

MATEMÁTICA

Monómio e Polinómio

Teoria e Prática

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$B(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

ÍNDICE

3.1- MONÓMIO	03
3.1.1- Monómios semelhantes	03
3.1.2- Grau de um monómio	03
3.1.3- Operações com monómios	05
3.1.3.1- Adição e subtração	05
3.1.3.2- Multiplicação	05
3.1.3.3- Divisão	05
3.2- POLINÓMIO	07
3.2.1- Conceito de polinómio	07
3.2.2- Grau do polinómio	07
3.2.3- Polinómios idênticos	07
3.2.4- Polinómio identicamente nulo	08
3.2.5- Valor numérico de um polinómio	08
3.2.6- Operações com polinómios	09
3.2.6.1- Adição e subtração	09
3.2.6.2- Multiplicação de polinómios	09
3.2.6.3- Divisão	10
3.2.6.3.1- Divisão de polinómio pelo método de Chaves	10
3.2.6.3.2- Dispositivo de Briot – Ruffini	11
3.2.6.3.3- Teorema do Resto	12
3.2.6.3.4- Método de Rene Descartes	13



3.1- Monómio

3.1- Monómio: é o produto de números ou de variáveis.

Nota: O monómio só intervêm as operações de multiplicação e divisão.

Exemplos: $2x$; $4xy$; x^2y^5z ; $-ab^3$; $\frac{1}{3}k^2pq$; $-5m^2n$; 3 .

Todo número real é um monómio sem a parte literal

Um monómio é constituído por:

- Parte numérica, a parte que contém números (coeficiente);
- Parte literal, a parte que contém variáveis (letras).

Exemplos:

Termo	Coeficiente	Parte literal
$2x$	2	x
$\frac{4}{7}x^2y$	$\frac{4}{7}$	x^2y
$-x^2y^2w^2z$	-1	$x^2y^2w^2z$

3.1.1- Monómios semelhantes

São aqueles que apresentam a mesma parte literal.

Exemplos: $3ab$; $-12ab$; $\frac{2}{3}ab$

3.1.2- Grau de um monómio

É a soma dos expoentes de todas as variáveis que formam a parte literal do monómio. O grau de um monómio, representa-se por: $gr(M)$.

Exemplo: encontre o grau do monómio $5x^2y^4z^3w$

Resolução

Somando os expoentes dos factores literais, vem:

$$gr(5x^2y^4z^3w) = 2 + 4 + 3 + 1 = 10$$

logo o grau do monómio dado é $gr(M) = 10^\circ$

- se o monómio tiver variáveis no denominador, o seu grau será a diferença entre a soma dos expoentes das variáveis do numerador e a soma dos expoentes das variáveis do denominador.

Exemplos: encontre os graus dos monómio seguintes



a) $\frac{8xy}{3a^2b}$

Resolução

Somando os expoentes dos factores literais do numerador, vem:

$$8xy = 1 + 1 = 2$$

Somando os expoentes dos factores literais denominador, vem:

$$3a^2b = 2 + 1 = 3$$

Logo o grau do monómio será dado pela diferença do numerador e denominador.

$$2 - 3 = -1$$

Ou seja:

$$\text{gr}\left(\frac{8xy}{3a^2b}\right) = (1 + 1) - (2 + 1) \Rightarrow \text{gr}\left(\frac{8xy}{3a^2b}\right) = 2 - 3 = -1$$

Então grau do monómio dado é $\text{gr}(\mathbf{M}) = -1^\circ$

b) $\frac{7a^2}{3}$

Resolução

$$\text{gr}\left(\frac{7a^2}{3}\right) = 2$$

Logo o grau do monómio dado é $\text{gr}(\mathbf{M}) = 2^\circ$

c) $\frac{1}{2ab}$

Resolução

$$\text{gr}\left(\frac{1}{2ab}\right) = 0 - (1 + 1) = -2$$

Logo o grau do monómio dado é $\text{gr}(\mathbf{M}) = -2^\circ$

- *Se o monómio é um número, o seu grau é zero.*

Exemplo: encontre o grau do monómio 6

Resolução

Sendo um número real, então o seu grau é $\text{gr}(\mathbf{M}) = 0$

Binómio: é toda expressão formado por dois monómios.

Exemplo: $2x + 6m$; $4y - 3$; $x + n$

Trinómio: é toda expressão formado por três monómios.



Exemplo: $2x + 6m + 1$; $4y - 5x - 3$; $x + n + m$

Polinómio: é uma expressão algébrica de dois ou mais termos.

Exemplo: $2x^3 + 6x + 1 + x^2$; $4y - 5x - 3$; $x + n + m$

3.1.3- Operações com monómios

3.1.3.1- Adição e subtração: reduzem-se os termos semelhantes.

Exemplo: calcule

a) $3x + x$

Resolução

$$3x + x = 4x$$

b) $\frac{2}{3}ab + \frac{1}{6}ab - ab$

Resolução

$$\frac{2}{3}ab + \frac{1}{6}ab - ab = \frac{4ab + ab}{6} - ab = \frac{5ab - 6ab}{6} = -\frac{1}{6}ab$$

c) $3xz + (-4xz) - (-2xz) + (xz)$

Resolução

$$3xz + (-4xz) - (-2xz) + (xz) = 3xz - 4xz + 2xz + xz = 2xz$$

3.1.3.2- Multiplicação: multiplicam-se números com números e variáveis com variáveis. Tendo em conta a propriedade da multiplicação de potências com as mesmas bases.

Exemplos: calcule

a) $(3x^4) \cdot (2x) = (3 \cdot 2)x^{4+1} = 6x^5$

b) $(-4x^2y^3) \cdot (3x^4y^2) = (-4 \cdot 3)x^{2+4} \cdot y^{3+2} = -12x^6y^5$

c) $(x) \cdot (2y) = (1 \cdot 2)(x \cdot y) = 2xy$

d) $\left(-\frac{2}{3}x^4y^2z^3\right) \cdot \left(\frac{5}{6}x^3yz^2\right) = \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}\right)x^{4+3}y^{2+1}z^{3+2} = -\frac{10}{18}xyz = -\frac{5}{9}xyz$

3.1.3.3- Divisão: dividem-se números com números e variáveis com variáveis. Tendo em conta a propriedade da divisão de potências com as mesmas bases.

Exemplos: calcule os quocientes

a) $(4x^4) \div (2x) = (4 \div 2)x^{4-1} = 2x^3$

b) $(-4x^4y^3) \div (3x^4y^2) = (-4 \div 3)x^{4-4}y^{3-2} = -\frac{4}{3}x^0y^1 = -\frac{4}{3}y$

c) $(10xy) \div (2y) = (10 \div 2)xy^{1-1} = 5xy^0 = 5x$



$$d) \left(-\frac{4}{5}x^5y\right) \div \left(-\frac{4}{3}x^3y\right) = \left(\frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{3}}\right)x^{5-3}y^{1-1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}y^2y^0 = \frac{3}{5}y^2$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

"Você sempre pode desistir. Por que tem de ser agora?" (Robert Kiyosack)

1. Efectuar a divisão entre os monómios e encontre os seus respectivos graus:

a) $10x^5 \div 2x^3$ b) $25y^7 \div 5x^5$ c) $12a^5 \div 4a^3$ d) $20x^3 \div 10x^2$
 e) $18a^4b^2 \div 6b^2$ f) $100xy^5 \div 20y^3$ g) $4x^2y^3 \div (-2xy)$ h) $-11a^3 \div a^3$
 i) $15m^5 \div (-3m^2)$ j) $\frac{8x^2yz^3}{4xyz}$ k) $\frac{16a^2bc^4d}{8a^3bc^2d^2}$

2. Ecfetue as multiplicações e encontre os seus respectivos graus:

a) $2a^3 \cdot a^2$ b) $4x \cdot 2y$ c) $(-4x^3) \cdot (-2x)$ d) $2ab^2 \cdot 5a^2$
 e) $3abc \cdot b^3c^2$ f) $5x^3 \cdot (-4x^2c)$ g) $8x^2y^3 \cdot 2x^3y^2$ h) $8m^3n^6 \cdot 3m \cdot 2m^{-4}n$
 i) $\frac{2}{3}x^3y \cdot 5x^2y$ j) $\left(-\frac{3}{2}a^3b^2x\right)^2$ k) $\left(-\frac{1}{3}a^3xy^4\right) \cdot (3a^2y^2)^2$ l) $(-3a^3x^2) \cdot \left(-\frac{2}{5}xy^2x\right) \cdot \left(\frac{1}{6}a^4z^2\right)$

3. Desenvolva as operações de modo a reduzir as expressões a termos semelhantes.

a) $5b - 7b$
 b) $7x^3 - 10x^3 - 8x^3 + 2x^3$
 c) $y + 3 + \frac{y}{4} + \frac{y}{3}$
 d) $5a - 2b + \frac{3}{2}a + b$
 e) $a^2 - 3a^2 - a^2 + 3a^2$

4. A expressão $3x + 5y - x + 2y$ é equivalente a:

a) $3x + 7y$ c) $3x + 2y$ b) $2x + 4y$ d) $2x + 7y$

5. Ache o grau dos seguintes monómios:

a) $\frac{x^2y^2z^3bc}{z^2q^2bc^2}$ b) $\frac{2}{a^2c^3b}$ c) $\frac{t^3u^2v^3}{3}$ d) $x^3y^3y^3$ e) 2
 f) $\frac{abc}{xyz}$ g) $\frac{abcd}{a^3b^3c^3d^3}$ h) $\frac{0,45ab}{0,5x^2y}$ i) $\frac{5,5abcd}{4,8abcd}$ j) $\frac{2,1a^2bc}{2,2xy^2c^3}$



3.2- Polinómio

3.2.1- Conceito de polinómio

Polinómio: é uma expressão algébrica de dois ou mais monómios não semelhantes.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0.$$

Exemplo: $P(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + x + 9$; $2x^3 + 6x + 1 + x^2$; $4y - 5x - 3$; $x + n + m$

3.2.2- Grau do polinómio

O grau do polinómio é dado pelo maior expoente de x com coeficiente diferente de zero. Assim, no polinómio:

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$. Se $a_n \neq 0$, o grau do polinómio $P(x)$ é o expoente máximo n ou seja: $\text{gr}(P) = n$, onde $\text{gr}(P)$ é o grau do polinómio.

Exemplo: Determina o grau do polinómio:

$$P(x) = 4x^5 + 3x^4 + x^3 + 10x^6 + 8x + 1 - 9x^2$$

Resolução

Organizando o polinómio na forma decrescente, teremos:

$$P(x) = 10x^6 + 4x^5 + 3x^4 + x^3 - 9x^2 + 8x + 1$$

Como o grau de um polinómio é dado pelo maior expoente, então o grau deste polinómio é:

$$\text{gr}(P) = 6$$

3.2.3- Polinómios idênticos

Dois polinómios são iguais quando os seus coeficientes são iguais.

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$B(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

Serão iguais se só, e somente se: $a_n = b_n$; $a_{n-1} = b_{n-1}$; $\dots$; $a_2 = b_2$; $a_1 = b_1$; $a_0 = b_0$

Logo, quando isso acontece dizemos que os polinómios são idênticos, ou seja, $A(x)$ é idêntico a $B(x)$ e indicamos por $A(x) \equiv B(x)$.



Exemplo: Sendo os polinómios $A(x) = 3x^3 + nx^2 - mx + 7$ e $B(x) = px^3 - 3x^2 - 4x + 7$, verifica se são idênticos.

Resolução

$$A(x) \equiv B(x) \Rightarrow 3x^3 + nx^2 - mx + 7 \equiv px^3 - 3x^2 - 4x + 7$$

$$p = 3; -3 = n; -m = -4; 7 = 7 \Rightarrow p = 3; n = -3; m = 4; 7 = 7$$

$$\text{Logo, } A(x) \equiv B(x) \Rightarrow 3x^3 + 3x^2 - 4x + 7 \equiv 3x^3 + 3x^2 - 4x + 7$$

3.2.4- Polinómio identicamente nulo

Diz-se que os polinómios são identicamente nulos quando os seus coeficientes são iguais a zero.

Exemplo: Determine os valores de a, b e c de modo que o polinómio seja identicamente nulo, $P(x) = (2a - 1)x^2 + (3a - 2b)x + (4a - c)$.

Resolução

$$P(x) \equiv 0$$

$$(2a - 1) = 0; (3a - 2b) = 0; (4a - c) = 0$$

$$a = \frac{1}{2}; 3 \cdot \frac{1}{2} - 2b = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{4}; 4 \cdot \frac{1}{2} - c = 0 \Rightarrow c = 2$$

$$P(x) \equiv \left(2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right)x^2 + \left[3\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{3}{4}\right)\right]x + \left(4 \cdot \frac{1}{2} - 2\right)$$

$$P(x) \equiv (1 - 1)x^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right)x + (2 - 2) \Rightarrow P(x) \equiv 0$$

Logo, os valores de a, b e c são: $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{3}{4}$; e $c = 2$

3.2.5- Valor numérico de um polinómio

Quando, em um polinómio $P(x)$, substituímos x por um número a ($a \in \mathbb{C}$), obtemos um número que indicaremos por $P(a)$. A esse número chamamos de valor numérico de $P(x)$. Caso o valor numérico de $P(x)$ para $x = a$ seja igual a zero, dizemos que a é a raiz ou zero desse polinómio. $P(a) = 0 \Leftrightarrow a$ é raiz de $P(x)$.

Exemplo: Dado o polinómio $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$, obtenha o valor numérico de $P(x)$, para $x = 2$

Resolução

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$$

$$P(2) = 2 \cdot (2)^3 - 3 \cdot (2)^2 + 2 - 1 \Rightarrow P(2) = 16 - 12 + 1 \Rightarrow P(2) = 5$$

**3.2.6- Operações com polinómios**

3.2.6.1- Adição e subtração: só se soma dois polinómios se os termos de cada monómio tiverem os mesmos expoentes, $A(x) \pm B(x)$.

Exemplo: Dados polinómios $A(x) = 5x^3 + 4x^2 - 3x - 1$ e $B(x) = 5x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 4$

Calcule: $A(x) + B(x)$ e $A(x) - B(x)$

Resolução

$$A(x) + B(x) = (5x^3 + 4x^2 - 3x - 1) + (5x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 4)$$

Agrupando os termos semelhantes, teremos:

$$A(x) + B(x) = 5x^3 + 3x^3 + 4x^2 - 3x^2 - 3x - 1 - 4 + 5x^4$$

$$A(x) + B(x) = 8x^3 + x^2 - 3x - 5 + 5x^4$$

Organizando de forma decrescente, teremos:

$$A(x) + B(x) = 5x^4 + 8x^3 + x^2 - 3x - 5$$

Resolução

$$A(x) - B(x) = (5x^3 + 4x^2 - 3x - 1) - (5x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 4)$$

Eliminando os parêntesis, teremos:

$$A(x) - B(x) = 5x^3 + 4x^2 - 3x - 1 - 5x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 4$$

Agrupando os termos semelhantes, teremos:

$$A(x) - B(x) = 5x^3 - 3x^3 + 4x^2 + 3x^2 - 3x - 1 + 4 - 5x^4$$

$$A(x) - B(x) = 2x^3 + 7x^2 - 3x + 3 - 5x^4$$

Organizando de forma decrescente, teremos:

$$A(x) - B(x) = -5x^4 + 2x^3 + 7x^2 - 3x + 3$$

3.2.6.2- Multiplicação de polinómios: multiplica-se cada parcela do primeiro e cada parcela do segundo, aplicando a propriedade distributiva do polinómio $A(x) \cdot B(x)$. Tendo em conta a propriedade de multiplicação de potências, com as mesmas bases.

Exemplo: Dados polinómios $A(x) = x^2 - 3x - 1$ e $B(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$

Calcule: $A(x) \cdot B(x)$

**Resolução**

$$A(x) \cdot B(x) = (x^2 - 3x - 1) \cdot (2x^3 - 3x^2 - 4)$$

Aplicando propriedade distributiva, teremos:

$$A(x) \cdot B(x) = 2x^5 - 3x^4 - 4x^2 - 6x^4 + 9x^3 + 12x - 2x^3 + 3x^2 + 4$$

Agrupando os termos semelhantes, teremos:

$$A(x) \cdot B(x) = 2x^5 - 3x^4 - 6x^4 + 9x^3 - 2x^3 - 4x^2 + 3x^2 + 12x + 4$$

$$A(x) \cdot B(x) = 2x^5 - 9x^4 + 7x^3 - x^2 + 12x + 4$$

3.2.6.3- Divisão**3.2.6.3.1- Divisão de polinómio pelo método de Chaves**

Sejam dois polinómios $P(x)$ e $D(x)$, onde $P(x)$ é o dividendo e $D(x)$ é o divisor, com $D(x) \neq 0$. Dizemos que existe um único par de polinómios $Q(x)$ e $R(x)$ em que $Q(x)$ é o quociente e $R(x)$ é o resto, tal que:

$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x) \Rightarrow \text{gr}R(x) < \text{Dgr}(x)$ ou $R(x) = 0$ e se $R(x) = 0$, dizemos que a divisão é exacta ou então $P(x)$ é divisível por $D(x)$.

Esquemáticamente, temos:

$$\begin{array}{r|l} P(x) & D(x) \\ R(x) & Q(x) \end{array}$$

Passos do método de chave:

Sejam $P(x) = 8x^2 + 6x + 1$ e $D(x) = 4x + 1$. obter $Q(x)$ e $R(x)$

1º) Os dois polinómios $P(x)$ e $D(x)$ já estão ordenados de forma decrescente e completas a x ;

2º) Coloca-se $D(x)$ dentro da chave de divisão e $P(x)$ fora, à esquerda;

$$8x^2 + 6x + 1 \quad | \quad 4x + 1$$

3º) Dividi-se o primeiro termo de $P(x)$ pelo o primeiro termo $D(x)$, obtém-se $2x$ (1º termo do quociente $Q(x)$).

$$\begin{array}{r|l} 8x^2 + 6x + 1 & 4x \\ \hline & 2x \end{array}$$

4º) Multiplica-se o primeiro termo de $Q(x)$ ($2x$) por $D(x)$, subtraindo o produto de $P(x)$; obtém-se o primeiro resto da divisão $R_1(x)$;

$$\begin{array}{r} 8x^2 + 6x + 1 \overline{) 4x + 1} \\ \underline{-8x^2 - 2x} \\ R_1(x) \rightarrow 4x + 1 \end{array}$$

5º) Dividir o primeiro termo do 1º resto $R_1(x)$ pelo o primeiro termo de $D(x)$; obtém-se o 2º de $Q(x)$.

$$\begin{array}{r} 8x^2 + 6x + 1 \overline{) 4x + 1} \\ -8x^2 - 2x \\ \hline 4x + 1 \end{array}$$

6º) Multiplica-se o 2º termo de $Q(x)$ por $D(x)$, subtraindo o produto do primeiro resto $R_1(x)$; obtém-se o 2º resto da divisão $R_2(x)$ e com $R_1(x) = 0$, a divisão termina.

$$\begin{array}{r} 8x^2 + 6x + 1 \quad \overline{) \quad 4x + 1} \\ -8x^2 - 2x \\ \hline 2x + 1 \\ 4x + 1 \\ -4x - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$Q(x) = 2x + 1 \text{ e } R(x) = 0$$

3.2.6.3.2- Dispositivo de Briot – Ruffini

Seja $f(x)$ um polinómio e a um número qualquer, diz-se que a é uma raiz do polinómio $P(x)$ se cumpre-se $P(a) = 0$. Também diz-se que a é o zero do polinómio.

Seja $P(x)$ um polinómio e um polinómio na forma $x - a$, se dividir $P(x)$ por este polinómio de primeiro grau, o resto será um polinómio de grau zero ou mesmo zero. O resto da divisão de um polinómio $f(x)$ por um polinómio linear $x - a$ é igual ao valor $P(a)$ que toma o polinómio $P(x)$ para $x = a$

Seja $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ e $D(x) = x - a$, assim sendo:

$$D(x) = 0 \Leftrightarrow x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

	a_0	a_1	a_2	$\cdots$	a_{n-1}	a_n
a	$\vdots$ $\blacktriangledown$	$Q(x)$				$R(x)$



Exemplo: Determine o quociente e o resto da divisão $P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ por $D(x) = 2x - 4$

Resolução

$$P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$$

$$D(x) = 2x - 4 \text{ para } D(x) = 0$$

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

	1	4	-3	1
		$4 + 2 \cdot 1$	$-3 + 6 \cdot 2$	$1 + 9 \cdot 2$
2	↓	↓	↓	↓
	1	6	9	19

Logo, o $Q(x) = x^2 + 6x + 9$ e $R(x) = 19$

3.2.6.3.3- Teorema do Resto

Utiliza-se para calcular o resto da divisão entre dois polinómios sem que seja necessário efectuar a divisão do polinómio.

Exemplo: Dado o polinómio, calcula o resto da divisão $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 1$ por $D(x) = x - 2$.

Resolução

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 1$$

$$D(x) = x - 2 \Leftrightarrow D(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Substituindo $x = 2$ no polinómio $P(x)$, teremos:

$$P(2) = (2)^3 + 2(2)^2 - 5(2) - 1 \Rightarrow P(2) = 8 + 8 - 10 - 1 \Rightarrow P(2) = 5$$

Logo, o resto da divisão é 5.

3.2.6.3.4- Método de Rene Descartes

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$



$$\text{gr}[P(x)] = \text{gr}[D(x) \cdot Q(x) + R(x)]$$

$$Q(x) = \text{gr}[P(x)] - \text{gr}[D(x)]$$

$$\text{gr}[R(x)] < \text{gr}[D(x)]$$

$$\text{gr}[R(x)] = \text{gr}[D(x)] - 1$$

Exemplo: Determine o quociente e o resto da divisão do polinómio: $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + x - 5$, $D(x) = 2x^2 - 1$.

Resolução

$$g[Q(x)] = g[P(x)] - g[D(x)] \Rightarrow \text{gr}[Q(x)] = 3 - 2 \Rightarrow \text{gr}[Q(x)] = 1$$

$$Q(x) = ax + b$$

$$\text{gr}[R(x)] = \text{gr}[D(x)] - 1 \Rightarrow \text{gr}[R(x)] = 2 - 1 \Rightarrow \text{gr}[R(x)] = 1$$

$$R(x) = cx + d$$

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$P(x) = (2x^2 - 1)(ax + b) + (cx + d)$$

$$P(x) = 2ax^3 + 2bx^2 - ax - b + cx + d$$

$$2x^3 + 3x^2 + x - 5 \equiv 2ax^3 + 2bx^2 + (c - a)x + (d - b)$$

$$\begin{cases} 2 = 2a \\ 3 = 2b \\ 1 = c - a \\ d - b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \\ c = 1 + 1 \\ d = -5 + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ d = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$Q(x) = ax + b \Rightarrow Q(x) = x + \frac{3}{2}$$

$$R(x) = cx + d \Rightarrow R(x) = 2x - \frac{7}{2}$$

Exercícios de Aplicação

"Estudar é tipo colocar o lixo no mar, a qualquer momento as ondas levam!!."

1) Determine o valor de k de modo que o polinómio $P(x) = x^3 + 2x^2 + kx - 2$ seja divisível por $(x - 1)$.

Resolução



$$P(x) = x^3 + 2x^2 + kx - 2 \text{ e } D(x) = x - 1 \text{ para } D(x) = 0$$

$$\text{Então: } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

Substituindo o valor de x no polinómio, teremos:

$$P(1) = (1)^3 + 2(1)^2 + k(1) - 2 \Rightarrow P(1) = 1 + 2 + k - 2$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(1) = 0$

$$\text{Então: } 1 + k = 0 \Rightarrow \mathbf{k = -1}$$

2) ISCED-L) Determine p e r de forma que o polinómio $x^4 + px^3 + rx^2 + 2x + 1$, seja divisível por $x^2 - x - 6$.

Resolução

$$P(x) = x^4 + px^3 + rx^2 + 2x + 1; D(x) = x^2 - x - 6$$

$$\text{Para } D(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = -2$$

Para $x = 3$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(3) = (3)^4 + p(3)^3 + r(3)^2 + 2(3) + 1 \Rightarrow P(3) = 27p + 9r + 88$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(3) = 0$, logo, teremos:

$$27p + 9r + 88 = 0 \Rightarrow \mathbf{27p + 9r = -88} \text{ Equação (1)}$$

Para $x = -2$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(-2) = (-2)^4 + p(-2)^3 + r(-2)^2 + 2(-2) + 1 \Rightarrow P(-2) = -8p + 4r + 13$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(-2) = 0$, logo, teremos:

$$-8p + 4r = 0 \Rightarrow \mathbf{-8p + 4r = -13} \text{ Equação (2)}$$

Formando sistema de duas equações a duas incógnitas com as equações (1) e (2), teremos:

$$\begin{cases} 27p + 9r = -88 \\ -8p + 4r = -13 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema aplicando o método de Cramer, teremos:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 27 & 9 \\ -8 & 4 \end{vmatrix} = 180 \quad \Delta p = \begin{vmatrix} 9 & -88 \\ 4 & -13 \end{vmatrix} = 235 \quad \Delta r = \begin{vmatrix} 27 & -88 \\ -8 & -13 \end{vmatrix} = -1055$$



$$p = \frac{\Delta p}{\Delta} = \frac{235}{180} \Rightarrow p = \frac{47}{36}$$

$$r = \frac{\Delta r}{\Delta} = -\frac{1055}{180} \Rightarrow r = -\frac{211}{36}$$

Logo os valores são $p = \frac{47}{36}$ e $r = -\frac{211}{36}$

3) Considera o polinómio $P(x) = 2x^4 - ax^3 + bx^2 + x - 6$, sabe-se que é divisível por $(x + 3)(x + 2)$.

Resolução

$P(x) = 2x^4 - ax^3 + bx^2 + x - 6$ e $D(x) = (x + 3)(x + 2)$; para $D(x) = 0$
 $(x + 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = -3 \vee x = -2$

Para $x = -3$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(-3) = 2(-3)^4 - a(-3)^3 + b(-3)^2 - 3 - 6 \Rightarrow P(-3) = 162 + 27a + 9b - 9$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(-3) = 0$, logo, teremos:

$$27a + 9b = -153 \Leftrightarrow 3a + b = -17 \text{ Equação (1)}$$

Para $x = -2$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(-2) = 2(-2)^4 - a(-2)^3 + b(-2)^2 - 2 - 6 \Rightarrow P(-2) = 32 + 8a + 4b - 8$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(-2) = 0$, logo, teremos:

$$8a + 4b = -24 \Leftrightarrow 2a + b = -6 \text{ Equação (2)}$$

Formando sistema de duas equações a duas incógnitas com as equações (1) e (2), teremos:

$$\begin{cases} 3a + b = -17 \\ 2a + b = -6 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema aplicando o método de Adição, teremos:

$$\begin{cases} -3a - b = 17 \\ 2a + b = -6 \end{cases} \Rightarrow -a = 11 \Rightarrow a = -11$$

Substituindo o valor de a na IIª equação, temos:

$$2(-11) + b = -6 \Rightarrow b = -6 + 22 \Rightarrow b = 16$$

Logo os valores são $a = -11$ e $b = 16$



4) ISCED-L) Considere o polinómio $P(x) = 2x^4 + 3x^3 + px^2 + qx - 3$, sabe-se que a expressão é divisível por $(x + 1)(x - 3)$.

a) Determine a soma de p e q .

Resolução

$$P(x) = 2x^4 + 3x^3 + px^2 + qx - 3; D(x) = (x + 1)(x - 3); \text{ para } D(x) = 0 \\ (x + 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = 3$$

Para $x = -1$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(-1) = 2(-1)^4 + 3(-1)^3 + p(-1)^2 + q(-1) - 3 \Rightarrow P(-1) = p - q - 4$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(-1) = 0$, logo, teremos:

$$p - q - 4 = 0 \Rightarrow \mathbf{p - q = 4} \text{ Equação (1)}$$

Para $x = 3$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(3) = 2(3)^4 + 3(3)^3 + p(3)^2 + 3q - 3 \Rightarrow P(3) = 9p + 3q + 240$$

Como o polinómio $P(x)$ é divisível por $D(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $P(3) = 0$, logo, teremos:

$$9p + 3q + 240 = 0 \Rightarrow 9p + 3q = -240 \Rightarrow \mathbf{3p + q = -80} \text{ Equação (2)}$$

Formando sistema de duas equações a duas incógnitas com as equações (1) e (2), teremos:

$$\begin{cases} p - q = 4 \\ 3p + q = -80 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema aplicando o método de Redução, teremos:

$$4p = -76 \Rightarrow p = -19$$

Substituindo o valor de p na Iª equação, temos:

$$p - q = 4 \Rightarrow -q = 4 - p \Rightarrow -q = 4 + 19 \Rightarrow q = -23$$

Logo os valores são $p = -19$ e $q = -23$

b) Decomponha em factores o $P(x)$, conhecido os valores de p e q

Resolução

Substituindo os valores de p e q no polinómio, teremos:

$$P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 19x^2 - 23x - 3$$



Sabendo que os divisores do termo independente (-3) , são: $\pm 1, \pm 3$, então fazendo $D(x) = x + 1$, para $D(x) = 0$, temos o seguinte: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$.

Aplicando dispositivo de Briot-Ruffini para decompor, teremos:

	2	3	-19	-23	-3
-1		-2	-1	20	3
	2	1	-20	-3	0

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 20x - 3; D(x) = x + 1; R(x) = 0$$

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x) \Rightarrow P(x) = (x + 1)(2x^3 + x^2 - 20x - 3) + 0$$

Aplicando o mesmo procedimento com outro polinómio, mas para $D(x) = x - 3$; $D(x) = 0$; $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$, teremos:

	2	1	-20	-3
3		6	21	3
	2	7	1	0

$$P(x) = D_1(x) \cdot D_2(x) \cdot Q_2(x) + R_1(x) \cdot R_2(x)$$

$$P(x) = (x + 1)(x - 3)(2x^2 + 7x - 1)$$

5) ISCED-L) O polinómio $f(x) = 6x^3 + 7x^2 + ax + 2b$ é divisível por $x + 1$ e dividindo por $x - 2$ da resto 75. Determine a e b .

Dados

$$f(x) = 6x^3 + 7x^2 + ax + 2b$$

$$D_1(x) = x + 1 \text{ para } D_1(x) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$D_2(x) = x - 2 \text{ Para } D_2(x) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Resolução

Para $x = -1$, substituindo este valor no polinómio, teremos:



$$f(-1) = 6(-1)^3 + 7(-1)^2 - a + 2b \Rightarrow f(-1) = -a + 2b + 1$$

Como o polinómio $f(x)$ é divisível por $D_1(x)$ então o resto desta divisão é zero, assim sendo: $f(-1) = 0$, logo, teremos:

$$-a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow -a + 2b = -1 \text{ Equação (1)}$$

Para $x = 2$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$f(2) = 6(2)^3 + 7(2)^2 + 2a + 2b \Rightarrow f(2) = 76 + 2a + 2b$$

Como o resto da divisão do polinómio $f(x)$ por $D_2(x)$ é 75, então: $f(2) = 75$, logo, teremos:

$$2a + 2b + 76 = 75 \Rightarrow 2a + 2b = -1 \text{ Equação (2)}$$

Formando sistema de duas equações a duas incógnitas com as equações (1) e (2), teremos:

$$\begin{cases} -a + 2b = -1 \\ 2a + 2b = -1 \end{cases}$$

Multiplicando a (1ª) equação por (-1) , teremos:

$$\begin{cases} a - 2b = 1 \\ 2a + 2b = -1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema aplicando o método de Redução, teremos:

$$3a = 0 \Rightarrow a = \frac{0}{3} \Rightarrow a = 0$$

Substituindo o valor de p na IIª equação, temos:

$$2(0) + 2b = -1 \Rightarrow 0 + 2b = -1 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

Logo os valores são $a = 0$ e $b = -\frac{1}{2}$

6) Determine o quociente e o resto da divisão do polinómio:

a) $A(x) = 3x^3 - 2x + 5$ por $B(x) = x - 3$, pelo o método de Chaves

Resolução

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 + 0x^2 - 2x + 5 & x - 3 \\ -3x^3 + 9x^2 & \\ \hline 9x^2 - 2x + 5 & 3x^2 + 9x + 25 \\ -9x^2 + 27x & \\ \hline 25x + 5 & \\ -25x + 75 & \\ \hline 80 & \end{array}$$



b) $P(x) = x^2 + 2x - 18$ por $D(x) = x - 3$ pelo o dispositivo de Briot-Ruffini

Resolução

Para $D(x) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

	1	2	-18
3		3	15
	1	5	-3

$Q(x) = x + 5$
 $R(x) = -3$

7) Determine os valores que os parâmetros reais a e b deve tomar para que $2x^3 - 5ax^2 - 3bx + 1$ seja divisível por $x + 2$ e que dividindo por $x - 2$ dê resto 7.

Dados

$$P(x) = 2x^3 - 5ax^2 - 3bx + 1$$

$$D_1(x) = x + 2$$

$$D_2(x) = x - 2$$

$$P(-2) = 0$$

$$P(2) = 7$$

Resolução

Para $D_1(x) = 0$ e $D_2(x) = 0$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Para $x = -2$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(-2) = 2(-2)^3 - 5a(-2)^2 - 3b(-2) + 1$$

$$P(-2) = -16 - 20a + 6b + 1 \Rightarrow P(-2) = 6b - 20a - 15 \Leftrightarrow P(-2) = 0$$

$$6b - 20a - 15 = 0 \Rightarrow 6b - 20a = 15 \text{ Equação (1)}$$

Para $x = 2$, substituindo este valor no polinómio, teremos:

$$P(2) = 2(2)^3 - 5a(2)^2 - 3b(2) + 1$$

$$P(2) = 16 - 20a - 6b + 1 \Rightarrow P(2) = -20a - 6b + 17 \Leftrightarrow P(2) = 7$$

$$-20a - 6b + 17 = 7 \Rightarrow -20a - 6b = -10 \text{ Equação (2)}$$



Formando sistemas de duas equações com duas incógnitas, teremos:

$$\begin{cases} 6b - 20a = 15 \\ -20a - 6b = -10 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema aplicando o método de Redução, teremos:

$$-40a = 5 \Rightarrow -8 \cdot 5a = 5 \Rightarrow -8a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$$

Substituindo o valor de a na Iª equação, temos:

$$6b = 15 + 20a \Rightarrow 6b = 15 + 20\left(-\frac{1}{8}\right) \Rightarrow 6b = 15 - \frac{5}{2} \Rightarrow 6b = \frac{25}{2} \Rightarrow b = \frac{25}{12}$$

Logo, os valores de a e b são: $a = -\frac{1}{8}$ e $b = \frac{25}{12}$

8) Determina k sabendo que o resto da divisão do polinómio $P(x) = x^4 - 4x^3 - kx + 5$ por $(x - 1)$ é igual a 10.

Resolução

$$P(x) = x^4 - 4x^3 - kx + 5; D(x) = x - 1 \text{ e } P(1) = 10$$

$$\text{Para } D(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$P(1) = (1)^4 - 4(1)^3 - k(1) + 5 \Rightarrow P(1) = 1 - 4 - k + 5 \Rightarrow P(1) = 2 - k$$

$$\text{Para } P(1) = 10 \Rightarrow 2 - k = 10 \Rightarrow \mathbf{k = -8}$$

9) Determina os parametros para que os seguintes polinómios sejam idênticos:

$$\text{a) } \frac{3x + 1}{x^2 - 1} \equiv \frac{a}{x + 1} + \frac{b}{x - 1}$$

Resolução

$$\frac{3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{a(x - 1) + b(x + 1)}{x^2 - 1} \Rightarrow \frac{3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{ax - a + bx + b}{x^2 - 1}$$

$$\frac{3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(a + b)x + (-a + b)}{x^2 - 1}$$

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ -a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow \mathbf{b = 2}$$

$$a + b = 3 \Rightarrow a = 3 - b \Rightarrow a = 3 - 2 \Rightarrow \mathbf{a = 1}$$



$$b) \frac{7x+9}{2x^2-6x} \equiv \frac{n}{2x} + \frac{m}{x-3}$$

Resolução

$$\frac{7x+9}{2x^2-6x} = \frac{n}{2x} + \frac{m}{x-3} \Rightarrow \frac{7x+9}{2x^2-6x} = \frac{n(x-3) + m(2x)}{2x^2-6x}$$

$$\frac{7x+9}{2x^2-6x} = \frac{nx-3n+2mx}{2x^2-6x} \Rightarrow \frac{7x+9}{2x^2} = \frac{(n+2m)x-3n}{2x^2-6x}$$

$$\begin{cases} n+2m=7 \\ -3=9 \Rightarrow n=-3 \end{cases} \Rightarrow 2m=7-n \Rightarrow 2m=7-(-3) \Rightarrow m=5$$

$$c) \frac{m}{x+4} + \frac{n}{x-7} = \frac{4x-17}{x^2-3x-28}$$

Resolução

$$\frac{m(x-7) + n(x+4)}{x^2-3x-28} = \frac{4x-17}{x^2-3x-28}$$

$$\frac{mx-7m+nx+4n}{x^2-3x-28} = \frac{4x-17}{x^2-3x-28} \Rightarrow \frac{(m+n)x+4n-7m}{x^2-3x-28} = \frac{4x-17}{x^2-3x-28}$$

$$\begin{cases} m+n=4 \\ 4n-7m=-17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4m-4n-16 \\ 4n-7m=-17 \end{cases} \Rightarrow -11m=-33 \Rightarrow m=3$$

$$m+n=4 \Rightarrow n=4-m \Rightarrow n=4-3 \Rightarrow n=1$$

$$d) (m^2+n)x^2 + (m+n)x - (n+1) \equiv 7x^2 + x - 4$$

Resolução

$$\begin{cases} m^2+n=7 \\ m+n=1 \\ -n-1=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2+n=7 \\ m+n=1 \\ n+1=4 \Rightarrow m=3 \end{cases} \Rightarrow n=1-3 \Rightarrow n=-2$$

$$e) r \cdot x(x+1) - t \cdot x(x-1) \equiv 2x^2 + 4x$$

Resolução

$$rx^2 + rx - tx^2 + tx = 2x^2 + 4x \Rightarrow (r-t)x^2 + (r+t)x = 2x^2 + 4x$$

$$\begin{cases} r-t=2 \\ r+t=4 \end{cases} \Rightarrow 2r=6 \Rightarrow r=3$$



$$r + t = 4 \Rightarrow t = 4 - r \Rightarrow t = 4 - 3 \Rightarrow \mathbf{t = 1}$$

$$f) (m + 2n)x^2 + 5x + 2m + n \equiv -5x^2 + (n - 7m)x - 4$$

Resolução

$$\begin{cases} m + 2n = -5 \\ 5 = n - 7m \\ 2m + n = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m + 2n = -5 \\ n - 7m = 5 \\ 2m + n = -4 \end{cases} \Rightarrow n = 5 + 7m$$

$$\begin{cases} m + 2(5 + 7m) = -5 \\ 2m + n = -4 \end{cases} \Rightarrow m + 10 + 14m = -5 \Rightarrow 15m = -15 \Rightarrow \mathbf{m = -1}$$

$$2m + n = -4 \Rightarrow n = -4 - 2m \Rightarrow n = -4 - 2(-1) \Rightarrow \mathbf{n = -2}$$

10) Dado o polinómio $P(x) = (m^2 - 4)x^3 + (m + 2)x^2 + 3x + 1$, determine o valor de m para que $\text{gr}(P)$ seja igual a 1.

Resolução

$$P(x) = (m^2 - 4)x^3 + (m + 2)x^2 + 3x + 1$$

$$\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow m = \pm\sqrt{4} \Rightarrow m = \pm 2$$

Resposta: para que o $\text{gr}(P)$ seja igual a 1, o valor de m deve ser igual a -2

11) Para que o $(x - a)^2 + (x - b)^2 = 2x^2 + 2x + 13$, a e b são iguais a:

Resolução

$$(x - a)^2 + (x - b)^2 = 2x^2 + 2x + 13$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + x^2 - 2bx + b^2 = 2x^2 + 2x + 13$$

$$2x^2 - (2a + 2b)x + a^2 + b^2 = 2x^2 + 2x + 13$$

$$\begin{cases} -2a - 2b = 2 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow a = -1 - b \Rightarrow (-1 - b)^2 + b^2 = 13$$

$$1 + 2b + b^2 + b^2 = 13 \Rightarrow 2b^2 + 2b - 12 = 0 \Rightarrow b^2 + b - 6 = 0$$

$$(b - 2)(b + 3) = 0 \Leftrightarrow b = 2 \vee b = -3$$

$$a = -1 - 2 \Rightarrow a = -3 \vee a = -1 - (-3) \Rightarrow a = 2$$



Logo, os valores de a e b são: $a = 2$ e $b = -3$

12) ISCED-L) Mostre que o polinómio:

$$P(x) = (2x + 1)(x - 2) - x(x - 3) - (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) \text{ é identicamente nulo.}$$

Resolução

$$P(x) = 2x^2 - 4x + x - 2 - x^2 + 3x - (x^2 - x\sqrt{2} + x\sqrt{2} - \sqrt{4})$$

$$P(x) = 2x^2 - x^2 - 4x + x + 3x - 2 - x^2 + x\sqrt{2} - x\sqrt{2} + \sqrt{4}$$

$$P(x) = 2x^2 - x^2 - x^2 - 4x + x + 3x + x\sqrt{2} - x\sqrt{2} - 2 + 2$$

$$P(x) = 2x^2 - 2x^2 - 4x + 4x + x\sqrt{2} - x\sqrt{2} - 2 + 2 \Rightarrow P(x) = 0$$

R: O polinómio é identicamente nulo, $P(x) = 0$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

"Acordar cedo a gente até acorda, mas começar a entender as coisas só depois de 12h!"

1) Considere os polinómios E, F e G : $E = 2x + 3$; $F = 5x - 4$; $G = x^2 + 2$.

Calcule:

a) $E \cdot F$ b) $E \cdot G$ c) $E(F + G)$ d) $G^2 \cdot E^3 + F[G^3(E^2 - E^5)]$

d) calcula $EF + EG$, compara o resultado obtido com $E(F + G)$ e verifica que $E(F + G) = EF + EG$

2) Dados os polinómios $A = 2x - \frac{1}{2}$; $C = 3x^2$; $B = 2x + \frac{1}{2}$ e $D = x^2 - x^3 + 2$

Calcula:

a) $A \cdot B$; b) $A + B$; c) $-A - D + B$; d) $2A - 3D + C$; e) $A^2 + B^2$; f) $C^2 \cdot D$

g) $A \cdot B - A \cdot D$; h) $A^2 - B^2 - 2AB$

3) Determine os valores de a e b de modo que a divisão de $P(x) = 2x^3 - 3x - ax + b$ por $x - 1$ e $x + 1$ tenham restos 1 e 3, respectivamente.

4) A divisão de $P(x) = x^3 - 7x + 6$ por $D(x) = x - 2$ apresente o quociente $Q(x) = ax^2 + bx + c$. Determine os valores de a, b e c

5) Qual o quociente da divisão de $4x^4 + 66x^3 - 7x^2 + 8x - 7$ por $2x + 3$?

6) O resto da divisão de um polinómio $P(x)$ por $ax + b$ é $R = P(r)$. Determine r .



- 7) Qual é o valor de m para que $P(x) = 6x^5 + 11x^4 + 4x^3 + mx^2 + 2x + 8$ seja divisível por $3x + 4$.
- 8) Determine a e b em $\mathbb{R}$ de modo que o polinómio $x^3 + 2x^2 + (2a - b)x + (a + b)$ seja divisível por $x^2 - x$.
- 9) Determinar m e n de modo que os polinómios $A(x) = x^2 + (m - n)x + 2m$ e $B(x) = x^3 + (m + n)$ sejam ambos divisíveis por $2 - x$.
- 10) Determinar a e b de modo que o polinómio $P(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$, sejam divisíveis por $x + 1$ e $x - 1$.
- 11) Determine p e q de modo que o polinómio $A(x) = x^3 - 2px^2 + (p + 3)x + (2p + q)$ seja divisível por x e $x - 2$.
- 12) O resto de um polinómio $P(x)$ por $x + 1$ é 7 e o resto da divisão por $x - 2$ é 3. Determine o resto da divisão $P(x)$ por $x^2 - x - 2$.
- 13) Efectue a divisão dos seguintes polinómios usando todos métodos aprendidos:
- a) $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x - 8$ por $D(x) = x^2 + 3x - 4$ pelo método de René Descartes
 - b) $A(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1$ por $D(x) = x^2 - 3x + 1$ pelo método de René Descartes
 - c) $F(x) = 9x^3 + 7x^2 - 3x$ por $G(x) = x - 10$ pelo dispositivo de Briot Ruffini
 - d) $P(x) = 3x^2 + x^3 + 9x - 3 + x^6$ e $D(x) = 2x^2 - x + 5$ pelo método de Chaves
- 14) ISTM) Dado o polinómio $P(x) = x^n + x^{n-1} + \dots + x^2 + x + 3$ se n for ímpar então $P(-1)$ vale:

