Physique générale

PHYS-F-104

BA-1

Biologistes, géologues, géographes

2006-2007

P. Marage

P. Aliani, C. Noël, M. de Haan, P. Vanlaer

Organisation du cours

- Cours théorique – 4 ECTS

Réf. : E. Hecht, *Physique*, De Boeck Université

www.brookscole.com/physics -> introductory physics -> Hecht

Autre réf. : F. Rothen, *Physique générale – La physique des sciences de la nature et de la vie*, Presses polytechniques et univ. romandes

- Exercices – 2 ECTS

Basés sur livre

- Travaux personnels – 1 ECTS

autres exercices du livre (y compris QCM) – en part. les ex. impairs (réponses données dans le livre)

exercices sur ordinateurs

visite de l'Expérimentarium

Poids total de la physique : 7/60 de la note de BA-1

Évaluation

- Réussite de l'année **ssi**

  ≥ 12/20 en moyenne (pondérée)

  ET ≥ 10/20 pour chaque cours du programme obligatoire

- Evaluation du travail personnel

- 3 « sessions » : janvier, juin, septembre

- Pour chaque session : examen écrit

  - 50% théorie (dont « questions pour réfléchir », QCM et exercices simples; sans notes)
  - 50% exercices (semblables à ceux de l'année; avec notes)

NB: Si une session est représentée, la note de la session précédente est « oubliée »

Pour vous aider

- Les enseignants : cours, exercices, permanences
- Les guidances
- Les personnes ressources
- Pour communiquer:

http://homepages.ulb.ac.be/~pmarage
pmarage@ulb.ac.be

Plan du cours (1)

Cinématique

intro.: unités, chiffres significatifs		
vecteurs, dérivées	leçons 1-2	ex. 1
vitesse (scalaire et vectorielle)		
accélération; mouvement uniform. accéléré;		
balistique; intégrales	leçons 3-4	ex. 2

Dynamique

3 lois de Newton; conserv. quantité de mouv.	leçon 5	ex. 3
force et accélération; tension des cordes	leçon 6	
mouvement curviligne et forces centripètes	leçon 7	ex. 4
frottements	leçon 8	

Statique

moment d’une force; lois	leçons 9-11	ex. 5

Plan du cours (2)

Gravitation		
loi de Newton; lois de Kepler	leçons 12-13	ex. 6-7
Rotation	leçons 14-16	ex. 7-8
cinématique, dynamique		
conservation du moment cinétique		
Travail – puissance – énergie	leçons 16-19	ex. 9-10
énergie cinétique, potentielle		
conservation de l'énergie mécanique		
Élasticité		
élasticité; oscillateur harmonique	leçon 19	ex. 10
Oscillations, ondes, son	leçons 19-21	ex. 11
Mécanique des fluides	leçons 22-24	ex. 12

Notions de math.

- **Notions de base** (v. Hecht, Appendices A-B-C)
  - algèbre de base
  - formules géom. de base (Pythagore, aire et volume cercle, etc.)
  - fonctions, y compris représentation graphique et extrema
    en part. logarithmes et exponentielle
  - trigono. : fonctions sin, cos, tg; valeurs remarq. (0, 30, 45, 60, 90°)
    formules du triangle rectangle

- **En plus, pour ce cours** (v. Hecht, Appendices D-E-F)
  - vecteurs
  - dérivées : définition, fonctions les plus courantes
  - intégrales : idem.

Vecteurs (Hecht, appendice D)

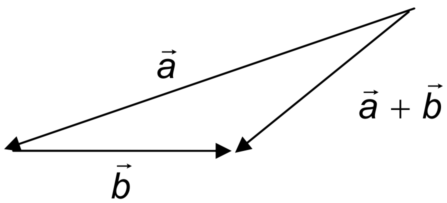
Défini par son origine et son extrémité

càd : sa longueur (norme), sa direction, son sens; en physique : ses unités !

la norme $|\vec{a}|$ (pas la « valeur absolue ») est souvent notée *a* (scalaire positif)

Somme de deux vecteurs (de même espèce / de mêmes unités !)

règle du triangle



$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

commutativité : $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

Multiplication par un scalaire : $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$

(seuls la longueur et, éventuellement, le sens changent)

Coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a} = a_x \vec{1}_x + a_y \vec{1}_y + a_z \vec{1}_z$$

dans le plan : $a_x = |\vec{a}|\cos\theta \quad a_y = |\vec{a}|\sin\theta$ où θ = angle entre axe x et $\vec{a}$

Produit scalaire : $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta(a,b) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

c'est un *scalaire*, mais il peut avoir des *dimensions* !

Produit vectoriel :

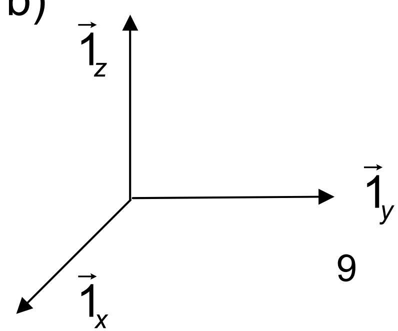
$$\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a} = a\ b\ \sin\theta(\vec{a},\vec{b})\ \vec{1}_\perp = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ \vec{1}_x & \vec{1}_y & \vec{1}_z \end{vmatrix} \vec{1}_\perp$$

$(\vec{a},\vec{b})$ dans le plan (x,y) : $\vec{a}\times\vec{b} = a\ b\ \sin\theta(\vec{a},\vec{b})\ \vec{1}_z = (a_x b_y - a_y b_x)\ \vec{1}_z$

c'est un *vecteur*. NB que $\sin\theta(\vec{a},\vec{b})$ a un signe (angle de a vers b)

Règle du « tire-bouchon »
(ou du tourne-vis ou de la main droite)

$$\vec{1}_x \times \vec{1}_y = \vec{1}_z$$



Dérivées (Hecht, appendice F1)

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

attention : $\frac{df(x)}{dx}$ est une notation, pas un quotient !

Interprétation : pente de la tangente à la courbe (+ unités !)

$$\frac{d}{dx}(Cte) = 0 \qquad \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}\left[Cf(x)\right] = C\frac{df}{dx} \qquad \frac{d}{dx}\left[f(x)+g(x)\right] = \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)\cdot g(x)\right] = \frac{df}{dx}g + f\frac{dg}{dx} \qquad \frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{1}{g^2}\left[\frac{df}{dx}g - f\frac{dg}{dx}\right]$$

$$\frac{d\sin(x)}{dx} = \cos(x) \qquad \frac{d\cos(x)}{dx} = -\sin(x) \qquad \frac{d}{dx}e^{ax} = ae^{ax} \qquad \frac{d}{dx}\ln(x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{df(u(x))}{dx} = \frac{df(u)}{du}\frac{du(x)}{dx}$$

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{df}{dx}\right)$$

attention : $\frac{d^2f}{dx^2}$ est une notation, pas un carré !

Quelques démonstrations

$$f(x) = C \rightarrow \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{C - C}{\Delta x} = 0$$

$$f(x) = x \rightarrow \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x) - x}{\Delta x} = 1$$

$$f(x) = x^n \rightarrow \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^n - x^n}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^n + nx^{n-1}\Delta x + n(n-1)x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + \Delta x^n - x^n}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2}\Delta x + \ldots \right) = nx^{n-1}$$

$$f(x) = \cos(x) \rightarrow \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos(x+\Delta x) - \cos x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos x \cos \Delta x - \sin x \sin \Delta x - \cos x}{\Delta x}$$

$$\simeq \text{(pas tout à fait rigoureux)} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos x \cdot 1 - \sin x \cdot \Delta x - \cos x}{\Delta x} = -\sin x$$

$$f(x+\Delta x) \cdot g(x+\Delta x) \rightarrow \left[f(x) + \frac{df(x)}{dx}\Delta x \right] \cdot \left[g(x) + \frac{dg(x)}{dx}\Delta x \right] = f(x)g(x) + \left[f\frac{dg}{dx} + \frac{df}{dx}g \right]\Delta x + \frac{df}{dx}\frac{dg}{dx}\Delta x^2$$

$$\Rightarrow \frac{d\left[f(x) \cdot g(x)\right]}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left[f\frac{dg}{dx} + \frac{df}{dx}g + \frac{df}{dx}\frac{dg}{dx}\Delta x \right] = f\frac{dg}{dx} + \frac{df}{dx}g$$

Intégrales (Hecht, appendice F2)

Primitive : $F(x) = \int f(x)dx \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = \dfrac{dF(x)}{dx}$ opération "inverse" de la dérivée

NB: $F(x)$ est définie à une constante près !

$$\int K\,dx = Kx + C \quad \text{(K = constante)}$$

$$\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \quad \text{si } n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$$

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + C$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax + C$$

Intégrale définie :

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_0^t f(\tau)d\tau = F(t) - F(0)$$ τ est un indice "muet"

Interprétation : "aire" comprise entre l'axe des x et la courbe $f(x)$,

avec contributions positives au-dessus de l'axe, négatives en-dessous

Grandeurs - mesures - unités

- Grandeurs indépendantes

  Longueur, masse, temps, courant él., température, intensité lum., qu. matière
  Système international : m, kg, s, A, K, cd, mol
  NB radian : pas d'unités ! (arc / rayon de la circonférence)

- Ordres de grandeur L, m, T : v. Hecht, fig. 1.6, 1.8, 1.9

- Mesures

  Notation scientifique : puissances de 10
  Précision : nombre de chiffres significatifs

  Règles pour opérations :
  nombre de chiffres significatifs du résultat (càd sa précision) =
  - mult., div. : nombre de chiffres signif. de la mesure <u>la moins</u> précise
  - add., soustr. : même nombre de décimales que la mesure <u>la moins</u> précise
  - fonctions trigono., log., exp. : même nombre de chiffres signif. que argument

- Graphiques

  Grandeur et unité sur les axes
  Pente (= coefficient angulaire) : unités !

Cinématique

1. vitesses scalaire et vectorielle
2. accélération
3. mouvement rectiligne uniformément accéléré
4. balistique

Vitesse

- Vitesse **scalaire**

l = distance parcourue le long de la trajectoire

vitesse (scalaire) moyenne $$v_m = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$ [ms^{-1}]

vitesse (scalaire) instantanée $$v_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt}$$ [ms^{-1}]

remarques:

✓ vitesse scalaire toujours positive

✓ un scalaire n'est pas un « nombre pur » : en physique, dimensions !

- Vitesse **vectorielle**

vecteur déplacement $\vec{s}$ (direction, sens, grandeur) défini par *positions* initiale et finale : $\vec{s}$ est nul si $P_f = P_i$, même si la distance parcourue l est non nulle

vecteur vitesse instantanée $$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$ [ms^{-1}]

Attention à la différence entre vitesses scalaire et vectorielle !

Mouvement relatif : addition des vitesses

(non relativistes : toutes les vitesses $\ll c$)

$$\vec{v}_{AO} = \vec{v}_{AP} + \vec{v}_{PO}$$

où $\vec{v}_{AO}$ est la vitesse de A dans le référentiel O

$\vec{v}_{AP}$ est la vitesse de A dans le référentiel P

$\vec{v}_{PO}$ est la vitesse du référentiel P dans le référentiel O

Accélération

Taux de variation de la vitesse :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to o} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} \qquad [\mathrm{ms}^{-2}]$$

NB une équation vectorielle = 3 équations scalaires (selon x, y, z)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v}(t) = \int_0^t \vec{a}(t)\,dt + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \Rightarrow \vec{s}(t) = \int_0^t \vec{v}(t)\,dt + \vec{s}_0 = \int_0^t \left[\int_0^\tau \vec{a}(\tau)\,d\tau) \right] dt + \vec{v}_0 t + \vec{s}_0$$

Vitesse $\vec{v}$ est tangente à la trajectoire ($\vec{1}_v = \vec{1}_T$) : orientée selon $\Delta\vec{r}$

Accélération $\vec{a}$ n'est ***pas*** tangente à la trajectoire : orientée selon $\Delta\vec{v}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(|\vec{v}|\,\vec{1}_v)}{dt} = \frac{d(|\vec{v}|)}{dt}\vec{1}_v + |\vec{v}|\frac{d(\vec{1}_v)}{dt} = a_T\,\vec{1}_T + a_N\,\vec{1}_N$$

$a_T \leftrightarrow$ changement de vitesse scalaire, *selon* la trajectoire

$a_N \leftrightarrow$ changement *de direction* de la vitesse (de la trajectoire)

Démonstration que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(|\vec{v}|\,\vec{1}_v)}{dt} = \frac{d(|\vec{v}|)}{dt}\vec{1}_v + |\vec{v}|\frac{d(\vec{1}_v)}{dt} = a_T\,\vec{1}_T + a_N\,\vec{1}_N$

NB que le vecteur $\vec{1}_v$ est constant en norme, mais pas en direction !

On a :

$\vec{1}_r = \cos\theta\,\vec{1}_x + \sin\theta\,\vec{1}_y$

$\vec{1}_T = -\sin\theta\,\vec{1}_x + \cos\theta\,\vec{1}_y$

(on vérifie que $\vec{1}_T \perp \vec{1}_r$ puisque $\vec{1}_T \cdot \vec{1}_r = -\sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta = 0$)

$$\frac{d\vec{1}_V}{dt} = \frac{d\vec{1}_T}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\sin\theta\,\vec{1}_x + \cos\theta\,\vec{1}_y\right]$$

$$= -\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\vec{1}_x - \sin\theta\frac{d\theta}{dt}\vec{1}_y \quad = -\frac{d\theta}{dt}\vec{1}_r$$

Or $\vec{1}_N =$ -$\vec{1}_r$: tous deux sont $\perp \vec{1}_T$ ($\vec{1}_N$ est $\perp \vec{1}_T$ par déf.), et de norme 1

$\frac{d\vec{1}_V}{dt}$ est donc bien orienté selon $\vec{1}_N$- cqfd

Mouvement uniformément accéléré

NB : $\vec{a} =$ constante $\rightarrow$ norme $|\vec{a}|$ constante et direction constante

1. Mouvement rectiligne (vitesse et acc. sont des grandeurs « algébriques »)

$$v = \int_0^t a(t)\,dt + v_0 = a\,t + v_0$$

$$s = \int_0^t v(t)\,dt + s_0 = \int_0^t \left[a\,t + v_0\right]dt + s_0 = \tfrac{1}{2}a\,t^2 + v_0\,t + s_0$$

En outre, dans ce cas (accélération constante) :

$$s = \tfrac{1}{2}(v_0 + v_f)\,t + s_0 = v_m\,t + s_0$$ (ne pas confondre avec mvt. uniforme !)

$$s = \frac{1}{2a}(v^2 - {v_0}^2) + s_0 \quad \Leftrightarrow \quad v^2 = {v_0}^2 + 2\,a\,(s - s_0)$$

2. Vitesse initiale $\vec{v}_0$ quelconque : mouvement dans un plan

ex.: mouvement dans le champ de la pesanteur

Chute dans le champ de la pesanteur

Tous les corps tombent avec la même accélération $\vec{g}$ verticale

vitesse initiale $\vec{v}_0$ peut avoir des composantes H et V

Équations du mouvement : séparer

mouvement vertical uniformément accéléré $s_V = \frac{1}{2} g\, t^2 + v_{0,V}\, t + s_{0,V}$

mouvement horizontal uniforme $s_H = v_{0,H}\, t + s_{0,H}$

(attention aux signes des projections, grandeurs algébriques !)

Altitude atteinte : $s_{\max,V} - s_{0,V} = \frac{\left(|\vec{v}_0| \sin\theta\right)^2}{2g}$ (attention, ici on a noté $g = |\vec{g}|$)

Portée : $s_P = s_{\max,H} - s_{0,H} = \frac{2|\vec{v}_0|^2}{g} \cos\theta\, \sin\theta$

Angle optimum : $\frac{ds_P}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = 45°$ (sans résistance de l'air !)

Dynamique

1. les trois lois de Newton
   - inertie
   - variation de la quantité de mouvement
   - action - réaction
2. conservation de la quantité de mouvement dans les systèmes isolés
3. deuxième loi, forme $\vec{F} = m\vec{a}$
4. mouvement circulaire : force centripète

   remarque sur les référentiels non-inertiels : force centrifuge, force de Coriolis
5. frottements (statique, cinétique, avec roulement)

Lois de Newton - forces

Première loi (loi d'inertie, Galilée)

Tout corps qui n'est pas soumis à l'action de forces extérieures persiste dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme

NB.: « pas soumis à l'action de forces extérieures » signifie que leur *effet résultant* est nul, qu'elles « se compensent »

Deuxième loi (variation de la quantité de mouvement)

Une force extérieure $\vec{F}_m$ *agissant sur un corps pendant un temps* Δt *modifie la quantité de mouvement* $\vec{p}$ *du corps de la quantité* $\Delta\vec{p} = \vec{F}_m \Delta t$ *,*
où la quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}$

1. modification en grandeur et en direction : *vecteurs !*
2. ce qui compte : la force « résultante » : principe de superposition des forces :

$$\vec{F}_{rés} = \sum_i \vec{F}_i$$

3. force « instantanée » : $$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Troisième loi (action - réaction)

Deux corps en interaction exercent l'un sur l'autre des forces égales en intensité et de sens opposés $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

Unités des forces : 1 N = 1 kg m s^{-2}

Remarques

- définitions circulaires force ↔ masse

  masse inerte = « ce qui » résiste à un changement de mouvement

  force = « ce qui » provoque un changement de mouvement
- les forces « fondamentales » - les forces macroscopiques

Quantité de mouvement

Conservation de la quantité de mouvement

En l'absence de forces **extérieures** (= leur résultante étant nulle), la quantité de mouvement totale (somme vectorielle !) d'un système isolé est conservée

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left[\sum_{k\ corps} m_k \vec{v}_k\right] = 0 \Leftrightarrow \left(\sum_{k\ corps} m_k \vec{v}_k\right)_{t=initial} = \left(\sum_{k\ corps} m_k \vec{v}_k\right)_{t=final}$$

(corollaire de la deuxième loi de Newton)

Principe fondamental de la physique, lié à l'homogénéité de l'espace (pas de position privilégiée) (théorème de Noether)

Remarques

- comme la vitesse, la quantité de mouvement (= « impulsion »; anglais « momentum ») dépend du référentiel !
- Relativité : $\vec{p} = \dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- Mécanique quantique : pas de « trajectoire » - principe d'incertitude :

$$\Delta p\, \Delta r \geq h/2\pi$$

Force et accélération

Corollaire de la deuxième loi $\vec{F} = m\,\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a}$

Rappel : une loi vectorielle = trois lois scalaires :

$$F_x = m\,a_x \qquad F_y = m\,a_y \qquad F_z = m\,a_z$$

Décomposer forces et mouvement selon les directions H et V

ex.: poids $F_P = m\,g$ selon la verticale

ou selon les directions $\parallel$ et $\perp$ au mouvement

ex. : plan incliné ($\sphericalangle\,\theta$ avec horiz.) $F_{P,\parallel} = F_P\,\sin\theta \quad F_{P,\perp} = F_P\,\cos\theta$

Cordes (*inextensibles et sans masse*) :

- la tension est constante dans la corde
- en chaque point, elle s'exerce selon la direction de la corde
- équations couplées pour les mouvements de 2 corps reliés par une corde

source : Hecht

Forces centripètes

Rappel : lors du mouvement circulaire, vitesse change de direction

=> accélération a une comp. tangentielle et une comp. normale

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(|\vec{v}|\,\vec{1}_v)}{dt} = \frac{d(|\vec{v}|)}{dt}\vec{1}_v + |\vec{v}|\frac{d(\vec{1}_v)}{dt} = a_T\,\vec{1}_T + a_N\,\vec{1}_N$$

a_N = accélération centripète = $v^2 / R = \omega^2 R$

(NB.: limite instantanée d'un mouvement curviligne quelconque

= mouvement circulaire)

Accélération centripète toujours due à une *force* centripète *(*force *<u>physique</u>) :*

tension d'une corde, attraction gravitationnelle ou électrostatique, frottement, composante centripète de la réaction normale à un support incliné.

Référentiels non inertiels; pseudoforces

Les lois de Newton sont définies dans des référentiels ***inertiels***
(en mouvement rectiligne uniforme par rapport à « l'espace absolu »)

Il peut être commode de travailler dans des référentiels non-inertiels:

- référentiel en mouvement rectiligne uniformément accéléré : simule la présence d'un champ de gravitation (Relativité générale)

- référentiel en rotation → apparition de « pseudoforces » :
  force centrifuge
  force de Coriolis : un corps en mouvement inertiel, considéré depuis un
  référentiel en rotation, semble décrire une trajectoire courbe
  exemples : pendule de Foucault
  rotation des masses d'air (vents), des courants marins

Frottements solides

Forces de frottement

- sont proportionnelles à la réaction normale à la surface de contact
  (en particulier : composante du poids perpendiculaire à la surface)
- dépendent des caractéristiques des surfaces en contact
- sont indépendantes de l'aire de contact

Frottement statique

Force maximale pouvant être exercée sur un corps sans qu'il se mette en mouvement $\left|\vec{F}_{f,\max}\right| = \mu_s \left|\vec{F}_N\right| \Leftrightarrow \left|\vec{F}_f\right| \leq \mu_s \left|\vec{F}_N\right|$

Frottement cinétique (corps en mouvement) :

Force toujours opposée au mouvement $\vec{F}_f = -\mu_c \left|\vec{F}_N\right| \vec{1}_v$

Effet des lubrifiants (synovie) : diminuer μ

NB.: μ_s , μ_c : sans dimensions; en général $\mu_c < \mu_s$

Poids + réaction du sol $\rightarrow$ accélération

Quelles sont les forces qui s'exercent sur le coureur au moment du départ ?

1. la gravitation, qui le tire vers le bas
2. la force exercée par le starting-block sur le coureur, en *réaction* contre la poussée exercée par le coureur.
   - le coureur pousse avec sa jambe contre le starting-block
   - et, en réaction, le starting-block exerce sur le coureur une force opposée, de même norme et de même direction, celle de la jambe.

source : Hecht

Au total, la direction de la jambe et la poussée du coureur sont donc telles que :

1. la composante verticale de la réaction du starting-block compense exactement le poids du coureur
2. … de sorte que la composante horizontale de la poussée du starting-block reste seule en jeu, et induise une accélération horizontale qui projette le coureur vers l'avant.

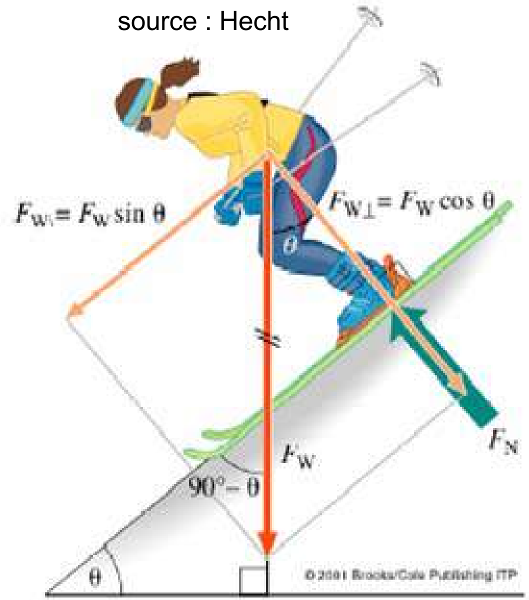
Notez bien que:

1. Il faut que toute la mécanique soit bien ajustée : le coureur doit ajuster son effort pour que la résultante le précipite vers l'avant … et pas vers le haut (ce n'est pas un saut !) ni vers le bas (ne pas tomber !)
2. Le coureur exerce sur le starting-block une force supérieure à son poids, grâce à l'action de ses muscles (cf. le cas du saut vertical)
3. La réaction du starting-block doit s'exercer sur le coureur dans la même direction que la force exercée par le coureur sur le starting-block, c'est-à-dire la direction de sa jambe. Par contre, la réaction du starting-block n'est pas nécessairement perpendiculaire à sa surface : l'orientation de celui-ci ne joue qu'un rôle de commodité.

Plan incliné, sans frottements

Deux forces s'exercent sur la skieuse : la gravitation (son poids) et la réaction du sol.

source : Hecht



1. On peut décomposer le poids en :
   - une composante perpendiculaire au sol, de norme $F_{p\perp} = F_p \cos\theta$, qui tend à « enfoncer » la skieuse perpendiculairement dans le sol;
   - une composante tangentielle, de norme $F_{p\,/\!/} = F_p \sin\theta$.

2. La réaction du sol est purement normale $\vec{F}_R = F_N \vec{1}_N$.
   En effet, il n'y a pas de frottements. Le poids tend donc seulement à comprimer les unes sur les autres les couches d'atomes du sol, perpendiculairement à la piste, mais pas à les faire glisser l'une sur l'autre parallèlement à la piste.
   La réaction des atomes du sol ne comporte donc pas de composante tangentielle (frottement).

La composante normale de la réaction compense exactement la composante normale du poids (sinon il y aurait enfoncement).
Reste la composante tangentielle $F_{p\,/\!/}$ du poids, que rien ne compense, et qui provoque une accélération purement parallèle au sol, donnée par $ma_{/\!/} = F_{p\,/\!/} = F_p \sin\theta$.
Cette accélération est plus faible que celle de la pesanteur : le plan incliné ralentit le mouvement d'un facteur $\sin\theta$.

NB Le fait que la réaction soit purement normale se manifeste dans le fait que le centre de gravité de la skieuse est situé exactement sur la perpendiculaire au sol passant par le point de contact avec le sol.

Plan incliné avec frottements

Deux forces s'exercent sur l'alpiniste : la gravitation (son poids) et la réaction du sol.

source : Hecht

1. On peut décomposer le poids en :
  - une composante perpendiculaire au sol, qui tend à « enfoncer » l'alpiniste perpendiculairement *dans* le sol (en *écrasant* les unes sur les autres les couches d'atomes);
  - une composante tangentielle, qui tend à faire glisser l'alpiniste *le long* de la pente.
    Comme l'alpiniste adhère au rocher (présence de frottements), cette composante tendrait à *faire glisser* les couches d'atomes les unes sur les autres.

2. La réaction du sol a également deux composantes actives :
  - la composante normale (due à la réaction des couches d'atomes contre leur *écrasement*) est exactement opposée à la composante normale du poids et empêche l'enfoncement de l'alpiniste, comme dans le cas sans frottement;
  - la composante parallèle au sol, due au *frottement* (c'est-à-dire la résistance des couches d'atomes à leur *glissement* les unes sur les autres), s'oppose au mouvement parallèle à la pente.

Le frottement peut
- soit empêcher complètement le mouvement (frottement statique supérieur à la composante tangentielle du poids);
- soit le ralentir (frottement cinétique).

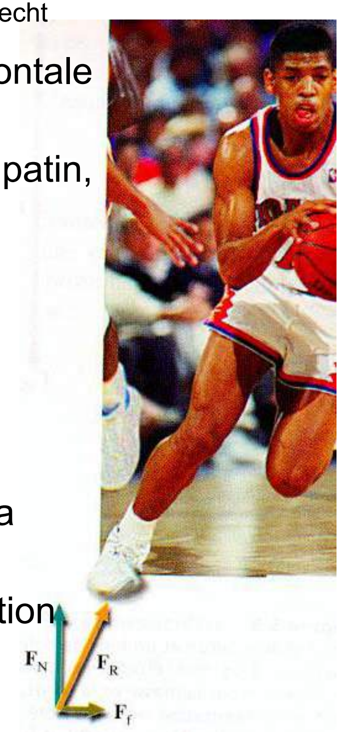
Dans le cas présent, le frottement (statique ou cinétique) compense exactement la composante tangentielle du poids : il n'y a pas d'accélération (mais peut-être une vitesse constante de glissade). Ceci se manifeste par le fait que le centre de gravité de l'alpiniste soit situé exactement à la verticale du point de contact avec le sol.

Mouvement circulaire et frottements

Dans les deux cas, les sportifs exercent sur le sol (i. e. sur les atomes du sol) deux effets :
1. une force due à leur poids, qui tend à déplacer les atomes verticalement
2. une force due à leur mouvement inertiel, en ligne droite, qui tend à déplacer les atomes horizontalement.

Le sol réagit donc doublement (force de réaction) :
1. il ne laisse pas les sportifs s'enfoncer : composante verticale de la réaction des atomes, qui compense le poids des athlètes;
2. il ne laisse pas les sportifs continuer leur mouvement tout droit : composante horizontale de la réaction des atomes à la force exercée sur eux = frottement.
   (NB. la glace exerce sur le patin une force de frottement négligeable dans l'axe du patin, mais pas négligeable dans la direction perpendiculaire !)

source : Hecht



Résultante des forces exercées sur les sportifs (gravitation et réaction du sol) : seule reste active la composante horizontale, centripète, qui induit un mouvement circulaire.

La direction de la réaction du sol est indiquée par l'inclinaison du patin / par celle de la jambe du basketteur. Le sol réagit dans la direction de l'action qui s'exerce sur lui !
Inversement, l'inclinaison du patin et celle de la jambe donnent la direction de la réaction du sol, dont on peut déduire que les athlètes suivent une trajectoire curviligne.

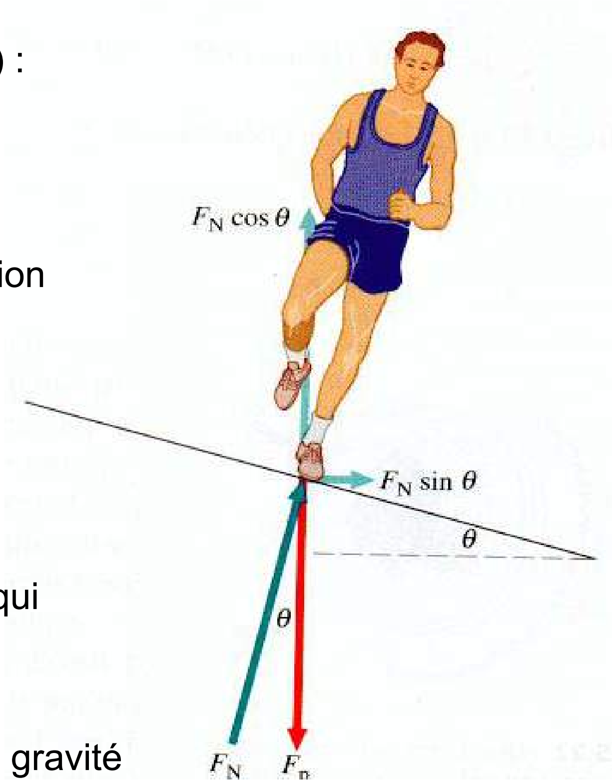
Mouvement circulaire : sol incliné

Course sur une piste circulaire inclinée, sans frottements :
le coureur exerce deux effets sur le sol (i. e. sur les atomes du sol) :
1. l'effet dû à son poids (composante verticale);
2. l'effet dû à son mouvement inertiel (composante horizontale).

En l'absence de frottements, le sol réagit uniquement dans la direction normale, dont

- la composante verticale compense le poids du coureur
- la composante horizontale fournit la force centripète correspondant à son mouvement circulaire.

Remarquer que la jambe du coureur est perpendiculaire au sol, ce qui montre que la réaction est purement normale / que les frottement ne jouent aucun rôle.
Si la jambe n'était pas perpendiculaire à la piste (càd si le centre de gravité du coureur n'était pas dans la direction de la jambe), des frottements devraient intervenir en outre pour assurer le mouvement circulaire.



source : Hecht

Mouvement du point matériel

On peut souvent analyser les problèmes en termes simples en se ramenant au mouvement d'un « point matériel » (on ne distingue plus la jambe, le patin, le centre de gravité du corps, etc.).

On peut alors se contenter de relever les forces agissant sur ce « point » :

- le poids (la force gravitationnelle), toujours dirigé verticalement ;
- la force de liaison d'une corde, toujours dirigée selon la corde ;
- la réaction de chaque surface de contact, qui possède deux composantes :
    - une composante normale à la surface
    - une composante tangentielle, constituée par les forces de frottement.

En d'autres termes:

- en l'absence de frottements, la réaction du sol est purement normale, puisque par définition les frottements constituent la composante tangentielle de la réaction de la surface de contact;
- en présence de frottements, la réaction de la surface a une composante tangentielle, qui s'oppose au mouvement.

Si le mouvement est circulaire (en général : curviligne), la *résultante* des forces agissant sur le point matériel *doit* avoir une composante centripète : *cette* résultante centripète est responsable du mouvement curviligne, en s'opposant à l'inertie (mouvement rectiligne).

Un mouvement circulaire est *toujours* généré à travers la résultante centripète de la combinaison des forces *matérielles* agissant sur le corps, impliquant en particulier :

- une force d'attraction centrale (*centripète*), agissant à travers une liaison matérielle (corde) ou dans le vide (gravitation, attraction électrique);
- la réaction du support, à travers des frottements (basketteur, patineur) ou l'inclinaison du support par rapport à la verticale (coureur sur piste inclinée).

Statique

Moment d'une force

Lois de la statique

Centre de gravité

Moment d'une force

Mise en rotation d'un corps autour d'un poids O ssi une force agit avec un certain « bras de levier » qui est la distance du point O à la ligne d'action de la force

Le moment d'une force par rapport à un point mesure sa capacité à créer une rotation autour de ce point :

$\vec{\tau}_O(\vec{F})$ = moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O

$$= \vec{r} \times \vec{F} = r\,F \sin\theta(\vec{r},\vec{F})\,\vec{1}_\perp = r_{proj}\,F\,\vec{1}_\perp = r\,F_{proj}\,\vec{1}_\perp$$

où $\vec{r} =$ vecteur (point O, point d'application de $\vec{F}$)

$\vec{1}_\perp$ perpendiculaire au plan $(\vec{r},\vec{F})$, orienté selon règle du tire-bouchon :

$\vec{1}_x \times \vec{1}_y = \vec{1}_z$ avec x, y dans le plan horizontal, sens trigono., z vers le haut

Dimensions : N.m

Lois de la statique

1. Pas de translation globale

$$m\,\vec{a} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum \vec{F}_{ext} = 0$$

NB.: doit être vrai en *chaque* point d'un système rigide

Attention : somme des forces appliquées sur l'objet (en part. forces de réaction normales du support sur l'objet), mais pas forces exercées par l'objet sur les supports

2. Pas de rotation

$$\sum \vec{\tau}_O(\vec{F}_{ext}) = 0$$

par rapport à *n'importe quel* point O

Applications : balances, leviers, potences, etc.

3. Équilibre et centre de gravité

$$x_{CG} = \frac{\sum_i F_{P,i}\ x_i}{\sum_i F_{P,i}} = \frac{\sum_i m_i\ x_i}{M} = \frac{\int \mathrm{x}\,\mathrm{dm}}{\mathrm{M}}$$

$$\mathrm{y}_{CG} = \frac{\sum_i F_{P,i}\ y_i}{\sum_i F_{P,i}} = \frac{\sum_i m_i\ y_i}{M} = \frac{\int y\,\mathrm{dm}}{\mathrm{M}}$$

$$(\sum_i F_{P,i} = \sum_i m_i\, g = \int g\, dm = M\, g)$$

Équilibre stable : pour un petit écart, CG s’élève

instable : CG est abaissé

indifférent : CG reste à la même hauteur

Gravitation

Loi de Newton

Lois de Kepler

Mesures de g sur Terre

Les marées

Loi de Newton

Loi de Newton : $\vec{F}_G = -G \dfrac{m\,M}{r^2} \vec{1}_r$

où m, M = masses des corps en attraction

(masse pesante = masse inerte)

force dirigée selon la direction joignant les masses en interaction

$G = 6{,}67259\; 10^{-11}\; N\, m^2\, kg^{-2}$ (balance à torsion de Cavendish)

Propriétés

- L'attraction exercée par un corps à symétrie sphérique est la même que si toute sa masse était concentrée en son centre
- A l'intérieur d'un corps à symétrie sphérique, seule joue l'attraction des couches situées à plus grande profondeur

NB.:

- ne pas confondre « chute libre » et « apesanteur » !
- aux « points de Lagrange », les forces de gravitation s'annulent

Lois de Kepler

1. Les planètes décrivent des orbites elliptiques, autour de leur *centre de masse commun*

   En général, orbites dans champ de gravitation = coniques : ellipses, paraboles ou hyperboles (orbite s'éloigne à l'infini, corps échappe à l'attraction).

   (ceci = propriété des forces en $1/r^2$ - triomphe de Newton)

2. Le rayon vecteur joignant le Soleil à la planète balaie des aires égales en des temps égaux

   (conservation du moment cinétique – caractéristique d'une force centrale)

3. Pour toutes les planètes :

$$\frac{r_{SP}{}^3}{T_P{}^2} = \text{ constante } = \frac{G\,M_S}{4\,\pi^2} = \frac{(1\,UA)^3}{(1\,année)^2}, \text{ où } 1\,UA = r_{ST} \simeq 1{,}5\;10^8\,km$$

Satellites :

- vitesse orbitale (circulaire) $v_o = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$

- orbites géostationnaires : au-dessus de l'équateur, altitude fixe : h = 36 000 km

Effets gravitationnels sur Terre

Poids $\vec{F}_P = m\,\vec{g}$, selon la direction de la verticale (par déf.)

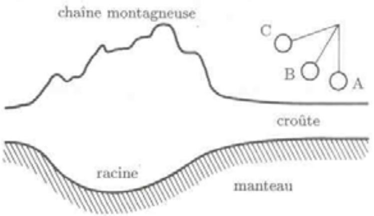
Variation du poids avec l'altitude pour $\Delta R \ll R$ $\quad \dfrac{\Delta g}{g} \simeq \dfrac{2\,\Delta R}{R}$

Mesure: gravimètre (précision atteint 10^{-8})

1. rotation de la Terre $\rightarrow m\,\vec{a}_c = \vec{F}_G - \vec{F}_P \Rightarrow \quad \vec{g} = g_0\,\vec{1}_r - \vec{a}_c = \dfrac{G\,M_T}{{R_T}^2}\vec{1}_r - \vec{a}_c$

   $\rightarrow$ légère modification du poids des corps et de la direction de la verticale locale

2. aplatissement de la Terre de 21,5 km
3. mais valeur théorique modifiée par effets de masses (montagnes etc.) et de variation de la densité

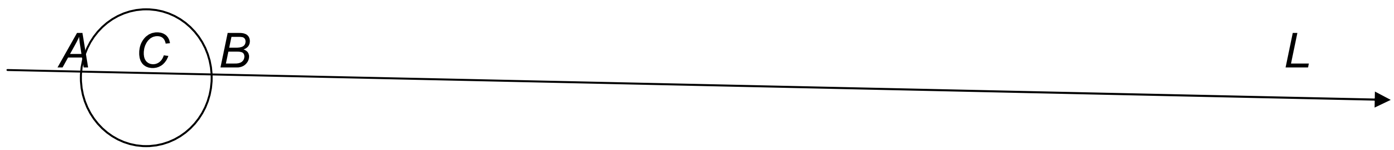


source : Rothen

Les marées

La Terre « tombe » en chute libre vers la Lune (en fait, vers leur centre de masse commun) avec une accélération centripète qui est la même en A, B et C

Mais la Lune exerce sur la Terre une attraction différente en fonction de la distance



$a_c(A) = a_c(B) = a_c(C)$ $\quad\quad\quad F_L(B) > F_L(C) > F_L(A)$

$F_L(B) = F_L(C) + F_{marée}(B) = m\, a_c(B) + F_{marée}(B)$, $\quad F_{marée}(B)$ vers la Lune

$F_L(A) = F_L(C) - F_{marée}(A) = m\, a_c(A) - F_{marée}(A)$, $\quad F_{marée}(A)$ opposée à la Lune

Les « forces de marée », dirigées vers la Lune en B et opposées en A → 2 bourrelets

→ 2 marées quotidiennes

Les marées

- effets de marées dus au Soleil = (1 / 2,3) de ceux dus à la Lune (effets conjugués à la pleine Lune et à la nouvelle Lune)
- effets complexes des reliefs → grande variabilité

Marées → frottements → dissipation d'énergie

→ Lune : « blocage »

→ Terre : ralentissement de la rotation diurne → accroissement de la distance Terre - Lune (conservation du moment cinétique du système)

autres exemples d'effets « de marée »

- fragmentation d'une comète
- stabilisation d'un satellite en lui attachant une longue perche terminée par une masse
- effets très fort à proximité d'une étoile à neutrons !

Rotation des solides

Cinématique; roulement sans glissement

Moment d'inertie; centre de masse

Dynamique de la rotation

Moment cinétique; conservation du moment cinétique

Rotation : cinématique

NB la distance r entre chaque point du solide et l'axe de rotation est constante !

Angles $\theta = \dfrac{l}{r} \Leftrightarrow l = r\ \theta$, où $l =$ longueur d'un arc de cercle, $r =$ rayon

θ en radians (pas une véritable unité : pas de dimensions)

Vitesse angulaire

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow v = r\frac{d\theta}{dt} = r\ \omega \qquad \omega \text{ en } rad\ s^{-1}$$

(Il est commode de définir un vecteur $\vec{\omega}$, de longueur proportionnelle à la vitesse angulaire, dirigé selon l'axe de la rotation, dans le sens positif selon l'axe z pour une rotation dans le sens trigono. x vers y)

Accélération angulaire (rotation => r constante)

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \Leftrightarrow a_T = \frac{dv}{dt} = r\alpha \qquad \alpha \text{ en } rad\ s^{-2}$$

Accélération constante :

$$v = a_T\, t + v_0 \qquad \text{ou} \qquad \omega = \alpha\, t + \omega_0$$

$$l = \tfrac{1}{2} a_T\, t^2 + v_0\, t + l_0 \qquad \theta = \tfrac{1}{2}\alpha\, t^2 + \omega_0\, t + \theta_0$$

$$l = \tfrac{1}{2}(v_0 + v_f)t + l_0 = v_m\, t + l_0 \qquad \theta = \tfrac{1}{2}(\omega_0 + \omega_f)t + \theta_0 = \omega_m\, t + \theta_0$$

$$v^2 = {v_0}^2 + 2\, a_T\, (l - l_0) \qquad \omega^2 = {\omega_0}^2 + 2\, \alpha\, (\theta - \theta_0)$$

Attention :

l et θ sont des *déplacements* (déplacement = position finale – position initiale, peut être nul même pour un mouvement qui a duré)

$a_T, v, l, \alpha, \omega, \theta$ sont des quantités algébriques (ont un signe)

Roulement sans glissement

(roue sur le sol ou corde s'enroulant autour d'un axe)

- le point central a la même vitesse (linéaire) et la même accélération que tout point de la jante
- la vitesse instantanée du point de la jante qui touche le sol est nulle

Moment d'inertie

Pour un point matériel *i* d'un corps en rotation autour d'un axe, à la distance *r* de l'axe, subissant l'action d'une force tangentielle *F* :

$$\tau_O = \left|\vec{\tau}_O\right| = \left|\vec{r} \times \vec{F}\right| = r\,F = m\,r^2\,\alpha = I_O\,\alpha, \text{ avec } I_O = m\,r^2 = \text{moment d'inertie}$$

Généralisation :
pour un système de points, éventuellement continu et homogène :

$$I_O = \sum_i m_i\,r_i^2 = \int r^2\,dm = \int r^2 \rho\,dV$$

Pour des corps homogènes de masse M et de rayon R, tournant autour de leur axe de symétrie, on trouve $I_O \propto M\,R^2$

voir tableau 8.3 p. 282

Principe de Huygens

Moment d'inertie d'un solide de masse *M* en rotation autour d'un axe *D*, parallèle à un axe de symétrie passant par le centre de masse, et situé à la distance *d* de celui-ci :

$$I_D = I_{CM} + M\,d^2$$

Centre de masse

Centre de masse

Point tel que le système se comporte, sous l’action de forces extérieures, comme si toute sa masse y est concentrée

Des forces extérieures appliquées *au centre de masse* ne font pas tourner le système

C’est le « point moyen » du système, les distances (vectorielles) de tous les points étant pondérées par leur masse

Principe de séparation

On peut toujours traiter séparément

- le mouvement de translation globale du système, défini par son centre de masse
- le mouvement de rotation autour du centre de masse

Séparation du mouvement de translation du cm et du mouvement de rotation

source : Hecht

Dynamique de la rotation

Première loi de Newton

Tout corps qui n’est pas soumis à un moment de forces extérieures persiste dans son état de rotation

Deuxième loi : $\vec{\tau}_O = I_O\,\vec{\alpha}$ cf. $\vec{F} = m\,\vec{a}$

Le ***moment d’inertie*** *I* joue, pour la rotation, le rôle de la ***masse d’inertie*** *m* pour la translation : résistance au changement de mouvement

exemples :

- moment d’inertie de la poulie diminue l’accélération pour le mouvement couplé
- moment d’inertie de la sphère diminue son accélération sur un plan incliné par rapport à l’accélération pour un simple glissement

Moment cinétique

(ou « moment de la quantité de mouvement », ou « moment angulaire orbital »; en angl. : « angular momentum »)

- point matériel

$$\vec{L}_O = \vec{r} \times \vec{p} = r \cdot p \cdot \sin(r, p) = I_O\ \vec{\omega}$$

cf. $\vec{p} = m\,\vec{v}$ - rappel : $\vec{\omega}$ vecteur

-système

$$\vec{L}_O = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i = I_O\ \vec{\omega}$$

(NB.: si l'axe de rotation est un axe de symétrie)

Deuxième loi de Newton (autre forme) :

$$\vec{\tau}_O = \frac{d\vec{L}_O}{dt} \qquad \text{cf. } \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Conservation du moment cinétique

Lorsque le moment résultant des forces extérieures agissant sur un système est nul, le moment cinétique du système reste constant (en module et en direction) : son mouvement de rotation reste inchangé

Loi fondamentale de la physique, liée à l'isotropie de l'espace (pas de direction privilégiée)

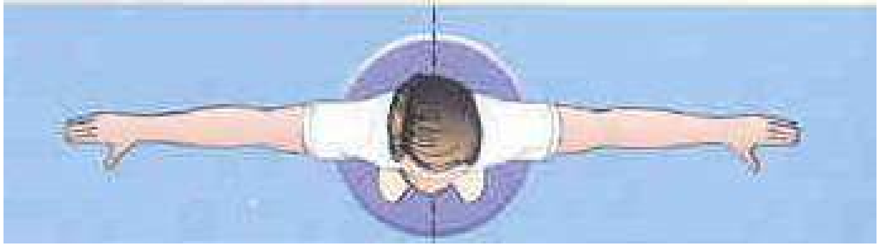
Conséquences et applications

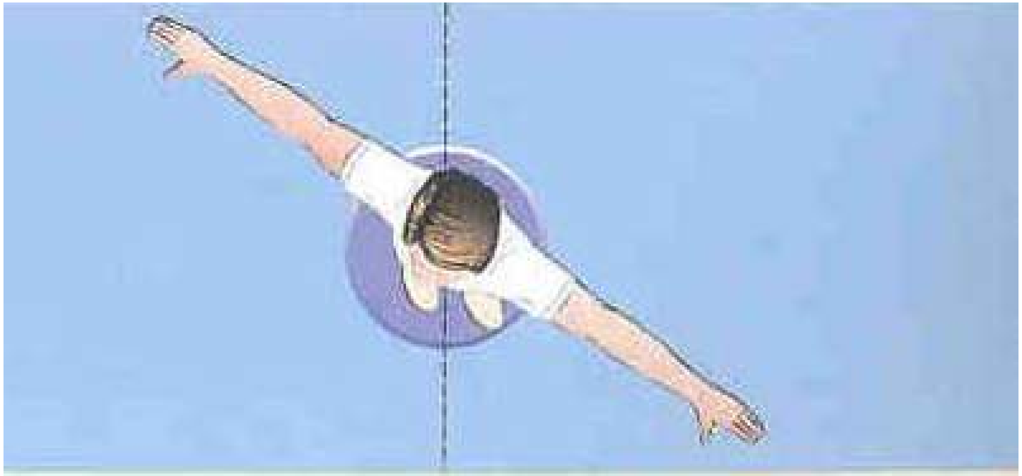
- accélération de la rotation des patineurs; tornades; pulsars
- loi des aires de Kepler
- suite au ralentissement de la rotation de la Terre (marées) : augmentation de la distance Terre – Lune
- nécessité d'une deuxième hélice pour empêcher rotation sur lui-même d'un hélicoptère
- stabilisation d'un satellite en rotation
- mouvements opposés des bras et des jambes dans saut en longueur
- faire tourner une plate-forme, en modifiant le moment d'inertie ; chute d'un chat
- stabilité gyroscopique

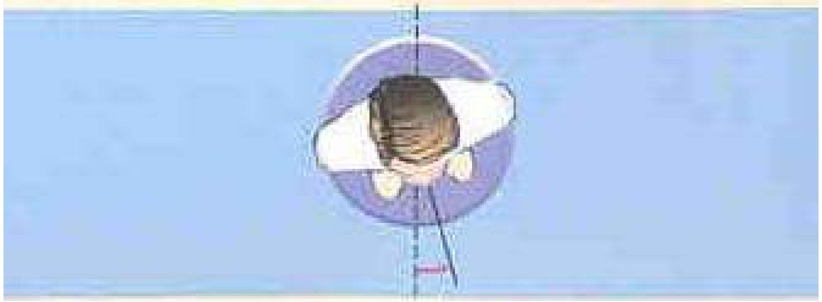
Toupie

rotation rapide + pesanteur → précession et nutation

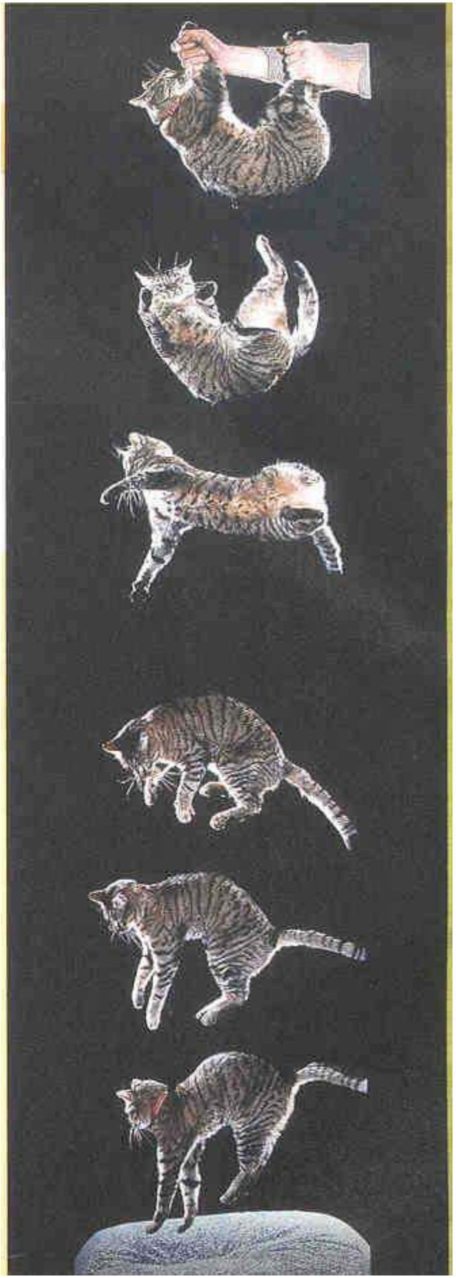
cf. Terre : précession des équinoxes



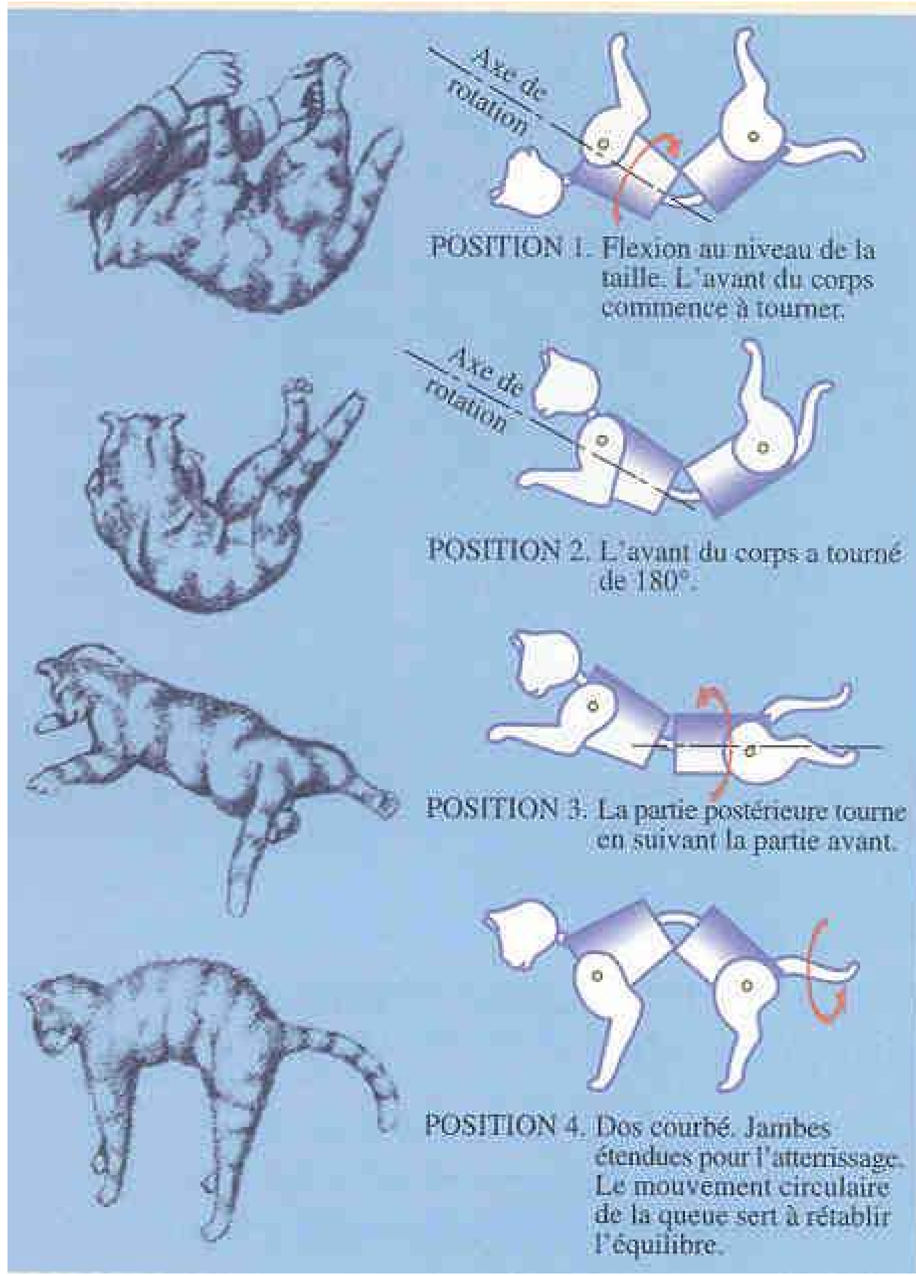




- source : Benson



Source :
Benson



Travail - Énergie

Travail d'une force; forces conservatives et non conservatives; puissance

Énergie cinétique

Énergie potentielle

- définition
- énergies potentielle gravitationnelle
- oscillateur harmonique; ressort
- notion de « potentiel »

Conservation de l'énergie – énergie mécanique

Travail

Un travail est toujours dû à une force, dont le point d'application se déplace :

- trajectoire rectiligne, force constante $W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{l} = F\ l \cos\theta(F,l)$

  (seule travaille la composante de la force dirigée selon le mouvement)

- en général $W_{AB} = \int_{\widehat{AB}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$

Travail d'une force est *positif* si le mouvement se fait dans le sens de la force

NB. :

- travail physiologique pour supporter une masse immobile, en absence de travail mécanique : dû à la (re-)contraction des muscles striés
- marche horizontale : soulèvement à chaque pas du centre de gravité

Forces conservatives : le travail ne dépend pas du chemin suivi ↔ ne dépend que des positions initiale et finale ↔ est nul sur une trajectoire fermée

ex.: gravitation, champ électrique, élasticité

Forces non-conservatives - ex.: frottements

Remarques

- travail dépend du référentiel (pour deux réf. inertiels, la force est la même, mais pas le déplacement)
- travail des forces de frottement peut être positif (cas du frottement statique qui empêche le glissement par inertie d'une charge sur un camion qui accélère)
- les forces de réaction, indispensables pour permettre le mouvement, ne travaillent pas nécessairement (le travail peut provenir de l'énergie interne)

Puissance

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt};$$

si F constante : $P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

Dimensions : travail : 1 J = 1 N.m ; puissance : 1 W = 1 J/s

Énergie

Énergie cinétique (« force vive »)

$$W = E_{c,f} - E_{c,i} = \Delta E_c \quad \text{où} \quad E_c = \tfrac{1}{2} m\, v^2$$

travail nécessaire pour accélérer un corps = variation de son énergie cinétiqu

Énergie cinétique de rotation $E_c = \tfrac{1}{2} I\, \omega^2$

En général : $E_c = \tfrac{1}{2} M\, v_{CM}^2 + \tfrac{1}{2} I\, \omega^2$

Énergie potentielle

« emmagasinée » dans un corps suite à un déplacement dans un champ de forces conservatives, égale au travail nécessaire pour vaincre la force

Énergie potentielle *augmente* si du travail a dû être fourni, contre la force

↔ on pourra donc le récupérer en laissant agir la force

On ne mesure que les *variations* d'énergie potentielle

$\Delta E_P = \Delta W$ (W = travail fourni au corps, contre la force = - travail de la force)

Énergie potentielle

- champ gravitationnel constant (axe z vers le haut)

$$\Delta E_{P,G} = -\int_i^f m\vec{g}\cdot d\vec{r} = -(-m\,g)\,(z_f - z_i) = m\,g\,\Delta z; \quad E_{P,G} = m\,g\,z \qquad \text{(+ cte, prise = 0)}$$

- champ gravitationnel variable

$$\Delta E_{P,G} = -\int_i^f \vec{F}_G \cdot d\vec{r} = -\int_i^f \left(-\frac{GmM}{r^2}\vec{1}_r\right)\cdot d\vec{r} = \int_i^f \frac{GmM}{r^2}\,dr = -GmM\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right);$$

$$E_{P,G} = -\frac{GmM}{r} \qquad \text{(commode de prendre } E_{P,G} = 0 \text{ pour } r = \infty\text{)}$$

NB.: pour $h \ll R_T$

$$E_{P,G} = -\frac{G\,M\,m}{r} = -\frac{G\,M\,m}{R_T + h} = -\frac{G\,M\,m}{R_T\left(1 + \frac{h}{R_T}\right)} \simeq -\frac{G\,M\,m}{R_T}\left(1 - \frac{h}{R_T}\right) = (C^{te} +)\frac{G\,M\,m}{R_T{}^2}\,h = m\,g\,h$$

- force de rappel élastique – oscillateur harmonique

$\vec{F}_R = -k\,x\,\vec{1}_x$ où x = écart par rapport à la position d'équilibre

$$\Delta E_{P,R} = -\int_i^f (-k\,x\,\vec{1}_x)\cdot d\vec{x} = \int_i^f k\,x\,dx = \frac{1}{2}k\,x^2$$

En général, pour les forces conservatives on définit un « **potentiel** »

$$U = -\int \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \;(+C^{te}) \quad \leftrightarrow \quad \vec{F} = -\vec{\nabla} U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{1}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{1}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{1}_z \right)$$

- forces centrales (dirigées vers le centre et ne dépendant que de la distance au centre) dérivent toujours d'un potentiel (sont conservatives)
- forces en $\frac{1}{r^2} \leftrightarrow$ potentiel en $\frac{1}{r}$ (champ gravitationnel, champ électrique)

Conservation de l'énergie

L'énergie totale de tout système isolé reste constante
(mais l'énergie peut changer de forme)
(principe fondamental de la physique – cf. homogénéité du temps)

$\leftrightarrow$ tout changement d'énergie d'un système est dû au travail de forces ext.

En particulier, si aucune autre force n'agit : conservation de l'énergie mécanique :

$$E_{méca} = E_c + E_{P,G} + E_{P,R} = \text{constante}$$

$$\leftrightarrow \quad \left(\tfrac{1}{2} m v^2 + m g h + \tfrac{1}{2} k x^2\right)_i = \left(\tfrac{1}{2} m v^2 + m g h + \tfrac{1}{2} k x^2\right)_f$$

Applications

vitesse maximum d'un ressort oscillant sur la longueur *l* :

$$E(0) = \tfrac{1}{2} mv^2 + 0 = E(l) = 0 + \tfrac{1}{2} kl^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}\, l$$

vitesse de libération d'un satellite

$$E = \tfrac{1}{2} mv^2 - \frac{GmM}{R} = 0 \text{ à l'infini} \quad \Rightarrow v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \simeq 11\, km/s \text{ à la surface de la Terre}$$

Collisions

- collisions totalement inélastiques

Par définition : $\vec{v}_{1f}=\vec{v}_{2f}=\vec{v}_f$

Pour simplifier, on prend ici $v_{2i}= 0$

Conservation de la qu. de mvt. : $\mathrm{m}_1\,\vec{v}_{1i}=\mathrm{m}_1\,\vec{v}_{1f}+\mathrm{m}_2\,\vec{v}_{2f}=(\mathrm{m}_1+\mathrm{m}_2)\,\vec{v}_f$

$$E_{c,f}=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)\,v_f^2=\tfrac{1}{2}\frac{1}{m_1+m_2}(m_1+m_2)^2\,v_f^2=\tfrac{1}{2}\frac{1}{m_1+m_2}(\mathrm{m}_1\,v_{1i})^2=\frac{m_1}{m_1+m_2}E_{c,i}$$

$\Rightarrow$ la différence d'énergie cinétique $\rightarrow$ déformations, énergie thermique

- collisions élastiques

Par définition : pas de dissipation d'énergie

Pour simplifier, on prend ici $v_{2i}= 0$ et on suppose (cas particulier) que la particule 1 reste dans la meme direction

cons. qu. de mvt. $\quad m_1\vec{v}_{1i}=m_1\vec{v}_{1f}+m_2\vec{v}_{2f} \quad \Rightarrow \quad m_1(\vec{v}_{1i}-\vec{v}_{1f})=m_2\vec{v}_{2f} \qquad (1)$

cons. de l'énergie $\quad \tfrac{1}{2}m_1v_{1i}^2=\tfrac{1}{2}m_1v_{1f}^2+\tfrac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \quad \Rightarrow \quad m_1(v_{1i}^2-v_{1f}^2)=m_2v_{2f}^2 \qquad (2)$

$(2):(1) \qquad \vec{v}_{1i}+\vec{v}_{1f}=\vec{v}_{2f}$

on porte dans (1) $\quad (m_1-m_2)\vec{v}_{1i}=(m_1+m_2)\vec{v}_{1f}$

$$\Rightarrow \quad \vec{v}_{1f}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vec{v}_{1i} \qquad \vec{v}_{2f}=\vec{v}_{1i}+\vec{v}_{1f}=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\vec{v}_{1i}$$

Remarque : souvent utile de faire les calculs dans le référentiel « du centre de masse » (où le centre de masse du système de particules en collision est au repos → la somme des impulsions est nulle à tout moment)

Oscillations et ondes

Élasticité

phénoménologie; contraintes; modules

Systèmes oscillants

mouvement sinusoïdal

ressort, pendule

amortissement; résonances

Ondes

ondes sinusoïdales

ondes transversales : corde vibrante; vitesse de déplacement, transmission

ondes de compression (son); vitesse du son

ondes stationnaires; réflexion, réfraction, diffraction; effet Doppler; battements

superposition des ondes; analyse de Fourier

Élasticité

Déformation des solides : région élastique / région plastique / rupture

Région élastique : loi de Hooke

Allongement proportionnel à la force qui l'a provoqué (approximation linéaire)

$$k\,\vec{s} = \vec{F}_{ext} \qquad\qquad k \text{ en N/m}$$

3ème loi de Newton : **force de rappel** (signe -) proportionnelle à l'écart par rapport à la position d'équilibre, avec la même constante k $\quad \vec{F} = -k\,\vec{s}$

Dans le domaine linéaire, force de rappel est *conservative* (on peut récupérer le travail effectué - pas vrai dans le domaine plastique!) → ***énergie potentielle***

$$E_P = \tfrac{1}{2} k\, s^2 \qquad \left(\text{puisque } W = -\int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int k\, s\, ds\right)$$

Contrainte (traction, compression ou cisaillement) : force élastique par unité de surface $\quad \sigma = F/S \qquad \sigma$ en $N/m^2 = Pa$ (comme pression)

Déformations en modules

Traction : déformation $\varepsilon = \Delta L / L_0$ (sans dimension)

module de Young $\quad E = \sigma / \varepsilon = \dfrac{F}{S} \dfrac{1}{\Delta L / L_0} \Leftrightarrow F = E\, S\, \Delta L / L_0 = k\, \Delta L$

Compression : déformation $\varepsilon = \Delta V / V_0 \qquad B = -\dfrac{F}{S} \dfrac{1}{\Delta V / V_0}$ (ΔV a signe opposé à celui de F)

Cisaillement : déformation $\varepsilon_s = \gamma \simeq \tan\gamma = \Delta L / L_0 \qquad G = \sigma_s / \varepsilon_s = \dfrac{F}{S} \dfrac{1}{\gamma} \Leftrightarrow F = G\, S\, \Delta L / L_0 = k\, \Delta L$

Mouvement sinusoïdal

$x = A\cos(\omega t + \phi)$ A = élongation, $\omega = 2\pi / T = 2\pi\nu =$ pulsation, ϕ = phase

$v_x = -A\omega\sin(\omega t + \phi) = A\omega\cos(\omega t + \phi + \pi/2)$: déphasage de $\pi/2$

$$a_x = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$\Rightarrow$ $F = ma = -kx$ (oscillateur harmonique) a pour solution

$$x = A\cos(\omega t + \phi) = B\cos\omega t + C\sin\omega t \qquad (\omega = \sqrt{k/m})$$

2 constantes d'intégration : A et ϕ, ou B et C

Exemples :

- ressort : (on prend x = A pour t = 0, càd ϕ = 0)

  conservation de l'énergie : $E = 1/2\, mv^2 + 1/2\, kx^2 = 1/2\, mv_{max}^2 = 1/2\, kA^2$

$$\Rightarrow \quad v_{max} = A\sqrt{k/m}$$

- pendule :

$$F_T = ma_T = -mg\sin\theta \simeq -mg\theta \simeq -mg\frac{l}{L} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{d^2l}{dt^2} + \frac{g}{L}l = 0$$

$\Rightarrow$ $l = l_0\cos\omega t$ avec $\omega = \sqrt{g/L}$ $\Rightarrow$ $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ indép. de θ; mesure de g

- balance de torsion

Amortissement

Supposons une force d'amortissement proportionnelle à la vitesse

(cf. frottements fluides à faible vitesse)

$$ma = -kx - bv \qquad \Leftrightarrow \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (1)$$

Solution $\quad x = Ae^{-\alpha t}\cos\omega' t \quad \rightarrow$

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}\cos\omega' t - \omega' A e^{-\alpha t}\sin\omega' t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = (\alpha^2 - \omega'^2)Ae^{-\alpha t}\cos\omega' t + 2\alpha\omega' Ae^{-\alpha t}\sin\omega' t$$

$$(1) \rightarrow \quad Ae^{-\alpha t}\left[(m\alpha^2 - m\omega'^2 - b\alpha + k)\cos\omega' t + (2\alpha\omega' m - b\omega')\sin\omega' t\right] = 0$$

Membre de gauche doit etre identiquement nul pour tout t

$\rightarrow$ en particulier pour $t = 0$ et $t = \pi/2 \qquad \Rightarrow \quad \alpha = b/2m, \quad \omega' = \sqrt{k/m - b^2/4m^2}$

$k/m - b^2/4m^2 > 0$: mouvement oscillatoire amorti

$k/m - b^2/4m^2 = 0$: amortissement exponentiel

$k/m - b^2/4m^2 < 0$: amortissement sous-critique

Oscillations forcées - résonances

Amortissement + force périodique $F_0 \cos \omega t$ (cf. balançoire)

$$ma = -kx - bv + F_0 \cos \omega t \qquad \Leftrightarrow \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (1)$$

(En supposant l'amortissement faible,) on vérifie que

$x = A_0 \sin(\omega t + \phi_0)$ est solution de (1), avec

$$A_0 = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 b^2 / m^2}} \qquad \text{où} \qquad \omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$\phi_0 = arctg\,\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega b / m}$$

Résonance si $\omega \simeq \omega_0$, càd si la fréquence de la force extérieure est proche de l'une des fréquences propres du système;

si $\omega = \omega_0$, $A_0 \to \infty$ (sauf pour la présence de l'amortissement $\propto b$)

Ondes

Onde → transport d'énergie sans transport de matière (contrairement aux particules)

- ondes transversales (corde vibrante, ondes électromagnétiques, surface d'un liquide)
- ondes longitudinales (ondes de pression : son, intérieur d'un fluide non visqueux)

NB. : - *forme* de l'onde déterminée par le mouvement de l'émetteur :
simple impulsion, train d'ondes, onde entretenue
(*train d'ondes* : « onde porteuse » modulée dans le temps)
- *vitesse* de propagation déterminée par les propriétés physiques du milieu

Ondes sinusoïdales

- longueur d'onde λ = distance entre deux points (voisins) de même élongation (en un instant donné)
- période T (inverse de la fréquence $f = \nu$) : temps pour retrouver la même élongation au même endroit
- vitesse de l'onde $v = \lambda / T$ = vitesse à laquelle se déplace un point d'élongation donnée – pas le déplacement de la matière !

Si, pour $t = 0$, l'élongation est donnée par $\Psi(x,0) = A\sin\frac{2\pi x}{\lambda}$, au temps t, l'élongation sera la meme

qu'en $t = 0$ au point $x - vt$ $\quad \rightarrow \Psi(x,t) = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$

$\Rightarrow$ équation des ondes : $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = 0$

en général : $(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = \Delta^2\Psi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = 0$

Ondes transversales

Vitesse de propagation

Dépend

- de l'inertie et l'élasticité du milieu
- de l'accélération des particules du milieu et de la manière dont il résiste

Corde vibrante, de tension F_T et de masse linéique $\mu = \Delta m / \Delta l$: $v = \sqrt{F_T / \mu}$

Réflexion de l'impulsion à l'extrémité de la corde :

renversement (déphasage de 180 °) ou non selon que l'extrémité est fixe (càd réagit) ou est libre

Absorption :

dissipation d'une partie de l'énergie de l'onde → amortissement

Transmission :

longueur d'onde change quand la masse linéique change (puisque la vitesse de propagation change)

Ondes longitudinales

Ondes de compression = ondes acoustiques

Les seules ondes dans les fluides non visqueux (pas de réponse au cisaillement)

Variation de pression en avance de phase de $\pi/2$ par rapport au déplacement des particules

Vitesse du son :

milieu de masse volumique ρ et de module de compressibilité B : $v = \sqrt{B / \rho}$

Vitesse dépend de la température et de la pression :

$B = \dfrac{-\Delta P}{\Delta V / V}$; propagation du son est adiabatique, avec PV^{γ} = cte, $\gamma \simeq 1{,}4$

$\Rightarrow \quad v = \sqrt{1{,}4\, P / \rho}$ NB. : ne dépend pas de ν

Intensité sonore :

intensité $I = P_m / S$; diminue comme $1 / S = 1 / R^2$

variation d'intensité : $\beta = 10 \log_{10} (I / I_0)$, mesurée en dB (sans dim.)

« Hauteur » d'un son :

sa fréquence

Propriétés des ondes

Ondes stationnaires

Peuvent être transverses (corde vibrante) ou longitudinales (tuyau d'orgue) :

- pas de déplacement de l'onde
- pas de mouvement de la matière aux « nœuds » – mouvement maximum aux « ventres »; noeud aux extrémités fixes, ventre aux extrémités libres

Condition aux limites : $L = \frac{1}{2} n \frac{v}{\nu_n}$ avec $v = \sqrt{F_T / \mu}$ $\Rightarrow$ $\nu_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = n\nu_1$ *harmoniques*

Timbre d'un instrument provient de la combinaison spécifique de différentes harmoniques

Front d'onde

ensemble des points qui vibrent en phase; à grande distance, onde sphérique → onde plane

Réflexion

Tombant sur une surface (de dimensions *L* grandes par rapport à la longueur d'onde λ), un front d'onde est réfléchi en formant avec la normale un angle égal à l'angle incident

ex. : ondes sismiques transverses à la séparation manteau – noyau

Réfraction

changement de direction d'un front d'onde passant d'un milieu à un autre, où les vitesses de propagation sont différentes

ex.: ondes sonores : effets du gradient de température, de la vitesse du vent; ondes sismiques longitudinales à la séparation manteau – noyau

Diffraction

les particules situées sur le bord d'un obstacle (resp. d'une ouverture dans un écran) agissent comme des centres d'émission → si les dimensions L de l'obstacle (resp. de l'ouverture dans l'écran) sont petites par rapport à la longueur d'onde λ, émission cohérente d'une onde sphérique → l'onde « contourne » l'obstacle (resp. est diffusée par les bords de l'ouverture dans l'écran)

NB . Réflexion et diffraction sont des phénomènes complémentaires pour le rapport λ / L

Effet Doppler

Source et / ou milieu en mouvement par rapport au récepteur

- la propagation ne dépend que du milieu, est indépendante de la vitesse de la source
- le mouvement de la source par rapport au milieu modifie la distance entre les fronts d'onde

On suppose le milieu au repos; la longueur d'onde y est λ; la vitesse de la source par rapport au milieu est v_S, celle de l'observateur est v_O.

Dans le milieu : $\lambda = \dfrac{\text{distance parcourue par l'onde en un temps } t}{\text{nombre d'ondes émises en un temps } t} = \dfrac{(v + v_S)\, t}{\nu_S\, t}$

Pour l'observateur, vitesse de l'onde $= v + v_0 \quad \Rightarrow \quad \nu_O = \dfrac{v + v_O}{\lambda} = \dfrac{v + v_O}{v + v_S} \nu_S \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\nu_O}{\nu_S} = \dfrac{v + v_O}{v + v_S}$

Interférences et superposition des ondes

Interférences

Le déplacement d'un point matériel sous l'effet conjugué de deux ondes = somme des déplacements sous l'effet de chacune des ondes : combinaison linéaire (car pour oscillateur harmonique déplacement proportionnel à la force, et les forces s'ajoutent linéairement)

→ phénomènes d'interférence

Superposition d'ondes de même fréquence → onde de même fréquence :

$$\Psi(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t) = a\sin(\omega t + \phi_1) + b\sin(\omega t + \phi_2)$$
$$= (a\cos\phi_1 + b\cos\phi_2)\sin\omega t + (a\sin\phi_1 + b\sin\phi_2)\cos\omega t = A\sin\omega t + B\cos\omega t = C\sin(\omega t + \phi_3)$$

Superposition de deux ondes de fréquences différentes :

$\Psi_1 = A_1 \sin\omega_1 t \qquad \Psi_2 = A_2 \sin\omega_2 t$ (pour la simplicité, on prend $A_1 = A_2 = A$ et $\phi_1 = \phi_2 = 0$)

$$\rightarrow \quad \Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \, \sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t$$

Si les fréquences sont proches $\rightarrow$ "*battement*" :

- modulation de l'amplitude, de fréquence $\dfrac{\nu_1 - \nu_2}{2}$
- onde porteuse de fréquence $\dfrac{\nu_1 + \nu_2}{2}$

Analyse de Fourier

Toute fonction périodique de fréquence ν (de forme arbitrairement complexe) peut être représentée comme la superposition d'ondes sinusoïdales, de fréquences multiples de ν :

$$\Psi(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + A_2 \cos(2\omega t + \phi_2) + A_3 \cos(3\omega t + \phi_3) + ...$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \phi_k) = B_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin k\omega t$$

→ « *<u>analyse spectrale</u>* » de la fonction, la décomposant en sa **série de Fourier** :

- détermination de l'amplitude correspondant à chacune des harmoniques,
- réalisée expérimentalement à l'aide d'un *<u>spectrographe de Fourier</u>*

Les amplitudes et les phases sont obtenues par intégration (analytique, numérique ou analogique) de la fonction analysée (mathématiquement, elle doit être raisonnablement régulière, ce qui est le cas pour les processus physiques) :

$$B_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \Psi(z) \cos kz \, dz = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \Psi \cos \omega t \, dt \qquad C_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \Psi(z) \sin kz \, dz = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \Psi \sin \omega t \, dt$$

Une simple impulsion peut également être décomposée en une somme (infinie) de fonctions sinusoïdales dont la fréquence varie de manière continue dans une certaine bande

Mécanique des fluides

Statique

pression; principe de Pascal

poussée d'Archimède

forces de surface; gouttes : forme, pression interne; mouillage

Dynamique

écoulements; équation de continuité

équation de Bernouilli; théorème de Torricelli; effet Venturi

écoulement visqueux; loi de Poiseuille

Statique

Fluides parfaits

incompressibles, non visqueux → modules de Young et de cisaillement = 0

Pression

un fluide au repos exerce une force normale sur toute surface S, $F = p\ S$; pression est un *champ scalaire*

pression hydrostatique : $P = \rho\, g\, h$

pression manométrique : $P_m = P - P_{atm}$; $\Delta P_m = \Delta P$

Principe de Pascal

Toute pression externe exercée sur un fluide incompressible confiné dans un récipient se transmet intégralement dans tout le fluide

Poussée d'Archimède

Dans le champ de gravitation, un corps plongé dans un fluide subit une poussée vers le haut égale au poids du fluide déplacé

Densité

$\delta = \rho / \rho_{eau}$

Forces de surface

Énergie potentielle de surface

Force pour sortir un fil métallique plongé dans un fluide : $F_t = 2\,\gamma\,L$ (NB. : *double* film)

ou : travail pour créer la (double) couche : $\Delta W_t = 2\,\gamma\,L$ $[\gamma]$ = W / m² = N / m

γ dépend des matériaux en contact (liquide – gaz, liquide – solide, solide – gaz), et de la température; importance des impuretés.

Forme des gouttes

$E_{pot\ surf} = \gamma_{liq\text{-}gaz}\,S$ minimale à volume constant → sphère

Dans un champ gravitationnel :

$$E_{pot} = E_{pot\ grav} + E_{pot\ surf} = m\,g\,h + \gamma_{l\text{-}g}\,S_{l\text{-}g} + \gamma_{l\text{-}s}\,S_{l\text{-}s} + \gamma_{s\text{-}g}\,S_{s\text{-}g} \text{ minimale à V constant}$$

Or, pour un changement d'échelle λ (toutes les dimensions multipliées par λ)

γ ; g	mult. par	1	$E_{pot\ grav} = m\,g\,h$	mult. par	λ^4
h		λ	$E_{pot\ surf} = \gamma\,S$		λ^2
S		λ^2	$E_{pot\ grav} / E_{pot\ surf}$		λ^2
V ; m		λ^3			

→ quand *h* augmente, goutte s'aplatit; petites gouttes plus sphériques

Gouttes : saut de pression entre intérieur et extérieur

Soit une goutte sphérique dans un fluide, pression intérieure p, pression du fluide extérieur p_0

Forces s'exerçant sur un hémisphère :

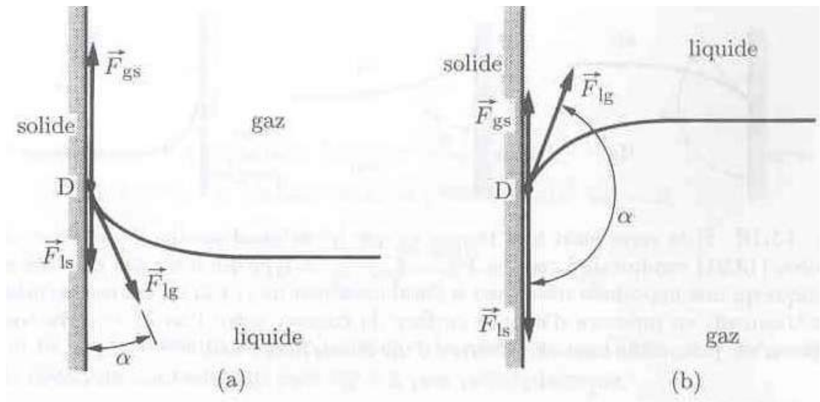
- force de surface le long de la circonférence = $\gamma\, 2\, \pi\, r$
- force de pression exercée par le fluide contenu dans l'autre hémisphère = $p\, \pi\, r^2$
- force de pression exercée par le fluide extérieur = $p_0\, \pi\, r^2$

→ $\gamma\, 2\, \pi\, r = (p - p_0)\, \pi\, r^2$

saut de pression $(p - p_0) = 2\, \gamma / r$

Mouillage

source: Rothen



A l'équilibre, les forces exercées sur la droite D se compensent

$$F_{l-s} + F_{l-g} \cos\alpha = F_{g-s} \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{\gamma_{l-s} - \gamma_{g-s}}{\gamma_{l-g}}$$

$\alpha < \pi / 2$: liquide "mouille"

$\gamma_{g-s} > \gamma_{l-s} + \gamma_{l-g}$: liquide monte le long de la paroi

angle de raccordement :

eau - verre - air $\alpha = 0$ eau - parafine - air $\alpha = 107°$

eau - acier - air $\alpha = 90°$ eau - mercure - air $\alpha = 140°$

Dynamique

Champ des vitesses définit les *lignes de courant*

- écoulement laminaire

champ de vitesse stationnaire;

trajectoire des particules ne se coupent pas; lignes de courant ne se coupent pas

- écoulement turbulent

irrégulier et variable; formation de tourbillons

Frottements fluides

couche de fluide en contact avec les parois est immobile → gradient de vitesse en s'écartant des parois

écoulement laminaire : force de frottement $\propto v$

écoulement turbulent : force de frottement $\propto v^2$ $(P \propto v^3)$

Équation de continuité

Aux extrémités d'un tube de courant : $S_1 v_1 = S_2 v_2$

Débit volumique : $J = S v = \Delta V / \Delta t$

Équation de Bernouilli

Pour fluide incompressible, non visqueux, en écoulement laminaire

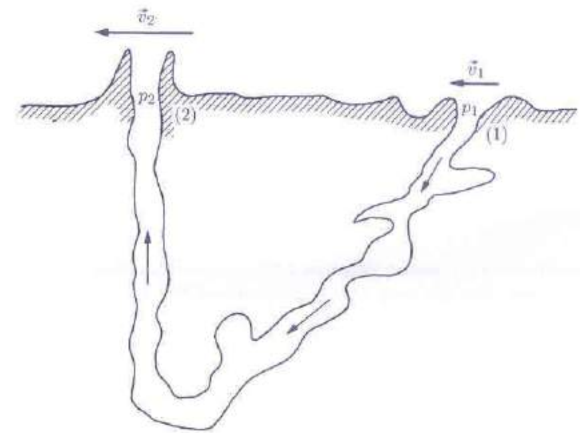
Travail pour faire avancer un élément de tube de courant

$$\Delta W = F_1\,\Delta s_1 - F_2\,\Delta s_2 = P_1\,S_1\,\Delta s_1 - P_2\,S_2\,\Delta s_2 = S\,v\,\Delta t\,(P_1 - P_2)$$

$$(S_1\,v_1 = S_2\,v_2 = S\,v)$$

$$= \Delta E_c + \Delta E_{pot\,grav} = \tfrac{1}{2}\Delta m\,(v_2^2 - v_1^2) + \Delta m\,g\,(y_2 - y_1)$$

$\rightarrow$ équation de Bernouilli : $P + \tfrac{1}{2}\rho\,v^2 + \rho\,g\,y = c^{te}$



Aération du terrier du chien de prairie (Rothen, fig. 14.14)

Théorème de Torricelli

Vitesse d'écoulement d'une cuve avec extrémité à l'air libre :

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2(P - P_{atm})}{\rho} + 2\,g\,h \qquad \text{si } S_1 \gg S_2 \quad v_2 \gg v_1 \;\text{ et si } P = P_{atm} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2\,g\,h}$$

Effet Venturi

Écoulement horizontal :

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho\,v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho\,v_2^2 \quad \Rightarrow \quad P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right)$$

$\rightarrow$ $S_1 > S_2 \;\Rightarrow\; P_1 > P_2$ étranglement $\rightarrow$ augmentation de vitesse et chute de pression

Attraction par vide partiel (Clément et Desormes)

Deux plateaux circulaires horizontaux séparés de Δh, entre lesquels s'écoule un fluide arrivant par un trou central dans l'un des plateaux

Equation de continuité : $v\,2\pi r\,\Delta h = Cte \quad \rightarrow \quad v \searrow$ quand $r \nearrow$

Or Bernouilli : $P + \frac{1}{2}\rho\, v^2 = Cte$

$\rightarrow$ $P \nearrow$ quand $r \nearrow$, avec $P_{\max} = P_{atm}$

$\rightarrow$ dépression ("vide partiel") au centre, attraction entre les plateaux

Ex. : bille d'acier maintenue stable à 0,1 mm d'une tuyère conique dont sort un fluide à haute pression

Écoulement visqueux

Force à appliquer pour vaincre les frottements visqueux et déplacer à vitesse v_x constante une plaque d'aire S à la surface d'un fluide de viscosité η, la paroi étant à la profondeur y :

$$F = \eta\, S\, \frac{v_x}{y} \qquad \rightarrow \text{ contrainte de cisaillement } \sigma_s = \eta \frac{dv_x}{dy} \qquad \text{(fluides "newtoniens")}$$

Loi de Poiseuille

Pour un cylindre de fluide de rayon *r*, de surface extérieure $S = 2\,\pi\, r\, l$, avec $v_x = 0$ pour $r = R$, la force de viscosité est contrebalancée par la différence de pression entre les extrémités du tube

$$F = -\eta\,(2\,\pi\, r\, l)\,\frac{dv_x}{dr} = \Delta P\,\pi\, r^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_x = \frac{\Delta P}{4\,\eta\, l}\left(R^2 - r^2\right) = \text{ parabole}$$

Débit volumique : $dJ = v_x\; dS = v_x\; 2\pi\, r\, dr \qquad \Rightarrow \qquad J = \frac{\pi R^4}{8\,\eta}\,\frac{\Delta P}{l}$

augmente avecle gradient de pression $\frac{\Delta P}{l}$ et avec *R*, diminue avec η

L’ultracentrifugeuse

But : mesurer taille et masse des particules en suspension dans un liquide (ex. protéines), par l’étude de la sédimentation à l’équilibre, ou de la vitesse de sédimentation, compte tenu de l’existence de plusieurs processus à l’oeuvre :

- chute dans le champ de la pesanteur
- poussée d’Archimède
- effets de la viscosité
- effets de diffusion (mouvement brownien)

Chute stationnaire dans un fluide visqueux : $F_g = (\rho_{part} - \rho_{fl}) V g = F_f = f_0 v$

Stokes : pour une particule sphérique de rayon r, coeff. de frottement $f_0 = 6\pi\eta r$

$\rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_{part} - \rho_{fl}) g = 6\pi\,\eta\, r\, v \qquad \rightarrow \quad v \propto r^2$

Utilisation d'un champ centrifuge (plus de 100 000 tours / minute):

chute stationnaire $\qquad v \propto F \propto a \rightarrow \quad \dfrac{v'}{v} = \dfrac{\omega^2 r}{g}$

grande augmentation de la vitesse de sédimentation !

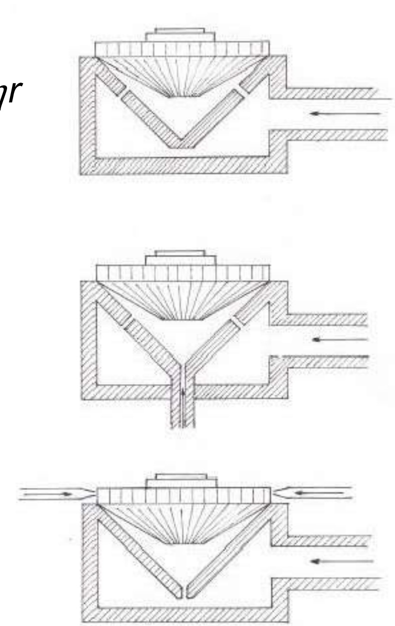


FIG. 4.3 – Les trois modèles de "toupies" d'Henriot : dans le premier dispositif, l'air de sustentation est également celui d'entraînement ; dans le second dispositif, la rotation de la toupie aspire de l'air par le conduit vertical à pression ambiante ; dans le troisième dispositif les fonctions d'entraînement et de sustentation sont prises en charge par deux deux conduits amenant de l'air pressurisé.

Pour éviter instabilités mécaniques et fatigue de l’axe :
soutien du rotor par vide partiel
(« toupies d’Henriot »)

source J.-R. Dierickx