

---

## TEMARIO

---

# LIBRO DE FÍSICA GENERAL

NOVIEMBRE 2017

# CONTENIDO

---

## Capítulo 1 Física General

---

1. Unidades de medida SI y Sistema Inglés
2. Ecuaciones Dimensionales
3. Cantidades Escalares y Vectoriales

---

## Capítulo 2 Mecánica del Cuerpo Rígido

---

1. Cinemática
2. Tipos de movimientos
3. Condiciones de equilibrio

---

## Capítulo 3 Energía y cantidad de movimiento

---

1. Energía, tipos de energía
2. Trabajo, Potencia
3. Teoremas de conservación de la energía

---

## Capítulo 4 Termodinámica

---

1. Magnitudes Termodinámicas
2. Leyes de la Termodinámica
3. Sistemas Termodinámicos (abierto, cerrado)
4. Procesos y ciclos termodinámicos (Brayton, Rankine, Otto y Diesel)
5. Estados termodinámicos de la Sustancia Pura
6. Calorimetría
7. Combustión, números de Octano y Cetano

---

## Capítulo 5 Electroestática y electrodinámica

---

1. Carga eléctrica. Ley de Coulomb
2. Campo eléctrico: Teorema de Gauss
3. Potencial y corriente eléctrica
4. Circuitos eléctricos RCL

---

## Capítulo 6 Electromagnetismo

---

1. Campos magnéticos, Ley de Biot–Savart
2. Ley de Ampere. Ley de Faraday
3. Circuitos Magnéticos. Histéresis (pérdidas en núcleos magnéticos)
4. Teoremas de conservación de la energía

---

## **Capítulo 7 Análisis de Circuitos**

---

1. Sistemas Trifásicos
2. Divisor de tensión y de corriente. Leyes de Kirchoff
3. Teoremas de superposición, Norton y Thevenin
4. Potencia eléctrica. Factor de potencia

# CAPÍTULO 1

---

## Física General

---



### 1. Unidades de medida SI y Sistema Inglés

#### A. Sistema Internacional de Unidades

El **Sistema Internacional de Unidades**, abreviado **SI**, también denominado **Sistema Internacional de Medidas**, es la forma actual del *sistema métrico decimal*. El SI también es conocido como *sistema métrico*.

Una de las principales características, es que sus unidades están basadas en fenómenos físicos fundamentales. La única excepción es la unidad de la magnitud masa, el kilogramo, que está definida como la masa del prototipo internacional del kilogramo.

Las unidades del SI son la referencia internacional de las indicaciones de los instrumentos de medida y a las que están referidas a través de una cadena ininterrumpida de calibraciones o comparaciones.

#### Unidades Básicas

##### - **Unidades básicas del SI**

El Sistema Internacional de Unidades consta de siete unidades básicas, también denominadas unidades fundamentales.

Magnitud Física Fundamental	Unidad básica o Fundamental	Símbolo	Observaciones
Longitud (L)	metro	m	Se define en función de la <u>velocidad de la luz</u>
Tiempo (T)	segundo	s	Se define en función del <u>tiempo atómico</u>
Masa (M)	kilogramo	kg	Es la masa del “cilindro patrón” custodiado en Sevres, Francia
Intensidad de corriente eléctrica (I)	amperio o ampere	A	Se define a partir del <u>campo eléctrico</u>
Temperatura ( $\theta$ )	kelvin	K	Se define a partir de la temperatura termodinámica del punto triple del agua
Cantidad de sustancia (N)	mol	mol	Véase también <u>Número de Avogadro</u>
Intensidad luminosa (I)	candela	cd	Véase también conceptos relacionados: <u>Lumen</u> , <u>Lux</u> e <u>Iluminación física</u>

Las unidades básicas tienen múltiplos y submúltiplos, que se expresan mediante prefijos. Así, por ejemplo, la expresión kilo indica “mil” y por lo tanto, 1 kg son 1000 m, del mismo modo que mili indica “milésima” y, por ejemplo, 1 mA es 0,001 A.

#### - Definiciones de las unidades básicas

El Sistema Internacional de Unidades consta de siete unidades básicas, también denominadas unidades fundamentales.

##### **Kelvin (K).** Unidad de Temperatura Termodinámica

Un kelvin es la temperatura termodinámica correspondiente a la fracción  $1/273,16$  de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

##### **Segundo(s).** Unidad de tiempo.

El segundo es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

##### **Metro (m).** Unidad de longitud.

Un metro es la longitud de trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de  $1/299\,792\,458$  de segundo.

**Kilogramo (kg).** *Unidad de masa.*

Un kilogramo es una masa igual a la almacenada en un prototipo.

**Amperio (A).** *Unidad de intensidad de corriente eléctrica.*

Un amperio es la intensidad de una corriente constante que manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría una fuerza igual a  $2 \cdot 10^{-7}$  newton por metro de longitud.

**Mol (mol).** *Unidad de cantidad de sustancia.*

Un mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12.

**Candela (cd).** *Unidad de intensidad luminosa.*

Definición: Una candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia  $540 \cdot 10^{12}$  hercios y cuya intensidad energética en dicha dirección es  $1/683$  vatios por estereorradián.

## 2. Unidades derivadas del SI

Con esta denominación se hace referencia a las unidades utilizadas para expresar magnitudes físicas que son resultado de combinar magnitudes físicas tomadas como fundamentales.

### Ejemplos de unidades derivadas

- Unidad de volumen o metro cúbico, resultado de combinar tres veces la longitud, una de las magnitudes fundamentales.
- Unidad de densidad o cantidad de masa por unidad de volumen, resultado de combinar la masa (magnitud fundamental) con el volumen (magnitud derivada). Se expresa en kilogramos por metro cúbico y no tiene nombre especial.
- Unidad de fuerza, magnitud que se define a partir de la segunda ley de Newton (fuerza = masa  $\times$  aceleración). La masa es una de las magnitudes fundamentales pero la aceleración es derivada. Por tanto, la unidad resultante ( $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) es derivada. Esta unidad derivada tiene nombre especial, newton.

- Unidad de energía, que por definición es la fuerza necesaria para mover un objeto en una distancia de un metro, es decir fuerza por distancia. Su nombre es el julio (unidad) y su símbolo es J. Por tanto,  $J = N \cdot m$ .

En cualquier caso, siempre es posible establecer una relación entre las unidades derivadas y las básicas o fundamentales mediante las correspondientes ecuaciones dimensionales.

### Definiciones de las Unidades derivadas

- **Hercio (Hz). Unidad de frecuencia**

$$\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$$

Un hercio es un ciclo por cada segundo.

- **Newton (N). Unidad de fuerza.**

$$\text{N} = \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{s}^2}$$

Un newton es la fuerza necesaria para proporcionar una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$  a un objeto cuya masa es de  $1 \text{ kg}$ .

- **Pascal (Pa). Unidad de presión.**

$$\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Un pascal es la presión que ejerce una fuerza de  $1 \text{ newton}$  sobre una superficie de  $1 \text{ metro cuadrado}$  normal a la misma.

- **Julio (J). Unidad de energía, trabajo y calor.**

$$\text{J} = \text{N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Un joule es el trabajo producido por una fuerza de  $1 \text{ newton}$ , cuyo punto de aplicación se desplaza  $1 \text{ metro}$  en la dirección de la fuerza. En términos eléctricos, un joule es el trabajo realizado por una diferencia de potencial de  $1 \text{ voltio}$  y con una intensidad de  $1 \text{ amperio}$  durante un tiempo de  $1 \text{ segundo}$ .



- **Vatio (W). Unidad de potencia.**

$$W = \frac{J}{s} = V \cdot A = \frac{m^2 \cdot kg}{s^3}$$

Un vatio es la potencia que da lugar a una producción de energía igual a 1 julio por segundo. En términos eléctricos, un vatio es la potencia producida por una diferencia de potencial de 1 voltio y una corriente eléctrica de 1 amperio.

- **Culombio (C). Unidad de carga eléctrica.**

$$C = A \cdot s = F \cdot V$$

Un Culombio es la cantidad de electricidad transportada en un segundo por una corriente de un amperio de intensidad.

- **Voltio (V). Unidad de potencial eléctrico y fuerza electromotriz.**

$$V = \frac{J}{C} = \frac{m^2 \cdot kg}{s^3 \cdot A}$$

La diferencia de potencial a lo largo de un conductor cuando una corriente con una intensidad de un amperio utiliza un vatio de potencia.

- **Ohmio ( $\Omega$ ). Unidad de resistencia eléctrica.**

$$\Omega = \frac{V}{A} = \frac{m^2 \cdot kg}{s^3 \cdot A^2}$$

Un ohmio es la resistencia eléctrica que existe entre dos puntos de un conductor cuando una diferencia de potencial constante de 1 voltio aplicada entre estos dos puntos produce, en dicho conductor, una corriente de intensidad 1 amperio, cuando no haya fuerza electromotriz en el conductor.

- **Siemens (S). Unidad de conductancia eléctrica.**

$$S = \frac{1}{\Omega}$$

Un siemens es la conductancia eléctrica que existe entre dos puntos de un conductor que tiene un ohmio de resistencia.

- **Faradio (F). Unidad de capacidad eléctrica.**

$$F = \frac{A \cdot s}{V} = \frac{C}{V} = \frac{C^2}{J} = \frac{C^2}{N \cdot m} = \frac{s^2 \cdot C^2}{m^2 \cdot kg} = \frac{s^4 \cdot A^2}{m^2 \cdot kg}$$

Un faradio es la capacidad de un conductor con una diferencia de potencial de un voltio tiene como resultado una carga estática de un culombio.

- **Tesla (T). Unidad de densidad de flujo magnético e intensidad de campo magnético.**

$$T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{\cdot kg}{s^2 \cdot A}$$

Un tesla es una inducción magnética uniforme que, repartida normalmente sobre una superficie de un metro cuadrado, produce a través de esta superficie un flujo magnético total de un weber.

- **Weber (Wb). Unidad de flujo magnético.**

$$Wb = V \cdot s = T \cdot m^2 = \frac{m^2 \cdot kg}{s^2 \cdot A}$$

Un weber es el flujo magnético que al atravesar un circuito de una sola espira produce en la misma una fuerza electromotriz de 1 voltio si se anula dicho flujo en 1 segundo por decrecimiento uniforme.

- **Henrio (H). Unidad de inductancia.**

$$H = \frac{V \cdot s}{A} = \frac{m^2 \cdot kg}{s^2 \cdot A^2}$$

Un henrio es la inductancia de un circuito en el que una corriente que varía a razón de un amperio por segundo da como resultado una fuerza electromotriz autoinducida de un voltio.

- **Radián (rad). Unidad de ángulo plano.**

$$\text{rad} = \frac{m}{m} = 1$$

Un radián es el ángulo que limita un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de la circunferencia.

- **Estereorradián (sr). Unidad de ángulo sólido.**

$$\text{sr} = \text{rad}^2 = \frac{m^2}{m^2} = 1$$

Un estereorradián es el ángulo sólido que, teniendo su vértice en el centro de una esfera, intercepta sobre la superficie de dicha esfera un área igual a la de un cuadrado que tenga por lado el radio de la esfera

- **Lumen (lm). Unidad de flujo luminoso.**

$$\text{lm} = \text{cd} \cdot \text{sr}$$

Un lumen es el flujo luminoso producido por una candela de intensidad luminosa, repartida uniformemente en un estereorradián.

- **Lux (lx). Unidad de Iluminancia.**

$$\text{lx} = \frac{\text{cd} \cdot \text{sr}}{\text{m}^2}$$

Un lux es la iluminancia producida por un lumen de flujo luminoso, en una superficie equivalente a la de un cuadrado de un metro de lado.

- **Becquerel (Bq). Unidad de actividad radiactiva.**

$$\text{Bq} = \frac{1}{\text{s}}$$

Un Becquerel es una desintegración nuclear por segundo.

- **Gray (Gy). Unidad de Dosis de radiación absorbida.**

$$\text{Gy} = \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Un gray es la absorción de un joule de energía ionizante por un kilogramo de material irradiado.

- **Sievert (Sv). Unidad de Dosis de radiación absorbida equivalente.**

$$\text{Sv} = \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Un sievert es la absorción de un joule de energía ionizante por un kilogramo de tejido vivo irradiado.

- **Katal (kat). Unidad de actividad catalítica.**

$$\text{kat} = \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

Un katal es la actividad catalítica responsable de la transformación de un mol de compuesto por segundo

- **Celsius (°C). Unidad de temperatura termodinámica**

$$T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 2,73,15$$

## B. Sistema Inglés

El Sistema Inglés, o Sistema Imperial de Unidades es el conjunto de las unidades no métricas que se utilizan actualmente en el Reino Unido y en muchos territorios de habla inglesa (como en Estados Unidos de América),

### Unidades de longitud

El sistema para medir longitudes en los Estados Unidos se basa en la pulgada, el pie (medida), la yarda y la milla.

Una pulgada de medida internacional es exactamente 25,4 mm

- 1 Pulgada (in) = 2,54 cm
- 1 Pie (ft) = 12 in = 30,48 cm
- 1 Yarda (yd) = 3 ft = 91,44 cm
- 1 Milla (mi) = 1760 yd = 1.609,344 m
- 1 Legua = 5280 yd = 4.828,032 m
- 1 Rod (rd) = 16,5 ft = 198 in = 5,0292 m
- 1 Furlong (fur) = 40 rd = 110 yd = 660 ft = 201,168 m
- 1 Milla = 8 fur = 5280 ft = 1,609347 km (agricultura)

Para medir profundidades del mar, se utilizan los fathoms (braza)

- 1 Braza = 6 ft = 72 in = 1,8288 m

### Unidades de área

Las unidades de área en los EEUU se basan en la pulgada cuadrada (sq in).

- 1 pulgada cuadrada (sq in) = 645,16 mm<sup>2</sup>
- 1 pie cuadrado (sq ft) = 144 sq in = 929,03 cm<sup>2</sup>
- 1 rod cuadrado (sq rd) = 272,25 sq ft = 25,316 m<sup>2</sup>
- 1 acre = 10 sq ch = 1 fur\*1 ch = 160 sq rd = 43.560 sq ft = 4046,9 m<sup>2</sup>
- 1 milla cuadrada (sq mi) = 640 acres = 2,59 km<sup>2</sup>

### Unidades de capacidad y volumen

La pulgada cúbica, pie cúbico y yarda cúbicos se utilizan comúnmente para medir el volumen. Además existe un grupo de unidades para medir volúmenes de líquidos y otro para medir materiales secos.

Volumen en general (EE.UU)

- 1 Pulgada cúbica ( $\text{in}^3$  o cu in) =  $16,387065 \text{ cm}^3$
- 1 Pie cúbico ( $\text{ft}^3$  o cu ft) = 1728 pulgadas cúbicas = 28,317 L
- 1 Yarda cúbica ( $\text{yd}^3$  o cu yd) = 27 pies cúbicos = 7,646 hL
- 1 Acre–pie = 43,560 cu ft = 325,851 galones =  $13,277.088 \text{ m}^3$

Volumen en seco (EE.UU.)

- 1 Pinta(pt) = 550,610 mL
- 1 Cuarto (qt) = 2 pintas = 1,101 L
- 1 Galón (gal) = 4 cuartos = 4,404 L
- 1 Peck (pk) = 8 cuartos = 2 galones = 8,809 L
- 1 Bushel (bu) = 2150,42 pulgadas cúbicas = 4 pk = 35,239 L

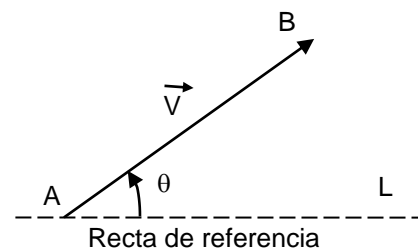
Hay muchas unidades con el mismo nombre y con la misma equivalencia, según el lugar, pero son principalmente utilizados en países de habla inglesa.

## 3. Cantidades Escalares y Vectoriales

### A. Calculo vectorial

Es verdaderamente importante reconocer que algunos fenómenos físicos requieren, para quedar plenamente explicados el uso del Vector, las magnitudes físicas que lo necesitan se llaman magnitudes vectoriales.

**VECTOR:** Es un segmento de recta orientado (flecha), que nos permite representar gráficamente a una magnitud vectorial. Los elementos de un vector son:



a) **Origen:** Es el punto (A) donde se aplica el vector, también se le llama punto de partida.

**b) Dirección:** Se define por el ángulo medido en sentido antihorario, también es llamada línea de acción. ( $L =$  recta de referencia o  $\theta =$  Ángulo o dirección).

**c) Módulo:** Llamado también intensidad, medida, norma, viene a ser el valor de la magnitud vectorial representada. (En la figura está representado por el segmento (AB). El módulo es el tamaño del segmento).

**Notación**  $\vec{AB} = \vec{V} = |\vec{V}| \angle \theta$  **Vectorial:** ... ( $\theta =$  Ángulo Direccional)

↑ dirección  
↑ módulo

### Clasificación de Vectores

- 1) **Vectores Coplanares:** Son aquellos que se encuentran en un mismo plano.
- 2) **Vectores Concurrentes:** Estos se caracterizan porque sus rectas de acción se cortan en un mismo punto.
- 3) **Vectores Colineales:** Llamamos así a todos aquellos vectores que son paralelos, es decir tienen la misma dirección o dirección opuesta.
- 4) **Vectores Codirigidos:** Son aquellos que siendo paralelos tienen la misma dirección.
- 5) **Vectores Contrariamente Dirigidos:** Estos vectores además de ser paralelos tienen direcciones opuestas.
- 6) **Vectores Iguales:** Dos vectores son iguales si además de tener el mismo módulo tienen la misma dirección.
- 7) **Opuesto de un Vector:** Un vector tal como  $\vec{T}$  es el opuesto del vector  $\vec{Q}$  si  $\vec{T} = -\vec{Q}$ . Son dos vectores que tienen la misma dirección y dirección opuesta.

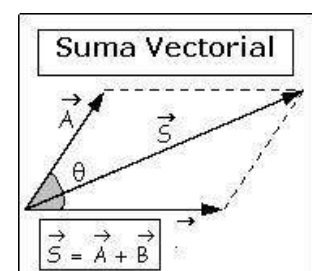
### Operaciones con Vectores

#### **A) Adición de vectores: (Método gráfico del Paralelogramo)**

Es la operación vectorial que consiste en encontrar un único vector llamado vector suma o **resultado (R)** capaz de sustituir un grupo de vectores de una misma especie, llamados sumandos.

Donde:  $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$  : **Suma Vectorial**

Por la ley o fórmula del paralelogramo obtenemos que:



$$S^2 = A^2 + B^2 + 2.A.B.Cos\theta$$

**NOTA:** “ $\theta$ ” es el ángulo comprendido entre los vectores A y B, “S” es el módulo del vector suma.

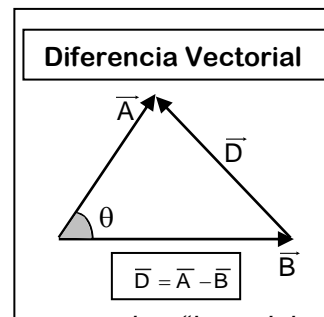
**Sustracción de vectores: (Método gráfico del Triángulo)**

Donde:  $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$  : **Diferencia Vectorial**

Por la ley o fórmula del paralelogramo, obtenemos que:

$$D^2 = A^2 + B^2 - 2.A.B.Cos\theta$$

**NOTA:** “D” es el módulo del vector diferencia.



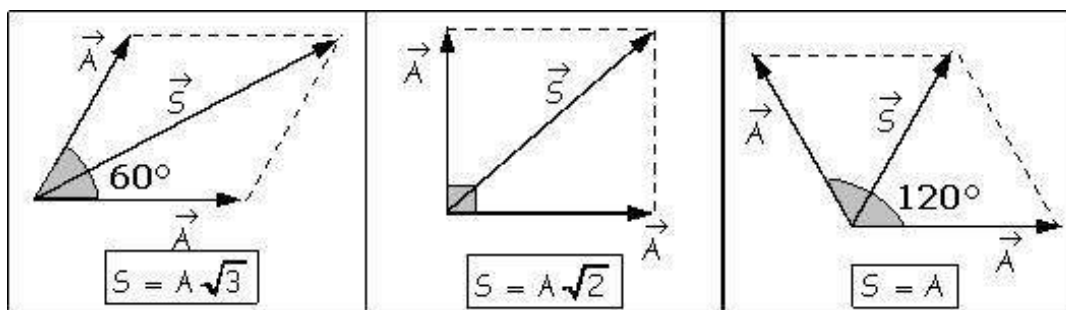
**Conclusión:** Para sumar o restar dos vectores, usaremos la “ley del Paralelogramo” ... y solo cambiaremos el signo de acuerdo a la operación que deseemos realizar.

$$X^2 = A^2 + B^2 \pm 2.A.B.Cos\theta$$

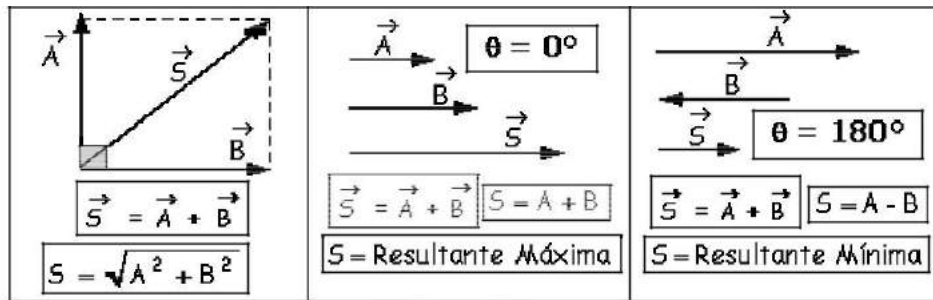
Donde: “X” representa a la suma o diferencia, de acuerdo a la operación realizada.

**( + ): Para la Suma y ( - ): Para la resta o diferencia.**

**Casos Especiales de la Suma Vectorial**

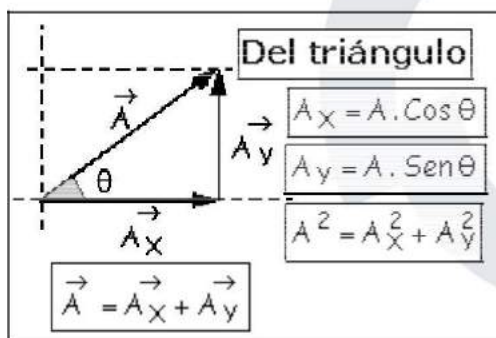


**NOTA:** En estos tres primeros casos, los vectores sumados tienen el mismo tamaño.



**Componentes de un Vector**

**Componentes Rectangulares de un Vector**

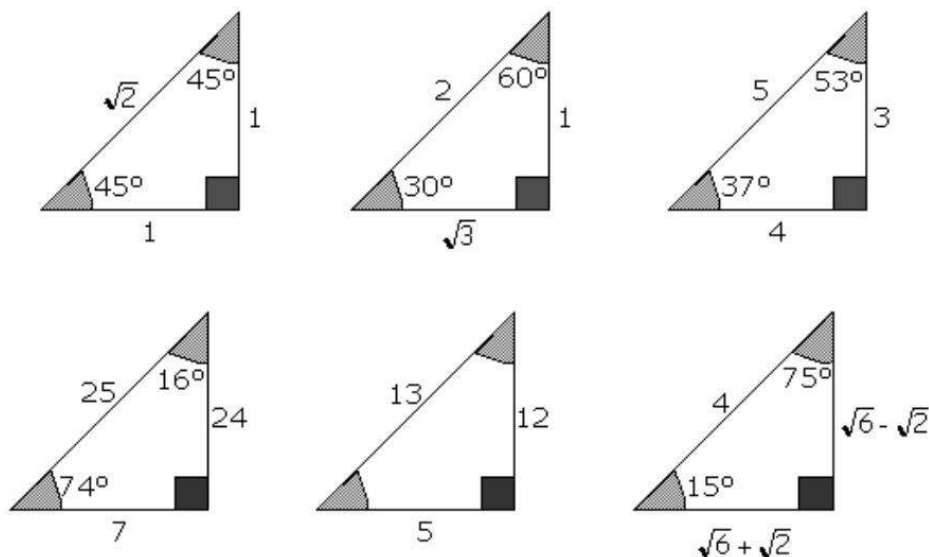


En este caso las componentes son dos, las cuales son perpendiculares entre sí.

Además donde:  $\theta$  = Ángulo o Dirección del Vector A.

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

**Algunos Triángulos Notables**





## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Identifica las magnitudes escalares

- A) Velocidad
- B) Potencia
- C) Presión
- D) Densidad
- E) Trabajo
- F) Fricción
- G) Desplazamiento

- A) ABDF      B) BDE      C) AFG      D) ACFG

2. Convertir:

$$\begin{aligned}
 3300 \text{ g} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2} &\longrightarrow a \longrightarrow \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} && 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}; 1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 \\
 &= 33 * 10^2 * 10^{-3} \text{ kg} \frac{(10^{-2} \text{ m})^2}{\text{s}^2} \\
 &= 33 * 10^{-5} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}
 \end{aligned}$$

3. Hallar la dimensión de la magnitud, si  $v = d/t$ , siendo “d” distancia y “t” tiempo

$$\text{La ecuación } v = dt^{-1}$$

$$[v] = [dt^{-1}] = [d] [t^{-1}] = [d] [t]^{-1}$$

$$\text{Teniendo en cuenta que: } [d] = L, [t] = T$$

$$[v] = LT^{-1}$$

4. Demostrar el teorema del coseno en un triángulo por consideraciones vectoriales.

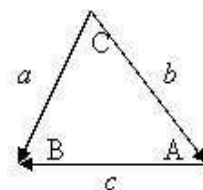
#### Desarrollo

El enunciado del teorema del coseno dice que en todo triángulo se verifica que la longitud de uno de sus lados es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los otros dos lados más (o menos) dos veces el producto de dichos lados por el coseno del ángulo que forman. Matemáticamente este enunciado se expresa:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 \pm 2bc \cdot \text{Cos}A}$$

Por lo que la razón del problema es demostrar la anterior expresión, considerando el triángulo de la figura adjunta, podemos orientar sus lados de tal manera que se cumpla:

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$



De acuerdo con la definición de suma de vectores. Si desarrollamos el producto escalar del vector  $\vec{a}$  por sí mismo considerando los dos miembros, tenemos:

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \text{Cos}(b,c)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$$

$$(\vec{b} + \vec{c}) \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = b^2 + c^2 + 2 \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \text{Cos}(b,c)$$

Observando la figura vemos que el ángulo formado por los lados b y c es el denotado por A. Además, el signo positivo o negativo se refiere a un ángulo agudo u obtuso.

$$a^2 = b^2 + c^2 \pm 2bc \cdot \text{Cos}A$$

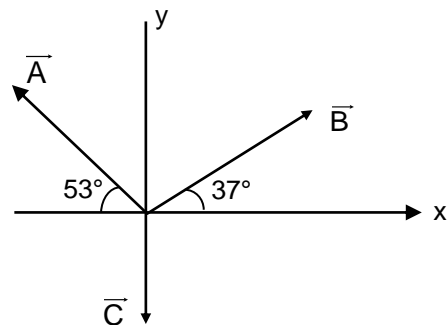
$$a = \sqrt{b^2 + c^2 \pm 2bc \cdot \text{Cos}A}$$

5. En el sistema de vectores. Hallar el vector resultante y su módulo:

$$|A| = 30$$

$$|B| = 15$$

$$|C| = 10$$



### Desarrollo

$$R_x = 15\text{Cos}37^\circ - 30\text{Cos}53^\circ = 15\left(\frac{4}{5}\right) - 30\left(\frac{3}{5}\right) = 12 - 18$$

$$R_x = -6$$

$$R_y = 30\text{Sen}53^\circ + 15\text{Sen}37^\circ - 10 = 30\left(\frac{4}{5}\right) + 15\left(\frac{3}{5}\right) - 10$$

$$R_y = 24 + 9 - 10 = 23$$

$$R = 6i + 23j$$

Ahora, el módulo del vector resultante:

$$|\vec{R}| = \sqrt{6^2 + 23^2} = 23.77$$

# CAPÍTULO 2

---

## Mecánica del cuerpo rígido

---



Figura 2 a



Figura 2 b

### 1. Cinemática Estática y dinámica

#### La Cinética

La cinemática trata del estudio del movimiento de los cuerpos en general, y en particular, el caso simplificado del movimiento de un punto material.

Desde el punto de vista matemático, la cinemática expresa como varían las coordenadas de posición de la partícula (o partículas) en función del tiempo. La función que describe la trayectoria recorrida por el cuerpo (o partícula) depende de la velocidad (la rapidez con la que cambia de posición un móvil) y de la aceleración (variación de la velocidad respecto del tiempo).

El movimiento de una partícula (o cuerpo rígido) se puede describir según los valores de velocidad y aceleración, que son magnitudes vectoriales.

- Si la aceleración es nula, da lugar a un movimiento rectilíneo uniforme y la velocidad permanece constante a lo largo del tiempo.
- Si la aceleración es constante con igual dirección que la velocidad, da lugar al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y la velocidad variará a lo largo del tiempo.

- Si la aceleración es constante en módulo y con dirección perpendicular a la velocidad, da lugar al movimiento circular uniforme, donde el módulo de la velocidad tangencial es constante, cambiando su dirección con el tiempo.
- Cuando la aceleración es constante y está en el mismo plano que la velocidad y la trayectoria, tenemos el caso del movimiento parabólico, donde la componente de la velocidad en la dirección de la aceleración se comporta como un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, y la componente perpendicular se comporta como un movimiento rectilíneo uniforme, generándose una trayectoria parabólica al componer ambas.
- Cuando la aceleración es constante pero no está en el mismo plano que la velocidad y la trayectoria, se observa el efecto de Coriolis.

### **Sistemas de coordenadas**

En el estudio del movimiento, los sistemas de coordenadas más útiles se encuentran viendo los límites de la trayectoria a recorrer, o analizando el efecto geométrico de la aceleración que afecta al movimiento.

El estudio cinemático se hace sobre un sistema de coordenadas cartesianas, usando una, dos o tres dimensiones según la trayectoria seguida por el cuerpo.

### **Estática**

Si vemos un cuerpo en reposo y otro desplazándose con movimiento rectilíneo uniforme, estamos frente a fenómenos aparentemente distintos, pero que en el fondo obedecen a las mismas leyes, pues ocurre que en Física ambas situaciones corresponden a un mismo estado, llamado equilibrio mecánico.

### **Fuerza**

Toda vez que dos cuerpos interactúan entre sí surge entre ellos una magnitud, que además de valor tiene dirección y punto de aplicación, llamada fuerza.

### **Fuerzas Especiales**

**A) Peso (P):** Llamamos así a la fuerza con que la Tierra atrae a todo cuerpo que se encuentre en su cercanía. Es directamente proporcional con la masa de los cuerpos y con la gravedad local. Se le representa por un vector vertical y dirigido hacia el centro de la Tierra.

El peso de un cuerpo de masa  $m$  en un lugar donde la gravedad es  $g$ , viene dada por:

$$P = m \cdot g$$

- B) Normal (N):** Se le llama también fuerza de contacto, la línea de acción de la normal es siempre perpendicular a las superficies en contacto.
- C) Tensión (T):** Esta fuerza se genera en el interior de una cuerda o alambre, y que surge para oponerse a los efectos de estiramiento por parte de fuerzas externas que actúan en los extremos de aquellos.

### **Momento de una Fuerza**

El momento de una fuerza tiene:

- a) **Dirección:** Es la recta perpendicular al plano de rotación. es la recta EE' a la que en adelante se le llamará eje de rotación y tiene una dirección que viene dada por la regla de la mano derecha.
- b) **Módulo:** El efecto de rotación es más intenso cuando mayores son la fuerza aplicada y el brazo de palanca. Luego, el módulo del momento está dado por: en esta  $M = F \cdot b$  relación se deberá indicar además el sentido del momento de la fuerza adicionando un signo, el mismo que deberá satisfacer la regla establecida.

### **Cupla o Par de Fuerzas**

Cuando dos fuerza de igual magnitud pero de direcciones paralelas y opuestas provocan la rotación sobre el cuerpo, lo que nos demuestra que este par de fuerzas tiene capacidad de rotación, es decir poseen un momento de fuerza (C), y que puede probarse que su valor viene dado por la siguiente relación:

$$C = F \cdot d$$

Donde d es la distancia que existe entre las rectas de acción de las fuerzas.

### **Dinámica**

Estudia el movimiento de los objetos y de su respuesta a las fuerzas. Las descripciones del movimiento comienzan con una definición cuidadosa de magnitudes como el desplazamiento, el tiempo, la velocidad, la aceleración, la masa y la fuerza.

### **Las leyes del movimiento de Newton**

*Con la formulación de las tres leyes del movimiento, Isaac Newton estableció las bases de la dinámica.*

### - Primera ley de Newton (equilibrio)

*Un cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U. =velocidad constante) si la fuerza resultante es nula (ver condición de equilibrio).*

El que la fuerza ejercida sobre un objeto sea cero no significa necesariamente que su velocidad sea cero. Si no está sometido a ninguna fuerza (incluido el rozamiento), un objeto en movimiento seguirá desplazándose a velocidad constante.

Para que haya equilibrio, las componentes horizontales de las fuerzas que actúan sobre un objeto deben cancelarse mutuamente, y lo mismo debe ocurrir con las componentes verticales. Esta condición es necesaria para el equilibrio, pero no es suficiente.

**Por ejemplo**, si una persona coloca un libro de pie sobre una mesa y lo empuja igual de fuerte con una mano en un sentido y con la otra en el sentido opuesto, el libro permanecerá en reposo si las manos están una frente a otra.

Para que haya equilibrio también es necesario que la suma de los momentos en torno a cualquier eje sea cero.

- a) **Condición de equilibrio en el plano:** la sumatoria de todas las fuerzas debe ser nula y, la sumatoria de los momentos de todas las fuerzas con respecto a cualquier punto debe ser nula.
- b) **Condición de equilibrio en el espacio:** la sumatoria de todas las fuerzas aplicadas y no aplicadas debe ser nula y, la sumatoria de los momentos de todas las fuerzas con respecto a los tres ejes de referencia debe ser nula.

### - Segunda ley de Newton (causa/efecto)

Para entender cómo y por qué se aceleran los objetos, hay que definir la fuerza y la masa.

Una fuerza neta ejercida sobre un objeto lo acelerará, es decir, cambiará su velocidad.

La aceleración será proporcional a la magnitud de la fuerza total y tendrá la misma dirección y sentido que ésta.

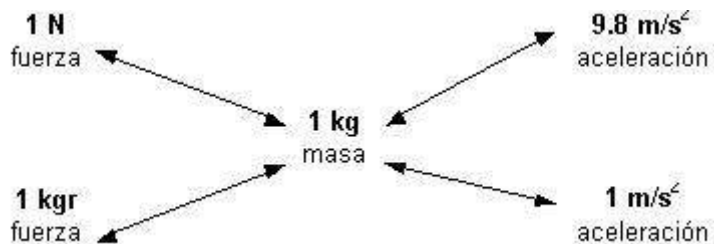
La constante de proporcionalidad es la masa  $m$  del objeto.

La masa es la medida de la cantidad de sustancia de un cuerpo y es universal.

Cuando a un cuerpo de masa  $m$  se le aplica una fuerza  $F$  se produce una aceleración  $a$ .

$$F = m.a$$

Unidades: En el Sistema Internacional de unidades (SI), la aceleración  $a$  se mide en metros por segundo cuadrado, la masa  $m$  se mide en kilogramos, y la fuerza  $F$  en newtons.



Un objeto con más masa requerirá una fuerza mayor para una aceleración dada que uno con menos masa.

Se deduce que:

$$1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$$

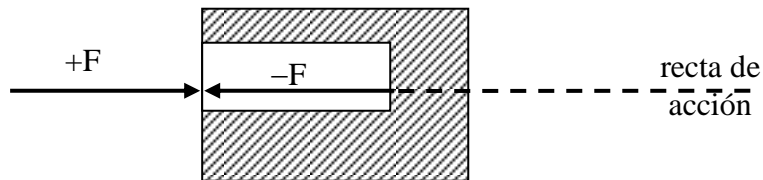
En particular para la fuerza peso:

$$P = m \cdot g$$

- Tercera ley de Newton (acción y reacción)

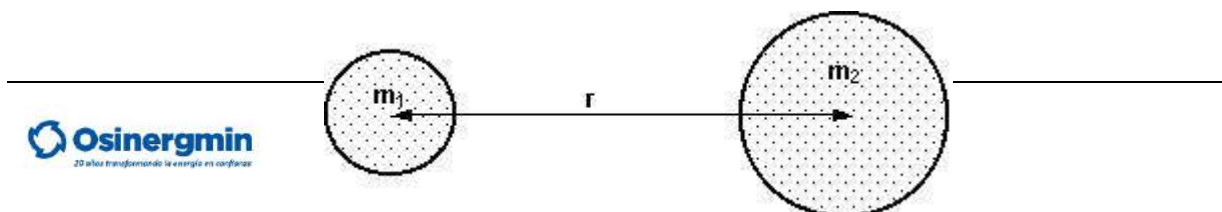
Quando a un cuerpo se le aplica una fuerza (acción o reacción), este devuelve una fuerza de igual magnitud dirección opuesta (reacción o acción).

Por ejemplo, si un adulto empuja suavemente a un niño, no sólo existe la fuerza que el adulto ejerce sobre el niño, sino que el niño ejerce una fuerza igual pero de sentido opuesto sobre el adulto. Sin embargo, como la masa del adulto es mayor, su aceleración será menor.



- Cuarta ley de Newton (gravitación)

$$F_g = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$$



La fuerza entre dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$  y, que están separadas por una distancia  $r$ , es una atracción que actúa a lo largo de la línea que une las partículas, en donde  $G$  es la constante universal que tiene el mismo valor para todos los pares de partículas.

### Fuerza elástica:

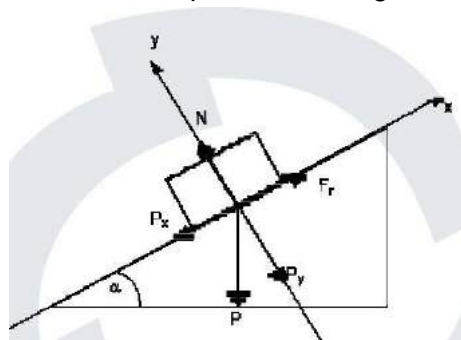
Una fuerza puede deformar un resorte, como alargarlo o acortarlo. Cuanto mayor sea la fuerza, mayor será la deformación del resorte ( $\Delta x$ ), en muchos resortes, y dentro de un rango de fuerzas limitado, es proporcional a la fuerza:

$$F_e = -k \cdot x$$

**k:** Constante que depende del material y dimensiones del resorte.

**x:** Variación longitud del resorte con respecto a su longitud normal.

### Fuerza normal:



Fuerza normal al plano e igual pero de sentido contrario a la componente normal al plano, de la fuerza peso.

$$N = \text{Cos } \alpha \cdot m \cdot g$$

### Fuerza de rozamiento:

Fuerza aplicada y contraria al movimiento y que depende de la calidad de la superficie del cuerpo y de la superficie sobre la cual se desliza.

$$F_r = \mu \cdot N$$

$\mu$ : Coeficiente de rozamiento



Fuerza de rozamiento estática: fuerza mínima a vencer para poner en movimiento un cuerpo. Fuerza de rozamiento cinética: fuerza retardadora que comienza junto con el movimiento de un cuerpo.

### **Centro de gravedad**

En cuanto al tamaño o peso del objeto en movimiento, no se presentan problemas matemáticos si el objeto es muy pequeño en relación con las distancias consideradas. Si el objeto es grande, se emplea un punto llamado centro de masas, cuyo movimiento puede considerarse característico de todo el objeto. Si el objeto gira, muchas veces conviene describir su rotación en torno a un eje que pasa por el centro de masas.

**El centro de gravedad o baricentro o centro de masas**, es un punto donde puede suponerse encontrada todo el área, peso o masa de un cuerpo y tener ante un sistema externo de fuerzas un comportamiento equivalente al cuerpo real.

## **2. Tipos de Movimiento**

### **A) Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U)**

Un movimiento es rectilíneo cuando describe una trayectoria recta y uniforme cuando su velocidad es constante en el tiempo, es decir, su aceleración es nula. Esto implica que la velocidad media entre dos instantes cualesquiera siempre tendrá el mismo valor. Además la velocidad instantánea y media de este movimiento coincidirán.

De acuerdo a la 1ª Ley de Newton toda partícula permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme cuando no hay una fuerza neta que actúe sobre el cuerpo.

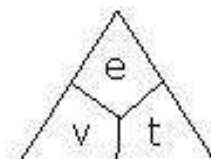
Ya que en realidad no podemos afirmar que algún objeto se encuentre en reposo total. El MRU se caracteriza por:

- Movimiento que se realiza en una sola dirección en el eje horizontal.
- Velocidad constante; implica magnitud y dirección inalterables.
- La magnitud de la velocidad recibe el nombre de rapidez. Este movimiento no presenta aceleración (aceleración = 0).

**El M.R.U. es un movimiento con velocidad constante, puesto que se realiza en línea recta y con rapidez constante. Una velocidad constante tiene un módulo que se calcula así:**

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}}$$

$$v = \frac{e}{t}$$



Donde:

v = velocidad

e = espacio o distancia

t = tiempo

Vectorialmente es:  $x = x_0 + v \cdot t$

### **B) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)**

El Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) o también Movimiento Unidimensional con Aceleración Constante es aquél en el que un móvil se desplaza sobre una trayectoria recta y con aceleración constante. Esto implica que para cualquier intervalo de tiempo, la aceleración del móvil tendrá siempre el mismo valor. Un ejemplo de este tipo de movimiento es el de caída libre, en el cual la aceleración considerada constante es la correspondiente a la gravedad.

#### **Tipos de movimiento variado**

Movimiento Acelerado: Es aquel en donde la aceleración actúa a favor de la velocidad, de modo que el módulo de la velocidad aumenta a través del tiempo.

Movimiento Desacelerado: Se le llama también movimiento retardado, y es aquel en donde la aceleración actúa en contra de la velocidad provocando que ésta disminuya su valor a medida que transcurre el tiempo

#### **Ecuaciones Escalares del M.R.U.V.**

$$(I) \quad V_f = V_0 \pm a \cdot t$$

$$(II) \quad V_f^2 = V_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot e$$

$$(III) \quad e = \left( \frac{V_f + V_0}{2} \right) t$$

$$(IV) \quad e = V_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

(+) = Movimiento Acelerado. (-) = Movimiento Desacelerado.  $V_f$  = Velocidad final

$V_0$  = Velocidad inicial

a = aceleración (+ / -)

t = tiempo

e = distancia o espacio

Vectorialmente son:

$$X = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$V = V_0 + a \cdot t$$

Donde: X : Posición final  
a : Aceleración  
V<sub>0</sub> : Velocidad inicial

X<sub>0</sub> : Posición inicial  
V : Velocidad final  
t : intervalo tiempo

### Movimiento de caída libre

Se dice que un cuerpo está en caída libre cuando al moverse sólo se ve afectado de su propio peso. Esto ocurrirá únicamente en el vacío.

#### *Aceleración de la Gravedad*

La atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre todos los cuerpos que le rodean hace que éstos se aceleren cuando son dejados en libertad. E

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Ecuaciones escalares de la Caída Libre

$$(V) \quad V_f = V_0 \pm g \cdot t$$

$$(VI) \quad h = \left( \frac{V_f + V_0}{2} \right) t$$

$$(VII) \quad V_f^2 = V_0^2 \pm 2 \cdot g \cdot h$$

$$(VIII) \quad h = V_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

(+) = Movimiento Acelerado  
(-) = Movimiento desacelerado

Vectorialmente son:

$$y = y_0 + V_0 \cdot t + g^2/2$$

$$V = V_0 + g \cdot t$$

### Movimiento Parabólico

Cuando lanzamos un cuerpo al aire vemos que él se ve obligado a bajar por causa de la gravedad. Si el tiro fuera inclinado y el medio fuese el vacío, el móvil describiría una

trayectoria curva llamada parábola, la cual tendrá una forma final que dependerá de la velocidad y ángulo de disparo.

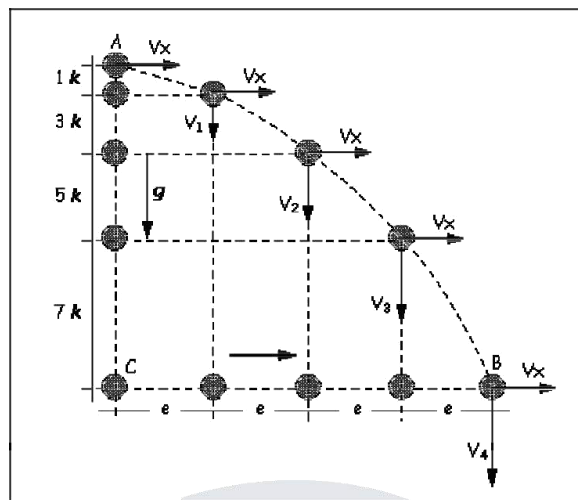
$$\text{Movimiento Parabólico} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Movimiento Horizontal} \\ \text{(M.R.U.)} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Movimiento Vertical} \\ \text{(M.R.U.V.)} \end{array} \right\}$$

Cuando estudies un movimiento parabólico has una separación imaginaria de sus movimientos componentes. Así del ejemplo de la fig. 1 tendremos que:

Eje x : MRU con  $V_x$  constante

Eje y : Movimiento caída libre

### Tiro semiparabólico

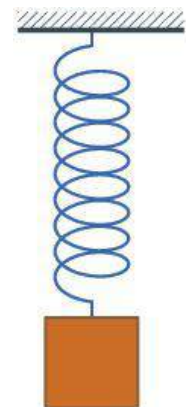


En la Figura se muestra un cuerpo lanzado en A de manera horizontal con una velocidad  $V_x$ , que se mantendrá constante durante el movimiento.

En el movimiento vertical se observa que la velocidad vertical es cero ( $V_0 = 0$ ), pero a medida que el cuerpo cae, esta velocidad va aumentando de manera constante.

Es un movimiento periódico de vaivén en el que un cuerpo oscila a un lado y a otro de una posición de equilibrio en una dirección determinada y en intervalos iguales de tiempo. Matemáticamente la trayectoria recorrida se expresa en función del tiempo usando funciones trigonométricas, que son periódicas. Así por ejemplo, la ecuación de posición respecto del tiempo, para un caso de movimiento en una dimensión es:

$$x(t) = A \cos(2\pi ft + \phi)$$



Una masa colgada de un muelle se mueve con un movimiento armónico simple.

Donde:

$x$ : es la elongación, es decir, la posición en cualquier instante, respecto de la posición de equilibrio, de la partícula que vibra.

$A$ : es la amplitud del movimiento (alejamiento máximo del punto de equilibrio).

$\omega$ : es la frecuencia angular; se mide en radianes / segundo.

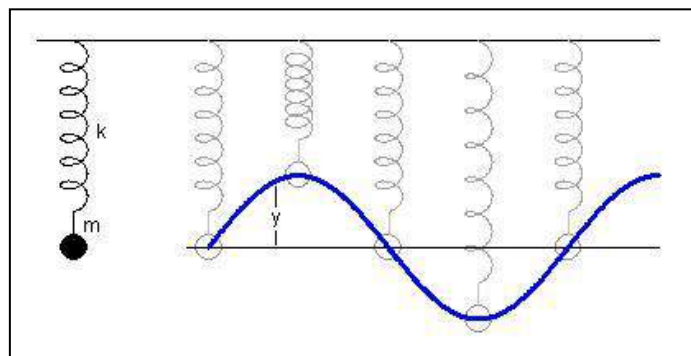
$t$ : Es el tiempo, en segundos, que determina el movimiento.

$\phi$ : recibe el nombre de fase inicial e indica el estado de vibración (o fase) en el instante  $t = 0$  de la partícula que oscila.

La velocidad y aceleración de la partícula pueden obtenerse derivando respecto del tiempo la expresión anterior.

### Posición de la partícula

#### Gráfica de un movimiento armónico



La posición de una partícula que describe un movimiento armónico simple puede ser determinada por su ecuación del movimiento: En física, una ecuación de movimiento es una ecuación diferencial que explicita como es la evolución temporal de un sistema físico. Esta ecuación relaciona la derivada temporal de una o varias variables que caracterizan el estado físico del sistema, con otras magnitudes físicas que provocan el cambio en el sistema.

$$s(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

Las características de un M.A.S. son:

- Como los valores máximo y mínimo de la función seno son  $+1$  y  $-1$ , el movimiento se realiza en una región del eje  $X$  comprendida entre  $-A$  y  $+A$ .
- La función seno es periódica y se repite cada  $2\pi$ , por tanto, el movimiento se repite cuando el argumento de la función seno se incrementa en  $2\pi$ , es decir, cuando transcurre un tiempo  $P = 2\pi/\omega$ .

### Velocidad

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de la posición respecto al tiempo.

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$
$$v = \frac{dx}{dt}$$

Substituyendo la primera de estas expresiones en la segunda se tiene que:

$$v = \frac{dx(t)}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

### Aceleración

La aceleración es la variación de la velocidad respecto al tiempo y se obtiene derivando la ecuación de la velocidad respecto al tiempo y de la definición de aceleración:

$$v = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$
$$a = \frac{dv}{dt}$$

Nuevamente, substituyendo la primera expresión en la segunda se tiene:

$$a = \frac{dv(t)}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$$

### Fuerza que genera un movimiento armónico simple

La base de un movimiento armónico simple consiste en que la única fuerza ejercida sobre la partícula en movimiento lineal y que únicamente depende de la posición de ésta. Si se llama  $x$  a la posición de dicha partícula, la fuerza ejercida sobre ella es:

$$F = ma$$
$$A = -\omega^2 x \text{ [ecu: 4]}$$

Luego:

$$F = -m\omega^2 x$$

Dado que la masa de la partícula y la velocidad angular son fijos, se podría reducir la ecuación a:

$$F = -kx$$

donde  $k$  toma un valor fijo que depende de la masa y la velocidad angular. El signo negativo indica que en todo momento la partícula experimenta una fuerza contraria a su posición (le "empuja" hacia el centro).

En un movimiento armónico simple, la oscilación es regular y la partícula invierte su trayectoria siempre en puntos equidistantes respecto al centro.

### Energía de una partícula en movimiento armónico simple

Las fuerzas involucradas en un movimiento armónico simple son fuerzas conservativas y centrales. Por tanto, se puede definir un campo escalar llamado energía potencial ( $E_p$ ) asociado a la fuerza, que sumado con la energía cinética ( $E_c$ ) permanece invariable al moverse es una constante del movimiento:

$$E = E_p + E_c$$

Esta última magnitud recibe el nombre de energía mecánica. Para hallar la expresión de la energía mecánica, basta con integrar la expresión de la fuerza (esto es extensible a todas las fuerzas conservativas) y cambiarla de signo, obteniéndose:

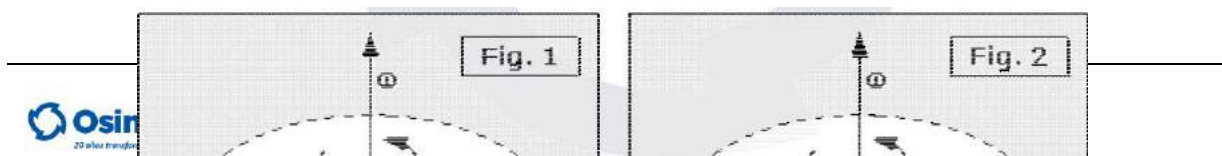
$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

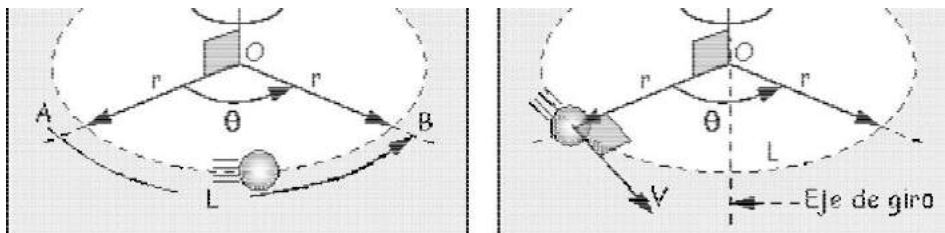
La energía potencial, como la fuerza, alcanza su máximo en los extremos de la trayectoria (cuando hace parar a la partícula y reiniciar la marcha en sentido contrario) y, también como la fuerza, tiene valor nulo (cero) en el punto  $x = 0$ , es decir el punto central del movimiento.

### Movimiento Circular Uniforme

Cuando una partícula describe una circunferencia de manera que recorre arcos iguales en tiempos también iguales, decimos que posee un movimiento circunferencial uniforme. Cuando un cuerpo rígido experimenta desplazamientos angulares iguales en tiempos iguales, decimos que desarrolla un movimiento de rotación uniforme. A partir de aquí, a estos movimientos los designaremos por movimiento circular uniforme.

### Conceptos y definiciones previas





a) **Radio Vector (r)**: Denominamos así al vector cuyo origen se encuentra en el centro de giro, y su extremo señala a la partícula en movimiento, moviéndose con ella. (Ver fig. 1).

b) **Desplazamiento Angular (θ)**: Viene a ser el ángulo que describe el radio vector cuando la partícula está en movimiento se mide en radianes. (Ver fig. 1)

c) **Longitud de Arco (L)**: Cuando la partícula de la fig. 1 pasa de la posición "A" a la posición "B", se dice que el espacio recorrido por él es "L". La medida de este arco viene dada por: , en el S.I.  $\theta$   $L = \theta \cdot R$  expresará en radianes, L y R en metros. (Ver fig. 1)

### Definición de velocidad angular constante

Se define como velocidad angular constante a aquella que no cambia a través de tiempo, y cuyo valor nos indica el desplazamiento angular que experimenta un móvil en cada unidad de tiempo. (Ver Fig. 2).

Esta velocidad se determina así:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

En el S.I. esta velocidad se expresa en radianes por segundo; rad/s. También puede expresarse en revoluciones por segundo (rev/s = rps), o revoluciones por minuto (rev/min = rpm), donde: 1 revolución (rev) = 2 rad = 360°.

### Velocidad lineal o tangencial

Llamaremos velocidad tangencial o lineal a aquella que posee una partícula cuando desarrolla un movimiento curvilíneo, la dirección de esta velocidad es tangente a la curva, y su módulo nos da la rapidez con que recorre un arco.

Esta velocidad se determina así:  $V = \omega \cdot r'$



En el S.I. las unidades son: ( $\omega$ ) = rad/s, ( $r$ ) = m, y ( $V$ ) = m/s.

**Periodo y frecuencia angular**

Llamamos periodo ( $T$ ) al tiempo que emplea un móvil con M.C.U. para dar una vuelta completa, y frecuencia ( $f$ ) al número de vueltas que dicho móvil da en cada unidad de tiempo, verificándose que: y

$$f = \frac{\text{Numero de vueltas}}{\text{Tiempo}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

**Aceleración centrípeta**

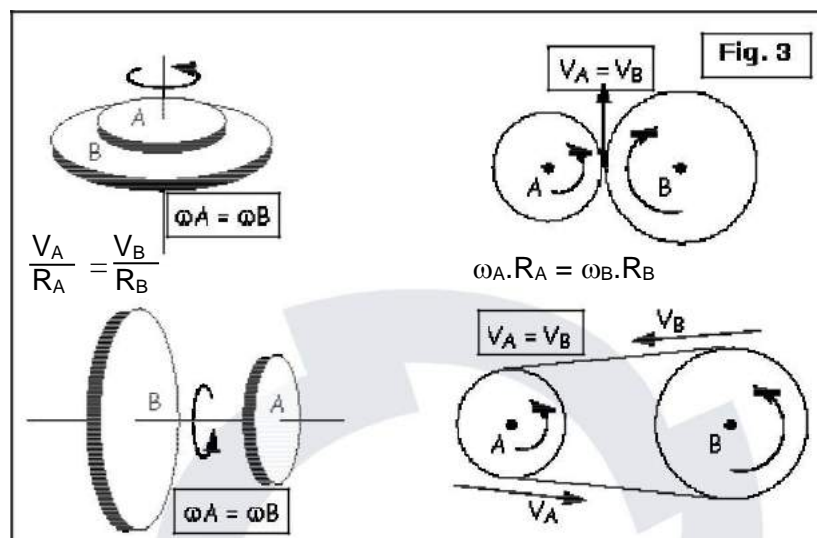
Como ya sabemos, la única razón que justifica los cambios de velocidad es la existencia de una aceleración, en el movimiento circular la aceleración es llamada centrípeta, central o normal, dicho vector es perpendicular a la velocidad lineal ( $V$ ) y angular ( $\omega$ ), y se dirige siempre al centro de la curva.

Se verifica que:

$$a_c = \frac{V^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

**Transmisión de movimientos**

Conociéndose las características de los movimientos circulares en general, estas se aprovechan para transmitir movimientos ya sea para aumentar o disminuir las velocidades angulares o tangenciales. Ver Fig. 3.



## Movimiento Circular Uniformemente Variado

Si ponemos en marcha un ventilador notaremos que al salir del reposo, gradualmente va aumentando su velocidad angular, hasta alcanzar su velocidad normal de trabajo. Todo lo contrario ocurre cuando apagamos el ventilador, observándose que su velocidad angular va disminuyendo regularmente hasta hacerse nula.

### Aceleración angular

Cuando la aceleración angular es constante, su valor nos da el aumento o disminución de la velocidad angular en cada unidad de tiempo, y ello determina que el movimiento sea uniformemente variado. Su línea de acción coincide con el de la velocidad angular, aunque no poseen siempre el mismo sentido. (Ver Fig. 1)

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

### Aceleración tangencial

Llamaremos aceleración tangencial a aquella que produce cambios en el módulo de la velocidad tangencial, y cuya dirección es tangente a la trayectoria. Se verifica que: y además:

Llamaremos aceleración tangencial a aquella que produce cambios en el módulo de la velocidad tangencial, y cuya dirección es tangente a la trayectoria. Se verifica que: y además:

$$a = \alpha \cdot r$$

$$\alpha = \frac{\Delta V}{t} = \frac{V_f - V_0}{t}$$

### Ecuaciones del M.C.U.V.

Son similares a las que vimos en el M.R.U.V., y se presentan así:

$$\begin{array}{lll} V_f = V_0 \pm at & \omega_f = \omega_0 \pm \alpha t & L = \theta \cdot R \\ L = \left( \frac{V_f + V_0}{2} \right) t & \theta = \left( \frac{\omega_f + \omega_0}{2} \right) t & V = \omega \cdot r \\ V_f^2 = V_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot L & \omega_f^2 = \omega_0^2 \pm 2 \cdot \alpha \cdot \theta & a = \alpha \cdot r \\ L = V_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2 & \theta = \omega_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 & \end{array}$$

|

### 3. Condiciones de Equilibrio

#### Primera Condición de Equilibrio:

Diremos que un cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación cuando presenta una aceleración lineal nula ( $a = 0$ ), y esto ocurre cuando la resultante de las fuerzas que lo afectan es cero.

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0 \quad \text{y además:} \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

Observación: En la práctica un cuerpo en equilibrio de traslación puede encontrarse en reposo continuo ( $V = 0$ ), o moviéndose con velocidad constante. Al primer estado se le llama Equilibrio Estático y al segundo Equilibrio Cinético.

#### Segunda Condición de Equilibrio:

Reconocemos que un cuerpo en reposo o girando con velocidad angular constante se encuentra en equilibrio de rotación, y ello sólo ocurre cuando la suma de todos los momentos es nula.

$$\sum M_o^F = 0$$

### 4. Leyes de Newton y Dinámica Circular

#### A) Leyes de Newton

- Primera Ley de Newton o Ley de Inercia

La Primera ley constituye una definición de la fuerza como causa de las variaciones de velocidad de los cuerpos e introduce en física el concepto de sistema de referencia inercial. En esta observación de la realidad cotidiana conlleva la construcción de los conceptos de fuerza, velocidad y estado. El estado de un cuerpo queda entonces definido como su característica de movimiento, es decir, su posición y velocidad que, como magnitud vectorial, incluye la rapidez, la dirección y el sentido de su movimiento. La fuerza queda definida como la acción mediante la cual se cambia el estado de un cuerpo.

En la experiencia diaria, los cuerpos están sometidos a la acción de fuerzas de fricción o rozamiento que los van frenando progresivamente.

### - Segunda Ley de Newton o Ley de Fuerza

La variación de momento lineal de un cuerpo es proporcional a la resultante total de las fuerzas actuando sobre dicho cuerpo y se produce en la dirección en que actúan las fuerzas. En términos matemáticos esta ley se expresa mediante la relación:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La expresión anterior así establecida es válida tanto para la mecánica clásica como para la mecánica relativista, a pesar, de que la definición de momento lineal es diferente en las dos teorías.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p} = m\vec{v} \quad (1a) \\ \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1b) \end{array} \right.$$

donde  $m$  es la masa invariante de la partícula y  $\vec{v}$  la velocidad de ésta medida desde un cierto sistema inercial.

La fuerza que actúa sobre un cuerpo es directamente proporcional al producto de su masa y su aceleración.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$\vec{F}$  y  $\vec{a}$  siempre tienen la misma dirección.

Esta segunda formulación de hecho incluye implícitamente definición según la cual el momento lineal es el producto de la masa por la velocidad.

$$\vec{F} = m\vec{a} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Si la velocidad y la fuerza no son paralelas la expresión es bastante más complicada:

$$\vec{F} = \frac{m\vec{a}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{m(\vec{v} \cdot \vec{a})\vec{v}}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{5}{2}}}$$

### - Tercera Ley de Newton o Ley de acción y reacción

Por cada fuerza que actúa sobre un cuerpo, éste realiza una fuerza igual pero de sentido opuesto sobre el cuerpo que la produjo. Dicho de otra forma: Las fuerzas siempre se presentan en pares de igual magnitud, sentido opuesto y están situadas sobre la misma recta.

El enunciado más simple de esta ley es "para cada acción existe una reacción igual y contraria" siempre y cuando este en equilibrio.

### - Ley de acción y reacción fuerte de las fuerzas

En la Ley de acción y reacción fuerte, las fuerzas, además de ser de la misma magnitud y opuestas, son colineales. La forma fuerte de la ley no se cumple siempre. En particular, la parte magnética de la fuerza de Lorentz que se ejercen dos partículas en movimiento no son iguales y de signo contrario. Dadas dos partículas puntuales con cargas  $q_1$  y  $q_2$  y velocidades  $v_i$ , la fuerza de la partícula 1 sobre la partícula 2 es:

$$F_{12} = q_2 v_2 \times B_1 = \frac{\mu q_2 q_1}{4\pi} \frac{v_2 \times (v_1 \times u_{12})}{d^2}$$

donde  $d$  la distancia entre las dos partículas y  $u_{12}$  es el vector director unitario que va de la partícula 1 a la 2. Análogamente, la fuerza de la partícula 2 sobre la partícula 1 es:

$$F_{21} = q_1 v_1 \times B_2 = \frac{\mu q_2 q_1}{4\pi} \frac{v_1 \times (v_2 \times (-u_{12}))}{d^2}$$

Empleando la identidad vectorial  $a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$ , puede verse que la primera fuerza está en el plano formado por  $u_{12}$  y  $v_1$  que la segunda fuerza está en el plano formado por  $u_{12}$  y  $v_2$ . Por tanto, estas fuerzas no siempre resultan estar sobre la misma línea, aunque son de igual magnitud.

#### - Ley de acción y reacción débil

Como se explicó en la sección anterior ciertos sistemas magnéticos no cumplen el enunciado fuerte de esta ley (tampoco lo hacen las fuerzas eléctricas ejercidas entre una carga puntual y un dipolo). Sin embargo si se relajan algo las condiciones los anteriores sistemas sí cumplirían con otra formulación más débil o relajada de la ley de acción y reacción. En concreto los sistemas descritos que no cumplen la ley en su forma fuerte, si cumplen la ley de acción y reacción en su forma débil:

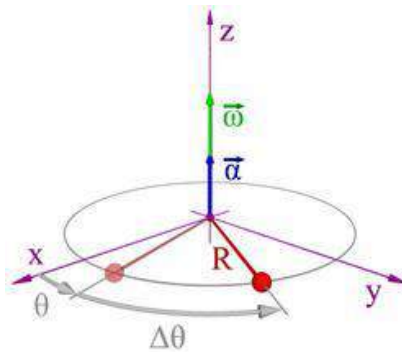
La acción y la reacción deben ser de la misma magnitud y sentido opuesto (aunque no necesariamente deben encontrarse sobre la misma línea).

### B) Dinámica del movimiento circular uniforme

En este tipo de movimiento existe únicamente aceleración normal constante (centrípeta:  $a = v^2/r$ ), la aceleración tangencial (con sentido tangente a la trayectoria en cada punto) será nula.

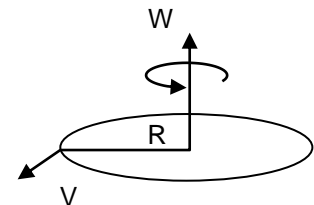
Ésta aceleración tendrá que ser originada también por una fuerza constante dirigida en la misma dirección y sentido (recordamos que  $F = m \cdot a$ ), es decir, perpendicular a la dirección de la velocidad y con sentido hacia el centro de la circunferencia. Su valor vendrá dado por:  $F = m \cdot a_{normal} = m \cdot v^2/r$ . La velocidad angular viene representada por un vector axial cuya dirección es perpendicular al plano de giro y su sentido sigue la regla del tornillo.

Por lo tanto,  $v = \omega \cdot r$  y  $F = m \cdot v^2 / r = m \cdot \omega^2 \cdot r$ . A esta fuerza se le llama fuerza normal o fuerza centrípeta.



- **Dinámica del movimiento circular uniformemente acelerado:**

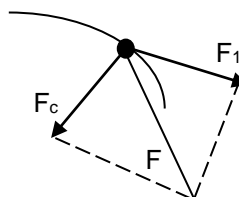
En este caso existen las dos aceleraciones, la tangencial, constante, y la normal, variable perpendicular a la dirección de la velocidad y con sentido hacia el centro de la circunferencia.



Ambas fuerzas, al ser simultáneas y actuar sobre un mismo punto, forman un sistema que, evidentemente, puede ser sustituido por una sola fuerza resultante.

- La que actúe en la dirección de la velocidad será de módulo constante.
- La que actúe perpendicularmente a la velocidad y con sentido hacia el centro de la circunferencia será variable y su valor en cada instante corresponderá a la expresión.  $m \cdot v^2 / r$ . El módulo de la fuerza resultante vendrá dado (por la ley de Pitágoras):

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_n^2}$$



**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

**Problema N° 1**

¿A cuántos m/s equivale la velocidad de un móvil que se desplaza a 72 km/h?

**Desarrollo**

Datos:

$$v = 72 \text{ km/h}$$

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} = 72 \frac{1}{3600\text{s}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nota:

$$\frac{1\text{ km}}{\text{h}} = \frac{5\text{ m}}{18\text{ s}}$$

**Problema N° 2**

Un móvil viaja en línea recta con una velocidad media de 1.200 cm/s durante 9 s, y luego con velocidad media de 480 cm/s durante 7 s, siendo ambas velocidades en la misma dirección:

- a) ¿cuál es el desplazamiento total en el viaje de 16 s?
- b) ¿cuál es la velocidad media del viaje completo?

**Desarrollo**

Datos:

$$\begin{aligned} v_1 &= 1.200 \text{ cm/s} \\ t_1 &= 9 \text{ s} \\ v_2 &= 480 \text{ cm/s} \\ t_2 &= 7 \text{ s} \end{aligned}$$

a) El desplazamiento es:

$$x = v \cdot t$$

Para cada lapso de tiempo:

$$\begin{aligned} x_1 &= (1200 \text{ cm/s}) \cdot 9 \text{ s} \\ x_1 &= 10800 \text{ cm} \\ x_2 &= (480 \text{ cm/s}) \cdot 7 \text{ s} \\ x_2 &= 3360 \text{ cm} \end{aligned}$$



El desplazamiento total es:

$$X_t = X_1 + x_2$$

$$X_t = 10800 \text{ cm} + 3360 \text{ cm}$$

$$\mathbf{X_t = 14160 \text{ cm} = 141,6 \text{ m}}$$

b) Como el tiempo total es:

$$t_t = t_1 + t_2 = 9 \text{ s} + 7 \text{ s} = 16 \text{ s}$$

Con el desplazamiento total recién calculado aplicamos:

$$v = x_t / t_t$$

$$v = 141,6 \text{ m} / 16 \text{ s}$$

$$\mathbf{v = 8,85 \text{ m/s}}$$

### Problema N° 3

Resolver el problema anterior, suponiendo que las velocidades son de dirección opuesta.

#### Desarrollo

a) Si son de dirección opuesta:

$$X_t = X_1 - x_2$$

$$X_t = 10800 \text{ cm} - 3360 \text{ cm}$$

$$\mathbf{X_t = 7440 \text{ cm} = 74,4 \text{ m}}$$

b)

$$v = x_t / t_t$$

$$v = 74,4 \text{ m} / 16 \text{ s}$$

$$\mathbf{v = 4,65 \text{ m/s}}$$

### Problema N° 4

Un móvil recorre una recta con velocidad constante. En los instantes  $t_1 = 0 \text{ s}$  y  $t_2 = 4 \text{ s}$ , sus posiciones son  $x_1 = 9,5 \text{ cm}$  y  $x_2 = 25,5 \text{ cm}$ . Determinar:

- Velocidad del móvil.
- Su posición en  $t_3 = 1 \text{ s}$ .
- Las ecuaciones de movimiento.
- Su abscisa en el instante  $t_4 = 2,5 \text{ s}$ .
- Los gráficos  $x = f(t)$  y  $v = f(t)$  del móvil.

Datos:

$$t_1 = 0 \text{ s}$$

$$x_1 = 9,5 \text{ cm}$$

$$t_2 = 4 \text{ s}$$

$$x_2 = 25,5 \text{ cm}$$

a) Como:

$$v = x / t$$

$$v = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)$$

$$v = (25,5 \text{ cm} - 9,5 \text{ cm}) / (4 \text{ s} - 0 \text{ s})$$

$$v = 16 \text{ cm} / 4 \text{ s}$$

$$\mathbf{v = 4 \text{ cm/s}}$$

b) Para  $t_3 = 1 \text{ s}$ :

$$v = x / t$$

$$x = v \cdot t$$

$$\Delta x = (4 \text{ cm/s}) \cdot 1 \text{ s}$$

$$\mathbf{x = 4 \text{ cm}}$$

Sumado a la posición inicial:

$$x_3 = x_1 + x$$

$$x_3 = 9,5 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$$

$$\mathbf{x_3 = 13,5 \text{ cm}}$$

c)

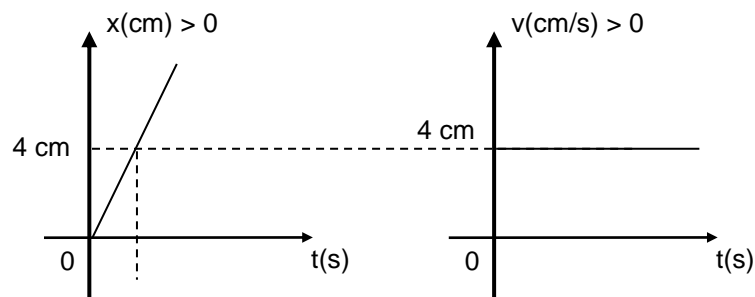
$$x = 4 \text{ (cm/s)} \cdot t + 9,5 \text{ cm}$$

d) Con la ecuación anterior para  $t_4 = 2,5 \text{ s}$ :

$$x_4 = (4 \text{ cm/s}) \cdot t_4 + 9,5 \text{ cm}$$

$$x_4 = (4 \text{ cm/s}) \cdot 2,5 \text{ s} + 9,5 \text{ cm}$$

$$\mathbf{x_4 = 19,5 \text{ cm}}$$



### Problema N° 5

Un cohete parte del reposo con aceleración constante y logra alcanzar en 30 s una velocidad de 588 m/s. Calcular:

- Aceleración.
- ¿Qué espacio recorrió en esos 30 s?

### Desarrollo

Datos:

$$\begin{aligned}v_0 &= 0 \text{ m/s} \\v_f &= 588 \text{ m/s} \\t &= 30 \text{ s}\end{aligned}$$

Ecuaciones:

$$\begin{aligned}(1) \quad v_f &= v_0 + a \cdot t \\(2) \quad x &= v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2\end{aligned}$$

a) De la ecuación (1):

$$\begin{aligned}v_f &= v_0 + a \cdot t \\v_f &= a \cdot t \\a &= v_f / t \\a &= (588 \text{ m/s}) / (30 \text{ s}) \\a &= \mathbf{19,6 \text{ m/s}^2}\end{aligned}$$

b) De la ecuación (2):

$$\begin{aligned}x &= v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2 \\x &= a \cdot t^2 / 2 \\x &= (19,6 \text{ m/s}^2) \cdot (30 \text{ s})^2 / 2 \\x &= \mathbf{8820 \text{ m}}\end{aligned}$$

### Problema N° 6

¿Cuánto tiempo tardará un móvil en alcanzar una velocidad de 60 km/h, si parte del reposo acelerando constantemente con una aceleración de 20 km/h<sup>2</sup>?

#### Desarrollo

Datos:

$$\begin{aligned}v_0 &= 0 \text{ km/h} \\v_f &= 60 \text{ km/h} \\a &= 20 \text{ km/h}^2\end{aligned}$$

Aplicando:

$$\begin{aligned}v_f &= v_0 + a \cdot t \\v_f &= a \cdot t \\t &= v_f / a \\t &= (60 \text{ km/h}) / (20 \text{ km/h}^2) \\t &= \mathbf{3 \text{ h}}\end{aligned}$$

### Problema N° 7

Un móvil parte del reposo con una aceleración de  $20 \text{ m/s}^2$  constante. Calcular:

- a) ¿Qué velocidad tendrá después de 15 s?
- b) ¿Qué espacio recorrió en esos 15 s?

### **Desarrollo**

Datos:

$$\begin{aligned}v_0 &= 0 \text{ m/s} \\ a &= 20 \text{ m/s}^2 \\ t &= 15 \text{ s}\end{aligned}$$

Ecuaciones:

$$\begin{aligned}(1) \quad v_f &= v_0 + a \cdot t \\ (2) \quad x &= v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2\end{aligned}$$

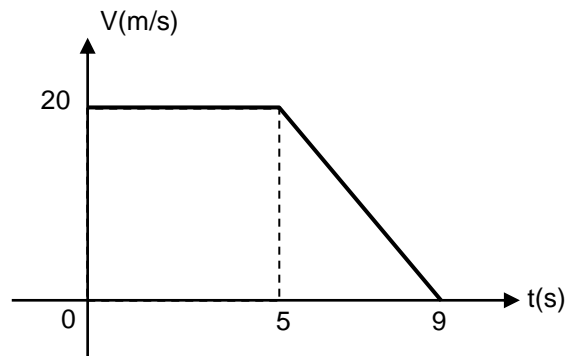
a) De la ecuación (1):  
 $v_f = (20 \text{ m/s}^2) \cdot (15 \text{ s}) \quad v_f = 300 \text{ m/s}$

De la ecuación (2):

$$\begin{aligned}x &= v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2 \\ x &= a \cdot t^2 / 2 \\ x &= (20 \text{ m/s}^2) \cdot (15 \text{ s})^2 / 2 \\ x &= 2250 \text{ m}\end{aligned}$$

**Problema N° 8**

Calcular el espacio recorrido por el móvil correspondiente a la gráfica:



En el gráfico de  $v = f(t)$  la superficie bajo la curva es el espacio recorrido, es decir:

$$x = (20 \text{ m/s}) \cdot (5 \text{ s}) + (20 \text{ m/s}) \cdot (4 \text{ s})/2$$

$$x = 100 \text{ m} + 40 \text{ m}$$

$$= 140 \text{ m}$$

**Problema N° 09**

Una lancha cruza el río en forma perpendicular a la corriente con una velocidad de 12 m/s. Si la velocidad de la corriente de agua es de 4 m/s, ¿cuál es la velocidad de la lancha respecto de la orilla?

Datos:

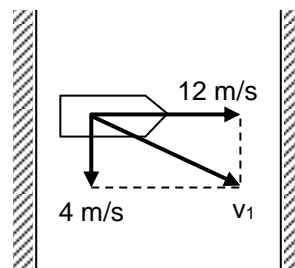
$$v_{\text{lancha}} = 12 \text{ m/s (dirección } 0^\circ \text{ o } i)$$

$$v_{\text{rio}} = 4 \text{ m/s (dirección de } 270^\circ \text{ o } -j)$$

Por la acción de la corriente del río la lancha se mueve siguiendo una diagonal.

$$v_r = \sqrt{v_{\text{lancha}}^2 + v_{\text{rio}}^2} \Rightarrow v_r = \sqrt{\left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$v_r = \sqrt{144 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 16 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \Rightarrow v_r = 12,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



**Problema Nº 10**

En un día de verano en que no hay viento se descarga un chaparrón, de modo tal que las gotas de agua siguen trayectorias verticales. El conductor de un auto que marcha a 10 km/h ve que las gotas llegan en dirección vertical al parabrisas. Sabiendo que el parabrisas forma un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal, determinar:

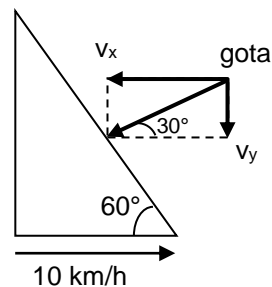
- La velocidad con que descienden las gotas de lluvia vistas desde tierra.
- La velocidad con que golpean al parabrisas.

Datos:

$$v_{\text{auto}} = 10 \text{ km/h}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

El esquema es:



Si el conductor ve que las gotas golpean en forma vertical (perpendicular) al parabrisas y éste tiene una inclinación de  $60^\circ$ , significa que las gotas tienen una inclinación de  $30^\circ$  con la horizontal.

a)

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= v_y / v_{\text{auto}} \\ v_{\text{auto}} \cdot \text{tg } \alpha &= v_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_y &= (10 \text{ km/h}) \cdot \text{tg } 30^\circ \\ \mathbf{v_y} &= \mathbf{5,77 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

Luego:

$$v_{\text{gota}} = \sqrt{v_{\text{auto}}^2 + v_y^2} \Rightarrow v_{\text{gota}} = \sqrt{\left(10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 + \left(5,77 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2}$$

$$\mathbf{v_{gota} = 11,55 \text{ km/h}}$$

### Problema Nº 11

Un piloto, volando horizontalmente a 500 m de altura y 1080 km/h, lanza una bomba.

Calcular:

- a) ¿Cuánto tarda en oír la explosión?
- b) ¿A qué distancia se encontraba el objetivo?

Se recuerda que en tiro parabólico y tiro oblicuo el movimiento en el eje "x" es rectilíneo uniforme, mientras en el eje "y" es uniformemente variado (asociar con tiro vertical y caída libre).

Donde no se indica se emplea  $g = 10 \text{ m/s}^2$

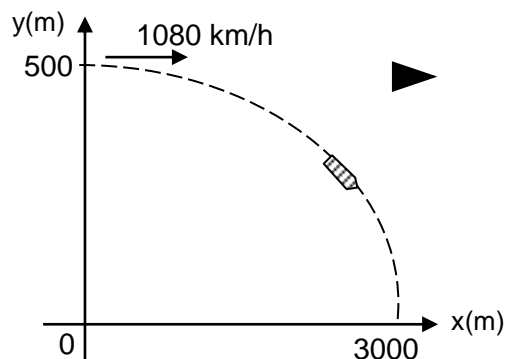
Datos:

$$\begin{aligned}v_x &= 1080 \text{ km/h} = 300 \text{ m/s} & g &= 10 \text{ m/s}^2 \\v_{0y} &= 0 \text{ m/s} \\h &= 500 \text{ m}\end{aligned}$$

Ecuaciones:

$$\begin{aligned}(1) \quad v_{fy} &= v_{0y} + g \cdot t \\(2) \quad h &= v_{0y} \cdot t + g \cdot t^2 / 2 \\(3) \quad v_x &= \Delta x / \Delta t\end{aligned}$$

El gráfico es:



El tiempo que tarda en caer la bomba lo calculamos de la ecuación (2):

$$\begin{aligned}500 \text{ m} &= \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 \Rightarrow 500 \text{ m} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 \\ \frac{500 \text{ m}}{5 \text{ m}} \cdot \text{s}^2 &= t^2 \Rightarrow \sqrt{100 \cdot \text{s}^2} = t\end{aligned}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

La distancia recorrida por la bomba a lo largo del eje "x" será:

$$\begin{aligned}v_x &= x/t \\ x &= v_x \cdot t \\ x &= (300 \text{ m/s}) \cdot (10 \text{ s})\end{aligned}$$

$$x = 3000 \text{ m}$$

Es la respuesta al punto (b)

En el mismo instante que la bomba toca el suelo el avión pasa sobre ella, es decir 500 m sobre la explosión.

Si la velocidad del sonido es 330 m/s:

$$\begin{aligned} v_x &= x/t \\ t &= x/v_x \\ t &= (500 \text{ m})/(330 \\ \text{m/s}) &= 1,52 \text{ s} \end{aligned}$$

La respuesta al punto (a) es:

$$\begin{aligned} t &= 10\text{s} + 1,52 \text{ s} \\ t &= \mathbf{11,52 \text{ s}} \end{aligned}$$

### Problema Nº 12

Un carro de juguete que se mueve con rapidez constante completa una vuelta alrededor de una pista circular (una distancia de 200 metros) en 25 seg.

- ¿Cuál es la rapidez promedio?
- Si la masa del auto es de 1,5 kg. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un círculo?

#### Desarrollo

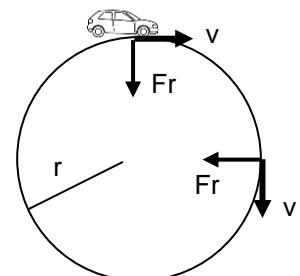
- ¿Cuál es la rapidez promedio?

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{200\text{m}}{25 \text{ seg}} = 8 \frac{\text{metros}}{\text{seg}}$$

- Si la masa del auto es de 1,5 kg. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un círculo?  $L = 200 \text{ metros} = 2 \pi r$

Despejamos el radio  $r = \frac{200}{2\pi} = 31,83 \text{ metros}$

$$F = m * \frac{v^2}{r} = 1,5\text{kg} * \frac{(8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2}}{31,83\text{m}} = \frac{1,5 * 64}{31,83} = \frac{96}{31,83} \text{ Newton}$$



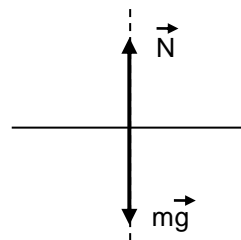
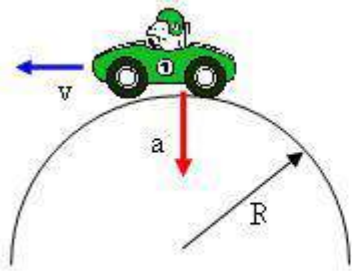
$$F = \mathbf{3,01 \text{ Newton}}$$



**Problema N° 13**

Un automóvil de masa  $m$  pasa sobre un montículo en un camino que sigue el arco de un círculo de radio  $R$ , como se muestra en la figura p6.46.

- ¿Qué fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que este pase el punto más alto del montículo si viaja a una rapidez  $v$ ?
- ¿Cuál es la rapidez máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto más alto antes de perder contacto con el camino?



$$M = 600/g = 600/9,8 = 61,22 \text{ kg}$$

Desarrollo

- ¿Qué fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que este pase el punto más alto del montículo si viaja a una rapidez  $v$ ?

$$\sum F_Y = ma_Y \text{ La fuerza que ejerce el camino sobre el carro, se llama normal } N$$

$$mg - N = ma_Y$$

$$mg - N = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$mg - m \cdot \frac{v^2}{R} = N$$

- ¿Cuál es la rapidez máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto más alto antes de perder contacto con el camino?

Cuando el auto pasa por el punto más alto, el camino no ejerce fuerza sobre el carro.

Por lo tanto la fuerza  $N = 0$

$$\sum F_Y = ma_Y$$

$$mg - N = ma_Y$$

$$mg = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

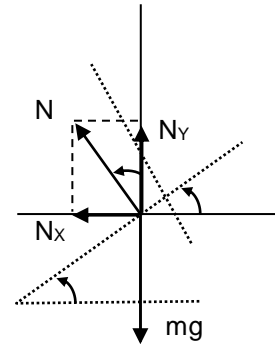
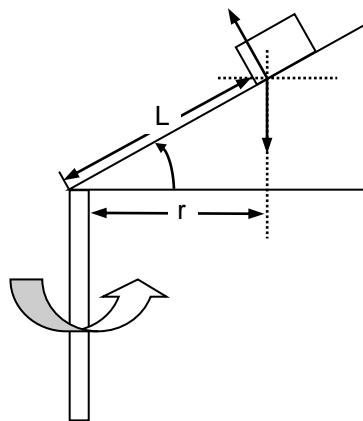
$$g = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{g \cdot r}$$

**Problema N° 14**

El juguete de un niño está compuesto de una pequeña cuña que tiene un ángulo agudo  $\theta$ . El lado de la pendiente de la cuña no presenta fricción y una masa  $m$  sobre ella permanece a una altura constante si la cuña gira a cierta rapidez constante. Se hace girar la cuña al rotar una barra que está unida firmemente a ella en un extremo. Demuestre que, cuando la masa  $m$  asciende por la cuña una distancia  $L$ , la rapidez de la masa debe ser:

$$v = (gL \text{Sen}\theta)^{1/2}$$



$$\text{Cos}\theta = \frac{r}{L}$$

$$R = L \text{Cos}\theta \quad \text{Ecuación 1}$$

$$\sum F_x = m a_x$$

$$N_x = N \text{Sen}\theta$$

$$N_x = m a_x$$

$$N \text{Sen}\theta = m a_x$$

$$N \text{Sen}\theta = m * \frac{v^2}{r} \quad \text{Ecuación 2}$$

$$N \text{ sen}\theta = m * \frac{v^2}{L \text{ cos}\theta} \quad \text{Ecuación 1 en la ecuación 2}$$

$$N \text{Sen}\theta = m * \frac{v^2}{L \text{Cos}\theta} \quad \text{Ecuación 3}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N_y = N \text{Cos}\theta$$

$$N_y - mg = 0$$

$$N_y = mg$$

**N Cos  $\theta$  = mg Ecuación 4**

Dividiendo las ecuaciones 3 y 4

$$\frac{N \text{Sen} \theta}{N \text{Cos} \theta} = \frac{m * \frac{(v)^2}{L \text{Cos} \theta}}{mg}$$

$$\frac{N \text{Sen} \theta}{N \text{Cos} \theta} = \frac{m * (v)^2}{mg L \text{Cos} \theta}$$

Se cancela Cos $\theta$ , N, m

$$\text{Sen} \theta = \frac{(v)^2}{g L}$$

$$V^2 = g L \text{Sen} \theta$$

**Despejando v**

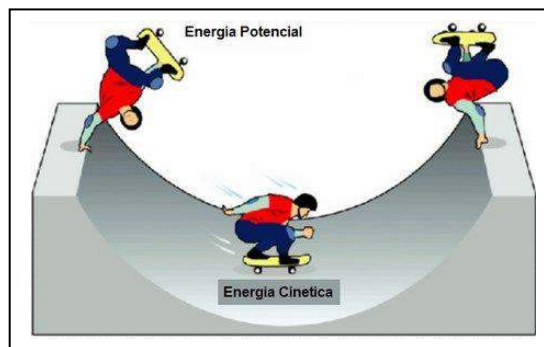
$$v = (gL \text{Sen} \theta)^{1/2}$$

# CAPÍTULO 3

---

## Energía y Cantidad de Movimiento

---



### 1. Energía y Tipos de Energía

#### **Energía**

Es una magnitud física abstracta, ligada al estado dinámico de un sistema y que permanece invariable con el tiempo en los sistemas aislados.

La energía no es un ente físico real, ni una "sustancia intangible" sino sólo un número escalar que se le asigna al estado del sistema físico, es decir, la energía es una herramienta o abstracción matemática de una propiedad de los sistemas físicos. Así, se puede describir completamente la dinámica de un sistema en función de las energías cinética, potencial y de otros tipos de sus componentes.

#### **Tipos de Energía:**

- **Energía mecánica:**

En mecánica, se denomina energía mecánica a la suma de las energías cinética y potencial (de los diversos tipos). En la energía potencial puede considerarse también la

energía potencial elástica, aunque esto suele aplicarse en el estudio de problemas de ingeniería y no de física.

Expresa la capacidad que poseen los cuerpos con masa de efectuar un trabajo.

$$E_{\text{mec}} = E_c + E_p = k$$

- **Energía cinética**

La energía cinética de un cuerpo es una energía que surge en el fenómeno del movimiento. Está definida como el trabajo necesario para acelerar un cuerpo de una masa dada desde su posición de equilibrio hasta una velocidad dada.

Una vez conseguida esta energía durante la aceleración, el cuerpo mantiene su energía cinética sin importar el cambio de la rapidez. Un trabajo negativo de la misma magnitud podría requerirse para que el cuerpo regrese a su estado de equilibrio.

$$E_c = mv^2/2$$

- **Energía potencial**

La energía potencial es la capacidad que tienen los cuerpos para realizar un trabajo ( $W$ ), dependiendo de la configuración que tengan en un sistema de cuerpos que ejercen fuerzas entre sí. Puede pensarse como la energía almacenada en un sistema, o como una medida del trabajo que un sistema puede entregar. Más rigurosamente, la energía potencial es una magnitud escalar asociada a un campo de fuerzas (o como en elasticidad un campo tensorial de tensiones). Cuando la energía potencial está asociada a un campo de fuerzas, la diferencia entre los valores del campo en dos puntos A y B es igual al trabajo realizado por la fuerza para cualquier recorrido entre B y A.

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (h: \text{altura respecto al nivel de referencia})$$

- **Energía electromagnética**

La energía electromagnética es la cantidad de energía almacenada en una región del espacio que podemos atribuir a la presencia de un campo electromagnético, y que se expresará en función de las intensidades de campo magnético y campo eléctrico. En un punto del espacio la densidad de energía electromagnética depende de una suma de dos términos proporcionales al cuadrado de las intensidades de campo.

- **Energía radiante**

Es la energía que poseen las ondas electromagnéticas como la luz visible, las ondas de radio, los rayos ultravioletas (UV), los rayos infrarrojos (IR), etc. La característica principal de esta energía es que se propaga en el vacío sin necesidad de soporte material alguno.

Se transmite por unidades llamadas fotones, estas unidades llamadas fotones actúan también como partículas.

- **Energía térmica**

Se le denomina energía térmica a la energía liberada en forma de calor, obtenida de la naturaleza (energía geotérmica), mediante la combustión de algún combustible fósil (petróleo, gas natural o carbón), mediante energía eléctrica por efecto Joule, por rozamiento, por un proceso de fisión nuclear o como residuo de otros procesos mecánicos o químicos.

La energía térmica también se puede aprovechar en un motor térmico; en el caso de la energía nuclear para la generación de energía eléctrica, y en el caso de la combustión, además, para obtener trabajo, como en los motores de los automóviles o de los aviones.

- **Energía interna**

En física, la energía interna de un sistema intenta ser un reflejo de la energía a escala microscópica. Más concretamente, es la suma de:

La energía cinética interna, es decir, de las sumas de las energías cinéticas de las individualidades que lo forman respecto al centro de masas del sistema, y de

La energía potencial interna, que es la energía potencial asociada a las interacciones entre estas individualidades.

La energía interna no incluye la energía cinética traslacional o rotacional del sistema como un todo. Tampoco incluye la energía potencial que el cuerpo pueda tener por su localización en un campo gravitacional o electrostático externo.

- En un gas ideal monoatómico bastará con considerar la energía cinética de traslación de sus moléculas.
- En un gas ideal poliatómico, deberemos considerar además la energía vibracional y rotacional de las mismas.
- En un líquido o sólido deberemos añadir la energía potencial que representa las interacciones moleculares.

## 2. Trabajo, Potencia

### Trabajo

Trabajo se define como la productividad que la energía puede proporcionar al ser aplicada sobre un cuerpo por unidad de tiempo. Existe trabajo cuando se produce cierto desplazamiento por la energía aplicada. Es la aplicación de una fuerza que provoca un movimiento.

El trabajo es una magnitud física escalar

$$W = F \cdot d$$

Para encontrar y calcular el trabajo que una fuerza realiza a lo largo de una trayectoria curvilínea se utiliza el cálculo diferencial. El trabajo que la fuerza realiza en un elemento diferencial  $d\vec{r}$  de la trayectoria es:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_T dr$$

Donde  $F_T$  indica la componente tangencial de la fuerza a la trayectoria, debido a las propiedades del producto escalar. Por eso una fuerza que actúa perpendicular al desplazamiento no realiza trabajo.

Para calcular el trabajo a lo largo de una trayectoria entre los puntos A y B basta con integrar entre los puntos inicial y final de la curva:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Es decir, matemáticamente el trabajo es una integral de línea.

Si el módulo de la fuerza es constante y el ángulo que forma con la trayectoria también es constante tendremos: Fuerza (F) por distancia (d) será igual a Trabajo (W).

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Si además la fuerza es paralela al desplazamiento tendremos:

$$W = Fd$$

Y si la fuerza es antiparalela al desplazamiento:

$$W = -Fd$$

## **Potencia**

En Física, potencia es la cantidad de trabajo efectuado por unidad de tiempo. Esto es equivalente a la velocidad de cambio de energía en un sistema o al tiempo empleado en realizar un trabajo,

$$P = \frac{dE}{dt}$$

Donde:

- P es la potencia.
- E es la energía total o trabajo.
- t es el tiempo.

### - **Potencia mecánica**

La potencia mecánica transmitida mediante la acción de fuerzas físicas de contacto o por la variación de su energía cinética o trabajo realizado por unidad de tiempo:

$$P_m = \frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} mv^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (mv \cdot v) = \frac{d}{dt} (mv) \cdot v = F \cdot v$$

Donde:

$E_c, m$ , son la energía cinética y la masa de la partícula respectivamente

$F$  y  $v$  son la fuerza resultante que actúa sobre la partícula y la velocidad de la partícula, respectivamente.

### - **Potencia eléctrica**

La potencia eléctrica se mide en Watts y es el resultado de la multiplicación de la diferencia de potencial en los extremos de una carga y la corriente que circula por ésta. Su equivalencia en potencia mecánica es:

1HP = 746 watt, siendo HP: caballos de potencia.

1CV = 736 watt, siendo CV: caballos de vapor.

Existen tres (3) tipos de potencia en la rama eléctrica, las cuales son: - Potencia Activa (W). - Potencia Reactiva (VAR). - Potencia Aparente (VA).



- **Potencia sonora**

La potencia del sonido se puede considerar en función de la intensidad y la superficie:

$$P_s = \int_S I_s dS$$

- $P_s$  es la potencia realizada.
- $I_s$  es la intensidad sonora.
- $dS$  es el elemento de superficie, sobre la que impacta la onda sonora.

### 3. Teorema de la conservación de la energía

Existen dos Tipos de Fuerza:

Una fuerza conservativa es cuando el trabajo hecho por ella sobre una partícula que se mueve entre dos puntos A y B depende solamente de esos puntos y no de la trayectoria seguida.

El peso, la fuerza elástica y la fuerza electrostática son fuerzas conservativas, una característica importante de este tipo de fuerzas es que siempre tenemos asociado a ella una energía potencial.

Una fuerza no conservativa es aquella cuyo trabajo depende de la trayectoria; la fuerza del rozamiento.

Si las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas, la energía mecánica total inicial (energía cinética mas energía potencial) es igual a la energía mecánica total final. Esta relación representa el *Teorema de conservación de la energía mecánica*.

$$E_{\text{total en A}} = E_{\text{total en B}}$$
$$E_{T(A)} = E_{T(B)}$$

*El teorema de la conservación de la energía mecánica* establece que el trabajo realizado sobre un cuerpo se invierte, exactamente, en aumentar algún tipo de energía.

Cuando en un sistema sólo hay fuerzas conservativas: la energía mecánica permanece constante. La energía cinética se transforma en energía potencial y viceversa.

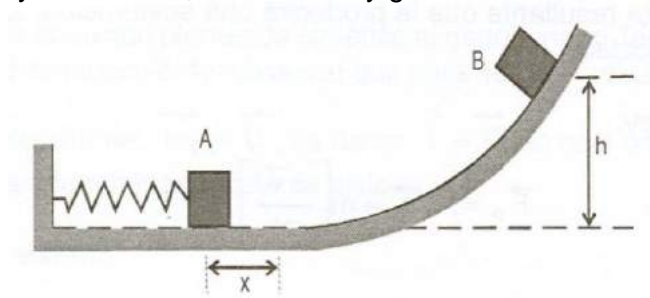
Cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas, como las de rozamiento, la energía mecánica ya no permanece constante.

La variación de la energía mecánica es precisamente el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

$$\Delta E_{\text{mecánica}} = W^{\text{realizado por las fuerzas no conservativas}}$$

### EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. El resorte de la figura se comprime 8 cm y se coloca un cuerpo de masa 160g en su extremo libre, al expandirse el resorte lanza al cuerpo; ¿Qué altura alcanza el cuerpo? (considere que no hay rozamiento,  $K= 200 \text{ N/m}$  y  $g= 10 \text{ m/s}^2$ )



**Solución:**

$$E_{C(A)} + E_{P(A)} + E_{C(B)} + E_{P(B)}$$

En "A" el cuerpo no tiene velocidad  $E_{C(A)}= 0$

Considerando el nivel de referencia la posición en A, el cuerpo no tiene energía potencial gravitatoria solo existe energía potencial elástica debido a la compresión del resorte.

En "B" el cuerpo ni tiene velocidad (es la máxima altura alcanzada) solo existe energía potencia gravitatoria debido a la altura que alcanza. Por lo tanto:

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$$

Reemplazando datos tenemos:

$$\frac{1}{2}(200)(64 * 10^{-4}) = (160 * 10^{-3})(10)h$$

2. Indicar el trabajo necesario para deslizar un cuerpo a 2 m de su posición inicial mediante una fuerza de 10 N.

**Desarrollo**

$$L = F \times d$$

$$L = 10 \text{ N} \times 2 \text{ m}$$

$$L = 20 \text{ J}$$

3. ¿Qué trabajo realiza un hombre para elevar una bolsa de 70 kgf a una altura de 2,5 m?

Expresarlo en:

a) kgf.m

b) Joule

c) kW.h

**Desarrollo**

a)  $L = F \times d$

$$L = 70 \text{ kgf} \times 2,5 \text{ m}$$

$$L = 175 \text{ kgf.m}$$

b)  $L = 175 \text{ kgf.m} \times 9,807 \text{ J/kgf.m}$

$$L = 1716,225 \text{ J}$$

c)  $L = 175 \text{ kgf.m} \times 9,807 \text{ J}/3.600.000 \text{ kgf.m}$

$$L = 0,000477 \text{ kW.h}$$

4. Un cuerpo cae libremente y tarda 3 s en tocar tierra. Si su peso es de 4 N, ¿qué trabajo deberá efectuarse para elevarlo hasta el lugar desde donde cayó? Expresarlo en:

a) Joule.

b) kgm.

**Desarrollo**

$$L = F.d$$

En éste caso se trata de la fuerza peso, por lo tanto:

$$L = P.d$$

Y al ser un movimiento vertical la distancia es la altura:

$$L = P.h$$

Mediante cinemática calculamos la altura para caída libre.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} \times 9,807 \text{ (m/s}^2\text{)} \times (3 \text{ s})^2 \quad h = \frac{1}{2} \times 9,807 \text{ (m/s}^2\text{)} \times 9 \text{ s}^2 \quad h = 44,1315 \text{ m}$$

Luego:

a)  $L = P \times h$

$$L = 4 \text{ N} \times 44,1315 \text{ m}$$

$$L = \mathbf{176,526 \text{ J}}$$

b)  $L = 176,526 \text{ J} / (9,807 \text{ kgf} \cdot \text{m} \times \text{J})$

$$L = \mathbf{18 \text{ kgf} \cdot \text{m}}$$

5. Un cuerpo de 1250 kg cae desde 50 m, ¿con qué energía cinética llega a tierra?

### Desarrollo

Recordemos que toda la energía potencial se transforma en energía cinética:

$$E_{p1} = E_{c2}$$

$$E_{p1} = E_{c2} = m \cdot g \cdot h_1$$

$$E_{p1} = 1250 \text{ kg} \cdot 9,807 \text{ (m/s}^2\text{)} \cdot 50 \text{ m}$$

$$E_p = \mathbf{612.937,5 \text{ J}}$$

6. Un proyectil que pesa 80 kgf es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 95 m/s. Se desea saber:
- a) ¿Qué energía cinética tendrá al cabo de 7 s?
- b) ¿Qué energía potencial tendrá al alcanzar su altura máxima?

### Desarrollo

Datos:

$$P = 80 \text{ kgf}$$

$$v_0 = 95 \text{ m/s}$$

$$t = 7 \text{ s}$$

- a) Mediante cinemática calculamos la velocidad luego de 7 s:

$$v_f = v_0 - g \cdot t$$

$$v_f = 95 \text{ m/s} + (-9,807 \text{ m/s}^2) \cdot 7 \text{ s}$$

$$v_f = 95 \text{ m/s} - 68,649 \text{ m/s}$$

$$v_f = \mathbf{26,351 \text{ m/s}}$$

Luego:

$$E_c = \frac{1}{2}.m.v^2$$

La masa es:

$$m = 80 \text{ kg}$$

$$E_c = \frac{1}{2}.80 \text{ kg}.(26,351 \text{ m/s})^2$$

$$\mathbf{E_c = 27775,01 \text{ J}}$$

b) Mediante cinemática calculamos la altura máxima:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2.g.h$$

$$-v_0^2/2.g = h$$

$$h = (95 \text{ m/s})^2/(2.9,807 \text{ m/s}^2)$$

$$h = 460,13 \text{ m}$$

Con éste dato hallamos la energía potencial:

$$E_p = m.g.h$$

$$E_p = 80 \text{ kg}.9,807 \text{ (m/s}^2).460,13 \text{ m}$$

$$\mathbf{E_p = 361.000 \text{ J}}$$

Pero mucho más simple es sabiendo que la energía potencial cuando se anula la velocidad es igual a la energía cinética inicial (si no hay pérdidas):

$$E_{c1} = E_{p2}$$

$$E_{c1} = \frac{1}{2}.m.v_1^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}.80 \text{ kg}.(95 \text{ m/s})^2$$

$$\mathbf{E_{c1} = 361.000 \text{ J} = E_{p2}}$$

7. Sabiendo que cada piso de un edificio tiene 2,3 m y la planta baja 3 m, calcular la energía potencial de una maceta que, colocada en el balcón de un quinto piso, posee una masa de 8,5 kg.

### Desarrollo

$$h = 2,3 \text{ m}.4 + 3 \text{ m} = 14,5 \text{ m}$$

El balcón del 5° piso es el techo del 4° piso

$$E_p = m.g.h$$

$$E_p = 8,5 \text{ kg}.9,807 \text{ (m/s}^2).14,5 \text{ m}$$

$$E_p = 1017 \text{ J}$$

8. Un proyectil de 5 kg de masa es lanzado verticalmente hacia arriba con velocidad inicial de 60 m/s, ¿qué energía cinética posee a los 3 s? y ¿qué energía potencial al alcanzar la altura máxima?

**Desarrollo**

Primero hallamos la velocidad a los 3 s del lanzamiento:

$$\begin{aligned}v_2 &= v_1 + g \cdot t \\v_2 &= 60 \text{ m/s} + (-9,807 \text{ m/s}^2) \cdot 3 \text{ s} \\v_2 &= 30,579 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Luego calculamos la energía cinética:

$$\begin{aligned}E_{C2} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \\E_{C2} &= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot (30,579 \text{ m/s})^2 \\E_{C2} &= \mathbf{2.337,69 \text{ J}}\end{aligned}$$

Para la segunda parte debemos tener en cuenta que cuando alcanza la altura máxima la velocidad se anula, por lo tanto, toda la energía cinética inicial se transformó en energía potencial:

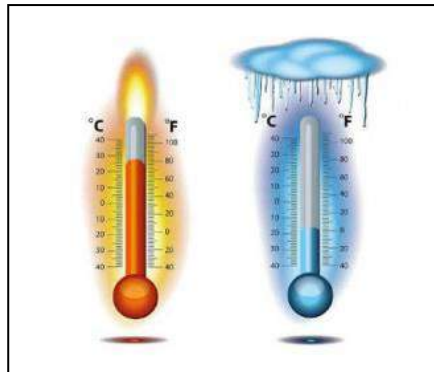
$$\begin{aligned}E_{C1} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \\E_{C1} &= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot (60 \text{ m/s})^2 \\E_{C1} &= 9.000 \text{ J} \\E_{p2} &= \mathbf{9.000 \text{ J}}\end{aligned}$$

# CAPÍTULO 4

---

## Termodinámica

---



### 1. Magnitudes Termodinámicas

Termodinámica, es una rama de la física que estudia los efectos de los cambios de la temperatura, presión y volumen de los sistemas físicos a un nivel macroscópico. Aproximadamente, calor significa "energía en tránsito" y dinámica se refiere al "movimiento", por lo que, en esencia, la termodinámica estudia la circulación de la energía y cómo la energía infunde movimiento. Históricamente, la termodinámica se desarrolló a partir de la necesidad de aumentar la eficiencia de las primeras máquinas de vapor.

Las Magnitudes Termodinámicas son las siguientes:

- Calor sensible
- Camino libre medio Compresibilidad
- Energía libre de Gibbs
- Energía libre de Helmholtz Entalpía
- Entalpía de formación Entalpía de vaporización
- Entropía (termodinámica)
- Energía Fugacidad
- Magnitud extensiva Presión crítica
- Presión de vapor Presión parcial
- Rendimiento térmico Temperatura absoluta



- Variación de la entalpía estándar de formación

## 2. Leyes de la Termodinámicas

### A) Primera Ley de la Termodinámica

La **primera ley de la termodinámica** o **Primer Principio de la termodinámica** es una aplicación de la ley universal de conservación de la energía a la termodinámica y, a su vez, identifica el calor como una transferencia de energía. Uno de los enunciados de la primera ley de la termodinámica es el siguiente:

*El incremento de la energía interna de un sistema termodinámico es igual a la diferencia entre la cantidad de calor transferida a un sistema y el trabajo realizado por el sistema a sus alrededores.*

$$\Delta U = Q - W$$

Donde  $\Delta U$  es el incremento de energía interna del sistema,  $Q$  es el calor cedido al sistema, y  $W$  es el trabajo cedido por el sistema a sus alrededores.

El primer principio de la termodinámica es una ley empírica que no puede demostrarse teóricamente.

### Aplicaciones de la Primera Ley

- En la aplicación las cantidades se deben expresar en las mismas unidades, por ejemplo joule o caloría.
- El trabajo  $W$  efectuado por el sistema se considera positivo mientras que el trabajo efectuado sobre el sistema es negativo.
- El calor  $Q$  que recibe el sistema se considera positivo, mientras que el calor entregado al exterior es negativo.
- El calor perdido o ganado por un sistema no depende solo de su estado inicial o final, sino también de los estados intermedios de su recorrido.

#### a) Sistemas cerrados

Un sistema cerrado es uno que no tiene entrada ni salida de masa, también es conocido como masa de control. El sistema cerrado tiene interacciones de trabajo y calor con sus alrededores, así como puede realizar trabajo de frontera.

La ecuación general para un sistema cerrado (despreciando energía cinética y potencial) es:

$$Q - W = \Delta U$$

Donde Q es la cantidad total de transferencia de calor hacia o desde el sistema (positiva cuando entra al sistema y negativa cuando sale de éste), W es el trabajo total (negativo cuando entra al sistema y positivo cuando sale de éste) e incluye trabajo eléctrico, mecánico y de frontera; y U es la energía interna del sistema.

## b) Sistemas abiertos

Un sistema abierto es aquel que tiene entrada y/o salida de masa, así como interacciones de trabajo y calor con sus alrededores, también puede realizar trabajo de frontera.

La ecuación general para un sistema abierto es:

$$Q - W + \sum_{in} m_{in} \left( h + \frac{1}{2} V^2 + gz \right)_{in} - \sum_{out} m_{out} \left( h + \frac{1}{2} V^2 + gz \right)_{out} = \Delta E_{sistema}$$

Donde in representa todas las entradas de masa al sistema; out representa todas las salidas de masa desde el sistema; y  $\theta$  es la energía por unidad de masa del flujo y comprende entalpía, energía potencial y energía cinética,  $\theta = h + \frac{1}{2} V^2 + gz$ .

La energía del sistema es  $E_{sistema} = U + \frac{1}{2} mV^2 + mgz$

## B) Segunda Ley de la Termodinámica

La segunda ley de la termodinámica o segundo principio de la termodinámica expresa, en una forma concisa, que "La cantidad de entropía de cualquier sistema aislado termodinámicamente tiende a incrementarse con el tiempo". La segunda ley de la termodinámica afirma que las diferencias entre sistemas en contacto tienden a igualarse.

La segunda ley de la termodinámica se puede expresar así:

- Es imposible un proceso cuyo único resultado sea la transferencia de energía en forma de calor de un cuerpo de menor temperatura a otro de mayor temperatura. Enunciado de Clausius.
- Es imposible todo proceso cíclico cuyo único resultado sea la absorción de energía en forma de calor procedente de un foco térmico (o reservorio o depósito térmico), y la conversión de toda ésta energía en forma de calor en energía en forma de trabajo. Enunciado de Kelvin-Planck.
- En un sistema cerrado, ningún proceso puede ocurrir sin que de él resulte un incremento de la entropía total del sistema.

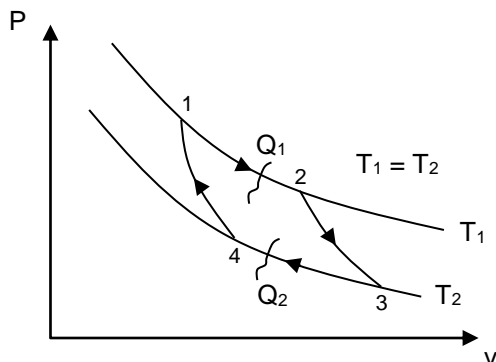


Diagrama del ciclo de Carnot en función de la presión y volumen.  
 (1 → 2 : proceso isotérmico)  
 (2 → 3 : proceso adiabático)

Gráficamente se puede expresar imaginando una caldera de un barco de vapor. Ésta no podría producir trabajo si no fuese porque el vapor se encuentra a temperaturas y presión elevadas comparadas con el medio que la rodea.

Matemáticamente, se expresa así:

$$\frac{dS}{dt} \geq 0 \quad (1)$$

Donde S es la entropía y el símbolo de igualdad solo existe cuando la entropía se encuentra en su valor máximo (en equilibrio).

### Entropía

Algunas transformaciones que implican un cambio de estado de un sistema termodinámico acompañado de un intercambio de calor y trabajo, pueden realizarse con la misma facilidad tanto de un sentido como en otro.

Supongamos que un gas (en general un sistema termodinámico) ideal absorbe cierta cantidad de calor Q y supongamos que la temperatura T se mantiene constante entonces la variación de la entropía.

$$\Delta S = S_2 - S_1$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Donde Q es la cantidad de calor absorbido y T es la temperatura constante. La unidad de variación de la entropía es J/K. La ecuación anterior se aplica solo a procesos reversibles a temperatura constante.

### C) Tercera Ley de Termodinámica

La tercera ley de la termodinámica afirma que no se puede alcanzar el cero absoluto en un número finito de etapas.

#### **Se define como:**

Al llegar al cero absoluto (0 K) cualquier proceso de un sistema se detiene. Al llegar al 0 absoluto (0 K) la entropía alcanza un valor constante.

#### **Descripción:**

En términos simples, la tercera ley indica que la entropía de una sustancia pura en el cero absoluto es cero. Por consiguiente, la tercera ley provee de un punto de referencia absoluto para la determinación de la entropía. La entropía relativa a este punto es la entropía absoluta.

### D) Ley cero de la Termodinámica

El equilibrio termodinámico de un sistema se define como la condición del mismo en el cual las variables empíricas usadas para definir un estado del sistema (presión, volumen, campo eléctrico, polarización, magnetización, tensión lineal, tensión superficial, entre otras) no son dependientes del tiempo. A dichas variables empíricas (experimentales) de un sistema se les conoce como coordenadas termodinámicas del sistema

## 3. Sistemas Termodinámicas

### A) Primera Ley de la Termodinámica

Un sistema termodinámico es una parte del Universo que se aísla para su estudio. Este se puede llevar a cabo de una manera real, en el campo experimental, o de una manera ideal, cuando se trata de abordar un estudio teórico.

#### **Clasificación:**

**Sistemas Abiertos:** son los sistemas más comunes. Este tipo de sistema tiene intercambio de materia y energía con el exterior. Un ejemplo: automóvil (entra combustible, aceite, aire. Salen gases de escape, desechos, se produce energía).

**Sistemas Cerrados:** En este sistema solo hay intercambio energético con el exterior. No hay intercambio de masa. A su vez se pueden dividir en:

- *Sistemas No Aislados:* Solo intercambio energético con el exterior. Ejemplo: el equipo tipo de frío de un refrigerador doméstico. El fluido de trabajo circula en circuito cerrado y solo hay intercambios de calor o energía eléctrica con el exterior. Otro sistema que (en la práctica) se puede considerar como sistema cerrado no aislado es la Tierra.
- *Sistemas Aislados:* No hay intercambio ni de masa ni de energía con el exterior. En la práctica estos sistemas son una abstracción cómoda para analizar situaciones.

#### 4. Procesos y ciclos Termodinámicos (Brayton, Rankine, Otto y Diesel)

##### **A) Procesos termodinámicos**

En física, se denomina proceso termodinámico a la evolución de determinadas magnitudes (o propiedades) propiamente termodinámicas relativas a un determinado sistema físico. Los procesos termodinámicos pueden ser interpretados como el resultado de la interacción de un sistema con otro tras ser eliminada alguna ligadura entre ellos, de forma que finalmente los sistemas se encuentren en equilibrio (mecánico, térmico y/o material) entre si.

De una manera menos abstracta, un proceso termodinámico puede ser visto como los cambios de un sistema, desde unas condiciones iniciales hasta otras condiciones finales, debidos a la desestabilización del sistema.

##### **B) Proceso isobárico**

Proceso Isobárico es aquel proceso termodinámico que ocurre a presión constante. En él, el calor transferido a presión constante está relacionado con el resto de variables

Un proceso adiabático que es además reversible se conoce como proceso isentrópico. El extremo opuesto, en el que tiene lugar la máxima transferencia de calor, causando que la temperatura permanezca constante, se denomina como proceso isotérmico. El término adiabático hace referencia a elementos que impiden la transferencia de calor con el entorno.

##### **C) Procesos politrópicos**

Son aquellos procesos termodinámicos en donde se cumple la ecuación:  $PV^a = \text{cte}$ . Donde "a" es un número dado. Para el caso de procesos adiabáticos, el "a" es igual a "k", el cual es un valor específico para cada sustancia. Este valor se puede encontrar en tablas para dicho caso.

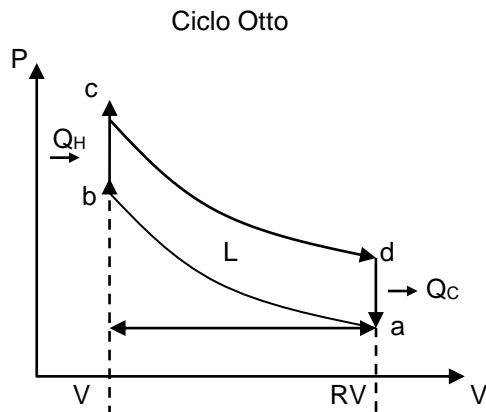
##### **D) Ciclos termodinámicos**

Resulta útil tratar los procesos termodinámicos basándose en ciclos: procesos que devuelven un sistema a su estado original después de una serie de fases, de manera que todas las variables termodinámicas relevantes vuelven a tomar sus valores originales. El calor total neto transferido al sistema debe ser igual al trabajo total neto realizado por el sistema.

### E) Ciclo Otto

El ciclo de Otto es un ciclo termodinámico que constituye el ciclo básico de todos los motores térmicos, y demuestra que no puede existir ese motor perfecto. Cualquier motor térmico pierde parte del calor suministrado. El segundo principio de la termodinámica impone un límite superior a la eficiencia de un motor, límite que siempre es menor del 100%.

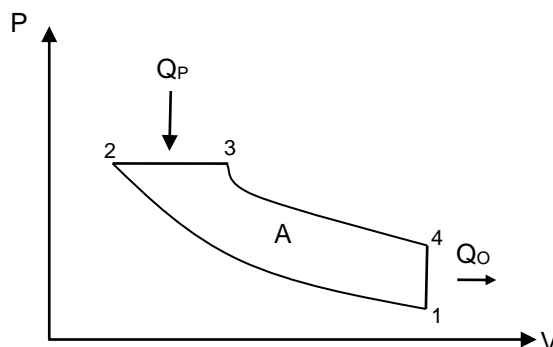
En el punto a la mezcla de nafta y aire ya está en el cilindro.



- ab: contracción adiabática
- cd: expansión adiabática
- bc: calentamiento isocórico
- ad: enfriamiento isocórico
- R: relación de compresión
- Cp: calor específico a presión constante
- Cv: calor específico a volumen constante
- $\gamma = C_p/C_v$  (Sears 419 - Tabla 18.1)  $\eta = 1 - 1/R(\gamma - 1)$
- Para un  $R = 8$ , y un  $\gamma = 1,4$  (aire),  $\eta = 0,56$

### F) Ciclo Diesel

El ciclo del motor diésel lento (en contraposición al ciclo rápido, más aproximado a la realidad) ideal de cuatro tiempos es una idealización del diagrama del indicador de un motor Diesel, en el que se omiten las fases de renovado de la masa y se asume que el fluido termodinámico que evoluciona es un gas perfecto, en general aire. Además, se acepta que todos los procesos son ideales y reversibles, y que se realizan sobre el mismo fluido.



Ciclo termodinámico de un motor diesel lento.

### G) Ciclo de Carnot

Carnot demostró que la eficiencia máxima de cualquier máquina depende de la diferencia entre las temperaturas máxima y mínima alcanzadas durante un ciclo. Cuanto mayor es esa diferencia, más eficiente es la máquina.

Por ejemplo, un motor de automóvil sería más eficiente si el combustible se quemara a mayor temperatura de los gases de escape salieran a menor temperatura.

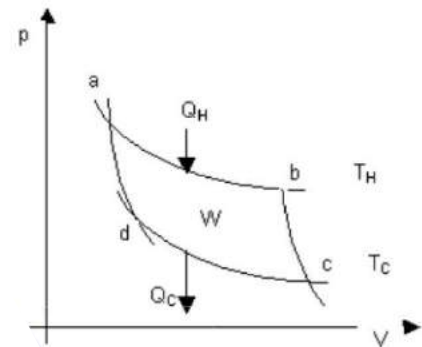
ab y cd : contracciones y expansiones isotérmicas.  
bc y ad: contracciones y expansiones adiabáticas.

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{(Q_H - Q_C)}{Q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$$

$$Q_H = W_{ab} = n.R.T_H \cdot \ln \frac{V_b}{V_a}$$

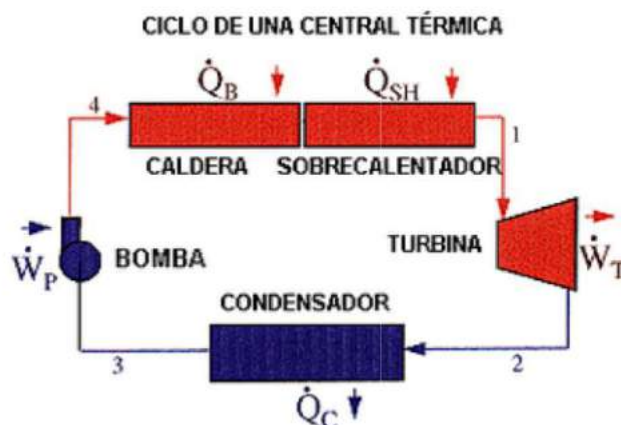
$$\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$



### H) Ciclo de Rankine

El Ciclo de Rankine es un ciclo termodinámico en el que se relaciona el consumo de calor con la producción de trabajo. Representa un ciclo de planta de fuerza que opera con vapor.



### I) Ciclo Brayton

Se denomina ciclo Brayton a un ciclo termodinámico de compresión, calentamiento y expansión de un fluido compresible, generalmente aire, que se emplea para producir trabajo neto y su posterior aprovechamiento como energía mecánica o eléctrica.

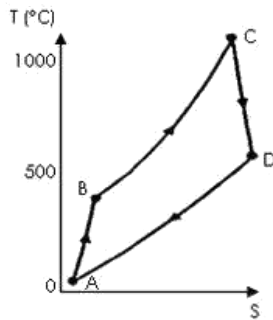


Diagrama del ciclo Brayton en una turbina de gas, en función de la entropía S y la temperatura T.

Este ciclo produce en la turbina de expansión más trabajo del que consume en el compresor y se encuentra presente en las turbinas de gas utilizadas en la mayor parte de los aviones comerciales y en las centrales termoeléctricas, entre otras aplicaciones.

## 5. Estados Termodinámicos de la Sustancia Pura

Se considera una sustancia pura aquella que mantiene la misma composición química en todos los estados. Una sustancia pura puede estar conformada por más de un elemento químico ya que lo importante es la homogeneidad de la sustancia. El aire se considera como una sustancia pura mientras se mantenga en su estado gaseoso, ya que el aire está conformado por diversos elementos que tienen diferentes temperaturas de condensación a una presión específica por lo cual al estar en estado líquido cambia la composición respecto a la del aire gaseoso.

Ejemplos de sustancias puras son: el agua, el nitrógeno, el helio y el dióxido de carbono.

## 6. Calorimetría

**Calor:** es la energía en tránsito (en movimiento) entre 2 cuerpos o sistemas, proveniente de la existencia de una diferencia de temperatura entre ellos.

### Unidades de Cantidad de Calor (Q)

Las unidades de cantidad de calor (Q) son las mismas unidades de trabajo (T).

$$1 \text{ kgm} = 9,8 \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$$

$$\text{kgm} = 9,8 \cdot 10^7 \text{ erg}$$

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal} = 10^3 \text{ cal}$$

$$1 \text{ BTU} = 252 \text{ cal}$$



**Calor de combustión:** es la razón entre la cantidad de calor (Q) que suministrada por determinada masa (m) de un combustible al ser quemada, y la masa considerada.

**Q<sub>c</sub>...**calor de combustión (en cal/g)

**Capacidad térmica de un cuerpo:** es la relación entre la cantidad de calor (Q) recibida por un cuerpo y la variación de temperatura (Δt) que éste experimenta.

Además, la capacidad térmica es una característica de cada cuerpo y representa su capacidad de recibir o ceder calor variando su energía térmica.

**C...**capacidad térmica (en cal/°C)

$$C = \frac{Q}{\Delta t} \longrightarrow Q = C \times \Delta t$$

**Calor específico de un cuerpo:** es la razón o cociente entre la capacidad térmica (C) de un cuerpo y la masa (m) de dicho cuerpo.

Además, en el calor específico se debe notar que es una característica propia de las sustancias que constituye el cuerpo, en tanto que la capacidad térmica (C) depende de la masa (m) y de la sustancia que constituye el cuerpo.

**C...**calor específico (en cal/g.°C)

$$c = \frac{C}{m} \longrightarrow C = m \times c$$

El calor específico del agua es la excepción a esta regla, pues disminuye cuando la temperatura aumenta en el intervalo de 0 °C a 35 °C y crece cuando la temperatura es superior a 35 °C.

#### **Ecuación fundamental de la calorimetría**

$$c = \frac{Q}{m \times \Delta t} \longrightarrow Q = m * c * \Delta t$$

Q: cantidad de calor

m: masa del cuerpo

c: calor específico del cuerpo

Δt: variación de temperatura

Por ejemplo el calor específico del agua es: 1 cal/g °C

Para que el cuerpo aumente de temperatura; tiene que recibir calor, para eso la temperatura  $t_f$  debe ser mayor que la temperatura  $t_o$ ; y recibe el nombre de calor recibido.

$$t_f > t_o \quad \text{calor recibido (} Q > 0 \text{)}$$

Para disminuir la temperatura; tiene que ceder calor, para eso la temperatura  $t_f$  debe ser menor que la temperatura  $t_o$ ; y recibe el nombre de calor cedido.

$$t_f < t_o \quad \text{calor cedido (} Q < 0 \text{)}$$

**Calor sensible de un cuerpo:** es la cantidad de calor recibido o cedido por un cuerpo al sufrir una variación de temperatura ( $\Delta t$ ) sin que haya cambio de estado físico (sólido, líquido o gaseoso).

Su expresión matemática es la ecuación fundamental de la calorimetría.

$$Q_s = m.c.t$$

$$\text{donde: } \Delta t = t_f - t_o$$

**Calor latente de un cuerpo:** es aquel que causa en el cuerpo un cambio de estado físico (sólido, líquido o gaseoso) sin que se produzca variación de temperatura ( $\Delta t$ ), es decir permanece constante.

$$Q_L = m.L$$

## Principios de la Calorimetría

**1<sup>er</sup> Principio:** Cuando 2 o más cuerpos con temperaturas diferentes son puestos en contacto, ellos intercambian calor entre sí hasta alcanzar el equilibrio térmico.

Luego, considerando un sistema térmicamente aislado, "La cantidad de calor recibida por unos es igual a la cantidad de calor cedida por los otros".

**2<sup>do</sup> Principio:** "La cantidad de calor recibida por un sistema durante una transformación es iguala la cantidad de calor cedida por él en la transformación inversa".

## 7. Combustión. Números de Octano y Cetano

### La Combustión

**La combustión**, es una reacción **química** en la que un elemento **combustible** se combina con otro **comburente** (generalmente **oxígeno** en forma de  $O_2$  gaseoso), desprendiendo **calor** y produciendo un **óxido**; la combustión es una reacción exotérmica que produce:

- **Calor** al quemar.

- **Luz** al arder.

Los tipos más frecuentes de combustible son los materiales orgánicos que contienen **carbón** e **hidrógeno**. El producto de esas reacciones puede incluir **monóxido de carbón** (CO), **dióxido de carbón** (CO<sub>2</sub>), agua (H<sub>2</sub>O) y **cenizas**.

Existen dos tipos de combustión, la combustión incompleta y la completa:

La combustión incompleta, una combustión se considera una combustión incompleta cuando parte del combustible no reacciona completamente porque el oxígeno no es suficiente. Se reconoce por una llama amarillenta.

La combustión completa es cuando todo el carbón de la materia orgánica quemada se transforma en CO<sub>2</sub>. Se puede reconocer por la llama azul producida por la incineración del material.

## **Números de Octano y Cetano**

### **A) Número de octano**

El octanaje o índice de octano es una **escala** que mide la resistencia que presenta un **combustible** (como la **gasolina**) a **denotar** prematuramente cuando es comprimido dentro **cilindro** de un **motor**.

### **Los índices de octano en motores de combustión**

El octanaje indica la presión y temperatura a que puede ser sometido un combustible carburado (mezclado con aire) antes de auto-detonarse al alcanzar su **temperatura de un auto ignición** debido a la **Ley de los gases ideales**.

Hay tres clases de octanajes:

- **Research Octane Number** (RON) - Octanaje medido en el laboratorio,
- **Motor Octane Number** (MON) - Octanaje probado en un motor estático y
- **RoadON** - Octanaje probado en la carretera.

### **B) Número de cetano**

El número de cetano, contrariamente al **número de octano**, es un índice que se utiliza para caracterizar la volatilidad y facilidad de inflamación de los combustibles utilizados en los motores Diesel.

Para determinar el número de cetano de un combustible, se compara la facilidad de inflamación del combustible en cuestión, con la de un combustible de referencia formado por una mezcla de cetano puro con alfa metilnaftaleno en un motor de prueba.

**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. Un recipiente rígido contiene 2,00 moles de monóxido de carbono y se le suministra 3,5 kcal de calor. Determine el incremento de energía interna en unidades del Sistema Internacional de Medidas y la variación de temperatura.

**Desarrollo**

Como el recipiente es rígido, el proceso es **isométrico** y el **trabajo** que realiza el gas es nulo.

De acuerdo a la primera ley de la termodinámica escribimos:

$$Q = \Delta U$$

El calor expresado en julios es:

$$3,5 \text{ kcal} = 3,5 \times 10^3 \text{ cal} \cdot 4,1868 \text{ J/cal} = 14653,8 \text{ J}$$

2. Dos décimos de moles de gas anhídrido carbónico se expande isobáricamente al suministrarle 2000 J de calor. Calcular el incremento de temperatura que experimenta.

**Desarrollo**

De acuerdo a la **primera ley de la termodinámica** escribimos:

$$\Delta U = Q - W$$

Como en el proceso es **isobárico**, el **trabajo** realizado por el gas es:

$$W = n \cdot P \cdot \Delta V$$

Y si suponemos que este gas se comporta como un gas ideal

$$P \cdot \Delta v = R \cdot \Delta T$$

Por lo tanto:

$$\Delta U = Q - n \cdot R \cdot \Delta T$$

En un gas, la variación de energía interna en un proceso isobárico es:

$$\Delta U = n \cdot c_{\mu P} \cdot \Delta T$$

Sustituyendo en la segunda ley:

$$n \cdot c_{\pi P} \cdot \Delta T = Q - n \cdot R \cdot \Delta T$$

Despejando  $\Delta T$

$$\Delta T = \frac{Q}{n(c_{\mu P} + R)}$$

$$\Delta T = \frac{2000 \text{ J}}{0,2 \text{ mol}(29,10 \text{ J/mol} \cdot \text{K} + 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 267 \text{ J}$$