



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

3 octobre 2008
cours de la semaine # 3

Bienvenue au



EPFL - LABORATOIRE
D'ASTROPHYSIQUE

Cours de physique générale

Physique I pour étudiants de première année
en section de mathématiques

Prof. Georges Meylan

Laboratoire d'astrophysique

Site web du laboratoire et du cours :

<http://lastro.epfl.ch>

Vous devez suivre les deux conseils suivants

- **Soyez réguliers dans l'effort:**
 - **n'attendez pas la fin du semestre ou de l'année pour travailler**
- **Soyez vigilants face aux difficultés rencontrées:**
 - **réagissez rapidement si vous « décrochez »**
 - **parlez à d'autres étudiants, aux assistants ou au professeur.**

NE RESTEZ PAS SEULS

Support de cours et bibliographie

- **Le cours se base sur plusieurs sources :**
 - «Mécanique générale» C. Gruber & W. Benoit (disponible aux PPUR et Numilog)
 - Les cours des professeurs J.-P. Ansermet, O. Schneider et J.-J. Meister
- **Transparents du cours ppt :**
 - mis **sur le web** après chaque leçon avec les dernières corrections
<http://lastro.epfl.ch> et regarder sous **cours** dans l'index
- **Autres références de livres (facultatives) : voir à la bibliothèque centrale**
 - «Physique générale», Tome 1– Mécanique et Thermodynamique, Alonso & Finn
 - «Mécanique», cours de physique de Berkeley, Kittel, Knight & Ruderman
 - «Mécanique», cours de physique de Feynman, Feynman, Leighton & Sands
- **Exercices corrigés (facultatifs) : voir à la bibliothèque centrale**
 - «Engineering Mechanics, Dynamics», Hibbeler
 - «Engineering Mechanics», McLean & Nelson (série Schaum)
 - «Mécanique générale», Spiegel (série Schaum)
 - «Lagrangian Dynamics», Wells (série Schaum)

Errata pour le livre de Gruber & Benoit

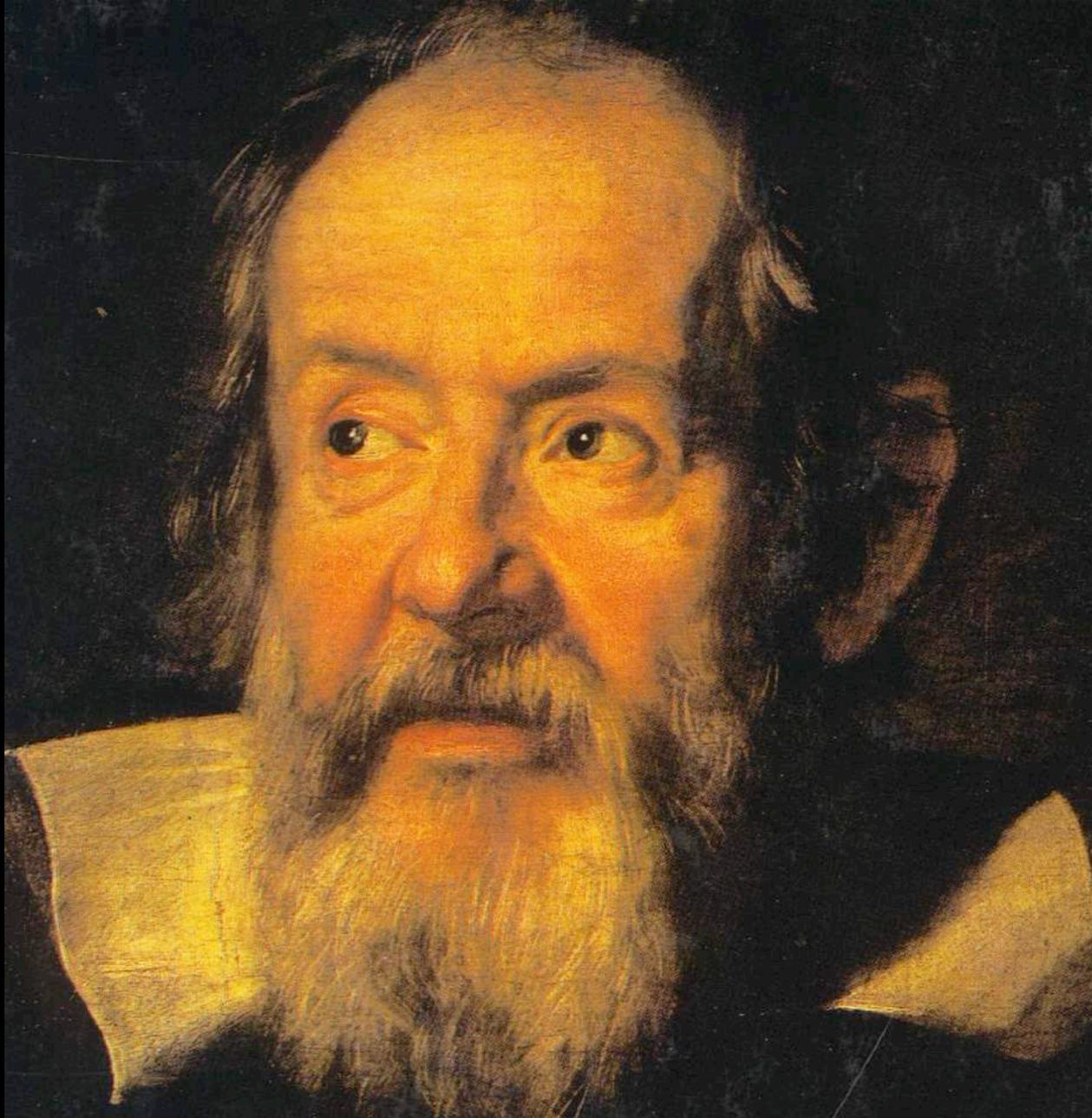
un fichier pdf de 6 pages est disponible sur la page web du cours

page 1

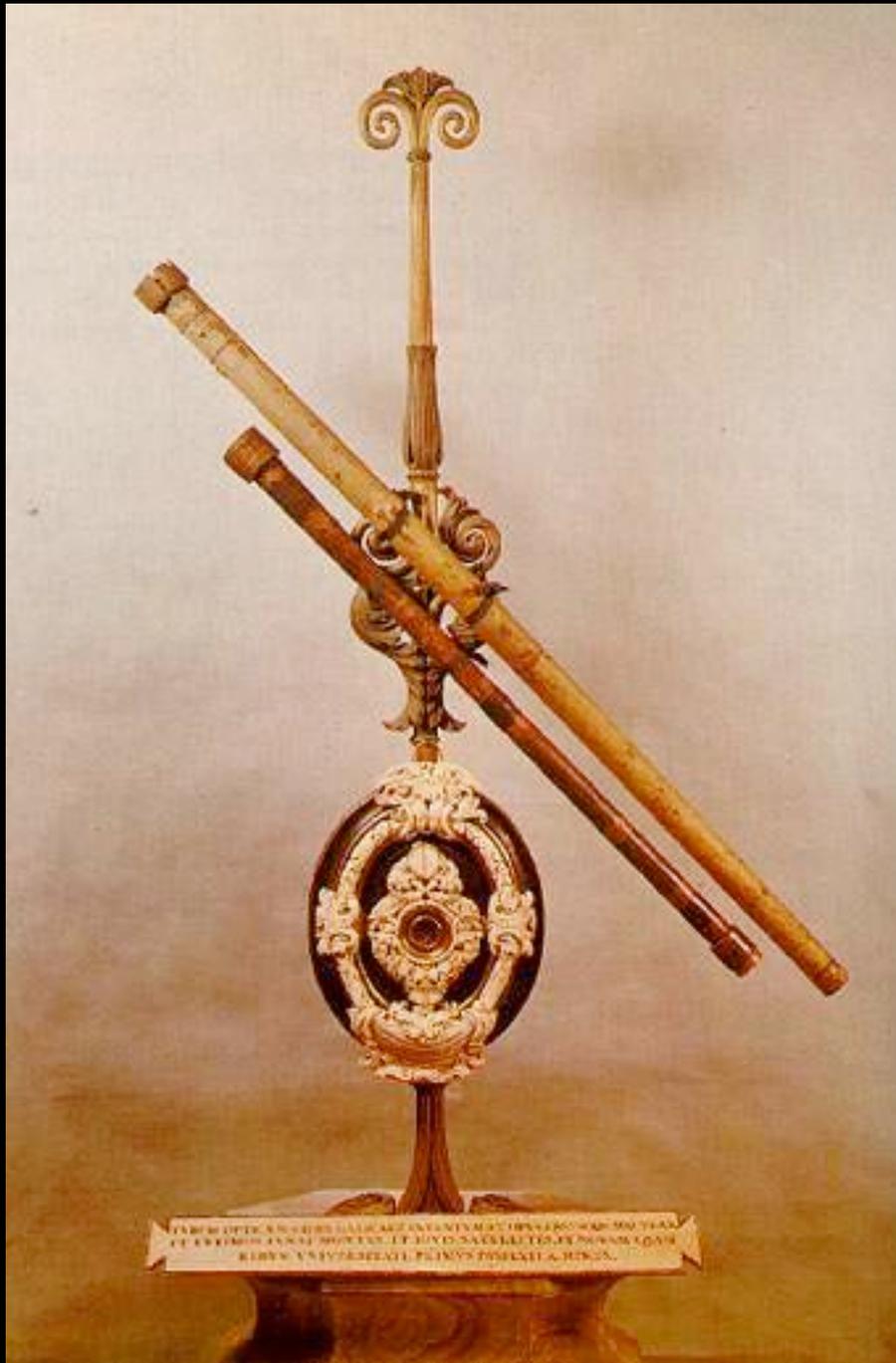
Errata	
p. xi	Sec. 3.3 (Valeurs admises en 2006)
p. 5	[61] Wigner 1902-1995 Kepler (1596)
p. 23	Kepler (1571-1630) Kolmogoroff (1903-1997) Moser (1928-1999) Fig. 1.9 Mécanique Quantique
p. 41	Fig. 2.6 $T_L(TS) = T(T_L S)$
p. 53	Les observations sur les pulsars doubles découverts en
p. 55	112 éléments ... comprise entre 1 et 112 Tableau 3.13 Masse de la Terre
p. 56	Tableau 3.14: Le système solaire [60] masse du soleil $333 \cdot 10^3$ Tableau 3.15: diamètre de notre Galaxie 100000 al
p. 57	on en connaît environ 150 situés dans le halo
p. 58	L'âge de l'Univers ... à 14 milliards d'années
p. 59	Tableau 3.9 (valeurs admises en 2006) $G = 6,674 28 \cdot 10^{-11}$ $\hbar = 1,054 571 628 \cdot 10^{-34}$ $m_e = 9,109 382 15 \cdot 10^{-31}$ $= 0,510 998 910$ $e = 1,602 176 487 \cdot 10^{-19}$ $m_p = 1,672 621 637 \cdot 10^{-27}$ $= 938,272 013$ $m_n = 1,674 937 211 \cdot 10^{-27}$ $= 939,565 346$

page 6

p. 703	4.10.5 $\cos \theta = x^1 / [(x^1)^2 + (y^1)^2]^{1/2}$
p. 705	5.7.7 $\vec{\alpha} = \dots$
p. 706	Les réponses 6.10.8 et 6.10.9 sont les réponses des problèmes 6.10.9 et 6.10.8 6.10.14 ... 1 jour solaire = $(86400 - 7,8) \rho$... 1 jour sidéral = $(86400 + 8,2) \rho$
p. 710	13.10.7 $\ddot{z} = \frac{g}{1 + \frac{I_a}{(m+2M)r^2}}$ $T = \frac{I_a g}{r^2 + \frac{I_a}{(m+2M)}}$
14.10.15	Voir le paragraphe 14.9.2
p. 711	14.10.10 $\dot{\theta} = -2 \sqrt{\frac{gR(1-\sin \theta)}{R^2 \cos^2 \theta + 4I_a/m}}$
p. 713	Chapitre 19 19.4.7 19.4.8 $ CD = 3,46 \text{ m}$ $ CD^* = 3,18 \text{ m}$
p. 729	ajouter Masse d'inertie 258

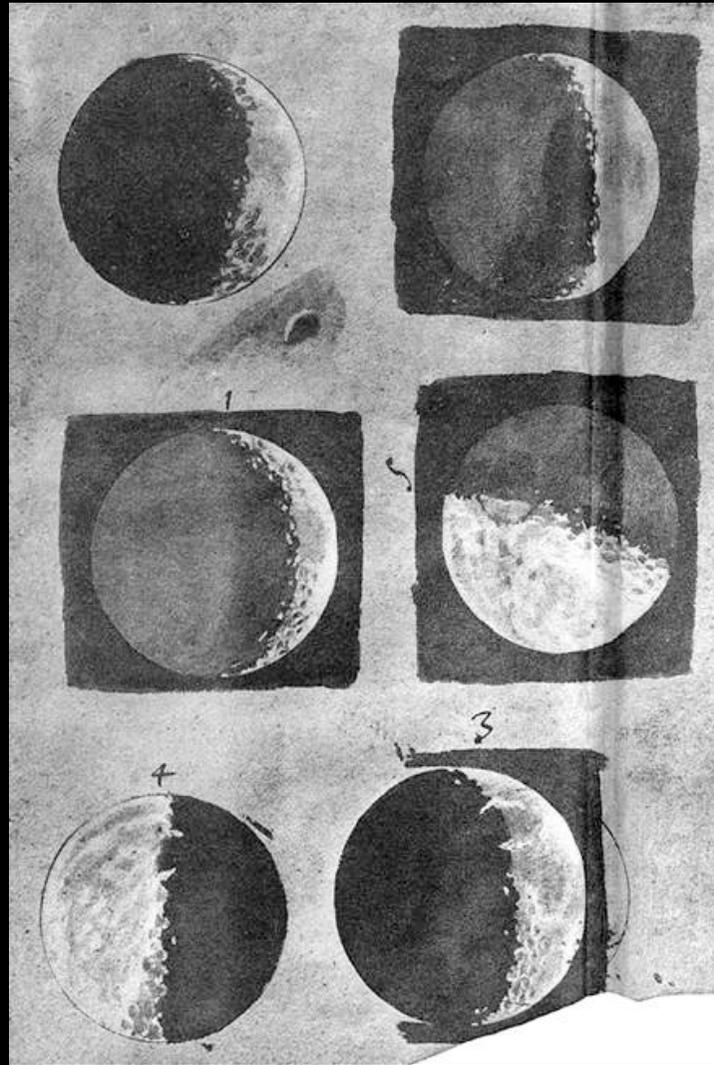


Galileo Galilei
(1564-1642)



Lunettes
astronomiques
de
Galileo
Galilei

1609-1610 : Galilée observe des mondes nouveaux

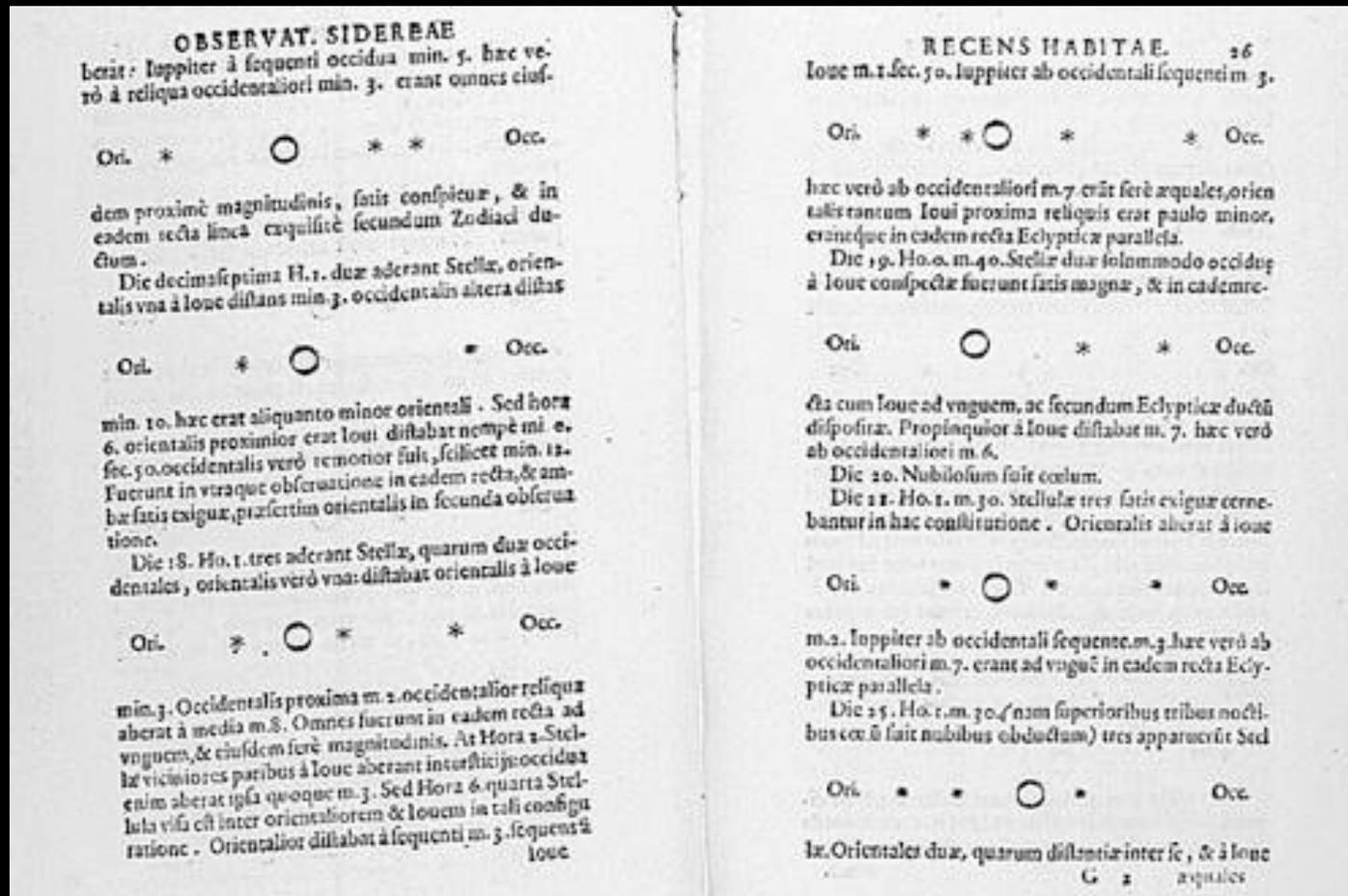


Dessins de la Lune par Galilée



Quartier de Lune ESO WFI

Les 4 grands satellites de Jupiter vus par Galileo Galilei

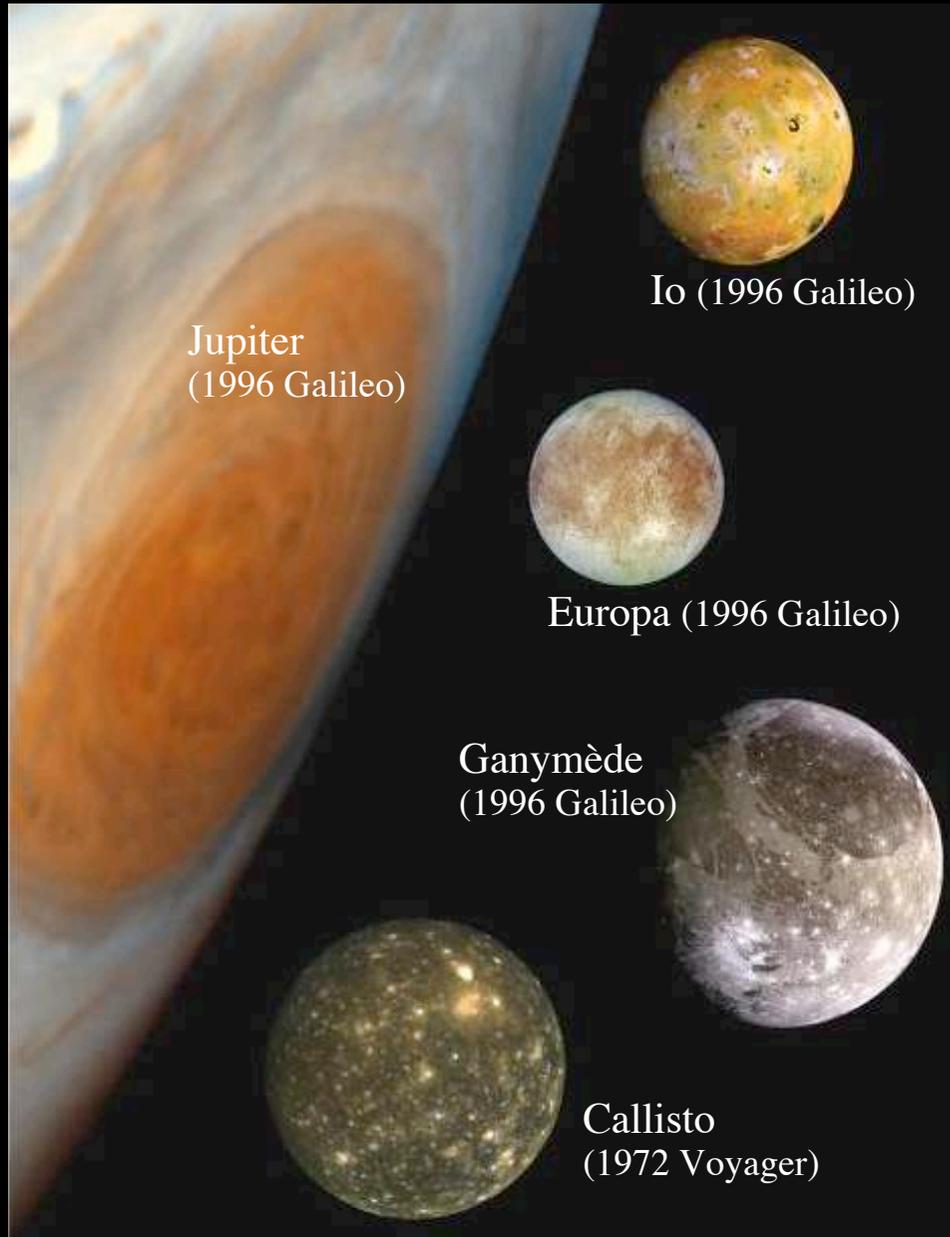


Jupiter et deux de ses satellites



4 grands satellites : Io, Europa, Ganymède, Callisto

Les quatre grands satellites de Jupiter découverts en 1610 par Galilée
et observée 4 siècles plus tard par la sonde spatiale Galileo



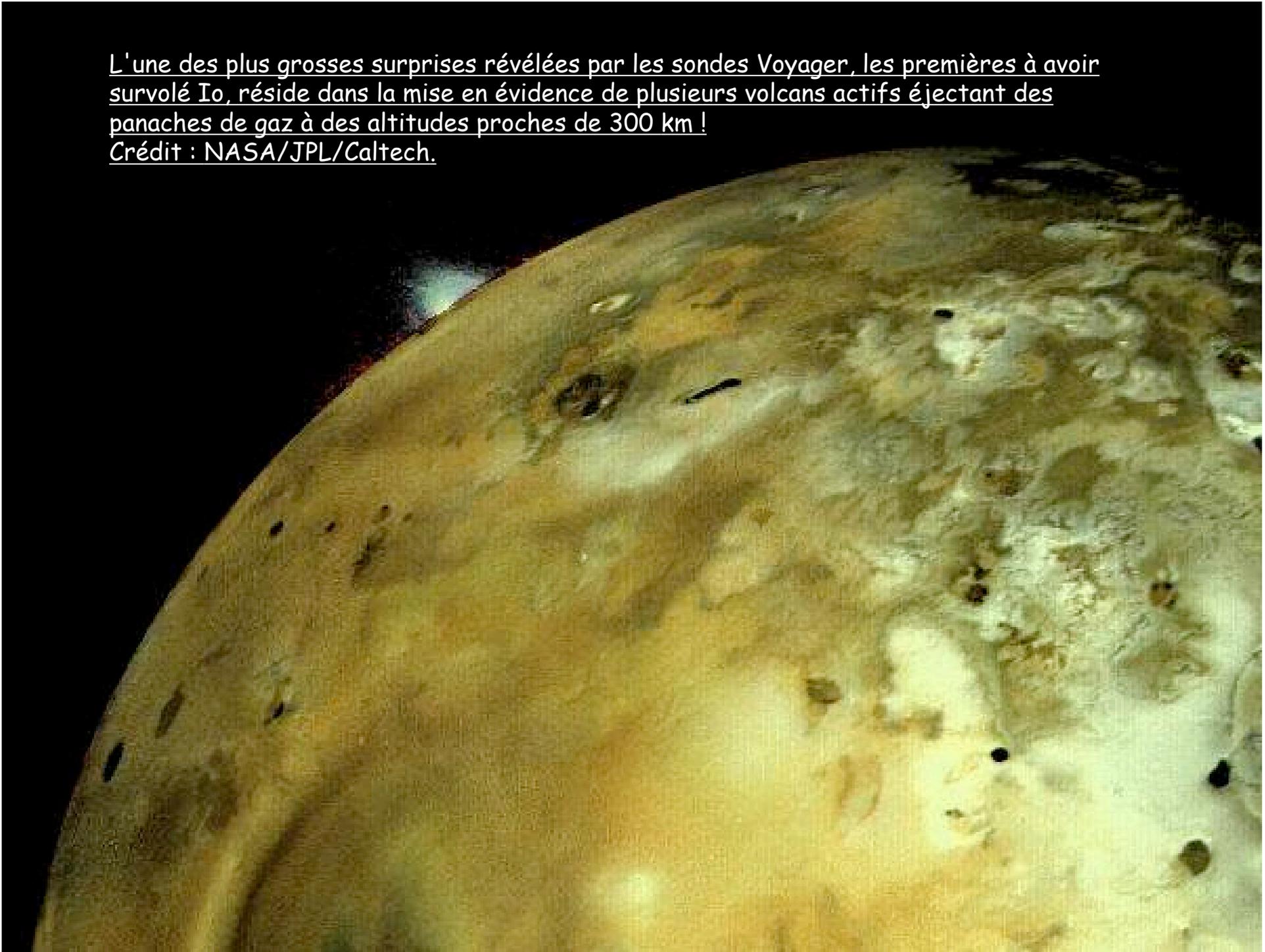
Sonde Galileo :

lancée le 18 octobre 1989,

arrive vers Jupiter en
décembre 1995,

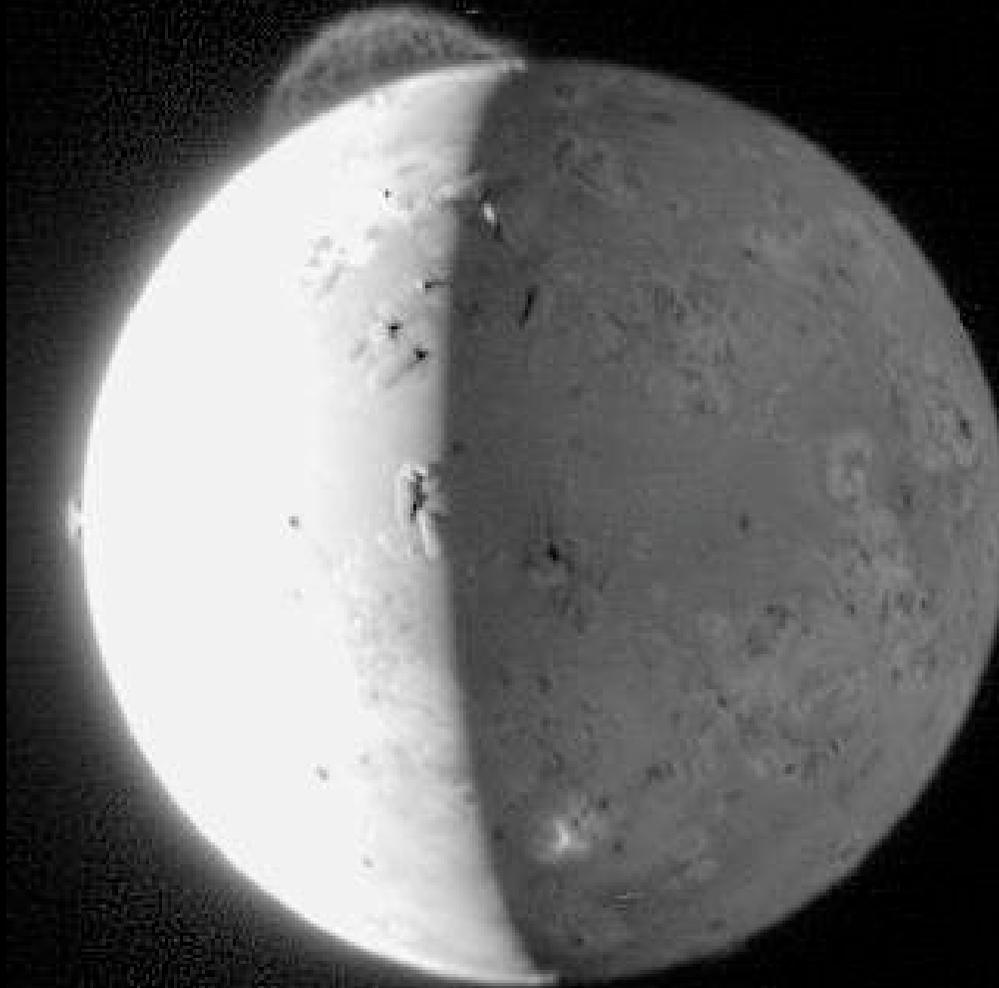
perdue le 21 sept 2003
quand elle s'est désintégrée
dans l'atmosphère de
Jupiter

L'une des plus grosses surprises révélées par les sondes Voyager, les premières à avoir survolé Io, réside dans la mise en évidence de plusieurs volcans actifs éjectant des panaches de gaz à des altitudes proches de 300 km !
Crédit : NASA/JPL/Caltech.



IO ET LES TROIS VOLCANS SIMULTANEMENT ACTIFS - 28/2/2007

En route vers Pluton, qu'elle atteindra en juillet 2015,
la sonde spatiale interplanétaire **New Horizons** est passée par Jupiter
prendre un peu de vitesse par le moyen d'un effet dit de « fronde gravitationnelle »,
processus durant lequel la planète géante accélère la sonde.



IO ET SES VOLCANS ACTIFS - 28/2/2007
New Horizons



Volcanisme : conséquence directe de la **mécanique des forces de marée**

Quelques contributions de Galilée

- Physicien, astronome et écrivain italien, né à Pise en 1564.
- Découvre la loi de la chute des corps dans le vide.
- Donne une première formulation du principe d'inertie.
- Présente la loi de composition des vitesses.
- Met en évidence l'isochronisme des oscillations d'un pendule.
- Introduit l'emploi de la lunette en astronomie \Rightarrow révolution dans l'observation de l'Univers.
- Découvre le relief de la Lune, les principaux satellites de Jupiter, les phases de Vénus et la présence d'étoiles dans la Voie Lactée.
- Se rallie au système héliocentrique de Copernic (mis à l'Index).
- Condamné par le tribunal de l'Inquisition et obligé de se rétracter en 1633.
- Réhabilité par l'Eglise en ????.
- «Discours concernant deux sciences nouvelles» (1638).

Quelques contributions de Galilée

- Physicien, astronome et écrivain italien, né à Pise en 1564.
- Découvre la loi de la chute des corps dans le vide.
- Donne une première formulation du principe d'inertie.
- Présente la loi de composition des vitesses.
- Met en évidence l'isochronisme des oscillations d'un pendule.
- Introduit l'emploi de la lunette en astronomie \Rightarrow révolution dans l'observation de l'Univers.
- Découvre le relief de la Lune, les principaux satellites de Jupiter, les phases de Vénus et la présence d'étoiles dans la Voie Lactée.
- Se rallie au système héliocentrique de Copernic (mis à l'Index).
- Condamné par le tribunal de l'Inquisition et obligé de se rétracter en 1633.
- Réhabilité par l'Eglise en 1992.
- «Discours concernant deux sciences nouvelles» (1638).

<http://www.astronomy2009.org/>



INTERNATIONAL YEAR OF
ASTRONOMY 2009

THE UNIVERSE : YOURS TO DISCOVER

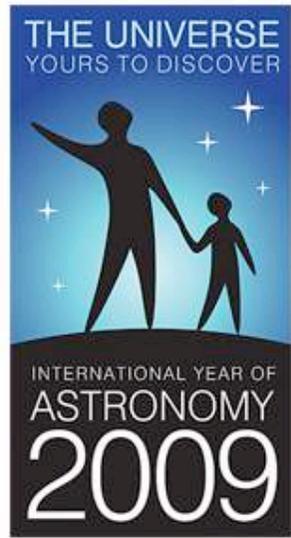
Main Menu

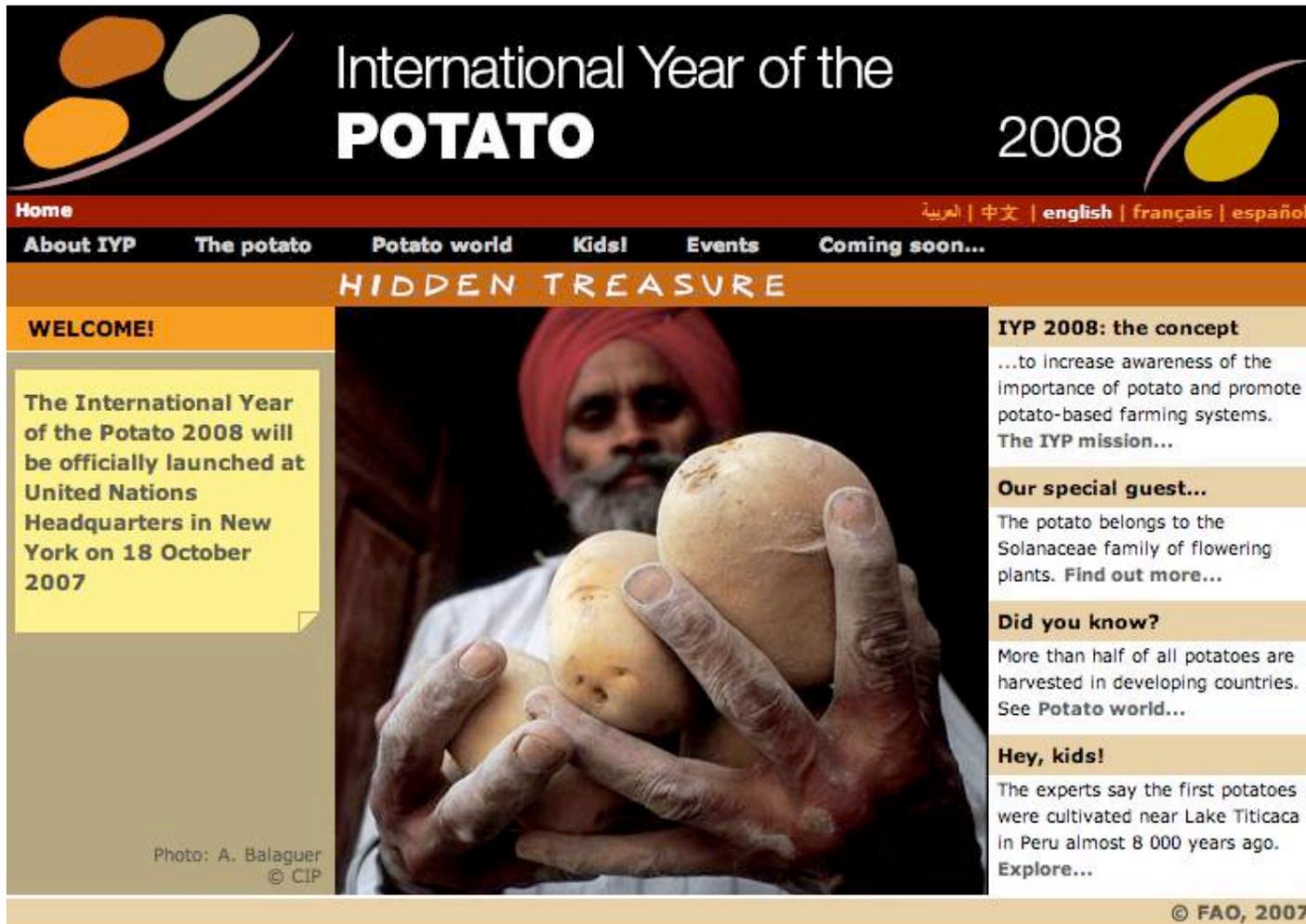
- Home
- Welcome
- About IYA
- News
- Press Releases
- Organisational Structure
- Org. Associates
- IYA Meetings
- Cornerstone Projects
- IYA Activities
- National IYA Webpages
- National Nodes
- Resources
- Mailing List

The International Year of Astronomy 2009

The vision of the International Year of Astronomy (IYA2009) is to help the citizens of the world rediscover their place in the Universe through the day- and night time sky, and thereby engage a personal sense of wonder and discovery. All humans should realize the impact of astronomy and basic sciences on our daily lives, and understand better how scientific knowledge can contribute to a more equitable and peaceful society.

The International Year of Astronomy (IYA2009) will be a global celebration of astronomy and its contributions to society and culture, highlighted by the 400th anniversary of the first use of an astronomical telescope by Galileo Galilei. The aim of the Year is to stimulate worldwide interest, especially among young people, in astronomy and science under the central theme "The Universe, Yours to Discover". IYA2009 events and activities will promote a greater appreciation of the inspirational aspects of astronomy that embody an invaluable shared resource for all nations.





The image shows a website banner for the International Year of the Potato 2008. At the top, there are stylized potato icons in orange, grey, and yellow. The main title 'International Year of the POTATO 2008' is prominently displayed. Below the title is a navigation bar with links for 'Home', 'About IYP', 'The potato', 'Potato world', 'Kids!', 'Events', and 'Coming soon...'. The banner also features a central photograph of a man in a red turban holding several potatoes. To the left of the photo is a yellow box with a 'WELCOME!' message. To the right are several informational sections: 'IYP 2008: the concept', 'Our special guest...', 'Did you know?', and 'Hey, kids!'. The footer includes the text '© FAO, 2007'.

International Year of the POTATO 2008

العربية | 中文 | **english** | français | español

Home About IYP The potato Potato world Kids! Events Coming soon...

HIDDEN TREASURE

WELCOME!

The International Year of the Potato 2008 will be officially launched at United Nations Headquarters in New York on 18 October 2007

Photo: A. Balaguer © CIP

IYP 2008: the concept
...to increase awareness of the importance of potato and promote potato-based farming systems.
The IYP mission...

Our special guest...
The potato belongs to the Solanaceae family of flowering plants. **Find out more...**

Did you know?
More than half of all potatoes are harvested in developing countries. **See Potato world...**

Hey, kids!
The experts say the first potatoes were cultivated near Lake Titicaca in Peru almost 8 000 years ago. **Explore...**

© FAO, 2007

Existence de forces de frottement

Jusqu'à Galilée, les objets **lourds** étaient considérés comme tombant plus rapidement que les **légers**.

Galilée étudie des cas idéalisés, simplifiés



(a)



(b)

Galilée postule que tous les objets tombent avec une accélération constante en l'absence d'air et d'autre force de frottement

Chutes des corps et mouvements uniformément accélérés

L'accélération gravitationnelle près de la surface de la Terre est cte.

Dans la cas d'un mouvement rectiligne :

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{t} \quad \text{avec } x(t=0) = x_0, \quad y(t=0) = y_0, \quad t_0 = 0$$

$$a = \bar{a} = \frac{v - v_0}{t}$$

Vitesse d'un objet après un certain temps d'accélération :

$$v = v_0 + at \quad (i)$$

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t} \Rightarrow x = x_0 + \bar{v}t \quad (ii)$$

et comme $a = \text{cte}$, la vitesse moyenne \bar{v}

sera entre les valeurs initiale v_0 et finale v de la vitesse

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} \quad (iii)$$

Les Eqs. (i), (ii), (iii) $\Rightarrow x = x_0 + \bar{v}t$

$$= x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

$$= x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2} \right) t \Rightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (iv)$$

Chutes des corps et mouvements uniformément accélérés

Substituant (iii) dans (ii) $\Rightarrow x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$

Tirant t de (i) $\Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$ et remplaçant t dans \nearrow , on obtient :

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad \text{dont on tire } v^2 :$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)} \quad (v) \quad \text{avec } a = \text{cte.}$$

On obtient ainsi 4 équations,
reliant la position, la vitesse, l'accélération et le temps, dans le cas a = cte :

a) $v = v_0 + at$

b) $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

c) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

d) $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$

} $a = \text{cte}$

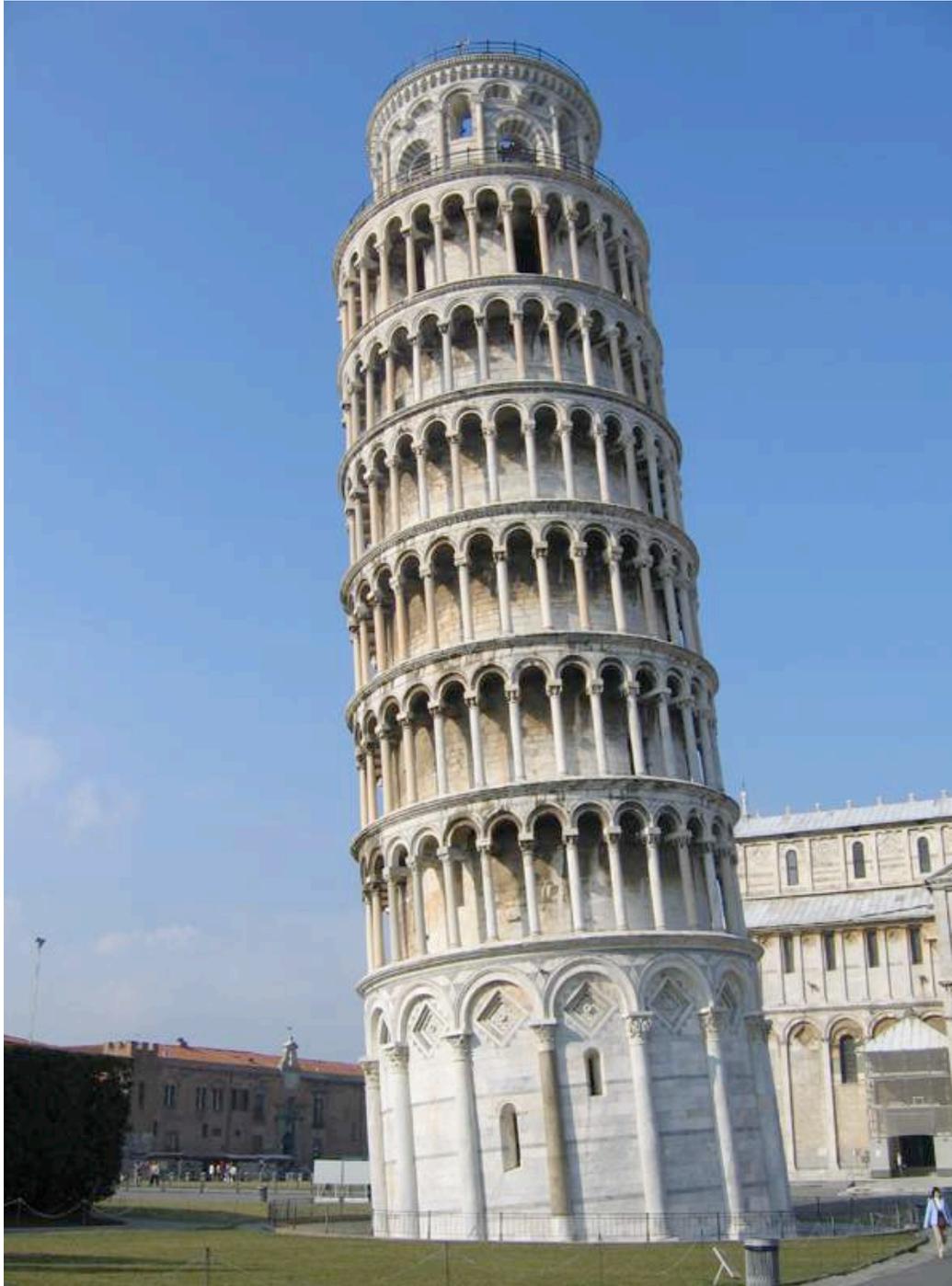
Application : piste d'un aéroport

- Vous voulez construire un aéroport pour petits avions. Une sorte d'avion attendue sur cet aéroport doit atteindre, pour décoller, une vitesse d'au moins 27,8 m/s (100 km/h) et peut accélérer à 2,00 m/s². Questions :
 - a) Si la piste a 150 m de long, ce type d'avion peut-il décoller ?
 - b) Sinon, quelle est la longueur minimale que la piste doit avoir ?

- a) On connaît l'accélération de l'avion et la longueur de la piste. On cherche si la vitesse de 27,8 m/s peut être atteinte. On connaît :

$$\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ v_0 = 0 \\ x = 150 \text{ m} \\ a = 2,00 \text{ m/s}^2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \\ = 0 + 2(2,00 \text{ m/s}^2)(150 \text{ m}) = 600 \text{ m}^2/\text{s}^2 \\ v = \sqrt{600 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 24,5 \text{ m/s} \end{array} \quad \text{piste trop courte}$$

- b) $\Rightarrow (x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(27,8 \text{ m/s})^2 - 0}{2(2,00 \text{ m/s}^2)} = 193 \text{ m}$ longueur minimale



Tour de Pise

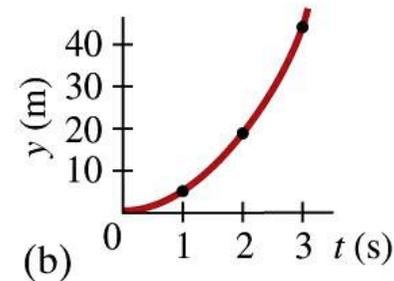
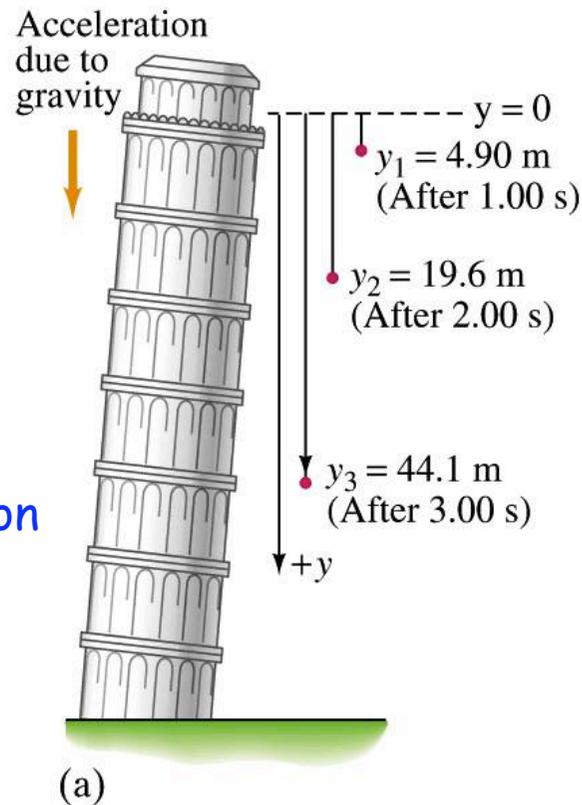
Selon A. Koyré,
Galilée n'aurait
jamais effectué
des expériences
depuis cette tour.

a) An object dropped from a tower falls with progressively greater speed and covers greater distance with each successive second

b) Graph of y vs. t

Pour tout objet au départ au repos,
Galilée montre que, une fois lâché, l'objet parcourt
une distance proportionnelle au carré du temps écoulé : $d \propto t^2$

Galilée
peut être
considéré
comme
le père
de la science
moderne :
théorie \Leftrightarrow observation



En un point donné à la surface de la Terre et en l'absence de résistance de l'air (vide),
tous les objets tombent avec la même accélération constante : $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Chute de corps de la Tour de Pise

On lâche une balle du sommet de la Tour de Pise.
De combien de mètres aura-t-elle chuté après 1s, 2s, et 3s.

$$a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

On utilise l'équation $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ avec $x_0=0$, $v_0=0$ et $a=g$

$$y_1 = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (9,81 \text{ m/s}^2) (1,00 \text{ s})^2 = 4,90 \text{ m}$$

$$y_2 = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (9,81 \text{ m/s}^2) (2,00 \text{ s})^2 = 19,6 \text{ m}$$

$$y_3 = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (9,81 \text{ m/s}^2) (3,00 \text{ s})^2 = 44,1 \text{ m}$$

Chutes des corps et mouvements uniformément accélérés

- Galilée : étude des corps en **chute libre**, le **long d'un rail**, sans vitesse initiale \Rightarrow mvt rectiligne, d'équation :

$$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2$$

où $a_0 = g \sin \theta$ (avec $g \cong 9,81 \text{ ms}^{-2}$) dépend de l'inclinaison du rail mais pas du corps considéré.

- Si l'on diminue, voire supprime les **frottements** : amélioration de l'accord entre les mesures expérimentales et l'équation ci-dessus, équation dont on peut tirer la vitesse et l'accélération :

$$v(t) = \dot{x}(t) = a_0(t - t_0)$$

$$a(t) = a_0 = \text{cste.}$$

Démo : Chocs élastiques et chocs mous sur rail à air # 766

- Observation \Rightarrow **mouvement rectiligne uniforme**
 \Rightarrow **mouvement rectiligne uniformément accéléré**

Chutes des corps et mouvements uniformément accélérés (suite)

- Inversement, pour tout mvt rectiligne d'accélération cte a_0 , on a :

$$\frac{dv}{dt} = a_0 \quad \text{d'où} \quad v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$

$$\frac{dx}{dt} = v(t) \quad \text{d'où} \quad x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2$$

où x_0 et v_0 sont la position et la vitesse à l'instant t_0 . L'équation de la diapositive précédente correspond au cas $v_0 = 0$.

- Des deux équations ci-dessus on vérifie facilement la relation :

$$\frac{1}{2}v(t)^2 - a_0x(t) = \frac{1}{2}v_0^2 - a_0x_0 = \text{cste.} \quad \text{En effet :}$$

Par conséquent, pour tout mvt rectiligne uniformément accéléré,

$$\boxed{G(x, v) = \frac{1}{2}v^2 - a_0x}$$

est une fonction cte avec le temps, fixée par les conditions initiales.

Chutes des corps et mouvements uniformément accélérés (suite)

- Inversement, pour tout mvt rectiligne d'accélération cte a_0 , on a :

$$\frac{dv}{dt} = a_0 \quad \text{d'où} \quad v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$

$$\frac{dx}{dt} = v(t) \quad \text{d'où} \quad x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2$$

où x_0 et v_0 sont la position et la vitesse à l'instant t_0 . L'équation de la diapositive précédente correspond au cas $v_0 = 0$.

- Des deux équations ci-dessus on vérifie facilement la relation :

$$\frac{1}{2}v(t)^2 - a_0x(t) = \frac{1}{2}v_0^2 - a_0x_0 = \text{cste.} \quad \text{En effet :}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}v(t)^2 - a_0 \cdot x(t) \right) = v \cdot \frac{dv}{dt} - a_0 \cdot \frac{dx}{dt} = v \cdot \left(\frac{dv}{dt} - a_0 \right) = 0.$$

Par conséquent, pour tout mvt rectiligne uniformément accéléré,

$$\boxed{G(x, v) = \frac{1}{2}v^2 - a_0x}$$

est une fonction cte avec le temps, fixée par les conditions initiales.

Chutes des corps et mouvements uniformément accélérés (suite)

Soit un point P d'évolution $\mathbf{x}(t)$; on appelle *constante du mouvement* toute fonction $G(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ telle que

$$G(\mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t)) = G(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0).$$

Par la suite on écrira plus simplement

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = K \quad \text{avec} \quad K = G(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0) = \text{cste.}$$

Attention : *constante du mouvement* \neq *constante*

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \text{ cte du mvt} \Leftrightarrow dG(\mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t)) / dt = 0$$

Dans le cas du mvt rectiligne uniformément accéléré ($a_0 = \text{cte}$), on a :

$$\frac{dG}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}v^2 - a_0x \right) = v \frac{dv}{dt} - a_0 \frac{dx}{dt} = v \left(\frac{dv}{dt} - a_0 \right) = 0$$

Cette cte du mvt est (à un facteur près) l'énergie mécanique du système.
Sous-jacente apparaît une super-loi : la conservation de l'énergie mécanique

Lois de Newton

« Philosophiae Naturalis Principia Mathematica » (1687)

Sir Isaac Newton (1642–1727)



- **Lex prima (loi d'inertie):**

- « Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite à moins qu'une force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état »

$$\text{mouvement rectiligne uniforme} \Leftrightarrow \vec{F} = 0$$

- **Lex secunda:**

- « Les changements dans le mouvement d'un corps sont proportionnels à la force et se font dans la direction de la force »

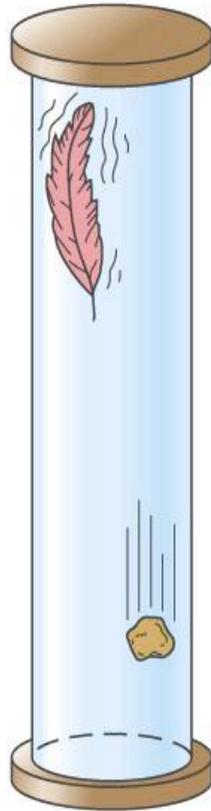
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- **Lex tertia (action-réaction):**

- « A chaque action, il y a toujours une réaction égale et opposée; si un corps exerce une force sur un autre, cet autre corps exerce une force égale et opposée sur le premier »

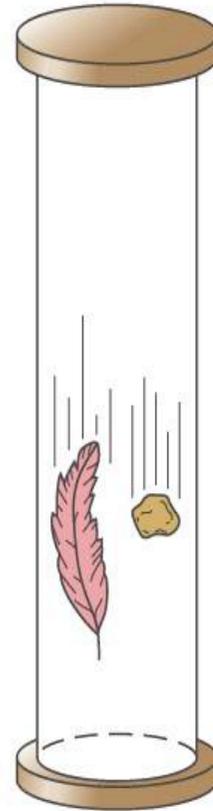
$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = - \vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

Démo : Tube de Newton # 9



Air-filled tube

(a)

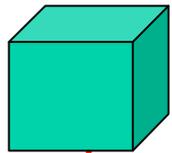


Evacuated tube

(b)

Force de pesanteur et chute des corps

- Modèle phénoménologique :



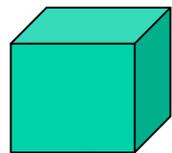
- l'attraction terrestre donne lieu à une force verticale (appelée poids) proportionnelle à la masse m :

$$F = mg$$

- facteur de proportionnalité :
 $g \cong \text{constante} = 9.81 \text{ m/s}^2$

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

- Application de la 2ème loi de Newton :



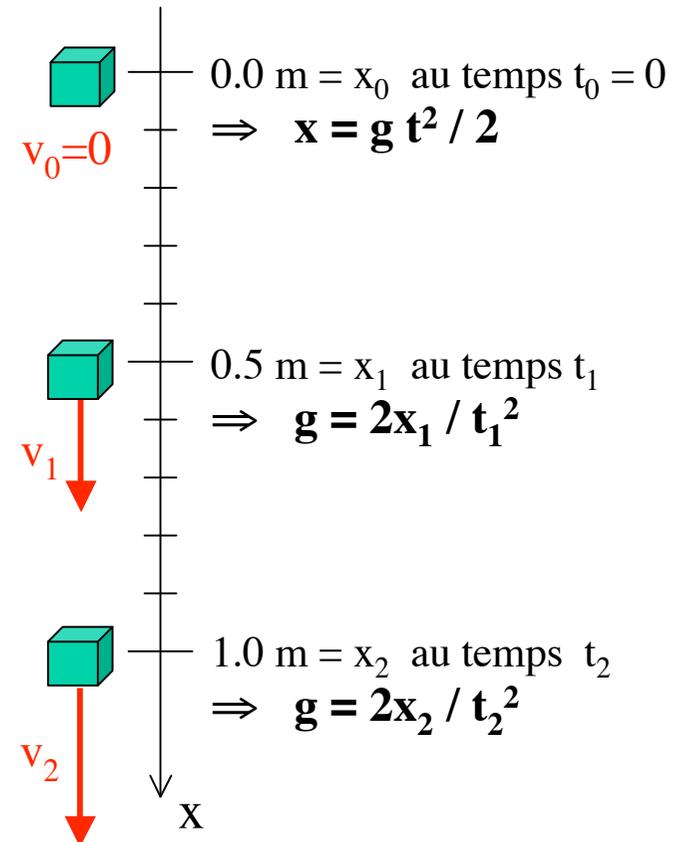
- Si le poids est la seule force appliquée à un point matériel :

$$F = ma \Rightarrow a = g = \text{constante}$$

\Rightarrow dans le vide les corps ont un mouvement uniformément accéléré d'accélération g

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

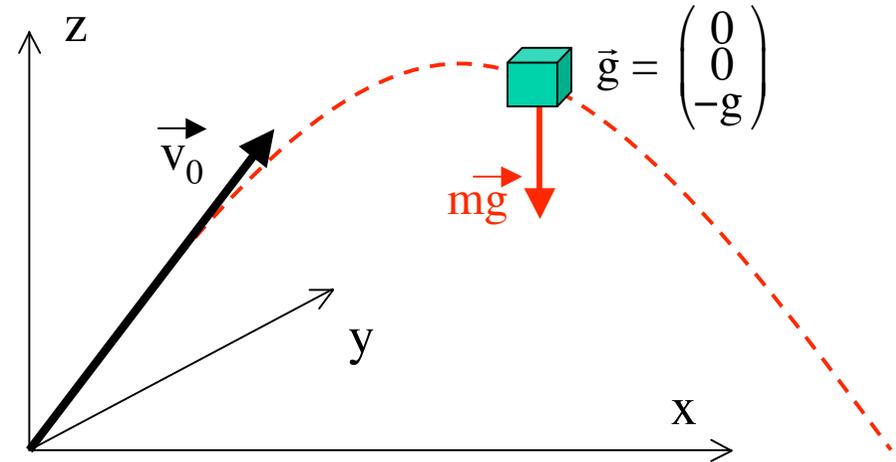
Démo : mesure de g chute de billes # 92



Projectile sous l'effet de la force de pesanteur

- On peut toujours choisir un repère Oxyz (avec z vertical) tel que les conditions initiales s'écrivent :

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ v_{0z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$$



- Application de la loi de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, dans chacune des directions x, y, z :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 & \Rightarrow x(t) = v_{0x}t + x_0 = v_{0x}t \\ m\ddot{y} = 0 & \Rightarrow y(t) = v_{0y}t + y_0 = 0 \\ m\ddot{z} = -mg & \Rightarrow z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t \end{cases}$$

- En éliminant t, on obtient l'équation d'une parabole dans le plan y=0 :

$$z = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_{0x}} \right)^2 + v_{0z} \left(\frac{x}{v_{0x}} \right)$$

Décomposition du mouvement balistique

Démo : Tir oblique (table à air) # 762

Deux boules dont les conditions initiales ne diffèrent que par la vitesse horizontale touchent le sol en même temps

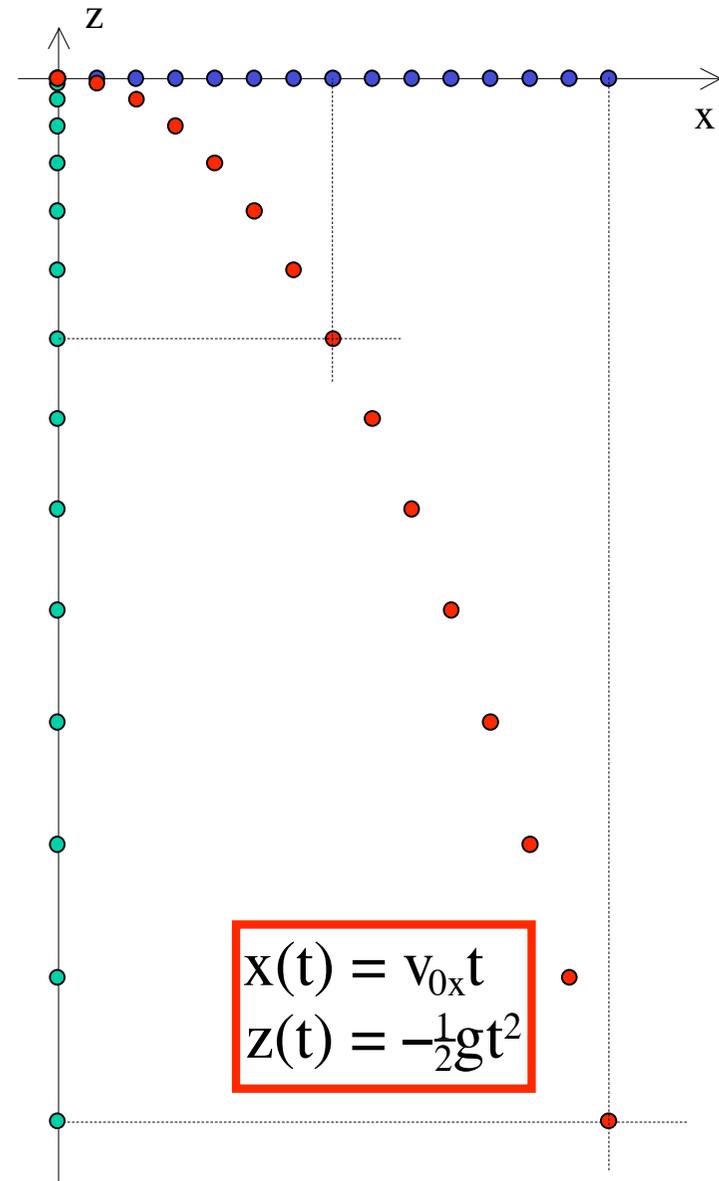
- Le mouvement d'un corps en chute libre peut être vu comme la superposition de deux mouvements:

- un mouvement rectiligne horizontal uniforme :

$$x(t) = v_{0x}t$$

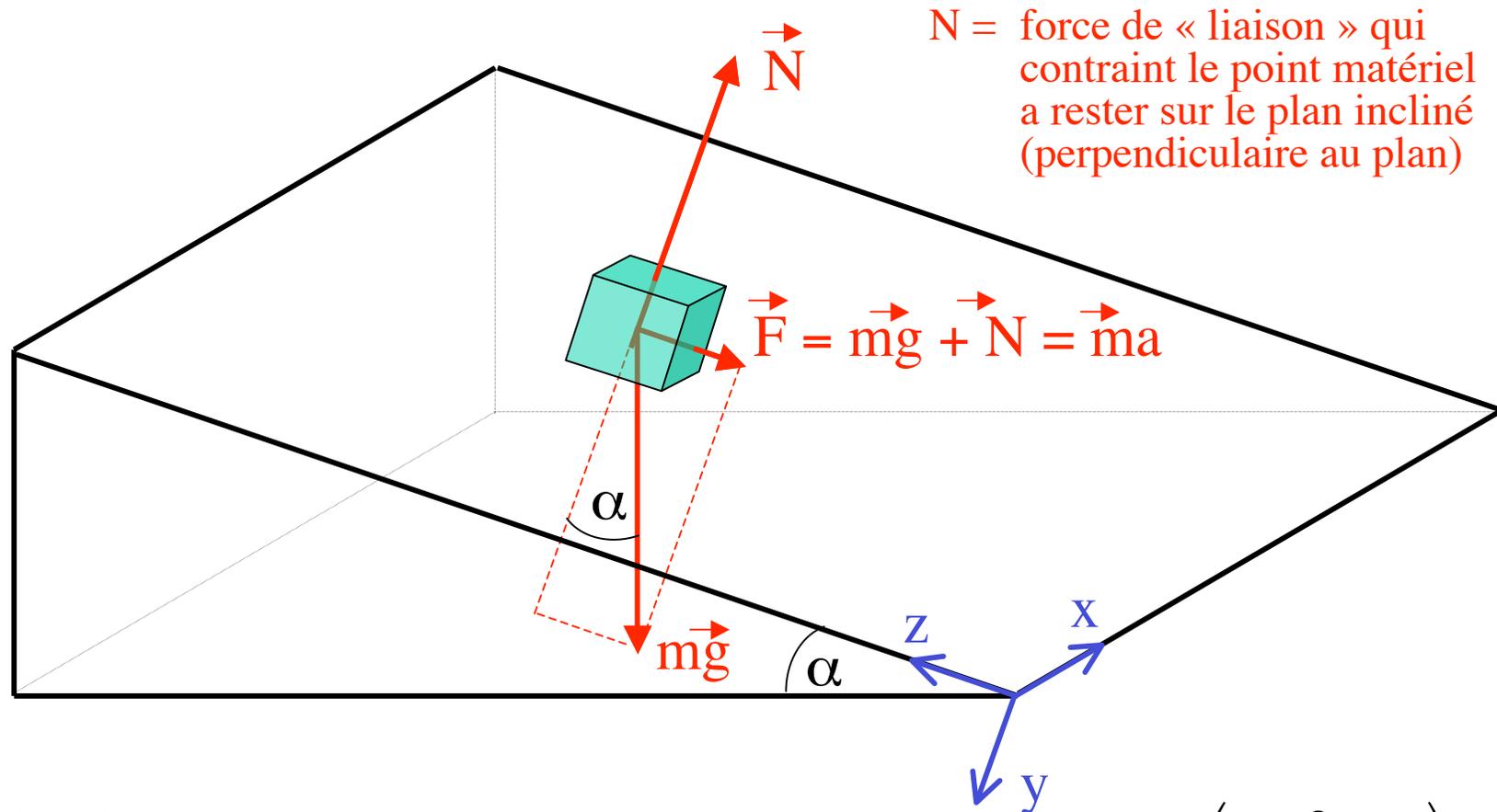
- un mouvement rectiligne vertical uniformément accéléré :

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$



Plan incliné sans frottement (table à air)

Démo : Tir oblique (table à air) # 762



N = force de « liaison » qui contraint le point matériel à rester sur le plan incliné (perpendiculaire au plan)

Projection sur axe x : $F_x = 0$

Projection sur axe y : $F_y = mg \cos\alpha - N = 0$

Projection sur axe z : $F_z = -mg \sin\alpha = ma_z$

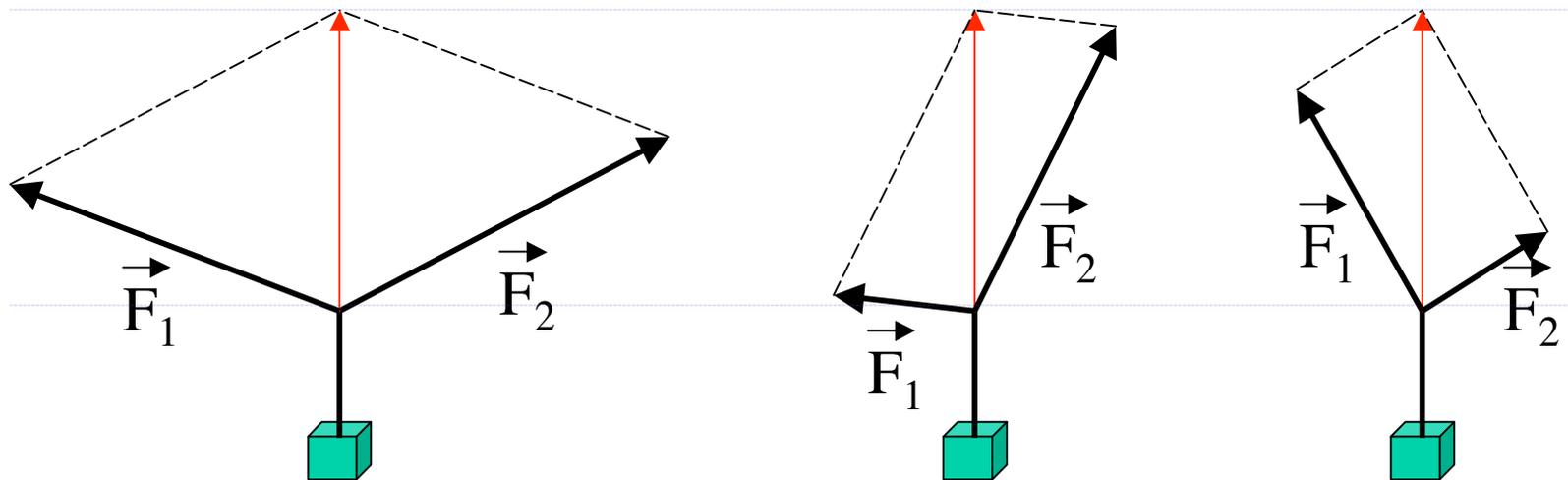
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Démos avec petit « g » : 1) accélération a indép. de m , 2) intersection balistique

Expérience de Stévin (1548–1620)

Démo : Parallélogramme des forces (articulations) # 13

- Une masse est suspendue à deux fils obliques dont on mesure les tensions avec des dynamomètres
- La diagonale verticale du parallélogramme construit sur les deux vecteurs forces est indépendante de la direction des fils



- Conclusion: il est possible de représenter l'effet global des deux forces au moyen d'une seule force égale à $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$
 - cette résultante est en l'occurrence opposée au poids de la masse puisque cette dernière est à l'équilibre (immobile)

Balistique avec frottement dans l'air

- Notre modèle balistique avec $F = mg$ est-il bon ?

- $v_z(t)$ ne croît pas à l'infini !

- **Modèle plus réaliste :**

- On tient compte de la résistance de l'air

- Force de frottement opposée

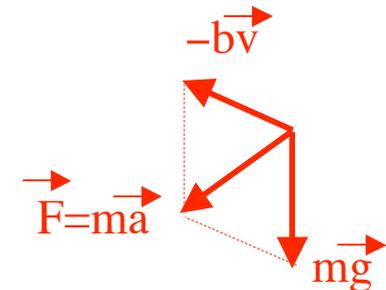
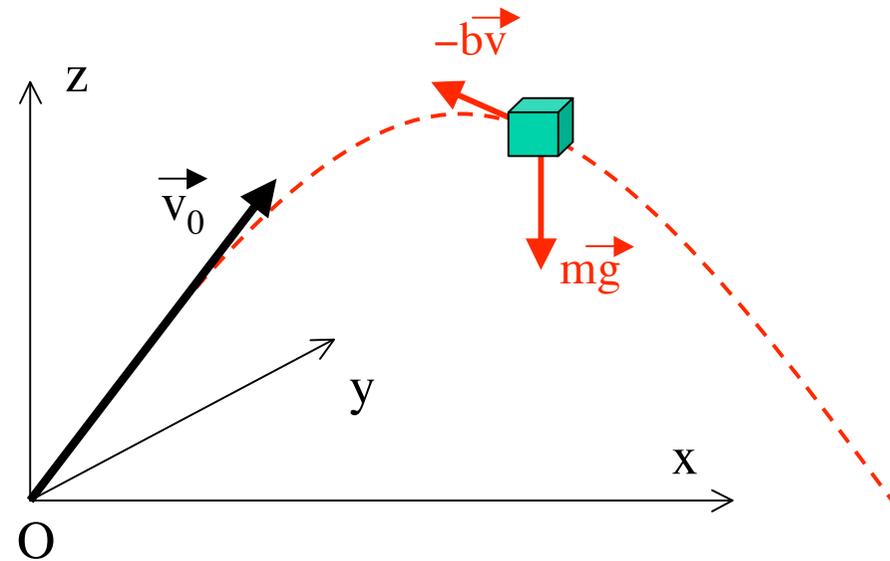
à la vitesse : $\vec{F}_{frot} = -b\vec{v}$, $b = \text{cte}$ et v « petite » (lamin)

$\vec{F}_{frot} = -c\vec{v}^2$, $c = \text{cte}$ et v « grande » (turbu)

- **Attention :**

- Les forces s'additionnent comme des vecteurs

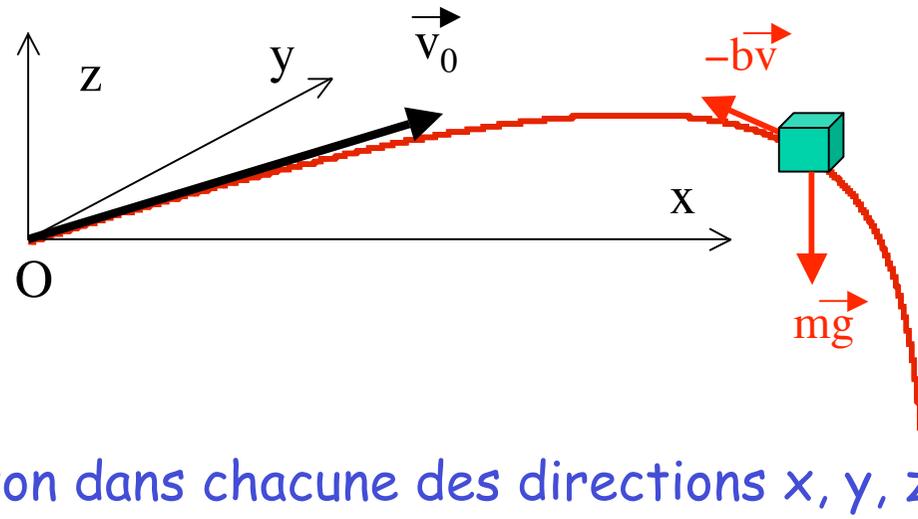
- La 2ème loi de Newton s'applique en utilisant la somme vectorielle des forces (comme dans l'exemple précédent de la table à air)



Chute libre avec frottement

- On peut toujours choisir un référentiel $Oxyz$ (avec z vertical) tel quel les conditions initiales s'écrivent :

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$$



- Application de la loi de Newton dans chacune des directions x, y, z :

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} \quad \Rightarrow \quad x(t) = v_{0x}\tau (1 - e^{-t/\tau})$$

$$m\ddot{y} = -b\dot{y} \quad \Rightarrow \quad y(t) = 0$$

$$\text{avec } \tau = \frac{m}{b}$$

$$m\ddot{z} = -b\dot{z} - mg \quad \Rightarrow \quad z(t) = -g\tau t + (v_{0z} + g\tau)\tau (1 - e^{-t/\tau})$$

- Vitesse limite de chute ($t \gg \tau$): $v_z(t) \cong -g\tau = -mg/b$

Vitesse limite de chute

- Après un temps de chute long ($t \gg m/b$) :

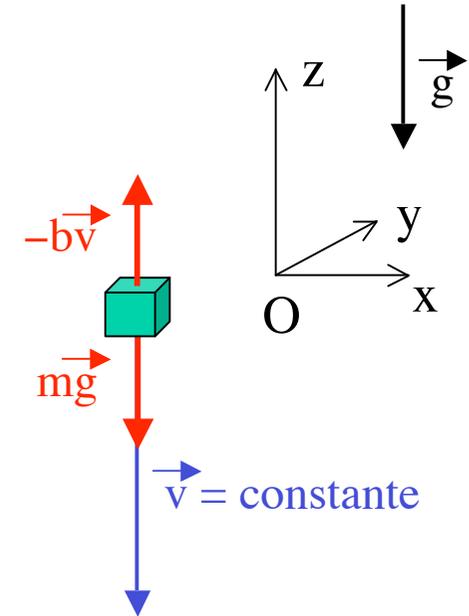
- vitesse $\vec{v} = \text{constante}$
- accélération $\vec{a} = 0$
- force $\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{g} - b\vec{v} = 0$
- vitesse $\vec{v} = \vec{g} m/b$

- Deux masses différentes avec b constant :

- la plus grande masse
 - atteint sa vitesse limite plus tard
 - atteint une vitesse limite plus grande

- Deux masses égales dans milieux visqueux avec b différents :

- dans le milieu le plus visqueux
 - vitesse limite atteinte plus vite
 - vitesse limite plus faible



Démo : Viscosité (billes) force de frottement # 682