

Guião de correcção do exame - Matemática 12^a classe Ano: 2019 – 2^a Época

Guião de correcção do exame de Matemática 12^a classe 2019–2^a Época

1. R: A

2. Em símbolos, como se escreve a afirmação "A distância entre os pontos da recta numérica cujas abcissas são x e 2 é igual a 5"?

A $|x-2|=5$

B $|x-5|=2$

C $|x+2|=5$

D $|x+5|=2$

3. Qual é o conjunto solução da equação $|3x-1|=5$?

Resolução:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} mx - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$m \cdot 1 - 3 = 1^2 + 2$$

$$m - 3 = 3$$

$$m = 3 + 3$$

$$m = 6$$

R: C

4. Qual é a expressão equivalente a $\frac{n! + (n+1)!}{(n-1)!}$?

A $n^2 + 2n$

B $n^2 - 2n$

C $-n^2 - 2n$

D $-n^2 + 2n$

Resolução:

$$\begin{aligned}\frac{n! + (n+1)!}{(n-1)!} &= \frac{n(n-1)! + (n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} \\ &= \frac{\cancel{(n-1)!} \cdot [n + (n+1)n]}{\cancel{(n-1)!}} \\ &= n + (n+1)n = n + n^2 + n = n^2 + 2n\end{aligned}$$

5. $C_1^2 \cdot C_1^3 = 2 \cdot 3 = 6$

R: **B**

6.

$$C_3^5 \cdot C_2^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{3 \cdot 2!}{2! \cdot 1!} = \frac{20}{2} \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$$

R: **B**

7.R: **C**

Explicação: A probabilidade do acontecimento M é sempre pertencente ao intervalo fechado de 0 à 1 fechado, isto porque, o zero indica um acontecimento impossível e 1 um acontecimento certo.

8.

$$CP = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$CF = \{2; 4; 6\}$$

$$P(A) = \frac{CF}{CP}$$

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

R: **C**

9. R: **A**

10. R: **D**

Explicação: uma sucessão u_n é infinitamente pequena si e só si para qualquer que seja gama é possível encontrar uma ordem a partir da qual todos os termos são em modulo menos que gama

11. R: **A**

12.

$$S = \frac{a_1}{1 - q}.$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

R: C

13.

$$a_n = 2n - 6$$

$$4 = 2n - 6$$

$$2n - 6 - 4 =$$

$$2n - 10 = 0 \quad \vee$$

$$2n = 10$$

$$n = \frac{10}{2}$$

$$n = 5$$

R: C

14.

$$1^a = 2000$$

$$2^a = 4000$$

$$3^a = 8000$$

$$4^a = 16000$$

$$5^a = 32000$$

$$6^a = 64000$$

$$7^a = 128000$$

$$8^a = 256000$$

$$9^a = 512000$$

$$10^a = 1024000$$

Explicação: Em cada semana o lucro aumenta o dobro, sendo assim amos usar a sequência de da primeira semana até decima semana.

R: C

15.

$$S_n = \frac{a_1 + an}{2} \cdot n$$

$$S_{13} = \frac{4 + 40}{2} \cdot 13$$

$$S_{13} = \frac{44}{2} \cdot 13$$

$$S_{13} = 22 \cdot 13$$

$$S_{13} = 286$$

R: **C**

16. R: **A**

17. R: **B**

18. R: **A**

19. R: **C**

20.

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = mx + b$$

$$P(0; 4)$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4}{4} = -1$$

$$p(1; -1)$$

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-1 - 4}{1 - 0}$$

$$m = -5$$

$$y = -5x + b$$

$$4 = -5 \cdot 0 + b$$

$$b = 4$$

$$y = -5x + 4$$

R: **A**

21. R: **C**

22. Qual é a afirmação correcta?

$$x - y = 6$$

$$P = x.y$$

$$-y = 6 - x$$

$$y = x - 6$$

$$P = x(x - 6)$$

$$P = x^2 - 6x$$

$$P'(x) = 2x - 6$$

$$P'(x) = 0$$

$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$3 - y = 6$$

$$x - y = 6$$

$$3 - y = 6$$

$$-y = 6 - 3$$

$$-y = 3$$

$$y = -3$$

R: **A**

23- R: **C**

24. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x}{1 - \cos x}$?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 x \cdot \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x}{1 - \cos^2 x} + \frac{\text{sen}^2 x \cdot \cos x}{1 - \cos^2 x}$$

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x}{\text{sen}^2 x} + \frac{\text{sen}^2 x \cdot \cos x}{\text{sen}^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 1 + \cos x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 1 + \cos 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 1 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2$$

$$= 2$$

R: B

25. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\pi}{x}\right)^{4x}$?

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\pi}{x}\right)^{4x} = (\infty^\infty)$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\pi}{x} - 1\right) \cdot 4x}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} -4\pi}$$

$$= e^{-4\pi}$$

R: A

26. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3x^2 - 5x + 7}{27x^2 + 3}}$?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3x^2 - 5x + 7}{27x^2 + 3}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\frac{3x^2}{x^2} - \frac{5x}{x^2} + \frac{7}{x^2}}{\frac{27x^2}{x^2} + \frac{3}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3}{27}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

R: B

27. A função f tem uma descontinuidade eliminável em $x = p$ se existe e é finito o $\lim_{x \rightarrow p} f(x)$, mas...

A $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p)$

B $\lim_{x \rightarrow p} f(x) \neq f(p)$

C $\lim_{x \rightarrow p} f(x) \neq p$

D $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = p$

28. R: A

29. Sabendo que a função $f(x) = \begin{cases} mx - 3 & \text{se } x < 1 \\ x^2 + 2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$ é contínua em $x = 1$, qual é o valor da constante real m ?

A $m = 6$

B $m = 3$

C $m = 2$

D $m = 1$

Resolução:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} mx - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$m \cdot 1 - 3 = 1^2 + 2$$

$$m - 3 = 3$$

$$m = 3 + 3$$

$$m = 6$$

30. R: A

31. R: A

32. R: B

33. Qual é a primeira derivada da função $f(x) = e^x \cdot \cos x$?

$$f'(x) = (e^x)' \cdot \cos x + e^x (\cos x)'$$

$$f'(x) = e^x \cdot \cos x + e^x (-\operatorname{sen} x)$$

$$f'(x) = e^x \cdot \cos x - e^x \cdot \operatorname{sen} x$$

$$f'(x) = e^x (\cos x - \operatorname{sen} x)$$

R: **D**

34. Qual é a primeira derivada da função $f(x) = \log^{x^2}$

$$f'(x) = \frac{(x^2)'}{x^2 \cdot \ln 10}$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 \cdot \ln 10}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x \cdot \ln 10}$$

R: **D**

35. Qual é a 2ª derivada da função $f(x) = \ln x$?

$$f'(x) = \frac{(x)'}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f''(x) = \frac{1' \cdot x - 1 \cdot x'}{x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2}$$

R: **B**

Somente para a opção A

36.

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$AH : y = \frac{a}{c}$$

$$y = \frac{0}{2}$$

$$y = 0$$

R: **C**.

37.

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(x) = 0$$

$$6x = 0$$

$$x = \frac{0}{6}$$

$$x = 0$$

$$P(0;0)$$

R: **A**

38.

$$x - y = 6$$

$$P = x, y$$

$$-y = 6 - x$$

$$y = x - 6$$

$$P = x(x - 6)$$

$$P = x^2 - 6x$$

$$P'(x) = 2x - 6$$

$$P'(x) = 0$$

$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$3 - y = 6$$

$$x - y = 6$$

$$3 - y = 6$$

$$-y = 6 - 3$$

$$-y = 3$$

$$y = -3$$

R: **A**

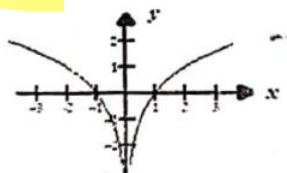
39. R: **B**

40. R: **A**

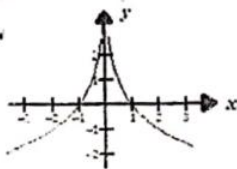
Somente para as Opções B e C

36. Qual dos gráficos representa a função $f(x) = \log_2 |x|$?

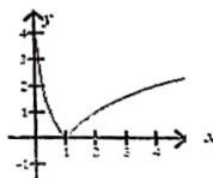
A



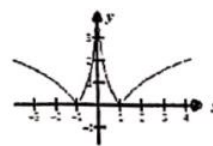
B



C



D



37. Qual é a inversa da função $f(x) = 2^x - 1$?

$$f(x) = 2^x - 1$$

$$x = 2^y - 1$$

$$2^y = x + 1$$

$$\log_2^{x+1} = y$$

$$y = \log_2^{x+1}$$

$$f^{-1}(x) = \log_2^{x+1}$$

R: B

38. Considere as funções $f(x) = 3x + 4$ e $g(x) = \log_3^x$. Qual é o valor de $(g \circ f)(-1)$?

$$g \circ f(x) = \log_3^{3x+4}$$

$$g \circ f(-1) = \log_3^{3(-1)+4}$$

$$g \circ f(-1) = \log_3^{-3+4}$$

$$g \circ f(-1) = \log_3^1$$

$$3^{g \circ f(-1)} = 1$$

$$3^{g \circ f(-1)} = 3^0$$

$$g \circ f(-1) = 0$$

R: C

39. A que é igual $\int (x^4 + 3x^2 + 1)dx$?

$$\int x^4 dx + \int 3x^2 dx + \int 1 dx$$

$$\frac{x^5}{5} + \frac{3x^3}{3} + x + c$$

$$\frac{x^5}{5} + x^3 + x + c$$

R: D

40. A que é igual o módulo de $z = 2 + i$?

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z = \sqrt{2^2 + 1^2}$$

$$z = \sqrt{4 + 1}$$

$$z = \sqrt{5}$$

R: **A**