

EJERCICIOS DEL TEMA 1. REPASO DE ÁLGEBRA

1. Dados los polinomios

$$P(x) = 3x^3 + 7x^2 - 5x + 6 \quad Q(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x + 1 \quad R(x) = 4x^3 - 5x + 7$$

Calcula:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } P(x)+Q(x) & \text{b) } P(x)+R(x) & \text{c) } -(P(x)+Q(x)) \\ \text{d) } 3 \cdot P(x) & \text{e) } P(x) \cdot Q(x) & \text{f) } 2 \cdot Q(x)+3 \cdot R(x) \end{array}$$

2. Calcula y simplifica al máximo las siguientes igualdades notables.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (x+5)^2 & \text{e) } (2x+3)^2 & \text{i) } (5x+3/4) \cdot (5x-3/4) \\ \text{b) } (x+3) \cdot (x-3) & \text{f) } (2x^2-1)^2 & \text{j) } (x+y+z)^2 \\ \text{c) } (x-6)^2 & \text{g) } (x/3+3) \cdot (x/3+3) & \text{k) } (x+5)^{-2} \\ \text{d) } (x+\sqrt{5}) \cdot (x-\sqrt{5}) & \text{h) } (6x-2/3)^2 & \text{l) } (x-6)^{-2} \end{array}$$

3. Sacar factor común en las siguientes expresiones.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 12x + 18y - 24z & \text{e) } m^3n^2p^4 + m^4n^3p^5 - m^6n^4p^4 + m^2n^4p^3 \\ \text{b) } 6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 & \text{f) } \frac{3}{4}x^2y - \frac{8}{9}xy^2 \\ \text{c) } 10x^2y - 15xy^2 + 25xy & \text{g) } \frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{1}{4}a^3b^4 - \frac{1}{8}a^2b^5 + \frac{1}{16}a^4b^2 \\ \text{d) } 12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^4n^3 & \text{h) } \frac{4}{35}a^2b - \frac{12}{5}ab + \frac{8}{15}a^2b^3 - \frac{16}{25}a^3b \end{array}$$

4. Desarrolla las siguientes expresiones mediante el binomio de Newton.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (a+b)^5 & \text{d) } \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b\right)^4 \\ \text{b) } (m+2n)^4 & \text{e) } (2a^2b+c)^4 \\ \text{c) } (x+\sqrt{2})^5 & \text{f) } (2a^2-\sqrt[3]{2})^3 \end{array}$$

5. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones.

$$\begin{array}{l} \text{a) Hallar el término que contenga la cuarta potencia de } a \text{ en el desarrollo de } (\sqrt{2} - a)^{10} \\ \text{b) Halla el término que ocupa el lugar 505 en el desarrollo de } (a^3b + c^2)^{506} \end{array}$$

6. Calcula las siguientes divisiones de polinomios.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{16a^2b^3}{8ab^2} & \text{c) } \frac{18a^2b^5 - 6a^3b^4 + 54a^4b^2}{6a^2b^2} & \text{e) } (2x^3 + 3x^2 - 15x - 18):(x+3) \\ \text{b) } \frac{54x^2y^4z^3}{18x^2y^2z^3} & \text{d) } \frac{24x^7 - 12x^5 + 6x^4 - 48x^3}{6x^3} & \text{f) } (4x^2 + 2x - 5):(2x+3) \end{array}$$

7. Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

a) $(x^3 - 5x^2 + x) : (2x^2 - 1)$

b) $(3x^4 + 2x^3 - x^2 + 5x) : (2x^2 + 2)$

8. Resuelve paso a paso las siguientes ecuaciones polinómicas.

a) $2 \left(\frac{x+5}{3} \right) = x + 3$

f) $(x-5)(x+1) + 5 = 0$

k) $2x^2 - 1 = 1 - x - x^2$

b) $\frac{2x-10}{3x-20} = \frac{7}{8}$

g) $4x^2 - 9 = 0$

l) $(5x-3)^2 - 11(4x+1) = 1$

c) $\frac{5x}{8} - 5(x-20) = \frac{-2x+18}{6}$

h) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

m) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$

d) $x^2 - x = 0$

i) $2x^2 - 9x - 1 = 0$

n) $x^2 - \frac{3x+1}{2} = \frac{2}{3}$

e) $x^2 - 6 = 10$

j) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

ñ) $(x-2)^2 = 3$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas de grado superior a dos

a) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

e) $(2x-3) \cdot (4x-1) \cdot (x+\sqrt{3}) = 0$

b) $6x^4 + 2x^2 - 8 = 0$

f) $2x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 8x = 0$

c) $x^4 - 9x^2 = 0$

g) $x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x + 4 = 0$

d) $x \cdot (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-3) = 0$

h) $(2x+4)^4 = 0$

10. Dados los polinomios $P(x) = x^2 + 3x + 5$; $Q(x) = x^2 - 4x + 4$ y $R(x) = x^3 - 20$, indica, sin hacer la división, cuales son divisibles por $x - 2$.

11. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2x + m$ sea divisible por $(x - \frac{1}{2})$.

12. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = x^3 - 9x^2 + mx - 32$ sea divisible por $(x - 4)$.

13. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = 2x^3 + 2x^2 - 4m + 3$ sea divisible por $(x + \frac{1}{2})$.

14. Hallar el valor de m y n para que el polinomio $P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 6$ sea divisible por $(x + 3)$ y por $(x - 2)$.

15. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método que creas conveniente.

a) $\begin{cases} 3x-4y=17 \\ x+4y=-5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -9x+2y=11 \\ 5x-8y=-13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=7 \\ 6x-7y=-23 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{3x}{2} + \frac{4y}{3} = \frac{23}{2} \\ \frac{2x}{4} + \frac{6y}{2} = \frac{23}{2} \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x+2y}{5} = 5 \\ 2(x+y) = 40 - 4y \end{cases}$

f) $\begin{cases} y \cdot (x-3) - x \cdot (y-2) = 14 \\ x \cdot (y-9) - y \cdot (x-6) = -54 \end{cases}$

16. Resuelve paso a paso los siguientes sistemas no lineales.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 17 \\ 3x^2 - 2y^2 = -6 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 5x^2 - 2y^2 = 12 \\ 4x^2 + 3y^2 = 28 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x \cdot y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ \sqrt{y^2 - x^2} + 4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} -x^2 + 1 = y^2 - 4 \\ x = 2y - 9 \end{cases}$$

17. Se desea mezclar 50kg de café de Colombia que cuesta 1,24€/kg. con café de Brasil que cuesta 1,48€/kg. ¿Cuántos kilogramos de café brasileño serán necesarios para obtener una mezcla de café que cueste 1,32€/kg.?

18. Si aumenta en 3cm el lado de un cuadrado la superficie aumenta en 75cm² ¿cuál es la longitud del lado?

19. La suma de las dos cifras de un número es 8, si al número se le añaden 18 unidades el número resultante está formado por las mismas cifras en orden inverso, ¿cuál es ese número?

20. ¿Cuánto debe valer α para que la ecuación $8x^2 - 18x + \alpha = 0$ tenga una solución doble que la otra?

21. En una clase de 28 alumnos hay 10 que juegan a baloncesto. Sabiendo que el 25% de los chicos y el 50% de las chicas juegan al baloncesto, ¿cuántos chicos y cuántas chicas juegan al baloncesto?

22. Una profesora informa a sus 35 alumnos que el triple del número de aprobados es el doble del número de suspendidos. ¿Cuál ha sido el número de aprobados?

23. El cajero de un banco en Taití nos entrega un total de 18 billetes cuando vamos a cobrar un cheque de 60000 pesetas. Algunos de estos billetes son de 2000 ptas., y otros, de 5000 ptas. ¿Cuántos billetes hay de cada tipo?

24. La nota media de los aprobados en un examen de matemáticas fue 6,5 y la de los suspensos 3,2. Sabiendo que en la clase hay un total de 30 alumnos y la nota media de todos fue 5,29, ¿Cuántos alumnos aprobaron y cuántos suspendieron el examen?

25. El perímetro de un triángulo rectángulo mide 48cm y su hipotenusa mide 20cm. Calcula la longitud de los catetos.

26. Determina las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 13cm y su área es de 60cm².

27. Un número de dos cifras es igual al número que se obtiene al invertir el orden de sus cifras disminuido en 18 unidades. Si el producto de las dos cifras es 24 ¿cuál es dicho número?

28 Con una cartulina de 240cm² de superficie hacemos un prisma de base cuadrada sin bases cuyo volumen es de 360cm³. ¿Cuáles son Las dimensiones de la cartulina?

29. El lado de un rombo es de 5cm y su área es 24cm^2 . Determina la longitud de sus diagonales.

30. La suma de los cuadrados de dos números positivos es 34. Halla dichos números sabiendo que uno es dos unidades mayor que el otro.

31. Un grupo de estudiantes con beca Erasmus deciden alquilar juntos un piso en Roma por 490€ al mes. Si fueran dos más, cada uno pagaría 28€ menos, ¿cuántos estudiantes viven en el piso?

32. Determina para que valores de λ la ecuación $2x^2 - 8x + \lambda = 0$

- a) Tiene solución única.
- b) Tiene dos soluciones distintas.
- c) No tiene solución.

33. Simplifica al máximo las siguientes fracciones algebraicas.

a) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$ b) $\frac{bx^2 - b}{bx - b}$ c) $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^3 + 3x^2 + x + 3}$

34. Opera y simplifica al máximo las siguientes fracciones algebraicas

a) $\frac{4x-1}{3x^2} + \frac{x-2}{2x^2} - \frac{x+1}{4x^2}$ c) $\frac{(x+1)^2 x^2}{x^2 + 2x + 1} : \frac{x^3 - x}{(x-1)^2}$

b) $\left(1 - \frac{3x}{3x+2}\right) : \left(1 + \frac{3x}{3x+2}\right)$ d) $\left(\frac{m(m+1)}{m-1} - \frac{m^2-1}{m-1}\right) : \frac{2m+2}{m-1}$

