : Force de frottement solide

Nous allons utiliser un modèle simple pour décrire un phénomène complexe, les frottements entre solides, qui se passe à l'échelle des atomes et qui, de façon fondamentale, fait intervenir l'interaction électrostatique. Il en est de même pour la réaction normale et la tension d'un fil.

- **frottement statique**



$\vec{N} =$ **réaction normale** exercée par le support sur la masse m (norme notée N).

$\vec{f_s} =$ **force de frottement statique** exercée par le support sur la masse m (norme notée f_s).

$\vec{F_p} =$ **force de poussée** exercée par l'expérimentateur (le petit bonhomme) sur la masse m.

$m\vec{g} =$ **poids** de la masse m.

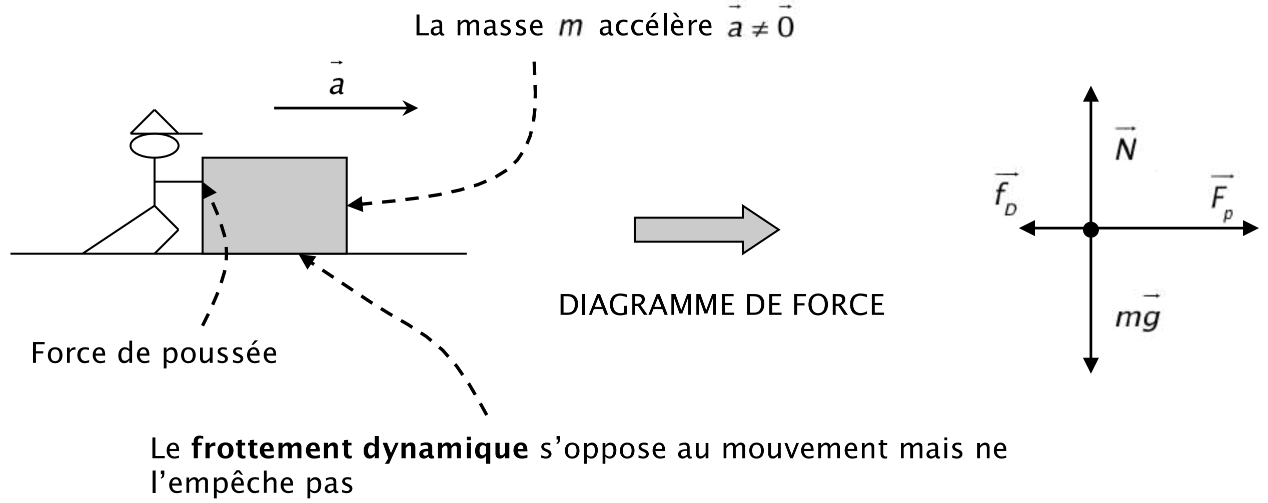
Comme la masse est au repos (voir plus loin première loi de Newton) : $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f_s} + \vec{F_p} = \vec{0}$.

Tant que la masse est au repos, elle ne glisse pas, la norme de la force de frottement statique vérifie la relation suivante :

$$\boxed{f_s \leq \mu_s N}$$

μ_s est le **coefficient statique de frottement** (sans unité). Il dépend de la nature des deux solides en contact. Cette relation est connue sous le nom de **1ère loi de Coulomb** même si elle a été exprimée pour la première foi par Leonardo da Vinci.

- **frottement dynamique**



$\vec{N}$ = **réaction normale** exercée par le support sur la masse m (norme notée N).

$\vec{f_D}$ = **force de frottement dynamique** exercée par le support sur la masse m (norme notée f_D).

$\vec{F_P}$ = **force de poussée** exercée par l'expérimentateur (le petit bonhomme) sur la masse m.

$m\vec{g}$ = **poids** de la masse m.

Comme la masse est en mouvement (voir plus loin deuxième loi de Newton) : $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{f_S}+\vec{F_P}\neq\vec{0}$.

Quand la masse est en mouvement, elle glisse, la norme de la force de frottement dynamique vérifie la relation suivante :

$$\boxed{f_D = \mu_D N}$$

μ_D est le **coefficient dynamique de frottement** (sans unité). Il dépend de la nature des deux solides en contact. Cette relation est connue sous le nom de **2ème loi de Coulomb**.

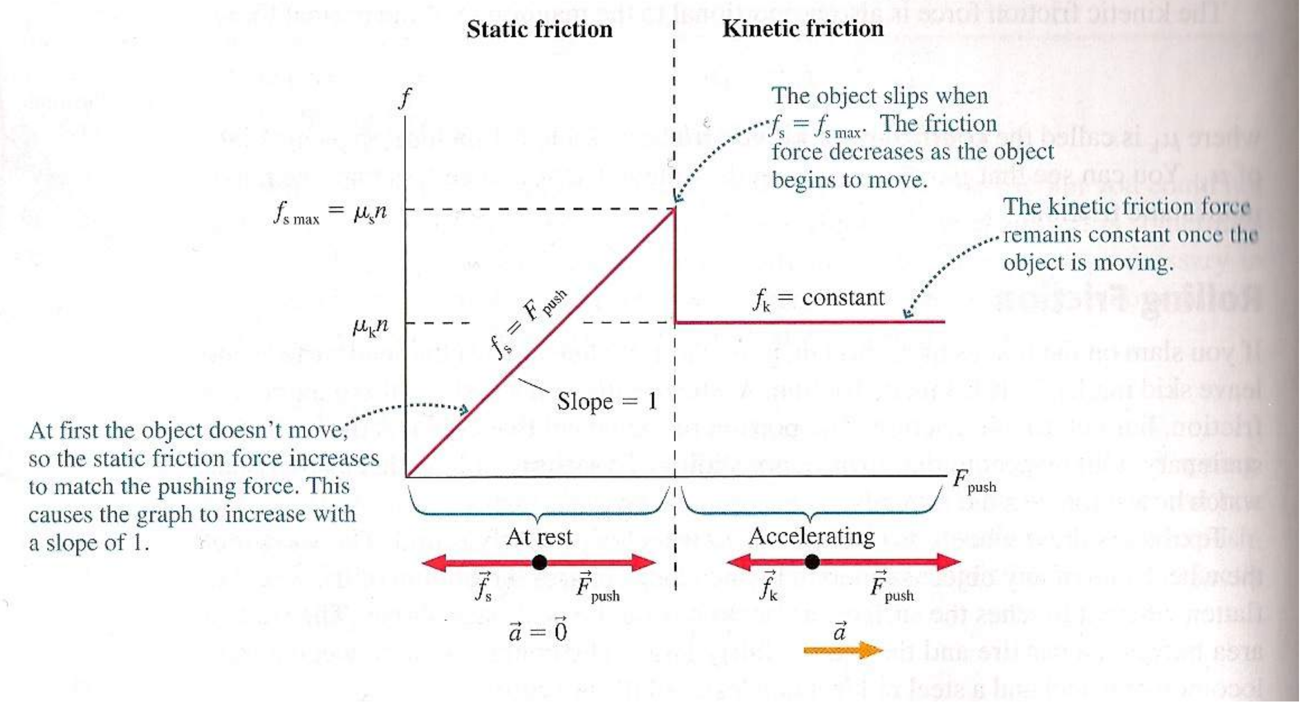
- **Bilan : modèle des forces de frottement**

Cas **statique**, 1ère loi de Coulomb : $f_S \leq \mu_S N$ $\left(\text{Direction de } \vec{f_S} \text{ qui empêche le mouvement}\right)$

Cas **dynamique**, 2ère loi de Coulomb : $f_D = \mu_D N$ $\left(\text{Direction de } \vec{f_D} \text{ opposée au mouvement}\right)$

Le graphique ci-dessous, qui représente f_D ou f_S en fonction de F_P, résume la situation. Ce qui est noté F_{push} correspond à notre F_P, l'indice K (pour Kinetic) correspond à notre indice D (pour Dynamique).

FIGURE 6.15 The friction force response to an increasing applied force.



Le tableau ci-contre donne des exemples de valeurs pour μ_D et μ_S.

TABLE 6.1 Coefficients of friction

Materials	Static μ_s	Kinetic μ_k
Rubber on concrete	1.00	0.80
Steel on steel (dry)	0.80	0.60
Steel on steel (lubricated)	0.10	0.05
Wood on wood	0.50	0.20
Wood on snow	0.12	0.06
Ice on ice	0.10	0.03

<u>Remarques :</u>

- $\vec{N}$ est aussi notée $\vec{R_N}$ pour réaction normale et $\vec{f_S}$ (ou $\vec{f_D}$) $\vec{R_T}$ pour réaction tangentielle.
- Attention, il ne faut pas écrire $\cancel{\vec{f_D} = \mu_D \vec{N}}$, $\vec{f_D}$ et $\vec{N}$ n'ont pas la même direction.

<u>f) Force de frottement fluide</u>

Un corps physique en mouvement dans un fluide (liquide ou gazeux) subit une **force résistive qui s'oppose au mouvement**, on parle de **frottement fluide**. Cette force a pour origine physique les collisions incessantes des atomes (ou molécules) du fluide avec le corps physique.

<u>Exemple :</u>

- Chute d'une bille ralentie dans le glycérol, liquide organique très visqueux.
- Chute d'une feuille d'arbre ralentie par l'air.

On modélise ces frottements de la façon suivante :

Pour les "faibles" vitesses : $\vec{f_f} = -\alpha v \vec{u}$

Pour les "grandes" vitesses : $\vec{f_f} = -\beta v^2 \vec{u}$

Avec $\vec{v} = v\vec{u}$ la vitesse du corps physique ($\vec{u}$ vecteur unitaire)

α et β sont des constantes qui dépendent de la nature du corps physique (forme etc…) et de la nature du fluide (ces constantes sont données dans les problèmes).

2.3 Les Forces (ou interactions) fondamentales de la nature

A l'heure actuelle, toutes les forces que l'on rencontre (on parle plutôt d'interactions dans le langage de la physique moderne) découlent de **seulement 4 forces** (comme nous l'avons déjà noté en introduction du cours de mécanique) :

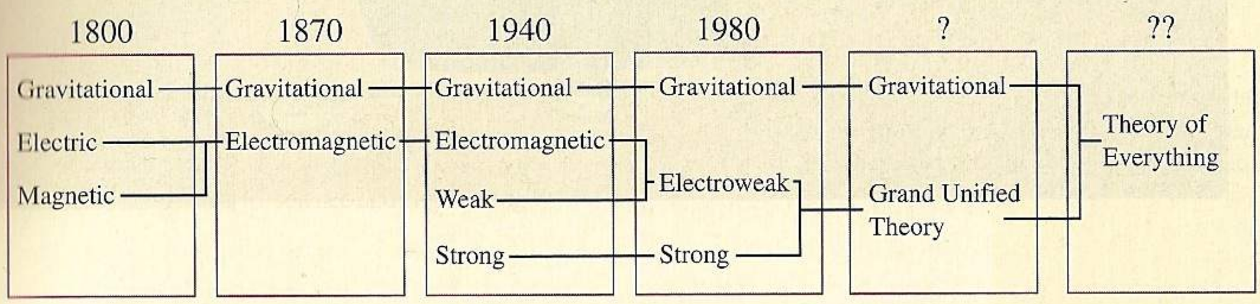
- L'interaction **GRAVITATIONNELLE**.
- L'interaction **ELECTROMAGNETIQUE**.
- L'interaction **FAIBLE**.
- L'interaction **FORTE**.

Si l'on excepte le poids qui a pour origine l'interaction gravitationnelle, toutes les forces que l'on a rencontrées dans le paragraphe 2-2 ont pour origine l'interaction électromagnétique.

L'objectif des physiciens est de trouver une théorie qui puisse expliquer de façon unifiée ces 4 interactions. Dans le modèle standard de la physique des particules, l'interaction électromagnétique et l'interaction faible sont deux aspects d'une même interaction, l'interaction

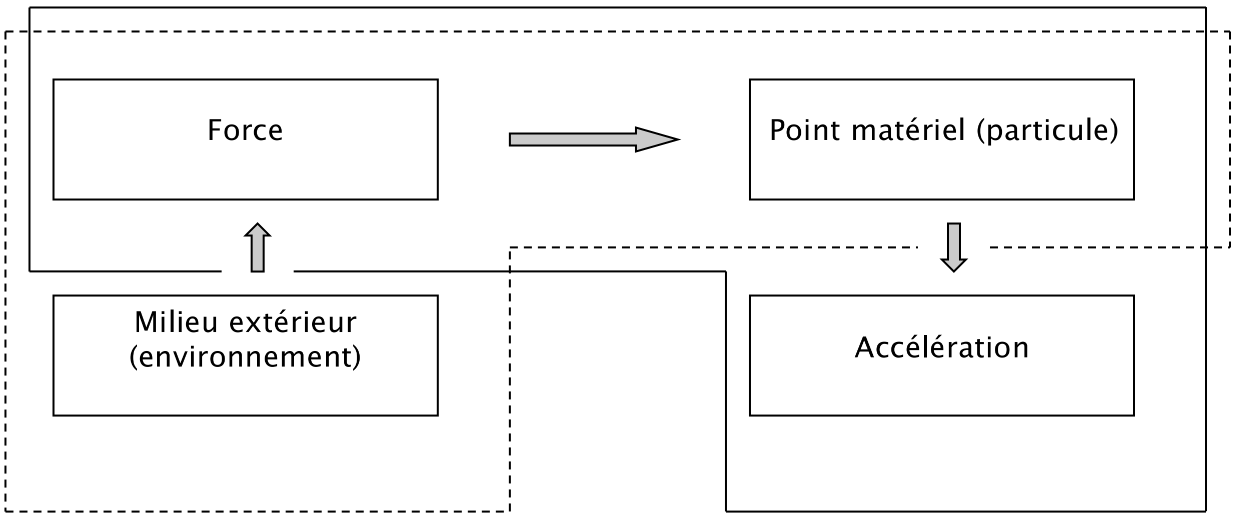
ELECTROFAIBLE. Toujours dans le modèle standard, l'interaction électrofaible et l'interaction forte présente d'importantes similitudes conceptuelles. C'est l'interaction gravitationnelle qui pose le plus de problèmes dans la tentative d'unification de toutes ces interactions. Le schéma ci-dessous montre l'évolution historique dans l'unification des interactions fondamentales (qui est loin d'être achevée si elle l'est un jour. Il y a encore beaucoup de travail pour de futurs physiciens ☺).

FIGURE 1.1 An historical progression of our understanding of the fundamental forces of nature.



III – Les fondements de la mécanique : les trois lois de Newton

3.1 Le « programme » de la mécanique



Lois qui gouvernent les forces :
- Loi de l'interaction gravitationnelle
- Loi de Coulomb en électrostatique
- Force de Lorentz en électromagnétisme
- Loi de Hooke
etc…

Lois qui gouvernent le mouvement, Les trois lois de Newton :
- Principe d'inertie
- Principe fondamental de la dynamique
- Principe de l'interaction réciproque ou loi de l'action-réaction

3.2 La 1ère loi de Newton : Le principe d'inertie et les référentiels galiléens

On admet l'existence de **référentiels privilégiés dits galiléens** (ou d'inerties), notés $\Re_g$, dans lesquels :

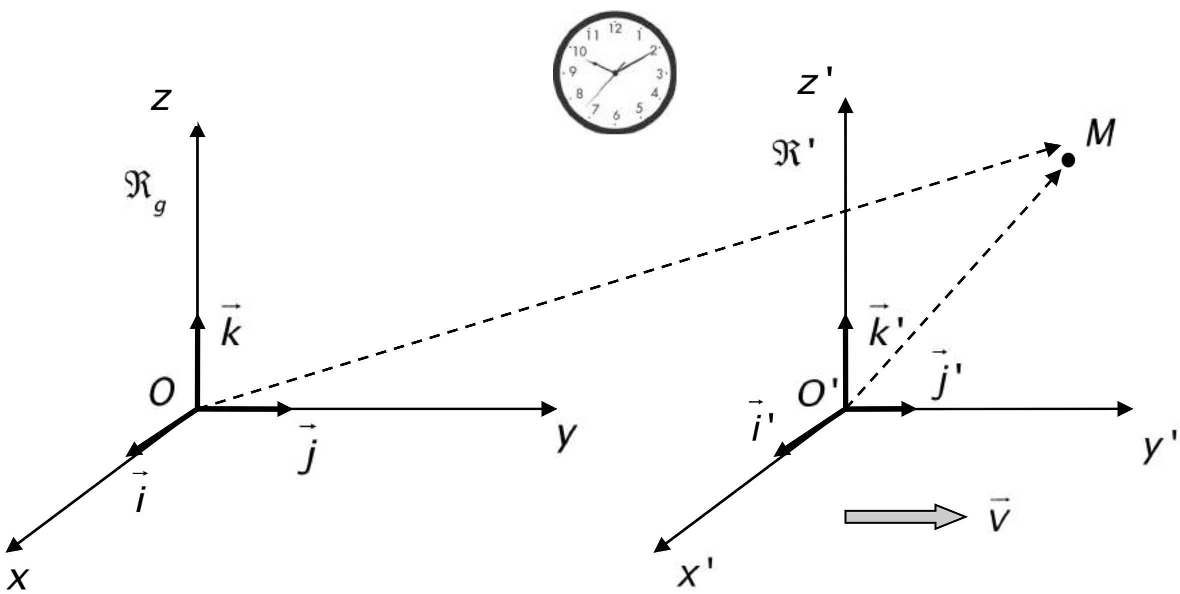
$$\left.\begin{array}{l}\bullet \text{ Une particule au repos } \left(\vec{v}=\vec{0}\right) \text{ le restera} \\ \bullet \text{ Une particule en mouvement de translation} \\ \text{rectiligne uniforme } \left(\vec{v}=\overrightarrow{cste}\right) \text{ le restera}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{si aucune force n'agit sur cette particule.}$$

a) Commentaires

• L'état « naturel » d'un corps physique n'est pas le repos (comme les anciens l'ont longtemps pensé) mais le mouvement de translation rectiligne uniforme dont le repos n'est qu'un cas particulier. **L'état « naturel » du mouvement correspond donc à une accélération nulle** $\left(\vec{a}=\vec{0}\right)$.

• La première loi de Newton donne la définition d'un référentiel galiléen. Il s'agit d'un référentiel dans lequel le principe d'inertie est valable. Si une particule est parfaitement isolée, elle n'est soumise à aucune force de la part de son environnement extérieur, alors la particule doit être au repos ou en mouvement de translation rectiligne uniforme. Si ce n'est pas le cas, vous êtes dans un référentiel non galiléen, la 1ère loi de Newton n'est plus valable. Vous êtes dans un référentiel accéléré, par exemple sur un manège qui tourne ou dans un train qui accélère. Nous verrons comment travailler dans un référentiel non galiléen dans un chapitre dédié à ce sujet.

b) Les référentiels Galiléen



On considère que le référentiel fixe est un référentiel galiléen noté $\Re_g$. Il s'agit donc d'un référentiel dans lequel la première loi de Newton est valable. Le référentiel en mouvement, $\Re'$, a un mouvement de translation uniforme à vitesse $\vec{V}$ selon l'axe commun $y = y'$.

L'expérience montre que le référentiel $\Re'$ est aussi galiléen, le principe d'inertie y est encore valable et le principe fondamental de la dynamique (que nous allons voir) peut y être appliqué et qu'il a la même formulation dans les deux référentiels. De façon plus générale, cela entraîne que les lois de la mécanique ont même formulation dans les deux référentiels. Pour résumer, on peut noter :

Tout référentiel $\Re'$ animé par rapport à un référentiel galiléen $\Re_g$ d'un mouvement de **translation rectiligne uniforme** est lui-même galiléen.
Les lois de la mécanique ont la même formulation dans tous les référentiels galiléens ; il s'agit du principe de relativité galiléenne.

On peut encore donner de cet énoncé la forme pratique suivante :

Le mouvement de translation rectiligne et uniforme d'un référentiel galiléen $\Re_g'$ par rapport à un autre référentiel galiléen $\Re_g$ ne peut pas être mis en évidence par une expérience de mécanique effectuée dans $\Re_g'$.

On peut s'assurer, au moins qualitativement, de la validité de cet énoncé en voyageant fenêtres fermées dans un compartiment de train. Si la vitesse est constante, et la voie rectiligne, rien dans le comportement des objets qui nous entourent ne permet de savoir si le train est en mouvement ou en repos. Le principe de relativité de Galilée a une très grande importance théorique. La théorie de la relativité proposée par Einstein en 1905 repose sur une extension à toute la physique du principe que Galilée avait formulée dans le cadre restreint de la mécanique.

3.3 La Quantité de mouvement

La **quantité de mouvement** joue un rôle essentiel dans toute la physique au même titre que **l'énergie** et le **moment cinétique** (que nous rencontrerons plus tard).
Dans l'étude du mouvement d'une particule, la vitesse et la masse sont des concepts centraux. La quantité de mouvement, grandeur vectorielle, permet de prendre en compte ces deux grandeurs.

Une particule de masse m animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel galiléen possède par définition la **quantité de mouvement**, notée $\vec{p}$, suivante:

$$\vec{p} = \frac{m}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\vec{v} \approx m\vec{v} \text{ quand } v \ll c$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide (une grandeur invariante).

Cette définition de la quantité de mouvement est relativiste, elle est donc vraie même si la particule a une vitesse proche de celle de la lumière. Dans le cadre de notre programme, nous allons étudier essentiellement la physique classique qui est valable quand $v \ll c$. Dans ce cas, la quantité de mouvement s'écrit plus simplement $\vec{p} \approx m\vec{v}$ car $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \approx 1$ quand $v \ll c$.

3.4 La 2ème loi de Newton : Le principe fondamental de la dynamique

Dans un référentiel galiléen, la quantité de mouvement d'une particule de masse m et soumise à la somme des forces $\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots$ obéit à la loi d'évolution suivante:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}$$

Commentaires :

- Cette loi est valable pour les particules relativistes à condition de prendre l'expression générale de la quantité de mouvement.
- Dans la cas d'une masse constante et pour des vitesses non relativistes (la plupart des cas que l'on va rencontrer), l'expression précédente s'écrit $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \sum \vec{F}$ soit $m\vec{a} = \sum \vec{F}$. C'est souvent sous cette forme que l'on utilise la deuxième loi de Newton mais elle est moins générale !
- Si $\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$, on dit que la particule est en équilibre mécanique $\left(\vec{a} = \vec{0}\right)$. Si la particule est au repos $\left(\vec{v} = \vec{0}\right)$ **l'équilibre est dit statique**. Si la particule est en translation rectiligne uniforme $\left(\vec{v} = \overrightarrow{cste}\right)$, **l'équilibre est dit dynamique**.
- La relation $\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$ comporte **trois équations différentielles** que l'on est conduit à résoudre.

La connaissance de $\sum \vec{F}$ permet d'avoir accès à $\vec{a}(t)$ puis par intégration à $\vec{v}(t)$ et par une nouvelle intégration à $\vec{r}(t)$. Pour effectuer ces intégrations, il faut connaître les conditions initiales, c'est-à-dire $\vec{r}_0$ et $\vec{v}_0$. Il s'agit du cheminement inverse de la cinématique qui, partant de $\vec{r}(t)$, conduisait par dérivations successives à $\vec{v}(t)$ puis à $\vec{a}(t)$.

Le tableau suivant donne l'expression de la seconde loi de Newton dans les systèmes de coordonnées que l'on a étudiés en cinématique.

Forme vectorielle	Coordonnées Cartésiennes (x,y,z)	Coordonnées Polaires 2D (r,θ)	Coordonnées Cylindriques (r,θ,z)
$\sum \vec{F} = m\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	$\begin{cases} \sum F_x = m\ddot{x} \\ \sum F_y = m\ddot{y} \\ \sum F_z = m\ddot{z} \end{cases}$	$\begin{cases} \sum F_r = m\left(\ddot{r} - r\left(\dot{\theta}\right)^2\right) \\ \sum F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right) \end{cases}$	$\begin{cases} \sum F_r = m\left(\ddot{r} - r\left(\dot{\theta}\right)^2\right) \\ \sum F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right) \\ \sum F_z = m\ddot{z} \end{cases}$

- La masse m qui intervient dans $m\vec{a} = \sum \vec{F}$ est la **masse inertielle**. Pour deux particules soumises à la même force $\vec{F}$, si $m_1 > m_2$ alors $\overrightarrow{a_1} < \overrightarrow{a_2}$. A force égale, il est plus difficile d'accélérer un objet de masse plus importante. Ainsi la masse caractérise l'inertie d'un objet quand on veut modifier le mouvement de ce dernier.

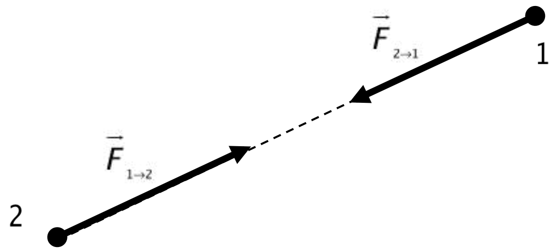
Vous savez que la masse intervient aussi dans l'expression de la force de gravité entre une masse m et une masse M : $F = \dfrac{GmM}{r^2}$. La masse qui intervient ici s'appelle la **masse gravitationnelle**. Elle caractérise l'intensité de la force de gravité que subit un corps. Nous avons donc deux masses conceptuellement différentes : la masse inertielle et la masse gravitationnelle. Dans sa théorie de la gravité, Newton a supposé que ces deux masses étaient identiques. Toutes les expériences faites jusqu'à présent n'ont montré aucune différence entre ces deux masses (si cette différence existe, elle est inférieure à une partie par milliard). Dans sa théorie de la relativité générale, Einstein a postulé l'équivalence ente ces deux masses, **c'est le principe d'équivalence**. Ainsi, en relativité générale, la force de gravitation a une explication géométrique, elle résulte de la déformation de l'espace-temps qui est courbé par la présence de la matière : « L'espace agit sur la matière en lui disant comment se mouvoir. En retour, la matière réagit sur l'espace en lui disant comment se courber » disait le physicien américain John Archibald Wheeler (1911-2008), le dernier géant de la physique du XXème siècle.

Si la particule n'est soumise à aucune force ou si $\sum \vec{F} = \vec{0}$, alors $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$ soit $\vec{p} = \overrightarrow{cste}$. La quantité de mouvement est une **grandeur conservative** au même titre que l'énergie et le moment cinétique, trois grandeurs qui jouent un rôle central physique. Le fait que ces trois grandeurs soient conservatives provient directement des propriétés de symétrie des lois de la physique comme cela est indiqué dans le tableau suivant :

Grandeur conservative		Propriété de symétrie des lois de la physique associée à la grandeur conservative
Quantité de mouvement $\vec{p}$	$\Longleftrightarrow$	Les lois de la physique sont invariantes par translation dans l'espace
Moment cinétique $\vec{L}$	$\Longleftrightarrow$	Les lois de la physique sont invariantes par rotation dans l'espace.
Energie E	$\Longleftrightarrow$	Les lois de la physique sont invariantes dans le temps.

C'est Emmy Noether (1882-1935) (photo ci-contre), mathématicienne allemande, qui a expliqué le lien entre la symétrie en physique et les lois de conservation.

3.5 La 3ème loi de Newton : Le principe d'interaction réciproque ou la loi de l'action et de la réaction



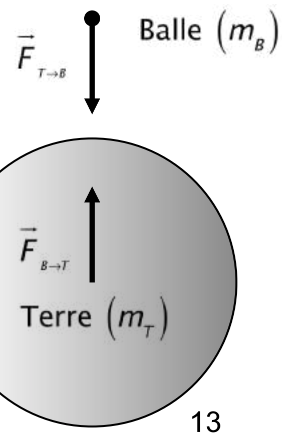
Si une particule 1 exerce une force $\vec{F}_{1\to2}$ sur une particule 2, alors la particule 2 exerce une force $\vec{F}_{2\to1}$ sur la particule 1 telle que $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$.
$\vec{F}_{1\to2}$ et $\vec{F}_{1\to2}$ sont portées par la même droite.

Une force n'existe pas seule mais appartient à un couple de forces. **Il y a toujours interaction entre deux corps physiques**. Ce n'est que par commodité que l'on distingue l'agent qui exerce la force de l'objet qui subit la force.

★ ATTENTION : L'action et la réaction agissent sur des corps différents. ★

✔ Exemple 1 : Interaction entre une balle et la terre.

D'après la 3ème loi de Newton, on a $\vec{F}_{T\to B} = -\vec{F}_{B\to T}$, cela signifie que l'intensité de la force que la balle exerce sur la terre est identique à celle que la terre exerce sur la balle. Cela peut sembler étrange. En fait ce qui va être très différent c'est $\vec{a}_T$, l'accélération que subit la terre et $\vec{a}_B$, l'accélération que subit la balle.

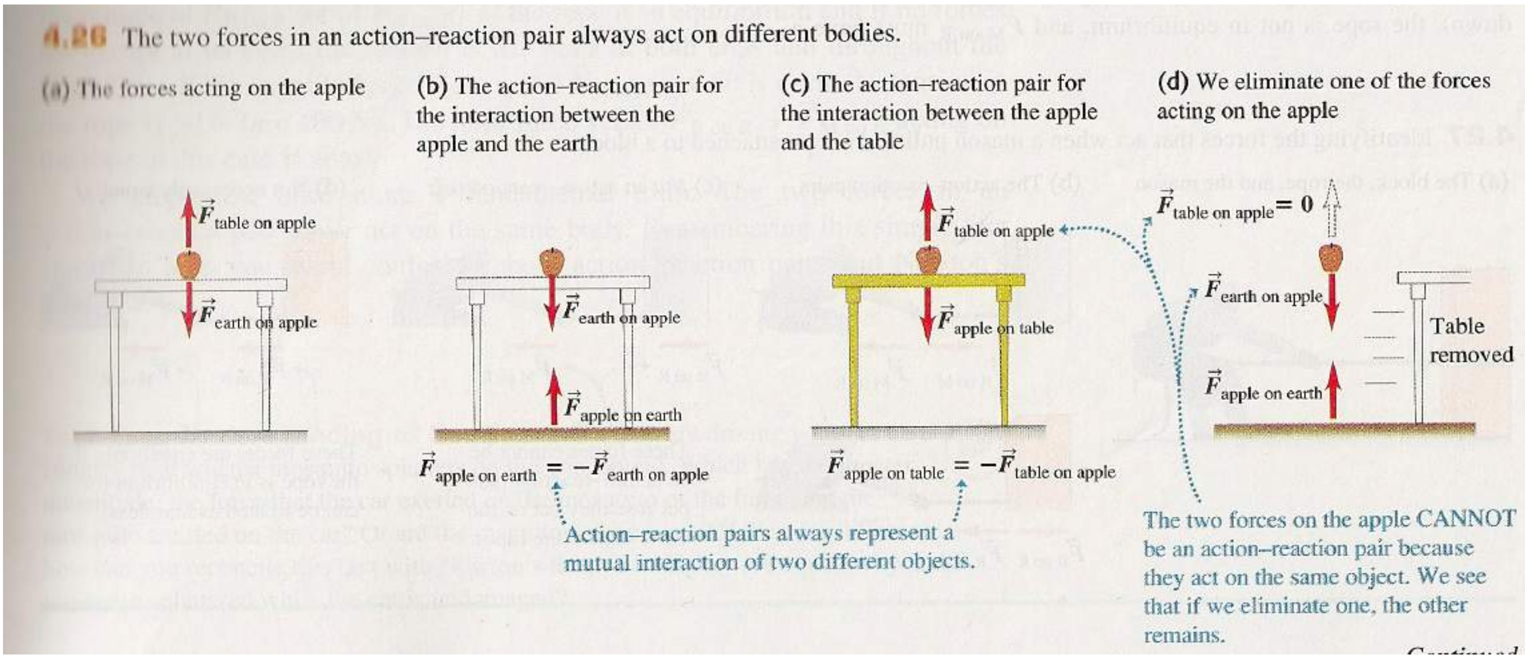


$\vec{a}_T = \dfrac{\vec{F}_{B\to T}}{m_T}$ et $\vec{a}_B = \dfrac{\vec{F}_{T\to B}}{m_B}$ avec $F_{T\to B} = F_{B\to T} = m_B g$.

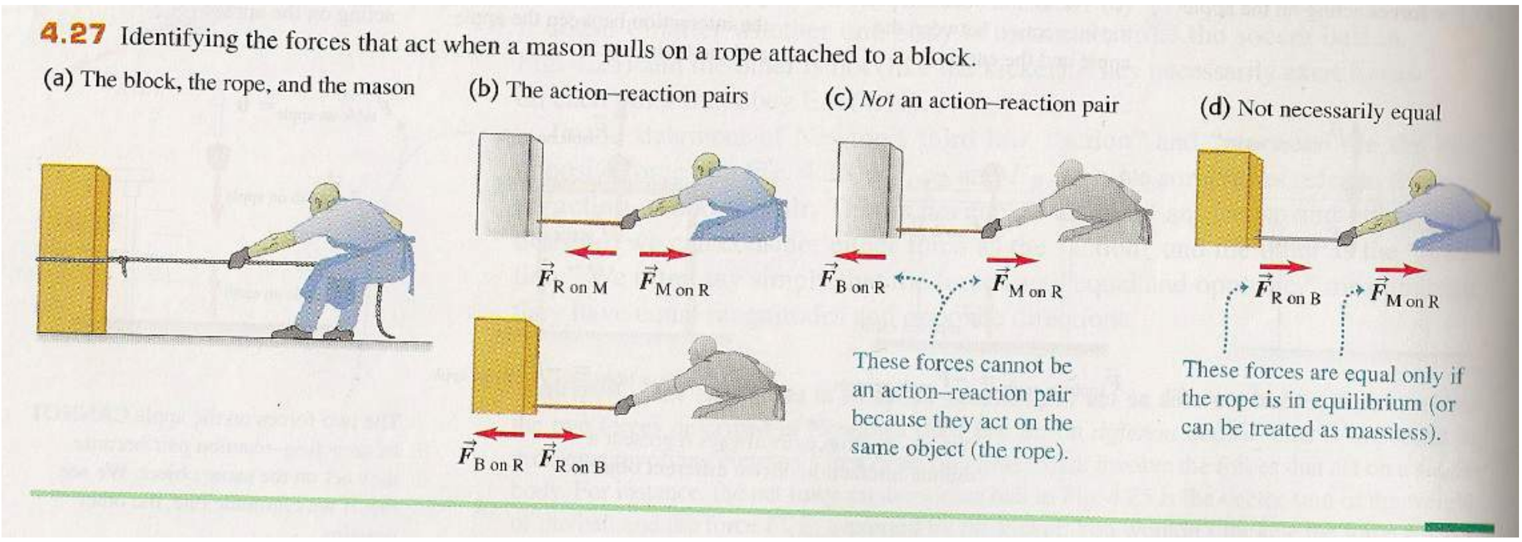
$a_B = g \approx 10$ m.s^{-2} et $a_T = \dfrac{m_B}{m_T} g = \dfrac{1\text{ kg}}{6\times 10^{24}\text{ kg}} \times 10\text{ m.s}^{-2} \approx 1{,}7\times 10^{-24}\text{ m.s}^{-2} \ll a_B$.

Avec cette accélération, combien de temps va-t-il falloir pour modifier la vitesse de la Terre de $\Delta v = 1$ km.h$^{-1} \approx 0{,}28$ m.s^{-1} ? $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a_T} = 1{,}4\times 10^{23}$ s, il faut donc attendre 2,6 milliards de fois l'âge de l'univers ! L'influence de la balle sur le mouvement de la Terre est complètement négligeable alors que l'influence de la Terre sur le mouvement de la balle est essentielle. En effet $a_T \ll a_B$ car $m_T \gg m_B$.

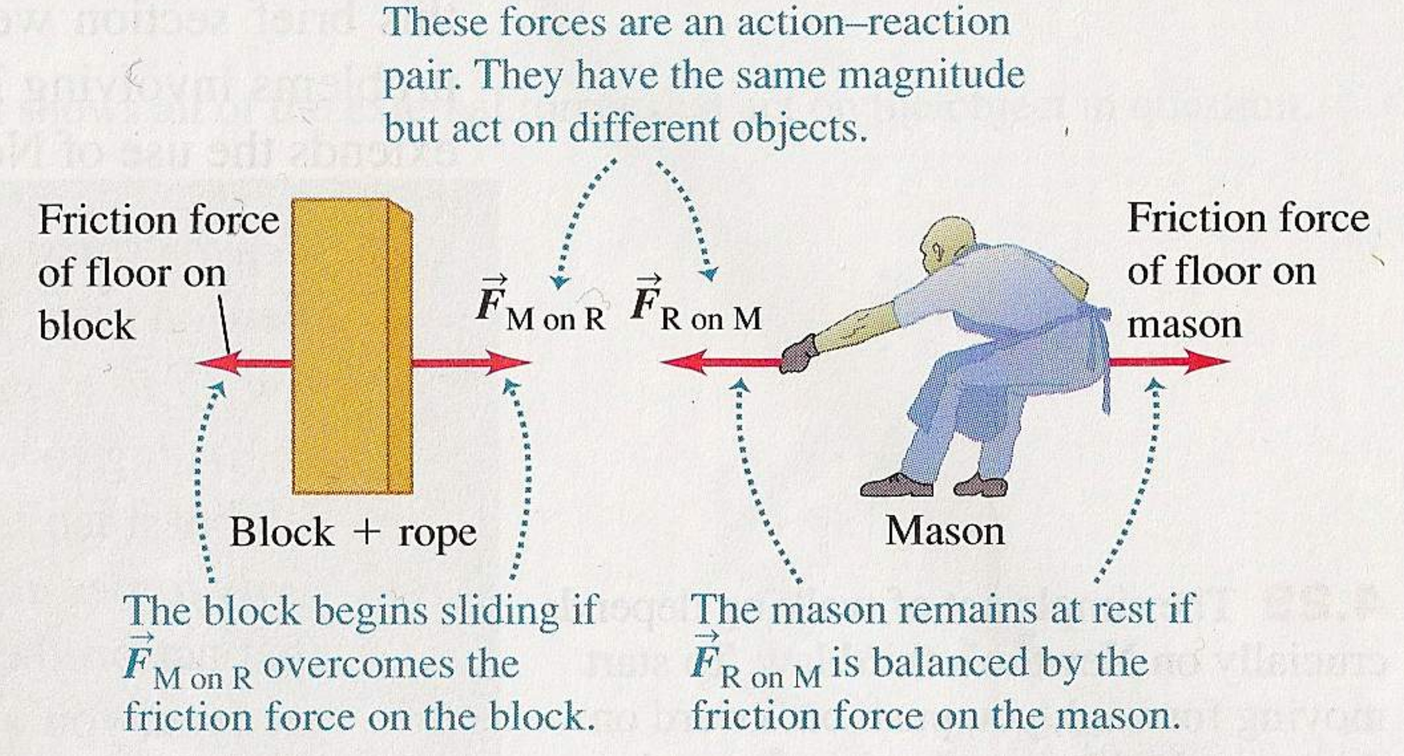
✔ Exemple 2 : Pomme, Terre et table



✔ Exemple 3 : Maçon et bloc



4.28 The horizontal forces acting on the block–rope combination (left) and the mason (right). (The vertical forces are not shown.)



✔ <u>Exemple 4 : Marche à pied et navette</u>

FIGURE 4–11 We can walk forward because, when one foot pushes backward against the ground, the ground pushes forward on that foot (Newton's third law). The two forces shown *act on different objects*.

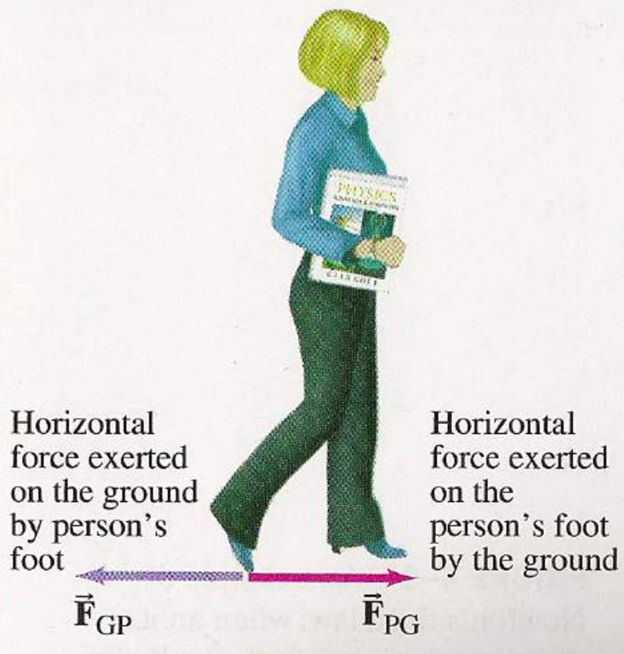


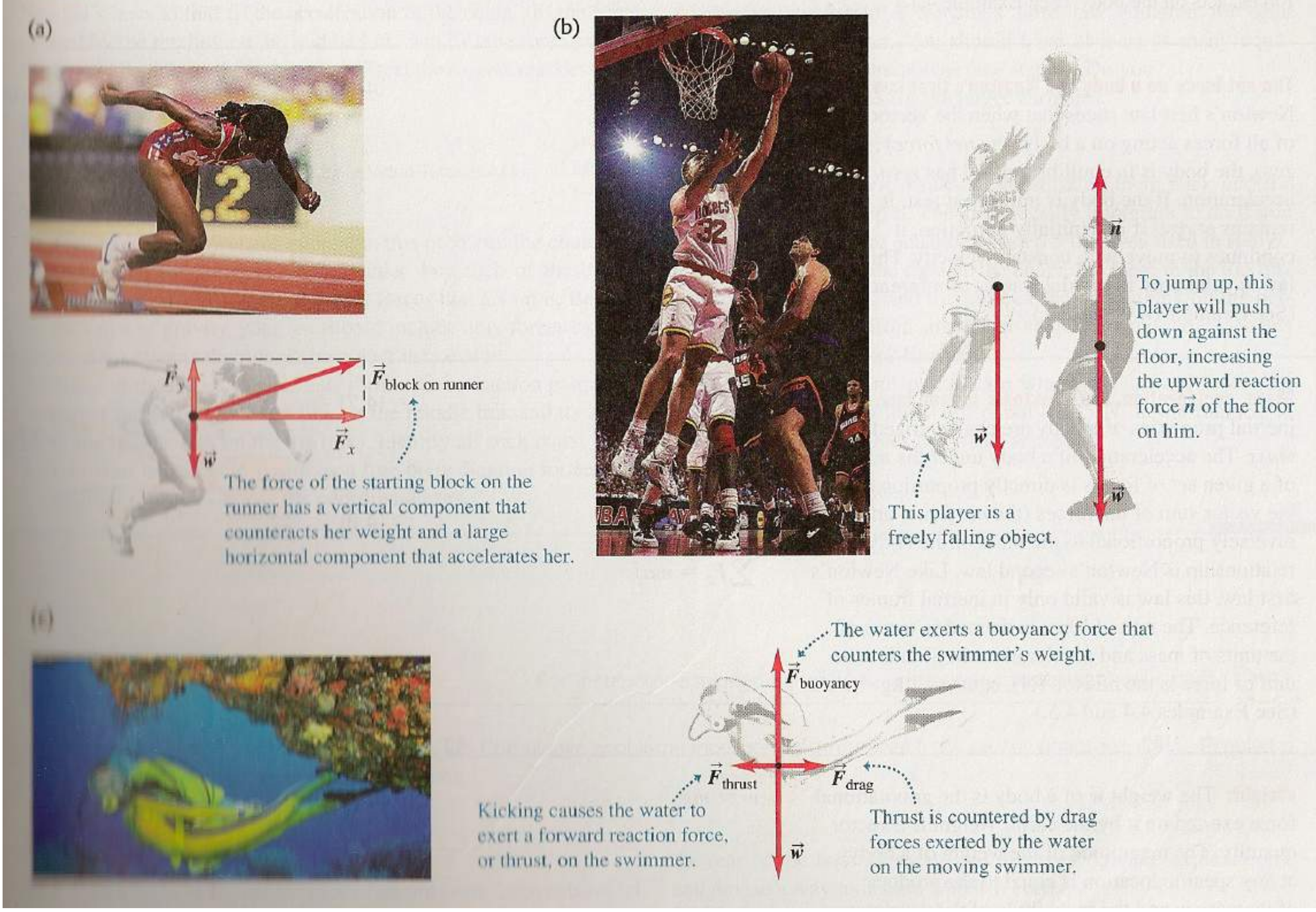
FIGURE 4–10 Another example of Newton's third law: the launch of a rocket. The rocket engine pushes the gases downward, and the gases exert an equal and opposite force upward on the rocket, accelerating it upward. (A rocket does *not* accelerate as a result of its propelling gases pushing against the ground.)

IV – Application des lois de Newton

4.1 « Guide » pour résoudre un problème de mécanique

a) Identifier le système physique à étudier et le référentiel d'étude. Dans cette partie, le système physique étudié sera toujours ramené à un point matériel de masse m. Le référentiel sera toujours galiléen cette année (voir cours sur la mécanique en référentiel non galiléen de PT).
b) Identifier chaque force qui agit sur le point matériel. Faire un diagramme de force.
c) Ecrire le principe fondamental de la dynamique.
d) Choisir un système de coordonnées adapté au problème et le dessiner sur le diagramme de forces.
e) Projeter le principe fondamental de la dynamique sur chaque axe du système de coordonnées. On obtient trois équations différentielles.
f) Résoudre les équations différentielles pour déterminer la quantité qui nous intéresse.
g) Se demander si notre réponse a un sens, regarder les dimensions des grandeurs obtenues.
h) Faire les applications numériques, porter un regard critique sur les valeurs obtenues.

4.30 Examples of free-body diagrams. Each free-body diagram shows all of the external forces that act on the object in question.



4.2 Exemple 1 : Balistique avec prise en compte des frottements de l'air

On considère un projectile de masse m qui, à $t = 0$, se situe à origine et qui est lancé à la vitesse $\overrightarrow{v_0}$, vitesse située dans la plan (xOy) et qui fait un angle θ_0 avec l'axe horizontale (Ox).

➪ Système étudié : Le projectile assimilé à un point matériel de masse m. On travaille dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

➪ Bilan des forces : **(Calculs au tableau)**
➪ Application du principe fondamental de la dynamique (PFD) : **(Calculs au tableau)**
➪ Projection du PFD: **(Calculs au tableau)**
➪ Résolution (intégration) des équations différentielles : **(Calculs au tableau)**

➪ <u>Analyse des résultats :</u>

- On regarde les vitesses :

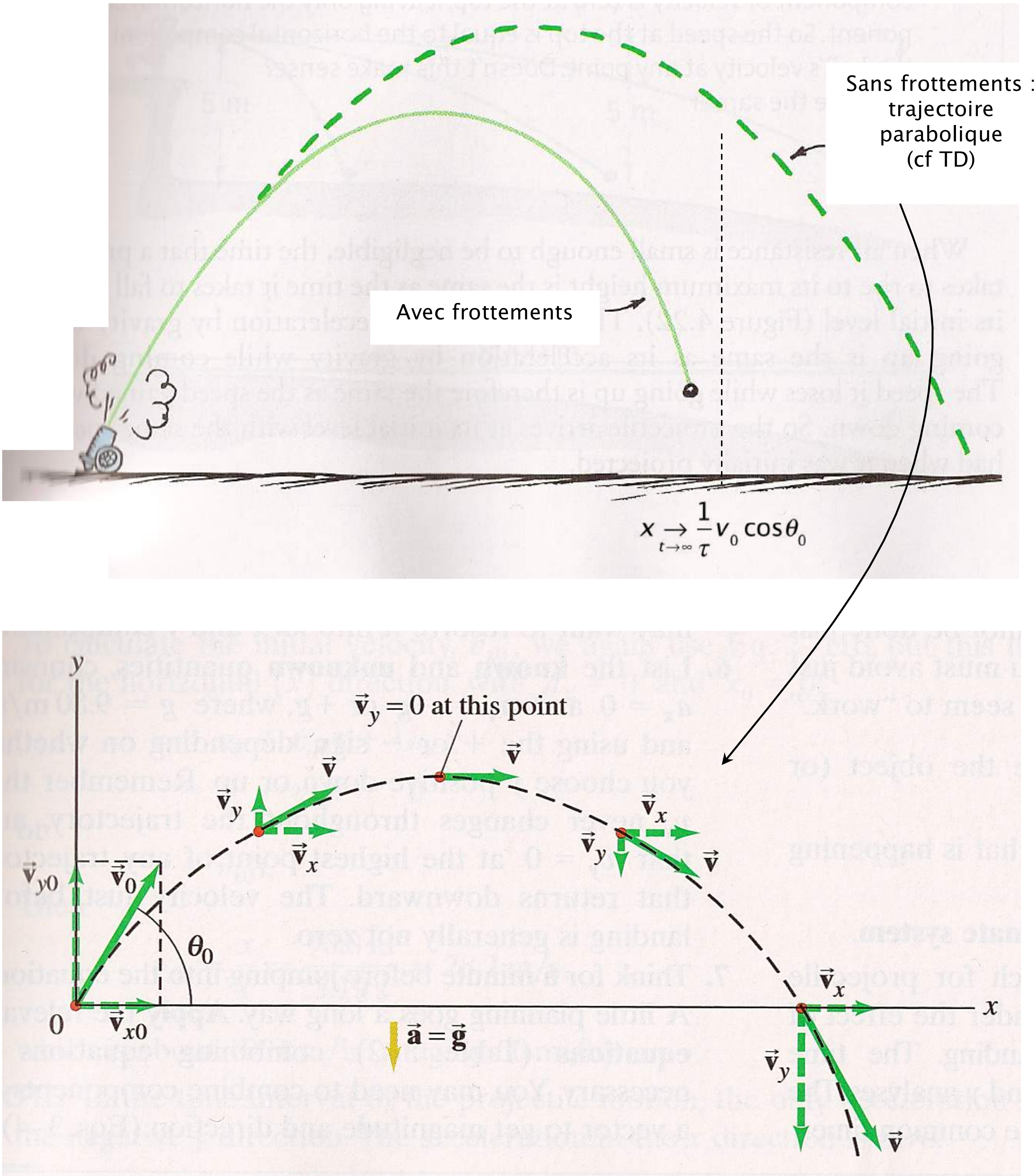
Quand $t \to \infty$, $\boxed{v_x \underset{t\to\infty}{\to} 0}$ et $\boxed{v_y \underset{t\to\infty}{\to} -g\tau \equiv v_{\lim}}$. Il n'y a plus de vitesse suivant (Ox) et une vitesse limite suivant (Oy).

- On regarde les positions:

Quand $t \to \infty$, $\boxed{x \underset{t\to\infty}{\to} \tau v_0 \cos\theta_0}$, on a une asymptote verticale et $\boxed{y \underset{t\to\infty}{\to} -\infty}$, c'est le sol qui arrête le projectile.

Nous n'avons pas de forme analytique de la trajectoire $y = f(x)$ contrairement au cas avec absence de frottement fluide (la trajectoire est, dans ce dernier cas, parabolique comme cela a été vu en TD). Si l'on souhaite déterminer à quel instant t_{lim} le projectile atteint le sol, il faut résoudre numériquement l'équation $y(t = t_{\text{lim}}) = 0$.

Les figures ci-dessous illustrent les différences entre les trajectoires avec et sans prise en compte des frottements fluides provoqués par l'air.



4.3 Exemple 2 : Mouvement sinusoïdal (harmonique), force de rappel élastique

Nous allons étudier le mouvement d'une masse attachée à un ressort vertical. Nous négligeons tous les frottements.

a) Expression de la force de rappel élastique

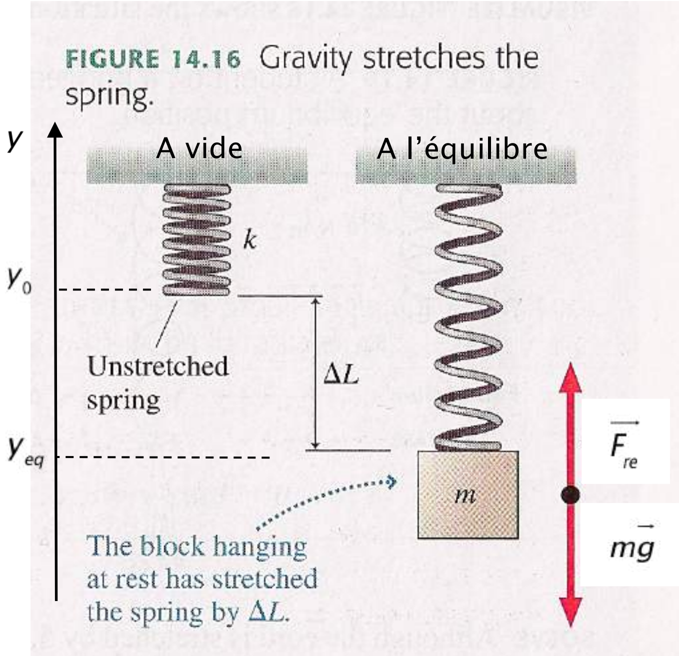


FIGURE 14.16 Gravity stretches the spring.

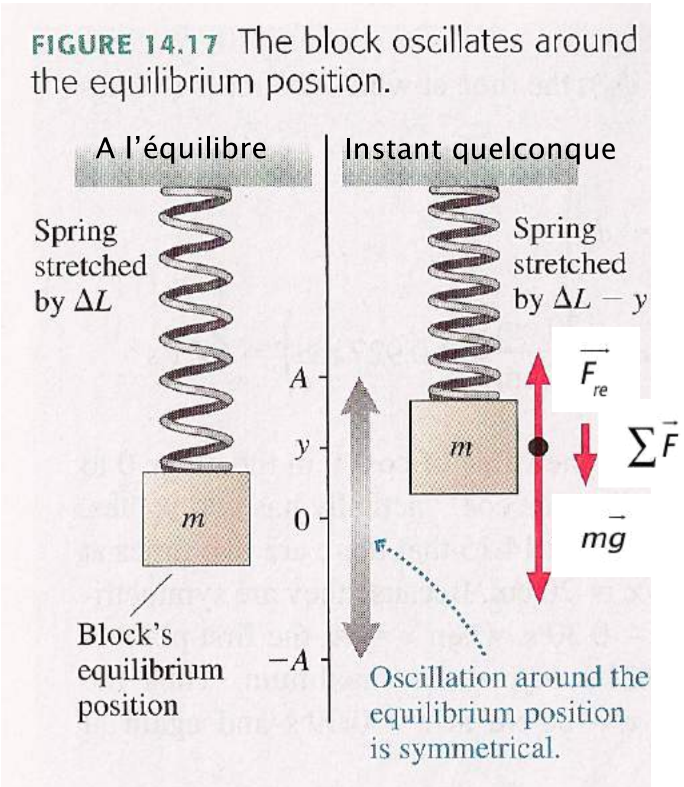


FIGURE 14.17 The block oscillates around the equilibrium position.

La gravité va jouer un rôle ici, lequel ?

➪ A l'équilibre : **(Calculs au tableau)**

b) Equation du mouvement

On travaille dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On applique le principe fondamental de la dynamique à la masse : $m\vec{a} = \sum \vec{F} = -k\left(y - y_{eq}\right)\vec{j}$.

On s'intéresse à l'oscillation de la masse autour de la position d'équilibre y_{eq}. On peut donc faire un changement d'origine (ce qui revient à faire un changement de variable) et prendre pour nouvelle origine la position d'équilibre, on écrit: $y_{eq} \equiv 0$.

En projetant sur l'axe $\left(Oy\right)$, on obtient l'équation différentielle caractéristique d'un **mouvement harmonique** :

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \text{ avec } \omega \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Il s'agit d'une équation différentielle très importante dont il faut parfaitement connaître l'interprétation physique. L'expression de la pulsation ω, homogène à l'inverse d'un temps, est propre à chaque système physique étudié.

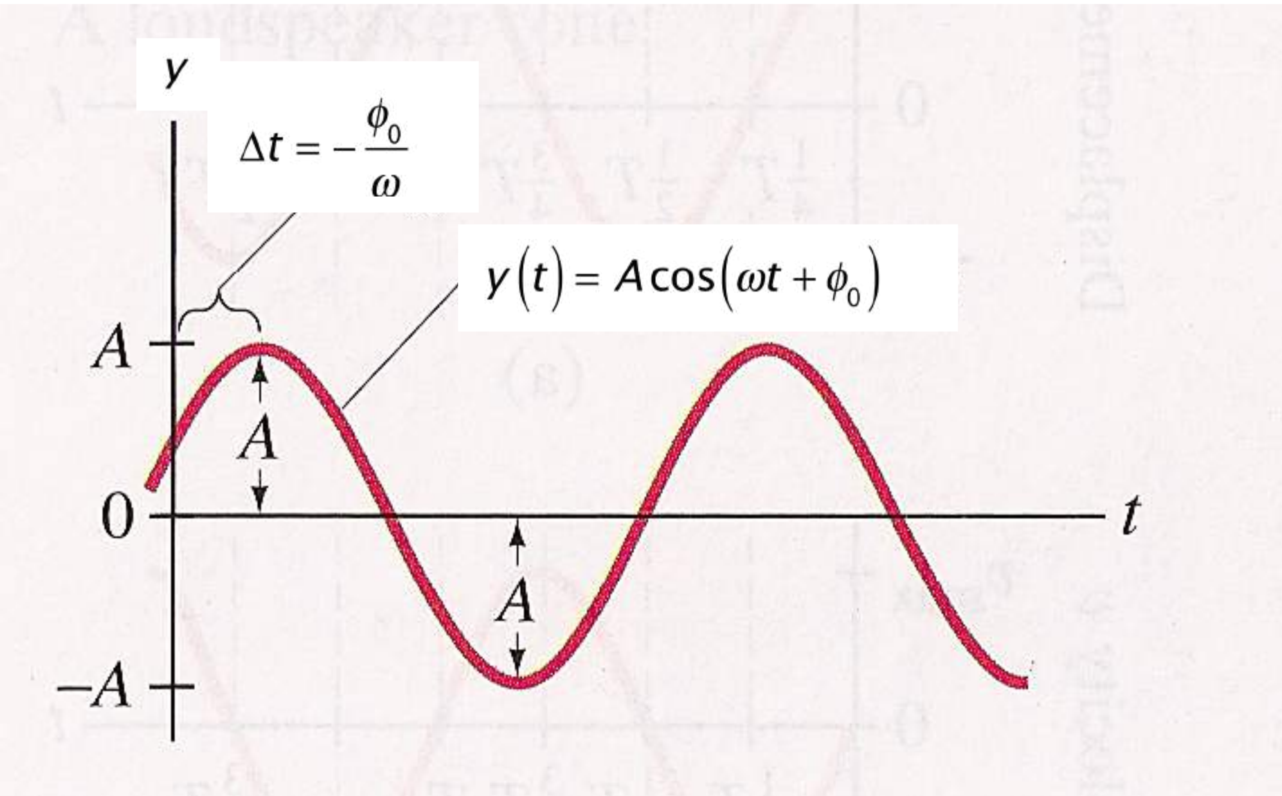
➪ Résolution :

On a déjà résolue cette équation différentielle dans le cours de cinématique. Rappelons ici les résultats obtenus :

$$y\left(t\right) = A\cos\left(\omega t + \phi_0\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \equiv \text{Pulsation dont l'expression dépend du problème physique}$$

$$\left.\begin{array}{l} A \equiv \text{Amplitude maximale} \\ \phi_0 \equiv \text{phase à l'origine} \end{array}\right\} \text{à déterminer avec les CI}$$



Exercice d'application : Mouvement circulaire et frottement solide

On considère une voiture qui circule sur une piste circulaire de rayon R à la vitesse v. La piste est inclinée d'un angle θ par rapport à l'horizontale

a) Quelle doit être la valeur de l'angle pour que les frottements entre les roues de la voiture et la piste ne soient plus nécessaire (c'est-à-dire pour que la voiture reste sur la piste) ?

b) Faire l'application numérique $R = 50$ m pour et $v = 50$ km.h^{-1}.