

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

GRUPO DE ENSINO DE FÍSICA

FÍSICA MODERNA

Joecir Palandi
Dartanhan Baldez Figueiredo
João Carlos Denardin
Paulo Roberto Magnago

Capa: Naieni Ferraz

SANTA MARIA - RS
2010

PREFÁCIO

Os professores do Grupo de Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (GEF-UFSM) orientam acadêmicos de licenciatura nas disciplinas de Estágio Supervisionado em Ensino de Física e desenvolvem atividades de pesquisa em ensino e de extensão, procurando contribuir para o aperfeiçoamento dos professores do ensino médio. As atividades de extensão envolvem empréstimo de material instrucional para atividades experimentais, apresentação de cursos, oficinas e palestras e elaboração de cadernos didáticos.

De modo geral, a necessidade que os professores do ensino médio têm de educação continuada não fica satisfeita devido à dificuldade de acesso a atividades presenciais como oficinas e cursos de atualização e também devido a pouca oferta de material de apoio, como cadernos didáticos e artigos de divulgação. Além disso, entre esses professores, o livro texto goza de excessiva importância, determinando a seqüência dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula e o próprio método de ensino, que privilegia a solução de exercícios e problemas numéricos, como se a aplicação coerente das expressões matemáticas pudesse levar, por si mesma, à aprendizagem significativa. Por outro lado, os conhecimentos de Física são produzidos por meio de atividades teóricas e experimentais integradas e, por isso, a prática docente baseada apenas no trabalho com o livro texto apresenta a disciplina de modo parcial e incompleto. Esses três fatores representam importantes limitações ao ensino de Física na escola de ensino médio.

O GEF-UFSM defende que uma melhor compreensão dos conteúdos é alcançada quando o professor privilegia a discussão conceitual aprofundada dos princípios e leis fundamentais e de como eles operam no interior dos fenômenos, trabalhando paralelamente a notação matemática, o vocabulário, as representações gráficas, as escalas e as proporções. Essa compreensão não é alcançada pelo ensino centrado no professor, que privilegia a solução de exercícios e problemas numéricos e que conduz atividades experimentais isoladas, apenas para reproduzir fenômenos ou comprovar o valor numérico de uma ou outra constante, e sim através do processo que se estabelece pelo diálogo professor-aluno, construído a partir dos conhecimentos que os alunos já dominam. Nesse sentido, o GEF-UFSM defende uma abordagem ao ensino de Física em que a experimentação acompanhe a seqüência lógica dos conteúdos, com uma estratégia de integração à teoria, motivando o diálogo em sala de aula, apoiando a discussão conceitual e vinculando-a a elementos concretos na observação.

Este caderno foi elaborado para dar ao professor uma visão mais consistente e rigorosa do paradigma da Física, ajudando-o na elaboração de planejamentos em que os conteúdos sejam distribuídos ao longo da carga horária disponível de modo mais condizente com sua importância relativa, com estratégias de ensino mais próximas do modo de fazer ciência. O planejamento das atividades didáticas não deve ser uma tarefa meramente burocrática, uma simples cópia do sumário do livro texto, sem qualquer vínculo com a importância relativa dos conteúdos da disciplina em questão, com a carga horária disponível, com os conhecimentos que seus alunos já dominam e com a realidade do meio em que a escola está inserida. Um planejamento bem executado e constantemente reavaliado pode ser um instrumento útil para que o processo de ensino-aprendizagem se estabeleça e seja efetivo. Este caderno foi elaborado para ser útil também no trabalho direto com os alunos em sala de aula e, para isso, incorpora discussões detalhadas de um grande número de exemplos e propõe exercícios de aplicação.

O GEF-UFSM agradece as críticas e sugestões que possam levar esse caderno mais facilmente aos seus objetivos.

SUMÁRIO

Introdução	1
I. RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO	3
I.1. Espectro Eletromagnético	3
I.2. Lei de Radiação de Planck	5
I.3. Lei do Deslocamento de Wien	10
I.4. Lei de Stefan-Boltzmann	11
II. RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA COMO ONDA	15
II.1. Radiação Eletromagnética	15
II.2. Polarização por Reflexão	16
III. RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA COMO PARTÍCULA	19
III.1. Efeito Fotoelétrico	19
III.2. Explicação do Efeito Fotoelétrico na Teoria Eletromagnética Clássica	22
III.3. Explicação do Efeito Fotoelétrico na Teoria Quântica	24
III.4. Experimento Simples	26
III.5. Efeito Compton	27
III.6. Explicação do Efeito Compton na Teoria Eletromagnética Clássica	27
III.7. Explicação do Efeito Compton na Teoria Quântica	28
IV. O ELÉTRON COMO PARTÍCULA	33
IV.1. Primeiras Medidas da Carga do Elétron	33
IV.2. Experimento de Thomson	34
IV.3. Experimento de Millikan e Fletcher	36
V. O ELÉTRON COMO ONDA	39
V.1. Difração de Bragg	39
V.2. Experimento de Davisson e Germer	41
V.3. Relações de de Broglie	42
VI. DUALIDADE E COMPLEMENTARIDADE	45
VI.1. Dualidade Onda-Partícula	45
VI.2. Princípio da Complementaridade	46
VI.3. Princípio da Incerteza de Heisenberg	47

VII. MODELO ATÔMICO DE BOHR	51
VII.1. Modelo de Thomson	51
VII.2. Experimento de Rutherford	52
VII.3. Modelo de Bohr Para Átomos com Um Elétron	53
VII.4. Diagrama de Níveis de Energia para o Átomo de Hidrogênio	56
VII.5. Experimento de Franck-Hertz	58
VII.6. Espectros Atômicos de Emissão e de Absorção	60
VII.7. Séries Espectroscópicas	61
VII.8. Ondas Estacionárias no Átomo de Bohr	63
VII.9. Princípio de Correspondência	64
VIII. ALÉM DO MODELO DE BOHR	67
VIII.1. Não Podemos Falar em Órbitas Eletrônicas	67
VIII.2. Largura dos Níveis de Energia	68
VIII.3. Modelo Quântico para Átomos com Um Elétron	70
VIII.4. Orbitais Atômicos	72
IX. SPIN	75
IX.1. Momento de Dipolo Magnético	75
IX.2. Partícula com Momento de Dipolo Magnético em Campo Magnético	76
IX.3. Magnéton de Bohr	78
IX.4. O Experimento de Stern-Gerlach	80
IX.5. Momento Magnético de Spin	81
X. SÓLIDOS	85
X.1. Sólidos Cristalinos	85
X.2. Bandas de Energia	88
X.3. Semicondutores	90
X.4. Luminescência e Fosforescência	92
XI. PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA	95
XI.1. Diamagnetismo	95
XI.2. Paramagnetismo e Ferromagnetismo	97
XII. LASER	99
XII.1. Emissão Estimulada	99
XII.2. Inversão de População	100
XII.3. Laser de Rubi	101

Introdução

A Física Clássica é inadequada para descrever os fenômenos em escala microscópica. Podemos ver isto considerando o modelo atômico no qual elétrons se movem ao redor do núcleo em órbitas circulares. Segundo a Mecânica Clássica, uma partícula em movimento circular tem aceleração centrípeta e, segundo a Teoria Eletromagnética Clássica, uma partícula carregada, em movimento acelerado, emite continuamente radiação eletromagnética. Como esta radiação transporta energia, o conteúdo energético da partícula diminui. Dessa forma, os elétrons devem perder energia até colidirem com o núcleo atômico. Portanto, segundo a Física Clássica, os átomos não são estáveis. A experiência cotidiana de permanência dos objetos indica o contrário. Esse exemplo já mostra a necessidade de outra teoria para a descrição dos fenômenos atômicos, fenômenos que ocorrem com partículas de massa muito pequena, que se movem em regiões muito pequenas do espaço.

A Física Quântica é a teoria fundamental que descreve os fenômenos em escala microscópica. Como essa teoria se baseia em resultados experimentais derivados de eventos que, em sua grande maioria, estão além do alcance dos sentidos humanos, não é de surpreender que ela contenha conceitos e idéias estranhas à experiência cotidiana. Um desses conceitos é o de dualidade onda-partícula. O elétron, por exemplo, deve ser considerado como partícula, no experimento de Thomson, que permite determinar sua razão carga/massa, e como onda, no experimento de Davisson e Germer, que permite detectar seus efeitos de difração e interferência.

Os conceitos de partícula e onda provêm da intuição que os seres humanos desenvolveram ao longo do tempo, pela experiência cotidiana com o mundo dos fenômenos físicos em escala macroscópica. Segundo essa intuição, uma partícula se comporta como um projétil. Ela pode ser localizada num ponto do espaço, pode ser desviada e perde ou ganha energia, num certo ponto do espaço, pela colisão com outra partícula e não pode exibir qualquer efeito de interferência ou difração. Uma onda se comporta como a perturbação periódica na superfície da água. O seu conteúdo energético está distribuído de modo contínuo no espaço e no tempo e ela não pode ser localizada num ponto do espaço. Uma onda pode ser difratada e, ao cruzar com outra onda, não é desviada, mas exibe efeitos da interferência. A Física Clássica incorpora essa intuição humana, de modo que os conceitos de partícula e onda são considerados como sendo mutuamente exclusivos. Em termos gerais, a estranheza dos conceitos quânticos, como o de dualidade onda-partícula, deriva do fato de utilizarmos, na descrição dos fenômenos em escala microscópica, apesar de tudo, certo número de conceitos que se revelaram apropriados para a descrição dos fenômenos em escala macroscópica.

CAPÍTULO I

RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO

Uma amostra metálica como, por exemplo, um prego, em qualquer temperatura, emite radiação eletromagnética de todos os comprimentos de onda. Por isso, dizemos que o seu espectro é contínuo.

Se a amostra está na temperatura ambiente, as radiações eletromagnéticas emitidas na faixa do visível transportam tão pouca energia que não sensibilizam os olhos humanos. Se a temperatura da amostra é elevada até aproximadamente 850 K, apenas as radiações eletromagnéticas emitidas na faixa que corresponde à cor vermelha têm energias suficientes para sensibilizar os olhos humanos e a amostra parece ter uma cor vermelha escura. À medida que a temperatura da amostra aumenta, aumenta também, gradativamente, a quantidade de energia das radiações eletromagnéticas de todos os comprimentos de onda. A amostra apresenta, então, aos olhos humanos, depois da cor vermelha escura, em sequência, as cores vermelha viva, laranja, amarela, azul e, finalmente, branca.

Espectros contínuos podem ser produzidos por sólidos, líquidos ou gases incandescentes, estes últimos mantidos a pressões muito altas. A temperatura da fonte pode ser determinada pela análise do espectro.

A Mecânica Quântica nasceu em 1900, com um trabalho de Planck que procurava descrever o espectro contínuo de um corpo negro.

I.1. Espectro Eletromagnético

As equações clássicas de Maxwell, que governam o campo eletromagnético, aplicadas a uma região do espaço em que não existem cargas livres nem correntes elétricas, admitem uma solução ondulatória, com o campo elétrico **E** e o campo magnético **B** variando harmonicamente, um perpendicular ao outro e, ambos, perpendiculares à direção de propagação, definida pelo vetor **c**, que representa a velocidade da onda (Fig.1).

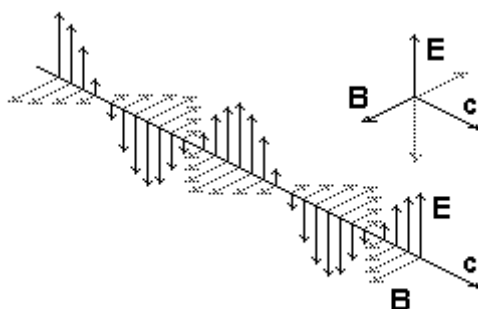


Fig.1

O módulo da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo é tomado, por definição, como sendo exatamente:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Radiação é o processo de transferência de energia por intermédio de ondas eletromagnéticas.

A palavra radiação, como definida acima, significa o processo de transferência de energia por ondas eletromagnéticas. Essa palavra também é usada, na literatura científica e no cotidiano, como sinônimo de onda eletromagnética. É usual dizer, por exemplo, que o Sol emite radiações eletromagnéticas. Assim, com a mesma palavra, podemos indicar o processo de transferência de energia por ondas eletromagnéticas ou as próprias ondas eletromagnéticas. Nesse texto, vamos usar a palavra radiação nestes dois sentidos. O contexto deve indicar qual significado estaremos considerando na frase correspondente.

As ondas eletromagnéticas podem se propagar num meio material e também no vácuo. O espectro das ondas eletromagnéticas é contínuo, isto é, existem ondas eletromagnéticas de todos os comprimentos de onda.

É usual dividir o espectro em faixas com limites mais ou menos precisos e, a cada faixa, atribuir um nome especial (Fig.2).

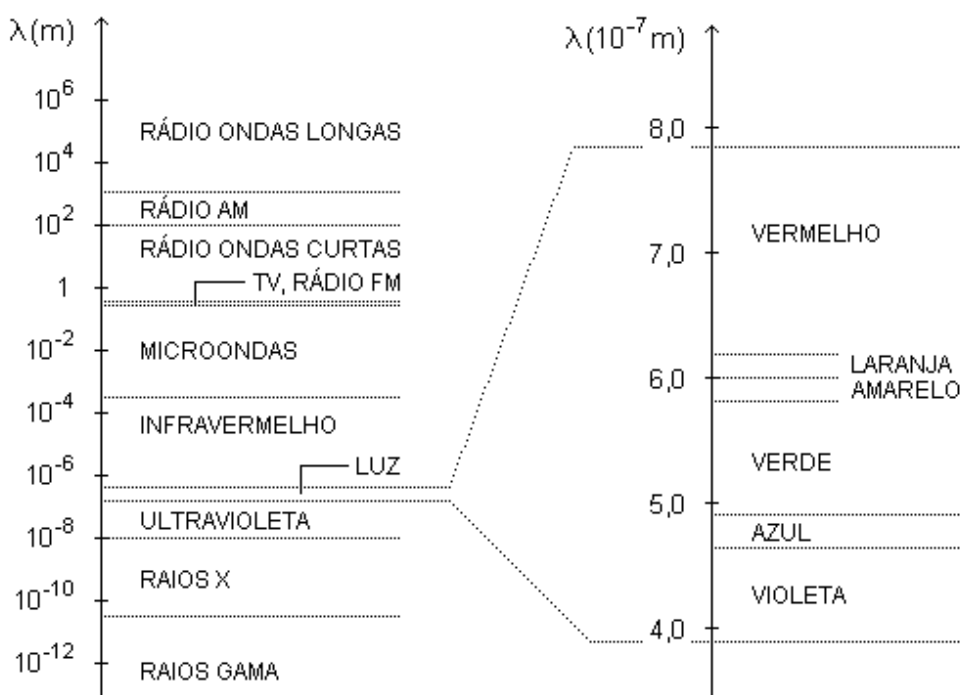


Fig.2

Por exemplo, como a retina do olho humano é sensível às ondas eletromagnéticas com comprimentos de onda no intervalo aproximado de $0,4 \times 10^{-6}$ m a $0,8 \times 10^{-6}$ m, essas ondas eletromagnéticas recebem, coletivamente, o nome de luz. Esses números não são absolutos porque diferentes pessoas têm retinas com diferentes sensibilidades e a mesma pessoa tem sensibilidade diferente conforme a idade e o estado de saúde de modo geral.

As principais faixas (ou regiões) do espectro eletromagnético são: raios gama, raios x, ultravioleta, luz, infravermelho, microondas, TV e ondas de rádio FM, ondas curtas, AM e ondas longas. Todas as ondas eletromagnéticas transportam energia e é tanto maior essa energia quanto menor for o comprimento de onda.

Como já dissemos, radiação é o processo de transferência de energia por ondas eletromagnéticas. Assim, esse processo pode ocorrer também no vácuo. O aumento de temperatura da superfície da Terra, por exemplo, é um efeito das ondas eletromagnéticas recebidas do Sol.

Um meio material pode ser opaco para ondas eletromagnéticas numa faixa do espectro e transparente para ondas eletromagnéticas em outra faixa. O vidro comum, por exemplo, é transparente à luz (radiação eletromagnética visível) e opaco às ondas da faixa do infravermelho.

I.2. Lei de Radiação de Planck

Não apenas o Sol, mas qualquer corpo cuja temperatura Kelvin é diferente de zero, emite ondas eletromagnéticas.

Para discutir o espectro da radiação emitida por um corpo, isto é, a energia emitida por unidade de área, por unidade de tempo e por unidade de comprimento de onda, vamos supor que temos um bloco a certa temperatura e que, no interior desse bloco, existe uma cavidade. A substância que forma o bloco não é transparente à radiação eletromagnética.

Os átomos das paredes da cavidade emitem radiação eletromagnética para o seu interior e, ao mesmo tempo, absorvem radiação eletromagnética proveniente dos outros átomos das paredes. Quando a radiação eletromagnética no interior da cavidade atinge o equilíbrio térmico com os átomos das paredes, o conteúdo energético da radiação emitida pelos átomos num dado intervalo de tempo é igual ao conteúdo energético da radiação absorvida no mesmo intervalo de tempo. Então, a densidade de energia, que é a quantidade de energia da radiação no interior da cavidade por unidade de volume, é constante. Isto significa que a densidade de energia associada à radiação de cada comprimento de onda, ou seja, a distribuição de energia dentro da cavidade é bem definida.

A distribuição de energia não depende da substância de que é feito o bloco. Na verdade, a distribuição de energia depende apenas da temperatura Kelvin do bloco.

Abrindo um pequeno orifício numa das paredes da cavidade, podemos analisar a radiação que escapa por ele. A radiação que escapa é uma amostra da radiação no interior da cavidade e, portanto, tem a mesma distribuição de energia. A radiação que escapa do orifício é chamada radiação de corpo negro. O orifício é o corpo negro.

Usualmente, definimos corpo negro como o corpo que absorve toda radiação que nele incide. Como nada reflete, ele aparece, aos nossos olhos, de cor negra e daí vem o seu nome. Assim como é um absorvedor perfeito, um corpo negro é também um emissor perfeito. Toda radiação que incide no orifício vinda de dentro da cavidade atravessa-o e chega ao exterior. Como absorve toda radiação que vem de dentro da cavidade e emite essa mesma radiação para fora, o orifício é um corpo negro.

A energia emitida por um corpo negro por unidade de área, por unidade de tempo e por unidade de comprimento de onda, $\phi(\lambda, T)$, é dada por:

$$\phi(\lambda, T) = \frac{a_1}{\lambda^5} \left[\exp\left(\frac{a_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

com:

$$a_1 = 2\pi hc^2 \approx 3,75 \times 10^{-16} \text{ Jm}^2/\text{s}$$

e

$$a_2 = hc / k_B \approx 1,44 \times 10^{-2} \text{ mK}$$

A expressão acima representa matematicamente a lei de radiação de Planck. Nas expressões para a_1 e a_2 , h representa a constante de Planck, c , o módulo da velocidade da luz no vácuo e k_B , a constante de Boltzmann:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

A Fig.3 mostra os gráficos de $\phi(\lambda, T)$ em função do comprimento de onda para quatro temperaturas diferentes.

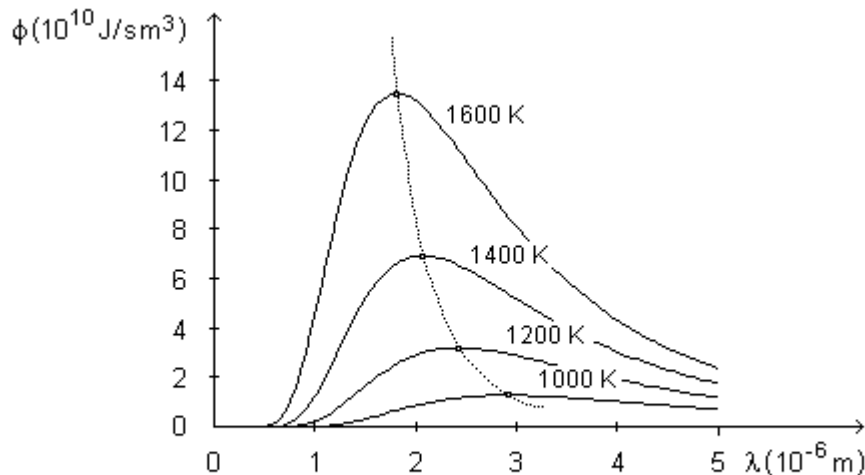


Fig.3

Nota Histórica

O espectro da radiação da cavidade, isto é, o espectro de corpo negro, não depende da substância de que é feito o bloco no qual existe tal cavidade. Por isso, em um modelo construído para explicar a produção desse espectro, os irradiadores elementares, isto é, os átomos do bloco, podem ser representados por osciladores harmônicos simples.

Em 1900, Planck mostrou que, para ajustar apropriadamente os dados experimentais, ou seja, para obter a expressão que representa o que hoje chamamos de lei de radiação de Planck, a energia de cada oscilador harmônico não poderia ter um valor qualquer, mas deveria ter, sim, um valor que fosse múltiplo inteiro da respectiva frequência de oscilação multiplicada por uma constante universal h (agora conhecida como constante de Planck):

$$E = nh\nu \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

Em outras palavras, Planck mostrou que a energia dos osciladores deveria ser quantizada.

Desse modo, um oscilador, vibrando com frequência ν , poderia absorver ou emitir radiação eletromagnética desde que a energia dessa radiação eletromagnética fosse algum múltiplo inteiro de $h\nu$. Como essa radiação se propaga com velocidade de módulo c no vácuo, devemos ter $c = \nu\lambda$ e, então, é possível escrever a expressão da distribuição de energia em termos da frequência ou do comprimento de onda.

Não vamos aqui demonstrar a expressão matemática da lei de radiação de Planck. O que nos importa é enfatizar o aspecto mais importante do trabalho de Planck, que é a quantização da energia dos osciladores harmônicos em múltiplos inteiros de $h\nu$ e o que isso implica, que certos conceitos da Física Clássica não são adequados para descrever os fenômenos em escala atômica.

Quando um oscilador passa de um estado a outro, a menor variação de energia deve ser $h\nu$ e, por isso, dizemos que $h\nu$ é o quantum de energia.

No modelo de Planck, a quantização da energia era atribuída apenas aos osciladores harmônicos que representavam os irradiadores elementares, isto é, os átomos de que era feito o bloco no qual a cavidade estava inserida, e não à radiação eletromagnética que preenchia a cavidade. Em 1905, para explicar o efeito fotoelétrico, Einstein estendeu o conceito de quantização à própria radiação eletromagnética. Vamos ver mais adiante como isso foi feito.

Exemplo 1

Uma lâmpada incandescente é formada por um filamento metálico e um bulbo de vidro. A passagem de corrente elétrica pelo filamento provoca um aumento na sua temperatura.

A temperatura de operação de uma lâmpada de 100 W com filamento de tungstênio, por exemplo, é de cerca de 2800 K. Vamos supor que, nesta temperatura, o espectro da radiação emitida pelo filamento pode ser aproximado pelo espectro de um corpo negro (Fig.4).

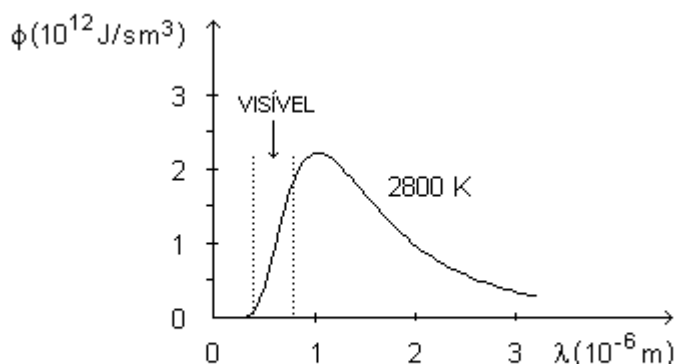


Fig.4

Desta forma, podemos ver que, da faixa visível do espectro eletromagnético, as radiações que nos parecem verde, azul e violeta transportam uma quantidade de energia bem menor do que as radiações que nos parecem amarela, laranja e vermelha. Isso faz com que o filamento de tungstênio apresente cor amarela nessa temperatura que estamos considerando.

Por outro lado, podemos ver também que as radiações emitidas na faixa visível transportam menos de 5% da energia total e que as radiações emitidas na faixa infravermelha transportam a maior parte da energia. Por isso, as lâmpadas incandescentes são muito pouco eficientes na produção e emissão de luz.

Exemplo 2

O Sol é uma esfera gigantesca de plasma incandescente. O que chamamos de plasma, na Física, é um gás ionizado, isto é, um gás formado por íons de carga positiva e os elétrons liberados, de carga negativa. A carga elétrica total é praticamente nula.

O raio solar equivale a aproximadamente 109 vezes o raio terrestre e vale:

$$R = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$$

A Fig.5 representa esquematicamente a estrutura do Sol. Nesta figura, as espessuras das camadas, principalmente da fotosfera, da cromosfera e da coroa, não estão desenhadas em escala.

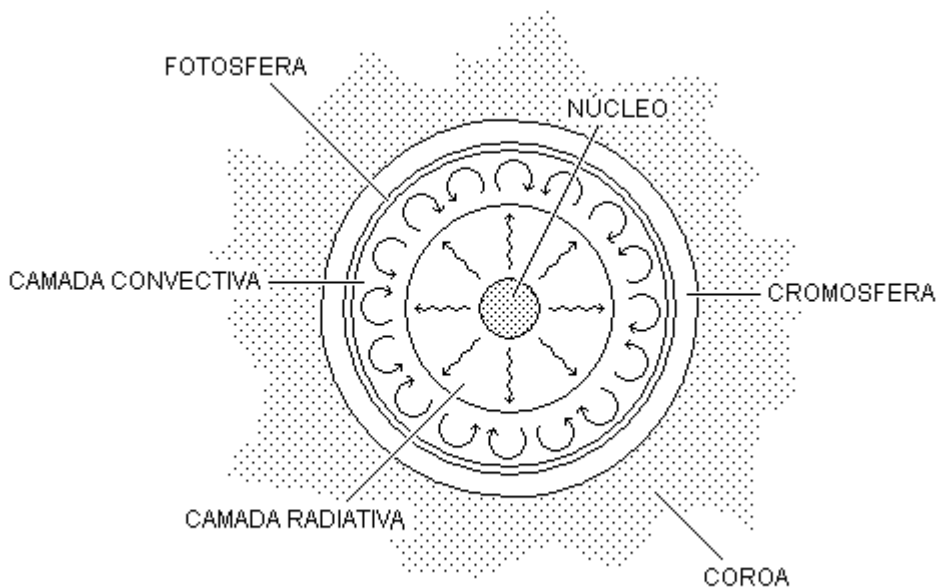


Fig.5

O núcleo tem raio de 2×10^8 m (cerca de 29% do raio solar), densidade máxima de 150 g/cm^3 e temperatura de $1,5 \times 10^7$ K. Nestas condições, desenvolvem-se reações termonucleares que produzem principalmente neutrinos e radiações eletromagnéticas. As radiações eletromagnéticas transportam a maior parte da energia liberada pelas reações termonucleares.

A camada radiativa tem espessura de 3×10^8 m (cerca de 43% do raio solar), densidade que varia de 20 g/cm^3 para $0,2 \text{ g/cm}^3$ e temperatura que varia de 7×10^6 K para 2×10^6 K. Nessa camada, a energia proveniente do núcleo flui por radiação. As radiações eletromagnéticas produzidas no núcleo interagem com as partículas dessa região de modo intermitente e aleatório. De qualquer modo, as radiações passam através da zona radiativa, sem movimento de matéria.

A camada convectiva tem espessura de 10^8 m (cerca de 14% do raio solar) e temperatura que varia de 2×10^6 K para 5800K. Nesta camada, a energia proveniente da camada radiativa flui por correntes de convecção.

De nenhuma das camadas mencionadas até agora sai radiação diretamente para o exterior do Sol em quantidade apreciável. Por isso, elas não podem ser observadas diretamente.

A fotosfera tem espessura de 5×10^5 m (cerca de 0,07% do raio solar) e temperatura de 5800 K. Praticamente toda radiação eletromagnética que sai do Sol provém dessa camada e, por isso, ela é considerada como sendo a superfície solar. Devido às correntes de convecção que ocorrem na camada inferior, a fotosfera se apresenta com aparência granulada.

A cromosfera tem espessura de 2×10^6 m (cerca de 0,3% do raio solar) e temperatura que varia de 5800 K até 25 000 K. Por efeito de sua densidade extremamente baixa, a quantidade de energia da radiação emitida pela cromosfera é muito pequena e, por isso, ela é invisível a olho nu, exceto durante os eclipses solares totais, quando mostra uma cor avermelhada.

A coroa solar é a camada mais externa do Sol, tem espessura variável de alguns raios solares e temperatura de 10^6 K. Apesar da temperatura muito alta, esta camada é invisível a olho nu porque tem densidade ainda menor do que a densidade da cromosfera. Contudo, também pode ser vista durante os eclipses solares totais.

Como dissemos, a temperatura da fotosfera é de 5800 K e praticamente toda radiação eletromagnética que sai do Sol provém dessa camada. Portanto, a radiação solar que chega à Terra é uma amostra da radiação emitida pela fotosfera solar.

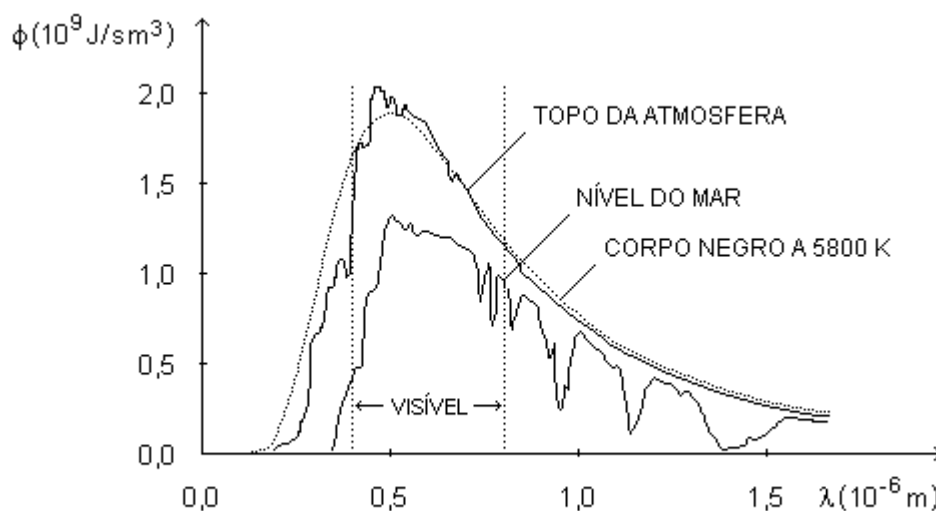


Fig.6

A Fig.6 mostra o espectro dessa radiação no topo da atmosfera e ao nível do mar (linhas contínuas) e, para comparação, mostra também o espectro da radiação de um corpo negro com a mesma temperatura (linha pontilhada). Podemos ver que uma parte importante da energia solar que alcança a superfície da Terra é transportada pelas radiações na faixa visível. Além disso, a distribuição da energia nesta faixa é quase uniforme, exceto no caso das radiações que nos parecem azul e violeta, cujo conteúdo energético é bem menor. Por isso, o Sol parece amarelo claro brilhante, quase branco.

I.3. Lei do Deslocamento de Wien

Podemos ver, na Fig.3, que, para cada temperatura, existe um comprimento de onda para o qual a energia emitida pelo corpo negro é máxima. O comprimento de onda para o qual a energia emitida é máxima aumenta com a diminuição da temperatura segundo a lei do deslocamento de Wien:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

em que b , a constante de deslocamento de Wien, tem o valor:

$$b = 2,90 \times 10^{-3} \text{ mK}$$

Exemplo

Como dissemos acima, não apenas o Sol, mas qualquer corpo cuja temperatura Kelvin é diferente de zero, emite radiações eletromagnéticas em todo o espectro. Contudo, a retina dos nossos olhos é sensível apenas às radiações na faixa visível, que compreende comprimentos de onda no intervalo aproximado que vai de $0,4 \times 10^{-6} \text{ m}$ a $0,8 \times 10^{-6} \text{ m}$. Quando uma parte importante das radiações emitidas por um corpo está na faixa visível do espectro, dizemos que ele está incandescente.

A energia emitida por unidade de área, por unidade de tempo e por unidade de comprimento de onda é menor para um corpo real do que para um corpo negro. No entanto, para o objetivo de entender a cor dos corpos incandescentes, podemos supor que o espectro da radiação emitida pelos corpos reais é como o espectro da radiação emitida por um corpo negro, sem que as conclusões sejam invalidadas.

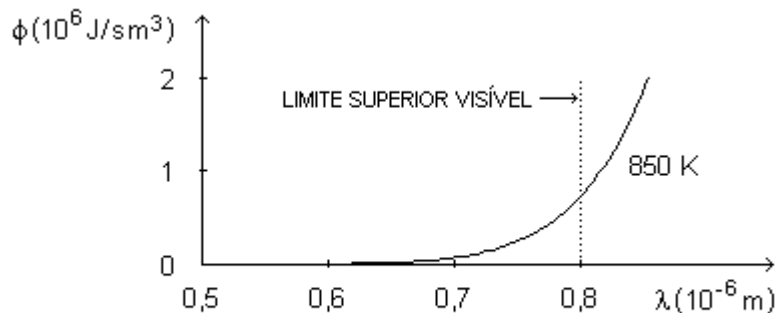


Fig.7

Um corpo negro com temperatura de 850 K emite radiação eletromagnética visível apenas na faixa que corresponde à cor vermelha (Fig.7). Portanto, se um corpo real tem um espectro como o de um corpo negro, ele emite radiação visível com intensidade suficiente para que possamos perceber com nossos olhos quando sua temperatura alcança cerca de 850 K. Nesse caso, ele parece ter uma cor vermelha escura.

Para esse corpo negro, o comprimento de onda para o qual a energia emitida é máxima, segundo a lei do deslocamento de Wien, é:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2,90 \times 10^{-3} \text{ mK}}{850 \text{ K}} = 3,41 \times 10^{-6} \text{ m}$$

que corresponde à radiação infravermelha. A quase totalidade da energia emitida é transportada pelas radiações infravermelhas.

Se a temperatura desse corpo aumenta, aumenta também, gradativamente, a quantidade de energia das radiações eletromagnéticas de todos os comprimentos de onda. O corpo, depois da cor vermelha escura, apresenta, em seqüência, as cores vermelha viva, laranja, amarela, azul e, finalmente, branca.

I.4. Lei de Stefan-Boltzmann

A energia emitida por um corpo negro por unidade de área e por unidade de tempo em todos os comprimentos de onda, isto é, o fluxo da energia total emitida, é proporcional à quarta potência da temperatura Kelvin (lei de Stefan-Boltzmann):

$$\phi(T) = \sigma T^4$$

em que σ , a constante de Stefan-Boltzmann, tem o valor:

$$\sigma = 5,66 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4$$

O fluxo da energia total emitida por um corpo negro com temperatura T é dado pela área entre o gráfico da função $\phi(\lambda, T)$ e o eixo dos comprimentos de onda.

Exemplo

Vamos calcular a temperatura média da Terra. Para isso, vamos supor que os espectros das radiações eletromagnéticas emitidas pelo Sol e pela Terra são espectros de corpo negro.

Usando a lei de Stefan-Boltzmann podemos escrever a quantidade de energia transportada pelas radiações solares num intervalo de tempo pequeno $\Delta\tau$ como:

$$E = \sigma T^4 (4\pi R^2) \Delta\tau$$

em que T é a temperatura Kelvin da superfície do Sol e R , o seu raio.

Podemos pensar que estas radiações estão contidas numa casca esférica de espessura dada por $s = c\Delta\tau$, onde c representa o módulo da velocidade da luz no vácuo.

As radiações são emitidas em todas as direções e se propagam com a velocidade da luz. Por isso, com o tempo, a casca esférica vai se expandindo, mas sempre com a mesma espessura. Quando a casca esférica alcança a Terra, a uma distância d do Sol, ela tem um volume:

$$v = 4\pi d^2 s$$

Então, a densidade da energia dentro da casca esférica deve ser:

$$\rho_E = \frac{E}{V} = \frac{\sigma T^4 R^2}{cd^2}$$

A Terra oferece, à radiação solar, uma superfície efetiva de área $A = \pi r^2$, em que r é o seu raio. Se a Terra se comporta como um corpo negro, absorvendo toda radiação que sobre ela incide, a quantidade de energia que absorve no intervalo $\Delta\tau$ é:

$$E_{\text{abs}} = \rho_E A s = \frac{\sigma T^4 R^2 \pi r^2 \Delta\tau}{d^2}$$

Por outro lado, se a Terra se comporta como um corpo negro, com temperatura T^* , no mesmo intervalo de tempo $\Delta\tau$, pela lei de Stefan-Boltzmann, ela emite a quantidade de energia:

$$E_{\text{emit}} = \sigma T^{*4} (4\pi r^2) \Delta\tau$$

No equilíbrio, a quantidade de energia emitida é igual à quantidade de energia absorvida. Então, igualando as duas últimas expressões, temos:

$$T^* = \left(\frac{R}{2d} \right)^{1/2} T$$

Com os valores numéricos:

$$R = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$$

$$d = 1,49 \times 10^{11} \text{ m}$$

e

$$T = 5800 \text{ K}$$

obtemos:

$$T^* \approx 280 \text{ K}$$

Assim, a Terra tem uma temperatura média de cerca de 280 K.

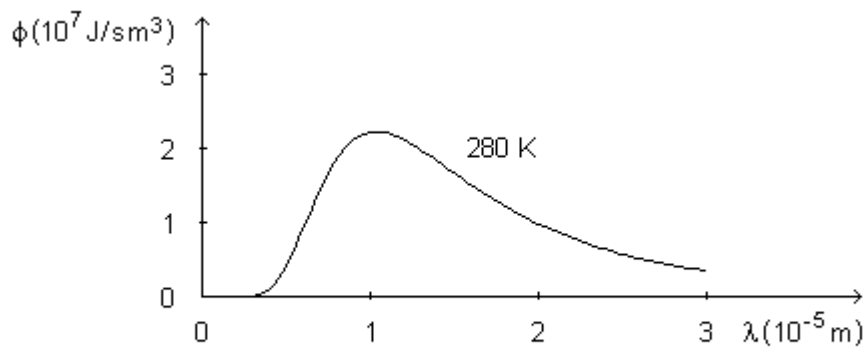


Fig.8

Esse valor foi obtido com a hipótese de que o espectro da radiação emitida pela Terra é como o espectro de um corpo negro. A Fig.8 mostra esse espectro. Podemos ver que praticamente todas as radiações com energia significativa estão na faixa do infravermelho.

Exercício 1

Uma pessoa veste roupas escuras e outra, roupas claras. Discuta qual delas veste roupas mais apropriadas para um dia em que a temperatura ambiente está bem abaixo da temperatura média do corpo humano.

Exercício 2

A temperatura no centro da explosão de uma bomba H chega a 10^7 K. Calcule o comprimento de onda da radiação eletromagnética associada à máxima energia emitida por unidade de área, por unidade de tempo e por unidade de comprimento de onda. Identifique a faixa do espectro eletromagnético à qual pertence essa radiação.

Exercício 3

Para um corpo negro mantido a certa temperatura, o comprimento de onda da radiação eletromagnética associada à máxima energia emitida por unidade de área, por unidade de tempo e por unidade de comprimento de onda é $\lambda_m = 6,5 \times 10^{-7}$ m. Calcule o valor de λ_m se for duplicada a energia emitida por esse corpo negro por unidade de área e por unidade de tempo em todos os comprimentos de onda.

Exercício 4

Deduz a expressão matemática da lei de radiação de Rayleigh-Jeans a partir da expressão matemática da lei de radiação de Planck. Para isso, tome o limite $\lambda \rightarrow \infty$.

Exercício 5

Deduz a expressão matemática da lei de radiação de Wien a partir da expressão matemática da lei de radiação de Planck. Para isso, tome o limite $\lambda \rightarrow 0$.

CAPÍTULO II

RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA COMO ONDA

As equações clássicas de Maxwell, que governam o campo eletromagnético, aplicadas a uma região do espaço em que não existem cargas livres nem correntes elétricas, admitem soluções ondulatórias. Essas soluções ondulatórias descrevem aquilo que chamamos de radiação eletromagnética. O fenômeno de polarização da radiação eletromagnética só pode ser explicado se ela for considerada como sendo uma onda transversal. Portanto, parece não haver qualquer dúvida de que a radiação eletromagnética só pode ser descrita por um modelo ondulatório.

II.1. Radiação Eletromagnética

As equações clássicas de Maxwell, que governam o campo eletromagnético, aplicadas a uma região do espaço em que não existem cargas livres nem correntes elétricas, admitem uma solução ondulatória, com o campo elétrico **E** e o campo magnético **B** variando harmonicamente, um perpendicular ao outro e, ambos, perpendiculares à direção de propagação, definida pelo vetor **c**, que representa a velocidade da onda (Fig.1).

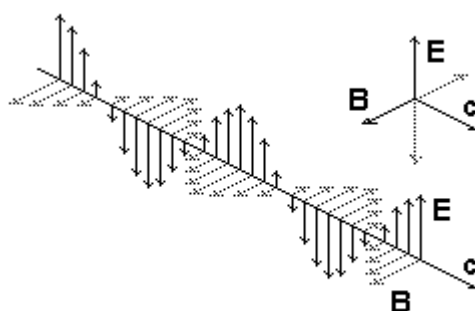


Fig.1

O módulo da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo é tomado, por definição, como sendo exatamente:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

As ondas eletromagnéticas podem se propagar num meio material e também no vácuo. O espectro das ondas eletromagnéticas é contínuo, isto é, existem ondas eletromagnéticas de todos os comprimentos de onda.

Se admitirmos um referencial em que a direção de propagação da onda é a direção do eixo x, os módulos dos campos elétrico e magnético podem ser escritos, respectivamente:

$$E = E_0 \cos[k(x - ct)]$$

e

$$B = B_0 \cos[k(x - ct)]$$

em que:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Nesta expressão, k é o número de onda e λ é o comprimento de onda.

As equações clássicas de Maxwell descrevem, portanto, a radiação eletromagnética como uma onda transversal. A Fig.1 representa uma onda plano-polarizada, isto é, todos os vetores campo elétrico $\mathbf{E}$ em todos os pontos do espaço pelos quais passa a onda são paralelos e estão no mesmo plano e o mesmo vale para os vetores campo magnético $\mathbf{B}$, que estão num plano perpendicular. Como os planos de vibração dos campos elétrico e magnético são sempre perpendiculares, para caracterizar uma onda eletromagnética qualquer é usual especificar a direção do plano do campo elétrico e a direção de propagação da onda. Assim, definimos o plano de polarização de uma onda eletromagnética como o plano ao longo do qual oscila o campo elétrico. A radiação eletromagnética proveniente de uma lâmpada incandescente, por exemplo, é não polarizada, já que consiste de um grande número de ondas, cada uma vibrando segundo uma direção aleatória.

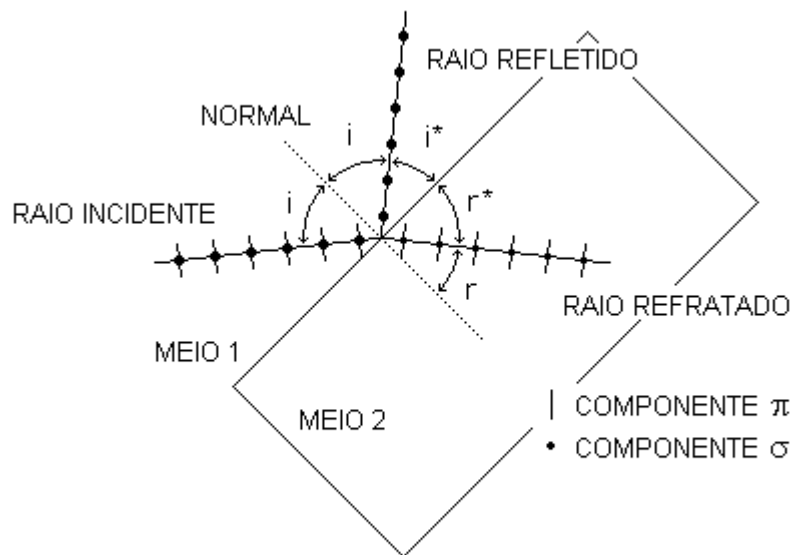


Fig.2

II.2. Polarização por Reflexão

Vamos considerar um raio de radiação eletromagnética não polarizada, proveniente de uma fonte qualquer, incidindo sobre a superfície de separação entre dois meios (Fig.2).

O vetor campo elétrico em qualquer ponto pode ser decomposto em duas componentes perpendiculares entre si, representadas por π e σ , a primeira no plano de incidência (plano do raio incidente, do raio refletido e da normal) e a segunda, perpendicular a esse plano.

Para o vidro comum, assim como para outros materiais dielétricos, existe um ângulo de incidência chamado ângulo de polarização ou ângulo de Brewster, para o qual a componente π não se reflete. Isso acontece quando:

$$i^* + r^* = 90^\circ$$

ou seja, quando os raios refletido e refratado são ortogonais. Em outras palavras, quando a direção de propagação do raio refletido é idêntica à direção da componente π do raio refratado. Essa componente não pode aparecer no raio refletido porque, se assim fosse, ela teria caráter longitudinal e isso não pode ser para a radiação eletromagnética. O raio refletido, contendo apenas a componente σ , perpendicular ao plano da página, é plano-polarizado.

Se o ângulo de incidência é tal que os raios refletido e refratado são ortogonais, podemos relacionar esse ângulo com o índice de refração da substância de que é constituído o meio 2 usando a lei de Snell:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

e as relações trigonométricas:

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

e

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

obtendo a seguinte relação:

$$n = \tan i$$

Esse resultado é a expressão matemática da lei de Brewster. Ela afirma que o ângulo de incidência para polarização completa é aquele cuja tangente é igual ao índice de refração do material refletor. O raio refletido é, portanto, plano-polarizado no plano perpendicular ao plano de incidência.

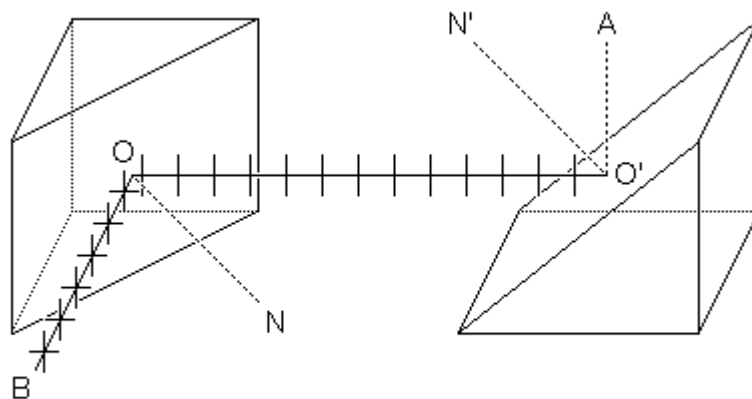


Fig.3

Quando o ângulo de incidência coincide com o ângulo de polarização, a componente π é inteiramente refratada, enquanto a componente σ é apenas parcialmente. O raio refratado é, portanto, parcialmente polarizado.

A polarização do raio refletido pode ser testada fazendo esse raio incidir numa segunda superfície refletora (Fig.3). O teste se dá quando o plano de incidência dessa reflexão (plano vertical que contém os pontos O, O', A e N') faz um ângulo de 90° com o plano de incidência da primeira reflexão (plano horizontal que contém os pontos B, O, O' e N). Assim, o raio em questão incide na segunda superfície refletora, de modo que, se ele fosse refletido (direção O'A), teria componentes apenas na direção de propagação do novo raio refletido. Dessa maneira, a radiação eletromagnética seria constituída exclusivamente de componente longitudinal. A completa ausência de radiação eletromagnética nessa direção claramente estabelece a completa impossibilidade de reflexão de qualquer componente longitudinal que pudesse haver na radiação. Assim, esse experimento estabelece que a radiação eletromagnética é uma onda transversal.

A polarização só pode ser explicada se a radiação eletromagnética for considerada como sendo uma onda transversal. Caso a radiação eletromagnética fosse constituída por partículas, sempre existiria uma imagem da fonte após a segunda reflexão, ou seja, sempre existiriam partículas percorrendo a trajetória completa $B \rightarrow O \rightarrow O' \rightarrow A$.

Exercício

Discuta outro fenômeno em que a radiação eletromagnética só pode ser descrita por um modelo ondulatório.

CAPÍTULO III

RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA COMO PARTÍCULA

O efeito fotoelétrico foi descoberto por Hertz em 1887, observando que a intensidade da descarga elétrica entre dois eletrodos aumentava quando fazia incidir, sobre eles, radiação ultravioleta. No ano seguinte, Hallwachs observou a emissão de elétrons quando iluminava placas metálicas de zinco, sódio, potássio e rubídio. Em 1905, Einstein interpretou os resultados experimentais do efeito fotoelétrico através de um modelo corpuscular para a radiação eletromagnética, considerando tal efeito como um processo de colisão entre um elétron e um fóton. Por outro lado, nos primeiros anos da década de 1920, Compton observou o espalhamento de raios x por elétrons livres e também interpretou os resultados experimentais considerando o processo como uma colisão entre um fóton e um elétron.

O efeito fotoelétrico e o efeito Compton só podem ser explicados se a radiação eletromagnética é descrita com um modelo corpuscular. Em outras palavras, esses dois efeitos não encontram explicação dentro da Teoria Eletromagnética Clássica, que descreve a radiação eletromagnética com um modelo ondulatório.

III.1. Efeito Fotoelétrico

O efeito fotoelétrico é o arrancamento de elétrons (chamados fotoelétrons) de um corpo, geralmente metálico, por efeito da incidência de radiação eletromagnética. As características do efeito fotoelétrico não podem ser explicadas se a radiação eletromagnética for considerada como sendo uma onda, em flagrante contradição com a explicação do fenômeno de polarização já discutido. Todas as características do efeito fotoelétrico podem ser explicadas se a radiação eletromagnética for considerada como um conjunto de partículas (chamadas fótons).

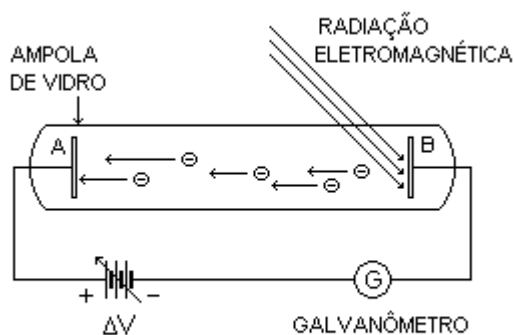


Fig.1

No dispositivo experimental que permite estudar as características do efeito fotoelétrico (Fig.1), entre as placas metálicas A e B, existe uma diferença de potencial variável ΔV igual a $V_A - V_B$. Sem a incidência de radiação eletromagnética, não existe corrente elétrica no circuito. Com a incidência de radiação eletromagnética na placa B, mantida num potencial menor do que a placa A, existe uma corrente elétrica que pode ser medida pelo galvanômetro. Mesmo que a placa B seja mantida num potencial maior do que a placa A, ainda assim pode aparecer corrente elétrica no circuito. A

corrente elétrica aparece por causa da radiação eletromagnética, que arranca elétrons da superfície da placa B.

Com a incidência de radiações eletromagnéticas de mesma frequência, mas com intensidades diferentes, obtemos um comportamento linear da corrente (i) em função da intensidade (I) da radiação (Fig.2). Isso significa que o número de elétrons arrancados é diretamente proporcional à intensidade da radiação eletromagnética incidente.

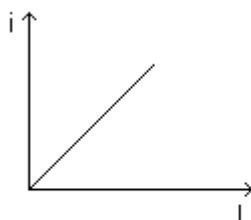


Fig.2

Com a incidência de radiações eletromagnéticas de mesma frequência, mas com intensidades diferentes, obtemos o comportamento mostrado na Fig.3 para a corrente (i), em função da diferença de potencial (ΔV) entre as placas.

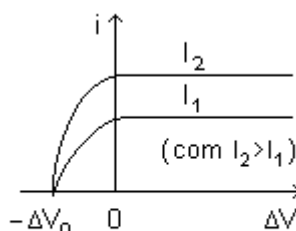


Fig.3

Isso significa que, para uma dada intensidade da radiação incidente, existe corrente se ΔV é positiva ($V_A > V_B$) e também existe corrente mesmo que ΔV seja negativa ($V_A < V_B$) até certo valor $-\Delta V_0$. Em outras palavras, existe corrente até que:

$$V_A - V_B = -\Delta V_0$$

ou

$$V_A + \Delta V_0 = \Delta V_B$$

A diferença de potencial ΔV_0 , a partir da qual se interrompe a corrente, é chamada de diferença de potencial de corte.

Com essa diferença de potencial, os elétrons arrancados da placa B com energia cinética máxima adquirem uma aceleração negativa no seu movimento em direção à placa A, aceleração esta cujo módulo é tal que eles ficam em repouso momentâneo a apenas uma distância infinitesimal dessa placa. Desse modo, como o trabalho realizado pelo campo elétrico, que existe entre as placas, sobre cada elétron que se desloca da placa B até a placa A, é igual ao produto da carga do elétron pela

diferença de potencial entre as placas, o teorema trabalho-energia cinética, expresso matematicamente por $W = \Delta K$, permite escrever:

$$-e\Delta V_0 = 0 - K_{MAX}$$

ou seja, a diferença de potencial de corte ΔV_0 está relacionada à energia cinética máxima dos elétrons arrancados pelo efeito fotoelétrico pela expressão:

$$e\Delta V_0 = K_{MAX}$$

Tomando radiações eletromagnéticas de diferentes frequências, obtemos o comportamento mostrado na Fig.4 para a diferença de potencial de corte (ΔV_0) em função da frequência da radiação (ν), independentemente da intensidade da radiação. Isso significa que a energia dos fotoelétrons é independente da intensidade da radiação eletromagnética incidente e depende, isso sim, da frequência da radiação.

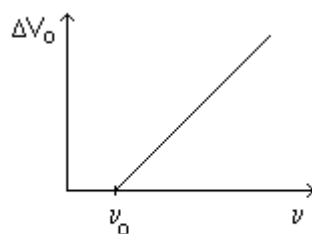


Fig.4

A frequência mínima (ν_0) da radiação eletromagnética para que exista o efeito fotoelétrico é chamada de limiar vermelho do efeito fotoelétrico e depende da substância de que é feita a placa sobre a qual incide a radiação.

Finalmente, tomando radiações eletromagnéticas de diferentes frequências e intensidades, nenhum retardo é observado entre o instante em que a radiação eletromagnética atinge a superfície da placa B e o instante em que os elétrons são arrancados.

Em resumo, as características do efeito fotoelétrico são as que se seguem.

1. O número de elétrons arrancados é diretamente proporcional à intensidade da radiação eletromagnética incidente (Fig.2).
2. A diferença de potencial de corte é a mesma qualquer que seja a intensidade da radiação eletromagnética incidente (Fig.3).
3. A energia dos elétrons arrancados depende da frequência e não da intensidade da radiação eletromagnética incidente (Fig.4).
4. Não existe retardo entre o instante em que a radiação eletromagnética atinge a superfície da placa e o instante em que aparecem os elétrons arrancados.

III.2. Explicação do Efeito Fotoelétrico na Teoria Eletromagnética Clássica

A primeira característica do efeito fotoelétrico é o fato de que o número de elétrons arrancados é diretamente proporcional à intensidade da radiação eletromagnética incidente. Isso pode ser explicado pela Teoria Eletromagnética Clássica de Maxwell. A intensidade (I) de uma onda qualquer é definida como a quantidade de energia que passa, por unidade de tempo, através de uma superfície de área unitária perpendicular à direção de propagação da onda. Assim, como a energia absorvida pela placa por unidade de tempo aumenta com o aumento da intensidade da radiação eletromagnética incidente, aumenta também, por unidade de tempo, o número de elétrons que absorvem energia suficiente para escapar da placa. Dessa forma, como a corrente elétrica é a quantidade de carga que atravessa uma superfície de área unitária na unidade de tempo, com o aumento da intensidade da radiação, aumenta a corrente elétrica no circuito.

A segunda característica do efeito fotoelétrico é o fato de que a diferença de potencial de corte tem o mesmo valor, independentemente da intensidade da radiação eletromagnética incidente. Isso não pode ser explicado pela Teoria Eletromagnética Clássica. Como a diferença de potencial de corte ΔV_0 está relacionada à energia cinética máxima dos elétrons arrancados pelo efeito fotoelétrico pela expressão:

$$K_{MAX} = e\Delta V_0$$

a energia cinética máxima dos fotoelétrons não pode depender da intensidade da radiação eletromagnética. Contudo, a teoria clássica diz justamente o contrário porque, segundo ela, quanto maior a intensidade da radiação, maior deveria ser a energia absorvida pelos elétrons e, então, maior sua energia cinética máxima depois de serem arrancados.

Note-se, de passagem, que o outro resultado mostrado na Fig.2, ou seja, o fato de que, para uma dada diferença de potencial ΔV , a corrente é maior quando a intensidade da radiação eletromagnética é mais intensa, já foi discutido acima e pode ser perfeitamente explicado pela teoria clássica.

Um sólido metálico é formado a partir de átomos com alguns elétrons fracamente ligados nas camadas mais externas, elétrons esses que passam a se mover por todo o sólido quando de sua formação. Assim, um sólido metálico é constituído por uma rede ordenada de íons positivos, que são mantidos juntos por uma espécie de gás de elétrons livres.

A terceira característica do efeito fotoelétrico refere-se ao fato de que a energia dos elétrons arrancados depende da frequência e não da intensidade da radiação eletromagnética incidente. Isso também não pode ser explicado pela Teoria Eletromagnética Clássica, quer esses elétrons provenham do gás de elétrons livres da placa metálica, quer provenham dos íons da rede ordenada subjacente.

Se a direção de propagação da onda eletromagnética é a direção do eixo x , o módulo do campo elétrico pode ser escrito da seguinte forma:

$$E = E_0 \cos[k(x - ct)]$$

Levando em conta as relações $k = 2\pi / \lambda$ e $\lambda v = c$, em que v é a frequência da radiação eletromagnética, e tomando apenas a dependência temporal do campo elétrico, podemos escrever:

$$E = E_0 \cos(2\pi v t)$$

Porém, se os elétrons de um metal podem ser considerados como se movendo livremente, sua energia cinética, para uma dada intensidade da radiação eletromagnética incidente, deveria diminuir quando aumentamos a frequência da radiação eletromagnética. De fato, se um elétron livre fica sob o efeito do campo elétrico de uma onda eletromagnética, a equação que descreve o seu movimento, dada pela segunda lei de Newton, é:

$$ma = eE = eE_0 \cos(2\pi\nu t)$$

de modo que o módulo da sua velocidade e a energia cinética ficam, respectivamente:

$$v = \left(\frac{eE_0}{2m\pi\nu} \right) \sin(2\pi\nu t)$$

e

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{e^2E_0^2}{8m\pi^2\nu^2} \right) \sin^2(2\pi\nu t)$$

Nesta última expressão, o fator multiplicativo entre parênteses tem o quadrado da frequência no denominador. Portanto, segundo a Teoria Eletromagnética Clássica, a energia cinética dos elétrons livres não aumenta com o aumento da frequência da radiação eletromagnética, mas, pelo contrário, diminui.

Por outro lado, esse resultado poderia estar mostrando, realmente, que o efeito fotoelétrico não envolve os elétrons livres, mas os elétrons ligados aos íons da rede cristalina da placa, sobre a qual incide a radiação eletromagnética. Para mostrar que esse também não é o caso, vamos considerar que os elétrons ligados podem oscilar harmonicamente com frequência natural ν' . Assim, os módulos das forças que ligam esses elétrons ao resto do material crescem linearmente com suas distâncias de separação aos respectivos pontos de equilíbrio no resto do material. Então, sob o efeito do campo elétrico da radiação eletromagnética incidente, que varia harmonicamente no tempo com uma frequência ν , esses elétrons devem oscilar com uma amplitude que é tanto maior quanto mais próximos estiverem os valores das frequências ν e ν' . Portanto, a diferença de potencial de corte deveria apresentar um comportamento ressonante em função da frequência da radiação eletromagnética incidente (Fig.5). Dessa forma, a teoria clássica não pode explicar a dependência observada de ΔV_0 com ν , nem considerando que o efeito fotoelétrico ocorre com os elétrons livres da placa, nem considerando que ocorre com os elétrons ligados.

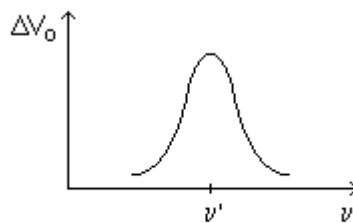


Fig.5

A quarta característica do efeito fotoelétrico é o fato de que não existe retardo entre o instante em que a radiação eletromagnética atinge a superfície da placa e o instante em que aparecem os elétrons arrancados, independentemente da frequência

e da intensidade da radiação. Essa é outra característica que a teoria clássica não explica. Com efeito, segundo essa teoria, quando uma onda eletromagnética atravessa uma região da placa onde se encontra um elétron, este deveria oscilar com uma dada frequência, movido pela força de interação com o campo elétrico variável da onda. Com o passar do tempo, e por efeito da transferência de energia da onda para o elétron, a amplitude das oscilações do elétron deveria crescer mais e mais até o ponto em que ele se desligaria do material e seria ejetado. No caso de radiações eletromagnéticas pouco intensas, isto é, com pequena densidade de energia, o cálculo clássico para o tempo que deveria durar tal processo de arrancamento pode dar como resultado minutos ou horas.

III.3. Explicação do Efeito Fotoelétrico na Teoria Quântica

Todas as características do efeito fotoelétrico podem ser explicadas se considerarmos a radiação eletromagnética não como uma onda, mas como um conjunto de partículas (os fótons), cada qual com uma energia dada por:

$$E = h\nu$$

em que ν é a frequência da radiação eletromagnética e h , a constante de Planck:

$$h = 6,6261 \times 10^{-34} \text{ Js} = 4,1357 \times 10^{-15} \text{ eVs}$$

Eventualmente, usamos a constante $\hbar$ (leia-se agá cortado) dada por:

$$\hbar = h/2\pi = 1,0546 \times 10^{-34} \text{ Js} = 6,5822 \times 10^{-16} \text{ eVs}$$

Quando a radiação eletromagnética de frequência ν atinge a placa em questão, os fótons associados à radiação interagem com os elétrons da placa. Cada elétron que absorve um fóton ganha uma energia $h\nu$ e, se for arrancado, a máxima energia cinética que ele pode ter, pelo princípio de conservação da energia, é dada por:

$$K_{\text{MAX}} = h\nu - \phi$$

em que ϕ , chamada função trabalho e característica da substância que constitui a placa, representa a energia necessária para arrancar um elétron da superfície da placa.

A primeira característica do efeito fotoelétrico é o fato de que o número de elétrons arrancados é diretamente proporcional à intensidade da radiação eletromagnética incidente na placa, para uma dada frequência (Fig.2). Isso pode ser explicado facilmente pela Teoria Quântica. Como já foi dito acima, a intensidade (I) de uma onda qualquer é definida como a quantidade de energia que passa, por unidade de tempo, através de uma superfície de área unitária perpendicular à direção de propagação da onda. Então, a intensidade da radiação eletromagnética de frequência ν deve ser dada por:

$$I = Nh\nu$$

em que N representa o número de fótons que cruzam, por unidade de tempo, uma superfície de área unitária perpendicular à direção de propagação da radiação. Um

aumento na intensidade da radiação eletromagnética implica um aumento no número de fótons. Isso promove um aumento no número de interações desses fótons com os elétrons da placa e, portanto, um aumento no número de elétrons arrancados.

A segunda característica do efeito fotoelétrico é o fato de que a diferença de potencial de corte tem o mesmo valor, independentemente da intensidade da radiação eletromagnética incidente (Fig.3). Isso pode ser explicado pela Teoria Quântica se considerarmos que a corrente fotoelétrica se interrompe quando a diferença de potencial de corte é tal que:

$$e\Delta V_0 = K_{MAX}$$

Então:

$$e\Delta V_0 = h\nu - \phi$$

Dessa expressão, concluímos que, para uma dada substância na placa (ϕ dada) e uma dada frequência da radiação incidente, a diferença de potencial de corte não depende da intensidade da radiação, isto é, não depende do número de fótons que incidem na placa por unidade de tempo e por unidade de área.

Por outro lado, quanto mais profundamente no interior da placa se encontra o elétron que vai ser arrancado, menor será a sua energia cinética ao sair dela. Isso por que a energia de cada fóton absorvido fica repartida entre o elétron arrancado e os outros elétrons e átomos que constituem a placa considerada. Assim, para uma dada diferença de potencial ΔV negativa entre as placas (ou seja, $V_A < V_B$), apenas os elétrons que são arrancados da placa B com energia cinética maior do que $e\Delta V$ chegam à placa A e contam para a corrente elétrica do circuito. Então, com a diminuição da diferença de potencial entre as placas, isto é, para ΔV cada vez mais negativa, menos elétrons alcançam a placa A e menor é a corrente elétrica no circuito.

A terceira característica do efeito fotoelétrico é o fato de que a energia dos elétrons arrancados depende da frequência e não da intensidade da radiação eletromagnética incidente (Fig.4). Esta característica pode ser explicada pela Teoria Quântica exatamente pela afirmação de que a radiação eletromagnética deve ser considerada como um conjunto de fótons, cada qual com uma energia $E = h\nu$, em que ν é a frequência da radiação eletromagnética.

Para radiações eletromagnéticas com dada frequência, a máxima energia cinética que cada elétron arrancado pode ter corresponde à situação em que o elétron é arrancado da superfície da placa, de modo que toda a energia do fóton é absorvida por ele. Para uma dada substância, o valor mínimo ν_0 da frequência da radiação eletromagnética que produz o efeito fotoelétrico é dado por $h\nu_0 = \phi$. Esse valor para ν_0 corresponde à situação em que o elétron, após ser arrancado da superfície da placa, fica com energia cinética nula. Daí:

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h}$$

Nos metais, ϕ vale, no mínimo, cerca de 2 eV. Assim, o efeito fotoelétrico nos metais só é possível com radiações eletromagnéticas de frequências maiores que:

$$\nu \approx \frac{3,2 \times 10^{-19} \text{ J}}{6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}} \approx 4,8 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

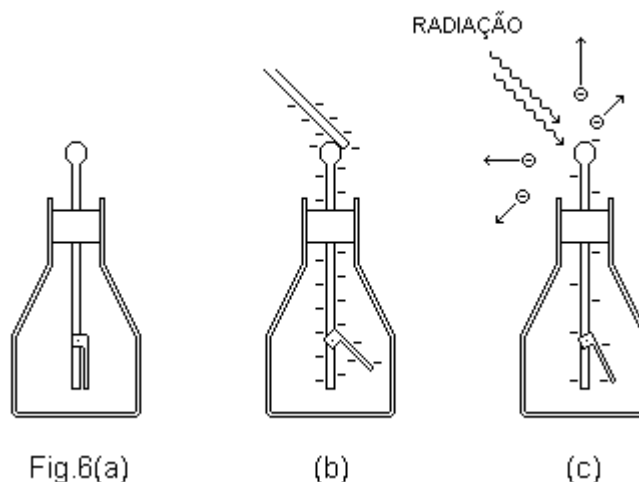
ou cujos comprimentos de onda sejam menores que:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \approx \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{4,8 \times 10^{14} \text{ Hz}} \approx 6,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Essa frequência e esse comprimento de onda correspondem à radiação eletromagnética da parte visível do espectro, mais precisamente, àquela radiação que, ao olho humano, parece alaranjada.

A quarta característica do efeito fotoelétrico é o fato de que não existe retardo entre o instante em que a radiação eletromagnética atinge a superfície da placa e o instante em que aparecem os elétrons arrancados, independentemente da frequência e da intensidade da radiação. Isso pode ser explicado pela Teoria Quântica. O conceito de partícula está associado à transferência instantânea de energia de um ente físico a outro, numa colisão. Assim, considerando os fótons como partículas, a Teoria Quântica garante que existe uma transferência de energia instantânea aos elétrons, que também são considerados como partículas.

A teoria quântica da radiação eletromagnética explica muito bem as características do efeito fotoelétrico. A radiação eletromagnética, que se propaga no espaço como uma onda, no efeito fotoelétrico, manifesta propriedades inerentes a partículas. Com igual clareza, as propriedades corpusculares (quânticas) da radiação eletromagnética se manifestam no efeito Compton.



III.4. Experimento Simples

A noção de força elétrica tem origem em experimentos simples. Por exemplo, se, num dia seco, um bastão de plástico é esfregado com pelo de animal e depois aproximado de alguns pedacinhos de papel, estes serão atraídos. Como resultado da fricção, o bastão fica eletrizado com carga elétrica negativa. A presença de carga elétrica em excesso no bastão (e em qualquer outro corpo) pode ser detectada por meio de um eletroscópio.

Um eletroscópio pode ser construído com uma garrafa de vidro, uma rolha e uma haste metálica, em que uma pequena lâmina, também metálica, está articulada (Fig.6(a)). Se o bastão está carregado quando é encostado à haste, a pequena lâmina

passa a formar um ângulo com ela (Fig.6(b)), assinalando a presença de carga no eletroscópio.

O sinal da carga em excesso no eletroscópio (e no bastão) pode ser determinado pelo efeito fotoelétrico. Se fizermos incidir radiação eletromagnética de frequência apropriada sobre a haste do eletroscópio e o ângulo formado pela pequena lâmina diminui, assinalando uma diminuição da carga em excesso no eletroscópio devido à emissão de elétrons causada pelo efeito fotoelétrico, a carga é negativa (Fig.6(c)).

III.5. Efeito Compton

O efeito Compton é a variação do comprimento de onda da radiação eletromagnética dispersada por elétrons livres.

No dispositivo experimental que permite estudar as características do efeito Compton (Fig.7), os raios x, gerados em um tubo de raios catódicos, passam por um filtro que separa, do conjunto de radiações eletromagnéticas produzidas, a radiação com o comprimento de onda de interesse. Essa radiação é, então, dispersada pela amostra. Um detetor apropriado analisa a radiação espalhada pela amostra em função do ângulo α . Normalmente, o funcionamento do detetor se baseia no fenômeno de difração de Bragg pelos átomos de um sólido cristalino.

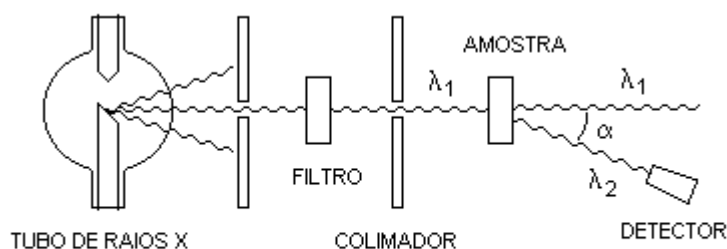


Fig.7

A difração de Bragg acontece com radiações cujos comprimentos de onda são menores ou da ordem de 10^{-10} m, isto é, da ordem de grandeza da distância de separação entre os átomos de um sólido cristalino. No espectro eletromagnético, os raios x têm comprimento de onda dessa ordem de grandeza e justamente por isso eles são usados nos experimentos de espalhamento Compton.

Estudando a dispersão dos raios x pela amostra, observamos que a radiação espalhada consiste de radiação com o comprimento de onda original e de radiação com comprimento de onda maior que o original. Observamos, ainda, que a diferença entre esses dois comprimentos de onda é tanto maior quanto maior é o ângulo de espalhamento α e que tal diferença é independente da substância da amostra.

III.6. Explicação do Efeito Compton na Teoria Eletromagnética Clássica

Segundo a Teoria Eletromagnética Clássica, a radiação eletromagnética é uma onda transversal, com um campo elétrico **E** e um campo magnético **B** variando harmonicamente, um perpendicular ao outro e ambos perpendiculares à direção de propagação.

A componente de campo elétrico da radiação eletromagnética, oscilando com a frequência da radiação, ao interagir com os elétrons livres da amostra, faz com que eles oscilem com a mesma frequência. Como qualquer partícula carregada em movimento acelerado emite radiação eletromagnética, estes elétrons oscilantes devem emitir radiação eletromagnética com a frequência do seu movimento, ou seja, com a mesma frequência da radiação incidente original, e isso independentemente do ângulo de dispersão. Contudo, na radiação espalhada pelo efeito Compton, observamos uma componente de comprimento de onda maior do que o comprimento de onda da radiação original, com a diferença entre esses comprimentos de onda dependendo do ângulo de espalhamento. Portanto, a teoria clássica não pode explicar as características do efeito Compton.

III.7. Explicação do Efeito Compton na Teoria Quântica

Assim como no caso do efeito fotoelétrico, as características do efeito Compton podem ser explicadas se considerarmos a radiação eletromagnética como um conjunto de partículas (os fótons), todas com a mesma quantidade de energia, que é dada pela expressão:

$$E = h\nu$$

em que ν é a frequência da radiação eletromagnética e h , a constante de Planck.

Desse modo, no efeito Compton, a interação da radiação eletromagnética com cada elétron livre da amostra se dá através de um processo elementar de colisão entre um fóton e um desses elétrons. Na colisão, o elétron absorve parte da energia do fóton e este, por conseguinte, passa a ter uma frequência menor e, portanto, um comprimento de onda maior.

Pela Teoria da Relatividade Especial de Einstein, a energia E , a quantidade de movimento $\mathbf{p}$ e a massa de repouso m de uma partícula livre, isto é, a massa da partícula livre medida no referencial inercial em que ela está em repouso, estão relacionadas pela expressão:

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4$$

Essa expressão é válida também para o fóton, se ele for considerado como sendo uma partícula com massa de repouso nula. Portanto, para o fóton, vale a relação:

$$E = pc$$

Nesse ponto é interessante observar que esta expressão é idêntica àquela prevista pela Teoria Eletromagnética Clássica em que E e $\mathbf{p}$ representam, respectivamente, a energia e a quantidade de movimento associadas à onda eletromagnética.

Para estudar o efeito Compton e explicar as suas características, vamos considerar o processo elementar de colisão de um fóton com um elétron livre, processo este que vamos descrever no referencial em que o elétron está inicialmente em repouso.

Nesse referencial, $\mathbf{p}_1$ é a quantidade de movimento do fóton incidente, isto é, do fóton antes da colisão, $\mathbf{p}_2$ é a quantidade de movimento do fóton espalhado, isto é,

do fóton depois da colisão, e $\mathbf{p}_e$ é a quantidade de movimento do elétron depois da colisão (Fig.8).

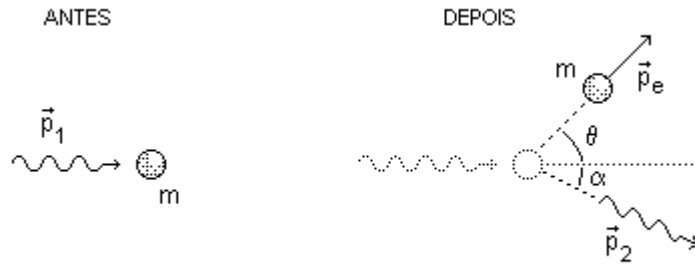


Fig.8

Pelo princípio de conservação da quantidade de movimento, temos:

$$\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_e = \mathbf{p}_1$$

Passando o termo $\mathbf{p}_2$ para o lado direito da igualdade e tomando o quadrado do resultado vem:

$$p_e^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos \alpha$$

Se m é a massa do elétron, o princípio de conservação da energia permite escrever:

$$p_1c + mc^2 = p_2c + \sqrt{p_e^2c^2 + m^2c^4}$$

Passando o termo p_2c para o lado esquerdo da igualdade e tomando o quadrado do resultado, temos:

$$p_1^2 + p_2^2 + 2p_1mc - 2p_1p_2 - 2mp_2c = p_e^2$$

Agora, substituindo o termo p_e^2 , que aparece nesta última expressão, pelo seu valor dado na expressão que obtivemos usando o princípio de conservação da quantidade de movimento, resulta:

$$p_1mc - p_1p_2 - p_2mc = -p_1p_2 \cos \alpha$$

Passando o termo $-p_1p_2$ para o lado direito da igualdade e dividindo o resultado por mcp_1p_2 , vem:

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{mc}(1 - \cos \alpha)$$

Finalmente, levando em conta que, para o fóton, são válidas as relações:

$$E = pc$$

$$E = h\nu$$

e

$$\lambda \nu = c$$

temos:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \alpha)$$

Esta expressão dá a diferença entre os comprimentos de onda dos fótons incidente e espalhado ou, o que dá no mesmo, a diferença entre os comprimentos de onda das radiações eletromagnéticas incidente e espalhada, em função do ângulo de espalhamento. Segundo esta expressão, a diferença entre os comprimentos de onda não depende do comprimento de onda da radiação incidente.

A grandeza h / mc é chamada de comprimento de onda Compton do elétron. Com os valores:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

e

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

obtemos o valor:

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Por outro lado, com os valores das constantes físicas dadas acima e levando em conta que

$$1 \text{ J} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$$

o cálculo da energia de um fóton com um comprimento de onda $\lambda \sim 10^{-10} \text{ m}$ resulta:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 1,24 \times 10^4 \text{ eV}$$

Esta energia é muito maior do que a energia de ligação dos elétrons de valência nos átomos formadores da amostra dispersora, que é de alguns elétrons-volt. Portanto, podemos afirmar que, nas condições do experimento com raios x, o efeito Compton é a variação do comprimento de onda da radiação eletromagnética dispersada por elétrons livres. É por isso, também, que a diferença $\lambda_2 - \lambda_1$ não depende de nenhuma característica da substância que compõe a amostra dispersora.

Exercício 1

Fótons com energia $E = 6,2 \text{ eV}$ incidem numa placa de tungstênio. Calcule o módulo da velocidade máxima dos elétrons arrancados sabendo que, para o tungstênio, a função trabalho vale $\phi = 4,5 \text{ eV}$.

Exercício 2

Discuta a possibilidade de um feixe de luz branca arrancar elétrons ao incidir sobre uma placa de tungstênio.

Exercício 3

Um estudante de Física, estudando, no laboratório, o efeito fotoelétrico em uma placa de lítio, montou a seguinte tabela.

λ (nm)	433,5	404,5	364,8	312,6	252,9
ΔV_0 (V)	0,54	0,71	1,08	1,68	2,54

em que λ é o comprimento de onda da radiação eletromagnética incidente e ΔV_0 é a diferença de potencial de corte. A partir desses dados, (a) descubra o valor da função trabalho do lítio e (b) estime o valor da constante de Planck.

Exercício 4

Um fóton com energia de 2×10^4 eV colide com um elétron livre em repouso num dado referencial. O fóton é dispersado segundo um ângulo de 45° com a direção inicial. Calcule (a) a energia do fóton dispersado e (b) os comprimentos de onda do fóton antes e depois da colisão.

Exercício 5

Considere o exercício anterior. (a) Calcule a energia do elétron depois da colisão com o fóton. (b) Determine a direção em que se move o elétron após a colisão.

CAPÍTULO IV

O ELÉTRON COMO PARTÍCULA

Os experimentos clássicos que permitiram determinar, com maior ou menor precisão, a carga do elétron, são importantes, em primeiro lugar, porque comprovam a quantização da carga elétrica, isto é, o fato de que a carga de qualquer corpo é um múltiplo inteiro de uma carga elementar e, em segundo lugar, porque comprovam que os elétrons são partículas, já que a propriedade de carga elétrica só pode ser atribuída a partículas.

IV.1. Primeiras Medidas da Carga do Elétron

As primeiras medidas do valor da carga do elétron foram feitas por Faraday, em 1832-1833, utilizando o fenômeno da eletrólise. Para compreender o fenômeno da eletrólise, vamos considerar uma solução de cloreto de sódio (NaCl) em água. Devido à dissociação das moléculas de cloreto de sódio, existem íons Na^+ e íons Cl^- livres, deslocando-se pela solução em direções aleatórias. Mergulhando, na solução, duas placas metálicas ligadas a um gerador de corrente contínua (Fig.1), por efeito do campo elétrico que existe entre as placas, os íons Cl^- passam a se movimentar em direção à placa positiva e os íons Na^+ , em direção à placa negativa.

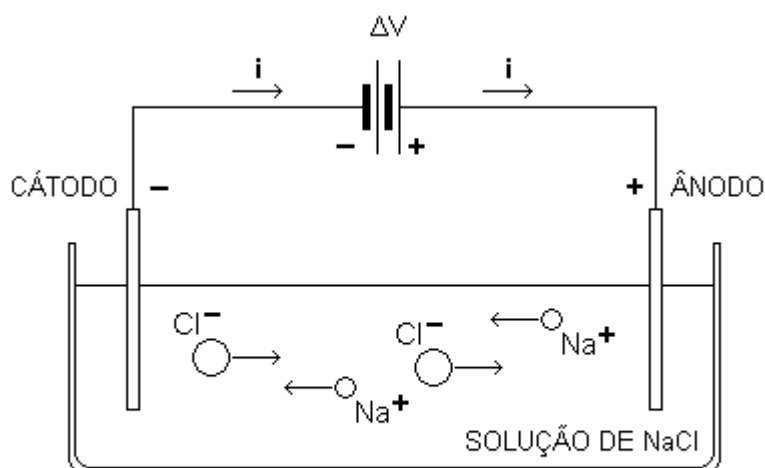


Fig.1

A solução condutora de eletricidade é chamada eletrólito. Soluções de ácidos, bases e sais em água são eletrólitos. As placas metálicas são chamadas eletrodos. O eletrodo positivo é chamado ânodo e o eletrodo negativo, cátodo. A existência de uma corrente elétrica em um eletrólito é o que chamamos de eletrólise.

Durante a eletrólise, ocorrem reações químicas no ânodo e no cátodo. Os íons negativos, ao atingirem o ânodo, cedem elétrons e se transformam em átomos neutros. Os íons positivos, ao atingirem o cátodo, recebem elétrons e também se transformam em átomos neutros. Por isso, passa a existir uma corrente elétrica através da solução e pelo circuito externo.

Com seus experimentos, Faraday estabeleceu o seguinte: na eletrólise, um equivalente químico de substância é liberada ou depositada em cada eletrodo para cada $9,649 \times 10^4$ C de carga que passa através da solução. Quando se trata de um elemento químico, um equivalente químico é a massa de um mol da substância dividida pela sua valência.

Na eletrólise do nitrato de prata (AgNO_3) com eletrodos de prata, íons Ag^+ se movimentam em direção ao cátodo e íons NO_3^- se movimentam em direção ao ânodo. No cátodo, os íons Ag^+ recebem elétrons, transformam-se em átomos neutros e se depositam nesse mesmo eletrodo. No ânodo, em vez dos íons NO_3^- cederem elétrons, o que acontece é que átomos de prata se ionizam e os correspondentes íons Ag^+ abandonam o eletrodo, entrando na solução. Desse modo, o número de íons Ag^+ e o número de íons NO_3^- permanecem constantes na solução.

Na eletrólise do nitrato de prata, para a quantidade de carga $9,649 \times 10^4$ C que passa através da solução, são depositados 107870 g de prata, exatamente a massa de um mol de átomos de prata. Portanto, durante a eletrólise do nitrato de prata, cada íon Ag^+ transporta, em média, a carga:

$$e = \frac{9,649 \times 10^4 \text{ C}}{6,022 \times 10^{23}} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Usamos, aqui, o valor $9,649 \times 10^4$ C para a quantidade de carga que deposita um equivalente químico da substância considerada e, para o número de Avogadro, usamos o valor $6,022 \times 10^{23}$. Esses são os valores aceitos atualmente até a terceira casa decimal e, por isso, o resultado para o módulo da carga do elétron deu também o valor aceito atualmente até a terceira casa decimal. O que importa, realmente, nesse experimento de Faraday, é que ele mostra que se for verdadeira a hipótese de que as substâncias simples são formadas de átomos, então deve ser também verdadeira a conclusão de que a carga elétrica é quantizada, isto é, a carga de qualquer corpo é um múltiplo inteiro de uma carga elementar.

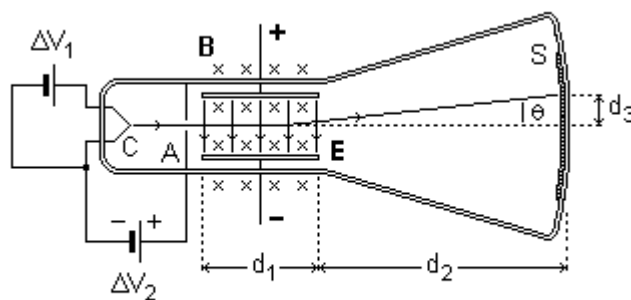


Fig.2

IV.2. Experimento de Thomson

Um tubo de raios catódicos é um tubo de vidro ou quartzo fechado, com eletrodos nas extremidades, contendo, no seu interior, um gás a baixa pressão. Com uma diferença de potencial de vários milhares de volts entre o eletrodo positivo (ânodo) e o eletrodo negativo (cátodo), acontece uma descarga elétrica através do gás.

O experimento de Thomson, realizado com um tubo de raios catódicos (Fig.2), permite medir a razão carga/massa do elétron. Do filamento C, mantido à alta temperatura pela corrente gerada com a diferença de potencial ΔV_1 , são emitidos elétrons (emissão termoiônica). Esses elétrons são acelerados desde o filamento C até a placa colimadora A pela diferença de potencial ΔV_2 . Passando pela placa colimadora, os elétrons entram numa região de campo elétrico **E** e magnético **B**, perpendiculares entre si e à trajetória inicial dos elétrons. Daí vão ao anteparo fluorescente S, onde produzem pontos luminosos visíveis. Para que os elétrons não sejam desviados dessa trajetória por colisões com as moléculas de ar no interior da ampola, esta é mantida em alto vácuo.

Num referencial fixo no tubo, o campo elétrico **E** tende a desviar os elétrons, cuja carga é negativa, para cima, com uma força de módulo eE . O campo magnético **B** tende a desviar os elétrons para baixo, com uma força de módulo evB , em que e é o módulo da carga dos elétrons e v o módulo da sua velocidade. Para uma dada velocidade dos elétrons, os valores de E e B podem ser ajustados de modo que

$$eE = evB$$

isto é, com a força elétrica sobre os elétrons balanceando a força magnética. Dessa forma, os elétrons se deslocam em linha reta com velocidade horizontal de módulo v , desde a sua fonte C até o anteparo S, onde produzem um ponto luminoso. Assim, o módulo da velocidade horizontal dos elétrons pode ser determinado a partir dos valores conhecidos de E e B :

$$v = \frac{E}{B}$$

Thomson observou, originalmente, a posição do ponto luminoso no anteparo fluorescente com **E** e **B** nulos. Então, com um campo elétrico **E** uniforme, fixo e não nulo, observou a nova posição do ponto luminoso no anteparo e mediu a deflexão d_3 resultante. Finalmente, ajustou a intensidade do campo magnético **B** para que o ponto luminoso voltasse à sua posição original, com o que pode determinar o módulo da velocidade horizontal.

A força peso dos elétrons pode ser desprezada. Na região do campo elétrico **E** uniforme, fixo e não nulo, sobre os elétrons atua apenas a força elétrica, que é vertical, está dirigida de baixo para cima e tem módulo eE constante. O movimento dos elétrons nessa região é um movimento bidimensional, composto de um MRU horizontal e um MRUV vertical. A tangente trigonométrica do ângulo θ de deflexão pode ser calculada por:

$$\text{tg } \theta = \frac{d_3}{d_2} = \frac{v_y}{v}$$

em que v_y representa o módulo da componente vertical da velocidade dos elétrons, componente essa que eles adquirem ao passar pela região de campo elétrico. Como o movimento horizontal dos elétrons é um MRU, o tempo que eles levam para percorrer a distância d_1 é:

$$t = \frac{d_1}{v}$$

O movimento vertical dos elétrons é um MRUV com aceleração de módulo constante:

$$a = \frac{eE}{m}$$

em que m representa a massa. Durante o tempo t , esses elétrons adquirem uma velocidade vertical de módulo:

$$v_y = at = \left(\frac{eE}{m}\right)\left(\frac{d_1}{v}\right) = \frac{eEd_1}{mv}$$

Então, desta expressão e da expressão para o ângulo de deflexão, temos:

$$\frac{e}{m} = \frac{d_3 v^2}{d_1 d_2 E}$$

Assim, com os valores ajustados de E e B , Thomson determinou v . Medindo d_1 , d_2 e d_3 e usando os valores de E e v , ele determinou a razão carga/massa do elétron.

O desvio do ponto luminoso no anteparo fluorescente, quando o campo elétrico passa de $E = 0$ para $E \neq 0$, só pode ser explicado se os raios catódicos têm carga elétrica (negativa). Portanto, como a carga elétrica só pode ser atribuída a partículas, o experimento de Thomson mostra que os elétrons são partículas.

IV.3. Experimento de Millikan e Fletcher

O experimento de Millikan e Fletcher consiste, basicamente, em observar o movimento de uma gotícula de óleo numa região de campo elétrico para determinar o valor da carga elétrica elementar.

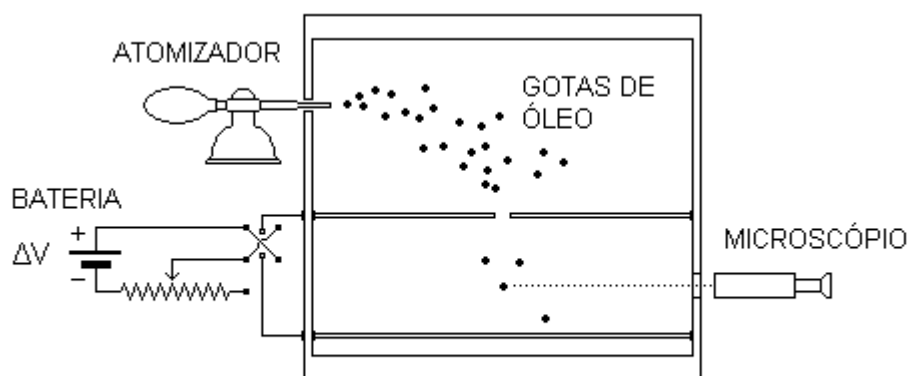


Fig.3

O aparato experimental consiste de um par de placas paralelas, que formam um capacitor, encerradas num recipiente de vidro para evitar correntes de ar, e de um atomizador, para produzir gotículas de óleo (Fig.3). O atomizador deixa as gotículas eletricamente carregadas. Uma dessas gotículas entra na região entre as placas por

um orifício na placa superior e passa a se mover nessa região. Com uma iluminação intensa e um microscópio de pequena ampliação, podemos observar o movimento da gotícula num referencial fixo no aparato. O movimento é determinado, primeiro, na ausência de campo elétrico e depois, com um campo elétrico conhecido entre as placas.

Na ausência de campo elétrico, a gotícula fica sob a ação de três forças: a força peso, a força de resistência do ar e a força de empuxo. Os módulos dessas forças podem ser escritos, respectivamente:

$$P = mg = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g$$

$$F = 6\pi \eta v R$$

e

$$F_e = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{ar} g$$

Nestas expressões, R é o raio da gotícula, ρ é a sua densidade, g é o módulo da aceleração gravitacional, η é o coeficiente de viscosidade do ar, v é o módulo da velocidade da gotícula e ρ_{ar} é a densidade do ar.

A partir do instante em que a gotícula, em seu movimento de descida, passa a se mover com velocidade terminal constante, de módulo v_T , a resultante das forças que atuam sobre ela é zero e podemos escrever:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho g = 6\pi \eta v_T R + \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{ar} g$$

e daí:

$$R = \left(\frac{9\eta v_T}{2(\rho - \rho_{ar})g} \right)^{1/2}$$

Como todas as grandezas do lado direito dessa expressão são conhecidas ou podem ser determinadas, podemos calcular o raio da gotícula. O módulo da velocidade terminal, v_T , é determinado com o auxílio do microscópio, medindo o intervalo de tempo que a gotícula leva para percorrer uma distância conhecida.

Com uma pequena diferença de potencial ΔV_1 entre as placas, de modo que se estabelece um campo elétrico de baixo para cima, com módulo E_1 , a gotícula, com carga q_1 , fica sob a ação de mais uma força, a força elétrica, de módulo:

$$F_{E1} = q_1 E_1$$

Escolhendo a diferença de potencial ΔV_1 de modo que a gotícula se move para cima, a partir do instante em que ela, em seu movimento de subida, passa a se mover com velocidade terminal constante, de módulo v_1 , a resultante das forças que atuam sobre ela é zero e podemos escrever:

$$q_1 E_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g + 6\pi \eta v_1 R - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{ar} g$$

Como conhecemos E_1 e como todas as grandezas do lado direito também são conhecidas ou podem ser determinadas, esta expressão permite calcular a carga q_1 da gotícula.

A carga da gotícula é, então, mudada pela ionização do ar entre as placas com raios-x ou com a radiação proveniente de uma amostra radioativa. Alguns íons produzidos dessa maneira se ligam à gotícula, de modo que a sua carga muda de q_1 para q_2 . Como as massas dos íons provenientes do ar, que se ligam à gotícula, são muito pequenas comparadas com a massa da gotícula, esta permanece praticamente a mesma. Agora que a gotícula tem carga q_2 , para que ela possa atingir uma velocidade terminal constante de módulo v_2 , a diferença de potencial deve ser mudada de ΔV_1 para ΔV_2 , de modo que o módulo do campo elétrico entre as placas passa de E_1 para E_2 . Dessa forma, vale para a gotícula uma expressão análoga à anterior:

$$q_2 E_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g + 6 \pi \eta v_2 R - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{\text{ar}} g$$

A nova carga q_2 da gotícula pode ser calculada, então, da mesma forma que antes.

Esse procedimento é repetido muitas vezes para a mesma gotícula de óleo, de modo que obtemos um grande número de valores para suas diferentes cargas. A menos dos respectivos sinais, todos esses valores são múltiplos inteiros de uma carga elementar, que podemos atribuir ao elétron.

Exercício

A razão carga/massa de uma partícula pode ser determinada por um dispositivo chamado espectrômetro de massa. Descreva o funcionamento desse dispositivo.

CAPÍTULO V O ELÉTRON COMO ONDA

Em 1924, de Broglie sugeriu a hipótese de que os elétrons poderiam apresentar propriedades ondulatórias além das suas propriedades corpusculares já bem conhecidas. Esta hipótese se justificava por uma questão de simetria, já que a radiação eletromagnética apresentava, em certos fenômenos, propriedades ondulatórias e, em outros fenômenos, propriedades corpusculares. Se a hipótese de de Broglie fosse verdadeira, experimentos de interferência e difração poderiam ser realizados com elétrons. Em 1927, Davisson e Germer mostraram experimentalmente que a intensidade de um feixe de elétrons espalhados apresentava o padrão de máximos e mínimos típico do fenômeno da difração.

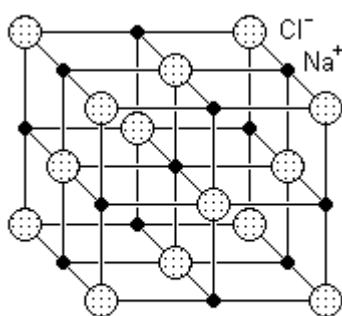


Fig.1

V.1. Difração de Bragg

Numa rede cristalina, os átomos estão regularmente espaçados a distâncias da ordem de 10^{-10} m (Fig.1). Esses átomos podem servir de centros espalhadores para raios x e raios γ , que são radiações eletromagnéticas com comprimentos de onda da mesma ordem de grandeza dessas distâncias.

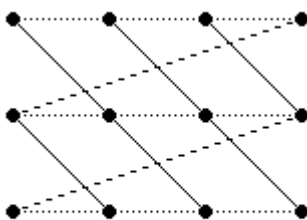


Fig.2

Quando um cristal é atravessado por raios x ou raios γ , os raios espalhados têm um padrão de intensidade que depende da interferência das ondas espalhadas em cada átomo do cristal e de um fator característico dos átomos. Num cristal formado por vários tipos de átomos, cada tipo contribui diferentemente para o espalhamento.

Para concretizar a discussão, vamos considerar um cristal cúbico formado por átomos de um único tipo e com um átomo em cada vértice da estrutura cristalina (Fig.2). Nesta figura, representamos a interseção do cristal com o plano da página. Os átomos da estrutura cristalina definem uma série de conjuntos de planos paralelos igualmente espaçados. Na Fig.2, representamos apenas três conjuntos de planos.

Agora, consideremos uma onda plana, de comprimento de onda λ , incidente sobre um conjunto de planos paralelos separados de uma distância d (Fig.3). Nesta figura, representamos os raios incidentes R1 e R2, associados à onda plana em questão, os planos AA' e BB', pertencentes ao conjunto de planos considerados, e o ângulo θ entre cada raio da onda plana e cada plano do conjunto considerado.

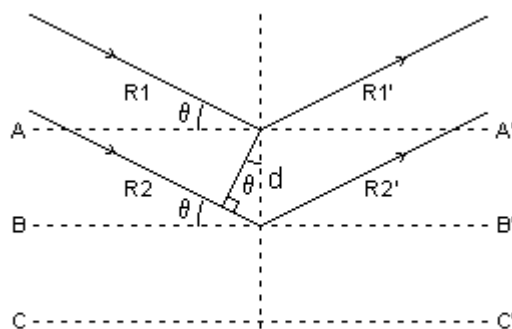


Fig.3

As ondas espalhadas interferem construtivamente, produzindo um máximo de intensidade na direção dos raios difratados R1' e R2', desde que sua diferença de percurso seja igual a um número inteiro de comprimentos de onda:

$$2d \sin \theta = n \lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Esta é a expressão matemática da lei de Bragg. Os valores de n estão limitados pela condição $\sin \theta \leq 1$.

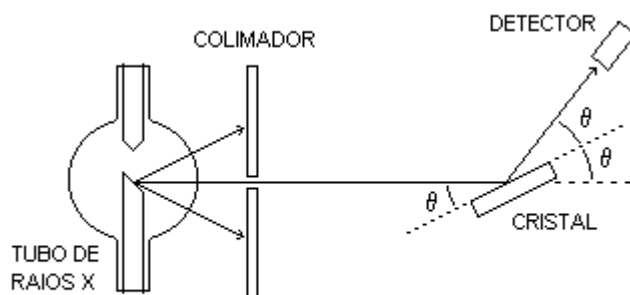


Fig.4

Embora o argumento tenha sido levado a cabo com os planos AA' e BB', todos os outros planos do conjunto de planos paralelos considerado também contribuem, dando lugar a um máximo muito intenso.

Para radiações com um dado comprimento de onda e para um dado conjunto de planos paralelos, isto é, para uma dada distância d , a variação do ângulo θ produz direções alternadas de máximos e mínimos de intensidade para a radiação espalhada, correspondentes, respectivamente, à interferência construtiva e à interferência destrutiva (Fig.4).

V.2. Experimento de Davisson e Germer

O experimento de Davisson e Germer mostra, para os elétrons, um comportamento típico de ondas. Nesse experimento, o filamento A, mantido a alta temperatura pela corrente gerada pela diferença de potencial ΔV_1 , emite elétrons (emissão termoiônica). Esses elétrons são acelerados desde o filamento A até a placa colimadora B pela diferença de potencial ΔV_2 (Fig.5). Passando pela placa colimadora, os elétrons, formando agora um feixe estreito, incidem sobre um cristal e são dispersados.

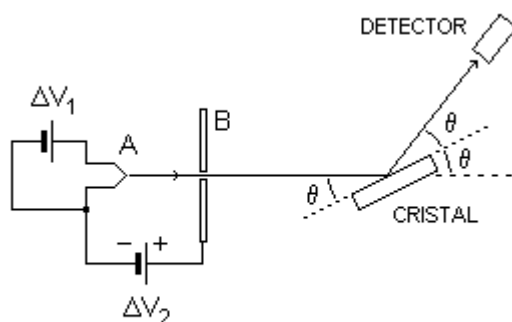


Fig.5

Um detector permite medir a intensidade do feixe de elétrons dispersados em função do ângulo $\phi = 2\theta$, para diferentes valores da diferença de potencial ΔV_2 , isto é, para diferentes energias dos elétrons incidentes no cristal.

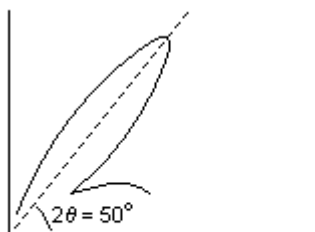


Fig.6

A Fig.6 representa um diagrama polar da distribuição da intensidade de um feixe de elétrons com energia de 60 eV, dispersado por um cristal de níquel. Pela figura, podemos observar que a intensidade do feixe de elétrons dispersados tem um máximo para $2\theta = 50^\circ$ ou $\theta = 25^\circ$.

A Fig.7 mostra os resultados de experimentos nos quais a intensidade foi medida para um dado ângulo θ , mas com valores diferentes para a diferença de potencial aceleradora. No eixo das abscissas, colocamos a raiz quadrada dessa diferença de potencial para que os máximos e mínimos de intensidade ficassem mais ou menos a mesma distância uns dos outros.

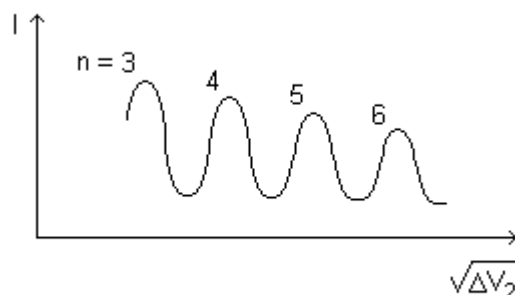


Fig.7

Os resultados apresentados nas duas figuras são típicos da distribuição de intensidades da dispersão de ondas. Máximos e mínimos de difração iguais a esses aparecem nos experimentos de Bragg, em que raios x e raios γ são espalhados pelos átomos que constituem um cristal.

No experimento de Davisson e Germer, os elétrons difratados são observados com a mesma geometria dos experimentos de difração de Bragg com raios x. Verificamos, então, que a corrente de elétrons registrada pelo detector é máxima toda vez que é satisfeita a condição de Bragg. Portanto, o experimento de Davisson e Germer mostra, para os elétrons, um comportamento típico das ondas.

V.3. Relações de de Broglie

Para os fótons, a frequência ν , a energia E , o comprimento de onda λ e o módulo da quantidade de movimento p têm as seguintes relações:

$$\nu = \frac{E}{h}$$

e

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

A segunda expressão vem da primeira porque, para os fótons, valem, também, as relações $E = pc$ e $\lambda\nu = c$.

Já que os elétrons, assim como os fótons, têm comportamento de onda e de partícula, é de se esperar que os elétrons, quando se comportam como ondas, tenham frequências e comprimentos de onda dados pelas mesmas expressões acima. Estas relações, quando aplicadas aos elétrons, chamam-se relações de de Broglie. Na verdade, aplicam-se a quaisquer corpos, quer sejam microscópicos, quer sejam macroscópicos. Mas, para corpos macroscópicos, o comprimento de onda de de Broglie está além de qualquer possibilidade de observação ou medida.

Por exemplo, para um corpo com massa de 1 kg, que se move com uma velocidade de módulo 1 m/s, temos:

$$\lambda = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{1 \text{ kg}(1 \text{ m/s})} = 6,63 \times 10^{-34} \text{ m}$$

Não é possível observar o comportamento ondulatório de tal corpo, por exemplo, por interferência ou difração, já que não existe qualquer abertura ou obstáculo dessa ordem de grandeza. Os núcleos atômicos, que são os menores obstáculos que poderiam ser usados, têm diâmetros da ordem de 10^{-15} m.

Exercício 1

Calcule o comprimento de onda dos elétrons usados no experimento de Davisson e Germer, sabendo que tinham uma energia de 54 eV.

Exercício 2

Compare o comprimento de onda de um fóton com energia de 10 MeV com o comprimento de onda de um elétron livre com energia cinética do mesmo valor.

Exercício 3

Um microscópio eletrônico opera com elétrons de 12 keV e pode resolver estruturas com dimensões típicas de pelo menos 15 vezes o comprimento de onda de de Broglie do elétron. (a) Calcule as dimensões típicas da menor estrutura que pode ser resolvida por esse microscópio eletrônico. (b) Identifique algumas estruturas com tais dimensões.

CAPÍTULO VI

DUALIDADE E COMPLEMENTARIDADE

O conceito de partícula e o conceito de onda provêm da intuição que os seres humanos desenvolveram ao longo do tempo, pela experiência cotidiana com o mundo dos fenômenos físicos em escala macroscópica. Segundo essa intuição, uma partícula se comporta como um projétil. Ela pode ser localizada num ponto do espaço, pode ser desviada e perde ou ganha energia, num certo ponto do espaço, pela colisão com outra partícula e não pode exibir qualquer efeito de interferência ou difração.

Uma onda se comporta como a perturbação periódica na superfície da água. O seu conteúdo energético está distribuído de modo contínuo no espaço e no tempo e ela não pode ser localizada num ponto do espaço. Uma onda pode ser difratada e, ao cruzar com outra onda, não é desviada, mas exibe efeitos da interferência.

A Física Clássica incorpora essa intuição humana, de modo que os conceitos de partícula e de onda são considerados como sendo mutuamente exclusivos. Em termos gerais, a estranheza dos conceitos quânticos, como a dualidade onda-partícula, deriva do fato de utilizarmos, na descrição dos fenômenos em escala microscópica, apesar de tudo, certo número de conceitos que se revelaram apropriados para a descrição dos fenômenos em escala macroscópica.

VI.1. Dualidade Onda-Partícula

Na Física Clássica, apenas o modelo ondulatório dá conta de descrever completamente os fenômenos de interferência, polarização, refração e difração, associados aos entes físicos que, nessa teoria, são chamados de ondas. Ainda na Física Clássica, apenas o modelo corpuscular dá conta de descrever completamente os fenômenos associados aos entes físicos que, nessa teoria, são chamados de partículas.

Na Física Quântica, os dois modelos são necessários para descrever completamente qualquer ente físico, embora não nas mesmas circunstâncias. É a isso que se refere a expressão dualidade onda-partícula. Por exemplo, nos fenômenos de interferência, polarização, refração e difração, a radiação eletromagnética deve ser descrita em termos de um modelo ondulatório. No efeito fotoelétrico e no efeito Compton, a radiação eletromagnética deve ser descrita em termos de um modelo corpuscular. No experimento de Thomson, os elétrons devem ser descritos em termos de um modelo corpuscular. No experimento de Davisson e Germer, os elétrons devem ser descritos em termos de um modelo ondulatório.

Aos sentidos humanos, os objetos macroscópicos se apresentam como se tivessem uma estrutura contínua. Na verdade, esses objetos são compostos de unidades básicas distintas, como prótons, nêutrons e elétrons, agrupadas de muitas maneiras diferentes. Por outro lado, como os objetos se apresentam, aos sentidos humanos, com dimensões, formas e posições bem definidas, existe a tendência de extrapolar tais propriedades inclusive às unidades básicas que constituem tais objetos. Os experimentos de Física Quântica não fundamentam essa extrapolação.

Atualmente, o termo partícula é aplicado a entes físicos que têm propriedades como massa e carga elétrica, que são usualmente atribuídas àquilo que, na Física Clássica, chamamos de partícula, e propriedades como comprimento de onda e frequência, que são usualmente atribuídas àquilo que, na Física Clássica, chamamos de onda.

Existem quatro interações fundamentais: gravitacional, eletromagnética, nuclear fraca e nuclear forte. A cada uma delas, está associada uma propriedade chamada fonte. A massa é a fonte da interação gravitacional. A carga elétrica é a fonte da interação eletromagnética. A carga de cor, característica dos quarks, é a fonte da interação nuclear forte. A carga fraca é a fonte da interação fraca. As leis fundamentais das interações são formuladas em termos de fontes pontuais e as forças entre dois ou mais corpos, sempre podem ser reduzidas a resultantes de forças entre pares de fontes. Por isso, quando uma partícula é detectada por algum tipo de interação, atua no sentido de ser localizada e deve, nesta circunstância, ser descrita em termos de um modelo corpuscular. Quando se desloca no espaço, uma partícula pode experimentar interferência e, ao passar através de fendas estreitas, pode experimentar difração. Nessas circunstâncias, ela deve ser descrita em termos de um modelo ondulatório.

VI.2. Princípio da Complementaridade

Segundo o princípio da complementaridade, o modelo ondulatório e o modelo corpuscular são complementares: se uma medida prova o caráter ondulatório de uma partícula, a mesma medida não pode provar seu caráter corpuscular, e vice-versa. A escolha do modelo a usar, se o modelo corpuscular ou o modelo ondulatório, é determinada pelo caráter da medida ou pelo tipo de experimento. Além disso, a compreensão da variedade de fenômenos em que toma parte uma dada partícula está incompleta, a menos que se leve em conta tanto o seu caráter ondulatório quanto o seu caráter corpuscular.

A ligação entre os modelos ondulatório e corpuscular é realizada por meio de uma interpretação probabilística da dualidade onda-partícula. A intensidade (I) de uma onda é definida como a energia que flui por unidade de tempo através de uma superfície de área unitária perpendicular à direção de propagação. Para uma onda eletromagnética, por exemplo, propagando-se na direção do eixo x , com os módulos dos campos elétrico e magnético dados por:

$$E = E_0 \cos[k(x - ct)]$$

e

$$B = B_0 \cos[k(x - ct)]$$

as densidades de energia associadas a esses campos são:

$$e_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

e

$$e_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Como as amplitudes E_0 e B_0 estão relacionadas pela expressão $E_0 = cB_0$ e o módulo da velocidade de propagação é dado por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

temos que:

$$e_B = e_E$$

Então, a densidade de energia total da onda eletromagnética pode ser escrita:

$$e = \varepsilon_0 E^2$$

e a sua intensidade fica:

$$I = ce = c\varepsilon_0 E^2$$

Assim, no modelo ondulatório, a intensidade da radiação eletromagnética é proporcional ao quadrado da amplitude **E** da onda. Aqui, bem entendido, **E** representa o vetor campo elétrico instantâneo, dado pela solução de uma equação de onda obtida das equações de Maxwell para o Eletromagnetismo Clássico.

No modelo corpuscular, a intensidade da radiação eletromagnética é dada pela expressão:

$$I = N h\nu$$

em que N representa o número de fótons, com energia $h\nu$, que cruzam, por unidade de tempo, uma superfície de área unitária perpendicular à direção de propagação.

A ligação entre o modelo ondulatório e o modelo corpuscular se dá pela interpretação de E^2 como uma medida do número de fótons por unidade de volume ou, em termos de um único fóton, como a probabilidade, por unidade de volume, de encontrar o fóton numa dada região do espaço num certo instante de tempo.

Isto que discutimos para os fótons e a radiação eletromagnética vale também para as outras partículas, como elétrons, prótons e nêutrons.

O princípio da complementaridade estabelece que os fenômenos atômicos não podem ser descritos com a completude exigida pela Dinâmica Clássica. Alguns elementos que se complementam para constituir uma descrição clássica completa são, realmente, mutuamente exclusivos. Esses elementos complementares são todos necessários para a descrição de todos os aspectos do fenômeno em questão.

O princípio da complementaridade assegura que o aparato físico disponível para o sujeito humano experimentador tem propriedades tais que não podem ser feitas medidas mais precisas do que aquilo que estabelece o princípio de incerteza de Heisenberg. E isso não pode ser imputado a deficiências do sujeito humano experimentador nem a deficiências do seu aparato físico de medida. É, antes, uma lei da Natureza.

VI.3. Princípio da Incerteza de Heisenberg

Na Física Clássica, está implícita a idéia de que qualquer grandeza de movimento de uma partícula pode ser medida e descrita de modo exato. Por exemplo, podemos medir simultaneamente a posição e a velocidade de uma partícula sem perturbar o seu movimento.

De acordo com a Física Quântica, o ato de medir perturba a partícula e modifica o seu movimento.

Para discutir esta última afirmação, vamos considerar a tarefa de determinar a coordenada x da posição de um elétron que se move ao longo do eixo Y . Para conseguir fazer isso, podemos observar se esse elétron passa ou não através de uma fenda de largura b (Fig.1).

Existe uma indeterminação Δx na medida da coordenada x da posição do elétron, que deve ser da ordem da largura da fenda:

$$\Delta x \approx b$$

O elétron, ao passar pela fenda, apresenta comportamento ondulatório e produz um padrão de máximos e mínimos associado à difração. Assim, o movimento do elétron é perturbado ao passar pela fenda, de modo que esta introduz uma indeterminação Δp_x na componente da quantidade de movimento do elétron ao longo do eixo X .

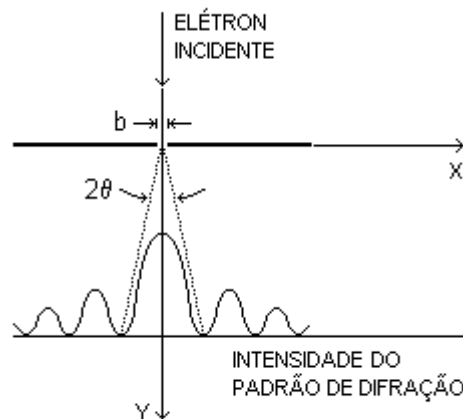


Fig.1

Esta indeterminação Δp_x está relacionada ao ângulo θ , correspondente ao máximo central do padrão de difração, já que é mais provável que a trajetória do elétron esteja contida dentro do ângulo 2θ .

Da Teoria Eletromagnética Clássica, sabemos que:

$$\text{sen } \theta = \frac{\lambda}{b}$$

e com a relação de de Broglie:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

segue-se que:

$$\Delta p_x \approx p_x = p \text{ sen } \theta = \left(\frac{h}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{b} \right) \approx \frac{h}{\Delta x}$$

ou

$$\Delta x \Delta p_x \approx h$$

Esta expressão mostra que o produto das incertezas Δx e Δp_x é da ordem de grandeza da constante de Planck. De qualquer modo, embora o valor da constante de Planck seja muito pequeno, ele não é zero. Além disso, a expressão acima mostra que, diminuindo uma das incertezas, a outra cresce na mesma proporção.

Assim, quando promovemos um estreitamento da fenda (diminuição de b) para diminuir a incerteza na medida da coordenada x da posição do elétron, ocorre um alargamento do máximo central do padrão de difração e, conseqüentemente, um aumento na incerteza da componente x da quantidade de movimento desse elétron.

Por outro lado, para diminuir a incerteza da componente x da quantidade de movimento do elétron, devemos diminuir a largura do máximo central do padrão de difração e isso se consegue aumentando a largura da fenda, o que leva ao aumento da incerteza na medida da coordenada x da posição do elétron.

Este fato constitui um exemplo particular de aplicação do princípio de incerteza de Heisenberg, cujo enunciado pode ser o seguinte: não podemos determinar simultaneamente, com precisão arbitrária, a posição e a quantidade de movimento de uma partícula.

Matematicamente:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

De acordo com a Mecânica Clássica, a perturbação introduzida num sistema qualquer, para medir a posição e a quantidade de movimento de cada partícula que o constitui, pode ser tão pequena quanto queiramos e, a partir daí, podemos determinar exatamente o movimento subsequente das partículas.

Segundo a Mecânica Quântica, é impossível tal descrição exata no caso de sistemas microscópicos, que envolvem pequenas distâncias e pequenas quantidades de movimento, já que, pelo princípio de incerteza, não podemos determinar simultaneamente, e com precisão arbitrária, a posição e a quantidade de movimento de cada partícula que constitui tais sistemas.

De modo análogo, se queremos medir a energia de uma partícula e determinar o instante em que ela tem essa energia, as respectivas indeterminações ΔE e Δt estão relacionadas pela expressão:

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$$

Nesse caso, o princípio de incerteza de Heisenberg pode ser enunciado como segue: não podemos determinar simultaneamente, com precisão arbitrária, a energia de uma partícula e o instante de tempo no qual ela tem essa energia.

Exercício 1

Considere um núcleo atômico de forma esférica, com $1,3 \times 10^{-14}$ m de diâmetro. (a) Calcule a energia mínima de um elétron confinado no interior desse núcleo. (b) Sabendo que a energia de ligação média de um próton ou de um nêutron nesse núcleo é de 8,2 MeV, discuta a possibilidade de encontrar um elétron no interior desse núcleo.

Exercício 2

Considere o tempo de vida de um elétron no estado com $n = 2$ no átomo de hidrogênio como sendo da ordem de 10^{-8} s. (a) Calcule a incerteza na energia desse estado. (b) Compare esta incerteza com a própria energia do estado.

CAPÍTULO VII

MODELO ATÔMICO DE BOHR

No final do século XIX, o elétron já estava estabelecido como partícula fundamental, principalmente depois que, em 1897, J. J. Thomson determinou a sua razão carga/massa. Sabia-se, então, que elétrons eram liberados por emissão termoiônica (de um metal a alta temperatura), no efeito fotoelétrico e no decaimento β de certos elementos radioativos. A partir desses fenômenos, era evidente que os elétrons podiam ser considerados como constituintes básicos dos átomos.

VII.1. Modelo de Thomson

O modelo atômico de J. J. Thomson, proposto em 1904, é constituído pelas hipóteses que se seguem.

1. O átomo é formado por um tipo de fluido, com uma distribuição esférica contínua de carga positiva, no qual os elétrons, com carga negativa, estão distribuídos uniformemente.
2. O número de elétrons é tal que a carga total do átomo é zero (Fig.1).
3. Existem configurações estáveis para os elétrons e eles têm um movimento oscilatório ao redor das correspondentes posições de equilíbrio num referencial fixo no átomo.
4. Os modos normais das oscilações dos elétrons têm as mesmas frequências que aquelas associadas às raias observadas nos espectros atômicos.

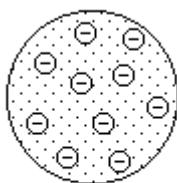


Fig.1

A terceira hipótese não pode ser verdadeira. De acordo com a Teoria Eletromagnética Clássica, não pode existir qualquer configuração estável num sistema de partículas carregadas, se a única interação entre elas é de caráter eletromagnético. Além disso, qualquer partícula com carga elétrica em movimento acelerado deve emitir radiação eletromagnética e como, no referencial considerado, o movimento dos elétrons é acelerado, o átomo deve perder energia continuamente e não pode ter estabilidade.

Quanto à quarta hipótese, não foi encontrada qualquer configuração para os elétrons de qualquer átomo cujos modos normais tivessem qualquer uma das frequências esperadas.

De qualquer modo, o modelo de Thomson foi abandonado principalmente devido aos resultados do experimento de Rutherford.

VII.2. Experimento de Rutherford

As partículas α são formadas por dois prótons e dois nêutrons e têm, portanto, carga positiva. Na época em que Thomson propôs seu modelo, Geiger e Marsden estudavam o espalhamento de feixes bem colimados de partículas α por folhas de ouro muito finas, pelo que hoje se conhece como o experimento de Rutherford (Fig.2).

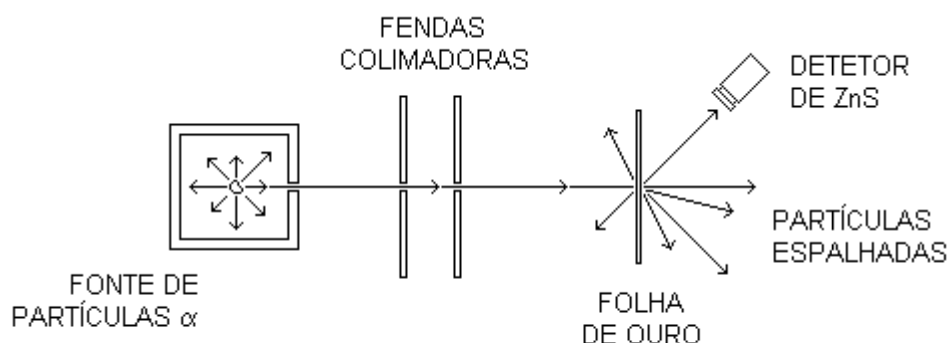


Fig.2

Uma fonte radioativa emite partículas α . As partículas α são colimadas, formando um feixe paralelo e estreito. Esse feixe incide sobre uma folha de ouro com espessura muito pequena. O uso do ouro é devido à sua grande maleabilidade, o que permite dar, à folha, a espessura desejada.

A folha é tão pouco espessa que as partículas α a atravessam completamente com apenas uma pequena diminuição no módulo da velocidade. Ao atravessar a folha, entretanto, cada partícula α se desvia muitas vezes da sua trajetória, devido à sua interação eletrostática com as partículas com cargas positivas e negativas dos átomos de ouro da folha.

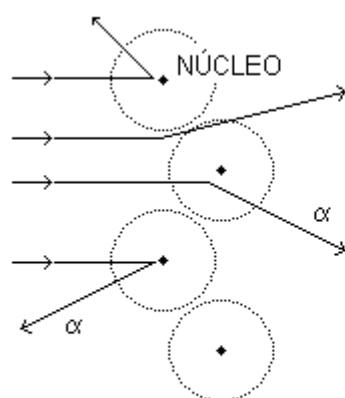
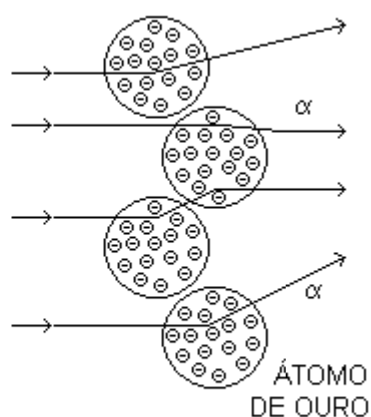


Fig.3(a)



(b)

As partículas espalhadas são detectadas por um microscópio com uma tela de sulfeto de zinco (ZnS). Essa tela cintila no local em que incide uma partícula α e o uso do microscópio permite identificar a cintilação de cada partícula α individualmente. Os resultados experimentais de Geiger e Marsden mostraram que o número de partículas

α desviadas com ângulos de 90° ou maiores (Fig.3(a)) era muito maior do que o esperado pelo modelo de Thomson (Fig.3(b)).

Em 1911, Rutherford mostrou que os dados de Geiger e Marsden eram consistentes com um modelo atômico em que a carga positiva do átomo se concentrava em uma pequena região, o núcleo atômico. Essa região deveria conter, além da carga positiva, praticamente toda a massa do átomo (Fig.3(a)). Nesse modelo, os elétrons deveriam girar ao redor do núcleo, onde estava fixado o referencial, como os planetas ao redor do Sol, só que sob o efeito da interação eletrostática e não gravitacional e governados pelas leis de Newton.

Desta forma, para o elétron em uma órbita circular estável, a força centrípeta deveria ser a força eletrostática. Em módulo:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e(Ze)}{R^2}$$

em que m representa a massa do elétron, v , o módulo da sua velocidade linear, R , o raio da sua órbita, Z , o número atômico e e , a carga do próton (ou o módulo da carga do elétron). Desta expressão, vem:

$$v^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mR}$$

Qualquer órbita para a qual essa equação fosse satisfeita deveria ser uma órbita estável.

Esse modelo encontrava, contudo, um sério obstáculo para ser aceito. De acordo com a Teoria Eletromagnética Clássica, uma partícula carregada em movimento acelerado deveria emitir radiação eletromagnética e, através dessa radiação, perder energia. Como resultado dessa perda de energia, um elétron em órbita ao redor de um núcleo perderia gradativamente sua energia e sua órbita não poderia ser estável, mas sim uma espiral que terminaria no núcleo. Além disso, durante seu movimento espiralado, que duraria no máximo 10^{-6} s, a velocidade angular do elétron cresceria continuamente e, com ela, cresceria, também, a frequência da radiação emitida.

VII.3. Modelo de Bohr Para Átomos com Um Elétron

O modelo de Bohr foi uma tentativa de aplicar as idéias de quantização de Planck e Einstein ao modelo nuclear de Rutherford. Para tanto, Bohr fixou o referencial no núcleo atômico e fez as hipóteses que se seguem.

1. O movimento do elétron ao redor do núcleo atômico é descrito pelas leis de Newton.

2. O elétron pode ocupar apenas certas órbitas especiais ao redor do núcleo. Estas órbitas especiais são determinadas impondo, como condição, que o momento angular do elétron ao redor do núcleo só pode ter valores que são múltiplos inteiros da constante de Planck dividida por 2π .

Matematicamente:

$$L = \left(\frac{h}{2\pi} \right) n \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

3. Essas órbitas especiais são órbitas estacionárias. Isto significa que, quando o elétron ocupa uma delas, ele não emite radiação eletromagnética. Os estados atômicos correspondentes são estados estacionários.

4. O átomo pode passar de um estado estacionário para outro por emissão ou absorção de radiação eletromagnética com frequência dada por:

$$\nu = \frac{|\Delta E|}{h}$$

em que $|\Delta E|$ é o módulo da diferença de energia entre os estados estacionários.

A primeira suposição não apresenta qualquer problema de aceitação e estipula, apesar das outras características estranhas do modelo, um comportamento newtoniano clássico usual para o elétron nas órbitas estacionárias. A segunda suposição não tem qualquer justificativa a não ser o sucesso do modelo. A terceira suposição aparece para evitar o dilema da emissão de radiação pelo elétron no seu movimento acelerado ao redor do núcleo. A quarta suposição é a mais estranha à Física Clássica porque não especifica o mecanismo de passagem do elétron de uma órbita estacionária para outra.

Raios das Órbitas

Considerando, como no modelo de Rutherford, que um átomo com um elétron é formado por um núcleo, com carga positiva Ze , em que Z representa o número atômico, e por um elétron, com carga $-e$, numa órbita circular ao redor desse núcleo, igualando o módulo da força centrípeta ao módulo da força eletrostática que atua sobre o elétron, temos:

$$v^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mR}$$

O módulo do momento angular de um elétron de massa m , numa órbita circular de raio R ao redor do núcleo, é dado por:

$$L = mvR$$

No modelo de Bohr, o módulo do momento angular do elétron numa órbita estacionária deve ter valores múltiplos inteiros de $h/2\pi$. Portanto, podemos escrever:

$$mv_n R_n = \left(\frac{h}{2\pi} \right) n \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

em que R_n é o raio da órbita correspondente ao inteiro n , chamado número quântico.

Com isso, podemos escrever:

$$v_n^2 = \left(\frac{h}{2\pi m R_n} \right)^2 n^2$$

Comparando as duas expressões para o quadrado da velocidade, temos:

$$R_n = \left(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m Z e^2} \right) n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

Segundo o modelo de Bohr, as únicas órbitas possíveis para o elétron que gira ao redor do núcleo são aquelas com raios dados por essa expressão. Cada inteiro n identifica uma particular órbita ou um estado estacionário do átomo.

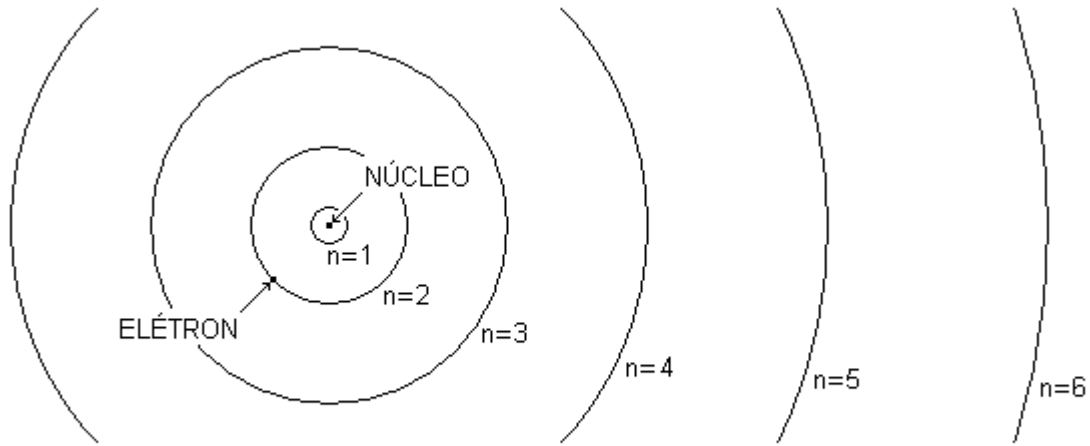


Fig.4

A Fig.4 representa, em escala, as seis órbitas mais próximas do núcleo para um átomo de um elétron segundo o modelo de Bohr.

Energias dos Estados Estacionários

Como o referencial está fixo no núcleo atômico, ele tem velocidade nula. Desse modo, a energia cinética do átomo é a energia cinética do elétron. A energia cinética do elétron que se move na órbita de ordem n é dada por:

$$K_n = \frac{1}{2} m v_n^2 = \frac{Z e^2}{8 \pi \epsilon_0 R_n}$$

Por outro lado, nesse contexto, é conveniente tomar a energia potencial atômica como sendo nula quando o elétron está a uma distância infinita do núcleo.

Assim, a energia potencial do átomo, quando o elétron está na órbita de ordem n , fica:

$$U_n = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_n}$$

Portanto, a energia total do átomo de um elétron, quando o elétron está na órbita de ordem n , num referencial fixo no núcleo, é:

$$E_n = K_n + U_n = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 R_n}$$

Agora, levando em conta a expressão demonstrada acima para R_n , temos:

$$E_n = -\left(\frac{mZ^2e^4}{8\epsilon_0^2h^2}\right) \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

VII.4. Diagrama de Níveis de Energia para o Átomo de Hidrogênio

O número atômico do o átomo de hidrogênio é $Z = 1$. Desse modo, com os valores numéricos:

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

e

$$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

obtemos:

$$a_0 \equiv R_1 \approx 5,31 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Este a_0 (ou R_1) é o raio da órbita mais próxima do núcleo e é chamado de raio de Bohr. É usual representar o raio de Bohr por a_0 . Com isso, podemos escrever a seguinte expressão, para os raios das órbitas associadas aos estados estacionários do átomo de hidrogênio:

$$R_n = R_1 n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

Além disso, com os valores numéricos dados acima para as constantes físicas e a relação:

$$1 \text{ J} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$$

podemos escrever:

$$E_1 \approx 13,54 \text{ eV}$$

de modo que as energias associadas aos estados estacionários do átomo de hidrogênio ficam dadas pela expressão:

$$E_n = -\frac{E_1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

No modelo de Bohr, sempre que um átomo passa de um estado estacionário para outro, ele emite ou absorve radiação eletromagnética com frequência:

$$\nu = \frac{|\Delta E|}{h}$$

em que $|\Delta E|$ representa o módulo da diferença $E_F - E_i$, entre a energia do átomo no estado final E_F e a energia do átomo no estado inicial E_i . Se $E_i > E_F$, um fóton com energia $h\nu$ é emitido pelo átomo. Se $E_i < E_F$, um fóton com a mesma energia é absorvido.

O diagrama de níveis de energia é uma ajuda importante para a compreensão dos processos de emissão e de absorção de energia pelo átomo. Para o átomo de hidrogênio, no modelo de Bohr, o diagrama de níveis de energia é mostrado na Fig.5.

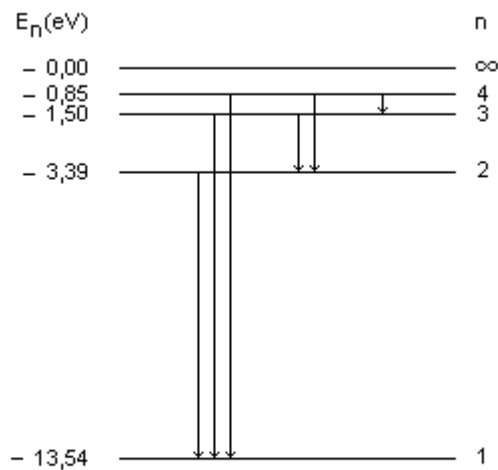


Fig.5

A dimensão vertical é usada para representar o valor da energia do estado estacionário. A cada estado estacionário, associamos uma linha horizontal. A separação entre duas linhas horizontais é proporcional a sua diferença de energia.

A energia potencial eletrostática do átomo é tomada como sendo nula quando a distância entre o elétron e o próton é infinita. Desse modo, os estados estacionários em que esse elétron e esse próton estão ligados com uma separação finita, constituindo um átomo de hidrogênio, têm energias negativas.

Como todos os estados estacionários do átomo de hidrogênio têm energias negativas, a linha superior do diagrama de níveis de energia representa o estado de

energia zero ($n = \infty$), correspondente ao próton e o elétron separados de uma distância infinita, ou seja, correspondente ao átomo ionizado.

A linha inferior representa o estado de menor energia, isto é, o estado no qual o elétron ocupa a primeira órbita de Bohr ($n = 1$, $E_1 = -13,54$ eV). Esse estado é chamado estado fundamental do átomo de hidrogênio.

Os estados estacionários correspondentes às energias E_2 , E_3 e E_4 também estão representados. Os outros (infinitos) estados estacionários, cujas energias são maiores que E_4 e menores que zero, não são mostrados.

Devido à forma desse diagrama, em que os estados estacionários são representados por linhas horizontais desenhadas em diferentes alturas conforme suas energias, isto é, em diferentes níveis horizontais, a expressão nível de energia se tornou sinônima da expressão energia de estado estacionário e também da expressão órbita estacionária.

Como níveis com n maiores têm maior energia, a transição de um estado de n maior para um estado de n menor vem acompanhada da emissão de um fóton, enquanto que a transição de um estado de n menor para um estado de n maior vem acompanhada da absorção de um fóton. É uma prática comum indicar as transições atômicas com flechas verticais no diagrama de níveis de energia, do nível inicial ao final.

VII.5. Experimento de Franck-Hertz

O modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, desenvolvido entre 1912 e 1913, explica os espectros de raios e descreve apropriadamente as séries espectrais do hidrogênio. Nesse modelo, Bohr introduziu a hipótese da existência de estados estacionários, isto é, a hipótese da quantização da energia dos átomos.

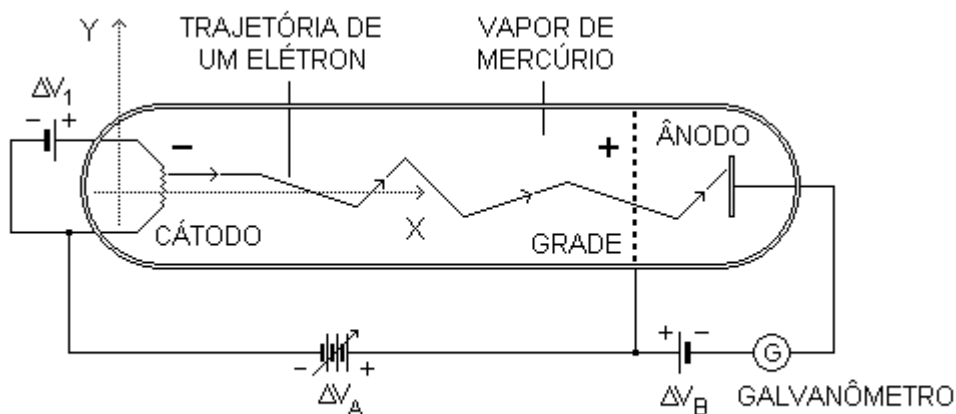


Fig.6

Em 1914, Franck e Hertz realizaram um experimento que comprovou a existência de estados estacionários, isto é, da quantização da energia dos átomos. Nesse experimento, uma ampola é preenchida com vapor de mercúrio. Numa das extremidades dessa ampola, é fixado um filamento (cátodo) e na outra, uma placa (ânodo). Entre o cátodo e o ânodo, nas proximidades deste último, é fixada uma grade (Fig.6). Todos esses elementos são metálicos.

A diferença de potencial ΔV_1 , estabelecida no filamento, gera, nesse elemento, uma corrente elétrica. Por efeito desta corrente, a temperatura do filamento aumenta e ele emite elétrons. Esse fenômeno em que elétrons são emitidos por filamentos a alta temperatura é chamado de emissão termoiônica.

Entre o cátodo e a grade é estabelecida uma diferença de potencial ΔV_A , de modo que existe um campo elétrico dirigido da grade para o cátodo. Os elétrons emitidos pelo cátodo são acelerados para a grade pela força de natureza elétrica que atua sobre eles.

Entre a grade e o ânodo é estabelecida uma pequena diferença de potencial ΔV_B , de modo que existe um campo elétrico dirigido da grade para o ânodo. Dessa forma, na região entre a grade e o ânodo, os elétrons provenientes do cátodo adquirem uma aceleração negativa (no referencial indicado) por efeito de uma força também de natureza elétrica.

No seu percurso entre o cátodo e o ânodo, os elétrons podem colidir com átomos de mercúrio.

No seu percurso entre o cátodo e a grade, a energia cinética dos elétrons aumenta. A quantidade de energia que os elétrons ganham, nesse percurso, é dada por $e\Delta V_A$, em que e representa o módulo da carga do elétron. No seu percurso entre a grade e o ânodo, a energia cinética dos elétrons diminui. A quantidade de energia que os elétrons perdem, nesse outro percurso, é dada por $e\Delta V_B$.

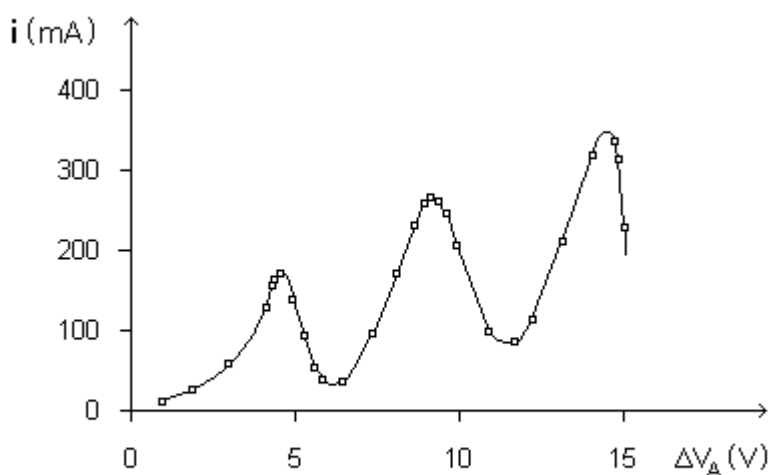


Fig.7

No experimento de Franck-Hertz, mantendo constante a diferença de potencial ΔV_B , variamos a diferença de potencial ΔV_A e medimos a corrente de elétrons i que chega ao ânodo. A Fig.7 mostra um resultado típico do experimento: a corrente no ânodo flutua, atingindo valores máximos e caindo abruptamente para certos valores de ΔV_A . Esse comportamento da corrente no ânodo pode ser explicado do seguinte modo.

À medida que ΔV_A cresce a partir do zero, cada vez mais elétrons emitidos pelo cátodo chegam à grade com energia suficiente para, depois, alcançar o ânodo, apesar da perda de energia devido à diferença de potencial ΔV_B entre a grade e o ânodo. Cada um desses elétrons pode colidir com um ou mais átomos de mercúrio durante o percurso entre o cátodo e o ânodo, mas as colisões são elásticas e a perda de energia, em cada colisão, é praticamente zero porque a velocidade de recuo do átomo

é muito pequena. Desse modo, a corrente no ânodo aumenta com o aumento do valor de ΔV_A .

Quando o valor de ΔV_A se aproxima de 4,9 volts, a corrente no ânodo, isto é, o número de elétrons que chega ao ânodo, diminui abruptamente. Os elétrons não chegam ao ânodo porque perdem sua energia em colisões inelásticas com os átomos de mercúrio nas proximidades da grade. Apenas quando o valor de ΔV_A se aproxima de 4,9 volts é que os elétrons passam a colidir inelasticamente com os átomos de mercúrio. Dessa forma, um átomo de mercúrio não pode absorver qualquer quantidade de energia em uma colisão com um elétron, mas apenas a quantidade de energia de 4,9 eV. Como isso, o átomo de mercúrio passa do estado fundamental para o primeiro estado excitado, que deve ter uma energia 4,9 eV maior do que a energia do estado fundamental.

Se o valor de ΔV_A continua aumentando, os elétrons colidem inelasticamente com os átomos de mercúrio cada vez mais longe da grade (e mais perto do cátodo), de modo que, depois da colisão, cada vez mais elétrons podem adquirir energia, no seu percurso até a grade, suficiente para chegar ao ânodo, apesar da perda de energia devido à diferença de potencial ΔV_B entre a grade e o ânodo. Assim, a corrente no ânodo volta a crescer depois da primeira queda abrupta.

Se o valor de ΔV_A se aproxima de 9,8 eV, os elétrons, que já colidiram inelasticamente uma vez, podem colidir inelasticamente uma segunda vez, esta nas proximidades da grade. Sem energia, eles não alcançam o ânodo e, mais uma vez, a corrente cai abruptamente. E assim por diante.

Como os átomos de mercúrio não podem absorver qualquer quantidade de energia, sua energia deve ser quantizada.

VII.6. Espectros Atômicos de Emissão e de Absorção

Um experimento típico para o registro do espectro atômico de emissão está esquematizado na Fig.8. A fonte de radiação eletromagnética consiste de uma ampola com um gás monoatômico rarefeito, através do qual se produz uma descarga elétrica.

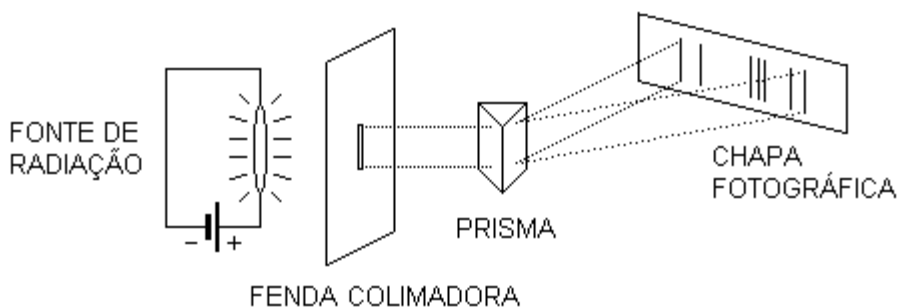


Fig.8

Os átomos do gás, que participam da descarga, absorvem energia ou em colisões mútuas ou em colisões com os elétrons que constituem a corrente elétrica. Desse modo, esses átomos passam do estado fundamental a um estado excitado.

Depois de um intervalo de tempo muito curto, esses átomos voltam ao seu estado fundamental emitindo radiação eletromagnética. Esta radiação é colimada por

uma fenda, atravessa um prisma em que as radiações monocromáticas são separadas para serem registradas numa chapa fotográfica.

O registro fotográfico consiste de um conjunto discreto de raias. Cada raia corresponde à imagem da fenda colimadora associada a uma particular radiação monocromática.

O conjunto de raias ou o conjunto das radiações eletromagnéticas monocromáticas emitidas e suas correspondentes intensidades são características do tipo de átomo que constitui o gás rarefeito através do qual se dá a descarga elétrica. Isso é o que chamamos de espectro de emissão desse tipo de átomo.

Podemos modificar o arranjo experimental representado na figura anterior colocando, como fonte de radiação eletromagnética, uma fonte de espectro contínuo, como um sólido incandescente e entre essa fonte e o prisma, colocamos uma ampola com o gás monoatômico que queremos estudar.

Nesse caso (Fig.9), a chapa fotográfica registra todas as radiações eletromagnéticas do espectro contínuo exceto aquelas que são absorvidas pelos átomos do gás monoatômico. No registro fotográfico, aparecem raias escuras nas posições em que deveriam incidir as radiações monocromáticas absorvidas.

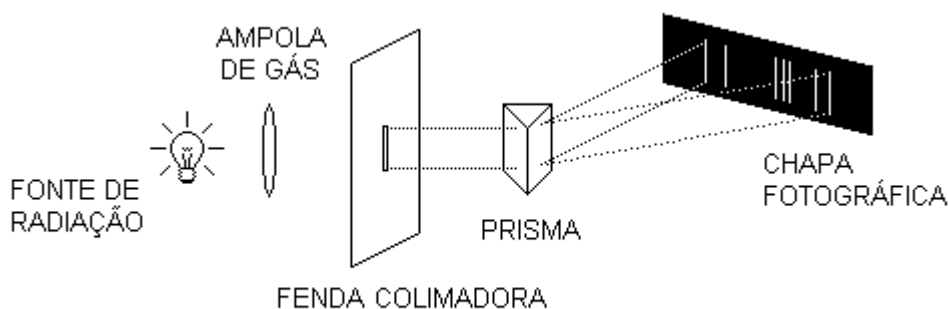


Fig.9

Esse conjunto discreto de raias escuras ou o conjunto das radiações monocromáticas que estão faltando no espectro contínuo original, porque foram absorvidas pelo gás monoatômico, é o que chamamos de espectro de absorção do tipo de átomo que constitui tal gás.

VII.7. Séries Espectroscópicas

Cada tipo de átomo tem um espectro que lhe é característico. Quanto mais complexo o átomo, mais complicado é o seu espectro. Os comprimentos de onda correspondentes às radiações eletromagnéticas monocromáticas, associadas às raias do espectro do hidrogênio, por exemplo, podem ser calculados pela expressão:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

em que n_1 e n_2 são números inteiros positivos, com $n_2 > n_1$, e R_H é a constante de Rydberg para o hidrogênio:

$$R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Se $n_1 = 1$ e $n_2 = 2, 3, 4, \dots$, as correspondentes raias constituem a série de Lyman. As radiações correspondentes estão situadas na parte violeta do espectro eletromagnético.

Se $n_1 = 2$ e $n_2 = 3, 4, 5, \dots$, as correspondentes raias constituem a série de Balmer. As radiações correspondentes estão situadas na parte visível e ultravioleta próximo do espectro eletromagnético.

A outros valores de n_1 correspondem outras séries de raias espectrais.

Os comprimentos de onda correspondentes às radiações eletromagnéticas monocromáticas, associadas às raias do espectro de qualquer outro tipo de átomo, podem ser calculados pela mesma expressão, desde que se tome o valor da constante de Rydberg apropriado ao tipo de átomo em questão.

O modelo atômico de Bohr explica a expressão acima. Segundo esse modelo, quando o elétron do átomo de hidrogênio passa do estado estacionário caracterizado pelo número quântico n_2 para o estado estacionário caracterizado pelo número quântico n_1 , com $n_2 > n_1$, existe a emissão de radiação eletromagnética cuja frequência é dada por:

$$\nu = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h}$$

Como $\lambda \nu = c$ e como, pelo modelo de Bohr:

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 R_n}$$

e

$$R_n = \left(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \right) n^2$$

temos:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{hc} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

A constante de Rydberg para o hidrogênio, portanto, é dada pela expressão:

$$R_H = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3}$$

Com os valores numéricos:

$$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

e

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

vem:

$$R_H = 1,09 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

confirmando o valor dado anteriormente (até a segunda casa decimal).

VII.8. Ondas Estacionárias no Átomo de Bohr

O modelo atômico de Bohr tem um sucesso relativo para átomos com apenas um elétron, como o átomo de hidrogênio, o átomo de hélio ($Z = 2$) uma vez ionizado, o átomo de lítio ($Z = 3$) duas vezes ionizado, etc. Esse sucesso não se repete, porém, para átomos com dois ou mais elétrons. Apesar de alguns refinamentos introduzidos no modelo de Bohr, como órbitas elípticas e correções relativísticas, sua aplicabilidade permanece limitada. Contudo, a relação entre os níveis de energia de um átomo e as linhas do seu espectro tem significado real.

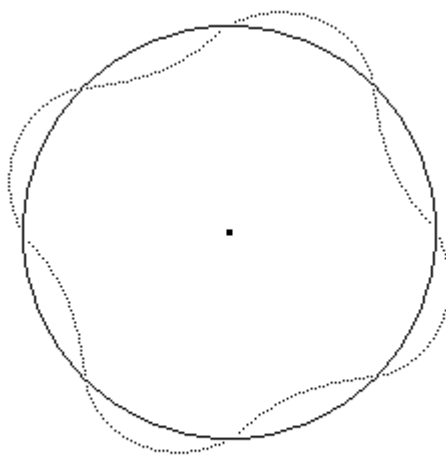


Fig.10

De qualquer modo, as hipóteses de Bohr parecem bastante arbitrárias, particularmente a segunda, que se refere à quantização do módulo do momentum angular do elétron. A arbitrariedade desta segunda hipótese pode ser removida, de certa maneira, se considerarmos as relações de de Broglie:

$$v = \frac{E}{h}$$

e

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

que são válidas para elétrons nos fenômenos em que eles se comportam como ondas. Assim, se um elétron se move numa órbita permitida ao redor do núcleo, a onda

associada deve ser uma onda estacionária e o comprimento da órbita deve ser igual a um número inteiro de comprimentos de onda (Fig.10). Matematicamente:

$$2\pi R_n = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

Substituindo o comprimento de onda λ dado pela segunda relação de de Broglie na expressão acima e levando em conta que $p = mv$, temos:

$$2\pi R_n = n \left(\frac{h}{mv_n} \right)$$

ou:

$$mv_n R_n = n \left(\frac{h}{2\pi} \right)$$

e como o módulo do momento angular do elétron nessa órbita é $L_n = mv_n R_n$, vem:

$$L_n = n \left(\frac{h}{2\pi} \right)$$

Esta é a expressão matemática da segunda hipótese de Bohr. Desse modo, esta hipótese parece estar associada, de alguma forma, ao caráter ondulatório do elétron.

VII.9. Princípio de Correspondência

O princípio de correspondência pode ser enunciado, de forma genérica, do seguinte modo: toda nova teoria, que pretendemos seja mais geral do que a teoria que vem sendo aceita, tem que se converter, necessariamente, nela, nas condições em que ela foi construída e comprovada pelos experimentos.

No caso específico da Teoria Quântica, o princípio de correspondência impõe que as suas previsões para o comportamento de qualquer sistema físico devem corresponder às previsões da Teoria Clássica no limite em que os números quânticos que especificam o estado do sistema se tornam muito grandes.

O princípio de correspondência foi introduzido em 1923, por Bohr, para poder inferir algumas propriedades dos sistemas atômicos, especialmente as intensidades das linhas espectrais, a partir das propriedades dos sistemas macroscópicos clássicos.

Para ilustrar o princípio de correspondência, vamos considerar o modelo de Bohr. Segundo esse modelo, a energia de um átomo com um elétron é quantizada conforme a expressão:

$$E_n = - \left(\frac{mZ^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \right) \frac{1}{n^2}$$

com $n = 1, 2, 3, \dots \infty$. A partir dessa expressão, podemos escrever:

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{E_{n+1} - E_n}{E_n} = -\frac{2n-1}{(n+1)^2}$$

e para n muito grande:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta E_n}{E_n} = 0$$

Em palavras: a diferença de energia entre dois níveis de energia adjacentes é desprezível quando comparada à energia de qualquer desses níveis, no limite em que o número quântico n é muito grande. Em outras palavras, para n muito grande, os valores permitidos para a energia do átomo, segundo o modelo de Bohr, estão distribuídos de modo praticamente contínuo, como esperado classicamente.

Por outro lado, de acordo com o modelo de Bohr, os raios das órbitas possíveis para o elétron ao redor do núcleo de átomos com um elétron são dados por:

$$R_n = \left(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m Z e^2} \right) n^2$$

Então:

$$\frac{\Delta R_n}{R_n} = \frac{R_{n+1} - R_n}{R_n} = \frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2} = \frac{2n+1}{n^2}$$

e para n muito grande:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta R_n}{R_n} = 0$$

Em palavras: a diferença de comprimento entre os raios de duas órbitas adjacentes é desprezível quando comparada ao raio de qualquer uma dessas órbitas, no limite em que o número quântico n é muito grande. Em outras palavras, para n muito grande, os valores permitidos para os raios das órbitas atômicas, segundo o modelo de Bohr, estão distribuídos de modo praticamente contínuo, como esperado classicamente.

Exercício 1

Um átomo de hidrogênio, inicialmente no seu estado fundamental, é ionizado pela absorção de um fóton com energia de 15 eV. Calcule a energia cinética do elétron que pertencia a esse átomo num referencial fixo no núcleo.

Exercício 2

Um estudante de Física diz que uma amostra de hidrogênio a alta temperatura emite fótons com as seguintes energias: $E_1 = 16,93$ eV, $E_2 = 10,15$ eV, $E_3 = 3,39$ eV e $E_4 = 0,65$ eV. Discuta essa afirmativa.

Exercício 3

Considere um átomo de hidrogênio e um átomo de hélio uma vez ionizado, isto é, que perdeu um elétron. (a) Calcule o raio da órbita mais próxima do núcleo para esses dois átomos. (b) Calcule as correspondentes energias.

Exercício 4

Num laboratório da UFSM, o experimento de Franck-Hertz foi reproduzido substituindo o vapor de mercúrio por vapor de hidrogênio atômico. Discuta para que valores de ΔV_A a corrente no ânodo diminui abruptamente.

CAPÍTULO VIII

ALÉM DO MODELO DE BOHR

Como consequência do princípio de incerteza de Heisenberg, o conceito de órbita não pode ser mantido numa descrição quântica do átomo. O que podemos calcular é apenas a probabilidade de encontrar um ou outro elétron numa dada região do espaço nas vizinhanças de um núcleo atômico. Da mesma forma, o conceito de estados estacionários, com energias bem definidas, não pode ser mantido.

VIII.1. Não Podemos Falar em Órbitas Eletrônicas

Na Física Clássica está implícita a idéia de que qualquer grandeza de movimento de uma partícula ou de um corpo extenso pode ser medida e descrita de modo exato. Por exemplo, podemos usar uma máquina fotográfica e tirar duas fotos de uma bola de bilhar num intervalo de tempo bem pequeno e, a partir daí, determinar a sua posição e a sua velocidade instantânea num referencial fixo na mesa. Ao tirar a primeira foto, não perturbamos o movimento da bola de bilhar, de modo que a segunda foto deve mostrar a bola de bilhar na posição que ela deveria estar mesmo que a primeira foto não tivesse sido tirada. Em outras palavras, podemos medir simultaneamente a posição e a velocidade instantânea da bola de bilhar sem perturbar o seu movimento.

Por outro lado, quando lidamos com sistemas microscópicos, isso já não pode ser conseguido. Para discutir essa afirmativa, vamos considerar o modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, no qual um elétron pode descrever certas órbitas ao redor do núcleo, ao qual está fixo o referencial. Para que o conceito de órbita tenha sentido em escala atômica, devemos ser capazes de determinar qualquer posição do elétron e a correspondente velocidade instantânea, como no caso da bola de bilhar.

Vamos pensar, então, que podemos fotografar um elétron em sua órbita ao redor do núcleo, no átomo de hidrogênio, para determinar sua posição e a correspondente velocidade instantânea.

Da Ótica, sabemos que, devido ao fenômeno da difração, dois pontos separados por uma distância D podem ser resolvidos, isto é, distinguidos um do outro, se a observação é levada a cabo com radiação eletromagnética de comprimento de onda menor ou da ordem de D :

$$\lambda \leq D$$

Para resolver o elétron e o núcleo do átomo de hidrogênio precisamos, então, fotografar o sistema com radiação eletromagnética de comprimento de onda menor ou da ordem do raio do átomo. De acordo com o modelo de Bohr, se o elétron está na órbita mais próxima do núcleo, a distância elétron-núcleo é:

$$R_1 \approx 5,31 \times 10^{-11} \text{ m}$$

de modo que a radiação eletromagnética deve ter um comprimento de onda:

$$\lambda \leq 5,31 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Por outro lado, a energia E , a frequência ν e o comprimento de onda λ da radiação eletromagnética estão relacionadas pelas expressões:

$$E = h\nu$$

e

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

de modo que:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

Assim, para resolver o elétron e o núcleo do átomo de hidrogênio precisamos fotografar o sistema com radiação eletromagnética de energia:

$$E \geq \frac{(4,14 \times 10^{-15} \text{ eV s})(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})}{5,31 \times 10^{-11} \text{ m}} = 2,34 \times 10^4 \text{ eV}$$

A energia de ligação do elétron no átomo de hidrogênio é de 13,54 eV. Em outras palavras, se o átomo absorve essa quantidade de energia, o elétron fica livre da atração do núcleo e não podemos mais falar em átomo. Então, embora a primeira foto permita determinar a posição do elétron, o fato de que isso implica em bombardear o sistema com radiação eletromagnética de energia $E \geq 2,34 \times 10^4 \text{ eV}$ faz com que a segunda foto encontre o elétron numa posição que não tem qualquer relação com a posição que ele teria se a primeira foto não tivesse sido tirada. Desse modo, não é possível determinar a velocidade instantânea do elétron, ou melhor, a velocidade determinada a partir da segunda foto não tem qualquer relação com a velocidade que o elétron teria se não fosse perturbado.

Quanto maior a precisão com que se quer determinar a posição do elétron, menor deve ser o comprimento de onda da radiação eletromagnética a ser empregada e maior a sua energia, de modo que será maior a perturbação na velocidade do elétron. Esse fato é um exemplo particular de aplicação da relação de incerteza de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Para que o conceito de órbita tenha sentido em escala atômica, devemos ser capazes de determinar qualquer posição do elétron e a correspondente velocidade instantânea. Como isso não é possível, não podemos estender o conceito de órbita a sistemas atômicos. Em lugar de órbitas, devemos falar em orbitais atômicos.

VIII.2. Largura dos Níveis de Energia

Suponhamos que queremos medir não apenas a energia de uma partícula, mas também a duração do intervalo de tempo que ela permanece com esta energia. A relação de incerteza de Heisenberg:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

em que ΔE e Δt são, respectivamente, as incertezas em energia e no intervalo de tempo, impõe uma revisão no conceito de estado estacionário.

Consideremos que um elétron passa da órbita 1, correspondente ao estado fundamental do átomo, para a órbita 2, correspondente ao primeiro estado excitado do átomo. O elétron permanece na órbita 2 certo intervalo de tempo e depois retorna à órbita 1. O intervalo médio de tempo durante o qual o elétron permanece na órbita 2, chamado de vida média do estado correspondente, não pode ser previsto. Na verdade, só podemos falar na probabilidade por unidade de tempo de que o elétron salte ao estado de menor energia. Desse modo, o intervalo de tempo médio durante o qual o elétron permanece no estado excitado, que é inversamente proporcional à dita probabilidade, só pode ser conhecido com certa imprecisão Δt . Assim, a grandeza ΔE , dada por:

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t}$$

pode ser considerada como a imprecisão com que podemos determinar o valor da energia do estado excitado em questão. A grandeza ΔE é chamada de largura de energia do estado considerado. Medidas da energia do estado excitado dão, com maior probabilidade, valores entre $E - \frac{1}{2} \Delta E$ e $E + \frac{1}{2} \Delta E$.

De modo geral, uma boa estimativa para o valor máximo de Δt é supor que ele seja da ordem de τ , a vida média do estado:

$$\Delta t \sim \tau$$

Desse modo, quanto maior a vida média de um estado, menor é a correspondente largura de energia.

A vida média do estado fundamental é infinita porque um átomo, nesse estado, não pode realizar uma transição para um estado de energia menor. Assim, para o estado fundamental, $\Delta E = 0$. Em palavras: a energia do estado fundamental pode ser determinada exatamente.

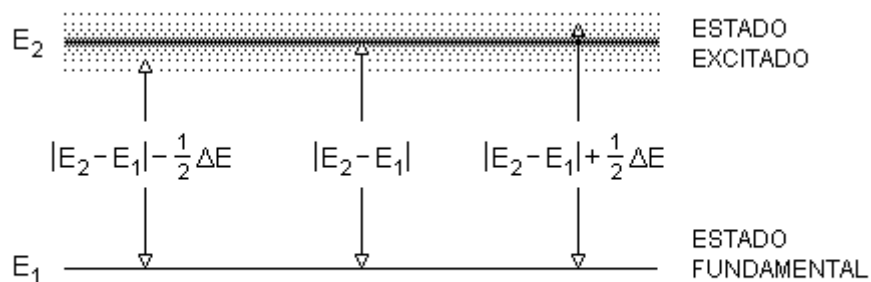


Fig.1

Qualquer outro estado deve ter uma largura de energia diferente de zero. Por isso, a energia emitida numa transição radiativa não é bem definida. Numa transição entre os estados de energia E_1 e E_2 , os fótons emitidos ou absorvidos têm energia entre $|E_2 - E_1| - \frac{1}{2} \Delta E$ e $|E_2 - E_1| + \frac{1}{2} \Delta E$, em que ΔE é a largura de energia total dos dois estados (Fig.1).

Para dar uma idéia da ordem de grandeza de ΔE , consideremos o primeiro estado excitado do átomo de mercúrio, cuja vida média é da ordem de 10^{-8} s. Então:

$$\Delta E \sim \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{6,59 \times 10^{-16} \text{ eV s}}{2(10^{-8} \text{ s})} = 3,29 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

A energia do primeiro estado excitado do mercúrio é de 4,86 eV. Portanto, ΔE é cerca de 10^{-8} vezes menor do que E.

VIII.3. Modelo Quântico para Átomos com Um Elétron

O modelo atômico de Bohr tem sérias limitações. Não há justificativa para o postulado dos estados estacionários e para o postulado de quantização do momento angular. O modelo não prevê a intensidade das raias espectrais e não pode ser estendido para átomos com mais de um elétron. Essas dificuldades são resolvidas pela Mecânica Quântica.

Na formulação de Schrödinger da Mecânica Quântica, as informações que se pode obter de um dado sistema estão contidas numa função matemática chamada função de onda. Para encontrar a função de onda que descreve certo sistema, temos que resolver uma equação diferencial conhecida como Equação de Schrödinger. Não vamos, aqui, resolver a equação de Schrödinger para átomos com um elétron, mas informaremos os principais resultados.

Cada estado estacionário de um átomo com um elétron é caracterizado por quatro números quânticos: n , ℓ , m e m_s .

O número quântico n , chamado de número quântico principal, está associado à probabilidade de encontrar o elétron a certa distância do núcleo. As energias permitidas para um dado átomo com um elétron são dadas por uma expressão idêntica àquela obtida no modelo de Bohr:

$$E_n = - \left(\frac{mZ^2e^4}{8\epsilon_0^2h^2} \right) \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots \infty)$$

Dizemos que o número quântico n define a camada eletrônica em que se encontra o elétron: $n = 1$, primeira camada, $n = 2$, segunda camada, $n = 3$, terceira camada e assim por diante.

O número quântico ℓ , chamado de número quântico orbital, está associado ao módulo L do momento angular orbital do elétron pela relação:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

Os valores possíveis para esse número quântico são:

$$\ell = 0, 1, 2, \dots n-1$$

O número quântico m , chamado de número quântico magnético, está relacionado à componente do momento angular orbital do elétron ao longo de um dado eixo do referencial. Sem perda de generalidade, podemos estabelecer que esse eixo é o eixo Z . Sendo assim, temos:

$$L_z = m \hbar$$

Os valores possíveis para esse número quântico são:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm \ell$$

A energia do átomo, o módulo do momento angular orbital do elétron e a componente ao longo do eixo Z do momento angular orbital do elétron são grandezas quantizadas.

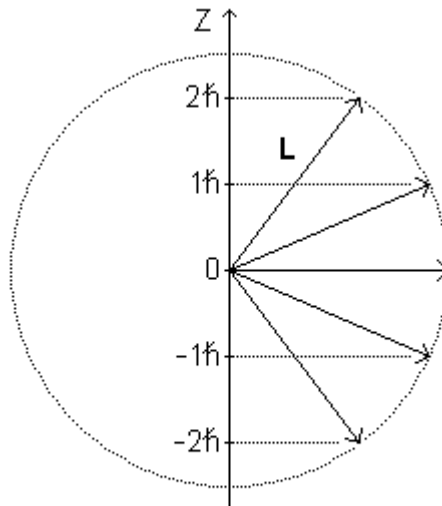


Fig.2

Devido à quantização da componente ao longo do eixo Z do momento angular orbital do elétron, apenas certos valores são permitidos para o ângulo entre o momento angular orbital do elétron e o eixo Z. Por isso, dizemos que existe quantização espacial. Por exemplo (Fig.2), para $\ell = 2$, temos:

$$L = \sqrt{6} \hbar$$

e

$$L_z = -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar$$

O elétron, ligado ou não a um átomo, tem um momento angular intrínseco **S**, também chamado de spin. O número quântico m_s , chamado de número quântico de spin, está associado à componente do spin do elétron ao longo do eixo Z. Assim:

$$S_z = m_s \hbar$$

Os valores possíveis para esse número quântico são:

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

e dizemos que o elétron tem spin “para cima” quando $m_s = \frac{1}{2}$ e spin “para baixo” quando $m_s = -\frac{1}{2}$.

VIII.4. Orbitais Atômicos

Como vimos, o conceito de órbita não pode ser mantido numa descrição quântica do átomo. O que podemos calcular é apenas a distribuição de probabilidade de encontrar o elétron no espaço ao redor do núcleo atômico. Essa distribuição de probabilidade depende dos números quânticos n , ℓ e m e dizemos que esses números definem os orbitais atômicos. Vamos discutir, como exemplo, alguns orbitais do átomo de hidrogênio.

Orbital 1s

Para a primeira camada eletrônica, $n = 1$. Assim, devemos ter: $\ell = 0$, $m = 0$. Esta camada só tem um orbital, o orbital 1s. O orbital 1s tem simetria esférica.

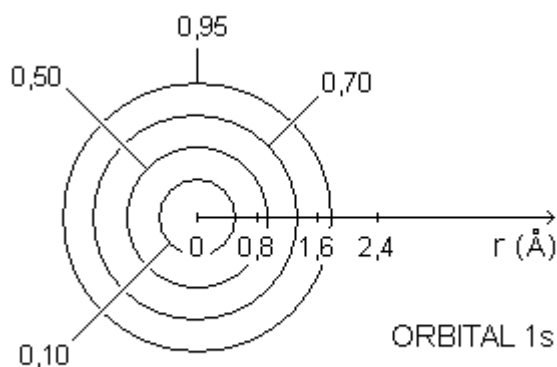


Fig.3

A Fig.3 mostra as curvas que representam superfícies esféricas de mesma probabilidade e os números representam a probabilidade de encontrar o elétron dentro da região limitada pela respectiva superfície esférica.

Orbital é a região do espaço ao redor do núcleo atômico dentro da qual a probabilidade de encontrar o elétron é de 90% (ou de 95%, dependendo do autor).

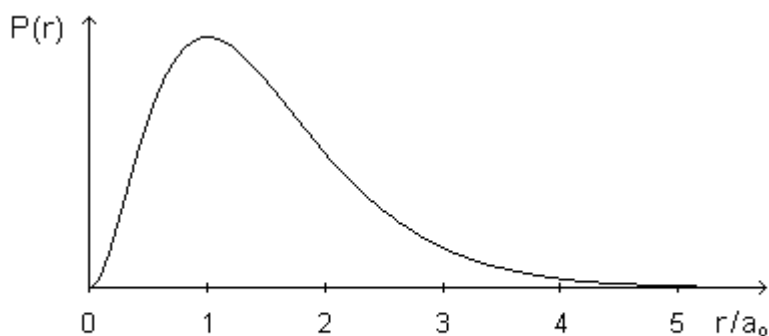


Fig.4

O orbital s tem simetria esférica, isto é, a probabilidade de encontrar o elétron em um elemento de volume qualquer só depende da distância entre esse elemento de volume e o núcleo atômico. Por isso, podemos imaginar o espaço como formado de

muitas e muitas cascas esféricas contíguas, de espessura muito pequena, centradas no núcleo atômico. Existe uma probabilidade diferente de encontrar o elétron em cada uma dessas cascas. O cociente dessa probabilidade pela espessura da casca é a densidade de probabilidade radial, representada por $P(r)$. A Fig.4 mostra $P(r)$ em função de r/a_0 . Aqui, a_0 é o raio de Bohr, isto é, o raio da órbita mais próxima do núcleo no modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio. Pela figura, podemos ver que, à medida que a distância ao núcleo cresce, a probabilidade de encontrar o elétron dentro de uma casca esférica cresce até um valor máximo e depois diminui até zero. A casca esférica associada à máxima probabilidade de encontrar o elétron está a uma distância do núcleo igual ao raio de Bohr. Por outro lado, dentro das cascas esféricas cujas distâncias ao núcleo são maiores do que 4 raios de Bohr, a probabilidade de encontrar o elétron é desprezível.

Orbitais 2s e 2p

Para a segunda camada eletrônica, $n = 2$. Assim, devemos ter: $\ell = 0$ e 1 . Para $\ell = 0$ devemos ter $m = 0$ e para $\ell = 1$ devemos ter $m = 0$ e ± 1 . Essa camada tem quatro orbitais: 2s, $2p_{-1}$, $2p_0$ e $2p_{+1}$.

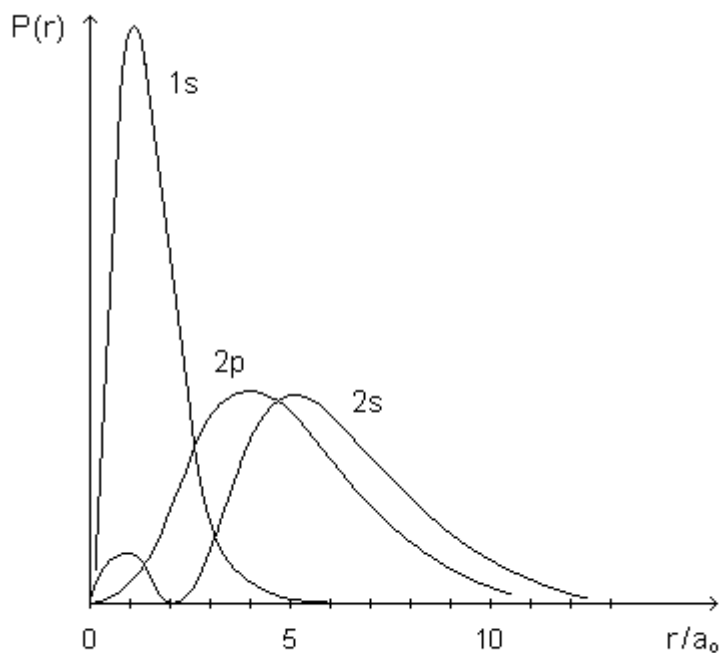


Fig.5

O orbital 2s, como qualquer orbital s, tem simetria esférica. Contudo, agora, a densidade de probabilidade radial tem a forma mostrada na Fig.5. A densidade de probabilidade radial para o orbital 1s foi incluída na figura para comparação. Para o orbital 2s, $P(r)$ tem um máximo local para $r = a_0$ e o máximo principal para $r \approx 5a_0$.

A Fig.5 mostra também a densidade de probabilidade radial para os orbitais 2p. Para esses orbitais, $P(r)$ alcança seu valor máximo para $r = 4a_0$. Esse valor corresponde ao raio da segunda órbita do átomo de hidrogênio no modelo de Bohr.

Orbitais com $\ell \neq 0$ não têm simetria esférica. As curvas que representam superfícies de mesma probabilidade para os orbitais 2p estão representadas na Fig.6.

ORBITAL 2p

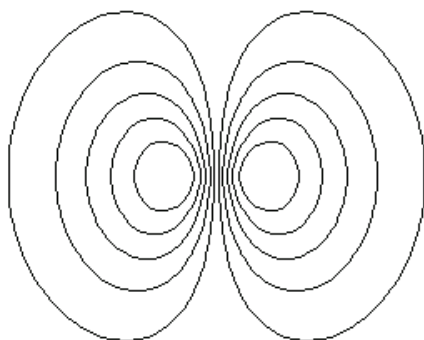


Fig.6

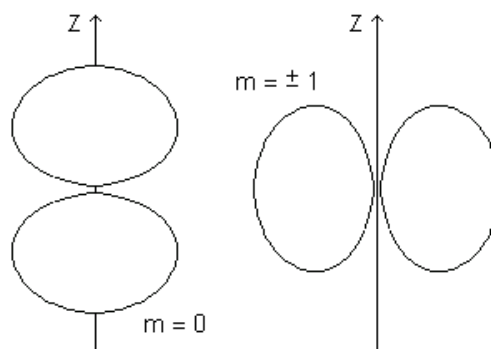


Fig.7

A Fig.7 mostra a orientação espacial dos orbitais $2p_{-1}$, $2p_0$ e $2p_{+1}$. A forma dos orbitais depende do número quântico ℓ . A orientação espacial dos orbitais depende do número quântico m .

Exercício 1

Um estudante, interessado em saber o que é um orbital atômico, buscou uma resposta na internet. Na página Yahoo! Respostas (acessada às 22h 12 min do dia 3 de Julho de 2010), ele encontrou o seguinte: orbitais atômicos são os caminhos nos quais os elétrons estão passando. Discuta essa resposta.

Exercício 2

Escreva os números quânticos de todos os estados do átomo de hidrogênio para os quais $n = 3$.

Exercício 3

Um átomo de hidrogênio está num estado em que $\ell = 4$. (a) Calcule o módulo do momento angular orbital do elétron. (b) Calcule os ângulos possíveis entre esse momento angular e o eixo Z.

CAPÍTULO IX SPIN

Observando as raia do espectro do hidrogênio com precisão aumentada, notamos que cada raia é formada por duas ou mais raia mais estreitas, muito juntas umas das outras. Esta estrutura de raia mais estreitas, presente no espectro do hidrogênio assim como no espectro dos demais átomos, é chamada de estrutura fina do espectro. Em 1925, Pauli sugeriu que o elétron deveria ter uma propriedade nova e, associado à essa propriedade, deveria ter um número quântico que só poderia ter dois valores. No mesmo ano, Goudsmit e Uhlenbeck sugeriram que essa propriedade poderia ser um momento angular intrínseco do elétron, atualmente chamado de spin. Os experimentos que permitem medir o momento angular orbital do elétron e o seu momento angular intrínseco (spin) o fazem indiretamente, aproveitando a relação do momento angular com o momento de dipolo magnético e a interação deste com um campo magnético externo.

IX.1. Momento de Dipolo Magnético

Sabemos, da Teoria Eletromagnética Clássica, que uma espira percorrida por uma corrente elétrica (convencional) gera um campo magnético com estrutura semelhante ao de um ímã (Fig.1).

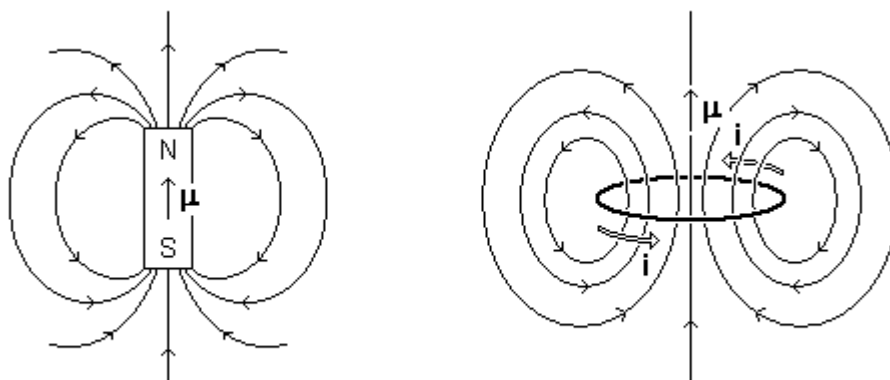


Fig.1

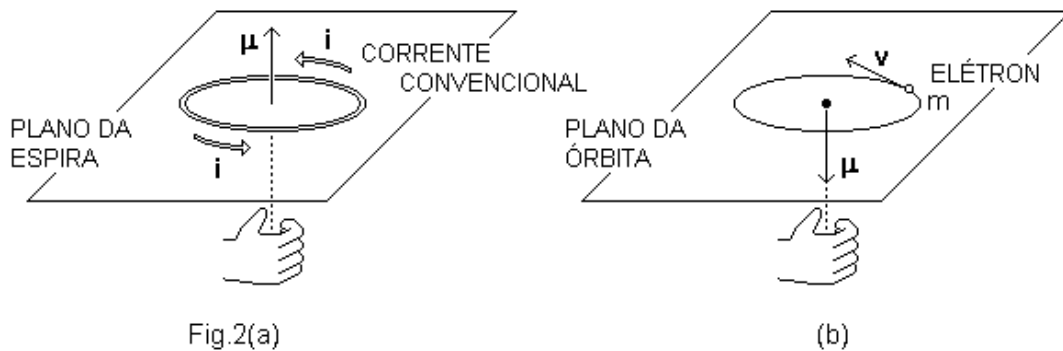
Dessa forma, também podemos associar à uma espira percorrida por uma corrente elétrica (convencional), um momento de dipolo magnético μ .

A direção do momento de dipolo magnético da espira é perpendicular ao plano da espira (Fig.2(a)). O sentido é dado pela regra da mão direita: com os dedos dessa mão colocados ao longo da espira e no mesmo sentido em que a corrente elétrica a percorre, o polegar indica o sentido do momento de dipolo magnético. O módulo desse vetor é dado por:

$$\mu = iA$$

em que i representa a corrente (convencional) e A representa a área plana limitada pela espira.

Por outro lado, de acordo com o modelo de Bohr, o elétron se move ao redor do núcleo, ao qual está fixo o referencial, numa órbita circular. Assim, podemos pensar no elétron em órbita como uma minúscula espira circular pela qual passa uma corrente. Além disso, como uma espira de corrente gera um campo magnético e por isso tem um momento de dipolo magnético, o elétron em órbita também gera um campo magnético e podemos associar a ele um momento de dipolo magnético orbital (Fig.2(b)).



Uma espira, percorrida por uma corrente elétrica (convencional), tem um momento de dipolo magnético com direção perpendicular ao plano da espira e sentido dado pela regra da mão direita. Devido à sua carga negativa, o momento de dipolo magnético orbital do elétron é perpendicular ao plano da órbita e tem sentido contrário àquele dado pela regra da mão direita.

IX.2. Partícula com Momento de Dipolo Magnético em Campo Magnético

Um corpo qualquer com um momento de dipolo magnético pode ser representado por uma pequena barra imantada. O momento de dipolo magnético μ é um vetor direcionado ao longo da barra, com sentido que vai do pólo sul ao pólo norte.

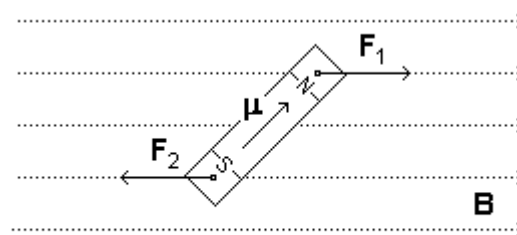
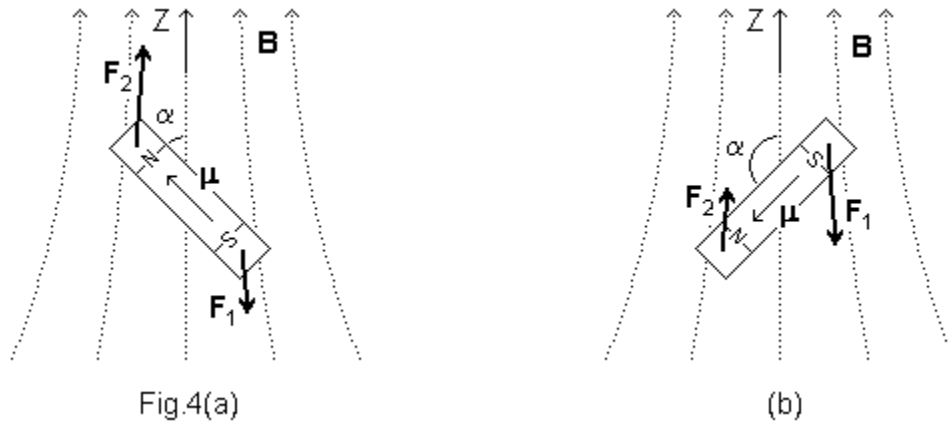


Fig.3

Se uma pequena barra imantada é colocada numa região em que existe um campo magnético uniforme, os pólos ficam sujeitos a forças de mesmo módulo, mesma direção (que é a direção do campo) e sentidos contrários (Fig.3). Desse modo, a força resultante que atua sobre a barra imantada é zero, independentemente da orientação da barra em relação ao campo magnético uniforme, isto é, independentemente da orientação do momento de dipolo magnético da barra imantada em relação ao campo magnético uniforme.

Por outro lado, se uma pequena barra imantada é colocada numa região em que existe um campo magnético não-uniforme, os pólos ficam sujeitos a forças de módulos diferentes, já que estão imersos em regiões onde o campo tem intensidade diferente. Assim, a força resultante que atua sobre a barra imantada não é zero. Na situação mostrada na Fig.4(a), a resultante das forças que atuam sobre a barra imantada aponta no mesmo sentido que o campo (e que o eixo Z). Na situação mostrada na Fig.4(b), a resultante das forças que atuam sobre a barra imantada aponta no sentido contrário ao do campo (e contrário ao do eixo Z).



Sendo assim, a resultante das forças que atuam sobre a barra imantada depende da orientação da barra em relação ao campo magnético, ou melhor, depende da orientação do momento de dipolo magnético da barra em relação ao campo magnético. Em outros termos, a força resultante sobre a barra imantada depende do ângulo α entre o momento de dipolo magnético μ da barra e o campo $\mathbf{B}$.

A energia potencial magnética armazenada no sistema formado pela barra imantada e pelo campo magnético não uniforme é dada pela expressão:

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu B \cos \alpha$$

O módulo e o sentido da componente da força resultante que atua sobre a barra imantada ao longo do eixo Z são dados pela expressão:

$$F_z = -\frac{\Delta U}{\Delta z}$$

de modo que:

$$F_z = \mu \frac{\Delta B}{\Delta z} \cos \alpha$$

Nas situações mostradas na Fig.4, a intensidade do campo magnético cresce com o aumento de z, de modo que:

$$\frac{\Delta B}{\Delta z} > 0$$

Com isso, e levando em conta que $\mu = |\mu| > 0$, temos que F_z tem o mesmo sinal que o fator $\cos \alpha$.

Portanto, se $\alpha < 90^\circ$, $F_z > 0$ e a componente da força resultante sobre a barra imantada ao longo do eixo Z aponta no mesmo sentido que o campo magnético, isto é, no mesmo sentido que o eixo Z.

Se $\alpha > 90^\circ$, $F_z < 0$ e a componente da força resultante sobre a barra imantada ao longo do eixo Z aponta em sentido contrário ao do campo magnético, isto é, em sentido contrário ao do eixo Z.

IX.3. Magnéton de Bohr

De acordo com o modelo de Bohr, o elétron se move numa órbita circular ao redor do núcleo, ao qual está fixado o referencial. Se T é o período de rotação do elétron, isto é, o tempo que ele demora para percorrer a circunferência de raio R que constitui a sua órbita ao redor do núcleo, podemos escrever, para o módulo da sua velocidade orbital:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Além disso, se m é a massa do elétron, então o módulo do seu momento angular orbital pode ser escrito:

$$L = mvR$$

Por outro lado, podemos pensar no elétron em seu movimento ao redor do núcleo como se fosse uma espira percorrida por uma corrente elétrica. Então, escrevendo $q = -e$ para a carga do elétron, essa corrente elétrica fica dada por:

$$i = \frac{q}{T} = -\frac{e}{T}$$

O módulo do vetor momento de dipolo magnético para uma espira percorrida por uma corrente i (convencional) é dado por:

$$\mu = iA$$

em que A representa a área plana limitada pela espira. Com esta expressão e com as expressões acima para v e L, podemos escrever a seguinte relação:

$$\mu = -\left(\frac{e}{2m}\right)L$$

e como o momento de dipolo magnético e o momento angular são grandezas vetoriais, devemos ter:

$$\boldsymbol{\mu} = -\left(\frac{e}{2m}\right)\mathbf{L}$$

Esta expressão é importante porque relaciona o momento angular orbital do elétron com o seu momento de dipolo magnético orbital (Fig.5).

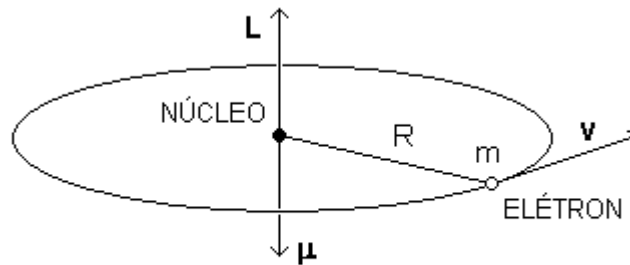


Fig.5

Além disso, dessa expressão podemos ver que, em escala atômica, é conveniente expressar o módulo do momento de dipolo magnético e o módulo do momento angular na seguinte unidade, chamada de magnéton de Bohr:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

Com os valores numéricos:

$$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

e

$$\hbar = 6,58 \times 10^{-16} \text{ eVs}$$

temos que:

$$\mu_B = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(6,58 \times 10^{-16} \text{ eVs})}{2(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})} = 5,78 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

O módulo do momento angular orbital do elétron é quantizado e é dado pela expressão:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

com $\ell = 0, 1, 2, \dots n - 1$. Desta forma, podemos escrever, para o módulo do momento de dipolo magnético orbital do elétron:

$$\mu = \left(\frac{e}{2m} \right) \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

ou:

$$\mu = \sqrt{\ell(\ell+1)} \mu_B$$

Por outro lado, a componente do momento angular orbital do elétron ao longo de um dado eixo do referencial (que pode ser o eixo Z) é dada por:

$$L_z = m \hbar$$

com $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm \ell$ e podemos escrever, para a componente Z do momento de dipolo magnético orbital:

$$\mu_z = -m\mu_B$$

Assim, a quantização do momento angular orbital leva à quantização do momento de dipolo magnético orbital.

IX.4. O Experimento de Stern-Gerlach

O experimento de Stern e Gerlach permite medir o momento de dipolo magnético dos átomos e verificar a quantização espacial. Esse experimento foi realizado, pela primeira vez, em 1922, por Stern e Gerlach, usando átomos de prata. Em 1927, o experimento foi realizado por Phipps e Taylor, usando átomos de hidrogênio. Nos dois casos, um feixe colimado de átomos, produzidos num forno apropriado, atravessa a região entre os pólos de um eletroímã e se deposita numa placa de vidro (Fig.6).

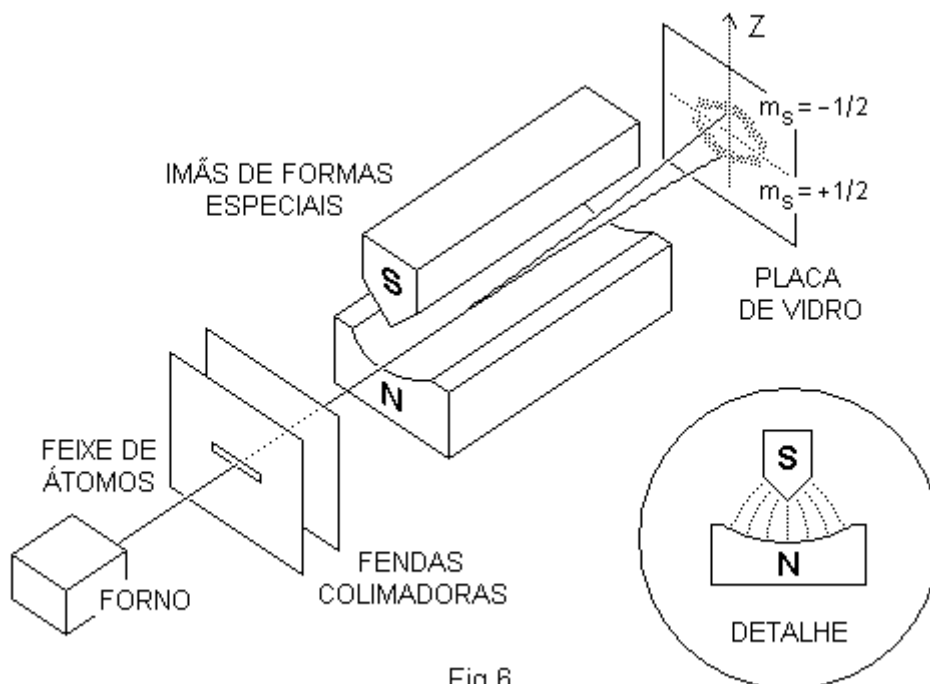


Fig.6

Se o experimento é realizado com o eletroímã desligado, os átomos não são desviados da sua trajetória original e se depositam na placa de vidro formando uma linha estreita. Se o experimento é realizado com o eletroímã ligado, o feixe original se divide em dois e os átomos se depositam na placa de vidro formando duas linhas estreitas, separadas e levemente curvadas.

Os átomos são neutros, de modo que a força de Lorentz não atua sobre eles. Contudo, os átomos têm momento de dipolo magnético. Portanto, atua, sobre cada átomo, uma força resultante originada da interação do campo magnético associado ao momento de dipolo do átomo com o campo magnético gerado pelo eletroímã.

No experimento de Stern-Gerlach, o eletroímã produz um campo magnético não-uniforme ao longo da direção do eixo Z (Fig.6, detalhe). Assim, sobre cada átomo atua uma força vertical cujo módulo é dado pela expressão:

$$F_z = \mu \frac{\Delta B}{\Delta Z} \cos \alpha$$

Caso a quantização espacial não existisse, os momentos de dipolo magnético dos átomos poderiam ter qualquer orientação em relação ao campo magnético não-uniforme, isto é, os valores assumidos pelo ângulo α deveriam ter uma distribuição contínua. Em consequência, os valores do fator $\cos \alpha$ e os valores de F_z também deveriam ter uma distribuição contínua, com valores positivos e negativos. Então, o feixe deveria ter um alargamento ao passar pelo eletroímã e os átomos depositados na placa de vidro deveriam formar uma única mancha contínua, estreita nas extremidades. No entanto, os átomos se depositam na placa de vidro formando duas linhas estreitas, separadas e levemente curvadas, indicando a existência da quantização espacial.

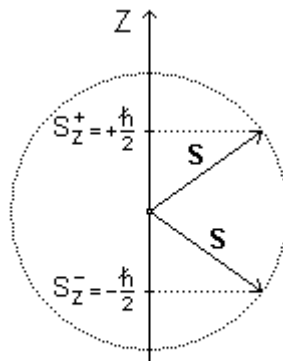


Fig.7

IX.5. Momento Magnético de Spin

Como já discutimos, estando ou não ligado a um átomo, o elétron tem um momento angular intrínseco $\mathbf{S}$, chamado de spin. Assim, como no caso do momento angular orbital, escrevemos, para o módulo do spin:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

e para sua componente ao longo do eixo Z:

$$S_z = m_s \hbar$$

em que $m_s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm s$. Como o experimento de Stern-Gerlach mostra (veja abaixo), o número quântico de spin m_s tem os valores:

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

de modo que $s = \frac{1}{2}$ e (Fig.7):

$$S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$$

e

$$S = \frac{\sqrt{3} \hbar}{2}$$

Por outro lado, vimos que o elétron, em seu movimento ao redor de um núcleo atômico, tem um momento angular orbital e que, por isso, ele tem também um momento de dipolo magnético orbital. Isso sugere que, devido ao seu momento angular intrínseco $\mathbf{S}$, o elétron tem também um momento de dipolo magnético intrínseco $\boldsymbol{\mu}_s$. Isto realmente é verdade. Uma grande quantidade de dados experimentais mostra que a componente ao longo do eixo Z do momento de dipolo magnético intrínseco do elétron é dada por:

$$\mu_{s,z} = -2m_s\mu_B$$

Para comparação, devemos lembrar que a componente Z do momento de dipolo magnético orbital do elétron é dada por:

$$\mu_z = -m\mu_B$$

Interpretação do Experimento de Stern-Gerlach

O experimento de Stern-Gerlach mede o momento angular total do átomo, isto é, a soma do momento angular orbital com o momento angular intrínseco (spin) do elétron. Para facilitar a discussão, vamos considerar o experimento feito com átomos de hidrogênio. O estado fundamental do átomo de hidrogênio é caracterizado pelos seguintes números quânticos: $n = 1$, $\ell = 0$ e $m = 0$. O módulo do momento angular orbital do elétron é dado por:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

de modo que, para $\ell = 0$ temos $L = 0$. Isto significa que o momento angular total do átomo de hidrogênio é devido apenas ao momento angular intrínseco do elétron, isto é, ao seu spin.

Como o feixe original de átomos de hidrogênio se dividiu em dois ao passar pela região de campo magnético não-homogêneo, o spin do elétron só pode ter duas componentes ao longo do campo (ou do eixo Z). Por esse motivo, escrevemos, mais acima, $S_z = m_s\hbar$ com $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

Exercício 1

Calcule o módulo do momento de dipolo magnético orbital do elétron no átomo de hidrogênio segundo o modelo de Bohr. Compare o resultado com a expressão:

$$\mu_z = -m\mu_B$$

com $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm \ell$ e discuta.

Exercício 2

Considere um átomo de hidrogênio no estado de mais baixa energia descrito pelo modelo de Bohr. Fixando o referencial no elétron, é o próton que se move numa órbita circular ao redor do elétron. Se o próton, em sua órbita, for considerado como uma espira de corrente, ele deve gerar um campo magnético no ponto em que se encontra o elétron. Calcule a energia potencial associada à interação desse campo magnético gerado pelo próton com o momento de dipolo magnético intrínseco do elétron.

Exercício 3

Considere que o experimento de Stern-Gerlach seja realizado com átomos de spin nulo, mas com número quântico orbital $\ell = 2$. Discuta a forma da figura formada pelos átomos depositados na placa de vidro.

CAPÍTULO X SÓLIDOS

Conforme as condições de temperatura e pressão, uma amostra de qualquer substância pode se apresentar no estado sólido, no estado líquido ou no estado gasoso.

No estado gasoso, a distância média de separação entre os átomos (ou moléculas) que formam a amostra é muito grande comparada aos seus diâmetros e a interação entre os átomos (ou moléculas) pode ser ignorada.

No estado líquido ou no estado sólido, a distância média de separação entre os átomos (ou moléculas) que formam a amostra é comparável aos seus diâmetros e a interação entre seus átomos (ou moléculas) não pode ser ignorada. Neste caso, a intensidade da interação entre os átomos (ou moléculas) da amostra é da mesma ordem de grandeza que a intensidade da interação que mantém unidos os átomos em moléculas isoladas.

Numa amostra de substância no estado sólido ou no estado líquido, os átomos (ou moléculas) podem ou não existir como entidades isoladas. De qualquer modo, as propriedades de um dado átomo (ou molécula) da amostra são modificadas pelos átomos (ou moléculas) da sua vizinhança. Assim, por exemplo, os níveis de energia dos elétrons mais exteriores de um dado átomo (ou molécula) são distorcidos pelos átomos (ou moléculas) da sua vizinhança.

X.1. Sólidos Cristalinos

Nos sólidos cristalinos (ou cristais), os átomos (ou moléculas) ocupam posições regularmente distribuídas no espaço, formando uma rede regular que chamamos de rede cristalina. A configuração regular pode alcançar distâncias muito grandes, inclusive macroscópicas.

Quando submetidas a condições normais de solidificação, todas as amostras metálicas, um grande número de materiais cerâmicos e alguns polímeros formam estruturas cristalinas. Existe um grande número de diferentes redes cristalinas, desde as mais simples, como aquelas exibidas pelos metais, até as muito complexas, como aquelas exibidas pelos materiais cerâmicos e pelos polímeros. As propriedades dos sólidos cristalinos dependem da estrutura cristalina subjacente, isto é, de como os átomos (ou moléculas) se distribuem no espaço para formar a rede cristalina.

Nos sólidos não cristalinos, isto é, nos sólidos amorfos, como em amostras de concreto, asfalto, vidro, cera e plástico, a configuração regular dos átomos (ou moléculas) prevalece apenas nas vizinhanças dos átomos (ou moléculas) individuais. Sobre distâncias maiores, prevalece a desordem. Por isso, podemos considerar tais sólidos como líquidos altamente viscosos.

Uma base para classificar os sólidos cristalinos é a natureza das forças que mantêm unidos os átomos (ou moléculas) no ordenamento da rede cristalina. A energia de coesão dos átomos (ou moléculas) num cristal depende das forças de ligação dominantes entre esses átomos (ou moléculas). O mesmo esquema de classificação que é apropriado para as ligações moleculares é também útil para os sólidos cristalinos. Entretanto, necessitamos aqui de uma nova categoria, que chamamos de ligação metálica. Assim, podemos classificar os sólidos cristalinos em sólidos iônicos, sólidos covalentes, sólidos moleculares e sólidos metálicos.

Sólidos Cristalinos Iônicos

Nos sólidos cristalinos iônicos, a rede é formada por íons alternadamente positivos e negativos, resultantes da transferência de um (ou mais de um) elétron de um tipo de átomo para o outro. A estabilidade da rede cristalina é mantida pela atração eletrostática entre os íons presentes, tais como os íons Na^+ e Cl^- na molécula de cloreto de sódio (NaCl, Fig.1) e os íons Li^+ e F^- na molécula de fluoreto de lítio (LiF).

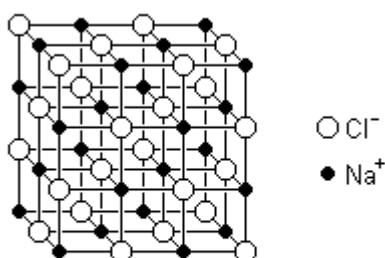


Fig.1

Devido às forças eletrostáticas relativamente intensas entre os íons, os sólidos iônicos são geralmente duros, frágeis e têm um elevado ponto de fusão. Como esses sólidos não têm elétrons livres, sua condutividade elétrica é muito baixa, isto é, eles são isolantes. Contudo, se uma quantidade apropriada de energia é fornecida a um sólido iônico, fazendo com que ele se transforme num líquido, ele se torna um bom condutor de eletricidade. Por outro lado, como a energia necessária para produzir vibrações na rede cristalina é menor do que cerca de 1 eV, alguns cristais iônicos absorvem radiação eletromagnética com comprimentos de onda na região dos maiores comprimentos de onda do infravermelho.

Sólidos Cristalinos Covalentes

Nos sólidos cristalinos covalentes, ao contrário do que ocorre nos sólidos cristalinos iônicos, não existe transferência de carga entre os átomos para formar íons, mas sim um compartilhamento de pares de elétrons de valência entre os átomos, formando ligações covalentes.

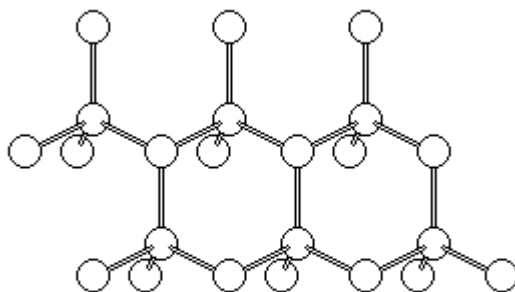


Fig.2

A estrutura cristalina de um sólido covalente fica definida pela direcionalidade dessa ligação. Por exemplo, os átomos tetravalentes de carbono, germânio e silício formam ligações covalentes nas combinações moleculares. Cada um desses átomos tem quatro elétrons na camada eletrônica mais externa, ou seja, tem quatro elétrons de valência, cujos orbitais são orbitais híbridos $s-p^3$. No cristal correspondente, cada átomo forma ligações covalentes com os quatro átomos mais próximos, ficando no centro de um tetraedro regular, com quatro átomos semelhantes nos vértices (Fig.2). Assim, quatro ligações covalentes idênticas podem ser formadas e cada átomo contribui com um elétron para cada uma dessas ligações.

Nesse tipo de estrutura, organizada por ligações covalentes, cada elétron está fortemente ligado, de modo que não existem elétrons livres para participar de qualquer processo de condução e os sólidos cristalinos covalentes têm uma condutividade elétrica muito baixa, isto é, são isolantes. Além disso, são extremamente duros e difíceis de deformar. Por outro lado, a energia necessária para produzir vibrações na rede cristalina dos sólidos covalentes é relativamente alta, da ordem de alguns elétrons-volts, e como as energias dos fótons associados às radiações da região visível do espectro eletromagnético estão entre 1,8 eV e 3,1 eV, muitos sólidos covalentes são transparentes à luz, ou seja, são incolores.

Sólidos Cristalinos Moleculares

Nos sólidos cristalinos moleculares constituídos por moléculas apolares, os elétrons se encontram emparelhados e não podem formar ligações covalentes. As moléculas conservam a sua individualidade, mas estão ligadas por forças de Van der Waals, as mesmas que existem entre as moléculas de um gás ou de um líquido. As forças de Van der Waals são bastante fracas e são derivadas da interação entre dipolos elétricos. Pelo movimento dos elétrons ao redor dos núcleos, numa molécula apolar, pode acontecer que, por um breve instante, a distribuição de carga seja tal que parte da molécula fique positiva e parte negativa. Enquanto está polarizada, esta molécula induz em outra molécula de sua vizinhança uma distribuição de carga semelhante e as duas se atraem. No instante seguinte, as moléculas voltam às configurações originais e não mais se atraem. Isto se repete aleatoriamente com todos os pares de moléculas do sólido. Os gases nobres, os gases comuns como o oxigênio e o hidrogênio e muitos compostos orgânicos formam sólidos moleculares desse tipo.

Em alguns sólidos cristalinos moleculares, as moléculas são polares, como no caso do gelo. As moléculas de água são polares porque, em cada uma delas, o átomo de oxigênio atrai mais para perto de si os elétrons que formam as ligações covalentes com os átomos de hidrogênio. Então, a parte de uma molécula correspondente ao átomo de oxigênio é negativa e as partes correspondentes aos átomos de hidrogênio, positivas. A ligação entre as moléculas, que chamamos de ligação hidrogênica, se dá pela atração eletrostática entre a parte negativa de uma molécula e a positiva de outra.

Os sólidos moleculares têm condutividade elétrica muito baixa, isto é, são isolantes.

Sólidos Cristalinos Metálicos

Um sólido cristalino metálico é formado a partir de átomos com alguns elétrons fracamente ligados nas camadas mais externas, elétrons esses que passam a se mover por todo o sólido, quando de sua formação. Assim, um sólido metálico é constituído por uma rede ordenada de íons positivos que são mantidos juntos por uma espécie de gás de elétrons livres. A mobilidade dos elétrons de valência que

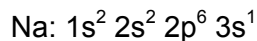
constituem esse gás de elétrons livres é que torna os metais bons condutores de eletricidade.

X.2. Bandas de Energia

Um átomo qualquer pode ser pensado como constituído pelos elétrons mais externos, os elétrons de valência, ligados mais ou menos fracamente ao íon positivo correspondente a esse átomo sem esses elétrons.

Quando um grande número de átomos se agrupa para formar um sólido macroscópico, os elétrons de valência, perturbados pelos átomos vizinhos, tornam-se mais ou menos livres para se mover pelo sólido inteiro. Se os níveis de energia são bem espaçados num átomo isolado, no sólido, esses níveis passam a formar bandas de energia, isto é, conjuntos de um número muito grande de níveis de energia muito pouco espaçados. Além disso, se o princípio de exclusão de Pauli limita o número de elétrons que podem ocupar certo nível de energia num átomo isolado, da mesma forma ele limita o número de elétrons que podem ocupar cada banda de energia no sólido macroscópico. Entre uma banda e outra, não existem níveis de energia possíveis de serem preenchidos pelos elétrons e dizemos que aí existe uma banda proibida.

Os níveis atômicos s e p podem conter 2 e 6 elétrons respectivamente. Portanto, num sólido macroscópico formado por N átomos, as correspondentes bandas de energia s e p podem conter, respectivamente, até 2N e 6N elétrons. O átomo de sódio, por exemplo, tem a seguinte configuração eletrônica:



de modo que as bandas 1s, 2s e 2p estão completas, ou seja, existem, respectivamente, 2N, 2N e 6N elétrons ocupando todos os seus níveis de energia. De acordo com o princípio de exclusão de Pauli, não é possível que outros elétrons ocupem qualquer estado dessas bandas.



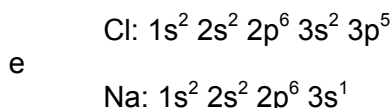
Fig.3

A banda mais elevada, a 3s, está apenas com metade de seus níveis de energia preenchidos. Os elétrons que preenchem esses níveis são os que formam a

ligação metálica, isto é, são os elétrons de valência nos átomos isolados originais. Por isso, chamamos esta banda de banda de valência.

Na verdade, a situação do sódio é um pouco mais complicada, porque a banda superior 3p, completamente vazia, se superpõe à banda 3s (Fig.3). Se a temperatura do sólido é $T = 0 \text{ K}$, os N elétrons da banda 3s ocupam os seus níveis mais baixos. Se $T \neq 0 \text{ K}$, existem níveis superiores ocupados por elétrons excitados por frações da energia interna do sólido macroscópico e níveis inferiores, de onde provieram tais elétrons, desocupados. Quanto maior a temperatura, mais níveis superiores estão ocupados e mais níveis inferiores estão desocupados. Se este sólido é colocado numa região de campo elétrico, mesmo que relativamente pouco intenso, os elétrons desta banda podem ser acelerados e, portanto, podem absorver energia e ocupar níveis de energia vazios mais altos. Estes elétrons são, portanto, elétrons de condução, ou seja, elétrons que constituem a corrente elétrica. Por isso, também chamamos esta banda de banda de condução. O sólido é um condutor de eletricidade.

O cloreto de sódio (NaCl) é um isolante para campos elétricos não muito intensos. Os números atômicos do cloro e do sódio são, respectivamente, 17 e 11 e suas configurações eletrônicas são:



O sólido macroscópico de cloreto de sódio é formado pelos íons Na^+ e Cl^- . Quando esses íons são formados, a energia do nível 3s do sódio fica mais alta porque o átomo de sódio tem que absorver energia para liberar o elétron $3s^1$ e a energia do nível 3p do cloro fica mais baixa porque o átomo de cloro libera energia ao absorver esse elétron.

Se a temperatura do sólido macroscópico constituído de N moléculas de NaCl é $T = 0 \text{ K}$, ele tem uma banda 3p cujos $6N$ níveis de energia estão completamente preenchidos pelos $5N$ elétrons do cloro somados aos N elétrons do sódio. Além disso, o sólido tem uma banda superior 3s cujos $2N$ níveis de energia estão completamente vazios.

Por outro lado, como:

e $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
 $1 \text{ J} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

temos, para a temperatura $T = 300 \text{ K}$:

$$k_B T = 2,58 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

Desse modo, se esse sólido está em equilíbrio térmico com o ambiente, pode existir apenas um número muito pequeno de elétrons excitados da banda 3p para a banda 3s por frações da energia interna do sólido. Então, como a lacuna de energia (banda proibida) entre as duas bandas é de cerca de 10 eV e como um campo elétrico não muito intenso aplicado a uma amostra de NaCl não é suficiente para excitar elétrons da banda 3p para a banda 3s, apenas os pouquíssimos elétrons que já estão na banda 3s podem ser acelerados por efeito desse campo e eles não chegam a constituir uma corrente elétrica mensurável. Assim, o NaCl é um isolante quando sua temperatura é igual à temperatura ambiente.

X.3. Semicondutores

Semicondutores são substâncias cuja condutividade elétrica, ao contrário do que ocorre com os condutores normais, aumenta com a temperatura. São, pois, condutores em temperaturas usuais e isolantes em baixas temperaturas. Além do germânio, do silício e de alguns outros elementos, são semicondutores uma grande quantidade de substâncias, entre as quais se destacam os compostos binários, constituídos por átomos de grupos diferentes da tabela periódica como, por exemplo, GaAs, AlSb e InSb.

Semicondutores Intrínsecos

Semicondutores intrínsecos são substâncias puras, sem qualquer tipo de impureza e que têm, a $T = 0$ K, uma banda proibida de largura menor do que 3 eV, banda esta entre uma banda de valência com todos os níveis ocupados e uma banda de condução com todos os níveis desocupados. Nessa temperatura, comportam-se como isolantes.

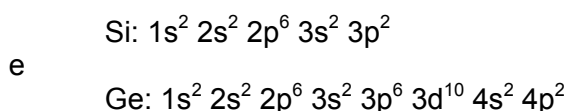
O silício e o germânio são exemplos de semicondutores intrínsecos. O primeiro tem uma banda proibida de 1,1 eV e o segundo, de 0,7 eV.

Para $T \neq 0$ K, existem níveis de energia na banda de condução ocupados por elétrons excitados por frações da energia interna e existem níveis de energia na banda de valência, de onde provieram esses elétrons, desocupados. Quanto maior a temperatura, mais níveis na banda de condução estão ocupados e mais níveis na banda de valência estão desocupados. Na presença de um campo elétrico, a corrente elétrica resultante tem uma contribuição que se deve aos elétrons da banda de condução e outra que se deve aos elétrons da banda de valência. Para cada elétron na banda de condução existe um nível de energia vazio (uma lacuna) na banda de valência, de modo que, sob o efeito do campo elétrico, os elétrons dessa banda podem ser excitados para níveis de energia vazios dela mesma, deixando os níveis de energia originais vazios. Esta contribuição para a corrente elétrica pode ser descrita como o movimento das lacunas no sentido do campo elétrico (e no sentido contrário ao dos elétrons). As lacunas atuam, assim, como se tivessem carga elétrica positiva. Como a largura da banda proibida é pequena nos semicondutores, o aumento da condutividade devido ao aumento da temperatura é muito maior do que nos isolantes usuais.

Semicondutores Extrínsecos

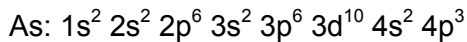
A condutividade de um material semicondutor pode ser aumentada por diversas ordens de grandeza pela adição de quantidades muito pequenas de certas substâncias chamadas impurezas. Chamamos esse procedimento de dopagem e chamamos os semicondutores resultantes de semicondutores extrínsecos. Conforme o tipo de dopagem, os semicondutores extrínsecos podem ser do tipo n ou do tipo p.

Os átomos de silício e germânio têm as seguintes configurações eletrônicas:



Os dois átomos têm quatro elétrons de valência. Num sólido macroscópico puro, cada átomo fica ligado a outros quatro por ligações covalentes.

Por outro lado, um átomo de arsênio tem a seguinte configuração eletrônica:



Este átomo tem cinco elétrons de valência. Se uma amostra de silício (ou de germânio) é dopada com um pequeno teor de arsênio, de maneira que alguns átomos de arsênio substituem alguns átomos de silício (ou de germânio) na rede cristalina, quatro elétrons de valência de cada átomo de arsênio participam de ligações covalentes com os quatro átomos de silício (ou de germânio) vizinhos. O quinto elétron de valência de cada átomo de arsênio fica apenas levemente ligado ao seu átomo original, ocupando, assim, algum nível de energia um pouco abaixo da banda de condução do sólido (Fig.4).



Fig.4

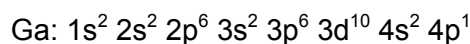
Estes níveis de energia são chamados níveis doadores, já que os elétrons que os ocupam podem ser facilmente excitados para níveis da banda de condução por frações da energia interna do sólido.

Por causa do sinal negativo da carga dos portadores de corrente elétrica, o semicondutor extrínseco em questão é chamado de semicondutor tipo n. Além do arsênio, outros átomos de elementos do grupo V da tabela periódica, que têm cinco elétrons de valência, podem atuar como impurezas doadoras.



Fig.5

Um átomo de gálio tem a seguinte configuração eletrônica:



Este átomo tem três elétrons de valência. Se uma amostra de silício (ou de germânio) é dopada com um pequeno teor de gálio, os três elétrons de valência de cada átomo de gálio participam de ligações covalentes com três dos quatro átomos de silício (ou de germânio) vizinhos. Correspondentemente ao quarto elétron de valência de cada átomo de silício (ou de germânio), existem níveis de energia um pouco acima da banda de valência (Fig.5).

Nessa situação, para completar a quarta ligação covalente, os átomos de silício (ou de germânio) aceitam elétrons da banda de valência excitados por frações da energia interna do sólido. Portanto, existem lacunas nessa banda e esses níveis são chamados de níveis aceitadores.

Por causa do sinal positivo da carga dos portadores de corrente elétrica, o semiconductor extrínseco em questão é chamado de semiconductor tipo p. Além do gálio, outros átomos de elementos do grupo III da tabela periódica, que têm três elétrons de valência, podem atuar como impurezas receptoras.

X.4. Luminescência e Fosforescência

De modo geral, quando os elétrons de um sólido são excitados por absorção de radiação eletromagnética ou por outro processo qualquer, eles não permanecem por muito tempo nos respectivos níveis mais altos, decaindo por vários processos, todos com probabilidades de mesma ordem de grandeza. Se o processo de decaimento mais provável envolve a emissão de radiação eletromagnética na região visível do espectro, dizemos que existe luminescência.

Nos sólidos, a luminescência está ligada à presença de impurezas e aos defeitos da estrutura cristalina.

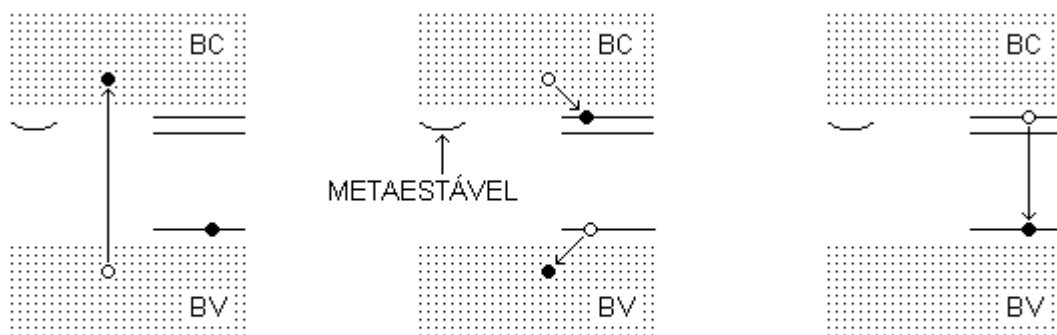


Fig.6(a)

(b)

(c)

Quando um elétron da banda de valência (BV) é transferido para a banda de condução (BC), ele deixa, na banda de valência, uma lacuna, ou seja, um nível de energia incompleto (Fig.6(a)). Se a estrutura cristalina do sólido em questão não contém defeitos nem impurezas, o elétron volta à banda de valência pela emissão de radiação eletromagnética com uma energia muito alta para ficar na região visível do espectro.

Se a rede cristalina contém algumas impurezas que dão origem a níveis de energia entre a banda de valência e a banda de condução, pode acontecer que um elétron de um nível de energia de impureza inferior preencha a lacuna na banda de valência e um elétron da banda de condução preencha um dos níveis de energia de

impureza superiores (Fig.6(b)). Nestas duas transições radiativas, existe emissão de radiação eletromagnética com energia muito baixa para ficar na região visível do espectro.

Por outro lado, um elétron pode passar de um nível de energia de impureza superior para um nível de energia de impureza inferior que esteja vazio. Nesta transição, a radiação eletromagnética emitida pode ter energia tal que ela fique situada na região visível do espectro. Esse processo é o que constitui o que chamamos de luminescência (Fig.6(c)).

Em certos casos, em vez de passar pelo processo ilustrado na Fig.6(b), o elétron da banda de condução vai para um nível de energia a partir do qual ele não pode atingir um nível de energia de impureza mais baixo, por uma transição radioativa, sem violar um ou outro princípio de conservação. Por isso, o elétron fica preso a esse estado por um intervalo de tempo que pode chegar a segundos ou minutos (Fig.7). Como esse intervalo de tempo é muito grande para a escala atômica, dizemos que o estado em questão é meta-estável.

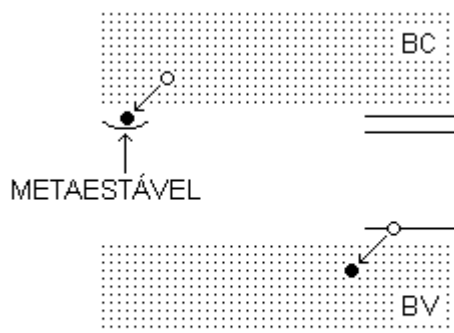


Fig.7

O elétron permanece no estado metaestável até que algum processo o faça regressar à banda de condução. Então, a partir dela, ele pode passar por qualquer um dos três processos descritos acima. Dizemos que existe fosforescência quando o elétron, depois de regressar à banda de condução, passa pelo processo de luminescência. Nesse caso, o sólido permanece brilhando até muitos segundos depois do término da excitação. Um exemplo de substância em que ocorre fosforescência é o sulfato de zinco. Substâncias fosforescentes são usadas em tubos de televisão e em detectores de partículas elementares.

Exercício 1

Descubra o que são as redes de Bravais.

Exercício 2

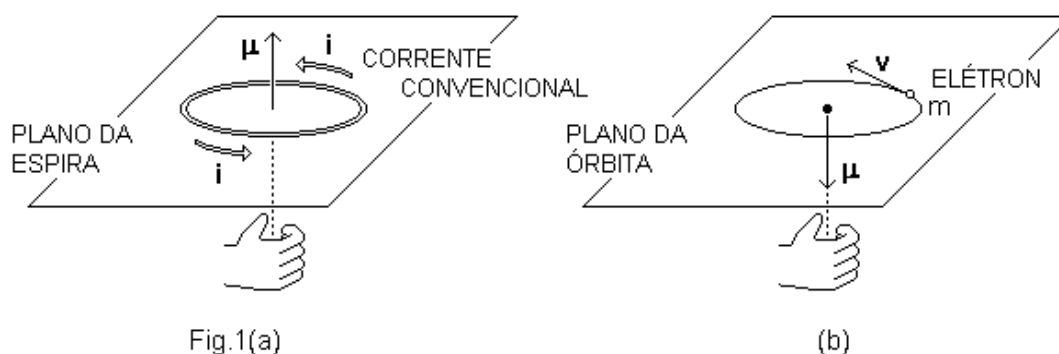
Discuta por que, quando um grande número de átomos se agrupa para formar um sólido macroscópico, os níveis de energia passam a formar bandas de energia ao invés de permanecer discretizados.

CAPÍTULO XI

PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

Não existem monopólos magnéticos, isto é, partículas às quais possamos associar apenas um pólo magnético. Dessa forma, uma partícula com momento de dipolo magnético intrínseco é o objeto mais simples com efeitos magnéticos. Esse tipo de partícula se comporta como um pequeno ímã. Elétrons, prótons e nêutrons têm momentos de dipolo magnéticos intrínsecos.

Por outro lado, já vimos que uma espira com uma corrente elétrica (convencional) tem um momento de dipolo magnético com direção perpendicular ao plano da espira e sentido dado pela regra da mão direita (Fig.1(a)). Um elétron, numa órbita atômica, pode ser pensado como uma espira circular percorrida por uma corrente elétrica. Dessa forma, podemos associar ao elétron um momento de dipolo magnético orbital, perpendicular ao plano da órbita, mas com sentido contrário àquele dado pela regra da mão direita (Fig.1(b)).



O momento de dipolo magnético total de uma amostra de uma dada substância, por unidade de volume, é o que chamamos de magnetização dessa substância.

Podemos classificar as substâncias conforme o fenômeno que se estabelece quando elas são submetidas a um campo magnético externo. Aqui, vamos tratar apenas de três fenômenos básicos: o diamagnetismo, o paramagnetismo e o ferromagnetismo. Além disso, vamos discutir esses fenômenos numa visão semiclássica, que dá apenas uma idéia do que acontece. Os fenômenos que se estabelecem nas substâncias submetidas a um campo magnético externo só podem ser plenamente descritos e compreendidos no contexto da Mecânica Quântica.

XI.1. Diamagnetismo

O diamagnetismo está associado aos momentos de dipolo magnéticos orbitais dos elétrons nos átomos ou moléculas que formam a substância em questão. Por isso, está presente, em maior ou menor grau, em todas as substâncias. Contudo, na maior parte delas, sua intensidade é muito baixa e sua presença é mascarada por outros fenômenos. Nos supercondutores, a intensidade do diamagnetismo é tão forte que o campo magnético resultante no interior da amostra é nulo.

Quando submetemos uma substância qualquer a um campo magnético, cada elétron que se move nos átomos ou moléculas da substância fica sujeito a uma força adicional. A perturbação no movimento de cada elétron é equivalente a uma velocidade adicional e, portanto, a uma mudança no seu momento de dipolo magnético orbital.

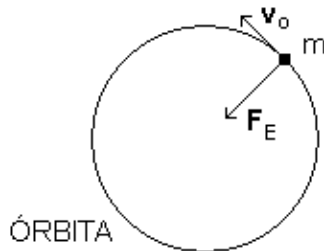
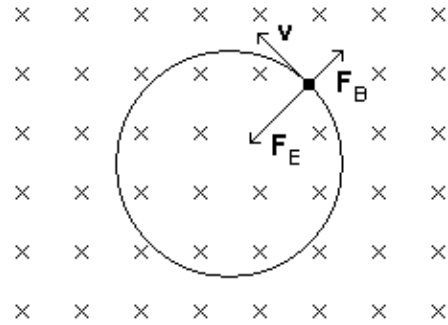


Fig.2(a)



(b)

Um elétron de massa m , com velocidade de módulo v_0 num referencial fixo no núcleo atômico, numa órbita atômica circular de raio R (Fig.2(a)), está sob a ação de uma força centrípeta de origem elétrica, de módulo:

$$F_E = \frac{mv_0^2}{R}$$

Na situação representada na Fig.2(a), o momento de dipolo magnético orbital é um vetor perpendicular à página, que aponta para dentro dela.

Com um campo magnético externo (Fig.2(b)), o raio da órbita do elétron não muda, apesar de atuar sobre ele uma força magnética de módulo:

$$F_B = evB$$

sempre perpendicular à sua velocidade. O elétron se move, agora, sob a ação de uma força centrípeta de módulo:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{mv_0^2}{R} \mp evB$$

Nesta expressão, o sinal superior entre os dois termos do lado direito da igualdade vale no caso representado (Fig.2(b)) e o sinal inferior vale no caso em que o elétron se movimenta em sentido contrário.

Mesmo um campo magnético externo muito intenso perturba muito pouco a órbita de um elétron. Então, v difere muito pouco de v_0 e podemos escrever:

$$v = v_0 + \Delta v$$

com $\Delta v \ll v_0$. Substituindo esta expressão na anterior e desprezando os termos em $(\Delta v)^2$ e $B\Delta v$, temos:

$$\Delta v = \mp \frac{eRB}{2m}$$

Portanto, em primeira aproximação:

$$v = v_0 \mp \frac{eRB}{2m}$$

Esta expressão mostra que o módulo da velocidade e o módulo do momento de dipolo magnético diminuem para um elétron que se move conforme a Fig.2(b) e aumentam para um elétron que se move em sentido contrário. Além disso, como, no primeiro caso, o momento de dipolo magnético é paralelo ao campo magnético externo e, no segundo caso, antiparalelo, a aplicação desse campo numa substância com momento de dipolo magnético resultante nulo induz, na substância, um momento de dipolo magnético de sentido contrário ao do campo. Sendo assim, a substância e o ímã que cria o campo repelem-se mutuamente.

XI.2. Paramagnetismo e Ferromagnetismo

Átomos ou moléculas com camadas atômicas incompletas, como no caso dos elementos de transição, das terras raras e dos actínídeos, têm momentos de dipolo magnéticos permanentes. Isso se deve aos momentos de dipolo magnéticos intrínsecos dos elétrons dessas camadas. As substâncias compostas desses átomos ou moléculas são paramagnéticas. A presença de um campo magnético externo produz um torque que tende a alinhar os momentos de dipolo magnéticos na mesma direção do campo. Dessa forma, aparece certa magnetização na amostra.

Nos metais, o paramagnetismo é devido a um alinhamento dos momentos de dipolo magnéticos intrínsecos dos elétrons de condução. O alinhamento não é perfeito devido às colisões entre os átomos ou moléculas, se a substância está na fase gasosa, e devido às vibrações microscópicas associadas à energia interna, se a substância está na fase sólida. Quando colocada num campo magnético externo, a substância adquire uma magnetização muito menor do que a máxima possível. Portanto, a substância e o ímã que cria o campo atraem-se mutuamente, com forças de pequena intensidade.



Fig.3

As substâncias ferromagnéticas têm uma magnetização permanente, fruto da tendência natural de alinhamento dos momentos de dipolo magnéticos permanentes

de seus átomos ou moléculas. O alinhamento é perfeito em regiões chamadas de domínios, cujas dimensões vão de 10 a 0,001 milímetros cúbicos.

Como a direção de alinhamento é diferente de um domínio para outro (Fig.3), a magnetização da amostra pode ser nula ou muito pequena. Isso acontece, por exemplo, com um pedaço de ferro não magnetizado. Por efeito da aplicação de um campo magnético externo, ocorre um aumento no tamanho dos domínios favoravelmente orientados e uma diminuição correspondente no tamanho dos outros domínios. Além disso, diminuem os desvios angulares dos momentos de dipolo magnéticos de todos os domínios, tendendo a um melhor alinhamento com o campo externo. O resultado final é uma grande magnetização e a amostra da substância transforma-se num ímã.

Por outro lado, devido ao efeito desalinhador das vibrações microscópicas associadas à energia interna, para cada substância ferromagnética existe uma temperatura, chamada de temperatura de Curie, acima da qual a substância se torna paramagnética. Na temperatura ambiente, são ferromagnéticos o ferro, o níquel, o cobalto e o gadolínio, com temperaturas de Curie de 770 °C, 365 °C, 1075 °C e 15 °C, respectivamente.

Exercício 1

Considere uma substância ferromagnética. Discuta a curva de magnetização e o fenômeno da histerese.

Exercício 2

Descreva os seguintes fenômenos: o ferrimagnetismo e o antiferromagnetismo.

CAPÍTULO XII LASER

A palavra laser é formada com as iniciais das palavras da expressão inglesa *light amplification by stimulated emission of radiation*, que significa amplificação de luz por emissão estimulada de radiação.

XII.1. Emissão Estimulada

A interação entre fótons e átomos com elétrons em várias órbitas pode acontecer, principalmente, por três processos: absorção, emissão espontânea e emissão estimulada.

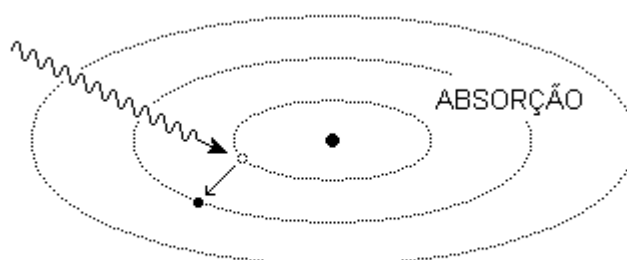


Fig.1

Um fóton pode ser absorvido por um átomo e, em consequência, um elétron passa de uma órbita para outra órbita de energia maior (Fig.1). O fóton só pode ser absorvido se a sua energia é igual à energia do estado final menos a energia do estado inicial. Esse processo é chamado de absorção e dizemos que o átomo fica num estado excitado.

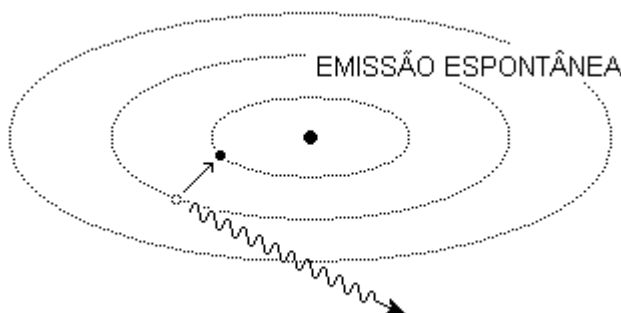


Fig.2

Um elétron pode passar, espontaneamente, de uma órbita para outra órbita de energia menor. O átomo correspondente emite um fóton numa direção qualquer (Fig.2). O fóton emitido tem energia igual à energia do estado inicial menos a energia do estado final do átomo. Esse processo é chamado de emissão espontânea e é o processo mais provável pelo qual um átomo, num estado excitado, passa a um estado de menor energia. De modo geral, o intervalo de tempo durante o qual um elétron

permanece numa órbita, antes de decair por emissão de um fóton com energia na região visível do espectro, é da ordem de 10^{-8} ou 10^{-7} s. Diferentes materiais têm diferentes estruturas de órbitas e irradiam fótons de diferentes comprimentos de onda.

Um elétron pode ser estimulado a passar de uma órbita para outra, de energia menor, por um fóton de energia igual à energia do estado inicial menos a energia do estado final (Fig.3).

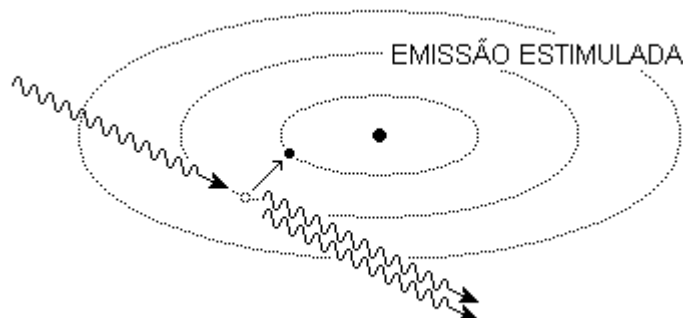


Fig.3

Esse processo é chamado de emissão estimulada. O fóton que estimulou a transição e o fóton emitido pelo átomo são coerentes, isto é, têm energias, frequências, comprimentos de onda e fases iguais e também a mesma direção de propagação. Este é o processo básico de amplificação da radiação que origina o raio laser.

XII.2. Inversão de População

Se uma amostra de certa substância está submetida a um banho de radiações eletromagnéticas com as mais diferentes frequências, todos os processos de interação entre fótons e átomos mencionados acima, absorção, emissão espontânea e emissão estimulada, ocorrem. Dessa maneira, os átomos são excitados e desexcitados continuamente.

Caso a amostra esteja em equilíbrio térmico com o banho de radiações, o número de átomos no estado de energia E_2 é muito menor do que o número de átomos no estado de energia E_1 , com $E_2 > E_1$. Dizemos, então, que existe inversão de população se, por alguma circunstância, o número de átomos no estado de energia E_2 fica muito maior do que o número de átomos no estado de energia E_1 na condição de equilíbrio térmico.

Com a inversão de população, os processos de emissão ficam mais importantes do que os processos de absorção. Portanto, se um feixe com radiações eletromagnéticas de diferentes frequências atravessa a amostra, a radiação com a frequência apropriada para provocar emissão estimulada abandona a amostra com um número maior de fótons do que quando entrou. Em outras palavras, essa radiação passa a ter uma intensidade maior do que aquela que tinha no feixe original. Além disso, o número de átomos que são desexcitados é maior do que o número de átomos que são excitados e a inversão de população e a amplificação diminuem rapidamente, até que se anulam no equilíbrio térmico.

Os dispositivos de produção de luz laser restabelecem continuamente a inversão de população e, portanto, a amplificação da radiação com a frequência apropriada.

XII.3. Laser de Rubi

O rubi é formado por óxido de alumínio, Al_2O_3 , em que íons de alumínio são substituídos por íons de cromo numa pequena fração de até 1%. Esses íons de cromo são responsáveis pela coloração avermelhada do rubi e é neles que ocorre a inversão de população que origina o raio laser. A Fig.4 representa, muito simplificada, a estrutura de níveis de energia de um íon de cromo no rubi.

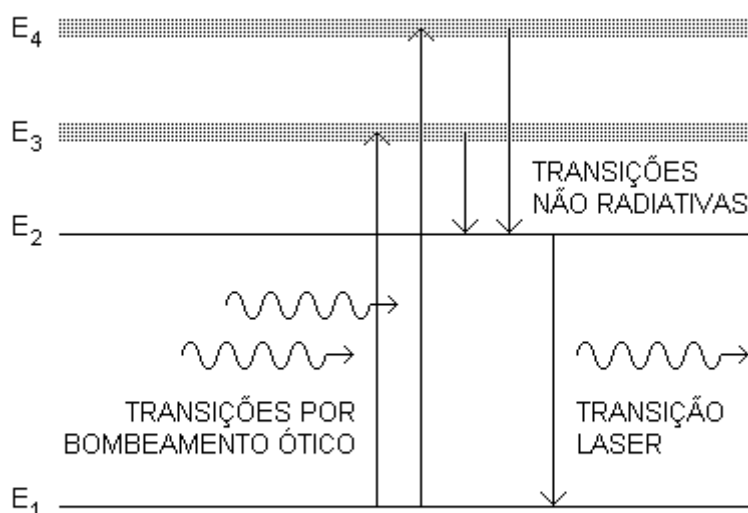


Fig.4

Quando uma amostra de rubi é iluminada com luz branca de alta intensidade, íons de cromo, em bom número, absorvem as componentes de cor verde e azul, e seus elétrons são promovidos aos níveis de energia E_3 e E_4 . Esses elétrons, depois de um brevíssimo intervalo de tempo, realizam transições não radiativas para os níveis de energia E_2 . Estes níveis de energia são níveis metaestáveis. As transições não radiativas têm esse nome porque não vêm acompanhadas de emissão de luz, mas de radiação eletromagnética de baixa frequência, que é absorvida pelo resto da amostra de rubi, fazendo aumentar sua energia interna e sua temperatura.

De modo geral, o intervalo de tempo médio durante o qual um elétron permanece num nível excitado de energia, antes de decair espontaneamente, é da ordem de 10^{-8} ou 10^{-7} s. O intervalo de tempo médio de permanência de um elétron num nível de energia metaestável é muito maior, da ordem de 10^{-3} s.

Na transição do estado de energia E_2 para o estado de energia E_1 , a radiação eletromagnética emitida pelo íon de cromo tem frequência de $4,33 \times 10^{14}$ Hz. Essa radiação eletromagnética é percebida, pelos seres humanos, como a cor vermelha característico do rubi.

No caso de uma amostra de rubi iluminada com luz branca de alta intensidade, os longos intervalos de tempo durante os quais os elétrons permanecem nos níveis metaestáveis permitem que, num dado instante de tempo, mais da metade dos íons de cromo tenham elétrons nesses níveis. Assim, em cada um desses íons, se estabelece uma inversão de população entre o nível metaestável (de energia E_2) e o nível fundamental (de energia E_1).

Se essa amostra de rubi é submetida a um feixe de radiação eletromagnética de frequência:

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

em que h representa a constante de Planck, passam a acontecer transições estimuladas dos níveis de energia E_2 para os níveis de energia E_1 .

Num laser de rubi, uma vareta cilíndrica de rubi sintético, com o diâmetro de um lápis e cerca de 8 cm de comprimento, é irradiada com luz branca, de alta intensidade, proveniente de uma lâmpada de flash pulsante (Fig.5).

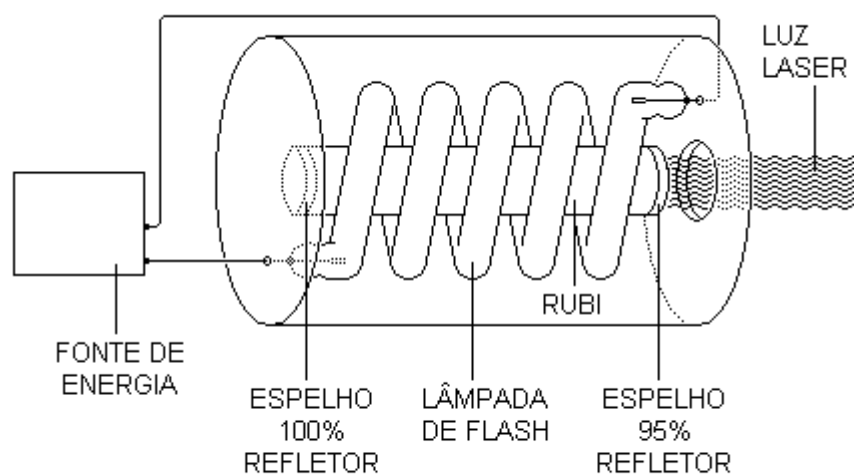


Fig.5

A cada pulso, as componentes verde e azul dessa luz branca são absorvidas pelos íons de cromo e terminam por originar inversões de população entre os níveis metaestáveis e os níveis fundamentais. Alguns íons de cromo, cujos elétrons estão nos níveis metaestáveis, decaem espontaneamente para os estados fundamentais, emitindo, em direções aleatórias, as radiações eletromagnéticas correspondentes. Essas radiações podem, então, interagir com outros íons de cromo, cujos elétrons também estejam em níveis metaestáveis, e provocar emissões estimuladas de radiações com a mesma frequência. E assim por diante, de modo que a intensidade da luz vermelha cresce rapidamente.

A vareta de rubi está localizada ao longo do eixo de uma cavidade cilíndrica metálica, com paredes internas polidas (refletoras). As radiações que abandonam a vareta, atravessando a superfície lateral, são trazidas de volta.

As extremidades da vareta são polidas e cobertas de prata, formando dois espelhos paralelos entre si e perpendiculares ao eixo da vareta. Um desses espelhos reflete 100% da radiação incidente e o outro reflete cerca de 95%. O comprimento da vareta de rubi é escolhido de modo que o espaço entre os espelhos forme uma cavidade ótica ressonante. Assim, enquanto perdurar a inversão de população provocada pelo pulso da lâmpada de flash, a radiação laser se desloca num movimento de vai-vem entre os espelhos, provocando cada vez mais transições induzidas dos níveis metaestáveis aos níveis fundamentais e interferindo sempre construtivamente. Cada vez que a radiação laser atinge o espelho parcialmente

refletor, uma parte escapa ao exterior, formando aquilo que chamamos de luz (ou raio) laser. Cada pulso da lâmpada de flash gera um pulso de luz laser, ou seja, um pulso muito intenso de luz coerente.