

ÁLGEBRA

LEYES DE EXPONENTES

$$a^n = p \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \sqrt[n]{a} = r$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$



$$1,496 \times 10^{11} \text{ m}$$



$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{n}}} = n$$

$$e^\pi > \pi^e$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$10^{100} = \text{Googol}$$

$$\bar{x}^{-14} \sqrt{\text{H}\mu\epsilon\vec{r}\tau\alpha\varsigma}$$

Las Matemáticas son fáciles

twitter.com/calapenshko



twitter.com/calapenshko

Índice

1. Potenciación	02	4. Enunciado de los problemas resueltos	11
1.1. Exponente natural	02	4.1 Universidad Nacional del Callao (UNAC)	16
1.2. Exponente cero	02	4.2 Universidad Nacional de Ingeniería (UNI)	18
1.3. Exponente negativo	03		
1.4. Teoremas de potenciación	03		
2. Radicación en $\mathbb{R}$	06	5. Resolución de los problemas	19
2.1 Exponente fraccionario	07		
2.2 Teoremas de radicación	07	6. Problemas propuestos	38
2.3 Teoremas (Reglas prácticas)	08		
3. Ecuación exponencial	10	7. Claves	44



Leyes de exponentes

Es un conjunto de definiciones y teoremas que permiten estudiar a los exponentes y radicales a través de las operaciones de **potenciación** y **radicación** en los diferentes conjuntos numéricos.

Potenciación

Es aquella operación matemática donde, dados dos elementos llamados base (b) y exponentes (n) se calcula un tercer elemento llamado potencia (p).

Notación:

$$b^n = p \quad \begin{cases} b \text{ es la base } (b \in \mathbb{R}) \\ n \text{ es el exponente } (n \in \mathbb{Z}) \\ p \text{ es la potencia } (p \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Ejemplo 1.

$$2^3 = 8 \quad \begin{cases} \text{base: } 2 \\ \text{exponente: } 3 \\ \text{potencia: } 8 \end{cases}$$

Ejemplo 2.

Supongamos que:

$$5^2 = 7 \quad \begin{cases} \text{base: } 5 \\ \text{exponente: } 2 \\ \text{potencia: } 7 \end{cases}$$

Definiciones

1 Exponente natural

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}; n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$$

Ejemplo 3.

- $5^1 = 5$
- $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$
En este ejemplo, la base es -2

Recuerde que:

Ley de signos:

$$(+)(+) = +$$

$$(-)(-) = +$$

$$(+)(-) = -$$

$$(-)(+) = -$$

- $-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$
En este ejemplo, la base es 2

- $(x^2)^3 = x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$
- $ab^3 = abbb$
- $(ab)^3 = (ab)(ab)(ab)$
- $\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{(2n-1) \text{ veces}} = x^{2n-1}$

- $\underbrace{n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{n \text{ veces}} = n^n$

twitter.com/calapenshko

2 Exponente cero

Si a es cualquier número real no nulo, entonces:

$$a^0 = 1$$

Ejemplo 4.

- $5^0 = 1$
- $(-3)^0 = 1$
- $\sqrt{7}^0 = 1$
- $-3^0 = -1$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1$
- $2016^0 = 1$

Recuerde que:

0^0 no está definido

Ejemplo 5.

Calcule el valor de

$$L = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right)^0$$

Resolución.

$$L = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right)^0 = \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{6}\right)^0 = 0^0$$

Este resultado no está definido.

3 Exponente negativo

Si a es un número real no nulo y n es un entero positivo, entonces

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejemplo 6.

$$\blacksquare 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\blacksquare (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

$$\blacksquare 5^{-x} = \frac{1}{5^x}$$

$$\blacksquare n^{-4} = \frac{1}{n^4}$$

Teoremas de potenciación

1 Multiplicación de bases iguales

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Para multiplicar dos potencias del mismo número, sume los exponentes.

Ejemplo 7.

$$\blacksquare 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$$

$$\blacksquare 3^{1-x} \cdot 3^{x+3} = 3^{1-x+x+3} = 3^4 = 81$$

$$\blacksquare 4 \cdot 4^2 \cdot 4^3 \cdot \dots \cdot 4^{10} = 4^{1+2+3+\dots+10} = 4^{55}$$

$$\blacksquare 3^{2+x} = 3^2 \cdot 3^x = 9 \cdot 3^x$$

$$\blacksquare x^{x+1} = x^x \cdot x^1$$

2 División de bases iguales

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Para dividir dos potencias del mismo número, reste los exponentes.

Ejemplo 8.

$$\blacksquare \frac{3^{17}}{3^{15}} = 3^{17-15} = 3^2 = 9$$

$$\blacksquare \frac{2^{n-1}}{2^{n-5}} = 2^{n-1-(n-5)} = 2^4 = 16$$

$$\blacksquare 5^{3-x} = \frac{5^3}{5^x} = \frac{125}{5^x}$$

3 Potencia de una multiplicación

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Para elevar un producto a una potencia, eleve cada factor a la potencia

Ejemplo 9.

$$\blacksquare (3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2$$

$$\blacksquare (2\sqrt[3]{5}x)^3 = 2^3 \cdot \sqrt[3]{5^3} x^3 = 8 \cdot 5x^3 = 40x^3$$

$$\blacksquare 2^{n-3} \cdot 5^{n-3} = (2 \cdot 5)^{n-3} = 10^{n-3}$$

4 Potencia de una división

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Para elevar un cociente a una potencia, eleve tanto el numerador y denominador a la potencia.

Ejemplo 10.

$$\blacksquare \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

$$\blacksquare \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^3}{2^3} = \frac{x^3}{8}$$

$$\blacksquare \frac{6^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{6}{3}\right)^{10} = 2^{10} = 1024$$

$$\blacksquare \frac{(a^2 b^3)^4}{(ab^2)^4} = \left(\frac{a^2 b^3}{ab^2}\right)^4 = (ab)^4 = a^4 b^4$$

5 Potencia de potencia

$$(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$$

Para elevar una potencia a una nueva potencia, multiplique los exponentes.

Ejemplo 11.

$$\blacksquare (2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

$$\blacksquare (x^x)^x = x^{x \cdot x} = x^{x^2}$$

$$\blacksquare (5^{x^3})^2 = 5^{x^3 \cdot 2} = 5^{2x^3}$$

$$\blacksquare (3^x)^2 = (3^2)^x = 9^x$$

$$\blacksquare 4^{xy} = (4^x)^y = (4^y)^x$$

Ejemplo 12.

Halle el exponente de x^x en la expresión:

$$x^{x^x}$$

Resolución.

Acomodamos convenientemente la expresión:

$$x^{x^x} = x^{x^{x \cdot 1}}$$

$$= x^{x^x \cdot x^{-1} \cdot x}$$

$$= x^{x^{x-1} \cdot x}$$

$$= x^{x \cdot x^{x-1}}$$

$$= (x^x)^{x^{x-1}}$$

Por lo tanto, el exponente es x^{x-1} .

Observaciones

1

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

2

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ veces}} = a \cdot n$$

3

$$(a^m)^n \neq a^{m^n}$$

Ejemplo 13.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

Ejemplo 14.

$$\blacksquare \frac{5+5+5+\cdots+5}{10 \text{ veces}} = 5 \cdot 10 = 50$$

$$\blacksquare \frac{x+x+x+\cdots+x}{x \text{ veces } (x \in \mathbb{N})} = x \cdot x = x^2$$

Ejemplo 15.

$$(2^3)^4 \neq 2^{3^4}$$

Pues,

$$2^{12} \neq 2^{81}$$

Ejemplo 16.

Halle el valor de la expresión

$$J = 2^{4^{5^0}}$$

Resolución.

Este tipo de expresiones (exponentes sucesivos) lo calculamos operando de arriba hacia abajo.

$$J = 2^{4^{5^0}} = 2^{4^{5^0}} = 2^{4^1} = 2^4 = 16$$

Por lo tanto, $J = 16$.

Ejemplo 17.

Reduzca la siguiente expresión.

$$E = \frac{2^{n+3} + 2^{n+2} + 2^{n+1}}{7}$$

Resolución

Recuerde que:

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

Luego, la expresión E se puede expresar como:

$$E = \frac{2^n \cdot 2^3 + 2^n \cdot 2^2 + 2^n \cdot 2^1}{7}$$

Factorizamos 2^n :

$$= \frac{2^n(2^3 + 2^2 + 2)}{7}$$

$$= \frac{2^n \cdot 14}{7}$$

Simplificamos séptima:

$$= 2^n \cdot 2$$

$$= 2^{n+1}$$

Por lo tanto, $E = 2^{n+1}$.

Ejemplo 18.

Si x^x equivale a 2, halle el valor de

$$x^{x^{x+1}}$$

Resolución.

Acomodamos convenientemente la expresión $x^{x^{x+1}}$ para que aparezca x^x y reemplazarlo por 2.

Operamos de arriba hacia abajo:

$$\begin{aligned} x^{x^{x+1}} &= x^{x^x \cdot x^1} \\ &= x^{x \cdot x^x} \\ &= (x^x)^{x^x} \end{aligned}$$

Reemplazamos el equivalente de x^x :

$$= (2)^2 = 4$$

Ejemplo 19.

Si se sabe que

$$x^{x^x} = 4 \text{ y } x^{-x} = \frac{1}{2}$$

halle el valor de $x^{x^{x-x}}$.

Resolución

Nos piden hallar

$$x^{x^{x-z}} = x^{x^x \cdot x^{-z}}$$

$$= (x^{x^x})^{x^{-z}}$$

Reemplazamos los datos:

$$= (4)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{4} = 2$$

Por lo tanto,

$$x^{x^{x-z}} = 2$$

Ejemplo 20.

Si se sabe que

$$\left(\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^3} \right)^{\frac{1}{8}} = 7$$

halle la suma de las cifras de n .

Resolución

Se tiene la igualdad

$$\left(\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^3} \right)^{\frac{1}{8}} = 7$$

Elevamos a la 8:

$$\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^3} = 7^8$$

$$7^{15} - 7^n = 7^8(7^{n-4} - 7^3)$$

$$7^{15} - 7^n = 7^{n+4} - 7^{11}$$

$$7^{15} + 7^{11} = 7^{n+4} + 7^n$$

$$\text{Factorizo } 7^{11} \quad \text{factorizo } 7^n$$

$$7^{11}(7^4 + 1) = 7^n(7^4 + 1)$$

Cancelamos $7^4 + 1$:

$$7^{11} = 7^n$$

de donde $n = 11$.

Por lo tanto, la suma de cifras de n es 2.

Radicación en $\mathbb{R}$

Es aquella operación matemática que proviene de una potencia con exponente fraccionario. Esta operación se expresa con el símbolo $\sqrt{}$.

Definición

$$\sqrt[n]{a} = r \Leftrightarrow a = r^n \wedge ar \geq 0$$

donde

a es el radicando

n es el índice ($n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$)

r es la raíz enésima de a (r es única)

La condición $ar \geq 0$ quiere decir que a y r deben ser del mismo signo.

Ejemplo 21.

- $\sqrt[3]{8} = 2$, pues $8 = 2^3$
- $\sqrt[3]{-8} = -2$, pues $-8 = (-2)^3$
- $\sqrt{9} = 3$, pues $9 = 3^2$
- $\sqrt{-4}$ no existe en $\mathbb{R}$, pues no existe un número real r de modo que:
 $-4 = r^2$

OBS.

impar $\sqrt{+} = +$	par $\sqrt{+} = +$
impar $\sqrt{-} = -$	par $\sqrt{-} \notin \mathbb{R}$

- $\sqrt{-1}$; $\sqrt[4]{-2}$; $\sqrt[5]{-5}$; ... no existen en $\mathbb{R}$.

Exponente fraccionario

Sea a un número real y n un entero positivo ($n \geq 2$). Se define:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

En general:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^m$$

donde m/n es una fracción irreducible.

Ejemplo 22.

- $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$
- $3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$
- $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

Ejemplo 23.

- $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$
- $2^{\frac{4}{7}} = \sqrt[7]{2^4} = \sqrt[7]{16}$
- $x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3} = \sqrt[5]{x}^3$

Ejemplo 24.

Reduzca la expresión

$$J = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}$$

Resolución.

Se tiene la expresión:

$$J = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}$$

$$\begin{aligned} &= 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \\ &= 2^{\frac{13}{12}} \\ &= \sqrt[12]{2^{13}} \end{aligned}$$

Teoremas de radicación

$$1 \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Ejemplo 25.

- $\sqrt{5}\sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$
- $\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3 \cdot 2} = \sqrt[4]{6}$
- $\sqrt[3]{8x} = \sqrt[3]{8}\sqrt[3]{x} = 2\sqrt[3]{x}$

$$2 \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo 26.

- $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$$3 \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

Ejemplo 27.

- $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[3 \cdot 4]{2} = \sqrt[12]{2}$
- $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[5 \cdot 3]{x} = \sqrt[15]{x}$

$$4 \quad \sqrt[m \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[m]{a^n}; k \in \mathbb{N}$$

Ejemplo 28.

- $\sqrt[12]{2^8} = \sqrt[3 \cdot 4]{2^{2 \cdot 4}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$
- $\sqrt[6]{125} = \sqrt[6 \cdot 3]{5^3} = \sqrt[2]{5} = \sqrt{5}$
- $\sqrt[5]{3^{10}} = 3^2 = 9$
- $\sqrt[3]{7^3} = 7$

Ejemplo 29.

Halle el valor de n si se sabe que

$$\sqrt[n]{n} = \sqrt[3]{3}$$

Resolución.

Por dato:

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{n} &= \sqrt[3]{3} \\ &= \sqrt[9 \cdot 3]{3^3} \\ &= \sqrt[27]{27}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $n = 27$.

$$5 \quad \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m}$$

Ejemplo 30.

- $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[3 \cdot 4]{5^4 \cdot 3^3} = \sqrt[12]{5^4 \cdot 3^3}$
- $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[7]{7} = \sqrt[5 \cdot 7]{3^7 \cdot 7^5} = \sqrt[35]{3^7 \cdot 7^5}$

$$6 \quad a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

Ejemplo 31.

- $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$
- $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}$

$$7 \quad \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{si } n \text{ es impar} \\ |a| & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

Recuerde que:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Ejemplo 32.

- $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$
- $\sqrt[3]{(-2)^7} = -2$
- $\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$
- $\sqrt{x^2} = |x|$

Teoremas (Reglas prácticas)

Regla práctica I

$$\sqrt[m]{x^a} \cdot \sqrt[n]{x^b} \cdot \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

Ejemplo 33.

$$\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[3 \cdot 4 \cdot 2]{2^{2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1}}$$

$$= \sqrt[24]{2^{(11) \cdot 2 + 1}}$$

$$= \sqrt[24]{2^{23}}$$

Regla práctica 2

$$\sqrt[m]{x^a} \div \sqrt[n]{x^b} \div \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[mnp]{x^{(an-b)p+c}}$$

Ejemplo 34.

$$\sqrt[3]{2^2} \div \sqrt[4]{2^3} \div \sqrt{2} = \sqrt[3 \cdot 4 \cdot 2]{2^{(2 \cdot 4 - 3) \cdot 2 + 1}}$$

$$= \sqrt[24]{2^{(5) \cdot 2 + 1}}$$

$$= \sqrt[24]{2^{11}}$$

Regla práctica 3

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x} \cdot \dots = \sqrt[n-1]{x}$$

Ejemplo 35.

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \dots = \sqrt[3-1]{4}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

Regla práctica 4

$$\sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{x} \div \dots = \sqrt[n+1]{x}$$

Ejemplo 36.

$$\sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{16} \div \dots = \sqrt[3+1]{16}$$

$$= \sqrt[4]{16}$$

$$= 2$$

Regla práctica 5

$$x^{x^{x^{\dots}}} = n \leftrightarrow x = \sqrt[n]{n}; n \in \mathbb{Q}$$

Ejemplo 37.

$$\blacksquare x^{x^3} = 3 \leftrightarrow x = \sqrt[3]{3}$$

$$\blacksquare x^{x^{x^5}} = 5 \leftrightarrow x = \sqrt[5]{5}$$

$$\blacksquare x^{x^{x^{x^{x^2}}}} = 2 \leftrightarrow x = \sqrt[2]{2}$$

$$\blacksquare 5^{5^{5^{5^{5^x}}}} = x \leftrightarrow 5 = \sqrt[x]{x}$$

Ejemplo 38.

Halle el valor de M si

$$M = \sqrt[2^{2^{n+1}}]{\sqrt[2^{2^n}]{\sqrt[2^2]{\sqrt[625]{8^{2^n}}}}}$$

Resolución

Recuerde que:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[a]{a}}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Luego,

$$M = \sqrt[2^{2^{n+1}}]{\sqrt[2^{2^n}]{\sqrt[2^2]{\sqrt[625]{8^{2^n}}}}}$$

$$= \sqrt[2^{2^n} \cdot 2^{2^{2^n}} \cdot 2^2]{\sqrt[625]{(2^3)^{2^n}}}$$

$$= \sqrt[2^{3 \cdot 2^n} \cdot 2^2]{\sqrt[625]{2^{3 \cdot 2^n}}}$$

Cancelamos el factor $2^{3 \cdot 2^n}$ en el índice y el exponente:

$$= \sqrt[2^2]{625}$$

$$= \sqrt[4]{5^4}$$

$$= 5$$

Por lo tanto, $M = 5$.

Ejemplo 39.

Calcule el producto de los dígitos del valor de la expresión

$$\sqrt[b]{\frac{49^{b+\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{7^{b-2}}}{\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{7^b}}}$$

Resolución

Se tiene la expresión

$$\begin{aligned} \sqrt[b]{\frac{49^{b+\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{7^{b-2}}}{\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{7^b}}} &= \sqrt[b]{\frac{(\sqrt{7}^4)^{b+\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{7^{b-2}}}{\sqrt{7^{-1}} \cdot \sqrt{7^b}}} \\ &= \sqrt[b]{\frac{\sqrt{7}^{4b+1} \cdot \sqrt{7^{b-2}}}{\sqrt{7^{-1}} \cdot \sqrt{7^b}}} \\ &= \sqrt[b]{\frac{\sqrt{7}^{5b-1}}{\sqrt{7^{b-1}}}} \\ &= \sqrt[b]{\sqrt{7}^{4b}} \\ &= \sqrt[b]{7^{2b}} \\ &= 7^2 = 49 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el producto de dígitos del resultado es 36.

Ecuación exponencial

Una ecuación exponencial es aquella ecuación en la que la incógnita aparece en el exponente.

Teorema

Consideremos $a > 0$ y $a \neq 1$, entonces

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

Ejemplo 40.

Resuelva la ecuación

$$4^{x+2} = 8^{x-1}$$

Resolución.

Se tiene la ecuación:

$$4^{x+2} = 8^{x-1}$$

Busquemos una base común:

$$(2^2)^{x+2} = (2^3)^{x-1}$$

$$2^{2(x+2)} = 2^{3(x-1)}$$

$$2^{2x+4} = 2^{3x-3}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$2x + 4 = 3x - 3$$

$$4 + 3 = 3x - 2x$$

$$7 = x$$

Por lo tanto, $CS = \{7\}$

Ejemplo 41.

Halle el valor de x si se sabe que

$$(64)^{2^{1-x}} = 8^{2^{x+1}}$$

Resolución.

Por dato:

$$(64)^{2^{1-x}} = 8^{2^{x+1}}$$

$$(8^2)^{2^{1-x}} = 8^{2^{x+1}}$$

$$8^{2 \cdot 2^{1-x}} = 8^{2^{x+1}}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$2 \cdot 2^{1-x} = 2^{x+1}$$

$$2^{2-x} = 2^{x+1}$$

$$2 - x = x + 1$$

$$1 = 2x$$

Por lo tanto, $x = 1/2$.

Ejemplo 42.

Si se sabe que

$$5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3} + 5^{n+4} = 780$$

y n es un número entero, entonces, halle el valor de $2(n+3)$.

Resolución

Se tiene la igualdad

$$5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3} + 5^{n+4} = 780$$

$$5^n \cdot 5^1 + 5^n \cdot 5^2 + 5^n \cdot 5^3 + 5^n \cdot 5^4 = 780$$

Factorizamos 5^n :

$$5^n(5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4) = 780$$

$$5^n(5 + 25 + 125 + 625) = 780$$

$$5^n(780) = 780$$

$$5^n = 1$$

$$5^n = 5^0$$

$$n = 0$$

Por lo tanto,

$$2(n+3) = 6$$

Enunciado de los problemas resueltos

Problema 1.

Dados los números

$$A = \frac{5^{x+4} - 5^{x+2}}{5^x} \text{ y } B = \frac{3^{y+5} - 3^{y+3}}{3^y}$$

calcule el valor de $S = 36 \left(\frac{A}{B} \right)$.

A) $S = 10$

B) $S = 100$

C) $S = 100/36$

D) $S = 216$

E) $S = 600$

Problema 2.

Calcule el valor de la siguiente expresión.

$$\frac{(-2)^{-2} - (2)^{-3}}{(-2)^{-3} - (2)^{-2}} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1}$$

A) 1

B) -1

C) 2

D) -2

E) 1/2

Problema 3.

Si se sabe que

$$m - 4p = 3n \text{ y } a = \frac{m-p}{n+p}$$

halle el valor de 2^a .

A) 32

B) 16

C) 4

D) 8

E) 2

Problema 4.

Si $x^x = 3$, halle el valor de la expresión K .

$$K = \sqrt{x^{x^{x+1}} - x^{2x}}$$

- A) 3 B) $\sqrt{3}$ C) 1
D) 2 E) $3\sqrt{2}$

Problema 5.

Si se cumple que $y^x = x$, halle el valor de $x + y$ sabiendo además que

$$x^{y^{-1}} = y^{x^{-1}}$$

- A) $1/4$ B) $1/2$ C) $3/4$
D) 1 E) 4

Problema 6.

Si $x^y = 2$ (donde $x > 0$), halle el valor de la siguiente expresión.

$$\frac{(4^{x^y})^{x^{-y}} \cdot (x^{x^y})^y + (x^2)^{-y}}{2x^{2y} - 6x^{-y}}$$

- A) 3 B) $11/4$ C) $16/5$
D) $13/4$ E) $16/3$

Problema 7.

Si $a * b = (a^2 + b^2)^3$

Calcular

$$E = \frac{\sqrt{6} * \sqrt{10}}{\sqrt{3} * \sqrt{5}}$$

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

Problema 8.

Simplifique la siguiente expresión.

$$\frac{\sqrt{8}^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}^{\sqrt{8}}}$$

- A) $\sqrt[5]{2}$ B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) 1 E) $\sqrt[4]{2}$

Problema 9.

Calcule

$$M = \frac{(2^{-1} + 1)^{-0.5^{-1}} - (2,25)^{-2^{-1}}}{\left(\frac{1}{0,25}\right)^{-2^{-1}} + (-27)^{-3^{-1}}}$$

- A) $-4/15$ B) $-4/3$ C) $20/3$
D) $-4/5$ E) $-2/5$

Problema 10.

Calcule el valor de la expresión siguiente cuando $x = 2$ e $y = 3$.

$$E = \left[\frac{\sqrt{x\sqrt{y^{-4}}}}{y\sqrt{x^{-2}}} \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}}\sqrt{y^{-1}}}{y \cdot \sqrt[3]{x^{-2}}} \right]^3$$

- A) $1/2$ B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}/2$ E) $\sqrt[3]{2}$

Problema 11.

Dada la ecuación

$$\sqrt{x^3 y^4 + x^2 y^2} = 3xy, \quad x > 0, y > 0$$

Problema 18.

Calcule el valor de x^6 si se sabe que

$$3^{x^3} = 243^3$$

- A) 5^6 B) 225 C) 125
D) 625 E) 325

Problema 19.

Resuelva la ecuación exponencial

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 248$$

calcule el valor de $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1}$

- A) 112 B) 64 C) 128
D) 32 E) 256

Problema 20.

Si $b, x, r \in \mathbb{R}$ y se verifica

$$\begin{cases} b^b = \frac{9^r + 2^{10} - (3^r)^2}{4^4} \\ 4^x \cdot 2^2 - 2^{x+1} = 0 \end{cases}$$

entonces, se puede afirmar que

- A) $x - b = 3$ B) $x + b = 3$
C) $|b| < |x|$
D) $x < b$ E) $xb = 2$

Problema 21.

Si se sabe que

$$2^{x^2} + 2^{x^2-1} + 2^{x^2-2} + 2^{x^2-3} + 2^{x^2-4} = 62$$

donde $x > 0$, halle el valor de x .

- A) 1 B) 2 C) $5/2$
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$

Problema 22.

Si se sabe que

$$\begin{cases} 3^{2x} - 79(3^{x+y}) = 2 \cdot 9^{y+2} \\ x^2 + 2xy + y^2 - 12x - 12y + 36 = 0 \end{cases}$$

halle el valor de la expresión

$$\sqrt{x^2 - 2y + 2}.$$

- A) 3 B) $\sqrt{19}$ C) 5
D) $\sqrt{14}$ E) $\sqrt{7}$

Problema 23.

Dada la sucesión

$$x_1 = \sqrt{a}; x_2 = \sqrt{a\sqrt{a}}; x_3 = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}; \dots$$

donde a es un número positivo. Calcule

$$\frac{x_3 \cdot x_{10}}{(x_4 \cdot x_{11})^2}$$

- A) $a^{-1/2}$ B) a^{-2} C) $a^{-1/8}$
D) a^{-3} E) a^{-4}

Problema 24.

Si se sabe que

$$5^x = m \text{ y } 5^z = n$$

halle el valor de $(0,04)^{-x+2z}$

- A) $m^2 \cdot n^{-4}$ B) $m^{1/2} \cdot n^{-4}$
C) $m^2 \cdot n^{-1/4}$
D) $m^{-2} \cdot n^4$ E) $m^2 \cdot n^4$

Problema 25.

Si se sabe que

$$7^{-3r} - 6(7^{-2r}) = 7^{1-r}$$

calcule el valor de la expresión

$$\frac{1}{(-r)(1-r)} + \frac{1}{(1-r)(2-r)} + \dots + \frac{1}{(48-r)(49-r)}$$

- A) 7/5 B) 87/98
C) 4/5
D) 48/49 E) 49/50

Problema 26.

Si se sabe que

$$2^{64} = a^a \text{ y } \sqrt{3}^{54} = (3b)^b$$

halle el valor de $3a + 2b$.

- A) 48 B) 96 C) 66
D) 99 E) 44

Problema 27.

Resuelva la ecuación

$$2^{2x+2} - 5(6^x) = 3^{2x+2}$$

luego calcule el valor de 5^x .

- A) 1/25 B) 1/5 C) 1/125
D) 25 E) 125

Problema 28.

Dada la igualdad

$$(3x-1)^{3x} = \frac{3}{3^{-3x} - 9^{-2}}$$

con $x \neq \frac{1}{3}$, halle el valor de $(x-1)$.

- A) 1/9 B) 1/3 C) 3
D) 2 E) 4/3

Problema 29.

Se sabe que

$$4^x - 4^{x-1} = 24$$

halle el valor de $(2x)^{\frac{x}{5}}$

- A) $\sqrt{5}$ B) $25\sqrt{5}$ C) 25
D) 125 E) $5\sqrt{5}$

Problema 30.

Al resolver

$$16^{3^{2x}} = 8^{4^{2x}}$$

se obtiene la fracción irreducible p/q ,
halle $p + q$.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema 31.Calcule el valor de E .

$$E = \frac{2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}{2^{x-3} + 2^{x-2} + 2^{x-1}}$$

- A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 22

Problema 32.

Dada la ecuación

$$5^{\sqrt{3}^x} = \sqrt[3]{5}^{9^x}$$

Halle el valor de $M = \frac{2^{-3x+1} + 3^{-3x+2}}{3(2^{-3x+1})}$

- A) -1 B) 2 C) 1
D) 4 E) 16

Universidad Nacional del Callao (UNAC)

Problema 33.

Sean x e y dos números reales distintos de cero. Indique la expresión equivalente de E .

$$E = \left(\frac{x^3 y^3}{-x^4 y^2} \right)^3 \left(\frac{x^3 y}{-x^2 y^2} \right)^5$$

- A) $\frac{y^2}{x^2}$ B) $\frac{x}{y}$ C) $\frac{x}{y^2}$
D) $\frac{x^2}{y^2}$ E) $\frac{y^2}{x}$

UNAC 2002 - I

Problema 34.¿Para qué valor de x se cumple que

$$\left[\frac{3^{n+4} - 3^{n+1}}{3 \cdot (3^{n+3})} \right]^{-x} = \frac{27}{26} ?$$

- A) -1 B) 2 C) 1
D) 3 E) -2

UNAC 2004 - I

Problema 35.

Si los números enteros x e y satisfacen la ecuación

$$3^{x+1} + 2^y = 2^{y+2} - 3^x$$

el valor de 3^x es

- A) 3 B) 1/3 C) 1/9
D) 1 E) 9

UNAC 2007 - II

Problema 36.

Sea $f(x) = 3^{3x+1}$. Si a y b son tales que $f(a) = 27f(b)$, se puede afirmar que

- A) $a - b = 4$ D) $a - b = 2$
B) $a - b = 1$
C) $a - b = 5$ E) $a - b = 3$

UNAC 2010 - II

Problema 37.

Dada la ecuación

$$16 = \sqrt[3]{256 - 24(4^x)}$$

el valor de x^2 es

- A) 4/9 B) 9/4 C) 16/25
D) 25/16 E) 2/3

UNAC 2011 - I

Problema 38.

La suma de las raíces de la ecuación

$$2^{2x+1} - 2^{x+4} = 2^{x+2} - 32$$

es

- A) 7 B) 3 C) 4
D) 2 E) 6

UNAC 2011 - II

Problema 41.

Si $x^x = 2$, determine el valor de la expresión J .

$$J = \frac{2^{x^x} \sqrt{x}^{x^{4x^1-3x+x^{x+1}+1}}}{x}$$

- A) 2 B) 4 C) 1
D) $4/\sqrt{2}$ E) $1/2$

Problema 39.

Si

$$\frac{a}{c} = \sqrt[5]{5}$$

Determine el valor de la expresión

$$\frac{[(a^3b)^3 \cdot c]^3}{[(c^3b)^3 \cdot a]^3}$$

- A) 45 B) 75 C) 115
D) 125 E) 25

UNAC 2011 - II

Problema 42.

Simplifique la siguiente expresión.

$$L = 3^y$$

Donde

$$y = \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[3]{3}} \left(\frac{\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{3}}{1 + \sqrt[12]{3}} \right)^{3^{-1}}$$

- A) 1 B) $\sqrt[3]{3}$ C) 9
D) $\sqrt{3}$ E) 3

Problema 40.

Si el producto

$$\sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{2^5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^5}}} \cdot \dots$$

tiene infinitos factores, cuyos exponentes están en progresión geométrica, su valor es igual a

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}/4$ E) $\sqrt{2}/5$

UNAC 2013 - I

Problema 43.

Sea x un número positivo tal que $x^x = 6$.

Simplifique la siguiente expresión.

$$\frac{[x^{x^{x^x}} + x^{-(-x)^{x^x}}] \cdot x^{-x^6}}{x^{-2x^6+3} + x^3}$$

- A) $1/3$ B) 3 C) x^3
D) x^{-3} E) $1/x$

Problema 44.

Halle el valor de la expresión E si se sabe que $a^2b = a^2c + bc^2$.

$$E = \sqrt{a+b} \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{x^{b+c}}}{a\sqrt{x^{b-c}}}, \frac{b\sqrt{x^{c+a}}}{b\sqrt{x^{c-a}}}, \frac{c\sqrt{x^{a+b}}}{c\sqrt{x^{a-b}}}\right)^{\frac{c}{2}}}$$

- A) x^3 B) x^4 C) x^2
 D) x^{-1} E) x

Problema 45.

Si x es positivo, simplifique la expresión

$$M = \frac{\sqrt[1]{x \cdot \sqrt[2]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[n]{x \cdot \sqrt[n+1]{x}}}}}}}{\sqrt{x^{n^2+3n}}}$$

- A) $x^{1/2}$ B) x^n C) x^2
 D) x E) 1

Problema 46.

Halle el exponente final de z en la siguiente expresión.

$$\sqrt[10]{z \cdot \sqrt[10]{z^3 \cdot \sqrt[10]{z^5 \cdot \sqrt[10]{z^7 \cdot \dots}}}}$$

- A) 10/81 B) 14/91 C) 9/100
 D) 1/9 E) 11/81

Universidad Nacional de Ingeniería (UNI)

Problema 47.

Determine las veces que aparece el número cinco al efectuar la suma:

$$7^2 + (77)^2 + (777)^2 + (7777)^2 + \dots + (777777)^2$$

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

UNI 2012 - II

Problema 48.

Calcule el valor de la siguiente expresión.

$$\left[256 \sqrt[2]{2^{\sqrt{2}(1-\sqrt{8})}} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2^{1/z}}$$

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{8}$
 D) 2 E) 4

Problema 49.

Dada la ecuación:

$$x^{x^{\frac{4}{\sqrt{x}+0.25}}} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\sqrt{2}^{1-2\sqrt{2}}}$$

Halle el valor de $4x+3\sqrt{x^8}$.

- A) 16^{-1} B) 8 C) 8^{-1}
 D) 4^{-1} E) 2^{-1}

Problema 50.

Sean x e y dos números reales tal que:

$$xy + x + y = 1$$

Halle el valor de

$$\left[\frac{y^{y+1} \sqrt{4x+1}}{x^{x+1} \sqrt{4y+1}} \right]^{\frac{(x-y)^{-1}}{3-xy}}$$

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) 4 E) 8

Resolución de los problemas

Resolución 1.

Para la expresión A:

$$\begin{aligned} A &= \frac{5^{x+4} - 5^{x+2}}{5^x} \\ &= \frac{5^x \cdot 5^4 - 5^x \cdot 5^2}{5^x} \end{aligned}$$

Cancelamos 5^x :

$$\begin{aligned} &= \frac{5^4 - 5^2}{1} \\ &= 625 - 25 \\ &= 600 \end{aligned}$$

Para la expresión B:

$$\begin{aligned} B &= \frac{3^{y+5} - 3^{y+3}}{3^y} \\ &= \frac{3^y \cdot 3^5 - 3^y \cdot 3^3}{3^y} \end{aligned}$$

Cancelamos 3^y :

$$\begin{aligned} &= \frac{3^5 - 3^3}{1} \\ &= 243 - 27 \\ &= 216 \end{aligned}$$

Nos piden hallar

$$S = 36 \left(\frac{A}{B} \right) = 36 \cdot \frac{600}{216} = 100$$

Por lo tanto, $S = 100$.

Rpta. B

Resolución 2.

Se tiene la expresión

$$\begin{aligned} &\frac{(-2)^{-2} - (2)^{-3}}{(-2)^{-3} - (2)^{-2}} - \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} \\ &= \frac{\frac{1}{(-2)^2} - \frac{1}{2^3}}{\frac{1}{(-2)^3} - \frac{1}{2^2}} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{-\frac{1}{8} - \frac{1}{4}} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{\frac{1}{8}}{-\frac{3}{8}} - \frac{2}{3} \\ &= -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \\ &= -\frac{3}{3} = -1 \end{aligned}$$

Rpta. B

Resolución 3.

Por dato

$$m - 4p = 3n \quad \text{y} \quad a = \frac{m-p}{n+p}$$

$$m - p - 3p = 3n$$

$$m - p = 3n + 3p$$

$$m - p = 3(n + p)$$

$$\frac{m-p}{n+p} = 3, \text{ luego } a = 3$$

Nos piden

$$2^a = 2^3 = 8$$

Rpta: D

Resolución 4.

Se tiene la expresión

$$K = \sqrt{x^{x^{x+1}} - x^{2x}}$$

Busquemos x^x para reemplazarlo por 3:

$$= \sqrt{x^{x^x \cdot x^1} - (x^x)^2}$$

$$= \sqrt{x^{x^x \cdot x} - (3)^2}$$

$$= \sqrt{(x^x)^{x^x} - (3)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^3 - (3)^2}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$= \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

Por lo tanto, $K = 3\sqrt{2}$.

Rpta: E

Resolución 5.

Por dato:

$$\bullet \quad x = y^x \quad \dots (\alpha)$$

$$\bullet \quad \underbrace{x^{y^{-1}}} = y^{x^{-1}}$$

$$(y^x)^{y^{-1}} = y^{x^{-1}}$$

$$y^{xy^{-1}} = y^{x^{-1}}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$xy^{-1} = x^{-1}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{x}$$

De donde

$$y = x^2 \quad \dots (\beta)$$

Lo reemplazamos en (α) :

$$x = (x^2)^x$$

$$x^1 = x^{2x}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$1 = 2x$$

De donde

$$x = \frac{1}{2}$$

Lo reemplazamos en (β) :

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto,

$$x + y = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Rpta: C

Resolución 6.

Nos piden calcular

$$\frac{(4^{xy})^{x^{-y}} \cdot (x^{xy})^y + (x^2)^{-y}}{2x^{2y} - 6x^{-y}}$$

Reemplazamos x^y por 2:

$$= \frac{(4^2)^{x^{-y}} \cdot (x^2)^y + (x^2)^{-y}}{2x^{2y} - 6x^{-y}}$$

Acomodamos convenientemente para formar x^y :

$$= \frac{(16)^{\frac{1}{xy}} \cdot (x^y)^2 + (x^y)^{-2}}{2(x^y)^2 - \frac{6}{x^y}}$$

Reemplazamos x^y por 2:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(16)^{\frac{1}{2}} \cdot (2)^2 + (2)^{-2}}{2(2)^2 - \frac{6}{2}} \\
 &= \frac{4 \cdot 4 + \frac{1}{4}}{8 - 3} \\
 &= \frac{16 + \frac{1}{4}}{5} \\
 &= \frac{\frac{65}{4}}{5} = \frac{65}{4 \cdot 5} = \frac{13}{4}
 \end{aligned}$$

Resolución 7.

Aplicamos la definición del operador $*$ para calcular la expresión

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{\sqrt{6} * \sqrt{10}}{\sqrt{3} * \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{6}^2 + \sqrt{10}^2)^3}{(\sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2)^3} \\
 &= \frac{(6 + 10)^3}{(3 + 5)^3} \\
 &= \frac{(16)^3}{(8)^3} \\
 &= \left(\frac{16}{8}\right)^3 \\
 &= (2)^3
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $E = 8$.

Rpta: C

Resolución 8.

Recuerde que:

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Se tiene la expresión:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{8}^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}^{\sqrt{8}}} &= \frac{(2\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}^{2\sqrt{2}}} \\
 &= \frac{2^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}}}{(\sqrt{2}^2)^{\sqrt{2}}} \\
 &= \frac{2^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}}}{(2)^{\sqrt{2}}} \\
 &= \sqrt{2}^{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

Le damos forma para encontrar la alternativa correcta:

$$= 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt[2]{2}$$

Rpta: A

Resolución 9.

Se pide reducir la expresión

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{(2^{-1} + 1)^{-0.5^{-1}} - (2,25)^{-2^{-1}}}{\left(\frac{1}{0,25}\right)^{-2^{-1}} + (-27)^{-3^{-1}}} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} - (2,25)^{-\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{0,25}\right)^{-\frac{1}{2}} + (-27)^{-\frac{1}{3}}} \\
 &= \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}}{(0,25)^{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{-27}^{-1}} \\
 &= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + (-3)^{-1}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{4}{9} - \sqrt{\frac{4}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{1}{-3}} \\
 &= \frac{\frac{4}{9} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \\
 &= \frac{-\frac{2}{9}}{\frac{1}{6}} = -\frac{12}{9} = -\frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $M = -4/3$.

Rpta: B

Resolución 10.

Se tiene la ecuación:

$$\sqrt{x^3y^4 + x^2y^2} = 3xy$$

Elevamos al cuadrado:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{x^3y^4 + x^2y^2} &= (3xy)^2 \\
 x^3y^4 + x^2y^2 &= 9x^2y^2
 \end{aligned}$$

Factorizamos x^2y^2 :

$$x^2y^2(xy^2 + 1) = 9x^2y^2$$

Cancelamos x^2y^2 :

$$\begin{aligned}
 xy^2 + 1 &= 9 \\
 xy^2 &= 8
 \end{aligned}$$

Nos piden calcular:

$$\sqrt[3]{xy^2} = \sqrt[3]{8} = 2$$

Rpta: A

Resolución 11.

Se tiene la expresión

$$\begin{aligned}
 E &= \left[\frac{\sqrt{\frac{x\sqrt{y^{-4}}}{y\sqrt{x^{-2}}}}}{\frac{x^{\frac{2}{3}}\sqrt{y^{-1}}}{y \cdot \sqrt[3]{x^{-2}}}} \right]^3 = \left[\frac{\sqrt{x\sqrt{y^{-4}}}}{\sqrt{y\sqrt{x^{-2}}}} \right]^3 \\
 &= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{y^{-4}}}{\sqrt{y} \cdot \sqrt[4]{x^{-2}}} \right]^3 = \left[\frac{\sqrt{x} \cdot y^{-1}}{\sqrt{y} \cdot \sqrt{x^{-1}}} \right]^3 \\
 &= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot y^{-1}}{\sqrt{y} \cdot \sqrt{x^{-1}}} \right]^3 = \left[\frac{\sqrt{x} \cdot y^{-1}}{\sqrt{y} \cdot \sqrt{x^{-1}}} \right]^3
 \end{aligned}$$

Aplicamos producto de extremos entre producto de medios:

$$= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot y^{-1} \cdot y \cdot \sqrt[3]{x^{-2}}}{\sqrt{y} \cdot \sqrt{x^{-1}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{y^{-1}}} \right]^3$$

Simplificamos las y:

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot x^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt{x^{-1}} \cdot x^{\frac{2}{3}}} \right]^3 \\
 &= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}} \right]^3 \\
 &= \left[\frac{x}{x^{\frac{4}{3}}} \right]^3 \\
 &= \frac{x^3}{x^4} \\
 &= \frac{1}{x}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, para $x = 2$ se obtiene
 $E = 1/2$.

Rpta: A

Resolución 12.

Se tiene la igualdad

$$\sqrt{(0,1)^{-m}} \cdot \sqrt{(0,01)^{-2m}} \cdot \sqrt{0,001} = 10$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^{-m}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{100}\right)^{-2m}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1000}} = 10$$

$$\sqrt{10^m} \cdot \sqrt{100^{2m}} \cdot \sqrt{10^{-3}} = 10$$

$$\sqrt{10^m} \cdot \sqrt{(10^2)^{2m}} \cdot \sqrt{10^{-3}} = 10$$

$$\sqrt{10^m} \cdot \sqrt{10^{4m}} \cdot \sqrt{10^{-3}} = 10$$

Lo expresamos en una sola raíz:

$$\sqrt[2 \cdot 2 \cdot 2]{10^{(m \cdot 2 + 4m) \cdot 2 - 3}} = 10$$

$$\sqrt[8]{10^{12m-3}} = 10$$

$$10^{\frac{12m-3}{8}} = 10^1$$

Como las bases son iguales, entonces

$$\frac{12m-3}{8} = 1$$

$$m = \frac{11}{12}$$

Rpta: A

Resolución 13.

Primer dato:

$$\sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{\sqrt{x}} = x^{\left(\frac{4}{a}\right)^{-1}}$$

$$\sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt[4]{x} = x^{\left(\frac{4}{a}\right)^{-1}}$$

$$3 \cdot 2 \cdot 4 \sqrt{x^{(3 \cdot 2 + 2) \cdot 4 + 1}} = x^{\frac{a}{4}}$$

$$24 \sqrt{x^{33}} = x^{\frac{a}{4}}$$

$$x^{\frac{33}{24}} = x^{\frac{a}{4}}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$\frac{33}{24} = \frac{a}{4}$$

$$a = \frac{33}{6}$$

Segundo dato:

$$\frac{7(3^{b-1})}{9^{b+1} - 2(3^{2b})} = 3^b$$

$$9^b \cdot 9^1 - 9^b$$

$$\frac{7(3^{b-1})}{9 \cdot 9^b - 2 \cdot 9^b} = 3^b$$

$$\frac{7(3^{b-1})}{7 \cdot 9^b} = 3^b$$

$$\frac{3^{b-1}}{9^b} = 3^b$$

$$3^{b-1} = 3^b \cdot 9^b$$

$$3^{b-1} = 3^b \cdot 3^{2b}$$

$$3^{b-1} = 3^{3b}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$b - 1 = 3b$$

$$-1 = 2b$$

$$b = -\frac{1}{2}$$

Por lo tanto,

$$a + b = \frac{33}{6} - \frac{1}{2} = 5$$

Rpta: C

Resolución 14.

Halleemos el valor de x :

$$x = \sqrt[3]{24\sqrt[3]{24\sqrt[3]{24\cdots}}} \\ x$$

Es decir,

$$x = \sqrt[3]{24 \cdot x}$$

Elevamos al cuadrado:

$$x^2 = 24x$$

Cancelamos x , pues es positivo:

$$x = 24$$

Halleemos el valor de M :

$$M = \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \cdots}}}$$

$$M = \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \cdots}}} \\ M$$

Es decir,

$$M = \sqrt[3]{24 + M}$$

De donde

$$M = 3$$

Rpta: D

Resolución 15.

Por dato se tiene

$$25^x + 9^x = 2(15^x)$$

$$(5^2)^x + (3^2)^x = 2(3 \cdot 5)^x$$

$$(5^x)^2 + (3^x)^2 = 2 \cdot 3^x \cdot 5^x$$

$$(5^x)^2 - 2 \cdot 3^x \cdot 5^x + (3^x)^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 5^x & & -3^x \\ & \nearrow & \searrow \\ & 0 & \\ & \nwarrow & \nearrow \\ 5^x & & -3^x \end{array}$$

$$(5^x - 3^x)(5^x - 3^x) = 0$$

Como los factores son iguales, entonces es un trinomio cuadrado perfecto; es decir:

$$(5^x - 3^x)^2 = 0$$

De donde

$$5^x - 3^x = 0$$

$$5^x = 3^x$$

Igualdad que se cumple solo cuando $x = 0$.

Lo reemplazamos en E :

$$E = \frac{5^{-7 \cdot 0 + 1} + 3^{-7 \cdot 0 + 2}}{7(5^{-7 \cdot 0 - 1})}$$

$$= \frac{5^1 + 3^2}{7(5^{-1})}$$

$$= \frac{14}{\frac{7}{5}}$$

$$= 2 \cdot 5$$

$$= 10$$

Por lo tanto, $E = 10$.

Rpta: A

Resolución 16.

Recuerde:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Se tiene la ecuación:

$$m^x \cdot \sqrt[x]{m^{17+5x}} = \sqrt[x]{m^{23}}$$

$$\underbrace{m^x \cdot m^{\frac{17+5x}{x}}}_{m^{\frac{17+5x}{x} + x}} = m^{\frac{23}{x}}$$



$$m^{x+\frac{17+5x}{x}} = m^{\frac{23}{x}}$$

$$m^{\frac{x^2+17+5x}{x}} = m^{\frac{23}{x}}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$\frac{x^2 + 17 + 5x}{x} = \frac{23}{x}$$

De aquí, los numeradores deben ser iguales:

$$x^2 + 17 + 5x = 23$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{c} x \quad \quad \quad 6 \\ \quad \quad \quad \uparrow \\ x \quad \quad \quad -1 \end{array}$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$x = -6 \text{ o } x = 1$$

Por lo tanto, el valor positivo de x es 1.

Rpta: B

Resolución 17.

Por dato:

$$16^{3^{2x}} = 8^{4^{2x}}$$

Buscamos bases iguales para poder igualar los exponentes:

$$(2^4)^{3^{2x}} = (2^3)^{4^{2x}}$$

Como son potencia de potencia, multiplicamos los exponentes:

$$2^{4 \cdot 3^{2x}} = 2^{3 \cdot 4^{2x}}$$

Como las bases son iguales, igualamos los exponentes:

$$4 \cdot 3^{2x} = 3 \cdot 4^{2x}$$

$$\frac{3^{2x}}{3} = \frac{4^{2x}}{4}$$

$$3^{2x-1} = 4^{2x-1}$$

Igualdad que se cumple solo cuando

$$2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto, $x = 1/2$.

Rpta: E

Resolución 18.

Se tiene la ecuación

$$3^{x^3} = 243^3$$

$$3^{x^3} = (3^5)^3$$

$$3^{x^3} = 3^{15}$$

De donde

$$x^3 = 15$$

Elevamos al cuadrado:

$$(x^3)^2 = 15^2$$

$$x^6 = 225$$

Por lo tanto, el valor de x^6 es 225.

Rpta: B

Resolución 19.

Se tiene la ecuación

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 248$$

$$2^x \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2^1 + 2^x + \frac{2^x}{2^1} + \frac{2^x}{2^2} = 248$$

$$4(2^x) + 2(2^x) + 2^x + \frac{2^x}{2} + \frac{2^x}{4} = 248$$

$$7(2^x) + \frac{2^x}{2} + \frac{2^x}{4} = 248$$

Multiplico por 4:

$$28(2^x) + 2(2^x) + 2^x = 248 \cdot 4$$

$$31(2^x) = 248 \cdot 4$$

Cancelamos 31 en ambos lados:

$$2^x = 8 \cdot 4$$

$$2^x = 2^5$$

De donde, $x = 5$

Nos piden calcular

$$\begin{aligned} 2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} &= 2^6 + 2^5 + 2^4 \\ &= 64 + 32 + 16 \\ &= 112 \end{aligned}$$

Rpta: A

Resolución 20.

En la primera ecuación:

$$b^b = \frac{9^r + 2^{10} - (3^r)^2}{4^4}$$

$$b^b = \frac{9^r + 2^{10} - (3^2)^r}{(2^2)^4}$$

$$b^b = \frac{9^r + 2^{10} - 9^r}{2^8}$$

$$b^b = \frac{2^{10}}{2^8} = 2^2$$

De donde, $b = 2$.

En la segunda ecuación:

$$4^x \cdot 2^2 - 2^{x+1} = 0$$

$$(2^2)^x \cdot 2^2 = 2^{x+1}$$

$$2^{2x} \cdot 2^2 = 2^{x+1}$$

$$2^{2x+2} = 2^{x+1}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$2x + 2 = x + 1$$

De donde $x = -1$

Como $x = -1$ y $b = 2$, entonces la única alternativa que se cumple es la D). Es decir,

$$x < b$$

Rpta: D

Resolución 21.

Se tiene la ecuación:

$$\begin{aligned} 2^{x^2} + 2^{x^2-1} + 2^{x^2-2} + 2^{x^2-3} + 2^{x^2-4} &= \\ &= 62 \end{aligned}$$

Recuerde:

$$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$$

$$2^{x^2} + \frac{2^{x^2}}{2^1} + \frac{2^{x^2}}{2^2} + \frac{2^{x^2}}{2^3} + \frac{2^{x^2}}{2^4} = 62$$

$$2^{x^2} + \frac{2^{x^2}}{2} + \frac{2^{x^2}}{4} + \frac{2^{x^2}}{8} + \frac{2^{x^2}}{16} = 62$$

Factorizamos 2^{x^2} :

$$2^{x^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) = 62$$

Multiplicamos por 16:

$$2^{x^2} (16 + 8 + 4 + 2 + 1) = 62 \cdot 16$$

$$2^{x^2} (31) = 62 \cdot 16$$

Simplificamos 31:

$$2^{x^2} = 2 \cdot 16 = 2^5$$

Como las bases son iguales, entonces

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

Por lo tanto, el valor positivo de x es $\sqrt{5}$.

Rpta: E

Resolución 22.

De la segunda ecuación:

$$x^2 + 2xy + y^2 - 12x - 12y + 36 = 0$$

$$(x + y)^2 - 12(x + y) + 36 = 0$$

Es un trinomio cuadrado perfecto:

$$((x + y) - 6)^2 = 0$$

$$(x + y) - 6 = 0$$

De donde: $x + y = 6 \dots (*)$

De la primera ecuación:

$$3^{2x} - 79(3^{x+y}) = 2 \cdot 9^{y+2}$$

$$(3^x)^2 - 79 \cdot 3^x \cdot 3^y = 2 \cdot \underbrace{9^y \cdot 9^2}_{(3^y)^2}$$

$$(3^x)^2 - 79 \cdot 3^x \cdot 3^y - 2 \cdot 81 \cdot (3^y)^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 3^x & & 2 \cdot 3^y \\ & \nearrow & \searrow \\ 3^x & & -81 \cdot 3^y \end{array}$$

$$\underbrace{(3^x + 2 \cdot 3^y)}_{+} \underbrace{(3^x - 81 \cdot 3^y)}_{=0} = 0$$

Es decir,

$$3^x - 81 \cdot 3^y = 0$$

$$3^x = 81 \cdot 3^y$$

$$3^x = 3^4 \cdot 3^y$$

$$3^x = 3^{4+y}$$

De donde

$$\underbrace{x}_{x} = 4 + y \dots (**)$$

De (*): $6 - y = 4 + y$

$$2 = 2y$$

$$y = 1,$$

Entonces $x = 5$

Nos piden calcular

$$\sqrt{x^2 - 2y + 2} = \sqrt{5^2 - 2(1) + 2} = 5$$

Rpta. C

Resolución 23.

Por dato:

$$x_1 = \sqrt{a}$$

$$x_2 = \sqrt{a \sqrt{a}} = \sqrt{a \cdot x_1}$$

Entonces, $x_2^2 = a \cdot x_1$

$$x_3 = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} = \sqrt{a \cdot x_2}$$

Entonces, $x_3^2 = a \cdot x_2$

Luego,

$$x_n^2 = a \cdot x_{n-1}$$

De aquí:

$$\frac{1}{a} = \frac{x_{n-1}}{x_n^2}$$

Nos piden calcular

$$\begin{aligned} \frac{x_3 \cdot x_{10}}{(x_4 \cdot x_{11})^2} &= \frac{x_3 \cdot x_{10}}{x_4^2 \cdot x_{11}^2} \\ &= \frac{x_3}{x_4^2} \cdot \frac{x_{10}}{x_{11}^2} \\ &= \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \\ &= \frac{1}{a^2} \end{aligned}$$

Rpta. B

Resolución 24.

Nos piden el valor de

$$\begin{aligned} (0,04)^{-x+2z} &= \left(\frac{4}{100}\right)^{-x+2z} \\ &= \left(\frac{1}{25}\right)^{-x+2z} \\ &= (5^{-2})^{-x+2z} \\ &= 5^{2x-4z} \\ &= 5^{2x} \cdot 5^{-4z} \\ &= (5^x)^2 \cdot (5^z)^{-4} \\ &= (m)^2 \cdot (n)^{-4} \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$(0,04)^{-x+2x} = (m)^2 \cdot (n)^{-4}$$

Rpta: A

Resolución 25.

Por dato

$$7^{-3r} - 6(7^{-2r}) = 7^{1-r}$$

Multiplico por 7^{3r} :

$$7^{-3r} \cdot 7^{3r} - 6(7^{-2r}) \cdot 7^{3r} = 7^{1-r} \cdot 7^{3r}$$

$$1 - 6 \cdot 7^r = 7^{1+2r}$$

$$0 = 7^{1+2r} + 6 \cdot 7^r - 1$$

$$0 = 7^1 \cdot 7^{2r} + 6 \cdot 7^r - 1$$

$$0 = 7 \cdot (7^r)^2 + 6 \cdot 7^r - 1$$

$$\begin{array}{ccc} 7 \cdot 7^r & & -1 \\ & \nearrow & \searrow \\ & 7^r & 1 \end{array}$$

$$\underbrace{(7 \cdot 7^r - 1)}_{=0} \underbrace{(7^r + 1)}_{+} = 0$$

Es decir,

$$7 \cdot 7^r - 1 = 0$$

$$7^r = \frac{1}{7} = 7^{-1}$$

De donde $r = -1$

Nos piden calcular

$$\frac{1}{(-r)(1-r)} + \frac{1}{(1-r)(2-r)} + \dots + \frac{1}{(48-r)(49-r)}$$

Reemplazamos $r = -1$:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} = \frac{49}{50}$$

Recuerde:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Rpta: E

Resolución 26.

Primer dato:

$$2^{64} = a^a$$

$$2^{4 \cdot 16} = a^a$$

$$(2^4)^{16} = a^a$$

$$16^{16} = a^a$$

De donde

$$a = 16$$

Segundo dato:

$$\sqrt[3]{3^{54}} = (3b)^b$$

$$3^{27} = (3b)^b$$

Elevamos al cubo:

$$(3^{27})^3 = ((3b)^b)^3$$

$$(3^3)^{27} = (3b)^{3b}$$

$$(27)^{27} = (3b)^{3b}$$

De donde

$$3b = 27$$

$$b = 9$$

Por lo tanto, $3a + 2b = 48 + 18 = 66$

Rpta: C

Resolución 27.

Se tiene la ecuación

$$2^{2x+2} - 5(6^x) = 3^{2x+2}$$

$$2^{2x} \cdot 2^2 - 5((2 \cdot 3)^x) = 3^{2x} \cdot 3^2$$

$$4 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x \cdot 3^x - 9 \cdot (3^x)^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 4 \cdot 2^x & & -9 \cdot 3^x \\ & \nearrow & \searrow \\ & 2^x & 3^x \end{array}$$

$$\underbrace{(4 \cdot 2^x - 9 \cdot 3^x)}_{=0} \underbrace{(2^x + 3^x)}_{+} = 0$$

Es decir,

$$4 \cdot 2^x - 9 \cdot 3^x = 0$$

$$4 \cdot 2^x = 9 \cdot 3^x$$

$$\frac{2^x}{3^x} = \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

De donde

$$x = -2$$

Por lo tanto,

$$5^x = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

Rpta: A

Resolución 28.

Por dato se tiene

$$(3x-1)^{3x} = \frac{3}{3^{-3x} - \underbrace{9^{-2}}_{3^{-4}}}$$

Multiplicamos el lado derecho por 3^4 arriba y abajo:

$$(3x-1)^{3x} = \frac{3 \cdot 3^4}{(3^{-3x} - 3^{-4}) \cdot 3^4}$$

$$(3x-1)^{3x} = \frac{3^5}{3x-1}$$

$$(3x-1)^{3x}(3x-1) = 3^5$$

$$(3x-1)^{3x+1} = 3^5$$

Por simple comparación se obtiene:

$$3x-1 = 3 \wedge 3x+1 = 5$$

$$3x = 4 \wedge 3x = 4$$

De donde

$$x = \frac{4}{3}$$

Por lo tanto,

$$x-1 = \frac{1}{3}$$

Rpta: B

Resolución 29.

Por dato:

$$4^x - 4^{x-1} = 24$$

$$4^x - \frac{4^x}{4} = 24$$

Multiplicamos por 4:

$$4 \cdot 4^x - 4^x = 24 \cdot 4$$

$$3 \cdot 4^x = 24 \cdot 4$$

Sacamos tercia:

$$4^x = 8 \cdot 4$$

$$(2^2)^x = 32$$

$$2^{2x} = 2^5$$

Luego,

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2} \quad \left(\frac{x}{5} = \frac{1}{2}\right)$$

Nos piden

$$(2x)^{\frac{x}{5}} = (5)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

Rpta: A

Resolución 30.

Se tiene la ecuación

$$16^{3^{2x}} = 8^{4^{2x}}$$

Busquemos una base en común:

$$(2^4)^{3^{2x}} = (2^3)^{4^{2x}}$$

$$2^{4 \cdot 3^{2x}} = 2^{3 \cdot 4^{2x}}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$4 \cdot 3^{2x} = 3 \cdot 4^{2x}$$

$$\frac{3^{2x}}{3} = \frac{4^{2x}}{4}$$

$$3^{2x-1} = 4^{2x-1}$$

Como las bases 3 y 4 no tienen nada en

común, entonces la igualdad se verifica solo cuando el exponente común es cero; es decir,

$$2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Por dato

$$\frac{1}{2} = \frac{p}{q}$$

Por lo tanto, $p + q = 3$.

Rpta: B

Resolución 31.

Se tiene la expresión

$$E = \frac{2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}{2^{x-3} + 2^{x-2} + 2^{x-1}}$$

$$E = \frac{2^x \cdot 2^1 + 2^x \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2^3}{\frac{2^x}{2^3} + \frac{2^x}{2^2} + \frac{2^x}{2^1}}$$

Cancelamos 2^x arriba y abajo:

$$= \frac{2^1 + 2^2 + 2^3}{\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^1}}$$

$$= \frac{2 + 4 + 8}{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{14}{\frac{7}{8}}$$

$$= \frac{14 \cdot 8}{7}$$

$$= 16$$

Por lo tanto, $E = 16$.

Rpta: C

Resolución 32.

Por dato:

$$5^{\sqrt{3}^x} = \sqrt[3]{5}^{9^x}$$

$$5^{\sqrt{3}^x} = 5^{\frac{9^x}{3}}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$\sqrt{3}^x = \frac{9^x}{3}$$

$$\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = \frac{(3^2)^x}{3}$$

$$3^{\frac{x}{2}} = 3^{2x-1}$$

Como las bases son iguales, entonces

$$\frac{x}{2} = 2x - 1$$

$$x = 4x - 2$$

$$2 = 3x$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Nos piden hallar el valor de

$$M = \frac{2^{-3x+1} + 3^{-3x+2}}{3(2^{-3x+1})}$$

De lo anterior, se sabe que $3x = 2$:

$$M = \frac{2^{-2+1} + 3^{-2+2}}{3(2^{-2+1})}$$

$$= \frac{2^{-1} + 3^0}{3(2^{-1})}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{3}{2}} = 1$$

Por lo tanto, $M = 1$.

Rpta: C

Resolución 33.

Se tiene la expresión

$$E = \left(\frac{x^3 y^3}{-x^4 y^2} \right)^3 \left(\frac{x^3 y}{-x^2 y^2} \right)^5$$

El signo negativo sale por tener exponente impar:

$$E = (-)(-)\left(\frac{x^3 y^3}{x^4 y^2}\right)^3 \left(\frac{x^3 y}{x^2 y^2}\right)^5$$

Simplificando arriba y abajo:

$$E = \left(\frac{y}{x}\right)^3 \left(\frac{x}{y}\right)^5$$

$$E = \frac{y^3}{x^3} \cdot \frac{x^5}{y^5}$$

Simplificando arriba y abajo:

$$E = \frac{x^2}{y^2}$$

Rpta: D

Resolución 34.

Se tiene la ecuación

$$\left[\frac{3^{n+4} - 3^{n+1}}{3 \cdot (3^{n+3})} \right]^{-x} = \frac{27}{26}$$

$$\left[\frac{3^n \cdot 3^4 - 3^n \cdot 3^1}{3 \cdot 3^n \cdot 3^3} \right]^{-x} = \frac{27}{26}$$

Cancelamos 3^n arriba y abajo:

$$\left[\frac{3^4 - 3^1}{3 \cdot 3^3} \right]^{-x} = \frac{27}{26}$$

$$\left[\frac{78}{81} \right]^{-x} = \frac{27}{26}$$

$$\left[\frac{26}{27} \right]^{-x} = \frac{27}{26}$$

$$\left[\frac{27}{26} \right]^x = \left(\frac{27}{26} \right)^1$$

Como las bases son iguales, entonces

$$x = 1$$

Rpta: C

Resolución 35.

Por dato:

$$3^{x+1} + 2^y = 2^{y+2} - 3^x$$

$$3^x \cdot 3 + 2^y = 2^y \cdot 2^2 - 3^x$$

$$3 \cdot 3^x + 3^x = 4 \cdot 2^y - 2^y$$

$$4 \cdot 3^x = 3 \cdot 2^y$$

$$\frac{3^x}{3} = \frac{2^y}{4}$$

$$3^{x-1} = 2^{y-2}$$

Esta igualdad solo se cumple si:

$$x - 1 = 0 \text{ y } y - 2 = 0$$

$$x = 1 \text{ y } y = 2$$

Por lo tanto,

$$3^x = 3^1 = 3$$

Rpta: A

Resolución 36.

Se tiene la expresión

$$f(x) = 3^{3x+1}$$

Por dato:

$$f(a) = 27 f(b)$$

$$3^{3a+1} = 27 \cdot 3^{3b+1}$$

$$3^{3a+1} = \underbrace{3^3 \cdot 3^{3b+1}}$$

$$3^{3a+1} = 3^{3b+4}$$

Luego,

$$3a + 1 = 3b + 4$$

$$3a - 3b = 3$$

Sacamos tercia:

$$a - b = 1$$

Rpta: B

Resolución 37.

Se tiene la ecuación

$$16 = \sqrt[4]{256 - 24(4^x)}$$

Elevamos a la x :

$$16^x = \sqrt[4]{256 - 24(4^x)}^x$$

$$16^x = 256 - 24(4^x)$$

$$(4^2)^x = 256 - 24(4^x)$$

$$(4^x)^2 + 24(4^x) - 256 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 4^x & & -8 \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ 4^x & & 32 \end{array}$$

$$(4^x - 8)(4^x + 32) = 0$$

$$\underline{4^x = 8} \quad \text{o} \quad \underline{4^x = -32}$$

$$(2^2)^x = 2^3 \quad \text{Absurdo}$$

$$2^{2x} = 2^3 \quad x \in \emptyset$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Por lo tanto, $x^2 = \frac{9}{4}$

Rpta: B

Sacamos mitad:

$$(2^x)^2 - 10(2^x) + 16 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 2^x & & -8 \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ 2^x & & -2 \end{array}$$

$$(2^x - 8)(2^x - 2) = 0$$

$$2^x = 8 \quad \text{o} \quad 2^x = 2$$

$$x = 3 \quad \text{o} \quad x = 1$$

(son las raíces de la ecuación)

Por lo tanto, la suma de raíces es 4.

Rpta: C

Resolución 39.

Queremos hallar el valor de la expresión

$$\frac{[(a^3b)^3 \cdot c]^3}{[(c^3b)^3 \cdot a]^3} = \frac{[(a^3)^3 \cdot b^3 \cdot c]^3}{[(c^3)^3 \cdot b^3 \cdot a]^3}$$

Cancelamos b^3 :

$$= \frac{[(a^3)^3 \cdot c]^3}{[(c^3)^3 \cdot a]^3}$$

$$= \frac{[a^9 \cdot c]^3}{[c^9 \cdot a]^3}$$

$$= \frac{[a^8]^3}{[c^8]^3}$$

$$= \left[\frac{a^8}{c^8} \right]^3$$

$$= \left[\left(\frac{a}{c} \right)^8 \right]^3$$

Reemplazamos el dato:

$$= \left[(\sqrt[8]{5})^8 \right]^3$$

$$= [5]^3$$

$$= 125$$

Rpta: D

Resolución 38.

Se tiene la ecuación

$$2^{2x+1} - 2^{x+4} = 2^{x+2} - 32$$

$$\underbrace{2^{2x}}_{(2^x)^2} \cdot 2^1 - 2^x \cdot 2^4 = 2^x \cdot 2^2 - 32$$

$$2(2^x)^2 - 16(2^x) = 4(2^x) - 32$$

$$2(2^x)^2 - 20(2^x) + 32 = 0$$

Resolución 40.

Se tiene el producto infinito:

$$\sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{2^5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^5}}} \cdot \dots$$

Recuerde:

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{X}} = \sqrt[n \cdot m]{X}$$

$$= \sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[3 \cdot 3]{2^5} \cdot \sqrt[3 \cdot 3 \cdot 3]{2^5} \cdot \dots$$

$$= \sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[3^2]{2^5} \cdot \sqrt[3^3]{2^5} \cdot \dots$$

$$= 2^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3^2}} \cdot 2^{\frac{5}{3^3}} \cdot \dots$$

$$= 2^{\frac{5}{3} + \frac{5}{3^2} + \frac{5}{3^3} + \dots}$$

En el exponente se ha formado una progresión geométrica de razón $r = \frac{1}{3}$:

$$\frac{5}{3} + \frac{5}{3^2} + \frac{5}{3^3} + \dots = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{5}{2}$$

Reemplazando:

$$= 2^{\frac{5}{2}}$$

$$= \sqrt[2]{2^5}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

Rpta: C

Resolución 41.

Busquemos la expresión x^x en J para reemplazarlo por su equivalente 2.

$$J = \sqrt[2^{x^x}]{x^{4x^4 - 3x + x^x \cdot x + 1}}$$

$$J = \sqrt[2^2]{x^{4x^4 - 3x + 2 \cdot x + 1}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{4x^4 - 3x + 2 \cdot x + 1}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{4x^4 - 3x + 2 \cdot x + 1}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{4x^4 - 3x + 2 \cdot x + 1}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{4x^4 - 3x + 2 \cdot x + 1}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{(x^x)^2 \cdot x}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{(2)^2 \cdot x}}$$

$$J = \sqrt[4]{x^{4 \cdot x}}$$

Cancelamos índice 4 con exponente 4:

$$J = x^x = 2$$

Por lo tanto, el valor de J es 2.

Rpta: A

Resolución 42.

Tenga en cuenta que:

$$\sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{3^3}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[12]{3^4}$$

Simplifiquemos la expresión y :

$$y = \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[3]{3}} \left(\frac{\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{3}}{1 + \sqrt[12]{3}} \right)^{3^{-1}}$$

$$y = \frac{\sqrt[12]{3^3}}{\sqrt[12]{3^4}} \left(\frac{\sqrt[12]{3^3} + \sqrt[12]{3^4}}{1 + \sqrt[12]{3}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt[12]{3}} \left(\frac{\sqrt[12]{3^3} (1 + \sqrt[12]{3})}{1 + \sqrt[12]{3}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Cancelamos $(1 + \sqrt[12]{3})$:

$$y = \frac{1}{\sqrt[12]{3}} \left(\sqrt[12]{3^3} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt[12]{3}} \cdot \sqrt[12]{3}$$

$$y = 1$$

Nos piden calcular

$$L = 3^y = 3^1 = 3$$

Por lo tanto, $L = 3$.

Rpta: E

Resolución 43.

Se quiere reducir la expresión:

$$\frac{[x^{x^{x^x}} + x^{-(-x)^{x^x}}] \cdot x^{-x^6}}{x^{-2x^6+3} + x^3}$$

Reemplazamos $x^x = 6$:

$$= \frac{[x^{x^6} + x^{-(-x)^6}] \cdot x^{-x^6}}{x^{-2x^6+3} + x^3}$$

Tenga en cuenta que: $(-x)^6 = x^6$

$$= \frac{[x^{x^6} + x^{-x^6}] \cdot x^{-x^6}}{x^{-2x^6+3} + x^3}$$

Operamos en el numerador y denominador:

$$\begin{aligned} &= \frac{x^{x^6} \cdot x^{-x^6} + x^{-x^6} \cdot x^{-x^6}}{x^{-2x^6} \cdot x^3 + x^3} \\ &= \frac{x^{x^6-x^6} + x^{-x^6-x^6}}{(x^{-2x^6} + 1)x^3} \\ &= \frac{x^0 + x^{-2x^6}}{(x^{-2x^6} + 1)x^3} \\ &= \frac{1 + x^{-2x^6}}{(x^{-2x^6} + 1)x^3} \end{aligned}$$

Cancelamos $(1 + x^{-2x^6})$:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{x^3} \\ &= x^{-3} \end{aligned}$$

Rpta: D

Resolución 44.

Se tiene la expresión

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{x^{b+c}}}{a\sqrt{x^{b-c}}} \cdot \frac{b\sqrt{x^{c+a}}}{b\sqrt{x^{c-a}}} \cdot \frac{c\sqrt{x^{a+b}}}{c\sqrt{x^{a-b}}} \right)^{\frac{c}{2}}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{x^{b+c}}}{\sqrt{x^{b-c}}} \cdot \frac{b\sqrt{x^{c+a}}}{\sqrt{x^{c-a}}} \cdot \frac{c\sqrt{x^{a+b}}}{\sqrt{x^{a-b}}} \right)^{\frac{c}{2}}} \\ &= \sqrt{\left(a\sqrt{x^{2c}} \cdot b\sqrt{x^{2a}} \cdot c\sqrt{x^{2b}} \right)^{\frac{c}{2}}} \\ &= \sqrt{\left(x^{\frac{2c}{a}} \cdot x^{\frac{2a}{b}} \cdot x^{\frac{2b}{c}} \right)^{\frac{c}{2}}} \\ &= \sqrt{\left(x^{\frac{c}{a}} \cdot x^{\frac{a}{b}} \cdot x^{\frac{b}{c}} \right)^c} \\ &= \sqrt{\left(x^{\frac{c}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{c}} \right)^c} \\ &= \sqrt{\left(x^{\frac{bc^2 + a^2c + ab^2}{abc}} \right)^c} \\ \text{Por dato: } a^2c + bc^2 &= a^2b \\ \text{Luego,} \\ &= \sqrt{\left(x^{\frac{a^2b + ab^2}{abc}} \right)^c} \\ &= \sqrt{\left(x^{\frac{a+b}{c}} \right)^c} \\ &= \sqrt{x^{a+b}} \\ &= x \end{aligned}$$

Por lo tanto, $E = x$.

Rpta: E

Por lo tanto, $M = 1$.

Rpta: E

Resolución 45.

Analicemos la expresión M para algunos casos particulares:

Para $n = 1$:

$$\begin{aligned} M &= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x^{1^2+3(1)}}} \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x^4}} \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} = 1 \end{aligned}$$

Para $n = 2$:

$$\begin{aligned} M &= \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[2]{x}}{\sqrt{x^{2^2+3(2)}}} \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x^{10}}} \\ &= \frac{x^2}{x^5} = 1 \end{aligned}$$

Para $n = 3$:

$$\begin{aligned} M &= \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[2]{x \cdot \sqrt[3]{x}}}{\sqrt{x^{3^2+3(3)}}} \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x^9}} \\ &= \frac{x^2}{x^9} = 1 \end{aligned}$$

Vemos que el resultado es siempre 1; es decir, no depende de n .

Resolución 46.

Recuerde:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$$

Luego, la expresión se puede desdoblar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &10\sqrt{z} \cdot 10^2\sqrt{z^3} \cdot 10^3\sqrt{z^5} \cdot 10^4\sqrt{z^7} \cdot \dots \\ &= z^{\frac{1}{10}} \cdot z^{\frac{3}{10^2}} \cdot z^{\frac{5}{10^3}} \cdot z^{\frac{7}{10^4}} \cdot \dots \\ &= z^{\frac{1}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \dots} \end{aligned}$$

Ahora calculemos el valor del exponente que es una serie (aritmético - geométrica):

$$S = \frac{1}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \dots$$

Multiplicamos por 10:

$$10S = 1 + \frac{3}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{7}{10^3} + \dots$$

Restamos:

$$\begin{aligned} 9S &= 1 + \frac{2}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \dots \\ &= 1 + \frac{2}{10} \left(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots \right) \end{aligned}$$

$$9S = 1 + \frac{2}{9}$$

$$9S = \frac{11}{9}$$

$$S = \frac{11}{81}$$

Por lo tanto, el exponente final de z es $11/81$.

Rpta: E

Universidad Nacional de Ingeniería (UNI)

Resolución 47.

Se tiene la expresión

$$7^2 + (77)^2 + (777)^2 + (7777)^2 + (77777)^2$$

$$= 7^2 + (7 \cdot 11)^2 + (7 \cdot 111)^2 + (7 \cdot 1111)^2 + (7 \cdot 11111)^2$$

$$= 7^2 + 7^2 \cdot 11^2 + 7^2 \cdot 111^2 + 7^2 \cdot 1111^2 + 7^2 \cdot 11111^2$$

Factorizamos 7^2 :

$$= 7^2 (1 + 11^2 + 111^2 + 1111^2 + 11111^2)$$

$$124701085$$

$$= 7^2(124701085)$$

$$= 6110353165$$

Por lo tanto, el número 5 aparece dos veces.

Tenga en cuenta que:

$$1 = 1$$

$$11^2 = 121$$

$$111^2 = 12321$$

$$1111^2 = 1234321$$

$$11111^2 = 123454321$$

$$124701085$$

(+)

Rpta: B

Resolución 48.

Se quiere reducir la expresión:

$$\left[256^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (1 - \sqrt{8})} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{2^2}}$$

Multiplicamos en el exponente:

$$= \left[256^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}}$$

$$= \left[256^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{16}} \right]^{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$= \left[256^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 4} \right]^{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$= 256^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= 256^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 4 - \sqrt{2}}$$

$$= 256^{\sqrt{2} - 4}$$

$$= 256^{2-2}$$

$$= 256^{\frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt[4]{256}$$

$$= 4$$

Rpta: E

Resolución 49.

Se tiene la ecuación:

$$x^x \sqrt[4]{x + \frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\sqrt{2} \cdot 1 - 2\sqrt{2}}$$

Recuerde:

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$x^{x^{\sqrt[4]{x}} \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\sqrt{2}^1}{\sqrt{2}^2 \sqrt{2}}}$$

Por simple comparación:

$$\sqrt[4]{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x^{x^{\sqrt[4]{x}} \cdot \sqrt[4]{x}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right]^{\frac{1}{\sqrt{2}^2 \sqrt{2}}}$$

Elevamos a la cuarta:

$$x = \frac{1}{4}$$

$$x^{x^{\sqrt[4]{x}} \cdot \sqrt[4]{x}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right]^{\frac{1}{2\sqrt{2}}}$$

Nos piden calcular:

$$\begin{aligned} 4^{x+3} \sqrt{x^8} &= \sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^8} \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= \frac{1}{16} \end{aligned}$$

$$\left(x^{\sqrt[4]{x}}\right)^{x^{\sqrt[4]{x}}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}}$$

Por simple comparación:

$$x^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$$

Respuesta

Tomamos $\sqrt[4]{}$:

$$\sqrt[4]{x^{\sqrt[4]{x}}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2}^{\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{\frac{1}{2}^{\sqrt{2}}}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[2]{\frac{1}{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Resolución 50

Se quiere reducir la expresión:

$$\begin{aligned} &\left[\frac{y^{y+1} \sqrt{4x+1}}{x^{x+1} \sqrt{4y+1}}\right]^{\frac{(x-y)^{-1}}{3-xy}} \\ &= \left[\frac{y^{y+1} \sqrt{4x+1}}{x^{x+1} \sqrt{4y+1}}\right]^{\frac{1}{(x-y)(3-xy)}} \\ &= \left[\frac{\frac{x+1}{4^{y+1}}}{\frac{y+1}{4^{x+1}}}\right]^{\frac{1}{(x-y)(3-xy)}} \end{aligned}$$

Recuerde:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

PNHO

$$= \left[\frac{x+1}{4y+1} \cdot \frac{y+1}{x+1} \right]^{\frac{1}{(x-y)(3-xy)}}$$

$$= 4^{\frac{(x+1)(y+1)}{(y+1)(x+1)} \cdot \frac{1}{(x-y)(3-xy)}}$$

Operamos el exponente:

$$E = \left(\frac{x+1}{y+1} - \frac{y+1}{x+1} \right) \frac{1}{(x-y)(3-xy)}$$

$$= \left(\frac{(x+1)^2 - (y+1)^2}{(x+1)(y+1)} \right) \frac{1}{(x-y)(3-xy)}$$

$$= \left(\frac{x^2 + 2x + 1 - (y^2 + 2y + 1)}{(x+1)(y+1)} \right) \frac{1}{(x-y)(3-xy)}$$

$$= \left(\frac{x^2 - y^2 + 2x - 2y}{(x+1)(y+1)} \right) \frac{1}{(x-y)(3-xy)}$$

$$= \left(\frac{(x+y)(x-y) + 2(x-y)}{(x+1)(y+1)} \right) \frac{1}{(x-y)(3-xy)}$$

$$= \frac{(x-y)(x+y+2)}{xy + x + y + 1} \cdot \frac{1}{(x-y)(3-xy)}$$

$$1$$

Cancelamos $(x-y)$:

$$\frac{1-xy}{x+y+2} \cdot \frac{1}{3-xy}$$

$$= \frac{3-xy}{2} \cdot \frac{1}{3-xy}$$

Cancelamos $(3-xy)$:

$$= \frac{1}{2}$$

Es decir, el exponente es $1/2$. Luego:

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

Problemas propuestos

Problema 1.

Calcule el valor de β .

$$\beta = 4^{3^{2+90}} + 3^{4^{0+78}} + 7^{0^{2+4}}$$

- A) 2 B) 1 C) 0
D) 68 E) 67

Problema 2.

Calcule el valor de la expresión

$$T = \frac{m^m}{n^m} \cdot \frac{n^n}{p^n} \cdot \frac{p^p}{m^p}$$

si se sabe que:

$$mx = x^n; \quad nx = x^p; \quad px = x^m$$

- A) -1 B) 2 C) 0
D) 1 E) -2

Problema 3.

Halle el exponente de x^2 luego de simplificar la expresión U.

$$U = \frac{(x^2 \cdot x^4 \cdot x^6 \cdot \dots \cdot x^{2n}) \cdot x^{-n}}{x^{n^2-10}}$$

- A) 1 B) 0 C) -5
D) 5 E) 10

Problema 4.

Calcule el valor de $(x^2 - 1)$ si se sabe que x es un número natural que verifica la igualdad:

$$\frac{\overset{16 \text{ veces}}{x^{80} + x^{80} + \dots + x^{80}}}{\underset{15 \text{ veces}}{16 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 16}} = 16^{26}$$

- A) 15 B) 8 C) 1
D) 3 E) 24

- A) 1 B) 3 C) 1/3
D) 2 E) 9

Problema 5.

Se sabe que: $a^a = 2$ y $x^x = 3$
determine el valor de la expresión:

$$S = x^{x^x \cdot x} + a^{a^{a^{a^{a+1}}}}$$

- A) 35 B) 31 C) 29
D) 43 E) 34

Problema 9.

Simplifique la siguiente expresión.

$$\frac{(3^n)^2 \cdot 5^{n+1} + 5^n(3^2)^n + 14(45)^n}{9^n \cdot 5^{n+3} - 5(3^n)^2 \cdot 5^{n+1}}$$

- A) 1/4 B) 1/5 C) 3
D) 5 E) 1/3

Problema 6.

Calcule el valor de la expresión J si se sabe que $x = 2^{2014}$.

$$J = \frac{27 \cdot 3^{x-2} + 12 \cdot 3^{x-1} + 6 \cdot 3^x}{3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x}$$

- A) 2^4 B) 2^{-1} C) 2^3
D) 2^0 E) 2^{-2}

Problema 10.

Simplifique la expresión

$$\frac{[(b^5)^n]^{-7} \cdot \overbrace{b^2 b^2 b^2 \dots b^2}^{n \text{ veces}}}{[(b^5)^{-8}]^n \cdot \{ \dots ((b^{-10})^{-9}) \dots \}^n; n \in \mathbb{N}}$$

De como respuesta el exponente de b .

- A) 2 B) n C) $2n$
D) $7n$ E) $-n$

Problema 7.

Calcule el valor de $\sqrt{\theta}$ si se sabe que

$$\theta = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81}}$$

- A) -9 B) 1 C) 1/3
D) 1/9 E) 9

Problema 8.

Dados los números

$$A = \frac{3^1 \cdot 3^3 \cdot 3^5 \cdot 3^7 \cdot \dots \cdot 3^{19}}{3^{100}}$$

$$B = 2^{m-n} + 2^{p-n} + 2^{q-n}$$

$$C = \frac{2^n}{2^m + 2^p + 2^q}$$

halle el valor de ABC .

Problema 11.

Simplifique la expresión siguiente.

$$\frac{((x^{-3})^2)^{-1}}{x^{-3^2} \cdot (x^{-3})^2 \cdot x^{(-3)^2} \cdot [x \cdot x^2(x^3)^{-2}]^{-1}}$$

Considere $x \neq 0$.

- A) x^{16} B) x^{12} C) x^8
D) x^4 E) x^{15}

Problema 12.

Calcule el valor de J .

$$J = \sqrt{\frac{\left(9 + \frac{1}{3}\right)^6 \left(9 - \frac{1}{3}\right)^3}{\left(3 + \frac{1}{9}\right)^6 \left(3 - \frac{1}{9}\right)^3}}$$

- A) 3 B) 9 C) 27
D) 81 E) 243

- A) 1/3 B) 1/2 C) 1
D) 2010 E) 2/3

Problema 13.

Luego de reducir la expresión

$$\frac{2^{x(1+y)} + 2^{y(1+x)}}{(2^{-x} + 2^{-y}) \cdot 2^{yx}}$$

Indique el exponente final de 2.

- A) xy B) $x - y$ C) 1
D) $x + y$ E) x/y

Problema 17.

Halle el valor de $\sqrt[m]{m}$ si se sabe que

$$m^b = 4 = mb; \quad m, b \in \mathbb{R}^+$$

- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[3]{3}$
D) $\sqrt[3]{4}$ E) $\sqrt[3]{2}$

Problema 18.

Calcule el valor de: $\sqrt[3]{(-n)^3} + \sqrt[4]{(-n)^4}$
si se sabe que

$$n = \sqrt{2} \left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}}$$

- A) 4 B) -4 C) 2
D) -2 E) 0

Problema 14.

Simplifique la expresión

$$\frac{5 \cdot 3^x + 7 \cdot x^{\frac{1}{x}} + (3^x)^2}{42 + 10 \cdot 3^x + 2x^2}$$

Si se sabe que $x^{\frac{1}{x}} = 3; \quad x \in \mathbb{R}^+$

- A) 2 B) 1/2 C) 1/4
D) 8 E) 12

Problema 19.

Determine el valor reducido de J .

$$J = \left(5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{12}} \cdot 5^{\frac{1}{20}} \cdot \dots \cdot 5^{\frac{1}{420}} \right)^{\frac{21}{20}}$$

- A) $5^{1/2}$ B) 5^{-1} C) $5^{21/20}$
D) $5^{20/21}$ E) 5^1

Problema 15.

Simplifique la expresión

$$J = \frac{1 + x^5 + x^{x^3} + x^{x^{x^3}}}{x^5 - 1}$$

si se sabe que $5^{x^{-3}} = x$.

- A) 1 B) 8 C) 5
D) 4 E) 16

Problema 20.

Sean x e y dos números tales que

$$x = \sqrt[10]{4\sqrt{5\sqrt[3]{2^3}}}; \quad y = \sqrt[6]{4\sqrt{5\sqrt[3]{2^3}}}$$

halle el valor de $\frac{x}{y}$

- A) 1 B) 1/2 C) 1/4
D) 4/5 E) 3/4

Problema 16.

Determine el valor de la expresión J .

$$J = \left[\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{2^{-1}}}{\left(\frac{1}{8}\right)^{3^{-1}}} + 3^{-4^0} \right]^{2014}$$

Problema 21.

Simplifique la siguiente expresión.

$$R = \frac{\sqrt[2]{\frac{x+y}{x-y}}}{x-y\sqrt{2x+y}}$$

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}/2$ E) 1

Problema 25.

Si $a \in \mathbb{N} - \{1\}$ tal que $a^3 - a^2 - 2a - 1 = 0$, halle el valor de la expresión

$$^a\sqrt{2 \cdot ^a\sqrt{4 \cdot ^a\sqrt{2}}}$$

- A) 2 B) 4 C) 1
D) 8 E) 16

Problema 22.

Calcule el valor de la expresión f .

$$f = 0,5 - \sqrt[4]{(-2)^2 - 4^{2-x^0}}$$

- A) -1 B) -0,5 C) 0
D) 1 E) 0,25

Problema 26.

Calcule el valor de M si se sabe que $x = 2016$.

$$M = \sqrt[2x]{\frac{2^x + 4^x + 8^x}{2^{-x} + 4^{-x} + 8^{-x}}}$$

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 14 E) $1/4$

Problema 23.

Calcule el valor de Y .

$$Y = \left[\left(\frac{1}{64} \right)^{-4^{-2^{-1}}} \right]^{2^{2^{-2^{-1}-1}}}$$

- A) 4 B) 8 C) 1
D) 32 E) 2

Problema 27.

Simplifique la expresión P .

$$P = \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{4} \right)^{-\left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^{-\left(\frac{1}{8} \right) \left(\frac{1}{4} \right)^{-2}}$$

- A) $1/2$ B) 1 C) 2
D) $1/8$ E) $1/\sqrt{2}$

Problema 24.

Simplifique la expresión ψ .

$$\psi = \left(\frac{\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2 - \sqrt{x}}}}{\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x-1}}} \right)^9$$

Considere $x > 0$.

- A) x^9 B) $\sqrt{x^3}$ C) x^4
D) $\sqrt[4]{x^3}$ E) x^6

Problema 28.

Simplifique la expresión $\mathcal{F}$.

$$\mathcal{F} = \sqrt[2^n]{\frac{2^{2^n+1} + 2^{2^n+2}}{6}} + \sqrt[2^n]{\frac{3^{3^n+2} + 3^{3^n+1}}{12}}$$

Considere $n \in \mathbb{N}$.

- A) 40 B) 20 C) 15
D) 10 E) 5

Problema 29.

Dados los números

$$M = \sqrt{5 + \sqrt{3 \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{3 \cdot \dots}}}}$$

$$N = \sqrt[3]{2 + \sqrt{6 + 6 + \dots}}$$

Calcule el valor aproximado de $M^2 + N^3$.

- A) 20 B) $\sqrt{15}$ C) $\sqrt[3]{20}$
 D) 10 E) 3

Problema 30.Determine el valor de $(xy)^{-3}$ si se sabe que:

$$(2 + \sqrt{3\sqrt{3}\dots})x = (2 + \sqrt{2\sqrt{2}\dots})y$$

además, $x = 12 - 4y$.

- A) 5^3 B) -5^3 C) -5^{-3}
 D) 5^{-3} E) $5^{-\frac{1}{3}}$

Problema 31.Halle el exponente de x^x a partir de la siguiente expresión.

$$\left(\sqrt[x^x]{x^{x^{2x} + x^x \cdot x}} \right)^{(1+x^{1-x})^{-1}}$$

- A) x B) x^{-1} C) x^{1-x}
 D) x^{-x} E) x^{x-1}

Problema 32.

Dadas las expresiones:

$$M = \sqrt{x^2 \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x^3 \cdot \sqrt{x}}}}$$

$$N = \sqrt[40]{x \cdot \sqrt[40]{x^a} \cdot \sqrt[40]{x \cdot \sqrt[40]{x^{47a}}}}$$

Halle el valor de $129a$ si se sabe que

$$M^a = N.$$

- A) 5 B) $1/5$ C) $5/129$
 D) 10 E) 129

Problema 33.

Simplifique la siguiente expresión.

$$y^{-x} \sqrt{\frac{x^{x+y} \cdot y^y + y^{x+y} \cdot x^x}{x^{2y} \cdot y^x + y^{2x} \cdot x^y}}$$

donde $x, y \in \mathbb{Z}^+ \wedge y - x \geq 2$

- A) x/y B) x/y^2 C) x^y
 D) y/x E) y^x

Problema 34.Considere $x^x \in \mathbb{N} - \{1; 2\}$ para simplificarla expresión $x^{x-1} \sqrt{(x^{-x^{x^2+1}})^{x^{-x^2}} \cdot x^{x^{x+1}}}$

- A) $\sqrt{x^x}$ B) x^x C) x
 D) x^{-1} E) x^{-x}

Problema 35.Determine el valor de x si se sabe que

$$x^{-1} \sqrt{\frac{x^{3x-20} - x^x}{x^x - x}} = x$$

- A) 19 B) 17 C) 18
 D) 16 E) 20

Problema 36.Determine el valor de la expresión T si se sabe que $x^2 + x^{-2} = 2$.

$$T = x^{x-1} \sqrt{3(x^3 + x^{-3}) \cdot 3(x^4 + x^{-4})}$$

- A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) 9
 D) $1/9$ E) 4

Problema 37.

Simplifique la siguiente expresión.

$$\left[\frac{x\sqrt{x} - x}{\left(\frac{\sqrt[4]{x^3} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} - \sqrt{x}\right) \left(\frac{\sqrt[4]{x^3} + 1}{\sqrt[4]{x} + 1} - \sqrt{x}\right)} \right]^3$$

- A) 1 B) x C) x^3
D) $\sqrt{x}$ E) x^{-1}

Problema 38.

Calcule el valor de a si se sabe que

$$\sqrt[n]{\frac{a^n + 9^n}{81^n - a^{2n}}} = \frac{1}{9}$$

- A) 1 B) 3 C) $1/3$
D) 9 E) 0

Problema 39.

Si se sabe que

$$(0,1)^x (0,2)^y = (2^{0,2})(5^{0,3})$$

halle el valor de xy .

- A) 0,06 B) 0,01 C) 0,05
D) 0,02 E) 0,03

Problema 40.

Determine uno de los valores de x^2 si se sabe que

$$(x^{-x})^{x^{-x/2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- A) $1/15$ B) $1/17$ C) 1
D) 2 E) 4

Problema 41.

Determine el valor de x de la siguiente ecuación.

$$27^{81^{x+1}} = 3^{729^{x-2}}$$

- A) $1/2$ B) $5/3$ C) $7/6$
D) $17/2$ E) $-1/3$

Problema 42.

Si al reducir la expresión

$$\left[\left(\frac{x^{\frac{1}{n}} \cdot y^{\frac{m}{n}}}{x^{\frac{m+n}{n}} \cdot y^{\frac{1}{n}}} \right)^{-1} \div \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{m+n}{n}} \right]^n$$

se obtiene $x^n y^b$, halle el valor de $n^b + b^n$.

- A) 1 B) 3 C) 5
D) 13 E) $2m$

Problema 43.

Halle el valor de $\psi = x^{x+3} \cdot m^{-m}$ si se sabe que

$$m^{m^{m+1}} = (x^{3x^{x+3}})(x^{x^{x+4}})$$

Considere $mx \neq 0$.

- A) -1 B) 1 C) x^3
D) m^3 E) 2

Problema 44.

Luego de resolver la ecuación:

$$x^{(x-1)^2} = 2x + 1$$

determine el valor de $x + \frac{1}{x}$.

Considere $x > 0$.

- A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

Problema 45.

Si: $(x^{x^{x+3}})(x^{2x^{x+3}}) = a^{a^{(\frac{1-a}{a})}}$

halle el equivalente de la expresión:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-\left(\frac{1}{a}\right)} \cdot x^{-x}$$

- A) 1 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

Problema 46.

Simplifique la siguiente expresión.

$$\left(b^{b+1} \sqrt{\frac{b^{b^2+b-1}}{b^{b^2}}}\right)^{\frac{1}{b-1}} \cdot (b^{b^{\frac{1}{b}}})^{(b^{b-1})^{-1}}$$

- A) b^0 B) b C) b^2
D) b^b E) b^{-1}

Problema 47.

Simplifique la siguiente expresión.

$$\left[\frac{\left(\left(a^{\frac{a+1}{a}} + a^{\frac{a-1}{a}} \right)^a \right)^{\frac{a}{a^2-1}}}{\left(a^{\frac{2}{a}} + 1 \right)^{\frac{1}{a}} \cdot a^{a-1}} - 1 \right]^a$$

- A) 1 B) a C) $\sqrt[4]{a}$
D) a^a E) a^2

Problema 48.

Determine la solución de la ecuación:

$$(2\sqrt{12} + 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3-1})^{\frac{1}{5}} = \sqrt{3^{2x^2-x-2}}$$

- A) $5/2$ B) 2 C) $3/2$
D) 1 E) $1/2$

Problema 49.

Calcule el valor de $N = x^2 - x + 1$ si:

$$\left[\frac{x^{\sqrt{x^3+x-1}} \sqrt{x^{\frac{x}{\sqrt{x^3+x+1}}}}}{\sqrt{\frac{x^{\sqrt{x^3+2x}}}{\sqrt{x^2}}}} \right]^{\frac{x^{\sqrt{x^3+5x}}}{x^{\sqrt{x^3+x+2}}}} = 256$$

- A) 0 B) 4 C) 6
D) 3 E) 8

Problema 50.

Calcule el valor de $J = x^2 + x + 1$ si se sabe:

$$\left(x^{\sqrt{x^3+1}} \sqrt{x} \right)^{x^2 + \sqrt[3]{x}(x-1)} = 2^{\frac{1}{2} + 2^{\frac{1}{2}}}$$

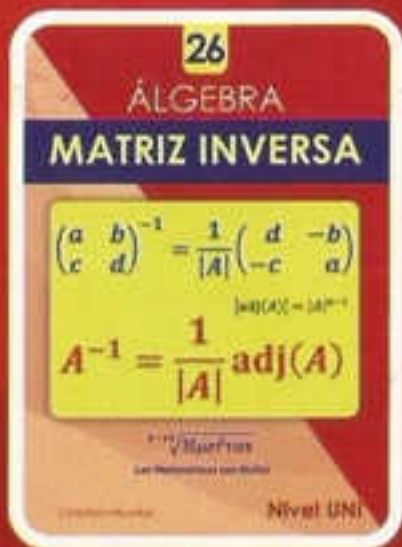
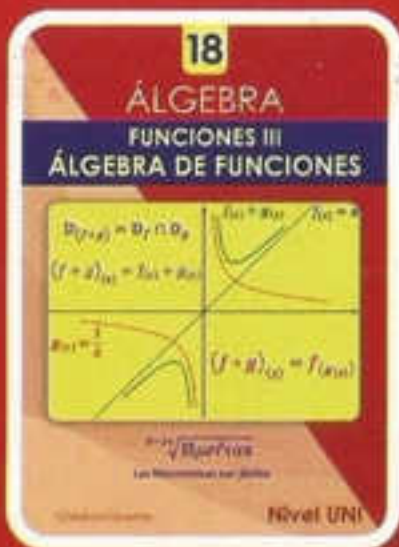
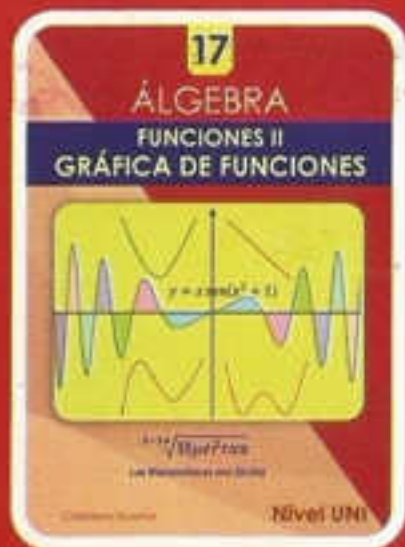
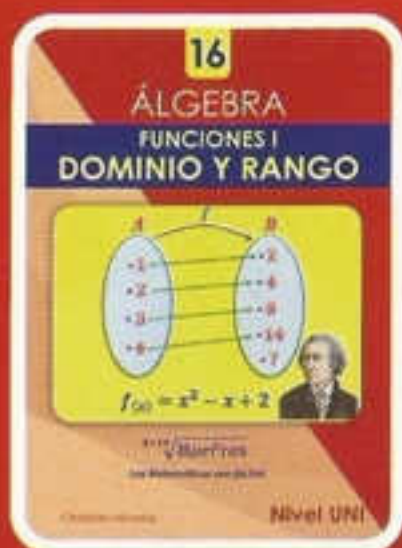
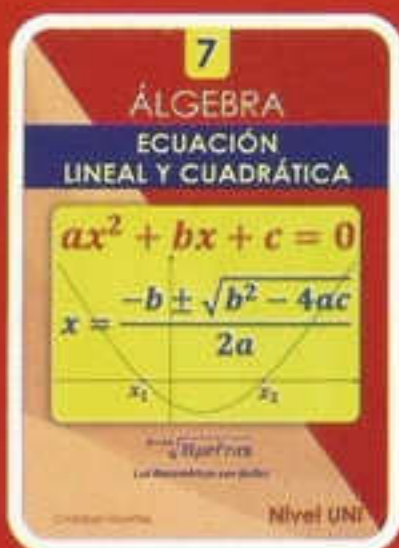
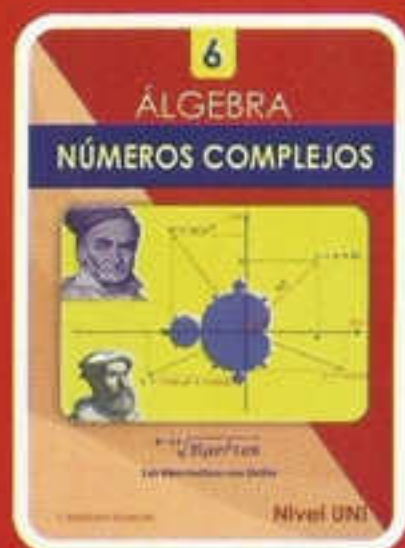
- A) $\sqrt{2} + \sqrt[3]{2} + 1$ B) $2 + \sqrt{8}$ C) 7
D) 6 E) $3 + \sqrt{2}$

Claves

01 D	11 E	21 E	31 E	41 D
02 D	12 A	22 C	32 D	42 B
03 D	13 D	23 E	33 D	43 B
04 A	14 B	24 E	34 B	44 A
05 D	15 D	25 A	35 A	45 D
06 D	16 C	26 C	36 C	46 C
07 E	17 B	27 C	37 C	47 E
08 A	18 E	28 E	38 E	48 C
09 B	19 E	29 A	39 D	49 C
10 D	20 B	30 D	40 E	50 C



OTRAS PUBLICACIONES



$\bar{x}-14 \sqrt{\text{H}\mu\epsilon\tau\alpha\varsigma}$

twitter.com/calapenshko



Christiam Huertas



993 473 766



chr1614@hotmail.com



ALGEBRAPRE