FÍSICA BÁSICA I

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Ministério da Educação - MEC
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Universidade Aberta do Brasil
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Aberta do Brasil
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
Diretoria de Educação a Distância

Licenciatura em Matemática

Física Básica I

Gilvandenys Leite Sales
Marcilon Chaves Maia

Fortaleza, CE
2011

CRÉDITOS

Presidente
Dilma Vana Rousseff

Ministro da Educação
Fernando Haddad

Secretário da SEED
Carlos Eduardo Bielschowsky

Diretor de Educação a Distância
Celso Costa

Reitor do IFCE
Cláudio Ricardo Gomes de Lima

Pró-Reitor de Ensino
Gilmar Lopes Ribeiro

Diretora de EAD/IFCE e Coordenadora UAB/IFCE
Cassandra Ribeiro Joye

Vice-Coordenadora UAB
Régia Talina Silva Araújo

Coordenador do Curso de Tecnologia em Hotelaria
José Solon Sales e Silva

Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática
Zelalber Gondim Guimarães

Elaboração do conteúdo
Gilvandenys Leite Sales
Marcilon Chaves Maia

Colaboradora
Lívia Maria de Lima Santiago

Equipe Pedagógica e Design Instrucional
Ana Cláudia Uchôa Araújo
Andréa Maria Rocha Rodrigues
Cristiane Borges Braga
Eliana Moreira de Oliveira
Gina Maria Porto de Aguiar Vieira
Iraci Moraes Schmidlin
Jane Fontes Guedes
Jivago Silva Araújo
Karine Nascimento Portela
Lívia Maria de Lima Santiago
Luciana Andrade Rodrigues
Maria Irene Silva de Moura
Maria Vanda Silvino da Silva
Marília Maia Moreira
Regina Santos Young

Equipe Arte, Criação e Produção Visual
Ábner Di Cavalcanti Medeiros
Benghson da Silveira Dantas
Davi Jucimon Monteiro
Diemano Bruno Lima Nóbrega
Germano José Barros Pinheiro
Gilvandenys Leite Sales Júnior
Hommel Almeida de Barros Lima
José Albério Beserra
José Stelio Sampaio Bastos Neto
Larissa Miranda Cunha
Marco Augusto M. Oliveira Júnior
Navar de Medeiros Mendonça e Nascimento
Roland Gabriel Nogueira Molina

Equipe Web
Aline Mariana Bispo de Lima
Benghson da Silveira Dantas
Fabrice Marc Joye
Igor Flávio Simões de Sousa
Luiz Bezerra de Andrade FIlho
Lucas do Amaral Saboya
Marcos do Nascimento Portela
Ricardo Werlang
Samantha Onofre Lóssio
Tibério Bezerra Soares
Thuan Saraiva Nabuco

Revisão Textual
Aurea Suely Zavam
Nukácia Meyre Araújo de Almeida

Revisão Web
Débora Liberato Arruda Hissa
Saulo Garcia

Logística
Francisco Roberto Dias de Aguiar
Virgínia Ferreira Moreira

Secretários
Breno Giovanni Silva Araújo
Francisca Venâncio da Silva

Auxiliar
Bernardo Matias de Carvalho
Carla Anaíle Moreira de Oliveira
Maria Tatiana Gomes da Silva
Wagner Souto Fernandes
Zuila Sâmea Vieira de Araújo

Catalogação na Fonte: Etelvina Marques (CRB 3 – Nº 615)

S163f Sales, Gilvandenys Leite

Física básica I / Gilvandenys Leite Sales; Marcilon Chaves Maia; Coordenação Cassandra Ribeiro Joye. - Fortaleza: UAB/IFCE, 2011.
122p. : il. ; 27cm.

ISBN 978-85-63953-73-5

1. FÍSICA 1 2.Mecânica (FÍSICA) 3. MOVIMENTO (FÍSICA). I. Joye, Cassandra Ribeiro. (Coord.) II. Maia, Marcilon Chaves III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE IV. Universidade Aberta do Brasil V. Título

CDD – 530

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Nesta disciplina, trataremos de uma das partes da Física, mais precisamente a Mecânica. Estudaremos o movimento dos corpos e os fenômenos a ele relacionados, indo da Cinemática à Dinâmica, passando pelas leis que regem tais fenômenos e aplicando-as nas soluções de situações-problema.

Entretanto, como estamos em um curso de formação de professores, nossa preocupação também reside em um aspecto muito importante: como ensinar Física? Este ponto tem se revelado uma tarefa difícil. Além disso, reconhece-se que, do lado dos alunos, aprender Física ainda é um desafio.

Este fato tem levado os atores do processo educacional a buscar caminhos para desmitificar o ensino de Física. Normas, orientações e diretrizes vêm sendo traçadas nas últimas décadas. Materiais didáticos, como livros, estão cada vez mais bem apresentados e o uso de recursos multimídia interfaceados pelos computadores tem sinalizado uma via de motivação na busca da aprendizagem.

Deseja-se, assim, que os conteúdos didáticos digitais apresentados em nosso curso estimulem a aprendizagem por meio da descoberta e compreensão, priorize a fenomenologia ao permitir a discussão conceitual do fenômeno físico e desse modo sirvam como antídoto ao formulismo, deixando de dar tratamento puramente matemático na interpretação de um fenômeno físico.

Esperamos que vocês possam aprender na colaboração entre pares e na interação constante no ambiente virtual, reforçando a ideia de um ser coletivo. Não nos esqueçamos dos ensinamentos de Paulo Freire: “conhecer que é sempre um processo, supõe uma situação dialógica. Não há, estritamente falando, um ‘eu penso’, mas um ‘nós pensamos’”.

É possível que este seja o caminho para um fazer pedagógico mais próximo do aluno que do professor, mais próximo da aprendizagem que do ensino, mais construtivista que tradicional.

Desta forma, depositamos em vocês nossas esperanças de transformar a sala de aula de Física em algo mais motivador.

Boa disciplina a todos e a todas!

AULA 1 | Medidas Físicas

Olá!

Nesta disciplina iremos estudar um pouco de Física, mais especificamente as Leis do Movimento. Nossas aulas serão apresentadas de forma contextualizada, com foco na fenomenologia e na interdisciplinaridade, de modo que você possa entender os conceitos físicos que cercam seu cotidiano.

Objetivos

- Delimitar o que é Física e suas aplicações
- Apresentar o valor da medida de uma grandeza física
- Aplicar noções de Teoria dos Erros
- Compreender a importância de Algarismos Significativos
- Entender as relações matemáticas entre grandezas físicas

TÓPICO 1 | Introdução à Física

Objetivos

- Identificar as principais definições sobre os números inteiros e suas consequências
- Estabelecer o conceito de divisibilidade e as relações entre os divisores de um número inteiro

Começaremos o estudo da nossa disciplina conhecendo um pouco do que é a Física e suas aplicações tecnológicas a partir da leitura do texto de Paulo A. Nussenzveig e Renata Zukanovich Funchal, docentes do Instituto de Física de São Paulo, disponível na web. O texto faz parte de um informativo elaborado pela Sociedade Brasileira de Física (SBF), que trata dessa ciência antiga e ao mesmo tempo contemporânea.

Como vimos no texto, a Física está muito presente na nossa vida e por isso faz-se indispensável a compreensão, mesmo que em parte, dos seus conceitos básicos. A apropriação desses conceitos pode ser feita por meio da experimentação e da observação de fenômenos físicos. Para explicar essas experimentações e observações, usamos a Matemática, que atua dentro da Física como uma ferramenta que descreve, traduz ou, até mesmo, cria uma linguagem padrão para certos fenômenos físicos.

Reconhecendo a importância do cálculo na Física, retomaremos agora alguns tópicos de Matemática.

TÓPICO 2 Medidas

Objetivos

- Entender a importância da mensuração de uma grandeza física
- Classificar grandezas físicas

O ato de medir faz parte do nosso cotidiano e medir nada mais é do que comparar com um padrão convenientemente estabelecido. Medimos, por exemplo, como um objeto é comprido, frio ou quente.

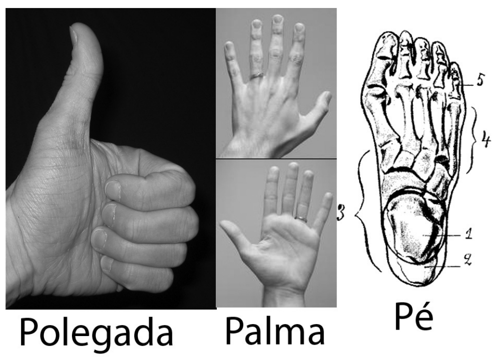


Figura 1: Exemplos de unidades de medidas

A necessidade de usar medidas vem de muitos anos. Houve época em que cada país, cada região, cada cidade teve seu próprio sistema de medidas. Essas unidades de medidas, entretanto, eram geralmente arbitrárias e imprecisas, como, por exemplo, aquelas baseadas no corpo humano: palmo, pé, polegada, braça, côvado (antiga medida de comprimento equivalente a 66 cm). Com esses tipos de medidas, criavam-se muitos problemas para o comércio, pois as pessoas de uma região não conheciam o sistema de medir das outras regiões e também porque os padrões adotados eram subjetivos.

A necessidade de converter uma medida em outra era tão importante quanto à necessidade de converter uma moeda em outra. Na verdade, as medidas estão diretamente relacionadas ao comércio e, em muitos países, inclusive no Brasil dos tempos do Império, a instituição que cuidava da moeda também cuidava do sistema de medidas.

Podemos entender grandezas na Física como sendo tudo aquilo que é mensurável, ou seja, que pode ser medido, como, por exemplo, massa, volume e velocidade. Para que possamos ter uma definição mais exata, por exemplo, de velocidade, precisamos de três informações: Módulo, Direção e Sentido.

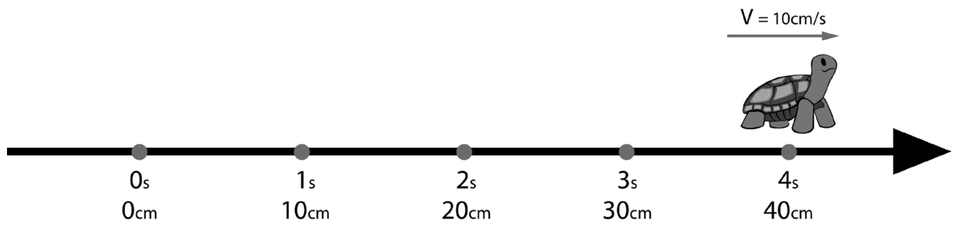
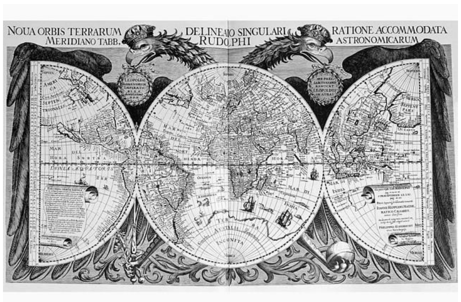


Figura 2: Velocidade 10cm/s, direção direita e sentido horizontal



Fomte: www.latinstock.com.br

Figura 3: Divisão do meridiano

Na Física, trabalharemos com várias grandezas, dentre elas podemos destacar o metro, que é a medida de comprimento. O primeiro conceito da grandeza comprimento foi definido como sendo "a décima milionésima parte da quarta parte do meridiano terrestre" (dividiu-se o comprimento do meridiano por 4.000.000). Para materializar o metro, construiu-se uma barra de platina de secção retangular, com 25,3 mm de espessura e com 1 m de comprimento de lado a lado. Essa medida materializada, datada de 1799, por não ser mais utilizada como padrão, é conhecida como o "metro do arquivo".

Fomte: www.latinstock.com.br

Figura 4: Secção transversal em "X"

Algum tempo depois, em 1889, o padrão do metro foi substituído por uma barra com secção transversal em "X", composta por uma liga de irídio e platina mais precisa do que o padrão original de 1799. O comprimento desta barra, a 0º C, era equivalente a um metro. Vários países receberam cópias destes padrões, precisamente calibrados com comparadores ópticos desenvolvidos na época.

LEIA UM POUCO SOBRE UNIDADES DE MEDIDA

Unidades

Sempre houve uma grande necessidade de se estabelecer uma única unidade de medida para uma dada grandeza física, de modo que a informação fosse compreendida por todas as pessoas de diversos lugares do mundo. Para que isso fosse possível, foi criado na 14ª CGPM o Sistema Internacional de Unidades (SI), que é um conjunto de definições, ou sistema de unidades, cujo objetivo é uniformizar as medições. No SI existem sete unidades básicas, que podem ser utilizadas para derivar todas as outras. Estas sete unidades básicas são:

GRANDEZA	UNIDADE	SÍMBOLO
Comprimento	metro	m
Massa	kilograma	kg
Tempo	segundo	s
intensidade de carga elétrica	ampère	A
temperatura	kelvin	K
quantidade de matéria	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

As unidades, quando escritas por extenso, terão inicial minúscula, mesmo que sejam em homenagem a alguma pessoa. A única exceção fica por conta da unidade de temperatura da escala Celsius: escreve-se grau Celsius. Ex: newton, pascal, quilômetro, metro, etc. Os símbolos serão escritos com iniciais maiúsculas quando forem em homenagem alguém, e não se flexionam no plural.

As grandezas físicas fundamentais para a Mecânica, objeto central de nosso estudo, são Comprimento, Massa e Tempo e todas as demais são derivadas delas. A Mecânica é a área da Física que estuda o movimento.

Ao longo de nosso curso, vamos aprender que as relações entre estas grandezas definem novos conceitos físicos, aos quais se relacionam novas grandezas físicas com suas unidades de medidas bem definidas.

Mas antes, aprendamos que a linguagem da Física é a Matemática. Vamos ao próximo tópico, então!

TÓPICO 3

Noções de Teoria dos Erros - Notação científica – Ordem de Grandeza

Objetivos

- Apresentar o valor de uma medida física com seu intervalo de incerteza
- Utilizar corretamente uma notação científica
- Estimar o valor de uma grandeza física usando potências de dez

Primeiramente, vamos aprender como devemos apresentar o valor de uma medida física tratada com noções básicas de Teoria dos Erros.

3.1 NOÇÕES DE TEORIA DOS ERROS

Quando se efetua uma medição, cometem-se erros, sejam erros grosseiros, causados pela falta de cuidados do observador; sistemáticos, decorrentes da imperfeição do instrumento de medida; ou ainda outros, relacionados a causas imprevisíveis.

Como não há muito sentido falar no verdadeiro valor de uma grandeza, pois se ele fosse conhecido não seria necessário medi-lo, sistematiza-se a seguir uma forma de como apresentar o valor de uma grandeza física, após serem tomadas suas medidas.

Valor Mais Provável de uma Grandeza Física

Para uma série de medidas todas merecendo a mesma confiança, ou seja, tomadas de forma criteriosa, o valor mais provável da grandeza, $(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$, é a média aritmética simples de todas as medidas realizadas, isto é:

$\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$, em que n é o número de medidas realizadas.

Desvio Absoluto(d)

É a diferença entre cada medida encontrada (x) e o valor mais provável da grandeza ($\overline{x}$): $d = x - \overline{x}$

Desvio Médio Absoluto ($\bar{d}$)

Define-se desvio médio absoluto ($\bar{d}$) para uma série de n medidas como sendo a média aritmética simples dos módulos dos desvios dessas n medidas.

$$\bar{d} = \frac{|d_1| + |d_2| + |d_3| + \ldots + |d_n|}{n}$$

Desvio Médio Relativo (e_r)

O desvio médio relativo, ou erro relativo, expressa a precisão da medida e é obtido pela relação entre o desvio médio absoluto e o valor mais provável da grandeza.

$$e_r = \frac{\bar{d}}{\bar{x}}$$

ATENÇÃO!

a) e_r é um número puro;

b) Esse número dá uma medida da qualidade da medida: quanto menor for o erro relativo, melhor será a medida efetuada;

c) Pode ser expresso também em termos de percentagem.

$$e_n = \left(\frac{\bar{d}}{\bar{x}}\right) x100\%$$

Apresentação do Resultado

Depois de medir várias vezes a grandeza, determinar seu valor mais provável, calcular o desvio médio absoluto da série de medidas, finalmente exprime-se a medida (X) com seu intervalo de incerteza, sem esquecer-se da unidade de medida, da seguinte maneira: $X = (\bar{x} \pm \bar{d})$ unidade de medida (u.m)

Agora, observe o exemplo a seguir:

Suponha que os valores na tabela abaixo representem os valores do comprimento de um objeto que você mediu com uma régua.

N	Xn(cm)	dn
1	5,63	5,63 - 5,64 = -0,01
2	5,65	5,65- 5,64 = 0,01
3	5,64	5,64 - 5,64 = 0
4	5,63	5,63 - 5,64 = -0,01
5	5,64	5,64 - 5,64 = 0
N=5	$\bar{X}$ =	$\bar{d}$ =

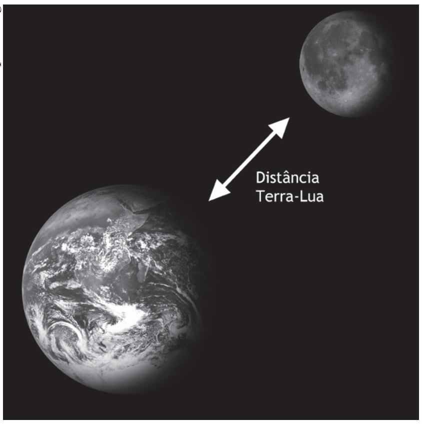
Agora, vamos aprender a expressar o valor de uma medida física corretamente em notação científica, assim como estimar a ordem de sua grandeza fazendo uso de potências de dez.

ATENÇÃO!

A notação científica pode ser usada para nos dar a ideia da magnitude de uma medida pela Ordem de Grandeza.

3.2 NOTAÇÃO CIENTÍFICA – ORDEM DE GRANDEZA

Ao fazer uma medida de uma grandeza física, você poderá deparar com um número muito grande ou muito pequeno. Como exemplo podemos citar a distância entre a Terra e a Lua, 38400000m, e o diâmetro do átomo de hidrogênio, 0,0000000001m. Para a melhor manipulação desses números, é interessante os colocarmos em notação científica, fazendo o uso de potências de dez.



Fomte: www.wikipedia.org

Figura 5 – Distância da lua ao planeta Terra

Qualquer número g pode ser escrito como produto de um número a, entre um e dez, por outro, que é uma potência de dez (10^n): $g = a \times 10^n$, em que $1 \leq a < 10$ e n pode ser um número inteiro positivo ou negativo.

Exemplo 1

- $200 = 2.10^2$
- $53000000 = 5,3.10^7$
- $0,00000024 = 2,4.0,0000001 = 2,4.10^{-7}$

Regra prática

→ Números maiores que 1, deslocamos a vírgula para a esquerda até atingir o primeiro algarismo diferente de zero. O número de casas deslocadas para esquerda corresponde ao expoente positivo da potência de 10.

→ Números menores que 1, deslocamos a vírgula para a direita até atingir o primeiro algarismo diferente de zero. O número de casas deslocadas para a direita corresponde ao expoente negativo da potência de 10.

A ordem de grandeza é a potência de dez, de expoente inteiro, mais próximo do módulo da medida da grandeza analisada.

Exemplo 2

- A velocidade da luz (300 000 km/s ou 3.10^5 km/s) tem Ordem de Grandeza igual a 10^5 km/s;
- A carga elétrica elementar (0,00000000000000000016 C ou $1,6.10^{-19}$ C) tem Ordem de Grandeza igual a 10^{-19} C.

A ordem de grandeza pode ser igual à potência de 10 da notação científica, conforme exemplos acima, mas nem sempre será assim. Veja o caso abaixo: 600 em notação científica é 6.10^2 e a ordem de grandeza é 10^3. Você sabe por quê?

Veja:

600 está mais próximo de 1000 do que de 100, logo ele terá a ordem de grandeza de quem ele está mais próximo.

Para determinação da ordem de grandeza de uma medida devidamente colocada em notação científica, pode-se usar a fronteira numérica da raiz de dez ou $10^{0,5}$, que é igual a 3,16. Isto se deve ao fato de $10^{0,5}$ ser a potência média entre 10^0 e 10^1.

Entretanto, alguns autores utilizam a fronteira numérica 5,5, que é o resultado da média entre 10^0, que é igual a 1, e 10^1, que é igual a 10, ou seja: $\frac{10^0+10^1}{2}=\frac{1+10}{2}=5,5\cdot$

Exemplo 3

Qual a ordem de grandeza das seguintes medidas?

$3,3 \times 10^{-3}$ m, como 3,3 > 3,16 , logo a ordem de grandeza é 10^{-2};

$4,78 \times 10^2$ m, como 4,78 > 3,16 , logo a ordem de grandeza é 10^3;

$7,09 \times 10^{-6}$ m, como 7,09 > 3,16 , logo a ordem de grandeza é 10^{-5}.

Podemos afirmar que a ordem de grandeza de um o número g corresponde a uma medida entre duas potências inteiras e consecutivas de 10, ou seja: $10^n \leq /g/ \leq 10^{n+1}$. Como afirma a professora Beatriz Alvarenga, autora consagrada de livros de Física para o ensino médio, o importante é usar o bom senso quando se trata de ordem de grandeza, pois, afinal, estamos apenas fazendo estimativas.

A medida de uma grandeza física é também influenciada pela precisão do instrumento de medida utilizado, portanto faz-se necessário apresentar o valor de uma medida com a quantidade correta de algarismos significativos. Isto aprenderemos no próximo tópico.

SAIBA MAIS

Veja outros exemplos de ordem de grandeza em: http://atomoemeio.blogspot.com/2009/03/notacao-cientifica-multiplos.html

Viaje do macro para o microcosmo em: http://micro.magnet.fsu.edu/primer/java/scienceopticsu/powersof10/index.html

E faça uma revisão jogando em http://susana.8ano.googlepages.com/8_JCLOSE-notac_cient2.htm

Veja também:

http://pt.wikipedia.org/wiki/Ordens_de_magnitude_(comprimento)

3.3 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Definição: Denomina-se algarismos significativos de uma medida o conjunto de algarismos corretos fornecidos por um instrumento de medida, acrescido de mais um último algarismo, chamado de algarismo duvidoso.

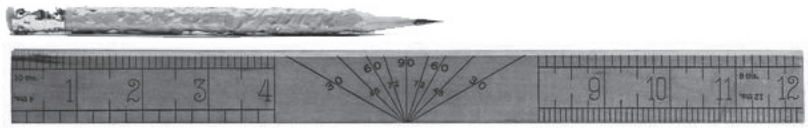


Figura 6 – Medição de um lápis pela régua

Para obter uma medida significativa do valor de uma grandeza física, é preciso trabalhar em cima dos valores que podem ser fornecidos pelo instrumento de medição, sendo assim, é impossível obter medidas precisas, pois tais instrumentos não possuem subdivisões infinitas. Além do que, em toda medição, estão implícitos erros.

Por exemplo, vejamos na Figura 6, uma régua graduada em centímetros. Observamos que o lápis tem pouco mais de 9 cm e pouco menos de 9,5cm, daí podemos estimar um valor aproximado de 9,2cm. Temos então um algarismo correto (9) e um algarismo duvidoso (2).

ATENÇÃO!

O algarismo Zero:

- Zeros à direita são algarismos significativos.
- Zeros à esquerda não são algarismos significativos.

3.4 REGRA DE ARREDONDAMENTO

1. Caso o algarismo que se despreza seja menor que cinco, deve-se manter o último algarismo conservado. Ex: $1{,}73 \cong 1{,}7$
2. Caso o algarismo que se despreza seja maior ou igual a cinco, deve-se acrescentar uma unidade ao último algarismo conservado. Ex: $51{,}78 \cong 51{,}8$

3.5 OPERAÇÕES COM ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Adição e Subtração: O resultado deve ser expresso com a menor a quantidade de casas decimais.

Ex: $2{,}532 + 8{,}25 = 10{,}78$

Multiplicação e divisão: O resultado deve ser expresso com menor quantidade algarismos significativos.

Ex: 21,226 : 1,50 = 14,2

Vamos ver na prática!

O próximo tópico apresenta a linguagem matemática indispensável à compreensão da relação entre grandezas físicas.

TÓPICO 4

Relação entre grandezas físicas: funções e gráficos

OBJETIVOS

- Estabelecer relações matemáticas entre grandezas físicas
- Compreender a linguagem matemática, expressa por funções e gráficos, na interpretação das relações entre grandezas físicas

4.1 PROPORÇÃO DIRETA

Duas grandezas estão em proporção direta uma com a outra quando a razão entre os seus valores correspondentes é constante.

Exemplo:

Massa (g)	Volume (cm^3)
7,5	1,0
15,0	2,0
22,5	3,0
30,0	4,0
37,5	5,0

$$\frac{7,5}{1,0}=\frac{15,0}{2,0}=\frac{22,5}{3,0}=\frac{30,0}{4,0}=\frac{37,5}{5,0}=7,5g/cm^3$$

Expressão

$\frac{y}{x}=k$ (constante) ou $y = k.x$ (função do 1º grau)

O Gráfico é uma reta traçada a partir da origem do sistema de coordenadas.

SAIBA MAIS

Revise o assunto "Função do 1º grau" acessando o site: http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao1/funcao1.php

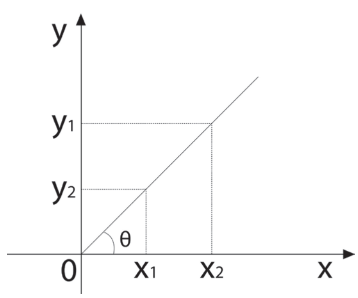


Figura 7 – Gráfico da função

Para $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = tg\theta = k$, o nosso exemplo, temos o seguinte gráfico:

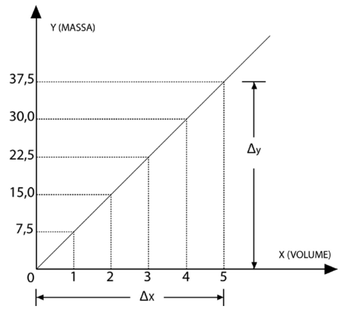


Figura 8 – Gráfico da função

4.2 VARIAÇÃO LINEAR

O comprimento C de uma mola é função da massa M pendurada em sua extremidade (figura 9a). Quando temos Y = ax + b (variação linear), o gráfico Y x X é uma reta que não passa pela origem (Figura 9b)

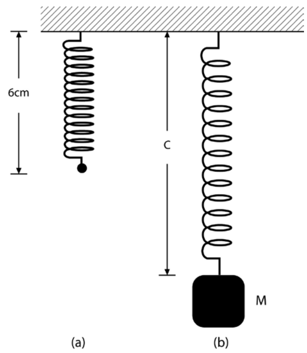


Figura 9a

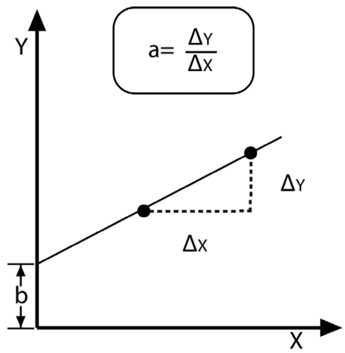


Figura 9b

Y varia linearmente com X.

A relação matemática entre Y e X é Y = aX + b.

A constante é dada pela inclinação do gráfico Y x X e b representa o valor de Y quando X = 0.

4.3 VARIAÇÃO COM O QUADRADO

Verificamos que:

Duplicando X	Triplicando X	Quadruplicando X
Y torna-se 4 vezes maior	Y torna-se 9 vezes maior	Y torna-se 16 vezes maior e assim sucessivamente

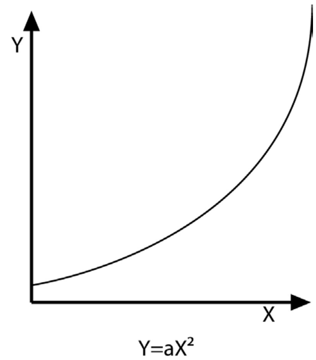


Figura 10 – Gráfico da função

Quando Y é proporcional ao quadrado de X, temos $Y = ax^2$ e o gráfico Y x X é uma curva, denominada parábola.

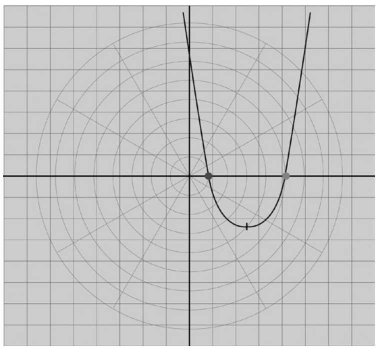


Figura 11a – Concavidade para cima

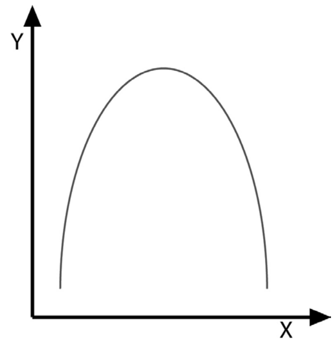


Figura 11b – Concavidade para baixo

4.4 PROPORÇÃO INVERSA

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando o produto entre seus valores correspondentes for constante.

Velocidade (km/h)	Tempo de percurso (h)	*v x t*
50	4	200
100	2	200
200	1	200
400	0, 5	200

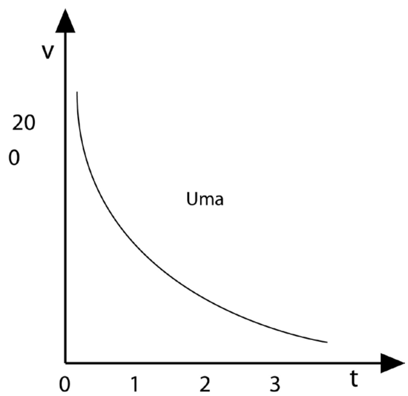


Figura 12 – Gráfico da hiperbóle

4.5 VARIAÇÃO COM O INVERSO DO QUADRADO

Vejamos, agora, uma situação em que, quando X aumenta, Y diminui em uma proporção maior do que no caso estudado no item anterior. Observe a figura a seguir.

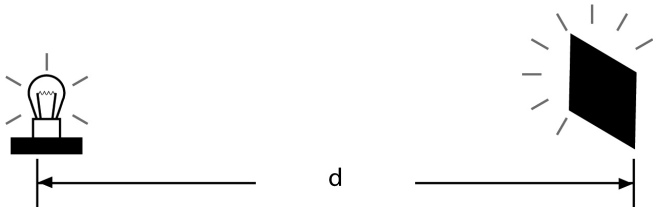


Figura 13 – Exemplo do inverso do quadrado

Suponhamos que:

duplicando X: Y torna-se 4 vezes menor;

triplicando X: Y torna-se 9 vezes menor;

quadruplicando X: Y torna-se 16 vezes menor.

x é a distância da fonte ao anteparo e y é a intensidade luminosa sobre o anteparo.

Quando isso ocorre, dizemos que "Y é inversamente proporcional ao quadrado de X" ou "Y é proporcional ao inverso do quadrado de X".

Portanto, podemos escrever: $Y \propto \frac{1}{X^2}$. Introduzindo a constante de proporcionalidade k, temos: $yx^2 = k$

$$y_1 {x_1}^2 = y_2 {x_2}^2 = k$$

AULA 2 | Cinemática da Partícula

Caro(a) aluno(a),

Na aula anterior, você teve oportunidade de se familiarizar com alguns conceitos da Física. Viu também que, para realizar cálculos exigidos por situações que envolvem a Física, você precisa operar com conceitos da Matemática. Vamos, então, dar continuidade aos nossos estudos, abordando, nesta aula, os movimentos dos corpos com suas respectivas equações.

Objetivos

- Compreender Movimento unidimensional
- Identificar Movimento em Duas e Três Dimensões

TÓPICO 1

Movimento Unidimensional

Objetivos

- Compreender os conceitos de Repouso e movimento
- Classificar os movimentos quanto ao número de dimensões
- Entender o que é ponto material e corpo extenso

A Física se divide em vários ramos e destes ramos vamos estudar um, a **Mecânica**, que é responsável pelo estudo dos movimentos dos corpos em geral. Em nossa aula, vamos estudar uma parte da mecânica que analisa os movimentos sem se preocupar com fatores que os causaram, a **Cinemática**.

1.1 CONCEITOS BÁSICOS

Antes de passarmos ao estudo cinemático de fenômenos, devemos aprender alguns conceitos básicos. Então, vamos lá!

1.1.1 Repouso e movimento

Os conceitos de repouso e movimento são sempre relativos a um *referencial*, por exemplo, um poste está em repouso em relação a Terra, mas está em movimento em relação a Lua. Não existe movimento ou repouso absoluto, tudo é uma questão de referencial. Normalmente, fixamos o referencial em um sistema de coordenadas para melhor localizar sua posição.

1.1.2 Classificação dos movimentos quanto ao número de dimensões

Podemos classificar o movimento de acordo com o número de coordenadas no nas quais ele é descrito.

a. Movimento Unidimensional - 1 coordenada.

Figura 1: Tabuleiro de xadrez

Fonte: www.latinstock.com.br

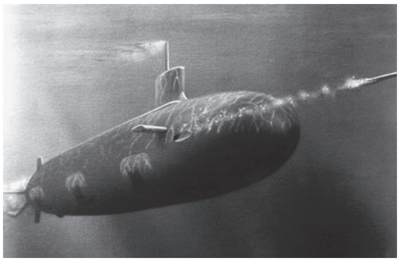


Figura 2: Submarino no oceano

Exemplo: um automóvel ao passar pelo quilômetro 40 de uma rodovia.

b. Movimento Bidimensional - 2 coordenadas. Exemplo: uma peça no tabuleiro de xadrez.

c. Movimento Tridimensional - 3 coordenadas. Exemplo: um submarino no oceano.

VOCÊ SABIA?

A importância do ponto material na Física

Quando um objeto real está se movendo, além de sua translação ele também pode girar e oscilar. Se fôssemos observar o movimento desse corpo considerando todas essas características, encontraríamos um fenômeno bem difícil de ser estudado. Na maioria dos casos, o mais importante é o movimento de translação e, portanto, é mais conveniente isolar esse tipo de movimento e estudá-lo como o único existente. O movimento de translação é simples, pois nele o corpo como um todo é considerado como partícula, ou seja, um ponto material

1.1.3 Ponto material e Corpo extenso

Ponto material é um corpo que pode ter suas dimensões desprezadas comparadas com as outras dimensões em estudo. Se um carro se desloca 40 km, ele pode ser considerado um ponto material, pois seu tamanho é insignificante se comparado à distância que está percorrendo. Agora, se este mesmo carro está fazendo manobras dentro da garagem de uma casa, suas dimensões não podem ser desprezadas, pois influirão no resultado do estudo em questão. No segundo caso, o carro é considerado um *corpo extenso*.

1.1.4 Trajetória

Considere um corpo em movimento. O conjunto de todos os pontos ocupados por esse móvel num determinado espaço de tempo nos dá a sua trajetória.

A trajetória de um corpo pode ser reta ou curva. A Figura 3 ilustra uma trajetória reta, pois a tartaruguinha se desloca horizontalmente da esquerda para a direita.

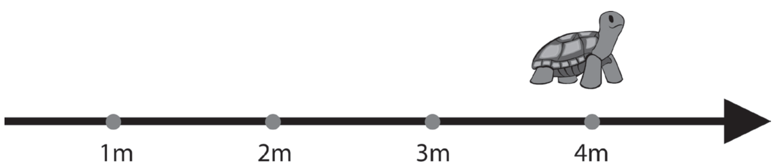


Figura 3: Trajetória de um corpo

De acordo com o tipo de trajetória, podemos classificar os movimentos em: Movimento Retilíneo ou Movimento Curvilíneo.

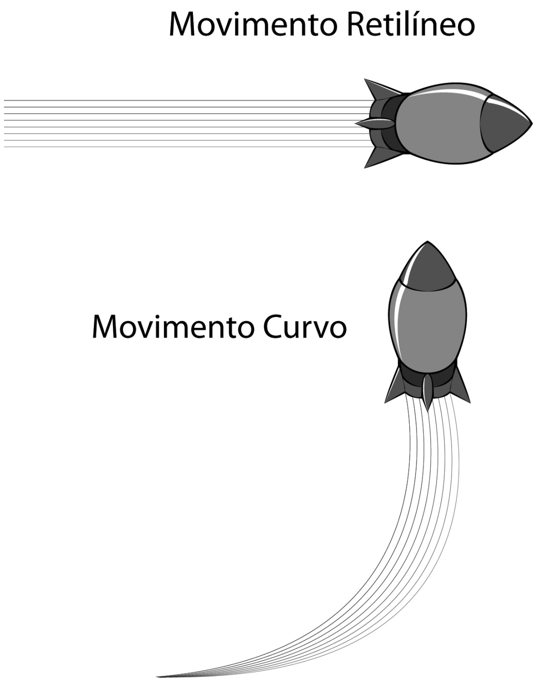


Figura 4: Tipos de movimento

Neste tópico, trabalhamos os conceitos básicos e introdutórios para o estudo da Mecânica. Nos tópicos a seguir, vamos recorrer a eles para aprendermos a lidar com as grandezas físicas relacionadas ao movimento.

TÓPICO 2

Movimento retilíneo

Objetivos

- Compreender os conceitos de movimento retilíneo
- Apreender os conceitos de posição e deslocamento
- Aplicar as equações da velocidade e aceleração

Neste tópico, trataremos do caso mais simples que envolve pontos materiais, o movimento retilíneo.

2.1 MOVIMENTO RETILÍNEO

Denomina-se movimento retilíneo aquele que tem por trajetória uma linha reta.

2.1.1 Posição

A posição de um móvel nada mais é do que o seu lugar marcado na trajetória.

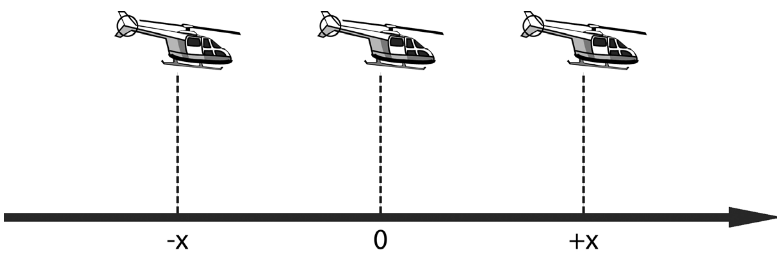


Figura 5: Posição do objeto

A Figura 5 mostra a trajetória reta de um helicóptero vista por um observador situado na origem, que medirá a posição x do helicóptero em um instante t. Para esse observador, as posições desse helicóptero serão positivas se estiverem à direita da origem e negativas se estiverem à esquerda da origem.

Podemos relacionar a posição x de um móvel com o tempo t de acordo com a função $x = f(t)$

2.1.2 Deslocamento

Vamos supor agora que, em um tempo t_0, um carro se encontre na posição x_0. Mais tarde, em um instante t, este mesmo carro se encontrará na posição x. Você observa que o carro variou seu espaço na trajetória e a esse tipo de variação de espaço chamamos de deslocamento, que é dado por $\Delta x = x - x_0$

Figura 6: Posição do carro em determinado instante de tempo

ATENÇÃO!

Nem sempre o espaço percorrido é igual ao deslocamento do móvel. No caso ilustrado na Figura 6, por exemplo, isso foi uma coincidência e ocorreu porque o móvel se movimenta em linha reta; se a trajetória fosse curva, o espaço percorrido seria diferente do deslocamento. O deslocamento é sempre a menor distância entre duas posições ocupadas pelo móvel na trajetória. "Todo deslocamento é um espaço percorrido, mas nem todo espaço percorrido é um deslocamento."

Vamos ver um exemplo para que você possa entender melhor o conceito de deslocamento e sua aplicação a uma situação concreta.

Um automóvel se desloca do ponto A ao ponto B em uma rotatória de uma rodovia(figura 7). Sendo o raio R dessa rotatória igual a 7,5 m e o espaço percorrido de A para B sobre a rodovia igual a 23,55 m, quanto mede em quilômetros o deslocamento desse automóvel? É igual, maior ou menor que o espaço percorrido?

Sabemos que o deslocamento é dado por:

$$\Delta x = x - x_0$$

Onde:

x é a posição final do automóvel, que no nosso caso é o ponto B, que é igual a 15 m, afinal a distância entre dois pontos é igual a duas vezes o raio da rotatória (2R).

E $\mathbf{x_0}$ é o ponto inicial do movimento, ponto A, considerado igual a 0.

Portanto o nosso deslocamento será:

$\Delta x = x - x_0 = 15\text{-}0$

$\Delta x = 15$ m *ou* $\Delta x = 0{,}015$ km

Observe que, enquanto o espaço percorrido foi de 23,55m, o deslocamento do móvel foi de apenas 15m.

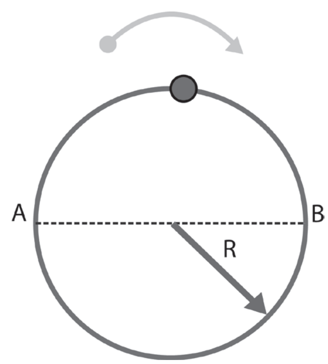


Figura 7: Móvel que se desloca em trajetória curva.

2.1.3 Velocidade

Em nosso dia-a-dia, costumamos dizer que a velocidade é a medida da rapidez ou da lentidão com que os corpos se movem. Esse conceito intuitivo do movimento está correto e faz sentido, já que a velocidade dos corpos é sempre dada pela razão com que a sua posição varia com o tempo.

$$velocidade = \frac{\mathrm{var}\,iacao\ da\ posicao}{\mathrm{var}\,iacao\ do\ tempo}$$

Dependendo da precisão do instrumento de medida que utilizamos para medir a variação da posição do móvel, teremos classificações diferentes para a velocidade.

2.1.3.1 Velocidade Escalar Média x Velocidade Média

A *velocidade escalar média* é definida como a razão entre a distância total percorrida e o tempo gasto no percurso.

$$\left|\bar{v}\right| = \frac{distancia\ percorrida}{\Delta t}$$

Esta velocidade é sempre positiva, já que levamos em conta o espaço percorrido independentemente da orientação do corpo na trajetória.

Já a velocidade média é definida como a razão entre o deslocamento e o tempo necessário para esse movimento. $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Para fazermos o cálculo da velocidade média de uma viagem entre duas cidades, temos que saber a distância em linha reta entre elas, ou seja, o deslocamento.

Quando analisamos o movimento retilíneo, devemos levar em conta que a velocidade escalar média e a velocidade média são iguais, pois, neste caso, a distância percorrida é igual ao deslocamento do móvel.

No movimento retilíneo e uniforme, a partícula se move com velocidade constante. A sua característica é que a velocidade em qualquer instante é igual à velocidade média. Teremos, então, este tipo de movimento definido pela seguinte equação: x = v t .

2.1.3.2 Velocidade instantânea x velocidade escalar

A *velocidade instantânea v* nos dá informação do que está ocorrendo com o movimento em um determinado tempo. É definida por:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

A velocidade instantânea é, portanto, uma velocidade pontual, ou seja, está associada a um instante de tempo t.

A *velocidade escalar*, por sua vez, é o módulo da velocidade instantânea e é a velocidade sem qualquer indicação de direção e sentido.

$$v = |v|$$

2.1.3.3 Cálculo da velocidade baseado no gráfico x-t

A velocidade de uma partícula também pode ser encontrada a partir de um gráfico da posição da partícula em função do tempo. A velocidade média da partícula durante o intervalo de tempo Δt é igual à inclinação da linha reta que liga os pontos iniciais e finais do gráfico posição-tempo.

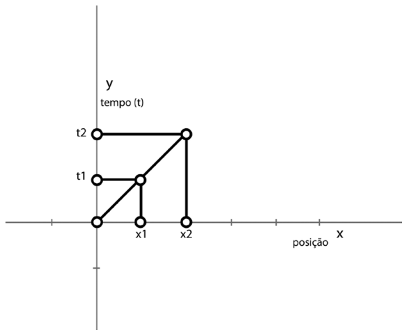


Figura 8: Gráfico da velocidade

Vamos agora passar a um exemplo prático da utilização do conceito de velocidade.

A partir do gráfico da Figura 9, calcule a velocidade média do móvel nos instantes em que o móvel se desloca de A para B, considerando o espaço dado em metros e o tempo em segundos.

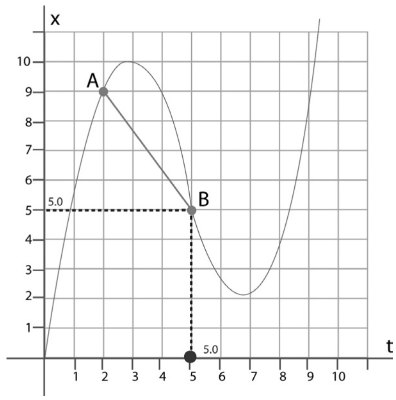


Figura 9: Gráfico x – t do móvel

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{5-9}{5-2} = \frac{-4}{3} = -1,33 m/s$$

Observamos também que a inclinação da tangente da curva em qualquer ponto fornece a velocidade instantânea nesse ponto.

Ao fazer um estudo do gráfico do exemplo acima (Figura 9) um gráfico do tipo posição X tempo, pode-se ter uma idéia de como é a velocidade instantânea em cada ponto da curva do movimento. Para tanto, basta imaginar uma reta tangente em cada ponto da curva. Portanto, ao se tomar a derivada da função posição em relação ao tempo em cada instante, tem-se a velocidade instantânea do móvel.

Percebe-se que, no ponto de máximo da função entre os pontos A e B, o móvel tem sua velocidade igual a zero. Neste ponto, a inclinação da reta é nula, portanto a velocidade também será nula. É neste instante que o corpo inverte o sentido de seu movimento. Algo semelhante ocorre também em torno de 7s.

SAIBA MAIS

A derivada de uma função corresponde à inclinação da reta tangente em cada ponto de uma curva. A derivada de f(x), portanto, fornece informações sobre o comportamento da função a partir da análise das tangentes à curva que representa a função. Em cada ponto x, f´(x) é igual ao coeficiente angular da reta tangente à curva de f(x) naquele ponto.

Para funções polinomiais f(x) = a xn , a derivada f´(x) será: f´(x) = n.a.x(n-1).

Exemplo 1: Seja f(x) = 2x4 + 6x3+2, sua derivada será: f´(x) = 8x3+18x2. Se continuarmos a derivar, teremos a derivada segunda de f(x), ou seja:

f´´(x)=24x2 +36x

Na Física, a derivada da posição resulta na velocidade; já a derivada da velocidade, ou a derivada segunda da posição, resulta na aceleração.

Exemplo 2: Um móvel tem função horária da posição dada por: x = 3t2+5t+6 (x em metros e t em segundos).

a) Calcule sua velocidade em t=5s.

Solução: x'=v=6 t+5

v=6.5+5=35m/s

b) Qual sua aceleração?

Solução: x''=v'=a= 6 m/s2

2.2 ACELERAÇÃO

Quando a velocidade de um móvel varia com um tempo, dizemos que o corpo possui *aceleração*. Da mesma forma, como já observamos, que a velocidade representa a taxa de variação da posição com o tempo, a aceleração também descreve uma taxa, mas dessa vez a da variação da velocidade com o tempo.

Denomina-se aceleração média o quociente entre a variação de velocidade e o intervalo de tempo entre os instantes t e t' em que ocorre essa variação.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Quando queremos saber o valor da aceleração em cada instante do intervalo considerado, temos que calcular a aceleração instantânea, que é dada por:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

2.2.1 Cálculo da velocidade baseado no gráfico v-t ou no gráfico x-t

Em um gráfico v-t do movimento, a aceleração média entre dois pontos é igual à inclinação da linha que une esses dois pontos. Já a aceleração instantânea em um determinado ponto é igual à inclinação da reta tangente naquele ponto.

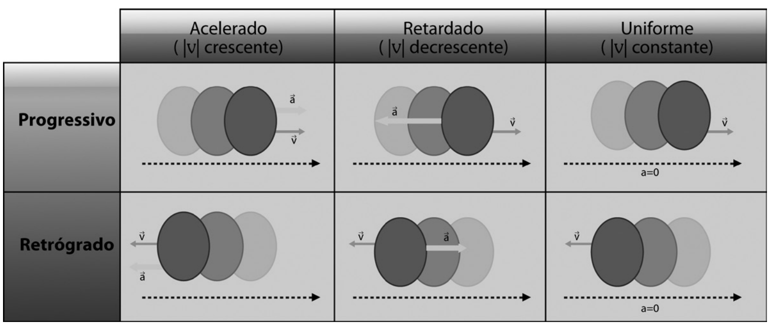
2.3 CLASSIFICAÇÃO DO MOVIMENTO

Quanto ao seu sentido

Sentido do Movimento	Sinal da Velocidade	Tipo de Movimento
A favor da trajetória	v>0	Movimento Progressivo
Contra a trajetória	V<0	Movimento Retrógrado

Quadro 1: Classificação do movimento quanto ao sentido.

Quanto à variação do módulo da velocidade



Quadro 2: Classificação do Movimento quanto à velocidade

2.4 MOVIMENTO COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

Vamos estudar agora o *movimento retilíneo com aceleração constante*, que é o movimento acelerado mais simples que existe, cuja velocidade sempre varia com a mesma taxa. São exemplos de movimentos retilíneos com aceleração constante um corpo em queda livre e um corpo descendo uma rampa perfeitamente lisa. Deduziremos agora as equações para esses e outros movimentos que se deslocam retilineamente com aceleração constante.

2.4.1 Equação Horária da Velocidade

Seja a equação:

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Façamos $t_0 = 0$. A equação anterior será então:

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t} \qquad \text{ou } v = v_0 + at$$

Essa é a equação horária da velocidade e só é válida quando a aceleração é constante.

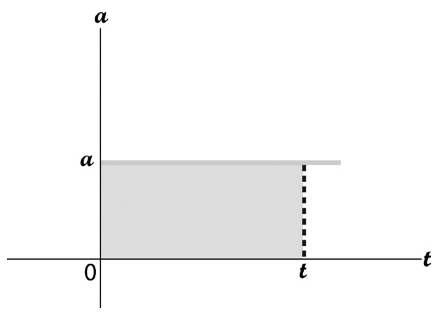


Figura 10: Aceleração constante

Podemos interpretar essa equação como sendo igual à área sob a curva do gráfico a-t.

2.4.2 EQUAÇÃO HORÁRIA DO ESPAÇO

Para deduzirmos a função horária do espaço, usaremos duas diferentes expressões para a velocidade média. A primeira expressão é:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Essa expressão é válida para corpos tanto com aceleração constante quanto com aceleração variável. Façamos como anteriormente, $t_0=0$, teremos:

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t}$$

Como, no nosso caso, a aceleração é constante e a velocidade varia com uma taxa constante, então podemos dizer que a velocidade média em um intervalo de tempo é igual à média aritmética das velocidades desse mesmo intervalo. Para o nosso intervalo que é de 0 a t, teremos:

GUARDE BEM ISSO!

A equação horária do espaço só é válida quando a aceleração é constante.

$\bar{v} = \dfrac{v_0 + v}{2}$ Substituindo v por $v_0 + at$,

$\bar{v} = \dfrac{v_0 + (at + v_0)}{2}$; e igualando essa expressão com $\bar{v} = \dfrac{x - x_0}{t}$, teremos:

$\dfrac{v_0 + (at + v)}{2} = \dfrac{x - x_0}{t} \Rightarrow x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$ (Equação horário do espaço)

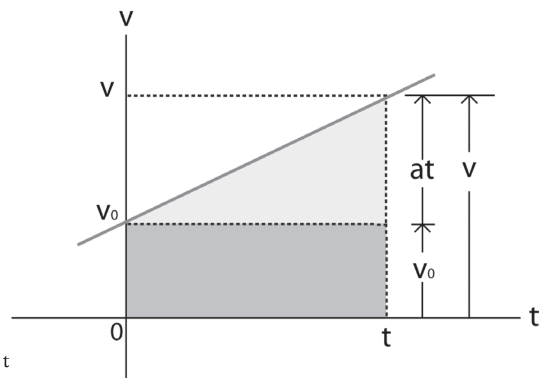


Figura 11: Gráfico v X t

Analisando o gráfico v-t, podemos encontrar a variação $x - x_0$, que é igual a área sob a curva.

2.4.3 Equação de Torricelli

Muitas vezes você irá deparar com situações em que terá que usar uma equação que envolva velocidade, aceleração e que não leve em conta o tempo. Então vamos deduzir essa equação, chamada equação de Torricelli, que completa a descrição dos movimentos com aceleração constante.

Na expressão $v = v_0 + at$, vamos elevar ambos os membros ao quadrado:

$v^2 = (v_0 + at)^2 = v_0^{\,2} + 2v_0 at + a^2 t^2$

$v^2 - v_0^{\,2} = 2v_0 at + a^2 t^2 = 2a(v_0 t + \dfrac{at^2}{2})$ (1)

De acordo com a função horário do espaço, temos:

$x - x_0 = v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$ (2).

Substituindo (2) em (1), a nossa equação será: $v^2 = v_0^{\,2} + 2a\Delta x$.

Neste tópico, definimos, classificamos e apresentamos as principais grandezas envolvidas no estudo do movimento de um corpo em uma dimensão, assim como suas equações. No tópico seguinte, vamos estender esse estudo e aplicá-lo na análise do movimento de queda livre e lançamento vertical.

SAIBA MAIS

Quer aprender um pouco mais sobre gráficos do movimento?

Que tal participar de experimento virtual?

Acesse, então, o site http://jersey.uoregon.edu/vlab/block/Block.html

TÓPICO 3

Queda Livre e lançamento vertical

Objetivos

- Analisar o movimento de queda livre
- Compreender a aceleração gravitacional

3.1 QUEDA LIVRE

A *queda livre* consiste no movimento dos corpos que caem próximos à superfície da Terra e, nesse movimento, a velocidade inicial do corpo é nula. Já no lançamento vertical, o corpo recebe uma velocidade inicial diferente de zero, que o faz se mover para cima em relação à superfície da Terra. Nos dois casos, a aceleração – chamada de *aceleração da gravidade* – é constante com módulo igual a 9,8 m/s^2 e é sempre orientada de cima para baixo.

Todo movimento de corpos com aceleração constante e diferente de zero é denominado de Movimento Uniformemente Variado (MUV). A queda livre e o lançamento vertical são casos particulares de MUV e, como se deslocam em linha reta, são também chamados de Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

São comuns os casos de movimentos que combinam lançamento vertical e queda livre, como, por exemplo, o lançamento vertical de uma pedra que se joga para cima e se espera seu retorno ao solo.

Podemos aplicar as três equações anteriormente deduzidas para a queda livre e para o lançamento

VOCÊ SABIA?

- A medida 9,81m/s2 representa o valor de g a uma latitude de 45º ao nível do mar
- Nos polos tem-se o maior valor de g, devido ao achatamento da Terra e sua maior proximidade com o centro da Terra ($g=9,83\ m/s^2$).
- Na linha do Equador, tem-se o menor valor de g ($g=9,78 m/s^2$).
- O valor da aceleração gravitacional diminui à proporção que nos afastamos da Terra, logo g é função da altitude.

vertical, pois são equações de MUV, mas devemos tomar cuidado com o sinal que iremos atribuir a cada grandeza.

EXEMPLO 1

Considere que a chuva cai de uma nuvem a1700m acima da superfície da Terra. Se desconsiderarmos a resistência do ar, com que velocidade as gotas de chuva atingiriam o solo? Seria, então, seguro caminhar ao ar livre num temporal?

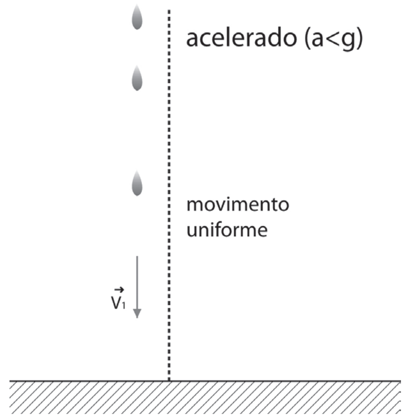


Figura 12: Gota de chuva em queda

Considere

$$v^2 = (v_0)^2 + 2ah = 2gh$$

$$v^2 = 33320 \Rightarrow v = 182,5m/s$$

Não seria legal sair de casa com uma chuva dessas, não é mesmo?!

Mas não se preocupe, pois, na realidade, as gotas de chuvas aumentam sua velocidade até um valor limite, a partir do qual caem em movimento uniforme com velocidade constante. E é esse valor que nos permite sair na chuva sem nos machucar. Caso essa velocidade limite não fosse atingida, seria

ATENÇÃO!

O Movimento Uniformemente Variado (MUV) de um corpo lançado verticalmente para cima tem algumas características que você não pode esquecer:

1. A velocidade do corpo no ponto mais alto da trajetória é zero, instantaneamente;
2. O tempo gasto na subida é igual ao tempo gasto na descida, desde que saia de um ponto e retorne ao mesmo ponto;
3. A velocidade, em um dado ponto da trajetória, tem os mesmos valores, em módulo, na subida e na descida.

GUARDE BEM ISSO!

Convenção de sinais

Atribuiremos sinal positivo (+) a todas as grandezas que possuem orientação vertical de baixo para cima e sinal negativo (-) a todas as grandezas que possuem orientação vertical de cima para baixo.

impossível caminhar ao ar livre em um dia de temporal.

A velocidade limite é uma questão vital para os paraquedistas, pois, quando estão em queda livre, eles acionam seus paraquedas quando a atingem.

Exemplo 2

Um corpo é lançado verticalmente para cima, a partir do solo, com uma velocidade inicial de 40m/s. Desprezando-se a resistência do ar e adotando $g=10m/s^2$, determine:

a. a altura máxima que o corpo pode atingir;
b. o tempo gasto na subida;
c. a duração do movimento;
d. quanto tempo após o lançamento, o corpo estará a 60m do solo;
e. a velocidade ao passar por este ponto;
f. a velocidade ao retornar ao chão;

Solução:

Dado:

$$V_0 = 40m/s$$

$$g = 10m/s^2$$

$$x_0 = 0m$$

Vamos montar primeiro a função horária da velocidade:

$$x = x_0 + v_o t + \frac{1}{2}at^2 = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = 0 + 40t - 5t^2$$

$$x = 40t - 5t^2$$

E agora a função horária da velocidade:

$$v = v_0 - gt$$

$$v = 40 - 10t$$

a. A altura máxima será determinada pela a equação de Torricelli

$$v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x$$

$$v^2 = v_o^2 - 2a\Delta x$$

$$0 = 40^2 - 2.10\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{1600}{20} = 80m$$

b. Para determinar o tempo na subida, trabalharemos com a equação horária da velocidade.

$$v = 40 - 10t$$

$$0 = 40 - 10t$$

$$t = \frac{-40}{-10} = 4s$$

c. A duração do movimento é duas vezes o tempo de subida, pois o corpo sai e volta ao mesmo ponto.

$$T_{total} = t_{subida} + t_{descida} = 8s$$

d. Quando o corpo estiver a 60m do solo, teremos na equação horária do espaço a seguinte situação:

$$60 = 40t - 5t^2$$

Resolvendo essa equação do 2º grau, encontramos dois valores para o tempo:

6s e 2s

Isso quer dizer que o móvel passa duas vezes pelo ponto 60m. Em t=2s passa na subida e t=6s passa na descida.

e. As velocidades do móvel quando está a 60m do solo poderão ser obtidas pela equação horária da velocidade.

$$v = 40 - 10t$$

- Na ida: t=2s, então teremos:

$$v = 40 - 10.2 = 20m / s$$

- Na volta: t=6s, logo teremos:

$$v = 40 - 10.6 = -20m / s$$

Observe que os valores são em módulo iguais!

f. Uma das formas de se obter a velocidade do corpo ao retornar ao solo é pela equação horária da velocidade, substituindo t por T_{total} encontrado no item c:

$$v = 40 - 10.8 = -40m / s$$

Observe que a velocidade de partida é em módulo igual à velocidade de chegada.

Neste tópico demonstramos a aplicação das equações do movimento na análise de corpos sob a ação da aceleração gravitacional. A seguir, trataremos da abordagem vetorial das grandezas físicas ora apresentadas e faremos uma aplicação para compreendermos o lançamento de projéteis e o movimento circular.

TÓPICO 4

Movimento em Duas e Três Dimensões

Objetivos

- Identificar, sob uma perspectiva vetorial, as grandezas posição, velocidade e aceleração
- Compreender o movimento de projéteis
- Compreender o movimento circular

No nosso cotidiano, constantemente deparamos com movimentos que não se deslocam em trajetórias retas, como, por exemplo, um carro em uma montanha russa, um vôo de uma águia que circula em um campo aberto. Para descrever tais movimentos, é necessário o uso dos conceitos do tópico anterior, agora sob uma outra abordagem: o tratamento vetorial.

Neste tópico, vamos tratar, pois, de movimentos em duas e em três dimensões. Se você não estiver bem seguro do uso da notação vetorial, é recomendado que primeiro revise esse conteúdo antes de iniciar o nosso estudo.

4.1 VETOR POSIÇÃO E VETOR DESLOCAMENTO

Para descrevermos o movimento de uma partícula no espaço, precisamos primeiro localizá-la nesse espaço. Para isso, usamos o vetor posição r, que é um vetor que vai da origem do sistema de coordenadas até o ponto P.

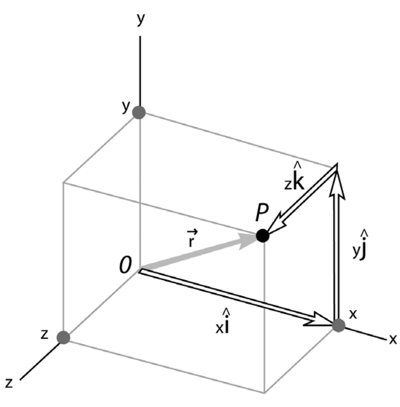


Figura 13: Vetor Posição

Podemos ver o vetor posição na Figura 13, que mostra as coordenadas cartesianas x,y e z do vetor r. Usando a notação de vetores unitários, teremos o vetor posição

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

Quando se desloca no espaço, uma partícula tem sua trajetória em forma de curva. Durante o intervalo de tempo Δt , a partícula se move do ponto P_1, que tem o vetor posição $\vec{r}_1$, até o ponto P_2, que tem o vetor posição $\vec{r}_2$. O vetor $deslocamento\, \Delta\vec{r}$ neste intervalo de tempo é dado por: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ (figura 14).

4.2 VELOCIDADE

A $velocidade\, media\, \vec{v}_m$, como já definida anteriormente, é sempre dada pelo deslocamento dividido pelo intervalo de tempo:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\vec{t}_2 - \vec{t}_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

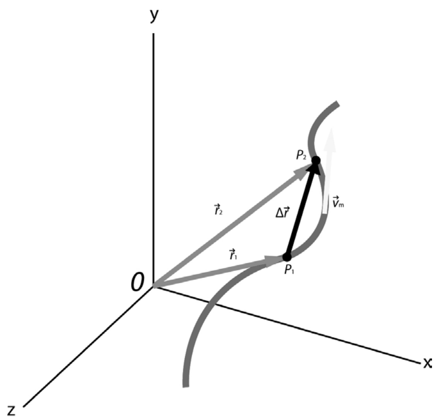


Figura 14: Vetor Velocidade Média

O vetor , tal como anteriormente definido, é igual à taxa de variação do vetor posição com o tempo, e é definido por: $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$velocidade\, instantanea\;\; \vec{v}_m$

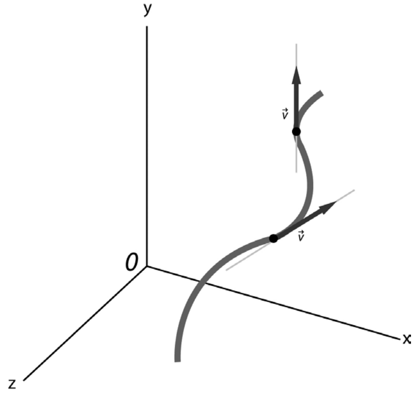


Figura 15: Vetor Velocidade Instantânea

De uma maneira geral, é mais fácil calcular a velocidade instantânea por meio de seus componentes. Durante qualquer deslocamento $\Delta\vec{r}$, as variações $\Delta x, \Delta y \, e \, \Delta z$, das três coordenadas das partículas, são os componentes de $\Delta\vec{r}$. Portanto, podemos concluir que os componentes $v_x, v_y \, e \, v_z$ da velocidade instantânea $\vec{v}$ são simplesmente as derivadas das coordenadas x, y e z em relação ao tempo. Isto é,

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

O módulo do vetor velocidade instantânea $\vec{v}$, ou seja, a velocidade escalar, é dado em termos dos componentes $v_x, v_y \, e \, v_z$, pelo teorema de Pitágoras.

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}}$$

ATENÇÃO!

a. O módulo do vetor velocidade instatânea em qualquer instante é igual ao módulo da velocidade escalar no referido instante;

b. A direção e o sentido de $\vec{v}$ em qualquer instante têm a mesma direção e sentido em que a particula se move no referido instante.

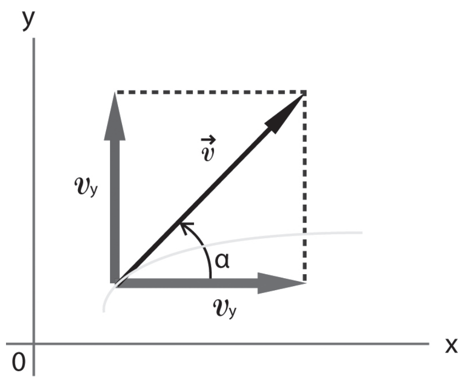


Figura 16: Componentes do Vetor Velocidade no plano

A Figura 16 mostra a situação de uma partícula se movendo no plano. Neste caso, e são nulos e a velocidade escalar é dada por: $v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$

A direção da $\vec{v}$, por sua vez, é dada pelo ângulo α indicado na figura 16. Sabemos que:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

4.3 ACELERAÇÃO

Definimos o vetor aceleração média $\vec{a}_m$ da partícula, quando ela se move de P_1 a P_2, como a variação vetorial da velocidade, $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \Delta v$, dividida pelo intervalo de tempo $t_2 - t_1 = \Delta t$:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\vec{t}_2 - \vec{t}_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

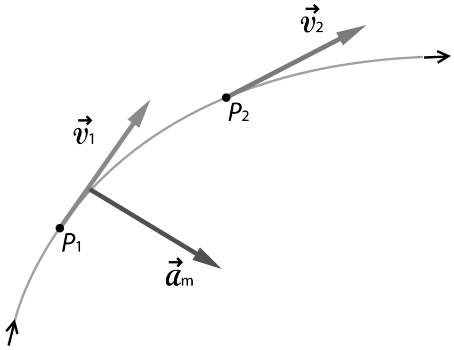


Figura 17: Vetor aceleração média $\overrightarrow{a_m}$

A aceleração média é uma grandeza vetorial que possui mesma direção e sentido do vetor $\triangle\vec{v}$.

A *aceleração instantânea* $\vec{a}$, assim como no tópico anterior, também é igual à taxa de variação da velocidade instantânea. Como estamos nos referindo a movimentos no espaço, a aceleração instantânea é agora uma grandeza vetorial.

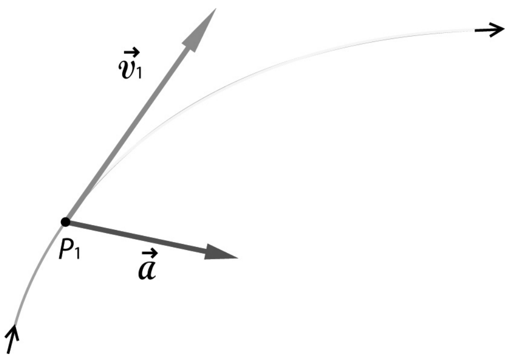


Figura 18: Vetor Aceleração Instantânea

Cada $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} = \frac{\triangle\vec{v}}{\triangle t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ componente do vetor aceleração instantânea é dado pela derivada e pelo respectivo componente do vetor velocidade:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

Em termos de vetores unitários,

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

Como cada componente da velocidade é dado pela derivada da respectiva coordenada da posição, podemos escrever os componentes a_x, a_y e a_z, do vetor aceleração $\vec{a}$ do seguinte modo:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2},\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2},\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

E o vetor aceleração é calculado do seguinte modo:

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

4.4 MOVIMENTO NUM PLANO COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

Vamos considerar que a partícula se mova no plano x-y com aceleração constante. Para um movimento nesse plano, teremos:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

Considerando que a aceleração é constante, teremos as seguintes equações para o movimento segundo o eixo x:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_x{}^2 = v^2{}_{0x} + 2a_x \triangle x$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Da mesma forma, podemos apresentar as equações para o eixo y e z. E podemos também sintetizá-las nas formas vetoriais:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_{0x}t + \frac{1}{2}\vec{a}_x t^2$$

$$\vec{v}_x{}^2 = \vec{v}_{0x}^2 + 2\vec{a}_x \triangle x$$

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{0x} + \vec{a}_x t$$

4.5 MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

Um projétil é qualquer corpo lançado com uma velocidade inicial, que segue uma trajetória determinada exclusivamente pela aceleração da gravidade e pela resistência do ar. No nosso estudo, não levaremos em conta a resistência do ar, de modo que estudaremos um modelo simplificado da realidade desse movimento.

O movimento dos projéteis é uma situação em que uma partícula se move num plano com aceleração constante em uma direção e com velocidade constante em outra.

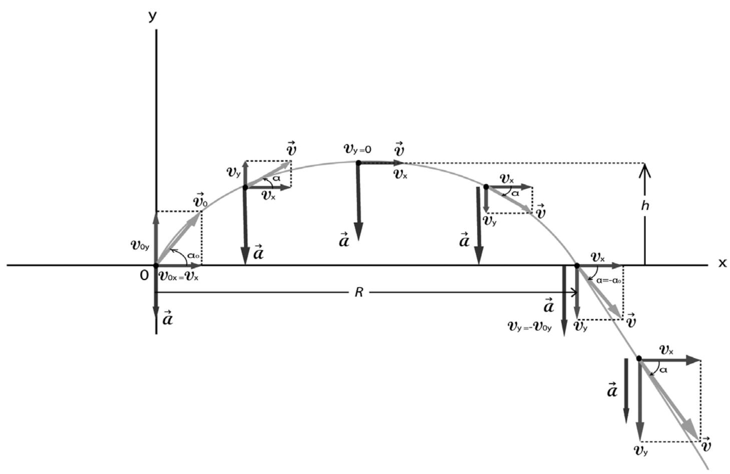


Figura 19: Trajetória de um projétil em que R é o alcance horizontal

Para descrever esse tipo de movimento, que na verdade é a composição de dois outros movimentos, não são necessárias novas equações. Basta que você aplique as equações de movimentos com aceleração constante na vertical e velocidade constante na direção horizontal. Nesse estudo os componentes da aceleração serão então:

$a_x = 0 \ e \ a_y = -g$

A trajetória do movimento de um projétil, levando em conta nosso modelo simplificado, é sempre uma parábola (Figura 19).

4.6 MOVIMENTO CIRCULAR

O movimento que se dá ao longo de uma circunferência é definido como movimento circular. Se sua velocidade escalar, isto é, v = ΔS/Δt ao longo do movimento, for constante, o movimento circular será chamado de uniforme. Se sua aceleração escalar, isto é, ao longo do movimento, for constante, o movimento será chamado de uniformemente acelerado.

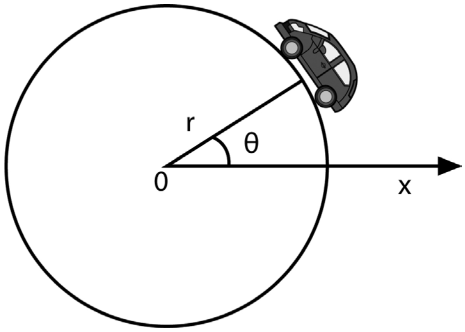


Figura 20: Movimento Circular de um automóvel

Um móvel que realize um movimento circular pode ser seguido ao longo do trajeto, como em corridas, medindo-se o espaço percorrido volta após volta sobre a pista. Assim, o movimento circular pode ser descrito através do espaço percorrido (s), embora em círculos. Podemos também descrever o movimento circular de uma forma simples, definindo um sistema de referência (referencial) e medindo ângulos como mostra a Figura 20.

Vamos supor um carro que esteja realizando um movimento circular com raio r. O ângulo θ é medido, a cada instante t, a partir do eixo O_x, sendo O o centro do círculo de raio r, o que resulta em uma equação θ(t), que representa o movimento realizado.

No movimento circular, medimos:	No movimento retilíneo, medimos:
Ângulo θ	Espaço x
Ângulo inicial θ_0	Espaço inicial x_0
Velocidade angular $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	Velocidade escalar $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
Aceleração angular $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	Aceleração escalar $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Quadro 3: Comparação entre os Movimentos Circular e Retilíneo.

No movimento circular uniforme, é definido o período do movimento T, que é o intervalo de tempo mínimo para o móvel passar num mesmo ponto sobre a circunferência.

Dessa forma,

$\omega \mathrm{T} = 2\pi$

Definindo $\frac{1}{\mathrm{T}} = f$ (frequência do movimento),

$w = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$

$w = 2\pi f$

4.6.1 Movimento ao longo de uma curva

Nesta seção estudaremos, utilizando vetores, o movimento de uma partícula quando se move sobre uma curva específica: um carrinho transportando pessoas numa montanha russa, por exemplo.

Como a velocidade e a aceleração são grandezas vetoriais, procuraremos especificá-las em cada ponto P da trajetória.

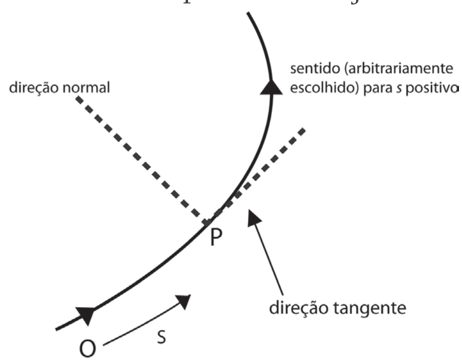


Figura 21: Trajetória de um ponto P ao longo de uma curva

ATENÇÃO!

- Se ω = cte movimento circular uniforme
- Se α = cte movimento circular uniformemente acelerado
- Se v = *cte*, movimento retilíneo uniforme
- Se a = cte movimento retilíneo uniformemente acelerado

Procuraremos definir os componentes tangente e normal da velocidade e da aceleração em cada ponto. Num ponto arbitrário, podemos introduzir uma direção tangente e uma direção normal à curva nesse ponto.

Assim, podemos definir o componente tangente da velocidade e da aceleração como sendo a projeção da velocidade e da aceleração na direção tangente à curva. Esses componentes são exatamente o que denominamos anteriormente de velocidade e aceleração escalar:

$$v_t = v = \frac{ds}{dt}$$

$$a_t = \gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Como o **vetor velocidade é sempre tangente à trajetória**, o componente da velocidade na direção normal é nulo, isto é, $v_n = 0$.


Figura 22: Montanha russa

No entanto, a aceleração tem um componente normal apontando para dentro da curva, dada por $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ onde ρ é o raio de curvatura no ponto P.

Para especificarmos o raio de curvatura, introduzimos uma circunferência tangente à curva pelo ponto *P* (circunferência osculadora). A maneira de construí-la é a seguinte: consideremos, além do ponto P, mais dois outros pontos P_1 e P_2 ao longo da curva. Por esses três pontos (isso vale para quaisquer três pontos não alinhados), podemos fazer passar uma circunferência. Ao tomarmos P_1 e P_2 cada vez mais próximos de P, definimos a circunferência osculadora, passando por P. Essa circunferência tem um raio ρ .

VOCÊ SABIA?

O termo centrípeta (voltada para o centro) associado à aceleração significa que ela aponta sempre para o centro da circunferência osculadora. A aceleração é responsável pela variação da direção da velocidade vetorial e existe mesmo no movimento uniforme, desde que não seja retilíneo.

4.7 VETORES ACELERAÇÃO NO MOVIMENTO CIRCULAR

Já sabemos que, num ponto P, a aceleração tem dois componentes. O componente normal é conhecido como **Aceleração Centrípeta** e o componente tangencial como **Aceleração Escalar**.

Aceleração Escalar: $a_t = \gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2v}{dt^2}$

Aceleração Centrípeta: $a_n = \frac{v^2}{\rho}$

4.7.1 Aceleração centrípeta no movimento circular

No movimento circular, a circunferência representativa da trajetória do móvel coincide com o círculo no qual o movimento se dá. Portanto,

$\rho = r$, onde r é o raio do círculo.

A velocidade escalar v é dada por $v = r\omega$ onde ω é a velocidade angular. A aceleração tangencial é dada por $a_t = r\alpha$, onde $\alpha = d\omega / dt$ é a aceleração angular, ao passo que a aceleração centrípeta tem o valor:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Neste tópico, abordamos a linguagem vetorial para as grandezas físicas do movimento e as aplicamos no entendimento do lançamento de projéteis e do movimento circular. Na aula seguinte, vamos relacionar ao movimento suas causas, ou seja, as forças, assim vamos conhecer as Leis de Newton e sua importância para o estudo do movimento.

SAIBA MAIS

Participe de mais um experimento virtual.

Acesse: http://www.ecm.ub.es/team/Movcircular.html e explore os conceitos do movimento circular.

Amplie seus conhecimentos, pesquisando mais sobre o que estudamos nesta aula em:

http://www.fisica.ufpb.br/~romero/

http://apphysicsb.homestead.com/vls.html

http://www.walter-fendt.de/index.html

http://www.cienciamao.usp.br/

AULA 3 | Leis de Newton

Caro(a) aluno(a),

Agora que você já aprendeu a descrever um bom grupo de movimentos, vamos estudar os agentes que produzem esses movimentos: as forças. Nesta aula, vamos explorar um pouco mais o problema básico da mecânica, que é a determinação da posição e da velocidade de uma partícula, só que faremos isso de uma maneira diferente, utilizando as três leis de Newton.

Objetivos

- Enunciar as Leis de Newton e a Lei da Gravitação Universal
- Classificar os diversos tipos de força: Força Peso, Reação Normal de Apoio, Tração em fios, Força de Atrito e Força Elástica

TÓPICO 1

Leis de Newton

Objetivos

- Enunciar a Primeira Lei de Newton: Princípio da Inércia
- Enunciar a Segunda Lei de Newton: Um estudo numérico da Força
- Enunciar a Terceira Lei de Newton: Princípio da Ação e Reação

As leis que descrevem os movimentos de um corpo foram publicadas por Isaac Newton em 1687 no livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural). Atualmente, são conhecidas como "Leis de Newton" e foram baseadas em minuciosas observações dos movimentos.

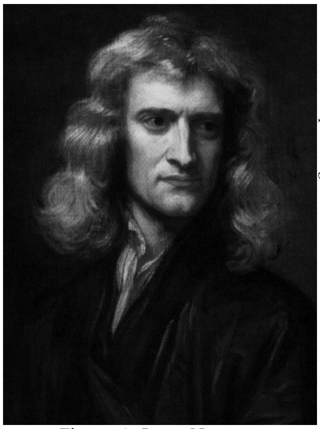
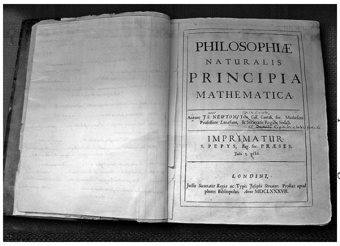

Fonte: www.wikipedia.org

Figura 1: Isaac Newton

Estas leis possibilitam uma descrição e previsão extremamente precisa do movimento de todos os corpos, sejam grandes ou pequenos, elementares ou complexos. Entretanto, as Leis de Newton apresentam limites, onde deixam de ser válidas: para corpos muito pequenos (física quântica) ou corpos com velocidades muito grandes (relatividade).



Fonte: www.wikipedia.org

Figura 2: O Livro Princípios Matemáticos da Filosofia Natural

1.1 OS ESTUDOS SOBRE MOVIMENTOS ANTES DAS CONTRIBUIÇÕES DE NEWTON

Muitos foram os cientistas anteriores a Isaac Newton que contribuíram para o estudo dos movimentos, entre eles: Nicolau Copérnico, Ticho Brahe, Kepler e Galileu Galilei (1564-1642), que faleceu no mesmo ano do nascimento de Newton. Além de demonstrar sua humildade, Newton eternizou sua gratidão com suas próprias palavras: "Se vi mais longe do que outros, é porque eu estava apoiado em ombros de gigantes."

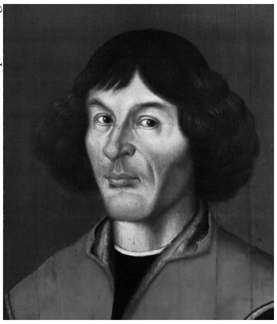
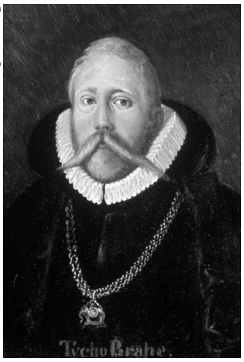

Fonte: www.wikipedia.org

Figura 3: Copérnico



Fonte: www.wikipedia.org

Figura 4: Ticho Brahe

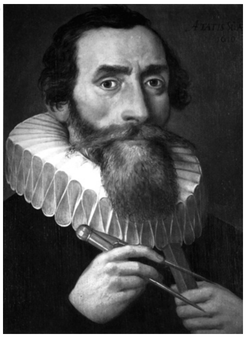

Fonte: www.wikipedia.org

Figura 5: Kepler

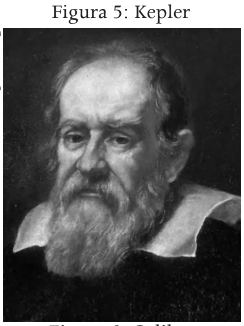

Fonte: www.wikipedia.org

Figura 6: Galileu

Na física Aristotélica pensava-se que fosse necessária alguma influência ou força para manter um corpo em movimento. Acreditavam que um corpo em repouso estivesse em seu estado natural e que, para um corpo mover-se em linha reta com velocidade constante, seria necessário algum agente externo (Força) empurrando-o continuamente, caso contrário ele iria parar. Galileu Galilei experimentando o movimento de corpos em superfícies planas e cada vez mais lisas, afirmou ser necessária uma força para modificar a velocidade de um corpo, mas nenhuma força seria exigida para manter a velocidade desse corpo constante. Como Newton baseava-se nos estudos de Galileu e publicou as leis do movimento envolvendo suas causas, a força, foi então atribuído a ele um novo paradigma, o paradigma newtoniano.

Segundo Karam, Souza Cruz e Coimbra (2006):

> O paradigma newtoniano de que é possível descrever a natureza em termos de equações de movimento é possivelmente a mais bem sucedida criação da história do pensamento humano. Com a criação da mecânica de Newton no século XVII, foi possível prever, com grande precisão, o movimento dos corpos celestes. A descrição teórica e os dados observacionais da órbita de Urano apresentavam pequenas diferenças, as quais permitiram a previsão da existência de um novo planeta, Netuno, resultado cuja constatação experimental foi considerada um verdadeiro triunfo para a Mecânica Clássica.

1.2 A PRIMEIRA LEI DE NEWTON: PRINCÍPIO DA INÉRCIA

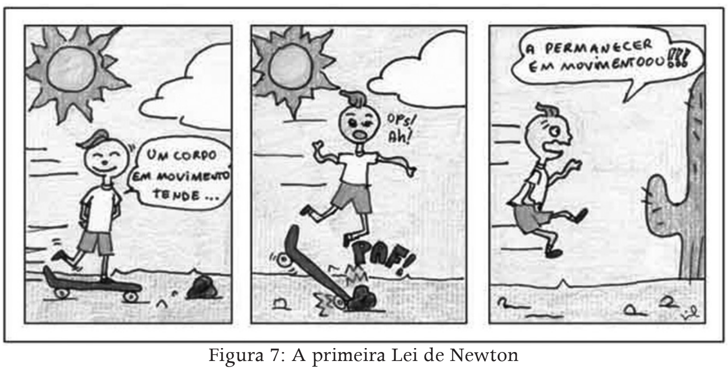


Figura 7: A primeira Lei de Newton

Vamos entender, à luz da 1ª Lei de Newton, a situação descrita na Figura 8. Há uma propriedade geral da matéria que revela-se como uma tendência natural de uma partícula não alterar o seu estado de movimento, isto é, uma partícula em repouso tende a permanecer em repouso e uma partícula com velocidade constante tende a manter a sua velocidade constante.

Tal propriedade de tudo permanecer como se encontra é conhecida como Inércia. No caso da Mecânica, essa regularidade a respeito do comportamento da natureza levou Isaac Newton a enunciar a sua 1ª Lei, ou Lei da Inércia, que diz:

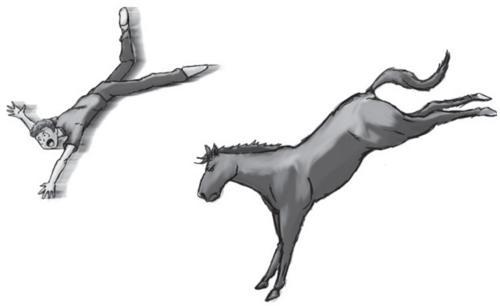


Figura 8: Situação em que se podem aplicar a Lei da Inércia

Lei da Inércia

"Um ponto material isolado está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme."

Esta é a primeira Lei de Newton, que também pode ser expressa assim:

Uma partícula, por si só, não pode alterar sua velocidade vetorial.

Implícita nesta lei está a condição de equilíbrio, que matematicamente pode ser representada por:

GUARDE BEM ISSO!

Força resultante nula significa velocidade constante ou repouso.

GUARDE BEM ISSO!

Referencial Inercial – Um sistema de referência inercial é aquele em que a 1ª Lei de Newton é válida

$$\vec{F}_R = \vec{0} \begin{cases} \vec{V}_{cte} = \vec{0} = repouso \quad \text{(Eq. Estático)} \\ \vec{V}_{cte} \neq \vec{0} = MRU \quad \text{(Eq. Dinâmico)} \end{cases}$$

Nesta lei, não há distinção entre um corpo estar em repouso ou em movimento uniforme (velocidade constante). O fato de o corpo estar em outro estado depende do referencial (sistema de coordenadas) em que o corpo é observado. Um referencial é um conjunto de sistemas de coordenadas que estão em repouso, cada um em relação a qualquer outro.

Considere uma bola parada no corredor de um avião que navega na horizontal. Num sistema de coordenadas fixo no avião (isto é, no referencial do avião), a bola está em repouso e permanecerá em repouso enquanto o avião voar com velocidade constante. Num sistema de coordenadas fixo no solo, a bola se move com a velocidade do avião. Conforme a primeira lei Newton, a bola continuará a se mover com velocidade constante no referencial do solo e permanecerá em repouso no referencial do avião, a menos que sobre ela atue uma força externa resultante diferente de zero.

Na figura 9 temos um homem sobre uma caminhonete que se desloca com velocidade constante. Este homem joga para cima uma bola e a observa se deslocando em uma trajetória retilínea e vertical de baixo para cima. Já um observador parado à margem da estrada vê a bola se deslocando em uma trajetória parabólica orientada da esquerda para direita. Se perguntado aos dois homens qual é a força resultante que age nesse movimento, ambos darão a mesma resposta, dirão que é a força peso.

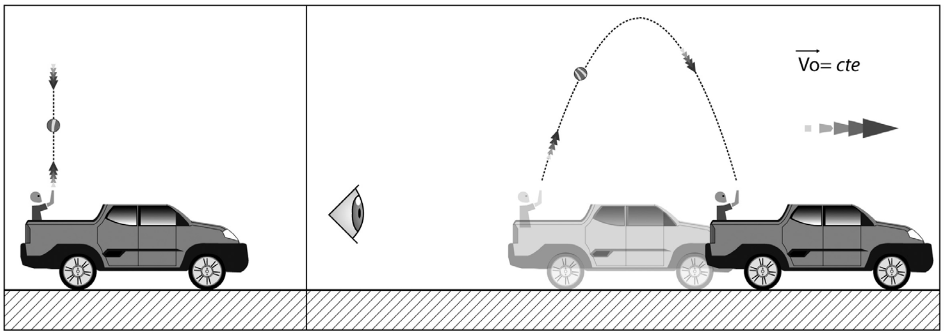


Figura 9: Trajetória e Referencial

A terra é um referencial inercial quando consideramos deslocamentos pequenos sobre a sua superfície. Por estar girando, a terra também pode ser considerado um referencial não-inercial. Isso vai ocorrer quando os deslocamentos sobre sua superfície forem grandes. Um elevador acelerado também é um exemplo de referencial não-inercial.

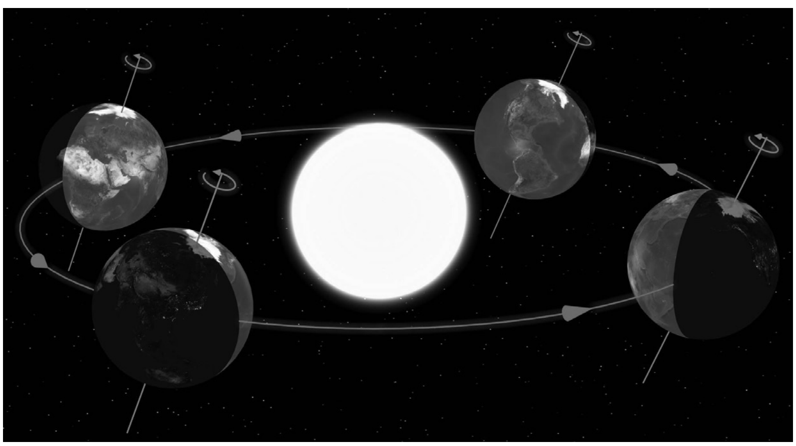


Figura 10: Movimento de rotação e translação do planeta Terra

Por está girando, a terra também pode ser considerado um referencial não-inercial (cf.: Figura 10).

Aplicando a 1ª Lei de Newton

Em um filme de ficção científica, uma espaçonave se move no vácuo do espaço sideral, longe de qualquer planeta, quando sua máquina pára de funcionar. Em virtude disso, a espaçonave diminui de velocidade e fica em repouso. Como você aplica a primeira lei de Newton nesse evento?

Resposta: Não existe nenhuma força atuando sobre a espaçonave, portanto, pela primeira lei de Newton, ela não deve parar. Ela deve continuar se movendo em linha reta com velocidade constante. Esse filme de ficção científica é mais ficção do que ciência.

1.3 A SEGUNDA LEI DE NEWTON: PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA

A segunda lei de Newton é a lei fundamental da Mecânica. A partir dela e através de métodos matemáticos, podemos fazer previsões (velocidade e posição, por exemplo) sobre o movimento dos corpos. Qualquer alteração da velocidade de uma partícula é atribuída, sempre, a um agente denominado força.

Basicamente, o que produz mudanças na velocidade são forças que agem sobre a partícula. Como a variação de velocidade indica a existência de aceleração, é de se esperar que haja uma relação entre a força e a aceleração. De fato, Sir Isaac Newton percebeu que existe uma relação muito simples entre força e aceleração, isto é, a força é sempre diretamente proporcional à aceleração que ela provoca:

$$F \,\alpha\, a$$

$$\frac{F}{a} = cons\tan te$$

Onde a constante é a massa do corpo.

Esta relação simples entre força e aceleração é conhecida como a 2ª Lei de Newton, ou Princípio Fundamental da Dinâmica:

"Forças são interações entre corpos que podem provocar variações em sua velocidade".

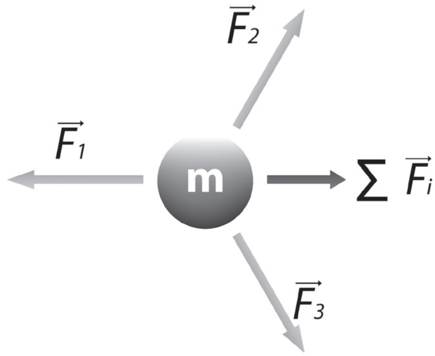


Figura 11: Resultante de forças e a segunda Lei de Newton

No enunciado da lei de Newton, o termo tanto pode representar uma força como a força que resulta da soma de um conjunto de forças (força resultante).

Sendo a força uma grandeza vetorial, da mesma forma que a aceleração, podemos escrever a lei de Newton, numa notação vetorial:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Em componentes ao longo dos eixos x, y e z, podemos escrever:

$$\vec{F}_x = m.\vec{a}_x$$
$$\vec{F}_y = m.\vec{a}_y$$
$$\vec{F}_z = m.\vec{a}_z$$

GUARDE BEM ISSO!

A segunda lei de Newton refere-se a forças externas. Com isso você deve entender que essas forças são exercidas por outros corpos existentes em suas vizinhanças. É impossível um corpo afetar seu próprio estado de movimento exercendo uma força sobre si mesmo.

No caso em que mais de uma força atua sobre uma partícula, a lei de Newton deve ser entendida como:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

Onde

$\sum \vec{F}$ indica a soma das forças, ou seja, o somatório das forças que atuam sobre o objeto é igual à massa vezes a aceleração.

Em termos dos componentes, escrevemos:

$$F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx} = ma_x$$
$$F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny} = ma_y$$
$$F_{1z} + F_{2z} + \ldots + F_{nz} = ma_z$$

APLICANDO A 2ª LEI DE NEWTON

Se uma força resultante horizontal for de 132 N e aplicada a uma pessoa com massa igual a 60 kg em repouso à beira de uma piscina, qual é a aceleração produzida?

Solução:

Aplicando a segunda Lei de Newton, teremos:

$$F = m.a$$

$$132 = 60.a$$

$$a = \frac{132}{60} = 2,2m/s^2$$

1.4 A TERCEIRA LEI DE NEWTON: PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO

Fonte: www.cbpf.br

Figura 12: A terceira Lei de Newton

As forças resultam da interação de um corpo com outro corpo. É de se esperar, portanto, que, se um corpo A exerce uma força sobre um corpo B (chamada de ação), A também experimenta uma força (chamada de reação) que resulta da interação com B.

Newton percebeu não só que isso acontece sempre, mas, ainda, especificou as principais características das forças que resultam da interação entre dois corpos. Essa questão foi objeto da sua terceira lei, cujo enunciado é:

Terceira Lei de Newton

> "Para toda força – AÇÃO - que surgir num corpo como resultado da interação com um segundo corpo, deve surgir nesse segundo uma outra força, chamada de REAÇÃO, cuja intensidade e direção são as mesmas da primeira, mas cujo sentido é o oposto da primeira".

Desse modo, Newton se deu conta de três características importantes das forças de interação entre dois objetos.

I. Uma força nunca aparece sozinha. Elas aparecem aos pares (uma delas é chamada de ação e a outra, de reação);
II. Cada uma dessas duas forças atua em objetos distintos, ou seja, que nunca se equilibram entre si;
III. Forças (aos pares) têm a mesma magnitude, mas diferem uma da outra pelo sentido: elas têm sentido oposto uma da outra.

Aplicando a 3ª Lei de Newton

Fonte: www.wikipedia.org

Figura 13: Usain Bolt.

Exemplo 1

Suponha que o velocista jamaicano Usain Bolt, homem mais rápido do mundo, tenha 85 kg de massa e pode arrancar, a partir do bloco de partida, com uma aceleração aproximadamente horizontal, cujo módulo seja igual a 20 m/s2.

Que força horizontal um velocista de 85 kg deve exercer sobre o bloco na partida para produzir uma aceleração de 20m/s²?

Solução:

O módulo da força horizontal que o velocista exerce sobre o bloco será:

F = m a = 85Kg . 20 m/s2 = 1700 N

Ou aproximadamente; F = 170 Kgf.

Qual é o corpo que exerce a força que impulsiona o velocista: o bloco ou o próprio velocista?

Solução:

O velocista para ganhar propulsão empurra com o pé o bloco para trás (ação) e o bloco reage empurrando o velocista para frente (reação). Portanto, quem exerce a força sobre o velocista é o bloco.

Figura 14: Paradoxo do cavalo

Exemplo 2

O paradoxo do cavalo

“Um cavalo inteligente, que se acha conhecedor das leis de Newton, pensa assim: ‘Se eu puxar a carroça (ação), então a carroça vai me puxar (reação). A minha ‘ação’ sobre a carroça é para frente e a “reação” da carroça sobre mim é para trás. Como as duas forças estão na mesma direção (horizontal) e devem ter a mesma intensidade, logo se anulam! Em outras palavras, eu jamais conseguirei mover a carroça. Portanto, não adianta me dar chicotadas, que eu não vou tentar arrastá-la, pois sei que isso é impossível."

Pelo raciocínio do cavalo, o sistema cavalo-carroça deveria permanecer em repouso. Pergunta-se: O que há de errado nesta suposição?

Solução:

A força resultante responsável pelo movimento do sistema cavalo- carroça está no contato com o solo.

1.5 USANDO AS LEIS DE NEWTON

As três leis de Newton que estudamos contêm todos os princípios básicos necessários para a solução de grande parte dos problemas de mecânica. Então vamos aprender agora algumas técnicas úteis que nos ajudarão na aplicação dessas leis.

Quando você usar a primeira lei de Newton, $\sum \vec{F} = \vec{0}$, para uma situação de equilíbrio, ou a segunda lei de Newton, $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$, para uma situação sem equilíbrio, você deverá aplicá-las a um corpo específico. Defina logo de início que corpo é esse e não confunda as forças que atuam nesse corpo com as forças que esse corpo exerce em outros corpos. Só vão entrar no somatório das forças, $\sum \vec{F}$, as forças que atuam nesse corpo.

Para auxiliar no reconhecimento das forças, faça sempre o desenho do diagrama de corpo livre .Veja exemplos abaixo:

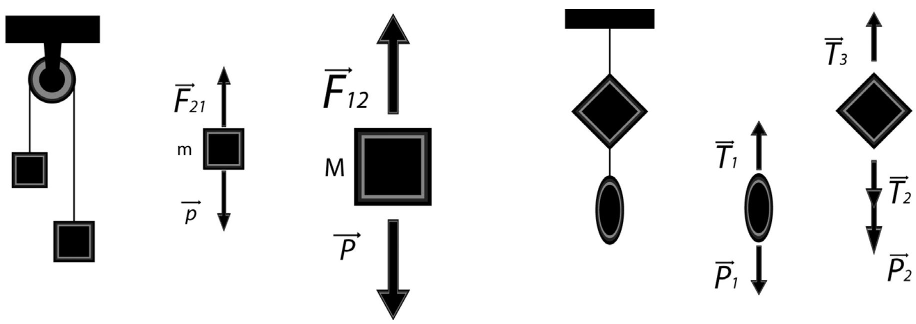


Figura 15: Exemplos de diagramas de corpo livre

Este tópico apresentou as três leis básicas da Dinâmica, as Leis de Newton. A primeira dessas leis que conhecemos foi a Lei da Inércia, que se refere a corpos que estão em equilíbrio. A segunda é o Princípio Fundamental da Dinâmica, lei que nos fornece dados quantitativos de uma força. Vimos, ainda, a terceira lei, que caracteriza uma força quanto ao seu sentido de atuação e afirma que as forças existem aos pares, uma sendo responsável pela ação e outra pela reação exercida sobre um corpo. importantes, como os conceitos de equilíbrio e referencial.

TÓPICO 2

Interações Fundamentais e Algumas Forças

Objetivos

- Compreender as Interações Fundamentais da Natureza
- Enunciar a Lei da Gravitação Universal
- Classificar as forças Peso, Normal, Tração, Tensão, Atrito e Elástica

2.1 INTERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA NATUREZA

Fonte: www.cbpf.br

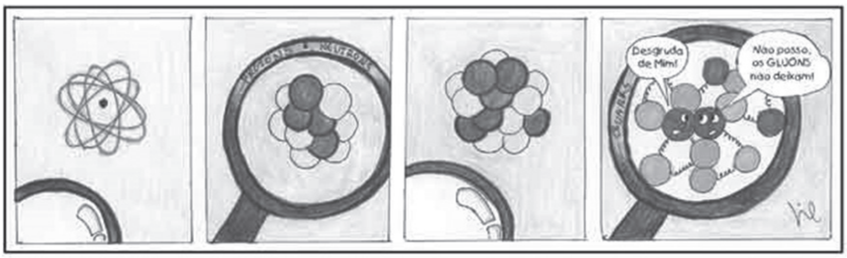


Figura 16: A partícula mediadora Gluon na interação subatômica

Dois corpos podem interagir, ou seja, exercer forças mutuamente, um sobre o outro sem que entre eles haja contato. Nesses casos, um corpo sofre a influência do outro por meio de um agente transmissor dessas forças, chamado de campo. Por essa razão as interações a distância são chamadas de forças de campos.

Por outro lado, existem interações que somente acontecem quando os corpos estão em contato. Nessa situação, as interações são chamadas de forças de contato.

À primeira vista, dividindo interações em dois tipos de interação, as de contato e as de campo, poderia parecer que existe uma grande diversidade de forças na Natureza, no entanto até hoje só foram identificadas quatro tipos de interações fundamentais:

> **SAIBA MAIS**
>
> Leia mais sobre Interações Fundamentais em: http://www.cepa.if.usp.br/aventuradasparticulas/

I. A interação gravitacional entre as massas;
II. A interação eletromagnética entre cargas elétricas, imãs e correntes elétricas;
III. A interação nuclear entre prótons, nêutrons etc.
IV. A interação fraca entre nêutrons, prótons, elétrons, neutrinos etc.
V. Agora vamos conhecer alguns exemplos clássicos de interações.

2.2 LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

SAIBA MAIS

Realidade ou lenda? Uma maçãzada na cabeça de Newton o havia levado a formular a Lei da Gravitação Universal.

Desde as mais remotas épocas, o ser humano busca respostas para compreender o movimento da Terra e dos demais astros. A Astronomia é uma das mais antigas ciências que buscam essas respostas. Muitos cientistas criaram teorias para explicar o dia e a noite, as estações do ano, o sistema solar e a própria concepção do Universo. Em particular, o sistema solar foi estudado e interpretado de diversas formas por vários cientistas até chegar às leis de Kepler que conhecemos hoje e que descrevem de modo satisfatório o movimento dos planetas.

LEIS DE KEPLER

Johannes Kepler (1571-1630), um astrônomo alemão, fazendo o uso de medidas feitas por Ticho Brahe (1546-1601), aperfeiçoou o modelo de Copérnico e elaborou três leis que explicavam o movimento dos planetas no sistema solar.

1ª Lei de Kepler

Todos os planetas, incluindo a Terra, giram em torno do Sol em órbitas elípticas, sendo que o Sol ocupa um dos focos da elipse.

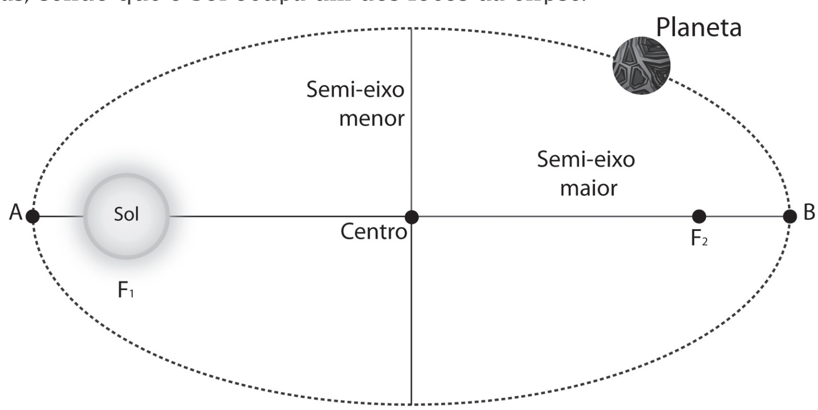


Figura 17: Trajetória elíptica de um planeta em torno do Sol. O ponto A representa o periélio e o ponto B representa o afélio

O periélio é o ponto onde o planeta está mais próximo do Sol, já o afélio é o ponto de maior afastamento do planeta em relação ao Sol. Considerando o planeta Terra, o periélio ocorre no início do mês de janeiro e está a 147 milhões de quilômetros; o afélio, no início do mês de julho, a 152 milhões de quilômetros.

A primeira lei de Kepler nos mostra ainda que as órbitas dos planetas são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse. A órbita circular pode ser entendida como o caso extremo em que os focos da elipse coincidem, com o Sol ocupando o centro da circunferência descrita pelo planeta.

2ª lei de Kepler

A segunda lei de Kepler diz respeito à velocidade de um planeta girando em torno do Sol e é descrita da seguinte forma:

Um planeta em sua órbita em torno do Sol se move de tal modo que o vetor-posição, com origem no centro do Sol e extremidade no centro do planeta, varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais.

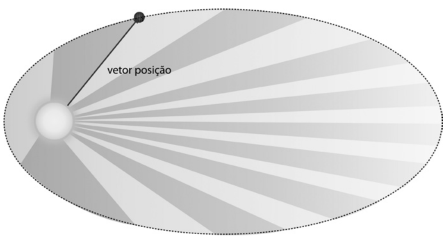


Figura 18(a)

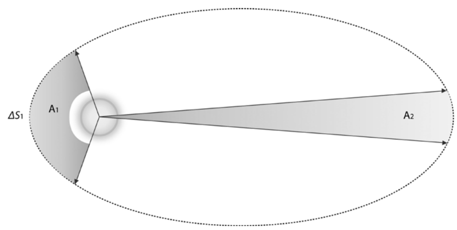


Figura 18(b)

Figura 18: (a) Todas as áreas (laranjas e amarelas) são iguais e correspondem ao mesmo intervalo de tempo no percurso do planeta. (b) Áreas iguais em intervalos de tempos iguais: $A_1 = A_2 \Leftrightarrow \Delta T_1 = \Delta T_2$. Ou seja, a velocidade areolar do planeta é constante.

3ª lei de Kepler

O quadrado do período de revolução de qualquer planeta é proporcional ao cubo da distância média desse planeta ao Sol.

Ou seja: $\frac{T^2}{R^3} = k$

Onde:

T é o período do planeta.

R é a distância média do planeta ao Sol.

k é a constante válida para todos os planetas que giram em torno do Sol.

Newton formulou a Lei da Gravitação Universal quando associou as Leis de Kepler ao conhecimento sobre a gravidade como uma força fundamental nos corpos de grandes massas. A Lei da Gravitação Universal de Newton demonstra que a força gravitacional exercida por uma partícula de massa m_1 sobre outra de massa m_2 é dada por:

$$F = G\frac{m_1.m_2}{r^2}.$$

Onde:

r é a distância entre as partículas.

G é a constante da Gravitação Universal e seu valor no SI é $6{,}67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$

Newton concluiu que as forças gravitacionais eram responsáveis por manter os planetas em órbita em torno do Sol.

2.3 FORÇA PESO

Quando falamos em movimento vertical, introduzimos um conceito de aceleração da gravidade, que sempre atua no sentido de aproximar os corpos em relação à superfície. Relacionando com a 2ª Lei de Newton, se um corpo de massa m sofre a aceleração da gravidade, quando aplicada a ele o princípio fundamental da dinâmica, poderemos dizer que:

$$\vec{F} = m.\vec{g}$$

A esta força, chamamos Força Peso, e podemos expressá-la como:

$$\vec{P} = m.\vec{g}$$

ou em módulo: $P = m.g$

Existe uma unidade muito utilizada pela indústria, principalmente quando tratamos de força peso, que é o kilograma-força, que, por definição, é:

1kgf é o peso de um corpo de massa 1kg submetido à aceleração da gravidade de 9,8m/s².

A sua relação com o newton é:

$$P = m.g$$

$$1kgf = 1kg.9{,}8m/s^2$$

$$1kgf = 9{,}8kg.m/s^2 = 9{,}8N$$

2.3.1 Diferença entre Massa e Peso

O Peso de um corpo é a força com que a Terra o atrai, podendo ser variável, quando a gravidade variar, ou seja, quando não está nas proximidades da Terra.

A massa de um corpo, por sua vez, é constante, ou seja, não varia.

Exemplo

Qual o peso de um corpo de massa igual a 10kg,

(a) Na superfície da Terra ($g = 9{,}8 m/s^2$)?

(b) Na superfície de Marte ($g = 3{,}724 m/s^2$)?

Solução:

(a) $P = m.g$

$P_t = 10.9{,}8$

$P_t = 98N$

(b) $P = m.g$

$P_m = 10.3{,}724$

$P_m = 37{,}24N$

2.4 ALGUMAS FORÇAS DE CONTATO RELEVANTES: NORMAL, TRAÇÃO, ATRITO E ELÁSTICA

2.4.1 Força Normal

Um livro repousa sobre uma mesa. Isso ocorre porque a mesa exerce uma força sobre o livro. Essa força é perpendicular à mesa (tem a direção da reta perpendicular à superfície) e equilibra a força da gravidade (impedindo que o livro caia no chão). Esse tipo de força, que impede o movimento na direção perpendicular às superfícies, tem sempre essa direção. Como perpendicular, neste caso, é sinônimo de normal, essa força tem o nome de Força Normal. Por isso, ela será indicada com a letra N.

A força normal é a forma da mesa (ou qualquer outra superfície) reagir (força de reação) às deformações ditas elásticas, provocadas por objetos colocados sobre ela. Sua origem são as forças interatômicas.

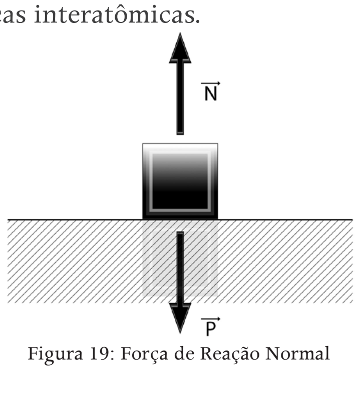


Figura 19: Força de Reação Normal

2.4.2 Força de Tração

Considere um sistema onde um corpo é puxado por um fio ideal, ou seja, que seja inextensível, flexível e de massa desprezível.

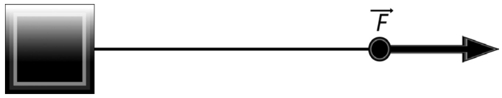


Figura 20: Força Aplicada em um corpo por meio de um fio

Podemos considerar que uma força F é aplicada ao fio, que, por sua vez, aplica uma força no corpo, a qual chamamos Força de Tração T.

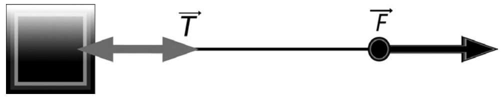


Figura 21: Força de Tração em Fios

2.4.3 Força de Atrito

Por mais lisa que seja, uma superfície nunca será totalmente livre de atrito.

Sempre que aplicarmos uma força a um corpo, sobre uma superfície, este acabará parando, principalmente devido às irregularidades das superfícies em contato (cf. Figura 22).

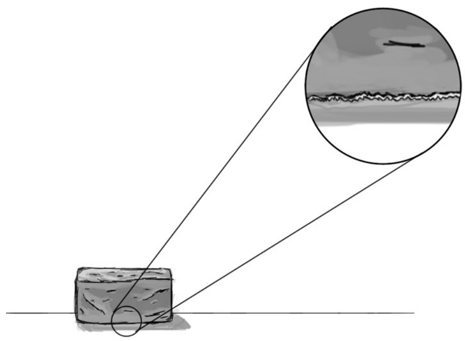


Figura 22: Origem da Força de Atrito

Superfícies em contato criam pontos de interação entre as superfícies como resposta às forças atrativas entre os átomos próximos uns dos outros. Caso as superfícies sejam bastante rugosas, teremos uma força de atrito muito grande, o que dificulta o deslizamento de uma superfície sobre a outra. Desta forma, o polimento das superfícies em contato reduz o atrito.

Características da força de atrito:

- Opõe-se ao movimento;
- Depende da natureza e da rugosidade da superfície (coeficiente de atrito);
- É proporcional à força normal de cada corpo;
- Transforma a energia cinética do corpo em outro tipo de energia que é liberada ao meio.

A força de atrito é calculada pela seguinte relação:

$$F_{at} = \mu N$$

Onde: μ: coeficiente de atrito (adimensional) e N: Força normal (N)

Quando empurramos um carro, é fácil observar que até o carro entrar em movimento é necessário que se aplique uma força maior do que a força necessária quando o carro já está se movimentando. Isto acontece porque existem dois tipos de atrito: o estático e o dinâmico.

Atrito Estático - É aquele que atua quando não há deslizamento dos corpos.

A força de atrito estático máxima é igual à força mínima necessária para iniciar o movimento de um corpo. Quando um corpo não está em movimento, a força do atrito deve ser maior que a força aplicada; neste caso, é usado no cálculo um coeficiente de atrito estático: μ_{est} .

Então:

$$F_{at} = \mu_{est} N$$

Atrito Cinético (ou Dinâmico) - É aquele que atua quando há deslizamento dos corpos.

Quando a força de atrito estático for ultrapassada pela força aplicada ao corpo, este entrará em movimento, e passaremos a considerar sua força de atrito dinâmico.

A *força de atrito cinético* é sempre menor que a força aplicada; no seu cálculo é utilizado o coeficiente de atrito cinético: μ_d .

Então:

$$F_{at} = \mu_d N$$

Gráfico da Força de Atrito

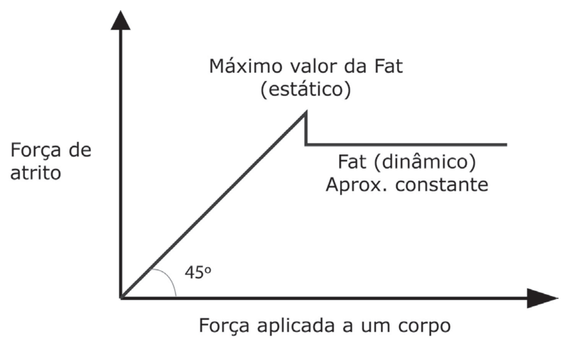


Figura 23: Força de Atrito Estático e Cinético

SAIBA MAIS

A força de atrito se origina, em última análise, de forças interatômicas, ou seja, da força de interação entre os átomos. Obtenha mais informações no site: http://efisica.if.usp.br/mecanica/ensinomedio/atrito/origem/

Exemplo

Um corpo de massa 3 kg é puxado horizontalmente sobre um plano com uma força de intensidade 9 N. O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano é 0,25. Determine a aceleração do corpo, considerando $g = 10m/s^2$.

Solução:

$$F_R = F - F_{at_d} \Leftrightarrow F_{at_d} = \mu_d.N \Rightarrow N = P = m.g$$

$$F_{at_d} = 0{,}25.3.10 \Rightarrow F_{at_d} = 7{,}5N$$

$$F_R = 9 - 7{,}5 \Rightarrow F_R = 1{,}5N \Rightarrow a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow a = \frac{1{,}5}{3} \Rightarrow a = 0{,}5m/s^2$$

2.4.4 Força Elástica

Quando em um ponto material aplicamos uma força, o único efeito que podemos verificar é aceleração desse corpo. Já quando o corpo não é um ponto material, ou seja, um corpo extenso, podemos observar outro efeito além da aceleração: a deformação desse corpo.

ATENÇÃO!

Há vários exemplos de fenômenos nos quais o efeito mais importante é a deformação, mas aqui nos concentraremos no estudo de molas helicoidais.

Quando ocorre uma deformação de um corpo, alongamento ou contração, imediatamente surge uma força contrária ao sentido da força que o deformou. Essa força é denominada força elástica.

Robert Hooke experimentou a aplicação de forças em molas e verificou que a deformação sofrida por elas era diretamente proporcional à força aplicada. Essa descoberta feita por Hooke é o que hoje chamamos de Lei de Hooke, que nos, dá a intensidade da força elástica, matematicamente é expressa por:

GUARDE BEM ISSO!

A Lei de Hooke só é válida nos casos em que a força aplicada está no eixo da direção da mola.

$$F = -k.x$$

Onde:

F é a força elástica,

x é o valor da deformação sofrida,

k é a constante elástica da mola.

A constante da mola depende das características físicas do material de que é feito a mola. A unidade dessa constante é o Newton por metro (N/m).

Com relação ao sentido, a mola pode estar tracionada ou comprimida. Quando tentamos comprimir, a mola, resiste, exercendo uma força contrária. Da mesma forma, quando tentamos esticar, ela resiste ao alongamento. Assim sendo, o sentido da força de reação exercida pela mola (força elástica) será sempre contrário ao sentido da deformação.

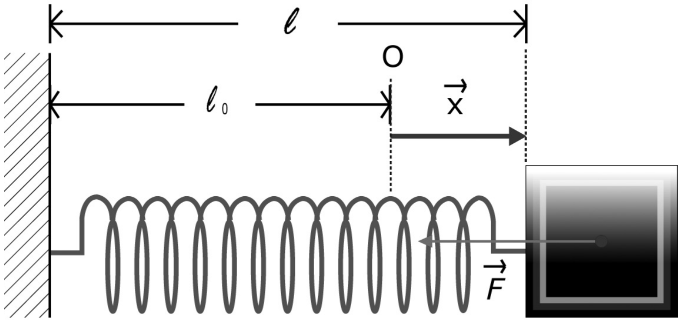


Figura 24: Mola tracionada

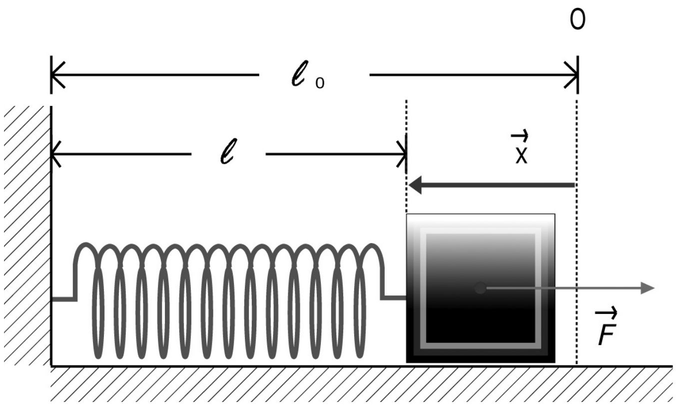


Figura 25: Mola comprimida

A partir da utilização desses conhecimentos sobre força elástica foram construídos aparelhos de laboratório para medir força, chamados dinamômetros.

O dinamômetro é constituído de uma mola de constante elástica conhecida, projetada para sofrer a aplicação de uma força desconhecida. O valor da força aplicada pode ser lido sobre uma escala que está relacionada à deformação no comprimento original da mola.

Exemplo

Um corpo de $10kg$, em equilíbrio, está preso à extremidade de uma mola, cuja constante elástica é $150\,N/m$. Considerando $g = 10\,m/s^2$, qual será a deformação da mola?

Solução:

Se o corpo está em equilíbrio, a soma das forças aplicadas a ela será nula, ou seja:

$F - P = 0$, pois *as forças têm sentidos opostos*

$F = P$

$kx = mg$

$150x = 100$

$x = 0{,}66m$

AULA 4

Aplicações das Leis de Newton - II

Olá!

Nesta aula iremos estudar aplicações da segunda lei de Newton. Essa lei representa, do ponto de vista dinâmico (estudo das causas do movimento), o que há de mais fundamental na Física, pois relaciona o movimento com suas causas, algo que é desconsiderado no estudo da Cinemática, além de permitir um estudo mais analítico do movimento, ou seja, possibilitar uma descrição detalhada do movimento a partir do conhecimento da lei de força.

Objetivos

- Rever ideias essenciais da 2ª lei de Newton
- Compreender as aplicações da lei no estudo do plano inclinado e dos sistemas com roldanas.
- Diferenciar massa de peso.
- Conhecer forças fictícias.
- Compreender o atrito e a dinâmica da partícula.

TÓPICO 1

Revendo ideias básicas da 2ª lei de Newton

OBJETIVOS

- Compreender os conceitos da 2ª lei de Newton
- Compreender os passos necessários para aplicação da lei

Nesta aula vamos usar a convenção de letras em negrito para a grandeza em forma vetorial e letras sem destaque para grandezas escalares ou para os módulos dos vetores.

1.1 EXAMINANDO A SEGUNDA LEI EM MAIS DETALHES

Como você já sabe, quando os matemáticos anteriores a Galileu e Newton estudaram os movimentos dos astros, não levaram em consideração o que causava o movimento. A razão para isso se baseia em dois pontos. O primeiro é que a Matemática de que se dispunha na época ainda não permitia fazer tal estudo. O segundo você vai compreender facilmente com uma comparação. Sabe-se que o Brasil não possui nenhum vulcão. Isto é um fato que qualquer pessoa com razoável conhecimento de Geografia ou que tenha percorrido muito o País pode constatar sem problemas. Se, por outro lado, quisermos investigar por que o Brasil não tem vulcões, a Geografia não nos dará esta resposta. A resposta está na Geologia, que é a ciência que estuda a estrutura, composição e evolução da Terra. Ao fazer isso, esta ciência se utiliza de leis que relacionam a estrutura do planeta com fenômenos que geraram tais modificações.

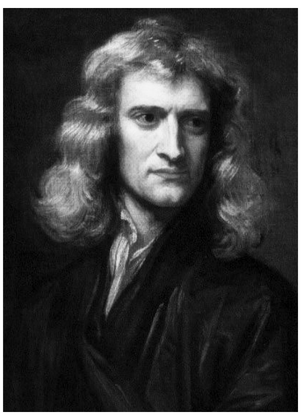
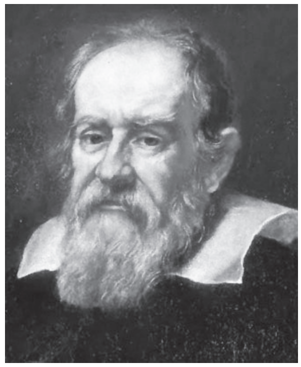

Fonte: www.wikipedia.org

Figura 1: Isaac Newton

Assim como a Geografia, a Cinemática também não se preocupa em explicar as causas do movimento, mas apenas em descrevê-los. A explicação do movimento a partir das causas (forças) cabe à dinâmica. A dinâmica, por sua vez, não existiria se não existisse a 2ª lei de Newton, que, em sua forma vetorial, é escrita como:

$$F_R = m.a \text{ (ou } \sum F = m.a)$$

onde $F_R (\text{ou} \sum F)$ representa o vetor resultante de todas as forças que atuam na partícula, "m" a massa da partícula e "a" o vetor aceleração.


Fonte: www.wikipedia.org
Figura 2: Galileu Galilei

Nesta forma podemos ter uma compreensão melhor da lei. Como a massa nunca vai ser negativa, a relação mostra que a aceleração adquirida por um corpo sempre terá a mesma direção e sentido que a força aplicada. E mais ainda: o valor desta aceleração será tanto "maior" quanto "menor" for a massa do corpo, ou seja, a aceleração é inversamente proporcional à massa. Por esse raciocínio, se vê que a massa é, podemos dizer assim, o fator que "regula" a intensidade do movimento, ou seja, quanto mais massa tiver um corpo, mais difícil será movê-lo. Isto explica por que é mais fácil empurrar um carrinho de bebê do que um carro.

Outra coisa é que, pela aceleração, podemos (desde que estejamos munidos da informação da velocidade inicial) determinar a velocidade final. Por sua vez, pela velocidade, podemos (se soubermos a posição inicial) determinar a posição final de uma partícula. Assim, o conhecimento da força permite que se faça um estudo completo do movimento, e, portanto, a segunda lei de Newton é a lei que permite a vinculação do movimento às suas causas.

SAIBA MAIS

Qual é mesmo o significado da 2ª lei de Newton? Se você lembrar que a massa é uma grandeza escalar, podemos reescrever esta relação na primeira forma como:

$$a = \frac{F_R}{m}$$

Para finalizar, vale a pena lembrar que a primeira lei de Newton se torna um caso particular da segunda. Para isso, basta fazer a aceleração igual a zero. Se não há aceleração, o corpo mantém o seu estado de movimento; se estava parado, continua parado, se estava em movimento continua em movimento com a mesma velocidade.

Você sabia que a segunda lei de Newton não foi escrita por Newton na forma que já mostramos? Para você compreender por que, leia os parágrafos a seguir.

Na verdade, a segunda lei de Newton não foi apresentada na forma que demos acima. Ela foi apresentada usando uma grandeza, que será vista mais adiante, chamada de quantidade de movimento e representada pela letra p (que é um vetor) e cuja definição é p = mv.

Assim, a força resultante é definida como a variação da quantidade de movimento no tempo. Tomando apenas uma medida da força média, isso daria:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Para você entender melhor, acompanhe as explicações seguintes.

Você viu no estudo da Cinemática que a aceleração é definida como

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Acontece que qualquer variação é definida como:

valor final - valor inicial

Nesse sentido, a variação da quantidade de movimento será:

$$\Delta \vec{p} = (m\vec{v} - m_0 \vec{v}_0)$$

Se, como é a maioria dos casos (mas não todos), a massa do corpo não variar, teremos que m = m0 e a variação da quantidade de movimento média no tempo serão:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v_0})}{\Delta t} = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$$

Ou seja, somente no caso em que a massa não varia é que a segunda lei de Newton coincide com a forma que foi dada. Mas isso é assunto para um aprofundamento posterior.

Na verdade, Newton apresentou a lei em termos de derivadas que tomam o limite de intervalos infinitesimais. A fórmula correta que o físico e matemático inglês usou foi:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Importante Quando se estuda a Teoria da relatividade, se vê mais um motivo para não usar a Lei de Newton na forma que foi dada antes, pois, segundo essa teoria, a massa de um corpo varia de acordo com a velocidade.

1.2 PASSOS NECESSÁRIOS PARA APLICAÇÃO DA LEI DE NEWTON

Para poder aplicar a lei de Newton, são necessários 3 passos:

1. Isolar os corpos (fazer o digrama das forças ou diagrama de corpo livre) escolhendo um sistema de referência adequado;
2. Construir as equações;
3. ‘Resolver as equações.

1.3 ILUSTRANDO A SEGUNDA LEI DE NEWTON NO COTIDIANO

Exemplo 1

A comparação que demos entre empurrar um carrinho de bebê e um carro é bem ilustrativa (cf. figuras 3 e 4), mas não é um exemplo que se possa reproduzir facilmente num laboratório ou num ambiente mais restrito. Para ilustrar a segunda lei, é necessário que se aplique uma mesma força a dois corpos diferentes. Uma dificuldade prática que se apresenta aí é a falta de controle da força aplicada, ou seja, a dificuldade de assegurar a aplicação de uma força exatamente igual a dois corpos diferentes. Como posso me assegurar de que vou aplicar uma força exatamente igual em dois corpos diferentes? Existiria uma forma de contornar essa dificuldade?


Fonte: www.latinstock.com

Figura 3: Força exercida ao empurrar um carrinho de bebê


Fonte: www.latinstock.com

Figura 4: Força exercida ao empurrar um carro

Para isso recorra a uma mesa de bilhar e pegue duas bolas de tamanhos e/ou materiais diferentes. Como as bolas de bilhar têm todas o mesmo tamanho e massa, você pode usar uma bola de bilhar e uma bola de golfe ou pingue-pongue. Agora pegue aquele triângulo de madeira que é usado no jogo de bilhar para manter as bolas presas e unidas. Use esta peça para impulsionar as duas bolas ao mesmo tempo. Pronto! Com este simples recurso, você consegue aplicar uma mesma força nas duas bolas.Você poderá verificar facilmente que a bola de menor massa se desloca mais e deverá saber explicar por quê.

Exemplo 2

Agora vamos usar os passos que mencionamos antes. Quando subimos em um elevador e ele se move muito rapidamente, sentimos o que se costuma chamar "friozinho na barriga". Vamos mostrar como a segunda lei de Newton explica isso. Em primeiro lugar, imagine-se parado no elevador no andar térreo. Neste caso seu corpo está em equilíbrio, pois não está sujeito a nenhuma força resultante. Assim, a reação normal N se iguala em intensidade ao seu peso P. Vamos, então, ao primeiro passo, isto é, fazer o diagrama de forças escolhendo como sistema de referência um eixo fixo no solo apontando para cima. Usando os módulos das forças, temos (ver Figura 5):

Figura 5: Elevador parado

Agora vem o segundo passo. $N - P = 0$

Usando o passo 3, temos $N = P = mg$ (onde usamos a definição $P = mg$), que é a solução. A partir de agora não mencionaremos os passos individualmente e resolveremos de uma forma mais automática ou direta. Veja o próximo exemplo.

Considere agora que o elevador sobe com aceleração constante. Temos as seguintes forças em ação (ver Figura 6):

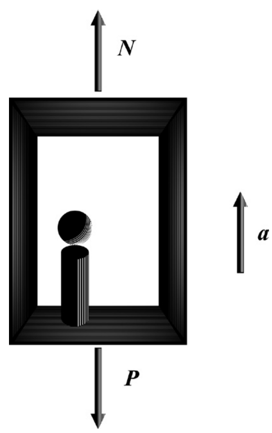


Figura 6: Elevador subindo

Como o elevador está subindo, a resultante aponta para cima, sentido este que passa a ser o sentido positivo do eixo de referência que está fixo no solo do andar térreo. Aplicando a segunda lei de Newton e fazendo uso correto dos sinais, temos (usando novamente os módulos das forças):

$N - P = ma$

ou ainda:

$N = P + ma$

e usando novamente a definição de peso, temos:

$N = mg + ma = m (g + a)$

O que este resultado expressa? Expressa o fato de que agora a reação normal se tornou maior (em relação ao caso do elevador parado) por um fator "$m.a$", pois, antes de subir, a normal era apenas $m.g$. É esse fator "$m.a$" que se relaciona ao "friozinho da barriga". Embora tenhamos chegado a esta conclusão através da força normal, este é o caminho certo para explicar o fato. A razão é que, quer estejamos parados quer em movimento, não é o peso que nós sentimos, mas a reação do solo sobre nós. Por isso que o raciocínio é feito a partir da reação normal.

Repetindo o raciocínio (figuras 5 e 6) que usamos para simular a entrada em um elevador, agora vamos imaginar uma situação em que você já está num certo andar e o elevador passa a descer com aceleração constante. Temos, então (o sentido da resultante agora é para baixo):

$$P - N = m.a$$

$$N = P - m.a = m.g - m.a = m.(g - a)$$

SAIBA MAIS

modo de nós sentirmos a força peso? Quando estamos no chão, sentimos a reação do solo; quando estamos flutuando na água, sentimos o empuxo (reação dos líquidos sobre os corpos, a ser estudada posteriormente). Se estivermos caindo de paraquedas, sentiremos a reação do vento, ou seja, não há modo algum de sentir a força peso. Tente imaginar um modo e verá que não consegue. As únicas forças que sentimos são as forças elétricas e magnéticas. Curioso, não?

Agora a força normal se tornou "menor" (em relação ao caso do elevador parado) pelo mesmo fator "ma". Se você já prestou atenção em suas sensações, deve ter percebido que, quando o elevador sobe, sentimos como se o piso estivesse pressionando nossos pés; e quando estamos descendo, sentimos como se o piso estivesse se distanciando de nossos pés. Portanto as sensações são diferentes.

TÓPICO 2

Aplicando a lei de Newton ao plano inclinado sem atrito

Objetivo

- Compreender a lei de Newton aplicada ao plano inclinado sem atrito

Neste tópico, estudaremos o movimento de um corpo que desliza ao longo de um plano inclinado sem atrito. Este é um problema clássico em um curso de Física Geral. Quando um corpo se move livremente em um plano inclinado, sem atrito, a força resultante responsável por sua aceleração é o componente tangencial de seu peso.

Suponha um corpo de massa "m" num plano inclinado (ver Figura 7)

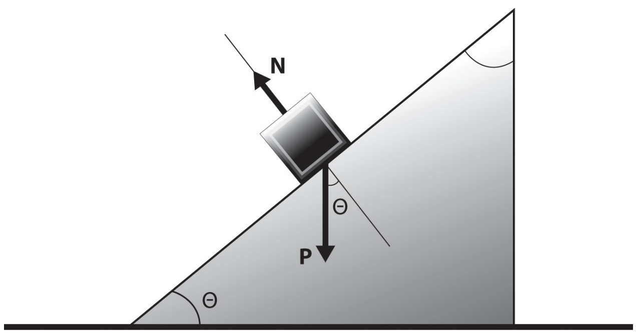


Figura 7: Forças num corpo num plano inclinado

Estando o corpo parado em equilíbrio, a resultante das forças P e N devem se anular. Se você observar bem, deve perceber que, pela regra do paralelogramo, esta resultante deve apontar na mesma direção que a superfície inclinada do plano, de modo que se torna impossível a resultante ser nula. Logo, a única forma de se chegar a esse resultado é haver mais uma força para equilibrar

ATENÇÃO!

Se você não percebeu porque os ângulos θ acima são iguais, recorra um pouco a seus conhecimentos de geometria do triângulo retângulo.

esta resultante. Esta força é a força de atrito. Portanto, caso haja equilíbrio, a representação precisa ser corrigida para essa força. Agora, suponha que não haja atrito (e, portanto, não haja equilíbrio) e que o corpo esteja descendo o plano inclinado (ver Figura 8)

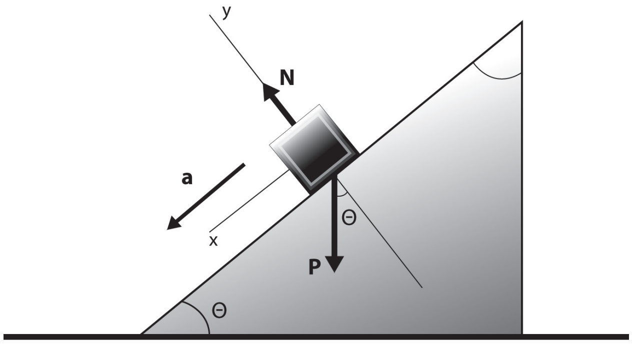


Figura 8: Corpo descendo um plano inclinado

Considerando como eixo das abscissas a linha paralela ao movimento e como eixo das ordenadas a linha na direção da reta normal, verificamos que a força resultante aponta na direção x, de forma que a segunda lei de Newton fica assim:

$$Psen\theta = ma$$

usando a definição de peso P = mg, temos

$$mgsen\theta = ma$$

Cancelando o termo comum da massa, temos:

$$a = gsen\theta$$

Qual a utilidade prática disso?

Uma delas é que o seno é uma função que no primeiro quadrante sempre assume valor menor do que 1

Lembra-se dos valores do seno no 1º quadrante?

O valor máximo ocorre quando o valor do ângulo é 90º, isto é, o ângulo é reto. Isso significa que não temos mais um plano inclinado, e sim um corpo caindo em queda livre.


Figura 9: Pirâmide

Isso significa que, num plano inclinado, um corpo sempre descerá com uma aceleração menor do que a da gravidade. E qual a consequência disso? você pode perguntar. A consequência é que, se você, por exemplo, precisar carregar um piano ou qualquer mobília numa mudança, em vez de descê-lo verticalmente, é muito mais econômico, do ponto de vista de esforço, fazê-lo descer por um plano inclinado.

VOCÊ SABIA?

Na construção das pirâmides do Egito (Quéops, Quéfren e Miquerinos) o plano inclinado foi bastante empregado

TÓPICO 3

A máquina de Atwood

Objetivos

- Saber usar sistemas de roldanas(polias)
- Verificar experimentalmente a 2ª lei de Newton

A máquina de Atwood é um clássico exemplo da aplicação da segunda lei de Newton. Consta de uma polia fixa e uma corda inextensível e de massa desprezível que passa pela polia e de cujos extremos pendem duas massas. Primeiro, se considera que a polia tem um momento de inércia desprezível, quando se estuda a dinâmica de rotação, é que são fornecidos os dados do momento de inércia da polia.

O sistema indicado na Figura 10 a seguir é o que se chama de máquina de Atwood. As massas suspensas m_1 e m_2 valem, respectivamente, 20 g e 30 g. A massa do fio de ligação e a da roldana são desprezíveis. Quando queimarmos o fio AO, qual a aceleração das massas? O que acontece se a massa m_1 for maior do que a massa m_2?

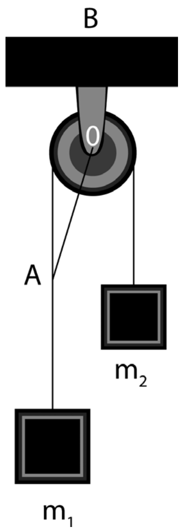


Figura 10: Máquina de Atwood

Colocando o sistema de referência fixo ao solo, temos o seguinte diagrama de forças:

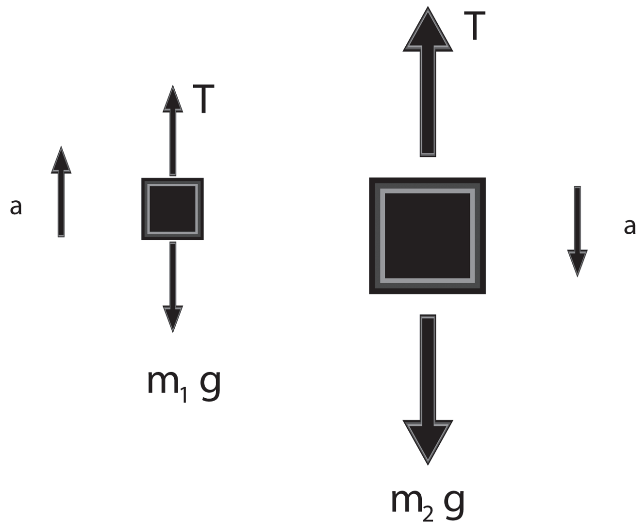


Figura 11: Diagrama de forças

Aplicando a 2ª lei de Newton para os dois corpos, repare que eles adquirem a mesma aceleração em módulo, embora de sentidos contrários, pois estão ligados pelo mesmo fio. Esquematizando as equações, temos:

Corpo: T - m_1 g = m_1 a

Corpo: T - m_2 g = - m_2 a

Expressando a tração em cada uma das equações, temos:

T = m_1 g + m_1 a, na primeira equação e

T = m_2 g - m_2 a, na segunda

Igualando o valor de T, obtemos:

a (m_1 + m_2) = g (m_2 - m_1) de onde obtemos

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}$$

Pelo resultado, vemos que, se $m_1 > m_2$ a aceleração fica negativa, o que significa que a situação se inverte, ou seja, m_1 sobe e m_2 desce. Substituindo os valores do problema, temos:

$$a = \frac{10 \cdot (30 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3})}{30 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 10^{-3}} = 2m/s^2$$

SAIBA MAIS

Inúmeros foram os métodos desenvolvidos para a obtenção da relação entre o espaço percorrido por um móvel e o tempo necessário para percorrê-lo. A máquina de Atwood assume um lugar de destaque neste estudo. Acesse o site http://museu.fis.uc.pt/5.htm e obtenha mais informações

Exercícios resolvidos - Aplicações

1. Determine a aceleração dos blocos A e B sendo suas massas, respectivamente, mA e mB (suponha que não há atrito). A aceleração depende de alguma relação entre as massas, ou seja, se a massa de A for maior do que a de B haverá aceleração?

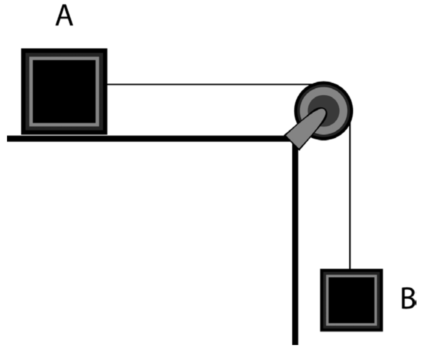


Figura 12: Blocos unidos por roldana

Solução:

Isolando os corpos, aplicando a 2ª lei de Newton e escolhendo o sentido do eixo de referência no sentido indicado, temos:

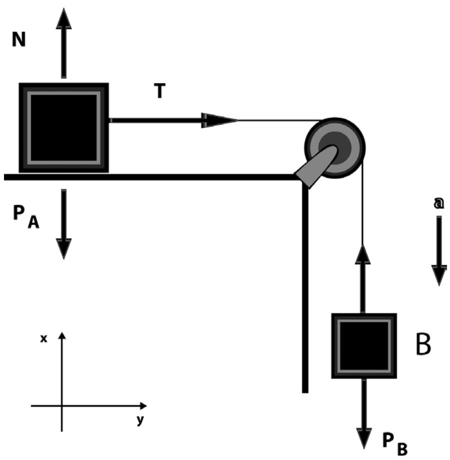


Figura 13: Diagrama de forças

As equações ficam:

T = mA .a

T - mB g = - mB .a

Comparando as equações e substituindo o valor de T, obtemos:

mAa - mB g = - mB. a de onde obtemos

$$a = \frac{g m_B}{(m_A + m_B)} = \frac{m_B g}{m_B(1+\frac{m_A}{m_B})} = g\frac{1}{(1+\frac{m_A}{m_B})}$$

Nessa nova forma de escrever a resposta, vemos que "aparentemente" a aceleração vai existir independentemente da relação entre as massas, já que o valor de "a" sempre será positivo. No entanto, note que, se o valor de mA for muito maior do que o de mB, o denominador será muito grande e o resultado será um valor que tenderá a zero (experimentando valores como mA = 100 mB, por exemplo, você nota que a aceleração será aproximadamente 0,01 g, ou seja, apenas 1% da aceleração da gravidade, a qual, como, no Sistema Internacional, vale cerca de 10 m/s^2 vai dar como resposta uma aceleração de 0,1 m/s^2). A aceleração é de 1% da aceleração da gravidade

2. Suponha dois corpos de massas M e m apoiados sobre um plano horizontal sem atrito. Aplicada uma força de intensidade F no corpo de massa M, qual será a força de interação entre os dois corpos? Qual será a aceleração de cada um dos corpos? (ver Figura 3)

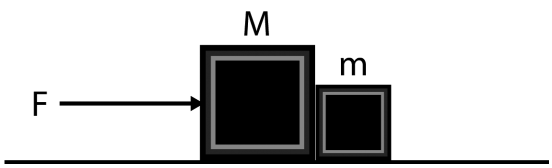


Figura 14: Dois corpos sobre plano horizontal

Solução:

Uma maneira direta de resolver este problema é considerar que em vez de dois corpos, na verdade temos um só, de massa M + m. Com isso a segunda lei de Newton nos dá:

$F = (M + m)\, a$, de onde se pode tirar o valor da aceleração.

Uma outra maneira seria isolar cada corpo e lembrar de aplicar a 3ª lei de Newton, ou seja, incluir no diagrama de forças do corpo M a reação do corpo m sobre ele e no diagrama do corpo m só aparecerá a ação de M sobre m. Isso conduzirá à mesma resposta só que em dois passos.

3. Dois corpos de massas iguais a 5 Kg são ligados a um dinamômetro conforme a figura a seguir.Qual valor marcará o dinamômetro? Zero, 5 ou 10 kgf? Use g = 10 m/s^2

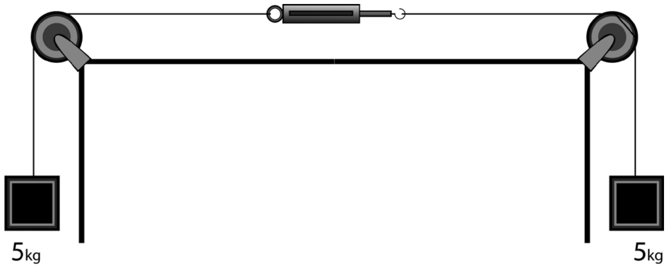


Figura 15: Dois corpos ligados a um dinamômetro

Solução:

Isolando o corpo da esquerda, escolhendo o eixo de referência para a direita e para cima e supondo que o corpo da direita puxa o da esquerda, temos:

T - $mg = m\ a$ (Eq 1)

Fazendo o mesmo no corpo da direita, encontramos:

$mg - T' = - m\ a$ (Eq 2)

Somando uma equação com a outra, obtemos:

T - T'= 0 ou seja, T = T'

Isso significa que o dinamômetro sofre o mesmo puxão de cada lado, e não haverá aceleração, ou seja, no lado esquerdo do dinamômetro, temos T = mg = 50 N = 5 kgf, e do lado direito, teremos o mesmo valor, de modo que o efeito total é um deslocamento de 10 Kgf. Provavelmente o resultado lhe pareça estranho. Se você pensou que a resposta seria zero, é porque imaginou os dois cabos presos no mesmo ponto, e não em lados opostos do aparelho.

3.1 MASSA E PESO

A massa, como você viu na aula 1, é uma medida da inércia e é uma grandeza escalar. O peso, por sua vez, é uma força e, portanto, uma grandeza vetorial. No entanto a característica mais importante que diferencia massa de peso é que a massa é algo invariante, ou seja, em qualquer lugar do universo a massa de corpo é sempre é a mesma. O peso, por sua vez, muda de acordo com o centro gravitacional atrator. Alguém já deve ter lhe dito, ou você ter lido em algum lugar, que na Lua o peso de uma pessoa na Terra é cerca de seis vezes menor. No entanto, a massa é a mesma.

TÓPICO 4

Considerações sobre o atrito

OBJETIVOS

- Definir atrito estático e atrito cinético
- Aplicar as leis de Newton a sistemas mecânico com atrito

Existem situações em que o prejudicial é também o mais necessário. Para você entender melhor essa afirmação, acompanhe a explicação dada nos parágrafos seguintes.

As peças do motor dos automóveis se desgastam por atrito, os pneus se gastam pelo atrito, até mesmo os ossos do corpo se desgastam com a idade ou com o esforço repetitivo, enfim, quase tudo na natureza sofre desgaste.

Nesses exemplos o atrito é um problema. Você pode estar querendo saber então onde ele traz vantagem. É que, se não fosse pelo atrito, nós não conseguiríamos andar. Todas (mas todas mesmo; umas mais, outras menos) as superfícies de contato (entre elas, o solo) não são lisas ou perfeitamente planas. Há rugosidades nelas. Graças a essas rugosidades, nossos pés conseguem aderência e nós conseguimos andar. Se o chão fosse perfeitamente liso, no momento em que pisássemos, não teríamos como "puxá-lo" para poder andar para a frente.

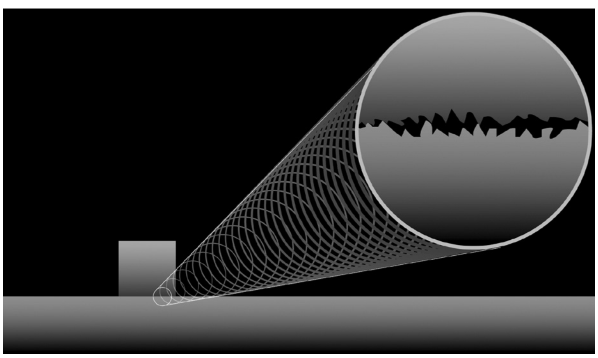


Figura 16: Visão atômica do atrito

SAIBA MAIS

Os fractais são um assunto fascinante. Para obter mais informações, acesse o site: http://mundoestranho.abril.com.br/ciencia/pergunta_285901.shtml

São justamente essas irregularidades que produzem o atrito. Essas irregularidades, como dissemos, existem em todas as superfícies sólidas. Em umas mais, em outras menos, mas em todas há. Essas rugosidades recebem hoje o nome de irregularidades fractais.

Há dois tipos de atrito: o atrito estático e o atrito cinético. Em qualquer dos casos, a força de atrito tem sempre sentido contrário ao movimento ou à tendência de movimento. O atrito estático é aquele que acontece enquanto o movimento ainda não iniciou. O atrito cinético é aquele que existe quando começa o movimento. O atrito estático é maior do que o cinético porque no primeiro tem-se que vencer a dificuldade imposta pelas rugosidades da superfície para iniciar o movimento. No atrito cinético, como o movimento já teve início, fica mais fácil vencer a dificuldade.

Fonte: www.latinstock.com

Figura 17: Carro de formula 1 na chuva

Fonte: www.latinstock.com

Figura 18: Carro de formula 1

O atrito depende da natureza das superfícies em contato. Por exemplo: se você tem uma tábua sobre o chão, o atrito tem um valor. Se a madeira estiver sobre a areia, já terá outro valor.

A rigor, o atrito é algo que envolve uma parceria entre materiais. Para tentar colocar tudo num único fator, definiu-se um parâmetro chamado de coeficiente de atrito, o qual já embute essa dependência. O coeficiente de atrito é representado pela letra grega μ (que se lê mi) e é tal, que a força de atrito F_{at} é definida como

$F_{at} \leq \mu N$, onde N é a reação do chão, que se chama de força normal.

A desigualdade significa que o atrito é algo variável. Ele atinge um valor máximo e isso ocorre quando a força aplicada atingiu um valor limite dado por μN. Quando a força superar esse valor, inicia-se o movimento. Observe a figura a seguir.

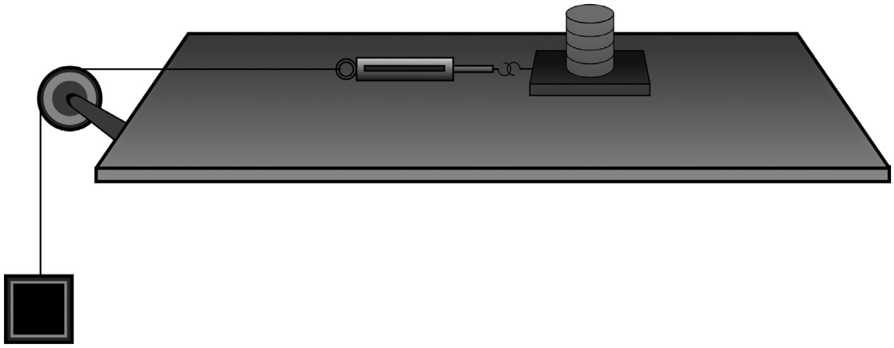


Figura 19: Representação de atrito estático e cinético

Para o sucesso dessa experiência, é importante que a mesa seja encerada ou lubrificada com algum material de forma a deixar a superfície lisa. Agora vamos descrever a experiência. Um peso de valor Mg é colocado do lado esquerdo de uma mesa e é preso por um fio que passa por uma roldana. O peso mantém uma força constante no dinamômetro. Sobre o bloco de madeira de massa M_1, é colocado um conjunto de pesos em forma cilíndrica de massa total M_2 tal que $M < (M_1+M_2)$. Como o movimento só se inicia quando a força aplicada supera o atrito, inicialmente o movimento não acontece. Quando, porém, vamos removendo alguns cilindros do bloco, chega um momento em que o movimento se inicia. Este momento será aquele no qual se terá $M \geq (M_1+M')$, onde M′ é a massa total de todos os cilindros.

O inconveniente dessa experiência é que, ao retirar um dos cilindros do bloco de madeira, pode acontecer do atrito ser superado de forma não contínua. Por isso, uma maneira alternativa e mais interessante de se fazer essa experiência é manter fixo o peso sobre o bloco de madeira e no lugar do corpo do lado esquerdo usar um recipiente no qual se possa colocar areia. Com isso, se pode acompanhar de forma contínua a variação da força de atrito em função do coeficiente de atrito e do peso do corpo sobre o bloco. No momento em que o total de massa de areia for igual a $\mu\ (M_1+M')$, se iniciará o movimento. Dependendo da escala do dinamômetro, se poderá ler diretamente o valor da força de atrito e, conhecendo os pesos dos cilindros, se poderá calcular o coeficiente de atrito.

Mas existe outra maneira de se medir o atrito. Veja a Figura 19 a seguir.

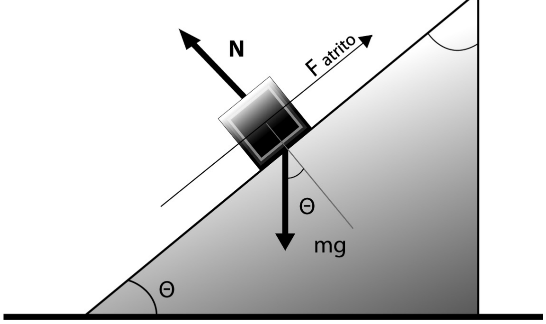


Figura 20: Outro modo de medir o coeficiente de atrito

VOCÊ SABIA?

Você sabe por que os pneus têm aqueles furos ou estrias? A explicação tem relação com o atrito e também com a água. É que, quando passa pela água, o veículo tende a derrapar.

VOCÊ SABIA?

Você sabe o que diferencia os freios ABS dos freios comuns?

SAIBA MAIS

Acesse o site do Roemro e aprenda mais sobre força de atrito

Como vemos na Figura 19, há um corpo sobre um plano inclinado. No lugar de um plano inclinado, se pode usar também uma mesa que possa ser inclinada. Como já dissemos, o atrito tem sempre sentido contrário ao movimento. Inicialmente o corpo se mantém em equilíbrio, mas, à medida que vamos alterando o ângulo de inclinação, o corpo começa a entrar na iminência de movimento. As forças atuantes são o peso, a normal e a força de atrito. Quando decompomos as forças na direção do movimento, obtemos

$F_{at} = mg\,sen\,\theta$ ou $\mu N = mg\,sen\,\theta$ **(Equação 1)**

$N = mg\cos\theta$ (2) e substituindo a equação (2) na equação (1), temos:

ou $\mu\ mg\ cos\,\theta\ =\ mg\ sen\,\theta$, de onde, tiramos

$\mu = tg\,\theta$

Portanto, uma maneira de se calcular o coeficiente de atrito é medir o ângulo até onde se dá equilíbrio no corpo e a tangente deste ângulo.

Num dia de chuva, a água pode entrar pelas brechas e assim reduzir a derrapagem. Portanto, as estrias reduzem o atrito (porque reduzem a área de contato com o solo), e em compensação reduzem a derrapagem. Mas é claro que a redução do atrito pode ter seu lado negativo. Você já reparou como são os pneus de carros de fórmula 1? Eles são lisos e não tem essas estrias, porque a redução desse atrito diminui a segurança. Em corridas de fórmula 1, a segurança é fundamental, por causa das altas velocidades. Você já pensou um piloto derrapar numa curva a 200 Km/h? No entanto quando começa a chover, os pilotos mudam os pneus lisos por pneus com mais estrias e isso evita que o carro fique "aquaplanando", pois a água penetra nas estrias e sai pelas laterais do pneu.

TÓPICO 5

Leis de Newton aplicadas ao movimento circular

Objetivos

- Compreender as forças envolvidas nos movimentos circulares
- Aplicar a resultante centrípeta

Neste tópico, abordaremos as forças envolvidas nos movimentos circulares, especialmente no MCU. Já sabemos que nos movimentos circulares uniformes a força resultante é centrípeta, pois esta deve produzir a aceleração centrípeta necessária para alterar a direção da velocidade.

A aceleração, por ser um vetor de um modo geral, pode ser decomposta em quaisquer duas direções perpendiculares entre si. Para aplicações aos movimentos curvilíneos, é conveniente decompor a aceleração, não segundo os eixos cartesianos, mas segundo uma componente tangencial ao movimento e outra perpendicular ao movimento. Portanto, sempre que se for aplicar a segunda lei de Newton ao movimento circular, deve-se lembrar que o termo da aceleração será dado (em módulo) por

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

5.1 APLICAÇÕES

Exemplo 1

A figura a seguir representa um pequeno corpo de massa "m" girando em um círculo horizontal com velocidade constante "v", preso à extremidade de um fio de comprimento "L". À proporção que o corpo gira, o fio descreve a superfície de um cone. Determine o tempo necessário para uma volta completa do corpo.

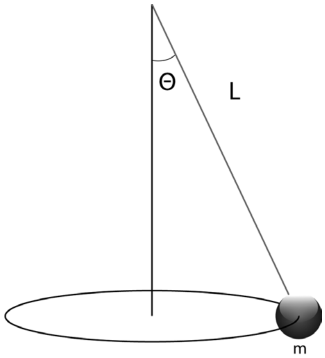


Figura 21: Pêndulo cônico

Solução:

Isolando o corpo de massa m, o diagrama de forças e a esquematização de ângulos ficam:

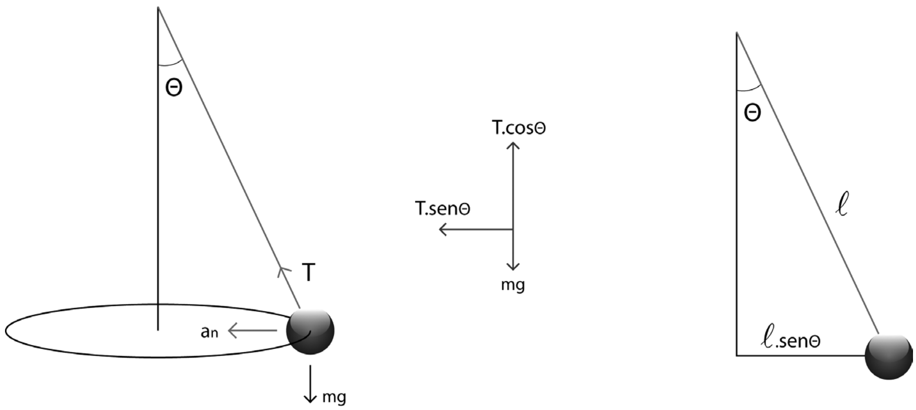


Figura 22: Esquema de forças

Agora vamos fazer uso da segunda lei de Newton aplicada ao movimento circular. Decompondo a tração em um componente radial T_N e uma vertical T_z, temos então

$T_N = T\, sen\,\theta \;\; e \;\; T_z = T \cos\, \theta$

Dividindo uma equação pela outra, temos:

$T_N = T_z \, tg\,\theta$

Como o corpo não possui aceleração vertical, temos $T_z = mg$

Logo, $T_N = mg\; tg\,\theta$

Por outro lado, a aceleração radial é $\omega^2 R$

$m\omega^2 R = mg\, tg\theta$ e cancelando o fator "m"

$\omega^2 R = g\, tg\theta$

como $\omega = \dfrac{2\pi}{\tau}$

$$\frac{4\pi^2 R}{\tau^2} = g\,tg\theta$$ de onde obtemos:

$$\tau^2 = \frac{4\pi^2 R}{g\,tg\theta}$$

Finalmente usando $R = Lsen\theta$

$$\tau^2 = \frac{4\pi^2 L\cos\theta}{g}$$

Extraindo a raiz:

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$

Exemplo 2

Um corpo de massa m = 2,0 Kg gira apoiado num plano horizontal sem atrito. Supondo g = 10 m/s² e sendo $\omega = 4\pi$ rad/s, calcule a tração no fio OA sabendo que este se mantém horizontal e que tem comprimento de 2m. (ver Figura 23 a seguir)

Solução: O movimento é circular uniforme, logo a única aceleração é a

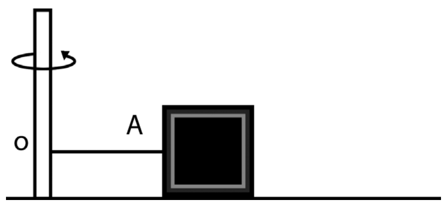


Figura 23: Corpo girante

normal. Utilizando um eixo de referência fixo à Terra e apontando na direção do centro de rotação, temos:

Logo a tração fica:

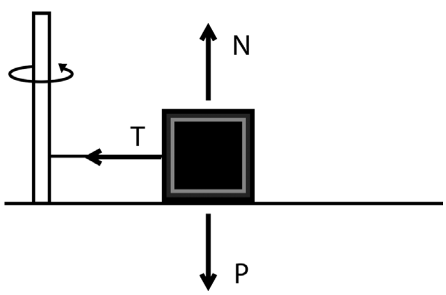


Figura 24: Diagrama de forças

$$T = ma_N = m\omega^2 R$$

Substituindo valores $T = 2{,}0.16\pi^2.2 = 64\pi^2 N$

5.2 FORÇAS REAIS E FORÇAS FICTÍCIAS

Hoje, na Física, se sabe que existem quatro tipos de forças: a gravitacional, a eletromagnética, a nuclear e a chamada força fraca, que ocorre principalmente em processos radioativos. Essas forças são reais no sentido de que podemos associá-las a objetos na vizinhança que as causam.

Exemplo:

Força gravitacional – a força com que a terra atrai os corpos – Peso

Força eletromagnética – Ao atritarmos um pente no cabelo ele atrai pequenos pedaços de papel. Um Ímã atrai pedaços de ferro.

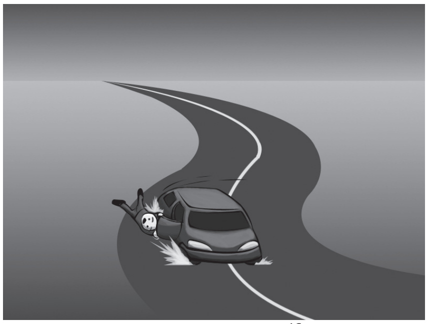


Figura 25: Força centrífuga

As forças nucleares só se manifestam a nível nuclear, não há manifestações no nosso mundo macroscópico.

Todavia existem forças, como a chamada força centrífuga, a qual não podemos associar um agente causador. Tais forças, na verdade, deveriam ser chamadas de reações inerciais (de fato alguns livros a chamam assim) porque surgem em decorrência de uma aceleração do sistema.

Um exemplo bem conhecido ocorre quando um veículo entra numa curva à esquerda e um objeto no painel do veículo se desloca para a direita. Do ponto de vista do observador dentro do veículo, há um movimento brusco, e, se há este movimento brusco, deve haver uma força gerando o movimento, e, se há uma força, ela é real. No entanto esse movimento é um efeito, uma reação ao movimento do veículo, e essa reação só existe porque o objeto tem massa e é por isso que ela é chamada de reação inercial.

Além da reação inercial, existe também a chamada Força de Coriollis, que é uma força que surge devido à rotação do sistema de referência. Ela tem influência em muitos fenômenos da natureza e gera a necessidade de correções em lançamentos de projéteis de longo alcance. Esta força é muito fraca, sempre fica à esquerda da direção do movimento e, no caso de um projétil ou foguete, é, ao mesmo tempo, perpendicular ao movimento e ao eixo de rotação da Terra; se atuar durante muito tempo, pode causar um efeito considerável.

AULA 5

Trabalho e potência

Olá!

Nesta aula, iremos apresentar os conceitos de trabalho e potência e suas aplicações. Como você será capaz de descobrir, esses conceitos são fundamentais para o estudo da energia, suas formas e conversões, bem como suas relações de conservação.

Objetivos

- Conceituar trabalho na Física
- Conceituar potência e rendimento

TÓPICO 1

O conceito de Trabalho em Física

OBJETIVOS

- Conceituar trabalho de uma força
- Diferenciar trabalho físico do conceito de trabalho concebido no cotidiano
- Aplicar a expressão do trabalho de uma força

1.1 O CONCEITO DE TRABALHO NO COTIDIANO

Veja as expressões a seguir:

Fomte: www.latinstock.com.br

Figura 1: Pedreiro carregando tijolos

Fomte: www.latinstock.com.br

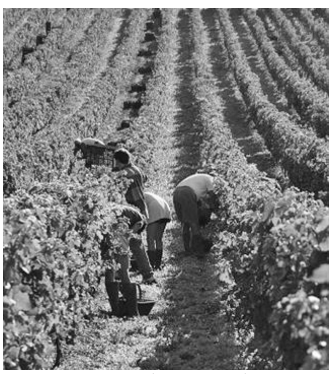


Figura 2: Agricultores na plantação

I. O pedreiro trabalha carregando tijolos.
II. O agricultor trabalhou na plantação por vários meses.
III. Dá muito trabalho escrever um livro!

Nessas expressões, a ideia de trabalho está associada à simples realização de algum tipo de atividade física (carregar pesos, plantar, escrever). Assim, não teria sentido afirmar, por exemplo, que, em decorrência de uma grande seca, não houve trabalho porque não houve colheita Poderíamos até dizer que foi trabalho perdido, mas houve trabalho. A seguir, vamos ver que o conceito de trabalho em Física é um pouco diferente.

Fonte: www.latinstock.com.br

Figura 3: Escritor

1.2 O CONCEITO INFORMAL DE TRABALHO EM FÍSICA

Em Física, as coisas são vistas de modo diferente. É claro que a aplicação de força também está presente no conceito de trabalho, mas de uma forma tal que a presença da força é mais exigida. Em Física, só é considerado trabalho a situação na qual a aplicação de força é capaz de causar alguma alteração do estado de movimento. Por alteração no estado de movimento se deve entender uma alteração no valor da velocidade. Para entender melhor, considere as situações a seguir nas quais as distinções entre o conceito de trabalho no cotidiano e na Física ficam bem claras.

a. João empurrou o carro, mas o carro não se moveu.
b. Paulo fez força para suspender o caixote, mas o caixote nem sequer saiu do chão.

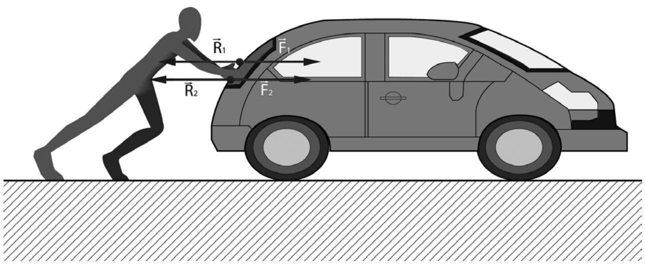


Figura 4: Empurrando um móvel

Figura 5: Levantando uma caixa

Na concepção de trabalho no cotidiano, João e Paulo realizaram algum trabalho, mas, segundo a Física, eles não realizaram trabalho algum. Você saberia o por quê? Porque não houve criação de movimento, já que tanto o carro quanto o caixote não se moveram. Para a Física, o máximo que podemos dizer é que João e Paulo realizaram um "esforço", mas não um trabalho.

Então, de uma maneira informal, podemos dizer que:

Só ocorre a realização de trabalho quando a força aplicada é capaz de criar (ou alterar) o movimento.

1.3 O CONCEITO FORMAL DE TRABALHO EM FÍSICA

Considere as duas situações representadas na figura a seguir.

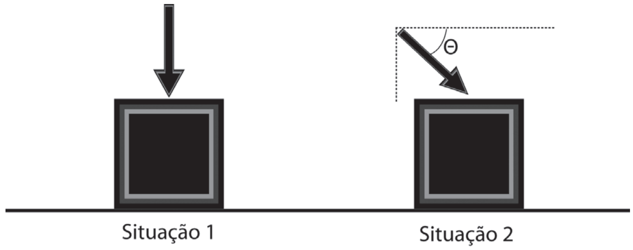


Figura 6: Representação de esforço vs trabalho segundo a Física

Com base na discussão feita no item anterior, podemos dizer que, na situação 1, não há produção de movimento e, na situação 2, sim. O simples fato de a força estar inclinada de um ângulo θ faz o bloco se mover para a direita de um certo deslocamento. Assim, vemos que, em Física, o trabalho não envolve diretamente a força, mas o componente da força na direção do deslocamento, pois o outro componente da força (no caso o componente vertical) não é capaz de produzir movimento algum. No entanto, o trabalho também envolve o deslocamento, pois quanto mais deslocamento acontecer, mais trabalho deverá ter sido gerado. Chamando o componente da força na direção do deslocamento de F_x, o deslocamento de Δs e usando a letra W para trabalho, temos $W = F_x.\Delta s$.

Do estudo de vetores, você deve lembrar que o componente de um vetor numa certa direção é dada pelo produto do módulo do vetor pelo co-seno do ângulo formado entre o vetor e a direção dada. No caso acima fica então:

$$F_x = F.\cos\theta$$

Com essas alterações, o conceito de trabalho pode ser definido como:

$$W = F.\cos\theta.\Delta s$$

Perceba que o trabalho em si não é uma grandeza vetorial, mas escalar (a força é que o é), ou seja, o trabalho não envolve direção e sentido, mas tão somente um valor numérico seguido de unidade.

Com o uso desta operação, o trabalho, que é uma grandeza escalar, fica definido como $W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$

GUARDE BEM ISSO!

No estudo dos vetores (lembre-se de que representamos vetores em letras em negrito e seu módulo em tipo normal), existe uma operação chamada Produto escalar, que é definida para dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ como sendo $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B\cos\theta$

Na verdade, essa definição só vale para quando a força tem módulo constante. Quando a força é variável, temos que recorrer ao uso do cálculo integral e dizer que o trabalho (para um deslocamento em só uma dimensão) é a soma (integral) de diversos produtos escalares de forças $\vec{F}$ pelos deslocamentos infinitesimais $\vec{dl}$, ou seja,:

$$W = \int \vec{F}.\vec{dl}$$

1.4 A IMPORTÂNCIA DO CONCEITO DE TRABALHO EM FÍSICA

O conceito de trabalho é usado mais efetivamente como uma espécie de “atalho” ou “artifício” para se trabalhar com o conceito de energia, que, embora seja um conceito menos concreto, é um conceito mais amplo.

Sabia-se, já no final do século XIX, que existiam diversas formas de energia como, por exemplo: mecânica, eletromagnética, luminosa, calor, química, radiante, radioatividade, mas não se sabia (em todos os casos) como converter uma forma em outra. A partir, então, de um estudo formal dos sistemas físicos, foi possível, por exemplo, mostrar que o calor nada mais é do que a energia mecânica “microscópica” (micro=pequena escala) que envolve uma quantidade gigantesca de átomos ou moléculas em conjunto produzindo um efeito “macroscópico” (macro=grande). Da mesma forma, foi possível mostrar, entre outros exemplos, que:

a. A energia luminosa nada mais é do que energia eletromagnética;
b. A energia química nada mais é do que a energia de ligação (de natureza elétrica) entre os átomos;
c. A energia radiante é a mesma energia luminosa só que invisível;
d. A radioatividade é consequência da energia “nuclear”, que seria posteriormente descoberta no século XX.

Nada disso, porém, seria possível sem um tratamento matemático adequado dos sistemas físicos em questão e neste tratamento o conceito de trabalho é fundamental. O conceito de trabalho é essencial também para o conceito de energia potencial, que será abordado posteriormente, e básico para a compreensão da conservação de energia.

1.5 UNIDADE DE TRABALHO

Fazendo a análise das dimensões do conceito de trabalho, verificamos que ele terá a dimensão resultante do produto da dimensão de força pelo produto da dimensão de comprimento, já que um ângulo não tem dimensão. No Sistema Internacional de Unidades, a força tem como unidade o newton (N) e o comprimento tem como unidade o metro (m). A unidade sob a forma de produto newton.metro recebe o nome único de joule (J), em homenagem ao físico inglês James Prescot Joule (1818-1889), que deu grandes contribuições à Física.

Veja agora outras unidades de trabalho/energia:

$Erg(1\,erg = 10^{-7}\,J)$;

$a\,caloria(1\,cal = 4{,}18\,J)$;

$Eletron\,Volt\left(1\,ev = 1{,}6.10^{-19}\,J\right)$.

Trabalho é uma grandeza homogênea à energia. Por homogênea entende-se que, em termos de unidades, as duas grandezas são equivalentes. Há, ainda outras unidades de trabalho: o kWh (quilowatt-hora), usado em contas de energia, e a caloria, usada em processos térmicos.

1.6 CÁLCULO DO TRABALHO COM BASE EM GRÁFICOS

Embora o caso mais geral do cálculo de trabalho requeira o conhecimento do cálculo integral, há algumas situações que podem ser tratadas sem necessariamente recorrermos a esse conhecimento. Quando fazemos o gráfico da força em função do deslocamento para uma força constante, a área sob a reta horizontal, que dá a força, (retângulo) fornece exatamente o trabalho realizado. Veja a figura a seguir.

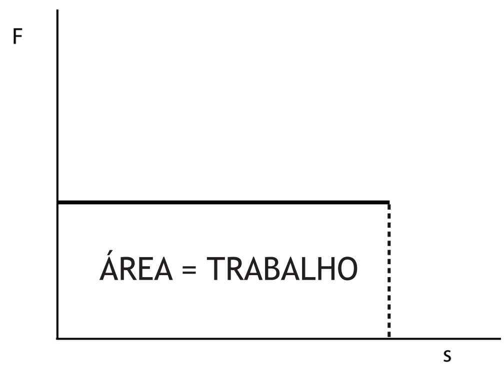


Figura 7: Trabalho de uma força constante

Como a força é constante, a área será dada pelo retângulo de base "d" e altura "F", ou seja, de área por $F.d$, onde "d" é o total do deslocamento dado pela variável "s". Graças a essa característica, é possível obter a expressão do trabalho para outros casos em que a força não é constante.

Como podemos verificar, a expressão é outra vez quadrática, uma característica que se repetirá muitas vezes (mas não todas às vezes).

1.7 O TEOREMA DO TRABALHO-ENERGIA

Vamos agora mostrar analiticamente porque só há realmente realização de trabalho quando há variação do estado de movimento. Para isso, vamos considerar o caso em que uma única força é constante em módulo, direção e sentido. Isso não invalida nenhuma das conclusões de generalização da teoria. Suponha ainda que a força é paralela ao deslocamento, de modo que o ângulo entre a força e o deslocamento seja zero.

Pela definição de trabalho, temos que:

$W = F.\Delta s$

Pela segunda lei de Newton, a força é $F = ma$ e o trabalho fica $W = ma.\Delta s$

Pela equação de Torricelli, temos

$v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta s$.

Passando o termo da velocidade inicial para o lado esquerdo, ficamos com

$v^2 - v_0{}^2 = 2a\Delta s$.

Dividindo por 2 dos dois lados, ficamos com:

$$\frac{v^2 - v_0{}^2}{2} = a.\Delta s$$

Multiplicando por m nos dois lados, ficamos com:

$$m\frac{v^2 - v_0{}^2}{2} = \frac{mv^2 - mv_0{}^2}{2} = ma.\Delta s$$

De modo que, o que está do lado esquerdo é simplesmente a variação de energia cinética. Finalmente, teremos: $W = ma.\Delta s = \Delta E_C$, ou $W = \Delta E_c$.

ATENÇÃO!

A equação $W = \Delta E_c$ é também conhecida como Teorema da Energia Cinética ou Teorema Trabalho - Energia

Concluímos, por fim, desta vez de forma analítica, que só há trabalho quando há alteração do estado de movimento (variação da energia cinética), algo que dissemos já no início desta aula. Na generalização deste teorema, se pode mostrar (usando recursos do cálculo integral) que a força a ser usada é a força resultante.

1.8 O TRABALHO COMO FORMA DE TRANSFERIR ENERGIA

Pelo que foi visto no teorema do trabalho-energia, você já pode perceber que a realização de trabalho é uma forma de se transferir energia de um corpo para outro. Quando você estiver estudando Termologia (estudo dos processos térmicos), isso se tornará ainda mais importante e você verá que o calor "medido" nada mais é do que o trabalho de bilhões e bilhões de moléculas exercendo um impacto sobre as paredes de um recipiente. Como uma pequena ilustração, considere um recipiente fechado que contém um êmbolo que pode se mover. Este recipiente contém um gás que é aquecido em sua parte inferior (ver figura a seguir).

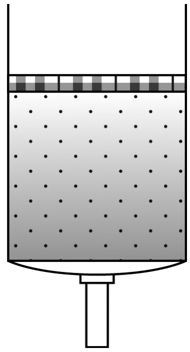


Figura 8: Êmbolo móvel

Com o aquecimento da parte inferior, o êmbolo superior se desloca. Se não fosse pelo artifício do cálculo do trabalho, como poderíamos "materializar" o efeito do calor no gás? Portanto, o recurso ao conceito de trabalho é uma maneira de "driblar" dificuldades teóricas que teríamos ao lidar apenas com entidades microscópicas, como átomos e moléculas.

Exercícios resolvidos

1. Um cabo puxa um carro montanha acima, com a força de intensidade $5000N$, à velocidade de $5m/s$. O carro leva 10 minutos para atingir o topo.

a. Que trabalho é realizado pela força no cabo para conduzir o carro até o alto da montanha?

b. Que trabalho seria realizado para levar o carro até o mesmo ponto, com velocidade de $2,5m/s$?

Solução:

a. Calculemos o deslocamento percorrido do carro para ir ao topo da montanha:

$\Delta s = v.t = 5(m/s).600(s) = 3x10^3 m$

b. O trabalho realizado pela força do cabo é:

$W = F.\Delta s = 5x10^3 x 3x10^3 N.m = 1,5x10^7 J$

2. Uma força de intensidade $100,0N$ atua sobre um corpo de massa igual a $5,00kg$, inicialmente em repouso, sobre uma mesa horizontal sem atrito. O corpo percorre $2,00m$ enquanto a força atua.

Que trabalho é realizado pela força?

Solução:

O trabalho realizado pela força é: $W_F = 100,0Nx2,00m = 200,0 joules$.

3. Esfregue vigorosamente as palmas de suas mãos. Você realiza trabalho? Que acontece à energia?

Solução:

Trabalho é feito quando você atrita suas mãos juntas, uma vez que cada braço exerce uma força sobre cada mão na direção do movimento. A energia despendida pelos músculos transforma-se em aquecimento das mãos. Seria possível o fenômeno inverso? Não. Este simples exemplo mostra a irreversibilidade dos fenômenos naturais.

TÓPICO 2

O conceito de Potência e Rendimento

Objetivos

- Definir potência e compreender sua importância
- Conceituar rendimento
- Perceber a relação entre potência e velocidade

2.1 DEFININDO POTÊNCIA

Você certamente algum dia já precisou subir alguns lances de escada, seja por defeito no elevador, seja pela ausência dele. Agora uma pergunta: você acha que subir os degraus devagar tem o mesmo efeito em seu organismo que subir rapidamente?

Mesmo uma pessoa que não sabe Física sabe que os efeitos são bem distintos. No entanto, quando tiver estudado o conceito de energia potencial, você vai perceber que não faz a menor diferença para o cálculo do trabalho realizado se a pessoa sobe rapidamente ou sobe devagar, pois o que importa é a altura que se sobe. Ora, se não é o trabalho que fica diferente, o que fica diferente, então? É aí que entra o conceito de potência. É a potência que fornece o quanto de trabalho é realizado por unidade de tempo. Assim, por exemplo, quando uma pessoa sobe os lances de escada devagar, seu organismo produz energia (vinda dos alimentos) de uma forma mais natural ou tranquila. Se, porém, a pessoa sobe os lances muito rapidamente, o organismo tem que produzir energia num ritmo que pode ser danoso para a saúde (dependendo, é claro, das condições físicas da pessoa), e a pessoa pode começar a sentir tonteira, queda na pressão arterial etc. Portanto, a potência é a grandeza que dá, digamos assim, o "ritmo" com que o trabalho é realizado. Matematicamente, a potência, que vamos representar pela letra P, é definida como:

$P = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$, onde ΔW representa a quantidade de trabalho realizado e Δt o intervalo de tempo considerado na aplicação da força.

Exatamente como no caso de trabalho, quando a força não é constante, temos que definir a potência através do cálculo diferencial e dizer que $P = \frac{dW}{dt}$, onde o termo do lado direito é a derivada do trabalho em relação ao tempo.

2.2 UNIDADE DE POTÊNCIA

Como a potência é um quociente de grandezas escalares (lembre-se de que o trabalho e o tempo são grandezas escalares), no Sistema Internacional de Unidades, a unidade de potência é dada por joules/segundo. Por comodidade estas duas unidades assim divididas receberam o nome de watt (ou abreviadamente W) em homenagem ao físico escocês James Watt (1736-1819). Em função de que os físicos europeus antigos davam a equivalência entre calor e energia mecânica, algumas outras unidades européias existiram para potência e ainda hoje são usadas, como, por exemplo, o cavalo vapor (hp), usado em veículos, e a BTU, criada na Inglaterra e usada em aparelhos de ar condicionado.As correspondências entre as unidades são:

$1hp = 746W$

$1btu = 0,293W$

Dissemos antes que as nossas contas de energia usam como unidade de energia o $kWh\ (quilowatt - hora)$ e não o joule. A equivalência é a seguinte:

$1kWh = 3,6.10^6 J$

2.3 CONCEITO DE RENDIMENTO

Embora nem sempre se perceba, existem na prática dois tipos de potência: a potência útil e a potência dissipada, ambas ligadas à forma como a energia é fornecida. Chama-se energia dissipada a energia transformada em calor (que não pode ser recuperada) e energia útil à energia que efetivamente produz o efeito desejado. Como exemplo, consideremos um ventilador. Como você sabe, num ventilador há movimento das hélices (energia mecânica pura), mas se você tocar na parte próxima ao motor, mesmo com as hélices funcionando, vai perceber que ela fica quente. Como calor é energia e não há como recuperar a sua emissão (o calor se espalha no ambiente, isso significa que toda a energia vinda da rede elétrica não é gerada só para o movimento das hélices, ou seja, uma parte é perdida para o ambiente. É por isso que essa energia é chamada de dissipada. Resumindo: a potência dissipada é a potência associada à perda por calor e a potência útil é a potência que realmente é utilizada.

Dessa forma, o que define a qualidade de um aparelho é o quanto da energia fornecida é realmente usada de forma efetiva. Isso é feito através do conceito de rendimento (usa-se a letra η , que se lê eta) e é definido como:

$$\eta = \frac{Potência\ útil}{Potência\ total}$$

Pela natureza da definição, o rendimento é dado em porcentagem. É claro que um aparelho que tenha um rendimento de 100% é uma idealização e na prática não existe.

À primeira vista, poderia parecer que não há impedimento para se construir um aparelho com uma tecnologia tão aperfeiçoada que o rendimento seja de 100%. No entanto, existe uma lei, chamado Segunda Lei da Termodinâmica, que você vai estudar oportunamente, que mostra que um rendimento de 100% é impossível.

Pela definição de potência, temos $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Se representarmos o trabalho ΔW por sua fórmula, temos

$$P = \frac{F_x.\Delta l}{\Delta t} = F_x.v_m$$

Onde v_m representa a velocidade média (quociente entre o deslocamento Δl e o intervalo de tempo Δt).

2.5 EXEMPLIFICANDO POTÊNCIA EM NOSSO DIA-A-DIA

Você certamente já deve ter visto em uma vitrine um pequeno aparelho de som chamado "microsystem" e outro aparelho de som maior (que não tem um nome específico), que quando ligado exibe luzes e painéis coloridos muito bonitos. O que diferencia estes dois aparelhos não é simplesmente o tamanho, mas a sua potência. Como você já sabe o que é potência, pode entender porque o sistema de som maior produz um som mais alto e de melhor qualidade do que o menor. Da mesma forma, um trio elétrico produz som numa potência centenas ou até milhares de vezes maior do que o aparelho de som que você usa em casa.

Todo aparelho tem um limite para sua capacidade de funcionamento. Suponha que você tenha um aparelho que foi fabricado para operar numa alimentação elétrica diferente da de sua cidade. Você vai precisar usar, portanto, um aparelho chamado "adaptador de corrente". Você pode usar qualquer adaptador que forneça a mesma energia de saída? Não! Por quê? Porque o limite de potência de funcionamento tem que ser respeitado. Vamos supor que seu aparelho tenha uma potência de funcionamento de, digamos, $50W$ e seu adaptador forneça uma potência (máxima) de $12W$. O que vai acontecer se você ligar seu aparelho no adaptador? Ele vai queimar?

Não. Não é seu aparelho que vai queimar, mas seu adaptador. A razão é que, embora forneça a energia correta para seu aparelho, o adaptador não a fornece no "ritmo" correto e por isso queima. Seria mais ou menos equivalente a querer que uma pessoa bem idosa subisse 5 lances de escada em 1 segundo. Ela pode até subir, mas está sujeita a ter um ataque cardíaco ou mal pior. Isso seria o equivalente a "queimar" o aparelho.

Portanto, todos os dispositivos usados na eletricidade (você vai estudá-los posteriormente), como resistores, capacitores, disjuntores, bobinas, diodos etc, todos são feitos para suportar um certo valor máximo de uso de energia por segundo. Eles têm uma potência de funcionamento apropriada. Não basta que a energia coincida com a exigida pelo aparelho, é preciso que a potência coincida também.

2.6 ILUSTRAÇÃO DE ALGUMAS MÁQUINAS

Uma das primeiras máquinas de grande porte que fazia a utilização de trabalho mecânico foi a máquina de Newcomen. Thomas Newcomen (1663-1729) foi ferreiro e mecânico inglês e é considerado o pai da máquina a vapor. Em 1712, Newcomen instalou uma máquina para drenar a água acumulada nas minas de carvão, a primeira movida a vapor.

Você já deve ter visto alguma dessas máquinas em filmes que retratam épocas passadas, de 200 ou mais anos atrás. Ao vermos hoje tais máquinas, elas nos parecem verdadeiros monstros mecânicos, mas devemos lembrar que quase todas as grandes máquinas começam grandes e vão, com o tempo, diminuindo de tamanho, até mesmo as máquinas biológicas. Já reparou o tamanho que tinham os animais do período Jurássico e o tamanho dos descendentes deles hoje?

A figura a seguir mostra como era a máquina de Newcomen.

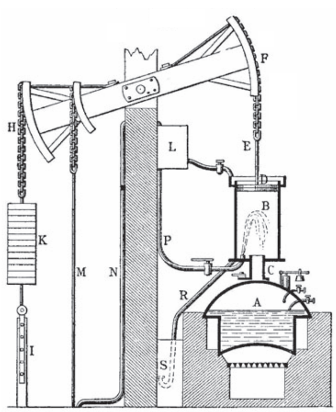


Figura 9: Máquina de Newcomen

SAIBA MAIS

Em 1765, James Watt, aperfeiçoou a máquina de Newcomen. Essa inovação deflagrou a Revolução Industrial e serviu de base para a mecanização de toda a indústria. Obtenha mais informações no site http://www.alphatermic.com.br/

Podemos ver que, ainda hoje, essa máquina é um tanto quanto complexa em seu mecanismo. Sem entrar em detalhes (faremos isso logo adiante quando falarmos da máquina de Watt), vemos que a sua principal ação é converter trabalho mecânico em calor.

A figura 10 mostra a máquina de Watt, versão original guardada hoje em museu.

Figura 10: Máquina a vapor de Watt

Seu princípio básico é mostrado abaixo (em linhas gerais, pois há pequenas diferenças quanto ao modelo de máquina), na figura seguinte.

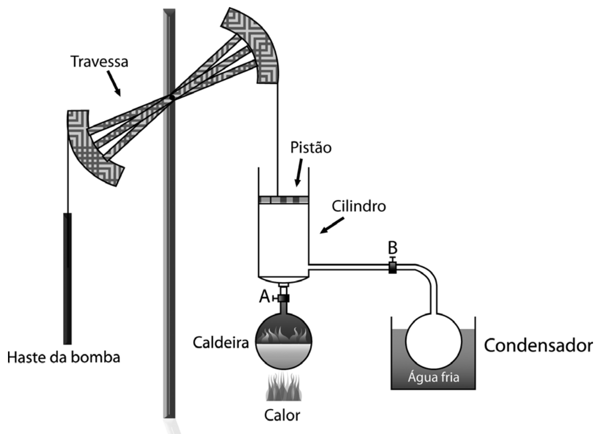


Figura 11: Máquina de Watt

Quando a válvula A é aberta, o vapor entra no cilindro e empurra o pistão para a parte superior do seu curso. A válvula A é então fechada, e aberta a válvula B. O vapor corre para o condensador que está frio, e ali é transformado em água, criando um "vácuo" sob o pistão. No ciclo seguinte, o vapor penetra em um cilindro que ainda está quente, sendo desperdiçado pouco calor apenas para aquecer as partes de metal. Utilizando este novo princípio, Watt logo começou a fazer máquinas três vezes mais eficientes.

Em 1781, Watt acrescentou um mecanismo de volante às suas máquinas, desta maneira modificando o movimento para frente e para trás de seu pistão em um movimento rotativo de um eixo. Com este acréscimo, a máquina a vapor já não ficava restrita à finalidade de bombeamento, mas podia ser usada para movimentar todas as espécies de máquinas industriais.

As figuras 9, 10 e 11 ilustram o funcionamento das primeiras máquinas térmicas construídas pelo homem. Inicialmente essas máquinas tinham um rendimento péssimo e, hoje, em função dos avanços tecnológicos as máquinas témicas (motores de automóveis) tem um rendimento excelente, considerando o tipo de transformação de energia(Energia térmica energia mecânica)

Exercício Resolvido

Um aparelho de ar condicionado de potência igual a $4400W$ ficou ligado durante $5 horas$. Sabendo que o preço da unidade de energia (kWh) é de $R\$0,80$, qual o gasto em reais deste consumo do aparelho?

Solução:

$E = Pot \,\mathrm{x}\, \Delta t \rightarrow E = 4,4kW\mathrm{x}5h \rightarrow E = 22kWh$

$Custo \rightarrow 22KWh.0,80 = R\$17,60$

Como a potência é trabalho (energia fornecida) dividida pelo tempo, a energia é a potência multiplicada pelo tempo. Assim, colocando a potência do ar-condicionado em kW, ficamos com $4,4kW$, que multiplicado pelo tempo de $5\ horas\, dá\, 22kWh$. Como cada kWh custa $R\$0,80$, o gasto em reais será de $R\$17,60$.

AULA 6 | A energia e sua conservação

Olá!

Nessa aula, iremos explorar mais o conceito de energia vendo as suas formas de manifestação e aprofundando a sua ligação com o conceito de trabalho que apresentamos no capítulo anterior. Iremos ver também como é importante a noção da conservação de energia. Vamos então ao início de nosso estudo!

Objetivos

- Examinar o conceito de trabalho sob a perspectiva da energia
- Definir as duas formas sob as quais a energia se apresenta
- Apresentar as lei de conservação de energia
- Definir forças conservativas
- Aplicar os conceitos e fórmulas de energia na resolução de problemas

TÓPICO 1

Aprofundando o conceito de trabalho

Objetivo

- Fazer a ligação entre energia e trabalho de forma mais geral

1.1 COMO LIDAR MELHOR COM O CONCEITO DE ENERGIA

Na aula passada vimos que usar o conceito de trabalho é como se fosse uma espécie de artifício para lidar com o conceito de energia, que é menos preciso.Vimos também o trabalho como uma medida da variação do estado de movimento. Neste capítulo, vamos ver que o conceito é mais abrangente e não envolve só mudança de estado de movimento. Vamos primeiro examinar uma analogia.

Você seria capaz de mensurar a inteligência de uma pessoa? É claro que você sabe que a palavra inteligência lhe é plenamente conhecida e você sabe até dar alguns exemplos de pessoas inteligentes, mas mesmo assim sabe que a pergunta é embaraçosa, pois afinal como medir algo tão complexo como a inteligência? Seria ela algo orgânico? De que depende? Seria algo hereditário? Seria algo adquirido em algum momento da vida ou uma mistura de tudo isso?

Os psicólogos desenvolveram há algumas décadas um teste, chamado de QI (Quociente de Inteligência) que ainda hoje é usado para avaliar a inteligência de uma pessoa. Sem querer entrar no mérito de tal teste, que está sendo questionado, o fato é que o teste de QI é (até agora) a única maneira de quantificar a inteligência de uma pessoa. É evidente que o resultado do teste não explica como funcionam as conexões no cérebro de quem faz o teste e nem quais fatores determinaram que a pessoa fosse capaz de obter o resultado que obteve.

No uso do conceito de trabalho vemos certa semelhança. Quando, por exemplo, obtivemos na aula anterior o teorema do trabalho-energia no qual o trabalho da força resultante é igual à variação de energia cinética, não se obteve nenhuma explicação sobre "como" a força atuava em cada átomo ou molécula para fornecer o resultado, mas este é "o único" modo disponível de quantificar "externamente" o que se passa "internamente".

1.2 AS DUAS FORMAS DE ENERGIA

1.2.1 Energias cinética e potencial

O filósofo Aristóteles $(384\ a.C. - 322\ a.C)$ considerado o pai da Física, pois foi ele que criou a palavra "physis" (que deu origem à palavra Física), e que quer dizer natureza, afirmava que tudo o que existe é potência ou ação. A semente é apenas uma árvore que ainda não se desenvolveu, ou seja, é uma árvore "em potência" e a árvore é uma semente "atualizada". Dando segmento a este pensamento podemos dizer que uma inspiração para escrever um poema é uma poesia em potência e a poesia uma inspiração "atualizada" em papel ou recitação.

Podemos, para finalizar esta seção, (e na verdade esta era a compreensão do filósofo), dizer que existem dois "graus de existência": o potencial e o atual. O potencial é aquele que não exibe ação e atual aquele que se expressa em ação.

Passando da Filosofia para a Física podemos dizer que a palavra "atual" corresponde à "ação" e como esta ação se traduz em movimento, associamos a ela a energia cinética e ao estado potencial associamos a energia potencial. Desta forma, toda e qualquer energia é cinética ou é potencial. Se valendo, por fim, do conceito de trabalho, podemos dizer que: "A energia cinética é trabalho realizado sob a forma de movimento e a energia potencial é trabalho armazenado de alguma forma e que pode ser convertido em movimento ou ação".

A energia cinética tem por definição a expressão

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Não sei se você já se perguntou, mas por que razão a energia cinética é um termo quadrático na velocidade? Por que não é cúbico? Ou de quarta potência? Ou mesmo linear na potência?

Uma possível forma de explicar a pergunta acima seria por análise dimensional, ou seja, colocando as dimensões básicas das grandezas massa e velocidade e verificando que só se obtém a dimensão correta se o termo da velocidade for quadrático. Há outras maneiras de abordar isso, mas requereria um tratamento do cálculo diferencial.

1.2.2 As duas formas de energia potencial

A energia potencial como já foi dito é uma espécie de armazenamento de energia. Este armazenamento pode se dar: em corpos materiais ou em entidades não-materiais chamadas campos. Os campos serão mais abordados quando estudarmos os fenômenos elétricos e magnéticos.

Quando armazenados em corpos materiais o armazenamento se dá geralmente em molas, razão pela qual a energia é chamada energia potencial elástica.

1.2.3 Expressão da energia potencial elástica

Como é pelo trabalho que se produz energia, vamos determinar qual será o trabalho realizado por uma força elástica, mas antes vamos tratar do cálculo de trabalho de uma força variável. Imagine um corpo preso a uma mola que, por sua vez, está fixa a uma parede. Conforme a mola está mais ou menos comprimida ou esticada a força atuante é maior ou menor (ver a figura 1)

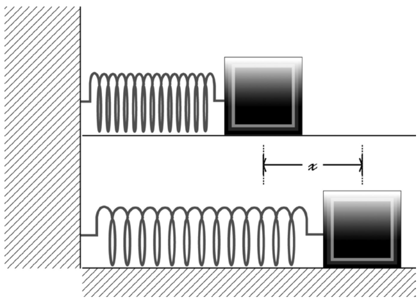


Figura 1: Corpo preso a uma mola

Na aula 5, vimos que a área sob o gráfico da força em função da distância fornece o trabalho realizado. Vamos usar isso para o caso da força elástica. A força elástica numa mola tem "intensidade" (módulo) dada pela Lei de Hooke: $F = k.x$

Fazendo o gráfico desta força em função da posição, vemos que a área dada será a de um triângulo (ver figura a seguir):

O trabalho será dado, pois por

$$W = \frac{x.kx}{2} = \frac{1}{2}kx^2$$

SAIBA MAIS

Obtenha mais informações sobre energia cinética e potencial acessando o site: http://educacao.uol.com.br/fisica/ult1700u8.jhtm

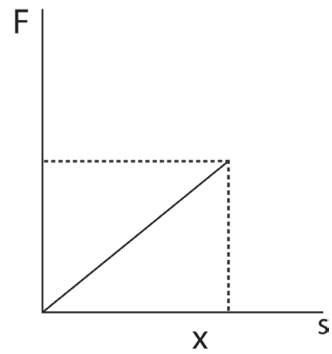


Figura 2: Trabalho da força elástica

1.2.4 Trabalho da força gravitacional

Vamos agora obter a expressão da energia potencial quando a força atuante é a da gravidade. Por razões de simplicidade, vamos supor que o peso é constante (o peso muda com a altitude, mas supomos assim para não recorrer ao cálculo integral). Imagine um corpo de massa "m" que cai de uma certa altura sob a força da gravidade. (Ver figura a seguir). Considere que um eixo no solo é usado como referencial para a medida das posições.

Supondo que o corpo cai uma distância h e usando o fato de que o peso (cujo valor é $m.g$) tem a mesma direção do deslocamento (cos $\theta = 1$) o trabalho será dado por:

$W = mgh$ (Equação 2.1)

onde $h = h_A - h_B$

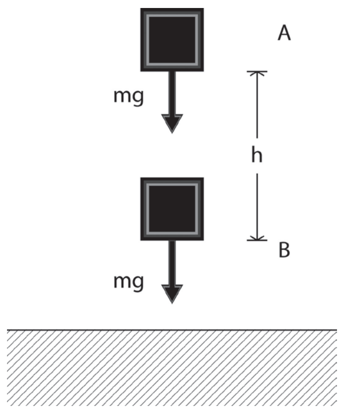


Figura 3: Trabalho da força peso

Esta é a expressão do trabalho da força gravitacional que, como vemos, não é uma expressão "quadrática" (por isso dissemos que, nem sempre, a energia será uma expressão quadrática).

Se tivéssemos usado quaisquer outros níveis acima ou abaixo do solo obteriamos o mesmo resultado (experimente escolher uma linha acima do corpo), pois o que importa é a variação de posição (deslocamento) e não a posição. Na prática ou, pelo menos na maioria das vezes, este nível será o próprio solo.

Quando um corpo está a uma altura h_A e cai para uma altura menor h_B é evidente (supondo o nível de referência no solo) que o valor final da posição é menor do que o valor inicial e, portanto, o resultado da energia será negativo. Isso significa,que o trabalho será negativo e como já foi dito,o trabalho não está sendo realizado "sobre" o sistema, mas "pelo" sistema. A explicação para isso é que não precisamos fazer esforço nenhum para um corpo cair. Somente se quiséssemos fazê-lo subir é que precisaríamos realizar trabalho. Então grave bem isso:sempre que um trabalho der negativo significa que *"a própria natureza está trabalhando"*.

ATENÇÃO!

Em estudos mais avançados o local de referência escolhido para o ponto de energia potencial zero não é o solo, mas um ponto no infinito. Com essa mudança de escolha a fórmula da energia não é mais a Equação 2.1.

1.2.5 A energia potencial como uma propriedade de muitos corpos

A energia potencial é uma propriedade que envolve no mínimo dois corpos. Não tem sentido dizer que um corpo sozinho tem energia potencial, seja qual for o tipo de energia potencial. Um bloco sem a mola não produziria energia potencial elástica e nem a mola sem o bloco. Da mesma forma, não podemos dizer que a Terra dá energia potencial para a Lua. A energia potencial é uma propriedade do sistema Terra-Lua.

E tem mais, o que importa não é a energia potencial, mas a variação dela. Assim, se o corpo cai de uma altura de 40 metros para uma altura de 30 m não é a energia potencial a 30 metros que é usada, mas a da variação de altura, que no caso foi só de 10 metros. Em termos matemáticos a variação de energia potencial é dada por:

$$mgh = mg(h_A - h_B) \text{ (Equação 2.2)}$$

1.2.6 A energia e sua conservação

Imaginemos novamente um corpo que cai de uma altura h_A para h_B onde $h_B < h_A$

Vimos no capítulo anterior que o trabalho da força resultante é igual à variação de energia cinética, ou seja:

$$W = \Delta E_c$$

Vamos representar a energia cinética no ponto B por E_{C_B} e no ponto A por E_{C_A} . Com isso, a expressão acima fica:

$$W = \Delta E_{C_B} - E_{C_A}$$

Por outro lado, vimos que o trabalho para ir de A até B é dado também por:

$W = mgh = mg(h_A - h_B) = \Delta E_{P_A} - E_{P_B}$ e mudando os termos de lado, ficamos com:

$$\Delta E_{C_B} + E_{P_B} = \Delta E_{C_A} + E_{P_A}$$

Definindo a energia mecânica como sendo a soma das energias cinética e potencias temos:

$E_m = E_c + E_p$ (Equação 2.3)

A energia mecânica representa toda a energia de natureza material que pode existir num corpo ou sistema. Chamamos a atenção para o fato de que o atrito é considerado de natureza mecânica. Assim, o que a expressão acima está mostrando é que em quaisquer dois trechos em que não surjam processos de atrito a energia mecânica se mantém constante. Este é o chamado princípio de conservação de energia. Quando entrarem em consideração todas as energias possíveis a energia mecânica deve ser trocada pela energia total e a lei deve se referir à conservação de energia como um todo. Quando nos referirmos à lei de conservação de energia sem entrar em maiores considerações, estaremos nos referindo à energia total. Quando houver perda de energia entre dois pontos A e B a lei de conservação de energia passa a ser:

$$E_{m_A} = E_{M_B} + E_{p_{\text{dissipada}}}$$

Vamos agora tecer algumas considerações que poucos autores fazem. O que a lei de conservação de energia (total) reflete, na verdade é uma impossibilidade de que na natureza uma energia possa ser criada ou destruída, de forma que em qualquer momento ela pode apenas mudar de forma (de cinética para potencial ou vice-versa). Dito ainda de uma outra forma, tudo passa como se tudo o que tivesse sido criado no universo já fora criado e agora todos os processos que existem são apenas mudanças de forma da energia inicial que deu origem a tudo.

GUARDE BEM ISSO!

A lei de conservação de energia é um refinamento daquela velha lei que diz que na natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma.

1.2.7 Forças conservativas e dissipativas

Quando estamos lidando com situações onde há a conservação de "energia mecânica" dizemos que as forças presentes são forças conservativas. Uma característica das forças conservativas é que o trabalho realizado não depende da forma da trajetória escolhida. Assim, por exemplo, o trabalho para deslocar um corpo (sem atrito) por um trecho horizontal e sem seguida um trecho vertical é igual ao trabalho realizado pelo corpo no trecho vertical seguido do trecho horizontal, ou ainda, do trecho que liga diretamente os pontos inicial e final. Já forças dissipativas são forças nas quais a energia mecânica não se conserva (atrito, por exemplo).

1.2.8 Uma forma elementar de obter a conservação de energia mecânica

Observe de novo a figura 4 que mostra um corpo que cai. Usando a equação de Torricelli para o movimento de A até B, temos:

$$V_B{}^2 = v_A{}^2 + 2g\Delta h = v_A{}^2 + 2g(h_A - h_B)$$

$$V_B{}^2 = V_A{}^2 + 2gh_A - 2gh_B$$

Juntando os termos de mesmo índice em cada lado da equação, temos:

$V_B{}^2 + 2gh_B = V_A{}^2 + 2gh_A$ dividindo tudo por 2 e multiplicando por m, temos:

$$\frac{1}{2}mV_B{}^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mV_A{}^2 + mgh_A$$

que é exatamente a lei de conservação da energia mecânica.

TÓPICO 2 | Aplicações

Objetivos

- Mostrar exemplos de cálculo de energia potencial
- Mostrar a utilidade da lei de conservação de energia na solução de problemas

Nesse tópico iremos abordar algumas situações problemas envolvendo o estudo das Energias cinética e potencial. Vejamos a seguir alguns exemplos:

Exemplo 1

Um bloco de massa $0,60kg$ é abandonado, a partir do repouso, no ponto A de uma pista no plano vertical. O ponto A está a $2,0m$ de altura da base da pista, onde está fixa uma mola de constante elástica $150N/m$. São desprezíveis os efeitos do atrito e adota-se $g = 10m/s^2$.

A máxima compressão da mola vale, em metros:

a) 0,80 b) 0,40 c) 0,20 d) 0,10 e) 0,05

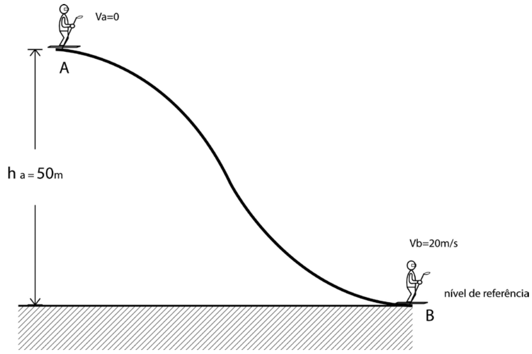


Figura 4: Exercício 1

Solução do Exemplo 1

Sabendo que o sistema não tem perda de energia pela lei de conservação de energia, temos: Energia inicial = Energia final

Energia potencial = Energia elástica

$mgh = kx^2/2$

$0{,}60.10.2{,}0 = (150.x^2)/2$

$24 = 150.x^2$

$x^2 = 24/150$

$x^2 = 0{,}16$

$x = 0{,}40m \quad Alternativa\,B.$

Exemplo 2

Uma partícula de massa constante tem o módulo de sua velocidade aumentado em 20%. O respectivo aumento de sua energia cinética será de:

a) 10% b) 20% c) 40% d) 44% e) 56%

Solução do Exemplo 2

Esse é um problema que parece bobo, mas envolve uma certa dificuldade.A energia cinética é dada por $E_C = 1/2mv^2$ se dermos à velocidade um aumento de 20% a variação de velocidade será $\Delta v = 0{,}2v$ de modo que a energia cinética final E'_{C_F} será:

$$E'_{C_F} = 1/2m(v+\Delta v)^2 = 1/2m(v^2 + 2v\Delta v + (\Delta v)^2) = 1/2mv^2 + mv\Delta v + 1/2m(\Delta v)^2 =$$
$$= E_{C_I} + mv\Delta v + 1/2m(\Delta v)^2$$

passando E_c para o membro esquerdo

$\Delta E_C = mv\Delta v + 1/2m(\Delta v)^2$ dividindo por $E_C = 1/2mv^2$, temos:

$$x = \frac{mv\Delta v + 1/2m(\Delta v)^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{= 2mv\Delta v + m(\Delta v)^2}{mv^2}$$

Onde x é o valor procurado. Usando agora os dados do problema onde $\Delta v = 0{,}2v$ e eliminando a massa m

$$x = \frac{2v.0{,}2v + (0{,}2v)^2}{v^2} = 0{,}4 + 0{,}04 = 0{,}44 = 44\% \text{ (Resposta D)}$$

Exemplo 3

Um corpo de massa $3{,}0kg$ está posicionado $2{,}0m$ acima do solo horizontal e tem energia potencial gravitacional de $90J$ .A aceleração de gravidade no local tem módulo igual a $10m/s^2$. Quando esse corpo estiver posicionado no solo, sua energia potencial gravitacional valerá:

a) zero b) 20J c) 30J d) 60J e) 90J

Solução do Exemplo 3

Vamos calcular a que altura do nível de referência se encontra o corpo com a energia de $90J$:

$90 = mgh = 3.10h \rightarrow h = 3m$

Como o problema diz que o corpo está a $2m$ do solo então o nível de referência está $1\,metro$ abaixo do solo. Logo basta calcular a energia potencial a $1m$ do nível de referência:

$E_P = 3.10.1 = 30J$ $(\text{Re}\,sposta\ C)$

Exemplo 4

Um atleta de massa $80kg$ com $2,0m$ de altura, consegue ultrapassar um obstáculo horizontal a $6,0m$ do chão com salto de vara. Adote $g = 10m/s^2$. A variação de energia potencial gravitacional do atleta, neste salto, é um valor próximo de:

a) 2,4kJ b) 3,2kJ c) 4,0kJ d) 4,8kJ e) 5,0kJ

Solução do Exemplo 4

Supondo que o atleta impulsione a vara a cerca de metade sua altura o salto terá proporcionado uma altura de $6 - 1 = 5\ metros$.

$E_P = mgh = 80.10.5 = 4000J = 4,0.10^3 J = 4,0kJ$ $(\text{Re}\,sposta\ \ C)$

Exemplo 5

Uma mola elástica ideal, submetida a ação de uma força de intensidade $F = 10\ N$, está deformada de $2,0cm$. A energia elástica armazenada na mola é de:

a) 0,10J b) 0,20J c) 0,50J d) 1,0J e) 2,0J

Solução:

Este é um exemplo típico de aplicação de fórmulas.

$F = kx \rightarrow k = 10/0,02 = 500N/m$

$E_P = (1/2)kx^2 = (1/2).500.4.10^{-4} = 10^{-1}J = 0,1J$ $(\text{Re}\,sposta\ \ A)$

EXEMPLO 6

Um ciclista desce uma ladeira, com forte vento contrário ao movimento. Pedalando vigorosamente, ele consegue manter a velocidade constante. Pode-se então afirmar que a sua:

a) energia cinética está aumentando;

b) energia cinética está diminuindo;

c) energia potencial gravitacional está aumentando;

d) energia potencial gravitacional está diminuindo;

e) energia potencial gravitacional é constante.

SOLUÇÃO:

Como a velocidade fica constante somente sua energia potencial se modifica diminuindo. (Resposta D).

EXEMPLO 7

Um corpo de $2\ kg$ é empurrado contra uma mola de constante elástica $500\ N/m$, comprimindo-a $20\ cm$. Ele é libertado e a mola o projeta ao longo de uma superfície lisa e horizontal que termina numa rampa inclinada conforme indica a figura. Dado $g = 10m/s^2$ e desprezando todas as formas de atrito, calcular a altura máxima atingida pelo corpo na rampa.

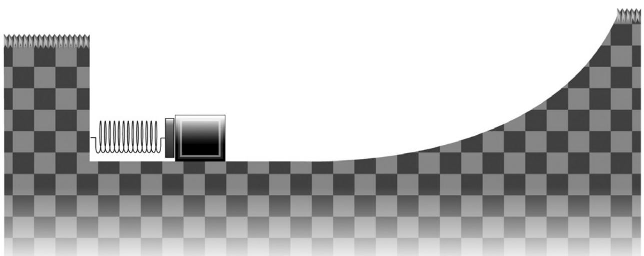


Figura 5: Exercício 7

SOLUÇÃO:

$E_{m_A} = E_{m_B}$ ou $E_{C_A} + E_{PG_A} + E_{PE_A} = E_{C_B} + E_{PG_B} + E_{PE_B}$

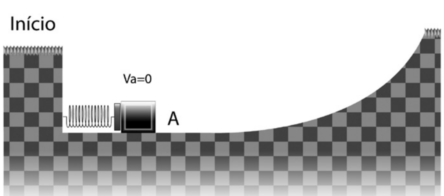


Figura 6a: Exercício 7a

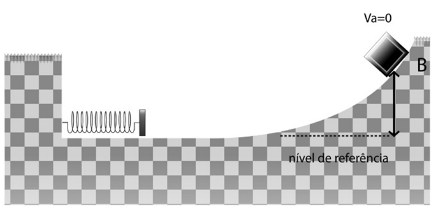


Figura 6b: Exercício 8

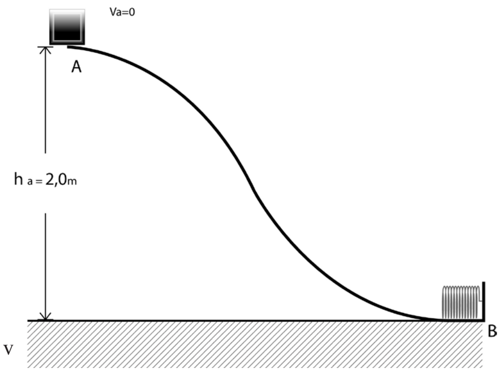
$$0+0+1/2kx^2=0+mgh_B+0=1/2.500.(0,2)^2=20h_B$$
$$h_B=0,5m$$

Exemplo 8

Um esquiador de massa $60kg$ desliza de uma encosta, partindo do repouso, de uma altura de $50\ m$. Sabendo que sua velocidade ao chegar no fim da encosta é de $20m/s$, calcule a perda de energia mecânica devido ao atrito. Adote $g=10m/s^2$.

Solução:

Quando há forças dissipativas, como é o caso deste problema,temos que sar não a lei de conservação de energia mecânica e sim a lei de conservação de energia total.Chamando E_d a energia dissipada temos:



$$E_{C_A}+E_{PG_A}=E_{C_B}+E_{PG_B}+E_D$$
$$0+mgh_A=1/2mV_B^2+0+E_d$$
$$60.10.50=1/2.60.20^2+E_d$$
$$E_d=18000J=18kJ$$

Figura 7: Exercício 8

Outra solução (Aplicando o teorema da Energia cinética):

$$W_{Total}=\Delta E_C$$
$$W_{Peso}+W_{Atrito}=E_{C_B}-E_{C_A}$$
$$mgh_A+W_{Atrito}=\frac{1}{2}.m+v_B{}^2-0$$
$$60.10.50+W_{Atrito}=\frac{1}{2}.60.20^2$$
$$WAtrito=1800J=18KJ$$

(O Trabalho da força de atrito mede a energia dissipada).

REFERÊNCIAS

CASSIDY, David et al. **Understanding Physics**. New York: Springer-Verlag, 2002.

E-FÍSICA. **Ensino de física on-line**. Disponível em: <http://efisica.if.usp.br/>. Acesso em: 21 jul. 2009.

GARCÍA, Ángel Franco. **Física con ordenador**. Curso Interactivo de Física en Internet. Disponível em: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm >. Acesso em: 14 set. 2009.

GASPAR, Alberto S. **Física**. São Paulo: Ática, 2002. v.1.

GREEF. FÍSICA, **Grupo de Reelaboração Ensino de Eletromagnetismo**. São Paulo: USP, 2000.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física 1**. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

HALLIDAY, David; RESNICK Robert. **Física**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, 1974. v.1.

______; RESNICK Robert. **Física**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, 1974. v. I-1, I-2.

HEISEMBERG, Werner. **Física e Filosofia**. Brasília: Editora UNB,1981.

INTERRED. Disponível em: <http://interred.cefetce.br/interred/>.

KARAM, R. A. S.; SOUZA CRUZ, S. M. da S. C. de; COIMBRA, D. **A abordagem das relatividades em sala de aula**. X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. SBF, 2006. Disponível em: http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/epef/x/sys/resumos/t0084-1.pdf;

LANDAU, L.; KITAIGORODSKI, **A. Física para todos**. Moscou: Editorial Mir, 1967.

MÁXIMO, Antônio; ALVARENGA, Beatriz. **Curso de Física**. São Paulo: Scipione, 1999.

NUSSENZVEIG, H. M. **Física Básica, Mecânica**. São Paulo: Edgard Blucker Ltda, 1983. v.1.

PELEGRINI, M. **Minemanual compacto de Física teoria e prática**. São Paulo: RIDEL, 1999.

QUADROS, Sérgio. **A Termodinâmica e a invenção das máquinas térmicas**. São Paulo: Scipione,1996.

USP. **Livro Digital de Física**. Disponível em: <http://efisica.if.usp.br/mecanica/>. Acesso em: 9 out. 2009.

YOUNG, H. D. FREEDMAN, R. A. **Física I Mecânica** (Sears e Zemansky). 10. ed. Addison Wesley, 2004.

CURRÍCULO

Gilvandenys Leite Sales

Graduado em Física pela Universidade Católica de Pernambuco (1987), é especialista em Metodologia do Ensino Superior (UNICAP-PE/1989) e mestre em Informática Educativa (UECE/IFCE/2005). Atualmente é professor efetivo de Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) e Doutorando no Departamento de Engenharia de Tele-Informática da UFC. Sua tese trata de um instrumento de avaliação para ambientes virtuais de aprendizagem (denominado Learning Vectors - LV), o qual já está sendo aplicado nos ambientes virtuais de aprendizagem de instituições de ensino e no meio corporativo. Possui experiência na área de Ciência da Computação, com ênfase em desenvolvimento de Software Educativo e/ou Objetos de Aprendizagem (OA) voltados para Física e Matemática. É ainda Tutor a distância, Formador e Especialista em Conteúdos da Universidade Aberta do Brasil.

Marcilon Chaves Maia

Possui graduação em Licenciatura em Física pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Especialista em Matemática pela Universidade de Fortaleza (UNIFOR) e Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal da Ceará (UFC). Professor de Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará.