

# Nociones básicas de combinatoria

- 1.- Variaciones sin repetición
- 2.- Variaciones con repetición
- 3.- Permutaciones sin repetición
- 4.- Permutaciones con repetición
- 5.- Combinaciones sin repetición
- 6.- Combinaciones con repetición

## 1.- Variaciones sin repetición

**Definición:** Dado un conjunto de  $n$  elementos distinguibles, se llama variación sin repetición de  $p$  elementos, con  $p < n$ , elegidos entre los  $n$ , a cualquier disposición ordenada de  $p$  elementos distintos del conjunto.

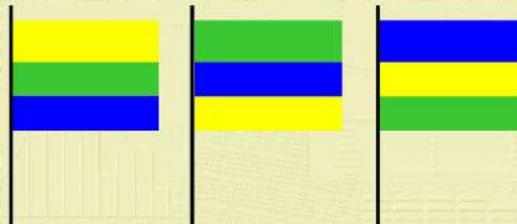
**Notación:** El número de variaciones de  $p$  elementos elegidos entre los  $n$  se nota habitualmente  $V_n^p$ .

**Valor:** 
$$V_n^p = n(n-1) \cdots (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

**Ejemplo:** *¿Cuántas banderas diferentes de tres franjas horizontales de colores distintos pueden confeccionarse a partir de siete colores diferentes?*

**Solución:**

Se trata de calcular el número de grupos de tres colores distintos elegidos entre los siete, sabiendo que son banderas distintas aquellas que difieren en la disposición de los colores. Así, por ejemplo, ya que las banderas



son distintas, influye el orden y, por lo tanto, el número de banderas es  $V_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$ . ■

## 2.- Variaciones con repetición

**Definición:** Dado un conjunto de  $n$  elementos distinguibles, se llama variación con repetición de  $p$  elementos elegidos entre los  $n$  a cualquier disposición ordenada, con repeticiones eventuales, de  $p$  elementos del conjunto. En este caso  $p$  puede ser mayor o igual que  $n$ .

**Notación:** El número de variaciones con repetición de  $p$  elementos elegidos entre los  $n$  se nota habitualmente  $VR_n^p$ .

**Valor:**  $VR_n^p = n^p$ .

**Ejemplo:** *¿Cuántas quinielas de 14 resultados distintos se pueden rellenar?*

**Solución:**

Se trata de determinar el número de grupos ordenados de 14 elementos (debiéndose repetir) del conjunto  $\{1, X, 2\}$  y, por lo tanto, el número de quinielas distintas es  $VR_3^{14} = 3^{14} = 4782969$ . ■

### 3.- Permutaciones sin repetición

**Definición:** Dado un conjunto de  $n$  elementos distinguibles, se llama permutación de los  $n$  elementos a cualquier disposición ordenada de todos ellos.

**Notación:** El número de permutaciones (sin repetición) de  $n$  elementos distintos se nota habitualmente  $P_n$ .

**Valor:**  $P_n = n!$

**Ejemplo:** *¿De cuántas formas distintas podemos colocar un libro de Matemáticas, uno de Física y uno de Biología en una estantería?*

**Solución:**

Se trata de determinar el número de ordenaciones distintas que pueden hacerse con estos tres libros, Matemáticas, Física, Biología; es decir,  $P_3 = 3! = 6$ . ■

## 4.- Permutaciones con repetición

**Definición:** Dado un conjunto de  $n$  elementos formado por  $r$  grupos distintos de elementos indistinguibles de cardinales  $n_1, n_2, \dots, n_r$  tales que  $\sum_{i=1}^r n_i = n$ , se llama permutación de los  $n$  elementos a cualquier disposición ordenada de todos ellos.

**Notación:** El número de permutaciones (con repetición) de  $n$  elementos formados por  $r$  grupos de elementos indistinguibles se nota habitualmente  $PR_n^{n_1 n_2 \dots n_r}$ .

**Valor:**  $PR_n^{n_1 n_2 \dots n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$ .

**Nota:** En este caso las ordenaciones distintas dentro de los grupos de elementos indistinguibles originan la misma permutación.

**Ejemplo:** *¿Cuántos números de seis cifras se pueden formar con los dígitos  $\{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$ ?*

**Solución:**

Se trata de determinar el número de ordenaciones distintas de un conjunto de seis elementos formados por tres grupos distintos de elementos indistinguibles,

$$\{1, 1, 1\}, \{2, 2\}, \{3\}.$$

En este caso, se puede formar  $PR_6^{3,2,1} = \frac{6!}{3!2!1!} = 60$  números de seis cifras distintos. ■

## 5.- Combinaciones sin repetición

**Definición:** Dado un conjunto de  $n$  elementos distinguibles, se llama combinación sin repetición de  $p$  elementos, con  $p < n$ , elegidos entre los  $n$ , a cualquier subconjunto de  $p$  elementos distintos del conjunto.

**Notación:** El número de combinaciones sin repetición de  $p$  elementos elegidos entre los  $n$  se nota habitualmente  $C_n^p$ .

**Valor:**  $C_n^p = \binom{n}{p}$ .

**Ejemplo:** *Un estudiante debe responder a seis de las diez preguntas de las que consta un examen, ¿entre cuántos grupos de preguntas distintas puede elegir?*

**Solución:**

Se trata de determinar el número de grupos distintos de seis preguntas escogidas del conjunto de las diez, sabiendo que dos grupos con las mismas preguntas, aún en distinto orden, coinciden.

En este caso, el número de grupos de preguntas distintos entre los que se puede elegir es

$$C_{10}^6 = \frac{10!}{6!4!} = 210.$$



## 6.- Combinaciones con repetición

**Definición:** Dado un conjunto de  $n$  elementos distinguibles, se llama combinación con repetición de  $p$  elementos escogidos entre los  $n$  a cualquier colección de  $p$  elementos del conjunto, con repeticiones eventuales de algunos de ellos.

**Notación:** El número de combinaciones con repetición de  $p$  elementos elegidos entre los  $n$  se nota habitualmente  $CR_n^p$ .

**Valor:**  $CR_n^p = \binom{n-1+p}{p}$ .

**Ejemplo:** *¿De cuántas formas pueden elegirse simultáneamente tres bolas de una urna en la que hay al menos tres bolas blancas y tres negras indistinguibles?*

**Solución:**

Cada grupo es una disposición no ordenada de tres colores formada por los colores blanco y negro con repetición de alguno de ellos. Por tanto, se trata de determinar el número de grupos de tres elementos no ordenados del conjunto  $\{b, n\}$ .

En este caso, el número de formas distintas de elegir simultáneamente tres bolas del conjunto es

$$CR_2^3 = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3!1!} = 4.$$

