



**UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS
MODALIDAD A DISTANCIA**

**UNIDAD DIDÁCTICA
MATEMÁTICA FINANCIERA I**

AUTORES: Ing. Rómulo Mena C.
 Ing. Tania Escobar E.

Quito - Ecuador
2017

MATEMÁTICA FINANCIERA I

AUTORES:

Ing. Rómulo Eduardo Mena Campaña, MBA.

Ing. Tania Eslavenska Escobar Erazo, MSc.

Rómulo Eduardo Mena Campaña

Tania Eslavenska Escobar Erazo

MATEMÁTICA FINANCIERA I

ISBN- 978-9942-28-481-5

TABLA DE CONTENIDOS

| | |
|---|-----------|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1. UNIDAD | 3 |
| 1.1 PORCENTAJES, EXPONENTES, LOGARITMOS, DEPRECIACIONES Y SISTEMA FINANCIERO ECUATORIANO | 3 |
| 1.1.1 PORCENTAJE | 4 |
| 1.1.2 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 1 | 6 |
| 1.1.3 EXPONENTES | 7 |
| 1.1.3.1 Leyes de los exponentes | 7 |
| 1.1.4 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 2 | 8 |
| 1.1.5 LOGARITMOS | 9 |
| 1.1.5.1 Propiedades de los logaritmos | 9 |
| 1.1.6 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 3 | 10 |
| 1.1.7 DEPRECIACIÓN | 10 |
| 1.1.8 MÉTODOS DE DEPRECIACIÓN | 11 |
| 1.1.8.1 Método de línea recta | 11 |
| 1.1.8.2 Método de porcentaje fijo | 13 |
| 1.1.8.3 Método de suma de dígitos | 15 |
| 1.1.8.4 Método por unidad de producción o servicio | 17 |
| 1.1.8.5 Método del fondo de amortización | 19 |
| 1.1.9 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 4 | 21 |
| 1.1.10 EL DINERO | 23 |
| 1.1.10.1 Tipos de dinero | 23 |
| 1.1.10.2 Componentes del dinero | 24 |
| 1.1.10.3 Activos financieros | 24 |
| 1.1.10.4 Crédito | 25 |
| 1.1.11 SISTEMA FINANCIERO EN EL ECUADOR | 26 |
| 1.1.11.1 Marco legal | 27 |
| 1.1.11.2 Ley general de instituciones del sistema financiero | 28 |
| 1.1.11.3 Funcionamiento del sistema financiero | 29 |
| 1.1.12 EL ROL DE LA SUPERINTENDENCIA DE BANCOS DEL ECUADOR | 29 |
| 1.1.13 ESTRUCTURA DEL SISTEMA FINANCIERO | 30 |
| 1.1.14 NORMATIVA DEL SISTEMA FINANCIERO ECUATORIANO | 31 |
| 1.1.15 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 5 | 34 |
| 2. UNIDAD | 37 |
| 2.1 VALOR TEMPORAL DEL DINERO | 38 |
| 2.2 DEFINICIONES Y ANÁLISIS DE CONCEPTOS BÁSICOS | 39 |
| 2.2.1 DIFERENCIA ENTRE EL INTERÉS SIMPLE Y EL COMPUESTO | 40 |
| 2.3 INTERÉS SIMPLE | 40 |
| 2.3.1 FÓRMULA PARA EL INTERÉS SIMPLE | 40 |
| 2.3.2 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 6 | 44 |
| 2.4 EL MONTO. | 44 |
| 2.4.1 INTERÉS SIMPLE POR MENOS DE UN AÑO. | 47 |
| 2.4.2 INTERÉS SIMPLE EXACTO Y ORDINARIO. | 48 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 2.4.3 | CÁLCULO EXACTO Y APROXIMADO DEL TIEMPO. | 52 |
| 2.4.4 | ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 7 | 52 |
| 3. | UNIDAD | 55 |
| 3.1 | VALOR ACTUAL | 55 |
| 3.1.1 | VALOR ACTUAL DE UNA DEUDA QUE DEVENGA INTERÉS | 57 |
| 3.1.2 | VENTAS A PLAZOS | 60 |
| 3.1.3 | ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 8 | 62 |
| 3.2 | DESCUENTO RACIONAL O MATEMÁTICO. | 63 |
| 3.3 | DESCUENTO BANCARIO. | 64 |
| 3.3.1 | FÓRMULA PARA EL DESCUENTO BANCARIO. | 66 |
| 3.3.2 | DESCUENTO DE UNA DEUDA QUE DEVENGA INTERÉS. | 68 |
| 3.3.3 | LA TASA DE INTERÉS EQUIVALENTE A UN TIPO DE DESCUENTO | 72 |
| 3.3.4 | EL TIPO DE DESCUENTO EQUIVALENTE A UNA TASA DE INTERÉS | 73 |
| 3.3.5 | ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 9 | 73 |
| 3.4 | ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES | 75 |
| 3.4.1 | ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 10 | 80 |
| 4. | UNIDAD | 82 |
| 4.1 | INTERES COMPUESTO | 82 |
| 4.1.1 | PERIODO DE CAPITALIZACIÓN | 82 |
| 4.1.2 | TASA DE INTERÉS COMPUESTO | 82 |
| 4.1.3 | CÁLCULO DE MONTO COMPUESTO | 83 |
| 4.1.4 | TASA NOMINAL, TASA EFECTIVA Y TASAS EQUIVALENTES | 87 |
| 4.1.5 | CÁLCULO DEL VALOR ACTUAL O PRESENTE | 89 |
| 4.1.6 | TIEMPO | 93 |
| 4.1.7 | TASA DE INTERÉS | 95 |
| 4.1.8 | ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 11 | 96 |
| 4.2 | ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES | 98 |
| 4.2.1 | ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 12 | 101 |
| | BIBLIOGRAFÍA | 103 |

INTRODUCCIÓN



La matemática financiera trata en su primera parte sobre temas básicos relacionados con: porcentajes, logaritmos, progresiones, interés simple, tasa de interés, gráficos de tiempos y valores, descuentos, documentos financieros, ecuaciones de valor y cuentas de ahorro, interés compuesto y depreciaciones, cuyo conocimiento permitirá al estudiante encontrar soluciones a problemas que se presentan en la vida práctica relacionadas con el ámbito financiero, mercado de capitales, inversiones, ahorros y de manera general en las diferentes transacciones

IMPORTANCIA DE LA ASIGNATURA



Dentro del mundo de los negocios, el futuro profesional se enfrentará en muchas ocasiones a tomar decisiones que involucran la inversión adecuada de los recursos con que cuenta o a la disponibilidad de los mismos por lo tanto es necesario que tenga los conocimientos que involucran a la Matemática Financiera.

En el caso que nos ocupa, la formación en la especialidad profesional de Administración – Contabilidad, la asignatura Matemática Financiera es de importancia, pues le permitirá al estudiante, en el momento que desempeñe un cargo en los niveles de apoyo o de dirección en una empresa sea pública o privada, tenga las técnicas, herramientas y destrezas para la toma de decisiones; entonces, deberá revisar documentos y emitir una opinión profesional decisiva y definitiva sobre estudios y proyectos o informes realizados, que necesariamente contendrán cálculos matemáticos y sobre todo financieros, para ver si es rentable o no una inversión.

En el mundo actual, donde la economía se ha globalizado y que gracias al apoyo de la cibernética se ha dado una verdadera revolución; pues las negociaciones y transacciones financieras y afectaciones, se hacen en tiempo real, por lo que se requiere poseer sólidos conocimientos financieros que permitan aprovechar las oportunidades que se presentan en el mercado y tomar las medidas precautelatorias cuando estas puedan afectar las finanzas de la empresa.

1. UNIDAD

1.1 PORCENTAJES, EXPONENTES, LOGARITMOS, DEPRECIACIONES Y SISTEMA FINANCIERO ECUATORIANO



OBJETIVO DE LA UNIDAD.

Definir los conceptos básicos, proceso de cálculo y aplicaciones de porcentajes.

Definir los conceptos básicos, leyes, proceso de cálculo y aplicaciones de exponentes.

Definir los conceptos básicos, propiedades, proceso de cálculo y aplicaciones de logaritmos.

Definir los conceptos básicos, fórmulas, proceso de cálculo y aplicaciones de depreciaciones.

Conocer el ámbito del sistema financiero ecuatoriano y sus instituciones

1.1.1 PORCENTAJE

La palabra por ciento significa una cierta cantidad de cada ciento de una cantidad cualquiera. Por ejemplo el 6%, significa 6 unidades de cada 100 unidades.

Se conoce también con el término tanto por ciento y se define como la proporcionalidad que se establece con relación a cien unidades y se expresa con el símbolo (%). Ejemplo 10.5% significa $10.5/100 = 0.105$.

Cualquier número que esté expresado en forma decimal se puede escribir como porcentaje recorriendo el punto decimal dos lugares a la derecha y agregando el símbolo de % y viceversa. Ejemplo $0.4235 \rightarrow (0.4235)(100) = 42.35\%$.

El porcentaje puede también expresarse en forma fraccionaria sobre todo en las tasas de interés.

El cálculo del porcentaje se utiliza con frecuencia en el campo comercial y financiero para representar: aumentos, disminuciones, tasas de interés y de descuento, entre otros aspectos.

Las ganancias en las transacciones comerciales pueden expresarse en forma de porcentaje. Las pérdidas suelen expresarse en forma de un porcentaje del precio de costo, en tanto que las ganancias pueden expresarse como porcentaje del precio de costo o de venta.

EJEMPLO 1:

Un artículo se compra en \$1,000 y se vende en \$1,200. La utilidad es de \$200. Esta utilidad expresada en porcentaje será:

SOLUCIÓN.

- a. Con respecto al costo.

$$\% \text{ Utilidad} = \frac{\text{Utilidad}}{\text{Costo}}$$

$$\% \text{ Utilidad} = \frac{200}{1,000}$$

$$\% \text{ Utilidad} = 0.20$$

$$\% \text{ Utilidad} = 0.20 * 100 = 20\% \text{ del valor de compra.}$$

- b. Con respecto al precio.

$$\% \text{ Utilidad} = \frac{\text{Utilidad}}{\text{Ventas}}$$

$$\% \text{ Utilidad} = \frac{200}{1,200}$$

$$\% \text{ Utilidad} \cong 0.1667$$

$$\% \text{ Utilidad} \cong 0.1667 * 100 = 16.67\% \text{ del valor de venta.}$$

Este resultado significa que la utilidad sobre la inversión ha sido del 20%, o bien que el 16.67% de los ingresos ha sido la utilidad.

EJEMPLO 2:

Si el artículo del problema 1, que costó \$1,000 y que por circunstancias del mercado se vendió en \$800, la pérdida sobre el costo representada en porcentaje, se tendría.

SOLUCIÓN.

$$\% \text{ Pérdida} = \frac{\text{Pérdida}}{\text{Costo}}$$

$$\% \text{ Pérdida} = \frac{200}{1,000}$$

$$\% \text{ Pérdida} = 0.20$$

$\% \text{ Pérdida} = 0.20 * 100 = 20\%$ del valor de compra.

EJEMPLO.3:

Calcular el 20% de USD 48,000. Por la regla de tres simple y directamente.

SOLUCIÓN.

Por la regla de tres simple.

100% 48,000

20% X

$$X = \frac{20\% * 48,000}{100\%} = 9,600 \text{ USD}$$

$$48,000 * 20\% = 9,600 \text{ USD}$$

EJEMPLO.4:

Calcular el $50\frac{1}{2}\%$ de 30.000 USD. Por la regla de tres simple y directamente.

SOLUCIÓN.

Por la regla de tres simple

100% 30,000

50.5% X

$$X = \frac{50.5\% * 30,000}{100\%} = 15,150 \text{ USD}$$

Directamente.

$$30,000 * 50.5\% = 15,150 \text{ USD}$$

EJEMPLO.5:

Qué porcentaje de 1,000 USD es 71.25 USD. Por la regla de tres simple y directamente.

SOLUCIÓN.

Por la regla de tres simple

1,000 100%

71.25 X%

$$X\% = \frac{71.25 * 100}{1,000} = 7.125\%$$

Directamente.

$$\frac{71.25\%}{1,000} = 0.07125 = 7.125\%$$

EJEMPLO 6:

Una empresa comercial ofrece en venta refrigeradoras, cuyo precio de lista es de 650 USD, con un descuento del 20% por venta al contado y con el 12% de IVA. Calcular:

- a) El valor de la factura a pagar
- b) El descuento efectivo
- c) El porcentaje efectivo que beneficie al cliente.

SOLUCIÓN.

- a) Valor de la factura a pagar

| | |
|----------------|------------------------------|
| 650.00 | Precio de lista (PL) |
| <u>-130.00</u> | 20% descuento (650 * 0.20) |
| 520.00 | Precio con descuento |
| <u>62.40</u> | 12% impuesto (520 x 0.12) |
| 582.40 | Valor de la factura |

- b) Descuento efectivo (D.E.)

$$D.E = \text{precio de lista} - \text{valor de la factura}$$

$$D.E = 650 - 582,40$$

$$D.E = 67,60 \text{ usd}$$

- c) Porcentaje efectivo que beneficia al cliente

$$\% \text{ efectivo} = \frac{D.E.}{\text{Precio de lista}} = \frac{67,60}{650} = 0.104 = 10.4 \%$$

1.1.2 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 1

1. Un computador cuesta \$800, se ofrece un 20% de descuento por pagarlo al contado. ¿Cuál es el valor del descuento? ¿Cuál es el valor que se paga? R. \$160, \$640.
2. Una chaqueta tiene un precio de venta de \$130 y en temporada de rebajas se vende en \$104, ¿Cuál es el porcentaje descontado del precio de venta?. R. 20%
3. Se paga \$35 por una camisa que se encuentra en promoción con un descuento de 25% ¿Cuál era el precio de venta?. R. \$46.67
4. Una máquina artesanal que tenía un precio de \$500 se ha incrementado de 15%. ¿Cuál es el nuevo precio de la máquina?.
5. El precio de una motocicleta se ha incrementado en 14%, el precio final es ahora de \$3,650. ¿Cuál era el precio inicial?.
6. La factura de Internet, televisión por cable y teléfono de una vivienda es de \$52, le falta de añadir el porcentaje de IVA e ICE. ¿Cuánto supone el IVA? ¿Cuánto supone el ICE? ¿Cuál es el valor final de la factura?.
7. El valor en lista de un automóvil es de \$19,200. Por tratarse de un cliente corporativo se concede un 6% de descuento, pero luego se carga el IVA. ¿Cuál es el valor a pagar?

1.1.3 EXPONENTES

El exponente de un número dice **cuántas veces se multiplica** el número. Si se tiene 2^3 , quiere decir que $2^3 = (2)(2)(2) = 8$

1.1.3.1 Leyes de los exponentes

| Ley | Ejemplo |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $x^l = x$ | $6^1 = 6$ |
| $x^0 = 1$ | $7^0 = 1$ |
| $x^{-l} = 1/x$ | $4^{-1} = 1/4$ |
| $x^m x^n = x^{m+n}$ | $x^2 x^3 = x^{2+3} = x^5$ |
| $x^m / x^n = x^{m-n}$ | $x^4 / x^2 = x^{4-2} = x^2$ |
| $(x^m)^n = x^{mn}$ | $(x^2)^3 = x^{2 \times 3} = x^6$ |
| $(xy)^n = x^n y^n$ | $(xy)^3 = x^3 y^3$ |
| $(x/y)^n = x^n / y^n$ | $(x/y)^2 = x^2 / y^2$ |
| $x^{-n} = 1/x^n$ | $x^{-3} = 1/x^3$ |
| $X^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{X^m}$ | $X^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{X^2}$ |

EJEMPLO 1:

Simplifique las operaciones dadas.

- $2^2 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$
- $(-2)^2 x (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5 = -32$
- $a^5 a^{-2} a^{+3} = a^{5-2+3} = a^6$
- $(1+i)^3 (1+i)^6 = (1+i)^{3+6} = (1+i)^9$
- $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3 = 27$
- $\frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$
- $\frac{x^5}{x^4} = x^{5-4} = x^1 = x$
- $\frac{5^4}{5^4} = 5^{4-4} = 5^0 = 1$
- $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$
- $(-2^3)^4 = (-2)^{3 \times 4} = (-2)^{12} = 531,441$
- $(xy)^5 = x^5 y^5$
- $(4x)^2 = 4^2 x^2 = 16x^2$
- $\left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^3 = \frac{2^3 x^{2(3)}}{y^{3(3)}} = \frac{8x^6}{y^9}$
- $\frac{(1+i)^6}{(1+i)^2} = (1+i)^{6-2} = (1+i)^4$
- $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $a^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{a^3}$

EJEMPLO 2:

Resuelva la ecuación $500(1 + i)^4 = 1,000$

$$(1 + i)^4 = \frac{1,000}{500}$$

$$(1 + i)^4 = 2$$

$$1 + i = \sqrt[4]{2}$$

$$i = \sqrt[4]{2} - 1 = 0.189207 \dots$$

1.1.4 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 2

Evalúe las expresiones indicadas:

1. $2^2 + 3^4 - 4^3 =$

2. $(2)^4 + (-3)^3 - (-4)^3 =$

3. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 =$

4. $(-2)^3(3)^2(-4)^3 =$

5. $(3)^2 * (3)^4 * (-3)^3 =$

6. $(2xy)^2(2xy)^4 =$

7. $\frac{x^5}{x^2} =$

8. $\frac{x^4}{x^{-2}} =$

9. $\frac{x^{-5}}{x^3} =$

10. $\frac{4x^2y^{-3}}{3x^3y^2} =$

11. $\frac{(x+2y)^2(x+2y)^3}{(x+2y)^4} =$

12. $\left[\frac{(x+2y)^2(x-2y)^3}{(x+2y)^2}\right]^0 =$

13. $[(2x)^3]^{-2}$

Obtén, con exponentes fraccionarios, el resultado de las expresiones indicadas:

14. $\sqrt[3]{2^6} =$

15. $(\sqrt[4]{3})^6 =$

16. $\left(\sqrt[5]{4^{10/3}}\right)^2 =$

17. $(3x^3y^2)^{-3} =$

18. $(3x^{\frac{2}{4}}y^{-2})^{\frac{1}{2}} =$

19. $(5x^{-3}y^{-\frac{2}{7}})^{-\frac{1}{2}} =$

20. $(2y^{\frac{2}{5}})^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2}x^{\frac{3}{4}}y^2\right)^3$

Obtén con notación de radicales el resultado de las operaciones indicadas:

21. $[(2a)(4b)]^{\frac{1}{3}} =$

22. $\frac{\sqrt{x^7}}{\sqrt{x^3}} =$

23. $\left(\frac{x^7}{x^3}\right)^{\frac{1}{4}} =$

24. $\left(\frac{x^2}{\frac{1}{x^4}}\right)^3 =$

25. $\left(\frac{x^{\frac{5}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2 =$

26. $\left(\frac{3x^2}{2x^{\frac{1}{4}}}\right)^3 =$

27. $\left(\frac{3^{\frac{5}{3}}\sqrt{x^5}}{2^{\frac{3}{3}}\sqrt{x^3}}\right)^{-3} =$

1.1.5 LOGARITMOS

Se considera para el estudio solamente la parte que tiene relación con las matemáticas financieras.

Se estudiará la forma de cálculo de las variables n e i .

El logaritmo en base b de todo número N es un exponente L , tal que:

$$\log_b N = L \quad \text{significa que} \quad b^L = N$$

El logaritmo de un producto es igual a la suma de sus logaritmos.

1.1.5.1 Propiedades de los logaritmos

Forma 1. *El logaritmo de 1 con cualquier base es igual a 0*

$$\log_b 1 = 0$$

Forma 2. *El logaritmo de cualquier número positivo con la misma base siempre es igual a*

$$\log_b b = 1$$

Forma 3. *El logaritmo de cualquier número positivo al exponente r con la misma base es igual a*

$$\log_b b^r = r$$

Forma 4. *El logaritmo de un producto de números es la suma de los logaritmos de los números*

$$\log_b(m * n) = \log_b m + \log_b n$$

Forma 5. *El logaritmo de un cociente de números es la diferencia de los logaritmos de los números*

$$\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$$

Forma 6. *El logaritmo de una potencia de un número es el exponente multiplicado por el logaritmo del número*

$$\log_b m^r = r \log_b m$$

Forma 7. *El logaritmo del recíproco de un número es el negativo del logaritmo del número*

$$\log_b \frac{1}{m} = -\log_b m$$

EJEMPLO 1:

Calcular i , si $3.24 + (1 + i)^{50} = 6.345242 - 1$

SOLUCIÓN.

$$(1 + i)^{50} = 6.345242 - 1 - 3.24$$

$$(1 + i)^{50} = 2.105242$$

Aplicando logaritmos a ambos lados

$$\log (1 + i)^{50} = \log 2.105242$$

$$50 \log (1 + i) = \log 2.105242$$

$$\log (1 + i) = \frac{\log 2.105242}{50}$$

$$\log (1 + i) = 0.006446041$$

Obteniendo el antilogaritmo a ambos lados

$$1 + i = \text{Antilog } 0.006446041$$

$$i = \text{Antilog } 0.006466041 - 1$$

$$i = 1.014999996 - 1 = 0.01499 = 1.499\%$$

$$i \cong 1,5\%$$

EJEMPLO 2:

Calcular n , si $(1 + 0.12125)^n = 0.001042$

SOLUCIÓN.

$$\log(1 + 0.12125)^n = \log 0.001042$$

$$n \log(1.12125) = \log(0.001042)$$

$$n = \frac{\log 0.001042}{\log 1.12125} = \frac{-2.982132281}{0.049702456} = -59.9997 \cong -60$$

1.1.6 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 3

Resuelva las siguientes operaciones por medio de logaritmos.

1. $\frac{253 \times 2,589}{782} =$

3. $\log[(0.25)^5(2.5)^2] =$

2. $\frac{2.0553 \times 8.9}{7.2} =$

4. $\log \left[\frac{(6.25)^5(12.5)^2}{9.7} \right] =$

Determine el valor de la incógnita i , d y n , según corresponda.

5. $5 + (1 + i)^{15} = 7 - 1$

11. $1,000(1 + 0.09)^n = 4,000$

6. $\log 100 + 8 \log(1 + i) = \log 600$

12. $\frac{1 - (1 + 0.12)^{-n}}{0.12} = 5.25$

7. $\log(1 + i) = \frac{\log 600}{5} + \log 100$

13. $\frac{1 - (1 + 0.08)^{-20}}{0.08} = 10$

8. $\log 500 (1 + 0.08)^n = 2,000$

14. $\frac{(1 + 0.10)^{10} - 1}{0.10} = 12.50$

9. $2,000 (1 + i)^3 = 4,000$

15. $\frac{(1 + 0.06)^n - 1}{0.06} = 15$

10. $800 (1 - d)^5 = 100$

1.1.7 DEPRECIACIÓN

La depreciación se define como la pérdida de valor que sufren los activos fijos, principalmente por causas físicas o funcionales.

Físicas

Por causas físicas se refiere al desgaste producido por el uso o la acción de elementos naturales o por la combinación de ambos.

Funcionales

Las presentan por obsolescencia o por insuficiencia.

La primera es cuando el activo fijo se retira porque resulta anticuado por mejores técnicas o por nuevas invenciones. Respecto a la segunda, se observa cuando el activo fijo no puede hacer frente al servicio que de él se exige. El valor efectivo de la depreciación es aquel que actúa primero para acabar la vida útil del activo.

Al terminar la vida útil de un activo fijo, se puede reemplazar. Para llevar a cabo el reemplazo o reposición de los activos, será necesario crear un fondo de reserva, el cual se forma separando en forma periódica ciertas cantidades de dinero para ese fin.

Desde el punto de vista fiscal o impositivo, los tiempos y porcentajes de los cargos por depreciación autorizados se aplican según diversos métodos de depreciación.

El costo original de un activo menos la depreciación acumulada a una fecha determinada se denomina valor en libros y representa el valor que aún tiene el activo en los registros contables de una empresa.

Cuando un activo fijo ha llegado al final de su vida útil, tiene un valor de rescate conocido también como valor de deshecho o de salvamento. Puede ser nulo cuando el activo se convierte en un total desperdicio; puede ser positivo cuando existe una recuperación económica. Puede ser negativo si se requiere un gasto adicional para su remoción o retiro.

1.1.8 MÉTODOS DE DEPRECIACIÓN

Los métodos de depreciación de activos más usuales son: de línea recta, de porcentaje fijo, de suma de dígitos de unidades de producción o servicios y de fondo de amortización.

Para la solución de problemas de depreciación por los distintos métodos se tendrá en cuenta la nomenclatura siguiente:

| | |
|-----------------------------|--|
| <i>C</i> | Costo original del activo |
| <i>S</i> | Valor de salvamento o de desecho |
| <i>B</i> | Base de depreciación del activo fijo |
| <i>n</i> | Vida útil calculada en años |
| <i>d</i> | Tasa de depreciación anual |
| <i>N</i> | Número de unidades de producción o de servicio |
| <i>P_k</i> | Número de unidades de producción o servicio acumuladas al año <i>k</i> |
| <i>D_k</i> | Depreciación anual en el año <i>k</i> |
| <i>A_k</i> | Depreciación acumulada al final del año <i>k</i> |
| <i>V_k</i> | Valor en libros al final del año <i>C</i> |

1.1.8.1 Método de línea recta

Supone que la depreciación anual es igual para todos los años de la vida útil del activo. La depreciación anual se calcula dividiendo la base de depreciación entre el número de años de la vida útil del activo.

La base de depreciación está dada por:

$$B = C - S$$

La depreciación anual se obtiene de la fórmula:

$$D_k = \frac{C - S}{n} = \frac{B}{n} = D$$

La depreciación acumulada crece cada año en una cantidad fija de acuerdo a la fórmula:

$$A_k = kD$$

El valor o saldo en libros disminuye en el valor de la depreciación acumulada. Se obtiene con la fórmula:

$$V_k = C - kD$$

EJEMPLO 1:

Se compra una máquina en \$20,000 y se calcula una vida útil de 10 años antes de ser reemplazado por un equipo moderno. Su valor de desecho se calcula en \$5,000.

- Determiné la depreciación anual por el método de la línea recta.
- Elaborar su tabla de depreciación y las demostraciones correspondientes.

SOLUCIÓN.

| |
|------------------------|
| En este caso: |
| $C = 20,000$ |
| $S = 5,000$ |
| $n = 10$ |
| $D = \text{incógnita}$ |

- Primero se procede al cálculo de la base de depreciación (B).

$$B = C - S$$

Reemplazando,

$$B = 20,000 - 5,000 = 15,000$$

La depreciación anual se obtiene con (D_k)

$$D_k = \frac{C - S}{n} = \frac{B}{n}$$

Reemplazando,

$$D_{10} = \frac{15,000}{10}$$

$$D_{10} = 1,500$$

- Tabla de depreciación.

| Años k | Depreciación anual D | Depreciación acumulada A_k | Valor en libros V_k |
|----------|------------------------|------------------------------|-----------------------|
| 0 | | | 20,000 |
| 1 | 1,500 | 1,500 | 18,500 |
| 2 | 1,500 | 3,000 | 17,000 |
| 3 | 1,500 | 4,500 | 15,500 |
| 4 | 1,500 | 6,000 | 14,000 |
| 5 | 1,500 | 7,500 | 12,500 |
| 6 | 1,500 | 9,000 | 11,000 |
| 7 | 1,500 | 10,500 | 9,500 |
| 8 | 1,500 | 12,000 | 8,000 |
| 9 | 1,500 | 13,500 | 6,500 |
| 10 | 1,500 | 15,000 | 5,000 |

El cálculo de la depreciación acumulada para el año k , se obtiene de:

$$A_k = kD$$

Al comprobar la fórmula para el año 5, se tendría:

$$A_5 = 5(1,500) = 7,500$$

El cálculo del valor o saldo en libros, se obtiene con la fórmula:

$$V_k = C - kD$$

Al comprobar la fórmula para el año 5, se tendría:

$$V_5 = 20,000 - 5(1,500) = 12,500$$

1.1.8.2 Método de porcentaje fijo

Consiste en asignar un porcentaje de depreciación constante sobre el valor en libros. Este método considera que la depreciación será mayor en los primeros años de uso y menor en los últimos, debido a que el valor en libros disminuye cada año y, por lo tanto, la depreciación disminuye también.

La depreciación anual está dada por la fórmula:

$$D_k = V_{k-1}d$$

Para el cálculo del valor en libros al final de cada año se tiene:

$$V_k = C(1 - d)^k$$

Para el cálculo del valor de salvamento al término de la vida útil está dada por:

$$S = C(1 - d)^n$$

EJEMPLO 2:

Una fábrica de confecciones de prendas de vestir compró una máquina tejedora de medias. El costo fue de 16,000 dólares y resultará obsoleta en 5 años. Si la tasa de depreciación del 12% anual, se pide:

- Calcular la depreciación en el año 1, 2 y 3.
- ¿Cuál es el valor de desecho?
- Elabórese la tabla de depreciación.

SOLUCIÓN.

| | |
|------------------------|--------------------------------|
| En este caso: | |
| $C = 16,000$ | $d = 12\%$ |
| $n = 5$ años | $D_k = \text{incógnita}$ |
| $S = \text{incógnita}$ | tabla depreciación = incógnita |

- Para el cálculo de la depreciación al término de cada año, se aplica la fórmula

$$D_k = V_{k-1}d$$

En el año 1

$$D_1 = 16,000(0.12) = 1,920$$

En el año 2

$$D_2 = (16,000 - 1,920)(0.12) = (14,080)(0.12) = 1,689.60$$

En el año 3

$$D_3 = (14,080 - 1,689.60)(0.12) = (12,390)(0.12) = 1,486.85$$

b. Para el cálculo del valor de salvamento, se aplica la fórmula

$$S = C(1 - d)^n$$

Reemplazando,

$$S = 16,000(1 - 0.12)^5 = 8,443.71$$

c. La tabla de depreciación.

| Años k | Depreciación anual D_k | Depreciación acumulada A_k | Valor en libros V_k |
|----------|--------------------------|------------------------------|-----------------------|
| 0 | | | 16,000.00 |
| 1 | 1,920 | 1,920 | 14,080.00 |
| 2 | 1,690 | 3,610 | 12,390.40 |
| 3 | 1,487 | 5,096 | 10,903.55 |
| 4 | 1,308 | 6,405 | 9,595.13 |
| 5 | 1,151 | 7,556 | 8,443.71 |

EJEMPLO 3:

Un taller mecánico compró una prensa en \$5,000. Se calcula que el valor de salvamento será de \$2,000.00 al final de una vida de 10 años.

- Determinese la tasa de depreciación que es necesario aplicar.
- Formúlese la tabla de depreciación correspondiente.

SOLUCIÓN.

En este caso:

$$C = 5,000$$

$$n = 10 \text{ años}$$

$$S = 2,000$$

$$d = \text{incógnita}$$

a. Para el cálculo de la tasa de depreciación anual, se aplica la fórmula

$$S = C(1 - d)^n$$

Reemplazando los datos del problema, se tiene

$$2,000 = 5,000(1 - d)^{10}$$

Aplicando las propiedades de las ecuaciones, se obtiene el valor de d

$$\frac{2,000}{5,000} = (1 - d)^{10}$$

$$\sqrt[10]{\frac{2,000}{5,000}} = 1 - d$$

$$\sqrt[10]{\frac{2,000}{5,000}} - 1 = -d$$

$$d = 1 - \sqrt[10]{\frac{2,000}{5,000}} = 0.087556463$$

$$d \approx 8.76\%$$

1.1.8.3 Método de suma de dígitos

Este método de depreciación anual es variable y decrece con el tiempo; el valor más alto de la depreciación ocurre en el primer año de vida útil del activo y disminuye en progresión los años siguientes.

La depreciación anual es una fracción del valor de uso. El denominador de dicha fracción se obtiene numerando los años de la vida útil y se suman después. El numerador para el primer año es igual a la vida útil estimada, reduciéndose en una unidad por cada año. La fracción se multiplica por la base de la depreciación y se obtiene el cargo anual.

La base de depreciación está dada por:

$$B = C - S$$

El denominador de la fracción está dada por:

$$S_v = \frac{n(n+1)}{2}$$

Depreciación para el año k , se obtiene de la fórmula:

$$D_k = \frac{n-k+1}{S_v} * B$$

La depreciación acumulada crece cada año en una cantidad fija de acuerdo a la fórmula:

$$A_k = \frac{kB}{2S_v} (2n - k + 1)$$

El valor o saldo en libros se obtiene con la fórmula:

$$V_k = C - A_k \text{ o } V_k = C - \frac{kB}{2S_v} (2n - k + 1)$$

EJEMPLO 4:

Se compra un menaje de oficina con valor de \$29,000; se estima una vida útil de 10 años y tiene un valor de rescate de \$6,000. Por el método de suma de dígitos:

- Obtener la base de depreciación.
- Elaborar la tabla de depreciación.
- Verificar su depreciación, su depreciación acumulada, y su valor en libros en el año 3.

SOLUCIÓN

| |
|---|
| <p>En este caso:</p> <p>$C = 29,000$</p> <p>$S = 6,000$</p> <p>$n = 10$</p> <p>$D = \text{incógnita}$</p> |
|---|

a. El cálculo de la base de depreciación (B) está dada por la fórmula:

$$B = C - S$$

Reemplazando,

$$B = 29,000 - 6,000 = 23,000$$

b. El denominador de las fracciones está dada por:

$$S_v = \frac{n(n+1)}{2}$$

Si $n = 10$, entonces

$$S_v = \frac{10(10+1)}{2} = 55$$

Los numeradores de las fracciones son:

| | | | | | | | | | | |
|-----------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Año | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Numerador | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Las fracciones y su correspondiente depreciación:

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Año | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Fracción | $\frac{10}{55}$ | $\frac{9}{55}$ | $\frac{8}{55}$ | $\frac{7}{55}$ | $\frac{6}{55}$ | $\frac{5}{55}$ | $\frac{4}{55}$ | $\frac{3}{55}$ | $\frac{2}{55}$ | $\frac{1}{55}$ |
| Depreciación anual | 4,181.82 | 3,763.64 | 3,345.45 | 2,927.27 | 2,509.09 | 2,090.91 | 1,672.73 | 1,254.55 | 836.36 | 418.18 |

Tabla de depreciación.

| Años k | Fracción $\frac{n-k+1}{S_v}$ | Base de depreciación B | Depreciación anual D_k | Depreciación acumulada A_k | Valor en libros V_k |
|----------|------------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------|-----------------------|
| 0 | | | | | 29,000.00 |
| 1 | $\frac{10}{55}$ | 23,000 | 4,181.82 | 4,181.82 | 24,818.18 |
| 2 | $\frac{9}{55}$ | 23,000 | 3,763.64 | 7,945.46 | 21,054.54 |
| 3 | $\frac{8}{55}$ | 23,000 | 3,345.45 | 11,290.91 | 17,709.09 |
| 4 | $\frac{7}{55}$ | 23,000 | 2,927.27 | 14,218.18 | 14,781.82 |
| 5 | $\frac{6}{55}$ | 23,000 | 2,509.09 | 16,727.27 | 12,272.73 |
| 6 | $\frac{5}{55}$ | 23,000 | 2,090.91 | 18,818.18 | 10,181.82 |
| 7 | $\frac{4}{55}$ | 23,000 | 1,672.73 | 20,490.91 | 8,509.09 |
| 8 | $\frac{3}{55}$ | 23,000 | 1,254.55 | 21,745.46 | 7,254.54 |
| 9 | $\frac{2}{55}$ | 23,000 | 836.36 | 22,581.82 | 6,418.18 |
| 10 | $\frac{1}{55}$ | 23,000 | 418.18 | 23,000.00 | 6,000.00 |

Depreciación para el año k , se obtiene de la fórmula:

$$D_k = \frac{n - k + 1}{S_v} * B$$

Al realizar la prueba para el año 5, se tiene:

$$D_5 = \frac{10 - 5 + 1}{55} * 23,000 =$$

La depreciación acumulada crece cada año en una cantidad fija de acuerdo a la fórmula:

$$A_k = \frac{kB}{2S_v} (2n - k + 1)$$

Al realizar la prueba para el año 5, se tiene:

$$A_5 = \frac{5(23,000)}{2(55)} (2(10) - 5 + 1) = 16,727.27$$

El valor en libros para el año k se obtiene con la fórmula

$$V_k = C - \frac{kB}{2S_v} (2n - k + 1)$$

Al realizar la prueba para el año 5, se tiene:

$$V_5 = 29,000 - \frac{5(23,000)}{2(55)} (2(10) - 5 + 1) = 12,272.73$$

1.1.8.4 Método por unidad de producción o servicio

Al adquirir un activo se espera que dé servicio durante un determinado periodo (años, días, horas), o bien, que produzca una cantidad determinada de kilos, toneladas, unidades, kilómetros, etc. Si se conoce la vida esperada del bien en función de estos parámetros, puede depreciarse de acuerdo con las unidades de producción o servicio que genera durante un periodo determinado.

EJEMPLO 5:

Una máquina moldeadora de ladrillos tiene una vida estimada de 700,000 unidades, su costo de adquisición es de \$15,000 y su valor de salvamento se estima en \$4,000. Si la planificación de la producción se ha determinado como sigue:

| AÑO | # DE UNIDADES |
|--------------|----------------|
| 1 | 100,000 |
| 2 | 120,000 |
| 3 | 130,000 |
| 4 | 150,000 |
| 5 | 200,000 |
| TOTAL | 700,000 |

- Determinar la depreciación por unidad producida.
- Elaborar la tabla de depreciación correspondiente.

SOLUCIÓN

En este caso:

$$C = 15,000$$

$$S = 4,000$$

$$n = 700,000$$

$$D = \text{incógnita}$$

a. El cálculo de la base de depreciación (B), se tiene

$$B = C - S$$

Reemplazando,

$$B = 15,000 - 4,000 = 11,000$$

Dividiendo la base de depreciación entre el número de unidades de producción esperadas (D_k)

$$D_k = \frac{C - S}{n} = \frac{B}{n}$$

Reemplazando,

$$D_{700,000} = \frac{11,000}{700,000}$$

$$D_{700,000} = 0.015714285 \text{ por unidad.}$$

b. Tabla de depreciación.

| AÑO k | UNIDADES / AÑO | DEP. POR UNIDAD D | DEP. ANUAL D_k | DEP. ACUMULADA A_k | VALOR EN LIBROS V_k |
|---------|----------------|---------------------|------------------|----------------------|-----------------------|
| 0 | | | | | 15,000.00 |
| 1 | 100,000 | 0.015714285 | 1,571.43 | 1,571.43 | 13,428.57 |
| 2 | 120,000 | 0.015714285 | 1,885.71 | 3,457.14 | 11,542.86 |
| 3 | 130,000 | 0.015714285 | 2,042.86 | 5,500.00 | 9,500.00 |
| 4 | 150,000 | 0.015714285 | 2,357.14 | 7,857.14 | 7,142.86 |
| 5 | 200,000 | 0.015714285 | 3,142.86 | 11,000.00 | 4,000.00 |
| | 700,000 | | 11,000.00 | | |

El cálculo de la depreciación acumulada para el año k , se obtiene de:

$$A_k = D_1 + D_2 + \dots + D_k$$

Al comprobar la fórmula para el año 3, se tendría:

$$A_3 = 1,571.43 + 1,885.71 + 2,042.86 = 5,500$$

El cálculo del valor o saldo en libros, se obtiene con la fórmula:

$$V_k = C - A_k = C - (D_1 + D_2 + \dots + D_k)$$

Al comprobar la fórmula para el año 3, se tendría:

$$V_3 = 15,000 - 5,500 = 9,500$$

EJEMPLO 6:

Una máquina bordadora tiene una vida esperada de 50,000 horas de trabajo. Su costo de adquisición es de \$26,000 y su valor de salvamento es de \$6,000. El número de horas trabajo durante 4 años de operación fue el siguiente:

- a) Determinar la depreciación por hora de trabajo.
- b) Elaborar la tabla de depreciación correspondiente.

| AÑO | # DE HORAS |
|-------|------------|
| 1 | 10,000 |
| 2 | 12,000 |
| 3 | 13,000 |
| 4 | 15,000 |
| TOTAL | 50,000 |

SOLUCIÓN.

| |
|------------------------|
| En este caso: |
| $C = 26,000$ |
| $S = 6,000$ |
| $n = 50,000$ |
| $D = \text{incógnita}$ |

a. El cálculo de la base de depreciación (B), se tiene

$$B = C - S$$

Reemplazando,

$$B = 26,000 - 6,000 = 20,000$$

Dividiendo la base de depreciación entre el número de horas de producción esperadas (D_k)

$$D_k = \frac{C - S}{n} = \frac{B}{n}$$

Reemplazando,

$$D_{50,000} = \frac{20,000}{50,000}$$

$$D_{50,000} = 0.4 \text{ por hora.}$$

b. Tabla de depreciación.

| AÑO k | UNIDADE S / AÑO | DEP. POR UNIDAD D | DEP. ANUAL D_k | DEP. ACUMUL ADA A_k | VALOR EN LIBROS V_k |
|---------|--------------------|---------------------------|------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| 0 | | | | | 26,000.00 |
| 1 | 10,000 | 0.4 | 4,000.00 | 4,000.00 | 22,000.00 |
| 2 | 12,000 | 0.4 | 4,800.00 | 8,800.00 | 17,200.00 |
| 3 | 13,000 | 0.4 | 5,200.00 | 14,000.00 | 12,000.00 |
| 4 | 15,000 | 0.4 | 6,000.00 | 20,000.00 | 6,000.00 |
| | 50,000 | | 20,000.00 | | |

El cálculo de la depreciación acumulada para el año k , se obtiene de:

$$A_k = D_1 + D_2 + \dots + D_k$$

Al comprobar la fórmula para el año 3, se tendría:

$$A_3 = 4,000.00 + 4,800.00 + 5,200.00 = 14,000$$

El cálculo del valor o saldo en libros, se obtiene con la fórmula:

$$V_k = C - A_k = C - (D_1 + D_2 + \dots + D_k)$$

Al comprobar la fórmula para el año 3, se tendría:

$$V_3 = 26,000 - 14,000 = 12,000$$

1.1.8.5 Método del fondo de amortización

La depreciación anual recuperada por una empresa debe ser, en teoría, depositada en un fondo de reserva cuyo objetivo es lograr el reemplazo del activo. El fondo estará dado por la suma del cargo anual por depreciación más los intereses ganados en el periodo de referencia

El método del fondo de amortización es una variante del método de línea recta que sí toma en cuenta los intereses, de tal manera que la suma de los depósitos anuales más sus intereses, sea igual, al final de la vida útil del activo, a la depreciación total.

El cálculo de la depreciación total, que para el presente caso está dado por M , se tiene:

$$M = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Donde

$R = \text{depósito anual}$

$i = \text{rendimiento porcentual a interés compuesto de los valores depositados}$

$n = \text{número de periodos anuales de aportación al fondo}$

Para determinar el pago periódico se despeja R :

$$R = \frac{Mi}{(1 + i)^n - 1}$$

Por tanto, se deduce que $M = B$. Pues, el Monto a una tasa de interés i al término de la vida útil del bien depreciado debe ser igual a la base de depreciación. Y $R = D$, es el valor de depósito anual que debe realizarse al fondo.

EJEMPLO 7:

La empresa CACEM, para la reposición de sus activos fijos, ha decidido formar fondos de amortización. Planea cambiar su maquinaria y reponer aquella a un costo de \$220,000.00 y un valor de salvamento de \$40,000, el cual se recuperará al final de la vida útil del activo de 5 años.

- a. Calcule el valor del depósito anual, si su rendimiento será del 8% capitalizable anual
- b. Tabla de depreciación.

SOLUCIÓN.

En este caso:

$C = 220,000$

$S = 40,000$

$n = 5$

$D = \text{incógnita}$

Se procede al cálculo de la base de depreciación (B).

$$B = C - S$$

Reemplazando,

$$B = 220,000 - 40,000 = 180,000$$

Como $M = B$, entonces $M = 180,000$. Así también, $D = R$, $i = 8\%$ anual y vida útil de 5 años, se tiene:

$$R = \frac{Mi}{(1 + i)^n - 1}$$

$$R = \frac{180,000(0.08)}{(1 + 0.08)^5 - 1} = 30,682.16$$

El valor del depósito anual por 5 años es de \$30,682.16. Valores que, sumados los intereses correspondientes acumularían \$180,000. Su demostración está dada por:

$$M = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$M = 30,682.16 \frac{(1 + 0.08)^5 - 1}{0.08} = 180,000$$

Tabla de depreciación.

| Años <i>k</i> | Depósito | Interés ganado | Depreciación anual | Depreciación acumulada | Valor en libros |
|------------------|-----------|-------------------|-----------------------|---------------------------|--------------------|
| 0 | | | | | 220,000.00 |
| 1 | 30,682.16 | | 30,682.16 | 30,682.16 | 189,317.84 |
| 2 | 30,682.16 | 2,454.57 | 33,136.73 | 63,818.90 | 156,181.10 |
| 3 | 30,682.16 | 5,105.51 | 35,787.67 | 99,606.57 | 120,393.43 |
| 4 | 30,682.16 | 7,968.53 | 38,650.69 | 138,257.26 | 81,742.74 |
| 5 | 30,682.16 | 11,060.58 | 41,742.74 | 180,000.00 | 40,000.00 |

1.1.9 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 4

- Se compra una máquina en \$ 100,000.00 y se calcula que su vida útil será de 6 años. Si se calcula que tendrá un valor de desecho de \$ 10,000.00, encuentre la depreciación anual.
- Un camión mezclador de hormigón que cuesta \$95,000 tiene una vida útil estimada de 5 años. Al final de ese tiempo, se calcula que tenga un valor de salvamento de \$30,000. Determínese la depreciación anual y elabórese la tabla de depreciación. ¿En qué tiempo la depreciación acumulada es igual al valor en libros?
- Calcúlese la depreciación anual de una retroexcavadora que cuesta \$114,000, considerando una vida útil de 7 años y un valor de salvamento igual al 18% de su costo original. Elabórese una tabla de depreciación y obtenga en qué tiempo el valor en libros es igual a la depreciación acumulada.
- Una máquina de hacer helados de \$ 2,500 se espera que tenga una vida útil de 5 años y tenga un valor de desecho igual a cero. Determínese: a) La depreciación total. b) La depreciación anual. c) La tabla de depreciación.
- Un autobús cuesta \$ 53,750.00. Un transportista espera utilizarlo durante 10 años; al final de ese tiempo no tendrá valor alguno. Determine la depreciación acumulada y el valor en libros después de 6 años.
- Una empresa de infusiones naturales compró una máquina que es capaz de empaquetar 5,000,000 unidades antes de ser reemplazada por otra. La máquina costó \$35,600 y tiene un valor de salvamento de \$ 5,000. Calcule la depreciación total y la depreciación por unidad producida. Elabore una tabla de depreciación sabiendo que la producción fue como se muestra a continuación.

| AÑO | EMPAQUES |
|-----|-----------|
| 1 | 350,000 |
| 2 | 600,000 |
| 3 | 1,150,000 |
| 4 | 1,500,000 |
| 5 | 1,400,000 |
- Una máquina llenadora y tapadora de botellas se compró en \$27,500 y se le estima una capacidad productiva de 2,000,000 de unidades. Su valor de desecho es del 20% de su costo y el

MATEMÁTICA FINANCIERA I

número de botellas obtenidas durante 5 años de operación fue el siguiente:

| AÑO | BOTELLAS |
|-----|----------|
| 1 | 300,000 |
| 2 | 500,000 |
| 3 | 600,000 |
| 4 | 400,000 |
| 5 | 200,000 |

Determinese la depreciación por copia y elabórese la tabla de depreciación.

8. Una empresa panificadora compró una máquina amasadora costo fue de \$4,500. La máquina tiene una vida útil de 50,000 horas, al cabo de las cuales se podrá vender en \$1,200. Si las horas trabajadas por la máquina fueron:

| AÑO | HORAS |
|-----|--------|
| 1 | 8,000 |
| 2 | 10,000 |
| 3 | 11,000 |
| 4 | 10,000 |
| 5 | 7,000 |

Elabórese la tabla de depreciación.

9. Una empresa fabricante de chocolate en barras compró una máquina elaboradora de las barras en \$ 118,500.00, a la cual se le calcula un valor de salvamento del 15% de su costo. De acuerdo con el fabricante de la máquina, se estima que ésta podrá producir un total de 10'000,000 de barras de chocolate antes de ser sustituida por otra. Determinar la depreciación total y la depreciación por unidad producida.
10. Un constructor compró un camión mezclador en \$90,000. Tiene una vida estimada de 8 años y un valor de desecho del 30% del costo. Por el método de suma de dígitos, elabore la tabla de depreciación.
11. Un hotel cuesta \$800,000 y se le estima una vida útil de 20 años, con valor de salvamento estimado en \$200,000. Por el método de suma de dígitos, determine la depreciación anual para los primeros y últimos 5 años.

12. Se compra un tractor cortador de césped en \$ 6,570. Se espera que dure 5 años, después de este tiempo se obtendrá por el \$1,600. Por el método de suma de dígitos, elabore la tabla de depreciación.

13. Una máquina de moldeo por soplado para botellas plásticas tiene un valor \$85,000. La vida útil de este equipo es de 10 años y su valor de salvamento se calcula en \$20,000. Por el método de suma de dígitos, ¿cuál es la depreciación acumulada y el valor en libros después de 6 años?

14. Un automóvil que se va a utilizar como transporte turístico tiene un costo de \$38,500. El auto se estima una vida útil de 4 años, al cabo de los cuales se puede vender en \$18,000. Por el método de porcentaje fijo, calcule la depreciación total, la tasa de depreciación que debe aplicarse sobre el valor en libros y elaborar la tabla de depreciación.

15. Una máquina llenadora y tapadora de botellas se compró a un precio de \$ 22,000.00, con una vida estimada de 5 años y un valor de salvamento estimado en el 30% sobre el valor adquirido. Por el método de porcentaje fijo, calcule la tasa fija de depreciación anual y elabore la tabla de depreciación.

16. Se compró mobiliario de oficina a un costo de \$7,800. Se le estima una vida útil de 10 años y un valor de desecho igual al 25%. Por el método de porcentaje fijo, calcule la tasa anual de depreciación y el valor en libros de los primeros y últimos tres años.

17. Una empresa panificadora compró una máquina amasadora costo fue de \$4,500. La máquina se le estima una vida útil de 8 años y un valor de salvamento del 30% de su costo. Por el método de porcentaje fijo, determine la tasa de depreciación anual y el valor en libros para los últimos 3 años.

18. *Un rodillo compactador con neumáticos tiene un costo de \$90,000 y un valor de salvamento de \$ 24,000, estimándose una vida útil 4 años. Por el método de fondo de amortización, elabore la tabla de depreciación, tomando en cuenta que los depósitos anuales producen el 6.5% de interés anual.*
19. *Un camión ha costado \$87,500.00, tiene una vida útil de 10 años y se estima que el valor de desecho es de \$20,000. Por el método de fondo de amortización, elabore la tabla de depreciación para los primeros 5 años. Se supone una tasa de interés del 7% anual.*
20. *Una empresa de servicios informáticos adquiere equipo de cómputo con valor de \$34,000. Su vida útil esperada es de 3 años y su valor de desecho de cero. Por el método de fondo de amortización, elabórese la tabla de depreciación, considerando una tasa de interés del 7.8% con capitalización anual.*
21. *Una máquina llenadora y tapadora de botellas se compró a un precio de \$25,000. Se estima una vida útil de 8 años y un valor de desecho de cero. Por el método de fondo de amortización, Calcule la depreciación acumulada y el valor en libros al cabo de 5 años. Considérese que los depósitos anuales se invierten en un fondo al 7.5%.*

1.1.10 EL DINERO

El dinero es un medio de intercambio, por lo general en forma de billetes y monedas, que es aceptado por una sociedad para el pago de bienes, servicios y todo tipo de obligaciones. Su origen etimológico nos lleva al vocablo latino *denarius*, que era el nombre de la moneda que utilizaban los romanos.

El dinero cumple con tres características básicas:

1. se trata de un medio de intercambio, que es fácil de almacenar y transportar;
2. es una unidad contable, ya que permite medir y comparar el valor de productos y servicios que son muy distintos entre sí; y
3. es un refugio de valor, que posibilita el ahorro.

Siendo su función elemental la de intermediación en el proceso de cambio. El hecho de que los bienes tengan un precio proviene de los valores relativos de unos bienes con respecto a otros.

1.1.10.1 Tipos de dinero

- a. Dinero mercancía: Consiste en la utilización de una mercancía (oro, sal, cueros) como medio para el intercambio de bienes. La mercancía elegida debe ser: duradera, transportable, divisible, homogénea, de oferta limitada.
- b. Dinero signo: Billetes o monedas cuyo valor extrínseco, como medio de pago, es superior al valor intrínseco. El dinero signo es aceptado como medio de pago por imperio de la ley que determina su circulación (curso legal). El dinero signo descansa en la confianza que el público tiene en que puede utilizarse como medio de pago generalmente aceptado.
- c. Dinero giral: Representado por los depósitos bancarios.

1.1.10.2 Componentes del dinero

Dinero son los billetes y monedas de circulación legal en un país, en poder del público, más los depósitos bancarios en cuenta corriente movilizadas mediante el cheque.

O sea, el primer componente es el dinero en efectivo, el segundo es el denominado *dinero bancario* originado en la práctica de los negocios.

Los depósitos en cuenta corriente son denominados *depósitos a la vista* y son los que guardan mayor relación con el dinero en efectivo. En los países de elevado desarrollo económico-financiero, la masa de cheques en circulación representa una proporción muy significativa respecto del total monetario.

Los depósitos *a plazo* (cajas de ahorro, cuentas especiales, plazo fijo) poseen distintos grados de convertibilidad líquida.

Las entidades financieras tienen facultad de dar créditos hasta un determinado porcentaje de los depósitos captados. La autoridad monetaria establece una reserva obligatoria (efectivo mínimo o encaje), el resto puede ser afectado a operaciones de crédito.

Un cheque no es dinero, sino simplemente una orden a un banco para transferir una determinada cantidad de dinero, que estaba depositada en él.

Los depósitos no son una forma visible o tangible de dinero, sino que consisten en un asiento contable en las cuentas de los bancos.

En los países con un sistema financiero desarrollado, los billetes y las monedas representan una pequeña parte del total de la oferta monetaria.

1.1.10.3 Activos financieros

Los activos financieros son productos financieros, en los que el comprador adquiere un derecho de cobro de una cantidad de dinero a un emisor que vende ese producto. Estos activos pueden ser emitidos por cualquier unidad económica, como empresas, bancos o gobiernos. Podemos encontrar activos financieros de renta fija o activos financieros de renta variable.

En términos de contabilidad, el comprador de un activo financiero posee un derecho (activo) a cobrar, y el vendedor una obligación (pasivo). Por un lado el comprador tiene el derecho a cobrar los ingresos futuros que se producirán, y el vendedor tiene la obligación de pagarlos.

Gracias a los activos financieros, las corporaciones que lo emiten pueden financiarse a través de la generación de deuda. Además, los inversores buscan una rentabilidad con la inversión en esa deuda. Algunos ejemplos de activos financieros pueden ser:

- a. Efectivo: activo financiero líquido por excelencia.
- b. Depósitos bancarios: tienen mayor o menor liquidez según sean a la vista o a término.
- c. Títulos valores:
 - Acciones: títulos emitidos por las sociedades de capital a favor de sus socios, para acreditar su condición de tales.
 - Pagarés: promesas de pago emitidas por una persona (librador) a favor de otra (beneficiario).
 - Letras de cambio: órdenes de pago emitidas por un librador a favor de un beneficiario y a cargo de otra persona.

- Títulos de deuda, públicos y privados: sus titulares pasan a ser acreedores del ente emisor de aquellos. Reciben una renta fija.

1.1.10.4 Crédito

Término utilizado en el comercio y finanzas para referirse a las transacciones que implican una transferencia de dinero que debe devolverse transcurrido cierto tiempo. Por tanto, el que transfiere el dinero se convierte en acreedor y el que lo recibe en deudor; los términos crédito y deuda reflejan pues una misma transacción desde dos puntos de vista contrapuestos. Finalmente, el crédito implica el cambio de riqueza presente por riqueza futura.

Clasificación del crédito

A. Según el origen:

- a. Créditos comerciales, son los que los fabricantes conceden a otros para financiar la producción y distribución de bienes; créditos a la inversión, demandados por las empresas para financiar la adquisición de bienes de equipo, las cuales también pueden financiar estas inversiones emitiendo bonos, pagarés de empresas y otros instrumentos financieros que, por lo tanto, constituyen un crédito que recibe la empresa;
- b. Créditos bancarios, son los concedidos por los bancos como préstamos, créditos al consumo o créditos personales, que permiten a los individuos adquirir bienes y pagarlos a plazos;
- c. Créditos hipotecarios, concedidos por los bancos y entidades financieras autorizadas, contra garantía del bien inmueble adquirido;
- d. Créditos contra emisión de deuda pública. Que reciben los gobiernos centrales, regionales o locales al emitir deuda pública;
- e. Créditos internacionales, son los que concede un gobierno a otro, o una institución internacional a un gobierno, como es el caso de los créditos que concede el Banco Mundial.

B. Según el destino:

- a. De producción: Crédito aplicado a la agricultura, ganadería, pesca, comercios, industrias y transporte de las distintas actividades económicas.
- b. De consumo: Para facilitar la adquisición de bienes personales.
- c. Hipotecarios, destinados a la compra de bienes inmuebles.

C. Según el plazo:

- a. A corto y mediano plazo: Otorgados por Bancos a proveedores de materia prima para la producción y consumo.
- b. A largo plazo: Para viviendas familiares e inmuebles, equipamientos, maquinarias, etc.

D. Según la garantía:

- a. Personal. Créditos a sola firma sobre sus antecedentes personales y comerciales.
- b. Real (hipotecas).
- c. Prendarias cuando el acreedor puede garantizar sobre un objeto que afecta en beneficio del acreedor.

1.1.11 SISTEMA FINANCIERO EN EL ECUADOR

Antecedentes

Para el año 1830, el Ecuador consiguió su independencia, después de su separación de la Gran Colombia y de su conformación como República, su economía era poco monetizada y circulaban monedas de oro y plata acuñadas de acuerdo con sucesivas leyes de moneda; por lo que ya se planteaba la necesidad de establecer un banco; sin embargo la formación y consolidación del sistema bancario en el Ecuador fue lenta e incipiente hasta los años cuarenta del siglo XIX.

El desorden monetario ecuatoriano, provocado por la falsificación de billetes, la circulación de monedas falsas, la mutilación monetaria y la existencia de monedas de baja ley; tuvo un período de gran auge durante el gobierno de Juan José Flores, quien a pesar de promulgar drásticas medidas de castigo a esas actividades ilegales, no dispuso a ninguna autoridad para controlar su cumplimiento.

El alza extraordinaria en el precio del cacao en el año 1853 y su impacto económico en la estructura económica de la costa creaban las condiciones para el establecimiento de un banco. A pesar del apoyo y promoción del Estado no se estableció ninguno hasta 1859, año en el cual el gobierno de García Moreno, autorizó al español Manuel Antonio de Luzurraga a fundar el Banco de Luzurraga de Guayaquil. En 1861 cincuenta comerciantes del Puerto fundaron el Banco Particular. La circulación de los billetes que eran papeles sin ningún respaldo económico complicó más el panorama monetario del país.

En 1894 se crea el Banco Comercial y Agrícola de Guayaquil, con facultad emisora. En poco tiempo, se convirtió en la base económica de la exportación, de la industria y del comercio del puerto principal.

Las emisiones sin respaldo, la inflación, la especulación, el abuso del crédito, el desnivel de la balanza de pagos, la falta de control oficial sobre los bancos y la anarquía y rivalidad bancaria, en opinión de Luis Napoleón Dillon, fue una crisis causada por la inconvertibilidad del billete. Bajo esta argumentación, se crea el Banco Central del Ecuador –BCE–, dentro de un abigarrado conjunto de reformas de la economía ecuatoriana.

Como paso intermedio para la fundación del BCE, el 26 de junio de 1926 se crea la Caja Central de Emisión y Amortización, organismo encargado de reconocer oficialmente el monto total de medios de pago y de autorizar provisionalmente la circulación de billetes. Además, el 18 de octubre de 1926 se dispone que los bancos autorizados a emitir billetes entreguen a la Caja Central de Emisión y Amortización determinadas cantidades de oro y plata.

Mientras tanto, la misión presidida por Edwin. W. Kemmerer, ilustre economista que venía precedido de una gran fama, fruto de trabajos similares realizados en otros países a nivel mundial, preparaba un extenso conjunto de medidas económicas modernizantes; siendo su principal, el Proyecto de Ley Orgánica del Banco Central del Ecuador. En esta propuesta se creaba al BCE como una institución autorizada a emitir dinero, redescantar a tasa fija, constituirse en depositaria del gobierno y de los bancos asociados, administrar el mercado de cambios y fungir de agente fiscal.

El 4 de marzo de 1927 el Presidente Isidro Ayora suscribe la Ley Orgánica del Banco Central del Ecuador y el BCE inicia operaciones el 10 de agosto de 1927, fecha considerada como la de su fundación.

Estabilizar y unificar la moneda fueron los objetivos iniciales del BCE. Para lograrlo, se valió del “patrón oro de cambio”, régimen monetario que fijaba el precio del sucre en términos de oro; la obligación básica del BCE consistía en mantener fijo ese precio.

En la década de 1960 y 1970 el sistema bancario ecuatoriano comienza a modernizarse debido al

ingreso de bancos extranjeros como: Citibank, Banco Holandés Unido y Bank of América que realizaban operaciones de comercio exterior. Debido al incremento petrolero, los bancos del país receptan; vía préstamos grandes cantidades de crédito de la banca internacional.

Desde 1996 en adelante, diversos shocks internos e internacionales deterioraron aún más la situación del sistema productivo nacional. En el gobierno de Jamil Mahuad (1998-2000), la crisis económica estructural, ocasionada por una errada política económica, se transformó en una profunda recesión que generó niveles de consumo y producción extremadamente bajos.

El país terminó perdiendo la credibilidad de su moneda y el 9 de marzo de 1999 el Ejecutivo declara un feriado bancario que congeló la mayor parte de los depósitos de la ciudadanía, con un gran costo social y descontento. El anhelo político de mitigar el creciente malestar social llevó a que el Ejecutivo anuncie la dolarización de la economía ecuatoriana el 9 de enero de 2000. El dólar de los Estados Unidos pasó a reemplazar al sucre ecuatoriano en sus atribuciones de moneda de curso legal que cumple las funciones de reserva de valor, unidad de cuenta y medio de pago. El BCE queda imposibilitado de emitir moneda, salvo la moneda fraccionaria, y tiene la obligación de canjear los sucres existentes por los dólares de los Estados Unidos que poseía en su Reserva Monetaria Internacional –RMI-, a un tipo de cambio fijo, este último proceso termina en junio de 2001. Ya dolarizados, poco a poco el sistema financiero vuelve a la normalidad pero recién en 2004 las captaciones y colocaciones retoman sus niveles históricos previos a la crisis financiera de 1998. Los costos sociales de esta crisis, una de las mayores de la historia del Ecuador, son inmensurables.

El fin del sucre como moneda ecuatoriana fue el resultado más trascendente de la crisis y la implementación del dólar como moneda nacional tiene profundas repercusiones para el sistema bancario de los años 2000.

La dolarización se ha mantenido debido a la entrada de dólares provenientes de las remesas enviadas por los emigrantes, a los ingresos petroleros por el elevado precio internacional y a una progresiva devaluación del dólar que beneficia al sector exportador ecuatoriano.

1.1.11.1 Marco legal

El marco legal del sistema financiero ecuatoriano lo constituye un conjunto de leyes, reglamentos, decretos, normas y resoluciones que regulan la actividad financiera y se establecen en herramientas y documentos especiales para regularizar el ahorro y la inversión de los diversos elementos para el desarrollo de la economía.

Se conforma por:

La Constitución Política del Ecuador. La Ley General de Instituciones del Sistema Financiero.

Nuestra Constitución en su Art. 308 dice: Las actividades financieras son un servicio de orden público, y podrán ejercerse, previa autorización del estado, de acuerdo con la ley.

La Constitución de la República del Ecuador, determina las normas generales de la actividad financiera a través de la Superintendencia de Bancos y Seguros.

La Constitución de la República del Ecuador en su Art. 302, dice: Las políticas monetarias, cambiarias y financieras tendrán como objetivos:

- Suministrar los medios de pago necesarios para que el sistema económico opere con eficiencia.

- Establecer niveles de liquidez global que garanticen adecuados márgenes de seguridad financiera.
- Orientar los excedentes de liquidez hacia la inversión requerida para el desarrollo del país.
- Promover niveles y relaciones entre las tasas de interés, pasivas y activas que estimulen el ahorro nacional y el financiamiento de las actividades
- productivas, con el propósito de mantener la estabilidad de precios y los equilibrios monetarios en la balanza de pagos, de acuerdo al objetivo de estabilidad económica definido en la Constitución.

En su Art. 303, dice: La formulación de las políticas monetaria, crediticia, cambiaria y financiera es facultad exclusiva de la Función Ejecutiva y se instrumentará a través del Banco Central. La ley regulará la circulación de la moneda con poder liberatorio en territorio ecuatoriano.

La ejecución de la política crediticia y financiera también se ejercerá a través de la banca pública.

El Banco Central es una persona jurídica de derecho público, cuya organización y funcionamiento será establecido por la ley.

1.1.11.2 Ley general de instituciones del sistema financiero

TÍTULO I. DEL ÁMBITO DE LA LEY

ARTÍCULO 1.- Esta Ley regula la creación, organización, actividades, funcionamiento y extinción de las instituciones del sistema financiero privado, así como la organización y funciones de la Superintendencia de Bancos, entidad encargada de la supervisión y control del sistema financiero, en todo lo cual se tiene presente la protección de los intereses del público. En el texto de esta Ley la Superintendencia de Bancos se llamará abreviadamente "la Superintendencia".

Las instituciones financieras públicas, las compañías de seguros y de reaseguros se rigen por sus propias leyes en lo relativo a su creación, actividades, funcionamiento y organización. Se someterán a esta Ley en lo relacionado a la aplicación de normas de solvencia y prudencia financiera y al control y vigilancia que realizará la Superintendencia.

Son normas específicas para el correcto funcionamiento de las instituciones financieras.

Artículo 181.- El Superintendente de Bancos deberá disponer a todas las instituciones del sistema financiero que están bajo su control, la creación de provisiones por riesgo de tasas de interés.

El marco legal en el cual se sustenta el sistema de tasas de interés son las regulaciones del Banco Central del Ecuador, particularmente las expedidas en el Libro I Política Monetaria Crediticia; Título sexto: Sistema de Tasas de Interés. En este, se encuentran definidos conceptualmente todos los diferentes tipos de tasas de interés y segmentos, así como las disposiciones generales y transitorias relativas al sistema de tasas de interés. Adicionalmente, al igual que en otros países, las tasas activas dependen del riesgo crediticio que enfrentan las instituciones financieras debido a factores como la cultura de pago, las condiciones macroeconómicas del país, medidas de política económica, entre otros. Las tasas pasivas dependen a su vez de los costos de operación del sistema financiero y de las necesidades de fondeo de las mismas.

El marco legal que rige el costo del crédito expresado en la tasa de interés efectiva es la Ley de Regulación del Costo Máximo Efectivo del Crédito, esta Ley en su "Art. (1) dice: Para todos los efectos, el costo del crédito estará expresado únicamente en la tasa de interés efectiva, más los correspondientes impuestos de ley, debiendo entenderse por tasa efectiva aquella que añade a la tasa nominal y la forma de pago del crédito.

La Ley de Regulación del Costo Máximo Efectivo del Crédito permite:

- La transparencia del costo del dinero
- Utiliza tasas por segmentos y determina que el BCE dé las características de cada uno de éstos.
- Elimina el cobro de comisiones

La Ley de Regulación del Costo Máximo Efectivo del Crédito y sus artículos relacionados con las tasas de interés:

El Estado Ecuatoriano promoverá la participación de entidades financieras internacionales de primer nivel, en iguales condiciones de la banca nacional, con el propósito de ampliar la oferta de crédito y la participación de mayores actores en el mercado financiero, para que con mayor competencia y oferta bajen las tasas de interés y costo del dinero en general, en beneficio del sector productivo ecuatoriano.

1.1.11.3 Funcionamiento del sistema financiero

Las instituciones financieras reciben dinero de los depositantes y lo presta a quienes lo solicitan. Estas personas deben devolver el dinero con intereses, para que la institución pueda seguir prestando dinero. Este ciclo funciona de forma continua y simultánea. Las instituciones financieras son los intermediarios entre quienes tienen disponibilidad de recursos y quienes necesitan.

Los elementos que intervienen en el funcionamiento del sistema financiero, se detalla a continuación:

- La Superintendencia de Bancos es la institución encargada de controlar y supervisar a las instituciones financieras.
- Las familias y las empresas ahorran.
- Las familias depositan ese ahorro en una institución financiera.
- La institución les paga un interés, y a la vez les presta a otras familias y empresas.
- Las familias y empresas que tomaron créditos paga un interés.
- Esos recursos se vuelcan al consumo, a la inversión y a la actividad económica
- El aumento de la actividad económica hace crecer al país, y todos los ciudadanos se benefician.

1.1.12 EL ROL DE LA SUPERINTENDENCIA DE BANCOS DEL ECUADOR

La Superintendencia de Bancos (SB) del Ecuador es la institución encargada de controlar, regular y supervisar al sistema financiera del país, adicionalmente, asegura que las instituciones controladas cumplan las leyes y protege a los usuarios para que de esta forma haya confianza en el sistema.

El sistema financiero nacional se compone de los sectores público, privado, y del popular y solidario, que intermedian recursos del público. Cada uno de estos sectores contará con normas y entidades de control específicas y diferenciadas, que se encargarán de preservar su seguridad, estabilidad, transparencia y solidez. Estas entidades serán autónomas. Los directivos de las entidades de control serán responsables administrativa, civil y penalmente por sus decisiones.

La Superintendencia de Bancos aplica los principios de transparencia financiera, es decir, brinda información actual, amplia y suficiente a todos los usuarios del sistema para facilitar y hacer más eficientes sus decisiones a la hora de contratar y/o utilizar los productos y servicios financieros.

Para aplicar los principios de transparencia, la SB se ocupa de hacer pública la información sobre estados financieros, tasas de interés, tarifas por servicios, estadísticas, leyes, normativa, y brindar educación financiera, entre otras acciones, respecto del sistema financiero supervisado.

La SB, tiene como rol y funciones principales:

- Proteger el interés general en el ámbito financiero
- Velar por la estabilidad, solidez y correcto funcionamiento de las instituciones sujetas a su control y, en general, que cumplan las normas que rigen su funcionamiento.
- Exigir que las instituciones controladas presenten y adopten las correspondientes medidas correctivas y de saneamiento en los casos que así lo requieran.
- Elaborar y publicar por lo menos trimestralmente el boletín de información financiera.

1.1.13 ESTRUCTURA DEL SISTEMA FINANCIERO

Se conforma por:

I. SECTOR PRIVADO. Lo constituyen: Financieras, servicios financieros y servicios auxiliares.

A. FINANCIERAS

1. Los bancos. Instituciones que realizan labores de intermediación financiera recibiendo dinero de unos agentes económicos (depósitos), para darlo en préstamo a otros agentes económicos (créditos)
2. Las asociaciones Mutualistas de ahorro y crédito para la vivienda. Instituciones financieras privadas, con finalidad social, cuya actividad principal es la captación de recursos al público para destinarlos al financiamiento de vivienda, construcción y bienestar familiar de sus asociados.
3. Las cooperativas de ahorro y crédito. Asociaciones autónomas de personas que se reúnen de forma voluntaria para satisfacer sus necesidades y aspiraciones económicas, sociales y culturales mediante una empresa de propiedad conjunta y gestión democrática sin fines de lucro.

B. SERVICIOS FINANCIEROS

1. Casas de cambio
2. Bolsas de valores
3. Seguros de depósito
4. Montes de piedad
5. Tarjetas de crédito

C. SERVICIOS AUXILIARES

1. Calificadoras de riesgos
2. Compañías de financiamiento comercial
3. Compañía de arrendamiento mercantil
4. Cajeros automáticos
5. Corporación de garantía crediticia
6. Off-shore

II. SECTOR PÚBLICO

Se encuentra integrado por:

A. BANCO CENTRAL

Persona jurídica de derecho público, con autonomía y patrimonio propio, es el organismo ejecutor de la *política monetaria, financiera, crediticia y cambiaria*.

Art. 50.- El Banco Central del Ecuador es una persona jurídica de derecho público, de duración indefinida, es responsable de su gestión técnica y administrativa y con patrimonio propio. Tendrá como funciones instrumentar, ejecutar, controlar y aplicar las políticas monetaria, financiera, crediticia y cambiaria del Estado y, como objetivo velar por la estabilidad de la moneda. Su organización, funciones y atribuciones, se rigen por la Constitución, las Leyes, su Estatuto y los reglamentos internos, así como por las regulaciones y resoluciones que dicte su Directorio, en materias correspondientes a política monetaria, financiera, crediticia y cambiaria del país. En su administración interna deberá aplicar las leyes y normas vigentes para el sector público.

B. BANCO DEL ESTADO

Persona jurídica autónoma de derecho privado con finalidad social y pública; financiar programas, proyectos, obras y servicios del sector público, tales como Ministerios, Municipios, Consejos Provinciales, etc., que se relacionen con el desarrollo económico nacional.

C. BANECUADOR

Impulsa el desarrollo intensivo de la economía, cuyo efecto promueve y financia programas generales y proyectos específicos de fomento de la agricultura, la ganadería, la silvicultura, la industria y el comercio de materias y productos originarios del país.

D. CORPORACIÓN FINANCIERA NACIONAL

Institución financiera pública, autónoma, con personería jurídica, técnica, moderna, ágil y eficiente, estimula la modernización y el crecimiento de todos los sectores productivos y de servicios.

E. BEDE

Banco de Desarrollo al servicio de la ejecución de proyectos habitacionales de interés social acorde al Plan Nacional del Buen Vivir, atender la demanda de vivienda y su financiamiento, con suficientes recursos y con la participación dinámica del sector privado.

1.1.14 NORMATIVA DEL SISTEMA FINANCIERO ECUATORIANO

- a. **Constitución de la República del Ecuador.** El Ecuador es un Estado constitucional de derechos y justicia, social, democrático, soberano, independiente, unitario, intercultural, plurinacional y laico. Se organiza en forma de república y se gobierna de manera descentralizada. La soberanía radica en el pueblo, cuya voluntad es el fundamento de la autoridad, y se ejerce a través de los órganos del poder público y de las formas de participación directa previstas en la Constitución. El capítulo quinto. Función de Transparencia y Control Social. Sección cuarta. Superintendencias. Art. 213.- Las superintendencias son organismos técnicos de vigilancia, auditoría, intervención y control de las actividades económicas, sociales y ambientales, y de los servicios que prestan las entidades públicas y privadas, con el propósito de que estas actividades y servicios se sujeten al ordenamiento jurídico y atiendan al interés general. Las superintendencias actuarán de oficio o por requerimiento ciudadano. Las facultades específicas de las superintendencias y las áreas que requieran del control, auditoría y vigilancia de cada una de ellas se determinarán de acuerdo con la ley.

- b. **Código Orgánico Monetario y Financiero.** Tiene por objeto regular los sistemas monetario y financiero, así como los regímenes de valores y seguros del Ecuador. El ámbito de este Código establece el marco de políticas, regulaciones, supervisión, control y rendición de cuentas que rige los sistemas monetario y financiero, así como los regímenes de valores y seguros, el ejercicio de sus actividades y la relación con sus usuarios.
- c. **Ley General de Seguros Privados – Codificación.** Esta Ley regula la constitución, organización, actividades, funcionamiento y extinción de las personas jurídicas y las operaciones y actividades de las personas naturales que integran el sistema de seguro privado; las cuales se someterán a las leyes de la República y a la vigilancia y control de la Superintendencia de Bancos y Seguros.
- Integran el sistema de seguro privado:
- Todas las empresas que realicen operaciones de seguros;
 - Las compañías de reaseguros;
 - Los intermediarios de reaseguros;
 - Los peritos de seguros; y,
 - Los asesores productores de seguros.
- d. **Ley de Seguridad Social.** El Seguro General Obligatorio forma parte del sistema nacional de seguridad social y como tal su organización y funcionamiento se fundamentan en los principios de solidaridad, obligatoriedad, universalidad, equidad, eficiencia, subsidiariedad y suficiencia. Son sujetos obligados a solicitar la protección del Seguro General Obligatorio, en calidad de afiliados, todas las personas que perciben ingresos por la ejecución de una obra o la prestación de un servicio básico o intelectual, con relación laboral o sin ella; en particular:
- El trabajador en relación de dependencia;
 - El trabajador autónomo;
 - El profesional en libre ejercicio;
 - El administrador o patrono de un negocio;
 - El dueño de una empresa unipersonal;
 - El menor trabajador independiente; y,
 - Los demás asegurados obligados al régimen del Seguro General Obligatorio en virtud de leyes y decretos especiales.
- e. **Ley de Burós de Información.** Esta Ley tiene por objeto regular la constitución, organización, funcionamiento y extinción de los burós de información crediticia, cuya actividad exclusiva será la prestación de los servicios de referencia crediticia.
- Los servicios de referencias crediticias, sólo podrán ser prestados por los burós autorizados para operar por la Superintendencia de Bancos y Seguros. Los burós se constituirán como sociedades anónimas, cuyo objeto social exclusivo debe ser la prestación de servicios de referencias crediticias. En su denominación se incluirá obligatoriamente la frase: "Buró de Información Crediticia".
- La aprobación de la constitución de los burós, que conlleva el permiso de operación, corresponde a la Superintendencia de Bancos y Seguros, a cuyo control y vigilancia estarán sometidos en forma exclusiva.
- f. **Ley de Creación de la Red de Seguridad Financiera.** Las instituciones del sistema financiero deben constituir un fondo de reserva legal que ascenderá al menos al cincuenta por ciento (50%) de su capital suscrito y pagado. Para formar esta reserva legal, las instituciones financieras destinarán, por lo menos, el diez por ciento (10%) de sus utilidades anuales. La reserva legal comprende el monto de las cantidades separadas de las utilidades, y el total de las sumas pagadas por los accionistas a la sociedad emisora en exceso, sobre el valor nominal de las acciones suscritas por ellos, cuando el Estatuto determine el valor nominal de las acciones.

Asimismo, de acuerdo con sus estatutos o por decisión de la Junta General de Accionistas, podrán constituir otras reservas que tendrán el carácter de especiales o facultativas, formadas por la transferencia de las utilidades al patrimonio.

Las reservas por corrección monetaria son las resultantes de la aplicación de sistemas de corrección a los estados financieros.

A continuación del artículo 40, agregar los siguientes artículos innumerados:

Art. ...- Créase el Fondo de Liquidez del Sistema Financiero Ecuatoriano que actuará en calidad de prestamista de última instancia y otorgará préstamos de liquidez a las instituciones financieras privadas que se hallan sujetas a la obligación de mantener encaje de sus depósitos en el Banco Central del Ecuador, que mantengan su patrimonio técnico dentro de los niveles mínimos exigidos por la Ley y demás normas aplicables y que hayan administrado su liquidez de conformidad con las normas de carácter general dictadas por la Junta Bancaria.

Todas las instituciones financieras privadas controladas por la Superintendencia de Bancos y Seguros que mantienen depósitos sujetos a encaje, tienen la obligación de participar como adherentes en el Fondo de Liquidez del Sistema Financiero Ecuatoriano.

- g. **Ley del Banco del IESS.** Es una institución financiera pública con autonomía técnica, administrativa y financiera, con finalidad social y de servicio público, de propiedad del Instituto Ecuatoriano de Seguridad Social, denominada en adelante "el Banco", con personería jurídica propia, que se registrará por la presente Ley y por su Estatuto.

El objeto social del Banco será la prestación de servicios financieros bajo criterios de banca de inversión, para la administración de los fondos previsionales públicos del Instituto Ecuatoriano de Seguridad Social IESS; y, la prestación de servicios financieros, para atender los requerimientos de sus afiliados activos y jubilados.

- h. **Ley Orgánica de Economía Popular y Solidaria.** Se entiende por economía popular y solidaria a la forma de organización económica, donde sus integrantes, individual o colectivamente, organizan y desarrollan procesos de producción, intercambio, comercialización, financiamiento y consumo de bienes y servicios, para satisfacer necesidades y generar ingresos, basadas en relaciones de solidaridad, cooperación y reciprocidad, privilegiando al trabajo y al ser humano como sujeto y fin de su actividad, orientada al buen vivir, en armonía con la naturaleza, por sobre la apropiación, el lucro y la acumulación de capital. Se rigen por la presente ley, todas las personas naturales y jurídicas, y demás formas de organización que, de acuerdo con la Constitución, conforman la economía popular y solidaria y el sector Financiero Popular y Solidario; y, las instituciones públicas encargadas de la rectoría, regulación, control, fortalecimiento, promoción y acompañamiento.

Tiene por objeto:

1. Reconocer, fomentar y fortalecer la Economía Popular y Solidaria y el Sector Financiero Popular y Solidario en su ejercicio y relación con los demás sectores de la economía y con el Estado;
2. Potenciar las prácticas de la economía popular y solidaria que se desarrollan en las comunas, comunidades, pueblos y nacionalidades, y en sus unidades económicas productivas para alcanzar el Sumak Kawsay;
3. Establecer un marco jurídico común para las personas naturales y jurídicas que integran la Economía Popular y Solidaria y del Sector Financiero Popular y Solidario;
4. Instituir el régimen de derechos, obligaciones y beneficios de las personas y organizaciones sujetas a esta ley; y,
5. Establecer la institucionalidad pública que ejercerá la rectoría, regulación, control, fomento y acompañamiento.

- f. **Decreto 677 Banecuador BP.** Es una entidad financiera que forma parte del Sector Financiero Público, con personalidad jurídica propia y jurisdicción nacional, con patrimonio autónomo, autonomía técnica, administrativa, financiera y presupuestaria.

El objeto del Banco será el ejercicio de actividades financieras previamente autorizadas por la Superintendencia de Bancos, y la prestación de servicios financieros de crédito, ahorro e

inversión, bajo el criterio de intermediación financiera de recursos públicos y privados, atendiendo a la micro, pequeña y mediana empresa y empresas asociativas en sectores de producción, principalmente de agro negocios, comercio y servicios, con claro enfoque de desarrollo local y con preferencias en áreas rurales y urbano marginales, coadyuvando al fortalecimiento del “Plan Nacional del Buen Vivir”, a través de mecanismos de banca de primer y segundo piso.

1.1.15 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 5

1. Uno de los siguientes elementos no constituye los tipos de dinero:
 - a. Mercancía
 - b. Signo
 - c. Giral
 - d. Denario
 2. Uno de los siguientes elementos no constituye un activo financiero:
 - a. Efectivo
 - b. Depósitos bancarios
 - c. Títulos valores
 - d. Bienes inmuebles
 3. Uno de los siguientes elementos no constituye títulos valores:
 - a. Acciones
 - b. Pagarés
 - c. Letras de cambio
 - d. Depósitos bancarios
 4. Uno de los siguientes elementos no consta en la clasificación del crédito según el origen:
 - a. Créditos hipotecarios
 - b. Créditos contra emisión de deuda pública
 - c. Créditos internacionales
 - d. Créditos personales
 5. Los créditos a sola firma sobre sus antecedentes personales y comerciales, corresponde a:
 - a. Personal
 - b. Real
 - c. Prendarios
 - d. A corto plazo
 6. A pesar del apoyo y promoción del Estado no se establecía en el Ecuador, banco alguno. El gobierno de García Moreno, autorizó al español Manuel Antonio de Luzurruga a fundar el Banco de Luzurruga de Guayaquil en el año.
 - a. 1840
 - b. 1830
 - c. 1859
 - d. 1861
 7. el Banco Central del Ecuador inicia operaciones el 10 de agosto de:
 - a. 1822
 - b. 1859
 - c. 1927
 - d. 1960
 8. el feriado bancario que congeló la mayor parte de los depósitos de la ciudadanía, con un gran costo social y descontento ocurrió el 9 de marzo de:
 - a. 1998
 - b. 1999
 - c. 2000
 - d. 2001
 9. El Ejecutivo anuncia la dolarización de la economía ecuatoriana el 9 de enero del año:
 - a. 1999
 - b. 2000
 - c. 2001
 - d. 2002
 10. Uno de los siguientes elementos no intervienen en el funcionamiento del sistema financiero ecuatoriano:
 - a. Las familias y las empresas ahorran.
 - b. Las familias depositan ese ahorro en una institución financiera.
 - c. La institución les paga un interés, y a la vez les presta a otras familias y empresas.
 - d. Las familias y empresas que tomaron créditos reciben un interés.
- A las afirmaciones siguientes indique si es verdadera o falsa.
11. Los componentes del dinero son los billetes y monedas de circulación legal en un país, en poder del público, más los depósitos bancarios en cuenta corriente movilizados mediante el cheque.

- a. Verdadero
 - b. Falso
12. *En los países de elevado desarrollo económico-financiero, la masa de cheques en circulación representa una proporción poco significativa respecto del total monetario.*
- a. Verdadero
 - b. Falso
13. *La autoridad monetaria establece que los depósitos captados en un 100% pueden ser dedicados a operaciones de crédito.*
- a. Verdadero
 - b. Falso
14. *El crédito es el término utilizado en el comercio y finanzas para referirse a las desavenencias surgidas en una transferencia de dinero que debe devolverse transcurrido cierto tiempo.*
- a. Verdadero
 - b. Falso
15. *El que transfiere el dinero se convierte en acreedor y el que lo recibe en deudor; los términos crédito y deuda reflejan pues una misma transacción desde dos puntos de vista contrapuestos.*
- a. Verdadero
 - b. Falso
16. *El Banco Central es una persona jurídica de derecho público, cuya organización y funcionamiento será establecido por la ley.*
- a. Verdadero
 - b. Falso
17. *El Superintendente de Bancos deberá disponer a todas las instituciones del sistema financiero que están bajo su control, la creación de provisiones por riesgo de tasas de interés.*
- a. Verdadero
 - b. Falso
18. *Las instituciones financieras no intervienen como intermediarios entre quienes tienen disponibilidad de recursos y quienes necesitan.*
- a. Verdadero
 - b. Falso

2. UNIDAD

INTERÉS SIMPLE



OBJETIVOS DE LA UNIDAD

- Conocer las formas de calcular el interés simple en sus modalidades y sus aplicaciones en el ámbito comercial y financiero.
- Conocer y utilizar el proceso de cálculo de las variables del interés simple: capital, tasa de interés y tiempo.
- Conocer y calcular el monto y el valor presente o actual a interés simple.
- Conocer y comprender como se elabora una gráfica de tiempos y valores.
- Conocer cómo se calculan los intereses sobre saldos deudores.
- Resolver ejercicios prácticos.

ANTECEDENTES

Durante siglos, el cobro de intereses estuvo moralmente rechazado, y en ocasiones hasta penado, debido a la posición ideológica de la Iglesia católica, que lo consideraba usura. Los teólogos de la Escuela de Salamanca, ya en el siglo XVI, introdujeron cambios en esta postura al no considerar pecado el pago de intereses por préstamos que se utilizaran en negocios, puesto que el dinero se empleaba para crear nueva riqueza (aunque sí calificaban de pecaminoso el pago o cobro de intereses por préstamos utilizados para comprar bienes de consumo). Bajo el capitalismo moderno, el pago de intereses por cualquier préstamo se considera correcto e incluso conveniente, puesto que la carga que implica el pago de intereses permite la correcta asignación de los limitados fondos disponibles a aquellos proyectos en los que sean más rentables y productivos. Sin embargo, la ley islámica sigue considerando el cobro de intereses como algo pecaminoso en sentido estricto, por lo que en algunos países musulmanes se establecen medidas legales, como la participación en los beneficios, que permitan sustituir los intereses como recompensa al ahorro utilizado en las inversiones.

En la actualidad, la costumbre de hacer pagar un rédito por el uso de dinero prestado está profundamente arraigada en el sistema económico en que vivimos. Existen pruebas evidentes de que esta clase de contrato era completamente usual entre los hombres de negocios de las antiguas civilizaciones, a pesar de lo dicho en el párrafo anterior. Las leyes y estatutos por las que se rige hoy la relación contractual entre el prestatario y el prestamista¹ varían mucho de un país a otro, como varían asimismo mucho los métodos para calcular el rédito o interés, en especial cuando el período del préstamo es inferior a un año. La principal causa de la falta de uniformidad en los procedimientos usados para calcular el interés, consiste en que nuestro año contiene 365 días, y está dividido en meses de desigual duración.

El interés tiene una importancia fundamental en la presente civilización. Toda la vasta maquinaria financiera y crediticia descansa sobre este concepto básico de pagar por el dinero tomado en préstamo. Virtualmente, todos los ingresos de nuestros bancos se derivan, de préstamos e inversiones. Las bolsas de valores con sus imponentes listas de títulos con los que se negocia un día tras otro, las compañías dedicadas a hacer préstamos con o sin hipoteca, los bancos de ahorro, las compañías de seguros y las compañías inversionistas, son empresas que desaparecerían si nuestras leyes no reconocieran e hicieran cumplir la obligación de pagar por el uso del dinero tomado en préstamo. Sin el interés, casi no se pueden concebir los negocios.

Todos los cálculos de intereses se basan sobre ciertas relaciones numéricas. Estos conceptos matemáticos son muy sencillos y se han convertido en fórmulas mediante las cuales ha sido posible construir tablas numéricas, cuyo uso economiza una cantidad incalculable de tiempo y energía. Las tablas de rendimientos de obligaciones, las de anualidades, las de amortización y depreciación, las de ciertas compañías de seguros, los cuadros de las asociaciones de préstamos y edificación, etc., son algunas de las aplicaciones prácticas de los conceptos numéricos sobre los que descansa el cálculo de intereses.

2.1 VALOR TEMPORAL DEL DINERO

El factor tiempo juega un papel decisivo a la hora de fijar el valor de un capital. No es lo mismo disponer de 1,000 dólares hoy que dentro de un año, ya que el dinero se va depreciando como consecuencia de la inflación.

Por lo tanto, 1,000 dólares en el momento actual será equivalente a 1,000 dólares más una cantidad adicional dentro de un año. Esta cantidad adicional es la que compensa la pérdida de valor que sufre el dinero durante ese periodo.

Hay dos reglas básicas en matemáticas financieras:

¹ El prestatario y el prestamista: El primer emisor de un título valor se denomina prestatario, mientras que a la persona que compra el título valor se la conoce como prestamista. Los prestatarios necesitan dinero en efectivo, mientras que a los prestamistas les sobra liquidez. Cuando un prestatario emite un título valor que adquiere un prestamista, ambas partes se ven beneficiadas; el prestatario obtiene el efectivo que necesita y el prestamista el derecho a obtener en el futuro el valor monetario prestado, así como una tasa justa de beneficios (como pago de intereses).

1. Ante dos capitales de igual cuantía en distintos momentos, se preferirá aquel que sea más cercano.
2. Ante dos capitales en el mismo momento pero de distinto importe, se preferirá aquel de importe más elevado.

Para poder comparar dos capitales en distintos instantes, hay que hallar el equivalente de los mismos en un mismo momento, y para ello utilizaremos las fórmulas de matemática financiera.

¿Qué es preferible? Disponer de 2,000 dólares dentro de 1 año o de 4,000 dólares dentro de 5 años, considerando una tasa de descuento del 10%.

Para contestar a esta pregunta hay que calcular equivalentes de ambos importes en un mismo instante.

Así, por ejemplo, al aplicar las leyes financieras resulta que el primer importe equivale a USD 1,818.18 en el momento actual, y el segundo equivale a USD 1,862.76, se verá más adelante que es preferible elegir la segunda opción.

Se ha calculado los importes equivalentes en el **momento actual**, pero podría haber elegido cualquier otro instante (dentro de 1 año, dentro de 5 años, etc), y la elección habría sido la misma.

2.2 DEFINICIONES Y ANÁLISIS DE CONCEPTOS BÁSICOS

El interés.

Según se define ordinariamente, el interés es el rédito que hay que pagar por el uso del dinero tomado en préstamo. El rédito que se conviene en pagar por una suma determinada de dinero depende de la cuantía de la suma prestada, de la duración de la deuda y de la tasa, tanto por ciento o tipo de interés. Por consiguiente, al calcular el interés hay que tener en cuenta tres factores:

- El capital o principal.
- El tiempo.
- La tasa.

El capital.

El capital es la suma prestada. En adelante se empleará indistintamente las palabras principal y capital.

El tiempo.

El tiempo es la duración del lapso para el que se calcula el interés. De ordinario la unidad de tiempo es un año. Cuando se calculan los intereses correspondientes a un lapso menor que un año, la unidad comúnmente usada es el mes o el día.

La tasa.

La tasa, tanto por ciento² o tipo de interés, es el número de unidades pagadas como rédito, en la unidad de tiempo, por cada cien unidades de la suma prestada. La unidad de tiempo suele ser el año. Las unidades se expresan, naturalmente, en la moneda del país en el que se contrae la deuda, tal como dólares, pesos, reales, yenes, libras esterlinas, etc. Así, si se conviene que por cada cien dólares prestados se pagarán como interés 6 dólares al final de cada año, la tasa o tipo de interés es el 6 por ciento anual, que se representa 6%.

En muchos casos se denomina tasa no al tanto por ciento, sino al tanto por uno, es decir, al interés que produce cada unidad de capital por unidad de tiempo. Según esto, la tasa puede definirse como la razón del interés al capital por cada unidad de tiempo. En adelante, para las aplicaciones prácticas,

² Tanto por ciento o porcentaje, es la fracción de un número entero expresada en centésimas; pues representa fracciones cuyo denominador es 100. Así, 20 por ciento significa 20/100. Normalmente se representa con el símbolo %. Los cálculos de porcentajes se utilizan a menudo en la industria y las finanzas, y en el mundo científico para evaluar resultados.

se usará generalmente esta acepción de tasa, es decir, el tanto por uno; de modo que cuando se haya dado el tanto por ciento bastará dividir éste por cien para obtener la tasa.

2.2.1 DIFERENCIA ENTRE EL INTERÉS SIMPLE Y EL COMPUESTO

El interés simple se calcula sobre el capital primitivo que permanece invariable. En consecuencia, el interés que se obtiene en cada intervalo unitario de tiempo es siempre el mismo.

El interés compuesto se calcula a una tasa constante durante el plazo de la deuda, pero el capital es aumentado a intervalos regulares, añadiéndole el interés acumulado durante cada intervalo de tiempo pasado.

Cuando los intereses de una deuda se pagan periódicamente, no puede haber interés compuesto. Únicamente cuando los pagos de interés no se hacen a su vencimiento, empieza el acrecentamiento del capital. Es evidente que en los cálculos de interés compuesto el capital de la deuda crece al final de cada intervalo de tiempo, y en consecuencia, el interés se hace mayor en cada período sucesivo.

Como se verá en el capítulo correspondiente, las deudas a interés compuesto llegan a alcanzar una importancia enorme cuando transcurren muchos años.

2.3 INTERÉS SIMPLE

El interés simple es una fórmula financiera que permite calcular el rédito que genera un capital a una tasa de interés en un periodo de tiempo. Es una ley que se utiliza comúnmente en el corto plazo (periodos menores de 1 año).

El interés simple sobre cualquier capital se halla multiplicando unos por otros los números que representan el capital, el tiempo y la tasa.

$$\text{Interés} = \text{Capital} * \text{Tasa} * \text{Tiempo}$$

La nomenclatura a utilizar es como sigue:

$$I = \text{Interés reconocido durante la transacción}$$

$$P = \text{Principal o capital}$$

$$i = \text{Tasa de interés del período}$$

$$t = \text{Número de períodos que dura la transacción}$$

2.3.1 FÓRMULA PARA EL INTERÉS SIMPLE

Muchos problemas mercantiles y financieros se resuelven fácil y rápidamente empleando fórmulas. Una fórmula es una representación simbólica de ciertos hechos. Pueden usarse cualesquiera símbolos con tal que conozcamos los datos que representan. Se ha establecido la costumbre de usar las letras de los alfabetos griego y romano, con preferencia a otros signos; sin embargo, para nuestro estudio utilizaremos comúnmente las letras del alfabeto español. Las fórmulas permiten a menudo resolver con facilidad un problema difícil cuya solución por procedimientos puramente aritméticos sería lenta y fastidiosa. Además, cuando las relaciones numéricas pueden expresarse en una fórmula, se facilita muchísimo el proceso de hallar una cantidad desconocida.

Aplicando esas letras para expresar simbólicamente que el interés es el producto de los tres factores: capital, tasa y tiempo, tenemos:

$$I = Pit$$

Fórmula (1)

Esta es la fórmula para calcular el interés simple.

USO DE LA FÓRMULA DEL INTERÉS SIMPLE

En esta fórmula intervienen cuatro letras diferentes. Si se plantean problemas entre las magnitudes que ellas representan, de manera que tres sean conocidas, mediante transformación de la fórmula puede hallarse la cantidad desconocida.

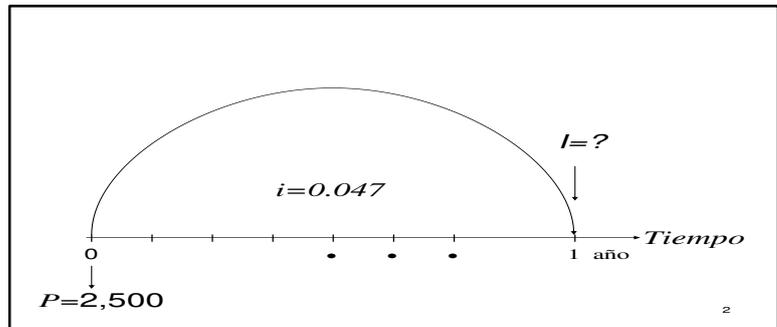
La fórmula (1) $I = Pit$, se llama también una ecuación. Una propiedad fundamental de las ecuaciones es que se puede sumar, restar, multiplicar o dividir por un mismo número a sus dos miembros y la igualdad no se ve afectada.

EJEMPLO 1:

El Banco del Pichincha paga el 4.7% sobre los depósitos a plazo³. ¿Cuál es el pago anual por interés sobre un depósito de USD 2,500?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $P = 2,500$
 $t = 1$ año
 $i = 0.047$
 $I = \text{incógnita}$



Fórmula (1) $I = Pit$,

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$I = 2,500 * 0.047 * 1$$

$$I = 117.50$$

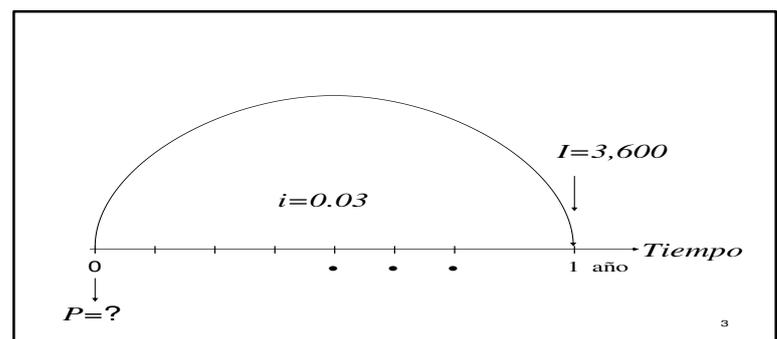
Luego, lo que el Banco del Pichincha paga anualmente por interés sobre este depósito asciende a USD 117.50.

EJEMPLO 2:

El Sr. Jaramillo, banquero de la provincia de Pichincha, toma prestado dinero en Ambato, Provincia del Tungurahua al 5% y presta a los agricultores de Machachi, Provincia de Pichincha al 8%, ganándose así el 3% neto. Si los ingresos anuales que obtuvo de esta manera ascendieron a \$3,600, ¿cuánto dinero prestó?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $t = 1$ año
 $i = 0.03$
 $I = 3,600$
 $P = \text{incógnita}$



Fórmula (1) $I = Pit$,

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

³ Depósitos a plazo: Son ahorros de dinero que no tienen una libre disposición de fondos, sino que éstos se recuperan a la fecha de vencimiento; aunque en la práctica se puede disponer de estos fondos antes de la fecha prefijada, pero con una penalización (la remuneración del fondo es menor que en el caso de esperar a la fecha de vencimiento).

$$3,600 = P * 0.03 * 1$$

Dividiendo ambos miembros por 0.03 se obtiene:

$$\frac{3,600}{0.03} = P$$

Al resolver las ecuaciones se acostumbra poner en el primer miembro la incógnita o cantidad desconocida. Haciendo esto, tenemos:

$$P = 120,000$$

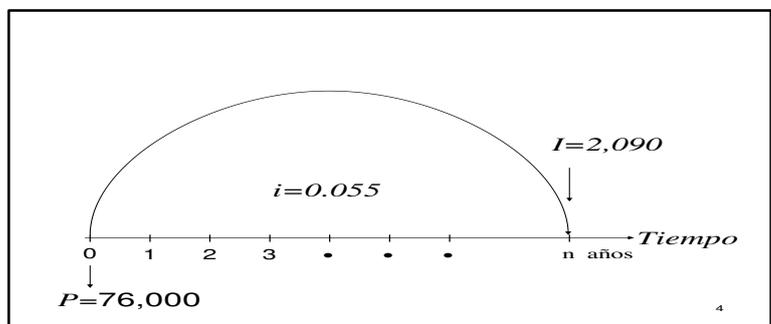
Por consiguiente, el Sr. Jaramillo prestó USD 120,000.

EJEMPLO 3:

La Cooperativa de Ahorro y Crédito DAF invirtió USD 76,000 al 5.5% en hipotecas⁴ locales y ganó \$2,090. ¿Durante cuánto tiempo estuvo invertido el dinero?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $P = 76,000$
 $i = 0.055$
 $I = 2,090$
 $t = \text{incógnita}$



Fórmula (1) $I = Pit$,

Con el fin de llevar la incógnita t al primer miembro de la ecuación, podemos invertir primero ésta y escribirla como sigue:

$$Pit = I$$

Dividiendo ahora ambos miembros por Pi se obtiene:

$$t = \frac{I}{Pi}$$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos.

$$t = \frac{2,900}{76,000(0.055)} = 0.5 \text{ años}$$

Por consiguiente, la Cooperativa de Ahorro y Crédito DAF tuvo invertido su dinero durante medio año.

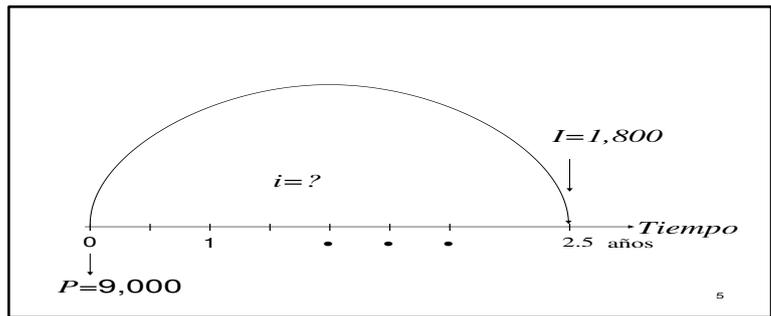
EJEMPLO 4:

El señor Carlos Rivadeneira tiene invertidos USD 9,000 durante $2\frac{1}{2}$ años a interés simple y obtiene en total USD 1,800 de interés, ¿cuál es la tasa de interés?

⁴ Hipotecas: Gravamen que sujeta un bien inmueble a responder de una determinada obligación o deuda, sin que el inmueble salga de la posesión de su propietario. En el caso de que el deudor no pague, incumpliendo la obligación garantizada, el acreedor podrá solicitar la venta del inmueble y cobrar lo que se le debe con el importe de la venta, lo que se denomina ejecución.

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $P = 9,000$
 $t = 2.5$
 $I = 1,800$
 $i = \text{incógnita}$



Fórmula (1) $I = Pit$,

Invirtiéndolo como en el problema anterior se tiene:

$$Pit = I$$

Dividiendo ambos miembros por Pt , se obtiene:

$$i = \frac{I}{Pt}$$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$i = \frac{1,800}{9,000(2.5)} = 0.08$$

Por consiguiente, el señor Carlos Rivadeneira obtuvo el 8% sobre su dinero.

Hay un aspecto que es importante tener en cuenta: el tipo de interés o tasa y el plazo deben referirse a la misma medida temporal (si la tasa de interés es anual, el plazo debe de ir en años, si la tasa de interés es mensual, el plazo irá en meses, etc.)

¿Cómo se calcula el tipo de interés equivalente, según distinta unidad de tiempo? Muy fácil, lo vamos a ver con un ejemplo: tasas equivalentes a una tasa anual del 16%.

| Base temporal | Cálculo | Tasa resultante |
|---------------|----------|-------------------------------|
| Año | 0.16/1 | 0.16 |
| Semestre | 0.16/2 | 0.08 |
| Cuatrimestre | 0.16/3 | 0.05333... \approx 0.0533 |
| Trimestre | 0.16/4 | 0.04 |
| Mes | 0.16/12 | 0.01333... \approx 0.0133 |
| Día | 0.16/365 | 0.000438436 \approx 0.00044 |

EJEMPLO 5:

Calcular los intereses de un préstamo de USD 10,000 al 16% anual durante 3 meses.

SOLUCIÓN.

Fórmula (1) $I = Pit$,

Sustituyendo las cantidades conocidas tenemos:

$$I = 10,000 \left(\frac{0.16}{12} \right) (3) = 400$$

Si utilizó como base temporal meses, el 16% anual se debe transformar a la tasa mensual equivalente:

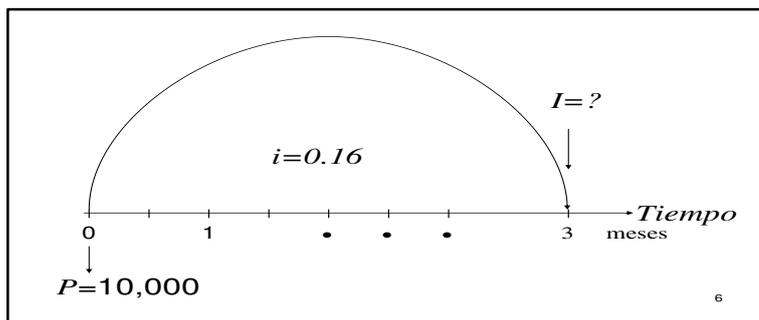
$$\left(\frac{0.16}{12}\right)$$

En este caso:

$$P = 10,000$$

$$i = \frac{0.16}{12}$$

$$t = 3 \text{ meses}$$

$$I = \text{incógnita}$$


2.3.2 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 6

1. Calcular las tasas anuales equivalentes: a) 4% semestral; b) 3% cuatrimestral; c) 5% trimestral; d) 1,5% mensual.
2. Calcular el interés que generan USD 5,000 durante 4 meses a un tipo de interés anual del 7%.
3. ¿Qué cantidad por concepto de interés simple mensual produce un capital de \$28,000 al 12 % anual en 1 mes?
4. ¿Qué cantidad por concepto de interés simple produce un capital de \$15,000 al 8 % anual en 1 año?
5. ¿Cuánto tiene que pagar por concepto de interés una persona que obtiene un préstamo de \$12,000 para liquidarlo en 9 después y le cobran intereses de 18 % anual simple?
6. ¿Cuánto dinero se invirtió en un plazo de 9 meses a una tasa de interés del 8.4% si se obtuvieron \$1,525 de intereses?
7. Una persona pagó \$1,600, en un plazo de 4 bimestres y la tasa de la operación fue al 14%. ¿Cuánto le prestaron?
8. ¿A qué tasa de interés simple anual \$3,500 acumulan \$600 de interés en un año?
9. Una persona compra un televisor que cuesta \$1,500, paga un enganche de \$700 y acuerda pagar \$960, tres meses después ¿Qué tipo de interés simple pago?
10. En cuanto tiempo se ganará un interés de \$1,500 si se deposita hoy \$8,000 en un fondo que paga el 7.5% de interés mensual simple?

2.4 EL MONTO.

El monto es la suma obtenida añadiendo el interés al capital, esto es:

$$\text{Monto} = \text{Capital} + \text{Interés}$$

Si designamos el monto con el símbolo S , mientras P e I siguen designando como antes el capital y el interés, respectivamente, podemos escribir:

$$S = P + I \qquad \text{Fórmula (2)}$$

Esta es la fórmula general para el monto. En esta ecuación podemos sustituir I por su equivalente Pit , según la fórmula (1), y obtenemos:

$$S = P + Pit$$

Cada uno de los términos del segundo miembro de la ecuación contiene P ; por consiguiente, P es un factor común y la ecuación puede escribirse en la forma siguiente:

$$S = P(1 + it)$$

Fórmula (3)

Esta es la fórmula, para el monto a interés simple de un capital P , que devenga interés a la tasa i durante t años.

EJEMPLO 1:

Una persona toma prestados USD 400 a interés simple, durante dos años, al 5%. Se conviene en pagar el interés cada año. ¿Cuánto recibirá en total el acreedor?

SOLUCIÓN.

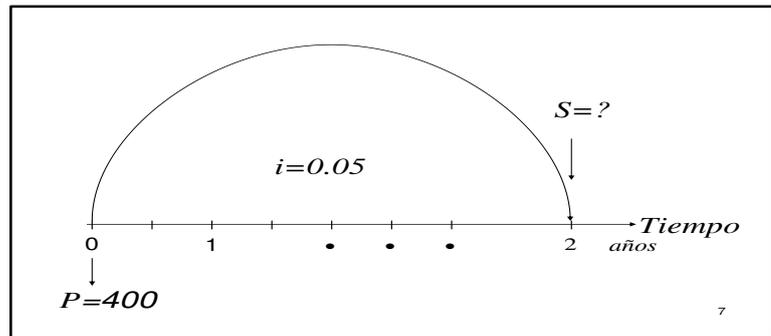
En este caso:

$P = 400$

$i = 0.05$

$t = 2$ años

$S = \text{incógnita}$



Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$S = P(1 + it)$$

$$S = 400[1 + (2)(0.05)]$$

$$S = 400(1.10) = 440$$

El acreedor recibirá USD 440, de los cuales USD 400 es el principal y USD 40 el interés.

EJEMPLO 2:

Un inversionista desea saber el capital cuyo monto ascenderá a USD 100,000, en 4 años, al 6% de interés simple.

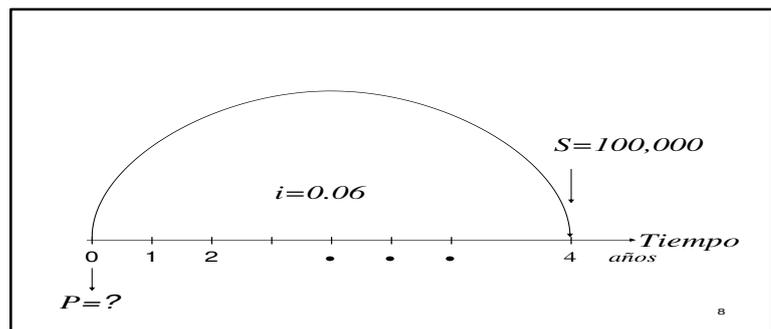
En este caso:

$P = \text{incógnita}$

$t = 4$

$i = 0.06$

$S = 100,000$



SOLUCIÓN.

Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Con el fin de hacer que la incógnita esté en el primer miembro de la ecuación, invertimos ésta y obtenemos:

$$P(1 + it) = S$$

Dividiendo ahora ambos miembros por $(1 + it)$ tenemos:

$$P = \frac{S}{(1 + it)}$$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se obtiene:

$$P = \frac{100,000}{[1 + (0.06)(4)]}$$

$$P = \frac{100,000}{1.24} = 80,645.$$

En consecuencia, el capital que en 4 años colocado al 6% montará USD 100,000 es USD 80,645.16.

EJEMPLO 3:

¿Cuánto tiempo tardarán USD 8,000 en convertirse en USD 10,000 al 5% de interés simple?

SOLUCIÓN.

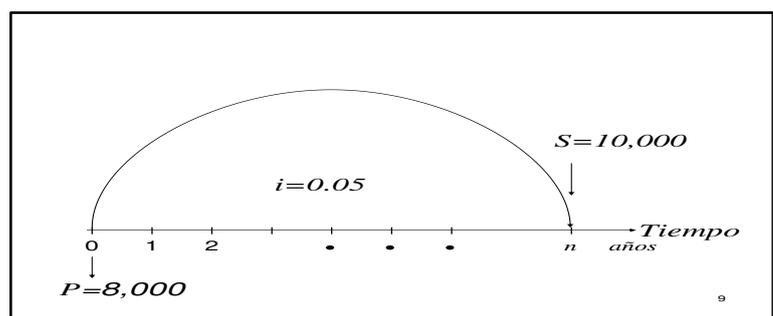
En este caso:

$P = 8,000$

$S = 10,000$

$i = 0.05$

$t = \text{incógnita}$



Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Invirtamos la ecuación para que la incógnita esté en el primer miembro:

$$P(1 + it) = S$$

Dividamos ambos miembros por P :

$$(1 + it) = \frac{S}{P}$$

Esta igualdad no se afecta si restamos de ambos miembros una misma cantidad. Restando 1 de ambos miembros, tenemos:

$$it = \frac{S}{P} - 1$$

Dividiendo ambos miembros por la cantidad conocida i , tenemos:

$$t = \frac{\frac{S}{P} - 1}{i}$$

Ahora que tenemos ya la incógnita t sola en el primer miembro de la ecuación, podemos proceder a sustituir las demás letras por las cantidades conocidas y obtenemos:

$$t = \frac{\frac{10,000}{8,000} - 1}{0.05}$$

$$t = \frac{0.25}{0.05} = 5 \text{ años}$$

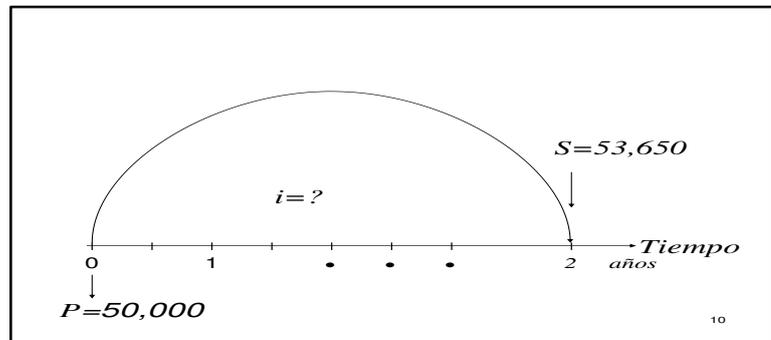
Por consiguiente, al 5% de interés simple, USD 8,000 se convertirán en USD 10,000 al cabo de 5 años.

EJEMPLO 4:

La Sra. Virginia Rivadeneira pasa dos años en Italia, y deja en la caja fuerte de su casa USD 50,000 en bonos⁵ del gobierno de Ecuador. A su vuelta vende los bonos por exactamente el mismo precio que pagó por ellos, pero recibe USD 53,650. Si la diferencia representa el valor de los cupones acumulados, ¿cuál fue la tasa de interés?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $P = 50,000$
 $t = 2 \text{ años}$
 $S = 53,650$
 $i = \text{incógnita}$



Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Se procede como en el ejemplo anterior para llevar la incógnita al primer miembro de la ecuación:

$$P(1 + it) = S$$

Por consiguiente:

$$1 + it = \frac{S}{P}$$

$$it = \frac{S}{P} - 1$$

$$i = \frac{\frac{S}{P} - 1}{t}$$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$i = \frac{\frac{53,650}{50,000} - 1}{2} = \frac{0.073}{2} = 0.0365$$

Así, la Sra. Virginia Rivadeneira recibió el 3.65% anual.

2.4.1 INTERÉS SIMPLE POR MENOS DE UN AÑO.

Por lo general, los problemas de interés simple implican alguna fracción de año. Para calcular el interés simple correspondiente a una fracción de año pueden usarse los mismos métodos seguidos en los ejemplos que anteceden.

En ocasiones el deudor y el acreedor suelen tener diversos criterios al contabilizar el tiempo, esta situación puede surgir por las irregularidades del calendario. Los diversos meses no contienen el mismo número de días. A este hecho se debe que existan, por lo menos, cuatro maneras distintas de calcular el interés simple para una fracción de año.

⁵ Bonos del gobierno: Son instrumentos financieros reflejados en un documento escrito en el que se estipula que el emisor adeuda al tenedor una determinada cuantía por la que le pagará ciertos intereses, además del principal, en determinadas fechas preacordadas. Los bonos emitidos por el Estado no están garantizados, pero el comprador se siente seguro al conocer la capacidad recaudadora de los gobiernos; sin embargo, el éxito de la emisión depende de la confianza que tengan los inversores en la estabilidad del Gobierno emisor.

Días terminales

El interés es un pago que se hace por el uso del dinero tomado en préstamo; para que el deudor pueda usar el préstamo es preciso que transcurra tiempo. Si se hace hoy un préstamo y se devuelve mañana, en realidad el deudor no ha usado los fondos durante dos días, sino durante un día. En justicia, debe pagar interés sólo por un día.

Así, para un préstamo hecho el 1 de enero y que vence el 18 del mismo mes, se cargaría interés por 17 días.

Fijación de la fecha del vencimiento

La fecha en que vence un préstamo se fija basándose en la forma en que esté redactada la obligación.

Por ejemplo, si en una transacción de fecha 1 de febrero un deudor se compromete a devolver el préstamo a los tres meses, habrá que entregar el dinero el 1 de mayo.

Por otro lado, si otro préstamo contratado el 1 de febrero ha de durar por acuerdo mutuo 90 días, la devolución habrá de hacerse el 2 de mayo; pero si el año es bisiesto la devolución debería ser el 1 de mayo. En este ejemplo se cuenta el número exacto de días, porque el tiempo se ha expresado en días.

2.4.2 INTERÉS SIMPLE EXACTO Y ORDINARIO.

Cuando se calcula el interés simple correspondiente a fracciones de año, es cómodo, y en muchas clases de transacciones es costumbre, suponer que cada día es $\frac{1}{360}$ de año. Este "año comercial" de 360 días es de cómodo uso, porque contiene 12 meses de 30 días.

Se facilitan así los cálculos mentales, como veremos a continuación, porque el número 360 tiene muchos divisores. Pero el interés simple *exacto* sólo puede obtenerse considerando cada día como $\frac{1}{365}$ de año o, en los años bisiestos, como $\frac{1}{366}$ de año.

Para ver, prácticamente, la diferencia entre el interés exacto y el interés ordinario, examine el problema de hallar el interés de USD 100,000 al 8% por un día. Recordando que:

$$Interés = Capital * Tiempo * Tasa$$

o lo que es lo mismo:

$$I = Pit$$

tenemos:

$$a) I = 100,000 * \frac{1}{365} * 0.08 = 21.22$$

$$Interés exacto = USD 21.92$$

$$b) I = 100,000 * \frac{1}{360} * 0.08 = 22.22$$

$$Interés ordinario = USD 22.22$$

Vemos, pues, que el interés ordinario correspondiente a un día es ligeramente *mayor* que el interés exacto.

Tenga en cuenta:

Si conoce el interés simple ordinario, se puede hallar el interés simple exacto restando del interés ordinario $\frac{1}{73}$ del mismo. Considerando la información del problema anterior, se tiene:

$$Interés ordinario = USD 22.22$$

El interés exacto sería:

$$22.22 - 22.22 \left(\frac{1}{73} \right) \cong 22.22 - 0.30 \cong 21.92$$

Recíprocamente, conociendo el interés simple exacto, se halla el interés simple ordinario sumando al interés exacto $\frac{1}{72}$ del mismo. De este modo si considera el problema anterior, se tiene:

Interés exacto = USD 21.92

El interés ordinario sería:

$$21.92 + 21.92 \left(\frac{1}{72} \right) = 21.92 + 0.30 = 22.22$$

Es de suma importancia recordar que las reglas que acabamos de dar para convertir el interés exacto en ordinario, o viceversa, sólo pueden aplicarse cuando el número de días que dura el préstamo, como asimismo los valores de P e i , son los mismos en ambos casos.

EJEMPLO 5:

Al Ing. Harold Santana le cargan USD 581.63 de interés exacto por un préstamo de \$10,600.00. ¿Cuál sería el interés ordinario?

SOLUCIÓN.

Interés ordinario:

$$\begin{aligned} &= 581.63 + 581.63 \left(\frac{1}{72} \right) \\ &= 581.63 + 8.08 = 589.71 \end{aligned}$$

El Ing. Santana debería pagar USD 589.71 si se cargaría a interés ordinario.

EJEMPLO 6:

El Banco de la Producción, a un interés ordinario del 4% durante 30 días, debe a un depositante USD 7.88 sobre el saldo medio de su cuenta de ahorros de USD 2,364.78. ¿Cuál sería el interés exacto?

SOLUCIÓN.

Interés exacto:

$$\begin{aligned} &= 7.88 - 7.88 \left(\frac{1}{73} \right) \\ &= 7.88 - 0.11 = 7.77 \end{aligned}$$

Cómputo del tiempo con el número exacto de días entre dos fechas.

A continuación se presenta una tabla por medio de la cual es posible hallar fácilmente el número exacto de días que abarca cualquier período de tiempo dentro de un año.

Tabla 1.- Número exacto de días en la duración del préstamo.

| Desde cualquier día de: | Al mismo día del próximo | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | Ene. | Feb. | Mar. | Abr. | May. | Jun. | Jul. | Ago. | Sep. | Oct. | Nov. | Dic. |
| Enero | 365 | 31 | 59 | 90 | 120 | 151 | 181 | 212 | 243 | 273 | 304 | 334 |
| Febrero | 334 | 365 | 28 | 59 | 89 | 120 | 150 | 181 | 212 | 242 | 273 | 303 |
| Marzo | 306 | 337 | 365 | 31 | 61 | 92 | 122 | 153 | 184 | 214 | 245 | 275 |
| Abril | 275 | 306 | 334 | 365 | 30 | 61 | 91 | 122 | 153 | 183 | 214 | 244 |

| | | | | | | | | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Mayo | 245 | 276 | 304 | 335 | 365 | 31 | 61 | 92 | 123 | 153 | 184 | 214 |
| Junio | 214 | 245 | 273 | 304 | 334 | 365 | 30 | 61 | 92 | 122 | 153 | 183 |
| Julio | 184 | 215 | 243 | 274 | 304 | 335 | 365 | 31 | 62 | 92 | 123 | 153 |
| Agosto | 153 | 184 | 212 | 243 | 273 | 304 | 334 | 365 | 31 | 61 | 92 | 122 |
| Septiembre | 122 | 153 | 181 | 212 | 242 | 273 | 303 | 334 | 365 | 30 | 61 | 91 |
| Octubre | 92 | 123 | 151 | 182 | 212 | 243 | 273 | 304 | 335 | 365 | 31 | 61 |
| Noviembre | 61 | 92 | 120 | 151 | 181 | 212 | 242 | 273 | 304 | 334 | 365 | 30 |
| Diciembre | 31 | 62 | 90 | 121 | 151 | 182 | 212 | 243 | 274 | 304 | 335 | 365 |

Reglas para usar la tabla:

1. Para obtener el número exacto de días comprendidos entre cualquier fecha de un mes y la misma de cualquier otro mes, hállese el número de la tabla situado en la columna encabezada por el mes terminal y en la línea horizontal correspondiente al nombre del mes inicial.
2. Cuando el número del día del mes terminal es mayor que el número del día del mes inicial, hállese en la tabla el número que corresponde al número de días comprendidos entre las mismas fechas de los dos meses, como en el numeral anterior, y *súmese* la diferencia entre el número del día del mes terminal y el del mes inicial.
3. Cuando el número del día del mes inicial es mayor que el del día del mes terminal, hállese el número de la tabla que corresponde al número de días comprendidos entre las mismas fechas de los dos meses, como en el numeral 1, y *réstese* la diferencia entre el número del día del mes inicial y el del mes terminal.
4. Siempre que en la duración de un préstamo esté incluido el 29 de febrero de un año bisiesto, procédase para hallar el número exacto de días en la forma que se ha descrito en los tres párrafos que anteceden y añádase 1 día al resultado.

EJEMPLO 7:

Hállese el número exacto de días desde:

SOLUCIÓN

- a. el 4 de enero al 4 de septiembre..... 243
- b. el 9 de marzo al 19 de agosto..... $153 + 10 = 163$
- c. el 23 de mayo al 7 de noviembre..... $184 - 16 = 168$
- d. el 11 de noviembre al 28 de febrero..... $92 + 17 = 109$
- e. el 11 de noviembre al 29 de febrero..... $92 + 18 = 110$

Cómputo del tiempo con el número aproximado de días entre dos fechas

La duración se mide por años de 360 días y meses de 30 días. La práctica corriente para calcular el interés sobre obligaciones, salvo en los casos en que se señale lo contrario, consiste en averiguar la duración del período restando la fecha más antigua de la más moderna.

Cuando el número de días a restar es mayor que el del minuendo, se aumenta este último en 30 y se disminuye en 1 el mes del minuendo. Cuando el número de meses que hay que restar es mayor que el que figura en el minuendo, se aumenta este último en 12 y se disminuye en 1 el año del minuendo.

EJEMPLO 8:

Se compra una obligación en la fecha del cupón⁶, 2 de marzo de 2007, y se vende el 23 de mayo del mismo año. ¿Por cuántos días se computará el interés sobre el cupón corriente?

SOLUCIÓN.

| Años | Meses | Días |
|----------|----------|-----------|
| 2016 | 5 | 23 |
| 2016 | 3 | 2 |
| 0 | 2 | 21 |

El período de interés para esta transacción de una obligación se tomará como 2 meses y 21 días, o sea 81 días.

EJEMPLO 9:

Un inversionista compra algunas obligaciones⁷ de una empresa textil el 15 de junio de 2007 y las vende el 3 de agosto del mismo año. ¿Cuántos días de interés recibe el inversionista?

SOLUCIÓN.

| Años | Meses | Días |
|------|-------|------|
| 2016 | 8 | 3 |
| 2016 | 6 | 15 |

Puesto que 15 es mayor que 3, podemos escribir:

| Años | Meses | Días |
|----------|----------|-----------|
| 2016 | 7 | 33 |
| 2016 | 6 | 15 |
| 0 | 1 | 18 |

Así, el período de interés sobre esas obligaciones se tomará como 1 mes y 18 días, o sea 48 días.

EJEMPLO 10:

¿Cuál es la duración del período comprendido entre el 9 de febrero del 1998 y el 4 enero del 2017?

SOLUCIÓN.

| Años | Meses | Días |
|-----------|-----------|-----------|
| 2017 | 1 | 4 |
| 1998 | 2 | 9 |
| 18 | 10 | 25 |

⁶ Cupón: El cupón es el beneficio que obtiene el poseedor del bono. Se fija por primera vez en el mercado primario, y no podrá cambiarse en función de los tipos de interés prevalecientes en cada momento en la economía. Sin embargo, lo que sí varía es el precio de mercado del bono. El pago del cupón constituye una obligación legal, por lo que el impago puede provocar la quiebra del emisor.

⁷ Obligaciones: Título, comúnmente amortizable, al portador y con interés fijo, que representa una suma prestada o exigible por otro concepto a la persona o entidad que lo emitió.

El período comprende 18 años, 10 meses y 25 días, o 18 años y 325 días.

2.4.3 CÁLCULO EXACTO Y APROXIMADO DEL TIEMPO.

Conociendo las fechas, el número de días que ha de calcularse el interés puede ser determinado de dos maneras:

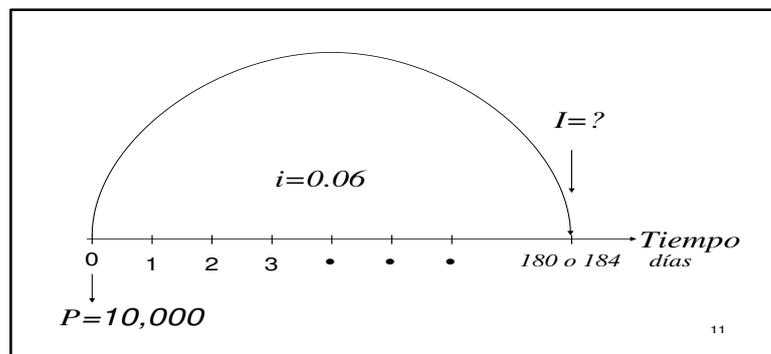
1. Cálculo exacto del tiempo.- Como su nombre lo indica, es el número exacto de días, tal como se encuentran en el calendario. Se acostumbra contar una de las dos fechas dadas.
2. Cálculo aproximado del tiempo.- Se hace suponiendo que cada mes tiene 30 días.

EJEMPLO 11:

Hallar el interés exacto y ordinario de USD 10,000 al 6% desde el 15 de agosto de 2006 al 15 de febrero de 2007, calculando el tiempo en forma exacta y aproximada

SOLUCIÓN.

| |
|---|
| <p>En este caso:</p> <p>$P = 10,000$</p> <p>$i = 0.06$</p> <p>$t = 180$</p> <p>$t = 184$</p> <p>$I = \text{incógnita}$</p> |
|---|



Interés exacto:

$$I = 10,000(0.06) \left(\frac{184}{365} \right) = 302.47, \text{ con tiempo exacto}$$

$$I = 10,000(0.06) \left(\frac{180}{365} \right) = 295.89, \text{ con tiempo aproximado}$$

Interés ordinario:

$$I = 10,000(0.06) \left(\frac{184}{360} \right) = 306.67, \text{ con tiempo exacto}$$

$$I = 10,000(0.06) \left(\frac{180}{360} \right) = 300.00, \text{ con tiempo aproximado}$$

De los cuatro métodos para calcular el interés simple, ilustrados en el ejemplo 16, el más corriente es el del interés ordinario con el número exacto de días, siendo éste el sistema utilizado por las instituciones bancarias, el cual, de los cuatro, es el método que produce el mayor interés en cualquier transacción.

2.4.4 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 7

1. Calcular el capital final que tendría un ahorrista si invierte USD 10,000 durante 6 meses al 8%.
2. Se tiene planificado recibir USD 5,000 dentro de 6 meses y USD 8,000 dentro de 9 meses, y ambas cantidades se las invertirá a una tasa del 7%. Calcular que importe se tendrá dentro de 1 año.
3. En cuanto tiempo se acumulan \$2,200 si se depositan hoy \$1,950 en un fondo que paga el 8% de interés anual simple?

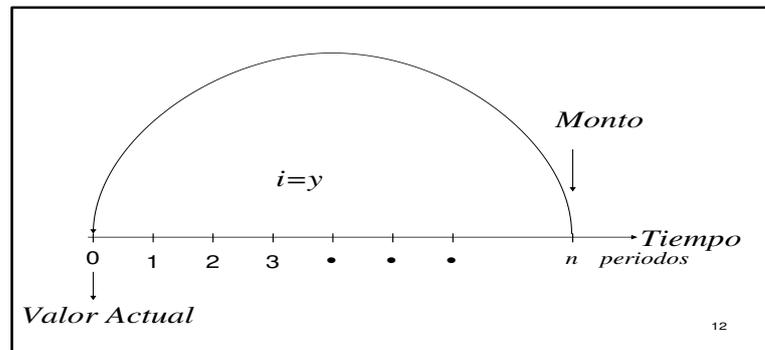
MATEMÁTICA FINANCIERA I

4. Se invirtió \$5,000 a un plazo de 6 meses y se retira al final de él, \$5,500, ¿cuál fue la tasa de interés anual que pagó el banco?
5. Se deposita hoy \$10,000 a una tasa del 6%, ¿cuál será el valor acumulado en un plazo de 6 meses?
6. Se compra un electrodoméstico por el cual se entrega un enganche de \$300 y se firma un pagaré por \$1,200 a 5 meses. Si la tasa de interés fue de 16%, ¿cuál es el precio al contado del bien?
7. ¿En cuánto tiempo se cubrirá un crédito de \$5,000 en una tasa de interés de 12.60% si al final tengo que pagar \$6,000?
8. Una empresa desea invertir \$45,000 para juntar \$50,000 en 300 días. ¿Qué tasa de interés debe buscar?
9. Disfraces Cantinflas necesita reunir \$12,000 dentro de 8 meses para renovar su inventario de trajes de alquiler. Una entidad financiera le ofrece el 8% anual de interés, ¿cuánto deberá depositar hoy para reunir dicha cantidad?
10. Se compra en almacén Créditos Económicos un televisor con cuotas chiquititas que tiene un precio al contado de \$1,299 a un plazo de 52 semanas y una tasa de interés del 18%, ¿Cuánto pagaré al final del plazo?
11. Se firmó un pagaré el 17 de septiembre por la cantidad de \$15,500 al 14.40%, ¿cuánto se deberá pagar el día de hoy 3 de marzo del siguiente año?
12. ¿Cuál es el valor de una deuda de \$9,000 que fue prestada el 17 de junio y se debe pagar el 3 de diciembre del mismo año? La tasa de interés fue del 16%.
13. ¿En cuánto tiempo se debe pagar un pagaré por un valor de \$10,000 y recargo por intereses del 15% anual, si la cantidad que se tiene que pagar al final del periodo es de \$11,000? Determine la respuesta en días.
14. Una compañía debe acumular \$7,500 en un plazo de 180 días. Si deposita ahora \$7,000, ¿qué tasa de interés debe buscar para lograr su propósito?
15. La Compañía LEVAPAN DEL ECUADOR S. A., tiene un pagaré de fecha 21 de agosto del 2007 que vence el 12 de marzo del 2008. Si el interés, calculado a razón del 16% anual, asciende a \$1,994.67, ¿cuál es el valor nominal del pagaré?
16. 5. La Compañía de textiles La Internacional S. A. tiene en su poder un pagaré de un cliente por USD 3,470, a 90 días. Si el pago hecho al vencimiento del mismo para su liquidación asciende a \$3,591.45, ¿cuál es la tasa del interés?
17. Patricio Ruales entregó al banco el día 27 de junio un cheque por \$14,300 para liquidar un préstamo de \$14,000.00 que obtuvo el 14 de mayo. ¿Cuál fue la tasa?
18. La empresa de plásticos PLASTLIT S.A. pagó USD 2,500.20 al liquidar totalmente su pagaré a la vista por USD 2,350 al 13% ¿Cuánto tiempo había estado en circulación el pagaré?
19. El Banco del Pichincha prestó a Carlos Rivadeneira Jr. USD 5,400 al 15% el día 14 de mayo del 2007. Si Rivadeneira Jr. no quiere pagar más de USD 400 de intereses ¿cuándo tendrá que liquidar el préstamo?
20. ¿A qué tasa producirá USD 400 un préstamo de 6,000 por cuatro meses?
21. El Banco del Pacífico tiene en su poder un pagaré de fecha 23 de diciembre de 2006 que devenga el 16% y vence el 5 de marzo de 2007. Si el interés asciende a \$1,182.00, ¿cuál es el principal?
22. El 12 de septiembre de 2016 Roberto Márquez tomó prestados \$715 al 9.32% de la Asociación de Profesores de la UPS, por 120 días. ¿En qué fecha se vence el préstamo y cuánto paga a la fecha de vencimiento?
23. La empresa de seguros CARSEG S.A. compró el 17 de junio del 2017 USD 100,000 de bonos del gobierno del Ecuador con interés del 10.75% y los vendió el 26 de septiembre del mismo año. ¿Qué interés obtuvo?

3. UNIDAD

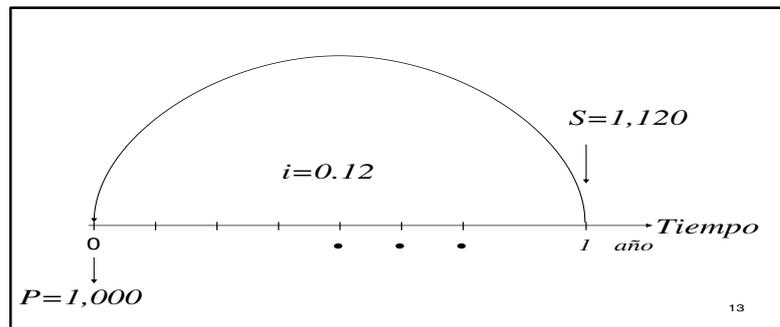
3.1 VALOR ACTUAL

Definición. El valor actual de una suma que vence en el futuro, es aquel capital que a un tipo de interés dado, en un período de tiempo también dado, ascenderá a la suma debida.



El valor actual y el monto pueden considerarse como puntos distintos sobre una recta o una curva, y el movimiento de estos dos puntos pueda ser concebido como teniendo lugar desde uno cualquiera de los dos al otro.

Puesto que la suma de USD 1,000 al 12% monta en el período de un año a USD 1,120; se deduce que el valor actual de USD 1,120 es USD 1,000.



Considere una transacción diferente y empiece por el otro extremo, si hay que pagar USD 1,000 de aquí a un año, ¿cuál es su valor actual, si la tasa del interés es del 12% anual? La respuesta hallada se obtiene por el método que se verá a continuación, es USD 892.86. Esto es, USD 892.86 colocados a interés por un año al 12% se convertirán en USD 1,000.

Si se conoce el monto para un tiempo y una tasa dados, el problema será entonces hallar el capital, que en realidad no es otra cosa que el valor actual del monto.

Por lo estudiado sabemos que:

$$S = P + Pit$$

O también

$$S = P(1 + it)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación por $(1 + it)$ se obtiene:

$$\frac{S}{(1 + it)} = P$$

O invirtiendo el orden:

$$P = \frac{S}{(1+it)} \quad \text{Fórmula (4)}$$

Esta es la fórmula, para el valor actual a interés simple.

Observe que P es un símbolo que representa, bien el capital en una transacción de interés simple, bien el valor actual de un monto.

EJEMPLO.1:

Si hay que pagar USD 1,000 de aquí a un año, ¿cuál es su valor actual, si la tasa del interés es del 12% anual?

SOLUCIÓN.

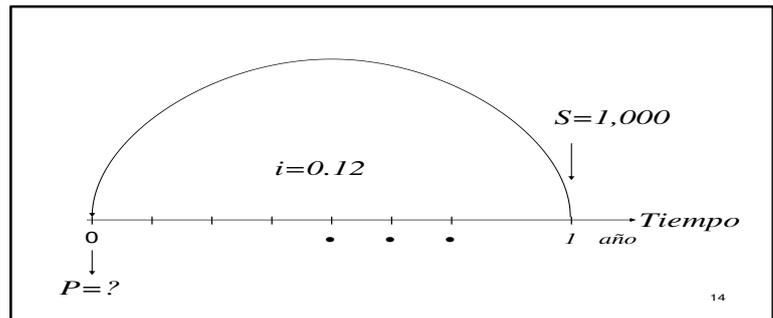
En este caso:

$i = 0.12$

$t = 1 \text{ año}$

$S = 1,000$

$P = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{1,000}{(1 + (0.12)(1))} = \frac{1,000}{1.12} = 892.86$$

Por consiguiente, cuando la tasa es del 12%, el valor actual de la suma de USD 1,000, si tiene que pagarse dentro de un año será de USD 892.86.

EJEMPLO.2:

¿Cuál es el valor actual de USD 9,000 a pagar dentro de 6 meses, si la tasa es el 12.5%?

SOLUCIÓN.

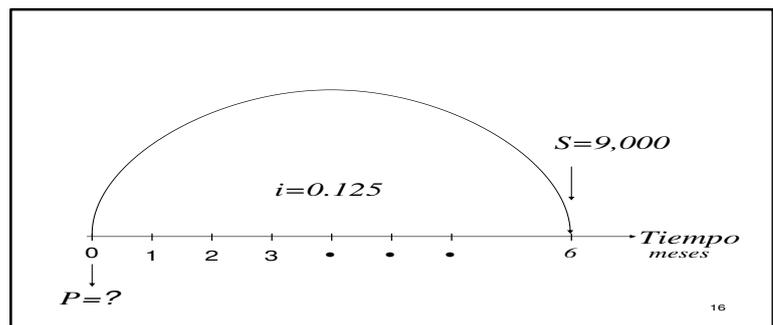
En este caso:

$i = 0.125$

$t = 6 \text{ meses}$

$S = 9,000$

$P = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{9,000}{\left(1 + \left(\frac{0.125}{12}\right)(6)\right)}$$

$$P = \frac{9,000}{1.0625} = 8,470.59$$

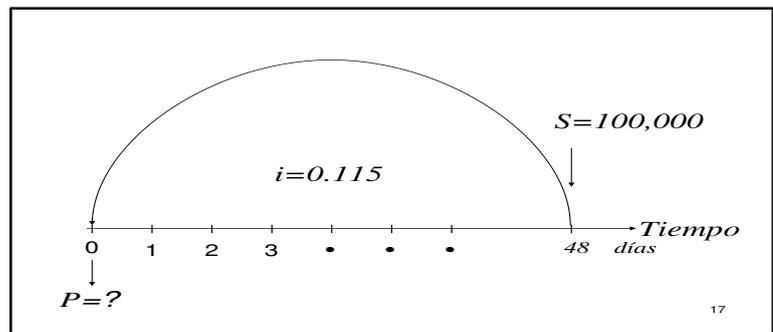
En consecuencia, cuando la tasa es del 12.5%, el valor actual de la suma de USD 9,000, si tiene que pagarse dentro de 6 meses será de USD 8,470.59.

EJEMPLO 4:

Un inversionista tiene la suma de USD 100,000 en cupones de obligaciones que vencen dentro de 48 días. ¿Cuál es su valor actual si la tasa de interés es del 11.5%?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $i = 0.115$
 $t = 48 \text{ días}$
 $S = 100,000$
 $P = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{100,000}{\left(1 + \left(\frac{0.115}{360}\right)(48)\right)}$$

$$P = \frac{100,000}{1.015333} = 98,489.82$$

Así resulta que, si la tasa es del 11.5%, el valor actual de USD 100,000 que vencen dentro de 48 días es USD 98,489.82.

3.1.1 VALOR ACTUAL DE UNA DEUDA QUE DEVENGA INTERÉS

Una deuda puede clasificarse como: a) sin interés; b) con interés. En el primer caso, S es el valor nominal⁸ de la deuda; en el segundo caso, S es igual al valor nominal de la deuda más el interés acumulado durante la vida de aquella.

Hasta ahora se ha presentado el caso a), en el que la deuda no devenga interés. A continuación se examina el caso b), valor actual de una deuda que devenga interés.

En la determinación del valor actual se supone siempre un tipo definido de interés. Este tipo puede ser igual o distinto del que devenga la deuda en sí misma. Cuando el tipo de interés fijado para obtener el valor actual es el *mismo* que el que devenga la deuda, es evidente que el valor actual será el valor nominal de la deuda en cuestión.

Cuando el tipo de interés señalado para obtener el valor actual es *diferente* del que devenga la deuda, es evidente que el valor actual será diferente del valor nominal de la deuda. En esos casos, el procedimiento a seguir consiste en efectuar dos operaciones separadas y distintas: primero, hallar S ,

⁸ Valor nominal: Cantidad por la que se emite una obligación y otros documentos mercantiles a la fecha de vencimiento.

la cantidad total a pagar al vencimiento, por medio de la fórmula (3); y segundo, hallar el valor actual de esta cantidad S al tipo designado de interés, por medio de la fórmula (4).

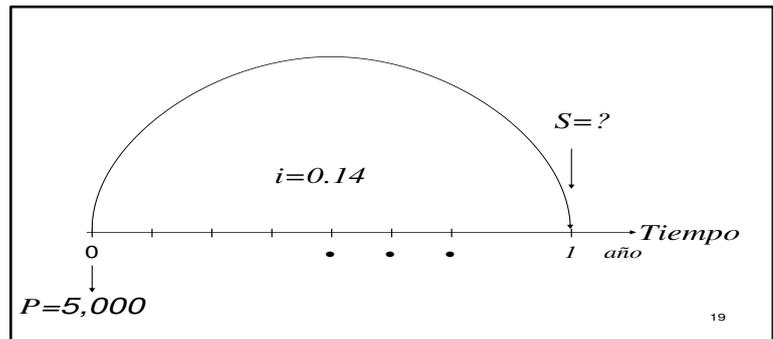
EJEMPLO 5:

El Sr. Erazo Galo ha entregado su pagaré para pagar USD 5,000 dentro de un año con interés al 14%. Calcular el valor actual del pagaré a una tasa de 14%.

SOLUCIÓN.

Consta de dos partes separadas. Primero, puede obtenerse fácilmente la cantidad a pagar en la fecha futura usando la fórmula para el monto a interés simple.

En este caso:
 $P = 5,000$
 $i = 0.14$
 $t = 1$ año
 $S = \text{incógnita}$



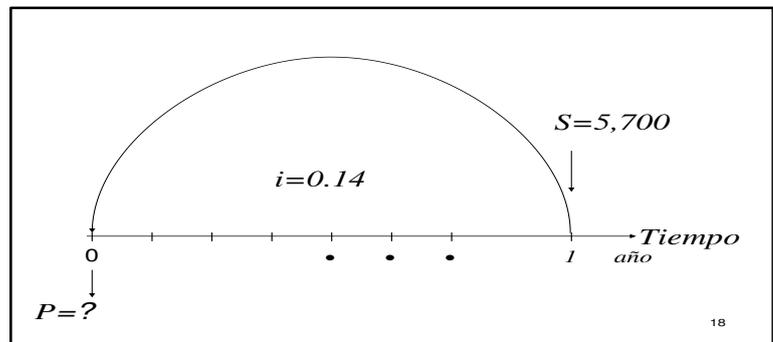
Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$S = 5,000(1 + (0.14)(1)) = 5,700$$

El segundo paso consiste en hallar el valor actual al 14% de USD 5,700 a pagar dentro de un año.

En este caso:
 $S = 5,700$
 $i = 0.14$
 $t = 1$ año
 $P = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{5,700}{(1 + (0.14)(1))}$$

$$P = \frac{5,700}{1.14} = 5,000$$

Lo que nos trae otra vez al punto de partida, esto es, el valor inicial de la deuda.

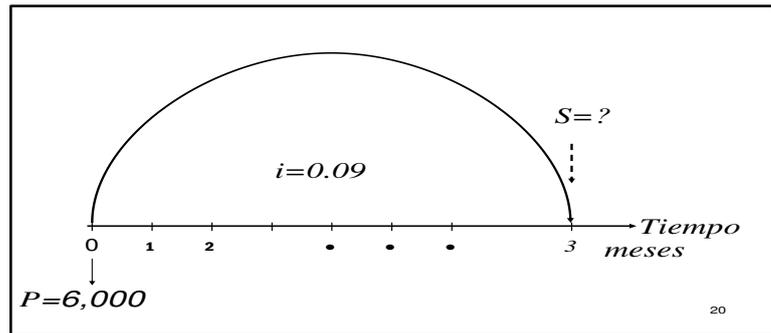
EJEMPLO 6:

La empresa QUIFATEX S.A. tiene un pagaré de \$6,000 que vence a los tres meses, que devenga un interés del 9%. Hállese su valor actual a la tasa del 10%.

SOLUCIÓN.

Este problema se realiza como el proceso del ejemplo anterior.

En este caso:
 $P = 6,000$
 $i = 0.09$
 $t = 3 \text{ meses}$
 $S = \text{incógnita}$



Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

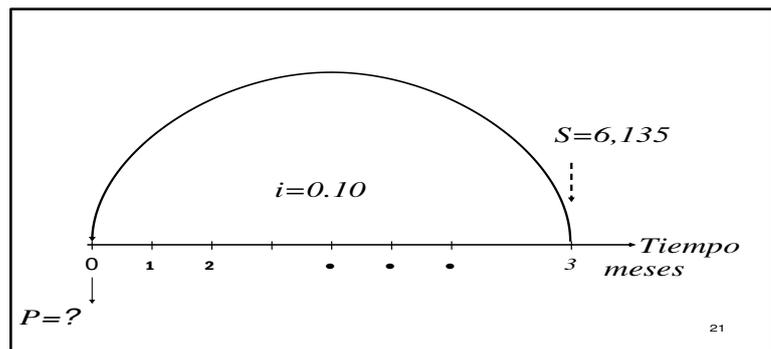
Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$S = P(1 + it)$$

$$S = 6,000 \left[1 + (3) \left(\frac{0.09}{12} \right) \right] = 6,000(1.0225) = 6,135$$

El segundo paso consiste en hallar el valor actual al 10% de USD 6,135 a pagar dentro de tres meses.

En este caso:
 $S = 6,135$
 $i = 0.10$
 $t = 3 \text{ meses}$
 $P = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{6,315}{\left(1 + \left(\frac{0.10}{12} \right) (3) \right)}$$

$$P = \frac{6,315}{(1.025)} = 5,985.37$$

Así, el valor actual al 10% del pagaré de USD 6,000 que devenga el 9% de interés y vence a los tres meses, es USD 5,985.37.

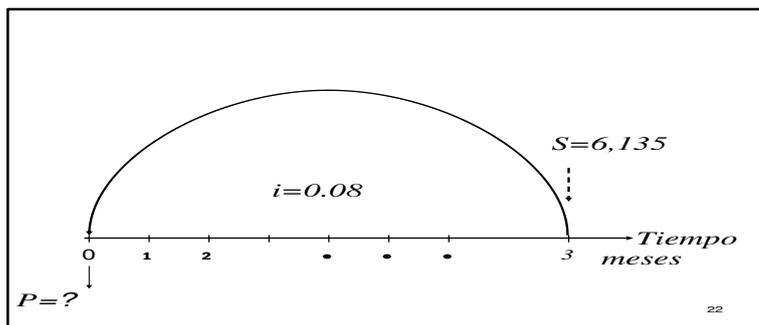
Se observará que el ejemplo que antecede consiste en dos problemas en los que los valores de P e i son distintos.

EJEMPLO 7:

¿Cuál es el valor actual del problema anterior, si el precio del dinero⁹ es el 8%?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $S = 6,135$
 $i = 0.08$
 $t = 3 \text{ meses}$
 $P = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{6,135}{\left(1 + \left(\frac{0.08}{12}\right)(3)\right)}$$

$$P = \frac{6,135}{1.02} = 6,014.71$$

Así, el valor actual del pagaré de QUIFATEX S.A. al 8% es USD 6,014.71.

3.1.2 VENTAS A PLAZOS

Sobre el precio al contado, el comerciante carga una suma adicional por venta a plazos; parte de esta suma es por intereses sobre la deuda que contrae el comprador y otra parte es para cubrir el mayor costo que significa la venta a plazos. Entre estos costos, están los gastos de contabilidad, cobranzas, investigación de créditos, gastos legales, deudas incobrables y otros.

Para el comprador, el sobreprecio que paga son los intereses de la deuda que contrae por la compra a plazos. Es costumbre comercial considerar el sobreprecio como intereses.

Ventas a plazos con cargo de intereses sobre saldos

Esta modalidad es de aplicación poco frecuente y consiste en pagar la deuda por medio de cuotas iguales, a las que se suman los intereses sobre el saldo de la deuda a una tasa convenida.

EJEMPLO 8:

María adquiere electrodomésticos para equipar su hogar un por valor de \$5,000 y conviene en pagar \$1,000 al contado y el saldo en 4 cuotas de \$ 1,000 mensuales, c/u con el 1% mensual de intereses. Calcular los pagos correspondientes y el valor total cancelado.

SOLUCIÓN.

| | | |
|---------------------------|---------|---------|
| Valor de la compra | \$5,000 | |
| (-) pago al contado | \$1,000 | |
| Saldo | | \$4,000 |
| | | |
| Primera cuota | \$1,000 | |
| (+) 1% sobre 4,000 | \$ 40 | |
| (=) Valor del primer pago | \$1,040 | |
| Saldo | | \$3,000 |

⁹ Precio del dinero: Es el tipo de interés normalmente usado para calcular el valor actual de una cantidad pagadera en el futuro.

| | | |
|----------------------------|---------|---------|
| Segunda cuota | \$1,000 | |
| (+) 1% sobre 3,000 | \$ 30 | |
| (=) Valor del segundo pago | \$1,030 | |
| Saldo | | \$2,000 |
| Tercera cuota | \$1,000 | |
| (+) 1% sobre 2,000 | \$ 20 | |
| (=) Valor tercer pago | \$1,020 | |
| Saldo | | \$1000 |
| Cuarta cuota | \$1,000 | |
| (+) 1% sobre 1,000 | \$ 10 | |
| (=) Valor cuarto pago | \$1,100 | |
| Saldo | | 0 |

Los pagos mensuales correspondientes, al ser calculados de acuerdo a los saldos insolutos decrecen en forma de progresión.

| PAGO | VALOR (\$) |
|--------------|--------------|
| CONTADO | 1,000 |
| PRIMER MES | 1,040 |
| SEGUNDO MES | 1,030 |
| TERCER MES | 1,020 |
| CUARTO MES | 1,010 |
| TOTAL | 5,100 |

El valor total cancelado es la suma del pago al contado y los pagos mensuales, esto es 5,100 dólares.

Ventas a plazos con pagos periódicos iguales

En el comercio, la costumbre más general para las ventas a plazos es la modalidad de pagos periódicos iguales. Para determinar el valor de estos pagos periódicos o cuotas, se procede así: al precio al contado se le hace un cargo adicional por venta a plazos; de este valor, se resta la cuota inicial y el saldo se divide por el número de pagos convenidos.

Para la realización de las ventas aplazo considere la siguiente nomenclatura.

$B = \text{saldo insoluto} = \text{valor al contado} - \text{pago inicial}$

$V_0 = \text{valor al contado}$

$R_0 = \text{pago inicial}$

$I = \text{cargo adicional o intereses}$

$n = \text{número de pagos excluyendo el pago inicial}$

$R = \text{valor del pago periódico}$

$i = \text{tasa anual de interés expresada en tanto por ciento}$

FÓRMULA

$$\text{Pago periodico} = \frac{\text{saldo insoluto} + \text{cargo adicional o intereses}}{\text{número de pagos}}$$

$$R = \frac{B + I}{n}$$

$$R = \frac{V_0 - R_0 + I}{n}$$

EJEMPLO 9:

María adquiere electrodomésticos para equipar su hogar por un valor de \$5,000 y conviene en pagar \$1,000 al contado y el saldo en 4 cuotas iguales y mensuales, con el 1% mensual de intereses. Calcular el valor mensual y el valor total cancelado.

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $V_0 = 5,000$
 $R_0 = 1,000$
 $I = \text{incógnita}$
 $R = \text{incógnita}$
 $S = \text{valor total}$

$$I = Bit$$

$$I = (5,000 - 1,000)(0.01)(4)$$

$$I = (4,000)(0.01)(4)$$

$$I = 160$$

$$R = \frac{B + I}{n}$$

$$R = \frac{4,000 + 160}{4}$$

$$R = \frac{4,160}{4} = 1,040$$

$$S = V_0 + I$$

$$S = 5,000 + 160 = 5,160 \text{ Dólares}$$

El valor de los pagos mensuales corresponde a 1,060 dólares por mes.

El valor total cancelado es la suma del pago al contado y los pagos mensuales, esto es 5,160 dólares.

Nota: Observe que existe una diferencia de \$60, esto es (5,160-5,100), entre el total pagado del ejemplo 8 con el 9.

3.1.3 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 8

1. Un equipo de sonido se amortiza con 6 mensualidades que se reducen. ¿De cuánto es cada una si se cargan intereses del 12% anual sobre saldos insolutos? Considere que la primera fue por \$135. ¿Cuál es el valor al contado del equipo de sonido?
 - a. ¿De cuánto es la mensualidad si le cargan intereses del 0.9% mensual simple?
 - b. ¿De cuánto es cada uno si le cargan intereses del 1% mensual simple sobre saldos insolutos?
2. Diego adquiere una motocicleta con un anticipo de \$3,000 y el resto con 3 abonos mensuales, de los cuales el último es de \$1,250. Se pide:
 - a. ¿Cuál es el precio al contado, si se cargan intereses del 1% mensual sobre saldos insolutos?
 - b. ¿de cuánto resulta cada pago si todos son iguales?
3. Alejandro compra un automóvil de \$37,000, con un anticipo del 30% y 6 abonos mensuales iguales.
 - a. ¿Cuál es el precio de contado del mueble?
 - b. ¿Cuánto abonará cada mes el Ingeniero Parra, si no paga anticipo y lo liquida en 4 mensualidades?
4. El Ingeniero Flavio Parra compra muebles de oficina que liquida con un enganche del 25% y 8 abonos quincenales de \$50 cada uno, con intereses del 12% simple anual sobre saldos. Se pide:
 - a. ¿Cuál es el precio de contado del mueble?
 - b. ¿Cuánto abonará cada mes el Ingeniero Parra, si no paga anticipo y lo liquida en 4 mensualidades?

3.2 DESCUENTO RACIONAL O MATEMÁTICO.

La operación que consiste en hallar el valor actual de una cantidad a pagar en el futuro, tal como se ha expuesto en los ejemplos que anteceden, se conoce técnicamente con el nombre de descuento. La diferencia entre la cantidad a pagar o monto y su valor actual recibe el nombre de descuento racional o matemático.

Para hallar el descuento racional de una suma a una tasa cualquiera de interés, hállese el valor actual de la suma a la tasa elegida y dedúzcase este valor actual de dicha suma. El resultado será el descuento racional.

$$\text{Descuento racional} = \text{Monto} - \text{Valor actual}$$

Si se representa el descuento racional por D , y el monto y el valor actual por S y P respectivamente, se obtiene:

$$D = S - P \qquad \text{Fórmula (5)}$$

Esta es la fórmula del descuento racional o matemático.

EJEMPLO 1:

¿Cuál es el descuento racional sobre USD 2,000 a pagar dentro de un año si el precio del dinero es el 14%?

SOLUCIÓN.

En este caso:

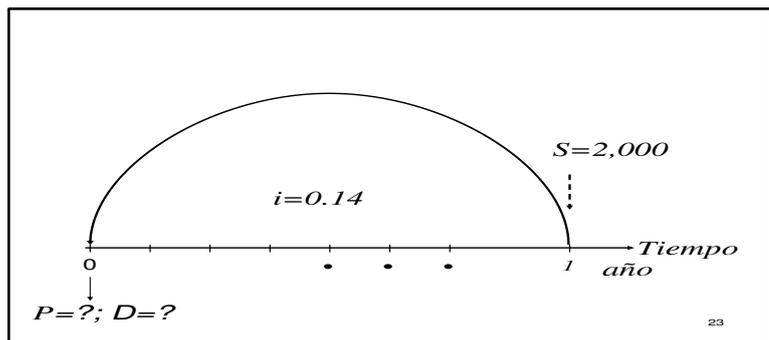
$t = 1$ año

$i = 0.14$

$S = 2,000$

$P = \text{incógnita}$

$D = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{2,000}{(1 + (0.14)(1))}$$

$$P = \frac{2,000}{1.14} = 1,754.39$$

Aplicando la fórmula para obtener el descuento racional, tendríamos:

Fórmula (5) $D = S - P$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$D = 2,000 - 1,754.39 = 245.61$$

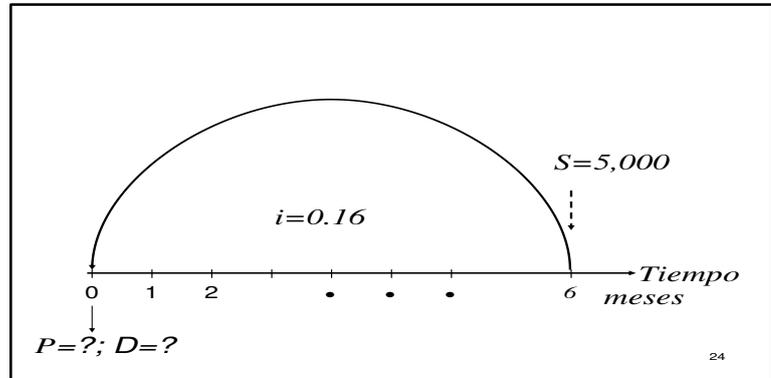
Así, el descuento racional sobre USD 2,000 a pagar dentro de un año al 14% es USD 245.61

EJEMPLO 2:

¿Cuál es el descuento racional sobre USD 5,000 a pagar dentro de seis meses, si el precio del dinero es el 16%?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $t = 6 \text{ meses}$
 $i = \frac{0.16}{12}$
 $S = 5,000$
 $P = \text{incógnita}$
 $D = \text{incógnita}$



Fórmula (4) $P = \frac{S}{(1+it)}$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se tiene:

$$P = \frac{5,000}{\left(1 + \left(\frac{0.16}{12}\right)(6)\right)}$$

$$P = \frac{5,000}{1.08} = 4,629.63$$

Aplicando la fórmula para obtener el descuento racional, tendríamos:

Fórmula (5) $D = S - P$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$D = 5,000 - 4,629.63 = 370.37$$

Así, el descuento racional sobre USD 5,000 a pagar dentro de 6 meses al 16% es USD 370.37.

Observe:

El descuento racional es lo mismo que el interés simple, ya que $S = P + I$, por transposición se deduce que: $I = S - P$. Por otra parte, $D = S - P$ puesto que I y D son iguales a $S - P$, se deduce que $I = D$.

En consecuencia, en cualquier transacción, el interés simple sobre el capital es igual al descuento racional sobre el monto.

3.3 DESCUENTO BANCARIO.

El descuento bancario es el interés pagado por adelantado. Dos son las razones por las que los prestamistas de dinero implantaron hace ya mucho tiempo la costumbre de usar el descuento bancario.

1. Porque resulta fácil de calcular, y,
2. Porque este tipo de descuento les proporciona mayores ingresos que el señalado por la tasa o tipo de interés, hecho que suelen desconocer los que toman dinero prestado.

Puesto que en la práctica bancaria y comercial se usa el descuento bancario con mucha mayor frecuencia que el descuento racional, en adelante siempre que se use la palabra descuento, sin ningún calificativo, se supondrá que se refiere al descuento bancario.

La palabra descuento, se la debe entender por una de las dos maneras según corresponda:

1. El acto de obtener dinero en efectivo a cambio de un documento de importe más elevado a pagar en el futuro.
2. El acto de pagar dinero en efectivo a cambio de un documento de importe más elevado a pagar en el futuro.

La operación de descontar forma parte de las actividades normales de los bancos. A estos acuden los clientes a cobrar anticipadamente el monto de las obligaciones de sus acreedores; los bancos entregan dichas cantidades a cambio de retener tasas de descuento, esto forma parte de sus ingresos.

En general, los documentos que dan lugar a las operaciones de descuento son pagarés y letras de cambio, entre otras.

El pagaré

Es un título valor o instrumento financiero; documento escrito mediante el cual una persona —el emisor— se compromete a pagar a otra persona —el beneficiario— una determinada cantidad de dinero en una fecha acordada previamente. Los pagarés pueden ser al portador o endosables, es decir, que se pueden transmitir a un tercero. Los pagarés pueden emitirlos individuos particulares, empresas o el Estado¹⁰.

La letra de cambio

Es un documento mercantil mediante el cual una persona (el librador) concede un crédito a otra (el librado) comprometiéndose esta última a pagar el importe señalado a la fecha de vencimiento acordada. Como documento mercantil es un instrumento negociable cuya propiedad puede transferirse, de forma que el librador puede diferir del tenedor de la letra. Asimismo, la letra de cambio puede presentarse en una entidad financiera al descuento, es decir, la entidad financiera paga al tenedor el importe de la letra antes de la fecha de vencimiento y se encarga de cobrársela al librado llegada la fecha del vencimiento¹¹.

En finanzas, los descuentos son primas o bonificaciones que se dan al comprador de pagarés, letras de cambio o cualquier otro título de crédito antes de la fecha de vencimiento. Estos descuentos consisten en reducciones del valor nominal del instrumento financiero, y se efectúan en el momento de la compra. Las principales agencias que llevan a cabo descuentos comerciales son los bancos comerciales y, en algunos países, determinadas instituciones financieras especializadas en estas prácticas. Cuando el título valor vuelve a ponerse en circulación, por un banco o por una institución financiera, y se le vuelve a aplicar un descuento, se dice que se redescuenta.

Cuando el título valor vence, los tenedores de dichos pagarés y letras reciben la totalidad del valor nominal del título que presentan al cobro; por lo tanto, la práctica de descontar letras y pagarés es, de hecho, un medio de dar créditos bajo la forma de préstamos, pues se considera el descuento como una especie de pago del interés sobre los préstamos

Existen otros tres tipos de financiación a corto plazo, que son los pagarés de empresas, las pignoraciones y el factoring¹². Los pagarés de empresas son una deuda emitida por una empresa que tiene un plazo de vencimiento inferior al año. Sólo los emiten grandes empresas, financieramente solventes, y tienen un costo en intereses ligeramente inferior al de los préstamos bancarios concedidos para las inversiones con menores riesgos.

¹⁰ Biblioteca de Consulta Microsoft ® Encarta ® 2005. © 1993-2004 Microsoft Corporation.

¹¹ Biblioteca de Consulta Microsoft ® Encarta ® 2005. © 1993-2004 Microsoft Corporation.

¹² La pignoración y el factoring son utilizados por empresas más pequeñas con menor solidez financiera. El factoring es la venta física de las cuentas a cobrar a los clientes. La pignoración es un préstamo garantizado con las cuentas a cobrar a clientes de la empresa. Dado que comportan un mayor riesgo, la pignoración y el factoring obligan a la empresa a pagar mayores intereses que los que se pagan por los pagarés de empresa.

Valor nominal de un pagaré.

El *valor nominal* de un pagaré es el capital de la deuda. Si el pagaré no devenga interés, la cantidad a pagar al vencimiento es idéntica al valor nominal.

Monto nominal de un pagaré.

Si el pagaré devenga interés, su "monto nominal" es la suma del capital y del interés que se ha acumulado al vencimiento.

Valor de un pagaré.

El valor de un pagaré es la cantidad que hay que pagar a su vencimiento.

Valor efectivo o líquido de un pagaré.

Es el valor menos el *descuento*, esto es, la cantidad de dinero que recibe efectivamente el prestatario.

El tipo de descuento.

Es evidente que el descuento es una fracción del valor de un préstamo que deduce el prestamista por anticipado. Al medir esta fracción se toma como ciento el valor del préstamo y el descuento viene dado como un porcentaje de este valor.

La expresión "tipo de descuento" o *tanto por ciento* significa el número de unidades deducidas como descuento sobre cada cien unidades de la suma prestada.

3.3.1 FÓRMULA PARA EL DESCUENTO BANCARIO.

Por definición, el descuento sobre un pagaré se halla multiplicando el valor del mismo por el tipo de descuento y por el número de unidades de tiempo que median hasta el vencimiento del pagaré.

$$D = S * d * t$$

Sustituyendo los símbolos tenemos:

$$D = Sdt \qquad \text{Fórmula (6)}$$

Esta es la fórmula para hallar el descuento bancario simple al tipo d , por t años sobre el valor S .

Símbolos:

S = valor del pagaré

t = número de periodos de tiempo hasta el vencimiento del pagaré

d = tasa de descuento por periodo

EJEMPLO 3:

El Banco Bolivariano descuenta un pagaré, que no devenga interés, de USD 2,000 a pagar dentro de un año. Puesto que el tipo de descuento del banco es el 14%, ¿cuánto dinero deducirá el banco al descontarlo?

SOLUCIÓN.

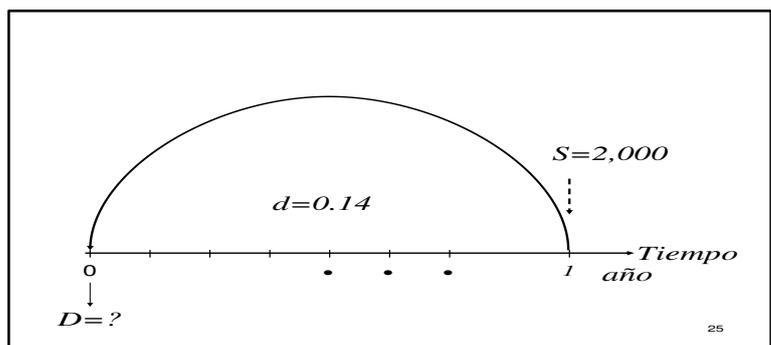
En este caso:

$d = 0.14$

$S = 2,000$

$t = 1$ año

$D = \text{incógnita}$



Aplicando la fórmula para obtener el descuento bancario, tendríamos:

Fórmula (6) $D = Sdt$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$D = 2,000(0.14)(1) = 280$$

Así, el valor que deducirá el banco será de USD 280, de USD 2,000 a pagar dentro de 1 año al 14%.

Comparando el valor del descuento de los ejemplos 7 y 9, encontrará la diferencia entre el descuento racional y el descuento bancario.

| | Valor S | Tiempo n | Tanto por uno d | Descuento D |
|------------------|-----------|------------|-------------------|---------------|
| Ejemplo 7 | 2,000 | 1 año | 0.14 | 245.61 |
| Ejemplo 9 | 2,000 | 1 año | 0.14 | 280.00 |

En general, el descuento bancario será siempre mayor que el descuento racional.

EJEMPLO 4:

La Joyería Marquesa tiene en su poder un pagaré de un cliente por USD 1,500, sin interés, pagadero a los seis meses, y pide al Banco del Austro que se lo descuenta. Si el tipo de descuento es el 16%, ¿cuánto dinero retendrá el banco?

SOLUCIÓN.

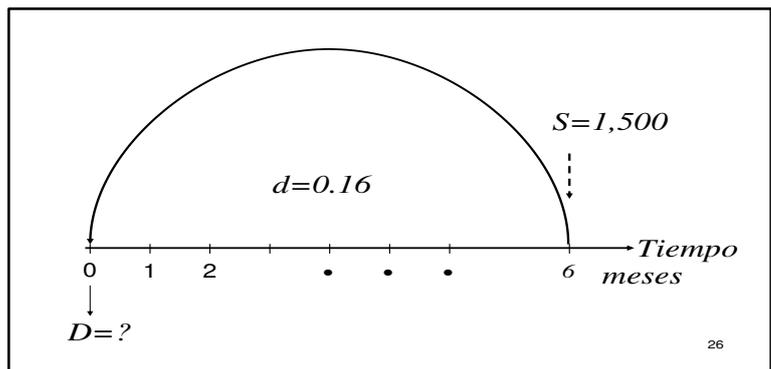
En este caso:

$$d = \frac{0.16}{12}$$

$$S = 1,500$$

$$t = 6 \text{ meses}$$

$$D = \text{incógnita}$$



Aplicando la fórmula para obtener el descuento bancario, tendríamos:

Fórmula (6) $D = Sdt$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$D = 1,500 \left(\frac{0.16}{12} \right) (6) = 120$$

Así, el banco le retendrá USD 120 del pagaré de USD 1,500.

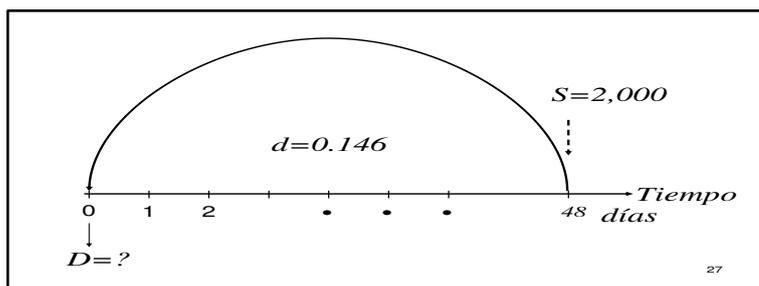
En los ejemplos y los problemas que siguen se supondrá siempre, a menos que se indique lo contrario, que se usa el año de 360 días y que, el número efectivo de días, es el comprendido entre la fecha en que se hace el descuento y la fecha en que vence la deuda. Si se dice que el descuento será por un cierto número de meses, se supondrá que cada mes contiene 30 días.

EJEMPLO 5:

El Banco General Rumiñahui descuenta el 7 de junio de 2016 un pagaré de USD 2,000, sin interés, que vence el 25 de julio del mismo año; el tipo de descuento es el 14.6%. ¿Cuál es el importe del descuento?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $S = 2,000$
 $n = 48 \text{ días}$
 $d = 0.146$
 $D = \text{incógnita}$



Aplicando la fórmula para obtener el descuento bancario, tendríamos:

Fórmula (6) $D = Sdt$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$D = 2,000 \left(\frac{0.146}{360} \right) (48) = 38.93$$

Así, el importe del descuento que efectúa el banco será de USD 38.93.

3.3.2 DESCUENTO DE UNA DEUDA QUE DEVENGA INTERÉS.

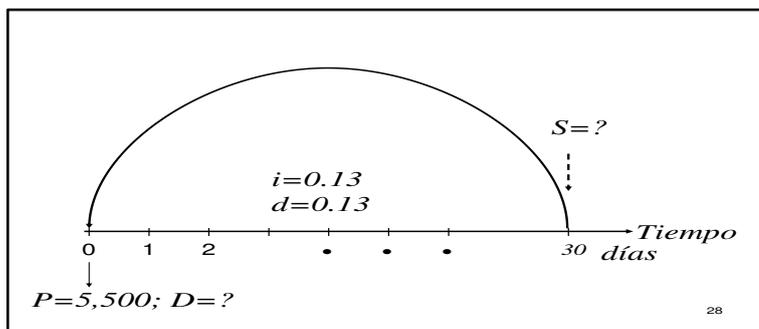
Cuando hay que descontar un pagaré que devenga interés es preciso hallar primero el monto nominal, esto es, el valor nominal más el interés, y descontar después la suma. Este procedimiento hay que seguirlo incluso cuando el tipo de descuento es igual a la tasa del interés, según puede verse en el ejemplo que sigue.

EJEMPLO 6:

El Banco de Loja descontó el 3 de septiembre de 2016 un pagaré de USD 5,500 que tenía esta misma fecha, Devengaba el 13% de interés y vencía el 3 de octubre del mismo año. Puesto que el tipo de descuento del banco era también del 13%, ¿cuál fue el descuento retenido por Banco de Loja?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $P = 5,500$
 $i = 0.13$
 $t = 30 \text{ días}$
 $S = \text{incógnita}$
 $d = 0.13$



Ante todo se determina el monto nominal del pagaré.

Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$S = 5,500 \left(1 + \frac{0.13}{360} (30) \right)$$

$$S = 5,500(1.01083 \dots) = 5,559.58$$

Para hallar el descuento, obtenemos:

Fórmula (6) $D = Sdt$

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$D = 5,559.58 \left(\frac{0.13}{360} \right) (30) = 60.23$$

Así, el descuento sobre este pagaré es USD 60.23.

El valor líquido de un pagaré, o de un préstamo, es la cantidad de dinero que resta después que se ha deducido el *descuento* del valor del mismo, esto es, del valor nominal (cuando el pagaré no devenga interés), o del monto nominal (cuando el pagaré devenga interés).

Por tanto, el valor líquido es lo que el prestatario recibe efectivamente para su uso.

Si se designa el valor líquido por la letra P , y se conserva S y D como el valor nominal y el descuento, respectivamente, se puede escribir, según la definición que antecede:

$$P = S - D \qquad \text{Fórmula (7)}$$

Puesto que la **Fórmula (6)** $D = Sdt$, entonces se obtiene:

$$P = S - Sdt$$

Factorizando el segundo miembro de la ecuación se obtiene:

$$P = S(1 - dt) \qquad \text{Fórmula (8)}$$

Esta fórmula sirve para calcular el valor líquido de un pagaré de valor S descontado al tipo de descuento bancario simple d , por n años.

EJEMPLO 7:

Hallar el valor líquido de un pagaré de USD 2,500, sin interés, que vence dentro de un año, descontado al 12%.

SOLUCIÓN.

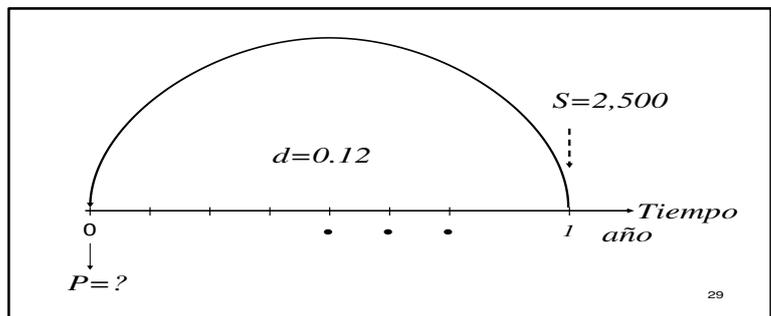
En este caso:

$d = 0.12$

$S = 2,500$

$t = 1$ año

$P = \text{incógnita}$



Para hallar el valor líquido, aplicamos:

Fórmula (8) $P = S(1 - dt)$.

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$P = 2,500(1 - (0.12)(1))$$

$$P = 2,500(0.88) = 2,200$$

El valor líquido del pagaré es USD 2,200.

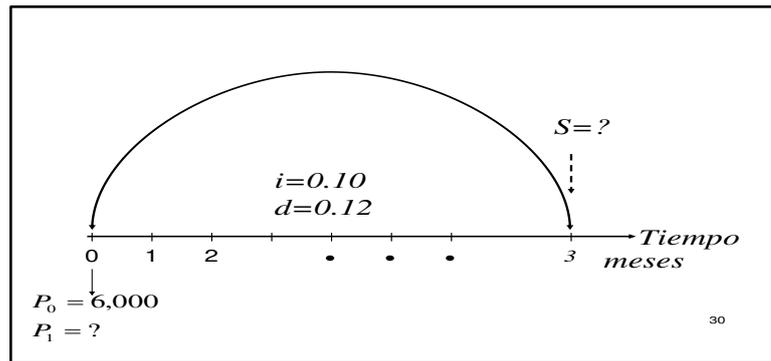
Cuando el pagaré devenga interés, es necesario hallar primero el monto a pagar usando la fórmula del interés simple, como se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 8:

Hallar el valor líquido de un pagaré de USD 6,000 que devenga el 10% de interés y vence a los tres meses, si el tipo de descuento es el 12%.

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $P_0 = 6,000$
 $t = 3 \text{ meses}$
 $i = \frac{0.10}{12}$
 $S = \text{incógnita}$
 $d = \frac{0.12}{12}$
 $P_1 = \text{incógnita}$



Primero es necesario hallar la cantidad a pagar dentro de tres meses.

Fórmula (3) $S = P(1 + it)$

Sustituyendo las cantidades conocidas:

$$S = 6,000 \left(1 + \left(\frac{0.10}{12} \right) (3) \right)$$

$$S = 6,000(1.025) = 6,150$$

Para hallar el valor líquido, aplicamos:

Fórmula (8) $P = S(1 - dt)$.

Sustituyendo las cantidades conocidas, tenemos:

$$P_1 = 6,150 \left(1 - \left(\frac{0.12}{12} \right) (3) \right)$$

$$P_1 = 6,150(0.97) = 5,965.50$$

El valor líquido del pagaré es USD 5,965.50.

O a su vez, como:

Por la **fórmula (8)** $P_1 = S(1 - dt)$ y por la **fórmula (3)** $S = P_0(1 + it)$, reemplazando S en la **fórmula (8)**, se tiene:

$$P_1 = P_0(1 + it)(1 - dt)$$

Reemplazando las cantidades conocidas, se tiene:

$$P_1 = 6,000 \left(1 + \left(\frac{0.10}{12} \right) (3) \right) \left(1 - \left(\frac{0.12}{12} \right) (3) \right)$$

$$P_1 = 6,000(1.025)(0.97) = 5,965.50$$

Observe que, como anteriormente, el valor líquido es USD 5,965.50.

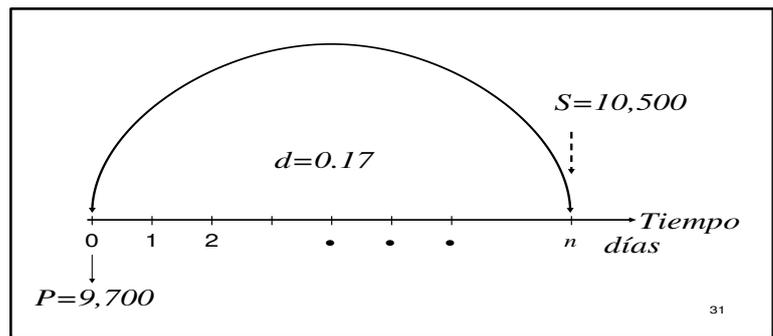
Observe que, en la práctica bancaria corriente, el valor líquido del ejemplo anterior se obtendría descontando por el número efectivo de días en el período de tres meses.

EJEMPLO 9:

La señora Martha Rivadeneira tiene un pagaré de USD 10,500, que no devenga interés, y vence el 14 de octubre. Su banco se ofrece a descontárselo al 17%. ¿Cuál es la fecha a partir de la cual el valor líquido del pagaré no será inferior a \$9,700?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $n = \text{incógnita}$
 $S = 10,500$
 $d = 0.17$
 $P = 9,700$



Fórmula (8) $P = S(1 - dt)$.

La fórmula equivalente para que t quede en días, se tiene:

$$P = S \left[1 - \left(\frac{d}{360} \right) (t) \right]$$

Multiplicando S por el valor del corchete:

$$P = S - S \left(\frac{d}{360} \right) (t)$$

Transponiendo términos

$$S \left(\frac{d}{360} \right) (t) = S - P$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación por $S \left(\frac{d}{360} \right)$ se tiene:

$$t = \frac{S - P}{S \left(\frac{d}{360} \right)}$$

El equivalente de t ,

$$t = \frac{360(S - P)}{Sd}$$

Sustituyendo las cantidades conocidas:

$$t = \frac{360(10,500 - 9,700)}{10,500(0.17)}$$

$$t = \frac{288,000}{1,785} = 161.34$$

En consecuencia, si la señora Rivadeneira descuenta el pagaré 161 días antes del vencimiento recibirá por lo menos USD 9,700. Al revisar la tabla 1, se encuentra que la fecha 161 días antes al 14 de octubre es el 6 de mayo, y ésta es la fecha buscada.

EJEMPLO 10:

Una letra de cambio de USD 2,500, que no devengaba interés y vencía a los cuatro meses, fue descontado en el Banco de Machala. El valor líquido de la letra de cambio ascendió a USD 2,350. ¿Cuál fue el tipo de descuento empleado por el banco?

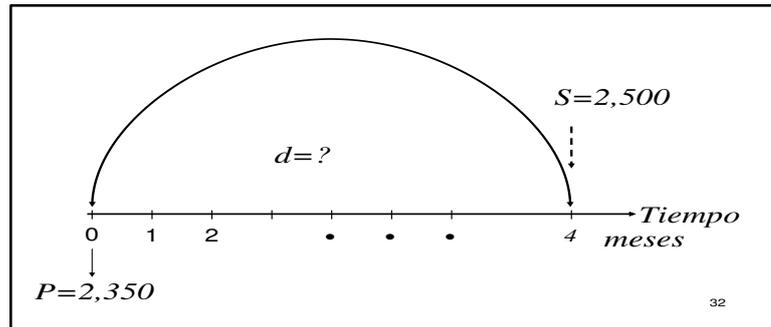
SOLUCIÓN.

Fórmula (8) $P = S(1 - dt)$.

Despejando d (se requiere la tasa de descuento anual, por tanto el tiempo se coloca en años), se tiene:

$$d = \frac{S - P}{St}$$

En este caso:
 $P = 2,350$
 $S = 2,500$
 $t = \frac{4}{12}$ años
 $d = \text{incógnita}$



Sustituyendo las cantidades conocidas:

$$d = \frac{2,500 - 2,350}{2,500 \left(\frac{4}{12}\right)}$$

$$d = \frac{150}{833.33} = 0.18$$

La tasa de descuento aplicada fue de 18%.

3.3.3 LA TASA DE INTERÉS EQUIVALENTE A UN TIPO DE DESCUENTO

La tasa de interés equivalente a un tipo de descuento dado, se determina con la siguiente fórmula:

$$i = \frac{d}{1-dt}$$

Fórmula (9)

EJEMPLO 11:

El Banco del Austro cargó un tipo de descuento del 15% sobre un pagaré a 4 meses de la Importadora Comercial Bolívar Cía. Ltda. Para ajustarse a la práctica mercantil corriente, suponga que el período de 4 meses contiene 120 días. ¿A qué tasa de interés equivale ese tipo de descuento?

SOLUCIÓN.

En este caso:
 $d = 0.15$
 $t = \frac{120}{360}$ años
 $i = \text{incógnita}$

Fórmula (9) $i = \frac{d}{1-dt}$

Sustituyendo las cantidades conocidas:

$$i = \frac{0.15}{1 - 0.15 \left(\frac{120}{360}\right)}$$

$$i = \frac{0.15}{0.95} = 0.15789 \dots$$

Así, el tipo de descuento del 15% por 4 meses es equivalente a una tasa de interés del 15.79%.

3.3.4 EL TIPO DE DESCUENTO EQUIVALENTE A UNA TASA DE INTERÉS

El tipo de descuento equivalente a una tasa de interés dada, se determina con la siguiente fórmula:

$$d = \frac{i}{1+it} \qquad \text{Fórmula (10)}$$

EJEMPLO 12:

El señor Jorge Nogales presenta en su banco un pagaré de USD 3,000, que devenga el 12% de interés y vence dentro de seis meses, ¿qué tipo de descuento es equivalente a la tasa de interés del 6% por seis meses?

SOLUCIÓN.

Fórmula (10) $d = \frac{i}{1+it}$

Sustituyendo las cantidades conocidas:

En este caso:

$$i = 0.12$$

$$t = \frac{6}{12}$$

$d = \text{incógnita}$

$$d = \frac{0.12}{1 + 0.12 \left(\frac{6}{12}\right)}$$

$$d = \frac{0.12}{1.06} = 0.1132075$$

Así, una tasa de interés del 12% durante 6 meses es equivalente a un tipo de descuento del 11.32%.

3.3.5 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 9

1. Se descontó un documento cuyo valor nominal es de \$5,000.00. Se recibió un valor descontado de \$4,250.00 con descuento comercial y a una tasa de descuento de 2.5% mensual. ¿Cuál fue el tiempo de anticipación?
2. El gerente de una empresa necesita en este momento un capital de \$20,000.00 para comprar equipo nuevo. Piensa hacer un préstamo para cubrirlo en 5 meses. ¿Cuánto necesita pedir para recibir \$20,000.00 si la tasa de interés es del 30%?
3. ¿Cuánto se descontó de un documento cuyo valor nominal es de \$13,000.00 con una tasa de descuento del 3% mensual, si el descuento real es de 2 meses antes de su vencimiento? ¿Cuál es el descuento comercial?
4. Un documento con valor nominal de \$25,000.00 fue descontado 80 días antes del vencimiento y se recibieron solamente \$22,500.00 ¿Cuál fue la tasa de descuento que se aplicó?
5. ¿Cuál es la tasa de rendimiento de un pagaré cuya tasa de descuento es de 32% y el plazo 5 meses?
6. Un documento con valor nominal de \$25,000.00 fue descontado 80 días antes del vencimiento y se recibieron solamente \$22,500.00 ¿Cuál fue la tasa de descuento que se aplicó?
7. Ramiro Ponce recibirá un legado de \$20,000 al cumplir la mayoría de edad (18 años). ¿Cuál es el valor actual del legado, si Ramiro el día de hoy cumple 10 años y el precio del dinero esperado para los siguientes años es el 8% en promedio?

8. Williams Jiménez debe recibir el 31 de diciembre del 2017 un capital de \$10,000 de un giro que le ha prometido su hermana desde Australia. 10 meses antes de dicha fecha, Williams tomó prestada una suma de dinero tal que los \$10,000 que habría de recibir el 31 de diciembre bastarían para pagar la deuda, con el interés del 13%. ¿Cuánto dinero tomó prestado?
9. ¿Cuál es el valor nominal de un pagaré que vence dentro de 65 días, si su valor total actual es \$9,800, suponiendo que el precio del dinero es 12.5%?
10. El día que Mario Puente falleció tenía una hipoteca que vencía poco después. El monto total, capital más intereses, a pagar al vencimiento, ascendía a \$14,697. Si el precio del dinero es el 14% y el valor de la hipoteca en el momento de la muerte es \$14,280.50. Su viuda desea saber, ¿cuántos días deben transcurrir desde la muerte de su esposo al vencimiento de la hipoteca?
11. Miguel Barriga tenía un pagaré de \$19,214.25, sin interés, que vencía el 19 de junio. El 14 de abril vende dicho pagaré y recibe a cambio \$18,700. ¿A qué tasa de interés se calculó este valor actual?
12. ¿Cuál es el valor actual al 12.4% de un pagaré de USD 3,210 que vence dentro de seis meses con interés al 15%?
13. Un mes antes de su vencimiento, Santiago Mena pagó \$10,115.70 por un pagaré a 70 días de \$10,000 valor nominal, que devengaba el 13.60% de interés. ¿Cuál fue la tasa de interés usada para llegar a este valor actual?
14. Hállese el descuento racional al 13.5% de un pagaré que no devenga interés, de \$6,525, pagadero en cuatro meses.
15. ¿Cuál es el descuento racional y el valor actual de una deuda de \$1,800, que devenga el 15% de interés, y vence dentro de 180 días, si se supone que el precio del dinero es el 12.5%?
16. Si el precio del dinero es el 12% y \$1,516.67 es el importe del descuento racional sobre una deuda de \$35,000, ¿cuál es el número de días hasta el vencimiento de la deuda?
17. Carlos Rivadeneira recibió dos ofertas de \$8,000 por una propiedad. El Sr. Vallejo le ofreció \$3,000 al contado y \$5,000 a los seis meses, en tanto que el Sr. Herrera le ofreció \$5,000 al contado y \$3,000 al cabo de un año. ¿Cuál de las dos ofertas es más ventajosa desde el punto de vista de su valor actual?
18. ¿Qué cantidad recibió el Banco del Austro cuando descontó al 15% un pagaré de \$10,500, que no devengaba interés y vencía a los 40 días?
19. El Banco Bolivariano descontó el 6 de agosto a Guillermo Jibaja un pagaré de \$8,000, sin interés, que vencía a los 100 días. Suponiendo que el tipo de descuento del banco era del 16%, ¿cuál es el valor líquido del pagaré a esa fecha?
20. Amada García desea descontar en el BANCOMEX S.A. un pagaré a 3 meses. El tipo de descuento del banco es el 13.6% ¿Por qué importe deberá extender el pagaré si desea recibir \$5,000 como valor líquido?
21. ¿Cuál es la fecha más temprana en la que Roberto Márquez puede descontar un pagaré de \$4,500, que vence el 5 de diciembre del 2017, si desea recibir \$4,100 como valor líquido? El tipo de descuento es el 12.8%.
22. Carlota García recibió \$12,500 como valor líquido de un pagaré a 60 días que descontó en el banco. El valor nominal de dicho pagaré ascendía a \$12,770.83 y no devengaba interés. ¿Cuál fue el tipo de descuento del banco?
23. Catalina García tenía un pagaré de \$3,800, pagadero a los 5 meses y con interés del 12%, y lo descontó en el Banco de Loja S.A. ¿Cuál fue el valor líquido, si el tipo de descuento fue el 13%?
24. Dolores García tiene un pagaré a 90 días de \$ 7,000 que devenga el 16% de interés y vence el 8 de noviembre del 2017. Al enterarse que el tipo de descuento del banco es el 18%, Dolores decide retener el pagaré hasta que pueda cobrar por él \$7,000. ¿Cuál es la fecha más temprana en la que puede conseguirlo?

25. El Banco Internacional cargó a un cliente el 15.4% de descuento sobre un pagaré a 60 días. ¿A qué tasa de interés equivalía este tipo de descuento?
26. El Banco Sudamericano ofrece prestar dinero al 12.60% sobre pagarés con vencimiento a los 120 días. ¿Qué tipo de descuento debe cargar el banco para recibir la misma ganancia sobre fondos usados en el descuento de documentos que en los fondos prestados a interés?
27. Evangelina García descontó el 12 de agosto del 2017 en el Banco de Londres y América del Sud Ltda. el siguiente pagaré. El Banco le cargó el 6%. ¿Qué cantidad de dinero recibió Evangelina?

USD 6,000

Quito, junio 13 del 2007

A noventa días plazo, pagaré a la orden del Banco de Londres y América del Sud Ltda., seis mil dólares, con interés al 12,5%. Valor recibido.

Evangelina García.

3.4 ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

La fórmula del monto a interés simple es una ecuación de valores equivalentes, ya que $M = C(1 + it)$. Esto es el monto M es *equivalente* a un capital C , colocado a un tiempo t y a una tasa i .

De acuerdo a lo anterior, lo aprendido hasta este momento tiene que ver con una sola transacción u operación financiera. La práctica empresarial y también de la vida cotidiana de los ciudadanos o familias, existe la posibilidad de tener dos o más transacciones diferentes que deben replantearse para transformarlas en una operación única.

Una ecuación de valor es la equivalencia financiera, planteada en términos algebraicos y en una fecha determinada, entre dos conjuntos de obligaciones o flujos de capitales cuyos vencimientos coinciden o se han hecho coincidir. En general, estos conjuntos vienen relacionados a un flujo de deudas y el otro al de los pagos, o bien, uno se refiere a los depósitos y el otro, a los retiros producidos en una cuenta bancaria, así como también, se presentan casos de transacciones en las que un deudor desea reemplazar un conjunto de pagos que debe efectuar a un determinado acreedor, por otro conjunto que sea equivalente, pero con otras cantidades y fechas de vencimiento. La igualdad o el planteamiento antes señalado es lo que se conoce como una **ecuación de valores equivalentes**, o simplemente, una **ecuación de valor**.

Una ecuación de valor se fundamenta en que el dinero tiene un valor que depende del tiempo. Por tal razón, al plantearla se debe respetar la *Regla Fundamental de la Suma Financiera de Capitales*:

“Dos o más capitales financieros no pueden sumarse mientras no coincidan sus vencimientos”

Es así como para plantear la ecuación, habremos de efectuar una suma financiera de capitales, trasladando todos ellos a una cierta fecha, tomando en cuenta el aumento o disminución del dinero a través del tiempo. A ese vencimiento o fecha de referencia se le llama *fecha focal*.

Cuando se hayan llevado todos los capitales a la fecha focal acordada, podemos plantear una ecuación de valor y determinar, a partir de ésta, los capitales de cuantía desconocida.

El procedimiento para el planteamiento y solución de un problema de ecuación de valores equivalentes en interés simple se presenta a continuación.

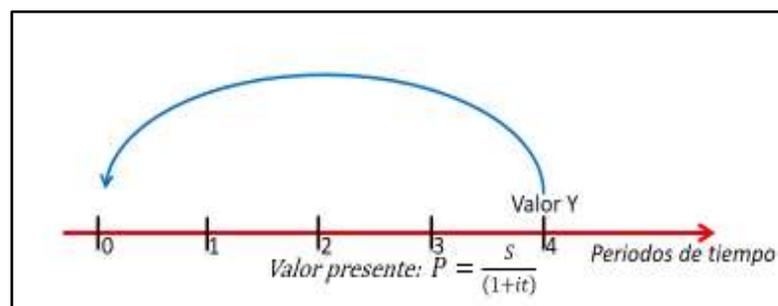
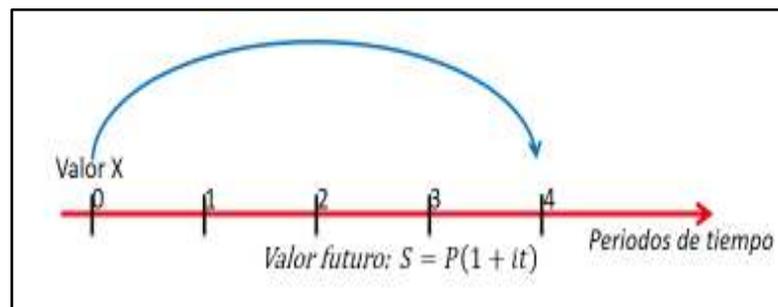
1. Lea cuidadosamente el problema, las veces que fueren necesarias, hasta que haya comprendido lo que el problema le dice.
2. Lea otra vez, e identifique con una letra o letras (una letra para cada requerimiento) lo que le pregunta o requiere el problema.

3. Lea una vez más, y realice una gráfica (recta del tiempo) en la que colocará los datos que le proporciona el problema y la o las variables de solución que requiere el problema.
4. Determine el modelo matemático adecuado que le permita solucionar las variables requeridas por el problema. Consulte o compare el modelo matemático con lo indicado por el problema.
5. Aplicando las propiedades de la aritmética o álgebra básica, resuelva cada una de las variables requeridas.
6. Los resultados obtenidos, compárelos con los datos del problema, estos deben tener sentido lógico.
7. Si no ha llegado a los resultados adecuados, regrese a 1, el resolver problemas aplicados requiere de mucho empeño. Siga intentando.

Tenga en cuenta que para la solución de los siguientes problemas las fórmulas útiles serán:

- $S = P(1 + it)$ para el cálculo del valor futuro.
- $P = \frac{S}{(1+it)}$ para el cálculo del valor presente.

Relacionando las fórmulas con los flujos que se presenta en el diagrama de tiempo - valor en cada uno de los ejemplos que siguen, se aplicará la fórmula de *valor futuro* si la flecha de flujo se mueve de izquierda a derecha; mientras que, se aplicará la fórmula de *valor presente* si la flecha de flujo se mueve de derecha a izquierda.



EJEMPLO 1:

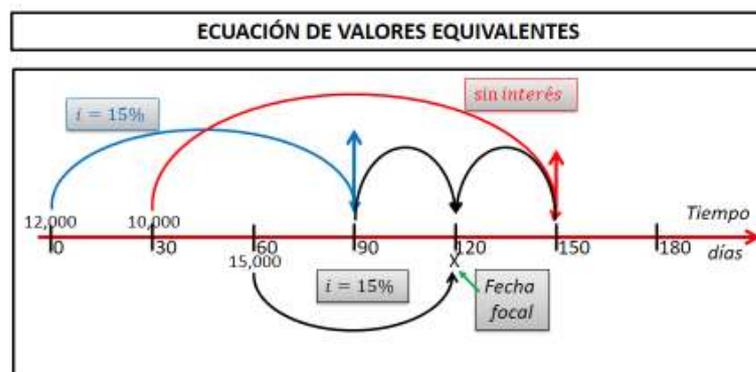
Una empresa firma un pagare por \$12,000 a 90 días, a 15%. Treinta días después, contrae una deuda por \$10,000 para pagarla 120 días después, sin intereses. Dos meses después de la primera fecha, acuerda con su acreedor pagar \$15,000 en ese momento y, para saldar el resto de su deuda, hacer un pago final 2 meses después de la última fecha, con interés de 13%. Determine el pago final convenido.

SOLUCIÓN.

Ahora bien, para determinar la equivalencia es necesario encontrar el valor de las diferentes operaciones en una sola fecha para que sea posible compararlas. Esto es así porque, como se sabe, el valor del dinero es diferente en tiempos diferentes, y las operaciones están planteadas en tiempos distintos.

La fecha que se elige para hacer coincidir el valor de las diferentes operaciones se conoce como *fecha focal*, y en el ejemplo es fácil ver que resulta conveniente escoger como fecha focal el momento en que se debe realizar el pago final para saldar todas las operaciones (120 días después de la primera fecha). Así,

A continuación se observa el diagrama *tiempo-valor* con la fecha focal establecida.



$$\text{DEUDAS} = \text{PAGOS}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ 12,000 \left[1 + (0.15) \left(\frac{90}{360} \right) \right] \right\} \left[1 + (0.13) \left(\frac{30}{360} \right) \right] + 10,000 \left\{ \frac{1}{\left[1 + (0.13) \left(\frac{30}{360} \right) \right]} \right\} \\ & = 15,000 \left[1 + (0.13) \left(\frac{60}{360} \right) \right] + X \\ & 12,450(1.01083 \dots) + 10,000\{0.98928277\} = 15,325 + X \\ & 12,584.87 + 9,892.83 = 15,325 + X \\ & 12,584.87 + 9,892.83 - 15,325 = X \\ & X = 7,152.70 \end{aligned}$$

EJEMPLO 2:

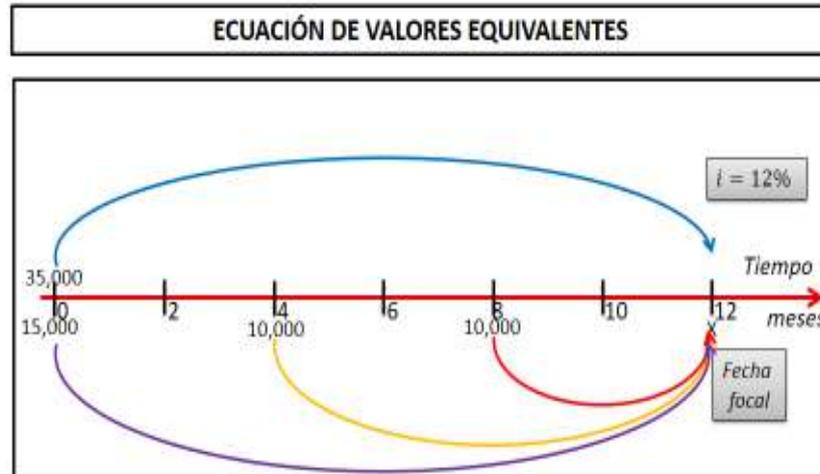
Una empresa vende una maquinaria en \$35,000. Le pagan \$15,000 al contado y le firman dos documentos por \$10,000 cada uno, con vencimiento a 4 y 8 meses. ¿Qué cantidad liquidará la deuda al cabo de 12 meses si se aplica un interés de 12%?

SOLUCIÓN.

A continuación se observa el diagrama *tiempo-valor* con la fecha focal en el mes 12.

$$\text{DEUDAS} = \text{PAGOS}$$

$$\begin{aligned} & 35,000[1 + (0.12)(1)] \\ & = 15,000[1 + (0.12)(1)] + 10,000 \left[1 + (0.12) \left(\frac{8}{12} \right) \right] \\ & + 10,000 \left[1 + (0.12) \left(\frac{4}{12} \right) \right] + X \end{aligned}$$



$$35,000(1.12) = 15,000(1.12) + 10,000(1.08) + 10,000(1.04) + X$$

$$39,200 = 16,800 + 10,800 + 10,400 + X$$

$$39,200 - 16,800 - 10,800 - 10,400 = X$$

$$X = 1,200$$

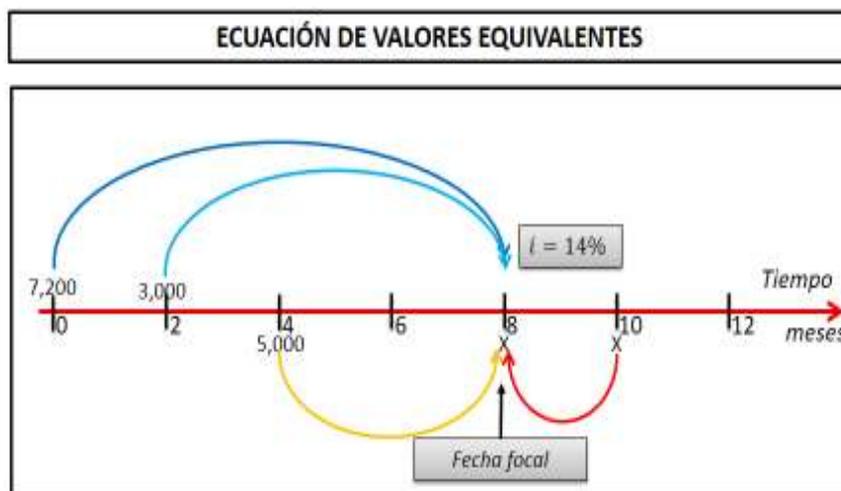
EJEMPLO 3:

Hugo Martínez se había comprometido a pagar hoy la suma de \$7,200 y \$3,000 dentro de 2 meses. Ante la imposibilidad de honrar dichos compromisos en la forma pactada, el acreedor accedió a un refinanciamiento en base a una tasa del 14% simple, aceptando la cancelación de dichas deudas mediante 3 pagos: \$5,000.00 dentro de 4 meses y 2 pagos iguales dentro de 8 y 10 meses. Determine la cuantía de los 2 últimos pagos.

- a. Use como fecha focal el mes 8.
- b. Use como fecha focal el mes 10.

SOLUCIÓN.

- a. A continuación se observa el diagrama *tiempo-valor* con la fecha focal en el mes 8.

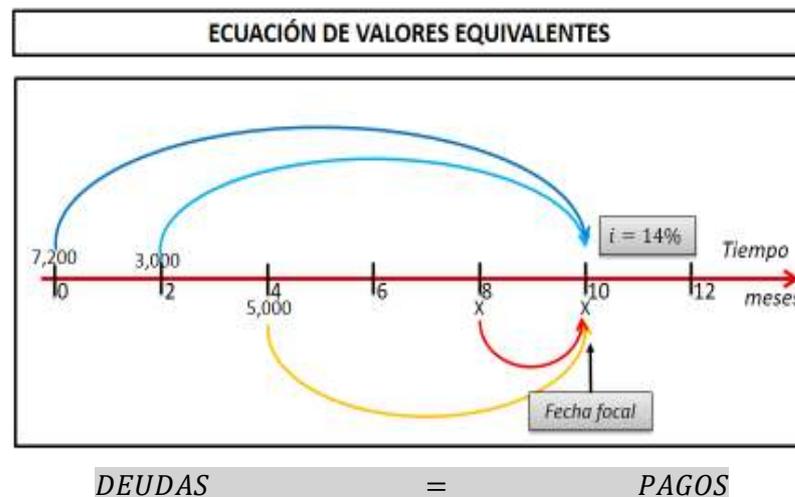


DEUDAS = PAGOS

$$\begin{aligned}
 &7,200 \left[1 + (0.14) \left(\frac{8}{12} \right) \right] + 3,000 \left[1 + (0.14) \left(\frac{6}{12} \right) \right] \\
 &= 5,000 \left[1 + (0.14) \left(\frac{4}{12} \right) \right] + X + \frac{X}{\left[1 + (0.14) \left(\frac{2}{12} \right) \right]} \\
 &7,200(1.09333 \dots) + 3,000(1.07) = 5,000(1.04666 \dots) + X + \frac{X}{(1.02333 \dots)} \\
 &7,872 + 3,210 = 5,233.33 + X \left(1 + \frac{1}{1.02333 \dots} \right) \\
 &7,872 + 3,210 - 5,233.33 = X(1.97799) \\
 &5,848.67 = X(1.97799) \\
 &X = \frac{5,848.67}{1.97799} = 2,956.88
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la fecha focal en el mes 8, los dos pagos (mes 8 y mes 10) son de \$2,956.88 cada uno.

b. A continuación se observa el diagrama *tiempo-valor* con la fecha focal en el mes 10.



$$\begin{aligned}
 &7,200 \left[1 + (0.14) \left(\frac{10}{12} \right) \right] + 3,000 \left[1 + (0.14) \left(\frac{8}{12} \right) \right] \\
 &= 5,000 \left[1 + (0.14) \left(\frac{6}{12} \right) \right] + X \left[1 + (0.14) \left(\frac{2}{12} \right) \right] + X \\
 &7,200(1.11666 \dots) + 3,000(1.09333 \dots) = 5,000(1.07) + X(1.02333 \dots) + X \\
 &8,040 + 3,280 = 5,350 + X(1.02333 \dots + 1) \\
 &8,040 + 3,280 - 5,350 = X(2.02333 \dots) \\
 &5,970 = X(2.02333 \dots) \\
 &X = \frac{5,970}{2.02333 \dots} = 2,950.58
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la fecha focal en el mes 10, los dos pagos (mes 8 y mes 10) son de \$2,950.58 cada uno.

Comparando los resultados de los literales a y b; el primero es de 2,956.88 y el segundo es de 2,950.58. Por tanto se concluye que, en interés simple un problema tendrá resultados diferentes si la fecha focal se ha cambiado en el diagrama de *tiempo - valor*.

3.4.1 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 10

1. *María Camila debe a Juan David \$2,250 que deberá pagar dentro de 3 meses y \$4,780 a pagar dentro de 5 meses. Si María Camila desea liquidar su deuda el día de hoy, ¿qué cantidad deberá pagar si la tasa de interés es de 1.2% mensual?*
2. *Juan José solicitó un préstamo por \$2,500 a 6 meses y una tasa del interés del 14%. Si realiza un pago de \$900 a los 3 meses, ¿Cuánto deberá pagar al final de los 6 meses?. Use como fecha focal dentro de 6 meses.*
3. *Catalina vende una brazaletes y recibe, el 8 de febrero de 2017, las siguientes ofertas: a) \$1,987 al contado, b) \$500 de cuota inicial y se firma un pagaré de \$1,530 con vencimiento el 16 de agosto de 2017 y c) \$400 de cuota inicial y se firman dos pagarés: uno por \$600 a 30 días de plazo y otro por \$950 con fecha de vencimiento el 17 de julio de 2017. ¿Cuál oferta le conviene más si el rendimiento normal del dinero es de 12.5% anual?*
4. *El arquitecto Juan Mora firmó dos pagarés: Uno con valor de vencimiento por \$2,700 a pagar en 4 meses y otro con valor de vencimiento por \$ 3,100 a pagar en 6 meses. En un nuevo arreglo con su acreedor convino en pagar \$ 2,000 el día de hoy y el resto dentro 8 meses. ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final de mes 8, si la tasa de interés es del 1.3% mensual, y se toma como fecha focal el mes 8?*
5. *El economista Walter Loarte firmó un pagaré por \$ 3.700 a 90 días de plazo y una tasa de interés del 13% anual. Desea reestructurar su deuda firmando dos pagarés de igual cuantía con vencimiento a 100 y 150 días. ¿Cuál será el valor de los nuevos documentos si la tasa de interés para la reestructuración es de 18% anual? Considere como fecha focal: a) 100 días y b) 150 días.*
6. *Juan Diego adeuda \$8,200 que debe cancelar dentro de 6 meses a 12% de interés simple, y \$16,000 con vencimiento a 12 meses e intereses al 14%. ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final de 9 meses para saldar la totalidad de la deuda suponiendo una tasa de interés del 15%.*
7. *En el día de hoy se cumple tres meses en que María Fernanda consiguió un préstamo por \$3,000 con tasa de interés de 15% y vencimiento a 7 meses. Seis meses antes de aquella fecha, había firmado un pagaré con valor de vencimiento por \$1,500 a un plazo de nueve meses. Hoy da un abono de \$2,000 y acuerda cancelar su deuda con otro pago dentro de 6 meses. ¿De cuánto será este pago si la tasa de interés se convino en 18%?*
8. *Un fabricante de tiendas de campaña recibió un préstamo de su banco por \$20,000, reconociendo un interés de 14.40% y 8 meses plazo. Transcurrido tres meses propone al banco reestructurar la deuda de la manera siguiente: \$10,000 en este momento y dos pagos iguales que los realizará luego de cuatro y ocho meses después y costo del dinero de 16%. ¿Cuál es el valor de los pagos iguales? Use como fecha focal: a) el primer pago igual, y b) el segundo pago igual.*
9. *Paula Andrea debe pagar \$1,900 dentro de 4 meses y \$ 1,700 dentro de 10 meses. Llega a un acuerdo con su acreedor para pagar de la siguiente forma: Cierta cantidad X dentro de 6 meses y en 8 meses el valor de \$2,000. Si la tasa de interés es de 2,2% bimestral, encuentre el valor de X.*
10. *Lilian Palacios desea sustituir 3 pagos pendientes, a saber: \$1,500 pagaderos el 10 de marzo, \$2,000 pagaderos el 10 de mayo y \$3,000 que vencen el 10 de agosto,*

MATEMÁTICA FINANCIERA I

por un único pago cuyo valor de vencimiento sea igual a la suma de los tres pagos indicados. Con una tasa acordada de un 12% simple anual y tomando como fecha actual el 10 de febrero, determine el tiempo medio equivalente y la fecha de vencimiento del nuevo pago.

- 11. En determinada fecha, María Alejandra tiene firmado un pagaré por un préstamo de \$4,200 a 90 días de plazo e intereses a*

la tasa del 3,2% trimestral. 60 días después firmó otro pagaré con valor de vencimiento de \$6,000 a 120 días de plazo. 90 días después de haber firmado el primer documento, conviene con su acreedor pagar \$ 8,000 en ese momento y por el saldo reemplazar por un pagaré a 3 meses, contados a partir de ese momento, a la tasa del 3.5% trimestral. Determine el pago convenido.

4. UNIDAD

4.1 INTERES COMPUESTO

El interés compuesto se produce cuando el interés se suma al capital, por lo que, a partir de ese momento, el interés que se ha añadido también gana intereses. Esta adición de interés al principal de la operación financiera se llama compuesto.

El capital cambia al final de cada periodo, debido a que los intereses se agregan al capital inicial al término del periodo para que juntos produzcan un nuevo capital. Este genera nuevos intereses en el siguiente periodo, y así sucesivamente en cada uno, mientras dura la operación financiera; entonces se dice que los intereses se capitalizan en cada periodo.

4.1.1 PERIODO DE CAPITALIZACIÓN

El interés puede ser convertido en capital en forma anual, semestral, trimestral, mensual, etc. A dicho periodo se le da el nombre de periodo de capitalización. Al número de veces que el interés se capitaliza durante un año se le denomina frecuencia de conversión.

EJEMPLO 1:

¿Cuál es la frecuencia de conversión de un depósito bancario que paga 12% de interés capitalizable trimestralmente?

SOLUCIÓN.

La tasa de interés se debe entender como el 12% anual con capitalización trimestral, ya que si en la tasa de interés se ha omitido la palabra anual, debe entenderse que esta es anual. Por consiguiente, la frecuencia de conversión se calcula el cociente entre el número de meses del año y el número de meses del trimestre.

$$\text{Frecuencia de conversión} = \frac{\text{año}}{\text{trimestre}} = \frac{12 \text{ meses}}{3 \text{ meses}} = 4.$$

Por tanto, la frecuencia de conversión es 4 cuando la capitalización es trimestral. Cuatro trimestres son equivalentes a un año.

De manera análoga se puede decir que: cuando la capitalización es semestral, la frecuencia de conversión es dos, ya que dos semestres tiene un año; cuando la capitalización es quincenal, la frecuencia de conversión es 24, ya que 24 quincenas tiene un año (aproximado); etc.

4.1.2 TASA DE INTERÉS COMPUESTO

De acuerdo a lo indicado en la solución del ejemplo 1, generalmente la tasa de interés estará expresada forma anual e indicará cual es el periodo de capitalización como se observa en los enunciados siguientes:

- 8% anual capitalizable mensual.
- 10% anual capitalizable semestral.
- 12% anual capitalizable trimestral.
- 10% con capitalización quincenal.
- 10% capitalizable semestral.
- 12% capitalizable trimestral, etc.

Se entenderá que la capitalización es anual, si el interés se expresa sin mención alguna con respecto de su capitalización.

A continuación se muestran los periodos de capitalización con sus correspondientes frecuencias.

| Periodo | Frecuencia |
|------------|------------|
| Anual | 1 |
| Semestral | 2 |
| Trimestral | 4 |
| Mensual | 12 |
| Quincenal | 24 |
| Semanal | 52 |
| Diario | 360 o 365 |

4.1.3 CÁLCULO DE MONTO COMPUESTO

Poseer un dólar hoy no vale lo mismo que poseerlo dentro de un año. Si dispusiera ahora mismo de él, podría invertirlo, ganar un interés y transcurrido un año usted tendría algo más que un dólar.

Se utiliza el interés compuesto, ya que tiene en consideración los intereses que generarán los propios intereses intermedios. Esta consideración, es imprescindible para poder diferenciar operaciones con pagos intermedios frente a operaciones que no los tienen. Al calcular el valor futuro de una cantidad, no se producirán pagos intermedios anuales, por lo que deberemos utilizar el interés compuesto.

El interés compuesto se aplica usualmente en aquellas transacciones que abarcan un período largo de tiempo. Se calcula utilizando la cantidad inicial aplicándolo durante intervalos establecidos, el interés vencido es agregado al capital original o principal; en este caso se dice que el interés es capitalizable o convertible, en capital y en consecuencia, también gana interés. El capital aumenta periódicamente y el interés convertible en capital también aumenta periódicamente durante el período de la transacción. La suma vencida al final de la transacción es conocida como monto compuesto.

La fórmula que calcula el monto con interés compuesto está dada por

$$M = P(1 + i)^n$$

Donde:

M = monto de n periodos

P = capital inicial

n = periodos de capitalización

i = tasa de interés compuesto

A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le conoce como interés compuesto. Por consiguiente:

$$I = M - P$$

En problemas que implican interés compuesto, 3 conceptos son importantes.

1. El capital original “deuda, depósito, ahorro”
2. La tasa de interés por período
3. El número de períodos de conversión durante todo el plazo de la transacción.

EJEMPLO 2:

Textiles Nacionales paga el 8.7% capitalizable trimestral sobre obligaciones a plazo. ¿A cuánto ascenderá el pago en un año de una deuda de USD 25,000? ¿Cuál es el interés compuesto?

SOLUCIÓN.

La tasa de 8.7% capitalizable trimestral será el equivalente a $i = \frac{0.087}{4}$ ya que cuando la capitalización es trimestral, los periodos de conversión es cuatro, así mismo, el plazo de un año implica que $n = 4$, ya que un año tiene cuatro trimestres.

Recuerde que la capitalización y los periodos de tiempo deben estar en las mismas unidades; esto es, como en el presente caso, si la capitalización es trimestral, el plazo de la deuda también se contabilizará en trimestres.

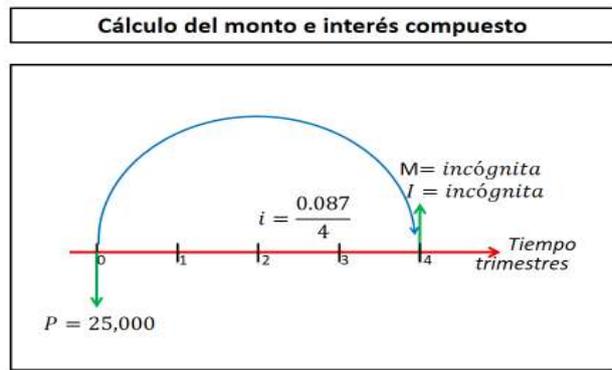
En este caso

$$i = \frac{0.087}{4} \text{ trimestral}$$

$$n = 4 \text{ trimestres}$$

$$P = 25,000$$

$$M = \text{incógnita}$$

$$I = \text{incógnita}$$


Al aplicar la fórmula del monto, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

Reemplazando, se tiene:

$$M = 25,000 \left(1 + \frac{0.087}{4}\right)^4$$

$$M = 27,246.99$$

A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le conoce como interés compuesto. Por consiguiente:

$$I = M - P$$

Reemplazando, se tiene:

$$I = 27,246.99 - 25,000.00$$

$$I = 2,246.99$$

EJEMPLO 3:

Textiles Nacionales paga el 8.7% capitalizable quincenal sobre obligaciones a plazo. ¿A cuánto ascenderá el pago en un año de una deuda de USD 25,000? ¿Cuál es el interés compuesto?

SOLUCIÓN.

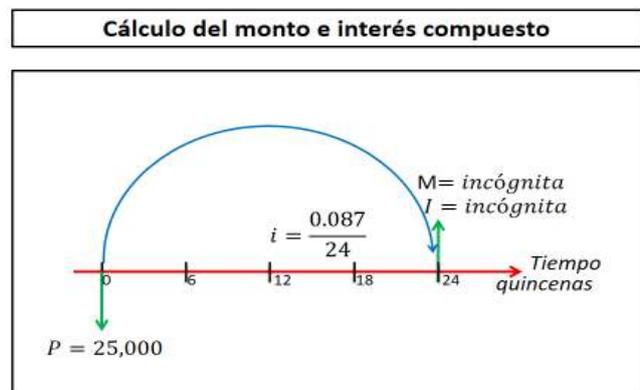
En este caso

$$i = \frac{0.087}{24} \text{ quincenal}$$

$$n = 24 \text{ quincenas}$$

$$P = 25,000$$

$$M = \text{incógnita}$$

$$I = \text{incógnita}$$


La tasa de 8.7% capitalizable quincenal será el equivalente a $i = \frac{0.087}{24}$ ya que cuando la capitalización es quincenal, los periodos de conversión es aproximadamente 24, así mismo, el plazo de un año implica que $n = 24$, ya que un año tiene 24 quincenas.

Al aplicar la fórmula del monto, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

Reemplazando, se tiene:

$$M = 25,000 \left(1 + \frac{0.087}{24}\right)^{24}$$

$$M = 27,268.13$$

A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le conoce como interés compuesto. Por consiguiente:

$$I = M - P$$

Reemplazando, se tiene:

$$I = 27,268.13 - 25,000.00$$

$$I = 2,268.13$$

Observe que en los ejemplos 2 y 3 solo se ha variado la tasa de interés; el primero con el 8.7% capitalizable trimestral y el segundo con el 8.7% capitalizable quincenal, razón por lo que existe variación en el valor de los montos ($27,268.13 - 27,246.99 = 21.14$) y del interés ($2,268.13 - 2,246.99 = 21.14$).

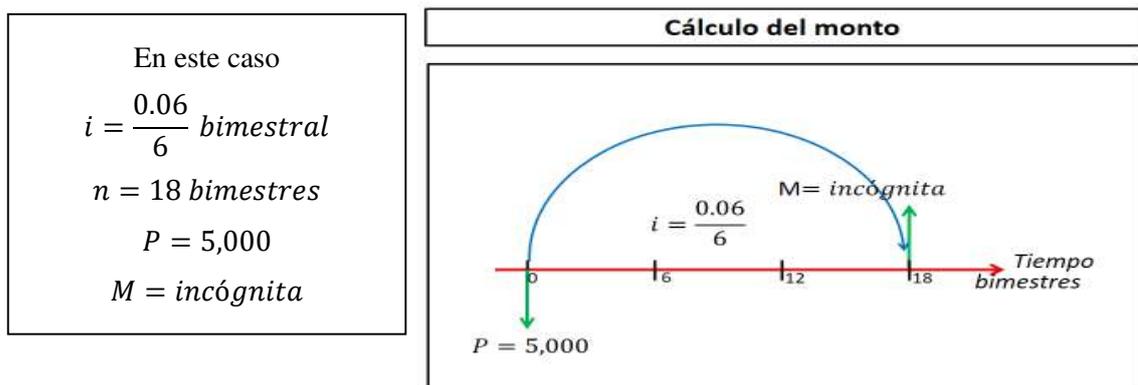
Lo anterior, permite llegar a la conclusión que, a mayor frecuencia de conversión, mayor será el interés que se obtenga si la tasa anual nominal es igual; así, el pago de interés con capitalización quincenal es superior al pago con capitalización trimestral.

EJEMPLO 4:

Calcular el monto acumulado al final de tres años si el capital es \$5,000 invertido a una tasa de 6% anual capitalizable bimestral.

SOLUCIÓN.

La tasa de 6% capitalizable bimestral será el equivalente a $i = \frac{0.06}{6}$, ya que cuando la capitalización es bimestral, los periodos de conversión son seis, así mismo, el plazo de tres años implica que $n = 3 * 6 = 18$ bimestres.



Al aplicar la fórmula del monto, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

Reemplazando, se tiene:

$$M = 5,000 \left(1 + \frac{0.06}{6}\right)^{18}$$

$$M = 5,980.74 \text{ Dólares}$$

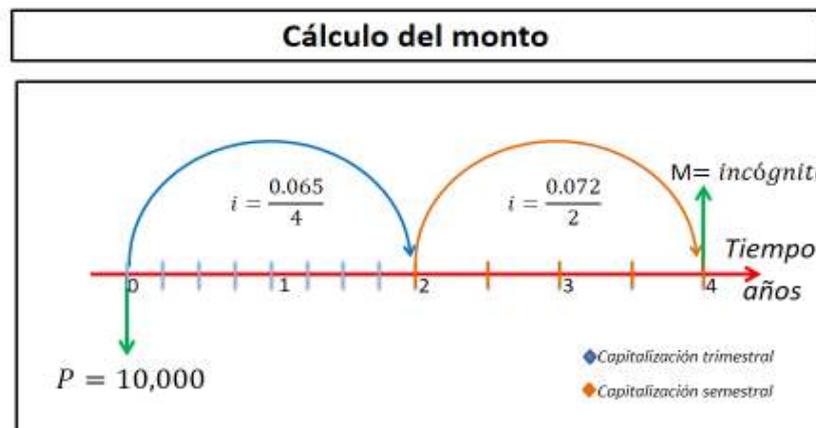
EJEMPLO 5:

Un inversionista colocó en un banco de la ciudad la cantidad de \$10,000 por cuatro años, a una tasa de interés de 6.5% capitalizable trimestralmente. Después de dos años de inversión, la tasa se modificó al 7.2% convertible semestral. ¿Cuánto habrá acumulado el inversionista en los 4 años?

SOLUCIÓN.

La tasa de 6.5% capitalizable trimestral para los dos primeros años será el equivalente a $i_1 = \frac{0.065}{4}$, ya que cuando la capitalización es trimestral, los periodos de conversión son cuatro; del mismo modo, para los dos años siguientes la tasa que rige será 7.2% capitalizable semestral por lo que el equivalente es $i_2 = \frac{0.072}{2}$. El plazo de cuatro años implica que se tendrá $n_1 = 2 * 4 = 8$ trimestres y $n_2 = 2 * 2 = 4$ semestres para los siguientes dos años.

| | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| En este caso | |
| $i_1 = \frac{0.065}{4}$ trimestral | $i_2 = \frac{0.072}{2}$ semestral |
| $n_1 = 8$ trimestres | $n_2 = 4$ semestres |
| $P = 10,000$ | $M = \text{incógnita}$ |



Al aplicar la fórmula del monto, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

Reemplazando, se tiene:

$$M = \left[10,000 \left(1 + \frac{0.065}{4} \right)^8 \right] \left(1 + \frac{0.072}{2} \right)^4$$

$$M = 11,376.39 \left(1 + \frac{0.072}{2} \right)^4$$

$$M = 13,105.20 \text{ Dólares}$$

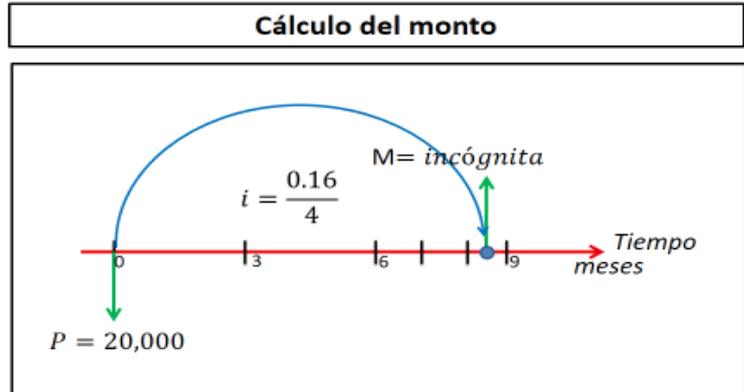
EJEMPLO 6:

Un comerciante obtiene un préstamo bancario de \$20,000 con un plazo de 12 meses y 16% capitalizable trimestral. El decide liquidarlo de manera anticipada 3.5 meses antes de su vencimiento. ¿Cuál es la cantidad que debe pagar?

SOLUCIÓN.

El crédito vence en 12 meses, si el comerciante cancela la deuda 3.5 meses antes del vencimiento, entonces el plazo de la deuda se reduce a 8.5 meses. Como la tasa del 16% se capitaliza trimestralmente, entonces $n = \frac{8.5}{3}$ trimestres.

En este caso
 $n = \frac{8.5}{3}$ trimestres
 $i = \frac{0.16}{4}$ trimestral
 $P = 20,000$
 $M = \text{incógnita}$



Al aplicar la fórmula del monto, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

Reemplazando, se tiene:

$$M = 20,000 \left(1 + \frac{0.16}{4}\right)^{2.8333...}$$

$$M = 22,350.70 \text{ Dólares}$$

4.1.4 TASA NOMINAL, TASA EFECTIVA Y TASAS EQUIVALENTES

TASA NOMINAL.

Es una tasa expresada anualmente que genera intereses varias veces al año. Para saber los intereses generados realmente necesitaremos cambiar esta tasa nominal a una efectiva.

Es una tasa de interés que necesita de tres elementos básicos: La tasa, el periodo de referencia y el periodo de composición. El periodo de referencia mientras no se diga lo contrario, siempre será el año, y se dice que está implícito y por tanto, no es necesario señalarlo. El periodo de composición puede ser anual, semestral, trimestral, mensual, quincenal, semanal, etc.

Las tasas que informan los bancos es la tasa nominal. Esto es 8% anual capitalizable semestral. 8% capitalizable semestral.

TASA EFECTIVA

Es también una de las representaciones más usadas por los bancos y entidades financieras a la hora de presentar los rendimientos o el costo de un instrumento financiero durante un periodo de tiempo específico. La tasa efectiva nos da el porcentaje de interés total que se genera o que se aplica sobre una cantidad de dinero durante un periodo de tiempo determinado. La representación más usada de la tasa efectiva es la anual.

Cuando el periodo de capitalización es un año, la tasa efectiva anual es igual a la nominal anual; en cualquier otro caso la tasa efectiva anual será mayor que la nominal anual. Cuanto más frecuentes sean los periodos de capitalización en un año, mayor será la tasa efectiva anual.

TASAS EQUIVALENTES

Se define cuando dos tasas con diferentes periodos de capitalización son equivalentes si al invertir una misma cantidad luego de un mismo lapso de tiempo se produce la misma rentabilidad y por ende el mismo valor futuro.

EJEMPLO 7:

Un préstamo bancario de \$50,000 que se pactó a 14% de interés anual convertible trimestralmente, ¿cuál es la tasa efectiva anual?

SOLUCIÓN.

Dada la tasa nominal 14% anual convertible trimestralmente, se debe encontrar lo efectivamente pagado o ganado en un año o tasa efectiva.

En este caso
 $j = 14\% \text{ a.c. trimestral}$
 $i_e = \text{incógnita}$

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

$$i_e = \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^4 - 1$$

$$i_e = 1.147523 - 1$$

$$i_e = 0.147523$$

$$i_e \cong 14.75\% \text{ efectivo anual}$$

Por lo que se determina que el 14% anual capitalizable trimestral es equivalente al 14.75% efectivo anual.

EJEMPLO 8:

Determinar la tasa nominal j convertible mensual, que produce un rendimiento de 14% anual.

SOLUCIÓN.

Dada la tasa efectiva de 14% anual, se debe encontrar la tasa nominal convertible mensual.

En este caso
 $j = \text{incógnita}$
 $i_e = 14\%$

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

$$0.14 = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} - 1$$

$$1.14 = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$\sqrt[12]{1.14} = 1 + \frac{j}{12}$$

$$1.010978852 - 1 = \frac{j}{12}$$

$$(0.010978852) * 12 = j$$

$$j = 0.1317462234$$

$$j \cong 13.17\% \text{ anual capitalizable mensual}$$

Por lo que se determina que el 14% efectivo anual es equivalente al 13.17% anual capitalizable mensual.

EJEMPLO 9:

¿Cuál es la tasa nominal j' convertible mensualmente equivalente a una tasa de 14% convertible semestral?

SOLUCIÓN.

En este caso
 $j = 14\% \text{ a. c. semestral}$
 $j' = \text{incógnita}$

$$\left(1 + \frac{j'}{m}\right)^m = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$\left(1 + \frac{j'}{12}\right)^{12} = \left(1 + \frac{0.14}{2}\right)^2$$

$$\left(1 + \frac{j'}{12}\right)^6 = \left(1 + \frac{0.14}{2}\right)$$

$$\left(1 + \frac{j'}{12}\right) = \sqrt[6]{1.07}$$

$$\frac{j'}{12} = 1.01134026 - 1$$

$$j' = 0.01134026 * 12$$

$$j' = 0.1360831216$$

$$j \cong 13.61\% \text{ anual capitalizable mensual}$$

Por lo que se determina que el 14% anual capitalizable semestral es equivalente al 13.61% anual capitalizable mensual.

4.1.5 CÁLCULO DEL VALOR ACTUAL O PRESENTE

El valor presente se puede obtener de una cantidad que se espera recibir en algún momento del futuro.

El cálculo del valor presente es el inverso del valor futuro, es decir, si para el cálculo del valor futuro se añadía al capital, los intereses generados; en el valor presente, se descontará los intereses del valor futuro.

El valor actual o presente es un concepto muy utilizado en las matemáticas financieras porque permite conocer en determinado momento el valor de una cantidad que se recibirá, que debe pagarse o que se desea reunir en un tiempo futuro.

El valor actual o presente se encuentra a partir de la fórmula del monto en interés compuesto.

$$M = P(1 + i)^n$$

Despejando P se tiene:

$$P = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

En forma equivalente se tiene:

$$P = M(1 + i)^{-n}$$

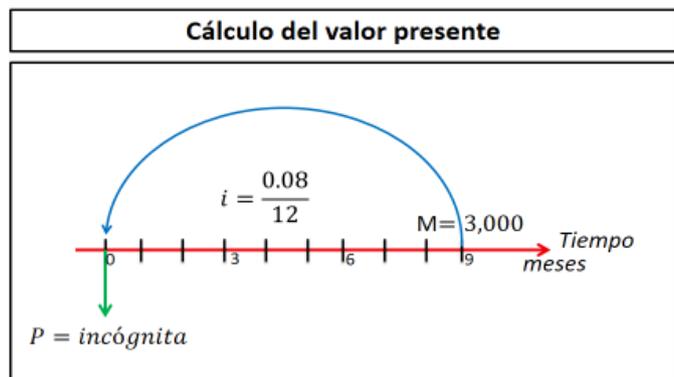
EJEMPLO 10:

El 1 de enero un padre de familia decide ahorrar para pagar la matrícula de la universidad de su hijo el 1 de octubre del mismo año; si el costo de la matrícula es de \$3,000 y la tasa de interés que se le reconoce es del 8% capitalizable mensual, ¿de cuánto será el depósito el 1 de enero?

SOLUCIÓN.

El tiempo que puede ahorrar es de 9 meses, dentro de este tiempo debe tener \$3,000, obteniendo una tasa de interés de 8% capitalizable mensual.

| |
|--|
| <p>En este caso</p> <p>$n = 9 \text{ meses}$</p> <p>$i = \frac{0.08}{12} \text{ mensual}$</p> <p>$M = 3,000$</p> <p>$P = \text{incógnita}$</p> |
|--|



Al aplicar la fórmula del valor presente, se tiene.

$$P = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Reemplazando, se tiene:

$$P = \frac{3,000}{\left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^9}$$

$$P = 2,825.86 \text{ Dólares}$$

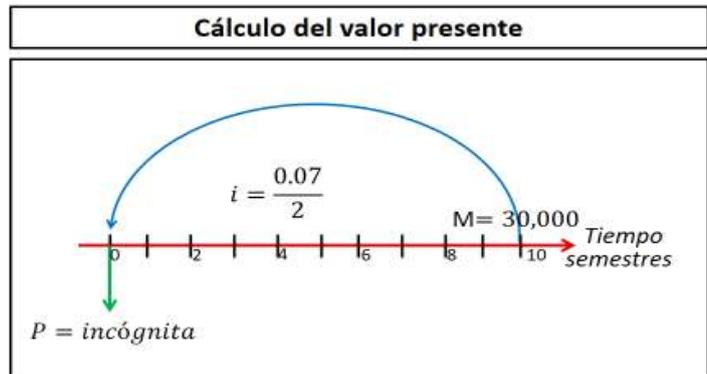
EJEMPLO 11:

¿Cuánto debe depositarse en el banco si se desea tener un monto de \$30,000 dentro de 5 años si la tasa de interés que paga el banco es de 7% anual convertible semestralmente?

SOLUCIÓN.

El tiempo que puede ahorrar es de 10 semestres, dentro de este tiempo debe tener \$30,000, obteniendo una tasa de interés de 7% capitalizable semestral.

En este caso
 $n = 10$ *semestres*
 $i = \frac{0.07}{2}$ *semestral*
 $M = 30,000$
 $P = \text{incógnita}$



Al aplicar la fórmula del valor presente, se tiene.

$$P = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Reemplazando, se tiene:

$$P = \frac{30,000}{\left(1 + \frac{0.07}{2}\right)^{10}}$$

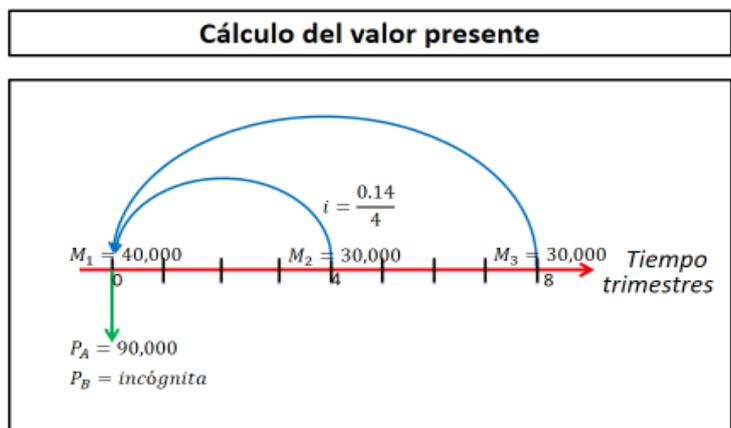
$$P = 21,267.56 \text{ Dólares}$$

EJEMPLO 12:

Una compañía de construcción está cotizando una pala cargadora. Tiene una oferta de \$90,000 al contado y una segunda oferta de \$40,000 al contado y dos pagos de \$30,000 cada uno, a uno y dos años, respectivamente. Si el precio del dinero es de 14% anual capitalizable trimestral, ¿cuál de los dos planes le conviene?

SOLUCIÓN.

En este caso
 $P_A = 90,000$ *contado*
 $i = \frac{0.14}{4}$ *trimestral*
 $M_1 = 40,000$ *contado*
 $M_2 = 30,000$ *un año*
 $M_3 = 30,000$ *dos años*
 $P_B = \text{incógnita}$



La primera oferta es de \$90,000 al contado. La segunda tiene un pago al contado de \$40,000 y dos pagos de 30,000 en uno (cuatro trimestres) y dos años (ocho trimestres), respectivamente, con un costo del dinero de 14% anual capitalizable trimestral.

Para determinar la conveniencia de cada oferta, es necesario que aquellas se comparen en una misma fecha; la primera P_A con el valor al contado (hoy) y la segunda P_B calculando el valor presente a la fecha de hoy.

Al aplicar la fórmula del valor presente para P_B , se tiene.

$$P_B = M_1 + \frac{M_2}{(1 + i)^n} + \frac{M_3}{(1 + i)^n}$$

Reemplazando, se tiene:

$$P_b = 40,000 + \frac{30,000}{\left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^4} + \frac{30,000}{\left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^8}$$

$$P_B = 40,000 + 26,143.27 + 22,782.35$$

$$P_B = 88,925.61 \text{ Dólares}$$

EJEMPLO 13:

Una empresa comercializadora de maquinaria industrial realiza una venta de una bomba de agua a un valor de \$20,000 por la que recibe un documento a plazo de un año con interés de 12%. A fin de recuperar el efectivo en forma inmediata, la empresa vendedora descuenta dicho documento en un banco a una tasa de 1.2% mensual.

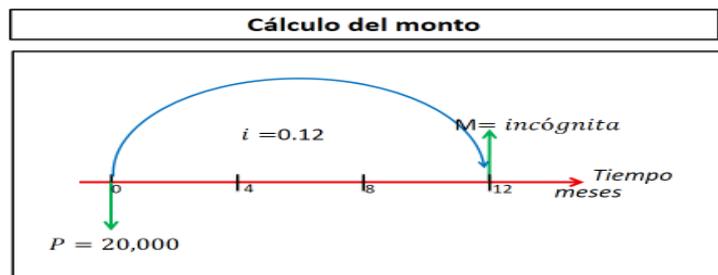
- a. ¿Qué cantidad es la que se recibe?
- b. ¿Qué tasa de interés efectiva debe pagar la compañía para financiarse?
- c. ¿Cuál fue la utilidad o pérdida que generó la operación?

SOLUCIÓN.

En principio se deberá calcular el valor al vencimiento del documento, con las condiciones estipuladas en él. Sobre el valor obtenido se calculará el valor presente con las condiciones acordadas con el banco.

- a. ¿Qué cantidad es la que se recibe?

| |
|---|
| En este caso $P = 20,000$ $i = 12\%$ $n = 1 \text{ año}$ $M = \text{incógnita}$ |
|---|



Al aplicar la fórmula del valor futuro, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

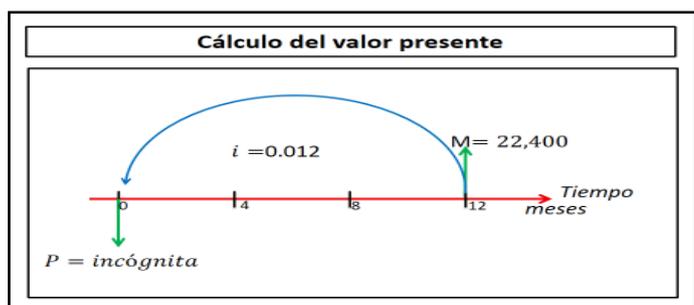
Reemplazando, se tiene:

$$M = 20,000(1 + 0.12)^1$$

$$M = 22,400$$

Los \$22,400 es el valor al vencimiento del documento, sobre este se deberá realizar el cálculo del valor presente.

| |
|--|
| En este caso $M = 22,400$ $i = 1.2\% \text{ mensual}$ $n = 1 \text{ año}$ $P = \text{incógnita}$ |
|--|



Por tanto:

$$P = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Reemplazando se tiene:

$$P = \frac{22,400}{(1+0.012)^{12}}$$

$$P = 19,412.52 \text{ Dólares}$$

En la operación de descuento la empresa recibe \$19,412.52.

b. ¿Qué tasa de interés efectiva debe pagar la compañía para financiarse?

En este caso

$j = 1.2\% \text{ mensual}$

$j = 14.40\% \text{ a. c. mensual}$

$i_e = \text{incógnita}$

Al aplicar la fórmula de la tasa efectiva, se tiene:

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

$$i_e = \left(1 + \frac{0.1440}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_e = 0.15492123$$

$$i_e \cong 15.49\% \text{ anual}$$

c. ¿Cuál fue la utilidad o pérdida que genero la operación?

La bomba de agua tiene un costo de \$20,000 al contado; sin embargo, como recibió un documento, por la operación de descuento que le realiza el banco, la empresa recibe \$19,412.52. La pérdida sería $20,000 - 19,412.52 = 587.48$ dólares.

4.1.6 TIEMPO

EJEMPLO 14:

¿En cuánto tiempo se duplicará una inversión de \$10,000 si se considera una tasa de interés de 6% anual convertible mensual?

SOLUCIÓN.

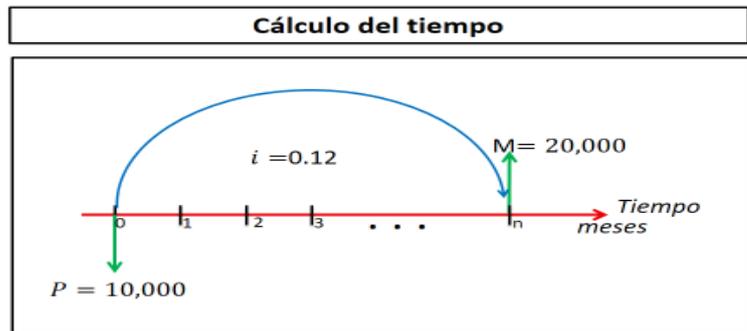
En la solución de este tipo de problemas se tendrá en cuenta la fórmula del monto en interés compuesto $M = P(1+i)^n$. Recuerde que el capital de \$10,000 se duplicará (\$20,000) en determinado tiempo.

Al aplicar la fórmula del valor futuro y reemplazar los correspondientes valores, se tiene.

$$M = P(1+i)^n$$

$$20,000 = 10,000 \left(1 + \frac{0.06}{12}\right)^n$$

En este caso
 $P = 10,000$
 $M = 20,000$
 $i = 6\% \text{ a. c. mensual}$
 $n = \text{incógnita}$



Luego se aplica las propiedades de las ecuaciones hasta calcular n .

$$\frac{20,000}{10,000} = (1.005)^n$$

$$2 = (1.005)^n$$

$$\ln 2 = n \ln 1.005$$

$$n = \frac{\ln 2}{\ln 1.005}$$

$$n = 138.975722 \text{ meses}$$

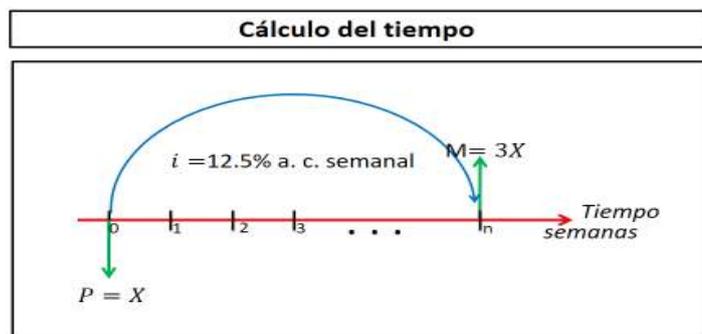
$$n = 11 \text{ años } 6 \text{ meses } 29 \text{ días}$$

EJEMPLO 15:

Una financiera desea captar dineros del público, para ello oferta triplicar el dinero que depositan los ahorradores. Si la financiera paga por los valores captados un máximo de 12.5% anual con capitalización semanal, ¿cuánto tiempo debe durar la inversión?

SOLUCIÓN.

En este caso
 $P = X$
 $M = 3X$
 $i = 12.5\% \text{ a. c. semanal}$
 $n = \text{incógnita}$



Al aplicar la fórmula del valor futuro y reemplazar los correspondientes valores, se tiene.

$$M = P(1 + i)^n$$

$$3X = X \left(1 + \frac{0.125}{52}\right)^n$$

Luego se aplica las propiedades de las ecuaciones hasta calcular n .

$$\frac{3X}{X} = (1.002403846)^n$$

$$3 = (1.002403846)^n$$

$$\ln 3 = n \ln 1.002403846$$

$$n = \frac{\ln 3}{\ln 1.002403846}$$

$n = 457.571798$ semanas

$n \cong 8$ años 9 meses 21 días

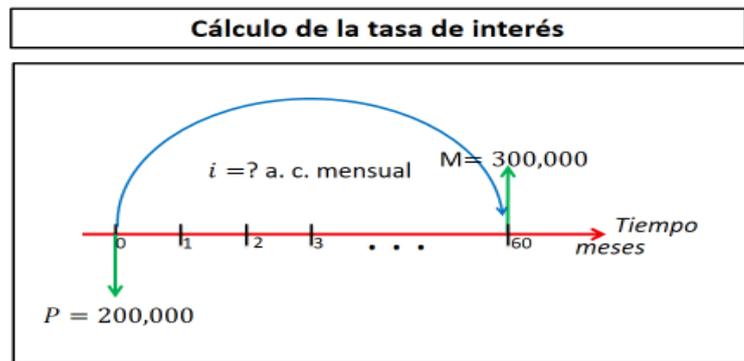
4.1.7 TASA DE INTERÉS

EJEMPLO 16:

Si una inversión de \$200,000 realizada hace 5 años, tiene hoy un valor de \$300,000. ¿Cuál fue la tasa anual con capitalización mensual?

SOLUCIÓN.

En este caso
 $P = 200,000$
 $M = 300,000$
 $n = 5$ años
 $i = ?$ a. c. mensual



Con la fórmula del valor futuro y reemplazando los valores dados, se tiene:

$$M = P(1 + i)^n$$

$$300,000 = 200,000 \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{60}$$

Luego se aplica las propiedades de las ecuaciones hasta calcular i .

$$\frac{300,000}{200,000} = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{60}$$

$$1.5 = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{60}$$

$$\sqrt[60]{1.5} = 1 + \frac{i}{12}$$

$$\frac{i}{12} = 1.006780637 - 1$$

$$i = 0.006780637(12)$$

$$i = 0.081367643$$

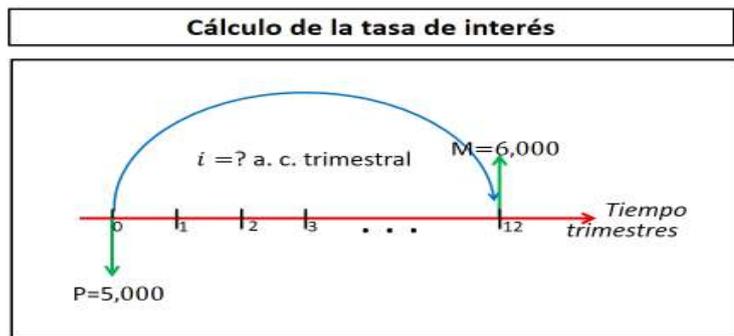
$$i = 8.14\% \text{ a. c. mensual}$$

EJEMPLO 17:

¿A qué tasa de interés se deben depositar \$5,000 para disponer de \$6,000 en un plazo de 3 años? Considere que los intereses se capitalizan trimestralmente?

SOLUCIÓN.

En este caso
 $P = 5,000$
 $M = 6,000$
 $n = 3 \text{ años}$
 $i = ? \text{ a. c. trimestral}$



Con la fórmula del valor futuro y reemplazando los valores dados, se tiene:

$$M = P(1 + i)^n$$

$$6,000 = 5,000 \left(1 + \frac{i}{4}\right)^{12}$$

Luego se aplica las propiedades de las ecuaciones hasta calcular i .

$$\frac{6,000}{5,000} = \left(1 + \frac{i}{4}\right)^{12}$$

$$1.2 = \left(1 + \frac{i}{4}\right)^{12}$$

$$\sqrt[12]{1.2} = 1 + \frac{i}{4}$$

$$\frac{i}{4} = 1.01530947 - 1$$

$$i = 0.01530947(4)$$

$$i = 0.061237882$$

$$i \cong 6.12\% \text{ a. c. trimestral}$$

4.1.8 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 11

1. Utilizando las siguientes tasas nominales, encuentre la tasa efectiva por periodo.
 - a. 8% anual con capitalización semestral
 - b. 12% anual capitalizable trimestral
 - c. 14% capitalizable mensual
 - d. 9% con capitalización quincenal
 - e. 10% capitalizable semanal

¿Cuál es la tasa efectiva anual de un dinero invertido al 13% anual convertible:

 - a. Anual
 - b. Semestral
 - c. Trimestral
 - d. Bimestral
 - e. Mensual
2. Utilizando las siguientes tasas efectivas, encuentre la tasa nominal indicada.
 - a. 8% anual efectivo a tasa anual capitalizable semestral
 - b. 12% efectivo a anual capitalizable trimestral
 - c. 14% a tasa capitalizable bimestral
 - d. 9% anual a tasa anual capitalizable mensual
 - e. 10% anual efectivo a tasa anual capitalizable semanal

MATEMÁTICA FINANCIERA I

3. ¿Cuál es la tasa nominal capitalizable mensual de un dinero invertido a la tasa efectiva de:
 - a. 8%
 - b. 12%
 - c. 10%
4. Determine la tasa nominal j convertible trimestralmente que resulte equivalente a una tasa de 12% convertible semestralmente.
5. ¿Qué tasa nominal j convertible mensualmente resulta equivalente a una tasa de 14% convertible trimestralmente?
6. ¿Qué tasa de interés anual con capitalización trimestral resulta equivalente a una tasa de 12% anual con capitalización semestral?
7. ¿Qué tasa de interés convertible trimestral resulta equivalente a una tasa convertible mensual de 12%?
8. Una institución financiera de la ciudad anuncia que otorga una tasa efectiva anual del 6% en las cuentas de ahorro. Encuentre la tasa de interés nominal sabiendo que la capitalización es diaria.
9. Victoria le prestó a un amigo \$2,000 a 10 meses de plazo y cobrándole una tasa de interés del 14% capitalizable cada quincena. ¿Cuál es el monto?
10. A Matías le prometen que en 25 años tendrá \$50,000 para su programado retiro laboral. ¿Cuánto deberá invertir ahora si la tasa de interés es de 8% compuesto trimestral?
11. Nicolás compro una aspiradora con un enganche de \$600 y el saldo de 2,200 financiado al 3,4% trimestral por 6 meses. ¿Cuánto pago Nicolás en total por la aspiradora?
12. Una máquina cargadora que actualmente está en uso llegará al final de su vida útil dentro de 5 años, para esa época será necesario adquirir una nueva máquina y se estima costará uno \$12,000; la máquina actual para esa época podrá ser vendida en \$4,000. Determinar el valor del depósito el día de hoy si le garantizan un rendimiento de 7,5% efectivo anual.
13. Al adquirir un tractor, se quedaron debiendo \$90,000 los cuales se deben cancelar con dos pagos de \$ 44,000 y \$ 50,000 tres y seis meses después de entregado el bien. ¿Qué interés nominal con capitalización trimestral se aplicó al financiamiento?
14. Mateo tiene dinero invertido en un fondo que paga intereses mensuales. Durante un periodo de tres años y medio en que no realizó depósitos ni retiros, su cuenta de \$15,000 iniciales, pasó a \$20,400. Calcule la tasa anual convertible mensual y la tasa efectiva.
15. Sofía invirtió \$14,600 en un certificado de depósito a 6 meses de plazo. Si la tasa de interés es 12% anual capitalizable bimensual, encuentre el valor final del certificado.
16. Jimena invierte \$3,000 el día de hoy a una tasa de interés del 6.8% convertible mensualmente a un plazo de 5 años. Calcule:
 - a. ¿Cuánto le entregarán al final de seis años?
 - b. Si los intereses no se capitalizan, ¿cuánto dinero recibiría al final de seis años?
17. Valeria pidió un préstamo para comprar ropa por \$1,500 y en 9 meses pagó de intereses el valor de \$120.92 ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable mensual se le aplicó?
18. Martina quiere saber el tiempo que tuvo invertidos \$8,000 que generaron intereses por \$783 a la tasa de interés fue de 10% capitalizable trimestral. Calcule el tiempo en meses y días.
19. Alejandro adquiere una televisión a crédito. El almacén requiere un enganche de \$500 y le queda un saldo de \$1,200; el cual en 6 meses pagará la cantidad de \$1,450. ¿Cuál es la tasa de interés que le aplicarán al crédito?
20. Sebastián, al nacer su hija Ana Emilia, le obsequió \$3,000 en una inversión que pagaba 6.4% compuesto quincenalmente para que fueron usados en su educación universitaria. Si la tasa de interés permanece constante, ¿cuánto acumuló Ana Emilia cuando cumplió 18 años?
21. Una deuda de \$5,000 se documenta mediante un pagaré que incluye intereses

- a razón de 6% semestral, y que será pagadero al cabo de un año. ¿Qué cantidad puede obtenerse por él si se descuenta al cabo de 4 meses a una tasa de interés de 12% convertible bimestral?
22. Una comercializadora de máquinas de imprenta ofrece a sus clientes 4% de descuento en la compra al contado de una de sus máquinas, o bien, 50% del precio al contado y 50% a 3 meses sin descuento y sin intereses. ¿Qué alternativa debe escogerse si el dinero puede ser invertido a una tasa de interés mensual de: a) 1%? b) 2%? c) 3%?
23. Una empresa exportadora recibe un pagaré por \$28,500 a 90 días de plazo que devenga un interés mensual de 0.9%. A fin de contar con recursos líquidos, la empresa descuenta el documento en su banco y éste lo acepta cargando un interés de 10% anual convertible trimestralmente. ¿Cuál es el importe neto que recibe la empresa?
24. ¿En cuánto tiempo una inversión duplica su valor a una tasa de 7% anual capitalizable trimestral?
25. Luciana realiza una inversión de \$10,000 en un banco el día 1 de febrero. ¿En qué fecha valdrá \$11,000 si la tasa de interés es de 14% compuesta mensualmente?
26. ¿A qué tasa de interés un capital triplica en su valor en 15 años?
27. Martín depositó \$20,000 en una cuenta bancaria hace 2 años y 6 meses. Actualmente tiene \$22,800, y desea saber cuál es la tasa de interés que ha ganado si la capitalización es trimestral.

4.2 ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

La práctica comercial y financiera ocasiona en ciertas situaciones a realizar una nueva negociación de las obligaciones. La falta de liquidez de las organizaciones y las personas, es entre otras, las razones para cambiar las obligaciones originarias por otras.

Una correcta modelación de una ecuación de valor permite hallar equivalencias de préstamos u obligaciones financieras o comerciales. A través de la ecuación de valor, un conjunto de obligaciones con vencimientos en fechas establecidas puedan ser convertidos en una o varias obligaciones equivalentes con vencimientos en fechas distintas.

Las ecuaciones de valores equivalentes en interés compuesto tienen la misma forma de modelación que en el interés simple; sin embargo, tenga en cuenta que para la solución de los siguientes problemas las fórmulas útiles serán:

- i. $S = P(1 + i)^n$ para el cálculo del valor futuro.
- ii. $P = \frac{S}{(1+i)^n}$ para el cálculo del valor presente.

EJEMPLO 1:

Una empresa de construcción tiene los siguientes compromisos financieros a pagar con un banco de la ciudad: 35,000 en cinco meses, 50,000 en ocho meses, y 25,000 en doce meses. Debido a su iliquidez propone al banco una nueva forma de pago: 16,000 a la fecha, 40,000 en el mes doce y el saldo a 20 meses; si el banco acuerda el 12% capitalizable mensual por la reprogramación, se pide determinar el valor del saldo que debe pagar.

SOLUCIÓN.

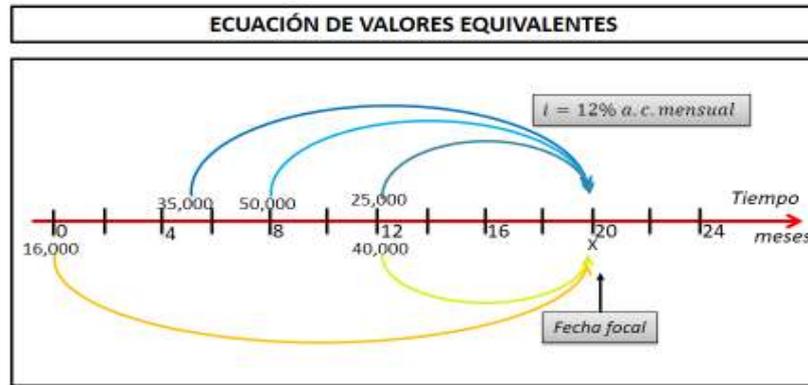
En este caso

Deudas: 35,000 en el mes 5; 50,000 en el mes 8 y 25,000 en el mes 12

Pagos: 16,000 hoy; 40,000 en el mes 12 y el saldo en el mes 20

$i = 12\% \text{ a. c. mensual}$

$ff = \text{mes } 20$



Ahora bien, para determinar la equivalencia es necesario encontrar el valor de las diferentes operaciones en una sola fecha para que sea posible compararlas. Esto es así porque, como se sabe, el valor del dinero es diferente en tiempo y las operaciones están planteadas en tiempos distintos.

En el interés compuesto puede tomarse como *fecha focal* cualquier momento del flujo; sin embargo, para el presente ejemplo, resulta conveniente escoger como fecha focal el momento en que se debe realizar el pago final para saldar todas las operaciones (20 meses después de la primera fecha). Así,

$$\begin{aligned}
 \text{DEUDAS} &= \text{PAGOS} \\
 35,000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{15} + 50,000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} + 25,000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^8 \\
 &= 16,000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{20} + 40,000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^8 \\
 40,633.91 + 56,341.25 + 27,071.42 &= 19,523.04 + 43,314.27 + X \\
 124,046.58 &= 62,837.31 + X \\
 61,209.27 &= X
 \end{aligned}$$

EJEMPLO 2:

Una empresa pesquera contrajo una deuda de 15,000 a una tasa de 14% capitalizable mensual hace cuatro meses con vencimiento en cuatro meses a partir de hoy. Además pactó una segunda deuda el día de hoy por 20,000 con vencimiento en doce meses y una tasa de interés 12% capitalizable semanal. Si la empresa propone pagar estas deudas en dos cuotas iguales una el mes 8 y la otra en el mes 12, a una tasa de interés 13% capitalizable mensual, ¿cuál será el valor de las cuotas?

SOLUCIÓN.

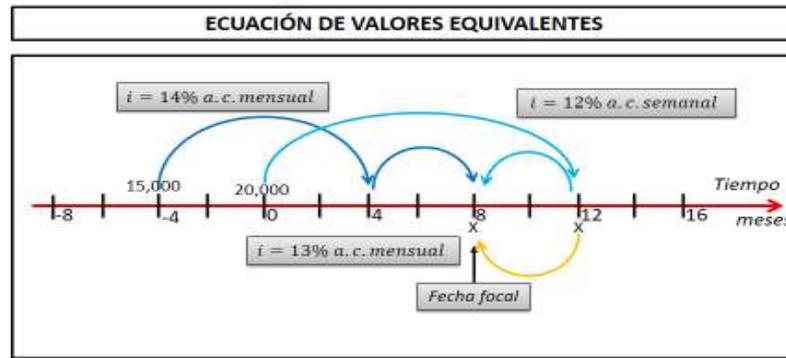
En este caso

Deudas: 15,000 a 14% a. c. mensual con plazo de 8 meses
y 20,000 a 12% a. c. semanal con plazo de 12 meses

Pagos: iguales en los meses 8 y 12

i = 13% a. c. mensual (renegociación)

ff = mes 8



DEUDAS = PAGOS

$$15,000 \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^8 \left(1 + \frac{0.13}{12}\right)^4 + 20,000 \left(1 + \frac{0.12}{52}\right)^{52} \left(1 + \frac{0.13}{12}\right)^{-4} = X + X \left(1 + \frac{0.13}{12}\right)^{-4}$$

$$16,458.52 \left(1 + \frac{0.13}{12}\right)^4 + 22,546.82 \left(1 + \frac{0.13}{12}\right)^{-4} = X + X(0.957815323)$$

$$17,183.40 + 21,595.69 = X(1 + 0.957815323)$$

$$\frac{38,779.09}{1.957815323} = X$$

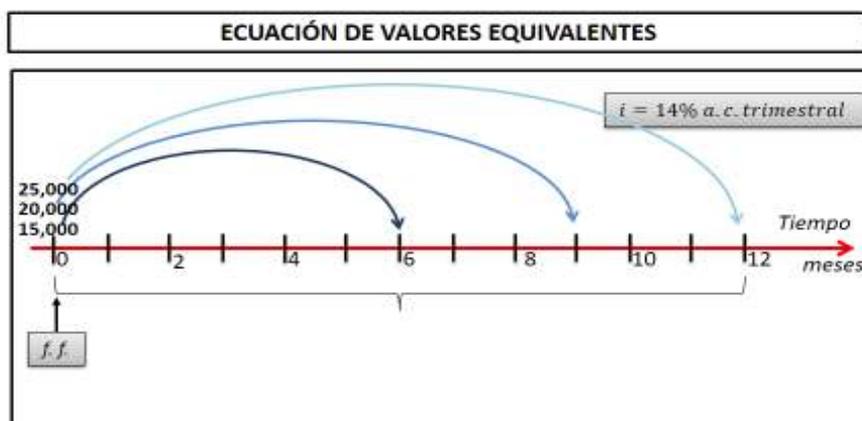
$$19,807.33 = X$$

EJEMPLO 3:

Una empresa de transporte y almacenamiento mantiene las siguientes deudas con un banco de la ciudad: 10,000 con vencimiento en 6 meses, 15,000 con vencimiento en 9 meses y 25,000 con vencimiento en 12 meses. Si realiza un pago único de 60,000 en qué fecha debería hacerlo, si el banco le cobra una tasa de 14% capitalizable trimestral.

SOLUCIÓN.

En este caso
 Deudas: 10,000 en el mes 6; 15,000 en el mes 9 y 25,000 en el mes 12
 Pago: 60,000 en una fecha que hay que determinar
 $i = 14\% \text{ a.c. trimestral}$
 $ff = \text{mes } 0$



$$\begin{aligned}
 & \text{DEUDAS} = \text{PAGOS} \\
 & 15,000 \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{-2} + 20,000 \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{-3} + 25,000 \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{-4} = 60,000 \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{-n} \\
 & 14,002.66 + 18,038.85 + 21,786.06 = 60,000(1.035)^{-n} \\
 & \frac{53,827.57}{60,000} = (1.035)^{-n} \\
 & 0.897126166 = (1.035)^{-n} \\
 & \log 0.897126166 = -n \log 1.035 \\
 & -n = \frac{\log 0.897126166}{\log 1.035} \\
 & -n = -3.155647422 \\
 & n = 3.155647422 \text{ meses} \\
 & n = 3 \text{ meses } 4.67 \text{ días} \\
 & n \cong 3 \text{ meses } 5 \text{ días}
 \end{aligned}$$

4.2.1 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 12

- Una persona tiene dos deudas una de \$ 25.000 pagadera en 3 meses y otra de \$40.000 pagadero en 7 meses. Si desea cambiar la forma de cancelarlas mediante dos pagos iguales de \$ X cada uno con vencimiento en 5 meses y 12 meses respectivamente, determinar el valor de los pagos suponiendo una tasa del 36% NM.
- Al abrir una cuenta en una corporación con \$ 1.800.000 entregan una libreta, cuyo costo es de \$ 4.000 y lo descuentan del depósito realizado. Se sabe que cobran \$ 3.000 por trimestre anticipado por el manejo de la cuenta, y que existe una retención sobre los intereses ganados del 1% trimestral. ¿Cuál será el saldo después de un año si reconocen un interés del 5,6% trimestral?
- El doctor Monge tiene una deuda de \$5,500 con intereses ya incluidos, que deberá cubrir dentro de 6 meses y una más de \$6,500 más intereses al 4% trimestral y el vencimiento dentro de 12 meses contados a partir de hoy. ¿De cuánto tendrá que hacer un pago dentro de 9 meses para saldar sus dos deudas?
- Fanny compra un equipo de audio - video con valor de \$3,500 y acuerdo en pagarlo con un enganche y tres pagos iguales al enganche a uno, dos y tres bimestres. La tasa de interés es de 14.80% con capitalización mensual. Días después, reestructura la deuda de la siguiente forma: dos pagos iguales: el primero en 90 días y el segundo dentro de 5 meses contados desde el día de la compra. ¿De cuánto será cada pago si la tasa de interés se incrementa un 2%?
- Daniel tiene una deuda de \$10,000 que vence en 1 año, y otra por \$35,000 que vence en 3 años. Se pagará con un abono en este momento de \$15,000 más dos pagos iguales de que se harán uno dentro de dos años y el otro dentro de tres años, a partir de este momento. Si la tasa de interés es del 14.53% capitalizable trimestral, ¿de cuánto será cada uno de los pagos?
- Carlos adquiere hoy una deuda con su banco por \$10,000 más intereses de 16.20% capitalizables cada tres meses y vencimiento dentro de 9 meses. Además, pide otro préstamo de \$20,000 con

MATEMÁTICA FINANCIERA I

intereses del 15.80% capitalizable cada bimestre y vencimiento en 8 meses. Recibe un aviso que dentro de 12 meses tendrá dinero extra, por lo que decide reestructurar sus deudas con una tasa del 17% efectivo anual y pagarlas en esa fecha. ¿Cuánto tendrá que pagar?

- 7. Patricia tiene dos deudas, una de \$2,500 que vence en 6 meses y la otra de \$3,500 con vencimiento en 8 meses. Piensa hacer un pago dentro de 2 meses de \$2,000 y otro por \$4,200. Al reestructurar ambas deudas a tasa es del 15% con capitalización mensual, ¿cuándo deberá pagar los \$4,200?*

BIBLIOGRAFÍA

- Arya, J., & Lardner, R. (2009). *MATEMÁTICAS APLICADAS A LA ADMINISTRACIÓN Y A LA ECONOMÍA*. México: Pearson Educación.
- Mata Diaz, A., & Aguilera Gómez, V. (2008). *MATEMÁTICAS FINANCIERAS*. México: MacGraw - Hill.
- Meza Orozco, J. (2011). *Matemáticas Financieras Aplicadas*. Bogotá: EcoeEdiciones.
- Morales, C. M. (2012). *MATEMÁTICAS FINANCIERAS*. Medellín - Colombia: Carlos Mario Morales.
- Ramírez, C., García, M., Pantoja, C., & Ariel, Z. (2009). *FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS*. Cartagena de Indias - Colombia: Universidad Libre Sede Cartagena.
- Rodríguez Franco, J., & Pierdant Rodríguez, A. (2015). *MATEMÁTICAS FINANCIERAS*. México: Grupo Editorial Patria.
- Sánchez Noguera, J. (17 de 05 de 2010). *CORPORACIÓN UNIVERSITARIA REGIONAL DEL CARIBE CURC-IAFIC*. Obtenido de Programa de Matemática Financiera: <http://curc.edu.co/>
- Tulio, M. D. (14 de 03 de 2013). *escuelalamatematicauasd*. Obtenido de Interés Simple: <https://sites.google.com/site/escuelamatematicauasd/matematica-financiera>
- UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO. (5 de 10 de 2016). ecampus.fca.unam.mx/ebook/imprimibles/informatica/matematicas.../Unidad_2.pdf. Obtenido de Matemáticas financiera: http://ecampus.fca.unam.mx/ebook/imprimibles/informatica/matematicas_financieras/Unidad_2.pdf
- Villalobos, J. L. (2006). *Matemáticas Financieras*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

ISBN: 978-9942-28-481-5

