

Introduction aux rudiments de physique quantique

*Nouveaux programmes
des
classes terminales scientifiques*

D. Magloire

Table des matières

1	Et la lumière devint enfin une onde...	5
1.1	La découverte des phénomènes d'interférence	5
1.2	Une théorie de la diffraction	6
1.3	La nature transversale des vibrations lumineuses	6
1.4	Les mesures de la vitesse de la lumière	7
1.5	Un éther luminifère bien problématique...	7
2	Une onde ? oui ! ... une onde électromagnétique !	8
2.1	Ne posez pas de boussole près d'un fil électrique...	9
2.2	La découverte de l'induction	9
2.3	L'invention théorique des ondes électromagnétiques	10
2.4	Mise en évidence expérimentale des ondes électromagnétiques et d'un phénomène curieux	10
3	Pendant ce temps naissait et s'épanouissait la spectroscopie	11
3.1	La lumière du soleil analysée	11
3.2	Les progrès des spectroscopes optiques	12
3.3	La spectroscopie des gaz raréfiés	12
4	Thermodynamique et révolution industrielle	13
4.1	Comprendre et améliorer le fonctionnement des machines à vapeur	13
4.2	Un concept unificateur : l'énergie	13
4.3	Faites chauffer les fers...	14
5	Conclusion	14
1	Les conséquences de la « dichotomie fondamentale »	16
1.1	Description particulière	16
1.2	Description ondulatoire	17
1.3	Insuffisances de chacune des descriptions	19
2	Le rayonnement du corps noir	19
2.1	Loi de Kirchhoff et définition du corps noir	20
2.2	Le rayonnement d'équilibre thermique du corps noir	21
2.3	Les lois de Stefan-Boltzmann et de Wien	22
2.4	Tentatives de Rayleigh, de Wien et de Planck	24
2.5	La solution de Planck : apparition du quantum d'énergie	24
3	Interprétation de l'effet photoélectrique et des spectres	27
3.1	Description du dispositif d'étude et observations expérimentales	27
3.2	Hypothèse du quantum de lumière	28
3.3	Modèle semi-classique de l'atome	29
3.4	Étrangetés quantiques	30

4	Le quantum d'énergie et sa quantité de mouvement	31
4.1	Expression de la quantité de mouvement	31
4.2	Théorie de l'effet Compton	33
4.3	Conditions expérimentales de la vérification	34
4.4	Réflexions ouvertes par l'effet Compton	34
4.5	Le quantum d'énergie devient le photon	35
5	Des grandeurs ondulatoires pour une particule matérielle ?	36
5.1	L'audacieuse hypothèse de de Broglie	36
5.2	Les premières confirmations expérimentales	37
5.3	Intermède en compagnie de Louis de Broglie	38
6	Développement ultérieur des idées quantiques	40
6.1	Problèmes de vocabulaire et de langage	41
6.2	L'équation de Schrödinger et l'interprétation de la fonction d'onde	41
6.3	Réalité et déterminisme	42
6.4	Le statut du photon dans les théories quantiques récentes	45
Annexes		
Annexe I	Article d'Einstein (extrait)	50
Annexe II	Définitions des grandeurs énergétiques liées au rayonnement	51
Annexe III	Relation entre exitance énergétique spectrique et densité volumique d'énergie spectrique	52
Annexe IV	Relation entre la densité volumique d'énergie électromagnétique et la pression de radiation pour le rayonnement du corps noir	53
Annexe V	Dénombrement des modes propres du champ électromagnétique d'une cavité résonante	55
Annexe VI	Article d'Einstein (extrait)	58
Annexe VII	Extrait du discours de réception du prix Nobel, en 1937, de C. J. Davisson	60
Annexe VIII	Article de Schrödinger(extrait)	62
Annexe IX	Interprétation quantique d'une expérience d'interférences lumineuses et d'une expérience d'interférences particulaires	63

L'objectif visé par ce polycopié est de fournir l'arrière plan théorique permettant de présenter avec suffisamment de recul les notions élémentaires de physique quantique qui apparaissent dans le nouveau programme de sciences physiques des classes terminales scientifiques à entrer en vigueur à la rentrée de septembre 2012, afin de les introduire de la manière la plus naturelle possible en les reliant aux connaissances préalablement acquises dans la discipline par les élèves. Quoiqu'ils soient modestes, il sera nécessaire d'en souligner l'importance en tant qu'ils constituent une première approche d'une théorie nécessaire de la matière et en particulier de ses échanges avec le rayonnement électromagnétique à toute échelle, théorie développée par la suite dans les cours de mécanique ou de physique quantique qu'ils recevront dans l'enseignement supérieur universitaire ou en école d'ingénieurs.

Il m'a semblé opportun d'adopter une démarche qui fasse place à l'histoire des faits et des concepts de la physique. Aussi commencerai-je par redonner les principaux - pour notre propos - développements expérimentaux et théoriques construits au cours du XIXème siècle dans quelques unes des plus importantes branches de la physique et les impasses théoriques auxquelles ils avaient abouti, impasses qui contraignirent les physiciens du début du XXème siècle à bouleverser en profondeur les représentations héritées de leurs illustres aînés de la matière et de son comportement. Il sera plus facile alors de s'imprégner des idées nouvelles qu'ils développèrent pour résoudre les énigmes que la Nature avait placé sur leur chemin et de comprendre l'usage qui peut en être fait pour continuer d'explorer la matière.

Partie A

Les explorations de la physique au XIXème siècle

Il est naturellement hors de question de présenter de manière exhaustive, dans cette partie, l'ensemble du champ des découvertes faites en physique au cours de ce très riche siècle de défrichage et de déchiffrement des phénomènes naturels et des lois qui les régissent. De même, ne nous y attarderons pas sur les détails des polémiques qui opposèrent parfois avec obstination les protagonistes de cette histoire, à cause de leurs positions conceptuelles et philosophiques. Avoir cependant une vue panoramique des voies poursuivies et des principaux résultats obtenus entre 1800 et 1900 permettra de mesurer les progrès accomplis et les difficultés rencontrées et non encore surmontées à l'orée du siècle dernier. Elles seront en effet à l'origine des nouveaux paradigmes de la physique, élaborés, pour certains d'entre eux, dès les toutes premières années du XXème, qui mèneront, avant la Seconde Guerre mondiale, à l'édification de la mécanique quantique.

1 Et la lumière devint enfin une onde...

Lorsque s'ouvre le siècle, les succès accumulés par la mécanique newtonienne : les expéditions de Maupertuis et Clairault en Laponie et de La Condamine et Bouguer au Pérou pour y mesurer la longueur du degré de méridien terrestre sous chacune de ces latitudes et confirmer l'aplatissement de la Terre aux pôles, argumenté par Isaac Newton (1642 - 1727) (proposition XX - problème IV du troisième livre des *Philosophiae naturalis Principia mathematica*), le retour de la comète de Halley en 1758 dont l'étude des observations antérieures (1618 et 1681-1682) qui conclut le troisième livre des mêmes *Principia* estimait la période à 75 ans, renforcent la position, au départ précaire sur le continent européen, du newtonianisme et assoient son prestige et sa domination intellectuels sur la physique. Or, Newton avait suggéré, sans toutefois s'y attacher avec certitude, - il a été aussi ultérieurement et momentanément perméable à une théorie ondulatoire de l'éther luminifère -, une conception matérielle, corpusculaire de cette dernière qui fut reçue en 1672 par les critiques de Hooke (1635 - 1703) et de Huygens (1629 - 1695) créateurs et partisans, eux, d'une théorie ondulatoire des phénomènes lumineux.

1.1 La découverte des phénomènes d'interférence

Il revient à un médecin et physicien anglais, Thomas Young (1773 - 1829) d'avoir étudié, entre 1801 et 1807, les franges d'interférences produites par les lames minces et d'avoir su les interpréter à la lueur de la théorie ondulatoire de Huygens. De même reconnut-il dans les anneaux de Newton un phénomène de nature similaire convenablement compris dans le cadre de ladite théorie. Ceci le conduisit à expérimenter des dispositifs adéquats pour créer des interférences lumineuses, que nous connaissons aujourd'hui sous

le nom de trous et de fentes d'Young. Parallèlement à ces travaux, il obtint des figures supplémentaires de diffraction.

1.2 Une théorie de la diffraction

Car la diffraction n'était, elle, pas nouvelle à cette époque. Découverte par Francesco Maria Grimaldi qui l'exposa dans son *De Lumine* en 1665, dans lequel il souligna l'insuffisance de la notion de rayon lumineux pour expliquer ce phénomène, elle fut reprise par Newton entre 1666 et 1672, en même temps qu'il étudiait la dispersion de la lumière. Mais Il n'y vit pas un de ces phénomènes propres à imposer une théorie ondulatoire. Et si, de 1672 à 1676, il communiqua ses contributions novatrices à la Royal Society dont il était devenu membre en 1672, il délaissa ensuite l'étude de l'optique - n'y revenant que pour rédiger son *Traité d'Optique* -, et se consacra, à l'instigation de Flamsteed, Hooke et surtout de Halley, au grand oeuvre de sa vie : la gravitation universelle. La construction de la mécanique en tant que théorie physique opérationnelle, à laquelle il contribua si puissamment, et les débuts du calcul infinitésimal - que nous nommons de nos jours le calcul différentiel et intégral - auront-ils détourné les regards vers d'autres cieux ? Toujours est-il, qu'une relative indifférence aura entouré l'optique au XVIIIème siècle. L'intérêt pour cette branche de la physique fut assurément ranimé par les découvertes de Young. Augustin Fresnel (1788 - 1827), reprenant la théorie de Huygens, la compléta, lui donna une formulation analytique, rendue possible par les progrès de l'analyse mathématique accomplis au siècle précédent et la présenta en octobre 1815 à l'Académie de Sciences dans son célèbre mémoire sur la diffraction de la lumière qui incorporait la théorie à laquelle nous assignons aujourd'hui les deux noms. Les prédictions sur la figure de diffraction d'un fil en accord avec les vérifications expérimentales et la confirmation expérimentale par Fresnel de la prévision faite par Poisson que le centre de l'ombre d'un petit écran devrait comporter une tache lumineuse achevèrent d'emporter l'adhésion en faveur d'une conception ondulatoire de la lumière.

1.3 La nature transversale des vibrations lumineuses

À la même époque, la recherche de la nature, sinon de ce qui se propage dans les phénomènes lumineux, du moins de celle, transversale ou longitudinale, des dits phénomènes se développa sous l'égide d'Arago - qui soutint par ailleurs avec constance Fresnel -, de Malus, de Biot et de Fresnel lui-même. Au cours de l'année 1808, Étienne-Louis Malus (1775 - 1812) découvrit et étudia le phénomène de polarisation de la lumière par réflexion et par double réfraction ; en 1811, François Arago (1786 - 1853) fit de même quant à l'action des lames biréfringentes sur la polarisation ; et l'année suivante, Jean-Baptiste Biot (1774 - 1862) reconnut le caractère vibratoire de la lumière et la polarisation rotatoire des milieux biréfringents. Fresnel acquit dès juillet 1818 - une note sur son mémoire sur la diffraction l'atteste - la conviction du caractère transversal des ondes lumineuses ; il l'admit par la suite comme nécessaire à l'explication complète des phénomènes de polarisation, incapable toutefois de l'interpréter mécaniquement : il se cantonna alors à une stricte attitude positiviste devant l'obstacle rencontré dans son dernier mémoire de 1825 sur la polarisation rotatoire de la lumière.

En un quart de siècle, la lumière avait été dépouillée de sa nature corpusculaire et revêtue d'une parure ondulatoire renouvelée.

1.4 Les mesures de la vitesse de la lumière

Il semblait dès lors inévitable, une fois affirmé son statut ondulatoire, que s'engageassent des programmes de mesure de la vitesse de la lumière dans l'air et dans les milieux transparents. Hyppolyte Fizeau (1819 - 1896) dès 1849 et Léon Foucault (1819 - 1868) dès 1850, indépendamment l'un de l'autre, à l'aide d'un ingénieux dispositif à roue dentée occultant une réflexion sur un miroir lointain, qui autorisait une mesure directe de cette vitesse, obtinrent une valeur de c , la vitesse de la lumière dans l'air, égale à $315\,300\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$. Ces expériences qu'ils perfectionnèrent pendant la décennie suivante constituèrent en outre un test expérimental crucial contre la conception corpusculaire de la lumière. En effet, selon ses partisans, la vitesse des corpuscules de lumière devait être proportionnelle à l'indice de réfraction du milieu transparent traversé ; or, les expériences de Fizeau et de Foucault prouvèrent clairement qu'elle était inversement proportionnelle à l'indice du milieu. Leur méthode fut retenue en 1879 par Alfred Cornu (1842 - 1902) qui augmenta la distance de parcours de la lumière dans l'air, la portant de 8633 m à 23 km : il obtint de la sorte une valeur de $300.030\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, soit une précision relative par rapport à la valeur retenue de nos jours de 0,8 pour mille.

Pour mémoire, rappelons qu'à la fin de 1675, Olaüs Römer (1644 - 1710) invité à séjourner à l'Observatoire de Paris, créé neuf ans plus tôt par Louis XIV, avait supposé que l'avance ou le retard aux éclipses des satellites de Jupiter selon que la planète était en conjonction ou en opposition par rapport au soleil devait être dû à la différence des distances entre Jupiter et la Terre, parcourues par la lumière dans les deux situations, en considérant par ailleurs constantes les périodes de révolution des satellites. Il introduisit ainsi l'idée d'une vitesse finie de la lumière. Les estimations de la distance entre la Terre et le Soleil, d'une part, et de l'avance et du retard des éclipses, d'autre part, conduisait, d'après le calcul de Fontenelle, alors Secrétaire de l'Académie des Sciences, à une vitesse de $215\,000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, exprimée dans les unités actuelles, ordre de grandeur fort remarquable pour l'époque !

Les mesures précises de la vitesse de la lumière faites pendant le XIX^{ème} siècle complétèrent ainsi à propos la connaissance des ondes lumineuses.

1.5 Un éther luminifère bien problématique...

Toutefois, la nature ondulatoire de la lumière soulevait un problème majeur : celui de son milieu de propagation. Les ondes alors connues, les ondes acoustiques ou les ondes mécaniques sur les cordes vibrantes, avaient naturellement trouvé le support mécanique de leur propagation : l'air ou la corde. Curieusement, les dénominations du milieu de propagation vinrent de personnalités, éminentes certes, mais plutôt adversaires de la conception ondulatoire : Descartes évoqua « l'air subtil », Newton, « l'éther », et ce fut cette dernière appellation qui perdura jusqu'à la postulation de la théorie de la relativité restreinte, en 1905, par A. Einstein (1879 - 1955), qui s'affranchit de sa nécessité.

Les succès de la mécanique, au XIX^{ème} siècle, imprégnaient les esprits de manière telle qu'elle imposait que l'on dotât « l'éther » de propriétés mécaniques d'inertie et d'élasticité et que l'on forgeât un « mécanisme » de propagation des ondes lumineuses dans ce milieu. Or, la méconnaissance de ce qui vibrait pour former les ondes lumineuses et leur propagation dans l'air comme dans les milieux transparents les plus durs, par exemple le diamant, étaient propices à imaginer des qualités somme toute contradictoires qui n'éclairaient en rien le problème. Les mesures successives de la vitesse des ondes lumineuses ne résolurent guère plus le problème des incompatibilités entre les propriétés

« mécaniques » attribuées à ce milieu de propagation ; de plus, le problème demeurait de savoir si l'éther était entraîné par les corps matériels, notamment par la Terre, ou s'il se laissait pénétrer par eux, ce qui aurait plaidé en faveur de l'espace absolu newtonien. Les expériences interférométriques de Michelson et Morley faites en 1881 et 1884 devaient conduire à l'une des conclusions suivantes : soit « l'éther » existait mais le mouvement de la Terre autour du Soleil ne produisait aucun « vent d'éther », soit la vitesse de la lumière, mesurée d'une Terre en mouvement, était constante.

Quelques « problèmes » restaient donc en suspens...

2 Une onde ? oui ! ... une onde électromagnétique !

L'électrisation d'un corps par frottement ou par influence avait suscité le perfectionnement de la machine électrostatique de Otto von Guericke (1602 - 1686) par Francis Hawksbee († 1713), ce qui la rendit plus pratique et plus efficace à l'usage. Par ailleurs, la découverte en octobre 1745 par Ewald Jürgen von Kleist (1700 - 1748) puis en janvier 1746 par Pieter van Musschenbroek (1692 - 1761) du phénomène de condensation de l'électricité - qui conduisit à la fabrication du premier condensateur, la bouteille de Leyde, - raviva l'intérêt pour l'électricité. Les cabinets de curiosités constitués par la bourgeoisie éclairée et la partie de la noblesse la plus réceptive aux idées scientifiques et techniques nouvelles, tout au long du XVIIIème, virent ces dispositifs introduits dans leurs collections et les phénomènes électriques purent ainsi faire l'objet d'expériences qualitatives diverses. Cependant, l'absence de clarté des concepts et des notions, embarrassés d'une métaphysique, hérité de Lucrèce et de Descartes, rendait difficile tout progrès réel. Aussi, l'œil neuf de Benjamin Franklin (1706 - 1790) fut-il bienvenu. Il reprit entre 1747 et 1752 l'étude du pouvoir des pointes, en partie déjà faite, indépendamment, par Guericke et Gray, mais dont Franklin ignorait l'existence et qui l'amena à l'invention ultérieure de son paratonnerre ; mais surtout, il suggéra l'idée de l'existence de deux types d'électricité, que nous désignons aujourd'hui par leur signe, qui peuvent se compenser par circulation d'un corps à un autre. Franklin ne sut cependant pas distinguer clairement la charge du champ électrostatique qui l'accompagne. Toujours est-il que les mesures sur les forces qu'engendrait l'électricité et sur sa conduction par les corps débutèrent : Joseph Priestley (1733 - 1804) mesura les premières conductivités relatives de substances diverses et découvrit ce qu'en langage contemporain nous nommerions la nullité du champ électrique dans une cavité creusée dans un métal, c'est-à-dire le principe de la cage de Faraday.

Dans un mémoire aux *Philosophical Transactions* de 1771, Henry Cavendish (1733 - 1810) envisagea une loi d'interaction entre les charges en raison inverse d'une puissance de leur distance et montra, s'appuyant sur les connaissances déjà acquises alors, que cette puissance devait être 2. Nous savons aujourd'hui, grâce aux papiers que Maxwell découvrit en 1879 et publia, alors qu'il était directeur du laboratoire Cavendish à l'université de Cambridge, que ce dernier avait par la suite vérifié expérimentalement son assertion. Mais c'est à Charles-Augustin Coulomb (1736 - 1806) que la postérité a attribué la paternité de la loi éponyme. Suivant comme son aîné une méthode positiviste, Coulomb travailla d'abord sur les couples de force magnétique qui s'exercent sur les aimants dans le champ magnétique terrestre (1777), puis sur les fils de torsion¹ (1784) dont il fit usage dans une

1. Il établit la proportionnalité de la constante de torsion d'un fil rigide à la puissance quatrième de son diamètre et son inverse proportionnalité à sa longueur ; loi dont il donna une théorie correcte en se fondant sur l'élasticité des matériaux. À la lueur de ces connaissances nouvelles, il reprit ses travaux de 1777 et les corrigea en tenant compte de la torsion du fil de suspension employé.

balance de torsion² pour mesurer les forces de répulsion puis d'attraction électrostatiques. Dans un mémoire de 1785 à l'Académie des Sciences, il annonça ainsi la dépendance en $1/r^2$ de la force électrostatique. Puis, poursuivant ses recherches, il établit les propriétés de l'équilibre électrostatique des conducteurs, ouvrant la voie à Siméon - Denis Poisson (1781 - 1840) et à Sir William Thomson, Lord Kelvin (1824 - 1907).

Cependant, ce fut bien la découverte en 1791, par Luigi Galvani (1737 - 1797), des effets électrochimiques par association du cuivre et du fer, découverte reprise par Alessandro Volta (1745 - 1827) pour aboutir en 1801 à la fabrication par celui-ci de la première pile électrochimique, qui fit prendre aux études sur l'électricité et le magnétisme un tournant et une impulsion décisifs. Cette invention reléguait en effet les machines électrostatiques, peu pratiques, à un rôle subalterne ; surtout, elle mettait à disposition des physiciens, au début du XIX^{ème} siècle, les premiers générateurs de courant électrique et ouvrait la voie aux études sur l'électrochimie.

2.1 Ne posez pas de boussole près d'un fil électrique...

L'aimantation du fer par la foudre semble avoir été remarquée dès le premier tiers du XVIII^{ème} siècle ; cependant, les tentatives faites pour lier magnétisme et électricité échouèrent car elles mettaient toutes en œuvre une situation où l'électricité était statique. Dès que les premières piles furent disponibles, les premiers circuits électriques furent constitués et étudiés. Pourtant, ce jour de 1820 où l'aiguille aimantée placée à côté du circuit électrique au regard des étudiants d'un amphithéâtre de l'université de Copenhague dévia lorsque le professeur danois Hans Christian Ørsted (1777 - 1851) établit le courant électrique dans le circuit, ce jour-là donc ouvrit une perspective extraordinaire à l'électricité. Très rapidement propagée, la nouvelle excita les meilleurs physiciens de l'époque : Adrien-Marie Ampère (1775 - 1836), Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827), François Arago, Jean-Baptiste Biot, Félix Savart (1791 - 1841), en France, l'anglais Michael Faraday (1791 - 1867) découvrirent les lois quantitatives essentielles portant sur les propriétés magnétiques des courants dès la fin de la même année et peaufinèrent leurs travaux respectifs deux ans encore.

2.2 La découverte de l'induction

Dans la foulée des études auxquelles il venait de contribuer, Michael Faraday entreprit, de 1824 à 1834, la recherche des courants induits et établit expérimentalement les lois de l'induction. Cas exemplaire : autodidacte, avide de s'instruire dans les sciences de son temps, il ne put recourir aux mathématiques de son époque qu'il ne maîtrisait pas et exprima toutes les propriétés des champs électriques induits sans écrire une seule formule. Or, dès 1821, Ampère aurait pu découvrir les phénomènes d'induction, car il avait eu l'occasion d'observer une situation où ils s'étaient manifestés, mais qu'il n'avait pas jugé utile d'analyser, comme il l'écrivit, onze ans plus tard, à Auguste de La Rive (1801 - 1873) avec qui il avait mené ses recherches sur les propriétés magnétiques des courants électriques, de 1820 à 1822. Et Arago eut une déconvenue similaire en 1824 ! Observant que les oscillations des aiguilles aimantées étaient plus rapidement amorties si l'on plaçait dessous un disque métallique, il inventa involontairement la première machine asynchrone : il avait eu l'idée de faire tourner l'aiguille aimantée et avait constaté que le disque se

2. Le XIX^{ème} siècle honora sa mémoire en dotant les cabinets de physique des lycées de sa balance, aussi célèbre que fort délicate à employer...

mettait en rotation et réciproquement s'il entraînait le disque en rotation, mais il ne sut interpréter convenablement ce qu'il avait remarqué.

2.3 L'invention théorique des ondes électromagnétiques

Les lois de l'électrostatique, de la magnétostatique et de l'induction étaient maintenant connues. Leur synthèse demeurait cependant à établir et ces connaissances de l'électromagnétisme attendait d'être traduites en un langage mathématique adapté aux novations qu'elles apportaient. En trois mémoires : *On Faraday's lines of force* de 1855, dans lequel l'équation de « Maxwell-Ampère » ne faisait pas encore apparaître le terme de courant de déplacement ; *On physical lines of force* de 1861 - 1862, dans lequel le modèle mécaniste de l'éther qu'il développa le conduisit à compléter ladite équation du terme manquant, et dans lequel apparut pour la première fois l'idée d'un signal électromagnétique se propageant dans le vide à une vitesse qu'il put théoriquement déterminer et qu'il trouva égale à la vitesse de la lumière ; *A dynamical theory of the electromagnetic Field* de 1864, dans lequel il fit disparaître les précisions mécanistes, jugées incertaines, de son modèle d'éther ; et enfin par le traité de 1873, *Treatise on Electricity and Magnetism*, couronnement de son œuvre dans lequel il démontra l'existence nécessaire d'une pression de radiation proportionnelle à l'énergie incidente lorsque la lumière était absorbée ou réfléchie, James Clerk Maxwell (1831 - 1879) unifia l'ensemble des phénomènes électriques, les relia à l'optique et laissa à la sagacité des expérimentateurs le soin d'attester l'existence des ondes électromagnétiques.

2.4 Mise en évidence expérimentale des ondes électromagnétiques et d'un phénomène curieux

Tout au long de sa brève vie, Heinrich Hertz (1857 - 1894) s'affronta aux problèmes expérimentaux et théoriques de l'électromagnétisme laissés pendents par Maxwell. En 1887 et 1888, il établit l'existence des ondes prévues par Maxwell : il les fit se réfléchir sur des plans métalliques, interférer pour créer des ondes stationnaires afin de déduire indirectement leur vitesse de propagation dans l'air, se diffracter, se réfracter à travers un prisme en résine et établit enfin leur caractère transversal, conformément aux prédictions maxwelliennes. Par cette dernière vérification d'ailleurs, il confirmait aussi la supposition faite soixante-dix ans auparavant par Fresnel.

Au cours de ses expériences, il constata l'influence de la lumière ultraviolette sur la décharge électrique, ce que nous nommons aujourd'hui l'effet photo-électrique, qui jetait un autre pont entre l'optique et l'électromagnétisme.

Grâce à la formidable moisson de découvertes faites en moins d'un siècle, un physicien de la fin du XIX^{ème} siècle pouvait raisonnablement juger exhaustive sa connaissance des phénomènes électriques et accepter de faire rentrer globalement les phénomènes lumineux dans le cadre de la théorie électromagnétique et d'en parler comme d'ondes électromagnétiques.

3 Pendant ce temps naissait et s'épanouissait la spectroscopie

Newton avait découvert la dispersion de la lumière par les prismes de verre entre 1660 et 1670, les techniques de fabrication des verres et de polissage des lentilles optiques s'étaient modestement améliorées dès la fin du XVII^{ème} siècle, autorisant la construction d'honnêtes instruments d'optique, mais assurément les meilleurs d'entre eux étaient construits autour de miroirs sphériques. Or, le développement de la mécanique céleste analytique tout au long du XVIII^{ème} siècle puis la découverte de la planète Uranus par William Herschel (1738 - 1822) en 1781 relancèrent l'intérêt pour le ciel et ce qui s'y déroulait. À la fin du XVIII^{ème} siècle, les astronomes se mirent à observer la lumière provenant du soleil et des étoiles, faisant naître la spectroscopie.

3.1 La lumière du soleil analysée

L'analyse spectrale avait naturellement commencée au cours du XVIII^{ème} siècle : elle portait essentiellement sur celle de la lumière solaire, mais elle ne semblait pas devoir s'épanouir, avant tout en raison de la médiocrité du matériel disponible. Elle se développera au cours du XIX^{ème} grâce au progrès matériel réalisé (voir § 3.2 suivant). Herschel avait cependant étudié, au moyen de thermomètres très sensibles, les propriétés thermiques des composantes du spectre solaire et constaté, en 1801, que ces propriétés thermiques s'accroissaient lorsque l'on allait du violet au rouge pour présenter un maximum en deçà du rouge ; ce phénomène fut dénommé « la chaleur rayonnante ». Il fit se réfléchir et se réfracter ces rayons invisibles, exactement comme il avait pu être fait avec ceux du spectre visible. La même année, Johann Wilhelm Ritter (1776 - 1810) observa le noircissement au delà du violet d'une plaque recouverte de nitrate d'argent sur laquelle il avait projeté un spectre solaire ; les rayons en question furent baptisés par la suite « rayons chimiques » car on s'aperçut qu'ils étaient capables de provoquer des réactions chimiques. Ces deux faits adjoignirent au spectre visible les domaines infrarouge et ultraviolet. Alors que croisait la précision des spectroscopes, le nombre de raies recensées dans le spectre solaire augmentait au point que Henry A. Rowland (1848 - 1901) pouvait dresser, en 1895, le catalogue des longueurs d'onde de 20000 raies de son spectre !

Les corps connus présents sur Terre et les étoiles firent l'objet d'un traitement similaire. En effet, des expériences qu'ils menèrent à Heidelberg et dont ils communiquèrent les résultats le 27 octobre 1859 à l'Académie de Berlin, Gustav Robert Kirchhoff (1824 - 1887) et Robert Wilhelm Bunsen (1811 - 1899) prouvèrent la coïncidence des raies d'absorption et d'émission d'un élément (en l'occurrence, le sodium) : un élément à basse température introduit dans un faisceau lumineux incident issu d'une source à plus haute température absorbait certaines raies, et donc les faisait disparaître du spectre du faisceau ; en revanche, si l'élément était introduit sous la forme d'une flamme de lampe de température supérieure, les raies en question se trouvaient renforcées. Ainsi, en supposant que des éléments étaient communs à la Terre, au Soleil et aux étoiles et qu'ils avaient partout les mêmes propriétés, pouvait-on espérer identifier ceux parmi ces éléments qui étaient présents dans les étoiles, à partir de leurs spectres lumineux. Voici pourquoi l'astrophysique date volontiers sa naissance du jour de cette communication particulière de Kirchhoff à l'Académie prussienne des sciences.

3.2 Les progrès des spectroscopes optiques

Les améliorations essentielles apportées aux spectroscopes furent l'œuvre de Johann von Fraunhofer (1787 - 1826). Elles consistèrent en la substitution du prisme par le réseau de diffraction comme instrument dispersif - avec, par exemple déjà, 8000 traits par cm, en 1821 -, en l'adjonction d'un collimateur devant l'instrument dispersif et en l'usage d'une lunette de théodolite pour faire les mesures angulaires et déduire les longueurs d'onde. Par la suite, la mesure des intensités spectrales vint compléter celle des longueurs d'onde grâce à l'invention, en 1833, du couple thermoélectrique par Leopardo Nobili (1787 - 1835) et elle se précisa après 1881 avec la conception du premier bolomètre par Samuel P. Langley (1834 - 1906).

3.3 La spectroscopie des gaz raréfiés

L'invention en 1856 par Heinrich Geissler (1814 - 1879) du tube à gaz raréfié pour le compte de Julius Plücker (1801 - 1868), à Bonn, ouvrit une page nouvelle de la spectroscopie. Elle permit en effet d'accumuler une connaissance étendue sur les raies spectrales des vapeurs d'éléments simples à travers lesquelles on provoquait des décharges électriques. Et la célèbre communication de Kirchhoff, en 1859, relança spontanément l'intérêt pour ces études, en même temps qu'il devenait évident que ces raies spectrales constituaient de véritables signatures de ces éléments, ce que ne manquèrent pas d'exploiter les chimistes, en dépit des difficultés qui se présentaient dans les composés chimiques. De nouveaux éléments furent découverts de la sorte.

Cependant, aucune théorie interprétative ou explicative de ces spectres de raies n'émergeait. Or, la parution de la classification des éléments chimiques connus par Dimitri I. Mendeleev, en 1869, montra clairement que plus le numéro atomique de l'élément³ était élevé plus son spectre de raies devenait complexe. Ce fut pourquoi les premières tentatives de trouver une formule regroupant entre elles les longueurs d'onde des raies spectrales se portèrent sur l'élément le plus simple, l'hydrogène : en 1885, le suisse Johann Jacob Balmer⁴ (1825 - 1898) produisit empiriquement une formule regroupant les neuf raies alors connues de l'hydrogène :

$$\lambda = h \cdot \frac{m^2}{m^2 - 4}$$

où λ est une de ces longueurs d'onde, h une constante valant $3645,6 \text{ \AA}$ et m un entier strictement supérieur à 2.

Heinrich Kayser (1853 - 1940), Carl Runge (1856 - 1927) entre 1888 et 1893, travaillèrent activement et opiniâtrement la question et, indépendamment, Janne Rydberg (1854 - 1919) dont l'article principal parut en 1890. Ce dernier proposa d'étendre la formule aux éléments des trois premières colonnes de la classification périodique en groupant les raies en séries et en considérant que les nombres d'ondes ($1/\lambda$) des raies devaient être égaux à la différence de termes du type $R/(n - C)^2$ où $R = 109677,7 \text{ cm}^{-1}$, n étant un entier variant avec chaque raie et C une constante relative à la série. En 1900 toutefois, il admit, devant la non-concordance de sa proposition avec les résultats expérimentaux et les difficultés non résolues par l'extension de ses vues à d'autres éléments, que la ou les formules mathématiques n'étaient pas encore trouvées !

3. En fait, la table se réfère à ce que nous appelons la masse molaire, la structure atomique complexe n'étant pas envisagée.

4. Balmer était professeur de mathématiques et non physicien !

4 Thermodynamique et révolution industrielle

La compréhension de ce qui se joua au tournant de 1900 commande, enfin, d'évoquer quelques développements tardifs et particuliers de la science des phénomènes thermiques, la thermodynamique. Expérimentateurs et théoriciens n'échangèrent pas toujours leurs points de vue et leurs sphères d'intérêts respectives se sont si peu recouvertes que d'importantes découvertes expérimentales aux applications pratiques remarquables n'eurent souvent que peu d'implications théoriques et, réciproquement, des réflexions théoriques fondamentales n'influèrent point l'ordre expérimental. Ceci n'empêcha toutefois ni de considérables avancées, accomplies par l'introduction d'idées novatrices, ni l'apparition de problèmes qui parurent insolubles dans le cadre conceptuel existant.

4.1 Comprendre et améliorer le fonctionnement des machines à vapeur

La substitution, débutée dans le dernier quart du XVIII^{ème} siècle en Angleterre et au milieu du XIX^{ème} sur le continent, du travail humain ou animal par celui de la machine à vapeur pour animer des machines à filer et à tisser, les pompes à eau puis les ascenseurs des puits de mines de fer ou de charbon, les machines outils naissantes et, plus tard, les locomotives à vapeur, décupla dans le courant du siècle la productivité et la production des biens industriels dans les pays d'Europe occidentale entraînant les bouleversements économiques, sociaux et politiques que l'on sait. La recherche de l'amélioration du rendement de ces machines suscita d'importantes réflexions sur leur fonctionnement.

Elle impliqua d'abord de séparer la notion de température du fluide employé - grandeur intensive - de celle de transferts « énergétiques », travail et chaleur, - grandeurs extensives -. Elle contraignit à se poser ensuite la question de savoir si la nature du fluide importait ou si seul l'écart de température entre la source chaude de vapeur et la température à laquelle on la restituait au circuit ou à l'atmosphère était en prendre en compte. Dans son mémoire de 1824, *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, Sadi Carnot (1796 - 1832) introduisit la relation entre le travail⁵ et la chaleur, sans toutefois élaborer d'hypothèses sur la nature de cette dernière⁶, et surtout, expose le second principe de la thermodynamique, enseigné de nos jours dans la formulation faisant appel à la notion d'entropie $\int \delta Q/T$ introduite en 1865 par Rudolph Clausius (1822 - 1888).

4.2 Un concept unificateur : l'énergie

Le principe d'équivalence du travail et de la chaleur, le premier principe de la thermodynamique, apparut grâce à Julius Robert von Mayer (1814 - 1878), entre 1842 et 1845, comme une nécessité fondamentale issue de la comparaison des quantités de chaleur à fournir pour échauffer un gaz à pression constante ou à volume constant. A pression constante, en effet, le gaz se dilate et on récupère un travail ; à volume constant, il n'y

5. Le terme est introduit par Jean Victor Poncelet (1788 - 1867) en 1826. Lorsque le travail apparaissait en mécanique, sous sa forme élémentaire $\vec{f}d\vec{r}$ ou intégrale $\int \vec{f}d\vec{r}$, il était calculé et rendu égal à la force vive, à savoir l'énergie cinétique actuelle ; l'expression de « travaux virtuels » n'apparaissait que dans le *principe des travaux virtuels* utilisé pour le calcul des forces statiques de liaison.

6. Le mémoire de Carnot, oublié et ressuscité par Clapeyron, semble indiquer une adhésion au « calorique » et à son indestructibilité ; cependant des notes retrouvées par son frère, Hippolyte Carnot et publiées en 1878 prouvent qu'il avait rectifié son erreur et donnait une valeur convenable de l'équivalent mécanique de la chaleur.

a aucun travail fourni par le gaz ; logiquement, pour Mayer, la différence de chaleur apportée devait correspondre au travail récupéré dans l'échauffement à pression constante. Simultanément à l'émergence du concept de conservation de l'énergie - le terme avait été introduit dans le cadre de la mécanique par Thomas Young-, de 1840 à 1849, James Prescott Joule (1818 - 1889) expérimenta pour déterminer la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur et montra notamment qu'il était indépendant du fluide employé.

La réflexion de Mayer débordait cependant largement le cadre de la seule thermodynamique des gaz : il envisageait un principe général de conservation de l'énergie incorporant l'énergie mécanique, hydraulique, électrique, chimique, « biologique », solaire, etc. Ce concept s'est révélé par la suite extrêmement fructueux et il est, aujourd'hui encore, considéré comme un des fondements inébranlables de la physique au point d'en considérer toute violation expérimentale apparente comme impliquant l'existence de quelque chose encore inobservé, comme ce fut le cas pour l'invention par Wolfgang Pauli (1900 - 1958) du neutrino en 1930, confirmée expérimentalement en 1956 seulement.

4.3 Faites chauffer les fers...

Enfin, le XIXème siècle est celui de la métallurgie et de la sidérurgie. Des fers forgés dans une modeste forge de forgeron de campagne aux coulées incandescentes des hauts fourneaux nés avec la révolution industrielle, le spectacle de l'émission de lumière par les corps opaques lorsqu'ils sont portés à une température élevée, lié aux observations de la lumière solaire et des spectres d'émission et d'absorption des éléments simples, ne pouvait manquer d'éveiller l'attention sur le lien devant exister entre l'état énergétique d'un corps et ses propriétés émissives. L'énoncé de la loi de Kirchhoff, en 1859, la synthèse maxwellienne de l'électromagnétisme et de l'optique accomplie en 1873 et la découverte expérimentale de Hertz de 1887 incitaient à créer un cadre expérimental adéquat - le corps noir - pour établir son spectre d'émission et à interpréter les mesures qu'il délivrerait dans le cadre de l'électromagnétisme et de la thermodynamique. Il en résulta les lois de Josef Stefan (1835 - 1893) en 1879, selon laquelle l'énergie totale émise par un corps noir en une seconde est proportionnelle à la puissance quatrième de la température à laquelle il est porté ; et la loi de « déplacement » de Wilhelm Wien (1864 - 1928) selon laquelle la longueur d'onde λ_m à laquelle se situe le maximum de rayonnement spectral du corps noir est liée à la température absolue T par la relation : $\lambda_m \cdot T = cte$. Les tentatives ultérieures faites par Rayleigh, Wien ou Planck pour trouver l'expression théorique de la courbe du rayonnement du corps noir en se fondant sur les seules lois de l'électromagnétisme et de la thermodynamique échouèrent toutes jusqu'en 1900.

5 Conclusion

Les éléments d'histoire de la physique du XIXème siècle qui précèdent ignorent volontairement les travaux tant expérimentaux que théoriques qui eurent montré, si besoin était, l'extrême foisonnement de l'activité intellectuelle des gens qui se consacrèrent à l'étude des phénomènes de la nature inerte, dont les noms ont été ou non cités au cours de l'exposé. De même, n'avons nous pas souligné les contributions de certains d'entre eux dans les domaines de la chimie ou des mathématiques. L'optique, l'électromagnétisme et la thermodynamique partageaient des objets communs d'études et voisinaient ; toutes ces connaissances se fécondaient afin de dessiner une unité des phénomènes naturels ; et la

une partie déjà de la communauté des savants adhérait, à la fin du siècle, à un atomisme, que la chimie semblait rendre nécessaire, que la physique elle-même pressentait mais dont elle n'avait pas encore apporté de preuves expérimentales évidentes et qui, de ce fait, était loin d'être unanimement accepté. Cependant, tout parcellaires qu'ils soient, ils laissent entrevoir l'époustouflante évolution tant quantitative que qualitative apportée à la physique pendant ce XIX^{ème} siècle.

La dichotomie des objets étudiés qui sous-tendait implicitement les raisonnements de la physique classique, contraignait le physicien à identifier en premier lieu la nature corpusculaire ou ondulatoire des objets soumis à son examen et à leur appliquer le corps de doctrine correspondant, sachant que les descriptions des phénomènes par la physique des corps matériels finis ou par la physique ondulatoire étaient, en l'état, imperméables l'une à l'autre. Il était inévitable que les problèmes surgissent lorsque les ondes se froteraient aux particules...

Bibliographie

Histoire générale des sciences, *La science moderne, de 1450 à 1800*, R. Taton et coll., Presses universitaires de France, 2nd édition, 1969, coll. "Quadrige", 1^{ère} édition, 1995 - ISBN 2 13 047157 9 (éd. complète en 4 vol.) ;

Histoire générale des sciences, *La science contemporaine, 1/ le XIX^{ème} siècle*, R. Taton et coll., Presses universitaires de France, 2nd édition, 1969, coll. "Quadrige", 1^{ère} édition, 1995 - ISBN 2 13 047157 9 (éd. complète en 4 vol.) ;

Histoire de la physique, *tome 1 La formation de la physique classique*, sous la dir. de J. Rosmorduc, Lavoisier Tec&Doc, 1987, Petite collection d'histoire des sciences, ISBN 2 85206 858 3 ;

La lumière, B. Maitte, Seuil, 1981, coll. Points Sciences, ISBN 2 02 006034 5.

Partie B

Introduction du point de vue quantique sur l'interaction lumière - matière

Nous débuterons la seconde partie de cet exposé en précisant l'origine de la division catégorique à laquelle la physique classique pensait devoir procéder entre les corpuscules et les ondes afin de mieux saisir, à sa fin, la portée des bouleversements que la révolution quantique a opérés. Nous reprendrons alors à sa source l'étude du rayonnement du corps noir, les caractères généraux déduits de la physique classique, les problèmes théoriques qu'elle avait soulevés et la solution que Planck lui a apportée. Nous verrons alors l'usage fait par Einstein de cette solution dans son interprétation de l'effet photo-électrique et l'échafaudage par Bohr du premier modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène. Le quantum de lumière sera alors prêt à accomplir sa métamorphose en une quasi-particule et recevoir l'attribut qui lui manquait : une impulsion. Enfin, nous arriverons à la présentation de l'audacieux pari intellectuel de De Broglie, qui inaugure la fusion des antagonistes et réalise l'unification des concepts de particule et d'onde en un nouvel objet physique : le « quanton ». Nous concluons l'exposé par quelques éléments sur les idées actuelles sur cette révolution conceptuelle centenaire.

1 Les conséquences de la « dichotomie fondamentale »

Dans l'introduction de son article intitulé « Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière », publié aux *Annalen der Physik* (cf. annexe I), Albert Einstein résuma clairement l'incompatibilité des descriptions particulières et ondulatoire. Après avoir examiné en quoi résident ces différences, nous approcherons les zones où elles entrent potentiellement en conflit et les problèmes qu'elles soulèvent alors.

1.1 Description particulière

Ayons ici à l'esprit la partie de la mécanique qui s'intéresse aux mouvements de particules ou des corps matériels. Elle modélise les particules en ignorant volontairement leur étendue spatiale et les assimile ainsi à des points géométriques auxquels une masse est affectée ; elle crée de la sorte ces fictions qu'elle désigne par l'expression consacrée de « points matériels ». Lorsqu'elle s'intéresse au mouvement de corps matériels dont le volume ne saurait être négligé, dans le premier temps de la description, elle les suppose indéformables ; cela donne ces autres objets idéels qu'elle baptise « solides ». Les problèmes étudiés comportent toujours un nombre fini, éventuellement très grand comme en mécanique statistique, de points matériels ou de solides. Il s'ensuit que le nombre de paramètres nécessaires pour décrire un système à un instant donné est lui aussi fini : trois

paramètres pour positionner chaque point matériel, six paramètres pour positionner de manière univoque les solides ; son évolution ne pourra être déterminée de manière certaine que si, de plus, la vitesse à un instant donné de chaque point matériel est connue, donc trois paramètres supplémentaires par point matériel, ainsi que six autres paramètres par solide, par exemple les vitesses d'un point lui appartenant et les trois composantes de son vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(t_0)$ à cet instant. La connaissance des forces régissant les interactions entre les participants au système étudié et entre eux et son extérieur permet, théoriquement du moins, de prévoir avec certitude son évolution par l'application des théorèmes généraux de la mécanique : principe fondamental de la dynamique pour chaque point matériel, théorèmes de la résultante cinétique et du moment cinétique pour chaque solide.

Si nous considérons donc un système de N_p points matériels et de N_s solides, $3N_p + 6N_s$ paramètres au plus sont nécessaires au positionnement de ses constituants, nombre que viennent réduire d'éventuelles contraintes ou liaisons. Désignons-les sous le terme de « coordonnées généralisées » du système et notons-les, dans le cas général, $\{q_i(t)\}_{i=1, \dots, 3N_p+6N_s}$. Ainsi, l'application des lois de la dynamique à chacun des points matériels et des solides conduit à $3N_p + 6N_s$ équations différentielles du second ordre en temps portant sur les coordonnées généralisées :

$$f_i(\ddot{q}_i, \dot{q}_i, q_i, \ddot{q}_{j \neq i}, \dot{q}_{j \neq i}, q_{j \neq i}, t) = 0 \quad i = 1, \dots, 3N_p + 6N_s, j = 1, \dots, 3N_p + 6N_s.$$

L'apparition des coordonnées généralisées $q_{j \neq i}$ dans la i -ème équation différentielle exprime l'interaction susceptible d'exister entre le point matériel ou le solide auquel correspond la coordonnée généralisée q_i et les autres constituants du système. Remarquons qu'il pourrait fort bien y avoir des dérivées par rapport au temps d'ordre supérieur à deux. Soulignons cependant qu'aucune de ces équations différentielles ne comportera de dérivées partielles par rapport aux variables d'espace : cela n'y aurait pas de sens.

Supposons que nous ayons pu intégrer le système des $3N_p + 6N_s$ équations, c'est-à-dire déterminer les coordonnées généralisées en fonction du temps. Celles-ci ne nous informent directement que sur des positions, puis, par dérivation par rapport au temps, sur des déplacements dans l'espace mais non sur l'état physique de l'extérieur du système ou de l'espace lui-même. Ces positions et ces vitesses, sont considérées comme accessibles simultanément à la mesure avec, par principe, une précision aussi grande que nécessaire, même si en l'espèce, l'expérimentateur demeure prisonnier des contingences limitatives des instruments de mesure dont il dispose. Elles permettent implicitement de calculer en retour les éléments dynamiques (forces, moments de forces) qui fixent l'évolution du système, ainsi que son état énergétique par le calcul des énergies cinétiques et potentielles. L'énergie du système mécanique peut en principe, dans ce cadre conceptuel, prendre n'importe quelle valeur, en omettant l'énergie de masse qu'ignore la physique classique. Un tel mode de connaissance donne ce que nous nommons la description lagrangienne du système.

1.2 Description ondulatoire

Les phénomènes ondulatoires présentent cette spécificité d'occuper un domaine connexe de l'espace, D , de volume fini ou non, peu importe, c'est-à-dire, dans tous les cas un ensemble infini de points. La description et donc la connaissance des phénomènes physiques dont le domaine en question est le siège, nécessitent d'y connaître certaines grandeurs physiques G_φ , scalaires ou vectorielles, en chacun de ses points. Ainsi, à chaque instant, une infinité de valeurs doit être recensée pour chacune de ces grandeurs, afin de pouvoir prétendre connaître et prévoir l'évolution des phénomènes étudiés. Cependant, ce

travail est facilité par l'intuition que nous possédons de ce que, d'un point à un autre, extrêmement voisin, les valeurs prises par ces grandeurs ne doivent, en général⁷, pas être très différentes, ce qui nous invite à regrouper ces collections de valeurs en nous servant de la variété offerte par les fonctions de plusieurs variables comme un moyen pour nous aider à les résumer à l'aide d'un nombre fini de symboles mathématiques. Il va de soi que la dimension spatiale du problème étudié détermine le nombre de variables spatiales à employer dans les fonctions utilisées pour décrire les valeurs prises par les grandeurs physiques, sachant que le déroulement temporel du phénomène ajoute au nombre de leurs arguments la variable temps, t . Ainsi, chaque fois qu'il nous est possible de mettre sous une forme $G_\varphi = g_\varphi(\vec{\mathbf{r}}, t)$ la grandeur physique G_φ , nous nous donnons un moyen pratique et économique de recenser l'infinité de ses valeurs à chaque instant.

Tout d'abord, il nous faut comprendre que ces variables d'espace ont un rôle analogue à celui des indices i des coordonnées généralisées $q_i(t)$ de la description particulière, indices qui, rappelons-le, étaient alors en nombre fini, $3N_p + 6N_s$, supérieur ou égal à celui des degrés de liberté du système physique étudié. Dans le domaine D support d'un phénomène ondulatoire, en revanche, aussi petit soit-il par ailleurs, le nombre de points est infini, infinité à laquelle répond une triple infinité « d'indices », qu'expriment désormais les trois composantes des vecteurs position $\vec{\mathbf{r}} \in D$. Ensuite, les grandeurs physiques G_φ , ou leurs fonctions g_φ , se substituent aux coordonnées généralisées $q_i(t)$ comme enjeu de nos recherches. Enfin, l'évolution temporelle du phénomène physique est gouvernée d'une part par le couplage entre les degrés de liberté supposés proches, autrement dit entre points infiniment voisins, couplage qui traduit le passage de proche en proche de la propriété véhiculée par l'une des grandeurs physiques ; elle l'est, d'autre part, par les couplages qui peuvent apparaître entre les différentes grandeurs physiques nécessaires à la connaissance de l'état physique du milieu D . Ceci se manifeste par l'introduction des dérivées partielles des fonctions décrivant les grandeurs physiques par rapport aux variables de position dans les équations qui régissent l'évolution au cours du temps des dites grandeurs. Ainsi, les équations en charge de rendre leurs évolutions temporelles sont toujours des équations différentielles aux dérivées partielles par rapport au temps et aux variables d'espaces, au moins du premier ou second ordre par rapport au temps, dans lesquelles peuvent intervenir une ou plusieurs grandeurs physiques. Les situations offertes par les vibrations d'une corde, la propagation d'un champ électromagnétique ou celle d'une onde acoustique, tant en nombre de dimensions spatiales, que par la nature scalaire ou vectorielle des grandeurs physiques décrivant l'état du milieu de propagation perturbé par le passage de l'onde, illustrent la diversité des phénomènes physiques à modéliser dans ce cadre.

Dans ce cadre, nous remarquons que les fonctions $g_\varphi(\vec{\mathbf{r}}, t)$ ne sont plus nécessairement des positions, contrairement aux coordonnées généralisées de la description corpusculaire. Cependant, nous conservons, grâce à ces champs scalaires ou vectoriels, la possibilité d'en déduire des grandeurs énergétiques qui, comme pour la description particulière, peuvent, en principe, varier par quantités aussi petites que souhaitées. Ces champs, fonctions de la position $\vec{\mathbf{r}}$ dans le milieu et du temps t , à travers lesquels nous connaissons l'état physique du milieu constituent ce que nous nommons une description eulérienne.

7. Une discontinuité n'étant souvent qu'un moyen extrême de signaler une variation exceptionnellement rapide d'un phénomène, tels, par exemple, les paramètres thermodynamiques au passage du front d'une onde de choc.

1.3 Insuffisances de chacune des descriptions

Les indices en faveur de la structure discontinue de la matière et de l'électricité s'accumulèrent entre 1890 et 1912 : l'émergence de la notion d'électrons issue de l'étude des rayons cathodiques, la détermination du nombre d'Avogadro par Jean Perrin (1870 - 1942), les succès de la théorie cinétique de la matière et de la mécanique statistique, les effets magnéto-optiques découlant de l'hypothèse de l'émission des ondes électromagnétiques par les électrons, etc. Cependant, les spectres d'émission que la spectroscopie s'était complu à cataloguer, le rayonnement du corps noir et l'effet photo-électrique ne trouvaient toujours aucune solution satisfaisante dans le cadre de la théorie ondulatoire de la lumière et de la thermodynamique. De même l'anomalie de chaleur spécifique des solides aux basses températures, c'est-à-dire le fait que leur capacité calorifique tende vers zéro lorsque la température absolue tend vers zéro, ne s'expliquait pas dans le cadre de la thermodynamique statistique classique.

Sans y prendre garde, la physique avait commencé l'exploration des phénomènes qui se déroulaient à la lisière des deux territoires, corpusculaire et ondulatoire. Or, chacune des deux descriptions passait sous silence les problèmes apparaissant à sa jointure avec l'autre. Ainsi en était-il de l'étude du processus d'émission d'une onde électromagnétique par une particule chargée. Cette étude butait en effet sur le problème du couplage entre les mouvements des particules et les ondes électromagnétiques qu'ils engendraient et, réciproquement, sur celui de la réaction des charges aux champs électromagnétiques qu'elles avaient contribué à créer. Survenait ainsi, en évidence pour la première fois, la question d'ajuster le champ électromagnétique, onde continue, et la particule chargée, corps discret, gouvernés respectivement par les équations de Maxwell et celles de Lagrange.

La voie de l'éclaircissement de ces interrogations fut tracée par l'introduction de la notion de quantum d'énergie que nous allons maintenant découvrir à travers la résolution des problèmes du rayonnement du corps noir et l'effet photo-électrique.

2 Le rayonnement du corps noir

Dans la première partie du XIX^{ème} siècle, le spectre avait été étendu en deçà du rouge visible, dans le domaine de l'infrarouge et au delà du violet visible, dans celui de l'ultraviolet ; par ailleurs, la similarité sinon de nature du moins de comportement de la « chaleur rayonnante » et de la lumière visible fut expérimentalement montrée (cf. A. 3). Ce chapitre se déroulera selon la logique de la construction des connaissances dans le domaine du rayonnement. Nous commencerons par montrer la loi de Kirchhoff et définirons alors le « corps noir ». Nous pourrons faire alors apparaître la pression de radiation comme une conséquence nécessaire du second principe de la thermodynamique appliqué au rayonnement. Nous discuterons alors des lois de Wien et de Stefan-Boltzmann, des tentatives faites pour obtenir, par l'application des principes de la thermodynamique et des lois de l'électromagnétisme, une expression analytique de la courbe du rayonnement d'équilibre thermique en fonction de la fréquence et les apories auxquelles ces tentatives conduisirent. Enfin, nous pourrons présenter la solution apportée par Planck qui introduit subrepticement le quantum d'énergie.

2.1 Loi de Kirchhoff et définition du corps noir

Les développements de la thermodynamique au milieu du siècle amenèrent les physiciens à préciser les notions énergétiques pertinentes relatives à l'émission et à l'absorption des composantes spectrales du rayonnement. Afin de ne pas trop nous éloigner du raisonnement suivi, nous renvoyons les lecteurs à l'annexe II qui rappelle les définitions utiles à connaître. La précision qu'elles apportèrent permit à Kirchhoff d'énoncer la loi fondamentale suivante :

Le rapport de l'exittance énergétique spectrique M_λ d'un corps à son coefficient spectral d'absorption $\alpha(\lambda)$ est indépendant de la nature de la substance de ce corps.

Voici le raisonnement tenu. Soit un corps quelconque à l'équilibre thermodynamique avec un rayonnement électromagnétique à l'intérieur d'une enceinte fermée. Considérons un point P quelconque à la surface du corps et l'élément de surface d'aire d^2S autour de P ; cet élément de surface reçoit un éclairement énergétique spectrique E_λ de la part du rayonnement, dont la partie $\alpha(\lambda)E_\lambda$ est absorbée. Cependant, le corps étant à l'équilibre thermodynamique, il ne peut pas accumuler l'énergie qui correspond à cet éclairement spectrique absorbé et l'émet donc avec une exittance énergétique spectrique M_λ égale à l'éclairement spectrique absorbé. D'où :

$$E_\lambda = \frac{M_\lambda}{\alpha(\lambda)}.$$

Or, E_λ est une caractéristique du rayonnement électromagnétique à la température d'équilibre fixée et non du corps enclos dans l'enceinte, ce qui démontre la loi énoncée.

Remarque 1 : la loi est encore plus précise en fait, car elle doit être vérifiée pour les échanges énergétiques qui se font selon chaque direction du demi-espace situé « au-dessus » du plan tangent en P à la surface du corps.

Remarque 2 : la loi doit bien être vraie quelle que soit la longueur d'onde. En effet, si l'on suppose qu'elle n'est pas vérifiée pour deux longueurs d'onde données, nommons-les λ_1 et λ_2 , l'équilibre thermique du corps impose que $Q = M_{\lambda_1} - \alpha(\lambda_1)E_{\lambda_1} = \alpha(\lambda_2)E_{\lambda_2} - M_{\lambda_2}$ pour que le bilan énergétique entre le corps et le rayonnement soit nul. On peut imaginer que l'on dépose sur l'élément de surface un filtre parfaitement transparent à λ_1 et parfaitement réfléchissant à λ_2 de sorte que le rayonnement de longueur d'onde λ_1 atteigne effectivement le corps mais pas celui à λ_2 de sorte qu'il pourrait y avoir un échange énergétique de bilan non nul entre le rayonnement et le corps, rompant l'équilibre thermique de ce dernier, ce qui est incompatible avec l'hypothèse initiale.

Remarque 3 : la relation est locale car si le matériau n'est pas homogène, rien ne justifie que le coefficient d'absorption $\alpha(\lambda)$ soit le même en tout point.

On définit le *corps noir* comme étant un corps opaque qui absorbe intégralement, à toute longueur d'onde et quelle que soit la direction d'incidence, le rayonnement électromagnétique incident. Ainsi, pour un corps noir, $\alpha(\lambda) = 1$. Le nom est explicite car un corps absorbant tout rayonnement paraît effectivement noir.

Une bonne réalisation pratique du corps noir consiste en une enceinte creuse, aux parois suffisamment épaisses, dont les faces internes sont parfaitement réfléchissantes, afin d'être imperméables au rayonnement et ouverte sur l'extérieur par un tout petit orifice. Ainsi, le rayonnement qui pénètre par l'orifice dans la cavité est-il piégé *de facto* car sa

probabilité d'en ressortir après réflexions sur les parois est extrêmement faible, proche de zéro. Le trou dans l'enceinte joue ainsi le rôle d'un absorbeur quasi parfait, donc d'un corps noir. Il ne reste plus qu'à porter cette enceinte à la température T désirée, dans un thermostat, pour étudier le rayonnement à l'équilibre à l'intérieur de la cavité à T .

2.2 Le rayonnement d'équilibre thermique du corps noir

Le rayonnement électromagnétique piégé dans la cavité, ou « rayonnement d'équilibre thermique du corps noir à une température T », possède les propriétés suivantes : il est homogène (il ne dépend pas du point où l'on se trouve dans la cavité), il est isotrope (aucune direction particulière de l'espace n'est privilégiée) et il n'est pas polarisé (aucune direction particulière du champ électrique n'est privilégiée). Par ailleurs, les réflexions du rayonnement sur les parois donnent, à l'équilibre, existence à une densité volumique spectrique (ou spectrale) d'énergie électromagnétique u_λ^0 uniforme dans le volume de l'enceinte et indépendante du temps.

C'est cette densité volumique d'énergie électromagnétique spectrique que l'on désire étudier ; ce qui est fait à partir du petit flux d'énergie électromagnétique $\delta\Phi_e$ qui peut s'échapper par la section δS de l'orifice de l'enceinte vers le demi-espace que délimite le plan tangent à l'enceinte à l'endroit où est situé l'orifice. Par la spectrophotométrie, il sera possible de tracer la courbe $u_\lambda^0 = f(\lambda)$. En effet, le flux énergétique $\delta\Phi_e$ est égal à la somme sur toutes les longueurs d'onde du flux énergétique spectrique $\delta\Phi_\lambda$: $\delta\Phi_e = \int_0^{+\infty} \delta\Phi_\lambda d\lambda$. Or, le spectrophotomètre permet d'isoler successivement chaque partie $\delta\Phi_\lambda d\lambda$ élémentaire du flux énergétique et de la mesurer, ce qui donne accès ainsi au flux énergétique spectrique $\delta\phi_\lambda$ dans l'intervalle de longueur d'onde de largeur $d\lambda$ autour de la valeur λ . l'exitance énergétique spectrique M_λ s'en déduit en calculant $M_\lambda = \delta\Phi_\lambda/\delta S$. Enfin, la densité volumique spectrique d'énergie du rayonnement d'équilibre est liée à l'exitance énergétique spectrique par la relation (cf. Annexe III pour sa démonstration) :

$$u_\lambda^0 = \frac{4}{c} M_\lambda$$

Il devient alors possible de tracer u_λ^0 à une température donnée en fonction de la longueur d'onde λ . Les courbes sont données dans le document annexé au photocopié, en fonction de λ ; nous y avons aussi joint la densité volumique d'énergie spectrale du rayonnement, u_ν^0 , telle que $u_\lambda^0 d\lambda = u_\nu^0 d\nu$ où $d\nu = c|d\lambda|/\lambda^2 = \nu^2|d\lambda|/c$.

Plusieurs remarques doivent être faites sur les courbes de u_λ^0 :

1. le maximum de la densité volumique spectrique (donc de l'exitance énergétique spectrique) du rayonnement se produit à une longueur d'onde qui se déplace vers les courtes longueurs d'onde lorsque la température d'équilibre croît ;
2. la valeur de ce maximum augmente aussi dans les mêmes circonstances ;
3. l'aire sous la courbe qui donne la densité volumique totale du rayonnement dans l'enceinte s'accroît avec la température. Ceci doit être relié avec les connaissances pratiques que nous avons du rayonnement : un solide métallique fortement chauffé passe de l'opaque au rouge puis à l'orange et au jaune vif au fur et à mesure que sa température augmente, de même que son énergie interne. Si ce solide constitue les parois de l'enceinte d'un corps noir, on conçoit aisément que les qualités du rayonnement des parois se transmettent à celles du rayonnement qui siège dans le volume intérieur à l'enceinte.

2.3 Les lois de Stefan-Boltzmann et de Wien

Avant même que fût déterminée empiriquement la fonction décrivant les courbes de la densité volumique d'énergie spectrique $u_\lambda^0(\lambda, T)$, les données expérimentales et les raisonnements de la thermodynamique et de l'électromagnétisme avaient permis de dégager deux lois sur le rayonnement, vérifiées expérimentalement et qui furent confirmées après la découverte de la fonction u_λ^0 par Planck en 1900.

La première de ces lois est celle de Stefan - Boltzmann, exprimée dès 1879 à partir des études expérimentales sur le rayonnement, confirmée en 1884 par des considération thermodynamiques par Boltzmann. Elle stipule que : *la densité volumique d'énergie électromagnétique du rayonnement du corps noir, $u^0(T)$ est proportionnelle à la puissance quatrième de la température absolue avec $u^0(T)$ définie par la relation $u^0(T) = \int_0^{+\infty} u_\lambda^0(\lambda, T)d\lambda$.* Ainsi,

$$u^0(T) = a T^4$$

où a est une constante indépendante de la nature précise de la substance qui constitue les parois de l'enceinte.

Nous allons montrer que cette loi est effectivement corroborée par l'expression de la pression de radiation d'un rayonnement complètement diffusé, que Maxwell avait déjà calculée, $p = u/3$ (cf. Annexe IV), soit $p_{en} = u^0/3$ pour la pression de radiation du corps noir. En effet, l'énergie interne U du rayonnement dans le volume V de l'enceinte vaut, eu égard à ce que $u^0(T)$ représente la densité volumique d'énergie du rayonnement :

$$U = u^0(T)V$$

d'où

$$dU = V du^0 + u^0 dV = V \frac{du^0}{dT} dT + u^0 dV.$$

Par ailleurs, l'identité fondamentale thermodynamique :

$$dU = T dS - p dV$$

conduit à :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T} dV = \frac{V}{T} \frac{du^0}{dT} dT + \frac{4}{3} \frac{u^0}{T} dV$$

L'entropie d'un système étant une fonction d'état, sa différentielle est exacte, ce qui se traduit par l'égalité de ses dérivées croisées, soit :

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{4}{3} \frac{u^0}{T} \right)_{V=cte} = \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{V}{T} \frac{du^0}{dT} \right)_{T=cte}$$

d'où, en tenant compte de ce que u^0 n'est fonction que de la température T , et tous calculs faits :

$$\frac{du^0}{u^0} = 4 \frac{dT}{T}$$

qui s'intègre en $u^0 = a T^4$ comme l'annonce la loi de Stefan - Boltzmann. Cette loi est à relier à la troisième remarque du paragraphe précédent et explique pourquoi l'aire sous la courbe de u_λ^0 augmente avec la température et surtout comment elle croît, puisque u^0 représente cette aire.

La seconde loi, demeurée valide après la découverte de Planck, est la loi « du déplacement » de Wien. Elle affirme que *le produit de la température absolue T et de la longueur*

d'onde à laquelle apparaît le maximum de la densité volumique d'énergie spectrique, λ_m , est constant. Arnold Sommerfeld (1868 - 1951) donne dans son cours de 1915 une élégante version de la démonstration de la loi de Wien, fondée sur l'argument dimensionnel suivant.

L'expérience a montré que la densité énergétique spectrique $u_\lambda^0(T)$ ne dépend que de la longueur d'onde λ du rayonnement et de la température absolue T et ce quelle que soit la nature de la paroi de la cavité constituant le corps noir. Par ailleurs, la dimension physique de la densité énergétique spectrique est celle d'une énergie divisée par un volume et par une longueur, donc :

$$[u_\lambda^0] = \frac{\text{énergie}}{\text{longueur}^4}.$$

La seule quantité ayant la dimension d'une énergie et faisant intervenir la température absolue est $k_B T$ ou RT , où k_B est la constante de Boltzmann et R la constante des gaz parfaits⁸. La dimension « longueur » est naturellement introduite par la longueur d'onde λ . Ainsi, $u_\lambda^0(T)$ doit avoir la forme $\alpha k_B T / \lambda^4$ où α est une constante. Cependant, cette forme ne peut décrire convenablement la densité énergétique spectrique car elle diverge au courtes longueurs d'onde, ce que ne montre pas l'expérience, et de plus, son intégrale sur l'ensemble du spectre diverge aussi, ce qui est manifestement contraire à l'expérience. Par ailleurs, comme les courbes de $u_\lambda^0(T)$ ne sont pas proportionnelles à la température, la constante α doit être en réalité une fonction d'un argument sans dimension dans lequel entre au moins λ et T . D'où il résulte que :

$$u_\lambda^0(T) = \alpha' \frac{k_B T}{\lambda^4} f(b\lambda T^\beta)$$

où α' , b et β sont de vraies constantes, telles que α' et $b\lambda T^\beta$ soient sans dimension et telles que :

$$u^0(T) = \int_0^{+\infty} u_\lambda^0(T) d\lambda = aT^4$$

Soit :

$$u^0(T) = \int_0^{+\infty} \alpha' \frac{k_B T}{\lambda^4} f(b\lambda T^\beta) d\lambda = aT^4$$

ou encore, en posant $x = b\lambda T^\beta$, sans dimension :

$$u^0(T) = \alpha' k_B b^3 T^{3\beta+1} \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^4} f(x) dx = aT^4$$

D'où il résulte, l'intégrale étant un nombre sans dimension, que β doit être égale à 1. Par conséquence,

$$u_\lambda^0(T) = \alpha' \frac{k_B T}{\lambda^4} f(b\lambda T) \quad (A)$$

et $x = b\lambda T$. Recherchons la condition que doit satisfaire λ_m , longueur d'onde correspondant au maximum de la densité énergétique spectrique :

$$\frac{du_\lambda^0(T)}{d\lambda} = 0 = \alpha' \frac{k_B T}{\lambda_m^5} (-4f(b\lambda_m T) + b\lambda_m T f'(b\lambda_m T))$$

Ainsi, $b\lambda_m T = x_m$ où x_m est la solution de l'équation $x_m f'(x_m) - 4f(x_m) = 0$. D'où $\lambda_m T = cte = x_m/b$. Ce qui démontre la loi « du déplacement » de Wien.

Nous voyons de la sorte comment des résultats partiels intermédiaires permettaient de faire progresser la connaissance des lois du rayonnement du corps noir alors que la fonction u_λ^0 était encore inconnue.

8. k_B et R sont liées par la relation $k_B N_A = R$ où N_A est la constante d'Avogadro.

2.4 Tentatives de Rayleigh, de Wien et de Planck

Les premiers essais tentés pour trouver l'expression de la densité volumique d'énergie spectrique ne furent pas satisfaisants.

Ainsi celui de John William Strutt, Lord Rayleigh (1842 - 1919) et de Sir James Hopwood Jeans (1877 - 1946). Leur argumentation reposait sur l'électromagnétisme : l'étude des ondes électromagnétiques stationnaires s'établissant dans une cavité résonante parallélépipédique aux parois parfaitement réfléchissantes leur avait montré que les équations pouvaient être assimilées à celles d'oscillateurs harmoniques dont le nombre, dans l'intervalle de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$, était $8\pi\nu^2 V d\nu / c^3$ où V était le volume de la cavité et c , la célérité de la lumière dans le vide (cf. Annexe V) ; ainsi que sur la mécanique statistique : le principe d'équipartition de l'énergie les portait à attribuer à chaque oscillateur une énergie moyenne égale à $k_B T$. Ceci les conduisit donc à une densité volumique d'énergie spectrale $u_\nu^0(T)$ égale à $8\pi\nu^2 k_B T / c^3$, ou exprimée en longueurs d'onde, $u_\lambda^0(T)$, telle que $u_\lambda^0(T) d\lambda = u_\nu^0(T) d\nu$, à :

$$u_\lambda^0(T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} k_B T$$

qui possède bien la forme générale établie par Wien avec f fonction constante égale à 1 et $\alpha' = 8\pi$ effectivement sans dimension. Cependant, comme nous l'avons fait remarquer, elle ne saurait valoir au mieux que pour les grandes longueurs d'onde puisqu'elle fait survenir, aux courtes longueurs d'onde, une divergence que l'on a nommée alors « catastrophe ultraviolette ». Et de fait, l'expression convient fort bien pour décrire la partie des courbes située aux grandes longueurs d'onde, domaine dont nous préciserons plus loin la signification et ce qui le délimite.

Peu après cette première tentative, Wien et Planck proposèrent pour la densité volumique d'énergie spectrale $u_\nu^0(T)$, en 1896, $\alpha\nu^3 \exp(-\frac{b}{\lambda T})$ où α et b devaient être deux constantes dimensionnées. L'accord sembla convenable jusqu'aux mesures faites en 1899 par Lummer, Pringsheim, Kurlbaum et Rubens qui mirent en évidence de manière certaine, un écart subsistant, cette fois-ci, aux grandes longueurs d'onde. Le problème restait donc toujours sans solution. Or, apparaissait dans la nouvelle expression une exponentielle dont l'argument $b/\lambda T$ se devait d'être sans dimension : la constante b devait donc avoir la dimension d'une énergie \times longueur / k_B , sans cependant que $k_B T$ y apparût, ce qui eût fait disparaître la dépendance en température. Réécrit sous la forme $b'/\lambda k_B T$, b' devait avoir la dimension d'une énergie \times longueur ou d'une action⁹ \times vitesse. Comme la vitesse naturelle du problème semblait devoir être celle de la lumière dans le vide, il devenait évident que devait émerger une nouvelle constante fondamentale ayant la dimension d'une action, qui permettait d'écrire l'argument sous la forme :

$$\frac{\text{constante d'action} \times c}{\lambda k_B T}$$

2.5 La solution de Planck : apparition du quantum d'énergie

Rompu à la subtilité des raisonnements de la thermodynamique qu'il avait étudiée auprès de Helmholtz et Kirchhoff à Berlin et pénétré de l'importance du lien entre l'entropie et l'énergie, Planck reprit le problème en essayant de calculer l'entropie S d'un résonateur rayonnant une oscillation monochromatique en fonction de son énergie U , dans la mesure

9. Une action est une grandeur ayant la dimension d'une quantité de mouvement ou d'une impulsion multipliée par une longueur, comme dans l'intégrale d'action maupertuisienne $\int m\vec{v} \cdot d\vec{r}$, minimale lors du mouvement d'un système conservatif.

où $dS/dU = 1/T$. Le problème se réduisait donc à trouver $S(U)$.

Dans ses vues profondes, Planck invoquait les irrégularités permanentes d'amplitude et de phase que connaît un oscillateur à une échelle de temps grande devant la période des oscillations mais petite devant celle des mesures faites sur les caractéristiques de l'oscillateur, pour justifier l'intervention du désordre dans le comportement de l'oscillateur et, partant, celle de l'entropie. A contrario, affirmait-t-il, un oscillateur dont l'amplitude et la phase seraient rigoureusement constants n'aurait aucune entropie et « l'énergie d'oscillation devrait pouvoir se transformer librement et complètement en travail¹⁰. » Ainsi, Planck considère l'énergie U d'un oscillateur comme une moyenne au cours du temps de son énergie instantanée ou une moyenne statistique sur un grand nombre N d'oscillateurs identiques, selon le « principe ergodique¹¹. » De la sorte, l'énergie totale des résonateurs U_N est égale à NU ; de même que l'entropie totale de ces oscillateurs S_N est égale à NS , où S est l'entropie moyenne d'un oscillateur.

Or, d'après les vues de Boltzmann sur l'entropie, $S_N = k_B \ln \Omega$ où Ω représente le nombre de micro-états caractérisés par l'énergie totale U_N et la température T . Le nombre en question correspond au nombre de manières de répartir l'énergie U_N sur les N oscillateurs ; Planck l'évalue selon la combinatoire classique en la supposant divisée en P quantités élémentaires ϵ : $U_N = P \cdot \epsilon$. Formellement, cela revient à déterminer combien il existe de manières de placer $N - 1$ barrières parmi P objets identiques, ce qui revient à calculer le nombre de combinaisons de $N - 1$ objets parmi $N + P - 1$; Donc,

$$\Omega = \frac{(N + P - 1)!}{(N - 1)!P!}$$

N et P étant supposé très grand devant 1, on peut utiliser l'approximation de Stirling $N! \approx N^N$, $P! \approx P^P$ et $(N + P - 1)! \approx (N + P)^{N+P}$. Ainsi,

$$S_N \approx k_B ((N + P) \ln(N + P) - N \ln N - P \ln P)$$

soit

$$S_N \approx k_B N \left(\left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) - \frac{U}{\epsilon} \ln \frac{U}{\epsilon} \right)$$

et

$$S \approx k_B \left(\left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) - \frac{U}{\epsilon} \ln \frac{U}{\epsilon} \right) \quad (B)$$

L'entropie moyenne S d'un oscillateur apparaît comme une fonction de la variable U/ϵ . Restons-en momentanément là et revenons aux propriétés générales que doit présenter la densité volumique d'énergie spectrique, exprimée en fonction de la fréquence ν et de la température T . $u_\nu^0(T)$ doit être telle que :

$$[u_\nu^0(T)] = \frac{\text{énergie} \times \text{temps}}{\text{volume}} \quad \text{et} \quad u^0(T) = \int_0^{+\infty} u_\nu^0(T) d\nu = aT^4$$

Il apparaît évident que, vu la nature des phénomènes physiques concernés, T (éventuellement sous la forme énergétique $k_B T$, ν et c doivent participer à la construction de $u_\nu^0(T)$.

10. in « À propos de la loi de distribution de l'énergie dans le spectre normal », *Annalen der Physik* 4, 533-563 (1901), Springer-Verlag

11. Le « principe ergodique », problème de la branche des systèmes dynamiques différentiels, est devenu vers 1931, sous un régime d'hypothèses peu restrictives, le théorème de Birkhoff. cf *Mathematical foundations of statistical mechanics* I.A. Khinchin, 1949, *Dover publications, Inc.*, New-York, ISBN 0-486-60147-1.

Or, si dimension « énergie » peut apparaître sous la forme $k_B T$, elle peut aussi bien le faire sous la forme U . La dimension « temps/volume » est alors produite par le rapport ν^2/c^3 . De sorte que

$$u_\nu^0(T) = \alpha \frac{\nu^2}{c^3} U$$

α étant une constante pure. Par ailleurs, l'équation (A) de § 2.3 montre une autre forme de $u_\nu^0(T)$ qui, transformée en $u_\nu^0(T)$, donne :

$$u_\nu^0(T) = \alpha' \frac{k_B T \nu^2}{c^3} f\left(b \frac{cT}{\nu}\right) = \beta' \nu^3 g\left(\frac{T}{\nu}\right)$$

L'identification des deux formes de $u_\nu^0(T)$ donne pour l'énergie moyenne :

$$U = \gamma' \nu g\left(\frac{T}{\nu}\right)$$

L'inversion de cette relation pour tirer la température donne ainsi :

$$T = \nu g_1\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{\nu} g_2\left(\frac{U}{\nu}\right) = \frac{dS}{dU}$$

Par intégration de la dernière relation, nous obtenons que $S = g_3\left(\frac{U}{\nu}\right)$ où g_3 est une primitive de g_2 . Or, d'après la relation (B), U/ϵ doit être proportionnel à U/ν . Ceci implique que ϵ soit proportionnel à la fréquence ν ; la constante de proportionnalité introduite ayant la dimension d'une action, Planck l'a nommée la « constante fondamentale d'action », notée h , que nous connaissons aujourd'hui sous le nom de constante (d'action) de Planck. Le calcul de U était ainsi achevé :

$$S \approx k_B \left(\left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) - \frac{U}{h\nu} \ln \frac{U}{h\nu} \right)$$

et

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} = \frac{k_B}{h\nu} \ln \left(1 + \frac{h\nu}{U}\right)$$

d'où l'on tire :

$$U = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

Reprenant l'argument de Jeans selon lequel le nombre d'oscillateurs de fréquences comprises entre ν et $\nu + d\nu$ était $8\pi\nu^2 d\nu/c^3$, Planck déduit que :

$$u_\nu^0(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

qui s'ajustait parfaitement aux mesures de Lummer et Pringsheim. Il est aisé de vérifier que les tentatives avortées de Rayleigh et Jeans puis celle de Wien et de lui-même se déduisent pourtant de l'expression trouvée par Planck, respectivement aux grandes longueurs d'onde, lorsque $h\nu \ll k_B T$ ou $\lambda \gg hc/k_B T$ pour l'expression de Rayleigh et Jeans et aux courtes longueurs d'onde, lorsque $h\nu \gg k_B T$ ou $\lambda \ll hc/k_B T$ pour l'expression de Wien et Planck. La validité à la limite des grandes longueurs d'onde de l'expression de Rayleigh et Jeans trouve sa source dans le fait que les quanta d'énergie sont alors extrêmement petits - ils tendent à la limite vers 0 - ce qui permet d'assimiler les échanges d'énergie

entre la matière et le rayonnement à des processus d'émission et d'absorption continus, conformément au cadre conceptuel de l'électromagnétisme classique ; l'équipartition de l'énergie sur les oscillateurs prévue par la thermodynamique pouvait ainsi se justifier dans leur démarche. En revanche, l'expression de Wien et Planck étant empirique, - elle visait avant tout à rendre compte de ce que les densités volumiques d'énergie spectrique ou spectrale possédaient un maximum -, trouvait d'autant moins de justification théorique qu'elle imposait l'intervention d'une nouvelle constante fondamentale ; seul les justifiait leur respect de la forme des densités déduites par Wien et qui l'avaient conduit à sa loi « de déplacement ».

Planck fut peu loquace dans l'article de 1901 sur l'interprétation à donner à la quantité $\epsilon = h\nu$ qu'il avait mis au jour et qu'il baptisa modestement « l'élément d'énergie. » Et c'est ainsi un peu « hors baptême » que naquit le quantum d'énergie lumineuse, « unité de compte » des quantités d'énergie échangées entre la matière et le rayonnement à la fréquence ν . Dans son ouvrage intitulé *La théorie physique au sens de Boltzmann et ses prolongements modernes*, René Dugas rapporte qu'ayant montré ses travaux à Boltzmann - travaux similaires à ceux de Rayleigh et Jeans et fondés sur une conception continue de l'émission et de l'absorption - Planck s'entendit répondre par le maître de l'interprétation statistique de la thermodynamique qu'il n'obtiendrait jamais une théorie satisfaisante de l'équilibre entre la matière et le rayonnement s'il n'introduisait pas une discontinuité dans les processus d'émission et d'absorption...

3 Interprétation de l'effet photoélectrique et des spectres

Découverte adjacente à celle des ondes électromagnétiques par Hertz, en 1887, l'effet photoélectrique, quantitativement étudié par Wilhelm Hallwachs (1859 - 1922), demeura énigmatique jusqu'à l'explication « lumineuse » qu'en fournit Einstein dans son article « Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière » de 1905, aux *Annalen der Physik*. Reprenant le travail de Planck, il y introduisit la notion de « quantum de lumière », *Lichtquant*, et y décrivit un processus d'interaction entre le rayonnement et la matière propre à rendre compte des données expérimentales alors accumulées.

3.1 Description du dispositif d'étude et observations expérimentales

Les études quantitatives de l'effet furent conduites sur des cellules photoélectriques introduites dans un circuit électrique qui permettait d'établir la caractéristique courant - tension de la cellule dans diverses conditions d'éclairement. La cellule photoélectrique est constituée de deux électrodes scellées dans un tube à vide : l'anode est constituée d'un fil métallique porté à un potentiel V_a chargé de collecter les électrons éjectés par la photocathode ; cette dernière, portée au potentiel V_c , est une plaque courbée dont la concavité est tournée vers l'anode et la face concave recouverte d'un métal (alcalin, ou alcalinoterreux). La cathode est disposée de façon à pouvoir être éclairée sur sa face concave par un faisceau lumineux. Un voltmètre mesure la différence de potentiel $V_a - V_c$ et un ampèremètre l'intensité du courant électrique d'anode I_a . (cf. le schéma donné dans le document annexe). L'attention se porta sur l'existence d'un courant électrique, qui traduisait la circulation

d'électrons de la cathode à l'anode, en fonction de la fréquence du rayonnement lumineux et de son intensité, d'une part, en fonction de la tension appliquée entre les électrodes à conditions d'éclairement fixées, d'autre part.

Le résultat le plus remarquable était l'existence d'une fréquence seuil ν_0 , caractéristique du métal déposé sur la photocathode, en dessous de laquelle le rayonnement monochromatique se révélait totalement inopérant, quelle que fut par ailleurs son intensité lumineuse. A contrario, tous les rayonnements ayant des fréquences supérieures à ce seuil provoquaient l'apparition d'un courant électrique dans le circuit de la cellule, quelle que fut, là aussi, l'intensité de ces rayonnements. Enfin, pour une lumière de fréquence supérieure à celle du seuil, l'intensité du courant électrique était strictement croissante en fonction de la tension anode - cathode : nulle pour les tensions $V_a - V_c$ inférieures à une valeur négative $-U_0$, elle augmentait avec la tension jusqu'à atteindre une valeur maximale, l'intensité du courant électrique de saturation, I_{sat} , qui variait dans le même sens que l'intensité du faisceau lumineux éclairant la photocathode. U_0 , nommée « potentiel d'arrêt » croissait linéairement avec la différence entre la fréquence du rayonnement employé et celle de seuil, $U_0 = \alpha(\nu - \nu_0)$, sans dépendre de l'intensité du faisceau lumineux et avec une pente α indépendante de la nature du métal recouvrant la photocathode.

3.2 Hypothèse du quantum de lumière

Dans l'annexe VI, vous trouverez, consignée dans l'article publié aux *Annalen der Physik* qui valut à son auteur le Prix Nobel de physique en 1921, la manière dont Einstein a envisagé le processus d'absorption des quanta de lumière. Et de fait, Einstein y utilise dans la plénitude de son effet l'hypothèse de l'existence de quantités d'énergie indivisibles, les quanta de lumière qui sont aussi des quanta d'énergie, reprenant l'idée des « éléments d'énergie » logiquement obtenue par Planck à partir des considérations thermodynamiques qui le menèrent à la formule correcte pour le rayonnement du corps noir.

Einstein y suppose que l'interaction entre le rayonnement et les électrons contenus dans les matériaux pour lesquels l'effet photoélectrique a pu être constaté, doit être considérée comme un processus d'absorption de quanta de lumière monochromatique par lesdits électrons, qui déclenche la production de rayons cathodiques. Cependant, il fixe une règle, présentée par lui comme une règle de plus grande simplicité, selon laquelle un électron ne pourra absorber qu'un seul quantum de lumière à la fois. Or, cette règle apparaît en fait nécessaire car si, grâce à un éclairage suffisamment intense de la photocathode, plusieurs quanta pouvaient être simultanément présents et absorbés par un électron, ils lui fourniraient alors certainement l'énergie nécessaire pour qu'il soit éjecté du corps illuminé et ce, quelle que soit la fréquence de la lumière. Par conséquent, l'intensité de la lumière illuminant la photocathode jouerait alors un rôle dans le déclenchement de l'éjection des électrons : quelle que soit la fréquence, il existerait un seuil d'intensité lumineuse au-dessus duquel il serait toujours possible d'obtenir l'éjection de quelques électrons, alors qu'au-dessous de ce seuil il se pourrait que trop peu de photons pussent être présents pour être simultanément absorbés par un électron. Or, les études expérimentales n'offrent aucun exemple où ce fait aurait pu être observé : au contraire, pour les rayonnements de fréquences ν inférieures à celle de seuil, ν_0 , aucune intensité lumineuse, aussi forte soit-elle, ne parvient à déclencher la production de photo-électrons. Ceci plaide donc en faveur du schéma « un électron absorbe éventuellement un seul photon » adopté par Einstein pour se représenter l'échange d'énergie entre le rayonnement et la matière.

La fréquence de seuil se trouve, selon ce schéma, justifiée par l'existence d'un travail

minimal à fournir à chaque électron pour le sortir du métal. En effet, si la fréquence du rayonnement est trop faible, l'énergie apportée par chaque quantum du faisceau lumineux est insuffisante pour permettre l'éjection de l'électron ; comme, par ailleurs, l'absorption simultanée de plusieurs quanta lumineux est exclue, il est impossible alors que des rayons cathodiques puissent être produits de la sorte. Ce qui est effectivement constaté.

Le courant de saturation résulte de ce que, pour un flux énergétique Φ de la lumière monochromatique de fréquence ν capté par la photocathode, le nombre \dot{n} de quanta susceptibles de se manifester dans le faisceau, par unité de temps, est limité. Il est égal à :

$$\dot{n} = \frac{\Phi}{h\nu}$$

Selon le processus d'absorption envisagé, \dot{n} représente aussi le nombre maximal d'électrons susceptibles d'être éjectés de la photocathode et recueillis par l'anode par unité de temps. En réalité, l'efficacité de l'effet photoélectrique est très sensible à l'état de surface du dépôt sur la photocathode et, pour une cellule donnée, seule la fraction η des quanta d'énergie réussit à extraire des électrons. Si le potentiel de l'anode est suffisamment élevé pour qu'aucun des électrons tirés du corps ne puisse lui échapper, le nombre maximal d'électrons par unité de temps atteignant alors l'anode est $\eta\dot{n}$; l'intensité du courant de saturation est par conséquent égale à :

$$I_{sat} = e\eta\dot{n} = e\eta\frac{\Phi}{h\nu}$$

où e est la valeur absolue de la charge de l'électron. Si le rendement quantique η de la cellule est constant en fonction du flux énergétique reçu, alors l'intensité du courant de saturation doit être proportionnelle au flux énergétique de la lumière productrice intercepté par la photocathode.

L'hypothèse d'Einstein de l'absorption unitaire d'un quantum de lumière par un électron du corps a ainsi permis d'interpréter correctement et sans difficultés particulières les lois expérimentales, qualitatives et quantitatives, constatées par Lenard et Hallwachs dans leur étude de l'effet photoélectrique. Son schéma a procuré en outre une image simple - trop simple sans doute - mais extrêmement efficace de l'étrange « élément d'énergie » déduit, cinq ans plus tôt, par Planck, mais si peu commenté par lui. Cependant, si la simplicité du processus envisagé s'imposait en apparence, il n'était pas exempt d'obscurités et n'en instillait pas moins d'inconciliables difficultés au cœur des conceptions de la physique classique.

3.3 Modèle semi-classique de l'atome

La simplicité du nouveau concept l'emporta sur l'heure et Niels Bohr (1885 - 1962) s'en empara pour élaborer le premier modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène, le plus simple avec lequel il était possible d'espérer obtenir un résultat. En 1908, en effet, Walter Ritz (1878 - 1909) avait montré que les longueurs d'onde de toutes les séries des raies spectrales de l'hydrogène pouvaient être déduites de la formule :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

où m et n ($m < n$) sont des entiers et R_H est la constante de Rydberg, égale à $1,09737 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$. Or, en multipliant l'expression par le produit hc , on obtenait la relation :

$$\frac{hc}{\lambda} = h\nu = R_H hc \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

interprétée par Bohr de la manière suivante : le quantum d'énergie $h\nu$ émis par un atome d'hydrogène était en fait égal à une différence d'énergies possibles de l'électron dans l'atome, correspondant à un changement de son état. L'expression de l'énergie de l'électron qu'il retenait était :

$$E_n = -\frac{R_H hc}{n^2} = -\frac{E_0}{n^2}$$

E_0 étant égale à 13,6 eV. Cette hypothèse l'obligeait ce faisant à accepter l'idée que l'énergie de l'électron ne pouvait être quelconque, à rebours de ce qu'autorisaient les théories de la physique classique. Or, en cette année 1913, le jeune Bohr travaillait à Cambridge dans le laboratoire de Lord Ernest Rutherford (1871 - 1937) qui venait de découvrir par ses expériences de diffusion la nature profondément lacunaire de la matière, invitant ainsi à se forger des atomes l'image de systèmes solaires en miniature. Pour aboutir à l'expression qu'il supposait de l'énergie de l'électron dans l'atome d'hydrogène, Bohr dû introduire une hypothèse *ad hoc* de sélection des mouvements possibles de l'électron autour du proton : il postula ainsi que *parmi tous les mouvements de l'électron que la mécanique classique reconnaît comme possibles, seuls sont stables et réalisés dans la nature ceux qui sont circulaires et satisfont à la règle de quantification de l'action : $m_e v(2\pi r) = nh$, où m_e est la masse de l'électron, r le rayon de sa trajectoire circulaire permise, v sa vitesse sur cette trajectoire et n un entier naturel non nul*. Il reconstitua sur la base de ce postulat l'expression de l'énergie des niveaux autorisés qu'il avait supposée.

Son succès l'invita à généraliser et adapter son postulat aux atomes à plusieurs électrons : *parmi tous les mouvement des électrons intraatomiques que la mécanique ancienne reconnaît comme possibles, seuls sont stables et réalisés dans la nature certains d'entre eux satisfaisant à des conditions de quantification dans lesquelles intervient la constante de Planck, de sorte que l'atome ne peut être que dans certains états « stationnaires » quantifiés*. Il l'accompagna du postulat selon lequel *l'atome est susceptible de passer d'un état quantifié d'énergie E_i à un autre état quantifié d'énergie E_k par une « transition brusque » en émettant (lorsque $E_k < E_i$) ou en absorbant (dans le cas contraire) un quantum d'énergie $h\nu_{ik}$ satisfaisant à la conservation de l'énergie : $h\nu_{ik} = |E_i - E_k|$* . Ses postulats offrirent un cadre général de pensée, développé ensuite par Sommerfeld, pour préciser les règles de sélection et de quantification et comprendre les données que la spectroscopie pratiquée au long du XIXème siècle avait accumulées.

3.4 Étrangetés quantiques

Certes, le quantum de lumière attesta de son efficacité à résoudre les problèmes du rayonnement du corps noir et à donner une explication cohérente et rationnelle à l'effet photoélectrique et aux spectres d'émission et d'absorption. Toutefois et assez rapidement, on ne put plus dissimuler les difficultés conceptuelles qui entouraient les quanta ni occulter les délicates questions que ne manquaient de soulever des esprits imprégnés des représentations ancrées par la physique classique. Comment, par exemple, se distribuaient les quanta d'énergie sur le front d'onde continu du faisceau lumineux ? L'énergie transportée par la lumière était-elle présente à tout instant dans le faisceau sous la forme des indivisibles quanta ou bien ne « cristallisait-elle » sous la forme de quanta qu'au moment où

survenait une interaction de la lumière avec la matière ?

Les processus d'émission et d'absorption et partant la représentation de l'atome que l'on commençait tout juste à entrevoir n'étaient pas, eux non plus, épargnés. Quelles lois sous-jacentes contraignaient une particule chargée, en l'espèce l'électron, occupant un certain volume que l'on imaginait volontiers bien localisé dans l'espace à tout instant et animé d'un mouvement continu, à ne perdre ou n'accepter que des quantités bien définies d'énergies à l'exclusion de toutes autres ? Que pouvait bien signifier la « transition brusque » envisagée par Bohr et pouvait-on espérer jamais en comprendre son « mécanisme » ? Où se situait et quelles lois régissaient le comportement de l'électron pendant la transition entre deux états stables ? Comment et pourquoi un électron réputé être dans un état stable subissait-il une transition le faisant changer d'état ? Ces états quantiques étaient-ils aussi stables qu'on l'affirmait ? Alors que l'électromagnétisme classique avait prouvé que toute particule accélérée rayonnait son énergie, que le mouvement circulaire de l'électron autour du noyau suggéré par Bohr était effectivement accéléré, ses lois encore inconnues régissaient-elles aussi l'existence de trajectoires particulières pour lesquelles le mouvement de la particule chargée était accéléré sans pourtant rayonner d'énergie ?

Telles sont quelques unes des questions qui s'insinuaient en ces années où la physique renouvelait, à travers la relativité restreinte et la théorie des quanta naissantes, ceux parmi ses fondements qui paraissaient les mieux établis.

4 Le quantum d'énergie et sa quantité de mouvement

La discontinuité fondamentale introduite par les quanta de lumière et leur localisation, nichée au cœur de l'interprétation de l'effet photoélectrique à travers le processus binaire d'interaction entre le faisceau lumineux et la matière, un quantum de lumière absorbé par un électron, inventé par Einstein, tendaient à conférer un caractère fortement corpusculaire au quantum d'énergie. Or, l'application de la relation énergie-quantité de mouvement issue de la relativité restreinte au quantum d'énergie conférait à celui-ci une quantité de mouvement qui fut très rapidement mise en évidence dans l'expérience de Compton.

4.1 Expression de la quantité de mouvement

La construction de la relativité restreinte à partir de 1905 bouleversa nos conceptions de l'espace et surtout celles du temps héritées de la physique ancienne. Une appréhension nouvelle du temps en émergea à la mesure de la perte du caractère absolu que lui avait conféré la physique classique. Le principe de relativité restreinte, étendant celui de la relativité galiléenne, postulait que les lois physiques devaient être les mêmes dans tous les référentiels d'inertie. Pour cela, il importait de décrire strictement les phénomènes physiques dans chacun de ces référentiels et donc de prendre soin de mesurer simultanément positions, grandeurs physiques et temps avec des instruments de mesure, dont les horloges, liés respectivement à chacun des différents systèmes de référence. Il en résulta l'obligation de renouveler la constitution des grandeurs physiques afin de reconstruire des lois physiques dont la forme ne dépendait pas du système de référence inertiel considéré : les grandeurs physiques mesurées pouvaient prendre naturellement des valeurs différentes, mais les relations que les lois physiques établissaient entre les grandeurs physiques devaient demeurer les mêmes en passant d'un référentiel d'inertie à un autre. Par exemple, le vecteur de repérage d'une particule se vit adjoindre une quatrième coordonnées, asso-

ciée à cette dimension temporelle inhérente au référentiel : il prit ainsi la forme $\vec{r} = (ct, \vec{r})$ où \vec{r} est le vecteur position de la physique classique ; le vecteur vitesse de la mécanique classique fut remplacé par $\vec{v} = (\gamma_v c, \gamma_v \vec{v})$ avec $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ le vecteur vitesse de la physique classique et $\gamma_v = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ où $v = |\vec{v}|$ ¹². La nouvelle définition de la vitesse amène, par multiplication par la masse au repos m de la particule, à la nouvelle définition du vecteur quantité de mouvement : $m \vec{v} = (E/c, \vec{p})$ où $E = \gamma_v mc^2$ représente l'énergie totale de la particule et $\vec{p} = \gamma_v m \vec{v}$ sa quantité de mouvement. La relation entre l'énergie et la quantité de mouvement relativistes de la particule en question :

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

où $p = |\vec{p}|$, provient alors de ce que la « norme » des nouveaux vecteurs - selon cette construction relativiste¹³ - est invariante par changement de référentiel inertiel. De plus, des considérations de cinétique relativiste montraient que la vitesse d'un point matériel de masse non nulle ne pouvait atteindre la vitesse de la lumière.

Si l'on souhaitait aller plus avant dans l'assimilation du quantum d'énergie à un corpuscule, puisque telle semblait être la vocation du nouveau venu, il convenait de lui attribuer une masse et une vitesse. Véhiculant l'énergie associée à une onde électromagnétique de fréquence ν , il semblait naturel de lui attribuer une vitesse égale à celle, c , de propagation de l'onde et de lui supposer par conséquence une masse rigoureusement nulle ; la fréquence de l'onde électromagnétique fixerait son énergie $E = h\nu$. La relation énergie - quantité de mouvement se réduisait de la sorte à : $E = pc$, d'où la quantité de mouvement $p = E/c = h\nu/c$. Comme la longueur d'onde λ d'un rayonnement de fréquence ν est donnée par la relation $\lambda = c/\nu$, on pouvait donc écrire :

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

L'expression de la norme de la quantité de mouvement était ainsi fixée. Il a paru naturel de lui attribuer la direction du vecteur d'onde $\vec{k} = (2\pi/\lambda) \vec{u}$ de l'onde électromagnétique d'où il émergeait. Ainsi, le vecteur quantité de mouvement¹⁴ \vec{p} pouvait s'écrire :

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \vec{u} = \hbar \vec{k}$$

en désignant par \hbar la constante d'action de Planck divisée par 2π . Il ne restait plus qu'à chercher à conforter expérimentalement la position qui avait consisté à attribuer une telle quantité de mouvement au quantum d'énergie.

12. Il eut été plus naturel de prendre pour nouveau vecteur vitesse $d\vec{r}/dt = (c, \vec{v})$. Ceci aurait correspondu à la division d'une différence entre deux vecteurs événement de la particule par la différence des instants mesurés par deux horloges distinctes du référentiel ce qui l'aurait ainsi rapproché de la définition classique. La forme adoptée revient à diviser la même différence des vecteurs événement par l'intervalle de temps *propre*, c'est-à-dire par la différence des instants mesurés par une seule et même horloge qui accompagnerait la particule dans son déplacement. Cette dernière forme présente l'avantage de se transformer par la transformation de Lorentz lors d'un changement de référentiel inertiel.

13. Les nouveaux vecteurs de la relativité (i.e. les grandeurs physiques qui peuvent être naturellement représentées par un tenseur contravariant d'ordre 1) \vec{G} ont quatre composantes : une composante « temporelle » notée G^0 et trois composantes spatiales notées G^1 , G^2 et G^3 qui correspondent aux projections sur les trois axes de coordonnées. La « norme » de la relativité restreinte d'un tel vecteur est définie par $\vec{G} \cdot \vec{G} = (G^0)^2 - (G^1)^2 - (G^2)^2 - (G^3)^2$. Il est aisé de constater que cette « norme » peut être négative. En revanche, si la grandeur physique est convenablement décrite par \vec{G} alors elle est transformée par une transformation du groupe de Poincaré (groupe de Lorentz étendu) et sa « norme » est invariante lors d'un changement de référentiel.

14. Il faudrait en fait parler, pour plus de précision, de « la partie spatiale du quadri-vecteur quantité de mouvement » pour qu'il n'y ait aucune ambiguïté.

4.2 Théorie de l'effet Compton

Charles Glover Barkla (1877 - 1944) était, autour de 1912, comme Bragg, cristallographe et pour ce faire utilisait des rayons X. Alors qu'il envoyait un faisceau de rayons X monochromatique sur un cristal pour en déterminer la structure, il releva que les rayons X diffusés aux grands angles comportaient un rayonnement ayant les mêmes propriétés que le rayonnement incident mais aussi une composante ayant des propriétés différentes. Les connaissances tirées de l'électromagnétisme classique fournissaient aisément une justification de la composante du rayonnement diffusé dont la fréquence était identique à celle des rayons X incidents. Ces derniers faisaient osciller à leur fréquence les électrons dans l'atome ; ceux-ci y répondaient en émettant un rayonnement de même fréquence dans toutes les directions, tout en demeurant lié à l'atome, ce qui laissait supposer que c'étaient les électrons les plus fortement liés qui produisaient cette diffusion. Il n'existait en revanche pas de justification à la seconde composante. En 1922 - 1923, Arthur Holly Compton (1892 - 1954) étudia la diffusion inélastique - c'est-à-dire avec changement de fréquence - des quanta d'énergie par des électrons faiblement liés.

Il élaborera pour cela le schéma suivant. Le faisceau incident était constitué de quanta d'énergie $h\nu_i = hc/\lambda_i$ et de quantité de mouvement $\vec{p}_i = (h/\lambda_i)\vec{u}_i$; un électron de masse m_e , « faiblement » lié dans un matériau et supposé idéalement au repos, absorbait un de ces quanta, en recueillait donc l'énergie et la quantité de mouvement qu'il restituait en parties sous la forme d'un quantum emportant l'énergie $h\nu_d = hc/\lambda_d$ et donc la quantité de mouvement $\vec{p}_d = (h/\lambda_d)\vec{u}_d$, pendant que l'électron acquerrait une quantité de mouvement $\vec{p}_e = p_e\vec{u}_e$ et une énergie E_e telle que $E_e^2 = (p_e c)^2 + (m_e c^2)^2$. On désigna par θ l'angle de la direction prise par le quantum diffusé par rapport au quantum incident, de sorte que : $\cos \theta = \vec{u}_i \cdot \vec{u}_d$. (cf. schéma du document annexe). La conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie lors du processus de diffusion se traduisait donc par les deux relations :

$$\vec{p}_i + \vec{0} = \vec{p}_d + \vec{p}_e \quad \text{soit} \quad \frac{h}{\lambda_i} \vec{u}_i = \frac{h}{\lambda_d} \vec{u}_d + \vec{p}_e$$

$$\frac{hc}{\lambda_i} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda_d} + \sqrt{(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2}$$

En éliminant \vec{p}_e entre les deux relations, on obtient, tous calculs faits, la relation de Compton :

$$\lambda_d - \lambda_i = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Cette relation montre immédiatement que la longueur d'onde du quantum diffusé est toujours supérieure à celle du quantum incident, ce qui traduit bien une perte d'énergie de ce dernier. Elle montre par ailleurs que la différence des longueurs d'onde respectives des quanta incident et diffusé ne dépend que de la particule diffusante - l'électron - et de l'angle de diffusion θ , mais pas de la longueur d'onde absolue du quantum incident. Elle fait apparaître la quantité $h/(m_e c)$ qui possède la dimension d'une longueur - homogène au rapport d'une action à une quantité de mouvement -. On appelle cette quantité la *longueur d'onde de Compton de l'électron*. Sa valeur est de l'ordre de :

$$\frac{h}{m_e c} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \times 3,00 \cdot 10^8} \approx 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Pour que cette différence de longueur d'onde entre les quanta se manifeste, il faut opérer avec des rayons X durs ayant des longueurs d'onde de l'ordre de 10^{-11} m.

4.3 Conditions expérimentales de la vérification

Pour espérer observer le changement de fréquence des quanta, Compton choisit des rayons X obtenus par rayonnement d'une cible de molybdène frappée par un faisceau d'électrons accélérés sous une tension de 50 kV. Le rayonnement incident créé était ce que l'on appelle la raie K du molybdène, de longueur d'onde $\lambda_i = 71.10^{-12}$ m, ce qui correspond à des quanta d'énergie égale à environ 17,5 keV. La cible sur laquelle ces rayons X étaient envoyés était en graphite. Les relevés de Compton sont donnés sur le document annexe. On peut constater, au vu des ordres de grandeur énergétiques, que tous les électrons ont des énergies de liaison très inférieures à celle des quanta incidents, si bien qu'il était légitime de les négliger dans le bilan énergétique. La dépendance de la longueur d'onde des quanta diffusés en fonction de l'angle de diffusion se révéla parfaitement conforme à la relation de Compton.

Par la suite, Compton et d'autres, parmi eux Charles T. R. Wilson (1869 - 1959), apprirent à détecter l'électron qui subissait le recul associé au quantum lors de la diffusion et purent vérifier la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement dans le processus.

4.4 Réflexions ouvertes par l'effet Compton

La relation de Compton apparaît comme intrinsèquement quantique. En effet, elle renforce d'une part le caractère corpusculaire des quanta d'énergie en leur attribuant les grandeurs physiques typiquement corpusculaires que sont la quantité de mouvement et l'énergie localisée ; d'autre part, elle fait intervenir la constante fondamentale d'action, h . De plus, la théorie est fondée sur le caractère indivisible que l'on accorde aux quanta, selon l'idée que l'on se fait d'une particule. Un quantum d'énergie incident se trouvait en effet complètement engagé dans le processus sans être divisé.

De même se tait-elle parfois ostensiblement. Le schéma de Compton, tout comme celui du processus d'absorption et d'émission des quanta lumineux de la spectroscopie postulé par Bohr, est taiseux « au moment du crime » : l'état du système est décrit avant la diffusion, un électron clairement identifié et un quantum d'énergie qui fond sur lui, puis après, un électron que l'on imagine être le même et un quantum d'énergie qui a une autre direction que celle d'incidence, mais il ne décrit pas le « pendant » ! Cette remarque soulève une autre question, celle du statut du quantum diffusé par rapport au quantum incident.

Car la dénomination de « diffusion » donnée au processus en question - on substitue fréquemment l'expression de « diffusion Compton » à celle d'effet Compton - est trompeuse : lorsque la physique classique évoque un état de diffusion, elle se réfère à un processus d'interaction au cours duquel les corps qui interagissent conservent fondamentalement les caractères principaux qui les identifient. Ainsi, la météorite qui incurve sa trajectoire au voisinage d'une planète, reste reconnaissable tant qu'elle ne s'est pas scindée en deux sous l'effet d'une limite de Roche ; dans la diffusion de Rutherford des particules α par les noyaux atomiques, la répulsion coulombienne qui existe entre eux invite à adopter l'image d'une déviation des particules α sans qu'elles soient absorbées par les noyaux puis émises à nouveau, auquel cas il faudrait admettre l'existence d'un changement provisoire de la composition donc de l'état des noyaux...

Or, la spécificité de la relation entre l'énergie du quantum et la fréquence du rayonnement fait que le quantum diffusé est une « autre particule » que le quantum incident puisque les fréquences ne sont pas les mêmes : le quantum incident n'a pas d'autre possibilité que perdre ou ne pas perdre son énergie, sans situation intermédiaire possible.

L'interaction avec l'électron a lieu ou n'a pas lieu : il faut donc, lorsqu'elle s'est produite, qu'il y ait eu absorption intégrale du quantum incident par l'électron, - pour créer un objet physique intermédiaire sur lequel la théorie n'a rien à dire, - puis émission par cet objet intermédiaire d'un électron et d'un nouveau quantum d'énergie différente de celle du quantum incident, appartenant donc à un autre rayonnement. Le bilan énergétique qui sert à la démonstration, s'il est exact puisque confirmé par l'expérience, n'en est pas moins trompeur sur les identités des quanta. Un quantum d'énergie donnée ne peut devenir un quantum d'énergie autre : le croisement de deux faisceaux lumineux de fréquences différentes dans un milieu linéaire atteste que leurs caractéristiques ne sont pas modifiées entre l'avant et l'après croisement¹⁵. Une lumière n'en affecte pas une autre, sans quoi il serait impossible de conserver de l'information après transmission sur un même canal de propagation de deux signaux qui y sont propagés après multiplexage fréquentiel. L'effet Compton est donc un phénomène physique où sont engagés de fait au moins trois objets physiques : un électron, dont on suppose implicitement qu'il reste le même après l'émission du second quantum d'énergie - celui qui est diffusé - et deux quanta d'énergie.

4.5 Le quantum d'énergie devient le photon

Vous aurez remarqué que je n'ai pas, jusqu'ici, employé le terme de « photon ». La raison en est qu'il n'est entré dans le vocabulaire des physiciens qu'après la découverte de l'effet Compton, découverte qui avait renforcé l'image de corpuscule du quantum d'énergie, en dépit des difficultés qui l'accompagnaient. Il fut formé par analogie avec le terme d'« électron » : celui-ci avait été la première particule d'électricité qui s'était manifestée de manière isolée, dans les rayons cathodiques ; le corpuscule lumineux ou grain de lumière fut baptisé en juxtaposant après permutation le terme grec $\tau\acute{o}\ \varphi\acute{\omega}\varsigma$ qui désigne la lumière. Quantum et photon devinrent rapidement synonymes et servirent à évoquer les aspects corpusculaires des rayonnements électromagnétiques.

Cependant, il convient de faire attention dans le maniement de la notion : photons et ondes électromagnétiques sont consubstantiels et spéculer sur l'interaction de la matière avec le rayonnement devrait s'effectuer obligatoirement sur le mode quantique. Mais nos modes les plus spontanés de pensée nous ramènent aux deux catégories objectales forgées par la physique classique pour construire nos représentations des phénomènes physiques, et nous raisonnons sur cette interaction en envisageant alternativement les aspects corpusculaires, donc les photons et ondulatoires sachant bien qu'elle n'est contenue ni par les uns ni par les autres.

Le photon n'est en rien une particule habituelle même s'il en arbore les attributs. Il n'est jamais au repos : sa vitesse est toujours c dans tous les référentiels inertiels. Dans un rayonnement de fréquence fixée ν , soit il existe et possède une énergie donnée par la relation de Planck - Einstein $E = h\nu$, soit il n'existe pas. Enfin, lorsqu'il interagit avec la matière il est intégralement absorbé (son énergie et sa quantité de mouvement sont intégralement consommées par la particule ; plus tard, on utilisera le terme d'« annihilation ») ou émis, indivisible avec son énergie et sa quantité de mouvement (au détriment de l'objet physique duquel il émerge ; plus tard, on utilisera celui de « création »).

15. Mais les quanta sont-ils une réalité du rayonnement lorsque celui-ci n'interagit pas avec la matière et quand la description ondulatoire semble tout-à-fait suffisante pour décrire les phénomènes ?

5 Des grandeurs ondulatoires pour une particule matérielle ?

les découvertes faites en ce premier quart du XX^{ème} siècle ébranlèrent la conception de la lumière qu'avaient pu jusqu'alors en avoir les physiciens. Initiée par l'interprétation de l'effet photoélectrique et des raies d'émission à l'aide de la notion de quanta d'énergie et renforcée par les conclusions de Compton qui les munissaient d'une quantité de mouvement, leur inquiétude se réfugia dans l'acceptation, résignée pour les plus « classiques » d'entre eux, excitée et enthousiaste pour les plus novateurs, de ce qu'ils désignèrent alors comme la « dualité onde - corpuscule » de la lumière, à savoir l'impossibilité de ne pouvoir recourir qu'au caractère ondulatoire, ou au caractère corpusculaire afin d'espérer comprendre et prédire les conséquences de l'interaction de la lumière avec la matière.

Ce renouvellement fertilisa la réflexion intellectuelle et suscita des interrogations radicales sur la pertinence des anciennes catégories de la physique de la part des jeunes physiciens. Or, leurs spéculations intellectuelles trouvèrent confirmation dans des expériences troublantes. Cependant, il était aussi possible d'y voir le début d'une unification des catégories de l'ancienne physique, comme il s'en était déjà produit avec la synthèse maxwellienne entre l'électromagnétisme et l'optique.

5.1 L'audacieuse hypothèse de de Broglie

Un jeune et atypique physicien, Louis de Broglie (1892 - 1987) fonda sa réflexion sur la relativité restreinte récemment introduite. La relativité galiléenne avait postulé l'existence d'une classe de référentiels, les référentiels d'inertie, équivalents les uns aux autres quant aux expériences de la mécanique ; la relativité restreinte venait d'étendre cette équivalence aux expériences de l'électromagnétisme, ce qui obligea, au passage, à délaisser la transformation de Galilée au profit de la transformation de Lorentz (dont celle de Galilée est la limite lorsque les vitesses relatives des référentiels sont très petites devant la vitesse de la lumière, c). Cette nouvelle équivalence entraînait que la phase des ondes électromagnétiques devait être invariante dans un changement de référentiel d'inertie. Ainsi, en désignant par $\vec{\mathbf{r}}$ et ct les coordonnées d'un événement dans un référentiel d'inertie \mathcal{R} , et par ω et $\vec{\mathbf{k}}$ la pulsation et le vecteur d'onde d'une onde électromagnétique plane, progressive et monochromatique dans le même référentiel ; et en désignant les mêmes grandeurs dans un référentiel d'inertie \mathcal{R}' par un « ' » ajouté aux symboles, on devait avoir :

$$\omega t - \vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}} = \omega' t' - \vec{\mathbf{k}}' \cdot \vec{\mathbf{r}}'$$

Cette relation impliquait que le « quadri-vecteur d'onde » $(\omega/c, \vec{\mathbf{k}})$ devait se transformer selon Lorentz comme le quadri-vecteur impulsion d'une particule matérielle. Multiplié par \hbar , le quadri-vecteur d'onde en question donnait $(E/c = h\nu/c, \vec{\mathbf{p}} = \frac{h}{\lambda} \vec{\mathbf{u}})$ de structure similaire au quadri-vecteur quantité de mouvement d'une particule et qui pouvait être attribué à un photon¹⁶. Ceci renforçait l'idée de la possibilité d'associer au photon une « réalité corpusculaire ».

Renversant ce développement, en 1923 - 1924, de Broglie se demanda s'il n'était pas

16. On peut remarquer qu'il s'agit du produit scalaire - au sens de la note 13, p. 32 - du vecteur position relativiste et du vecteur quantité de mouvement relativiste d'un photon, à \hbar près : $\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{p}} = (ct)(\hbar\omega/c) - \vec{\mathbf{r}} \cdot (\hbar\vec{\mathbf{k}})$. La transformation de Lorentz rend de telles quantités invariantes lors d'un changement de référentiel.

possible d'associer à une particule matérielle dotée d'une énergie E et d'une quantité de mouvement \vec{p} une fréquence ν et une longueur d'onde λ qui conduirait à un quadri-vecteur d'onde, en divisant par \hbar le quadri-vecteur impulsion de la particule, $(E/c, \vec{p})$. La longueur d'onde associée à la particule qui s'en déduirait serait $\lambda = h/p$, où p serait la norme de la quantité de mouvement \vec{p} et la fréquence $\nu = E/h$. La formule de la longueur d'onde associée, appelée depuis, *longueur d'onde de de Broglie*, fut retenue sous la forme :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Naturellement cette association débouchait sur la question de savoir si une onde quelconque dont l'identité serait à définir était réellement sous-jacente à cette longueur d'onde définie par analogie, *ex nihilo*. Et si oui, cette onde se diffracterait-elle et interférerait-elle ? Ces questions appelaient l'expérience.

5.2 Les premières confirmations expérimentales

En 1927, Davisson et Germer identifièrent pour la première fois le phénomène de diffraction des électrons. Dans son discours de réception du Prix Nobel de physique en 1937, Davisson décrit les circonstances de leur découverte (cf. Annexe VII). Les conditions expérimentales étaient les suivantes : un canon à électrons lents envoyait un faisceau d'électrons lents d'énergie de l'ordre de 50 eV (donc accélérés sous une tension de l'ordre d'une cinquantaine de volts) sur un plan particulier - le plan d'indice de Miller (1, 1, 1) - d'un cristal de nickel¹⁷. Les électrons se trouvaient diffractés dans des directions faisant des angles particuliers θ par rapport à la direction d'incidence du faisceau, et suivant essentiellement trois angles particuliers dans le plan perpendiculaire à cette même direction, séparés entre eux de $2\pi/3$, ce qui respectait la symétrie ternaire des arrangements d'atomes présentés par la face en question. (cf. le schéma du dispositif et les résultats obtenus dans le document annexe).

Ils relevèrent pour deux valeurs de tensions accélératrices des électrons ($U_1 = 54$ V et $U_2 = 65$ V) des directions de diffraction respectivement égales à $\theta_1 = 50^\circ$ et $\theta_2 = 44^\circ$. En supposant que la diffraction des électrons - ou des « ondes les accompagnant », faute de pouvoir les préciser à ce stade - était due aux files de noyaux atomiques régulièrement espacées de d , la condition classique pour que les « ondes accompagnant les électrons » interférassent de manière constructive était que la différence de marche δ entre les divers « rayons » fût un multiple entier de la longueur d'onde de de Broglie λ . Soit :

$$\delta = d \sin \theta = n\lambda$$

où n était un entier positif quelconque.

Il fallait ainsi aux deux expérimentateurs vérifier que les deux couples de valeurs (tension accélératrice - angle de diffraction) conduisaient, pour $n = 1$, à une même valeur de d . En effet, l'énergie cinétique acquise par les électrons (non relativistes sous de telles tensions accélératrices) $E = m_e v^2/2 = p^2/(2m_e) = eU$, où m_e était la masse de l'électron, e la valeur absolue de sa charge et p sa quantité de mouvement, conduisait à une expression de la quantité de mouvement :

$$p = \sqrt{2m_e eU}$$

17. Le nickel est un métal ferromagnétique jusqu'à 355°C qui cristallise dans le système cubique à faces centrées ; de ce fait, ladite face présente une symétrie ponctuelle d'ordre trois - c'est-à-dire une invariance par rotation d'angle $2k\pi/3$, $k = 0, 1, 2$, autour d'axes perpendiculaires à la face.

donc à une longueur d'onde de de Broglie :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}}$$

D'où il ressortait que :

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \theta} = \frac{nh}{\sin \theta \sqrt{2m_e eU}}$$

Il suffisait ainsi d'une part de vérifier que $\sin \theta \sqrt{U}$ était constante pour les deux couples et si oui, d'en déduire ensuite d la distance interatomique. Les valeurs numériques fournissaient pour le produit $\sin \theta \sqrt{U}$ les valeurs 5,60 et 5,63, de bon augure et conduisaient à des valeurs de d égales respectivement à $2,19 \cdot 10^{-10}$ m et $2,18 \cdot 10^{-10}$ m, effectivement compatibles.

La seconde preuve de l'existence d'un phénomène de diffraction des particules matérielles fut produite deux années plus tard, en 1929, par George Paget Thomson (1892 - 1975). Il réussit à réaliser une figure de diffraction d'électrons à travers une mince couche polycristalline d'aluminium (sous la forme de cercles concentriques dans un plan d'observation perpendiculaire à la direction du faisceau d'électrons) similaire à celle que permettaient d'obtenir des rayons X. Il lui avait suffi pour cela de sélectionner dans un cas des électrons, dans l'autre des rayons X, de même longueur d'onde.

5.3 Intermède en compagnie de Louis de Broglie

Confions au grand physicien français le soin de relater l'objet de son enquête, les intuitions et les analogies qui le guidèrent et rendre hommage aux grands fondateurs de la mécanique quantique avec lesquels il échangea ses idées dans ces deux miraculeuses décennies d'entre-deux guerres¹⁸.

« le but essentiel poursuivi par cette tentative était de parvenir à une théorie synthétique des ondes et des corpuscules dans laquelle le corpuscule apparaîtrait comme une sorte d'accident incorporé à la structure d'une onde et guidé par sa propagation. La situation existant en 1923 paraissait exiger un effort de ce genre dont la nécessité avait été très nettement aperçue longtemps auparavant par Einstein, mais seulement dans le cas particulier de la lumière et des photons. Dans ce cas particulier, les vérifications successives de la théorie des quanta de lumière et la découverte, alors toute récente, de l'effet Compton semblaient montrer le bien-fondé des profondes intuitions d'Einstein. Mais dans le cas des particules autres que les photons, dans le cas des corpuscules matériels tels que les électrons, devait-on imaginer une semblable dualité onde - corpuscule et en tirer les conséquences ? Devait-on associer à l'image corpusculaire usuellement admise pour un électron l'image d'une onde qui l'accompagnerait dans son mouvement ? C'était là une hypothèse fort hardie car rien à ce moment ne paraissait en suggérer l'exactitude. »

« Cependant, certains indices pouvaient mettre sur cette route : la théorie d'Hamilton - Jacobi¹⁹, développée depuis près d'un siècle dans le cadre de la mécanique analytique classique, semblait indiquer une parenté secrète entre le mouvement des points matériels et la propagation d'une onde²⁰ ; l'intervention de nombres entiers dans les formules

18. Ce texte est extrait de *La science contemporaine, vol. 2, le XXème siècle*, dir. René Taton, coll. Quadrige, Presses Universitaires de France, ISBN 2 13 047157 9 (éd. complète en 4 vol.), p. 138-140.

19. Louis de Broglie fait référence au principe de moindre action dans sa formulation d'Hamilton et Jacobi.

20. De Broglie nous dévoile que c'est l'analogie de la formulation hamiltonienne du principe de moindre action avec le principe de Fermat pour la propagation des rayons lumineux qui a guidé sa réflexion scientifique pendant son travail de thèse de 1923 - 1924.

de quantification de l'ancienne théorie des quanta²¹ faisait penser que des phénomènes d'interférences ou de résonance devaient intervenir dans la stabilité du mouvement des électrons intraatomiques, etc. C'est en m'inspirant de ces remarques que j'ai pu jeter les bases de la mécanique ondulatoire et obtenir, à l'aide de raisonnements relativistes, les relations qui lient l'énergie et la quantité de mouvement d'un corpuscule avec la fréquence et la longueur d'onde de l'onde que les idées de la mécanique ondulatoire conduisent à lui associer. Appliquées au cas particulier du photon, ces formules donnent immédiatement celles qu'Einstein avait été conduit à admettre dans sa théorie des quanta de lumière. La nouvelle théorie permettait d'ailleurs d'interpréter la signification des conditions de quantification de l'ancienne théorie des quanta. »

« Cette tentative hardie serait peut-être passée inaperçue, si, dès janvier 1925, Einstein n'en avait souligné l'importance et n'en avait fait de profondes applications à la théorie des gaz²². Au printemps de 1926, dans une série d'admirables travaux²³, Erwin Schrödinger (1887 - 1961) a établi sur des bases mathématiques rigoureuses le formalisme de la mécanique ondulatoire et a développé une méthode abstraite, mais très fructueuse, pour traiter les problèmes de mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules. Il a montré comment devait s'opérer la détermination des états stationnaires des systèmes atomiques et retrouvé ainsi, souvent en les améliorant, les prévisions de l'ancienne théorie des quanta. Enfin il a pu montrer que le formalisme développé en 1925 par Werner Heisenberg²⁴ (1901 - 1976) n'était qu'une transposition mathématique du formalisme de la mécanique ondulatoire, ce qui explique la coïncidence de leurs prévisions. Après les publications de Schrödinger, un nombre considérable d'applications de la mécanique ondulatoire sous la forme qu'il lui avait donnée furent faites avec un grand succès et vinrent prouver l'importance du progrès accompli. On pouvait cependant souhaiter que fût apportée une preuve expéri-

21. On désigne par cette appellation la théorie des quanta appliquée aux électrons dans les atomes de Bohr et Sommerfeld.

22. Dans l'article *Théorie quantique du gaz parfait, second mémoire*, in Preussische Akademie der Wissenschaften, Phys. - math. Klasse, Sitzungberichte, p. 3-14 (1925). Compte-rendu de séance de l'Académie des sciences de Prusse, section de physique et mathématiques. Einstein y présente pour la première fois le principe de la condensation de Bose - Einstein.

23. Dont « Quantification et valeurs propres », in *Annalen der Physik (4)*, 79, 361-376 (1926), Springer Verlag. Dans cet article, Schrödinger y construit pour la première fois, à partir de l'équation de Jacobi, ce qui est devenu, depuis, l'équation de Schrödinger de l'électron dans le potentiel central du noyau de l'atome d'hydrogène. Il la résout, faisant ainsi naturellement apparaître la quantification des états d'énergie possible de l'électron dans l'atome d'hydrogène, sans recourir comme avait dû le faire Bohr, à l'hypothèse *ad hoc* de quantification de l'action. Les fonctions solution de cette équation, pour les différents niveaux possibles de l'énergie de l'électron, niveaux qui constituent les valeurs propres de l'équation, sont les parties spatiales des fonctions d'ondes des états stationnaires possibles de l'électron dans l'atome.

24. Variante dénommée « mécanique des matrices » de la théorie de quanta. elle était fondée sur l'idée de ne prendre en considération que les grandeurs observables en spectroscopie : niveaux d'énergie, amplitudes, fréquences et polarisations des radiations émises ou absorbées. La fréquence ν_{mn} d'une transition quantique était considérée comme étant celle d'une oscillation dont les amplitudes complexes $q(i\nu_{mn})$ étaient regroupées dans une matrice \bar{q} . La quantité de mouvement de l'électron était construite de la même manière comme une matrice \bar{p} . À partir de la non-commutation des matrices qu'il constata,

$$\bar{q}\bar{p} - \bar{p}\bar{q} = i\hbar, \quad \text{où} \quad i^2 = -1.$$

De cette non-commutation, Dirac et simultanément, de leurs côtés, Heisenberg, Born et Jordan déduisirent la relation d'incertitude correspondante :

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}.$$

mentale directe de l'existence de l'onde associée à l'électron : cette preuve ne se fit pas attendre longtemps car, dès le début de 1927, deux ingénieurs américains, C. J. Davisson et L. H. Germer, découvraient, sans l'avoir cherché, le phénomène de la diffraction des électrons par les cristaux, tout à fait analogue au phénomène de diffraction des rayons X par les cristaux, et pouvaient ainsi vérifier l'exactitude des conceptions de la mécanique ondulatoire et les formules sur lesquelles elle repose. Répétées sous des formes diverses par un grand nombre d'expérimentateurs, étendues à des particules autres que les électrons et même aux neutrons, les expériences de diffraction par les cristaux, qui sont aujourd'hui l'objet d'applications techniques importantes, ont apporté la preuve indéniable que l'association des ondes et des corpuscules n'est pas une simple vue de l'esprit. D'autres preuves sont d'ailleurs venues s'ajouter à celles-là puisqu'on a obtenu la diffraction des électrons par le bord d'un écran et l'interférence des ondes électroniques par des procédés analogues à ceux qu'on nomme en optique, biprisme de Fresnel, trous d'Young ou lames minces. »

Au terme de cette genèse des premières idées quantiques, le premier quart du XX^{ème} siècle s'achève nous ne soupçonnons plus guère le trouble et la confusion qu'elles avaient induits dans les représentations de la physique. La physique quantique allait pourtant se développer selon des voies qui les amplifieraient encore dans les années suivantes au point de métamorphoser le regard qu'il nous faudrait désormais porter sur la réalité matérielle du monde physique et reconstruire de fond en comble le discours qui l'avait jusqu'alors décrite.

6 Développement ultérieur des idées quantiques

Louis de Broglie a suspendu le récit lapidaire qu'il nous a livré une trentaine d'années après la naissance et l'essor irrépessible de la mécanique ondulatoire sous l'impulsion de cette pléiade de jeunes et brillants physiciens, les Heisenberg, Dirac, Pauli, Fermi, pas encore trentenaires, de lui-même, de Broglie, de Schrödinger, trentenaires, sous les regards bienveillants, exigeants et critiques de leurs non moins vénérables aînés, Planck, Bohr, Einstein, Born, Bose, etc., au moment où la mécanique ondulatoire allait muter, au début des années 1930, en mécanique quantique. Cette mutation procéda de l'échec de de Broglie à concevoir l'onde qui devait guider le corpuscule et dont ce dernier aurait dû, selon lui, jouer le rôle de singularité. S'il était naturel que la physique atomique et nucléaire s'emparât sans délai de ses concepts pour défricher et explorer de fructueuses et novatrices pistes de recherches, la chimie aussi en bénéficia en acquérant une meilleure compréhension des atomes élémentaires et de leurs possibilités à former entre eux des édifices chimiques à travers la réaction chimique : les régularités des propriétés chimiques des groupes d'éléments, classés dans le tableau de Mendeleev, reçurent, grâce à la mécanique quantique, une explication fondée sur la théorie de l'atome qui les rendait, sinon aisément compréhensibles, du moins plus prévisibles et opérationnelles.

Ce basculement dans la physique contemporaine eut lieu il y a soixante-dix ans maintenant. Il rejaillit profondément, dès cette époque et jusqu'à aujourd'hui, sur nos représentations de la réalité physique, du déterminisme et de la causalité : les débats épistémologiques entre les premiers fondateurs - Planck, Einstein, rejoints par de Broglie et Schrödinger - et la jeune garde - Heisenberg, Pauli, à moindre titre Dirac, soutenus par Bohr - au sujet de l'interprétation de la fonction d'onde de Schrödinger furent épiques et acharnés. Et ils ne s'éteignirent qu'avec ses principaux protagonistes.

Il n'en demeure pas moins remarquable qu'une révolution conceptuelle aussi radicale n'ait, au fond, que fort peu renouvelé le vocabulaire de la physique, ce qui n'est pas sans laisser quelques ambiguïtés dans le langage.

6.1 Problèmes de vocabulaire et de langage

Dans l'exposé qui précède, vous vous serez rendu compte que je n'ai pu m'abstraire du vocabulaire spécifique laissé en héritage par la physique classique. Deux raisons au moins à ça : la première est que, même si nous nous exerçons, au fur et à mesure que se développent ses résultats et ses réalisations expérimentales, aux modes de la pensée quantique, notre apprentissage par la physique classique nous oriente spontanément vers ses catégories objectales (corpuscules, ondes), même s'il ne nous y enferme pas ; la deuxième est que la physique quantique, qui a de fait créé de nouveaux objets, en opérant non pas tant une synthèse qu'un dépassement des dites catégories, a sans doute insuffisamment renouvelé le vocabulaire qui les désignent ainsi que leurs relations. Il en résulte qu'une large partie du vocabulaire de la physique quantique recouvre celui de la physique classique, alors que les contenus et les concepts qu'il véhicule sont désormais autres. L'ambiguïté atteint des sommets lorsqu'il s'agit soit de faire comprendre une propriété typiquement quantique en recourant à une analogie classique, soit d'établir une correspondance entre les résultats produits par la physique quantique d'une situation expérimentale donnée et ceux que nous en donnait la physique classique.

L'expression de « dualité onde - corpuscule » de la lumière ou des « particules matérielles » doit ainsi être comprise comme signifiant la possibilité de décrire au mieux, selon les circonstances expérimentales, les phénomènes observés en recourant exclusivement - il ne saurait en être autrement - à l'une des deux catégories de la physique classique, onde ou corpuscule. Toutefois, elle ne doit jamais nous faire perdre de vue que leur « réalité » - si tant est que ce concept conserve encore sa signification habituelle en physique quantique - n'est ni l'une ni l'autre, et ce indépendamment des expériences envisagées, mais seulement imparfaitement approchée par les images associées à l'une ou à l'autre. L'expression de « complémentarité des représentations », forgée par Bohr, quoique moins usitée, approche mieux, de fait, l'idée précédente. Pour contourner cette difficulté, certains²⁵ ont tenté, par exemple, d'utiliser le terme de « quanton » pour désigner les objets de la physique tels que se les représente la physique quantique et rompre avec l'ancien vocable... mais sans beaucoup de succès, semble-t-il.

6.2 L'équation de Schrödinger et l'interprétation de la fonction d'onde

Les travaux de Schrödinger en 1925 - 1926 orientèrent la mécanique quantique vers une voie inattendue bien qu'au terme de son travail (cf. Annexe VIII) il ait souligné que sa recherche avait été initialement suscitée par l'espoir d'obtenir une chose qui pourrait ressembler aux « ondes de phase » de de Broglie. Erwin Schrödinger avait porté son attention sur le problème de l'électron dans le potentiel central du proton ce qui l'avait amené à ce que nous appelons maintenant « l'équation aux valeurs propres » $\mathcal{H}\psi = E\psi$ où \mathcal{H} est l'opérateur hamiltonien du système {électron - proton} et E est une des énergies

25. Par exemple Françoise Balibar et Jean-Marc Lévy-Leblond in *Quantique, rudiments*, InterÉditions - éditions du C.N.R.S., 1984, I.S.B.N. 2-7296-0046-9 ou 2-222-03345-4

possibles²⁶ de l'électron. Or, la fonction solution d'une telle équation ne dépend que des variables spatiales, elle ne décrit donc pas une onde progressive et de plus, ses valeurs sont en général complexes. Cependant, le fait que le spectre²⁷ de l'équation permît de retrouver les niveaux d'énergie de l'électron dans l'atome de Bohr et l'équivalence de la méthode de Schrödinger (plus facile à concevoir mathématiquement, puisqu'il s'agissait de traiter une équation différentielle linéaire aux dérivées partielles) avec la mécanique des matrices de Heisenberg (plus abstraite et moins familière) incitait à changer de point de vue plutôt que de l'abandonner au motif qu'elle n'aurait pas permis de trouver l'onde de de Broglie. Schrödinger proposa d'abord de considérer que la particule était répartie dans l'espace avec la densité $|\psi(\vec{r})|^2$; mais ce fut jugé inacceptable pour une particule chargée. En multipliant cette fonction par un facteur de phase $e^{-i(Et/\hbar)}$, la nouvelle fonction d'onde ainsi créée $\psi'(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})e^{-i(Et/\hbar)}$ apparaissait comme une fonction de l'espace et du temps et on pouvait croire à une « onde »²⁸ pour laquelle de Broglie supposait que la trajectoire de la particule pouvait être aléatoire parmi un ensemble de trajectoires défini par la fonction d'onde.

L'interprétation qui prévalut dès 1926 et prévaut encore aujourd'hui fut celle proposée par Max Born selon lequel $|\psi'(\vec{r}, t)|^2 = |\psi(\vec{r})|^2$ représenterait la densité de probabilité de présence de la particule au point \vec{r} : dans un élément infinitésimal de volume $d\tau$ autour de \vec{r} , la probabilité $d\mathcal{P}$ de trouver la particule serait $d\mathcal{P} = |\psi(\vec{r})|^2 d\tau$. L'expression de cette densité de probabilité faisait disparaître de fait le facteur de phase $e^{-i(Et/\hbar)}$ introduit pour « faire plus onde ». Cela pouvait satisfaire Bohr, car il y retrouvait ses « états stationnaires » de 1913, la fonction ψ' conduisant à une densité de probabilité indépendante du temps, conforme aux yeux du physicien danois à l'idée qu'il s'était faite de l'existence d'états particuliers dans lesquels les règles de l'électromagnétisme ne valaient pas. Heisenberg soutint aussi cette interprétation. N'avait-il pas déjà introduit dans sa mécanique des matrices des grandeurs qui s'apparentaient déjà à des probabilités de transition entre états quantiques ? Toujours est-il que sous l'impulsion de Niels Bohr et de Heisenberg, l'interprétation de l'école de Copenhague s'imposa, rejointe avec des nuances par Schrödinger et Dirac.

6.3 Réalité et déterminisme

La physique classique travaillait pour découvrir les lois qui permettraient non seulement d'expliquer rationnellement les phénomènes naturels observés mais aussi de prévoir le résultat de certaines expériences dans un cadre d'hypothèses admises. Cette démarche supposait que fussent intégrés la causalité et le déterminisme. En partie liés, ces deux notions émergèrent à la fois de l'observation de la répétition d'évènements qui se déroulaient toujours à l'identique ou qui possédaient des caractéristiques voisines lorsque des circonstances similaires étaient réunies et de l'idée que ces répétitions n'étaient pas le résultat d'un pur hasard. Un lien de causes à effets - une causalité - permettait d'affirmer

26. Mathématiquement, ce sont des valeurs propres (obligatoirement réelles) de l'opérateur différentiel linéaire \mathcal{H} et les fonctions ψ correspondantes en sont le(s) vecteur(s) propre(s) associé(s).

27. L'ensemble des valeurs propres de l'équation.

28. En fait la fonction ainsi construite satisfait l'équation de Schrödinger générale (mais non relativiste),

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

où $V(\vec{r}, t)$ est le potentiel que subit en un point \vec{r} et à un instant t la particule de masse m qui n'est à proprement parler pas une équation d'onde.

que, dans certaines circonstances, c'est-à-dire lorsque certains objets physiques étaient réunis suivant des états particuliers, d'autres objets physiques dans leur environnement voyaient leur propre état modifié, qui plus était, modifié toujours de la même manière - un déterminisme fort. Cette attitude mentale avait toujours été sous-jacente - dès l'Antiquité, la philosophie naturelle faisait siens la causalité et le déterminisme - sans disposer cependant du cadre opérationnel adéquat pour en exprimer les potentialités. Celles-ci se déployèrent à partir du début du XVIIème, lorsque l'on comprit le rôle prééminent que devait prendre l'observation et la mesure et que furent dégagés de leur gangue les outils mathématiques qui allait permettre de les traiter de la manière la plus efficace.

La construction de la mécanique au long du XVIIIème siècle postulait que le mouvement d'un corps quelconque pourrait être parfaitement connu dans le futur, comme retrouvé dans son passé, si l'on réussissait à recenser les forces qui s'étaient exercées sur lui et continuait à le faire et si, à un instant t_0 donné, on était capable de fournir de manière précise sa position et son état de mouvement dans un référentiel donné. Cette position en faveur d'un déterminisme fort culmina sans nul doute au début de XIXème siècle après *l'Exposition du Système du Monde* par Laplace. Dès le milieu de ce même siècle pourtant, l'atomisme - auquel les chimistes étaient plus enclins que les physiciens en vertu de son caractère rationnel et pratique pour l'interprétation de leurs travaux - et le développement de la mécanique et de la thermodynamique statistiques, à l'instigation de Boltzmann et de Maxwell, déstabilisèrent légèrement cette confortable assise. Les problèmes qu'abordaient ces travaux novateurs faisaient clairement ressortir les limites de la position classique : pour la première fois se faisaient jour l'obligation de recourir à des lois de nature statistique et probabiliste pour exprimer la loi naturelle et le renoncement à la détermination individuelle des mouvements, dans le cas des systèmes physiques où le nombre de corps intervenant devenait colossal ; ce changement survenait à la fois par difficulté à pouvoir prétendre connaître et par inutilité à le faire. Ce repli sur une raison pratique n'obérait cependant pas le déterminisme fort car le calcul de probabilité n'avait été introduit que par le souci réaliste de s'épargner un travail surhumain et à l'intérêt intrinsèque douteux et non comme la conséquence d'une nécessité ontologique.

Aussi, les physiciens qui menèrent la révolution quantique mesurèrent-ils rapidement les abandons de terrains auxquels il leur allait falloir consentir du fait des travaux de Heisenberg sur les relations d'indétermination et de l'interprétation donnée à la fonction d'onde de Schrödinger. En effet, à rebours des certitudes de la physique classique, les inégalités essentielles de Heisenberg :

$$\Delta x^\alpha \cdot \Delta p^\alpha \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{où} \quad \alpha = 0, 1, 2, 3 \text{ (convention de la relativité)}$$

signifiaient, en premier lieu, l'impossibilité de connaître absolument et simultanément certaines grandeurs physiques, dites conjuguées. Cette impossibilité ne relevait cette fois-là plus de l'ampleur de la tâche à accomplir, comme pour la mécanique statistique classique, ou de la débilité de nos instruments de mesure, mais d'une impossibilité ontologique, provenant à la fois de la nature des particules et de la signification de l'acte même de mesurer. La dualité onde - corpuscule ou la complémentarité des représentations avaient déjà en partie brouillé la séparation des objets de la physique qui imprégnait les physiciens de cette époque ; les inégalités de Heisenberg sapaient définitivement les fondements de l'édifice. Comprendons que ne pas pouvoir disposer simultanément de la quantité de mouvement selon une direction donnée et de la position de la particule matérielle sur cette direction rendait caduc le projet laplacien de prédire avec certitude le devenir du corps matériel. Cela impliquait, au sens classique, que, les conditions initiales ne pouvant plus

être connues avec une précision en principe illimitée, on cessait du même coup de pouvoir lui affecter une trajectoire clairement identifiée, car la solution aux équations de son mouvement requérait pour être déterminée de manière unique la connaissance de conditions initiales certaines.

Ces relations sont présentées comme une limitation absolue à notre possibilité de connaître complètement l'état donné d'un corpuscule, limitation qui inclut tacitement l'acte consistant à mesurer. Elles semblent même dans certains discours dériver de ce que nous serions incapables d'inventer une procédure de mesure qui permettrait de contourner ces inégalités, alors qu'elles valent même lorsqu'aucune mesure n'est à l'horizon. Elles émanent donc soit de la nature même de l'objet quantique, soit de nos descriptions - c'est-à-dire de ce que nous dissertons de l'objet quantique en des termes pour lesquels nous ne posséderions pas les concepts adéquats : nos représentations mentales nous invitent à parler de l'objet physique en terme de positions, de déplacements, de vibrations, etc. qui pourraient peut-être ne pas être les concepts pertinents, mais demeurent les seuls dont nous disposons à ce jour -, soit des deux à la fois - et en l'espèce, le départ entre ces deux origines semble avoir été tranché pour l'instant en faveur de la première raison -.

Les relations de Heisenberg ont naturellement aussi suscité des réflexions sur la signification de la mesure et sur la place que les appareils de mesures qui entourent le système prennent dans son évolution. Là où la physique classique séparait le système de l'instrument qui mesure quelque grandeur physique sur celui-ci, c'est-à-dire là où elle supposait, par principe, que l'instrument pouvait être perfectionné au point de pouvoir et procéder à la mesure et de n'avoir rigoureusement aucune influence sur l'évolution du système étudié, la mécanique quantique affirme le contraire. L'instrument de mesure participe de manière inhérente au système - Pauli, toujours extrémiste, allait jusqu'à considérer l'expérimentateur comme participant à son corps défendant, par sa seule présence, au déroulement des phénomènes physiques affectant le système. De fait, prêter attention à l'instrument de mesure s'avère nécessaire : parce qu'il est un dispositif physique, régi par les mêmes lois que le système sur lequel il collecte une information et parce qu'il opère dans un domaine de mesure où les lois quantiques s'expriment dans toute leur plénitude à travers de subtils effets, il ne paraît plus incongru que sa présence perturbe intrinsèquement le système.

La mécanique quantique a construit une axiomatique qui postule l'existence de grandeurs physiques auxquelles sont associées des opérateurs agissant sur les états en principe calculables des systèmes physiques grâce à la résolution de l'équation de Schrödinger. Cette conception n'autorise plus que la détermination de probabilités pour que les mesures effectuées sur le système en question fournissent tel ou tel résultat²⁹. Cette immixtion des probabilités comme seules informations possibles *a priori* sur le système a incité certains à penser que le déterminisme avait été aboli de la mécanique quantique. Il n'en est rien. Car si la connaissance, au sens classique, de l'état d'un système est limitée notamment par les inégalités de Heisenberg, l'état quantique, décrit par un vecteur d'état³⁰, lui, est

29. Les grandeurs physiques mesurables étant postulées être des observables, les seuls résultats possibles lors de la mesure de l'une d'elle appartiennent au spectre de l'opérateur qui décrit la dite grandeur.

30. la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ n'est autre que le regroupement, exprimé au moyen d'une fonction au sens mathématique du terme, des composantes du vecteur d'état $|\psi\rangle(t)$ sur une base particulière de fonctions $\{\delta^3(\vec{r} - \vec{r}')\}_{\vec{r}' \in \mathbb{R}^3}$, ce qu'on appelle la représentation $\{|\vec{r}\rangle\}$. Ainsi,

$$\langle \vec{r} | \psi \rangle(t) = \psi(\vec{r}, t) = \iiint_{\mathbb{R}^3} d^3\vec{r}' \psi(\vec{r}', t) \delta^3(\vec{r} - \vec{r}').$$

Si G est l'opérateur associé à une grandeur physique \mathcal{G} , $\{g_n\}$ son spectre (l'ensemble continu ou discret de ses valeurs propres) et $\{|\psi_{g_n}\rangle\}$ leurs vecteurs propres correspondant dont la mécanique quantique postule qu'ils constituent une base de l'espace des états du système. La mesure de \mathcal{G} ne peut donner

connaissable ; l'équation de Schrödinger est une équation aux dérivées partielles du premier ordre par rapport au temps, donc la connaissance de l'état quantique à un instant t_0 permet de connaître l'état quantique du système à tout instant postérieur ou antérieur à t_0 , exactement comme en physique classique. Le système est simplement dans ce qu'on appelle un régime de déterminisme faible : il y a conservation de la relation causale - le système n'est absolument pas soumis au pur hasard -, mais la connaissance que l'on en a est en revanche limitée à celle des probabilités portant sur les résultats possibles d'une mesure de grandeur physique.

L'objet physique se dissolvant dans cette incertitude et les anciennes représentations se trouvant prises en défaut, Heisenberg pensait qu'il fallait définitivement ôter de la physique toutes les images qui permettaient certes de se le représenter, mais auxquelles ne pouvaient être affectées aucunes grandeurs physiques mesurables. Dans un positivisme désincarné, la recherche des lois de la physique devait, selon lui, se borner à découvrir les relations entre grandeurs physiques mesurables et renoncer à toute formation d'images qu'ils jugeait gênantes parce que trop réductrices, incomplètes, voire involontairement trompeuses. Il était en partie rejoint par Dirac sur ce chemin. Pauli était plus radical encore : il pensait que l'objet physique n'existait que dans notre entendement et ne possédait pour ainsi dire aucune réalité extérieure à l'expérimentateur ! Naturellement, les dépositaires des anciennes conceptions de la physique se montraient nettement moins enthousiastes, quoiqu'ils participassent à l'élaboration de la physique quantique et aux homériques disputes qui accompagnèrent son interprétation. Einstein fut assurément le plus virulent à combattre cette perte de réalité de l'objet physique. En bon kantien, il était hors de propos de refuser une réalité extérieure à l'objet physique et que l'économie du discours sur son évolution fût placée sous les seuls auspices des probabilités lui était un supplice. Il tenta en vain de défendre son matérialisme réaliste en élaborant le concept de variables cachées, non encore découvertes par nous et qui auraient emporté notre méconnaissance actuelle, qu'il refusa absolument jusqu'à la fin de sa vie de prendre pour définitive. Il fallut attendre 1964 pour que le physicien irlandais John Stewart Bell (1928 -1990) élabore une formulation mathématique impliquant des corrélations de mesures possibles connue sous le nom d'« inégalités de Bell » qui permettaient d'attribuer les incertitudes associées aux prévisions probabilistes de la mécanique quantique soit au manque d'information sur le système (impliquant donc des variables cachées) soit à une origine proprement quantique (semblant impliquer une action à distance immédiate...) : les expériences d'Alain Aspect à Orsay ont confirmé la seconde proposition.

6.4 Le statut du photon dans les théories quantiques récentes

Dès avant la Seconde Guerre mondiale, les physiciens ne purent se satisfaire de la forme prise par l'équation de Schrödinger car elle n'était manifestement pas invariante par transformation de Lorentz. Cela signifiait que les processus quantiques qu'elle décrivait constituaient une classe de phénomènes qui ne satisferaient pas au principe de

qu'une des valeurs du spectre de G et la probabilité $\mathcal{P}(g_n)$ qu'elle donne g_n est égale à $|\langle \psi_{g_n} | \psi \rangle|^2$, à savoir le carré du module de la projection de l'état du système sur l'état propre associé à la valeur propre g_n que l'on compte avoir comme résultat de la mesure. Les fonctions d'onde associées tant à l'état du système qu'aux vecteurs propres de G sont normées à l'unité,

$$\iiint_{\mathbf{R}^3} d^3\vec{r}' |\psi(\vec{r}', t)|^2 = 1$$

traduisant le fait que la présence du système dans l'espace est certaine.

relativité restreinte et donc ne seraient pas décrits par les mêmes lois dans tous les référentiels d'inertie. Or, les succès de la relativité restreinte étaient déjà tels qu'il paraissait impossible de laisser les choses en l'état sans remédier à ce défaut. C'est pourquoi Dirac, Heisenberg, Wigner et Jordan développèrent, dès 1928 - 1929, la variante relativiste de la mécanique quantique appliquée à l'électron. Symétriquement, il était tout autant nécessaire d'obtenir une théorie quantique du champ électromagnétique - l'électromagnétisme de Maxwell - Lorentz étant intrinsèquement relativiste restreint - pour prendre en compte la quantification des échanges d'énergie : ce rôle sera dévolu à l'électrodynamique quantique, dont les prédictions sont aujourd'hui vérifiées par l'expérience avec une précision extrême. Mais elle ne va toutefois pas sans soulever d'épineux problèmes conceptuels (comme le besoin d'introduire une coupure dans la structure continue de l'espace, c'est-à-dire de borner inférieurement les distances auxquelles les particules sont sensées pouvoir interagir, sans être capable de donner une justification fondamentale à cette obligation) pour éliminer les problèmes mathématiques de la théorie (comme l'apparition d'infinis dans les calculs des expressions mathématiques que lesdites coupures spatiales, les renormalisations, sont chargées d'éliminer). Ce fut l'œuvre de Dirac, encore lui ! de Hans Bethe, de Victor Weisskopf et surtout de Richard P. Feynman et de ses célèbres diagrammes.

Que reste-t-il au final du photon et du champ électromagnétique ?

L'image de la particule lumineuse ou du corpuscule de lumière est encore largement ancrée grâce à sa force de suggestion, à sa facilité d'usage et à l'absence superficielle de difficulté conceptuelle qu'elle semble offrir. Cependant, l'électrodynamique quantique estompe quelque peu ces facilités. Le photon est devenu entre temps un niveau d'excitation du champ électromagnétique ; lorsqu'une composante spectrale de celui-ci, de fréquence ν , existe, l'énergie de ses photons est toujours $h\nu$ et leur impulsion toujours h/λ : elles correspondent aux quantités d'énergie et de quantité de mouvement indivisibles échangeables ; sa masse demeure nulle et son spin égal à \hbar . Dans les effets photo-électrique et Compton, les photons « apparaissent » tels que présentés. Mais, ils interviennent aussi, sans toutefois être observables, dans les interactions électromagnétiques existant entre particules chargées³¹ : on les désigne alors sous le nom de « photons virtuels » (ce sont eux qui sont si problématiques en électrodynamique quantique) et ils constituent l'enjeu de l'échange réciproque entre ces particules. Les changements des caractéristiques « mécaniques³² » (énergie, quantité de mouvement) des particules en interaction s'effectuent par échange d'énergie et de quantité de mouvement transportées entre elles par les photons échangés : c'est pourquoi on parle d'eux comme les médiateurs ou les vecteurs (au sens étymologique de « conducteur ») de l'interaction électromagnétique. Ce sont des bosons, ce qui signifie que plusieurs photons ayant exactement les mêmes caractéristiques physiques peuvent coexister en nombre quelconque au sein d'un même système physique³³. Cette possibilité est, par exemple, au cœur du processus de l'émission stimulée, fondement du L.A.S.E.R. par pompage optique.

Enfin, l'inconstance du nombre de photons engagés dans un processus d'interaction électromagnétique entre particules chargées est gouvernée par leur création (émission) ou leur annihilation (absorption) aux moyens d'opérateurs. Ces derniers agissent à partir d'un état donné en créant des photons lorsqu'un système de charges perd de l'énergie

31. Elles sont naturellement décrites par la mécanique quantique et sont donc associées à une longueur d'onde de de Broglie.

32. Effet d'emprisonnement par le langage de la physique classique !

33. Cette faculté est opposée à ce qui se passe pour les fermions : deux fermions ne peuvent exister dans le même état quantique. C'est le « principe d'exclusion » de Pauli qui prévaut pour eux.

au profit du champ électromagnétique ou au contraire en les annihilant lorsque ceux-ci sont soustraits au champ par absorption par une charge. Le niveau minimum d'excitation électromagnétique est désigné sous le nom de « vide quantique » : le niveau d'excitation de cet état est nul, il n'y a aucun photon mais son l'énergie fondamentale absolue est paradoxalement infinie ! Les fluctuations de cet état conduisent le vide à être le siège d'un champ électrique aléatoire de valeur moyenne nulle et de variance infinie³⁴.

Qu'est devenu le champ électromagnétique dans cette conversion quantique ? Le champ électromagnétique classique est une grandeur physique mesurable. La théorie quantique postule que le champ électrique et le champ magnétique classique peuvent par conséquence être associés chacun à un opérateur, comme toute observable qui se respecte, de même que peuvent l'être son énergie, sa quantité de mouvement et son moment cinétique total. Le fait important est que les équations de Maxwell de l'électrodynamique classique trouvent leur transposition quantique et que les opérateurs associés au champ électromagnétique par la théorie quantique y satisfont. De même que x et p_x sont des observables incompatibles pour la mécanique quantique - elles sont soumises à l'inégalité de Heisenberg $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$ -, deux composantes en quadrature du champ électrique ne sont pas simultanément mesurables. Surtout, le champ est quantifié en excitations élémentaires de ses divers modes, ces excitations étant justement les photons par lesquels se propagent l'énergie, la quantité de mouvement et le moment cinétique total du champ. À très faible niveau de photons, le champ électromagnétique ne peut plus être liée à une distribution énergétique comme dans l'électromagnétisme classique, grâce à ses densités volumique d'énergie et surfacique de flux d'énergie, le vecteur de Poynting. Il perd complètement son interprétation énergétique - cela n'a pas de sens de se demander où sont les photons - et prend alors un rôle d'amplitude de probabilités dont le module au carré représente la probabilité, non pas de présence d'un photon, comme peut l'être la fonction d'onde pour une particule matérielle, mais de possibilité de voir une évènement survenir à un endroit dans lequel serait impliqué un photon. Enfin, lorsque le niveau d'excitation du champ libre (sans interaction avec des charges) est suffisamment élevé et que le nombre de photons mis en jeu est très grand, il devient possible de construire des superposition d'états propres des composantes du champ tels que la valeur moyenne des champs dans ces états se rapproche de leurs équivalents classiques. De tels états sont dits « quasi classiques » : le champ électromagnétique auquel nous affectons des images précises en terme d'énergie transportée reprend alors son rôle classique, alors que demeure celui d'amplitude de probabilités associée à la distribution statistique sous-jacente à l'aléa dissimulé par l'apparente continuité de la répartition énergétique.

Au terme de cet exposé bien incomplet des notions introduites sur le rayonnement et sa structure microphysique, ne craignons pas d'avouer modestement notre admiration pour l'aventure intellectuelle que représente leur émergence et saluons avec respect ceux qui y contribuèrent en dépit de tous les obstacles mis en travers de leur chemin et des doutes qu'elle a souvent suscité chez eux. Ils nous ont offert un grandet beau moment de science.

Au soir d'une vie scientifique bien remplie, quarante-cinq ans après avoir fait naître les quanta lumineux, Einstein confessait à son ami de toujours, Michele Besso : « Ces cinquante ans de ruminations conscientes ne m'ont pas rapproché de la réponse à la question :

34. Ceci provoque la levée de dégénérescence des niveaux $2S_{\frac{1}{2}}$ et $2P_{\frac{1}{2}}$ dans les spectres de l'atome d'hydrogène, connu sous le nom de déplacement de Lamb. En effet, l'électron est soumis au champ coulombien du noyau atomique mais aussi aux fluctuations du champ électromagnétique du vide qui influent sur les énergies et les états propres de ces niveaux.

" Que sont les quanta lumineux ? " Aujourd'hui, le premier fripon venu croit qu'il sait ce qu'ils sont, mais il se leurre. » (lettre du 12 décembre 1951).

Bibliographie

Histoire, culture scientifique et témoignages

Les textes de témoignages ou de présentation des savants qui participèrent aux aventures intellectuelles et scientifiques de la théorie des quanta et de la mécanique ondulatoire, devenue mécanique quantique puis physique quantique sont précieux à deux titres : on y lit des présentations claires mais sans complaisance et on y perçoit les hésitations, les adhésions comme les retraits ou les refus par êtres de chair et de sang et surtout de conviction.

Histoire générale des sciences, *La science contemporaine, 2/ le XXème siècle années 1900-1960*, R. Taton et coll., Presses universitaires de France, 2nd édition, 1969, coll. "Quadrige", 1ère édition, 1995 - ISBN 2 13 047157 9 (éd. complète en 4 vol.) ;

Histoire de la physique, *tome 2 La physique au XXème siècle*, coord. J.-P. Mathieu, Lavoisier Tec&Doc, 1991, Petite collection d'histoire des sciences, ISBN 2 85206 697 1 ;

La physique nouvelle et les quanta, L. de Broglie, Flammarion, 1937, coll. Champs, I.S.B.N. 2 08 081170 3 ;

Sources et évolution de la physique quantique, *Textes fondateurs*, J. Leite Lopes, B. Escoubès, Masson, 1994, coll. Histoire des sciences, I.S.B.N. 2 225 84607 3 ;

La partie et le tout, *Le monde de la physique atomique*, W. Heisenberg, 1969, trad. de l'allemand par P. Kessler, Flammarion, 1972, coll. Champs, I.S.B.N. 2 08 081215 7 ;

Initiation à la physique, M. Planck, trad. de l'allemand par J. du Plessis de Grenédan, Flammarion, 1941, coll. Champs, I.S.B.N. 2 08 081204 1 ;

Autobiographie scientifique, *et derniers écrits*, M. Planck, Flammarion, 1960, I.S.B.N. 2 08 081247 5 ;

L'évolution des idées en physique, *des premiers concepts aux théories de la relativité et des quanta*, A. Einstein et L. Infeld, Petite Bibliothèque Payot, I.S.B.N. 2 228 30474 3 ;

Lumière et matière, *Une étrange histoire*, R. P. Feynman, InterEditions, 1987, I.S.B.N. 2 7296 0154 6 ;

L'étrange histoire des quanta, B. Hoffmann et M. Paty, Seuil, 1981, coll. Points Sciences, I.S.B.N. 2 02 005417 5 ;

Cours de physique

Les trois premières références font pénétrer dans la physique quantique par l'expérience et les concepts, en laissant de côté dans un premier temps les mathématiques requises pour traiter la matière dans sa plénitude. Il présentent une alternative à l'approche des deux grands cours français de mécanique quantique : « Le Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë », Mécanique quantique, Hermann, 1973, tome 1, I.S.B.N. 2 7056 5733 9 et tome 2, I.S.B.N. 2 7056 5767 3 ; et « Le Messiah », Mécanique quantique, Dunod, 1995, tome 1, I.S.B.N. 2 10002426 4 et tome 2, I.S.B.N. 2 10002427 2. Les deux autres sont plus spécialisées et concernent les relations de la thermodynamique avec le rayonnement.

Berkeley : cours de physique, *vol. 4 Physique quantique*, E. H. Wichmann, 1967, 1971, traduit de l'anglais par P. Lallemand et N. Ostrowsky, 1974, Armand Colin, I.S.B.N. 2 200 21006 X ;

Quantique, *Rudiments*, J.-M. Lévy-Leblond, F. Balibar, Éditions du C.N.R.S., InerEditions, 1984, I.S.B.N. 2 222 03345 4 ;

Cours de physique de Feynman, R. P. Feynman, R. Leighton, M. Sands, 1965, traduit de l'anglais par B. Eguer et P. Fleury, InterEditions, 1979, I.S.B.N. 2 7296 0030 2 ;

Fundamentals of statistical and thermal physics, F. Reif, McGraw-Hill International Editions, 1985, Physics series, I.S.B.N. 0 07 085615 X ;

Thermodynamics and statistical mechanics, *Lectures on theoretical physics, vol. V*, A. Sommerfeld, 1947, traduit de l'allemand vers l'anglais par J. Kestin, 1955, Academic Press Inc., I.S.B.N. 0 12 654682 7 ;

Chimie physique, P. W. Atkins, traduit de l'anglais par M. Mottet, DeBoeck Université, 2000, I.S.I.B.N. 2 7445 0027 5 ; pour les applications de la mécanique quantique à la spectroscopie ;

Principes d'analyse instrumentale, D. A. Skoog, F. J. Holler et T. A. Nieman, traduit de l'américain par Cl. Buess-Herman et F. Dumont, DeBoeck Université, 2003, I.S.B.N. 2 7445 0112 3 ; pour la présentation des principes et des appareils de spectroscopie ;

Annexe I

Introduction de l'article « Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière », *Annalen der Physik*, vol. XVIII, 1905, p. 132-148. Traduit par Françoise Balibar et coll.

In *Albert Einstein, Œuvres choisies, Quanta, mécanique statistique et physique quantique*, Seuil - CNRS, 1989, coll. Sources du savoir, ISBN 2 02 011390 2.

« Il existe une profonde différence formelle entre les représentations théoriques que se sont forgés les physiciens à propos des gaz et des autres corps pondérables, et la théorie de Maxwell des processus électromagnétiques dans ce qu'il est convenu d'appeler l'espace vide. En effet, alors que nous considérons que l'état d'un corps est parfaitement déterminé par les positions et les vitesses d'un nombre d'atomes et d'électrons, très grand certes, mais néanmoins fini, nous nous servons, pour la détermination de l'état électromagnétique d'une région de l'espace, de fonctions d'espace continues, si bien que nous ne pouvons pas considérer qu'un nombre fini de grandeurs suffise à fixer complètement l'état électromagnétique de l'espace. Selon la théorie de Maxwell, l'énergie doit être conçue, pour tous les phénomènes purement électromagnétiques, et donc également pour la lumière, comme une fonction continue de l'espace, alors que l'énergie d'un corps pondérable doit, selon la conception actuelle des physiciens, être décrite comme une somme portant sur les atomes et les électrons. L'énergie d'un corps pondérable ne peut pas être divisée en parties aussi nombreuses et aussi petites que l'on veut³⁵, alors que l'énergie d'une radiation lumineuse émise par une source de lumière ponctuelle est, selon la théorie de Maxwell de la lumière (ou, selon toute théorie ondulatoire), distribuée de façon continue sur un volume sans cesse croissant.

La théorie ondulatoire de la lumière opérant avec des fonctions d'espace continues s'est avérée parfaite pour ce qui est de la description des phénomènes purement optiques et il se peut qu'elle ne soit jamais remplacée par une autre théorie. Il ne faut cependant pas perdre de vue que les observations optiques portent sur des valeurs moyennes dans le temps, et pas sur des valeurs instantanées ; il n'est pas inconcevable, bien que les théories de la diffraction, de la réflexion, de la réfraction, de la dispersion, etc., soient entièrement confirmées par l'expérience, que la théorie de la lumière qui opère sur des fonctions continues de l'espace puisse conduire à des contradictions avec l'expérience lorsqu'elle est appliquée aux phénomènes de production et de transformation de la lumière.

De fait, il me semble que les observations portant sur le « rayonnement noir », la photoluminescence, la production de rayons cathodiques par la lumière ultraviolette, et d'autres classes de phénomènes concernant la production ou la transformation de la lumière, apparaissent comme plus compréhensibles si l'on admet que l'énergie de la lumière est distribuée de façon discontinue dans l'espace. Selon l'hypothèse envisagée ici, lors de la propagation d'un rayon lumineux émis par une source ponctuelle, l'énergie n'est pas distribuée de façon continue sur des espaces de plus en plus grands, mais est constituée d'un nombre fini de quanta³⁶ d'énergie localisés en des points de l'espace, chacun se déplaçant sans se diviser et ne pouvant être absorbé ou produit que tout d'un bloc. »

35. Einstein ne fait pas référence ici à l'énergie de masse car l'article dans lequel il présente cette hypothèse comme une conséquence logique du principe de relativité « Du principe de relativité et des conséquences tirées de celui-ci », *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, vol. IV, p. 411 - 462 ; vol. V, p. 98 - 99 pour les corrections, semble n'avoir été rédigé que pendant l'année 1907. Il doit plutôt se référer simplement à la structure discontinue de la matière.

36. Note de F. Balibar et col. : Einstein utilise la forme germanisée, *Lichtquant(en)* sans jamais employer les termes latins de quantum ou quanta adoptés par la littérature française sur le sujet.

Annexe II

Définitions des grandeurs énergétiques liées au rayonnement

Flux énergétique ou puissance rayonnante - Φ : puissance émise, transportée ou reçue sous forme de rayonnement électromagnétique ; dimension : $\mathcal{ML}^2\mathcal{T}^{-3}$; unité : le watt (W).

Flux énergétique spectrique - Φ_λ : soit $d\Phi$ le flux énergétique du rayonnement électromagnétique dont les longueurs d'onde appartiennent à l'intervalle $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, le flux énergétique spectrique est défini par le rapport : $\Phi_\lambda = d\Phi/d\lambda$; dimension : $\mathcal{ML}\mathcal{T}^{-3}$; unité : le watt par mètre (W.m^{-1}).

Exitance énergétique spectrique - M_λ : considérons un point quelconque P à la surface d'un corps matériel et un élément de surface infinitésimal d^2S autour de P . Soit $d^3\Phi_e$ le flux énergétique émis par l'élément de surface d^2S , dans tout le demi-espace situé « au-dessus » du plan tangent à la surface en P , dans l'intervalle de longueurs d'onde $[\lambda, \lambda + d\lambda]$. L'exitance énergétique spectrique est le rapport du flux énergétique émis à d^2S , et à l'intervalle $d\lambda$: $M_\lambda = d^3\Phi_e/d^2Sd\lambda$; dimension : $\mathcal{ML}^{-1}\mathcal{T}^{-3}$; unité : le watt par mètre cube (W.m^{-3}).

Exitance énergétique - M : est égale à la somme de l'exitance énergétique spectrique sur toutes les longueurs d'onde. $M = \int_0^{+\infty} M_\lambda d\lambda$; dimension : \mathcal{MT}^{-3} ; unité : le watt par mètre carré (W.m^{-2}). Md^2S représente le flux énergétique émis par d^2S dans tout le demi-espace situé « au-dessus » du plan tangent à la surface en P .

Éclairement énergétique spectrique - E_λ : considérons un point quelconque P à la surface d'un corps matériel et un élément de surface infinitésimal d^2S autour de P . Soit $d^3\Phi_i$ le flux énergétique reçu par l'élément de surface d^2S , en provenance de tout le demi-espace « au-dessus » du plan tangent à la surface en P , dans l'intervalle de longueurs d'onde $[\lambda, \lambda + d\lambda]$. L'exitance énergétique spectrique est le rapport du flux énergétique émis à d^2S , et à l'intervalle $d\lambda$: $E_\lambda = d^3\Phi_i/d\lambda d^2S$; dimension : $\mathcal{ML}^{-1}\mathcal{T}^{-3}$; unité : le watt par mètre cube (W.m^{-3}).

Éclairement énergétique - E : est égal à la somme de l'éclairement énergétique spectrique sur toutes les longueurs d'onde. $E = \int_0^{+\infty} E_\lambda d\lambda$; dimension : \mathcal{MT}^{-3} ; unité : le watt par mètre carré (W.m^{-2}). $E d^2S$ représente le flux énergétique reçu par d^2S en provenance de tout le demi-espace « au-dessus » du plan tangent à la surface en P .

coefficient spectral de réflexion - $\rho(\lambda)$: quotient du flux énergétique spectrique réfléchi par un matériau, par celui du rayonnement incident ; sans dimension et sans unité.

coefficient spectral d'absorption - $\alpha(\lambda)$: quotient du flux énergétique spectrique absorbé par un matériau, par celui du rayonnement incident ; sans dimension et sans unité.

coefficient spectral de transmission - $\tau(\lambda)$: quotient du flux énergétique spectrique transmis par un matériau, par celui du rayonnement incident ; sans dimension et sans unité.

Annexe III

Relation entre exitance énergétique spectrique et densité volumique d'énergie spectrique

Soit le corps noir à l'équilibre thermique à la température T dans lequel règne la distribution spectrique d'énergie volumique u_λ^0 . Le rayonnement y est supposé isotrope : en un point quelconque à l'intérieur de l'enceinte, il provient également de toutes les directions de l'espace ou il est émis également dans toutes les directions de l'espace. L'énergie se déplace à la célérité c de la lumière à l'intérieur de la cavité.

Considérons un petit élément de surface d^2S pris autour d'un point P quelconque de la paroi intérieure de l'enceinte ; soit Π le plan tangent en P à la paroi de la cavité ; il s'appuie sur d^2S et sépare l'espace en deux demi-espaces : qualifions d'« hémisphérique » ce qui provient de toutes les directions ou est émis dans toutes les directions du demi-espace qui correspond à l'intérieur de la cavité.

D'après la définition du corps noir, l'exitance énergétique spectrique M_λ est égale à l'éclairement énergétique spectrique E_λ : le flux énergétique hémisphérique de la partie du rayonnement dont les longueurs d'onde sont comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$ reçu par la surface élémentaire d^2S (l'éclairement) est égal au flux énergétique hémisphérique dans le même intervalle de longueurs d'onde que d^2S émet (l'exitance).

Calculons l'énergie moyenne hémisphérique d^4U reçue par d^2S pendant l'intervalle de temps dt de la part du rayonnement dont les longueurs d'onde sont dans $[\lambda, \lambda + d\lambda]$. Pour cela prenons une direction faisant un angle θ par rapport à la normale à d^2S dirigée vers l'intérieur de la cavité et désignée par φ dans le plan Π ; soit le cylindre oblique de base d^2S , de direction (θ, φ) et de hauteur $cdt \cos \theta$: son volume est $cdt \cos \theta d^2S$. L'énergie d^4U_t du rayonnement de longueurs d'onde dans l'intervalle $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ contenue dans ce cylindre élémentaire est égale à l'énergie volumique du rayonnement correspondant à l'intervalle des longueurs d'onde sélectionnées, $u_\lambda^0 d\lambda$, multipliée par le volume du cylindre, soit : $d^4U_t = (u_\lambda^0 d\lambda) (cdt \cos \theta d^2S)$. Mais, cette énergie étant distribuée de manière isotrope, seule la fraction $d\Omega/4\pi = \sin \theta d\theta d\varphi/4\pi$ de cette dernière se dirige effectivement vers d^2S qu'elle atteindra, au pire, au bout de dt . En faisant la somme sur toutes les directions du demi-espace « hémisphérique » de $d^4U_t d\Omega/4\pi$, on trouve l'énergie moyenne hémisphérique recherchée, d^4U :

$$d^4U = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta (u_\lambda^0 d\lambda) (cdt \cos \theta d^2S) \sin \theta / 4\pi = \frac{c}{4} u_\lambda^0 d\lambda dt d^2S$$

Or, d^4U/dt correspond à la définition du flux énergétique hémisphérique reçu par d^2S de la part du rayonnement compris entre $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, soit $d^3\Phi$; $d^3\Phi/d\lambda$ correspond à celle du flux énergétique hémisphérique spectrique, $d^2\Phi_\lambda$; et $d^2\Phi_\lambda/d^2S = E_\lambda$ est l'éclairement énergétique spectrique, donc l'exitance énergétique spectrique M_λ . Ainsi,

$$M_\lambda = \frac{c}{4} u_\lambda^0$$

Vous remarquerez que nous n'avons, à aucun moment, eu besoin de connaître précisément la forme de u_λ^0 pour établir la relation : seules ont été requises les caractéristiques générales que l'on suppose être celles du rayonnement électromagnétique du corps noir à l'équilibre thermique à une température donnée.

Annexe IV

Relation entre la densité volumique d'énergie électromagnétique et la pression de radiation pour le rayonnement du corps noir

L'existence de la pression de radiation qu'une onde électromagnétique exerçait sur un corps matériel avait été prévue par J. C. Maxwell, dès 1873. Son raisonnement, exprimé dans le vocabulaire actuel de la discipline, était le suivant : une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (O.E.P.P.M.) dans le vide sans charges ni courants est décrite par deux champs : le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$ et le champ magnétique $\vec{B}(\vec{r}, t)$, orthogonaux entre eux en tout point de l'espace et dont le produit vectoriel $\vec{E}(\vec{r}, t) \wedge \vec{B}(\vec{r}, t)$ définit au point \vec{r} à l'instant t la direction de propagation de l'énergie électromagnétique ainsi que celle de l'onde. Supposons qu'une telle onde tombe perpendiculairement sur une plaque métallique, son champ électrique excite les électrons du métal qui acquièrent de la vitesse dans la direction opposée du champ électrique et créent une densité surfacique de courant de même sens que celui-ci, donc tangentielllement à la plaque, en même temps qu'ils se trouvent soumis au champ magnétique de l'onde. Il en résulte une force électrodynamique imprimée à la plaque dont la direction et le sens sont déterminés par la règle des trois doigts, à savoir les mêmes direction et sens que ceux de l'onde incidente.

Dans le cas d'une O.E.P.P.M. arrivant au droit de la plaque, Maxwell montre que la force par unité de surface, donc la pression de radiation p , est égale à la densité d'énergie électromagnétique de l'onde. Or, une pression est un transfert d'une quantité de mouvement normalement à une surface par unité de surface et par unité de temps. Lorentz et Poincaré montrèrent en 1900 que l'on pouvait attribuer à l'onde une densité volumique de quantité de mouvement électromagnétique, de dimension $\mathcal{ML}^{-2}\mathcal{T}^{-1}$ égale à p/c dirigée suivant la direction de propagation.

La pression de radiation p_{cn} du rayonnement électromagnétique du corps noir, rayonnement complètement diffusé dans toutes les directions, est égale au tiers de la densité volumique de l'énergie électromagnétique : $p_{cn} = u^0(T)/3$. Pour le démontrer, nous pouvons examiner la contribution à la pression de radiation de la partie du rayonnement dont les longueurs d'onde sont comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$ et intégrer sur l'ensemble du spectre pour obtenir le résultat final.

Considérons donc un petit élément de surface d^2S pris autour d'un point P quelconque de la paroi intérieure de l'enceinte ; soit Π le plan tangent en P à la paroi de la cavité ; il s'appuie sur d^2S et sépare l'espace en deux demi-espaces : qualifions d'« hémisphérique » tout ce qui provient de toutes les directions du demi-espace qui correspond à l'intérieur de la cavité. Calculons le transfert de quantité de mouvement sur d^2S pendant l'intervalle de temps dt .

Soit une direction particulière faisant un angle θ par rapport à la normale à d^2S dirigée vers l'intérieur de la cavité et désignée par φ dans le plan Π ; soit le cylindre oblique de base d^2S de direction (θ, φ) et de hauteur $cdt \cos \theta$: son volume est $cdt \cos \theta d^2S$. le rayonnement étant distribué de façon isotrope, seule la fraction $d\Omega/4\pi = \sin \theta d\theta d\varphi/4\pi$ de ce dernier correspond à une onde se dirigeant effectivement vers d^2S . Ainsi, la quantité de mouvement élémentaire du champ électromagnétique $d^4p_{mv,\lambda}(\theta, \varphi)$ contenue dans le volume élémentaire considéré, et dans l'intervalle spectral d'étendue $d\lambda$ qui se dirige effectivement vers d^2S suivant la direction (θ, φ) est :

$$d^4p_{mv,\lambda}(\theta, \varphi) = \frac{u_\lambda^0 d\lambda}{c} cdt \cos \theta d^2S \sin \theta d\theta d\varphi/4\pi$$

Sa contribution normale à la surface est $d^4 p_{n,\lambda}(\theta, \varphi) = d^4 p_{mv,\lambda}(\theta, \varphi) \cos \theta$. Ainsi, la composante normale de la quantité de mouvement transférée à la paroi par la fraction du rayonnement dans $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, notons-la $d^4 p_{n,\lambda}$, résulte de la somme des contributions élémentaires selon toutes les directions du demi-espace $\theta \in [0, \pi/2]$ et $\varphi \in [0, 2\pi]$; soit

$$d^4 p_{n,\lambda} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{u_\lambda^0 d\lambda}{4\pi c} c dt (\cos \theta)^2 d^2 S \sin \theta$$

soit

$$d^4 p_{n,\lambda} = \frac{u_\lambda^0 d\lambda}{4\pi} dt d^2 S \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta (\cos \theta)^2 \sin \theta = \frac{u_\lambda^0 d\lambda}{6} dt d^2 S$$

Or, le rayonnement absorbé par l'élément $d^2 S$ de la paroi est intégralement restitué à l'enceinte avec les mêmes propriétés, notamment celle de transporter une quantité de mouvement dont la résultante normale à la paroi possède la même intensité que celle calculée ci-dessus, mais une direction opposée. Au total, le transfert de quantité de mouvement possède une résultante suivant la normale à $d^2 S$ égale à $d^4 p_{n,\lambda} - (-d^4 p_{n,\lambda}) = 2 d^4 p_{n,\lambda}$. La pression élémentaire correspondante de la part du rayonnement dont les longueurs d'onde sont comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$ sur $d^2 S$ vaut :

$$dp_{cn,\lambda} = \frac{2 d^4 p_{n,\lambda}}{dt d^2 S} = \frac{u_\lambda^0 d\lambda}{3}$$

La pression totale sur la paroi résulte de la somme sur toutes les longueurs d'onde de $dp_{cn,\lambda}$; ainsi,

$$p_{cn} = \int_0^{+\infty} dp_{cn,\lambda} = \int_0^{+\infty} \frac{u_\lambda^0 d\lambda}{3} = \frac{u^0}{3}$$

où

$$u^0 = u^0(T) = \int_0^{+\infty} u_\lambda^0 d\lambda$$

représente la densité énergétique totale du rayonnement électromagnétique du corps noir dans l'enceinte.

Vous pourrez remarquer que la forme de u_λ^0 n'intervient à aucun moment dans la démonstration car son hypothèse principale est l'isotropie du rayonnement en tout point de la cavité et non sa répartition spectrale. (cf. remarque finale de l'Annexe III)

Annexe V

Dénombrement des modes propres du champ électromagnétique d'une cavité résonante

On considère une cavité parallélépipédique rectangle d'arêtes parallèles aux trois axes orthogonaux Ox , Oy et Oz et délimitée par les six plans métalliques parfaitement conducteurs d'équations $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$, $z = 0$ et $z = d$. On suppose que la cavité est sans charges libres ni courants ; seules des densités surfaciques de charges ou de courants sur les parois peuvent exister. Dans ces conditions, le champ électromagnétique qui règne dans la cavité doit satisfaire les quatre équations de Maxwell dans le vide sans charges ni courants :

$$\begin{array}{l} \underbrace{\operatorname{div} \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = 0}_{\text{Maxwell - Gauss}} \quad ; \quad \underbrace{\operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t}}_{\text{Maxwell - Faraday}} \\ \underbrace{\operatorname{div} \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = 0}_{\text{Maxwell - flux}} \quad ; \quad \underbrace{\operatorname{rot} \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t}}_{\text{Maxwell - Ampère}} \end{array}$$

avec les conditions aux limites suivantes : pour tout $\vec{\mathbf{r}}$ désignant un point quelconque sur ces parois, le champ électrique $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$ doit y être perpendiculaire en $\vec{\mathbf{r}}$ à la paroi et le champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$ doit y être parallèle à la paroi. Ainsi, en désignant par (x, y, z) les coordonnées du point $\vec{\mathbf{r}}$, les conditions aux limites s'expriment donc, $\forall t$, $\forall (x, y, z) \in [0, a] \times [0, b] \times [0, d]$:

$$\begin{aligned} E_x(x, 0, z, t) = E_x(x, b, z, t) = E_x(x, y, 0, t) = E_x(x, y, d, t) = 0, \\ E_y(0, y, z, t) = E_y(a, y, z, t) = E_y(x, y, 0, t) = E_y(x, y, d, t) = 0, \\ E_z(0, y, z, t) = E_z(a, y, z, t) = E_z(x, 0, z, t) = E_z(x, b, z, t) = 0, \\ B_x(0, y, z, t) = B_x(a, y, z, t) = B_y(x, 0, z, t) = 0 \\ B_y(x, b, z, t) = B_z(x, y, 0, t) = B_x(x, y, d, t) = 0 \end{aligned}$$

Les champs électrique et magnétique satisfont aux équations de d'Alembert :

$$\Delta \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \Delta \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Il est aisé de vérifier que le champ électrique stationnaire $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$ dans la cavité peut s'écrire :

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \begin{cases} E_{x0} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \cos(\omega t - \varphi_x) \\ E_{y0} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \cos(\omega t - \varphi_y) \\ E_{z0} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \cos(\omega t - \varphi_z) \end{cases}$$

où

$$k_x = n \frac{\pi}{a}, \quad k_y = m \frac{\pi}{b} \quad \text{et} \quad k_z = p \frac{\pi}{d} \quad (A)$$

(n, m, p) étant un triplet d'entier non tous nuls, et :

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 \quad (B)$$

et E_{x0} , E_{y0} , E_{z0} , φ_x , φ_y , φ_z six constantes *a priori* indépendantes pour un triplet d'entiers (n, m, p) fixé : les composantes du champ étant prises dans \mathbf{R} et les trois phases dans l'intervalle $[0, 2\pi[$. L'équation de Maxwell - Faraday permet de calculer le champ magnétique couplé au champ électrique pour constituer le champ électromagnétique.

Deux champs électromagnétiques dont les composantes électriques et magnétiques seraient proportionnelles entre elles sont réputés appartenir au même mode de vibration ; de même en est il de deux champs électromagnétiques dont les composantes sont simplement déphasées dans le temps. Ceci signifie que le champ électrique d'un mode donné peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \begin{cases} E_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \cos(\omega t) \\ \alpha E_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \cos(\omega t - \varphi_{yx}) \\ \beta E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \cos(\omega t - \varphi_{zx}) \end{cases} \quad (C)$$

dans laquelle il n'y a plus que quatre constantes *a priori* indépendantes, α , β prises dans \mathbf{R} et les deux phases φ_{yx} et φ_{zx} prises dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

Par ailleurs, l'équation de Maxwell - Gauss ne peut être respectée, quel que soit $(x, y, z) \in [0, a] \times [0, b] \times [0, d]$ et $\forall t$ que si, après simplification par les facteurs communs :

$$[k_x \cos(\omega t) + k_y \alpha \cos(\omega t - \varphi_{yx}) + k_z \beta \cos(\omega t - \varphi_{zx})] = 0$$

et donc, si les quatre constantes sont liées par les relations :

$$k_x + k_y \alpha \cos(\varphi_{yx}) + k_z \beta \cos(\varphi_{zx}) = 0$$

et

$$k_y \alpha \sin(\varphi_{yx}) + k_z \beta \sin(\varphi_{zx}) = 0$$

Ces deux relations signifient que, sur les quatre constantes initiales, il n'en reste plus que deux indépendantes, par exemple, α et β , qui déterminent *a priori* un mode de champ électromagnétique unique. Ainsi, pour un triplet (k_x, k_y, k_z) fixé et respectant les conditions (A), il y a deux modes possibles de champ électromagnétique.

Il nous faut maintenant évaluer le nombre de vecteurs d'onde - donc, de tels triplets (k_x, k_y, k_z) - auxquels peuvent correspondre des champs électromagnétiques ayant des pulsations comprises entre ω et $\omega + d\omega$. Pour cela, on se place dans l'espace des $\vec{\mathbf{k}}$; dans cet espace, les vecteurs d'onde ne peuvent avoir leur extrémité qu'aux nœuds définis par (A) et chacun d'eux est au centre d'un parallélépipède rectangle d'arêtes π/a , π/b et π/d respectivement parallèles aux trois axes de l'espace des $\vec{\mathbf{k}}$. Donc à l'intérieur d'un parallélépipède de « volume » égal à $\pi^3/(abd) = \pi^3/V$, où V est le volume de la cavité, il n'y a qu'un seul triplet (k_x, k_y, k_z) possible. Or, aux champs électromagnétiques de pulsation comprise entre ω et $\omega + d\omega$, correspondent, d'après la relation de dispersion (B), des vecteurs d'onde de norme comprise entre k et $k + dk$. Le nombre de triplets valables dN_1 est donc évaluable par le rapport du volume de la couronne sphérique comprise entre k et $k + dk$ divisé par le « volume » π^3/V , soit :

$$dN_1 = \frac{4\pi k^2 dk}{\frac{\pi^3}{V}} = V \frac{4k^2 dk}{\pi^2}$$

Cependant, dans cette couronne sphérique, chaque triplet (k_x, k_y, k_z) possible est accompagné de sept autres qui s'en déduisent par un changement de signe d'une, de deux ou des trois composantes du triplet, et qui correspondent à la même pulsation, d'après le relation

(B). Sur la forme (C) du champ électrique, on constate que ces huit triplets conduisent au même champ électrique en changeant de manière adéquate les signes de α et β . Le nombre de triplets correspondant à des champs électromagnétiques pouvant être réellement différents est donc égal à $dN = dN_1/8$; comme à chacun de ces triplets correspondent deux modes, le nombre de modes recherché pour des champs de pulsation comprise entre ω et $\omega + d\omega$ est égal à :

$$dN = 2 \times \frac{1}{8} \times dN_1 = V \frac{k^2 dk}{\pi^2}$$

Ceci revient à imposer aux entiers n , m et p des relations (A) d'être tous positifs ou nuls. Pour convertir dN en un nombre par intervalle de fréquence $d\nu$, il suffit de procéder au changement de variable $k = \omega/c = 2\pi\nu/c$. D'où, tous calculs faits :

$$dN = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu$$

On aboutit alors à une densité volumique dN/V de modes du champ électromagnétique dans la cavité, par intervalle de fréquence, égal à :

$$\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

où

$$\left(\frac{\nu}{c}\right)^2 = \left(\frac{n}{2a}\right)^2 + \left(\frac{m}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2$$

avec n , m et p entiers positifs ou nuls. Ce qui démontre le résultat utilisé par Rayleigh et Jeans puis par Planck dans leur recherche de l'expression de la densité spectrique de rayonnement.

Annexe VI

« Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière », *Annalen der Physik*, vol. XVIII, 1905, p. 132-148. Traduit par Françoise Balibar et coll.

In *Albert Einstein, Œuvres choisies, Quanta, mécanique statistique et physique quantique*, Seuil - CNRS, 1989, coll. Sources du savoir, ISBN 2 02 011390 2.

§ 8. Production de rayons cathodiques par éclairage d'un corps solide

La conception usuelle, selon laquelle l'énergie de la lumière est distribuée de façon continue dans l'espace où elle est rayonnée, présente, quand on tente d'expliquer les phénomènes photoélectriques, de très sérieuses difficultés qui sont exposées dans un travail décisif de M. Lenard³⁷.

La conception selon laquelle la lumière excitatrice est constituée de quanta d'énergie $(R/N)\beta\nu$ ³⁸ permet de concevoir la production de rayons cathodiques par de la lumière de la façon suivante. Des quanta d'énergie pénètrent dans la couche superficielle du corps ; leur énergie est transformée, au moins en partie, en énergie cinétique des électrons. La représentation la plus simple que l'on puisse s'en faire est celle d'un quantum de lumière cédant son énergie à un seul électron ; nous allons supposer que c'est bien ce qui se passe. Il n'est pas exclu cependant que des électrons ne prennent qu'une partie de l'énergie des quanta de lumière. Un électron, auquel de l'énergie cinétique a été fournie à l'intérieur du corps, atteint la surface en ayant perdu une partie de son énergie cinétique. Nous allons supposer, de plus, que tout électron doit, pour pouvoir quitter un corps, fournir un certain travail P (caractéristique du corps). Les électrons qui quittent le corps avec la vitesse normale la plus élevée sont ceux qui se trouvent immédiatement à la surface et qui ont été excités normalement à celle-ci. L'énergie cinétique de ces électrons est :

$$\frac{R}{N}\beta\nu - P.$$
³⁹

Si le corps est porté au potentiel⁴⁰ positif Π , s'il est entouré de conducteurs à un potentiel nul, et si Π est tout juste capable d'empêcher le corps de perdre de l'électricité, on a :

$$\Pi\varepsilon = \frac{R}{N}\beta\nu - P,$$

où ε désigne la charge électrique de l'électron. Soit encore :

$$\Pi E = R\beta\nu - P',$$

où E désigne la charge d'un équivalent-gramme⁴¹ d'ions monovalents et P' le potentiel⁴², par rapport au corps, de cette quantité d'électricité négative⁴³.

37. Note d'A. Einstein : P. Lenard, *Annalen der Physik*, vol. VIII, 1902, p. 169 et 170.

38. On écrirait aujourd'hui $h\nu$.

39. N.d.A. : $\beta = h/k_B$, rapport de la constante de Planck à celle de Boltzmann.

40. N.d.A. : au sens de potentiel électrique.

41. N.d.A. : une mole.

42. N.d.A. : il eut été plus exact d'écrire le « travail d'un équivalent-gramme du corps », i.e. le travail molaire d'extraction des électrons.

43. Note d'A. Einstein : Si l'on suppose que l'électron doive être arraché par la lumière à une molécule neutre, et qu'il faille pour cela dépenser un certain travail, il n'est pas nécessaire de modifier en quoi que ce soit la relation ici déduite ; il suffit de considérer que P' est la somme des deux termes.

Posons $E = 9,6 \cdot 10^3$; $\Pi \cdot 10^{-8}$ est alors le potentiel en volts du corps illuminé dans le vide^{44 45}.

Afin de voir d'abord si la relation ainsi déduite donne un ordre de grandeur conforme à l'expérience, posons $P' = 0$, $\nu = 1,03 \cdot 10^{15}$ ⁴⁶ (ce qui correspond à la limite ultraviolette du spectre solaire) et $\beta = 4,866 \cdot 10^{-11}$ ⁴⁷. Nous obtenons $\Pi \cdot 10^{-8} = 4,3$ volts; résultat conforme, en ordre de grandeur, à ceux de M. Lenard⁴⁸.

Si la formule obtenue est exacte, Π en fonction de la fréquence de la lumière excitatrice doit être, en coordonnées cartésiennes, une droite dont la pente ne dépend pas de la substance étudiée⁴⁹.

Autant que je puisse en juger, notre conception n'est pas en contradiction avec les propriétés de l'effet photoélectrique telles qu'elles ont été observées par M. Lenard. Si chaque quantum d'énergie de la lumière excitatrice cède son énergie à un électron indépendamment de tous les autres, la distribution des vitesses des électrons, c'est-à-dire la qualité du rayonnement cathodique produit, est indépendante de l'intensité de la lumière excitatrice; en revanche, le nombre des électrons qui quittent le corps doit, lui, être, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à l'intensité de la lumière excitatrice⁵⁰.

Il conviendrait de faire ici, à propos des limites de validité présumées des lois mentionnées, des remarques analogues à celles qui ont été faites à propos des écarts présumés à la règle de Stokes⁵¹.

Dans ce qui précède, on a supposé que l'énergie, du moins celle d'une partie des quanta d'énergie de la lumière productrice, n'était jamais cédée qu'à un seul électron. Si l'on ne fait pas cette hypothèse, la plus simple à concevoir, on obtient à la place de l'équation précédente :

$$\Pi E + P' \leq R\beta\nu.$$

Pour la luminescence cathodique qui constitue le processus inverse du précédent, on obtient, par des considérations analogues à celles développées plus haut :

$$\Pi E + P' \geq R\beta\nu.$$

Dans le cas des substances étudiées par M. Lenard, ΠE est toujours considérablement plus grand que $R\beta\nu$, puisque la tension que doivent avoir traversé les rayons cathodiques pour pouvoir tout juste produire de la lumière visible atteint, selon les cas, des centaines ou des milliers de volts⁵². Il faut donc supposer que l'énergie cinétique d'un électron est employée à produire de nombreux quanta d'énergie lumineuse.

44. Note de F. Balibar et col. : Einstein utilise le système C.G.S. électrostatique. Dans le système M.K.S.A., on aurait $E = 9,6 \cdot 10^4$ C; Π donne alors directement le potentiel. Le 10^{-8} provient du facteur 10 sur E et de ce que, dans le système C.G.S., R a une valeur 10^7 fois plus grande que celle en système M.K.S.A. Dans les deux systèmes, on trouve la même tension en volts.

45. N.d.A. : Einstein ne s'embarrasse pas des unités de mesure; sans doute les lecteurs des *Annalen* les restituaient-ils spontanément...

46. N.d.A. : cycles/s ou Hz.

47. N.d.A. : La valeur de β est identique dans les deux systèmes C.G.S. électrostatique et M.K.S.A. car le rapport h/k_B fait apparaître un rapport de grandeurs physiques où les énergies s'éliminent. L'unité de β est la $\text{s.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

48. Note d'A. Einstein : P. Lenard, *Ann. d. Phys.*, vol. VIII, 1902, p. 165 et 184, tableau I, fig. 2.

49. Note de F. Balibar et col. : Cette propriété ne fut vérifiée qu'en 1916 par Millikan. R. Millikan, « A direct photoelectric determination of Planck's constant "h" », *Physical Review*, vol. VII, 1916, p. 355-388.

50. Note d'A. Einstein : P. Lenard, *ibid.*, p. 150 et 166-168.

51. N.d.A. : La règle de Stokes invoquée concerne la fréquence ν_2 de la lumière émise par photoluminescence par un corps ayant été au préalable éclairé par une lumière de fréquence ν_1 , à savoir $\nu_2 \leq \nu_1$.

52. Note d'A. Einstein : P. Lenard, *Ann. d. Phys.*, vol. XII, 1903, p. 469.

Annexe VII

Extrait du discours de réception du prix Nobel, en 1937, de C. J. Davisson, in *Berkeley : cours de physique, vol. 4, physique quantique*, Eyvind H. Wichmann, 1974, Armand Colin, I.S.B.N. 2-200-21006-X :

Il était implicite dans la théorie que des faisceaux d'électrons devaient, comme les faisceaux de lumière, présenter des propriétés ondulatoires, et que diffusés par un réseau convenable, ces faisceaux devraient subir une diffraction ; pourtant aucun des principaux théoriciens n'avaient mentionné cet intéressant corollaire. Le premier à le signaler fut Elsasser qui fit remarquer, en 1925, que l'existence physique des ondes d'électrons pouvaient être démontrée par des expériences de diffraction. La voie était alors tracée pour la découverte de la diffraction des électrons.

Il serait agréable de vous dire qu'aussitôt que furent connues les suggestions d'Elsasser, on commença à New-York des expériences qui permirent de mettre en évidence la diffraction des électrons, il serait encore plus agréable de dire que ce travail fut commencé le jour qui suivit l'apparition en Amérique des premières copies de la thèse de de Broglie. La véritable histoire fait moins appel à la perspicacité et plus au hasard. Ce travail fut en fait commencé en 1919 par la découverte accidentelle que le spectre d'énergie de l'émission secondaire d'électrons⁵³ avait pour limite supérieure l'énergie des électrons incidents, même lorsque ceux-ci étaient accélérés par plusieurs centaines de volts : ceci signifiait qu'il existait une diffusion élastique des électrons par les métaux.

À partir de là commença une étude de la distribution angulaire de ces électrons diffusés élastiquement. Puis la chance intervint à nouveau, et c'est tout à fait par hasard que l'on découvrit que l'intensité de la diffusion élastique variait avec les orientations du cristal diffuseur. C'est ainsi que tout naturellement on commença à étudier la diffusion élastique par un monocristal d'orientation déterminée. Cette phase du travail débuta en 1925, l'année qui suivit la publication de la thèse de de Broglie et l'année qui précéda les grands développements de la mécanique ondulatoire. L'expérience de New-York ne fut donc pas conçue comme une vérification de la théorie ondulatoire. Ce n'est qu'en 1926, après avoir discuté de ces recherches en Angleterre avec Richardson, Born, Franck et d'autres qu'elle prit ce caractère.

C'est en automne de l'année 1926 que l'on commença à rechercher les faisceaux diffractés, mais ce n'est pas avant le début de l'année suivante que l'on en trouva, un tout d'abord, puis une vingtaine très rapidement. Dix-neuf d'entre eux pouvaient être utilisés pour vérifier la relation entre la longueur d'onde et la quantité de mouvement, et dans tous les cas on vérifia, à la limite de la précision des mesures, la validité de la formule $\lambda = h/p$.

Je rappellerai brièvement le principe de l'expérience. Un faisceau d'électrons, de vitesse prédéterminée, est dirigé vers la face (111) d'un cristal de nickel, comme on l'a représenté schématiquement sur la figure⁵⁴. Un collecteur ne pouvant accepter que les électrons diffusés élastiquement et leurs proches voisins, peut se déplacer sur un arc autour du cristal. Le cristal lui-même peut tourner autour de l'axe déterminé par le faisceau incident. Nous

53. N.d.A. : Il s'agit de la production d'électrons (secondaires), arrachés à la surface d'un métal, par un faisceau incident d'électrons (primaires) qui la frappe. La limitation évoquée par Davisson du spectre d'énergie des électrons secondaires indique qu'il s'agit d'un processus dans lequel un électron incident arrache un ou plusieurs autres électrons, mais que plusieurs électrons incidents ne peuvent concourir pour en arracher un et lui communiquer une partie de la somme de leur énergie totale, qui serait de la sorte potentiellement supérieure à l'énergie moyenne d'un électron du faisceau incident.

54. N.d.A. : cf. schéma du document annexe.

avons donc pu mesurer l'intensité de la diffusion élastique dans n'importe quelle direction en avant de la surface du cristal, à l'exception des directions se trouvant à moins de 10° à 15° du faisceau incident.

Annexe VIII

Extrait de l'article « Quantification et valeurs propres », *Annalen der Physik* (4), 361-376 (1926), Springer Verlag, de E. Schrödinger. In *Sources et évolution de la physique quantique*.

...On est évidemment très tenté de rattacher la fonction ψ à un phénomène de vibration intra-atomique, ayant un caractère de réalité beaucoup plus prononcé que celui, si souvent mis en doute actuellement, des trajectoires électroniques. Primitivement j'avais eu l'intention, moi aussi, de fonder la nouvelle conception des conditions de quanta sur une hypothèse de ce genre, qui a l'avantage d'être à coup sûr beaucoup plus intuitive que d'autres ; j'ai préféré cependant la forme mathématique parfaitement neutre utilisée dans ce qui précède, parce qu'elle a l'avantage de mettre plus clairement en évidence l'essentiel de la question. Selon moi, cet essentiel consiste en ce que dans la nouvelle conception les règles de quanta ne contiennent plus de traces de cette mystérieuse « condition des nombres entiers », qui se trouve pour ainsi dire rejetée sur un autre plan : elle résulte du simple fait qu'une certaine fonction spatiale reste finie, unique et bien déterminée dans tout l'espace de configuration.

Je ne tenterai pas de discuter ici d'une façon plus précise les possibilités de représentation d'un pareil phénomène de vibrations, avant qu'on ait résolu avec succès au moyen des nouvelles méthodes, un certain nombre de problèmes particuliers. En effet, il est après tout possible que ces méthodes n'apportent rien de nouveau et que leur ensemble ne constitue finalement qu'une théorie calquée identiquement sur la théorie ordinaire des quanta. Par exemple, il est tout à fait remarquable de constater que si l'on résout le problème relativiste de Kepler d'après les indications précédentes, on trouve que les deux nombres quantiques *partiels* (la quantum azimutal et le quantum radial)⁵⁵ doivent nécessairement être *demi-entiers*.

En tout cas, qu'il me soit permis d'ajouter encore quelques remarques au sujet de cette représentation ondulatoire des phénomènes intra-atomiques. Avant tout, je ne saurais passer sous silence le fait que je dois l'impulsion première qui a fait éclore ce travail pour la plus grande part à la remarquable thèse de M. Louis de Broglie ; j'ai été amené aux considérations précédentes en réfléchissant à la distribution spatiale de ces « ondes de phase », dont M. de Broglie a montré qu'il y en a toujours le long de la trajectoire un *nombre entier* par période ou quasi-période de l'électron. La principale différence entre ses résultats et les nôtres consiste en ce que de Broglie imagine des ondes progressives, tandis que si l'on interprète nos formules au moyen d'une hypothèse ondulatoire, on est conduit à des vibrations propres *stationnaires*. J'ai montré récemment qu'on peut fonder la théorie des gaz d'Einstein sur des considérations qui introduisent des vibrations propres stationnaires, obéissant à la loi de dispersion des ondes de phase de de Broglie...

55. N.d.A. : Schrödinger évoque l le nombre quantique orbital et m le nombre quantique magnétique.

Annexe IX

Interprétation quantique
d'une expérience d'interférences lumineuses
et
d'une expérience d'interférences particulières

Je me référerai dans cette annexe au seul dispositif interférentiel des fentes d'Young, les principes fondamentaux ne dépendant pas tant de la nature du dispositif que de celle des objets physiques qui le traversent. O est la position de la source d'un rayonnement monochromatique de fréquence ν (pulsation ω) et de longueur d'onde λ ; Π est l'écran opaque au rayonnement électromagnétique et percé de deux fentes parallèles identiques, F_1 et F_2 , de largeur b et distantes de a ; E est l'écran d'observation de sorte que Π s'interpose entre O et E . Par simplicité, l'ensemble est dans le vide où les ondes lumineuses se propagent à la célérité c .

La vibration monochromatique, de nature vectorielle - il s'agit de déterminer les six composantes $G_\alpha(\vec{r}, t)$ où $\alpha = 1, 2, \dots, 6$ regroupées en champ électrique \vec{E} et du champ d'induction magnétique \vec{B} - serait en principe calculable en tout point de l'espace en résolvant l'équation d'onde :

$$\Delta G_\alpha - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 G_\alpha}{\partial t^2} = 0$$

avec les conditions aux limites adéquates pour ces champs sur l'écran et sur la source modélisée. Le problème est que ces dernières sont mal déterminées. En effet, le rayonnement est en partie réfléchi, absorbé ou transmis par l'écran. la part transmise à travers l'écran est en pratique négligeable : l'écran, épais de quelques dixièmes de millimètres, présente aux fréquences des ondes lumineuses dont il est question une épaisseur de peau - donnée par $\delta = \sqrt{2/(\mu_0 \gamma \omega)}$ où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et γ la conductivité du métal - très petite devant son épaisseur ce qui permet de considérer le champ électromagnétique transmis comme nul. La partie du rayonnement absorbée par l'écran élève sa température d'équilibre et il se met à rayonner alors dans tout le spectre électromagnétique. Naturellement, comme l'écran n'est pas un corps rigoureusement noir, sa luminance énergétique spectrique⁵⁶ est de fait mal connue de même que son coefficient local de réflexion. Il s'agit donc de s'affranchir de ces difficultés.

L'optique physique fondée sur le principe de Huygens - Fresnel, simplifie ce problème en taillant à travers ses difficultés. Elle propose une théorie scalaire de la diffraction, permet de calculer en principe, en un point \vec{r}_M du demi-espace au delà de Π et à un instant t quelconque, l'amplitude complexe $\underline{A}(\vec{r}_M, t)$ de la vibration monochromatique. L'écran Π est assimilé à une surface géométrique sur laquelle les fentes F_1 et F_2 constituent une distribution continue de sources ponctuelles secondaires émettant des ondes sphériques

⁵⁶. La luminance énergétique spectrique L_λ d'un point P de la surface est le flux énergétique spectrique élémentaire $d^3\Phi_\lambda$ du rayonnement émis par l'élément de surface d^2S autour de P dans l'angle solide élémentaire $d\Omega$ de direction D . Elle est liée à l'exitance énergétique spectrique M_λ par la relation :

$$M_\lambda = \int_{2\pi sr} L_\lambda \cos \theta d\Omega$$

où θ est l'angle que fait la direction D avec la normale à d^2S , la somme étant prise sur toutes les directions du demi-espace au-dessus de l'élément de surface.

scalaires de fréquence ν . Chaque point \vec{r}_P pris sur les fentes émet une onde d'amplitude complexe élémentaire $d^2 \underline{A}_P(\vec{r}_M, t)$ proportionnelle à l'élément de surface $d^2 S$ autour de \vec{r}_P :

$$d^2 \underline{A}_P(\vec{r}_M, t) = a_P \frac{e^{i(\omega t - kr_{PM})}}{r_{PM}} d^2 S$$

où $r_{PM} = |\vec{r}_M - \vec{r}_P|$ et $k = \omega/c$. La somme de ces amplitudes élémentaires complexes donne en principe $\underline{A}(\vec{r}_M, t)$:

$$\underline{A}(\vec{r}_M, t) = \iint_{P \in F_1 \cup F_2} d^2 \underline{A}_P(\vec{r}_M, t) = \iint_{P \in F_1 \cup F_2} a_P \frac{e^{i(\omega t - kr_{PM})}}{r_{PM}} d^2 S$$

La dernière intégrale pouvant être séparée en la somme de deux contributions, celle sur $P \in F_1$ et celle sur $P \in F_2$, l'amplitude complexe en \vec{r}_M apparaît comme l'interférence (somme des deux intégrales) des ondes diffractées (chacune des intégrales) par chaque fente de Π . Cette amplitude complexe est solution de l'équation d'onde :

$$\Delta \underline{A}(\vec{r}_M, t) + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{A}(\vec{r}_M, t) = 0 \quad (1)$$

où le laplacien est pris par rapport aux coordonnées de \vec{r}_M . L'écran d'observation E qui intercepte le champ d'interférences se comporte lui-même comme un émetteur tertiaire : chaque point \vec{r}_M de l'écran rediffuse une onde sphérique de même fréquence que celle du champ d'interférence⁵⁷. Mais la fréquence de la vibration est si élevée que l'œil de l'observateur ne perçoit, venant du point \vec{r}_M de E , que la valeur moyenne dans le temps de l'intensité de l'onde diffusée par les molécules de l'écran en ce point, en réponse à l'onde reçue. Il en résulte qu'il ne sera sensible qu'à l'intensité lumineuse directement proportionnelle au carré du module de l'amplitude complexe, $I(\vec{r}_M) = \alpha |\underline{A}(\vec{r}_M, t)|^2$. Pour être exact, il conviendrait de dire que l'observateur interprète le champ rétrodiffusé par l'écran, au niveau de la rétine de ses yeux, du champ d'interférences intercepté ! Ce qui est ressenti par l'observateur est une variation continue de l'intensité reçue sur E . Mais dans cette sensation, interviennent à la fois l'acuité visuelle⁵⁸ de l'observateur et le caractère diffusant du milieu qui constitue l'écran. Voyons maintenant ce que peut dire de ce type d'expérience la physique quantique.

Le physicien quantique fera observer que, dans les conditions habituelles de réalisation de ces expériences, un très grand nombre de photons sont à chaque seconde en jeu pour réaliser la figure d'interférences. La première chose qu'il conseillera de faire sera de diminuer fortement l'intensité lumineuse de la source pour, à la limite, atteindre un niveau d'intensité si faible que, supposons, un seul photon franchisse le plan Π chaque seconde « à travers une des fentes ». Contrairement à ce que l'on aurait pu supposer, le système de franges d'interférences cesse de subsister même avec une intensité fortement atténuée. Ne se manifestent plus sur l'écran que des points lumineux fugitifs qui arrivent aléatoirement. C'est à l'analyse de ce phénomène que nous devons nous livrer. Ce photon d'énergie $h\nu$ ne se manifestera que par son interaction avec la matière de l'écran d'observation E et, d'après tant l'interprétation de l'effet photoélectrique que celle des spectres d'émission,

57. À ce titre d'ailleurs, il faudrait en toute rigueur intégrer ses caractéristiques de réflexion, d'absorption et de transmission dans le problème initial !

58. Il est remarquable que les capteurs - cônes et bâtonnets - de la rétine occupent des aires sur la rétine qui soient de l'ordre de grandeur de l'aire de la tache de diffraction des vibrations lumineuses diaphragmées par la pupille.

il interagira avec un et un seul électron d'un des atomes de l'écran, situé en \vec{r}_M . Cet électron sera alors dans un état excité et se désexcitera en émettant un rayonnement que nous sommes obligés de supposer de même fréquence. Et l'observateur qui regarderait dans la direction du point \vec{r}_M où ce double évènement d'absorption et d'émission s'est produit, n'aura plus qu'une certaine probabilité de « voir l'émission », c'est-à-dire une certaine probabilité que son œil reçoive effectivement le photon émis et puisse en déduire l'existence de ce double processus, parce que l'énergie du rayonnement diffusé correspond à celle, $h\nu$, du seul photon émis et qu'il est impossible que cette énergie soit fractionnée. Bref, si le problème existentiel du photon est « to be or not to be », celui de l'observateur est alors « to see or not to see » ! Nous « voyons » - sans jeu de mots - qu'il nous faut un dispositif de détection placé directement en \vec{r}_M de E pour savoir si oui ou non un photon a atteint ce point. Appelons D le photodétecteur qui nous aidera dans cette tâche. Ce détecteur fonctionnera de telle sorte qu'il nous renseignera à la fois sur l'arrivée d'un photon à l'endroit où il sera positionné, sur l'énergie dudit photon et sera supposé être parfaitement efficace, à savoir qu'aucun photon arrivant dans sa fenêtre de comptage ne sera oublié. Naturellement, nous pourrions déplacer D à notre guise en tout point du plan que l'écran E aurait dû occuper.

Reprenons maintenant expérience dans les conditions décrites au départ. Nous pouvons faire l'observation suivante : chaque fois que le détecteur a perçu l'arrivée d'un photon, celui-ci avait toujours la même énergie $h\nu$ ce qui confirme que l'énergie des photons n'est jamais divisée. D'autre part, si nous laissons à chaque endroit⁵⁹ de E le détecteur pendant une même durée T , suffisamment longue afin qu'un nombre élevé de photons ait franchi Π , et que nous fassions le décompte des photons arrivés en chacun de ces endroits, nous observerons que le rapport des nombres de photons arrivant dans deux endroits distincts, $N_T(\vec{r}_{M_1})/N_T(\vec{r}_{M_2})$ se rapproche du rapport des intensités $I(\vec{r}_{M_1})/I(\vec{r}_{M_2})$ que la théorie classique du champ électromagnétique du phénomène d'interférences prévoit pour ces deux endroits. Mieux ! La différence entre les rapports sera d'autant plus petite que le temps passé à comptabiliser les photons dans chaque cellules sera long, de sorte que :

$$\forall \vec{r}_M, \quad \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{N_T(\vec{r}_M)}{I(\vec{r}_M)} = \mathcal{L}$$

la limite \mathcal{L} étant la même pour tout les points⁶⁰. Cette expérience fait émerger le caractère probabiliste de l'intensité lumineuse donnée par la théorie classique du champ électromagnétique. L'intensité lumineuse et, par conséquence, la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique en un point donné \vec{r}_M derrière Π , apparaissent comme proportionnelles à la probabilité de détecter un photon en ce point - en n'oubliant surtout pas que cette détection n'a de sens que par une interaction avec la matière, celle de l'écran ou celle du détecteur D -.

Nous pourrions nous demander par quelle fente, F_1 ou F_2 est « passé » le quantum d'énergie qui se manifeste dans le détecteur, au delà de Π . Pour le savoir, nous pouvons placer un second détecteur, similaire à D devant l'une des fentes : il reçoit le photon qui passe par la fente, photon qui ne participe donc pas à l'élaboration de la figure d'interférences puisque seuls le peuvent ceux qui sont passés par la fente mais sans avoir été détectés (et donc sans qu'on sache qu'ils sont passés par elle) et ceux qui seront passés par l'autre fente. En refaisant le même comptage que précédemment, le premier détecteur

59. Si l'écran E avait une aire S et la surface de capture du détecteur une aire s , nous pouvons discrétiser l'écran en un nombre S/s cellules, chacune désignant un « endroit » de E .

60. Un écart qui subsisterait sur la valeur de la limite d'un point à un autre serait dû au caractère approché de la théorie scalaire de la diffraction qui conduit au calcul de l'intensité $I(\vec{r}_M)$

donnera une distribution spatiale des photons détectés sur E intermédiaire entre la figure d'interférences précédente, mais altérée par les photons capturés par le second détecteur, et la figure de diffraction de la seule autre fente donnée par la théorie classique de la diffraction ! Le degré d'altération sera grand à la mesure où le second détecteur obstruera la fente pour compter au mieux les photons qui passent par elle. Peut-être pourrions-nous seulement éclairer une des fentes et repérer « l'ombre » que ferait le photon en la traversant, ce qui lui permettrait de poursuivre son chemin ? il faudrait pour ce faire utiliser un photon d'éclairage qui permette de distinguer un détail plus petit que a la distance entre les deux fentes, donc un photon d'éclairage de longueur d'onde inférieure à a , donc de quantité de mouvement supérieure à h/a qui serait transférée au photon passant par la fente et modifiera donc sa quantité de mouvement naturelle. Il en résulterait une modification de sa contribution à la construction de la figure d'interférences. L'analyse montre qu'il est impossible de pouvoir et obtenir la figure d'interférences par collection d'un grand nombre de photons comptabilisés par le premier détecteur et de savoir par quelle fente ceux-ci sont passés.

Nous n'insisterons pas dans cette voie. En revanche, tout en sachant que nous n'obtiendrons pas de statistique sur la figure de diffraction, nous pouvons chercher à compter les photons passant par les deux fentes en utilisant des détecteurs qui intercepteront tous les photons passant par F_1 et F_2 . Toujours au bout d'un temps suffisamment long pour qu'un grand nombre de photons aient traversé les fentes, si nous comparons le rapport des nombres de photons passés par chaque fente, nous les trouvons dans le même rapport que les flux du vecteur de Poynting à travers chacune d'elles. De plus, comme plus haut, plus la durée du comptage sera longue, moindre sera la différence entre les deux rapports ; à la limite d'un temps infiniment long, la différence sera nulle. Or, comme l'intensité, le vecteur de Poynting possède une norme proportionnelle au carré du module du champ scalaire calculé par la théorie de la diffraction. Cette observation lui confère le même un caractère probabiliste que l'intensité. Il est ainsi possible d'avancer que toute quantité proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde - au sens classique du terme - est proportionnelle à la probabilité d'un certain type d'évènement (passer à travers une surface, être détecté par une cellule photoélectrique...).

Le remplacement de la source lumineuse par une source émettant des particules matérielles de masse m et de longueur d'onde de de Broglie égale à celle des photons employés précédemment, $\lambda_b = h/p = c/\nu = \lambda$ où p est la norme de la quantité de mouvement de chaque particule émise, en conservant le reste du dispositif (Π et E ou D)⁶¹ à l'identique, conduit à une répartition spatiale des particules sur E statistiquement similaire à celle que nous avons lors de l'expérience d'interférences lumineuse ! Ceci ne doit pas étonner outre mesure. En effet, l'état de chaque particule émise possède une énergie fixée qui doit être une des valeurs propres possible de son hamiltonien \mathcal{H} . La fonction propre $\varphi(\vec{r})$ associée à cette valeur propre doit satisfaire à l'équation $\mathcal{H}\varphi = E\varphi$. L'état de la particule est ainsi décrit par la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r})e^{-iEt/\hbar}$ que gouverne l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

où $V(\vec{r}, t)$ est le potentiel auquel le dispositif soumet la particule. Or, du fait de l'interaction de l'écran Π sur la particule, il pourrait arriver à cette dernière d'être réfléchi,

61. Naturellement l'écran ou le détecteur doivent être adaptés pour visualiser ou détecter le type de particules émises par la source.

absorbée ou transmise par effet tunnel à travers l'épaisseur de l'écran. Si nous supposons que la probabilité de transmission par effet tunnel est extrêmement faible (tout comme nous avons supposé que la part transmise des ondes lumineuses était parfaitement négligeable), alors nous pouvons admettre que les particules émises ne peuvent franchir Π que par les fentes F_1 et F_2 . Par ailleurs, l'interaction de l'écran avec la particule est une interaction de très courte portée et nous pouvons supposer que le potentiel $V(\vec{r}, t)$ est nul partout sauf pour les point \vec{r} appartenant à Π où nous le supposons infiniment grand. Il ressort de cette approximation que la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ est en tout point du demi-espace au delà de Π solution de l'équation d'onde :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

ce qui conduit à l'équation satisfaite par $\varphi(\vec{r})$ suivante, après simplification par l'exponentielle $e^{-iEt/\hbar}$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\varphi(\vec{r}) = E\varphi(\vec{r})$$

qui possède une forme identique à l'équation (1) satisfaite par $\underline{A}(\vec{r}_M, t)$, en posant :

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Or, si l'on suppose les particules émises non relativistes, alors $2mE = p^2$ et $p^2/\hbar^2 = (2\pi/\lambda_b)^2$. Les conditions aux limites sur la fonction $\varphi(\vec{r})$ que nous pouvons raisonnablement prendre en tenant compte de l'étude sur le rôle de Π sont les suivantes : $\varphi(\vec{r})$ est nulle sur toute la surface de Π sauf sur la surface des fentes. Le problème se révèle alors similaire à celui des interférences lumineuses du départ et peut avoir comme solution approchée pour les points \vec{r}_M au delà de l'écran :

$$\varphi(\vec{r}_M) = \iint_{P \in F_1 \cup F_2} a_P \frac{e^{i(kr_{PM})}}{r_{PM}} d^2S$$

qui, après multiplication par le facteur temporel $e^{-iEt/\hbar}$, conduit à la fonction d'onde :

$$\psi(\vec{r}_M, t) = \iint_{P \in F_1 \cup F_2} a_P \frac{e^{i(kr_{PM} - \frac{Et}{\hbar})}}{r_{PM}} d^2S$$

La solution approchée de la fonction d'onde possède la même forme que $\underline{A}(\vec{r}_M, t)$, donc la probabilité de présence de la particule en un point \vec{r}_M au delà des fentes, donnée par $|\psi(\vec{r}_M, t)|^2$, est une fonction de \vec{r}_M proportionnelle à l'intensité $I(\vec{r}_M)$ du premier problème. Cet étude montre le parallélisme de forme des deux problèmes et renforce le caractère probabiliste à attribuer à l'intensité lumineuse en tant qu'elle détermine la probabilité pour chacun des photons émis à atteindre un point donné au delà des fentes. Vous aurez pu remarquer qu'à aucun moment il n'a été question des autres particules émises avant ou après celle dont nous venons d'étudier le comportement. Il va de soi que leurs fonctions d'onde possèdent la même forme (en tant que solution approchée du problème réel) que celle présentée : leurs parties spatiales $\varphi(\vec{r})$ sont exactement identiques ; seuls leurs facteurs de phase temporels sont décalés dans le temps de leurs instants d'émission respectifs, ce qui n'a aucune conséquence sur la seule quantité physique vérifiable, leur répartition spatiale sur l'écran, gouvernée par $|\psi|^2 = |\varphi|^2$.

Cette dernière remarque doit attirer notre attention sur le fait important suivant : la

figure d'interférences (lumineuses ou particulaires) n'est pas due à une corrélation quelconque des photons ou des particules. Ils (Elles) sont émis(es) de manière aléatoire et sont indépendant(e)s les un(e)s des autres. Mais au bout d'un temps suffisamment long pour que de très nombreux photons ou de très nombreuses particules se soient accumulé(e)s sur les écrans ou dans les détecteurs, leur répartition s'approchera de la loi de probabilité que l'intensité I ou le carré du module de la fonction d'onde $|\psi|^2$ leur imposent. (cf. document annexe)