PROPAGATION D'UN SIGNAL. ONDES PROGRESSIVES

Plan

Introduction

L'étude des ondes a déjà été abordée en terminale. La première image qui apparaît quand on parle d'onde, est celle de la déformation de la surface de l'eau après qu'on y a jeté un caillou. Étymologiquement, onde désigne les vagues (de même en anglais avec le terme wave). Ce sont bien sûr les premières "ondes" connues. Puis progressivement, la collection s'est enrichie, avec les ondes acoustiques, les ondes électromagnétiques... jusqu'aux "ondes de matière" puisque en mécanique quantique on a montré expérimentalement que des électrons (et d'autres "particules") pouvaient avoir un comportement ondulatoire. Enfin en septembre 2015 furent détectées les premières ondes gravitationnelles produites par la coalescence de deux trous noirs. Ces ondes étaient prédites par la théorie de la relativité d'Einstein. Après vérification des données, la nouvelle a été révélée au public en février 2016.

I. Généralités sur les signaux

1. Notion de signal

On appelle signal, toute grandeur physique dont la détermination permet d'accéder à une information.
– mesure de température par un capteur
– signal acoustique : transmission directe (par l'air) ; transmission longue distance nécessitant des conversions successives du signal conversion acoustique $\to$ électrique $\to$ électromagnétique $\to$ électrique $\to$ acoustique.
Entre l'émission et la réception : les ondes sont utilisées pour véhiculer le signal.

2. Caractéristiques d'un signal

Notions à connaître : signal périodique, valeur moyenne, valeur efficace, analyse spectrale.
(voir polycopié)

II. Ondes progressives

Les ondes permettent de véhiculer un signal physique.

1. Quelques rappels

• onde sur une corde
nature du signal : élongation de la corde
onde 1D ou monodimensionnelle : une seule direction de propagation.
onde transverse : la vibration (ici le déplacement de la corde) s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.

• ondes à la surface de l'eau (visualisation : cuve à onde)
nature du signal : écart de hauteur par rapport à la position de repos
onde 2D ou bidimensionnelle : la propagation s'effectue sur une surface
onde transverse

• ondes acoustiques : se propagent dans les fluides (gaz, liquide) et dans les solides (métal, béton).
nature du signal :
– Dans un fluide, l'onde acoustique se traduit par écart en pression par rapport à la valeur de repos P_0. La pression de l'air s'écrit alors $P = P_0 + p$ avec p écart en pression. $P_0 \simeq 10^5$ Pa alors que p est de l'ordre 10^{-5} Pa à la limite du seuil d'audibilité, et de l'ordre de la dizaine de Pa au seuil de douleur. On a donc toujours donc $p \ll P_0$. Les variations de pression sont liées au déplacement des particules fluides.

–Dans un solide l'onde acoustique se traduit par des oscillations des atomes du réseau cristallin. On modélise l'interaction entre deux atomes par une force élastique représentée par un ressort.

Fréquences audibles : entre 20 Hz et 20 000 Hz

Vitesse de propagation : environ 340 m.s^{-1} dans l'air à la température ambiante, 1500 m.s^{-1} dans l'eau, entre 5600 m.s^{-1} et 5900 m.s^{-1} dans l'acier.

onde 3D ou tridimensionnelle : la propagation peut s'effectuer dans un volume.

onde longitudinale : la vibration se produit dans une direction parallèle à la direction de propagation.
On peut visualiser la propagation d'une onde acoustique grâce au lien :
`http://www.ostralo.net/3_animations/swf/onde_sonore_plane.swf`
Le déplacement des "particules" fluides s'effectue dans la direction de propagation de l'onde : les ondes acoustiques sont bien des ondes longitudinales.

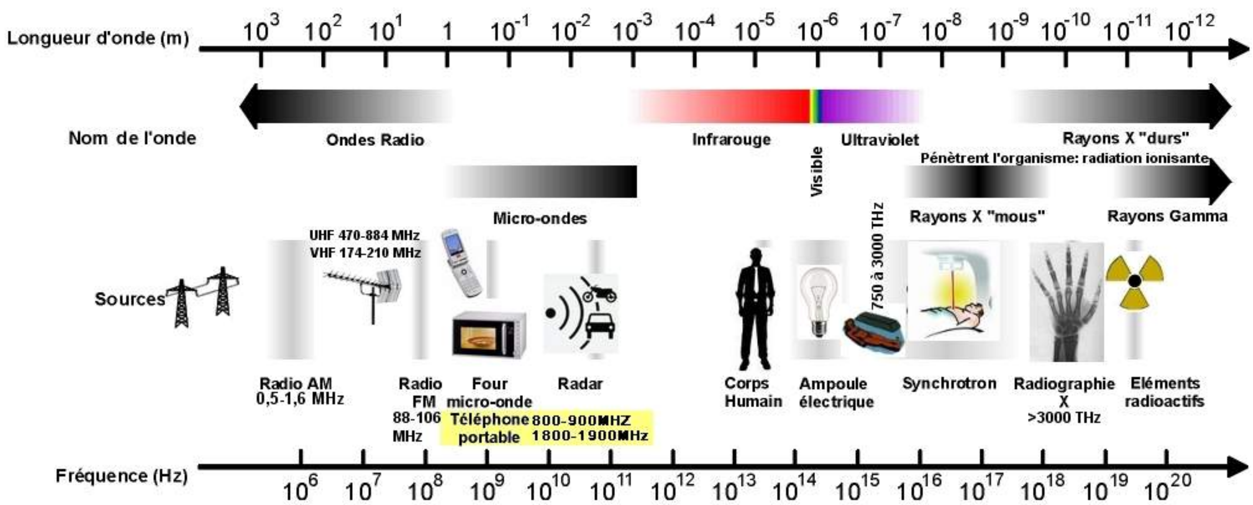
Remarque : pour des ondes de surface ou de volume, il se peut qu'une seule variable d'espace intervienne quand l'onde se propage dans une direction donnée.
exemple 1 : onde de surface générée par une barre oscillante, les crêtes forment des droites parallèles entre elles et perpendiculaires à la direction propagation.
exemple 2 : onde acoustique dans un tuyau cylindrique.

• ondes sismiques :
Elles peuvent être longitudinales (ondes P de même nature que les ondes acoustiques) ou transverses (ondes S). Les ondes transverses ne peuvent se propager que dans des solides : ainsi elles ne peuvent pas se propager dans le noyau de fer liquide). Ce sont des ondes 3D. Les ondes P sont les plus rapides ($\simeq 6$ km.s^{-1}) et arrivent donc en premier avant les ondes S ($\simeq 4$ km.s^{-1}) qui arrivent en second...
Il existe aussi des ondes sismiques 2D, ne se déplaçant qu'en surface : les ondes de Love, et les ondes de Raileigh).

• ondes électromagnétiques :
nature du signal : champ électromagnétique ($\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B}$).
Contrairement aux ondes décrites précédemment, les ondes électromagnétiques peuvent se propager dans le vide.

Vitesse de propagation dans vide : $c = 299\,792\,458$ m.s^{-1}. Propagation 3D, structure transverse (voir TP sur la polarisation de la lumière).

Les ondes électromagnétiques couvrent un très large spectre de fréquence, dont la lumière visible ($\lambda \in [400\,\text{nm}, 800\,\text{nm}]$) constitue une petite partie.



Spectre des ondes électromagnétiques

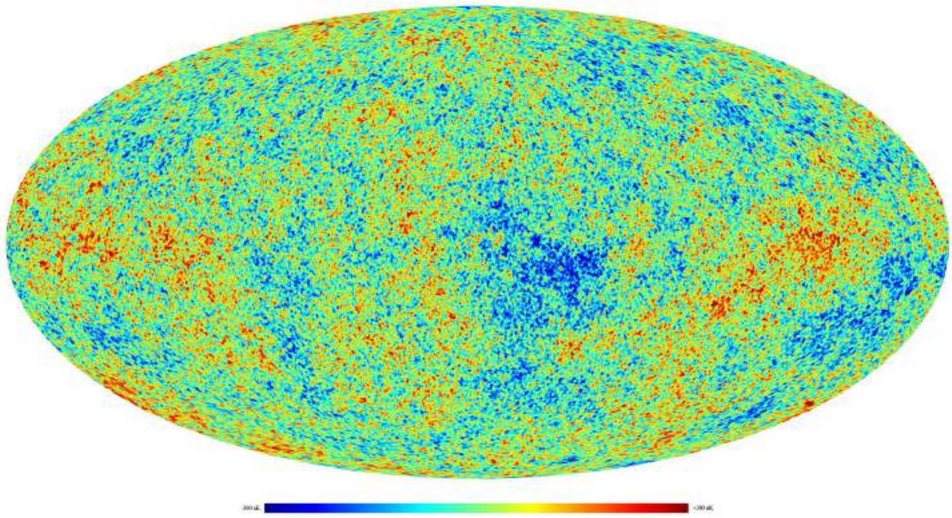
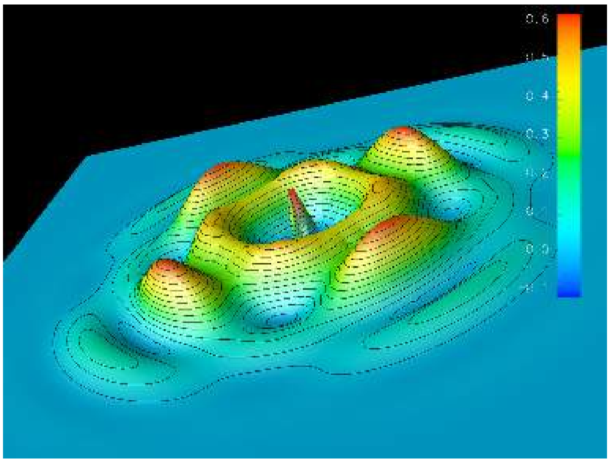


Image du fond cosmologique à 3K satellite Planck

• <u>ondes gravitationnelles :</u>

nature du signal : courbure de l'espace-temps (phénomène purement relativiste)



Simulation numérique d'une onde gravitationnelle créée par l'effondrement gravitationnel d'une étoile

Détecteurs : VIRGO (en Italie) LIGO (Etats-Unis). Première détection historique d'une onde gravitationnelle, produite par la coalescence de deux trous noirs, en décembre 2015

voir le site :
`https://lejournal.cnrs.fr/articles/ondes-gravitationnelles-et-trous-noirs-acte-2`

On distinguera les ondes progressives mécaniques qui nécessitent un milieu matériel de propagation des ondes électromagnétiques qui peuvent se déplacer dans le vide.

2. Célérité d'une onde progressive.

Une onde mécanique progressive correspond au déplacement sans déformation d'une perturbation d'un milieu sans qu'il y ait transport de matière. Elle permet par contre un transfert d'énergie d'un endroit à un autre.

Une caractéristique essentielle d'une onde progressive est sa vitesse de propagation c (pour célérité). Elle dépend, pour un type d'onde donné, des caractéristiques du milieu de propagation.

Exemples :

- onde acoustique : on montre que pour un gaz parfait $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ où γ est une constante sans dimension caractéristique du gaz (pour l'air $\gamma = 1,4$), R est la constante des gaz parfaits ($R = 8,31$ J.K^{-1}.mol^{-1} associée à la loi des gaz parfaits $PV = nRT$) et M est la masse molaire du gaz (pour l'air $M = 29$ g.mol^{-1}).
  Vérifier que la formule est homogène et calculer c la vitesse de propagation du son dans l'air à la température ambiante de 20° C :
  $$c = \sqrt{\frac{1,4 \times 8,32 \times (273+20)}{29.10^{-3}}} = 3,4.10^2 \text{ m.s}^{-1}$$
  On veillera à exprimer la température en kelvin et **la masse en kilogramme**.
  En général, on on se place dans des conditions où $c = 340$ m.s^{-1}.

- onde sur une corde $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ où T représente la tension de la corde et μ la masse linéique de la corde (masse par unité de longueur).
  Vérifier que la formule est homogène et calculer c pour une corde de piano en acier de masse volumique $\rho = 7800$ kg.m^{-3}, de diamètre $D = 1,2$ mm, de tension $T = 850$ N.
  On exprime d'abord la masse linéique μ puis on calcule c :
  $$\mu = \rho\pi\frac{D^2}{4}\ ,\ c = \sqrt{\frac{4 \times 850}{7800 \times \pi(1,2.10^{-3})^2}} = 310 \text{ m.s}^{-1}$$

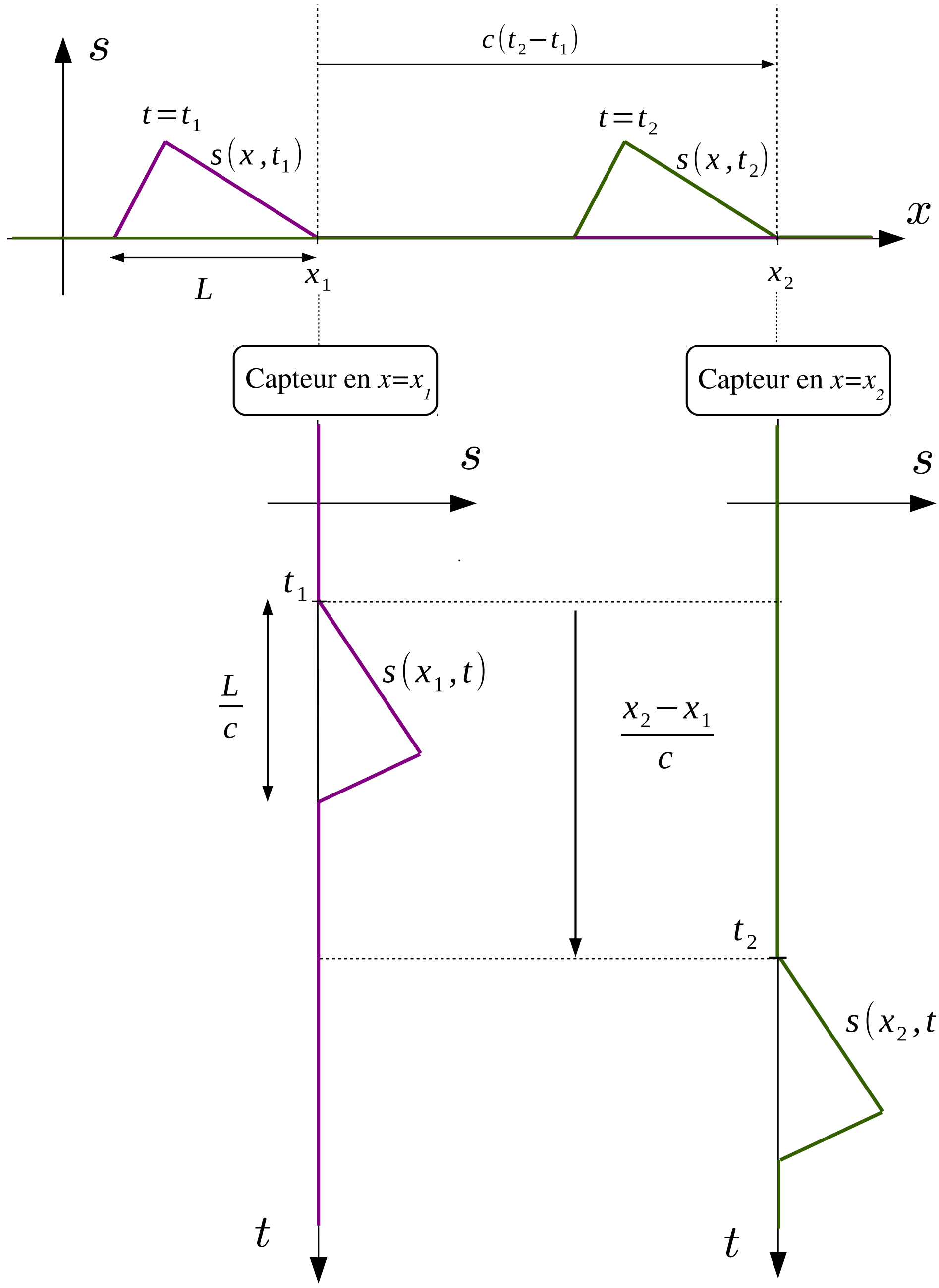
- onde électromagnétique dans le vide : $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3,00.10^8$ m.s^{-1}.
  avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide et ε_0 la permittivité électrique du vide.
  On a vu en début d'année, que la valeur de la vitesse de la lumière a été fixée à 299 792 458 m.s^{-1}.
  La valeur $c = 3,00.10^8$ m.s^{-1} est donc valable si on travaille avec trois chiffres significatifs.

Toutes ces expressions de c seront établies dans le cours de physique de seconde année.

3. Caractérisation mathématique d'une onde progressive 1D

a) Analyse

On considère la propagation d'une onde à la vitesse c le long de l'axe x dans le sens des x croissants. On a deux approches possibles : soit on suit le signal au cours du temps (en prenant des "photographies" successives), soit on place des capteurs en des points donnés et on y enregistre le signal temporel.



On constate que pour décrire correctement le signal, nous devrons utiliser deux variables x et t. On introduit donc la fonction à deux variables

$$s(x,t)$$

$s(x_0,t)$ correspond à un enregistrement du signal en fonction du temps, en un point d'abscisse x_0 donné

$s(x,t_0)$ correspond à une "photographie" du signal, à un instant t_0 donné.

b) Expression en fonction du retard.

Supposons connu le signal en $x = 0$: $s(0, t) = f(t)$.

On se place désormais au point M d'abscisse $x > 0$. Quel signal enregistrera-t-on en ce point ? Pour se propager de 0 vers M le signal va mettre un temps Δt tel que $x = c\Delta t$. $\Delta t = x/c$ représente donc le retard du signal en M par rapport à celui en O.

Remarque : cette notion de retard lié à la vitesse finie de propagation de l'onde peut être illustrée lors de l'observation des astres : lorsqu'on dit qu'alpha du Centaure est située à 4 AL (Année Lumière) de la Terre, cela signifie qu'elle se situe à une distance parcourue en quatre années par la lumière. Si cette étoile venait à exploser nous ne pourrions en être informés que quatre années plus tard. À ce titre, le soleil est situé à environ 8 min lumière de la Terre...

Le signal reçu en M à l'instant t est le même que le signal émis en 0 à l'instant $t - \Delta t$. L'expression de ce signal sera donc

$$s(x, t) = s(0, t - \Delta t) = s(0, t - \frac{x}{c}) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Toute onde progressive se propageant à la vitesse c dans le sens des x croissants peut s'écrire sous la forme :

$$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Inversement, pour une onde se propageant dans le sens des x décroissants, on obtient, en changeant c en $-c$ une expression de la forme :

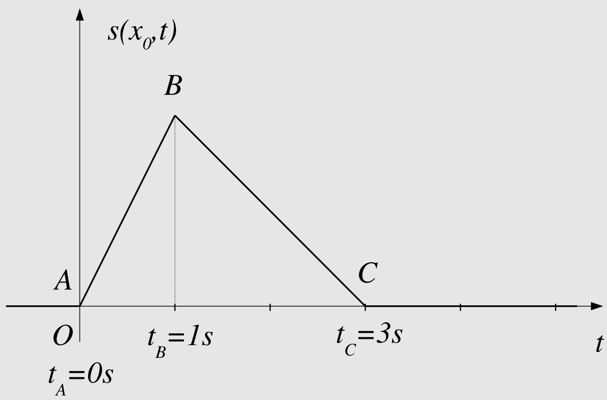
$$s(x, t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

Exercice :

On enregistre le signal en $x_0 = -1$ m : $s(x_0, t)$. On note $c = 2$ m.s^{-1} la vitesse de propagation de l'onde dans le sens des x croissants.

1) Tracer $s(x_1, t)$ pour $x_1 = 1$ m

2) Tracer $s(x, t_0)$ pour $t_0 = 5$ s



Réponses :

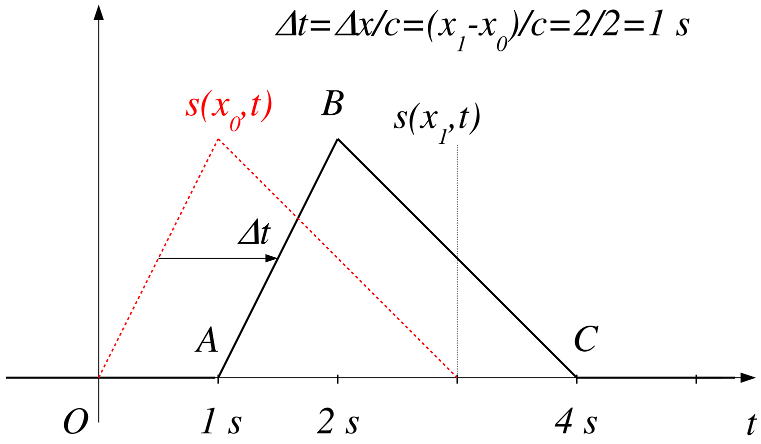
1) Tracé de $s(x_1, t)$:

Le signal arrivera en $x = x_1$ avec un retard $\Delta t = \Delta x/c = (x_1 - x_0)/c = (1 - (-1))/2 = 1$ s.

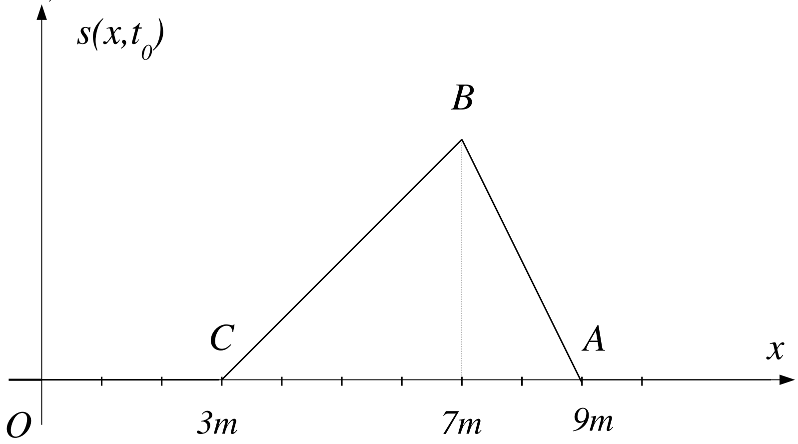
2) Tracé de $s(x, t_0 = 5s)$:

À l'instant t_0 : $x_A = x_0 + c(t_0 - t_A) = -1 + 2 \times (5 - 0) = 9$ m
$x_B = x_0 + c(t_0 - t_B) = -1 + 2 \times (5 - 1) = 7$ m
$x_C = x_0 + c(t_0 - t_C) = -1 + 2 \times (5 - 3) = 3$ m

Tracé de $s(x_1, t)$

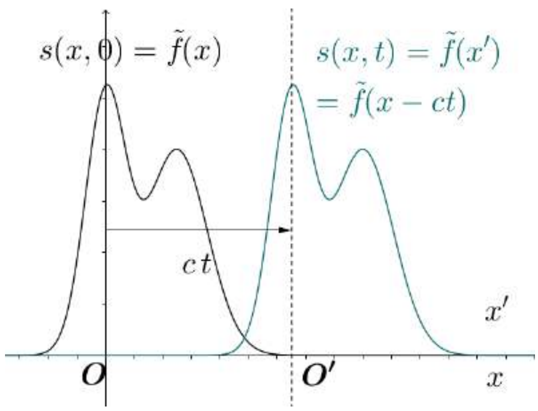


Tracé de $s(x, t_0 = 5s)$:



c) autre interprétation (translation spatiale du signal)

On considère un signal se propageant dans le sens des x croissants.
On a représenté ci-dessous le signal à deux instants différents $t = 0$ et $t > 0$.



On note $s(x, 0) = \tilde{f}(x)$ le profil obtenu à $t = 0$. Au bout d'une durée t, ce profil s'est translaté dans la direction des x croissants d'une distance ct.
On choisit un nouveau repère d'origine O' tel que $OO' = ct$. Puisque le profil se déplace sans déformation, son expression dans $\mathcal{R}'$ à l'instant t est la même que son expression dans $\mathcal{R}$ à l'instant $t = 0$.

$$s(x,t) = \tilde{f}(x')$$

avec $x' = x - ct$ [1]. D'où

$$s(x,t) = \tilde{f}(x') = \tilde{f}(x - ct) = s(x - ct, 0)$$

Le signal qui se trouve en x à l'instant t se trouvait en $x - ct$ à l'instant $t = 0$. Toute onde progressive se propageant à la vitesse c dans le sens des x croissants pourra donc s'écrire sous la forme $\tilde{f}(x - ct)$. (voir feuille de calcul SAGE OP1.sws)
Inversement en changeant c en $-c$, une onde progressive se propageant dans le sens des x décroissants s'écrira sous la forme $\tilde{g}(x + ct)$

4. Bilan

Les deux approches donnent des résultats équivalents ;
En effet $\tilde{f}(x - ct) = \tilde{f}(-c(t - \frac{x}{c})) = f(t - \frac{x}{c})$: toute fonction de $x - ct$ peut s'écrire comme une fonction de $t - \frac{x}{c}$.
De même $\tilde{g}(x + ct) = \tilde{g}(c(t + \frac{x}{c})) = g(t + \frac{x}{c})$

L'une privilégie la variable de temps, l'autre la variable d'espace.

Retenir :

Une onde progressive se propageant dans le sens des x croissants s'exprime sous deux formes équivalentes :

$$s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) \quad \text{ou} \quad s(x,t) = \tilde{f}(x - ct)$$

Une onde progressive se propageant dans le sens des x décroissants s'exprime sous deux formes équivalentes :

$$s(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad \text{ou} \quad s(x,t) = \tilde{g}(x + ct)$$

III. Onde progressive sinusoïdale.

1. Expression générale

L'expression générale d'un signal sinusoïdal en 0 sera de la forme :

$$s(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Pour une onde se propageant dans le sens des x croissants à la vitesse c on aura

$$s(x,t) = A\cos(\omega(t - \frac{x}{c}) + \varphi) = A\cos(\omega t - kx + \varphi) \quad \text{avec } \boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

On remarque que k est homogène à l'inverse d'une longueur.

1. (en effet $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$, $x = ct + x'$, $x' = x - ct$)

2. Double périodicité

En x_0 donné le signal présente une période temporelle $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
À t_0 donné, le signal présente une périodicité spatiale λ, appelée longueur d'onde, telle que

$$\begin{gathered} s(x+\lambda, t_0) = s(x, t_0) \\ A\cos(\omega t_0 - k(x+\lambda) + \varphi) = A\cos(ct_0 - kx + \varphi) \\ A\cos(\omega t_0 - kx - k\lambda + \varphi) = A\cos(\omega t_0 - kx + \varphi) \end{gathered}$$

La fonction *cosinus* étant périodique de période 2π on en déduit : $k\lambda = 2\pi$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}} \quad k \text{ est appelé } \textit{pulsation spatiale}$$

λ et T sont liés car $k = \dfrac{\omega}{c}$. On en déduit

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{c}\frac{2\pi}{T}$$

$$\text{d'où } \boxed{\lambda = cT = \frac{c}{f}}.$$

La longueur d'onde est égale à la distance parcourue par l'onde pendant la durée T d'une période.

Pour le retrouver, il n'est pas nécessaire de faire de calcul. On peut le visualiser grâce à des animations. Par exemple :
`http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/ondeprog.html`
L'expression de $s(x,t)$ peut ainsi s'écrire sous la forme :

$$s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

Retenir :

$$s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$$

correspond à l'expression générale d'une onde progressive sinusoïdale, de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, de longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ se propageant à la vitesse $c = \frac{\omega}{k}$ dans le sens des x croissants.

Remarque : les expressions suivantes
$s(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$ (on peut vérifier que $\phi = -\varphi$),
$s(x,t) = A\sin(\omega t - kx + \psi)$ (on peut vérifier que $\psi = \varphi + \frac{\pi}{2}$),
$s(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \Psi)$ (on peut vérifier que $\Psi = -\varphi + \frac{\pi}{2}$) ,
peuvent également être utilisées pour décrire une onde progressive sinusoïdale de mêmes caractéristiques.

3. Déphasage des vibrations entre deux points différents

On considère une onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x croissants à la vitesse c. On choisit une origine des temps telle que le signal au point O s'écrive sous la forme

$$s(0,t) = A\cos(\omega t).$$

On aura, en un point M d'abscisse $x > 0$

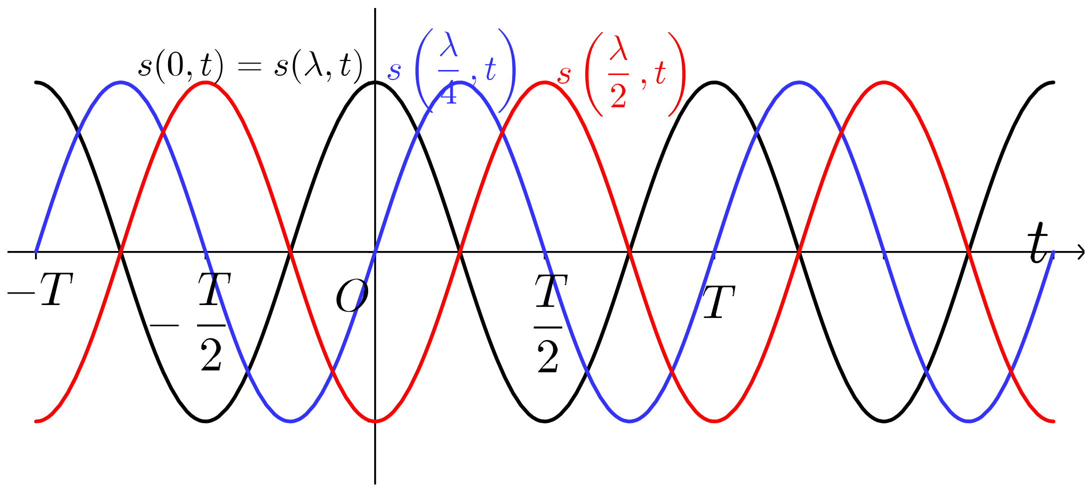
$$s(x,t) = A\cos(\omega(t - \frac{x}{c})) = A\cos(\omega t - kx) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

Le signal $s(x,t)$ est en retard de phase de $\frac{2\pi}{\lambda}x$ par rapport à $s(0,t)$.

Cas particuliers :

- $x = n\lambda$ avec $n \in \mathbb{N}$ $\quad \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{2\pi}{\cancel{\lambda}}n\cancel{\lambda} = n2\pi$
  $s(x,t) = A\cos(\omega t - n2\pi) = A\cos(\omega t) = s(0,t)$
  Deux points distants d'un nombres entiers de longueurs d'ondes vibrent en phase.
- $x = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$ avec $n \in \mathbb{N}$ $\quad \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{2\pi}{\cancel{\lambda}}(n + \frac{1}{2})\cancel{\lambda} = n2\pi + \pi$
  $s(x,t) = A\cos(\omega t - n2\pi - \pi) = -A\cos(\omega t) = -s(0,t)$
  Deux points distants de $n\lambda + \frac{\lambda}{2}$ vibrent en opposition de phase.

On a représenté sur la figure ci-dessous les signaux $s(0,t) = s(\lambda,t)$, $s(\lambda/4,t)$, $s(\lambda/2,t)$.



– $s(\lambda/4,t)$ est en quadrature de phase ($\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$) retard par rapport à $s(0,t)$, le signal est décalé vers la droite de $T/4$.
– $s(\lambda/2,t)$ est en opposition de phase par rapport à $s(0,t)$

Lorsque deux points sont distants d'un nombre entier de longueur d'onde $n\lambda$, ils vibrent en phase.

Lorsque deux points sont distants de $\frac{\lambda}{2}+n\lambda$, ils vibrent en opposition de phase.

IV. Quelques remarques complémentaires

1. Énergie associée à une onde

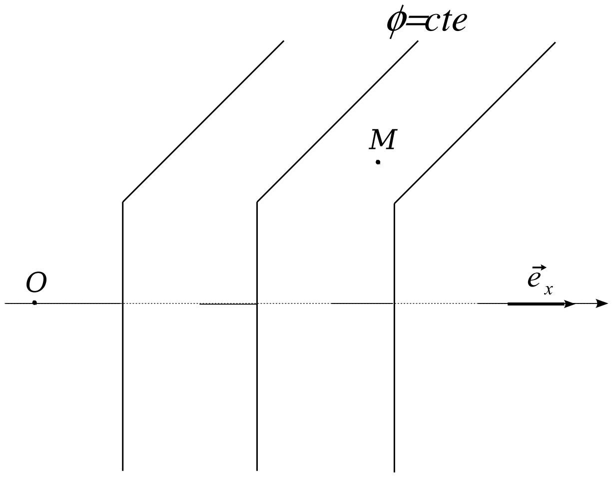
Quand on considère l'oscillateur harmonique, l'énergie potentielle élastique est proportionnelle au carré de l'élongation du ressort, l'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse. En général, l'énergie transportée par l'onde est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde.

2. Onde plane progressive

Considérons une onde acoustique (donc 3D), mais se propageant dans une seule direction, coïncidant avec l'axe Ox, dans le sens des x croissants.
La surpression associée aura pour expression

$$p(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) = p_0 \cos(\phi)$$

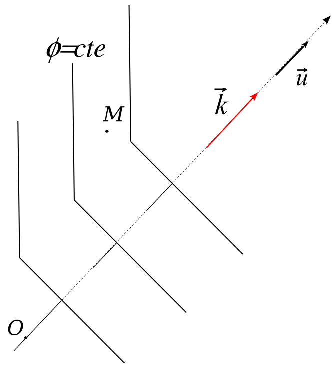
avec ϕ phase de l'onde. À t fixé, le lieu des points $\phi = cte$ correspond à des plans $x = Cte$. Tous les points d'un même plan vibrent en phase. On parle alors d'**onde plane progressive**.



Soit O un point origine.
Soit M un point quelconque, défini par le vecteur position $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$.
On a $x = \overrightarrow{OM}.\vec{u}_x = \vec{r}.\vec{u}_x$
ainsi $k\,x = k\,\vec{r}.\vec{u}_x = k\vec{u}_x.\vec{r} = \vec{k}.\vec{r} = \vec{k}.\overrightarrow{OM}$ avec $\vec{k} = k\vec{u}_x = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}_x$.

$$p(x,t) = p_0 \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi))$$

De manière générale l'expression d'une onde plane se propageant dans la direction donnée par le vecteur unitaire $\vec{u}$ sera de la forme :



$$p(x,t) = p_0 \cos(\omega t - k(\vec{u}.\overrightarrow{OM}) + \varphi) = p_0 \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi)$$

avec $\boxed{\vec{k} = k\vec{u} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}}$.

$\vec{k}$ est appelé vecteur d'onde.

3. Onde sphérique

Interpréter le signal dont l'expression serait de la forme :

$$s(M,t) = s(r,t) = A(r)\cos(\omega t - kr + \varphi) = A(r)\cos(\Phi)$$

où $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ désigne la distance entre un point origine O et le point M où l'onde est calculée.
Allure des surfaces $\Phi = cte$?
Interpréter la variation d'amplitude avec le rayon r.
Sachant que la surface d'une sphère de rayon r vaut $4\pi r^2$ et que l'énergie tranportée par l'onde est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde, quelle est l'expression possible pour $A(r)$?

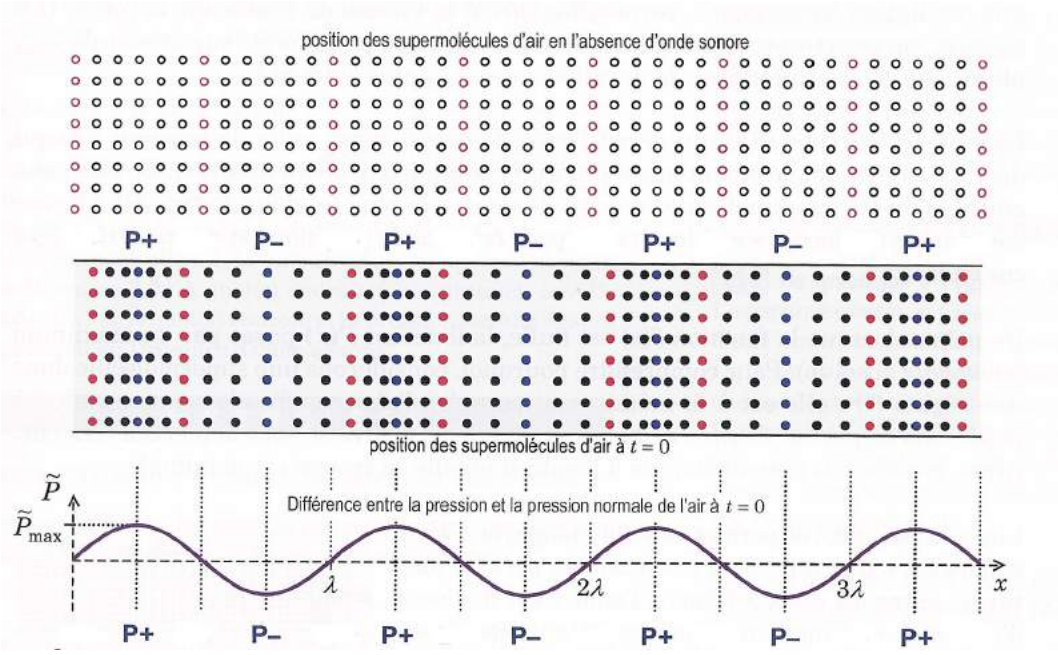
4. Milieu dispersif

On a supposé jusqu'à présent que la célérité c de l'onde était constante.
Il arrive cependant que cette célérité dépende de la fréquence (ou de la longueur d'onde).
Par exemple, les ondes à la surface de l'eau : les grandes longueurs d'onde se propagent plus vite. Si on jette une pierre dans l'eau et qu'on observe la déformation de la surface, les grandes longueurs d'ondes sont à l'avant du front d'onde suivies par les longueurs d'ondes plus courtes.
Dans un milieu dispersif, un train d'onde ne se propagera plus sans déformation.

V. Cas particulier des ondes acoustiques

Rappel : On peut visualiser la propagation d'une onde acoustique grâce au lien
`http://www.ostralo.net/3_animations/swf/onde_sonore_plane.swf`

1. Description de l'onde progressive sinusoïdale.



Progagation d'une onde acoustique
(D'après Ondes et Physique moderne M. Séguin Ed de boeck)

Sur la figure ci-dessus, on a représenté une onde acoustique sinusoïdale à un instant donné $t = 0$; $\tilde{P}$ correspond la surpression par rapport à la pression atmosphérique.

On rappelle que la surpression $\tilde{P}$ est très faible par rapport à la pression atmosphérique : la pression totale s'écrit $P = P_0 + \tilde{P}$ avec $P_0 \simeq 10^5$ Pa et $\tilde{P}$ variant de 10^{-5} Pa à 10 Pa.

Fréquences audibles : entre 20 et 20000 Hz

2. Intensité d'une onde acoustique

Une onde transporte de l'énergie. Soit I l'intensité d'une onde acoustique.
Si on note S l'aire d'une surface Σ placée perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde

$$\mathcal{P} = IS$$

représente l'énergie qui traverse cette surface par unité de temps. IS est donc homogène à une puissance.
L'intensité $I = \frac{\mathcal{P}}{S}$ est donc donnée en W.m^{-2}.
Pour un individu donné, la sensibilité de l'oreille dépend de la fréquence du son, le maximum de sensibilité se situant entre 500 Hz et 5000 Hz. L'intensité I varie d'environ 10^{-12} W.m^{-2}

au niveau du seuil d'audition à environ 1 W.m^{-2} au niveau du seuil de douleur. On choisit alors une échelle logarithmique.
On définit L le niveau d'intensité sonore par

$$\boxed{L = I_{dB} = 10 \log \frac{I}{I_0}}$$

avec I_0 intensité sonore de référence $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}
I intensité de l'onde en W.m^{-2}
$L = I_{dB}$ est mesurée en décibel (dB)
ainsi, lorsqu'on est au seuil d'audition $I = I_0$, $L = 0$ dB et lorsqu'on atteint la limite du seuil de douleur $L = 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \log 10^{12} = 10 \times 12 = 120$ dB.

À titre indicatif, le diagramme ci-dessous, appelé diagramme de Fletcher, rend compte de la sensibilité d'une oreille standard en fonction de la fréquence. Les lignes correspondent à des lignes d'égale sensation auditive.

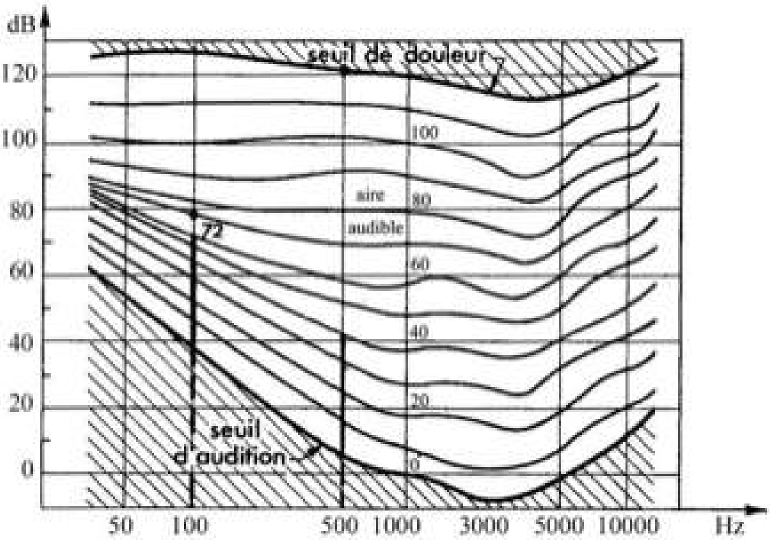
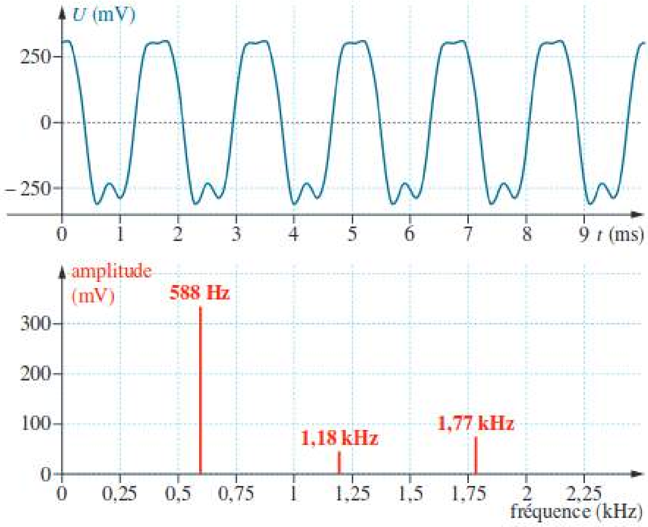


Diagramme de Fletcher
On retrouve la zone de sensibilité maximale de l'oreille entre 500 et 5000 Hz. $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2} correspond au seuil d'audition à 1000 Hz.

3. Notions d'acoustique musicale

La fréquence $f = 1/T$ du signal produit correspond à la **hauteur** du son : aigu pour les hautes fréquences, bas pour les basses fréquences.
Cependant deux instruments différents jouant la même note (donc même fréquence) produiront des sons de **timbre** différent.
Un son d'une hauteur donnée (de fréquence f) produit par un instrument est rarement purement sinusoïdal. Cependant, il peut s'écrire comme une somme d'ondes sinusoïdales. de fréquence f_n multiples de f (*cf* analyse de Fourier).

$$\begin{array}{rl} f & : \text{fréquence du fondamental} \\ f_n = n\,f & : \text{fréquence de l'harmonique de rang } n. \end{array}$$

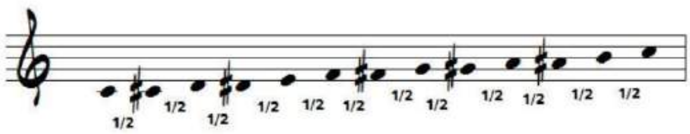


Ré4 d'une flûte à bec

Le timbre, caractéristique de l'instrument, dépend du spectre du signal (nombre d'harmoniques) mais aussi de leur évolution au cours du temps (attaque et extinction du son).

On peut étudier les facteurs influençant le timbre sur le lien :
`http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/00/30/20/HTML/m_sons/etude5/ac_etud5.htm`

Enfin, pour les musiciens, la gamme dite tempérée est constituée de 12 demi-tons.



Dans cette gamme, le rapport entre la fréquence d'une note donnée et celle de la note située un demi-ton au dessus est constant :

$$f_{i+1} = \alpha f_i \quad \text{par exemple } f_{do\sharp} = \alpha f_{do}$$

Or, pour passer d'une note donnée à celle située une octave au dessus (exemple : passage du do$_3$ au do$_4$), la fréquence est doublée. Une octave correspondant à 12 demi-tons,

$$f_{i+12} = 2f_i = \alpha^{12} f_i$$

on en déduit $\alpha = 2^{\frac{1}{12}}$, et $f_{i+1} = 2^{\frac{1}{12}} f_i$.

Exemples :

— Le do♯ étant à un demi-ton au dessus du do : $f_{do\sharp} = 2^{\frac{1}{12}} f_{do}$

— Le sol à 7 demi-tons au dessus du do (quinte juste) : $f_{sol} = 2^{\frac{7}{12}} f_{do}$